

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS CONTÁBEIS
MESTRADO ACADÊMICO EM CONTABILIDADE**

JOSÉ ISIDIO DE FREITAS COSTA

**DESENVOLVIMENTO DE METODOLOGIAS CONTABILOMÉTRICAS
APLICADAS À AUDITORIA CONTÁBIL DIGITAL: UMA PROPOSTA DE
ANÁLISE DA LEI DE NEWCOMB-BENFORD PARA OS TRIBUNAIS DE CONTAS**

**Recife/PE
2012**

JOSÉ ISIDIO DE FREITAS COSTA

**DESENVOLVIMENTO DE METODOLOGIAS CONTABILOMÉTRICAS
APLICADAS À AUDITORIA CONTÁBIL DIGITAL: UMA PROPOSTA DE
ANÁLISE DA LEI DE NEWCOMB-BENFORD PARA OS TRIBUNAIS DE CONTAS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis da Universidade Federal de Pernambuco, para obtenção do título de Mestre em Contabilidade.

Orientador: Prof. Dr. Josenildo dos Santos

**Recife/PE
2012**

Catálogo na Fonte
Bibliotecária Ângela de Fátima Correia Simões, CRB4-773

C837d Costa, José Isidio de Freitas

Desenvolvimento de metodologias contabilométricas aplicadas a auditoria contábil digital: uma proposta de análise da lei de Newcomb-Benford para os Tribunais de Contas / José Isido de Freitas Costa. - Recife : O Autor, 2012.

447 folhas : il. 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Josenildo dos Santos.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCSA. Ciências contábeis, 2012.

Inclui bibliografia e apêndices.

1. Contabilometria. 2. Estado da arte. 3. Auditoria contábil digital. I. Santos, Josenildo dos (Orientador). II. Título.

657.45 CDD (22.ed.)

UFPE (CSA 2012 -107)



**Programa de Pós-Graduação
Mestrado em Ciências Contábeis**

Coordenação



**“DESENVOLVIMENTO DE METODOLOGIAS
CONTABILOMÉTRICAS APLICADAS À
AUDITORIA CONTÁBIL DIGITAL: UMA
PROPOSTA DE ANÁLISE DA LEI DE
NEWCOMB - BENFORD PARA OS TRIBUNAIS
DE CONTAS”**

José Isídio de Freitas Costa

Dissertação submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis da Universidade Federal de Pernambuco e aprovada em 11 de maio de 2012.

Banca Examinadora:

Orientador/Presidente: Josenildo dos Santos (Ph.D)

Examinador Interno: Jerônimo José Libonati (Dr.)

Examinador Externo: Luiz João Corrar - USP

DEDICATÓRIA

Dedico a vocês dois, meu pai José Isídio, pelo exemplo de integridade e dedicação total àquilo em que acredita, e minha mãe Loide, pelo carinho e cuidado a mim dispensados desde a tênue infância. A minha esposa Egleise pela compreensão e apoio na conquista deste sonho que ora materializo. A minha querida filha Larissa, por retribuir a crença que nela sempre deposito. Ao meu bebê, Maria Luísa, por me revigorar as forças com seu sorriso diário e amor incondicional.

AGRADECIMENTOS

A Deus por tudo que me foi dado. A vida, saúde, família, amigos e paz.

Ao professor, orientador, parceiro de pesquisa e amigo, PhD.Josenildo dos Santos, por seus ensinamentos constantes, sonhos compartilhados e consideração na adversidade.

Aos professores que, juntamente com o Prof. Josenildo, compuseram a banca de qualificação: Prof. Dr. Luiz João Corrar e Prof. Dr. Jeronymo Libonati, por suas valiosas contribuições.

Aos professores do Programa de Pós-graduação em Ciências Contábeis da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), pelos ensinamentos repassados que comigo ficarão juntamente com as lembranças dos momentos de desafios e superação.

Aos amigos integrantes da turma de mestrado em ciências contábeis da UFPE/2010 pelo apoio e amizade compartilhados nesta etapa de nossas vidas.

A Cláudio Ferreira, Coordenador do Controle Externo (CCE/TCE-PE) no exercício de 2010, que incentivou e apoiou a criação do projeto de parceria entre o Tribunal de Contas do Estado de Pernambuco (TCE/PE) e a Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). O Núcleo Interinstitucional de Pesquisa em Auditoria Digital (NIPAD), um projeto pioneiro pela interinstitucionalidade e interdisciplinaridade na produção de pesquisa aplicada à auditoria do setor público.

Aos integrantes do NIPAD, agradeço pelos sonhos compartilhados e pela coleta de dados das produções científicas internacionais e nacionais que viabilizaram a realização deste trabalho.

A todos os integrantes da minha família: esposa, filhas, pai, mãe, irmãs, sobrinhos, tios, primos e avós (*in memoriam*), pelo carinho e apoio familiar.

Ao Tribunal de Contas do Estado de Pernambuco, nele representados meus superiores hierárquicos e colegas de trabalho, pela viabilização do curso que ora concluo.

Agradeço enfim, a todos os que de alguma maneira, contribuíram para que fosse possível a realização deste trabalho.

EPÍGRAFE

“Sem números, não há vantagens nem probabilidades; sem vantagens e probabilidades, o único meio de lidar com o risco é apelar para os deuses e o destino”.

Peter L. Bernstein

RESUMO

Este trabalho desenvolveu e aplicou um modelo contabilométrico de detecção de desvios padrões fundamentado na Lei de Newcomb-Benford (NB-Lei) para a análise de 335.830 notas de empenhos emitidas no exercício financeiro de 2010 por 60 unidades gestoras de três Estados brasileiros. Uma vez que o objetivo da presente pesquisa foi desenvolver uma proposta de modelo contabilométrico de detecção de desvios padrões com a aplicação da Lei de Newcomb-Benford à auditoria contábil dos Tribunais de Contas, foi realizado um levantamento da produção científica relacionada à NB-Lei, identificando-se um total de 721 publicações nacionais e internacionais no período de 1881 a 2011. A análise destas publicações identificou 145 pesquisas produzidas no período de 1988 a 2011 sob o enfoque da auditoria contábil. Partindo-se deste constructo teórico, foi levantado o estado da arte para as aplicações da NB-Lei à auditoria contábil e as propostas metodológicas que foram aplicadas para a realização de uma análise evolutiva e detecção de desvios padrões no comportamento da despesa pública aqui avaliada. Como resultado da pesquisa, constatou-se a ocorrência de quebras estruturais na evolução dos desvios para o período analisado, identificando-se o momento e intensidade dos pontos máximos de desvios associados a cada dígito. O padrão de dispersão das proporções observadas para os dígitos 6, 7, 8 e 9, com uma maior ocorrência de excessos no dígito 7, foi interpretado como uma provável influência do limite de dispensa do processo licitatório, atualmente fixado em R\$ 8.000,00. Corroborando este entendimento, a análise realizada na proporção de ocorrência dos dígitos da primeira posição por ordem de grandeza evidenciou que apenas o dígito 7 obteve um aumento em sua proporção de ocorrência na ordem de grandeza sob influência deste limite, enquanto os dígitos 6, 8 e 9 apresentaram reduções. Mostra-se neste trabalho que a análise evolutiva dos desvios de conformidade à luz da Lei de Newcomb-Benford tem o potencial de contribuir com a formação de trilhas de auditoria mediante a identificação de desvios nos padrões da despesa pública.

Palavras-chave: Lei de Newcomb-Benford. Contabilometria. Estado da arte. Auditoria contábil digital.

ABSTRACT

This work has developed and implemented an accounting model for the detection of standard deviations based on the Newcomb-Benford Law (NB-Law) for the analysis of 335,830 funds citation issued in financial year 2010 by 60 management units in three Brazilian States. Since the objective of this research was to develop an accounting model proposed for the detection of standard deviations from the implementation of the Newcomb-Benford Law on accounting audit of the Court of Audit, a survey of scientific literature related to NB-Law was done, which identified a total of 721 national and international publications in the period from 1881 to 2011. The analysis documented 145 of these publications produced from 1988 to 2011 with the focus on financial auditing. Starting from this theoretical construct, it was lifted the state of the art for applications of the NB-law to audit accounting and methodological proposals that have been applied to perform an evolutionary analysis and detection of deviations in the trend patterns of public spending assessed in this work. As a result of this research, the occurrence of structural breaks in the evolution of the deviations was observed for the analyzed period, identifying the time and intensity of the peaks of deviations associated with each digit. The dispersion pattern of the proportions for the digits 6, 7, 8 and 9, with a higher incidence of excesses in the digit 7, was interpreted as a probable influence of the threshold for exemption from the bidding process, currently set at R\$ 8.000,00. Corroborating this view, the analysis performed at the rate of occurrence of digits in the first position in order of magnitude showed that only the digit 7 got an increase in their rate of occurrence in order of magnitude under the influence of this limit, while the digits 6, 8 and 9 showed decreases. This work shows that the evolutionary analysis of the conformity deviations in the light of the Newcomb-Benford Law has the potential to contribute to the formation of audit trails by identifying shifts in patterns of public spending.

Key words: Newcomb–Benford Law. Statistical Analysis. The State of the Art. Digital Accounting Audit.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Resumo das Modalidades e Limites Licitatórios.....	73
Quadro 2- Métodos contabilométricos aplicando a análise da NB-Lei à auditoria.....	92
Quadro 3 - Cálculo da constante individual <i>ME</i> para a primeira posição	98
Quadro 4 - Constantes individuais e agrupadas de <i>ME</i> para as oito primeiras posições.....	98
Quadro 5 - Distribuição com média e proporção em conformidade com a NB-Lei para a primeira posição.	100
Quadro 6 - Distribuição com média em conformidade com a NB-Lei para a primeira posição.	100
Quadro 7- Probabilidade incondicional conjunta para a primeira e segunda posição.....	202
Quadro 8 - Probabilidade incondicional conjunta para a segunda e terceira posição	202
Quadro 9 - Probabilidade incondicional conjunta para a terceira e quarta posição	203
Quadro 10 - Probabilidade incondicional conjunta para a quarta e quinta posição	203
Quadro 11 - Probabilidade incondicional conjunta para a quinta e sexta posição	204

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Probabilidades incondicionais para a ocorrência dos dígitos nas oito primeiras posições.	64
Tabela 2 - Probabilidades incondicionais para a ocorrência conjunta dos dois dígitos com início na primeira posição.....	66
Tabela 3 - Probabilidades incondicionais para a ocorrência conjunta dos dois dígitos com início na primeira posição.....	66
Tabela 4 - Publicações por país sobre a NB-Lei.	78
Tabela 5 - Publicações por tipo de bibliografia sobre a NB-Lei	78
Tabela 6 - Publicações por autor sobre a NB-Lei.....	79
Tabela 7 - Proporção esperada para uma sequência de dígitos a partir de uma posição (P) inicial.	94
Tabela 8 - Exemplo da aplicação do teste de discrepância relativa e Z-Teste para os dígitos de 1 a 9 da primeira posição.....	95
Tabela 9 - Exemplo da aplicação do teste de discrepância relativa e Z-Teste para a sequência de 3 dígitos a partir da primeira posição.....	95
Tabela 10 – Exemplo da aplicação do teste χ^2 e MAD para a primeira posição, considerando os desvios agrupados dos dígitos 1 a 9.	96
Tabela 11 - Exemplo da aplicação do teste χ^2 e MAD para as três primeiras posições, considerando os desvios agrupados para as sequências de 3 dígitos a partir da primeira posição.....	96
Tabela 12 - Frequência das ocorrências e discrepâncias relativas para a distribuição (DO)..	118
Tabela 13 - Frequência das ocorrências e discrepâncias relativas para a distribuição (NC)..	119

Tabela 14 - Frequência das ocorrências e discrepâncias relativas para a distribuição (<i>DR</i>)..	119
Tabela 15 – Cálculo do Fator de Detecção de Ruído aplicado a 1ª Posição.	128
Tabela 16 - Esquematização dos testes aplicados a NB-Lei na auditoria	134
Tabela 17 - Análise individual por UG do Estado E1. Z-Teste e χ^2 -Teste aplicados a 1ª posição.....	141
Tabela 18 - Análise individual por UG do Estado E2. Z-Teste e χ^2 – 1ª posição.	142
Tabela 19 - Análise individual por UG do Estado E3. Z-Teste e χ^2 – 1ª posição.	143
Tabela 20 - Resultados com o <i>DF</i> para cada UG e por Estado – Valor obtido ao final do exercício.....	144
Tabela 21 – Exemplo da aplicação da Equação (36) ao intervalo de ordem de magnitude [-2, 9].....	149
Tabela 22 – Distribuição da ocorrência dos empenhos pela magnitude do seu valor e seus respectivos reflexos nas posições.	149
Tabela 23 – Demonstração dos reflexos da magnitude dos números na proporção do dígito 0 (zero) entre as posições.....	150
Tabela 24 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição.....	154
Tabela 25 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG01/E1	157
Tabela 26 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG08/E1	158
Tabela 27 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG13/E1	160
Tabela 28 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG19/E1	162
Tabela 29 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG08/E2	164
Tabela 30 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG12/E2	166

Tabela 31 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG16/E2	168
Tabela 32 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG15/E2	170
Tabela 33 – Resultados com o Δx para cada UG e por Estado – Valor obtido ao final do exercício para a 1ª Posição.	172
Tabela 34 – Resultados com o $DA/2$ para cada UG e por Estado – Valor obtido ao final do exercício para a 1ª Posição.	174
Tabela 35 – Resultados com o FDR para cada UG por estado – Valor obtido ao final do exercício para a análise da 1ª Posição.	175
Tabela 36 – Correlacionamento obtido entre os testes globais aplicados às 60 UG's.	177
Tabela 37 – Correlacionamento do χ^2 -Teste (1ª a 8ª posição) com o número de empenhos analisados por UG.	178
Tabela 38 – Conjunto de dados $D1$ com 140 observações ajustadas às probabilidades independentes dos dígitos da 1ª posição e desajustadas para as demais posições.....	205
Tabela 39 – Valor do $DA/2$ para as quatro primeiras posições do conjunto de dados $D1$	205
Tabela 40 – Conjunto de dados $D2$ com 140 observações ajustadas às probabilidades independentes dos dígitos das quatro primeiras posições sem observar as suas probabilidades condicionadas.	207
Tabela 41 – Valor do $DA/2$ para as quatro primeiras posições do conjunto de dados $D1$	207
Tabela 42 – Conjunto de dados $D3$ com 140 observações ajustadas às probabilidades independentes dos dígitos das quatro primeiras posições e as probabilidades conjuntas dos pares de dígitos de cada posição em relação a posição anterior.	209
Tabela 43 – Valor do $DA/2$ para as quatro primeiras posições do conjunto de dados $D1$	210
Tabela 44 – Exemplo de invariância para uma distribuição fictícia com 50 elementos	212
Tabela 45 – Ocorrências e desvios nos dígitos para a 1ª posição.....	213

Tabela 46 – Ocorrências e desvios nos dígitos para a 2ª posição.....	213
Tabela 47 – Ocorrências e desvios nos dígitos para a 3ª posição.....	214
Tabela 48 – Ocorrências e desvios nos dígitos para a 4ª posição.....	214
Tabela 49 – Série de dados com 10.000 elementos e desvio minimizado para a 1ª posição..	215
Tabela 50 – Série de dados com 10.000 elementos e desvio positivo no dígito 1 da 1ª posição	216
Tabela 51 – Série de dados com 10.000 elementos e desvio positivo no dígito 9 da 1ª posição	217
Tabela 52 – Série de dados com 10.000 elementos e desvios positivos nos dígitos 1 e 9 da 1ª posição.....	217
Tabela 53 - Série de dados com 10.000 elementos e desvio no <i>FDR</i> de 16,28% para o dígito 1 da 1ª posição	218
Tabela 54 - Série de dados com 10.000 elementos e desvio maximizado para a 1ª posição..	219
Tabela 55 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG01/E1	274
Tabela 56 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG02/E1	276
Tabela 57 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG03/E1	278
Tabela 58 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG04/E1	280
Tabela 59 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG05/E1	282
Tabela 60 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG06/E1	284
Tabela 61 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG07/E1	286
Tabela 62 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG08/E1	288
Tabela 63 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG09/E1	290

Tabela 64 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG10/E1	292
Tabela 65 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG11/E1	294
Tabela 66 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG12/E1	296
Tabela 67 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG13/E1	298
Tabela 68 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG14/E1	300
Tabela 69 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG15/E1	302
Tabela 70 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG16/E1	304
Tabela 71 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG17/E1	306
Tabela 72 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG18/E1	308
Tabela 73 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG19/E1	310
Tabela 74 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG20/E1	312
Tabela 75 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG01/E2.....	314
Tabela 76 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG02/E2.....	316
Tabela 77 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG03/E2.....	318
Tabela 78 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG04/E2.....	320
Tabela 79 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG05/E2.....	322
Tabela 80 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG06/E2.....	324
Tabela 81 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG07/E2.....	326
Tabela 82 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG08/E2.....	328
Tabela 83 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG09/E2.....	330

Tabela 84 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG10/E2	332
Tabela 85 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG11/E2	334
Tabela 86 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG12/E2	336
Tabela 87 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG13/E2	338
Tabela 88 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG14/E2	340
Tabela 89 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG15/E2	342
Tabela 90 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG16/E2	344
Tabela 91 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG17/E2	346
Tabela 92 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG18/E2	348
Tabela 93 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG19/E2	350
Tabela 94 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG20/E2	352
Tabela 95 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG01/E3	354
Tabela 96 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG02/E3	356
Tabela 97 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG03/E3	358
Tabela 98 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG04/E3	360
Tabela 99 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG05/E3	362
Tabela 100 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG06/E3	364
Tabela 101 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG07/E3	366
Tabela 102 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG08/E3	368
Tabela 103 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG09/E3	370

Tabela 104 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG10/E3	372
Tabela 105 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG11/E3	374
Tabela 106 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG12/E3	376
Tabela 107 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG13/E3	378
Tabela 108 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG14/E3	380
Tabela 109 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG15/E3	382
Tabela 110 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG16/E3	384
Tabela 111 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG17/E3	386
Tabela 112 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG18/E3	388
Tabela 113 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG19/E3	390
Tabela 114 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG20/E3	392

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Visualização das probabilidades de ocorrência dos Algarismos para as três primeiras posições.	65
Gráfico 2 - Visualização das probabilidades conjuntas dos dígitos das duas primeiras posições.	67
Gráfico 3 - Visualização da probabilidade incondicional do dígito 2 na segunda posição e da sua probabilidade condicional em relação aos dígitos da primeira posição.	69
Gráfico 4 - Evolução histórica das publicações da NB-Lei relacionadas à auditoria contábil – 1988 a 2011.	77
Gráfico 5 - Proporção e intervalo de confiança para o Z-Teste nos dígitos 1 a 9 da 1ª posição.	104
Gráfico 6 - Visualização do intervalo de confiança do Z para a proporção dos dígitos 1, 2 e 3 na 1ª posição.	106
Gráfico 7 - Visualização do intervalo de confiança para a proporção dos dígitos 4, 5 e 6 na 1ª posição.	107
Gráfico 8 - Visualização do intervalo de confiança para a proporção dos dígitos 7, 8 e 9 na 1ª posição.	107
Gráfico 9 - Evolução da Discrepância Relativa para o dígito 9 da 1ª posição na UG1 de E1.	108
Gráfico 10 - Evolução em 2010 do Z-Teste para o dígito 9 da 1ª posição na UG1 de E1.	108
Gráfico 11 - Evolução do teste de Desvio Absoluto na UG1 de E1.	110
Gráfico 12 - Evolução do teste χ^2 na UG1 de E1.	111
Gráfico 13 – Evolução da discrepância relativa para o dígito 8 na 1ª posição da UG1 do Estado 1.	117

Gráfico 14- Distribuição de ocorrências por ordem de grandeza da primeira posição	147
Gráfico 15 - λx obtido no teste de invariância	153
Gráfico 16 – $DA/2$ obtido com a análise das oito primeiras posições individualmente consideradas.....	153
Gráfico 17 – FDR obtido com a análise da primeira posição individualmente considerada..	155
Gráfico 18 – λx obtido pela UG01/E1 no teste de invariância.....	156
Gráfico 19 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG01/E1	156
Gráfico 20 - Evolução do FDR para a 1ª Posição - UG01/E1	157
Gráfico 21 - λx obtido pela UG08/E1 no teste de invariância.	157
Gráfico 22 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG08/E1.	158
Gráfico 23 - Evolução do FDR na 1ª Posição - UG08/E1	158
Gráfico 24 - λx obtido pela UG13/E1 no teste de invariância	159
Gráfico 25 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG13/E1.....	160
Gráfico 26 - Evolução do FDR na 1ª Posição – UG13/E1	160
Gráfico 27– λx obtido pela UG19/E1 no teste de invariância.....	161
Gráfico 28 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG19/E1.....	162
Gráfico 29- Evolução do FDR na 1ª Posição – UG19/E1	162
Gráfico 30 - λx obtido pela UG08/E2 no teste de invariância.	163
Gráfico 31 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG08/E2.....	164
Gráfico 32 - Evolução do FDR na 1ª Posição - UG08/E2.....	164
Gráfico 33 - λx obtido pela UG12/E2 no teste de invariância.	165

Gráfico 34– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG12/E2.	165
Gráfico 35 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG12/E2	166
Gráfico 36– λx obtido pela UG16/E2 no teste de invariância.....	167
Gráfico 37– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG16/E2.	167
Gráfico 38- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG16/E2	168
Gráfico 39– λx obtido pela UG15/E2 no teste de invariância.....	169
Gráfico 40– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG15/E2.	169
Gráfico 41- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG15/E2	170
Gráfico 42 – Visualização das proporções observadas para o conjunto de dados <i>D1</i> e probabilidades previstas na NB-Lei para os dígitos da 1ª a 4ª posição.	206
Gráfico 43 - λx obtido com conjunto de dados <i>D1</i> no teste de invariância	206
Gráfico 44 – Visualização das proporções observadas para o conjunto de dados <i>D2</i> e probabilidades previstas na NB-Lei para os dígitos da 1ª a 4ª posição.	208
Gráfico 45 - λx obtido com conjunto de dados <i>D2</i> no teste de invariância	208
Gráfico 46 – Visualização das proporções observadas para o conjunto de dados <i>D3</i> e probabilidades previstas na NB-Lei para os dígitos da 1ª a 4ª posição.	210
Gráfico 47 - λx obtido com conjunto de dados <i>D3</i> no teste de invariância	210
Gráfico 48 – <i>Ranking</i> da quantidade de empenhos analisados por unidades gestoras.	220
Gráfico 49 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para Z-Teste – Dígito 1 da 1ª Posição	221
Gráfico 50 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para Z-Teste – Dígito 2 da 1ª Posição.	222
Gráfico 51 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para Z-Teste – Dígito 3 da 1ª Posição.	223
Gráfico 52 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para Z-Teste – Dígito 4 da 1ª Posição.	224

Gráfico 53 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para Z-Teste – Dígito 5 da 1ª Posição.	225
Gráfico 54 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para Z-Teste – Dígito 6 da 1ª Posição.	226
Gráfico 55 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para Z-Teste – Dígito 7 da 1ª Posição.	227
Gráfico 56 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para Z-Teste – Dígito 8 da 1ª Posição.	228
Gráfico 57 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para Z-Teste – Dígito 9 da 1ª Posição.	229
Gráfico 58 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o χ^2 -Teste – 1ª Posição.	230
Gráfico 59 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o χ^2 -Teste – 2ª Posição.	231
Gráfico 60 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o χ^2 -Teste – 3ª Posição.	232
Gráfico 61 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o χ^2 -Teste – 4ª Posição.	233
Gráfico 62 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o χ^2 -Teste – 5ª Posição.	234
Gráfico 63 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o χ^2 -Teste – 6ª Posição.	235
Gráfico 64 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o χ^2 -Teste – 7ª Posição.	236
Gráfico 65 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o χ^2 -Teste – 8ª Posição.	237
Gráfico 66 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o χ^2 -Teste – Média dos resultados da 1ª a 8ª Posição.	238
Gráfico 67 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o Δ_{pe} – Dígito 1 da 1ª Posição.	239
Gráfico 68 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o Δ_{pe} – Dígito 2 da 1ª Posição.	240
Gráfico 69 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o Δ_{pe} – Dígito 3 da 1ª Posição.	241
Gráfico 70 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o Δ_{pe} – Dígito 4 da 1ª Posição.	242
Gráfico 71 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o Δ_{pe} – Dígito 5 da 1ª Posição.	243
Gráfico 72 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o Δ_{pe} – Dígito 6 da 1ª Posição.	244

Gráfico 73 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o Δ_{pe} – Dígito 7 da 1ª Posição.....	245
Gráfico 74 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o Δ_{pe} – Dígito 8 da 1ª Posição.....	246
Gráfico 75 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o Δ_{pe} – Dígito 9 da 1ª Posição.....	247
Gráfico 76 – <i>Ranking</i> com os desvios das UG's para o DA - 1ª Posição.	248
Gráfico 77 – <i>Ranking</i> com os desvios das UG's para o MAD - 1ª Posição.....	249
Gráfico 78 – <i>Ranking</i> com os desvios das UG's para o DF , todas as posições.	250
Gráfico 79 – <i>Ranking</i> com os desvios das UG's para o Δx -Teste, todas as posições.....	251
Gráfico 80 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o $DA/2$ – 1ª Posição.	252
Gráfico 81 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o $DA/2$ – 2ª Posição.	253
Gráfico 82 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o $DA/2$ – 3ª Posição.	254
Gráfico 83 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o $DA/2$ – 4ª Posição.	255
Gráfico 84 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o $DA/2$ – 5ª Posição.	256
Gráfico 85 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o $DA/2$ – 6ª Posição.	257
Gráfico 86 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o $DA/2$ – 7ª Posição.	258
Gráfico 87 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o $DA/2$ – 8ª Posição.	259
Gráfico 88 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o $DA/2$ médio – 1ª à 8ª Posição.	260
Gráfico 89 – <i>Ranking</i> com os desvios das UG's para a Discrepância Relativa (Δ_{po}) – Dígito 1 da 1ª Posição.....	261
Gráfico 90 – <i>Ranking</i> com os desvios das UG's para a Discrepância Relativa (Δ_{po}) – Dígito 2 da 1ª Posição.....	262
Gráfico 91 – <i>Ranking</i> com os desvios das UG's para a Discrepância Relativa (Δ_{po}) – Dígito 3 da 1ª Posição.....	263

Gráfico 92 – <i>Ranking</i> com os desvios das UG's para a Discrepância Relativa (Δ_{po}) – Dígito 4 da 1ª Posição.....	264
Gráfico 93 – <i>Ranking</i> com os desvios das UG's para a Discrepância Relativa (Δ_{po}) – Dígito 5 da 1ª Posição.....	265
Gráfico 94 – <i>Ranking</i> com os desvios das UG's para a Discrepância Relativa (Δ_{po}) – Dígito 6 da 1ª Posição.....	266
Gráfico 95 – <i>Ranking</i> com os desvios das UG's para a Discrepância Relativa (Δ_{po}) – Dígito 7 da 1ª Posição.....	267
Gráfico 96 – <i>Ranking</i> com os desvios das UG's para a Discrepância Relativa (Δ_{po}) – Dígito 8 da 1ª Posição.....	268
Gráfico 97 – <i>Ranking</i> com os desvios das UG's para a Discrepância Relativa (Δ_{po}) – Dígito 9 da 1ª Posição.....	269
Gráfico 98 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o valor médio anual do <i>FDR</i> – 1ª Posição.	270
Gráfico 99 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o valor máximo anual do <i>FDR</i> – 1ª Posição.	271
Gráfico 100 – <i>Ranking</i> das unidades gestoras para o valor final anual do <i>FDR</i> – 1ª Posição.	272
Gráfico 101 – Δx obtido pela UG01/E1 no teste de invariância.....	273
Gráfico 102 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG01/E1	273
Gráfico 103 - Evolução do <i>FDR</i> para a 1ª Posição - UG01/E1	274
Gráfico 104 - Δx obtido pela UG02/E1 no teste de invariância	275
Gráfico 105 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG02/E1.	275
Gráfico 106 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição - UG02/E1	276

Gráfico 107 - λx obtido pela UG03/E1 no teste de invariância	277
Gráfico 108 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG03/E1.	277
Gráfico 109 - Evolução do FDR na 1ª Posição - UG03/E1	278
Gráfico 110 - λx obtido pela UG04/E1 no teste de invariância.	279
Gráfico 111 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG04/E1	279
Gráfico 112 - Evolução do FDR na 1ª Posição - UG04/E1	280
Gráfico 113 - λx obtido pela UG05/E1 no teste de invariância	281
Gráfico 114 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG05/E1.	281
Gráfico 115 - Evolução do FDR na 1ª Posição - UG05/E1	282
Gráfico 116 - λx obtido pela UG06/E1 no teste de invariância.	283
Gráfico 117 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG06/E1.	283
Gráfico 118 - Evolução do FDR na 1ª Posição - UG06/E1	284
Gráfico 119 - λx obtido pela UG07/E1 no teste de invariância.	285
Gráfico 120 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG07/E1.	285
Gráfico 121 - Evolução do FDR na 1ª Posição - UG07/E1	286
Gráfico 122 - λx obtido pela UG08/E1 no teste de invariância.	287
Gráfico 123 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG08/E1.	287
Gráfico 124 - Evolução do FDR na 1ª Posição - UG08/E1	288
Gráfico 125 - λx obtido pela UG09/E1 no teste de invariância.	289
Gráfico 126 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG09/E1.	289

Gráfico 127- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição - UG09/E1	290
Gráfico 128 - λx obtido pela UG10/E1 no teste de invariância.	291
Gráfico 129 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG010/E1	291
Gráfico 130 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG10/E1	292
Gráfico 131– λx obtido pela UG11/E1 no teste de invariância.....	293
Gráfico 132 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG11/E1.....	293
Gráfico 133 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG11/E1	294
Gráfico 134 - λx obtido pela UG12/E1 no teste de invariância.	295
Gráfico 135 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG12/E1.....	295
Gráfico 136 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG12/E1	296
Gráfico 137 - λx obtido pela UG13/E1 no teste de invariância	297
Gráfico 138 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG13/E1.....	297
Gráfico 139 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG13/E1	298
Gráfico 140 - λx obtido pela UG14/E1 no teste de invariância	299
Gráfico 141 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG14/E1.....	299
Gráfico 142 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG14/E1	300
Gráfico 143 - λx obtido pela UG15/E1 no teste de invariância.	301
Gráfico 144 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG15/E1.....	301
Gráfico 145 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG15/E1	302
Gráfico 146 - λx obtido pela UG16/E1 no teste de invariância.	303

Gráfico 147 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG16/E1.....	303
Gráfico 148 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG16/E1	304
Gráfico 149 – λx obtido pela UG17/E1 no teste de invariância.....	305
Gráfico 150 – Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG17/E1	305
Gráfico 151 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG17/E1	306
Gráfico 152– λx obtido pela UG18/E1 no teste de invariância.....	307
Gráfico 153 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG18/E1	307
Gráfico 154 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG18/E1	308
Gráfico 155– λx obtido pela UG19/E1 no teste de invariância.....	309
Gráfico 156 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG19/E1.....	309
Gráfico 157- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG19/E1	310
Gráfico 158– λx obtido pela UG20/E1 no teste de invariância.....	311
Gráfico 159– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG20/E1	311
Gráfico 160- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG20/E1	312
Gráfico 161 - λx obtido pela UG01/E2 no teste de invariância.	313
Gráfico 162 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG01/E2.....	313
Gráfico 163 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição - UG01/E2.....	314
Gráfico 164 - λx obtido pela UG02/E2 no teste de invariância.	315
Gráfico 165 - – Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG02/E2.....	315
Gráfico 166 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição - UG02/E2.....	316

Gráfico 167 - λx obtido pela UG03/E2 no teste de invariância.	317
Gráfico 168– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG03/E2.	317
Gráfico 169 - Evolução do FDR na 1ª Posição - UG03/E2.....	318
Gráfico 170 - λx obtido pela UG04/E2 no teste de invariância.	319
Gráfico 171 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG04/E2.....	319
Gráfico 172 - Evolução do FDR na 1ª Posição - UG04/E2.....	320
Gráfico 173 - λx obtido pela UG05/E2 no teste de invariância.	321
Gráfico 174 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG05/E2.....	321
Gráfico 175 - Evolução do FDR na 1ª Posição - UG05/E2.....	322
Gráfico 176 - λx obtido pela UG06/E2 no teste de invariância	323
Gráfico 177 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG06/E2.....	323
Gráfico 178- Evolução do FDR na 1ª Posição - UG06/E2.....	324
Gráfico 179 - λx obtido pela UG07/E2 no teste de invariância.	325
Gráfico 180 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG07/E2.....	325
Gráfico 181 - Evolução do FDR na 1ª Posição - UG07/E2.....	326
Gráfico 182 - λx obtido pela UG08/E2 no teste de invariância.	327
Gráfico 183 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG08/E2.....	327
Gráfico 184 - Evolução do FDR na 1ª Posição - UG08/E2.....	328
Gráfico 185 - λx obtido pela UG09/E2 no teste de invariância.	329
Gráfico 186 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG09/E2.....	329

Gráfico 187 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição - UG09/E2	330
Gráfico 188 - λx obtido pela UG10/E2 no teste de invariância.	331
Gráfico 189 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG10/E2.....	331
Gráfico 190 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG10/E2	332
Gráfico 191 - λx obtido pela UG11/E2 no teste de invariância.	333
Gráfico 192 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG11/E2.....	333
Gráfico 193 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG11/E2	334
Gráfico 194 - λx obtido pela UG12/E2 no teste de invariância.	335
Gráfico 195– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG12/E2.	335
Gráfico 196 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG12/E2	336
Gráfico 197– λx obtido pela UG13/E2 no teste de invariância.....	337
Gráfico 198– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG13/E2.	337
Gráfico 199 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG13/E2	338
Gráfico 200– λx obtido pela UG14/E2 no teste de invariância.....	339
Gráfico 201– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG14/E2.	339
Gráfico 202 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG14/E2	340
Gráfico 203– λx obtido pela UG15/E2 no teste de invariância.....	341
Gráfico 204– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG15/E2.	341
Gráfico 205- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG15/E2	342
Gráfico 206– λx obtido pela UG16/E2 no teste de invariância.....	343

Gráfico 207– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG16/E2.	343
Gráfico 208- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG16/E2	344
Gráfico 209– λ_x obtido pela UG17/E2 no teste de invariância.....	345
Gráfico 210 – Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG17/E2.	345
Gráfico 211- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG17/E2	346
Gráfico 212– λ_x obtido pela UG18/E2 no teste de invariância.....	347
Gráfico 213– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG18/E2.	347
Gráfico 214- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG18/E2	348
Gráfico 215 - λ_x obtido pela UG19/E2 no teste de invariância.	349
Gráfico 216– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG19/E2.	349
Gráfico 217- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG19/E2	350
Gráfico 218– λ_x obtido pela UG20/E2 no teste de invariância.....	351
Gráfico 219– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG20/E2.	351
Gráfico 220- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG20/E2	352
Gráfico 221– λ_x obtido pela UG01/E3 no teste de invariância.....	353
Gráfico 222 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG01/E3.....	353
Gráfico 223- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição - UG01/E3	354
Gráfico 224 - λ_x obtido pela UG02/E3 no teste de invariância.	355
Gráfico 225– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG02/E3.	355
Gráfico 226 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição - UG02/E3	356

Gráfico 227– λx obtido pela UG03/E3 no teste de invariância.....	357
Gráfico 228– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG03/E3.	357
Gráfico 229- Evolução do FDR na 1ª Posição - UG03/E3	358
Gráfico 230 – λx obtido pela UG04/E3 no teste de invariância.....	359
Gráfico 231 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG04/E3	359
Gráfico 232 - Evolução do FDR na 1ª Posição - UG04/E3	360
Gráfico 233– λx obtido pela UG05/E3 no teste de invariância.....	361
Gráfico 234 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG05/E3.....	361
Gráfico 235 - Evolução do FDR na 1ª Posição - UG05/E3	362
Gráfico 236– λx obtido pela UG06/E3 no teste de invariância.....	363
Gráfico 237– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG06/E3.	363
Gráfico 238- Evolução do FDR na 1ª Posição - UG06/E3	364
Gráfico 239– λx obtido pela UG07/E3 no teste de invariância.....	365
Gráfico 240– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG07/E3.	365
Gráfico 241 - Evolução do FDR na 1ª Posição - UG07/E3	366
Gráfico 242– λx obtido pela UG08/E3 no teste de invariância.....	367
Gráfico 243 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG08/E3.....	367
Gráfico 244- Evolução do FDR na 1ª Posição - UG08/E3	368
Gráfico 245– λx obtido pela UG09/E3 no teste de invariância.....	369
Gráfico 246 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG09/E3.....	369

Gráfico 247 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição - UG09/E3	370
Gráfico 248- λx obtido pela UG10/E3 no teste de invariância.....	371
Gráfico 249 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG10/E3.....	371
Gráfico 250 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG10/E3	372
Gráfico 251 - λx obtido pela UG11/E3 no teste de invariância.	373
Gráfico 252 – Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG11/E3.....	373
Gráfico 253 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG11/E3	374
Gráfico 254 - λx obtido pela UG12/E3 no teste de invariância.	375
Gráfico 255 – Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG12/E3.....	375
Gráfico 256- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG12/E3	376
Gráfico 257 – λx obtido pela UG13/E3 no teste de invariância.....	377
Gráfico 258 – Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG13/E3.....	377
Gráfico 259 - Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG13/E3	378
Gráfico 260 - λx obtido pela UG14/E3 no teste de invariância.	379
Gráfico 261 – Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG14/E3.....	379
Gráfico 262- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG14/E3	380
Gráfico 263 - λx obtido pela UG15/E3 no teste de invariância.	381
Gráfico 264 – Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG15/E3.....	381
Gráfico 265- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG15/E3	382
Gráfico 266 - λx obtido pela UG16/E3 no teste de invariância.	383

Gráfico 267– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG16/E3.	383
Gráfico 268- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG16/E3	384
Gráfico 269– λx obtido pela UG17/E3 no teste de invariância.....	385
Gráfico 270– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG17/E3.	385
Gráfico 271- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG17/E3	386
Gráfico 272– λx obtido pela UG18/E3 no teste de invariância.....	387
Gráfico 273– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG18/E3.	387
Gráfico 274- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG18/E3	388
Gráfico 275 - λx obtido pela UG19/E3 no teste de invariância.	389
Gráfico 276– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG19/E3.	389
Gráfico 277- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG19/E3	390
Gráfico 278– λx obtido pela UG20/E3 no teste de invariância.....	391
Gráfico 279– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG20/E3.	391
Gráfico 280- Evolução do <i>FDR</i> na 1ª Posição – UG20/E3	392

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Exemplo de identificação dos dígitos para as três primeiras posições.	62
Figura 2 - Abordagem de Pesquisa Quali X Quanti X Quali.	130
Figura 3 - Gráficos das frequências observadas dos dígitos 1, 2 e 3 para as 60 UG's analisadas	146
Figura 4 - Gráficos das frequências observadas dos dígitos 4, 5 e 6 para a 60 UG's analisadas	146
Figura 5 - Gráficos das frequências observadas dos dígitos 7, 8 e 9 para a 60 UG's analisadas	146

ABREVIATURAS

AAC	Ambiente de Auditoria Contínua
AC	Auditoria Contínua
AFD	Análise da Frequência Digital
AICPA	<i>American Institute of Certified Public Accountants</i>
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CE/89	Constituição do Estado de Pernambuco de 1989
CF/88	Constituição Federal Brasileira de 1988
CFC	Conselho Federal de Contabilidade
CPA's	Contadores Públicos Certificados
DA	Desvio Absoluto
DAX	<i>Deutscher Aktien Index</i>
DA/2	Semidesvio Absoluto
DF	Fator de Distorção
DO	Distribuição Original
DR	Distribuição Resultante
EFS	Entidades Fiscalizadoras Superiores
FDR	Fator de Detecção de Ruídos
IFA	<i>International Federation of Accountants</i>
INTOSAI	Organização Internacional de Entidades de Fiscalização Superiores
ISS	Imposto Sobre Serviços
JSE	<i>Johannesburg Stock Exchange</i>
MAD	<i>Mean Absolute Deviation</i>
ME	Média Esperada
MO	Média Observada
NB-Lei	Lei de Newcomb-Benford
NC	Não Conformes
NIA	Norma Internacional de Auditoria
NIPAD	Núcleo Interinstitucional de Pesquisa em Auditoria Digital
ONU	Organização das Nações Unidas

OLACEFS Organização Latino Americana e do Caribe de Entidades Fiscalizadoras
Superiores

P.A.	Progressão Aritmética
P.G.	Progressão Geométrica
PDS	Primeiro Dígito Significativo
pe	Proporção Probabilística Esperada
PE	Frequência Esperada
po	Proporção Probabilística Observada
PO	Frequência Observada
RSF	<i>Relative size factor</i>
SAS	<i>Statement of Auditing Standards</i>
SOX	<i>Lei Sarbanes-Oxley</i>
TCU	Tribunal de Contas da União
TADE	Testes de Análise Digital e Estatística
TI	Tecnologia da Informação
UE	União Europeia
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
USP	Universidade de São Paulo
UG's	Unidades Gestoras
VBA	<i>Visual Basic for Applications</i>
χ^2	Quiquadrado
Δ_{pe}	Discrepância Relativa (probabilidade esperada)
Δ_{po}	Discrepância Relativa (probabilidade observada)
Λ_x	Teste de Invariância Escalar

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	42
1.1	Caracterização do Problema	45
1.2	Objetivos.....	46
1.2.1	Objetivo Geral	46
1.2.2	Objetivos Específicos	46
1.3	Justificativa	47
1.4	Delimitação do Estudo.....	48
1.5	Estrutura da Pesquisa	49
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	51
2.1	Teoria do Agenciamento.....	51
2.2	Auditoria	52
2.2.1	Amostragem na auditoria.....	54
2.2.2	Ambiente de Auditoria Contínua.....	56
2.3	Contabilometria	58
2.4	Lei de Newcomb-Benford	59
2.4.1	Análise Dedutiva para a Ocorrência do Fenômeno	60
2.4.2	Probabilidades na Lei de Newcomb-Benford.....	61
2.4.2.1	Proporções na Lei para uma posição independente	63
2.4.2.2	Proporção na Lei para as primeiras posições conjuntas	65
2.4.2.3	Generalização para o cálculo das proporções incondicionais na Lei	67
2.4.2.4	Proporções condicionadas para os dígitos e posições na Lei	68
2.5	Controle Externo e Tribunais de Contas.....	71
3	ESTADO DA ARTE DA NB-LEI	75
3.1	Estado da arte da aplicação da NB-Lei à auditoria contábil.....	76
3.2	Síntese cronológica das publicações.....	79
3.2.1	Década de 1981 a 1990.....	80
3.2.2	Década de 1991 a 2000	81

3.2.3	Década de 2001 a 2010	83
3.2.4	Ano de 2011	89
4	ANÁLISE DOS MÉTODOS CONTABILOMÉTRICOS	91
4.1	Métodos utilizados pelos autores	91
4.2	Propriedades relacionadas aos testes	92
4.2.1	Testes de proporção para a ocorrência dos dígitos	93
4.2.2	Teste da média específica de uma distribuição que atenda às propriedades da NB-Lei 97	
4.2.3	Teste de invariância para uma distribuição NB-Lei	101
4.3	Discussão dos testes de conformidade aplicados neste trabalho	102
4.3.1	Z-Teste	103
4.3.2	O Teste Quiquadrado - χ^2	109
4.3.3	Discrepância Relativa - Δ_{pe}	111
4.3.4	Desvio Absoluto (DA)	112
4.3.5	Fator de Distorção (DF)	114
4.4	Fundamentação da Proposta Metodológica	115
4.5	Testes Propostos	121
4.5.1	Teste de Invariância Escalar (Δx -Teste)	121
4.5.2	Semidesvio Absoluto ($DA/2$)	124
4.5.3	Discrepância Relativa (Δ_{po})	126
4.5.4	Fator de Detecção de Ruído (FDR)	127
5	METODOLOGIA.....	129
5.1	Caracterização da Pesquisa.....	129
5.2	Método Científico e Objetivo do Estudo	131
5.3	Etapas da Pesquisa	131
5.3.1	Etapa 1 – Revisão Bibliográfica e Análise Metodológica	131
5.3.2	Etapa 2 – Coleta e Tratamento dos Dados da Despesa.....	133
5.3.3	Etapas 3 e 4 – Desenvolvimento e Aplicação do Modelo	134
6	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	140

6.1	Análises de conformidade com a NB-Lei mais utilizadas pelos autores.....	140
6.1.1	Análise dos resultados do Z-Teste e χ^2 -Teste aplicados aos dígitos 1 a 9 da 1ª Posição para as 60 UG's individualmente consideradas.....	140
6.1.2	Resultados obtidos com a aplicação do fator de distorção para as 60 UG's individualmente consideradas	143
6.2	Análises de conformidade com a NB-lei propostas no presente trabalho	145
6.2.1	Análise do Z-Teste pelo intervalo de confiança para as proporções observadas.....	145
6.2.2	Distribuição das ocorrências dos dígitos 1 a 9 da 1ª posição por ordem de grandeza – Dados agrupados das 60 UG's	147
6.2.3	Análise dos resultados com a aplicação do modelo contabilométrico proposto	151
6.2.3.1	Unidade Gestora 01 do Estado E1 (UG01 – E1)	156
6.2.3.2	Unidade Gestora 08 do Estado E1 (UG08 – E1)	157
6.2.3.3	Unidade Gestora 13 do Estado E1 (UG13 – E1)	159
6.2.3.4	Unidade Gestora 19 do Estado E1 (UG19 – E1)	161
6.2.3.5	Unidade Gestora 08 do Estado E2 (UG08 – E2)	163
6.2.3.6	Unidade Gestora 12 do Estado E2 (UG12 – E2)	165
6.2.3.7	Unidade Gestora 16 do Estado E2 (UG16 – E2)	167
6.2.3.8	Unidade Gestora 15 do Estado E2 (UG15 – E2)	169
6.2.4	Análise das hipóteses levantadas para os testes λx , $DA/2$ e FDR em relação à despesa empenhada das 60 UG's individualmente consideradas	171
6.3	Análise comparativa dos resultados.....	176
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÃO	181
	REFERÊNCIAS	189
	APÊNDICES	201
	APÊNDICE A – Probabilidade conjunta em relação a posição anterior	202
	APÊNDICE B - Exemplos dos conjuntos de dados fictícios $D1$, $D2$ e $D3$.....	205
	APÊNDICE C – Exemplo de invariância para uma distribuição com 50 elementos	212
	APÊNDICE D – Exemplos comparativos da aplicação do FDR e $DA/2$	215

APÊNDICE E – Gráficos com dados das UG's e desempenhos obtidos nos testes aplicados 220

Apêndice E-1. Quantidade dos empenhos com saldos não nulos por UG	220
Apêndice E-2. Resultados com o Z-Teste do dígito 1 da 1ª posição por UG	221
Apêndice E-3. Resultados com o Z-Teste do dígito 2 da 1ª posição por UG	222
Apêndice E-4. Resultados com o Z-Teste do dígito 3 da 1ª posição por UG	223
Apêndice E-5. Resultados com o Z-Teste do dígito 4 da 1ª posição por UG	224
Apêndice E-6. Resultados com o Z-Teste do dígito 5 da 1ª posição por UG	225
Apêndice E-7. Resultados com o Z-Teste do dígito 6 da 1ª posição por UG	226
Apêndice E-8. Resultados com o Z-Teste do dígito 7 da 1ª posição por UG	227
Apêndice E-9. Resultados com o Z-Teste do dígito 8 da 1ª posição por UG	228
Apêndice E-10. Resultados com o Z-Teste do dígito 9 da 1ª posição por UG	229
Apêndice E-11. Resultados com o χ^2 -Teste aplicado à 1ª posição por UG.....	230
Apêndice E-12. Resultados com o χ^2 -Teste aplicado à 2ª posição por UG	231
Apêndice E-13. Resultados com o χ^2 -Teste aplicado à 3ª posição por UG.....	232
Apêndice E-14. Resultados com o χ^2 -Teste aplicado à 4ª posição por UG	233
Apêndice E-15. Resultados com o χ^2 -Teste aplicado à 5ª posição por UG.....	234
Apêndice E-16. Resultados com o χ^2 -Teste aplicado à 6ª posição por UG	235
Apêndice E-17. Resultados com o χ^2 -Teste aplicado à 7ª posição por UG.....	236
Apêndice E-18. Resultados com o χ^2 -Teste aplicado à 8ª posição por UG	237
Apêndice E-19. Resultados com o χ^2 -Teste médio da 1ª a 8ª posição por UG	238
Apêndice E-20. Resultados com o Δ_{pe} para o dígito 1 da 1ª posição por UG.....	239
Apêndice E-21. Resultados com o Δ_{pe} para o dígito 2 da 1ª posição por UG.....	240
Apêndice E-22. Resultados com o Δ_{pe} para o dígito 3 da 1ª posição por UG.....	241
Apêndice E-23. Resultados com o Δ_{pe} para o dígito 4 da 1ª posição por UG.....	242
Apêndice E-24. Resultados com o Δ_{pe} para o dígito 5 da 1ª posição por UG.....	243
Apêndice E-25. Resultados com o Δ_{pe} para o dígito 6 da 1ª posição por UG.....	244
Apêndice E-26. Resultados com o Δ_{pe} para o dígito 7 da 1ª posição por UG.....	245
Apêndice E-27. Resultados com o Δ_{pe} para o dígito 8 da 1ª posição por UG.....	246
Apêndice E-28. Resultados com o Δ_{pe} para o dígito 9 da 1ª posição por UG.....	247
Apêndice E-29. Resultados com o Desvio Absoluto - DA por UG	248
Apêndice E-30. Resultados com o MAD por UG	249

Apêndice E-31. Resultados com o Fator de Distorção - DF por UG	250
Apêndice E-32. Resultados com o Δx -Teste por UG.....	251
Apêndice E-33. Resultados com o $DA/2$ aplicado à 1ª posição por UG.....	252
Apêndice E-34. Resultados com o $DA/2$ aplicado à 2ª posição por UG.....	253
Apêndice E-35. Resultados com o $DA/2$ aplicado à 3ª posição por UG.....	254
Apêndice E-36. Resultados com o $DA/2$ aplicado à 4ª posição por UG.....	255
Apêndice E-37. Resultados com o $DA/2$ aplicado à 5ª posição por UG.....	256
Apêndice E-38. Resultados com o $DA/2$ aplicado à 6ª posição por UG.....	257
Apêndice E-39. Resultados com o $DA/2$ aplicado à 7ª posição por UG.....	258
Apêndice E-40. Resultados com o $DA/2$ aplicado à 8ª posição por UG.....	259
Apêndice E-41. Resultados com o $DA/2$ médio da 1ª à 8ª posição por UG.....	260
Apêndice E-42. Resultados com o Δ_{po} para o dígito 1 da 1ª posição por UG.....	261
Apêndice E-43. Resultados com o Δ_{po} para o dígito 2 da 1ª posição por UG.....	262
Apêndice E-44. Resultados com o Δ_{po} para o dígito 3 da 1ª posição por UG.....	263
Apêndice E-45. Resultados com o Δ_{po} para o dígito 4 da 1ª posição por UG.....	264
Apêndice E-46. Resultados com o Δ_{po} para o dígito 5 da 1ª posição por UG.....	265
Apêndice E-47. Resultados com o Δ_{po} para o dígito 6 da 1ª posição por UG.....	266
Apêndice E-48. Resultados com o Δ_{po} para o dígito 7 da 1ª posição por UG.....	267
Apêndice E-49. Resultados com o Δ_{po} para o dígito 8 da 1ª posição por UG.....	268
Apêndice E-50. Resultados com o Δ_{po} para o dígito 9 da 1ª posição por UG.....	269
Apêndice E-51. Resultados com o FDR médio anual para a 1ª posição por UG.....	270
Apêndice E-52. Resultados com o FDR máximo anual para a 1ª posição por UG	271
Apêndice E-53. Resultados com o FDR final anual para a 1ª posição por UG	272

APÊNDICE F – Análise dos resultados obtidos com a aplicação dos testes propostos. 273

Apêndice F-1. Unidade Gestora 01 do Estado E1 (UG01 – E1).....	273
Apêndice F-2. Unidade Gestora 02 do Estado E1 (UG02 – E1).....	274
Apêndice F-3. Unidade Gestora 03 do Estado E1 (UG03 – E1).....	276
Apêndice F-4. Unidade Gestora 04 do Estado E1 (UG04 – E1).....	278
Apêndice F-5. Unidade Gestora 05 do Estado E1 (UG05 – E1).....	280
Apêndice F-6. Unidade Gestora 06 do Estado E1 (UG06 – E1).....	282
Apêndice F-7. Unidade Gestora 07 do Estado E1 (UG07 – E1).....	284

Apêndice F-8. Unidade Gestora 08 do Estado E1 (UG08 – E1).....	286
Apêndice F-9. Unidade Gestora 09 do Estado E1 (UG09 – E1).....	288
Apêndice F-10. Unidade Gestora 10 do Estado E1 (UG10 – E1)	290
Apêndice F-11. Unidade Gestora 11 do Estado E1 (UG11 – E1)	292
Apêndice F-12. Unidade Gestora 12 do Estado E1 (UG12 – E1)	294
Apêndice F-13. Unidade Gestora 13 do Estado E1 (UG13 – E1)	296
Apêndice F-14. Unidade Gestora 14 do Estado E1 (UG14 – E1)	298
Apêndice F-15. Unidade Gestora 15 do Estado E1 (UG15 – E1)	300
Apêndice F-16. Unidade Gestora 16 do Estado E1 (UG16 – E1)	302
Apêndice F-17. Unidade Gestora 17 do Estado E1 (UG17 – E1)	304
Apêndice F-18. Unidade Gestora 18 do Estado E1 (UG18 – E1)	306
Apêndice F-19. Unidade Gestora 19 do Estado E1 (UG19 – E1)	308
Apêndice F-20. Unidade Gestora 20 do Estado E1 (UG20 – E1)	310
Apêndice F-21. Unidade Gestora 01 do Estado E2 (UG01 – E2)	312
Apêndice F-22. Unidade Gestora 02 do Estado E2 (UG02 – E2)	314
Apêndice F-23. Unidade Gestora 03 do Estado E2 (UG03 – E2)	316
Apêndice F-24. Unidade Gestora 04 do Estado E2 (UG04 – E2)	318
Apêndice F-25. Unidade Gestora 05 do Estado E2 (UG05 – E2)	320
Apêndice F-26. Unidade Gestora 06 do Estado E2 (UG06 – E2)	322
Apêndice F-27. Unidade Gestora 07 do Estado E2 (UG07 – E2)	324
Apêndice F-28. Unidade Gestora 08 do Estado E2 (UG08 – E2)	326
Apêndice F-29. Unidade Gestora 09 do Estado E2 (UG09 – E2)	328
Apêndice F-30. Unidade Gestora 10 do Estado E2 (UG10 – E2)	330
Apêndice F-31. Unidade Gestora 11 do Estado E2 (UG11 – E2)	332
Apêndice F-32. Unidade Gestora 12 do Estado E2 (UG12 – E2)	334
Apêndice F-33. Unidade Gestora 13 do Estado E2 (UG13 – E2)	336
Apêndice F-34. Unidade Gestora 14 do Estado E2 (UG14 – E2)	338
Apêndice F-35. Unidade Gestora 15 do Estado E2 (UG15 – E2)	340
Apêndice F-36. Unidade Gestora 16 do Estado E2 (UG16 – E2)	342
Apêndice F-37. Unidade Gestora 17 do Estado E2 (UG17 – E2)	344
Apêndice F-38. Unidade Gestora 18 do Estado E2 (UG18 – E2)	346
Apêndice F-39. Unidade Gestora 19 do Estado E2 (UG19 – E2)	348

Apêndice F-40. Unidade Gestora 20 do Estado E2 (UG20 – E2)	350
Apêndice F-41. Unidade Gestora 01 do Estado E3 (UG01 – E3)	352
Apêndice F-42. Unidade Gestora 02 do Estado E3 (UG02 – E3)	354
Apêndice F-43. Unidade Gestora 03 do Estado E3 (UG03 – E3)	356
Apêndice F-44. Unidade Gestora 04 do Estado E3 (UG04 – E3)	358
Apêndice F-45. Unidade Gestora 05 do Estado E3 (UG05 – E3)	360
Apêndice F-46. Unidade Gestora 06 do Estado E3 (UG06 – E3)	362
Apêndice F-47. Unidade Gestora 07 do Estado E3 (UG07 – E3)	364
Apêndice F-48. Unidade Gestora 08 do Estado E3 (UG08 – E3)	366
Apêndice F-49. Unidade Gestora 09 do Estado E3 (UG09 – E3)	368
Apêndice F-50. Unidade Gestora 10 do Estado E3 (UG10 – E3)	370
Apêndice F-51. Unidade Gestora 11 do Estado E3 (UG11 – E3)	372
Apêndice F-52. Unidade Gestora 12 do Estado E3 (UG12 – E3)	374
Apêndice F-53. Unidade Gestora 13 do Estado E3 (UG13 – E3)	376
Apêndice F-54. Unidade Gestora 14 do Estado E3 (UG14 – E3)	378
Apêndice F-55. Unidade Gestora 15 do Estado E3 (UG15 – E3)	380
Apêndice F-56. Unidade Gestora 16 do Estado E3 (UG16 – E3)	382
Apêndice F-57. Unidade Gestora 17 do Estado E3 (UG17 – E3)	384
Apêndice F-58. Unidade Gestora 18 do Estado E3 (UG18 – E3)	386
Apêndice F-59. Unidade Gestora 19 do Estado E3 (UG19 – E3)	388
Apêndice F-60. Unidade Gestora 20 do Estado E3 (UG20 – E3)	390
APÊNDICE G – Publicações sobre a aplicação da NB-Lei à auditoria contábil.....	393
APÊNDICE H – Demais referências da NB-Lei no período de 1881 a 2011.....	404

1 INTRODUÇÃO

Qual a chance de alguém acertar o lado que cairá voltado para cima, cara ou coroa, no lançamento de uma moeda em evento único? E ao lançar um dado qual a chance de acertar o seu número? Pressupondo-se que tanto a moeda como o dado sejam honestos, isentos de vícios que interfiram na ocorrência do seu resultado, as chances seriam equiprováveis, respectivamente $1/2$ e $1/6$. Detendo-se um pouco mais no campo da teoria das probabilidades, questiona-se o leitor sobre outro experimento aleatório. Supondo um saco com nove bolinhas numeradas de um a nove, qual a chance de se retirar do saco a bolinha com o número nove num evento com reposição? Mais uma vez os resultados seriam equiprováveis, indicando probabilidades de ocorrência iguais para cada número, ou seja, $1/9$. Esta linha de raciocínio lógico, corretamente aplicada à predição de eventos aleatórios como os supracitados, nos levaria a concluir intuitivamente que as probabilidades dos algarismos 1 a 9 ocorrerem como dígitos significativos na primeira posição à esquerda de um número, o zero à esquerda é não significativo, também seriam equiprováveis quando de fato não são.

Constatações inicialmente empíricas, comprovadas cientificamente com o tempo, evidenciam que os menores dígitos ocorrem com uma maior frequência na primeira posição dos números quando comparados aos maiores dígitos, ou seja, suas probabilidades de ocorrência apresentam decréscimos sucessivos do dígito 1 para o dígito 9.

Esta anomalia das probabilidades, neste trabalho intitulada Lei de Newcomb-Benford, foi descoberta e documentada pelo astrônomo e matemático Simon Newcomb (1835-1909), vindo a ser posteriormente ratificada pelo físico Frank Benford (1883-1948), e teve origem em evidências de um maior ou menor uso das páginas relativas a tábuas de logaritmos (NEWCOMB, 1881; BENFORD, 1938). Ainda que este fenômeno não tenha gerado maiores repercussões à época de sua descoberta, o número de pesquisas a ele relacionadas tem crescido em proporções exponenciais, sendo constatado neste trabalho que existem pelo menos 721 publicações realizadas no período de 1881 a 2011 com aplicações em diversas áreas, como: economia, política, biométrica, saúde, administração, matemática, estatística e contabilidade.

Sua aplicação à área contábil, retratada em 145 publicações identificadas no período de 1988 a 2011, está associada à avaliação de conformidade dos dados contábeis em relação à distribuição-padrão definida na Lei de Newcomb-Benford, numa contribuição direta à

auditoria contábil, mais especificamente na detecção de desvios padrões e formação da amostra a ser auditada.

A análise de conformidade em dados financeiros à luz da Lei de Newcomb-Benford (NB-Lei) tem sido objeto de pesquisa e aplicação na área da auditoria contábil desde Carslaw (1988), com a publicação do artigo “*Anomolies in Income Numbers: Evidence of Goal Oriented Behavior*”. Desde então, autores como Busta e Sundheim (1992b), Nigrini (1992), Christian e Gupta (1993), Dumas e Devine (2000), Lanza (2000), Bhattacharya (2002), Santos, Diniz e Ribeiro Filho (2003), Posch (2004), Moore e Benjamin (2004), Santos, Diniz e Corrar (2005), dentre outros, aplicaram análises de conformidade aos dados contábeis com o propósito de detectar desvios no padrão do comportamento esperado, associando-se tais desvios à formação de trilhas de auditorias, ou seja, evidências a serem analisadas com o propósito de fundamentar a opinião do auditor sobre alguma característica do item analisado.

Em um destes exemplos de análise de conformidade com a NB-Lei, Rauch, Brähler e Götttsche (2011) investigaram a existência de desvios nos dados macroeconômicos relevantes para a formação dos déficits reportados ao Gabinete de Estatísticas da União Europeia - *Eurostat* pelos Estados membros da UE. Os autores concluíram que os dados reportados pela Grécia apresentaram o maior desvio de conformidade dentre todos os Estados europeus.

Os escândalos de corrupção no cenário internacional, com destaque para a multa de 201 milhões de euros imputada pelo Tribunal de Munique ao grupo Siemens, em outubro de 2007, pela existência de um “caixa dois” e pela prática de suborno, ratificam a necessidade de controles eficazes, demandando-se dinamismo em sua atuação e atualização (GANTOIS, 2007).

A convenção da Organização das Nações Unidas (ONU) contra a corrupção, realizada na cidade mexicana de Mérida em 2003, é um claro exemplo da importância do tema corrupção. A Organização Latino Americana e do Caribe de Entidades Fiscalizadoras Superiores (OLACEFS), por ocasião da sua XV Assembléia Geral realizada em 2005, já alertava às Entidades Fiscalizadoras Superiores (EFS) acerca da necessidade de instituir unidades específicas com pessoal especializado em auditoria de fraude. A Organização Internacional de Entidades de Fiscalização Superiores (INTOSAI), também reconheceu a relevância do tema para as EFS, definindo o combate à corrupção como uma das seis metas do plano estratégico da Organização elaborado para o período de 2011 a 2016.

Interagindo com este processo de conscientização da ética global, o direito positivo tem incorporado cada vez mais os conceitos da transparência (*disclosure*), prestação de contas (*accountability*) e cumprimento das leis (*compliance*). Tome-se como exemplo no cenário nacional, a aprovação da Lei Complementar nº 131/2009 que regulamentou aspectos da transparência, obrigando os entes federados a prestar informações pormenorizadas e em tempo real sobre sua respectiva execução orçamentária e financeira (BRASIL, 2009). No plano internacional, a promulgação da Lei *Sarbanes-Oxley* (SOX) em 2002, objetivando recuperar a credibilidade dos investidores após a ocorrência de escândalos financeiros, modelou um novo ambiente de governança corporativa no sentido de evitar a ocorrência de novas fraudes.

Numa contribuição direta ao cenário anteriormente delineado, a Tecnologia da Informação (TI) tem promovido mudanças nas práticas comerciais bem como no processo de elaboração, registro e armazenamento de suas transações, as quais passaram a ser geradas integralmente no formato eletrônico, dispensando o uso do papel para tal. Como consequência, os sistemas de informações contábeis passaram a dispor de um significativo volume de dados financeiros em tempo real, viabilizando, desta forma, a realização de auditorias contínuas que se processam em meio digital.

Tais auditorias, embora compartilhem com as auditorias documentais o propósito de validar sistematicamente as transações retratadas nas demonstrações contábeis da entidade, dependem da existência de dados armazenados em formato eletrônico e de sistemas informatizados de controle para a sua realização. Este cenário tem favorecido a realização de análises mais complexas e detalhadas, mediante o uso de rotinas informatizadas de detecção de desvios e padrões em grande volume de dados.

Ante o exposto, realizou-se neste trabalho uma análise dos métodos aplicados pela auditoria contábil à verificação de conformidade e detecção de desvios nos dados contábeis em relação ao comportamento padrão definido pela Lei de Newcomb-Benford, apresentando-se, ao final, a propositura de um modelo para o monitoramento da evolução dos desvios no tempo, a ser implantado num ambiente de auditoria contínua com processamento de dados digitais.

Vislumbra-se com esta pesquisa fomentar as discussões acerca da utilização de modelos contabilométricos aplicados à análise e detecção de desvios padrões no comportamento dos dados contábeis, bem como contribuir com a propositura de uma metodologia fundamentada na Lei de Newcomb-Benford que priorize a detecção dos desvios

no tempo e a obtenção de resultados práticos que sirvam de subsídio ao planejamento e execução de auditorias, mais precisamente na formação da amostra a ser auditada no que se refere aos desvios dos padrões.

1.1 Caracterização do Problema

Para Attie (2010, p. 284) o planejamento consiste na “metodologia a ser utilizada na execução de um serviço, a qual requer a definição de objetivos, métodos, planos e programas a serem aplicados na perspectiva de se atingir as metas estabelecidas”. Dentre os fatores relevantes a serem observados na elaboração de um plano de auditoria, encontram-se as experiências advindas de trabalhos anteriores e os resultados obtidos com os levantamentos iniciais (SÁ, 2002, p. 131).

Arelados ao planejamento da auditoria estão a delimitação do seu escopo, os métodos a serem aplicados e o prazo para sua execução, otimizando-se os resultados quando é aplicado o método de maior eficácia ao conjunto de dados mais amplo no menor prazo de execução, respeitada a diretriz quanto ao seu custo.

Neste contexto, onde se busca uma maior amplitude e velocidade das análises, uma importante contribuição vem sendo dada pela tecnologia da informação, visto que ela tem viabilizado o processamento eletrônico de grandes volumes de dados. Este processo evolutivo tem imprimido um ritmo acelerado de mudanças nas técnicas e processos de diversas áreas do conhecimento, com destaque para o campo da contabilidade.

Em decorrência do uso de computadores e sistemas contábeis que integram registros e controles orçamentários, financeiros e patrimoniais, a contabilidade tem armazenado um volume crescente de informações em banco de dados informatizados. A estruturação da informação em bancos de dados eletrônicos trouxe significativa contribuição à análise, tanto pela possibilidade de organização e correlacionamento, como pela celeridade resultante do processamento informatizado destes dados, (COSTA; SANTOS; TRAVASSOS, 2011, p. 2).

Entretanto, a aplicação de análises automatizadas fundamentadas em métodos quantitativos desprovida de uma avaliação qualitativa por parte do usuário do método demonstra-se insuficiente (IUDÍCIBUS, 1982). Isto posto, a despeito de contribuições advindas da implantação de rotinas automatizadas de detecção de desvios padrões, o ciclo de identificação de uma irregularidade não estará concluído sem o convencimento do analista.

Ante o exposto, ressalta-se mais uma vez a importância da formação da amostra a ser auditada a partir dos resultados obtidos com os levantamentos iniciais, visto que o propósito final de um teste automatizado de auditoria é indicar ao analista numa escala de prioridades os elementos sugeridos à formação da sua amostra de análise.

Neste cenário de cobrança popular por uma maior eficácia dos órgãos fiscalizadores, conjugado ao novo leque de possibilidades decorrentes da realização de inferências tempestivas em grandes populações ou amostras, emerge o problema proposto para a presente pesquisa: Que proposta de modelo contabilométrico para a análise de conformidade da despesa, aplicada à auditoria contábil dos Tribunais de Contas, emerge da análise metodológica da Lei de Newcomb-Benford?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Em atenção à problemática anteriormente proposta, tem-se o seguinte objetivo geral desta investigação científica: Desenvolver uma proposta de modelo contabilométrico para a análise de conformidade da despesa com aplicação da Lei de Newcomb-Benford à auditoria contábil dos Tribunais de Contas.

1.2.2 Objetivos Específicos

A busca pela consecução do objetivo geral desta pesquisa dependerá ainda do atendimento dos seguintes objetivos específicos:

Levantar o estado da arte relacionado à aplicação da Lei de Newcomb-Benford sob o enfoque da auditoria contábil;

Avaliar os principais métodos contabilométricos aplicados pelos autores na determinação da conformidade de uma distribuição com a NB-Lei;

Estabelecer os pressupostos teóricos e propor testes para o desenvolvimento de um modelo contabilométrico, fundamentado na Lei de Newcomb-Benford, para a análise de conformidade da despesa aplicada à auditoria contábil dos Tribunais de Contas;

Criar uma rotina automatizada para as metodologias propostas, mediante a realização de cálculos, visualização dos desvios no tempo e análise comparativa dos resultados;

Analisar as despesas empenhadas por 60 unidades gestoras de três estados, utilizando-se da rotina proposta com foco na auditoria dos Tribunais de Contas.

1.3 Justificativa

Albrecht, Albrecht e Dunn (2000) argumentam que uma das formas mais eficazes para detecção de fraudes é usar a abordagem da "bandeira vermelha", a qual consiste na identificação e acompanhamento de determinadas situações para verificar se elas representam fraudes ou são resultantes de outros fatores. A abordagem deste método requer a observância de cinco etapas:

Estudo das transações e fraudes potenciais inerentes ao negócio;

Identificar quais "bandeiras vermelhas" as fraudes potenciais gerariam;

Criar bancos de dados e consultas específicas para cada "bandeira vermelha";

Utilizar técnicas de mineração de dados e programas especialistas para analisar as "bandeiras vermelhas";

Monitoramento das "bandeiras vermelhas" para determinar se são indicativos de fraudes ou resultados de outros fatores não fraudulentos.

A realização de transações em forma eletrônica tem possibilitado o desenvolvimento de controles concomitantes, sendo estes executados em um ambiente de auditoria contínua - AAC. O controle concomitante caracteriza-se pela sua presteza e maior eficácia, visto que é exercido no decorrer ou pouco tempo após a ocorrência dos eventos ao qual se propõe controlar. A proximidade de sua atuação lhe confere não só uma maior chance de sucesso, como a possibilidade de sustação dos efeitos de um ato irregular porventura detectado, (COSTA; SANTOS; TRAVASSOS, 2011, p. 2).

É consensual que o binômio avaliação dos controles e análise amostral dos testes de transações tem sido a base da auditoria privada, cuja metodologia é mundialmente aceita e aplicada. Neste cenário hodierno, no qual se expandem as limitações de tempo e volume no processamento das informações, abre-se um novo leque de possibilidades decorrentes da realização de inferências tempestivas em amostras e populações.

A utilização de Métodos Quantitativos aplicados à auditoria do setor público disponibilizará aos órgãos de controle externo, possivelmente mediante a elaboração de métodos e técnicas científicas interdisciplinares, propostas capazes de subsidiar as equipes de auditoria na seleção dos dados que integrarão a sua amostra de análise, sugerindo ainda pontos relevantes a serem auditados, numa contribuição direta ao planejamento de suas auditorias.

Para tanto, requer-se o fomento e desenvolvimento de novas metodologias voltadas à aplicação de testes automatizados de detecção de desvios e indícios de irregularidades num ambiente de auditoria digital e controle concomitante. Demonstra-se neste trabalho que a análise de conformidade dos dados contábeis no tempo, observada em relação à distribuição dos dígitos prevista pela NB-Lei, pode ser aplicada à luz desta abordagem.

Isto posto, conclui-se a justificativa para a escolha do problema desta pesquisa sintetizando os seus principais argumentos, a saber: necessidade de um monitoramento nos dados contábeis, tendo em vista a detecção de desvios padrões para determinar se são indicativos de irregularidades; importância da implementação de controles concomitantes num ambiente de auditoria digital; subsidiar as equipes de auditoria na seleção dos dados que integrarão a sua amostra de análise e o desenvolvimento de metodologias inovadoras fundamentadas na Lei de Newcomb-Benford, numa contribuição à celeridade e aperfeiçoamento das ações fiscalizadoras dos órgãos de controle interno e externo.

1.4 Delimitação do Estudo

Esta pesquisa propõe um modelo de monitoramento para a evolução dos desvios de conformidade no tempo, observando o comportamento dos dados contábeis em relação à distribuição padrão dos dígitos definida pela Lei de Newcomb-Benford.

Na primeira etapa da pesquisa, realizada no período de outubro de 2010 a abril de 2012, foram identificadas 721 publicações nacionais e internacionais relacionadas ao tema Lei de Newcomb-Benford, limitadas ao período de 1881 a 2011. Partindo-se deste conjunto de artigos e referências, delimitou-se uma amostra formada por 145 publicações de interesse para o levantamento do estado da arte em relação a aplicação da NB-Lei à auditoria contábil, complementando-se esta análise com a elaboração de uma síntese cronológica composta pelo detalhamento resumido de 52 destas publicações. Esta segunda amostra foi formada por

critério de acessibilidade ao seu conteúdo, selecionando-se aquelas com idioma em português, inglês ou outro, cuja tradução tornou-se possível. Na segunda etapa foi coletada uma amostra formada por 335.830 empenhos não nulos, emitidos no exercício de 2010 por 60 unidades gestoras, igualmente distribuídas entre três estados, selecionando-se aquelas que possuíam o maior volume de despesas empenhadas para um quantitativo mínimo de 800 empenhos.

Optou-se por não identificar os nomes dos estados e suas respectivas unidades gestoras, em razão das pesquisas terem sido realizadas em apenas três destes entes federativos. Nestas condições, a identificação dos seus nomes, acompanhados dos nomes das suas respectivas unidades gestoras analisadas, poderia ser interpretada como uma injusta penalização destes em relação aos demais estados e unidades gestoras cuja análise não os atingiu.

1.5 Estrutura da Pesquisa

O desenvolvimento desta dissertação foi estruturado observando-se os seguintes aspectos:

Capítulo 1 – apresenta os aspectos introdutórios aos elementos pré-textuais definindo a caracterização do problema, o objetivo geral e os objetivos específicos, a justificativa, bem como a delimitação e estrutura da pesquisa.

Capítulo 2 – define o referencial teórico discorrendo acerca da teoria do agenciamento, auditoria, contabilometria, Lei de Newcomb-Benford e Tribunais de Contas;

Capítulo 3 – apresenta os resultados de uma pesquisa bibliográfica realizada nas publicações relacionadas com a Lei de Newcomb-Benford no período de 1881 a 2011, bem como foi levantado o estado da arte relativo à aplicação da NB-Lei, sob o enfoque da auditoria contábil no período de 1988 a 2011;

Capítulo 4 – faz uma análise dos principais métodos contabilométricos utilizados pelos autores na determinação da conformidade de um conjunto de dados com a NB-Lei. Ao final do capítulo foram estabelecidos os pressupostos teóricos para o modelo contabilométrico proposto, bem como demonstrados os testes a serem aplicados;

Capítulo 5 – apresenta a metodologia da pesquisa;

Capítulo 6 – realiza a análise e discussão dos resultados com a aplicação do Z-Teste, χ^2 e Fator de Distorção (DF), bem como apresenta os resultados obtidos em razão da aplicação do modelo proposto à análise da despesa empenhada por 60 UG's estaduais;

Capítulo 7 – realiza as considerações finais e conclusão da presente pesquisa.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Sendo a formação do arcabouço conceitual o ponto de partida para a compreensão e convencimento acerca do objeto estudado, serão abordados no presente tópico, de forma sucinta, os principais conceitos a serem pesquisados no desenvolvimento do trabalho aqui proposto.

2.1 Teoria do Agenciamento

Deslocando-se na linha do tempo, sem o rigor do estabelecimento de datas precisas, vemos que a estrutura de organização e poder do Estado, como figura resultante da evolução humana em convívio social, tornou-se cada vez mais complexa à medida que buscou atender ao crescente anseio por satisfação dos interesses da coletividade sob sua jurisdição, destacando-se dentre estes a manutenção da ordem e promoção da justiça, (COSTA; et. al, 2011).

Hobbes (1974) justifica a existência desse Poder estatal ao afirmar que a sua ausência visível levaria os homens a um permanente estado individualista de busca ao atendimento de suas necessidades naturais, a despeito inclusive de pactos e acordos por ventura firmados.

Ante o exposto, vê-se que estes pactos e acordos estariam presentes tanto nos relacionamentos dos indivíduos entre si, como entre estes e o Estado, que por sua vez também é representado por indivíduos. Para Nossa, Kassai e Kassai (2000) todo relacionamento, em algum momento, está sujeito a conflitos, visto que cada parte estará propensa a defender seus próprios interesses nessa relação.

Watts e Zimmerman (1986) vão mais além ao expor que os interesses podem tornar-se conflitantes entre indivíduos contratados e a firma contratante. Os interesses estariam alinhados quando os indivíduos buscassem a maximização do lucro em decorrência da busca por uma maximização das suas próprias utilidades perante a firma. O conflito de interesses ocorreria quando os indivíduos buscassem a maximização do seu benefício próprio em detrimento do benefício da firma, ocasionando o conflito entre agências e pondo em risco as metas e objetivos da organização.

Neste contexto, a teoria do agenciamento vem explicar estas relações contratuais que existem entre principal e agentes, visando minimizar o conflito existente entre eles, considerando que ambos serão motivados por seus próprios interesses.

Jensen e Meckling (1976) explicam que o principal deve ser entendido como o empregador original, aquele que detém a posse ou delega alguma atribuição a outrem, por exemplo, os acionistas; enquanto o agente é aquele que irá administrar ou executar o empreendimento sob delegação do proprietário ou do superior hierárquico (principal), por exemplo, os gestores. Objetivando a redução dos custos de conflitos, também chamados custos de agência, é necessário que as partes determinem a validade do contrato para apurar se este foi ou não violado.

A contabilidade contribuirá com o processo de monitoramento destes contratos, mediante a disponibilização de informações que retratem as ações praticadas pelos agentes. Por outro lado, dado que os agentes são atores econômicos racionais, o processo de registro e evidencição das informações contábeis pode torna-se enviesado, vindo a comprometer a fidedignidade da informação em virtude dos seus interesses pessoais estarem à frente dos da organização.

Para Adams (1994), Barr e Chang (1993) os reflexos deste conflito entre agente e principal produzem ainda uma assimetria da informação, visto que os gestores disporiam de mais informações que os proprietários, afetando negativamente a capacidade de monitoramento dos interesses destes.

Em virtude disto, a auditoria desempenharia um papel tanto no monitoramento do cumprimento das leis e contratos (*compliance*), relatando eventuais violações legais ou nos acordos efetuados, como no processo de transparência (*disclosure*) da informação contábil, conferindo uma maior credibilidade às informações contidas nas demonstrações contábeis, servindo como um termômetro gerencial para os vários usuários da informação contábil.

2.2 Auditoria

O termo *auditor* em português, muito embora representado pela origem no latim ‘aquele que ouve, o ouvinte’, na realidade provém da palavra inglesa *to audit* ‘examinar, ajustar, corrigir, certificar’. No *Standard Dictionary*, de Funk & Wagnalls, auditoria é examinar, ajustar e certificar contas. É um exame de um documento contábil e da prova de sua exatidão. Isto posto, o auditor seria aquele que examina contas.

Attie (1998, p.25) considera a auditoria como “uma especialização contábil voltada a testar a eficiência e a eficácia do controle patrimonial implantado com o objetivo de expressar uma opinião sobre determinado dado”. O autor, embora reconheça a auditoria como ramo contábil, ressalta que outras áreas de conhecimento também se utilizam dela com objetivos similares.

Num contexto mais amplo, a auditoria seria a realização de uma avaliação reconhecida oficialmente e sistematizada pelos interessados, com a finalidade de assegurar que o sistema, programa, produto, serviço e processo aplicáveis perfaçam todas as características, critérios e parâmetros exigidos, ou seja, pode-se afirmar que a auditoria é um mecanismo que visa o controle e a fiscalização dos processos e normas, seja de uma empresa, de um setor, público ou privado.

A origem da auditoria remete aos tempos antigos. É certo que já na Roma antiga, membros da classe nobre, os Patrícios, eram escolhidos para realizar a fiscalização e o controle dos ativos financeiros e muitas vezes eram mal vistos, pois uma das suas funções era a cobrança de impostos. A auditoria se desenvolveu de forma mais ampla com o período mercantil da Inglaterra, onde ela passou de uma simples conferência de contas para algo que envolve o seguimento mercantil da coroa e sua aventura no meio industrial (SOUZA, 2007).

O objetivo de uma auditoria é fornecer aos usuários das demonstrações financeiras, com base no parecer do auditor, se as demonstrações financeiras são apresentadas adequadamente em todos os aspectos relevantes, de acordo com a estrutura do relatório financeiro. O parecer de auditoria aumenta o grau de confiança que os usuários destinados podem colocar nas demonstrações financeiras (AICPA 2011, AU-C 200, IFAC, 2009a, ISA 200, PCAOB 2003 AU 110).

A auditoria contábil é dividida em dois tipos: auditoria interna e auditoria externa. Crepaldi (2000) afirma que a auditoria interna é parte de um grande controle gerencial, administrativo, que tem como funcionalidade a determinação, medição e fiscalização da eficiência e eficácia dos demais ramos da empresa.

A auditoria externa apresenta as mesmas características essenciais que a auditoria interna, contudo sendo, exercida por profissionais que não integram o quadro da empresa ou entidade auditada.

Rocha e Quintiere (2008) e Silva (2009) destacam a existência de dois modelos clássicos adotados pelos países na formação de seus controles externos para o caso do setor público: o modelo de Tribunais de Contas e o modelo de Controladorias. No modelo de Tribunais de Contas, adotado por países como Alemanha, França, Portugal e China, o

processo decisório é submetido a um órgão colegiado cujos membros exercem sua atividade de forma vitalícia e com grande grau de autonomia administrativa e financeira, possuindo poderes jurisdicionais coercitivos numa instância administrativa. No modelo de Controladorias, também conhecidas por Auditorias Gerais, o controle é exercido em caráter opinativo ou consultivo em regime de mandato com predominância monocrática, destituídos de poderes jurisdicionais coercitivos, encontrando-se, por isso, vinculados a um Poder que disponha da força coercitiva necessária.

Uma das consequências do exercício da auditoria é a constatação de fraudes e erros. A Resolução do CFC nº 1.207/09, em seu item 2, faz a distinção entre fraude e erro em razão do dolo que permeia o fato; sendo fraude o ato intencionalmente praticado, e erro o ato não intencional, resultando ambos em distorções às demonstrações contábeis. Na mesma linha, Pinheiro e Cunha (2003) determinam a fraude como ação intencional e com dolo praticada por agentes internos ou externos a entidade de forma não autorizada com vistas a atentar contra os ativos empresariais.

2.2.1 Amostragem na auditoria

Foi pela observação dos fenômenos naturais e pela análise do comportamento dos indivíduos que o homem primitivo iniciou sua jornada de aprendizado em relação ao mundo que o cercava. A transmissão do conhecimento adquirido às gerações futuras acentuou a curva do desenvolvimento cognitivo, permitindo o surgimento de um ciclo retro alimentado onde o acúmulo do conhecimento colaborou para a descoberta de novos conhecimentos que contribuíram para o aperfeiçoamento das técnicas anteriormente utilizadas.

O ciclo de expansão do conhecimento, anteriormente descrito, logo encontrou uma restrição intrínseca à capacidade humana de análise: o tamanho da população de indivíduos analisados. Para superar esta contingência, que ameaçava a expansão da capacidade de análise do ser humano, passou o homem a representar por números as populações e fenômenos objetos de suas análises.

A teoria amostral desenvolveu-se com o propósito de permitir a realização da análise em grandes populações que se deseja conhecer, mediante o estudo das relações existentes entre uma população e as amostras extraídas dessa população.

O auditor cotidianamente se depara com situações em que deverá adotar procedimentos de auditoria para avaliar algumas características dos itens patrimoniais. A

auditoria por testes ou por amostragem compreende o exame de determinada porcentagem dos registros, dos documentos ou dos controles, considerada suficiente para que o auditor faça seu juízo sobre a exatidão e a legitimidade dos elementos examinados (CORDEIRO, 2006, p.7).

Amostragem na auditoria segundo a Norma Internacional de Auditoria (NIA) nº 530, da *International Federation of Accountants* (IFA, 2008)

É a aplicação de procedimentos de auditoria em menos de 100% dos itens que compõem o saldo de uma conta ou classe de transações, para permitir que o auditor obtenha e avalie a evidência de auditoria sobre algumas características dos itens selecionados, para formar ou ajudar a formar uma conclusão sobre a população (NIA nº 530 IFA, 2008).

Na mesma linha, Guy e Carmichael (1986) definem amostragem como “a aplicação de procedimentos de auditoria a menos de 100% dos itens que compõem o saldo de uma conta ou classe de transações, com o propósito de avaliar características da conta ou classe” (GUY; CARMICHAEL, 1986, p.238).

O auditor efetuará o processo de amostragem sempre que os dados não puderem ser avaliados em sua totalidade. Desta forma, o profissional utiliza-se da amostragem para diminuir o número de dados a serem avaliados. Entretanto, este processo de amostragem sempre envolverá um percentual de risco associado à proporcionalidade da análise.

Boynton, Johnson e Kell (2002) entendem por aceitável que o auditor utilize-se de certo grau de incerteza quando o custo e tempo para realização do exame em sua totalidade forem maiores que as consequências adversas de uma possível emissão de parecer errôneo em decorrência de uma análise por amostragem.

Para Stevenson (1986), a amostragem tem por objetivo a realização de generalizações sobre a totalidade do grupo sem precisar analisar cada um de seus elementos. Cunha e Beuren (2006) ressaltam a importância da amostragem para a auditoria em razão da necessidade que o auditor tem de realizar, de forma objetiva e prática, no menor espaço de tempo e de custo, inferências para convergir com as necessidades de informações e respostas rápidas solicitadas.

A formação da amostra na auditoria será realizada utilizando-se ou não de técnicas estatísticas. Na amostragem estatística aplicam-se procedimentos com base em leis da probabilidade e regras estatísticas. Por sua vez, na amostragem não estatística, o auditor faz prevalecer sua experiência, seu julgamento e critérios subjetivos aliados ao conhecimento que possui do objeto analisado (CUNHA, 2005; HEIN, 1972).

Kroenke et. al (2008) sinaliza que a amostra estatística é aquela em que o processo de definição tem como base conhecimento de seleção probabilística. Corrar e Theóphilo (2008)

explicitam que uma amostra probabilística é obtida por meios que envolvam o acaso, não permitindo que o pesquisador venha a influenciar a seleção da amostra.

As duas formas de amostragem podem ser aplicadas de acordo com as normas de auditoria, cabendo ao auditor a utilização do procedimento que julgar mais adequado em cada situação, levando sempre em consideração os riscos existentes em cada uma das amostragens.

Quanto aos procedimentos para aplicação de amostragem estatística, Boynton, Johnson e Kell (2002) definem os seguintes passos: determinar o objetivo do teste; determinar procedimentos para atingir o objetivo; determinar quantos itens serão examinados; determinar tamanho da amostra com base em modelo estatístico, reconhecendo explicitamente fatores relevantes; selecionar aleatoriamente amostra representativa; aplicar procedimentos de auditoria; avaliar resultados estatisticamente e com base em julgamento; e documentar conclusões.

Para Kroenke et. al (2008) a amostragem estatística proporciona ao auditor maior nível de segurança com base em números e planos estatísticos pré-definidos, que se utilizados corretamente diminuirão os riscos de amostragem e consequentemente resultarão em maior eficiência em seu trabalho.

Santos, Diniz e Ribeiro Filho (2003) afirmam que uma forma racional do auditor se orientar é utilizar a contabilometria como metodologia científica para minimizar os erros. Assim, o uso de amostras continua sendo o caminho mais lógico quando se quer comprovar a existência física dos dados e sua apreciação em tempo considerado razoável.

2.2.2 Ambiente de Auditoria Contínua

No decorrer da sua história, a Contabilidade tem se utilizado de variados recursos e técnicas no cumprimento do seu objetivo básico, que é o fornecimento de informações econômicas aos usuários de forma a propiciar decisões racionais (IUDÍCIBUS, 2009). Vemos o esforço do ser humano na busca pelo controle do seu patrimônio desde a utilização de pedras e objetos de barro na pré-história, passando pelos registros pictográficos nas cavernas (desenhos primitivos), até o uso dos atuais sistemas informatizados que processam dados num ambiente de rede de computadores com capacidade global de conexão.

A evolução da informática em todos os campos de atuação das empresas e, principalmente, na área de gestão empresarial, mormente à contábil, veio ao encontro das

reais necessidades de agilizar os processos de informações e decisões das organizações. (SOARES; CATÃO; LIBONATI, 2008, p. 4)

A evolução tecnológica da informação, com destaque para a crescente facilidade de armazenamento e acesso a grandes volumes de dados, imprimiu um ritmo acelerado de mudanças nas técnicas e processos de diversas áreas do conhecimento, com destaque para o campo da contabilidade. Um exemplo destas mudanças foram as alterações sofridas na forma como as transações comerciais são iniciadas, gravadas, processadas e relatadas, com grande reflexo de forma e conteúdo não apenas em seus correspondentes registros contábeis, como também na própria natureza da evidência da auditoria (NEARON, 2005).

Segundo Vasarhelyi e Halper (1991) a auditoria contínua (AC) caracteriza-se por produzir resultados simultâneos ou em pequenos períodos de tempo, após a ocorrência do evento relevante controlado. Para tanto, o processo de auditoria contínua depende da existência de sistemas informatizados de controle e dados armazenados em formato eletrônico.

Arens et al. (2004) definem AC como um sistema de contabilidade computadorizado no qual os auditores podem executar testes ao longo do ano, de forma a identificar transações significantes ou incomuns, bem como determinar se existe qualquer alteração realizada neste sistema informatizado de controle.

Vasarhelyi e Halper (1991) afirmam que a AC é um tipo específico de auditoria que oferece ao auditor resultados instantâneos, simultâneos ou em casos mais complexos, em um curto período de tempo, com o qual o auditor pode detectar um evento que esteja fora das normas ou fora do controle e possa agir nele para que os danos sejam reduzidos ao máximo.

Para Costa, Santos e Travassos (2011), a execução deste controle concomitante, a ser exercido em um processo de auditoria contínua, tem na tempestividade o seu melhor atributo quando comparado ao modelo de auditoria tradicional, *a posteriori*. Lima e Vieira (2002) ressaltam que o controle concomitante é realizado em paralelo com os eventos controlados, sendo, por isso, considerado o mais eficaz, dada a possibilidade de sustação dos efeitos do ato irregular porventura detectado. Murcia, Souza e Borba (2008) avaliam que o custo de sua implantação só seria viável economicamente mediante a utilização de uma execução automatizada.

Muito embora a implantação de rotinas automatizadas de auditoria seja uma realidade, sobretudo na área de análise de risco em concessão de crédito administrado pelas empresas de

cartões de crédito, a sua utilização é de fato ainda uma promessa quando comparada ao seu potencial de uso. Cita-se como exemplo desta aplicação à auditoria no setor público: realização de testes automáticos para a verificação do cumprimento dos limites licitatórios ante o valor das despesas empenhadas; verificação da regularidade fiscal dos fornecedores de bens e serviços à administração e monitoramento de desvios no comportamento da despesa em relação ao seu valor projetado.

A análise de conformidade na distribuição dos dígitos em relação ao comportamento previsto pela NB-Lei pode ser aplicada à luz desta abordagem, adequando-se ao ambiente de auditoria contínua.

2.3 Contabilometria

As estruturas de registro e evidenciação das informações pela contabilidade, sobretudo após o processo de informatização dos procedimentos de registros contábeis, encontram-se arquitetadas sobre bancos de dados de informações acerca dos eventos econômicos ocorridos ao patrimônio da entidade objeto de controle. Não obstante tal constatação, os profissionais contábeis têm se empenhado em relatar os fatos já ocorridos, mediante a totalização dos eventos já registrados, esquecendo-se do potencial preditivo decorrente da utilização de métodos quantitativos aplicados à informação contábil. Corroborando este entendimento, Beuren *et. al.* (2006) descrevem que a abordagem quantitativa, no trato de problemas de pesquisa em Contabilidade no Brasil, ainda é relativamente recente.

O termo Contabilometria foi empregado pela primeira vez por Iudícibus (1982) para descrever a propositura de uma nova área do conhecimento contábil empenhada em desenvolver o raciocínio matemático dos contadores pela aplicação de métodos quantitativos à solução de problemas contábeis.

Em outro conceito, Silva, Chacon e Santos (2005) descrevem a Contabilometria como uma metodologia científica fundamentada em métodos quantitativos (ciências matemáticas e da informação) para uso na contabilidade, sendo aplicada com o objetivo de criar cenários contábeis que contribuam com a redução de incertezas inerentes ao processo de tomada de decisão.

Figueiredo e Moura (2001) observam que em decorrência do desenvolvimento tecnológico da informação e uso de microcomputadores, a utilização de modelos contábeis fundamentados em métodos quantitativos tem se tornado cada vez mais frequente.

A análise de conformidade dos dados contábeis no tempo, observada em relação à distribuição dos dígitos prevista pela NB-Lei, constitui-se num exemplo da utilização de métodos quantitativos aplicado à Contabilidade, sendo este o foco de pesquisa selecionado para este trabalho.

2.4 Lei de Newcomb-Benford

Newcomb (1881) foi o primeiro autor a evidenciar em pesquisa o comportamento anômalo dos dígitos, cuja descoberta não obteve na época repercussão no meio científico. Sua descoberta partiu da constatação de que as primeiras páginas das tabelas logarítmicas apresentavam-se mais gastas que as últimas, evidenciando desta forma que seus usuários consultavam com uma maior frequência os números iniciados pelos menores dígitos. O autor conclui em sua publicação que a lei da probabilidade de ocorrência dos números é tal que todas as mantissas de seus logaritmos são igualmente prováveis. Ao final, o autor mostra as probabilidades de ocorrência para os dígitos das duas primeiras posições e diz que a partir da quarta posição a diferença torna-se desprezível.

Benford (1938) chegou a resultado semelhante realizando um trabalho empírico mais aprofundado. O autor levantou um conjunto de dados com mais de 20.000 observações advindas de fontes variadas, tais como áreas de rios, pesos atômicos, números de casas em uma rua e estatísticas de jogos, demonstrando que este padrão de maior ocorrência dos números iniciados pelos menores dígitos estava espalhado pela natureza. O seu trabalho, ao contrário daquele produzido por Newcomb, obteve repercussão no meio científico, vindo a ser amplamente divulgado e aplicado por outros pesquisadores, (SANTOS; DINIZ; CORRAR, 2009).

A lei de Newcomb-Benford constitui-se em uma anomalia das probabilidades, demonstrando que os menores dígitos ocorrem com uma maior frequência na primeira posição dos números quando comparados aos maiores dígitos.

Este padrão é inesperado e contra-intuitivo, pois o senso comum nos impulsiona a acreditar que em uma amostra de números aleatórios e tamanho razoável, extraídos de uma fonte de dados, o primeiro dígito significativo (excluído o zero) assumiria qualquer algarismo entre 1 e 9 e seriam considerados igualmente prováveis. A NB-Lei mostra que em tal situação, os menores dígitos 1, 2 e 3 possuem uma maior probabilidade de ocorrência,

aproximadamente 60,2%, quando comparados aos demais dígitos 4, 5, 6...9. Esta anomalia também foi verificada, numa intensidade decrescente, em relação à distribuição dos dígitos para as posições seguintes.

2.4.1 Análise Dedutiva para a Ocorrência do Fenômeno

Os próprios Newcomb (1881) e Benford (1938) afirmaram que existem na natureza mais números começando por dígitos menores do que a situação inversa. Tal afirmação encontra-se alinhada à limitação factual resultante da escassez dos recursos, que por sua vez pode ser compreendida após as seguintes assertivas: considerando-se a limitação de fontes de recursos alimentares, existe uma maior ocorrência de grandes ou de pequenos organismos vivos? Considerando-se as limitações dos recursos econômicos, questiona-se sobre a existência de uma maior incidência de grandes multinacionais ou de pequenas e médias empresas. Considerando-se as limitações dos recursos financeiros, questiona-se sobre uma maior existência de despesas com grandes ou pequenos valores monetários.

Nigrini (1999, p. 80) fez uma explanação intuitiva da NB-Lei para demonstrar o funcionamento da mesma em um cenário de crescimento exponencial, tomando, por exemplo, os recursos totais de um fundo mútuo que esteja crescendo a uma taxa de 10% ao ano. Quando os recursos totais são de R\$100 milhões, o primeiro dígito dos recursos totais é 1.

O primeiro dígito continuará a ser 1 até que os recursos totais alcancem R\$ 200 milhões. Isto requererá um aumento de 100% (100 a 200). Porém, para a taxa de crescimento proposta acima, 10% ao ano, leva-se 10 anos até alcançar R\$ 200 milhões; Com R\$ 500 milhões o primeiro dígito será 5. Crescendo a uma taxa de 10% ao ano, os recursos totais levariam 2 anos para crescer de R\$ 500 milhões para R\$ 600 milhões, significando menos tempos do que os recursos fizeram para crescer de R\$ 100 milhões para R\$ 200 milhões. Com R\$ 900 milhões, o primeiro dígito será 9 até que os recursos totais alcancem R\$ 1 bilhão. Crescendo a taxa de 10% ao ano, os recursos totais levariam 1 ano e 1 mês. O raciocínio anterior aplica-se analogamente ao montante de quaisquer conjuntos que apresentem uma taxa constante de crescimento ou decrescimento populacional.

Pesquisas no campo da Teoria das Probabilidades Hill (1995,1996), Pinkham (1961) e Raimi (1969) mostram que a NB-Lei se aplica ao conjunto de dados que tem as seguintes

propriedades: (a) é escalar invariante; (b) advém de uma escolha a partir de uma variedade de diferentes fontes.

Hill (1996) demonstrou rigorosamente que a “distribuição da distribuição de números aleatórios” obtidos a partir de amostras aleatórias advindas a partir de uma variedade de diferentes distribuições é a distribuição de Newcomb-Benford.

Santos, Diniz e Corrar (2009) assinalaram algumas limitações à aplicação da Lei de Newcomb-Benford, reconhecendo que ela não se aplicaria a qualquer série de números ou seleção de amostras, a saber:

O tamanho de caractere do dígito deve ser grande o bastante para a validação da lei.

Não se opera para números que são verdadeiramente fortuitos (por exemplo, loteria de números).

Não se trabalha com números obtidos de forma imposta (por exemplo, quando os valores são obtidos de maneira predefinida, estabelecendo limite máximo ou mínimo, os mesmos números devem surgir regularmente por alguma razão).

Não se trabalha com números que não corresponde a fenômenos naturais (como, por exemplo, números de telefone), (SANTOS, DINIZ; CORRAR, 2009, p. 513 e 514).

2.4.2 Probabilidades na Lei de Newcomb-Benford

Desde Newcomb (1881) já é sabido que uma distribuição NB-Lei, neste trabalho entendida como uma distribuição que atenda às propriedades da NB-Lei, possui proporções específicas de ocorrências para os dígitos em cada posição possível de ser ocupada. Tome-se o exemplo do dígito 1: sua proporção de ocorrência à esquerda nos números desta distribuição será de aproximadamente 0,301.

Desta forma, contando-se a quantidade de vezes em que um dígito aparece à esquerda dos números de uma distribuição, será possível constatar se a série de dados analisada possui conformidade com a NB-Lei para o caso analisado.

Vê-se na Figura 1 abaixo, criteriosamente elaborada para fins exemplificativos da ocorrência do fenômeno, que a proporção de ocorrência do dígito 1 na primeira posição (3/10 – 30%) aproxima-se da probabilidade esperada para uma distribuição NB-Lei (30,1%). O mesmo ocorre com este dígito na segunda e terceira posição, visto que as suas proporções

observadas, 1/10 – 10%, também ficaram muito próximas as probabilidades esperadas para esta distribuição (11,3% para a segunda e 10,1% para a terceira).

			1ª Posição	2ª Posição	3ª Posição
PE	Afogados da Ingazeira	34.659	3	4	6
PE	Aliança	35.807	3	5	8
PE	Amaraji	21.135	2	1	1
PE	Belo Jardim	68.248	6	8	2
PE	Barreiros	40.512	4	0	5
PE	Calumbi	5.636	5	6	3
PE	Cedro	10.778	1	0	7
PE	Iati	17.980	1	7	9
PE	Primavera	13.436	1	3	4
PE	Rio Formoso	22.060	2	2	0

Figura 1 - Exemplo de identificação dos dígitos para as três primeiras posições.

Fonte: Palestra apresentada no Seminário de Tecnologia da Informação e Controle Externo (COSTA; SANTOS, 2011).

O próprio Newcomb (1881) estabeleceu as bases para o cálculo deste fenômeno ao afirmar que são equiprováveis as probabilidades de ocorrência das mantissas do logaritmo de qualquer número, chegando inclusive a estimar as probabilidades de ocorrência para o Primeiro Dígito Significativo (PDS).

Partindo deste fundamento, Hill (1995a) deduziu a equação base para o cálculo das proporções dos dígitos aparecerem à esquerda numa série de números em conformidade com uma distribuição NB-Lei como sendo:

$$\log_{10} \left(1 + \frac{1}{d} \right), \quad (1)$$

onde d representa a sequência de dígitos à esquerda na série de números, assumindo na equação qualquer valor inteiro maior ou igual a 1.

Valendo-se da equação anterior tem-se que a probabilidade de ocorrência do dígito 2 para a primeira posição é

$$\log_{10} \left(1 + \frac{1}{2} \right) = \log_{10}(1,5) \cong 0,176091.$$

Feller (1966) obteve o mesmo resultado que Newcomb (1881) ao demonstrar que a probabilidade de ocorrência de um PDS (n) é:

$$\log_{10}(n+1) - \log_{10}(n). \quad (2)$$

De igual forma é observado que a probabilidade do dígito 2 ocorrer como PDS é

$$\log_{10}(2+1) - \log_{10}(2) \cong 0,4771 - 0,301 \cong 0,176091.$$

Hill (1998) definiu estas probabilidades como independentes, uma vez que são calculadas sem uma condição restritiva associada a outras posições. Tais probabilidades, aqui entendidas como incondicionais ou independentes, podem ser obtidas para um único dígito em uma posição ou para uma sequência de dígitos a partir de uma dada posição.

2.4.2.1 Proporções na Lei para uma posição independente

Para o cálculo das proporções de um dígito na primeira posição, conforme visto anteriormente, pode-se utilizar diretamente a Equação (1) deduzida por Hill (1995a), vide seção 2.4.2.

Hill (1996) também demonstrou a expressão matemática da NB-lei que define as proporções de ocorrência para os dígitos da segunda posição preconizados por Newcomb.

Proporções para os dígitos 0 a 9 na posição 2:

$$\sum_{k=1}^9 \log_{10} \left(1 + \frac{1}{10k + d} \right) \quad (3)$$

Onde, d = Segundo dígito pertencente ao conjunto dos números inteiros entre 0 e 9;

A proporção de ocorrência do dígito 2 na segunda posição, calculada conforme a Equação (3), será a seguinte:

$$\begin{aligned} & \log_{10} \left(1 + \frac{1}{10 + 2} \right) + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{20 + 2} \right) + \dots \\ & + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{90 + 2} \right) \end{aligned}$$

$$0,034762 + 0,019305 + \dots + 0,004695 \cong 0,108821$$

Posch (2008) evidencia uma equação geral para o cálculo das probabilidades dos dígitos em qualquer posição $p > 2$, complementando assim as equações anteriores. Vide abaixo a equação geral ajustada para a base 10.

$$P(D_n = d_n) = \sum_{k=10^{n-2}}^{10^{n-1}-1} \log_{10} \left(1 + \frac{1}{10k + d_n} \right) \quad (4)$$

Onde, d_n representa o dígito a ser testado ($d_n = 0, 1, 2 \dots 9$) para qualquer posição $n > 1$.

Fazendo-se $p = 2$ o k assume os valores de 1 a 9, tornando-a igual à Equação (3) definida por Hill (1996). Para um $p = 3$ o k passa a assumir os valores entre 10 e 99, gerando, por conseguinte 90 parcelas de soma com o dígito desejado ocupando a terceira posição. Aplicando-se a equação acima no cálculo da probabilidade de ocorrência do dígito 2, $d = 2$, na terceira posição, $p = 3$, tem-se:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=10}^{99} \log_{10} \left(1 + \frac{1}{10k + 2} \right) \\ & \log_{10} \left(1 + \frac{1}{100 + 2} \right) + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{110 + 2} \right) + \dots \\ & + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{990 + 2} \right) \\ & 0,004237 + 0,003860 + \dots + 0,000438 \cong 0,100972 \end{aligned}$$

Valendo-se da expressão matemática anterior, foram calculadas as probabilidades de ocorrências dos dígitos 0 a 9 para as oito primeiras posições, as quais foram expressas na Tabela 1.

Tabela 1 - Probabilidades incondicionais para a ocorrência dos dígitos nas oito primeiras posições.

Dígito	1ª Posição	2ª Posição	3ª Posição	4ª Posição	5ª Posição	6ª Posição	7ª Posição	8ª Posição
0	0	0,1196793	0,1017844	0,1001761	0,1000176	0,1000018	0,1000002	0,1000000
1	0,3010300	0,1138901	0,1013760	0,1001369	0,1000137	0,1000014	0,1000001	0,1000000
2	0,1760913	0,1088215	0,1009722	0,1000977	0,1000098	0,1000010	0,1000001	0,1000000
3	0,1249387	0,1043296	0,1005729	0,1000585	0,1000059	0,1000006	0,1000001	0,1000000
4	0,0969100	0,1003082	0,1001781	0,1000194	0,1000020	0,1000002	0,1000000	0,1000000
5	0,0791812	0,0966772	0,0997876	0,0999803	0,0999980	0,0999998	0,1000000	0,1000000
6	0,0669468	0,0933747	0,0994013	0,0999412	0,0999941	0,0999994	0,0999999	0,1000000
7	0,0579919	0,0903520	0,0990192	0,0999022	0,0999902	0,0999990	0,0999999	0,1000000
8	0,0511525	0,0875701	0,0986412	0,0998633	0,0999863	0,0999986	0,0999999	0,1000000
9	0,0457575	0,0849974	0,0982672	0,0998244	0,0999824	0,0999982	0,0999998	0,1000000
Total	1,0000000	1,0000000	1,0000000	1,0000000	1,0000000	1,0000000	1,0000000	1,0000000

Fonte: Elaboração própria, 2012.

O Gráfico 1 evidencia o decréscimo nas proporções de ocorrência dos dígitos 1 (um) a 9 (nove) para a primeira posição. Observe que apenas para esta posição o dígito 0 (zero) apresenta proporção de ocorrência nula, visto que o zero à esquerda do número em nada o acrescenta, sendo por esta razão considerado como não significativo. A partir da segunda

posição o dígito 0 (zero) apresenta-se com probabilidade de ocorrência não nula, sendo inclusive o dígito mais frequente.

Newcomb (1881) constatou ainda, em razão de suas observações empíricas, que as proporções dos dígitos tendiam à uniformidade a partir da 3ª posição. Comparando-se os valores das probabilidades dos dígitos para a 1ª, 2ª e 3ª posições na Tabela 1, com as suas respectivas representações visuais constantes no Gráfico 1 fica evidente para as duas últimas posições que, embora as probabilidades de ocorrência dos menores dígitos continuem excedendo as dos maiores dígitos, seus valores tornaram-se mais próximos da uniformidade a cada nova posição mais distante da primeira.

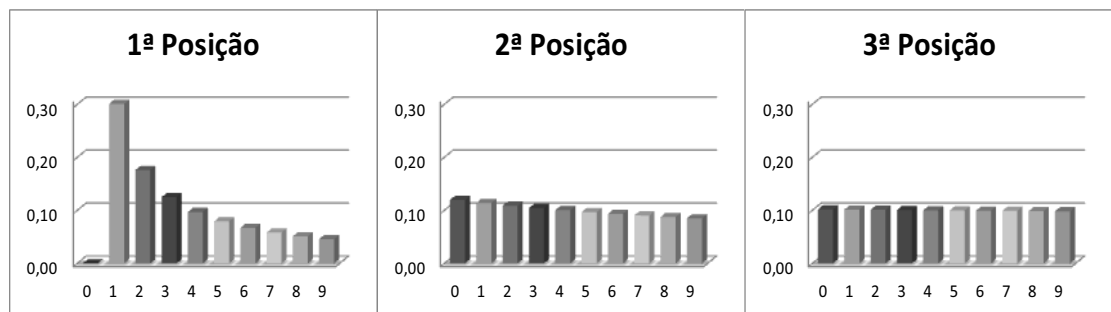


Gráfico 1 - Visualização das probabilidades de ocorrência dos algarismos para as três primeiras posições.
Fonte: Elaboração própria, 2012.

2.4.2.2 Proporção na Lei para as primeiras posições conjuntas

Hill (1996b) demonstra uma expressão matemática para o cálculo da probabilidade de dígitos sequenciados ($D1 = d1, \dots, Dk = dk$) com início na primeira posição e término na posição k .

$$\log_{10} \left[1 + \left(\sum_{i=1}^k d_i \times 10^{k-i} \right)^{-1} \right] \quad (5)$$

Onde d_i assume valores de 1 a 9 para d_1 e 0 a 9 para os demais casos.

Aplicando-se a equação acima para $D_1 = 3$, $D_2 = 0$ e $D_3 = 1$, tem-se que a sua probabilidade de ocorrência será $\log_{10}(1 + (300 + 0 + 1)^{-1})$, ou seja, aproximadamente 0,00144.

Considerando as restrições impostas no cálculo desta proporção específica, uma vez que os dígitos são sequenciados e com início na primeira posição, observa-se a possibilidade

de obtenção do mesmo valor mediante a aplicação da Equação (1), vide seção 2.4.2, bastando para tanto utilizar em d o valor da sequência de dígitos com início na primeira posição.

$$\log_{10}\left(1 + \frac{1}{301}\right) \cong \log_{10}(1,0033) \cong 0,00144$$

As Tabela 2 e Tabela 3 evidenciam os valores das proporções de ocorrências conjuntas para todos os dois primeiros dígitos de uma distribuição NB-Lei.

Tabela 2 - Probabilidades incondicionais para a ocorrência conjunta dos dois dígitos com início na primeira posição

Digts.	Probab.	Digts.	Probab.	Digts.	Probab.	Digts.	Probab.	Digts.	Probab.
10	0,041393	20	0,021189	30	0,014240	40	0,010724	50	0,008600
11	0,037789	21	0,020203	31	0,013788	41	0,010465	51	0,008433
12	0,034762	22	0,019305	32	0,013364	42	0,010219	52	0,008273
13	0,032185	23	0,018483	33	0,012965	43	0,009984	53	0,008118
14	0,029963	24	0,017729	34	0,012589	44	0,009760	54	0,007969
15	0,028029	25	0,017033	35	0,012234	45	0,009545	55	0,007825
16	0,026329	26	0,016390	36	0,011899	46	0,009340	56	0,007687
17	0,024824	27	0,015794	37	0,011582	47	0,009143	57	0,007553
18	0,023481	28	0,015240	38	0,011281	48	0,008955	58	0,007424
19	0,022276	29	0,014723	39	0,010995	49	0,008774	59	0,007299

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Tabela 3 - Probabilidades incondicionais para a ocorrência conjunta dos dois dígitos com início na primeira posição

Digts.	Probab.	Digts.	Probab.	Digts.	Probab.	Digts.	Probab.
60	0,007179	70	0,006160	80	0,005395	90	0,004799
61	0,007062	71	0,006074	81	0,005329	91	0,004746
62	0,006949	72	0,005990	82	0,005264	92	0,004695
63	0,006839	73	0,005909	83	0,005201	93	0,004645
64	0,006733	74	0,005830	84	0,005140	94	0,004596
65	0,006631	75	0,005752	85	0,005080	95	0,004548
66	0,006531	76	0,005677	86	0,005021	96	0,004501
67	0,006434	77	0,005604	87	0,004963	97	0,004454
68	0,006340	78	0,005532	88	0,004907	98	0,004409
69	0,006249	79	0,005463	89	0,004853	99	0,004365

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Observa-se ainda nas Tabela 2 e Tabela 3 que estão decompostos os valores das proporções dos dígitos tanto da primeira como da segunda posição, senão vejamos:

Quando somadas todas as probabilidades de ocorrências iniciadas pelo dígito 2 (20; 21; 22...28 e 29) obtém-se o valor de 0,17609, que representa a probabilidade de ocorrência para o dígito 2 na primeira posição.

Quando somadas todas as probabilidades de ocorrências terminadas pelo dígito 2 (12; 22; 32...82 e 92) obtém-se o valor de 0,10882, que representa a probabilidade de ocorrência para o dígito 2 na segunda posição.

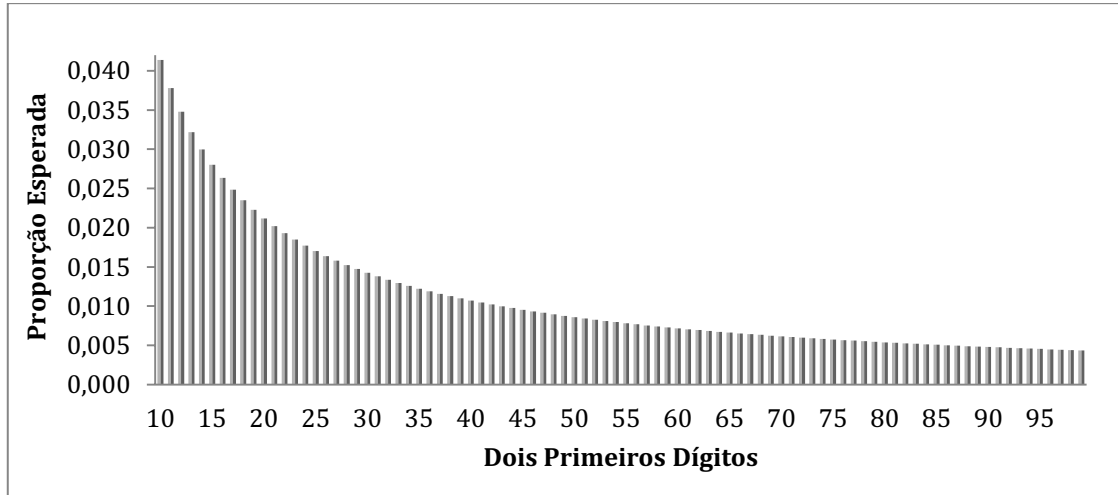


Gráfico 2 - Visualização das probabilidades conjuntas dos dígitos das duas primeiras posições.
Fonte – Elaboração própria, 2012.

Resta evidente ainda outra importante dedução decorrente da probabilidade conjunta acima exemplificada. Tomemos por exemplo o comportamento do dígito 0 (zero) na segunda posição. Não basta que seja observada a proporção deste dígito na segunda posição, é preciso ainda que este dígito respeite as suas proporções de ocorrência associadas aos dígitos da primeira posição. Este assunto será ainda abordado no tópico 2.4.2.4 deste trabalho.

2.4.2.3 Generalização para o cálculo das proporções incondicionais na Lei

Partindo-se da Equação (4), vide seção 2.4.2.1, propõe-se uma variante sua que generaliza a NB-Lei mediante o cálculo da probabilidade dos dígitos a partir de uma posição dada.

$$\sum_{k=[10^{p-2}]}^{10^{p-1}-1} \log_{10} \left(1 + \frac{1}{10^n k + D_n} \right) \quad (6)$$

Onde, D_n representa uma sequência com n dígitos a ser testada a partir da posição p , com D_n assumindo valores no intervalo ($D_n = 0, 1, 2... 10^n-1$), excetuando-se o caso específico em que $D_n = 0$ ao mesmo tempo em que $p = 1$.

Observe que para $p = 1$ k assume um único valor igual a 0, visto que tanto a operação de truncamento em “ $[10^{p-2}]$ ”, pelo arredondamento de $[0,1]$ para o menor inteiro, como a expressão “ $10^{p-1} - 1$ ” retornam zero em seu resultado, anulando o termo “ $10^n k$ ” e igualando a expressão à Equação (1) definida por Hill (1995a).

A probabilidade da sequência de dígitos “27” ocorrer com início na terceira posição deverá ser calculada com os seguintes parâmetros: $D_n = 27$, $p = 3$ e $n = 2$.

$$\sum_{k=[10^{3-2}]}^{10^{3-1}-1} \log_{10} \left(1 + \frac{1}{10^2 k + 27} \right) \gg \sum_{k=10}^{99} \log_{10} \left(1 + \frac{1}{100k + 27} \right)$$

$$\log_{10} \left(1 + \frac{1}{1027} \right) + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{1127} \right) + \dots + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{9927} \right)$$

$$0,000423 + 0,000385 + \dots + 0,000044 \cong 0,010087$$

Observa-se pela expressão matemática que a quantidade de parcelas do somatório crescerá em função da posição p inicial escolhida. Fazendo-se p respectivamente igual a (1, 2, 3, 4 e 5) o total de parcelas do somatório será de (1, 9, 90, 900 e 9000). Por outro lado, fazendo-se n respectivamente igual à quantidade de dígitos que compõem a sequência D_n , promove-se o necessário ajuste na parcela de soma $10^n k$, tornando-a igual ao intervalo entre os números que em seu final coincidem com a sequência analisada D_n .

2.4.2.4 Proporções condicionadas para os dígitos e posições na Lei

Hill (1998) ressaltou ainda outra importante propriedade da NB-Lei ao demonstrar que as probabilidades de um dado algarismo aparecer como dígito mais significativo em uma dada posição depende do dígito que aparece na posição anterior. Por exemplo, a probabilidade esperada para o dígito 2 na segunda posição (0,10882) não é igual a probabilidade esperada para o dígito 2 na segunda posição dado que o dígito da primeira posição seja 1 (0,11548).

A Probabilidade condicionada de uma posição em relação à anterior pode ser obtida mediante a aplicação da seguinte equação, (HILL, 1998):

$$\frac{P(D1 \cap D2)}{P(D1)}, \quad (7)$$

onde $P(D1)$ é a probabilidade do dígito inicial $D1$ na posição anterior e $P(D1 \cap D2)$ é a probabilidade conjunta dos dois dígitos correlacionados com início na posição anterior.

O cálculo da probabilidade condicionada do dígito 2 aparecer na segunda posição dado que exista o dígito 1 na primeira será o seguinte:

$$\frac{\log_{10} \left(1 + \frac{1}{12} \right)}{\log_{10} \left(1 + \frac{1}{1} \right)} \cong \frac{0,03476}{0,30102} \cong 0,11548$$

O valor da probabilidade do dígito 2 condicionada ao dígito 1 na primeira posição (0,11548) é superior ao valor da probabilidade independente do dígito 2 na segunda posição (0,10882). O Gráfico 3 faz uma comparação entre os valores das probabilidades condicionadas e incondicional relativas à ocorrência do dígito 2 na segunda posição.

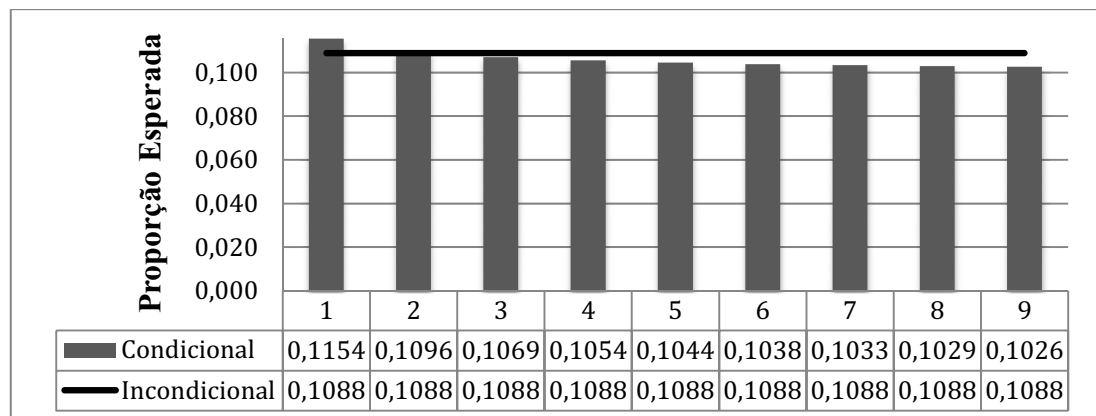


Gráfico 3 - Visualização da probabilidade incondicional do dígito 2 na segunda posição e da sua probabilidade condicional em relação aos dígitos da primeira posição.

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Resta evidente que as probabilidades condicionais, embora próximas ao valor da probabilidade incondicional, decrescem quando o dígito associado na posição anterior aumenta.

Combinando-se a Equação (7) da probabilidade condicionada com a Equação (6) generalizadora proposta, vide seção 2.4.2.3, foi possível determinar o valor da probabilidade condicionada à posição anterior, mediante a aplicação da seguinte equação:

$$\frac{\sum_{k=\lfloor 10^{p-2} \rfloor}^{10^p-1-1} \log_{10}\left(1+\frac{1}{100k+D_1D_2}\right)}{\sum_{k=\lfloor 10^{p-2} \rfloor}^{10^p-1-1} \log_{10}\left(1+\frac{1}{10k+D_2}\right)} \quad (8)$$

Onde D_2 representa o dígito a ser testado na posição $p+1$, dado que exista o dígito D_1 na posição p , e D_1D_2 é igual a $10D_1 + D_2$, com D_1D_2 assumindo valores no intervalo $(D_1D_2 = 0, 1, 2... 99)$, excetuando-se o caso específico em que $D_1 = 0$ ao mesmo tempo em que $p = 1$, situação em que D_1D_2 assume valores no intervalo $(D_1D_2 = 10, 11, 12... 99)$.

Desta forma, a probabilidade de aparecer um dígito 4 na quinta posição dado que exista um dígito 1 na quarta posição será a seguinte:

$$\frac{\sum_{k=100}^{999} \log_{10}\left(1+\frac{1}{10^2k+14}\right)}{\sum_{k=100}^{999} \log_{10}\left(1+\frac{1}{10k+4}\right)} \cong \frac{0,010013885}{0,100136888} \cong 0,100001957$$

O valor da probabilidade condicionada encontrado (0,100001957) é ligeiramente superior ao valor da probabilidade incondicional esperada para o dígito 4 na quinta posição (0,100001953).

Vê-se que uma distribuição para ser considerada NB-Lei deverá não só respeitar as probabilidades de ocorrências nas posições individualmente consideradas, mas também as probabilidades condicionais entre os dígitos em diferentes posições. Por esta razão, um teste que avalie apenas a conformidade na probabilidade dos dígitos em uma posição de forma isolada não será suficiente para determinar se a distribuição é ou não NB-Lei.

Uma forma de se obter tal precisão seria aplicar a análise dos desvios às probabilidades conjuntas de todas as sequências de dígitos que integram as posições analisadas. Fazer esta análise, entretanto, não é tarefa trivial visto que o número de probabilidades (Np) a serem analisadas assume valores crescentes em função da quantidade p de posições analisadas mediante a aplicação da seguinte equação, para $p > 1$:

$$Np = 10^p - 1 - 10^{p-1} \quad (9)$$

Desta forma, fazendo-se p igual a 2, 3 e 4, têm-se sucessivamente um total de probabilidades a serem analisadas de 89 (oitenta e nove) para o intervalo $[10,99]$, 899

(oitocentos e noventa e nove) para o intervalo [100, 999] e 8999 (oito mil novecentos e noventa e nove) para o intervalo [1000, 9999].

Uma solução de contorno, que não atende as probabilidades condicionadas entre todas as posições, mas que se traduz em uma análise mais precisa quando comparada à avaliação de conformidade aplicada a uma única posição, seria avaliar os desvios observados para cada posição $p > 1$ tomando-se as probabilidades independentes em conjunto para duas posições, ou seja, a posição analisada p e a posição imediatamente anterior à esquerda $p - 1$. Os valores destas probabilidades foram obtidos mediante a aplicação da Equação (6) proposta neste trabalho, vide seção 2.4.2.3 e APÊNDICE A – Probabilidade conjunta em relação a posição anterior.

Observa-se no APÊNDICE B - Exemplos dos conjuntos de dados fictícios $D1$, $D2$ e $D3$. o exemplo de três conjuntos de dados fictícios ($D1$, $D2$ e $D3$), contendo 140 observações cada um, onde é possível observar de uma forma prática o efeito das probabilidades independentes e condicionais sobre o comportamento invariante dos dados analisados.

2.5 Controle Externo e Tribunais de Contas

Não obstante, a divisão clássica do Estado, alicerçada desde o iluminismo, atesta a independência harmoniosa entre os seus Poderes, o Estado moderno cercou-se de um conjunto de freios e contrapesos que impõe controles recíprocos no desempenho das atividades de cada Poder. Dentre tais controles, destaca-se o controle externo. Para Peter e Machado (2003), o controle será externo quando exercido por uma instância que esteja fora do âmbito do ente fiscalizado, o que lhe conferiria uma maior independência e efetividade em suas ações.

Rocha e Quintiere (2008) e Silva (2009) destacam a existência de dois modelos clássicos adotados pelos países na formação de seus controles externos: o modelo de Tribunais de Contas e o modelo de Controladorias. No modelo de Tribunais de Contas, adotado por países como Alemanha, França, Portugal e China, o processo decisório é submetido a um órgão colegiado cujos membros exercem sua atividade de forma vitalícia e com grande grau de autonomia administrativa e financeira, possuindo poderes jurisdicionais coercitivos numa instância administrativa. No modelo de Controladorias, também conhecidas por Auditorias Gerais, o controle é exercido em caráter opinativo ou consultivo em regime de

mandato com predominância monocrática, destituídos de poderes jurisdicionais coercitivos, encontrando-se, por isso, vinculados a um Poder que disponha da força coercitiva necessária.

No Brasil foi adotado o modelo de Tribunais de Contas para o exercício do controle externo, consoante estabelece o art. 71, caput, da Constituição Federal de 1988 - CF/88, que assim determina: Art. 71. O controle externo, a cargo do Congresso Nacional, será exercido com o auxílio do Tribunal de Contas da União, ao qual compete: (...).

No Estado de Pernambuco, por força do Art. 30, caput e incisos, da Constituição Estadual de 1989 - CE/89, foi replicado ao Tribunal de Contas do Estado de Pernambuco o mesmo modelo de exercício do controle externo adotado para o TCU e atribuições análogas na esfera estadual, dentre as quais destacamos:

Art. 30. O controle externo, a cargo da Assembléia Legislativa, será exercido com o auxílio do Tribunal de Contas do Estado, ao qual compete:

I - a apreciação das contas prestadas anualmente pelo Governador, mediante parecer prévio a ser elaborado em sessenta dias a contar do seu recebimento;

II - o julgamento das contas dos administradores e demais responsáveis por dinheiros, bens e valores públicos da administração direta e indireta (...)

IX - a aplicação aos responsáveis, em caso de ilegalidade de despesa ou irregularidade de contas, das sanções previstas em lei, que estabelecerá, entre outras cominações, multa proporcional ao dano causado ao erário;

X - a concessão de prazo para que o órgão ou entidade adote as providências necessárias ao exato cumprimento da lei, quando verificada a ilegalidade; (...)

XII - a sustação, se não atendido, da execução do ato impugnado, comunicando a decisão à Assembléia Legislativa.

Vê-se no modelo brasileiro e pernambucano que as Cortes de Contas foram dotadas de atribuições de suma relevância, tal como a apreciação das contas anualmente prestadas pelo Governador e o julgamento das contas dos administradores e demais responsáveis por dinheiros, bens e valores públicos, conforme prescreve os incisos I e II do diploma legal supracitado. Outrossim, foi-lhe conferidos poderes coercitivos para o implemento de suas decisões, tais como a aplicação de multas aos responsáveis por ilegalidades, determinação de prazos para os órgãos ou entidades sanarem as irregularidades verificadas e, finalmente, a sustação de atos impugnados caso não atendidas as suas determinações.

Tamanho poder concedido aos Tribunais de Contas, tomando-se, por exemplo, o caso do TCU, confere-lhe a postura de “órgão da pessoa jurídica União, diretamente, sem pertencer a nenhum dos três Poderes Federais. Exatamente como sucede com o Ministério Público” (BRITTO, 2001, p. 3). Por outro lado, como é de se esperar de um órgão desta envergadura, requer a sociedade aos Tribunais de Contas que exerçam a fiscalização da aplicação dos recursos públicos de forma a coibir a adoção de práticas corruptas na gestão da coisa pública.

Uma das irregularidades investigadas no processamento das despesas públicas pelos órgãos de controle externo é o fracionamento do gasto público em valores inferiores ou iguais ao limite da dispensa, prática utilizada para burlar a realização dos processos licitatórios bem como direcionar o gasto público ao fornecedor desejado.

Consoante estabelece o artigo 37, inciso XXI, da CF/88, ressalvados os casos previstos na lei, as obras, serviços, compras e alienações da Administração Pública que serão contratados mediante processo de licitação pública, assegurando-se igualdade de condições a todos os concorrentes em atenção ao princípio constitucional da isonomia.

Coube à Lei Federal nº. 8.666/93, Lei de Licitações e Contratos Administrativos, a instituição das normas pertinentes à realização dos processos licitatórios, os quais se destinam a seleção da proposta mais vantajosa para a administração, mediante a certificação dos requisitos relacionados à capacidade técnica e econômico-financeira dos licitantes, bem como à qualidade e justo valor do objeto licitado. Para tanto, foram estabelecidas modalidades licitatórias e limites de valores a serem observados pelo setor público de forma prévia à contratação de suas compras, obras e serviços de engenharia, conforme demonstrado no Quadro 1.

Modalidade	Compras – R\$	Obras e Serviços – R\$
Dispensa	Até 8.000	Até 15.000
Convite	Acima de 8.000 até 80.000	Acima de 15.000 até 150.000
Tomada de Preço	Acima de 80.000 até 650.000	Acima de 150.000 até 1.500.000
Concorrência	Acima de 650.000	Acima de 1.500.000
Pregão	Aplicável a qualquer valor	Aplicável a qualquer valor

Quadro 1 – Resumo das Modalidades e Limites Licitatórios.

Fonte: Costa, Santos e Travassos, 2011.

Costa, Santos e Travassos (2011), analisaram 134.281 notas de empenhos emitidas por 20 unidades gestoras de dois Estados à luz dos desvios de conformidade com a NB-Lei, evidenciando um excesso de ocorrência no quantitativo dos empenhos iniciados pelos dígitos 7 e 8, conjugado a uma escassez de ocorrência para os iniciados pelos dígitos 6 e 9. Os autores concluíram que o padrão de desvio verificado era indicativo de um comportamento de

fuga à realização dos processos licitatórios, cujo limite de dispensa para obras e serviços que não de engenharia é de R\$ 8.000,00, vide Quadro 1.

Vê-se no exemplo acima que a utilização de Métodos Quantitativos aplicados à auditoria do setor público tem o potencial de disponibilizar aos órgãos de controle externo, possivelmente mediante a detecção de desvios padrões no comportamento dos dados contábeis, informações capazes de subsidiar as equipes de auditoria na seleção dos dados que integrarão a sua amostra de análise, sugerindo ainda pontos relevantes a serem auditados, numa contribuição direta ao planejamento de suas auditorias.

Neste sentido, requerem-se destes órgãos o fomento e desenvolvimento de modelos interdisciplinares de análise voltados à aplicação de testes automatizados de detecção de desvios e indícios de irregularidades num ambiente de auditoria digital e controle concomitante.

A Lei de Newcomb-Benford, embora tenha sido descoberta no final do século XIX, enquadra-se bem neste perfil inovador, visto que o número de trabalhos publicados sobre ela cresceu em progressão geométrica, década a década, a partir da publicação do trabalho inicial de Newcomb em 1881. Santos, Diniz e Ribeiro Filho (2003) entendem que a aplicação da Lei de Newcomb-Benford na contabilidade se firmou nos anos 90, onde foram vistos avanços em sua teoria junto com extensas pesquisas sobre o seu uso no contexto da auditoria.

3 ESTADO DA ARTE DA NB-LEI

Este capítulo apresenta os resultados de uma pesquisa bibliográfica nas publicações relacionadas com a Lei de Newcomb-Benford no período de 1881 a 2011, utilizando-se para tal o banco de artigos e referências elaborado pelo Núcleo Interinstitucional de Pesquisa em Auditoria Digital (NIPAD), vide esclarecimentos adicionais na seção 5.3.1. Cervo e Bervian (1983) definem a pesquisa bibliográfica como a que explica um problema a partir de referenciais teóricos publicados em documentos.

Como resultado foram identificadas em periódicos internacionais e nacionais publicações relacionadas à aplicação da NB-Lei em áreas como a contabilidade, economia, política, biométrica, saúde, administração, matemática e estatística, contemplando um total de 721 referências (vide Apêndices G e H). Partindo-se deste conjunto de artigos e referências, foi possível identificar 145 publicações de interesse para a presente pesquisa, ou seja, publicações cujo conteúdo fora aplicado à auditoria contábil.

Tomando-se estas 145 publicações supracitadas por referencial, foi levantado o estado da arte relativo à aplicação da NB-Lei sob o enfoque da auditoria contábil no período de 1988 a 2011 (vide Apêndice G). A análise foi complementada com a elaboração de uma síntese cronológica realizada sob mesmo enfoque e período, ou seja, auditoria contábil entre 1988 e 2011. Para esta análise foi elaborada uma segunda amostra com 52 publicações, formada por critério de acessibilidade, sendo classificada como uma amostragem não probabilística por conveniência. A restrição de acessibilidade limitou a análise das publicações àquelas em que houve acesso ao seu conteúdo e cujo idioma utilizado foi o português, inglês ou outro cuja tradução tornou-se possível. Para Vergara (2008) o critério de acessibilidade se caracterizaria pela facilidade de acesso.

Os numerosos trabalhos realizados sobre a aplicação da Lei de Newcomb-Benford à auditoria contábil justificam a realização de um apanhado geral sobre este tema, como forma de auxiliar pesquisas futuras e agregar conhecimento científico. Por outro lado, o estudo dos métodos e aplicações da Lei de Newcomb-Benford à auditoria contábil possibilita a identificação de análises passíveis de serem aplicadas no exercício do controle externo, tanto pelos órgãos fiscalizadores como no desempenho do controle social exercido por entidades do terceiro setor.

3.1 Estado da arte da aplicação da NB-Lei à auditoria contábil

Publicações acerca do estado da produção científica tornaram-se mais frequentes na medida em que se expandem os aspectos qualitativos e quantitativos relacionados a cada área do conhecimento. Todas as formas de publicações fazem parte do objeto de estudo das mesmas, tais como artigos científicos, monografias, dissertações de mestrado e teses de doutorado; bem como artigos publicados em revistas e periódicos.

Isto posto, o estado da arte seria uma investigação marcadamente bibliográfica, realizada em relação a um determinado período de tempo, com o propósito de explicar as tendências, enfoques e resultados observados para um campo específico do conhecimento, (HOYOS 2000, SOUZA 2005, VALDÉS; FERNANDEZ; PREREIRA, 2005).

Para Brandão (1986), o termo estado da arte resulta de uma tradução literal do Inglês, tendo por objetivo realizar levantamentos do que se conhece sobre um determinado assunto a partir de pesquisas realizadas em uma determinada área. Por esta razão, as pesquisas tipo estado da arte podem vir a constituir “um marco histórico de uma área de conhecimento, possibilitando verificar sua evolução” (ROMANOWSKI; ENS 2006, p. 40).

Para Ferreira (2002), essas pesquisas comumente denominadas ‘estado da arte’ ou ‘estado do conhecimento’, caracterizam-se por mapear e discutir o estado de uma determinada produção acadêmica, ressaltando sua aplicação no tempo, lugares e campos do conhecimento.

A aplicação dos métodos estatísticos na análise bibliográfica é motivada tanto pela análise do tamanho, distribuição e crescimento ou decréscimo da bibliografia científica como pela avaliação do seu processo de geração, propagação e utilização da revisão literária, identificando os pesquisadores que produzem e se utilizam da literatura (SAES, 2000).

O Gráfico 4 apresenta a evolução histórica por ano e quantitativo de publicações em relação às 145 publicações de interesse objeto de estudo do presente trabalho, distribuídas entre os anos de 1988 a 2011.

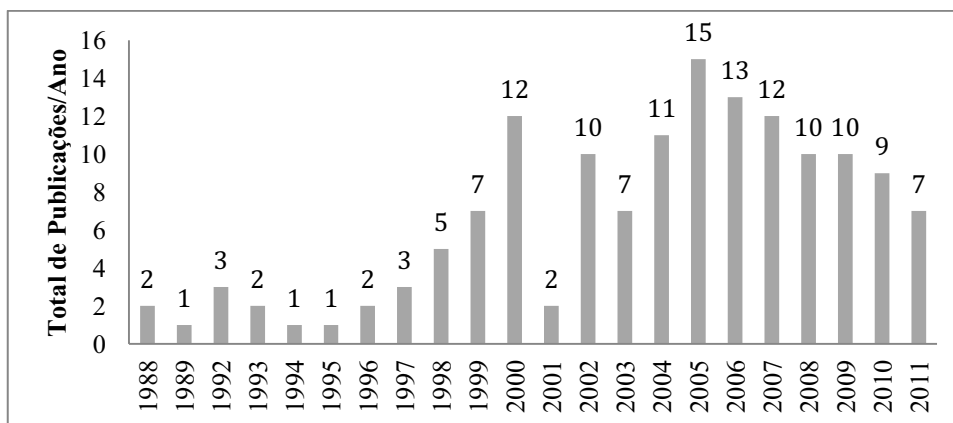


Gráfico 4 - Evolução histórica das publicações da NB-Lei relacionadas à auditoria contábil – 1988 a 2011.
Fonte: Elaboração própria, 2012.

Após o surgimento da primeira publicação relacionando a aplicação da NB-Lei à auditoria contábil, realizada por Carslaw em 1988, observa-se uma tendência crescente de publicações no período de 1995 a 2000. Foi na década de 1990 que se consolidou a aplicação da análise da lei de Newcomb-Benford à auditoria contábil, refletindo-se no aumento e diversificação das técnicas e objetos de suas respectivas aplicações. Viu-se também neste período o surgimento de soluções informatizadas para a detecção de desvios no comportamento dos dígitos e aplicações suas associadas a análises de redes neurais (BERTON, 1995; BUSTA; WEINBERG, 1998).

Observa-se ainda no Gráfico 4 outro período crescente de publicações entre os anos de 2001 a 2005, sendo esta uma possível consequência desencadeada pelo episódio da Enron em 2001. Os eventos associados a esta empresa foram iniciados com denúncias de manipulações nas demonstrações contábeis, seguidas pela perda de credibilidade da empresa no mercado e o seu consequente pedido de falência. Em razão deste evento, que teve grande repercussão na mídia internacional, houve uma sensível elevação dos níveis de publicidade para as práticas contábeis das companhias que operam no mercado acionário. A promulgação da Lei de SOX em 2002 surge como um marco deste período, buscando recuperar a credibilidade dos investidores após a ocorrência de escândalos financeiros, bem como modelando um novo ambiente de governança corporativa no sentido de evitar a ocorrência de novas fraudes.

A Tabela 4 mostra o ranque dos principais países com publicações relacionadas à aplicação da NB-Lei à auditoria contábil, ocupando os Estados Unidos o primeiro lugar no ranque com 66 publicações, as quais representaram 45,52% do total. O Brasil ocupou o terceiro lugar com 12 publicações, representando 8,28% do total, ficando logo abaixo da Alemanha, com 13 publicações e 8,97% do total.

Tabela 4 - Publicações por país sobre a NB-Lei.

País	Quantidade	Contribuição %
Estados Unidos	66	45,52%
Alemanha	13	8,97%
Brasil	12	8,28%
Canadá	9	6,21%
Suíça	4	2,76%
Bélgica	3	2,07%
França	3	2,07%
Austrália	3	2,07%
África do Sul	3	2,07%
Reino Unido	2	1,38%
Croácia	2	1,38%
inglaterra	2	1,38%
China	2	1,38%
Outros com < 2	9	6,21%
Não localizados	12	8,28%
Total	145	100,00%

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Como critério de classificação por país, tomou-se por primeiro parâmetro a localização do órgão financiador da pesquisa ou, na ausência deste, a nacionalidade do pesquisador.

A Tabela 5 detalha as publicações por tipo de bibliografia, onde se verifica que os periódicos (*Journals Articles*) são aqueles que apresentam uma maior frequência com 111 publicações, representando 76,55% do total analisado.

Tabela 5 - Publicações por tipo de bibliografia sobre a NB-Lei

Tipo de Bibliografia	Quantidade	Contribuição %
Livros	2	1,38%
Capítulos de Livro	3	2,07%
Teses e Dissertações	2	1,38%
Periódicos	111	76,55%
Jornais e Revistas	2	1,38%
Publicações em Conferências	13	8,97%
Sites da Web	3	2,07%
Preprints	6	4,14%
Outras Referências	3	2,07%
Total	145	100,00%

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Em trabalhos como o presente, relacionados ao levantamento de produção científica, a centralidade do grau (*degree centrality*) é um indicador do peso político e de poder que tem um autor em determinado campo de pesquisa, sendo reconhecido para o seu cálculo o quantitativo de publicações e citações relacionadas a um pesquisador (HANNEMAN, 2005).

Tabela 6 - Publicações por autor sobre a NB-Lei

Autor	Quantidade	Contribuição %
NIGRINI, M. J.	16	5,73%
SANTOS, J.	8	2,87%
BHATTACHARYA, S.	6	2,15%
DINIZ, J. A.	5	1,79%
SCHRÄPLER, J. P.	5	1,79%
KUMAR, K.	4	1,43%
LU, F.	4	1,43%
MEBANE, W. R. JR.	4	1,43%
ALBRECHT, C.C.	3	1,08%
BORITZ, J. E.	3	1,08%
BUSTA, B.	3	1,08%
CORRAR, L. J.	3	1,08%
GUAN, L.	3	1,08%
MÜLLER, K.R.	3	1,08%
SAVILLE, A.	3	1,08%
SCHÄFER, C.	3	1,08%
WAGNER, G.G.	3	1,08%
Outros com < de 3 publicação	200	71,68%
Total	279	100,00%

Fonte: Elaboração própria, 2012.

A Tabela 6 evidencia a relação de autores mais centrais da rede no período, consideradas apenas as suas publicações. Destaca-se na Tabela 6 o pesquisador dos Estados Unidos, Mark J. Nigrini, como autor mais ativo, com 16 (dezesesseis) publicações. Suas publicações contribuíram com a disseminação da aplicação da NB-Lei como método de detecção de erros e fraudes entre os profissionais ligados à área de auditoria contábil.

Entre os autores brasileiros com maior quantidade de publicações, destacam-se os pesquisadores Josenildo dos Santos, professor da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) com oito publicações, Josedilton Alves Diniz, doutorando da Universidade de São Paulo (USP) com cinco publicações, e Luiz João Corrar, professor da USP com três publicações.

3.2 Síntese cronológica das publicações

Apresenta-se neste tópico, sob a forma de uma síntese cronológica, o estágio do conhecimento científico alcançado pelo homem em relação à análise de conformidade de um conjunto de dados com a NB-Lei sob o enfoque da auditoria contábil.

A NB-Lei foi originalmente descoberta no final do século XIX, entretanto, o número de publicações a ela relacionadas cresceu em ritmo geométrico a partir da publicação de

Benford (1938), sendo este considerado o mais completo trabalho empírico deste período, por conter a maior tabela de frequência de dígitos disponíveis para investigação até os anos noventa (NIGRINI; MILLER, 2009). A linha do tempo da aplicação da NB-Lei na auditoria contábil apresentada neste estudo está delimitada ao período de 1988 a 2011, sendo distribuída em quatro décadas conforme a seguir:

3.2.1 Década de 1981 a 1990

Carslaw (1988) analisou a distribuição das frequências dos dígitos 0 a 9 na primeira e segunda posições dos valores das receitas ordinárias e lucro líquido apresentados nas demonstrações financeiras de 220 companhias da Nova Zelândia, sendo este o primeiro trabalho a aplicar a Lei de Newcomb-Bendford à auditoria contábil. Carslaw utilizou de forma pioneira o Z-Teste na avaliação dos desvios individualmente considerados para cada dígito, complementando a análise com o Teste Quiquadrado em uma avaliação conjunta dos desvios observados em todos os dígitos de uma mesma posição, tendo utilizado para ambos os casos o nível de significância $\alpha = 0,05$. O autor observou que, de uma forma geral, os dados contábeis seguiam as proporções esperadas para os dígitos na primeira posição, apresentando um desvio por excesso para o dígito 0 conjugado a um desvio por falta para o dígito 9 na segunda posição, o qual foi interpretado como evidência da existência de arredondamentos para cima nos valores publicados pelas empresas. Ainda segundo o autor, a ocorrência destes arredondamentos estaria relacionada às pressões exercidas sobre os gerentes quanto ao atendimento das suas metas empresariais, promoveriam uma tendência de arredondamento para cima sempre que houvessem incertezas relacionadas com o evento a ser registrado. Desta forma, os números como \$798.000,00 e \$19,97 milhões tenderiam a ser majorados a \$800.000,00 e \$20 milhões respectivamente, provocando, por conseguinte, um aumento artificial na ocorrência do algarismo “0” do segundo dígito em relação à sua probabilidade esperada.

No ano seguinte, Thomas (1989) aplicou o modelo proposto por Carslaw (1988) em análise com dados de empresas americanas, encontrando desvios que evidenciariam a existência de arredondamentos/manipulações nos números contábeis indicativos dos ganhos (superestimação) e das perdas (subestimação). Adicionalmente, reforçou o autor com seus resultados a hipótese de que dados contábeis autênticos seguiriam as proporções de uma distribuição Newcomb-Benford.

Foi na década de 1990 que se fundamentou a aplicação desta Lei na auditoria contábil, tendo por suporte a realização de pesquisas aprofundadas sobre a sua utilização, bem como o desenvolvimento de aplicativos informatizados para o seu uso.

3.2.2 Década de 1991 a 2000

Busta e Sundheim (1992a) analisaram dados de declarações de impostos relativas aos exercícios de 1982 e 1983, identificando que os dígitos da primeira posição destes dados seguiam a distribuição de Benford, enquanto que os dígitos da segunda e terceira posições apresentavam-se razoavelmente próximos ao esperado. Os autores constataram ainda um excesso de ocorrências dos dígitos 0 e 5 para a segunda e terceira posições, concluindo, apesar disto, que os dados analisados indicavam uma aparente conformidade com a Lei.

Busta e Sundheim (1992b) aplicaram ainda a Lei de Benford aos dados fornecidos pela receita federal e disponibilizados pela Ernst e Young, demonstrando a existência de manipulações nos dados dos contribuintes.

Nigrini (1992) propõe em sua tese a utilização de um modelo de análise de conformidade pela detecção de desvios no comportamento da média da série dos dados investigados em relação à média esperada para uma distribuição NB-Lei, ao qual chamou de modelo de fator de distorção. O autor aplicou seu modelo na detecção de desvios no imposto de renda, ressaltando que, apesar da magnitude do problema da evasão fiscal e dos seus efeitos adversos, o nível de compreensão do comportamento do contribuinte era surpreendentemente limitado.

Christian e Gupta (1993) aplicaram a análise de conformidade na proporção dos dígitos aos dados das declarações de imposto de renda com o propósito de identificar indícios de evasão secundária praticadas por contribuintes norte-americanos. A evasão secundária se configuraria pela subavaliação das rendas declaradas pelos contribuintes com o propósito de atingir um patamar inferior de tributação.

Nigrini (1993) reforçou as discussões acerca da utilização da Lei de Newcomb-Benford ressaltando as vantagens de sua aplicação à auditoria forense e detecção de fraudes.

Nigrini (1994) aplicou a análise de conformidade dos dígitos para a detecção de fraudes em folhas de pagamentos. O autor assumiu o pressuposto de que pagamentos

decorrentes de cheques fraudulentos não seguiriam a distribuição prevista pela NB-Lei, visto que os indivíduos que praticavam a fraude tenderiam a repetir suas ações associadas a valores.

Berton (1995) desenvolveu um programa de computador com aplicação na detecção de fraudes financeiras usando a Lei de Benford.

Nigrini (1996) investigou se o elemento não aleatório do comportamento humano pode facilitar a detecção de evasão fiscal. Para tanto, aplicou a análise dos desvios aos dados segregados por linhas de informação constantes nas tabelas de informações, tendo por suposição que os dígitos relativos aos dados verdadeiramente relatados deveriam obedecer às frequências digitais esperadas. A autor concluiu o trabalho com a propositura de um modelo Fator de Distorção (*DF*) que quantifica a intensidade do desvio detectado em seu trabalho.

Nigrini e Mittermaier (1997) identificaram testes que poderiam ser utilizados pelos auditores como procedimentos analíticos no planejamento das auditorias, tendo por base matemática a aplicação da Lei de Newcomb-Benford, dentre eles a análise (1) do primeiro dígito, (2) do segundo dígito, (3) dos dois primeiros dígitos, (4) de repetições, (5) de arredondamentos e (6) dos dois últimos dígitos. Segundo os autores, os desvios de conformidade detectados contribuiriam com a determinação da natureza e extensão de outros procedimentos de auditoria, contribuindo desta forma com a detecção de irregularidades.

Busta e Weinberg (1998) realizaram testes com dados simulados para verificar o potencial de detecção e distinção entre dados “normais” e dados “manipulados” em procedimentos de revisão analítica mediante a utilização de redes neurais contendo 34, 24, 15 e 5 variáveis. Os autores comparam os resultados das redes neurais com o resultado obtido pela análise com o Z-Teste aplicado às duas primeiras posições, tendo concluído pelo melhor desempenho na classificação com a utilização das redes neurais.

Nigrini (1999a) utilizou a lei de Benford em conjunto com outras técnicas de auditoria para auxiliar os Contadores Públicos Certificados (CPA's) na detecção de possíveis erros, fraudes, desvios manipulativos ou ineficiência de processamento. O autor utiliza a NB-Lei para a análise isolada dos dígitos da primeira posição e análise conjunta para os dígitos das primeira e segunda posições. O autor sugere ao final a complementação da análise com o teste do fator de tamanho relativo, *Relative size factor* (RSF), aplicado com o propósito de identificar subconjuntos com evidência de erro no posicionamento do ponto decimal.

Dumas e Devine (2000) aplicaram a Análise da Frequência Digital (AFD) em Firms de Contabilidade Pública para detectar fraudes nos dados financeiros mediante a análise de

conformidade baseada na NB-Lei como técnica para detectar manipulações no auto-relato de dados de emissão de poluição.

Lanza (2000) aplicou Testes de Análise Digital e Estatística (TADE) na auditoria para identificar, por meio da NB-Lei, erros, fraudes e processos de ineficiência ao pesquisar por padrões anormais na distribuição dos dígitos, ocorrências de números redondos e duplicados.

Nigrini (2000b) sugere dois testes com fundamentação matemática na NB-Lei para aplicação em um ambiente de auditoria contínua. Os testes propostos identificariam desvios na ocorrência dos dois primeiros dígitos, avaliando mudanças no comportamento das proporções de ocorrências e média dos valores entre dois conjuntos de dados. O teste seria aplicado com o objetivo de identificar divergências entre os dados atuais e os seus correspondentes anteriormente auditados.

3.2.3 Década de 2001 a 2010

Huxley (2001) apresentou várias explicações para a ocorrência desta anomalia das probabilidades nos dígitos e opinou pela sua utilização como uma nova arma no arsenal dos auditores na verificação da autenticidade de um conjunto de números, sugerindo aplicações tanto nos valores das demonstrações contábeis, como nos movimentos do mercado de ações.

Ashcroft, Bae e Norvell (2002) ressaltaram a importância da aplicação de técnicas de análise digital baseadas nas probabilidades matemáticas de ocorrência dos dígitos como forma de detecção de erros, distorções e possíveis fraudes nas demonstrações financeiras. Os autores concluem demonstrando exemplos práticos da detecção de erros, fraudes e rotinas ineficientes decorrentes da aplicação das técnicas propostas, concluindo pela melhora significativa na eficácia e eficiência do auditor na descoberta de tais eventos.

Kumar e Bhattacharya (2002) discutem a Lei de Benford à luz da construção de uma nova abordagem metodológica para a mineração de dados, com valor prático real direcionado aos auditores e contadores forenses na detecção de fraudes financeiras.

Caneghem (2002) fez menção a estudos anteriores (CARSLAW, 1988, THOMAS, 1989, NISKANEN; KELOHARJU, 2000), demonstrando que os gestores das empresas tendem a arredondar os primeiros dígitos de lucros divulgados, sugerindo a utilização de

manipulação dos resultados com o fim de superavaliar ganhos de capital, melhorando a situação evidenciada em suas demonstrações financeiras.

Bhattacharya (2002) pontuou alguns modelos investigativos que podem auxiliar os auditores a rastrear os autores de fraudes financeiras, demonstrando que o conjunto de ferramentas à disposição do contador forense pode ser substancialmente ampliado pela combinação do sistema de classificação de fraude com a elegância matemática da Lei de Benford.

Das e Zhang (2002) chegaram à mesma conclusão que Carslaw (1988) e Caneghem (2002) acerca da manipulação dos ganhos referentes a lucro por ações pelas empresas de comunicação, examinando o dígito à direita do valor decimal expresso em centavos. A evidência apresentada é de que as empresas são mais propensas a arredondar para cima nas transações que impactem positivamente o lucro e desempenho da empresa.

Santos, Tenório e Silva (2003) aplicaram a Lei de Newcomb-Benford no desenvolvimento de um modelo contabilométrico similar ao criado por Nigrini (2000a), fundamentado no teste de hipóteses (Z-Teste e χ^2 -Teste), para a determinação de desvios em aproximadamente oito mil notas fiscais emitidas por uma empresa nos anos de 1998 a 2001.

Santos, Diniz e Ribeiro Filho (2003) analisaram a despesa empenhada por 20 municípios do Estado da Paraíba mediante a aplicação da Lei de Newcomb-Benford, observando casos em que os municípios apresentavam superfaturamento nas despesas e fracionamento de outras para fugir do limite licitatório.

Em 2004, os autores Durtschi, Hillison e Pacini reforçaram o uso da Lei de Benford como ferramenta simples e efetiva para a detecção de fraudes em dados contábeis, ressaltando a sua já inclusão em vários pacotes de softwares populares. Os autores observaram que a compra recorrente de certo produto (água mineral) provocou a desconformidade da análise, visto que a repetição do teste sem estes itens de compra tornou os dados conformes. No estudo foram aplicados o Z-Teste e χ^2 -Teste (Teste quiquadrado) na avaliação dos desvios em relação à probabilidade condicional de ocorrência para os dígitos.

Posch (2004) propôs um novo método para a análise de conformidade com a Lei, discutindo aspectos teóricos e práticos na aplicação de testes relacionados à propriedade da invariância escalar de uma distribuição da NB-Lei. O autor realiza, ao final, uma análise nas declarações fiscais alemãs utilizando-se da metodologia introduzida, e faz uma crítica à

fragilidade dos procedimentos utilizados pelo Ministério Federal Alemão de Finanças na detecção de dados fiscais.

Caneghem (2004) reaplicou o teste para arredondamento dos primeiros dígitos utilizando dados de uma amostra de empresas do Reino Unido, investigando desta vez os impactos destas diferenças não só na seleção da auditoria, como na qualidade da gestão de resultados.

Geyer e Williamson (2004) ressaltam a necessidade dos governos e das corporações virem a desenvolver controles dotados da capacidade de detectar padrões fraudulentos nos dados financeiros declarados. Os autores discutem o método de detecção de estatísticas desenvolvidas por Nigrini (2000a) para testar a conformidade de um conjunto de dados com a Lei de Newcomb-Benford.

Moore e Benjamin (2004) apresentam um estudo de caso com a aplicação da análise digital associada à utilização da Lei de Benford para as despesas de uma pequena planta química de produção. Em decorrência das análises, foram detectadas operações de compras suspeitas, as quais redundaram na descoberta e denúncia de atividades fraudulentas.

Lindsay et. al (2004) corroboraram a aplicação da análise da frequência dos dígitos preconizada na Lei de Benford, demonstrando que números alterados propositalmente raramente estão em conforme com esta Lei. Por esta razão, os desvios sinalizados podem indicar a necessidade de um exame adicional.

Johnson (2005) utilizou a análise dos dígitos na receita trimestral e no lucro do banco de dados da *CNN's Money website, Highlight Reports* (Highlight Reports n.d.) no período de 2001 a 2002. Segundo o autor, as empresas tendem a modificar valores pequenos de perdas, ganhos e relatórios desfavoráveis indicativos do lucro por ação. Foi dado destaque no trabalho aos resultados obtidos com os setores financeiros e de tecnologia. O autor concluiu que a administração estava envolvida em técnicas de aprimoramento de dados para aumentar a receita ou o lucro por ação.

Em 2005, Santos, Diniz e Corrar aplicaram um modelo contabilométrico de Auditoria Digital utilizando a NB-lei juntamente com o Z-Teste e o teste χ^2 em uma amostra formada por aproximadamente 104 mil empenhos, sendo constatada a utilidade da análise na determinação do comportamento padrão das despesas praticadas pelos gestores públicos. Os autores concluíram pela existência de indícios de superfaturamento e fracionamento nas

despesas com o objetivo de burlar o limite estabelecido pela Lei Federal nº 8.666/93 para as aquisições no setor público.

Bhattacharya, Kumar e Smarandache (2005) postularam que a combinação dos testes estatísticos em amostras de auditoria baseadas na lei Benford juntamente com o raciocínio *neutrosophic*, pode auxiliar o contador forense a conseguir um melhor ajuste na possibilidade quantitativa de realmente detectar uma fraude financeira.

Reed e Pence (2005) afirmaram que os acontecimentos da SAS nº 82 e SAS nº 99 encorajaram fortemente os auditores a planejarem as suas auditorias com a fraude em mente. A literatura contábil tem sugerido que a análise digital pode ser usada como um procedimento de revisão analítica para auxiliar no estágio de planejamento de uma auditoria. Esse estudo avança o conceito do uso de dados financeiros desagregados de uma companhia fraudulenta para determinar a efetividade do uso da análise digital.

Nigrini (2005) apresenta o problema da empresa norte-americana Enron em 2001, ressaltando que a sequência de eventos que culminou com o pedido de falência da empresa foi desencadeada pela alteração dos dados das suas demonstrações financeiras. Neste trabalho, o autor utiliza a Lei de Benford para investigar se houve uma mudança detectável nos dados que integram os relatórios de lucros em torno deste período de tempo, exercícios de 2001 e 2002. O autor concluiu pela ocorrência de uma majoração nos valores da receita por parte da administração da empresa.

Nigrini e Miller (2006) propuseram uma nova ordem de ensaio para a aplicação da Lei de Benford, tendo por potencial o fornecimento de novas visões sobre os dados contábeis. Segundo os autores, os testes propostos gerariam poucos falsos positivos, prestando-se à detecção de valores que tenham sido arredondados, gerados por regressão linear dentre outros modelos de ordenação imprecisa. Essas condições não seriam facilmente detectáveis usando os tradicionais procedimentos analíticos.

Cerullo e Cerullo (2006) apresentaram um estudo de caso quanto à utilização por empresas de contabilidade pública de um pacote de software com redes neurais voltadas para ajudar na predição de ocorrências de fraudes em relatórios das demonstrações financeiras.

Forster (2006) realizou testes estatísticos em diversas contas nos anos de 2002 e 2003 de 159 instituições sem fins lucrativos do Distrito Federal. Mostrou-se que a maioria dos dados estava de acordo com a Lei de Benford, o que pode ser um indício de presença pouco expressiva de erros e fraudes nestas entidades.

Rejesus, Little e Jamarillo (2006) utilizaram técnicas de análise com base na Lei de Benford para determinar se existe evidência de manipulação de dados de rendimento em seguros agrícolas. Os resultados sugerem que não há produção de manipulação de dados para segurados nos rendimentos de algodão não-irrigados no sudeste dos EUA.

Saville (2006) divulga a Lei de Benford com a finalidade de testar se esta lei realmente é um método útil na detecção de fraude. Para tanto, foram realizados dois testes. O primeiro foi com amostras de dados de companhias listadas no *Johannesburg Stock Exchange* (JSE), durante o período de cinco anos (entre 1 de julho de 1998 à 30 de junho de 2003), sobre as quais existiam grandes suspeitas de possuírem dados errôneos e fraudulentos. A segunda análise foi com o mesmo número de empresas listadas na JSE, mas desta vez são as que possuem o mais alto nível de credibilidade em suas contas. Foi concluído que a utilização da NB-Lei conseguiu distinguir o primeiro grupo do segundo, acusando incompatibilidade com a mesma nas empresas suspeitas de fraudes.

Diekmann (2007) pesquisou a utilização da análise de Newcomb-Benford para a detecção de fraudes na elaboração de artigos científicos, abordando em seu trabalho duas linhas de pesquisa. Na primeira, o autor analisa a conformidade da proporção dos dígitos em dados científicos reais publicados. Na segunda, o autor realiza experimentos solicitando a indivíduos que elaborem valores representativos de estimativas estatísticas. Como resultado, foi observado pelo autor que os dados reais apresentavam um comportamento que seguia um padrão de declínio monotônico. Este mesmo padrão também foi observado no comportamento dos dígitos da primeira posição para os dados fabricados, enquanto os dígitos das demais posições apresentaram uma distribuição em desacordo com as proporções previstas pela Lei.

Rahayu e Adhariani (2007) investigaram se a Lei de Benford pode ser efetivamente usada como um dos instrumentos para medir se os valores alfandegários (encargos), formados por uma amostra de três empresas, seriam aceitáveis ou não, propondo uma linha de planejamento para as auditorias com este propósito. Os autores utilizaram no estudo de uma série de testes estatísticos.

Albrecht (2008) fez uma discussão sobre quatro aspectos na detecção de fraudes computacionais: as técnicas de mineração de dados para a detecção de fraudes internas; detecção racional para a análise das demonstrações financeiras fraudulentas; as questões que envolvem fontes de informações externas e a aplicação da computação forense durante investigações de fraudes. Ele forneceu uma base informativa e, em seguida, detalhou o atual status da pesquisa em cada área.

Krakar e Žgela (2009) realizaram um trabalho de auditoria de dados dos pagamentos externos, ou seja, pagamentos estrangeiros enviados ou recebidos pelos bancos comerciais e pelo banco central da Croácia. A amostra selecionada para análise foi formada por 1.745.311 transações de pagamentos, relativas ao período 01 de fevereiro a 01 de maio de 2008. Os autores concluíram que os dados só apresentaram conformidade com a Lei quando analisados em agrupamentos menores, representativos de subgrupos específicos de pagamentos.

Santos et. al (2009) verificaram se o modelo contabilométrico baseado na NB-Lei é aplicável ao trabalho de auditoria tributária do ISS. Para isso, realizaram a confrontação do resultado do modelo contabilométrico com o obtido pela auditoria contábil-fiscal registrado no relatório Termo Final de Fiscalização lavrado pelo fisco da Prefeitura localizada em uma Cidade do Nordeste. Os autores concluíram pela aplicabilidade da Lei ao processo de auditoria tributária do ISS.

Ribeiro et al. (2009) reproduziram o modelo contabilométrico criado por Nigrini (2000) e aperfeiçoado por Santos et al. (2003) no contexto da auditoria contábil para a análise das notas de empenho de 20 municípios do Estado da Paraíba.

Os autores Bonache, Moris e Maurice (2009) procuraram mostrar que nem sempre é possível detectar fraude no volume de vendas usando a Lei de Benford. Os autores após uma breve revisão da literatura e apresentação dos métodos testaram a incompatibilidade com a Lei de Benford nos 56 conjuntos de volumes de vendas através da estatística quiquadrado e uma análise de viés e seu significado. Os resultados destes testes mostram uma inadequação da série de vendas com a Lei de Benford.

Em 2010, Diniz, Corrar e Slomski investigaram se elementos não aleatórios do comportamento humano poderiam ser determinantes na modificação dos valores de despesas em prestação de contas municipais. Foram selecionadas 225.421 notas de empenho de 40 municípios investigados de acordo com volume de recursos geridos, sendo estratificada a amostra em grandes e pequenos municípios. Os resultados encontrados não confirmam a hipótese de que municípios menores seriam tendentes a apresentarem uma distorção maior quando comparados com as grandes municipalidades.

3.2.4 Ano de 2011

Rauch, Brähler e Götttsche (2011) investigaram a existência de desvios nos dados macroeconômicos relevantes para a formação dos déficits reportados ao Eurostat pelos Estados membros da União Europeia (UE). Os autores concluíram que os dados reportados pela Grécia apresentaram o maior desvio em relação da Lei de Benford entre todos os Estados europeus.

Lagioia et al. (2011) testaram a aplicabilidade da Lei Newcomb-Benford na auditoria pública do ISS. Por meio dessa aplicação, foi possível identificar irregularidades existentes em algumas empresas fiscalizadas, sendo a sua utilização considerada uma ferramenta importante no planejamento das auditorias.

Costa, Santos e Travassos (2011), analisaram 134.281 notas de empenhos emitidas por 20 unidades gestoras de dois Estados. O objetivo da pesquisa foi detectar a ocorrência de desvios significativos na distribuição do primeiro e segundo dígitos dos gastos públicos estaduais em relação à distribuição-padrão definida na Lei de Newcomb-Benford. Os autores concluíram pela existência de desvios significativos nos dígitos, o que foi entendido como um comportamento de fuga à realização dos processos licitatórios, com limite definido pela Lei Federal 8.666/93.

Vê-se no relato dos autores nacionais e internacionais uma ampla utilização da investigação de conformidade dos dados contábeis com essa anomalia das probabilidades, que neste trabalho é identificada como Lei de Newcomb-Benford, ou simplesmente NB-Lei. Os achados resultantes destas análises, desvios de conformidade, estão sendo utilizados no subsídio ao planejamento das auditorias, mais precisamente na formação da amostra a ser auditada no que se refere aos desvios dos padrões (COSTA; SANTOS; TRAVASSOS, 2011).

Muito embora seja consensual entre os autores pesquisados a utilidade deste método de análise à auditoria, vale ressaltar que os desvios de conformidade observados em relação à Lei não são necessariamente indicativos de erros/fraudes, bem como a sua conformidade não exige a possibilidade de ocorrência destas irregularidades. Mudanças no comportamento esperado para os dígitos podem estar relacionadas a fatores normativos. Para dirimir tais dúvidas, faz-se necessária a atuação do auditor, mediante a aplicação dos testes e procedimentos de revisão analítica. Iudícibus (1982) já alertava dessa necessidade ao afirmar

que a aplicação dos métodos quantitativos na contabilidade não é suficiente, pois se demonstra imprescindível uma avaliação qualitativa por parte do usuário do método.

4 ANÁLISE DOS MÉTODOS CONTABILOMÉTRICOS

Partindo de uma definição etimológica do termo, segundo Barros e Lehfeld (2000), a palavra *Metodologia* vem do grego *meta* (para além de, ao largo), *odos* (caminho) e *logos* (estudo, discurso). “A metodologia é entendida como uma disciplina que se relaciona com a epistemologia. Consiste em estudar e avaliar os vários métodos disponíveis, identificando ou não suas limitações em nível das implicações de suas utilizações” (BARROS; LEHFELD 2000, p. 1). Ainda segundo os autores, a metodologia examina e avalia as técnicas de pesquisa, bem como a geração ou verificação de novos métodos que conduzem à captação e processamento de informações com vista à resolução dos problemas propostos.

O presente capítulo identifica inicialmente os métodos mais utilizados pelos autores na determinação da conformidade de um conjunto de dados com a NB-Lei, apresentando uma proposta para a classificação destes métodos. Faz-se em seguida uma abordagem das principais propriedades desta distribuição ao tempo em que é proposta uma forma de classificação dos testes por associação com estas propriedades verificadas. Na sequência, é feita uma breve discussão em relação a alguns testes que já vêm sendo aplicados pelos autores, propondo-se ao final um modelo de análise de conformidade para a aplicação da Lei de Newcomb-Benford à auditoria contábil.

4.1 Métodos utilizados pelos autores

Em análise realizada nas publicações referenciadas no presente trabalho foram constatados nove métodos utilizados pelos autores na determinação de desvios quanto à conformidade de um conjunto de dados em relação a uma distribuição que atenda às propriedades da NB-Lei.

Z-Teste;

χ^2 -Teste;

Discrepância Relativa (Δ_{pe});

Desvio Absoluto (DA);

Média dos Desvios Absolutos (MAD);

Teste de Kolmogorov-Smirnov Discreto;

Fator de Distorção (*DF*);

One Scaling Test;

Média, Mediana, Variância e Curtose.

Demonstra-se no Quadro 2 uma relação dos principais métodos utilizados com os seus respectivos autores.

TESTE	AUTOR (ANO)
<i>Z-Teste</i>	Carslaw (1988); Thomas (1989); Busta e Sundheim (1992a); Busta e Sundheim (1992b); Nigrini e Mittermaier (1997); Busta e Weinberg (1998); Nigrini (2000b); Santos, Diniz e Ribeiro Filho (2003); Santos, Tenório e Silva (2003); Diniz et. al. (2004); Durtschi, Hillison e Pacini (2004); Diekmann (2004); Santos, Corrar e Diniz (2005); Nigrini e Miller (2006); Bonache, Moris e Maurice (2009); Krakar e Zgela (2009); Costa, Santos e Travassos (2011);
<i>Testes de Estatística Descritiva - Variância</i>	Porras e English (2005)
<i>Teste Quiquadrado</i>	Diaconis (1977); Carslaw (1988); Thomas (1989); Hill (1996); Nigrini (2000a); Nigrini (2000b); Santos, Diniz e Ribeiro Filho (2003); Krakar e Zgela (2009); Costa, Santos e Travassos (2010); Cho, Eltinge e Swanson (2003); Santos, Tenório e Silva (2003); Diniz et. al. (2004); Diekmann (2004); Durtschi, Hillison e Pacini (2004); Santos, Corrar e Diniz (2005); Cleary e Thibodeau (2005); Al-Marzouki, Porras e English (2005); Evans e Marshall (2005); Cho e Gaines (2007); Lee e Judge (2008); Bonache, Moris e Maurice (2009); Tödter (2009); Bhattacharya, Xu e Kumar (2010).
<i>Teste de Kolmogorov-Smirnov</i>	Nigrini (2000b); Cho e Gaines (2007); Bhattacharya, Xu e Kumar (2010) ^{*1} .
<i>Discrepância Relativa - Δ_0</i>	Zgela (2011)
<i>Desvio Absoluto</i>	Varian (1972); Nigrini (1999); Smith (2002).
<i>Teste da Média dos Desvios Absolutos (MAD)</i>	Nigrini e Mittermaier (1997); Nigrini (1999b); Nigrini (2000b); Krakar e Zgela (2009).
<i>Modelo Fator de Distorção Distortion Factor Model (DFM)</i>	Nigrini (1992); Nigrini (1996); Dumas e Devine (2000); Al-Marzouki, Evans e Marshall (2005); Tödter (2009); Diniz, Corrar e Slomski (2010).
<i>One Scaling Test</i>	Smith (1997).

Quadro 2- Métodos contabilométricos aplicando a análise da NB-Lei à auditoria.

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Nota 1: Os autores aplicaram a estatística do testes sem contudo realizar o teste de hipótese.

4.2 Propriedades relacionadas aos testes

Os testes objetivam determinar o quanto uma série de dados testada, ou parte dela, possui de conformidade em relação a uma propriedade da Lei de Newcomb-Benford. Seguindo esta linha qualitativa de raciocínio, foi utilizado neste trabalho um agrupamento dos testes em razão da propriedade/característica da NB-Lei que estava sendo avaliada.

Foram identificados no presente trabalho testes relacionados às seguintes propriedades: proporção de ocorrência dos dígitos; média específica da distribuição e invariância escalar.

4.2.1 Testes de proporção para a ocorrência dos dígitos

Os testes de proporção são os mais numerosos e caracterizam-se por verificarem a conformidade entre a proporção probabilística observada (po) para um dígito ou conjunto de dígitos com a sua correspondente proporção probabilística esperada (pe) na NB-Lei.

Considerando o aspecto quantitativo do teste em relação à abrangência dos dados analisados, foram identificados testes de proporção aplicados a dígitos e posições. Os testes aplicados a dígitos identificam desvios para uma única proporção investigada, sendo por isso menos abrangente. Os testes de posição sintetizam num único resultado o comportamento dos dígitos integrantes das posições que analisam, sendo desta forma mais abrangentes que os testes de dígitos.

A Tabela 7 identifica as proporções esperadas para uma sequência de dígitos a partir de uma Posição (P) escolhida, evidenciando ainda suas respectivas tendências quando a sequência de dígitos ou a posição tornam-se tão grandes quanto se queira.

Os testes de dígitos verificam a conformidade da proporção para uma única célula da Tabela 7. Ex.: a proporção de ocorrência do dígito 2 na primeira posição de uma distribuição que atenda às propriedades da NB-Lei é aproximadamente 0,1760913; a proporção de ocorrência dos dígitos 12 (doze) a partir da 4ª posição é aproximadamente 0,0100147. Já os testes de posição apresentam de forma agrupada os desvios observados em todas as proporções dos dígitos representativos de uma mesma ordem de grandeza com início em uma dada posição. Ex.: [0...9] na 3ª posição e [10...99] na 1ª posição. No primeiro caso, o teste avaliaria a conformidade das proporções independentes da 3ª posição, enquanto que no segundo, seria avaliada a conformidade das proporções conjuntas das 1ª e 2ª posições.

Tabela 7 - Proporção esperada para uma sequência de dígitos a partir de uma posição (*P*) inicial.

Proporção Esperada		Posição Inicial						
		1ª P	2ª P	3ª P	4ª P	5ª P	6ª P	...
Sequência de Dígitos	0	0	0,1196793	0,1017844	0,1001761	0,1000176	0,1000018	...
	1	0,3010300	0,1138901	0,1013760	0,1001369	0,1000137	0,1000014	...
	2	0,1760913	0,1088215	0,1009722	0,1000977	0,1000098	0,1000010	...
	3	0,1249387	0,1043296	0,1005729	0,1000585	0,1000059	0,1000006	...
	4	0,0969100	0,1003082	0,1001781	0,1000194	0,1000020	0,1000002	...
	5	0,0791812	0,0966772	0,0997876	0,0999803	0,0999980	0,0999998	...
	6	0,0669468	0,0933747	0,0994013	0,0999412	0,0999941	0,0999994	...
	7	0,0579919	0,0903520	0,0990192	0,0999022	0,0999902	0,0999990	...
	8	0,0511525	0,0875701	0,0986412	0,0998633	0,0999863	0,0999986	...
	9	0,0457575	0,0849974	0,0982672	0,0998244	0,0999824	0,0999982	...
	10	0,0413927	0,0116363	0,0101559	0,0100155	0,0100015	0,0100002	...
	11	0,0377886	0,0115794	0,0101518	0,0100151	0,0100015	0,0100002	...
	12	0,0347621	0,0115232	0,0101477	0,0100147	0,0100015	0,0100001	...
	13	0,0321847	0,0114678	0,0101437	0,0100143	0,0100014	0,0100001	...
	14	0,0299632	0,0114131	0,0101396	0,0100139	0,0100014	0,0100001	...
	...	...	...	...	...	...	...	...
	99	0,0043648	0,0083894	0,0098100	0,0099807	0,0099981	0,0099998	...
	100	0,0043214	0,0011662	0,0010158	0,0010016	0,0010002	0,0010000	...
	101	0,0042788	0,0011656	0,0010157	0,0010016	0,0010002	0,0010000	...
	...	...	...	...	...	...	...	...
	999	0,0004345	0,0008379	0,0009808	0,0009981	0,0009998	0,0010000	...
	1000	0,0004341	0,0001166	0,0001016	0,0001002	0,0001000	0,0001000	...
	1001	0,0004336	0,0001166	0,0001016	0,0001002	0,0001000	0,0001000	...
	...	...	...	...	...	...	...	...
	Dn	Tende a 0	Tende a 0	Tende a 0	Tende a 0	Tende a 0	Tende a 0	...

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Os testes de dígitos, quando comparados ao teste de posição, apresentam a vantagem de indicarem os desvios com uma maior precisão (granularidade) de ocorrência, sendo por isso, úteis na seleção dos dados que integrarão a amostra a ser auditada. Por outro lado, o seu restrito escopo de análise apresenta a desvantagem de ignorar o que se passa com todo o restante da distribuição. São exemplos destes testes a Discrepância Relativa - Δ_{pe} e o Z-Teste, abaixo exemplificados nas Tabela 8 e Tabela 9.

Tabela 8 - Exemplo da aplicação do teste de discrepância relativa e Z-Teste para os dígitos de 1 a 9 da primeira posição.

Dígito	Frequência	Freq. Esp.	Prop. Obs.	Prop. Lei	Z-Teste	Δ_{pe}
1	871	798	0,3284	0,3010	✗ 3,08	9,10%
2	465	467	0,1753	0,1761	✓ -0,10	-0,43%
3	289	331	0,1090	0,1249	✗ -2,49	-12,78%
4	245	257	0,0924	0,0969	✓ -0,79	-4,67%
5	200	210	0,0754	0,0792	✓ -0,72	-4,76%
6	153	178	0,0577	0,0669	✓ -1,91	-13,82%
7	165	154	0,0622	0,0580	✓ 0,93	7,29%
8	181	136	0,0683	0,0512	✗ 4,00	33,43%
9	83	121	0,0313	0,0458	✗ -3,56	-31,60%
	2.652	2.652	1,0000	1,0000		

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Tabela 9 - Exemplo da aplicação do teste de discrepância relativa e Z-Teste para a sequência de 3 dígitos a partir da primeira posição.

Dígito	Frequência	Freq. Esp.	Prop. Obs.	Prop. Lei	Z-Teste	Δ_{pe}
100	92	11	0,0347	0,0043	✗ 23,84	702,77%
101	10	11	0,0038	0,0043	✓ -0,40	-11,87%
102	2	11	0,0008	0,0042	✗ -2,76	-82,20%
103	3	11	0,0011	0,0042	✗ -2,44	-73,04%
...	...	...	...	...	...	...
996	-	1	0,0000	0,0004	✓ -1,08	-100,00%
997	1	1	0,0004	0,0004	✓ -0,14	-13,39%
998	-	1	0,0000	0,0004	✓ -1,07	-100,00%
999	1	1	0,0004	0,0004	✓ -0,14	-13,22%
	2.652	2.652	1,0000	1,0000		

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Observa-se nas Tabela 10 e Tabela 11 um exemplo prático da utilização dos testes de Discrepância Relativa e Z-Teste, aplicados, respectivamente, de forma individual aos dígitos da primeira posição e às sequências de três dígitos iniciadas na primeira posição. As decisões pela aceitação ou rejeição da hipótese nula foram tomadas utilizando-se um $Z_{\text{crítico}}$ de 1,96 para o Z-Teste.

Os testes de posição possuem um escopo de análise mais amplo, identificando os desvios de uma forma global para o conjunto de dígitos de uma posição isolada ou sequência de posições, prestando-se como informação de apoio à determinação das áreas ou entidades consideradas como prioritárias, ou seja, que apresentam o maior desvio de conformidade observado. São exemplos destes testes o Desvio Absoluto Médio (MAD) e o teste quiquadrado (χ^2).

Tabela 10 – Exemplo da aplicação do teste χ^2 e *MAD* para a primeira posição, considerando os desvios agrupados dos dígitos 1 a 9.

Dígito	Frequência	Freq. Esp.	Prop. Obs.	Prop. Lei	χ^2	<i>MAD</i>
1	871	798	0,3284	0,3010	6,61	2,74%
2	465	467	0,1753	0,1761	0,01	0,08%
3	289	331	0,1090	0,1249	5,41	1,60%
4	245	257	0,0924	0,0969	0,56	0,45%
5	200	210	0,0754	0,0792	0,48	0,38%
6	153	178	0,0577	0,0669	3,39	0,93%
7	165	154	0,0622	0,0580	0,82	0,42%
8	181	136	0,0683	0,0512	15,16	1,71%
9	83	121	0,0313	0,0458	12,12	1,45%
	2.652	2.652	1,0000	1,0000	✗ 44,55	1,08%

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Tabela 11 - Exemplo da aplicação do teste χ^2 e *MAD* para as três primeiras posições, considerando os desvios agrupados para as sequências de 3 dígitos a partir da primeira posição.

Dígito	Frequência	Freq. Esp.	Prop. Obs.	Prop. Lei	χ^2	<i>MAD</i>
100	92	11	0,0347	0,0043	566,01	3,04%
101	10	11	0,0038	0,0043	0,16	0,05%
102	2	11	0,0008	0,0042	7,59	0,35%
103	3	11	0,0011	0,0042	5,94	0,31%
...	...	...	...	...	...	...
996	-	1	0,0000	0,0004	1,16	0,04%
997	1	1	0,0004	0,0004	0,02	0,01%
998	-	1	0,0000	0,0004	1,15	0,04%
999	1	1	0,0004	0,0004	0,02	0,01%
	2.652	2.652	1,0000	1,0000	✗ 23.863,56	0,13%

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Nas Tabela 10 e Tabela 11 tem-se os exemplos da utilização dos testes χ^2 e *MAD*, aplicados, respectivamente, na primeira e nas três primeiras posições. A aplicação do teste a posições isoladas permite a identificação dos desvios relacionados com maior precisão. Entretanto, a aplicação do teste para posições conjuntas permitem uma maior abrangência dos dígitos testados e uma maior sensibilidade na detecção dos desvios, visto que o teste considera as probabilidades condicionais entre as proporções dos dígitos nas posições investigadas. As decisões pela aceitação ou rejeição da hipótese nula foram tomadas utilizando-se um $\chi^2_{\text{crítico}}$ de 15,507, para o primeiro caso, e 1.073,643 na segunda análise.

A análise dos desvios aplicada a posições de forma isolada, embora amplamente utilizada, desconsidera o efeito das probabilidades condicionadas das posições entre si, sendo esta uma condição necessária para que um conjunto de dados atenda às propriedades da NB-

Lei. Como corolário, tem-se que existem distribuições que apresentam desvios minimizados em relação às probabilidades para uma ou todas as posições individualmente consideradas, mas que de fato não são NB-Lei, refletindo-se diretamente na propriedade da invariância (vide exemplo das distribuições D1, D2 e D3 no APÊNDICE B - Exemplos dos conjuntos de dados fictícios *D1*, *D2* e *D3*). Explicações adicionais podem ser encontradas em (HILL, 1995a e 1998).

4.2.2 Teste da média específica de uma distribuição que atenda às propriedades da NB-Lei

Na busca por uma modelagem que indique o efeito dos desvios/manipulações no conjunto de dados, o comportamento da Média Observada (*MO*) da soma dos dígitos analisados assume uma importância reveladora, senão vejamos:

Considerando que uma população analisada, composta por N elementos, siga o padrão de distribuição da NB-Lei, então teremos que a *MO* para os dígitos de uma posição individualmente considerada será obtida mediante o seguinte cálculo:

$$MO = \frac{d_0 \cdot N \cdot po_0 + d_1 \cdot N \cdot po_1 + d_2 \cdot N \cdot po_2 + \dots + d_9 \cdot N \cdot po_9}{N} \quad (10)$$

Onde d é o dígito e po a proporção observada para esse dígito na posição analisada. Desconsiderando a parcela nula equivalente ao dígito zero e simplificando o N na fração, teremos:

$$MO = \sum_{d=1}^9 dpo_d \quad (11)$$

Usando análogo raciocínio podemos calcular o valor da Média Esperada (*ME*) para uma posição investigada de uma distribuição que esteja em conformidade com a NB-Lei aplicando a seguinte equação:

$$ME = \sum_{d=1}^9 dpe_d \quad (12)$$

Visto que o tamanho N da população não altera o cálculo da média e a NB-Lei estabelece proporções fixas para a ocorrência dos dígitos, temos que o valor da *ME* de um

conjunto em conformidade com a NB-Lei será constante para cada uma das posições investigadas.

Tome-se como exemplo a distribuição prevista na NB-Lei para a primeira posição, aplicando-se as proporções da Lei na Equação (12) temos que o valor de *ME* será a constante aproximada de 3,44024, calculada conforme o Quadro 3.

<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d X pe</i>
1	0,30103	0,30103
2	0,17609	0,35218
3	0,12494	0,37482
4	0,09691	0,38764
5	0,07918	0,39590
6	0,06695	0,40170
7	0,05799	0,40593
8	0,05115	0,40920
9	0,04576	0,41184
ME 1ª Posição		3,44024

Quadro 3 - Cálculo da constante individual *ME* para a primeira posição
Fonte: Elaboração própria, 2012.

Aplicando-se análogo tratamento, temos que os valores de *ME* individuais e agrupados para as oito primeiras posições de uma distribuição que atenda às propriedades da NB-Lei, serão as constantes previstas no Quadro 4.

Posição	ME Posição	1/10 ^{p-1}	ME Agrupada
1	3,44023696	x 1	3,44023696
2	4,18738970	x 1/10	0,41873897
3	4,46776565	x 1/100	0,04467765
4	4,49677537	x 1/1.000	0,00449677
5	4,49967753	x 1/10.000	0,00044996
6	4,49996775	x 1/100.000	0,00004499
7	4,49999677	x 1/1.000.000	0,00000449
8	4,49999967	x 1/10.000.000	0,00000044
Total Agrupado			3,90865028

Quadro 4 - Constantes individuais e agrupadas de *ME* para as oito primeiras posições.
Fonte: Elaboração própria, 2012.

Observe-se que para o cálculo da média de uma única posição toma-se apenas o valor do dígito desprovido de qualquer ordem de grandeza associada a sua posição. O mesmo não ocorre no cálculo da média agrupada, considerando várias posições, uma vez que é necessário ajustar a *ME* de cada posição com o seu respectivo peso na média geral, o que é feito pela

multiplicação da *ME* de uma posição p pelo fator $1/10^{p-1}$. Desta forma, a média esperada para a primeira posição tem um impacto integral no cômputo da média agrupada, passando as seguintes a representar um décimo do impacto da anterior.

Percebe-se ainda no quadro anterior que, a partir da terceira posição, a média tende rapidamente a 4,5 à medida que a probabilidade de ocorrência dos dígitos aproxima-se da uniformidade.

Tendo que a *MO* para uma primeira posição de uma população satisfaça ao padrão da distribuição de Newcomb-Benford, o seu valor será a constante aproximada de 3,44024. Desta forma, é possível inferir que dada uma população investigada, para qualquer N , valores assumidos por *MO* que estejam abaixo da constante esperada importam na ocorrência de desvios/manipulações em excesso para os dígitos mais baixos, de tal forma que anularam qualquer efeito de um possível excesso ocorrido em um ou outro dígito mais alto. Valores assumidos por *MO* acima da média esperada indicam o oposto, ou seja, excessos para os dígitos mais altos não compensados pelos dígitos mais baixos.

Visto que a constante prevista *ME* para a primeira posição é menor que 4, então para esta posição considera-se como dígitos mais baixos o 1, 2 e 3, enquanto que os dígitos mais altos serão o 4, 5, 6, 7, 8 e 9.

Para a segunda posição em diante, cujas constantes assumidas por *ME* possuem valores maiores que 4, são considerados como dígitos mais baixos 0, 1, 2, 3 e 4, enquanto que os dígitos mais altos serão o 5, 6, 7, 8 e 9.

Vê-se que o cálculo da média dos dígitos para uma posição já poderá determinar se uma distribuição não seguiu a proporção para os dígitos, ou seja, se ela não é NB-Lei. Isto ocorre porque quando a *MO* se distancia da *ME* para a posição, o conjunto analisado não apresentará conformidade com a lei.

Ressalta-se que a determinação do desvio entre a *MO* com a constante esperada *ME* não é suficiente para avaliar a conformidade da distribuição, uma vez que a composição dos desvios (excessos e reduções nas frequências dos dígitos) pode chegar inclusive a anular o efeito das distorções em *MO*. Tome-se, por exemplo, uma alteração/manipulação em uma distribuição NB-Lei que provoque um desvio de 4000 ocorrências em uma mesma posição p qualquer, o seu efeito em *MO* será completamente compensado se a distorção for resultante de um excesso de 2000 ocorrências no dígito 2, com uma consequente redução de 2000

ocorrências igualmente distribuídas entre os dígitos 1 e 3, conforme observa-se nos Quadros 5 e 6 abaixo.

Dígito (d)	Frequência	Prop. Obs. (Po)	d x Po
1	3.010	0,3010	0,3010
2	1.761	0,1761	0,3522
3	1.249	0,1249	0,3747
4	969	0,0969	0,3876
5	792	0,0792	0,3960
6	669	0,0669	0,4014
7	580	0,0580	0,4060
8	512	0,0512	0,4096
9	458	0,0458	0,4122
Total	10.000	1,0000	3,4407

Quadro 5 - Distribuição com média e proporção em conformidade com a NB-Lei para a primeira posição.
Fonte: Elaboração própria, 2012.

Dígito (d)	Frequência	Prop. Obs. (Po)	d x Po
1	2.010	0,2010	0,2010
2	3.761	0,3761	0,7522
3	249	0,0249	0,0747
4	969	0,0969	0,3876
5	792	0,0792	0,3960
6	669	0,0669	0,4014
7	580	0,0580	0,4060
8	512	0,0512	0,4096
9	458	0,0458	0,4122
Total	10.000	1,0000	3,4407

Quadro 6 - Distribuição com média em conformidade com a NB-Lei para a primeira posição.
Fonte: Elaboração própria, 2012.

Nigrini (1992) calculou a média prevista para todas as posições de uma distribuição NB-Lei contida no intervalo [10:100[como sendo de aproximadamente 39,08, mediante a aplicação da seguinte equação:

$$ME = \frac{90}{N \left(10^{\frac{1}{N}} - 1 \right)} \quad (13)$$

Têm-se deste modo, mediante a aplicação da Equação (13), que a média de uma distribuição NB-Lei para o intervalo [1:10[tende a constante aproximada 3,9087 quando o N assume valores muito grandes tendendo a $+\infty$.

Posch e Kreiner (2005) chegaram a conclusão semelhante ao identificarem que a média de uma distribuição tende para $9/\ln(10) \simeq 3,9087$ quando as proporções dos seus dígitos tendem à NB-Lei consideradas todas as posições.

Cita-se como exemplo de teste de média o modelo do Fator de Distorção (*DF*) utilizado por Nigrini (1992).

4.2.3 Teste de invariância para uma distribuição NB-Lei

Os testes de invariância diferenciam-se por avaliarem uma característica exclusiva da distribuição NB-Lei, qual seja: a invariância escalar.

Pinkham (1961) estabeleceu um importante marco ao atentar para a propriedade da invariância de escala para a distribuição NB-Lei. Esta sua característica única determina que se um conjunto de números segue a NB-Lei então a multiplicação de seus elementos por uma constante diferente de zero produzirá um novo conjunto de números que também seguirá a NB-Lei, atendendo ao conceito da invariância escalar, abaixo demonstrado.

$$f(\lambda x) = f(x)$$

Hill (1995), após significativas contribuições no campo da teoria das probabilidades desenvolvidas por Pinkham (1961), Feller (1968) e Raimi (1969), comprovou que a propriedade da invariância escalar implicava também na propriedade de invariância de base, ou seja, manteria sua validade para qualquer base inteira de evidenciação dos dados, e não apenas para a base 10.

Os testes de invariância atuam basicamente na detecção de desvios observados na proporção de um dígito ou conjunto de dígitos de uma distribuição quando esta é multiplicada por constantes distintas (vide exemplo da invariância para uma distribuição com 50 elementos no APÊNDICE C – Exemplo de invariância para uma distribuição com 50 elementos).

Contando-se o número de observações dos dígitos 1 a 9 na primeira posição das cinco distribuições demonstradas, tem-se que todas elas possuem respectivamente 15, 9, 6, 5, 4, 3, 3, 3 e 2 ocorrências para tais dígitos, sendo evidenciado para estes casos um desvio nulo para a variação na proporção dos dígitos 1 a 9 da primeira posição.

Como consequência da propriedade da invariância escalar, tem-se que os dados de uma distribuição NB-Lei manterão sua característica independentemente da unidade de medida escolhida para a sua representação. Ex: Se um conjunto de dados expressos em reais (R\$) atende à NB-Lei, tais dados manterão sua característica quando expressos em qualquer outra moeda após o seu ajuste de cotação. Foi proposto neste trabalho um teste para a invariância que identifica a proporção máxima de variância escalar.

Cita-se como exemplo de teste aplicado à propriedade da invariância o *one scaling test*, utilizado por Smith (1997).

4.3 Discussão dos testes de conformidade aplicados neste trabalho

Não obstante tenham sido identificados nove testes utilizados pelos autores na análise de conformidade para um conjunto de dados em relação a uma distribuição NB-Lei (vide Quadro 2 no tópico 4.1), serão discutidos no presente tópico apenas os testes que foram objeto de aplicação na análise dos dados realizada no presente trabalho, conforme a seguir:

Z-Teste

Teste Quiquadrado – χ^2

Discrepância Relativa – Δ_{pe}

Desvio Absoluto – DA

Média dos Desvios Absolutos – MAD

Fator de Distorção – DF

Teste de Invariância Escalar – Δx

Semidesvio Absoluto – $DA/2$

Discrepância Relativa – Δ_{po}

Fator de Detecção de Ruído - FDR

4.3.1 Z-Teste

O Z-Teste é um teste estatístico aplicado na análise dos desvios das proporções dos dígitos individualmente considerados, sendo o teste com uma maior frequência de utilização observada, juntamente como o χ^2 -Teste (vide Quadro 2 no tópico 4.1).

Para Levine et. al (2008, p. 310) o teste Z para a proporção é utilizado como parâmetro de aceitação ou rejeição na hipótese para a diferença entre a proporção da amostra (po) e a proporção da população especificada (pe) quando “a distribuição de amostragens desta proporção segue, aproximadamente, uma distribuição normal”. O Z-Teste também será indicado para amostras não distribuídas nos moldes de uma distribuição normal quando o seu número de observações for maior ou igual a 30 (trinta).

Sendo um teste estatístico, sua aplicação permite-nos realizar inferências em uma população mediante análise de sua amostra. Para tanto, torna-se necessário definir o nível de significância e, conseqüentemente, o valor crítico aceito para o teste.

O Z-Teste foi aplicado por Carslaw (1988) como medida de significância estatística na determinação das diferenças entre as distribuições das proporções probabilísticas observadas (po) e esperadas (pe), aplicadas separadamente para cada dígito da primeira (1 a 9) e segunda (0 a 9) posição, mediante a utilização da seguinte equação:

$$Z = \frac{|po_d - pe_d| - \frac{1}{2n}}{\sqrt{\frac{pe_d(1 - pe_d)}{n}}}, \quad (14)$$

onde n é o número da população, po é a proporção observada para o dígito, obtida pela divisão entre a frequência observada para o dígito (PO) pelo tamanho da amostra (n), ou seja, $po = PO/n$; pe é a probabilidade de ocorrência prevista pela NB-Lei para a posição e dígito analisado e $1/2n$ é o termo de correção de continuidade e que só é usado quando ele for menor que $|po - pe|$.

Nigrini e Mittermaier (1997) propuseram ainda a determinação de um intervalo de confiança para as proporções dos dígitos mediante a formação de bandas, uma superior (*upper bound*) e uma inferior (*lower bound*), calculadas em função do n , pe e Z_c (valor crítico do Z-Teste), conforme equações a seguir:

$$\textbf{Upper Bound} = pe_d + Zc \sqrt{\frac{pe_d(1 - pe_d)}{n}} + \frac{1}{2n}; \quad (15)$$

$$\textbf{Lower Bound} = pe_d - Zc \sqrt{\frac{pe_d(1 - pe_d)}{n}} - \frac{1}{2n}. \quad (16)$$

Os autores demonstraram que a introdução de um intervalo de confiança facilita a interpretação de uma análise visual contida em uma exibição gráfica, visto que delimita a região de aceitação e rejeição para as proporções observadas. Vide exemplo demonstrado no Gráfico 5, referente análise no comportamento dos dígitos 1 a 9 da primeira posição, sendo considerados os 1.555 empenhos emitidos pela UG6 do Estado E1 no ano de 2010.

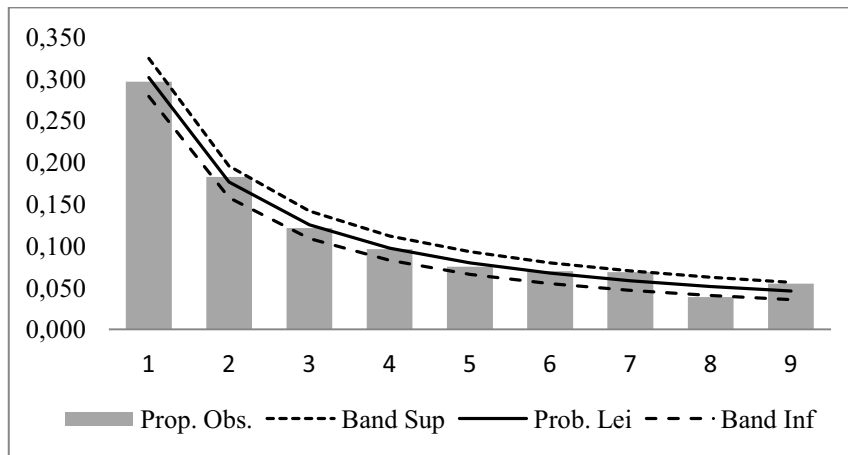


Gráfico 5 - Proporção e intervalo de confiança para o Z-Teste nos dígitos 1 a 9 da 1ª posição.
Fonte: Elaboração própria, 2012.

Convém ressaltar, entretanto, que o resultado retratado nas bandas acima atende apenas ao caso em que $|po - pe| > 1/2n$, situação em que, conforme a Equação (14) para o Z-Teste, será considerado o ajuste pela diminuição do termo de continuidade $1/2n$. A elaboração de um intervalo de confiança em função da Equação (14) deverá atender à estrutura funcional para duas sentenças constante da Equação (17) a seguir.

$$Z = \begin{cases} \frac{|po_d - pe_d| - \frac{1}{2n}}{\sqrt{\frac{pe_d(1 - pe_d)}{n}}}, & |po_d - pe_d| > \frac{1}{2n} \\ \frac{|po_d - pe_d|}{\sqrt{\frac{pe_d(1 - pe_d)}{n}}}, & |po_d - pe_d| \leq \frac{1}{2n}. \end{cases} \quad (17)$$

Consequentemente, existirá mais de uma solução possível para po em relação ao n , uma considerando o desvio $|po - pe| > 1/2n$ e outra para $|po - pe| < 1/2n$.

O Z-Teste foi ainda utilizado por outros autores na detecção de desvios de conformidade em dados financeiros, a exemplo de Busta e Weinberg (1998), Santos, Corrar e Diniz (2005), Nigrini e Miller (2006), Krakar e Zgela (2009), Costa, Santos e Travassos (2011), os quais utilizaram um nível de significância $\alpha = 0,05$ com um $Z_{\text{crítico}}$ de 1,96.

Na presente pesquisa foi utilizada a equação do Z-Teste para a proporção em termos do número de observações (PO), citada por Levine et. al (2008),

$$Z = \frac{PO_d - PE_d}{\sqrt{PE_d(1 - pe_d)}}, \quad (18)$$

onde (PO) é o número de observações na amostra para o dígito e posição analisados e (PE) é a frequência esperada para o dígito e posição, definida por: $PE = pe \times n$ (tamanho da amostra).

Foi dada preferência à utilização deste modelo estatístico em virtude do mesmo não utilizar o módulo no cálculo do desvio e desconsiderar a utilização do efeito redutor do termo de correção de continuidade $1/2n$.

A escolha pela utilização do cálculo do desvio em sua forma não absoluta resultou da importância de se diferenciar no resultado da equação a ocorrência dos desvios por excesso ($PO > PE$) daqueles provocados pela sua falta ($PO < PE$), informação esta que se perderia juntamente com a não evidenciação do sinal gerado pelo desvio (vide considerações constantes no tópico 4.4 deste trabalho). Neste caso, torna-se necessário observar que a rejeição ocorrerá quando $Z < -Z_{\text{crítico}}$ ou se $Z > Z_{\text{crítico}}$. Para o nível de significância $\alpha = 0,05$, será rejeitada a hipótese de inexistência de desvios significativos quando $Z < -1,96$ ou $Z > 1,96$.

Por outro lado, desconsiderando-se a utilização condicionada do termo de correção $1/2n$, o qual só é deduzido quando maior que $|po - pe|$, foi possível corrigir o problema dos múltiplos resultados observados na formação de bandas para o intervalo de confiança proposto por Nigrini e Mittermaier (1997).

Reescrevendo as equações para o intervalo de confiança em função da Equação (18) para o Z-Teste aqui escolhidas, temos que os limites deste intervalo serão definidos pelas bandas superior e inferior, mediante a utilização das seguintes equações:

$$\text{Banda Superior} = pe_d + Z_c \frac{\sqrt{PE_d(1 - pe_d)}}{n} \quad (19)$$

$$\text{Banda Inferior} = pe_d - Z_c \frac{\sqrt{PE_d(1 - pe_d)}}{n}. \quad (20)$$

O intervalo de confiança delimitado nas bandas define a proporção máxima e mínima a ser observada na ocorrência dos dígitos de forma a não provocar um valor em Z que ultrapasse o seu limite crítico estabelecido (Z_c). Nestas condições, dada a probabilidade de ocorrência pe de um determinado dígito e posição em conformidade com a NB-Lei, variando-se o tamanho da amostra analisada n , obtém o intervalo de confiança para a proporção do dígito em razão do $Z_{\text{crítico}}$ estabelecido.

Nos Gráficos 6 a 8 podemos observar o comportamento deste intervalo para as proporções dos dígitos 1 a 9 da primeira posição, com um n variando de 30 a 10.030 e $Z_c = 1,96$.

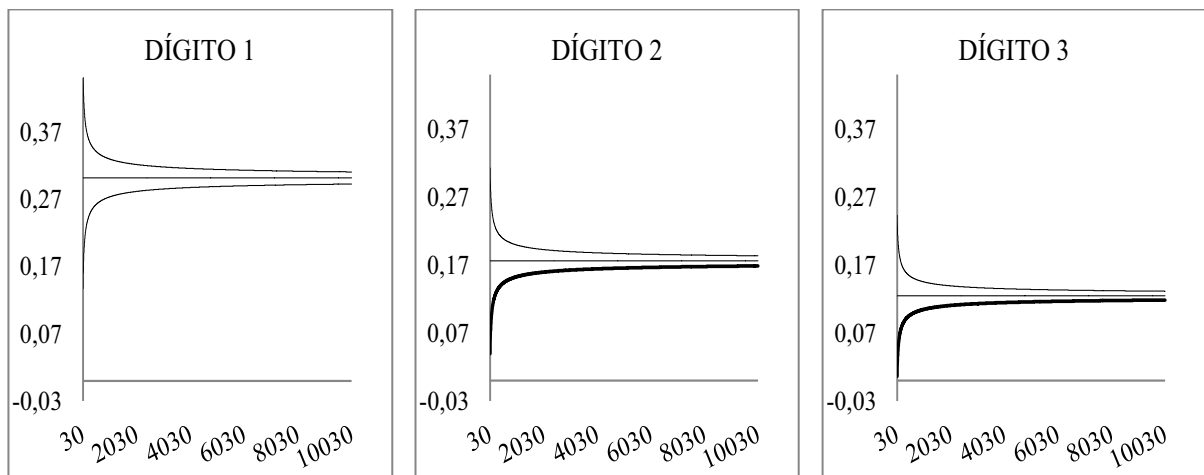


Gráfico 6 - Visualização do intervalo de confiança do Z para a proporção dos dígitos 1, 2 e 3 na 1ª posição.
Fonte – Elaboração própria, 2012.

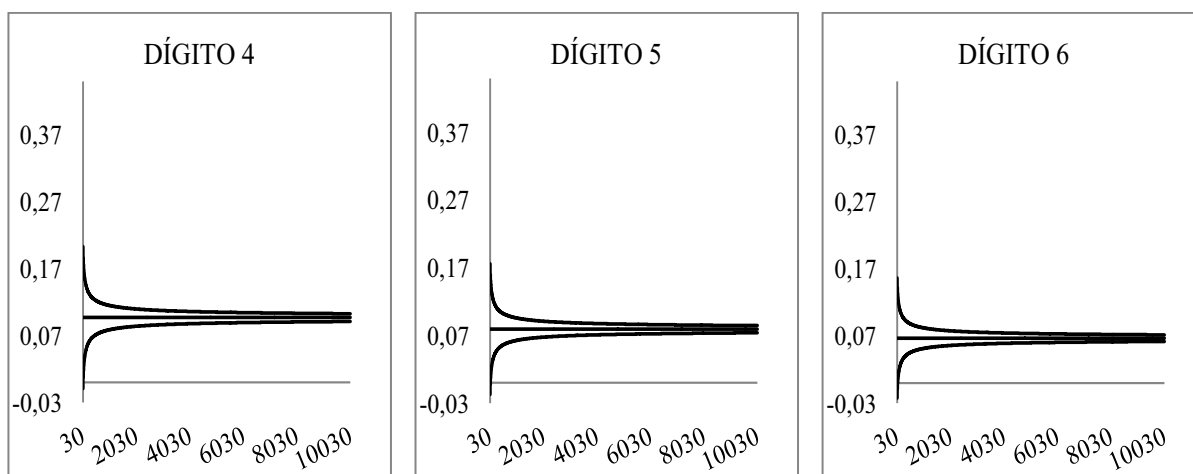


Gráfico 7 - Visualização do intervalo de confiança para a proporção dos dígitos 4, 5 e 6 na 1ª posição.
Fonte: Elaboração própria, 2012.

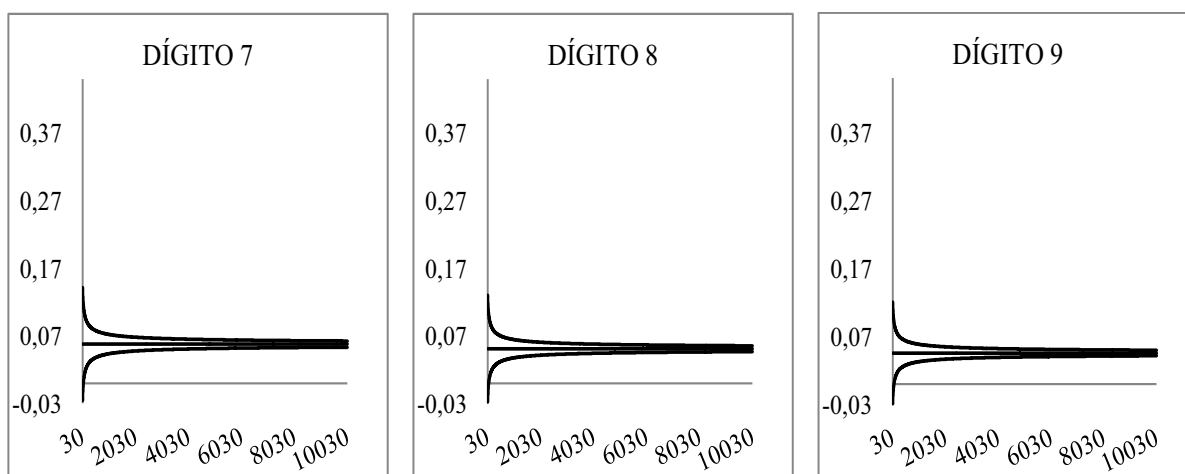


Gráfico 8 - Visualização do intervalo de confiança para a proporção dos dígitos 7, 8 e 9 na 1ª posição.
Fonte: Elaboração própria, 2012.

O estreitamento nas bandas do intervalo, observado na proporção de todos os dígitos, demonstra que o resultado do Z-Teste é influenciado pelo tamanho do conjunto de dados analisados, tornando-se um teste cada vez mais rigoroso à medida que cresce o número de elementos analisados.

Para alguns autores que aplicaram o Z-Teste na análise do comportamento dos dígitos com a NB-Lei, este efeito do n causado sobre os resultados do teste, denominado de “excesso de poder”, é algo indesejado que levaria inevitavelmente à rejeição da hipótese de conformidade da amostra, (NIGRINI; MITTERMAIER, 1997; NIGRINI, 2000; KRAKAR; ZGELA, 2009; LUQUE; LACASA, 2009).

Este efeito torna-se evidente quando comparamos as evoluções do Z-Teste e do teste de Discrepância Relativa no tempo. No exemplo contido nos Gráfico 9 e Gráfico 10 são vistos valores diários destes dois testes aplicados no comportamento do dígito 9 (nove) da

1ª posição, sendo considerados 27.691 empenhos emitidos pela UG1 do Estado E1 no ano de 2010.

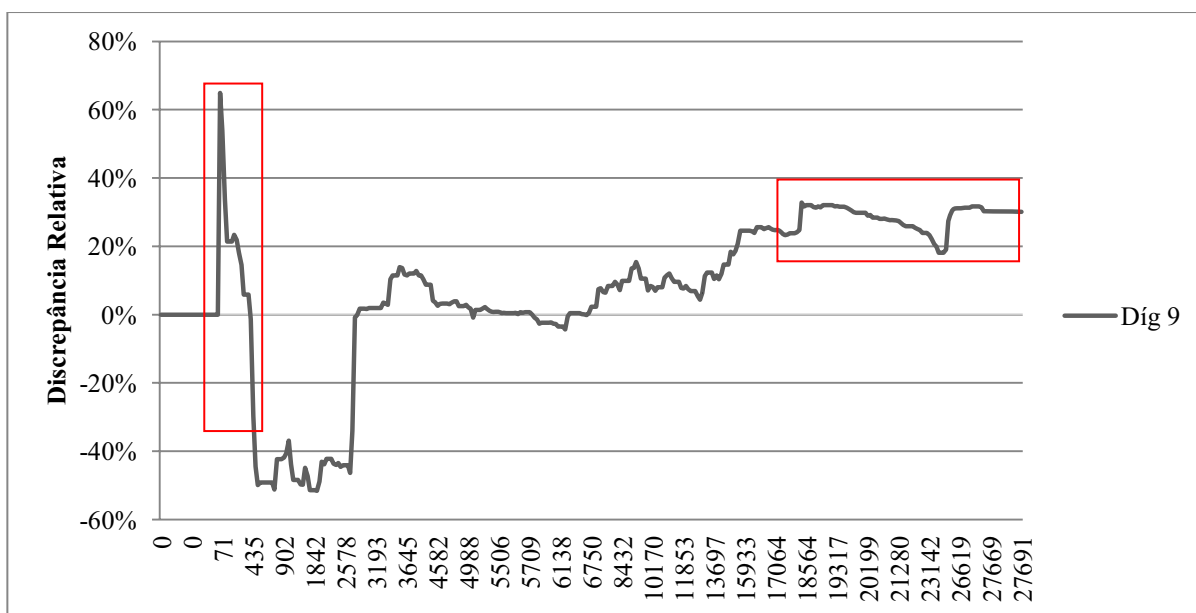


Gráfico 9 - Evolução da Discrepância Relativa para o dígito 9 da 1ª posição na UG1 de E1.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A evolução dos resultados destes dois testes evidencia que a acumulação natural das observações no decorrer do ano produz efeitos diferentes em ambos, fato que fica evidente na comparação das regiões destacadas. No início do ano, com 53 empenhos analisados, a discrepância relativa sinalizou um desvio positivo de 64,94%, enquanto o Z-Teste apresentou para os mesmos 53 empenhos um valor de 1,051, ficando abaixo do $Z_{\text{crítico}}$ de 1,96 a um nível de significância de 0,05.

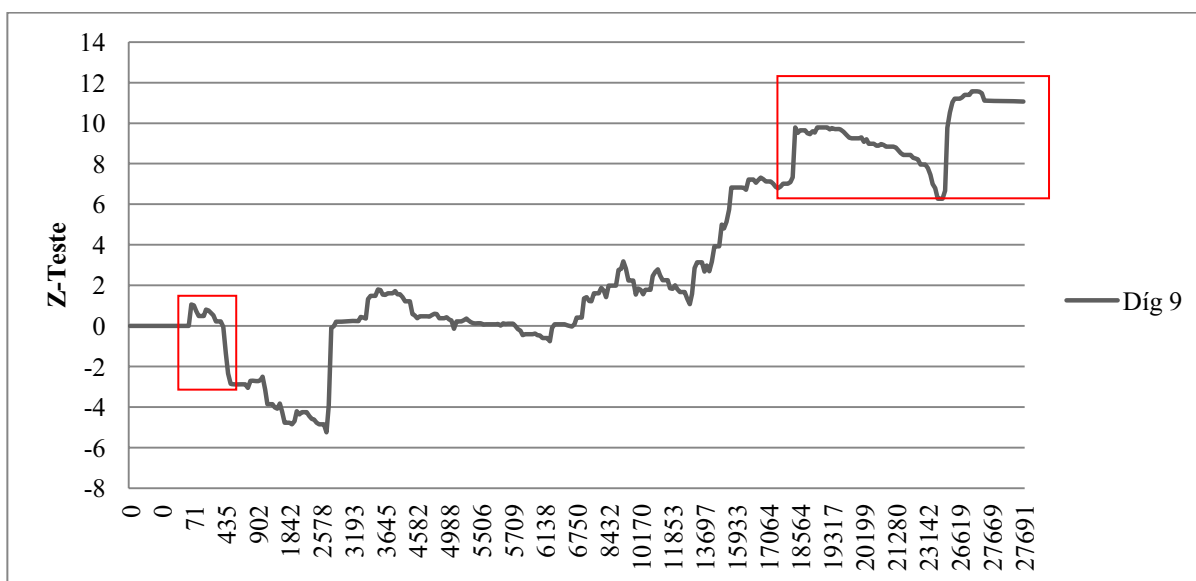


Gráfico 10 - Evolução em 2010 do Z-Teste para o dígito 9 da 1ª posição na UG1 de E1.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

No final do ano, com 27.274 empenhos analisados, a discrepância relativa sinalizou um desvio positivo de 31,73%, enquanto o Z-Teste apresentou, para os mesmos 27.274 empenhos, um valor de 11,56, indicando uma forte rejeição para o mesmo $Z_{\text{crítico}}$ de 1,96, mantendo-se o mesmo nível de significância de 0,05.

Conclui-se acerca do uso do Z-Teste, quanto à determinação da significância dos desvios, que as amostras formadas por um maior número de elementos possuem um intervalo de confiança mais estreito para os desvios quando comparadas a amostras menores, visto que a razão observada entre a quantidade de elementos deste intervalo e o tamanho da amostra decresce com o aumento deste último.

Por ser um teste aplicado de forma específica a um dígito e posição, permitindo assim a determinação de uma matriz de desvios observados, seus resultados podem ser facilmente aproveitados no planejamento das auditorias, numa contribuição direta à determinação da amostra a ser auditada (vide resultados obtidos com a aplicação do Z-Teste nos Apêndice E-2 a Apêndice E-10).

4.3.2 O Teste Quiquadrado - χ^2

Pode-se entender o χ^2 como um teste de hipótese destinado a encontrar um valor de dispersão entre duas variáveis numéricas, possuindo o claro propósito de determinar um nível de conformidade entre dois conjuntos de dados.

Diferentemente do Z-Teste, que é aplicado identificando desvios nos dígitos individualmente considerados, o χ^2 é um teste estatístico que reflete os desvios existentes em todos os dígitos do conjunto analisado, os quais são somados para compor o seu valor crítico.

Carslaw (1988) foi o precursor da aplicação deste teste na análise de dados contábeis, tendo o utilizado para determinar se as proporções observadas em todos os dígitos de uma mesma posição estavam em conformidade com as proporções esperadas para estes dígitos na posição investigada, tendo-se utilizado das seguintes equações:

$$\chi^2 = \sum_{d=1}^9 \frac{(PO_d - PE_d)^2}{PE_d} \quad (21)$$

$$\chi^2 = \sum_{d=0}^9 \frac{(PO_d - PE_d)^2}{PE_d} \quad (22)$$

A Equação (21) é utilizada para a análise da 1ª posição e a Equação (22) para as demais posições, com PO sendo a frequência observada para o dígito e PE a frequência esperada para o dígito e posição, definida por: $PE = pe.n$ (tamanho da amostra).

A ocorrência do “excesso de poder”, verificada no Z-Teste, também foi apontada como um possível problema na utilização do χ^2 -Teste, fazendo com que o teste se torne cada vez mais rigoroso a medida que cresce o número de elementos do conjunto analisado (KRAKAR; ZGELA, 2009; NIGRINI, 2000).

Este efeito torna-se evidente quando comparamos a evolução do teste χ^2 em relação ao teste do desvio absoluto, ambos no tempo (vide Gráfico 11 e Gráfico 12).

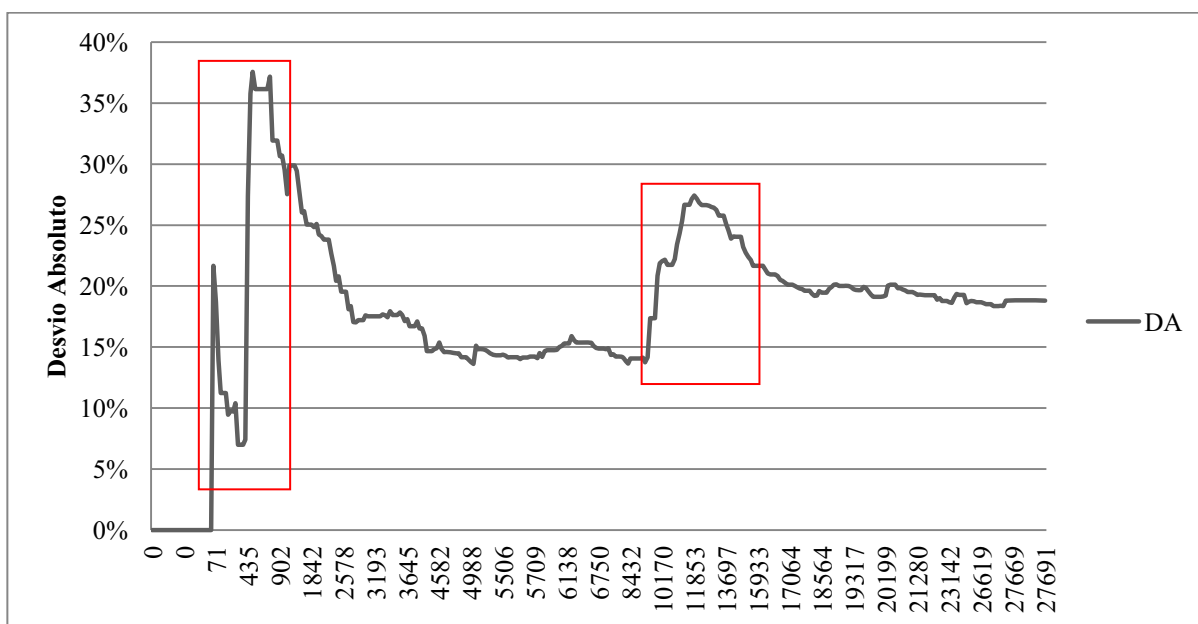


Gráfico 11 - Evolução do teste de Desvio Absoluto na UG1 de E1.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

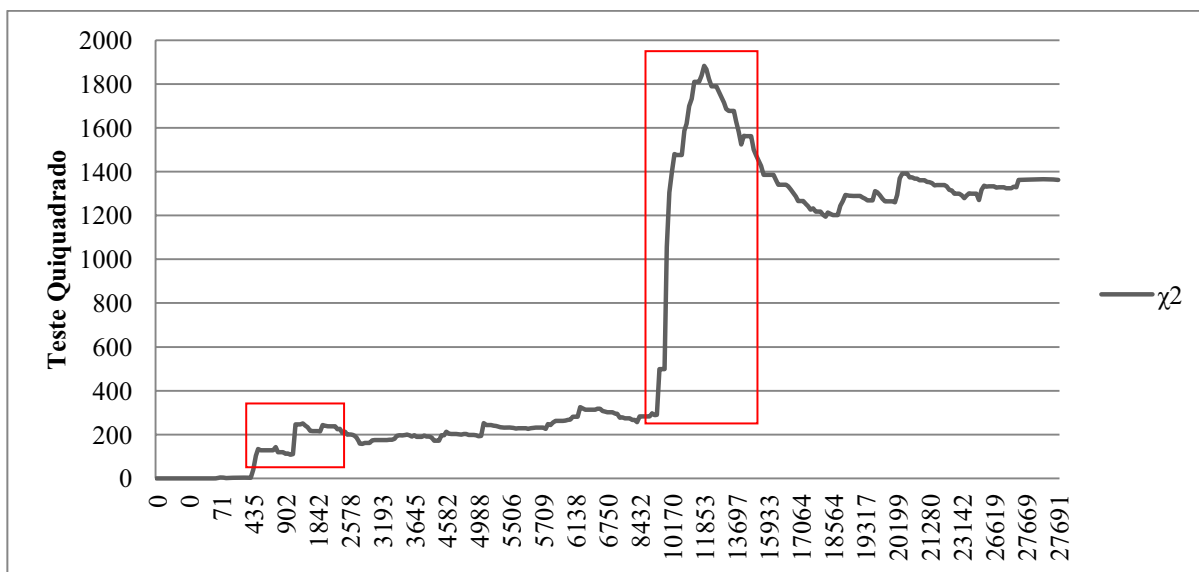


Gráfico 12 - Evolução do teste χ^2 na UG1 de E1.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Observou-se ainda nesta pesquisa que a influência do tamanho da amostra sobre o χ^2 -Teste fez com que, na análise prática dos dados da despesa, este tendesse a perder a sua capacidade representativa dos desvios associados às posições. Em outras palavras, à medida que se avança da primeira a oitava posição o χ^2 -Teste deixa de representar os desvios e passa a representar o tamanho da amostra analisada, vide tópico 6.3.

O χ^2 -Teste possui um escopo de análise mais amplo quando comparado ao Z-Teste, visto que identifica desvios de uma forma global para o conjunto de dígitos de uma posição isolada ou sequência de posições, vide resultados obtidos com a aplicação do χ^2 -Teste nos Apêndice E-11 a Apêndice E-19.

4.3.3 Discrepância Relativa – Δ_{pe}

A discrepância relativa, simbolizada pela letra grega Δ_0 (lê-se delta zero), entre duas medidas A e B é definida pela relação entre a diferença das medidas e um dos seus valores, exibida na forma de porcentagem (%).

$$\Delta_0 = \left| \frac{A - B}{A} \right| 100 \quad \text{ou} \quad \Delta_0 = \left| \frac{A - B}{B} \right| 100$$

Silva (2009) diz que “discrepâncias relativas de probabilidade são definidas como diferenças entre probabilidades exatas (calculadas numericamente) e as respectivas probabilidades assintóticas divididas pelas probabilidades assintóticas”.

Este teste é amplamente conhecido e de fácil interpretação, visto que o seu resultado já expressa em forma de porcentagem a proporção do desvio, podendo ser aplicado de forma local na determinação dos desvios individualmente observados para cada dígito, sendo considerado para tal os seus respectivos valores po e pe .

Zgela (2011) utilizou o cálculo da discrepância relativa na análise de conformidade com a NB-Lei para as variações percentuais ocorridas em dez anos do índice DAX do mercado de capitais alemão, mediante a utilização da seguinte equação:

$$\Delta_{pe} = \frac{po_d - pe_d}{pe_d} 100, \quad (23)$$

onde po_d e pe_d representam a frequência relativa observada para o dígito e o percentual previsto pela NB-Lei para a posição e dígito analisado, tal como utilizado no Z-Teste (vide resultados obtidos com a aplicação do teste de discrepância relativa - Δ_{pe} nos Apêndice E-20 a Apêndice E-28).

O autor ressalta que não foram detectados limites predefinidos de rejeição ou intervalos de confiança para este teste, o que impossibilitaria discernir claramente se o conjunto analisado está ou não de acordo com a Lei, (KRAKAR; ZGELA, 2009).

4.3.4 Desvio Absoluto (DA)

O somatório dos desvios obtidos pela diferença entre as proporções observadas e esperadas, tomados em sua forma absoluta, tem sido utilizado pelos autores na determinação da conformidade com a NB-Lei para uma ou mais posições, sendo desta forma um teste de proporção global.

Visto que existem critérios rígidos de proporção para a ocorrência dos dígitos 1 a 9 na primeira posição e 0 a 9 nas demais posições, um excesso de n ocorrências em um dígito acarretará, conseqüentemente, uma falta de n ocorrências distribuídas entre os demais dígitos. Não fossem os desvios tomados em sua forma absoluta, seu somatório seria nulo para qualquer situação analisada.

Varian (1972) utilizou-se deste método para investigar a conformidade em dados de entrada, censitários, e de saída resultantes de projeções realizadas para o planejamento da

ocupação em áreas urbanas. As equações do desvio absoluto para a primeira e demais posições são as seguintes:

$$DA = \sum_{d=1}^9 |po_d - pe_d| \quad (24)$$

$$DA = \sum_{d=0}^9 |po_d - pe_d| \quad (25)$$

Onde a Equação (24) é aplicada na determinação dos desvios do dígito d (1, 2 ... 9) na primeira posição e a Equação (25) é aplicada no cálculo dos desvios nas demais posições, com (d) assumindo valores entre 0 e 9. Em ambas po é a proporção observada para o dígito, obtida pela divisão entre a frequência observada para o dígito (PO) pelo tamanho da amostra (n), ou seja, $po = PO/n$; pe é a probabilidade de ocorrência prevista pela NB-Lei para a posição e dígito analisado (vide resultados obtidos com a aplicação do teste do desvio absoluto - DA no Apêndice E-29).

Nigrini (1997) utilizou o desvio absoluto médio *Mean Absolute Deviation* (MAD), obtendo-o pela divisão do somatório dos desvios absolutos pela quantidade de dígitos significativos (9 para a primeira posição e 10 para as demais), mediante o seguinte cálculo:

$$MAD = \sum_{d=1}^9 \frac{|po_d - pe_d|}{9} 100 \quad (26)$$

$$MAD = \sum_{d=0}^9 \frac{|po_d - pe_d|}{10} 100 \quad (27)$$

Onde po e pe representam a frequência relativa observada para o dígito e o percentual previsto pela NB-Lei para o dígito na posição analisada, tal como utilizado no Z-Teste. Vide resultados obtidos com a aplicação do teste da média dos desvios absolutos - MAD no Apêndice E-30.

O MAD , assim como a discrepância relativa, não possui limites ou intervalos sobre os quais se possam afirmar que o desvio é significativo ou não, tal como ocorre com o Z-Teste e o χ^2 -teste, (KRAKAR; ZGELA, 2009). Por outro lado, assim como no teste da discrepância relativa, destaca-se a utilidade da aplicação do MAD e do DA no monitoramento da formação

dos desvios no tempo, haja vista a comparabilidade dos seus resultados mesmo para amostras de tamanhos diferentes.

4.3.5 Fator de Distorção (*DF*)

Observando o comportamento da média dos dígitos numa distribuição NB-Lei, Nigrini (1992) propôs o modelo do Fator de Distorção - *DF*. O modelo consiste basicamente em identificar a proporção do desvio na média observada (*MO*) de uma série de dados investigada, após a imersão dos seus elementos em uma mesma ordem de grandeza, em relação à média esperada (*ME*) para a distribuição, mediante aplicação da seguinte equação:

$$DF = \frac{MO - ME}{ME} 100. \quad (28)$$

A aplicação do modelo requer que todos os elementos da série de dados investigada estejam contidos em um mesmo intervalo representativo de uma única grandeza, tal como [1:10];[10:100[ou [0,1:1[, garantindo-se desta forma que haja uma uniformidade de peso no cômputo da média independente da grandeza individual associada a cada número. O ajuste à escala, quando necessário a depender do número, deve ser feito multiplicando-se o valor por uma potência da base. Para os números que já se encontram no intervalo desejado não será requerido nenhum ajuste.

Tomando-se o exemplo proposto por Nigrini (1992), que utilizou o intervalo [10:100[, temos que os números 12,62; 10; 48,7 e 99,99 não necessitam de ajuste em relação ao intervalo supracitado. Já os números 110.458; 7,43; 0,15 e 100 deverão ser convertidos pela movimentação do ponto decimal para os respectivos números reais 11,0458; 74,3; 15 e 10, promovendo desta forma a sua imersão no intervalo escolhido.

De igual forma, o cálculo da média esperada para a distribuição NB-Lei deverá ser expresso no intervalo representativo da grandeza escolhida.

Diniz, Corrar e Slomski (2010), valendo-se do modelo do fator de distorção (*DF*) desenvolvido por Nigrini (1992), observaram o comportamento dos desvios em 225.421 notas de empenhos emitidas por 40 municípios, mediante a utilização das seguintes etapas:

1. Transforme números relatados em números que se situem na escala (10:100):

- a) Suprima todos os valores que são menores do que 10 (isso inclui todos os números apresentados como zero). Essa etapa assegura que todos os números tenham um primeiro e um segundo dígito explícito;
- b) Altere todos os números apresentados iguais ou superior a 100 para o tamanho (10:100), movendo o ponto decimal necessário.
2. Compute a média real (MR) dos números alterados.
3. Compute a MP das observações da série de Benford escalonando (10:100), usando a equação.
$$MP = 90 / [N \times (10^{1/N} - 1)] \quad (1)$$
4. Compute o fator de distorção (DF):
$$DF = (MR - MP) / MP \quad (2)$$
 (DINIZ, CORRAR; SLOMSKY, 2010, p.10)

Os autores citam que o modelo do fator de distorção DF foi utilizado por Nigrini (1992), refletindo o pressuposto de que um excesso de números altos indica um exagero dos números, e um excesso dos dígitos baixos demonstra o inverso (vide resultados obtidos com a aplicação do teste do fator de distorção - DF no Apêndice E-31).

4.4 Fundamentação da Proposta Metodológica

Constata-se nas 52 publicações analisadas sobre aplicações da Lei de Newcomb-Benford à auditoria contábil que os autores pesquisados concordaram quanto à utilidade desta análise de conformidade para a auditoria.

Nigrini (2000) opinou acerca dos requisitos necessários à aplicação de um teste de conformidade com uma distribuição NB-Lei, alertando para os seguintes aspectos:

- 1 – O teste deve medir a conformidade de toda a distribuição e não apenas a combinação dos dois primeiros dígitos;
- 2 – O teste não deve usar o tamanho da amostra (n) uma vez que o problema do excesso de poder vai sempre levar a rejeição da hipótese nula para grandes conjuntos de dados;
- 3 – O teste deve ser compreensível pelos profissionais e programável em software de auditoria;
- 4 – A decisão de aceitar/rejeitar deve ser objetiva.

Além das observações anteriormente ressaltadas, entende-se por oportuno agregar os seguintes aspectos às discussões, principalmente no que se refere à aplicação da NB-Lei à auditoria contábil.

A análise de conformidade deve ser feita identificando-se desvios na distribuição como um todo e também de forma específica para dígitos, posições e outras formas de categorização.

Para que um conjunto de dados observe as propriedades da NB-Lei é necessário que observe não só as probabilidades independentes das posições, mas também as probabilidades condicionais entre as posições. Desta forma, um teste que se proponha a avaliar a conformidade da distribuição deverá considerar todos os seus elementos, não se restringindo a dígitos ou posições específicas.

Um teste que considere os desvios na distribuição como um todo será útil na determinação de um *ranking* de conformidade para os conjuntos analisados, identificando, para fins gerenciais de priorização, quais conjuntos de dados estariam menos conformes com a NB-Lei. Passada essa etapa, será necessário, para fins de planejamento da auditoria e formação da amostra a ser auditada, identificar com a maior precisão possível os elementos associados aos desvios observados. Neste momento, será necessário identificar os desvios de forma específica, associando-os a dígitos, posições e outras formas de categorização que permitam um maior detalhamento do objeto analisado.

Outros autores também identificaram a ocorrência de vieses específicos em seus dados analisados. Krakar e Žgela (2009) analisaram a conformidade em uma amostra formada por 1.745.311 transações de pagamentos externos efetuadas por bancos da Croácia e obtiveram melhores resultados em agrupamentos menores, representativos de subgrupos específicos do objeto analisado. Durtschi, Hillison e Pacini (2004) observaram em seus dados analisados que a compra recorrente de um mesmo produto (água mineral) provocou uma distorção no comportamento dos dígitos, visto que a repetição do teste sem estes produtos tornou os dados conformes.

O teste deve refletir a ocorrência dos desvios no intervalo de tempo analisado e não apenas a posição final observada.

Os autores, em sua quase totalidade, aplicaram os testes de conformidade com a NB-Lei uma única vez ao final do período analisado, obtendo apenas uma visão do comportamento dos dados. Esta visão final e única não necessariamente refletirá o comportamento recorrente do resultado do teste no decorrer do período. Por outro lado, a visualização dos resultados dos testes no tempo trará uma maior precisão na determinação do

momento e intensidade da formação dos picos de desvios, numa contribuição direta com a seleção da amostra a ser auditada.

No exemplo contido no Gráfico 13, vê-se os valores diários da discrepância relativa obtida pelo dígito 8 (oito) na 1ª posição, conforme dados de 27.691 empenhos emitidos pela UG1 do Estado E1 no ano de 2010. A quebra estrutural no comportamento do teste ocorrida entre 17/07/2010 e 31/07/2010, período no qual o valor da discrepância relativa saltou de -11,20% para 147,36%, em 31/07/2010, foi provocada pela emissão de 901 empenhos de valores iguais a R\$ 8.000,00 que representaram 57,71% do total de emissões neste mesmo período.

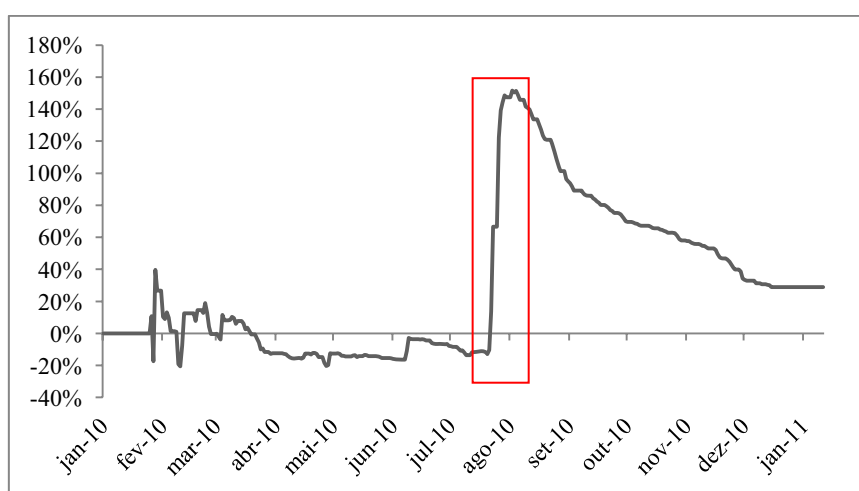


Gráfico 13 – Evolução da discrepância relativa para o dígito 8 na 1ª posição da UG1 do Estado 1.
Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A observação dos desvios no tempo tanto possibilita a identificação de picos de desvios ocorridos no período analisado, evitando assim o descarte de comportamentos atípicos de interesse para a análise, como permite determinar com uma maior precisão os elementos de interesse à formação da amostra a ser auditada.

O teste deve fazer distinção entre os desvios positivos ($po > pe$) e negativos ($po < pe$).

Partindo-se da hipótese válida de que a NB-Lei é uma lei matemática que governa a distribuição natural dos dígitos que compõem os números, a ocorrência de desvios de conformidade na distribuição dos dígitos em relação às frequências previstas na lei em tela evidenciaria a interferência do ser humano (DINIZ; CORRAR; SLOMSKI, 2010).

Os desvios sinalizados resultantes das análises seriam consequentemente, indicativos da interferência humana no comportamento natural dos números, sendo esta interferência, por sua vez, um possível indicativo da ocorrência de erros ou fraudes.

Vê-se então que o propósito da aplicação do teste para a auditoria contábil consiste em contribuir com a identificação dos dados não conformes inseridos a um conjunto residual que se supõe conforme. Para que isso ocorra, é necessário que o resultado do teste contribua com a identificação dos dígitos que possuam a maior probabilidade de conter elementos irregulares, aumentando assim as chances de detecção numa eventual análise por amostragem.

Mantendo esta linha de raciocínio, ressaltamos neste trabalho que os desvios nos dígitos indicativos de excessos, onde $po > pe$, assumem um papel de maior importância em relação aos desvios por falta, onde $po < pe$. Isto ocorre porque, após a inserção de um lote de valores não conformes, os dígitos com os maiores desvios relativos positivos indicarão uma maior proporção de elementos não conformes em relação aos demais. Por outro lado, os dígitos com desvios negativos indicarão uma menor proporção de elementos irregulares, podendo até mesmo não conter nenhum deles. Vê-se então que um importante requisito a ser observado em um teste que avalie os desvios nas frequências dos dígitos é a capacidade de evidenciar a proporção e direção do desvio.

Krakar e Zgela (2009) ressaltam que deve ser dada uma maior atenção aos dígitos que estão em excesso, mediante análise cautelosa do histórico dos eventos e das possíveis causas de sua ocorrência. Dígitos em escassez geralmente não merecem atenção adicional, visto ser apenas o reflexo dos excedentes verificados em outros dígitos.

O entendimento anteriormente explicitado pode ser observado no seguinte exemplo hipotético: Suponha-se uma Distribuição Original (*DO*), isenta da ocorrência de elementos não conformes em relação à NB-Lei, composta por 1.000 observações, suas frequências e discrepâncias relativas para os dígitos da primeira posição serão as constantes na Tabela 12.

Tabela 12 - Frequência das ocorrências e discrepâncias relativas para a distribuição (*DO*)

Dígito	Frequência	Freq. Esp.	Prop. Obs.	Prop. Lei	Δ_{pe}
1	301	301	0,3010	0,3010	-0,01%
2	176	176	0,1760	0,1761	-0,05%
3	125	125	0,1250	0,1249	0,05%
4	97	97	0,0970	0,0969	0,09%
5	79	79	0,0790	0,0792	-0,23%
6	67	67	0,0670	0,0669	0,08%
7	58	58	0,0580	0,0580	0,01%
8	51	51	0,0510	0,0512	-0,30%
9	46	46	0,0460	0,0458	0,53%
	1.000	1.000	1,0000	1,0000	-

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Inserindo-se na distribuição (*DO*) um conjunto de elementos não conformes (*NC*) com 40 observações igualmente distribuídas entre os dígitos 1 a 8 (vide Tabela 13), teremos a

Distribuição Resultante (*DR*) cujas frequências e discrepâncias relativas para os dígitos da primeira posição serão as constantes na Tabela 14.

Tabela 13 - Frequência das ocorrências e discrepâncias relativas para a distribuição (*NC*).

Dígito	Frequência	Freq. Esp.	Prop. Obs.	Prop. Lei	Δ_{pe}
1	5	12	0,1250	0,3010	-58,48%
2	5	7	0,1250	0,1761	-29,01%
3	5	5	0,1250	0,1249	0,05%
4	5	4	0,1250	0,0969	28,99%
5	5	3	0,1250	0,0792	57,87%
6	5	3	0,1250	0,0669	86,72%
7	5	2	0,1250	0,0580	115,55%
8	5	2	0,1250	0,0512	144,37%
9	-	2	-	0,0458	-100,00%
	40	40	1,0000	1,0000	-

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Após a inclusão de (*NC*) em (*DO*) teremos 5 elementos não conformes em cada grupo de dígitos iniciados por 1 a 8, exceto para o dígito 9 (nove) que não recebeu nenhum. Embora as quantidades de elementos não conformes introduzidos sejam as mesmas para cada dígito as suas proporções de ocorrências (*NC/DR*) serão distintas.

Tabela 14 - Frequência das ocorrências e discrepâncias relativas para a distribuição (*DR*).

Dígito	Frequência	Freq. Esp.	Prop. Obs.	Prop. Lei	Δ_{pe}	<i>NC/DR</i>
1	306	313	0,2942	0,3010	-2,26%	1,63%
2	181	183	0,1740	0,1761	-1,17%	2,76%
3	130	130	0,1250	0,1249	0,05%	3,85%
4	102	101	0,0981	0,0969	1,20%	4,90%
5	84	82	0,0808	0,0792	2,01%	5,95%
6	72	70	0,0692	0,0669	3,41%	6,94%
7	63	60	0,0606	0,0580	4,46%	7,94%
8	56	53	0,0538	0,0512	5,27%	8,93%
9	46	48	0,0442	0,0458	-3,34%	0,00%
	1.040	1.040	1,0000	1,0000	-	-

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Os resultados obtidos em (*NC/DR*) demonstram claramente que as chances de encontrar um elemento não conforme serão maiores em uma amostra formada pelos elementos iniciados por 8 (oito), aproximadamente 8,9%, do que entre os elementos iniciados por 1 (um), aproximadamente 1,63%, sendo nula para os iniciados por 9 (nove).

Sendo improvável que o analista disponha previamente das quantidades de elementos (*NC*) introduzidos ao conjunto de cada dígito, o cálculo de (*NC/DR*) torna-se difícil de ser obtido ou desnecessário, visto que o conhecimento dos elementos não conformes exclui a necessidade da sua busca por análise amostral.

A solução de contorno foi observada pela constatação de que os valores de Δ_{pe} e (NC/DR) , observados na Tabela 14, possuem uma correlação positiva próxima de 1 (0,9974), indicando que as duas variáveis possuem uma correlação linear quase perfeita. Nos testes realizados empiricamente foi observado que o coeficiente de correlação tende a 1 quando o desvio de conformidade da distribuição inicial (Tabela 12) tende a zero. Foi utilizado no teste o coeficiente de correlação de Pearson, vide equação (29) a seguir:

$$p = \frac{cov(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (29)$$

onde $cov(X, Y)$ é a covariância entre as variáveis X e Y e σ indica o seu desvio padrão.

Em face desta constatação, torna-se possível identificar quais são os dígitos que possuem a maior proporção de elementos não conformes recebidos, bastando, para tanto, identificar os dígitos com os maiores desvios positivos no teste de Discrepância Relativa. O mesmo efeito de correlacionamento foi observado com os resultados do Z-Teste neste trabalho utilizado, vide Equação (18) na seção 4.3.1.

O resultado do teste deve refletir a proporção do desvio de conformidade em relação à propriedade da NB-Lei avaliada, não se deixando afetar em razão do tamanho da amostra.

Conforme abordado nas seções 4.3.1 e 4.3.2 deste trabalho, a utilização do Z-Teste e o χ^2 -Teste, a um mesmo nível de significância, promovem um estreitamento do intervalo de confiança para a proporção dos dígitos à medida que aumenta o tamanho da amostra. Autores como Nigrini e Mittermaier (1997), Nigrini (2000) e Krakar e Zgela (2009) criticaram este efeito, ao qual denominaram de “excesso de poder”, sugerindo que o aumento no rigor do teste levaria inevitavelmente à rejeição de grandes amostras. Na prática observa-se que as amostras com um maior número de elementos estão sujeitas a um maior rigor pelo teste quando comparadas às que possuem um menor número.

Outro efeito indesejado de ordem prática para a auditoria, observado para testes que oscilam em função do tamanho da amostra, é que se torna difícil identificar qual a amostra com a maior proporcionalidade de desvio existente para resultados gerados em amostras de tamanhos diferentes, perdendo-se com isso a comparabilidade dos resultados.

4.5 Testes Propostos

Discutidos os pressupostos teóricos do modelo de análise a ser apresentado no presente trabalho, tendo por foco a verificação da conformidade com a NB-Lei aplicada à auditoria contábil, propôs-se neste trabalho a utilização de quatro testes: Teste de Invariância Escalar - Δx , Semidesvio Absoluto - $DA/2$, Discrepância Relativa - Δ_{po} e o Fator de Detecção de Ruído - FDR .

4.5.1 Teste de Invariância Escalar (Δx -Teste)

Dado que a propriedade da invariância escalar é característica exclusiva de uma distribuição NB-Lei, uma forma direta de se testar a conformidade com esta distribuição seria avaliar o comportamento da frequência dos dígitos quando todos os elementos da série de dados se sujeitam a progressivas multiplicações.

Smith (1997) propôs o *one scaling test*, um teste de invariância escalar baseado na observação das variações ocorridas apenas na frequência do dígito 1 (um) da primeira posição de uma distribuição quando cada número do grupo é submetido a 696 multiplicações sucessivas pelo fator 1,01. Na primeira iteração, cada um dos números originais deve ser multiplicado por 1,01. Da segunda iteração em diante multiplica-se cada um dos números gerados na iteração anterior novamente por 1,01, até completar as 696 iterações.

O teste proposto no presente trabalho apresenta basicamente as seguintes diferenças em relação ao *one scaling test*:

O teste verifica as variações ocorridas em todos os dígitos das posições analisadas e não apenas o dígito 1 da primeira posição;

A constante multiplicativa oscilou em progressão aritmética (P.A.) e não em progressão geométrica (P.G.);

O teste foi aplicado varrendo-se um único período da base [1,10] e não três períodos [1,1000].

A opção pela verificação das variações ocorridas na frequência de apenas um dígito restringe a sensibilidade do teste, limitando a sua capacidade representativa dos desvios observados entre os elementos da distribuição analisada. Isto ocorre porque a variação

observada em um único dígito assumirá valores dentro do intervalo $[0, n]$, onde o zero representaria o comportamento invariante e o n a sua máxima variação possível, sendo esta observada quando a ocorrência do dígito permutasse de 0 para n ou vice-versa.

Recomenda-se que a série seja multiplicada pelos termos de uma progressão aritmética crescente no intervalo $[1, 10[$, tendo $1 + r$ por termo inicial, onde r seja o menor múltiplo da base 10 possível. A escolha da menor razão múltipla da base 10 possível (0,1; 0,01; 0,001... $1/10^n$) fará com que os termos da P.A. assumam uma maior quantidade de valores dentro do intervalo, conferindo assim uma maior precisão ao resultado do teste. No teste aplicado neste trabalho foi utilizado um r de 0,001, com a P.A. variando do termo inicial 1,001 ao termo final 9,999. O ponto de parada aberto em 10 garante que ao final das consecutivas multiplicações o último termo da P.A. não se converta em um valor igual ou superior ao múltiplo da base. Não fosse esta restrição os dígitos retornariam a sua proporção inicial, reiniciando um redundante ciclo de testes da série.

É oportuno ressaltar que quanto menor for a razão, maior será, além da precisão, o esforço computacional empregado nas sucessivas multiplicações, com repercussão direta no tempo de processamento do teste.

No entanto, apenas multiplicar a distribuição por si não mensura a conformidade com a NB-Lei, é necessário identificar a constante que provocou o desvio máximo em um dígito ou conjunto de dígitos da distribuição. Muito embora seja possível identificar o comportamento do desvio observando apenas as variações sofridas em um único dígito, optou-se neste teste por considerar os desvios absolutos ocorridos em todos os dígitos para as p posições analisadas na distribuição testada, conferindo, desta forma, uma maior precisão ao teste realizado.

O teste aqui realizado poderá ser reproduzido observando-se as seguintes etapas:

Identifique de forma individualizada a quantidade de vezes em que cada dígito aparece nas 4 (quatro) primeiras posições da distribuição analisada;

Multiplique todos os elementos da distribuição pelo primeiro termo da P.A. $(1 + 0,001n)$;

Identifique de forma individualizada a quantidade de vezes em que cada dígito aparece nas 4 (quatro) primeiras posições da distribuição resultante;

Calcule os desvios absolutos nas ocorrências de cada dígito em cada uma das 4 (quatro) posições, comparando os valores obtidos das ocorrências na distribuição resultante com os valores da distribuição analisada;

Some os desvios observados nos dígitos das posições selecionadas para análise e divida pelo fator $2pn$, onde n é o número de elementos da série de dados testada e p é a quantidade de posições verificadas no teste;

Armazene o resultado obtido no item anterior e repita o processo a partir da etapa 2 utilizando o termo seguinte da P.A. até que o seu valor seja 9,999;

Identifique o Δx como sendo o maior valor obtido na etapa 5 dentre todos os termos testados da P.A. (1,001 a 9,999).

O Δx -Teste é um teste do tipo quanto menor melhor, indicando a proporção máxima de desvios observados por excesso de ocorrências na distribuição resultante. O seu valor oscilará entre 0 (zero) e 1 (um), indicando respectivamente uma invariância perfeita (ausência de desvios com a manutenção de todas as proporções de ocorrências para os dígitos nas posições investigadas) e uma variação total (desvio máximo com uma renovação total dos dígitos nas posições) (vide resultados obtidos com a aplicação do teste de invariância escalar - Δx no apêndice E-32).

Foi observado em decorrência da aplicação dos testes que as primeiras posições apresentam um maior potencial de evidenciação do efeito da invariância na distribuição como um todo. Isto ocorre porque o comportamento invariante em uma posição é influenciado pelo comportamento invariante das posições anteriores e influenciará a invariância das posições seguintes. Desta forma, quanto maior for a quantidade de posições anteriores associadas a uma posição analisada, mais precisa será a avaliação do seu comportamento invariante. Como corolário, temos que a análise do comportamento invariante na primeira posição, individualmente observada, será a que melhor representa o comportamento da distribuição como um todo. Consequentemente, a análise do comportamento invariante na última posição, também individualmente observada, será a que pior representará o comportamento da distribuição como um todo. Vide exemplo da invariância constante do Apêndice C, enquanto os dígitos da primeira posição assumiram um comportamento invariante para as constantes exemplificadas, os dígitos das posições seguintes obtiverem desvios crescentes.

O Δx -Teste teve o seu valor crítico calculado em 0,10225, para um nível de significância $\alpha = 0,001$, mediante a utilização da técnica estatística *bootstrap*, vide seção

5.3.3. Ressalta-se que, excepcionalmente na aplicação do *bootstrap* para este teste, foram realizadas apenas 1.000 simulações para o cômputo do seu intervalo de confiança, visto que o seu tempo de processamento não permitiu a obtenção tempestiva de um resultado com 10.000 simulações.

O resultado obtido com o *Ax*-Teste identifica a proporção máxima de desvios observados por excesso de ocorrências após as progressivas multiplicações, avaliando, desta forma, a conformidade do conjunto de dados em sua integralidade, ou seja, considerando o comportamento de todos os dígitos para todas as posições. Por esta razão o *Ax*-Teste foi considerado neste trabalho como o teste mais preciso na determinação da conformidade de um conjunto de dados com as propriedades de uma distribuição NB-Lei. O *Ax*-Teste possui o perfil de um teste de cunho gerencial, podendo ser utilizado na determinação de prioridades para análise, mediante a formação de um *ranking* de conformidade para os conjuntos de dados a serem auditados.

4.5.2 Semidesvio Absoluto ($DA/2$)

Propõe-se neste trabalho a utilização do semidesvio absoluto ($DA/2$) como medida de conformidade padrão a ser adotada na avaliação dos desvios nas posições, mediante a utilização das seguintes equações:

$$DA/2 = \sum_{d=1}^9 \frac{|po_d - pe_d|}{2} 100 \quad (30)$$

$$DA/2 = \sum_{d=0}^9 \frac{|po_d - pe_d|}{2} 100. \quad (31)$$

O $DA/2$ é um teste de proporção global, do tipo quanto menor melhor, com seu valor oscilando entre 0 (zero) e $1 - pe_{Min}$, onde pe_{Min} é a probabilidade esperada para o dígito 9 na posição analisada ou sequência de dígitos 9 para as posições analisadas em conjunto. O valor do pe_{Min} pode ser obtido mediante a utilização da Equação (6), vide seção 2.4.2.3, conforme exemplos abaixo.

O valor do pe_{Min} para uma análise da terceira posição será o valor da probabilidade esperada para o dígito 9 na terceira posição, a qual será calculada com base nos seguintes parâmetros: $Dn = 9$, $p = 3$ e $n = 1$.

$$\sum_{k=\lfloor 10^{3-2} \rfloor}^{10^{3-1}-1} \log_{10} \left(1 + \frac{1}{10^1 k + 9} \right) \gg \sum_{k=10}^{99} \log_{10} \left(1 + \frac{1}{10k + 9} \right)$$

$$\log_{10} \left(1 + \frac{1}{109} \right) + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{119} \right) + \dots + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{999} \right)$$

$$0,003966 + 0,003634 + \dots + 0,000435 \cong 0,098267$$

O valor do pe_{Min} para uma análise conjunta da segunda a quarta posição será o valor da probabilidade esperada para a sequência de dígitos 999 com início na segunda posição, a qual será calculada com base nos seguintes parâmetros: $Dn = 999$, $p = 2$ e $n = 3$.

$$\sum_{k=\lfloor 10^{2-2} \rfloor}^{10^{2-1}-1} \log_{10} \left(1 + \frac{1}{10^3 k + 999} \right) \gg \sum_{k=1}^9 \log_{10} \left(1 + \frac{1}{1000k + 999} \right)$$

$$\log_{10} \left(1 + \frac{1}{1999} \right) + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{2999} \right) + \dots + \log_{10} \left(1 + \frac{1}{9999} \right)$$

$$0,000217 + 0,000144 + \dots + 0,000043 \cong 0,000837$$

O $DA/2$ teve o seu valor crítico calculado em 2,09%, para um nível de significância $\alpha = 0,001$, mediante a utilização da técnica estatística *bootstrap*, vide seção 5.3.3. Tal como ocorre com o DA e o MAD , este teste também mantém a comparabilidade dos seus resultados mesmo para amostras de tamanhos diferentes, vide seção 4.3.4, bem como identifica pelo seu resultado diretamente a proporção de ocorrência dos desvios positivos no total da amostra analisada. Vide resultados obtidos com a aplicação do semidesvio absoluto – $DA/2$ nos Apêndice E-33 a Apêndice E-41.

4.5.3 Discrepância Relativa (Δ_{po})

O cálculo da discrepância relativa utilizado nesta pesquisa desconsiderou o efeito do módulo, visto que a evidenciação do sinal agrega valor à informação com a indicação do sentido do desvio (excessos de ocorrências geram sinais positivos e faltas geram negativos), e utilizou po no denominador, vide Equação (32) a seguir:

$$\Delta_{po} = \frac{po_d - pe_d}{po_d} 100. \quad (32)$$

Com a utilização da equação aqui proposta, a discrepância relativa identifica pelo seu resultado a proporção de elementos em excesso para os dígitos com desvios positivos, onde $po > pe$. Quanto maior for o seu resultado, maior será a chance de se detectar um elemento em excesso no dígito analisado (vide resultados obtidos com a aplicação do teste de discrepância relativa - Δ_{po} nos Apêndice E-42 a Apêndice E-50).

Partindo-se dos valores das discrepâncias relativas previstas em Δ_{pe} (vide Equação (23) na seção 4.3.3), será possível identificar o resultado da discrepância relativa aqui proposta Δ_{po} (vide Equação (32)), fazendo-se $\Delta_{po} = \frac{\Delta_{pe}}{\Delta_{pe}+1}$, conforme abaixo demonstrado:

$$\begin{aligned} \Delta_{po} &= \frac{\Delta_{pe}}{\Delta_{pe} + 1} \gg \frac{\frac{po_d - pe_d}{pe_d}}{\frac{po_d - pe_d}{pe_d} + 1} \gg \frac{\frac{po_d - pe_d}{pe_d}}{\frac{po_d - pe_d + pe_d}{pe_d}} \gg \frac{\frac{po_d - pe_d}{pe_d}}{\frac{po_d - \cancel{pe_d} + \cancel{pe_d}}{pe_d}} \\ &\gg \frac{\frac{po_d - pe_d}{pe_d}}{\frac{po_d}{pe_d}} \gg \frac{po_d - pe_d}{pe_d} \cdot \frac{pe_d}{po_d} \gg \frac{po_d - pe_d}{\cancel{pe_d}} \cdot \frac{\cancel{pe_d}}{po_d} \gg \Delta_{po} = \frac{po_d - pe_d}{po_d} \end{aligned}$$

Sendo a discrepância relativa uma medida de desvio relativizada, seus resultados indicam a proporcionalidade do desvio para qualquer número de observações investigado, não padecendo do efeito do “excesso de poder” em relação aos testes anteriormente discutidos. Isto posto e mantendo-se fiel à linha de pesquisa proposta no presente trabalho, destaca-se a utilidade da aplicação deste teste no monitoramento da formação dos desvios no tempo, haja vista a comparabilidade dos seus resultados mesmo para amostras de tamanhos diferentes.

4.5.4 Fator de Detecção de Ruído (*FDR*)

Partindo-se do pressuposto que os desvios positivos na ocorrência dos dígitos devem ser priorizados em relação aos negativos, identificando-se trilhas de auditoria com uma maior proporção de elementos ruidosos, propôs-se neste trabalho um teste para identificar o conjunto de dados com a melhor composição de desvios para análise, ou seja, que leve em consideração tanto as chances de se detectar os eventuais elementos não conformes introduzidos, como também a representatividade destes em relação à amostra analisada. O Fator de Detecção de Ruído – *FDR* será obtido mediante a utilização das seguintes equações, aplicadas a primeira e demais posições:

$$FDR = \sum_{d=1}^9 \frac{(po_d^+ - pe_d)^2}{po_d^+} 100 \quad (33)$$

$$FDR = \sum_{d=0}^9 \frac{(po_d^+ - pe_d)^2}{po_d^+} 100, \quad (34)$$

onde, pe representa a probabilidade esperada para o dígito e po^+ representa a probabilidade observada de ocorrência para os dígitos com desvios positivos, a qual assumiria o valor de po para os dígitos onde $po > pe$, enquanto os dígitos onde $po \leq pe$ não integrariam o cômputo deste teste (vide resultados obtidos com a aplicação do fator de detecção de ruído – *FDR* nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53).

Partindo-se dos valores obtidos com a discrepância relativa (Δ_{po}) (vide Equação (32) na seção 4.5.3), e o desvio absoluto (DA) (vide Equação (24) na seção 4.3.4), será possível compor o resultado do *FDR*, conforme abaixo demonstrado:

$$FDR = \sum_{d=1}^9 \Delta_{po^+, DA^+} \gg \sum_{d=1}^9 \left(\frac{po_d^+ - pe_d}{po_d^+} \right) \cdot |po_d^+ - pe_d| \gg \sum_{d=1}^9 \frac{(po_d^+ - pe_d)^2}{po_d^+}$$

O *FDR* é um teste de proporção global, do tipo quanto menor melhor, com seu valor oscilando entre 0 (zero) e $(1 - pe_{Min})^2$, onde pe_{Min} é a probabilidade esperada para o dígito 9 na posição analisada ou sequência de dígitos 9 para as posições analisadas em conjunto. O valor do pe_{Min} pode ser obtido mediante a utilização da Equação (6) na seção 2.4.2.3 (vide exemplos já demonstrados na seção 4.5.2 e APÊNDICE D – Exemplos comparativos da aplicação do *FDR* e $DA/2$).

A proposta do *FDR* é refletir a composição de desvios mais favorável à detecção dos elementos ruidosos que se supõe introduzidos na série de dados analisada. Veja-se exemplo constante na Tabela 15 com o cálculo do *FDR* para os nove dígitos da 1ª posição, conforme dados dos empenhos emitidos pela UG1 do Estado E1 no ano de 2010.

Tabela 15 – Cálculo do Fator de Detecção de Ruído aplicado a 1ª Posição.

Dígito	Frequência	Freq. Esp.	Prop. Obs.	Prop. Lei	$(po^+ - pe)/po^+$	$po^+ - pe$	<i>FDR</i>
1	7.696	8.336	0,2779	0,3010	0,000	0,000	0,00%
2	4.417	4.876	0,1595	0,1761	0,000	0,000	0,00%
3	4.085	3.460	0,1475	0,1249	0,153	0,023	0,35%
4	3.606	2.684	0,1302	0,0969	0,256	0,033	0,85%
5	1.430	2.193	0,0516	0,0792	0,000	0,000	0,00%
6	1.111	1.854	0,0401	0,0669	0,000	0,000	0,00%
7	1.871	1.606	0,0676	0,0580	0,142	0,010	0,14%
8	1.826	1.416	0,0659	0,0512	0,224	0,015	0,33%
9	1.649	1.267	0,0596	0,0458	0,232	0,014	0,32%
	27.691	27.691					1,98%

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Este teste pode ser aplicado individualmente para uma única posição, considerando, para tanto, as proporções independentes previstas para seus dígitos, ou para posições analisadas de forma conjunta, considerando-se neste caso as probabilidades independentes aplicadas às sequências de dígitos que integram as posições analisadas. Para um melhor entendimento da diferença entre estas probabilidades (vide tópico 2.4.2.4).

O *FDR* teve o seu valor crítico calculado em 0,178% para um nível de significância $\alpha = 0,001$, mediante a utilização da técnica estatística *bootstrap* (vide seção 5.3.3). Ressalta-se que este teste, assim como os demais testes que integram o modelo de análise proposto no presente trabalho, mantém a comparabilidade dos seus resultados mesmo para amostras de tamanhos diferentes. A aplicação deste modelo de análise tanto evidencia localmente os dígitos com maiores proporções de elementos ruidosos supostamente introduzidos, como identifica de forma global qual a distribuição que possui a composição de desvios mais favorável à detecção destes ruídos em uma eventual amostragem. Vide outros exemplos da aplicação do *FDR*, bem como a comparação dos seus resultados com os do teste *DA/2* no APÊNDICE D – Exemplos comparativos da aplicação do *FDR* e *DA/2*.

5 METODOLOGIA

Visto que o objetivo fundamental da ciência é chegar à verdade científica dos fatos, um conhecimento para ser considerado científico deve possuir a característica da verificabilidade, ou seja, torna-se necessário identificar as operações mentais e/ou técnicas que possibilitaram a sua verificação (GIL, 2007, p. 26).

Por outro lado, o desenvolvimento de uma investigação científica pode ser realizado de diferentes formas. As etapas a serem seguidas também podem variar no intuito de atingir o seu propósito determinado, contanto que o modo escolhido torne a investigação organizada, segura, prática e verdadeira (LOPES, 2006, p.171).

O proceder metodológico, equivocadamente abreviado como metodologia, consiste na descrição da forma e etapas escolhidas para o desenvolvimento da pesquisa, mediante a escolha da sua forma de abordagem, do método de pesquisa e outras tipologias de pesquisa, tais como: instrumentos a serem utilizados, procedimentos técnicos, delimitação da amostra e critérios de coleta (SILVA et. al, 2004).

5.1 Caracterização da Pesquisa

Martins e Theóphilo (2009) assinalam que é descabido o entendimento de que possa haver pesquisa exclusivamente qualitativa ou quantitativa, visto que investigações científicas contemplam ambas. Isto posto, no que concerne à abordagem científica este trabalho é fruto de uma pesquisa interdisciplinar estrategicamente fundamentada na análise qualitativa/quantitativa/qualitativa que tem como pilares as Ciências Contábeis e as Ciências Matemáticas (teoria da probabilidade, estatística e informática) aplicadas à auditoria digital das contas públicas (vide diagrama proposto na Figura 2.)

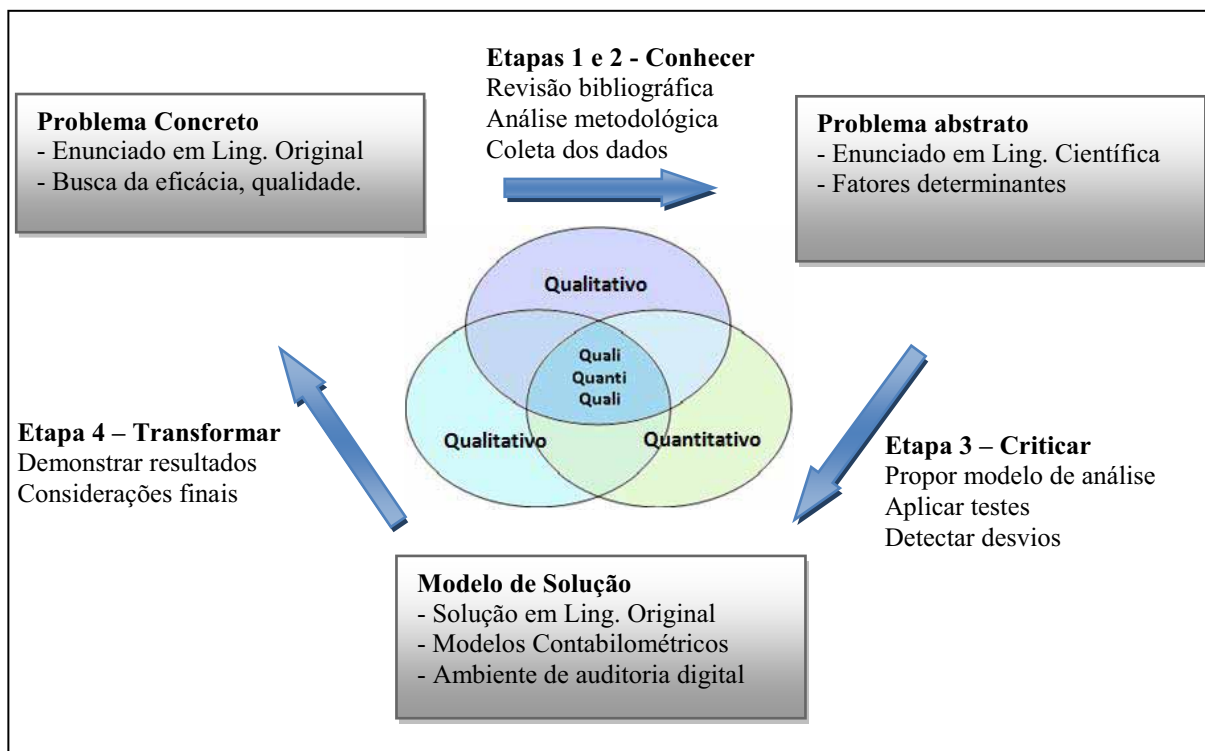


Figura 2 - Abordagem de Pesquisa Quali X Quanti X Quali.
Fonte: Adaptado de Santos, Diniz e Ribeiro Filho (2003).

A pesquisa será qualitativa visto que busca conhecer a realidade do contexto (necessidade do desenvolvimento de modelos interdisciplinares de análise) a partir de um estudo evolutivo exploratório que investigou a análise de conformidade da NB-Lei aplicada à auditoria contábil (estado da arte). Para Merrian (1998, p. 11), o pesquisador busca compreender, sob a luz das perspectivas e visões de mundo dos pesquisados, o fenômeno que está sendo investigado.

Será também quantitativa porque busca na sequência interpretar seus dados e propor modelos matemáticos mediante a utilização de análises estatísticas (BEUREN, 2006). O ciclo da pesquisa completa-se de volta ao seu aspecto qualitativo visto que são efetuadas análises mais aprofundadas em relação ao fenômeno estudado (RAUPP; BEUREN, 2003, p. 91). Este procedimento final objetiva avaliar a eficácia do modelo contabilométrico proposto, mediante a detecção de evidências de irregularidades cometidas nas contratações, a partir dos resultados obtidos com a análise quantitativa na fase anterior.

A utilização de diferentes métodos para a análise dos mesmos fenômenos acaba por contribuir com o avanço do conhecimento produzido acerca do objeto investigado (MARTIN, 1990, POPE; MAYS, 1995).

5.2 Método Científico e Objetivo do Estudo

O método científico é um “conjunto das atividades sistemáticas e racionais que, com maior segurança e economia, permite alcançar o objetivo – conhecimentos válidos e verdadeiros -, traçando o caminho a ser seguido, detectando erros e auxiliando as decisões do cientista” (LAKATOS; MARCONI, 2007, p. 83).

Esta pesquisa utiliza o método hipotético-dedutivo, que consiste na construção do conhecimento a partir da formulação de hipóteses a serem testadas na busca por regularidades e relacionamentos causais entre os elementos investigados. Este método enfatiza a importância da técnica e da mensuração tendo, por isso, grande força na utilização de procedimentos estatísticos (VERGARA, 2008, p. 13).

Quanto ao objetivo do estudo, enquadra-se como uma pesquisa descritiva, considerando que busca primordialmente descrever as características de um fenômeno específico (análise de conformidade na distribuição dos dígitos dos gastos público em relação à distribuição-padrão definida na Lei de Newcomb-Benford), bem como o estabelecimento de relações entre variáveis (GIL, 2007, p. 44).

5.3 Etapas da Pesquisa

Visando ao atendimento da problemática proposta e à consecução dos objetivos geral e específicos estabelecidos para o presente trabalho científico, foram implementadas as 4 (quatro) etapas definidas na Figura 2 (vide tópico 5.1. Nas seções 5.3.1 a 5.3.3 deste trabalho) e foram detalhados os procedimentos adotados na execução de cada uma destas etapas, a saber: 1 – Revisão Bibliográfica e Análise Metodológica; 2 – Coleta e Tratamento dos Dados; 3 – Desenvolvimento e Aplicação do Modelo; e 4 – Demonstração dos Resultados e Conclusões.

5.3.1 Etapa 1 – Revisão Bibliográfica e Análise Metodológica

Conforme Silva (2006), a pesquisa bibliográfica consiste na explicação e discussão de um tema ou problema mediante a utilização de referências teóricas já publicadas em artigos,

revistas, livros e periódicos científicos. Para Collis e Hussey (2005), o processo de revisão de literatura é composto de três fases: seleção das bases de dados; seleção de artigos; e análise dos artigos selecionados.

Foi utilizado para a elaboração desta pesquisa o banco de artigos e referências elaborado pelo Núcleo Interinstitucional de Pesquisa em Auditoria Digital (NIPAD). O NIPAD é um núcleo de pesquisa aplicada à auditoria do setor público, composto por servidores do Tribunal de Contas do Estado de Pernambuco, pesquisadores e alunos do pós-doutorado, doutorado, mestrado e graduação da Universidade Federal de Pernambuco, (COSTA; SANTOS, 2011).

A coleta de dados destas publicações foi realizada pelos integrantes do NIPAD no período de outubro de 2010 a fevereiro de 2012, mediante levantamento da produção científica publicada em artigos internacionais e nacionais relacionados à NB-Lei. Para tanto, dois trabalhos em particular tiveram grande contribuição, visto que também trataram de um levantamento de referências associadas ao tema, a saber: Hürlimannuas (2006), *Benford's law from 1881 to 2006: a bibliography edited by Werner Hürlimannuas*, e Berger e Hill (2007), *Benford Online Bibliography*.

A base de referências e artigos do NIPAD foi elaborada partindo-se das referências detalhadas nas duas fontes supracitadas, as quais foram confirmadas e complementadas mediante buscas nos periódicos da base de dados do ProQuest, CAPES e Mendeley, bem como em consultas à base de dados do Google. Foram utilizadas como argumentos de pesquisa as palavras-chaves 'Benford', 'lei de Benford', '*Benford's law*', 'lei de Newcomb', '*Newcomb's law*', 'Lei de Newcomb-Benford' e *Newcomb-Benford's law*', selecionando-se para formação da amostra as publicações que continham alguma destas palavras em seu título, palavras chaves, resumo ou conteúdo. Este método de seleção é consistente com pesquisa semelhante realizada por Nascimento, Ribeiro e Junqueira (2008).

Como resultado da revisão bibliográfica foram elaborados os Capítulos 2 e 3 deste trabalho, contendo respectivamente a fundamentação teórica dos principais tópicos relacionados à pesquisa e o levantamento do estado da arte da aplicação da NB-Lei à auditoria contábil.

Barros e Lehfeld (2000) definem metodologia, em um nível aplicado, como o exame e avaliação das técnicas de pesquisa, bem como a geração ou verificação de novos métodos que

conduzem à captação e processamento de informações com vistas à resolução de problemas de investigação.

Em análise realizada nas publicações referenciadas na presente pesquisa foram identificados nesta primeira etapa, em razão da análise metodológica elaborada, nove métodos utilizados pelos autores na determinação de desvios quanto à conformidade de um conjunto de dados em relação a uma distribuição que atenda às propriedades da NB-Lei (vide Quadro 2 no tópico 4.1 deste trabalho).

5.3.2 Etapa 2 – Coleta e Tratamento dos Dados da Despesa

Para a realização do estudo foram obtidos os dados da despesa empenhada relativos a três estados brasileiros, dois da região nordeste e um da região sul. Os dados foram obtidos junto aos respectivos portais oficiais de cada estado. Foi selecionada uma amostra determinística composta por 60 unidades gestoras (UG's), sendo 20 para cada estado, dentre as que possuíam o maior volume de gasto e um quantitativo mínimo de 800 empenhos emitidos. Na ótica do tratamento isonômico, optou-se por não identificar o nome dos estados, devido a pesquisa ter sido realizada em apenas três destes entes federativos. Nestas condições, a identificação de seus nomes poderia ser interpretada como uma injusta penalização em relação aos demais estados, cuja análise não os atingiu.

Para a elaboração das análises foram obtidos todos os empenhos não nulos emitidos no exercício de 2010 pelas UG's, 335.830 ao todo, considerado pelos seus saldos (empenho + reforço – anulação), assegurando-se desta forma que todas as observações tenham um primeiro dígito não nulo. Em seguida, considerando-se os valores das notas de empenho, foram extraídas, mediante uso do software Microsoft Excel versão 2007, as informações necessárias à análise, dentre as quais destacamos: número do empenho, data de emissão, saldo final do empenho, quantidade de empenhos emitidos por cada UG; total de ocorrências verificadas para os dígitos da primeira a oitava posição individualmente considerados, tomando-se o valor do saldo final de cada empenho; ordem de grandeza para cada valor do empenho e código da despesa empenhada quanto à natureza.

5.3.3 Etapas 3 e 4 – Desenvolvimento e Aplicação do Modelo

Em atenção aos objetivos específicos 3 e 4 constantes na seção 1.2.2, foi desenvolvida uma rotina automatizada com o uso da interface de programação VBA integrada ao software Microsoft Excel versão 2007. Mediante uso desta rotina foram aplicados testes de avaliação de conformidade na distribuição dos dígitos observada para os conjuntos de dados analisados em relação aos percentuais previstos pela NB-Lei. Para tanto, foram utilizados: Z-Teste; χ^2 -Teste; Modelo do Fator de Distorção (*MFD*); Discrepância Relativa (Δ_{po}); Semidesvio Absoluto ($DA/2$); Teste de Invariância Escalar (λx) e o Fator de Detecção de Ruído (*FDR*), três dos quais, os últimos, foram propostos no presente trabalho.

A Tabela 16 apresenta a esquematização dos testes aplicados neste estudo, com seu respectivo tipo, característica, posição, dígito, hipóteses e valor crítico.

Tabela 16 - Esquematização dos testes aplicados a NB-Lei na auditoria

Teste	Tipo	Característica	Posição	Dígito	Hipóteses* ¹	Valor Crítico* ²
Z-Teste	Local	Proporção	1 ^a	Todos	H _{A0} e H _{A1}	1,96
χ^2 -teste	Global	Proporção	1 ^a a 8 ^a	Todos	H _{B0} e H _{B1}	15,507
<i>DF</i>	Global	Média	Todas	Todos	H _{C0} e H _{C1}	-8,65% < <i>DF</i> * ² < 8,25%
Δ_{po}	Local	Proporção	1 ^a	Todos	-	-
<i>DA/2</i>	Global	Proporção	1 ^a a 8 ^a	Todos	H _{D0} e H _{D1}	2,09%* ²
λx -Teste	Global	Invariância	Todas	Todos	H _{E0} e H _{E1}	10,225%* ²
<i>FDR</i>	Global	Proporção	1 ^a	Todos	H _{F0} e H _{F1}	0,178%* ²

Fonte: Elaborado pelo autor, 2012.

*¹ As hipóteses nulas (final em 0) indicam uma diferença não significativa e as hipóteses um (final em 1) assinalam uma diferença significativa.

*² Valor crítico obtido mediante a utilização da técnica estatística *bootstrap*.

O Z-Teste foi utilizado como medida de significância estatística na determinação das diferenças entre as frequências observadas (PO) e esperadas (PE), aplicadas separadamente para cada dígito da primeira posição, mediante a utilização da Equação (18) abaixo reproduzida:

$$Z = \frac{PO_d - PE_d}{\sqrt{PE_d(1 - pe_d)}}$$

onde (*PO*) é o número de observações na amostra para o dígito e posição analisados, (*PE*) é a frequência esperada para o dígito e posição, definida por: $PE = pe.n$ (tamanho da amostra), e *pe* é a probabilidade de ocorrência prevista pela NB-Lei para a posição e dígito analisado. Foi adotado um nível de significância $\alpha = 0,05$ com rejeição da hipótese de inexistência de desvios significativos quando $Z < -1,96$ ou $Z > 1,96$ (vide seção 4.3.1).

O χ^2 -Teste foi utilizado para determinar se as frequências observadas e esperadas, em sua totalidade, estão em conformidade uma com a outra para os dígitos da primeira posição. Diferentemente do Z-Teste, que é aplicado identificando desvios nos dígitos individualmente considerados, o χ^2 -teste é um teste estatístico que reflete os desvios existentes em todos os dígitos do conjunto analisado, os quais são somados para compor o seu valor crítico, mediante a aplicação da Equação (21), abaixo reproduzida:

$$\chi^2 = \sum_{d=1}^9 \frac{(PO_d - PE_d)^2}{PE_d}.$$

Foi adotado um nível de significância $\alpha = 0,05$, para um grau de liberdade 8 relativo a análise da primeira posição, com rejeição da hipótese de inexistência de desvios significativos quando $\chi^2 > 15,507$ (vide seção 4.3.2).

O modelo do fator de distorção foi utilizado como medida indicativa da proporcionalidade dos desvios observados considerando-se todos os dígitos em todas as posições. O modelo consiste basicamente em medir o desvio relativo da média observada da série de dados investigada (MO), após a imersão dos seus elementos em uma mesma ordem de grandeza, em relação à média esperada (ME) mediante aplicação da Equação (28), abaixo reproduzida:

$$DF = \frac{MO - ME}{ME} 100.$$

Foi adotado um nível de significância $\alpha = 0,001$ com rejeição da hipótese de inexistência de desvios significativos quando $DF < -8,65\%$ ou $DF > 8,25\%$ (vide seção 4.3.5).

O teste de discrepância relativa foi utilizado como medida de proporcionalidade das diferenças entre as probabilidades observadas e esperadas ($po - pe$), aplicadas separadamente para cada dígito da primeira posição, mediante a utilização da Equação (32), abaixo reproduzida:

$$\Delta_{po} = \frac{po_d - pe_d}{po_d} 100,$$

onde (po) é a probabilidade observada para o dígito, obtida pela divisão entre a frequência observada para o dígito (PO) pelo tamanho da amostra (n), ou seja, $po = PO/n$; (pe) é a probabilidade de ocorrência prevista pela NB-Lei para a posição e dígito analisado

(vide seção 4.5.3). Não foram estabelecidos valores críticos para este teste. Foi dada ênfase à identificação dos pontos de desvios máximos observados na análise evolutiva para o período investigado, ou seja, exercício de 2010.

O teste do semidesvio absoluto foi utilizado para determinar se as probabilidades incondicionais observadas e esperadas, em sua totalidade, estão em conformidade uma com a outra para os dígitos da primeira a oitava posição, individualmente observadas. Tal como o χ^2 -teste, este teste também reflete os desvios existentes em todos os dígitos do conjunto analisado, os quais são somados para compor o seu valor crítico mediante a aplicação das Equações (30) e (31), abaixo reproduzidas:

$$DA/2 = \sum_{d=1}^9 \frac{|po_d - pe_d|}{2} 100$$

$$DA/2 = \sum_{d=0}^9 \frac{|po_d - pe_d|}{2} 100$$

Foi adotado um nível de significância $\alpha = 0,001$ com rejeição da hipótese de inexistência de desvios significativos quando $DA/2 > 2,17\%$ (vide seção 4.5.2).

O Δx -Teste foi utilizado como medida indicativa da invariância da distribuição, sendo obtida pela identificação da proporção máxima de desvios observados nas frequências dos dígitos das quatro primeiras posições, observando-se para tanto as sete etapas detalhadas na seção 4.5.1. Foi adotado um nível de significância $\alpha = 0,001$ com rejeição da hipótese de inexistência de desvios significativos quando $\Delta x > 0,10225$.

O teste do fator de detecção de ruído foi utilizado para determinar se as probabilidades observadas e esperadas estão em conformidade uma com a outra para os dígitos da primeira posição. Este teste reflete os desvios existentes no conjunto de dígitos com desvios positivos, onde $po > pe$, os quais são somados para compor o seu valor crítico, mediante a aplicação da Equação (33), abaixo reproduzida:

$$FDR = \sum_{d=1}^9 \frac{(po_d^+ - pe_d)^2}{po_d^+} 100,$$

onde, (pe) representaria a probabilidade esperada para o dígito e (po^+) representa a proporção observada de ocorrência para dígitos com desvios positivos, a qual assumiria o

valor de (po) para os dígitos onde $po > pe$, enquanto os dígitos onde $po \leq pe$ não integrariam o cômputo do teste (vide seção 4.5.4). Foi adotado um nível de significância $\alpha = 0,001$ com rejeição da hipótese de inexistência de desvios significativos quando $FDR > 0,0014$.

Uma vez que o problema tenha sido formulado de forma cientificamente válida, deve o pesquisador propor soluções, em forma de sentença interrogativa detalhada, as quais serão testadas no curso da pesquisa (LAKATOS; MARCONI, 2007, p. 129 e 130). As hipóteses têm por papel fundamental sugerir explicações para os fatos em convergência com o propósito da pesquisa, podendo estas ser verdadeiras ou falsas (GIL, 2007, p. 56).

Desta forma, em atenção à problemática proposta, foram formuladas as seguintes hipóteses:

H_{0A}: $PO=PE$ – Não existe diferença estatisticamente significativa para a frequência do dígito em razão da aplicação do Z-Teste à 1ª posição;

H_{1A}: $PO \neq PE$ – Existe diferença estatisticamente significativa para a frequência do dígito em razão da aplicação do Z-Teste à 1ª posição;

H_{0B}: $PO=PE$ – Não existe diferença estatisticamente significativa para a frequência dos dígitos da primeira posição em razão da aplicação do χ^2 -Teste à 1ª posição;

H_{1B}: $PO \neq PE$ – Existe diferença estatisticamente significativa para a frequência dos dígitos da primeira posição em razão da aplicação do χ^2 -Teste à 1ª posição;

H_{0C}: $MO=ME$ – Não existe diferença significativa para a média da distribuição em razão da aplicação do teste DF ;

H_{1C}: $MO \neq PM$ – Existe diferença significativa para a média da distribuição em razão da aplicação do teste DF ;

H_{0D}: $po=pe$ – Não existe desvio estatisticamente significativo para os dígitos da primeira posição em razão da aplicação do teste $DA/2$;

H_{1D}: $po \neq pe$ – Existe desvio estatisticamente significativo para os dígitos da primeira posição em razão da aplicação do teste $DA/2$;

H_{0E}: $\Delta x=0$ – Não existe desvio estatisticamente significativo na variação das proporções dos dígitos da distribuição em razão da aplicação do Δx -Teste;

H_{1E}: $\Delta x > 0$ – Existe desvio estatisticamente significativo na variação das proporções dos dígitos da distribuição em razão da aplicação do Δx -Teste;

H_{0F}: $po=pe$ – Não existe diferença estatisticamente significativa para os dígitos da primeira posição em razão da aplicação do teste *FDR*;

H_{1F}: $po \neq pe$ – Existe diferença estatisticamente significativa para os dígitos da primeira posição em razão da aplicação do teste *FDR*;

Foram definidos intervalos de confiança para os testes *DF*, *DA/2*, *Ax* e *FDR* mediante a utilização da técnica estatística *bootstrap* proposta por Efron e Tibshirani (1993) (vide Tabela 16).

A construção dos intervalos de confiança obedeceu às seguintes etapas:

Elaboração de uma sequência NB-Lei com 10^4 elementos;

Realizar 10^4 simulações computando-se o valor do teste para amostras formadas por 10^4 elementos obtidos com reposição dos dados a partir da distribuição NB-Lei inicialmente criada;

Ordenar os 10^4 resultados obtidos com o teste em ordem crescente;

O valor crítico para o intervalo de confiança em testes unicaudais será o resultado obtido que corresponde ao elemento inteiro mais próximo de $n(1-\alpha)$, onde n é a quantidade de elementos da amostra (10^4 para o teste aqui realizado) e α é o nível de significância desejado. Para os resultados cujo intervalo é aplicado em testes bicaudais, como é o caso do *DF*, os limites inferior e superior do intervalo serão os inteiros mais próximos dos termos $n.\alpha/2$ e $n(1-\alpha/2)+1$.

Para a realização dos testes foram criadas duas sequências que refletiam as propriedades da NB-Lei: uma que minimizava os desvios em relação ao comportamento invariante da distribuição; e outra que minimizava os desvios em relação às probabilidades independentes observadas para cada uma da 1ª a 15ª posição. A primeira amostra, que apresentou os menores desvios para o comportamento invariante, foi formada com 10^3 elementos mediante a utilização da Equação (35) a seguir:

$$f(NB) = 10^{\frac{x}{n}}, \quad (35)$$

onde, n é o número de elementos da distribuição e x assume valores entre 0 e $n-1$.

A segunda amostra, com 10^4 elementos, foi criada mediante a utilização de rotina automatizada desenvolvida pelo autor, cujo exemplo com 140 elementos para as quatro

primeiras posições (Distribuição $D3$), encontra-se no APÊNDICE B - Exemplos dos conjuntos de dados fictícios $D1$, $D2$ e $D3$. deste trabalho.

As simulações de *bootstrap* também foram realizadas com o uso da interface de programação VBA integrada ao software Microsoft Excel versão 2007. Para cada experimento, foram feitas 10 mil replicas da simulação do *bootstrap* amostrando 10 mil elementos de uma sequencia numérica conforme com a NB-Lei. A única exceção foi para o computo dos intervalos de confiança da invariância escalar, pois devido ao excessivo esforço computacional requerido, foram feitas apenas mil simulações cada uma contendo uma amostra com mil observações, utilizando-se para tal scripts escritos na linguagem de programação Python versão 2.7 (disponível em www.python.org) e com auxilio da biblioteca Numpy (disponível em www.numpy.org).

6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A análise dos dados foi dividida em dois tópicos. No tópico 6.1 são apresentados os resultados obtidos com a aplicação das análises de conformidade com a NB-Lei mais utilizadas pelos autores. O tópico 6.2 apresenta os resultados obtidos com as análises de conformidade propostas no presente trabalho.

6.1 Análises de conformidade com a NB-Lei mais utilizadas pelos autores

Neste tópico são apresentados os resultados obtidos com a aplicação dos testes mais utilizados pelos autores, ou seja, o Z-Teste, χ^2 -Teste e DF (vide Quadro 2 na seção 4.1). A seção 6.1.1 congrega as análises do Z-Teste e χ^2 -Teste, enquanto a seção 6.1.2 detalha os resultados obtidos com a aplicação do fator de distorção (DF).

6.1.1 Análise dos resultados do Z-Teste e χ^2 -Teste aplicados aos dígitos 1 a 9 da 1ª Posição para as 60 UG's individualmente consideradas

A Tabela 17 apresenta os resultados do Z-Teste e χ^2 -Teste aplicados na análise individual do primeiro dígito relativa às 20 UG's integrantes da amostra obtida do Estado E1. Os resultados individualmente observados para cada UG evidenciam que em 62 testes os valores do Z-Teste ficaram abaixo do $Z_{\text{crítico}}$ para o nível de significância estabelecido, aceitando-se, conseqüentemente, a hipótese nula H_{0A} para tais ocorrências. Nos 118 testes restantes os resultados obtidos com o Z-Teste ficaram acima do $Z_{\text{crítico}}$, ocasionando para estes dígitos a aceitação da hipótese alternativa H_{1A} . A UG 12 apresentou o melhor resultado, visto que não foi observada diferença estatisticamente significativa para nenhum dos nove dígitos. As UG's 1, 4, 9, 14 e 19 apresentaram os piores resultados, obtendo diferenças estatisticamente significativas para todos os nove dígitos. Ainda na Tabela 17, os resultados do χ^2 -Teste, aplicado à análise global dos desvios de todos os dígitos, evidenciam uma aceitação da hipótese nula H_{0B} apenas para as UG's 6 e 12, respectivamente com 11,5 e 5,10. Houve aceitação da hipótese alternativa H_{1B} para 18 UG's, desde a UG 7 com o menor desvio (15,63) até a UG 17 com o maior desvio (1.816,71) observado.

Detendo-se ainda na Tabela 17, constata-se que os maiores desvios por excesso no Z-Teste ocorreram na UG 17 (41,54) e na UG 5 (31,00). Na UG 17, cujo maior desvio foi

verificado no dígito 9, foi observada a emissão de 379 empenhos no valor de R\$ 906,00, representando estes 26,01% do número total de empenhos emitidos por esta UG em 2010. Em relação à UG 5, cujo maior desvio ocorreu no dígito 7, constatou-se a emissão de 224 empenhos com valores iguais a R\$ 76,00, os quais representaram 24,67% do total de 908 empenhos emitidos pela UG no exercício de 2010.

Tabela 17 - Análise individual por UG do Estado E1. Z-Teste e χ^2 -Teste aplicados a 1ª posição.

UG	Dig. 1	Dig. 2	Dig. 3	Dig. 4	Dig. 5	Dig. 6	Dig. 7	Dig. 8	Dig. 9	χ^2
E1UG01	✗ -8,382	✗ -7,244	✗ 11,365	✗ 18,738	✗ -16,972	✗ -17,861	✗ 6,817	✗ 11,171	✗ 10,984	✗ 1362,66
E1UG02	✗ -2,946	✓ 1,366	✗ -2,126	✗ 3,782	✓ 0,748	✗ -3,114	✗ 4,889	✗ -4,138	✗ 3,640	✗ 85,44
E1UG03	✗ 5,560	✗ 4,845	✗ -7,989	✗ -11,288	✗ 20,127	✗ -9,625	✗ 2,837	✓ -1,096	✗ -8,928	✗ 756,11
E1UG04	✗ -12,033	✗ -6,500	✗ -4,071	✗ 23,663	✗ 26,545	✗ -7,946	✗ -2,315	✗ -7,306	✗ -3,302	✗ 1430,03
E1UG05	✗ -6,174	✓ -1,907	✗ -2,052	✗ -4,150	✗ -2,445	✗ -2,760	✗ 31,002	✓ -0,971	✓ -1,040	✗ 968,79
E1UG06	✓ -0,448	✓ 0,611	✓ -0,482	✓ -0,145	✓ -0,669	✓ 0,395	✓ 1,717	✗ -2,249	✓ 1,680	✓ 11,50
E1UG07	✓ -1,635	✓ -0,078	✗ 2,921	✗ 3,723	✓ -1,398	✓ -1,869	✓ -1,391	✓ 0,530	✓ -1,125	✗ 30,21
E1UG08	✗ 2,202	✗ -7,840	✗ -3,344	✗ -2,148	✓ -0,683	✗ -3,924	✗ 24,707	✓ -1,290	✗ -2,909	✗ 667,48
E1UG09	✗ 7,867	✗ 5,835	✗ 3,041	✗ -10,087	✗ -3,605	✗ -6,539	✗ -3,075	✗ -9,877	✗ 7,896	✗ 384,11
E1UG10	✗ -9,547	✗ -2,195	✗ -3,481	✓ 0,513	✓ -1,614	✗ 14,634	✗ 20,030	✗ -4,059	✗ -3,801	✗ 688,10
E1UG11	✓ 0,464	✓ -1,120	✓ 0,793	✗ -2,825	✗ 2,183	✓ 0,418	✓ 0,886	✓ 0,523	✓ -1,095	✗ 15,63
E1UG12	✓ -1,045	✓ -0,402	✓ 0,852	✓ 0,750	✓ -0,826	✓ 0,852	✓ -0,681	✓ 0,267	✓ 1,143	✓ 5,10
E1UG13	✓ 1,142	✗ -2,777	✗ -3,384	✓ -1,382	✓ -1,708	✓ -1,740	✗ 2,370	✗ 7,938	✗ 3,135	✗ 98,97
E1UG14	✗ 10,076	✗ -16,251	✗ 9,089	✗ -15,001	✗ 28,709	✗ -15,245	✗ 8,990	✗ -3,139	✗ -11,254	✗ 1746,20
E1UG15	✓ 1,207	✗ 4,896	✗ -4,516	✗ -4,619	✗ 7,043	✗ -2,895	✓ 1,677	✓ 0,884	✗ -6,333	✗ 153,05
E1UG16	✗ -12,087	✗ -5,135	✗ 12,348	✗ 18,783	✓ -1,687	✗ -5,215	✓ -0,540	✓ 0,559	✓ -1,805	✗ 607,53
E1UG17	✗ 2,593	✗ -7,467	✗ -5,074	✗ -3,914	✗ -5,663	✗ -4,774	✓ -0,840	✗ -5,771	✗ 41,541	✗ 1816,71
E1UG18	✗ 3,241	✗ -2,932	✓ -1,710	✓ 0,065	✓ 0,759	✓ -1,475	✓ -1,103	✓ -1,811	✗ 4,771	✗ 45,53
E1UG19	✗ 6,834	✗ 16,313	✗ -9,162	✗ 8,487	✗ -5,179	✗ -9,560	✗ -6,956	✗ -5,643	✗ -10,400	✗ 679,38
E1UG20	✗ 3,722	✗ -5,193	✗ -3,994	✗ -2,924	✓ -1,457	✓ 0,178	✗ 9,805	✗ 3,547	✓ -1,281	✗ 159,63

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Desvio não significativo para um $\alpha = 0,05$, com um $\chi^2_{\text{crítico}} \leq 15,507$, $Z_{\text{crítico}} \leq 1,96$ e $Z_{\text{crítico}} \geq -1,96$.

A Tabela 18 apresenta os resultados do Z-Teste e χ^2 -Teste aplicados na análise individual do primeiro dígito relativa às 20 UG's integrantes da amostra obtida do Estado E2. Os resultados individualmente observados para cada UG evidenciam que em 47 resultados os valores do Z-Teste ficaram abaixo do $Z_{\text{crítico}}$ para o nível de significância estabelecido, aceitando-se, conseqüentemente, a hipótese nula H_{0A} para tais ocorrências. Nos 133 testes restantes os resultados obtidos com o Z-Teste ficaram acima do $Z_{\text{crítico}}$, ocasionando para estes dígitos a aceitação da hipótese alternativa H_{1A} . Todas as UG's apresentaram ao menos três dígitos com desvios significativos, desde a UG 11, que apresentou desvios nos dígitos 2, 6 e 9, até as UG's 3, 12 e 20 com desvios em todos os dígitos. Ainda na Tabela 18 os resultados do χ^2 -Teste, aplicado à análise global dos desvios de todos os dígitos, evidenciam a necessidade de rejeição da hipótese nula H_{0B} para todas as UG's, desde a UG 11 com o menor desvio (40,47) até a UG 12 com o maior desvio (6.379,50) observado.

Tabela 18 - Análise individual por UG do Estado E2. Z-Teste e χ^2 – 1ª posição.

UG	Dig. 1	Dig. 2	Dig. 3	Dig. 4	Dig. 5	Dig. 6	Dig. 7	Dig. 8	Dig. 9	χ^2
E2UG01	✓ 0,877	✗ -3,042	✗ -2,737	✗ -6,165	✗ 3,140	✗ 2,521	✓ 0,173	✗ 3,927	✗ 5,271	✗ 105,22
E2UG02	✗ -11,445	✗ 28,705	✗ -8,762	✗ 20,166	✗ -3,783	✗ -17,467	✓ -0,286	✓ -1,357	✗ -14,357	✗ 1701,26
E2UG03	✗ -23,482	✗ 16,857	✗ -8,955	✗ 3,383	✗ 11,744	✗ -2,959	✗ 41,992	✗ -13,987	✗ -13,658	✗ 2859,94
E2UG04	✓ -0,228	✗ -2,605	✓ -1,000	✗ 8,132	✗ 3,251	✓ -1,625	✓ -0,759	✗ -3,316	✗ -2,594	✗ 95,83
E2UG05	✗ -13,444	✗ -4,321	✗ 4,818	✗ 9,132	✗ 2,051	✗ 19,477	✗ -8,822	✓ -0,712	✓ 1,508	✗ 671,13
E2UG06	✗ 8,215	✓ 0,711	✗ -2,786	✓ 0,162	✗ -8,491	✗ 14,280	✗ -8,666	✗ -8,444	✗ -2,664	✗ 456,22
E2UG07	✓ 1,625	✓ 0,492	✗ -3,429	✗ 2,379	✗ -2,460	✗ 6,303	✗ -4,211	✓ 0,628	✗ -2,718	✗ 84,22
E2UG08	✗ 3,116	✓ -0,126	✗ -2,466	✓ -0,769	✓ -0,774	✓ -1,892	✓ 0,946	✗ 4,012	✗ -3,646	✗ 45,35
E2UG09	✓ 1,041	✗ 5,740	✓ 0,649	✗ 3,106	✓ 0,018	✗ -3,680	✗ -5,206	✗ -2,778	✗ -5,041	✗ 106,72
E2UG10	✗ 4,805	✗ 2,381	✗ -4,194	✓ 0,536	✗ 2,901	✓ -0,111	✗ -4,088	✗ -4,160	✗ -3,669	✗ 89,23
E2UG11	✓ 1,420	✗ 2,385	✓ -1,440	✓ 1,387	✓ 1,844	✗ -3,566	✓ 0,278	✓ -1,864	✗ -3,614	✗ 40,47
E2UG12	✗ -5,260	✗ 73,748	✗ -22,776	✗ -11,071	✗ -11,984	✗ -22,037	✗ 8,105	✗ -17,955	✗ -19,460	✗ 6379,50
E2UG13	✗ -10,775	✗ -2,077	✗ -8,969	✓ 0,137	✗ 28,608	✗ -7,065	✗ -7,907	✗ 24,443	✗ -4,007	✗ 1596,40
E2UG14	✗ -3,179	✗ 7,077	✗ 4,680	✗ 2,947	✗ -5,873	✗ -2,301	✓ -0,564	✗ -2,484	✗ -3,908	✗ 132,76
E2UG15	✓ 0,934	✗ 5,659	✗ -2,378	✗ -5,900	✗ 2,501	✓ 0,490	✓ -1,342	✓ -0,591	✓ -1,942	✗ 74,99
E2UG16	✗ -12,321	✗ 12,818	✗ -10,390	✗ 34,052	✗ -7,909	✗ -4,007	✓ 1,014	✗ -5,717	✗ -8,179	✗ 1551,49
E2UG17	✓ 1,063	✗ 11,557	✗ -8,338	✗ 9,310	✗ -8,214	✗ -3,859	✗ 3,741	✗ -4,476	✗ -7,625	✗ 413,63
E2UG18	✗ -2,057	✓ -0,280	✗ 2,935	✓ -1,690	✗ 7,480	✓ -1,800	✗ -3,313	✓ -0,203	✓ -0,820	✗ 78,71
E2UG19	✗ -6,050	✗ 19,751	✗ -8,592	✓ 0,468	✓ -1,575	✗ -2,162	✗ -3,602	✗ 3,264	✗ -4,580	✗ 460,79
E2UG20	✗ -7,414	✗ -2,288	✗ -6,079	✗ 6,236	✗ -3,240	✗ -4,922	✗ -3,438	✗ 40,641	✗ -7,693	✗ 1777,27

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Desvio não significativo para um $\alpha = 0,05$, com um $Z_{\text{crítico}} \leq 1,96$ e $\chi^2_{\text{crítico}} \leq 15,507$.

Detendo-se ainda a análise em relação aos dados da Tabela 18, observou-se que os resultados obtidos pelas UGs 3, 11, 12, 16 e 17 apresentaram um padrão de desvios com excesso de ocorrência no dígito 7 e escassez para os dígitos 6, 8 e 9. Costa, Santos e Travassos (2011) observaram padrão similar analisando o comportamento da despesa empenhada por 20 UG's no exercício de 2009, o qual foi interpretado como uma provável influência do limite de dispensa do processo licitatório no comportamento do gasto público. Os desvios sugerem, dado que o limite de dispensa fixado na Lei Federal nº 8.666/93 para compras e serviços, que não de engenharia, é de até R\$ 8.000,00, a ocorrência de um possível deslocamento dos valores iniciados pelos dígitos 8 e 9 para o dígito 7, em valores inferiores ao limite legal estabelecido, evitando-se desta forma a necessidade de realização de processos licitatórios. Por outro lado, a escassez de ocorrências verificada para o dígito 6 seria o reflexo deste mesmo deslocamento, desta vez motivado por uma maximização do benefício da dispensa.

A Tabela 19 apresenta os resultados do Z-Teste e χ^2 -Teste aplicados na análise individual do primeiro dígito relativa às 20 UG's integrantes da amostra obtida do Estado E3. Os resultados individualmente observados para cada UG evidenciam que em 69 testes os valores obtidos com o Z-Teste ficaram abaixo do $Z_{\text{crítico}}$ para o nível de significância estabelecido, aceitando-se, consequentemente, a hipótese nula H_{0A} para tais ocorrências. Nos 111 testes restantes os resultados do Z-Teste ficaram acima do $Z_{\text{crítico}}$, ocasionando para estes

dígitos a aceitação da hipótese alternativa H_{1A} . A UG 3 apresentou o melhor resultado, visto que não foi observada diferença estatisticamente significativa para nenhum dos 9 dígitos. As UG's 11 e 19 apresentaram os piores resultados, obtendo diferenças estatisticamente significativas para todos os nove dígitos.

Tabela 19 - Análise individual por UG do Estado E3. Z-Teste e χ^2 – 1ª posição.

UG	Dig. 1	Dig. 2	Dig. 3	Dig. 4	Dig. 5	Dig. 6	Dig. 7	Dig. 8	Dig. 9	χ^2
E3UG01	✗ -3,246 ✗	✗ -2,403 ✗	✓ 1,689 ✓	✓ 1,273 ✗	✗ 2,111 ✗	✓ -0,031 ✗	✗ 2,266 ✗	✓ -0,392 ✗	✗ 2,216 ✗	29,86
E3UG02	✗ -5,257 ✗	✗ -2,199 ✗	✓ 0,084 ✗	✗ 3,990 ✗	✓ -1,869 ✗	✗ 3,931 ✗	✗ 6,531 ✗	✓ 1,264 ✗	✓ -1,158 ✗	98,30
E3UG03	✓ -0,486 ✓	✓ 0,890 ✓	✓ 0,126 ✓	✓ 0,866 ✓	✓ 0,307 ✓	✓ 1,109 ✓	✓ -0,872 ✓	✓ -1,679 ✓	✓ -0,958 ✓	7,01
E3UG04	✗ -3,055 ✗	✓ 0,528 ✓	✓ 1,453 ✓	✓ -0,098 ✓	✓ 1,225 ✗	✗ 3,587 ✗	✓ -0,630 ✓	✓ -0,354 ✓	✓ -1,212 ✗	23,89
E3UG05	✓ -1,813 ✗	✗ 4,577 ✗	✗ -3,663 ✗	✗ -2,930 ✗	✗ -2,902 ✗	✗ 9,576 ✗	✓ 1,812 ✗	✗ -2,569 ✓	✓ -1,439 ✗	143,70
E3UG06	✗ 8,676 ✗	✗ -21,620 ✗	✗ 16,881 ✗	✗ -2,542 ✗	✗ -2,021 ✗	✗ -3,241 ✗	✗ -2,638 ✗	✗ 4,682 ✓	✓ 1,754 ✗	736,75
E3UG07	✗ -8,545 ✗	✓ 1,698 ✗	✗ 9,971 ✗	✓ -0,472 ✓	✓ -0,905 ✓	✓ 1,156 ✗	✗ 7,073 ✗	✗ -3,740 ✗	✗ -3,630 ✗	215,58
E3UG08	✗ 3,465 ✗	✓ -1,306 ✗	✗ -2,730 ✗	✗ -2,914 ✗	✗ 3,048 ✗	✗ 2,393 ✗	✓ 0,300 ✓	✓ -1,725 ✗	✗ -2,098 ✗	45,00
E3UG09	✗ -3,868 ✗	✗ -5,953 ✗	✓ 2,674 ✗	✓ 2,100 ✗	✗ 13,958 ✗	✓ 0,044 ✓	✓ 1,600 ✗	✗ -2,242 ✗	✗ -5,380 ✗	264,10
E3UG10	✓ 0,549 ✗	✗ 2,936 ✗	✓ 0,663 ✗	✗ -2,353 ✗	✗ 1,983 ✗	✓ -1,152 ✓	✗ -1,838 ✗	✗ -4,290 ✓	✓ 1,120 ✗	39,40
E3UG11	✗ -11,532 ✗	✗ 8,560 ✗	✗ 8,580 ✗	✗ 2,320 ✗	✗ -3,288 ✗	✗ 3,520 ✗	✗ -7,732 ✗	✗ -3,427 ✗	✗ 5,151 ✗	336,90
E3UG12	✗ 5,492 ✗	✓ -1,370 ✓	✓ 0,485 ✓	✓ 1,482 ✗	✗ -2,429 ✗	✗ -5,954 ✗	✗ -2,540 ✗	✗ -5,524 ✗	✗ 6,501 ✗	138,69
E3UG13	✗ 3,316 ✗	✗ -3,497 ✗	✗ 8,628 ✗	✗ -5,031 ✗	✗ -2,901 ✗	✓ 1,004 ✓	✗ -3,077 ✗	✗ -2,150 ✓	✓ 0,823 ✗	128,40
E3UG14	✗ -6,577 ✗	✗ -8,314 ✗	✗ 32,484 ✗	✗ -3,832 ✗	✓ -1,769 ✓	✗ -3,902 ✗	✓ -1,483 ✓	✗ -5,117 ✗	✗ -2,378 ✗	1073,22
E3UG15	✗ -10,996 ✗	✗ -5,967 ✗	✓ 2,470 ✗	✗ -4,982 ✗	✓ -0,634 ✓	✗ 24,393 ✗	✗ 17,218 ✗	✗ -7,510 ✓	✓ -1,539 ✗	1032,16
E3UG16	✗ 4,107 ✗	✓ -1,590 ✓	✓ -0,136 ✓	✗ -5,110 ✗	✗ 7,360 ✗	✗ -4,091 ✗	✗ 2,014 ✗	✗ -2,392 ✗	✗ -3,015 ✗	120,89
E3UG17	✗ -2,643 ✗	✓ -0,976 ✓	✗ -2,145 ✗	✓ -1,108 ✓	✗ 2,189 ✗	✓ 1,006 ✓	✓ 0,295 ✓	✗ 2,724 ✗	✗ 5,309 ✗	50,18
E3UG18	✗ -4,822 ✗	✓ 2,185 ✓	✓ -1,108 ✓	✓ 1,410 ✓	✓ -0,744 ✓	✓ -0,892 ✓	✗ 4,378 ✗	✓ 1,638 ✓	✓ 1,764 ✗	47,88
E3UG19	✗ -6,597 ✗	✗ 6,803 ✗	✗ -2,042 ✗	✗ 2,709 ✗	✗ 3,554 ✗	✗ 3,153 ✗	✗ 3,596 ✗	✗ -5,723 ✗	✗ -4,875 ✗	165,67
E3UG20	✗ -4,099 ✗	✓ 1,760 ✓	✓ -1,275 ✓	✓ -0,123 ✗	✗ 3,692 ✗	✓ 0,473 ✓	✗ 3,626 ✗	✓ 0,270 ✓	✓ -1,694 ✗	43,68

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Desvio não significativo para um $\alpha = 0,05$, com um $Z_{\text{crítico}} \leq 1,96$ e $\chi^2_{\text{crítico}} \leq 15,507$.

Ainda na Tabela 19, os resultados do χ^2 -Teste, aplicado à análise global dos desvios de todos os dígitos, evidenciam uma aceitação da hipótese nula H_{0B} apenas para a UG 3 com 7,1. Houve aceitação da hipótese alternativa H_{1B} para as 19 UG's restantes, desde a UG 4 com o menor desvio (23,89) até a UG 14 com o maior desvio (1.073,22) observado.

6.1.2 Resultados obtidos com a aplicação do fator de distorção para as 60 UG's individualmente consideradas

A Tabela 20 apresenta os resultados obtidos com a análise do DF aplicada ao conjunto dos valores dos empenhos individualmente observados para cada uma das 60 UG's, segregadas entre os três estados analisados.

Os resultados obtidos com as 20 UG's do Estado E1 evidenciam a aceitação da hipótese nula H_{0C} para os desvios observados em 13 UG's, com a consequente aceitação da hipótese alternativa H_{1C} para as 7 UG's restantes. O maior desvio positivo foi obtido pela UG

5, com 24,66% de excesso em relação ao valor da média prevista. No outro extremo observa-se a UG 19 com um desvio negativo de -15,23%, indicando por sua vez uma redução da média em relação ao seu valor previsto.

Observando os resultados obtidos com as 20 UG's do Estado E2, constata-se que este estado obteve a menor incidência de aceitação das hipóteses nulas H_{0C} , com apenas 10 UG's. Foram aceitas as hipóteses alternativas também para 10 UG's. O maior desvio positivo foi obtido pela UG 20, com 16,73% de excesso em relação ao valor da média prevista. A UG 12 obteve a menor média observada, 2,952 com um desvio observado no DF de -24,46%.

Tabela 20 - Resultados com o DF para cada UG e por Estado – Valor obtido ao final do exercício.

UG	DF	UG	DF	UG	DF
E1UG01	✓ 0,86%	E2UG01	✓ 6,52%	E3UG01	✗ 8,56%
E1UG02	✓ 0,65%	E2UG02	✗ -11,55%	E3UG02	✓ 5,15%
E1UG03	✓ -6,54%	E2UG03	✓ 3,44%	E3UG03	✓ -2,91%
E1UG04	✓ 2,87%	E2UG04	✓ -2,20%	E3UG04	✓ 2,76%
E1UG05	✗ 24,66%	E2UG05	✓ 4,39%	E3UG05	✓ 0,47%
E1UG06	✓ 0,07%	E2UG06	✗ -9,46%	E3UG06	✓ -5,16%
E1UG07	✓ -2,55%	E2UG07	✓ -4,36%	E3UG07	✓ 1,73%
E1UG08	✗ 8,55%	E2UG08	✓ -3,93%	E3UG08	✓ -4,01%
E1UG09	✗ -11,54%	E2UG09	✗ -12,39%	E3UG09	✓ 0,25%
E1UG10	✗ 16,70%	E2UG10	✗ -10,44%	E3UG10	✓ -2,01%
E1UG11	✓ -0,08%	E2UG11	✓ -7,45%	E3UG11	✓ -0,85%
E1UG12	✓ 1,62%	E2UG12	✗ -24,46%	E3UG12	✓ -2,88%
E1UG13	✗ 10,18%	E2UG13	✗ 9,37%	E3UG13	✓ -2,46%
E1UG14	✓ -4,31%	E2UG14	✗ -9,28%	E3UG14	✓ -4,05%
E1UG15	✓ -3,36%	E2UG15	✓ -8,16%	E3UG15	✓ 3,93%
E1UG16	✓ 4,48%	E2UG16	✗ -8,73%	E3UG16	✓ -3,27%
E1UG17	✗ 21,12%	E2UG17	✗ -14,80%	E3UG17	✓ 7,49%
E1UG18	✓ -0,50%	E2UG18	✓ -0,93%	E3UG18	✓ 1,26%
E1UG19	✗ -15,23%	E2UG19	✓ -7,72%	E3UG19	✓ -2,28%
E1UG20	✓ 4,38%	E2UG20	✗ 16,73%	E3UG20	✓ 5,35%

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Desvio significativo para um $\alpha = 0,001$, com um $DF_{\text{crítico}} > 8,25\%$ ou $DF_{\text{crítico}} < -8,65\%$.

Ainda na Tabela 20, constata-se que o estado E3 obteve o melhor desempenho com a aceitação da hipótese nula H_{0C} para 19 UG's, aceitando-se, por conseguinte, a hipótese alternativa apenas para uma UG. O maior desvio positivo foi obtido pela UG 1, com 8,56% de excesso em relação ao valor da média prevista. A UG 12 obteve a menor média observada, com um desvio no DF de -5,16%.

Ressalta-se em relação aos desvios observados que valores negativos, onde MO esteja abaixo de ME , importam na ocorrência de desvios/manipulações em excesso para os dígitos

mais baixos (1, 2 e 3) e de tal forma que anularam qualquer efeito de um possível excesso ocorrido em dígitos mais altos (4, 5, 6, 7, 8 e 9). Valores assumidos por *MO* acima da média esperada indicam o oposto, ou seja, excessos para os dígitos mais altos não compensados pelos dígitos mais baixos.

6.2 Análises de conformidade com a NB-lei propostas no presente trabalho

Este tópico apresenta os resultados obtidos em decorrência da aplicação de algumas análises propostas no presente trabalho. A seção 6.2.1 apresenta uma proposta para análise visual das proporções observadas (*po*) para os dígitos 1 a 9 das 60 UG's, conjugando estes resultados ao intervalo de confiança estabelecido em função de um $Z_{\text{crítico}} = 1,96$ (vide Equações (19) e (20) na seção 4.3.1). A seção 6.2.2 apresenta uma proposta para análise das proporções de ocorrências dos dígitos por ordem de grandeza, enquanto a seção 6.2.3 apresenta o modelo contabilométrico proposto no presente trabalho para uma análise evolutiva da ocorrência dos desvios no tempo, mediante a aplicação de quatro testes.

6.2.1 Análise do Z-Teste pelo intervalo de confiança para as proporções observadas

Foram elaborados gráficos individuais para cada dígito, contendo o intervalo de confiança para as proporções observadas em função do $Z_{\text{crítico}}$ estabelecido de 1,96 para um $\alpha=0,05$.

Propõe-se a elaboração desta forma de exibição para análise e demonstração de resultados quando for grande o número de amostras simultaneamente analisadas, visto que será possível distinguir numa nuvem de pontos representativos das proporções o conjunto que possui desvios significativos dos não significativos. Por outro lado, resta evidente com a visualização do intervalo o estreitamento nas bandas de confiança à medida que cresce o número de elementos da amostra.

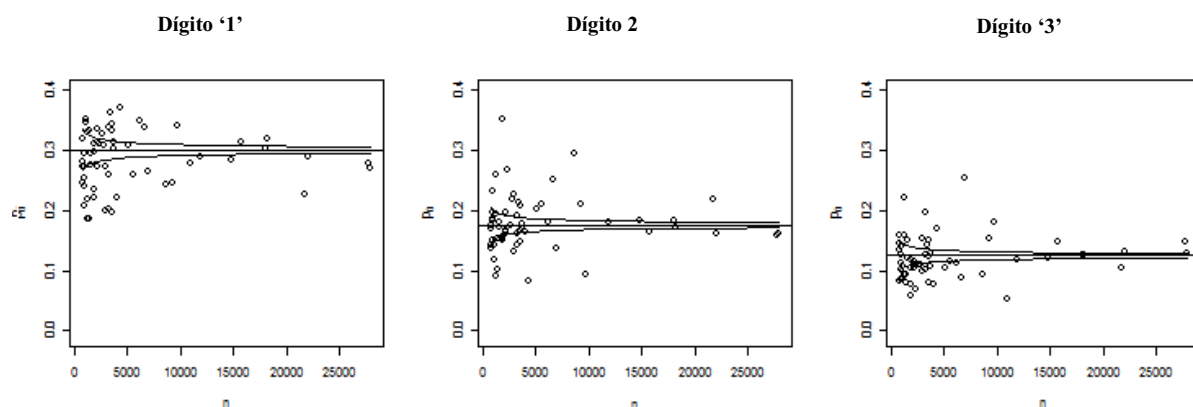


Figura 3 - Gráficos das frequências observadas dos dígitos 1, 2 e 3 para as 60 UG's analisadas
Fonte: Elaborado pelo autor, 2012.

Como se pode observar em todos os gráficos, à medida que o número de empenhos aumenta existe uma tendência à conformidade com a NB-Lei, visto que as UG's à esquerda nos gráficos apresentam uma maior dispersão em torno da reta central indicativa da proporção esperada quando comparadas com as UG's à direita.

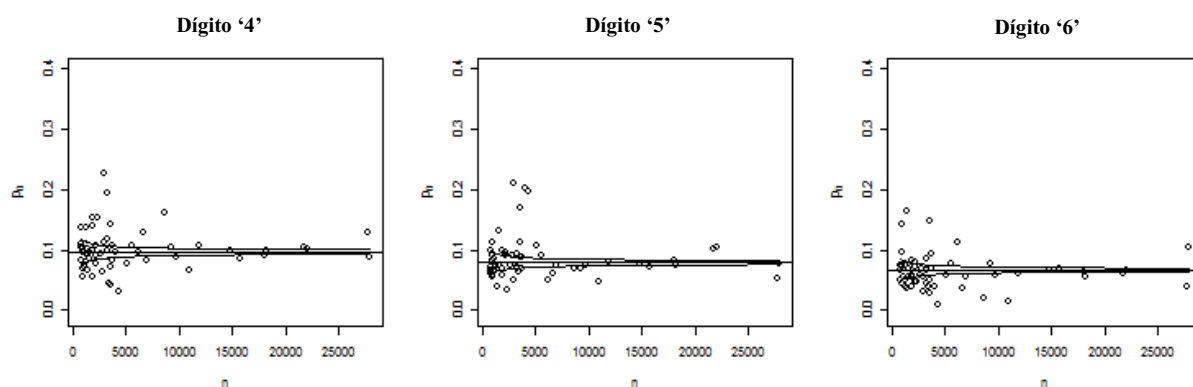


Figura 4 - Gráficos das frequências observadas dos dígitos 4, 5 e 6 para a 60 UG's analisadas
Fonte: Elaborado pelo autor, 2012.

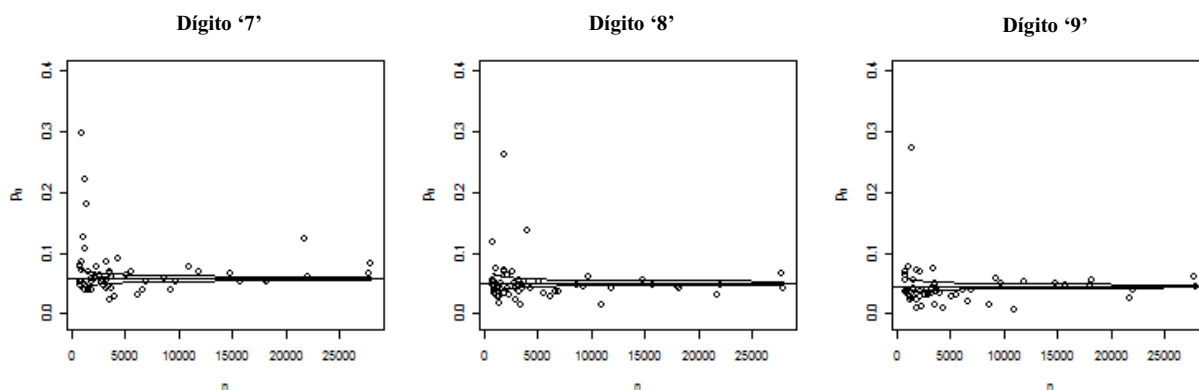


Figura 5 - Gráficos das frequências observadas dos dígitos 7, 8 e 9 para a 60 UG's analisadas
Fonte: Elaborado pelo autor, 2012.

O padrão de dispersão das proporções ocorridas nos dígitos 6, 7, 8 e 9 indica um maior agrupamento de ocorrências abaixo da linha de proporção esperada para os dígitos 6, 8 e 9, onde $po < pe$, enquanto que para o dígito 7 houve um equilíbrio. Foi constatado que o dígito 6 possui 37 ocorrências, de um total de 60, abaixo da proporção prevista pela NB-Lei. Na mesma linha foi observado que o dígito 8 possuía 41 ocorrências com desvios negativos, o dígito 9 apresentava 42 enquanto que o dígito 7 apresentou a menor quantidade de UG's com desvios negativos, 30 (Vide comentários acerca de uma provável influência do limite de dispensa do processo licitatório constante na seção 6.1.1 e 6.2.2).

6.2.2 Distribuição das ocorrências dos dígitos 1 a 9 da 1ª posição por ordem de grandeza – Dados agrupados das 60 UG's

O Gráfico 14 evidencia a distribuição das proporções de ocorrências dos dígitos por ordem de grandeza para os dados agrupados das 60 UG's analisadas. Observa-se na distribuição conjunta de todos os dígitos (coluna Total) uma maior concentração de ocorrências nos valores com ordem de magnitude 3 (10E3), com 36,51%, e ordem de magnitude 2 (10E2), com 36,59%.

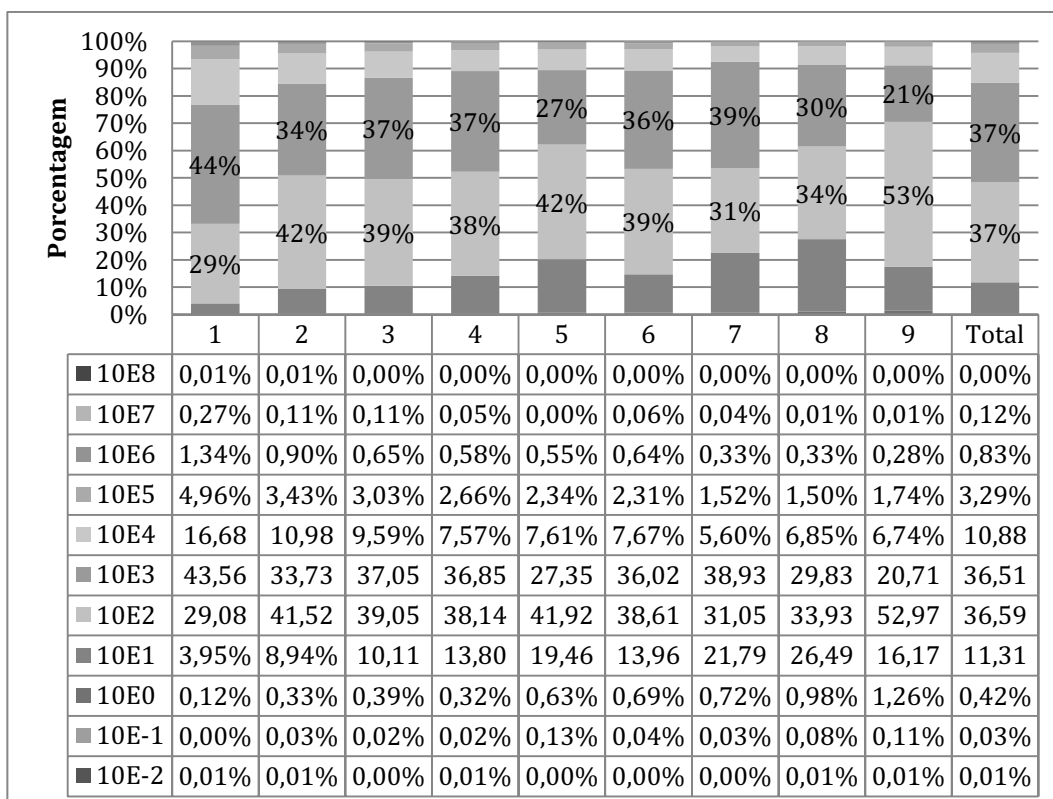


Gráfico 14- Distribuição de ocorrências por ordem de grandeza da primeira posição

Fonte: Elaborado pelo autor, 2012.

Comparando-se as proporções de ocorrências individuais dos dígitos 6, 7, 8 e 9 nos valores destas duas ordens, observa-se que apenas o dígito 7 obteve um aumento em sua proporção de ocorrência na passagem da ordem de magnitude 2 para a 3, saindo de 31,05% para 38,93%. No sentido oposto, as proporções de ocorrências dos dígitos 6, 8 e 9 demonstram uma queda. A ordem de grandeza $10E3$ congrega os valores dos empenhos contidos no intervalo $[1.000, 10.000[$, nele contido o limite licitatório de R\$ 8.000,00 para dispensa de compras e serviços que não de engenharia, corroborando o entendimento da existência de uma influência do limite licitatório de dispensa.

Ressalta-se a necessidade de realização de outros estudos, mediante análise similar aplicada a despesa de outras entidades tanto do setor público quanto do setor privado (não sujeito aos ditames da Lei Federal nº. 8.666/93). A obtenção de mais evidências da repetição deste padrão de comportamento nos gastos públicos, bem como a sua inobservância nas entidades do setor privado, fortaleceria a hipótese de influência do limite licitatório previsto na Lei de Licitações.

A análise do Gráfico 14 possibilita ainda outra relevante constatação. Uma vez que os saldos dos empenhos que integram o conjunto de dados não possuem uma mesma ordem de grandeza, as posições analisadas a partir da segunda tendem a apresentar proporções cada vez maiores de lacunas no preenchimento dos dígitos. Isto ocorre porque os valores monetários utilizam por padrão um fracionamento limitado a duas casas decimais. Consequentemente, dado um valor monetário objeto de registro contábil qualquer (x) que integre uma ordem de magnitude $M(x)$, haverá P posições preenchidas pelos dígitos deste número, tal que:

$$P = M(x) + 3, \quad (36)$$

A Tabela 21 demonstra de forma exemplificativa a aplicação da Equação (36) a um conjunto fictício de 12 (doze) números que integram o intervalo de magnitude $[-2, 9]$, evidenciando ainda o efeito da variação destas magnitudes numéricas no preenchimento dos dígitos para as 12 (doze) primeiras posições.

Tabela 21 – Exemplo da aplicação da Equação (36) ao intervalo de ordem de magnitude [-2, 9].

Magnitude	M(x)+3=P	Número	1P	2P	3P	4P	5P	6P	7P	8P	9P	10P	11P	12P
-2	-2+3 = 1	0,01	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-1	-1+3 = 2	0,21	2	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0	0+3 = 3	3,22	3	2	2	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1	1+3 = 4	43,33	4	3	3	3	-	-	-	-	-	-	-	-
2	2+3 = 5	144,44	1	4	4	4	4	-	-	-	-	-	-	-
3	3+3 = 6	5.555,55	5	5	5	5	5	5	-	-	-	-	-	-
4	4+3 = 7	66.666,66	6	6	6	6	6	6	6	-	-	-	-	-
5	5+3 = 8	777.777,77	7	7	7	7	7	7	7	7	-	-	-	-
6	6+3 = 9	1.888.888,88	1	8	8	8	8	8	8	8	8	-	-	-
7	7+3 = 10	29.999.999,99	2	9	9	9	9	9	9	9	9	9	-	-
8	8+3 = 11	800.000.000,00	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-
9	9+3 = 12	1.111.111.111,11	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Depreende-se dos dados constantes na Tabela 21 que, excetuando-se o caso específico da 1ª posição, todas as posições a partir da 2ª apresentaram algum percentual de lacunas no preenchimento dos dígitos, as quais foram representadas por um hífen “-“. Constata-se ainda que a ocorrência destas lacunas está diretamente associada à existência de valores de baixa magnitude integrando a amostra de dados analisada.

A Tabela 22 demonstra a distribuição de ocorrências dos empenhos analisados neste trabalho, bem como as proporções por posições contendo dígitos preenchidos e lacunas.

Tabela 22 – Distribuição da ocorrência dos empenhos pela magnitude do seu valor e seus respectivos reflexos nas posições.

Magnitude	M(x)+3=P	Ocorrências	Ocorrências %	Preenchidos %	Lacunas %
9	9+	0	0,000	0,000	100,00
8	8+	16	0,005	0,005	99,995
7	7+	416	0,124	0,129	99,871
6	6+	2.7	0,828	0,956	99,044
5	5+	11.	3,293	4,249	95,751
4	4+	36.	10,880	15,129	84,871
3	3+	122	36,509	51,638	48,362
2	2+	122	36,593	88,231	11,769
1	1+	37.	11,309	99,540	0,460
0	0+	140	0,420	99,960	0,040
-1	-	110	0,033	99,993	0,007
-2	-	25	0,007	100,00	0,000
Total		335	100,00		

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Tomando os dados deste trabalho como exemplo, observa-se na Tabela 22 que os 25 (vinte e cinco) empenhos com valores de magnitude -2, integrando o intervalo [0,01, 0,09],

ocasionaram lacunas no preenchimento de 25 dígitos da 2ª posição, representando estes 0,007% do total de empenhos analisados. Avançando na análise, observa-se que os 110 empenhos com valores de magnitude -1, integrando o intervalo [0,10, 0,99] somados aos 25 empenhos de magnitude -2, ocasionaram lacunas no preenchimento de 135 dígitos da 3ª posição, os quais representaram 0,033% do total de empenhos analisados. Usando raciocínio análogo à ocorrência dos valores das magnitudes seguintes, observa-se que a quantidade de lacunas no preenchimento dos dígitos continua a crescer até atingir a sua totalidade na 12ª posição, indicando que inexistem empenhos no conjunto analisado com um valor capaz de preencher esta posição.

Partindo-se do pressuposto que as lacunas devam ser preenchidas com dígitos zeros no momento da análise de conformidade das posições com as proporções probabilísticas previstas na NB-Lei, espera-se uma ocorrência crescente na proporção observada do dígito 0 (zero) à medida em que se avança na ordem da posição analisada a partir da 2ª posição, conforme demonstrado na Tabela 23.

Tabela 23 – Demonstração dos reflexos da magnitude dos números na proporção do dígito 0 (zero) entre as posições.

Magnitude	Número	1P	2P	3P	4P	5P	6P	7P	8P	9P	10P	11P	12P
-2	0,010000000000	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-1	0,210000000000	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	3,220000000000	3	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	43,330000000000	4	3	3	3	0	0	0	0	0	0	0	0
2	144,440000000000	1	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	0
3	5.555,5500000000	5	5	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0
4	66.666,6600000000	6	6	6	6	6	6	6	0	0	0	0	0
5	777.777,77000000	7	7	7	7	7	7	7	7	0	0	0	0
6	1.888.888,880000	1	8	8	8	8	8	8	8	8	0	0	0
7	29.999.999,990000	2	9	9	9	9	9	9	9	9	9	0	0
8	800.000.000,000000	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	1.111.111.111,110000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Este excesso progressivo de ocorrências do dígito 0 (zero) nas posições, ocasionará por sua vez desvios crescentes na análise local deste dígito com reflexos diminutivos nos demais, impactando desta forma na análise global dos desvios para cada posição. Este comportamento pode ser constatado nos resultados obtidos com a aplicação do teste *DA/2* às oito primeiras posições (vide Apêndice E-33 a Apêndice E-40).

Em virtude do anteriormente exposto, ressalta-se neste trabalho que a realização de uma análise de conformidade com a NB-Lei aplicada a partir da 2ª posição deverá reconhecer o efeito produzido por estas lacunas. Uma forma de se evitar estes desvios seria estabelecer um valor mínimo para integrar o conjunto de dados a ser analisado. Por exemplo, restringindo-se a análise dos empenhos aos valores iguais ou superiores a \$ 10,00 estaria descartada a ocorrência de lacunas até a 4ª posição. Por outro lado, tomando-se os dados da Tabela 21 como exemplo seriam desconsiderados 1544 empenhos da análise. Sugere-se como proposta para a realização de pesquisas futuras o aprofundamento da análise em relação à ocorrência destas lacunas, bem como os seus reflexos na análise de conformidade de um conjunto de dados com a NB-Lei.

6.2.3 Análise dos resultados com a aplicação do modelo contabilométrico proposto

Esta seção apresenta os resultados obtidos com a aplicação do modelo contabilométrico proposto no presente trabalho para uma análise evolutiva da ocorrência dos desvios no tempo. Foram analisadas de forma individualizada as 60 unidades gestoras integrantes da amostra selecionada. Para tanto, foram observadas as seguintes etapas metodológicas:

Realização de uma análise de conformidade com a NB-Lei para as despesas empenhadas por cada UG identificando-se desvios no comportamento da distribuição como um todo, ou seja, todos os dígitos de todas as posições, mediante a aplicação do Teste de Invariância Escalar – λx (vide as sete etapas para a realização do teste na seção 4.5.1);

Realização de uma análise global em relação aos dígitos das oito primeiras posições individualmente consideradas, mediante a aplicação do teste do semidesvio absoluto – $DA/2$ (vide Equação (30) na seção 4.5.2);

Realização de uma análise de conformidade local, determinando-se os maiores desvios positivos para cada dígito com a identificação das suas respectivas datas de ocorrência mediante aplicação do teste de discrepância relativa – Δ_{po} (vide Equação (32) na seção 4.5.3);

Deteção da ocorrência dos desvios no tempo e não apenas em relação à posição final observada, mediante cálculo da média anual, determinação do valor máximo e análise evolutiva do Fator de Deteção de Ruído – FDR (vide Equação (33) na seção 4.5.4).

Os quatro testes acima detalhados produzem informações distintas que se complementam formando o modelo de análise aqui proposto.

O primeiro teste (χ^2 -Teste) avalia a conformidade da integralidade do conjunto de dados analisados mediante a verificação do seu comportamento invariante após sucessivas multiplicações por constantes distintas. O χ^2 -Teste foi considerado como o mais preciso na determinação da conformidade com as propriedades de uma distribuição NB-Lei, visto que considera a ocorrência dos desvios em todos os dígitos de todas as posições, considerando para tal, a ocorrência tanto das probabilidades incondicionais, associadas aos dígitos em cada posição, quanto das probabilidades condicionais entre os dígitos nas diferentes posições (vide comentários constantes na seção 2.4.2.4). Em razão do esforço computacional empregado na sua realização, este foi o único teste do modelo aqui proposto que não foi aplicado de forma evolutiva, ou seja, calculando-se os seus valores para cada dia do exercício analisado. O resultado do χ^2 -Teste aqui retratado evidencia o comportamento invariante dos dados analisados de cada UG ao final do exercício de 2010.

O Gráfico 15 exemplifica o resultado obtido com as proporções de desvios observadas em razão da multiplicação dos valores dos empenhos de uma UG por cada uma das constantes multiplicativas que integraram o teste. É possível identificar ainda no gráfico o desempenho obtido pela UG em relação ao total de UG's analisadas, visto que está retratado no gráfico o intervalo de desvios observados, onde 0,1193 (linha verde) indica o comportamento mais invariante observado entre os resultados obtidos e 0,8012 (linha preta) indica o oposto, ou seja, o menos invariante. Este teste identifica por seu resultado a proporção máxima de desvios observados por excesso de ocorrências, oscilando seu valor entre 0 (zero) e 1 (um), indicando respectivamente uma invariância perfeita (ausência de desvios com a manutenção de todas as proporções de ocorrências para os dígitos nas posições investigadas) e uma variação total (desvio máximo com uma renovação total dos dígitos nas posições).

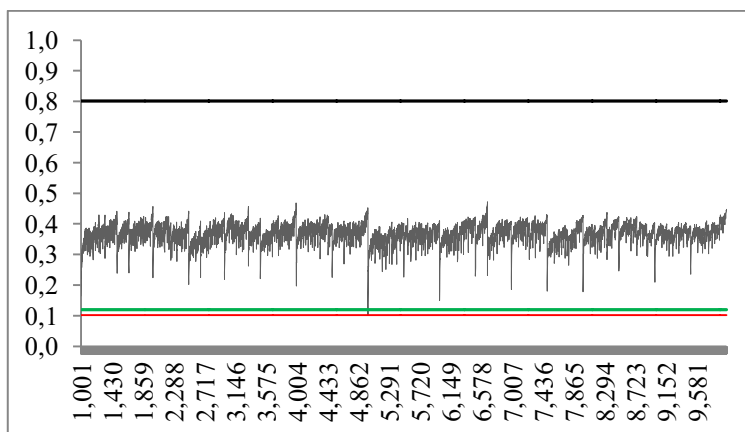


Gráfico 15 - Δx obtido no teste de invariância

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A informação foi complementada com o valor crítico do teste para um nível de significância $\alpha = 0,001$, indicado na linha vermelha (0,10225), e com o desempenho obtido pela UG em relação ao *ranking* de conformidade, no qual a 1ª UG obteve o melhor desempenho (menor proporção de variância observada) e a 60ª UG obteve o pior desempenho (maior proporção de variância observada).

O teste $DA/2$ foi aplicado neste trabalho na determinação dos desvios observados em relação aos dígitos das oito primeiras posições individualmente consideradas, identificando diretamente por seu resultado a proporção de elementos em excesso para o conjunto dos dígitos que integram a posição analisada. Este é um teste de proporção global, do tipo quanto menor melhor, com seu valor oscilando entre 0 (zero) e $1 - pe_{Min}$, vide esclarecimentos adicionais na seção 4.5.2. O resultado obtido com a análise das oito posições foi evidenciado na forma do Gráfico 16, abaixo exemplificado, no qual são retratados em sentido horário os valores dos desvios observados da primeira a oitava posição, considerando-se para tal a situação dos empenhos da UG analisada ao final do exercício de 2010.

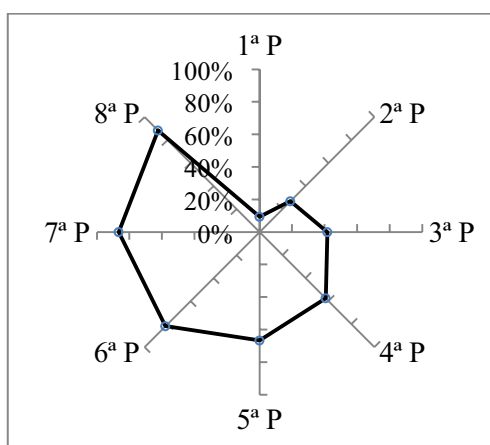


Gráfico 16 – $DA/2$ obtido com a análise das oito primeiras posições individualmente consideradas

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Vê-se desta forma que o resultado obtido com o teste $DA/2$ complementa aquele obtido com o Ax -Teste, visto que estabelece o *ranking* de conformidade para as posições individualmente analisadas, permitindo assim identificar as que obtiveram os desvios mais significativos. Por outro lado, convém ressaltar que o $DA/2$ não identifica a ocorrência de desvios resultantes das probabilidades condicionais (vide exemplo das distribuições $D1$, $D2$ e $D3$ constante do APÊNDICE B - Exemplos dos conjuntos de dados fictícios $D1$, $D2$ e $D3$).

O teste de discrepância relativa proposto neste trabalho (Δ_{po}) identifica por seu resultado a data em que ocorreu a maior proporção de elementos em excesso individualmente considerada para cada dígito. Estas datas sinalizariam os dias que apresentariam a maior probabilidade de detecção dos eventuais elementos não conformes introduzidos em cada dígito.

O resultado obtido com a aplicação do teste Δ_{po} , abaixo exemplificado na Tabela 24, retrata a análise dos desvios locais realizados no decorrer do exercício de 2010 para os dígitos 1 a 9 da primeira posição de cada UG analisada.

Tabela 24 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição

Dígito	Data	Δ_{po}
1	10/02/2010	16,22%
2	08/02/2010	5,88%
3	26/02/2010	49,91%
4	29/10/2010	33,15%
5	01/01/2010	0,00%
6	26/01/2010	11,30%
7	21/06/2010	42,91%
8	02/08/2010	60,26%
9	26/01/2010	39,37%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

O FDR , assim como o teste $DA/2$, também avalia os desvios de conformidade para os dígitos de posições específicas. Entretanto, distintamente do que ocorre com o teste $DA/2$, o FDR tem o propósito de identificar o conjunto de dados com a melhor composição de desvios para análise, ou seja, a que trará a melhor chance de detecção dos eventuais elementos não conformes introduzidos (vide exemplos e esclarecimentos adicionais no APÊNDICE D – Exemplos comparativos da aplicação do FDR e $DA/2$). Este é um teste de proporção global, do tipo quanto menor melhor, com seu valor oscilando entre 0 (zero) e $(1 - pe_{Min})^2$ (vide esclarecimentos adicionais na seção 4.5.4).

Optou-se neste trabalho por uma análise evolutiva do *FDR* no decorrer do período analisado, compreendido entre 01/01/2010 a 31/12/2010, identificando-se, em relação à composição das frequências para os dígitos da primeira posição, os pontos máximos de desvios e seus respectivos períodos de formação. O Gráfico 17 exemplifica os resultados obtidos com o *FDR* para uma UG.

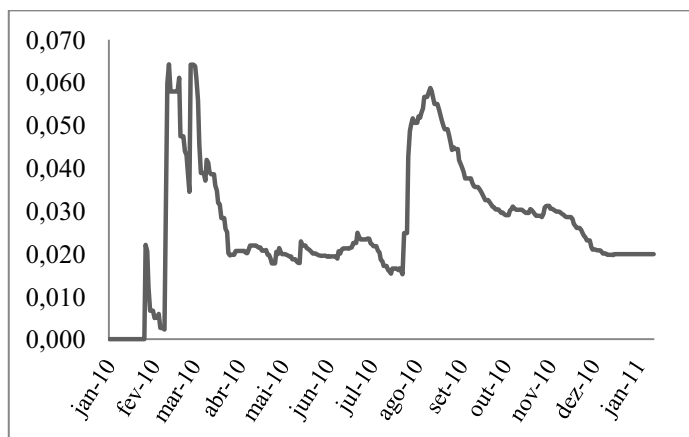


Gráfico 17 – *FDR* obtido com a análise da primeira posição individualmente considerada
 Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A proposta do *FDR* é identificar em uma análise evolutiva tanto o dia em que se verifica a composição de desvios mais favorável à detecção dos elementos ruidosos que se supõe introduzidos ao conjunto de dados analisados. Adicionalmente, em razão da evidenciação do histórico dos resultados obtidos com o teste, torna-se possível identificar o período que contribuiu à formação dos picos de desvios observados.

Observa-se finalmente que os testes propostos permitem a comparabilidade dos desvios mediante observação direta dos seus respectivos resultados, independentemente do tamanho da amostra analisada. Em outras palavras, resultados idênticos indicam a mesma proporção de desvios não se deixando afetar pelo tamanho da amostra analisada, permitindo desta forma a comparabilidade dos resultados de uma UG no tempo ou entre UG's que possuam números distintos de elementos analisados.

Demonstra-se a seguir, de forma exemplificativa para oito UG's, a aplicação dos testes que integram o modelo de análise aqui proposto. A íntegra dos resultados obtidos com a aplicação do modelo às 60 UG's encontra-se detalhado no apêndice F deste trabalho.

6.2.3.1 Unidade Gestora 01 do Estado E1 (UG01 – E1)

A unidade gestora ocupou o 45º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,4713, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 47,13% do total de dígitos da distribuição (vide Gráfico 18).

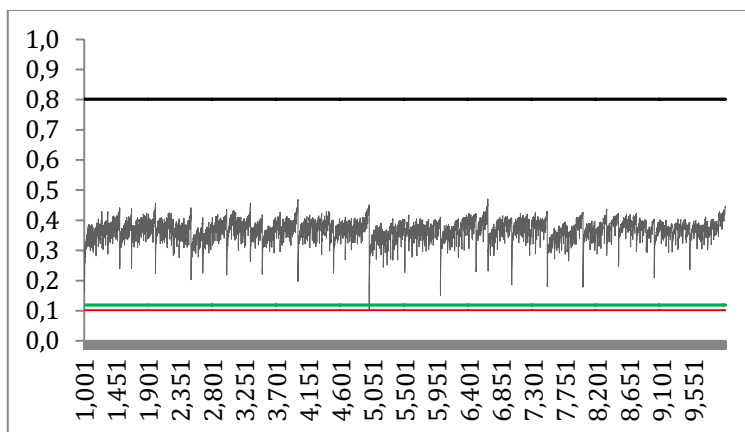


Gráfico 18 – Δx obtido pela UG01/E1 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 9,41%, sendo seguida pela 2ª posição com 26,81%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 88,36% (vide Gráfico 19 a seguir):

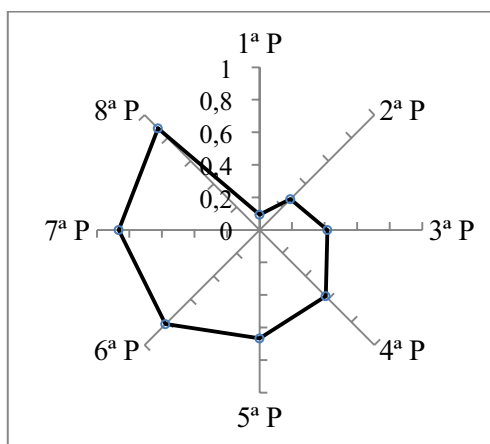


Gráfico 19 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG01/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um *FDR* médio anual de 0,02885 para a 1ª posição, vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53, atingindo seu maior valor em 11/02/2010 com um desvio de 0,06423 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 20. Destaca-se da análise desta UG a

ocorrência de uma quebra estrutural entre os dias 17/07/2010 e 31/07/2010, em razão da emissão de 901 empenhos no valor de R\$ 8.000,00.

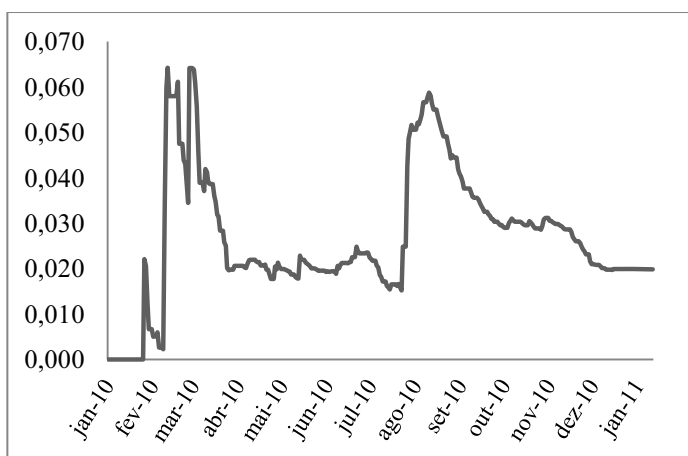


Gráfico 20 - Evolução do *FDR* para a 1ª Posição - UG01/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 25 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG01/E1

Dígito	Data	Δpo
1	10/02/2010	16,22%
2	08/02/2010	5,88%
3	26/02/2010	49,91%
4	29/10/2010	33,15%
5	01/01/2010	0,00%
6	26/01/2010	11,30%
7	21/06/2010	42,91%
8	02/08/2010	60,26%
9	26/01/2010	39,37%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 25 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 5 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 8 apresentou o maior desvio positivo observado, 60,26% de excesso em 02/08/2010, sendo seguido pelo dígito 3 com 49,91% de excesso em 26/02/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 38,01 e 14,96 para um valor crítico de 1,96.

6.2.3.2 Unidade Gestora 08 do Estado E1 (UG08 – E1)

A unidade gestora ocupou o 43º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,4527, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 45,27% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 21.

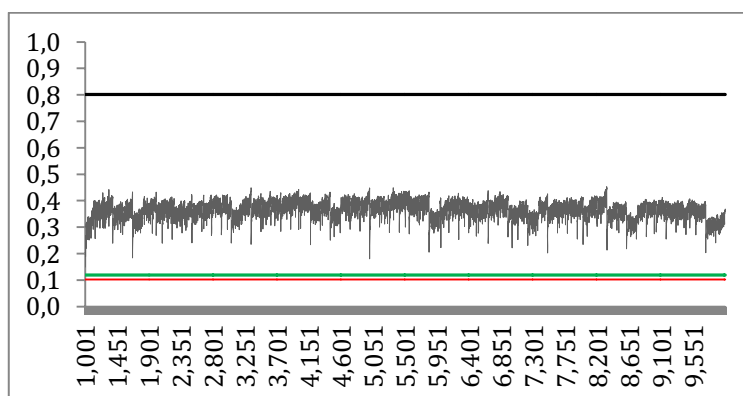


Gráfico 21 - Δx obtido pela UG08/E1 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 19,34%, sendo seguida pela 2ª posição com 22,30%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 85,45%, vide Gráfico 22 a seguir:

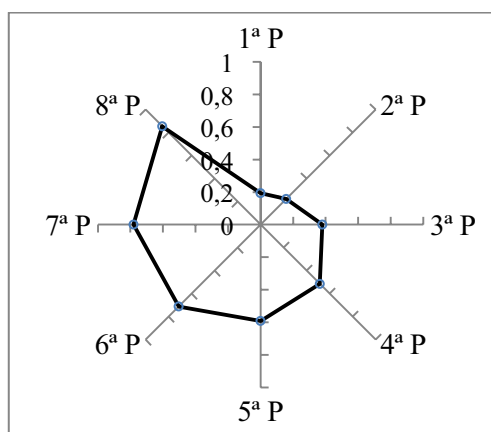


Gráfico 22 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG08/E1.
Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,03949 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 06/12/2010 com um desvio de 0,13571 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 23. A quebra estrutural observada no dia 27/10/2010 reflete a emissão de 146 empenhos no valor de R\$ 720,00.

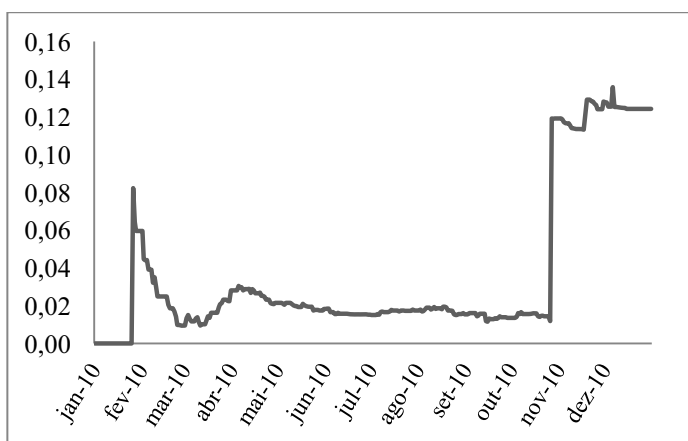


Gráfico 23 - Evolução do FDR na 1ª Posição - UG08/E1
Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 26 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG08/E1

Dígito	Data	Δpo
1	17/08/2010	20,89%
2	26/01/2010	9,75%
3	01/01/2010	0,00%
4	09/02/2010	23,55%
5	26/01/2010	53,62%
6	26/02/2010	12,97%
7	06/12/2010	75,18%
8	19/02/2010	32,86%
9	26/01/2010	53,10%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 26 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 3 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 7 apresentou o maior desvio positivo observado, 75,18% de excesso em 06/12/2010, sendo seguido pelo dígito 5 com 53,62% de excesso em 26/01/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 28,43 e 2,28 para um valor crítico de 1,96.

6.2.3.3 Unidade Gestora 13 do Estado E1 (UG13 – E1)

A unidade gestora ocupou o 27º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,3474, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 34,74% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 24.

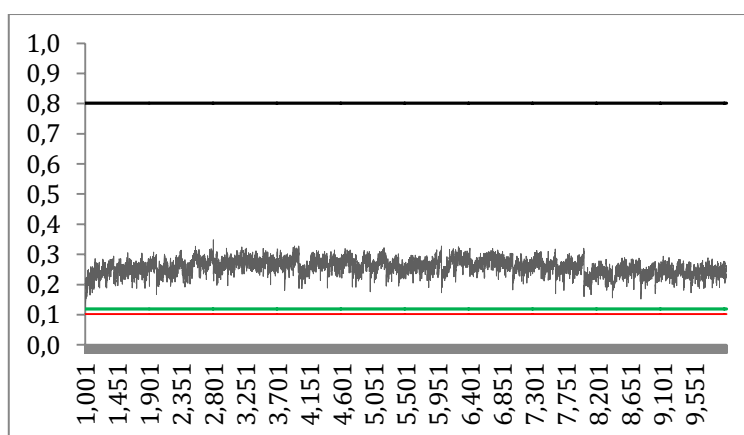


Gráfico 24 - Δx obtido pela UG13/E1 no teste de invariância

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 13,06%, sendo seguida pela 2ª posição com 19,03%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 85,92%, vide Gráfico 25 a seguir:

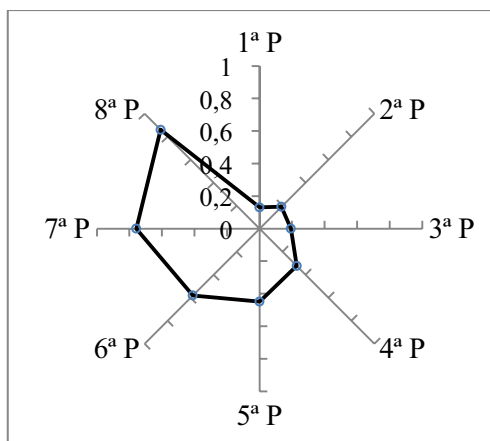


Gráfico 25 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG13/E1.
Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um *FDR* médio anual de 0,08336 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 05/02/2010 com um desvio de 0,17244 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 26. O desvio inicialmente observado reflete a emissão de 57 empenhos no valor de R\$ 842,00 e 32 empenhos no valor de R\$ 186.235,60, realizadas entre os dias 22/01 e 06/02/2010.

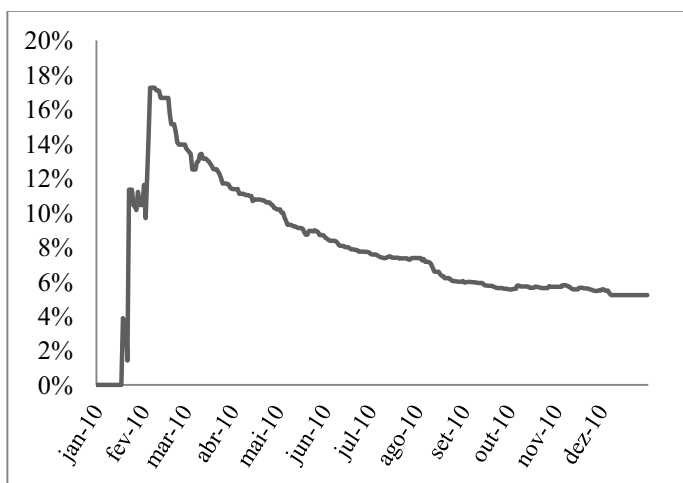


Gráfico 26 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG13/E1
Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 27 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG13/E1

Dígito	Data	Apo
1	25/01/2010	29,76%
2	18/01/2010	29,56%
3	18/01/2010	18,79%
4	01/01/2010	0,00%
5	18/01/2010	31,38%
6	01/01/2010	0,00%
7	01/12/2010	27,61%
8	05/02/2010	80,38%
9	10/03/2010	57,29%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 27 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 4 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 8 apresentou o maior desvio positivo observado, 80,38% de excesso em 05/02/2010, sendo seguido pelo dígito 9 com 57,29% de excesso em 10/03/2010. Os valores do Z-Teste

levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 16,48 e 5,79 para um valor crítico de 1,96.

6.2.3.4 Unidade Gestora 19 do Estado E1 (UG19 – E1)

A unidade gestora ocupou o 37º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,4161, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 41,61% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 27.

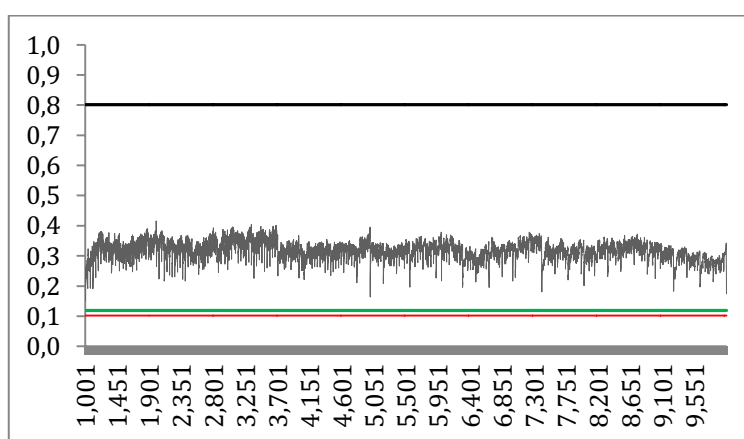


Gráfico 27– Δx obtido pela UG19/E1 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 14,61%, sendo seguida pela 2ª posição com 15,78%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 89,06%, vide Gráfico 28 a seguir:

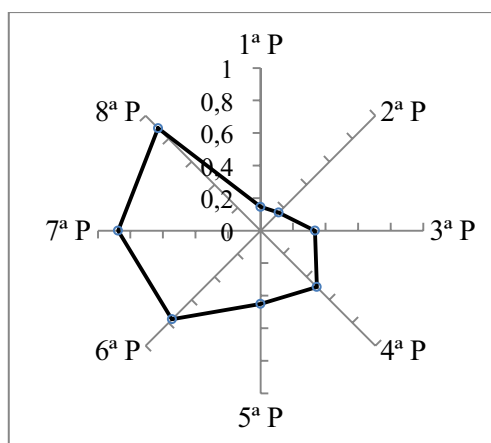


Gráfico 28 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG19/E1.
Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um *FDR* médio anual de 0,03198 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 01/02/2010 com um desvio de 0,04911 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 29. A quebra estrutural observada entre os dias 25/04 e 25/05/2010 reflete a emissão de 219 empenhos iniciados pelo dígito 4, sendo que 152 destes tiveram valores que oscilaram entre R\$ 4.400,00 e R\$ 4.499,00.

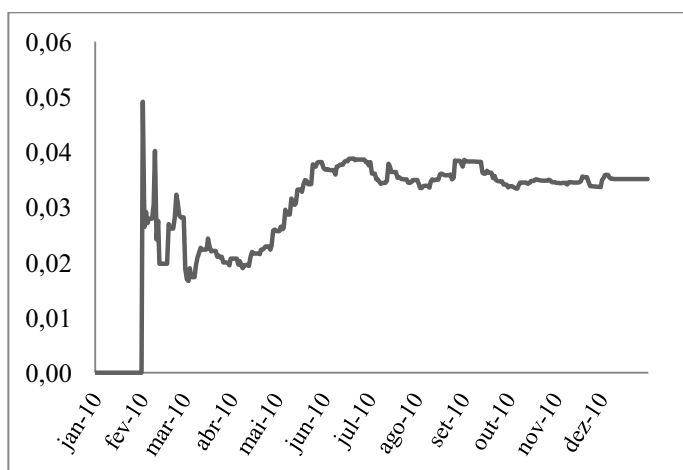


Gráfico 29- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG19/E1
Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 28 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG19/E1

Dígito	Data	<i>Δpo</i>
1	01/02/2010	28,64%
2	09/02/2010	34,43%
3	08/02/2010	27,44%
4	24/05/2010	37,79%
5	02/02/2010	19,94%
6	01/01/2010	0,00%
7	01/03/2010	23,95%
8	11/02/2010	16,69%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 28 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 6 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 4 apresentou o maior desvio positivo observado, 37,79% de excesso em 24/05/2010, sendo seguido pelo dígito 2 com 34,43% de excesso em 09/02/2010. Os valores

do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 10,03 e 3,40 para um valor crítico de 1,96.

6.2.3.5 Unidade Gestora 08 do Estado E2 (UG08 – E2)

A unidade gestora ocupou o 41º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,4468, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 44,68% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 30.

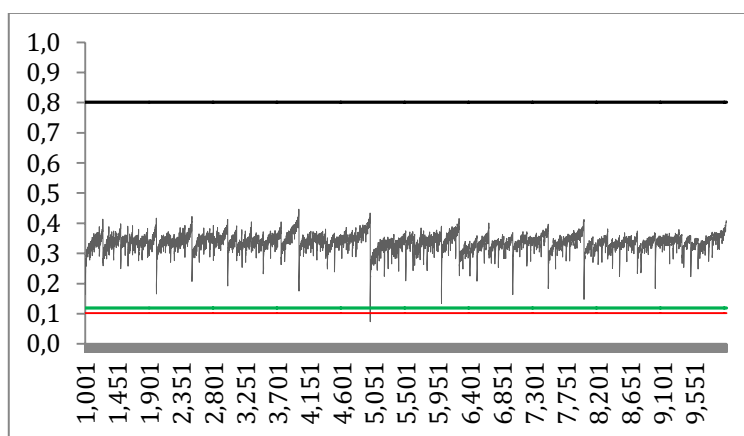


Gráfico 30 - Δx obtido pela UG08/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 4,92%, sendo seguida pela 2ª posição com 21,95%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 87,09%, vide Gráfico 31 a seguir:

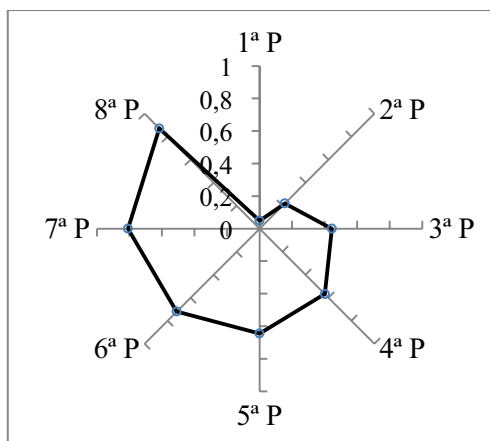


Gráfico 31 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG08/E2.
Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um *FDR* médio anual de 0,01195 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 30/01/2010 com um desvio de 0,06016 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 32. A quebra estrutural observada entre os dias 19/05 e 20/05/2010 reflete a emissão de 105 empenhos, 51 dos quais iniciados pelo dígito 7, com valores que oscilaram entre R\$ 7.000,00 e R\$ 7.950,00.

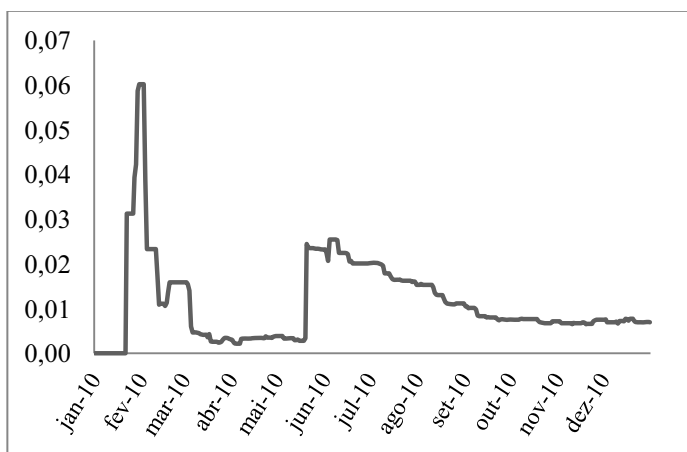


Gráfico 32 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG08/E2
Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 29 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG08/E2

Dígito	Data	<i>Apo</i>
1	18/12/2010	8,81%
2	11/02/2010	11,03%
3	04/02/2010	18,17%
4	29/01/2010	46,09%
5	03/02/2010	19,24%
6	30/01/2010	39,08%
7	04/06/2010	44,13%
8	09/07/2010	27,24%
9	29/01/2010	18,55%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 29 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 1 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 4 apresentou o maior desvio positivo observado, 46,09% de excesso em 29/01/2010, sendo seguido pelo dígito 7 com 44,13% de excesso em 04/06/2010. Os valores do Z-Teste

levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 2,77 e 6,60 para um valor crítico de 1,96.

6.2.3.6 Unidade Gestora 12 do Estado E2 (UG12 – E2)

A unidade gestora ocupou o 59º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,7827, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 78,27% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 33.

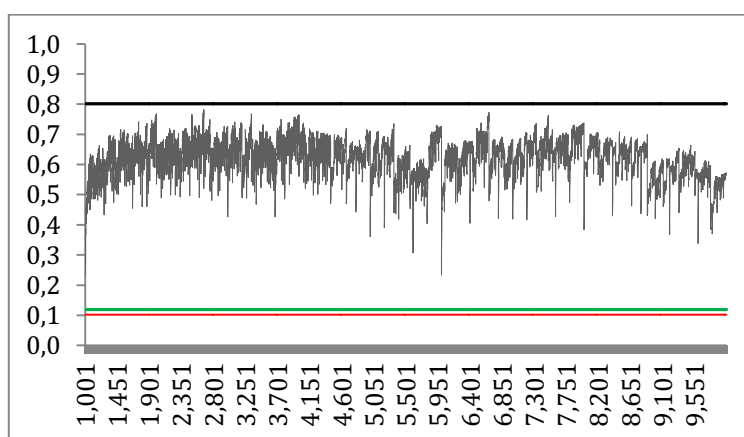


Gráfico 33 - Δx obtido pela UG12/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 28,58%, sendo seguida pela 2ª posição com 48,05%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 88,94%, vide Gráfico 34 a seguir:

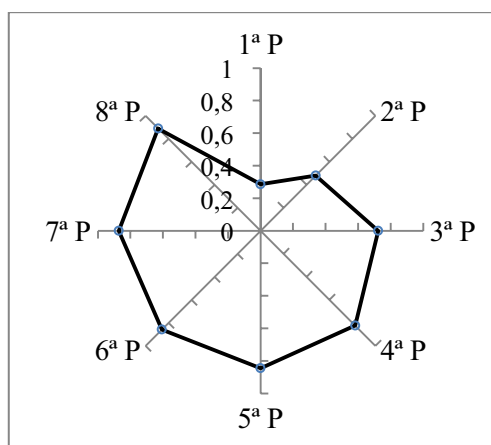


Gráfico 34– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG12/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um *FDR* médio anual de 0,20483 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 26/01/2010 com um desvio de 0,46609 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 35.

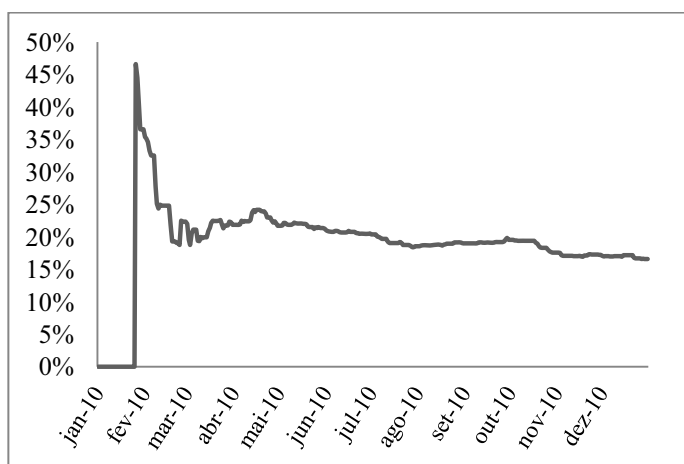


Gráfico 35 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG12/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 30 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG12/E2

Dígito	Data	<i>Δpo</i>
1	03/03/2010	13,58%
2	26/01/2010	77,32%
3	29/01/2010	11,85%
4	01/01/2010	0,00%
5	01/01/2010	0,00%
6	01/01/2010	0,00%
7	09/03/2010	46,39%
8	01/01/2010	0,00%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 30 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 4, 5, 6, 8 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 2 apresentou o maior desvio positivo observado, 77,32% de excesso em 26/01/2010. O segundo dígito com maior desvio foi o 7 com 46,39% de excesso em 09/03/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 27,89 e 8,69 para um valor crítico de 1,96.

Esta UG obteve o pior resultado no *ranking* de desempenho para o χ^2 -Teste e o segundo pior resultado tanto para o *Ax*-Teste como para o teste *DA/2* (vide Apêndice E-11, Apêndice E-32 e Apêndice E-33). Faz-se necessário enfatizar que dos 11.006 empenhos com saldos não nulos analisados 9.466, os quais representaram 86,01% do total, destinaram-se ao pagamento de diárias para pessoal civil. Estas despesas, assim como ajudas de custo e concessão de bolsas de pesquisa, têm seus valores delimitados em instrumentos normativos, tendendo a provocar por esta razão desvios no comportamento dos dígitos pela recorrência de valores.

6.2.3.7 Unidade Gestora 16 do Estado E2 (UG16 – E2)

A unidade gestora ocupou o 60º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,8012, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 80,12% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 36.

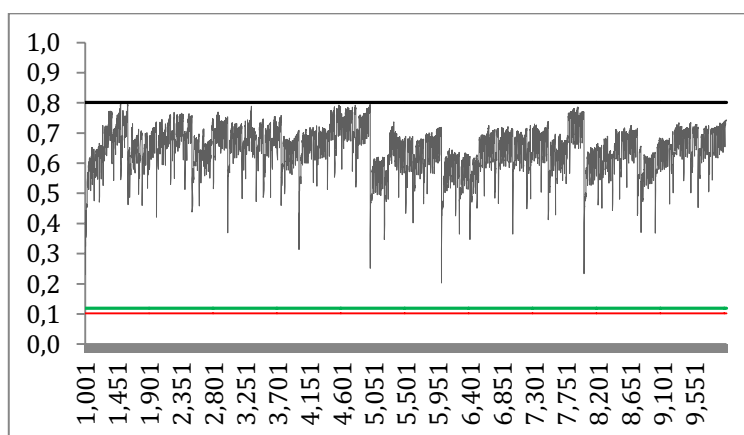


Gráfico 36– Δx obtido pela UG16/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 36,56%, sendo seguida pela 2ª posição com 50,86%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 90,00%, vide Gráfico 37 a seguir:

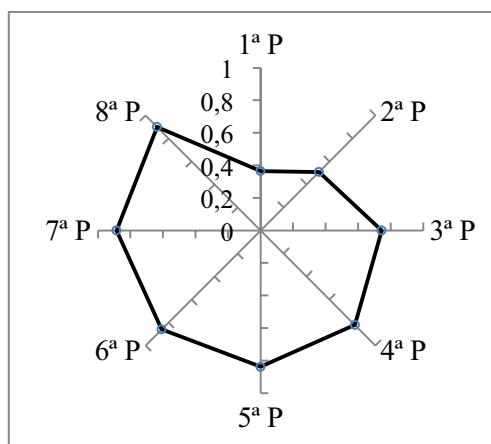


Gráfico 37– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG16/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um *FDR* médio anual de 0,2378 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 09/02/2010 com um desvio de 0,36434 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 38.

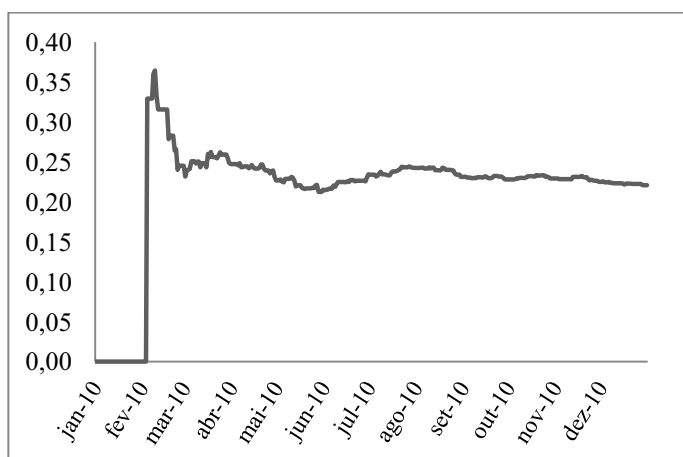


Gráfico 38- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG16/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 31 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG16/E2

Dígito	Data	<i>Δpo</i>
1	01/01/2010	0,00%
2	19/08/2010	42,94%
3	01/01/2010	0,00%
4	09/02/2010	80,37%
5	01/01/2010	0,00%
6	04/02/2010	12,97%
7	28/05/2010	10,42%
8	01/01/2010	0,00%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 31 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 1, 3, 5, 8 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 4 apresentou o maior desvio positivo observado, 80,37% de excesso em 09/02/2010, sendo seguido pelo dígito 2 com 42,94% de excesso em 19/08/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 15,91 e 13,21 para um valor crítico de 1,96.

Esta UG obteve o pior resultado no *ranking* de desempenho para o Δx -Teste e para o $DA/2$, ficando ainda com o segundo pior resultado para o χ^2 -Teste (vide Apêndice E-11, Apêndice E-32 e Apêndice E-33). Analogamente ao observado com a UG12/E2 na análise anterior, esta UG apresentou o percentual de 85,23% de empenhos destinados ao pagamento de diárias para pessoal civil, visto que dos 1.727 empenhos analisados 1.472 foram aplicados com esta finalidade.

6.2.3.8 Unidade Gestora 15 do Estado E2 (UG15 – E2)

A unidade gestora ocupou o 58º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,6808, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 68,08% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 39.

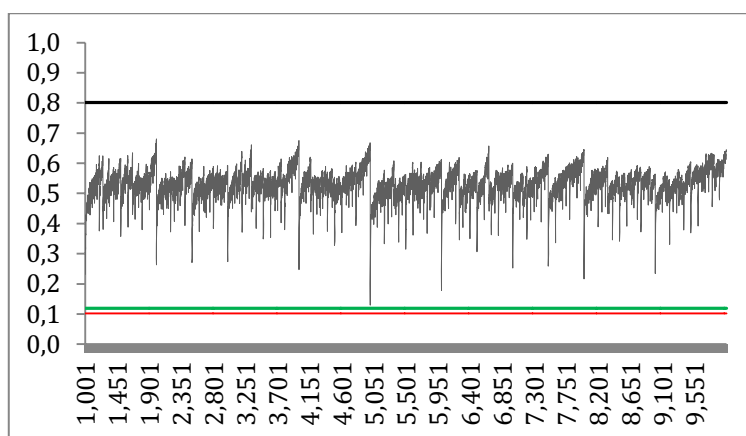


Gráfico 39– Δx obtido pela UG15/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 6,49%, sendo seguida pela 2ª posição com 42,63%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 90,00%, vide Gráfico 40 a seguir:

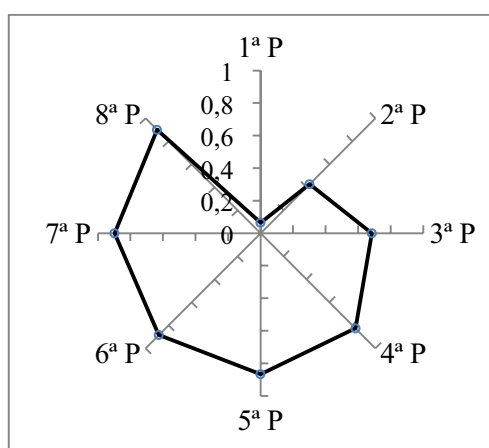


Gráfico 40– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG15/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,06352 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos

Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 10/02/2010 com um desvio de 0,20901 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 41.

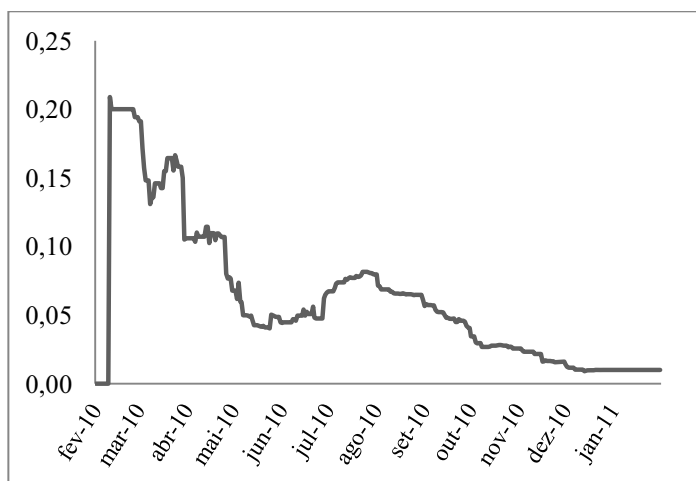


Gráfico 41- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG15/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 32 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG15/E2

Dígito	Data	<i>Δpo</i>
1	24/03/2010	51,18%
2	23/07/2010	46,52%
3	01/02/2010	0,00%
4	01/02/2010	0,00%
5	06/04/2010	26,10%
6	01/03/2010	59,83%
7	26/02/2010	42,01%
8	01/02/2010	0,00%
9	01/09/2010	15,90%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 32 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 3, 4 e 8 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 6 apresentou o maior desvio positivo observado, 59,83% de excesso em 01/03/2010, sendo seguido pelo dígito 1 com 51,18% de excesso em 24/03/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 3,10 e 10,17 para um valor crítico de 1,96.

Esta UG obteve o terceiro pior resultado no *ranking* de desempenho para o *Ax*-Teste como para o teste *DA/2* (vide Apêndice E-32 e Apêndice E-33). Faz-se necessário enfatizar que dos 2.713 empenhos com saldos não nulos analisados 1.853, os quais representaram 68,30% do total, destinaram-se ao pagamento de serviços de terceiros prestados por pessoas físicas. Diferentemente do observado na análise das duas UG's anteriores, cujos percentuais de ocorrências para os empenhos destinados ao pagamento de diárias ficaram acima de 80%, a UG aqui analisada obteve uma proporção de apenas 1,03% para os empenhos emitidos com esta finalidade.

6.2.4 Análise das hipóteses levantadas para os testes λx , $DA/2$ e FDR em relação à despesa empenhada das 60 UG's individualmente consideradas

Teste de Invariância Escalar – λx -Teste

A Tabela 33 apresenta os resultados obtidos com a análise do λx -Teste aplicado ao conjunto dos valores dos empenhos para cada uma das 60 UG's, segregadas entre os três estados analisados. Os resultados refletem a ocorrência de desvios em todos os dígitos das posições existentes em cada conjunto de valores analisado, computando-se para tal a totalidade dos empenhos emitidos pela UG no exercício de 2010 (vide seção 4.5.1 para maiores esclarecimentos acerca deste teste).

Constatou-se pelos resultados a rejeição total das hipóteses nulas H_{E0} para as 60 UG's analisadas, com a consequente aceitação das hipóteses alternativas H_{E1} . No Estado E1 o maior desvio observado foi gerado pela UG 17, com um λx de 0,5829, indicando que a proporção máxima de elementos em excesso foi de 58,29% após as progressivas multiplicações. No outro extremo observa-se a UG 11 com um λx de 0,1193, sendo este resultado o que mais se aproximou do $\lambda x_{critico}$ 0,10225. O Estado E1 obteve um resultado médio de 0,3689 para o λx das suas 20 UG's analisadas.

Nos resultados obtidos com as 20 UG's do Estado E2, constata-se que o maior desvio observado foi gerado pela UG 16, com um λx de 0,8012, indicando que a proporção máxima de elementos em excesso foi de 80,12% após as progressivas multiplicações. No outro extremo observa-se a UG 04 com um λx de 0,1259. O Estado E2 obteve um resultado médio de 0,5032 para o λx das suas 20 UG's analisadas, sendo este o pior resultado obtido entre os três Estados.

Tabela 33 – Resultados com o Δx para cada UG e por Estado – Valor obtido ao final do exercício para a 1ª Posição.

UG	Δx -Teste	UG	Δx -Teste	UG	Δx -Teste
E1UG01	✗ 0,4713	E2UG01	✗ 0,2280	E3UG01	✗ 0,2580
E1UG02	✗ 0,2711	E2UG02	✗ 0,6332	E3UG02	✗ 0,2598
E1UG03	✗ 0,3671	E2UG03	✗ 0,4012	E3UG03	✗ 0,2187
E1UG04	✗ 0,4767	E2UG04	✗ 0,1259	E3UG04	✗ 0,1972
E1UG05	✗ 0,4314	E2UG05	✗ 0,6335	E3UG05	✗ 0,3280
E1UG06	✗ 0,1318	E2UG06	✗ 0,4499	E3UG06	✗ 0,6496
E1UG07	✗ 0,2188	E2UG07	✗ 0,4126	E3UG07	✗ 0,3732
E1UG08	✗ 0,4527	E2UG08	✗ 0,4468	E3UG08	✗ 0,2799
E1UG09	✗ 0,4152	E2UG09	✗ 0,5139	E3UG09	✗ 0,2252
E1UG10	✗ 0,5194	E2UG10	✗ 0,3978	E3UG10	✗ 0,2767
E1UG11	✗ 0,1193	E2UG11	✗ 0,4212	E3UG11	✗ 0,3838
E1UG12	✗ 0,2944	E2UG12	✗ 0,7827	E3UG12	✗ 0,3289
E1UG13	✗ 0,3474	E2UG13	✗ 0,5598	E3UG13	✗ 0,3350
E1UG14	✗ 0,5390	E2UG14	✗ 0,4680	E3UG14	✗ 0,4130
E1UG15	✗ 0,2206	E2UG15	✗ 0,6808	E3UG15	✗ 0,2980
E1UG16	✗ 0,3709	E2UG16	✗ 0,8012	E3UG16	✗ 0,3426
E1UG17	✗ 0,5829	E2UG17	✗ 0,6153	E3UG17	✗ 0,2470
E1UG18	✗ 0,2871	E2UG18	✗ 0,3045	E3UG18	✗ 0,2906
E1UG19	✗ 0,4161	E2UG19	✗ 0,5191	E3UG19	✗ 0,3043
E1UG20	✗ 0,4450	E2UG20	✗ 0,6675	E3UG20	✗ 0,2432

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Desvios médios obtidos: E1 0,3689; E2 0,5032 e E3 0,3126

Desvio significativo para um $\alpha = 0,05$, com um $\Delta x_{\text{crítico}} > 0,10225$.

Ainda na Tabela 33, constata-se que o estado E3 obteve o melhor desempenho com um resultado médio de 0,3126 para o Δx das suas 20 UG's analisadas. O maior desvio observado foi gerado pela UG 6, com 0,6496, indicando que a proporção máxima de elementos em excesso foi de 64,96% após as progressivas multiplicações. No outro extremo observa-se a UG 04 com um Δx de 0,1972.

De fato era esperado neste teste um maior nível de rejeição, uma vez que o Δx -Teste avalia a conformidade dos dados observando o seu comportamento invariante, refletindo desta forma os desvios observados em todos os dígitos de todas as posições que integram a amostra analisada. Convém ressaltar, entretanto, que o nível de rejeição observado neste teste foi compatível com o resultado obtido com o χ^2 -Teste, o qual rejeitou sua hipótese nula H_{B0} para 57 das 60 UG's analisadas, sendo este último teste amplamente utilizado entre os autores pesquisados (vide Quadro 2 no tópico 4.1 deste trabalho).

Semidesvio Absoluto – $DA/2$

A Tabela 34 apresenta os resultados obtidos com a análise do $DA/2$ aplicado ao conjunto dos valores dos empenhos individualmente observados para cada uma das 60 UG's, segregadas entre os três estados analisados. Os resultados refletem a situação de cada UG ao final do exercício de 2010 e foram aplicados aos dígitos da 1ª posição (vide seção 4.5.2 para maiores esclarecimentos acerca deste teste).

Foi observado que apenas uma UG teve sua hipótese nula H_{0D} aceita. Foi a UG 10 do Estado E3. Todas as demais 59 UG's tiveram rejeição da hipótese nula com consequente aceitação da hipótese alternativa H_{1D} . No Estado E1 o maior desvio observado foi gerado pela UG 14, com 26,5% de elementos em excesso. No outro extremo observa-se a UG 11 com um desvio de 2,45%. O Estado E1 obteve um resultado médio de 14,02% para o $DA/2$ das suas 20 UG's analisadas.

Observando-se os resultados obtidos com as 20 UG's do Estado E2, constata-se que o maior desvio observado foi gerado pela UG 16, com 36,56% de elementos em excesso. No outro extremo observa-se a UG 08 com um desvio de 4,92%. O Estado E2 obteve um resultado médio de 13,91% para o $DA/2$ das suas 20 UG's analisadas, valor próximo ao obtido pelo Estado E1.

Tabela 34 – Resultados com o $DA/2$ para cada UG e por Estado – Valor obtido ao final do exercício para a 1ª Posição.

UG	$DA/2$	UG	$DA/2$	UG	$DA/2$
E1UG01	✗ 9,41%	E2UG01	✗ 8,88%	E3UG01	✗ 9,12%
E1UG02	✗ 3,45%	E2UG02	✗ 18,27%	E3UG02	✗ 7,03%
E1UG03	✗ 17,47%	E2UG03	✗ 13,82%	E3UG03	✗ 3,17%
E1UG04	✗ 26,14%	E2UG04	✗ 7,55%	E3UG04	✗ 6,41%
E1UG05	✗ 24,05%	E2UG05	✗ 16,90%	E3UG05	✗ 14,46%
E1UG06	✗ 2,75%	E2UG06	✗ 9,78%	E3UG06	✗ 11,11%
E1UG07	✗ 7,84%	E2UG07	✗ 5,50%	E3UG07	✗ 17,33%
E1UG08	✗ 19,34%	E2UG08	✗ 4,92%	E3UG08	✗ 6,72%
E1UG09	✗ 14,69%	E2UG09	✗ 7,39%	E3UG09	✗ 3,82%
E1UG10	✗ 22,32%	E2UG10	✗ 7,11%	E3UG10	✓ 1,75%
E1UG11	✗ 2,45%	E2UG11	✗ 5,54%	E3UG11	✗ 9,11%
E1UG12	✗ 3,85%	E2UG12	✗ 28,58%	E3UG12	✗ 3,32%
E1UG13	✗ 13,06%	E2UG13	✗ 20,80%	E3UG13	✗ 3,82%
E1UG14	✗ 26,50%	E2UG14	✗ 9,53%	E3UG14	✗ 12,85%
E1UG15	✗ 6,87%	E2UG15	✗ 6,49%	E3UG15	✗ 6,54%
E1UG16	✗ 17,14%	E2UG16	✗ 36,56%	E3UG16	✗ 7,34%
E1UG17	✗ 25,86%	E2UG17	✗ 17,61%	E3UG17	✗ 5,74%
E1UG18	✗ 8,25%	E2UG18	✗ 7,72%	E3UG18	✗ 2,47%
E1UG19	✗ 14,61%	E2UG19	✗ 19,72%	E3UG19	✗ 8,01%
E1UG20	✗ 14,46%	E2UG20	✗ 25,49%	E3UG20	✗ 8,68%

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Desvios médios obtidos: E1 14,025; E2 13,915 e E3 7,44%.

Desvio significativo para um $\alpha = 0,001$, com um $DA/2_{\text{crítico}} > 2,17\%$.

Ainda na Tabela 34, constata-se que o estado E3 obteve o melhor desempenho com um resultado médio de 7,44% para o $DA/2$ das suas 20 UG's analisadas, o qual representou aproximadamente a metade do desvio observado na média dos Estados E1 e E2. O maior desvio observado foi gerado pela UG 7, com 17,33% de elementos em excesso. No outro extremo observa-se a UG 10 com um desvio de 1,75%.

Fator de Detecção de Ruído (FDR)

A Tabela 35 apresenta os resultados obtidos com a análise do FDR aplicado ao conjunto dos valores dos empenhos individualmente observados para cada uma das 60 UG's, segregadas entre os três estados analisados. Os resultados refletem a situação de cada UG ao final do exercício de 2010 e foram aplicados aos dígitos da 1ª posição (vide seção 4.5.4 para maiores esclarecimentos acerca deste teste).

Foi observado que apenas uma UG teve sua hipótese nula H_{0F} aceita. Foi a UG 10 do Estado E3. Todas as demais 59 UG's tiveram rejeição da hipótese nula com consequente aceitação da hipótese alternativa H_{1F} . No Estado E1 o maior desvio observado foi gerado pela UG 5, com um FDR de 0,1937, indicando que esta é a UG com a melhor composição de desvios para análise, ou seja, com a melhor chance de se detectar os eventuais elementos não conformes introduzidos. No outro extremo observa-se a UG 11 com um FDR de 0,0015. O Estado E1 obteve um resultado médio de 0,065 para o FDR das suas 20 UG's analisadas, ficando este valor próximo ao obtido pelo Estado E2, 0,06.

Nos resultados obtidos com as 20 UG's do Estado E2, constata-se que o maior desvio observado foi gerado pela UG 16, com um FDR de 0,2207. No outro extremo observa-se a UG 11 com um FDR de 0,0048. O Estado E2 obteve um resultado médio de 0,06 para o FDR das suas 20 UG's analisadas.

Tabela 35 – Resultados com o FDR para cada UG por estado – Valor obtido ao final do exercício para a análise da 1ª Posição.

UG	FDR	UG	FDR	UG	FDR
E1UG01	✗ 0,0198	E2UG01	✗ 0,0211	E3UG01	✗ 0,0183
E1UG02	✗ 0,0037	E2UG02	✗ 0,0733	E3UG02	✗ 0,0162
E1UG03	✗ 0,0598	E2UG03	✗ 0,0491	E3UG03	✗ 0,0024
E1UG04	✗ 0,1565	E2UG04	✗ 0,0242	E3UG04	✗ 0,0128
E1UG05	✗ 0,1937	E2UG05	✗ 0,0660	E3UG05	✗ 0,0561
E1UG06	✗ 0,0033	E2UG06	✗ 0,0252	E3UG06	✗ 0,0245
E1UG07	✗ 0,0193	E2UG07	✗ 0,0091	E3UG07	✗ 0,0675
E1UG08	✗ 0,1242	E2UG08	✗ 0,0070	E3UG08	✗ 0,0091
E1UG09	✗ 0,0307	E2UG09	✗ 0,0114	E3UG09	✗ 0,0067
E1UG10	✗ 0,1405	E2UG10	✗ 0,0078	E3UG10	✓ 0,0007
E1UG11	✗ 0,0015	E2UG11	✗ 0,0048	E3UG11	✗ 0,0150
E1UG12	✗ 0,0040	E2UG12	✗ 0,1658	E3UG12	✗ 0,0030
E1UG13	✗ 0,0521	E2UG13	✗ 0,1273	E3UG13	✗ 0,0253
E1UG14	✗ 0,1069	E2UG14	✗ 0,0189	E3UG14	✗ 0,0652
E1UG15	✗ 0,0109	E2UG15	✗ 0,0100	E3UG15	✗ 0,0201
E1UG16	✗ 0,0751	E2UG16	✗ 0,2207	E3UG16	✗ 0,0140
E1UG17	✗ 0,1922	E2UG17	✗ 0,0567	E3UG17	✗ 0,0134
E1UG18	✗ 0,0185	E2UG18	✗ 0,0249	E3UG18	✗ 0,0018
E1UG19	✗ 0,0351	E2UG19	✗ 0,0930	E3UG19	✗ 0,0118
E1UG20	✗ 0,0521	E2UG20	✗ 0,1837	E3UG20	✗ 0,0207

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Desvios médios obtidos: E1 0,0650; E2 0,0600 e E3 0,0192.

Desvio significativo para um $\alpha = 0,001$, com um $FDR_{\text{crítico}} > 0,0014$.

Ainda na Tabela 35, constata-se que o estado E3 obteve o melhor desempenho com um resultado médio de 0,0192 para o *FDR* das suas 20 UG's analisadas. O maior desvio observado foi gerado pela UG 7, com 0,0675. No outro extremo observa-se a UG 10 com um *FDR* de 0,0007, sendo este o único valor observado abaixo do *FDR*_{crítico} de 0,0014.

6.3 Análise comparativa dos resultados

Foi elaborado um estudo de correlação entre as métricas avaliadas neste trabalho. O resultado das correlações pode ser visto na Tabela 36. O fator de correlação utilizado foi o da expressão (29), vide tópico 4.4, abaixo evidenciado. Tal fator é importante, pois determina o comportamento de uma variável em relação à outra, ou seja, dependência linear.

$$\text{corr}(X, Y) = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma^X \sigma^Y}.$$

A gama de valores possíveis varia no intervalo entre [1,-1] onde 1 indica total relacionamento entre as duas e 0 nenhuma, já valores negativos indicam um comportamento inversamente proporcional ao valor positivo. Por exemplo, se X e Y possuem -1 de correlação então Y decresce a medida que X aumenta e vice-versa. Considera-se um valor absoluto maior que 0.9 como havendo alta correlação e abaixo de 0.3 como sendo baixa correlação.

Dentre os testes aplicados no presente trabalho o *Ax*-Teste foi considerado o teste mais preciso na determinação da conformidade de um conjunto de dados com as propriedades de uma distribuição NB-Lei, visto que considera a ocorrência dos desvios incondicionais e condicionais em todos os dígitos de todas as posições e não tem a proporcionalidade do seu resultado afetada em razão do tamanho da amostra (vide comentários nas seções 4.5.1, 6.2.3 e APÊNDICE B - Exemplos dos conjuntos de dados fictícios *D1*, *D2* e *D3*). Isto posto, foram avaliados os demais testes em razão do grau de relacionamento positivo com o *Ax*, conforme resultados obtidos por UG que integram o Apêndice E-32.

Tabela 36 – Correlacionamento obtido entre os testes globais aplicados às 60 UG's.

Testes Correlacionados	Correlacion	Ran
Δx -Teste / DA/2 Médio – 1 a	0,942	1º
Δx -Teste / DA/2 – 1P	0,725	2º
Δx -Teste / FDR	0,650	3º
Δx -Teste / χ^2 -Teste – 1P	0,596	4º
Δx -Teste / χ^2 -Teste Médio – 1	0,136	5º
Δx -Teste / DF	-0,197	6º

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Vê-se na Tabela 36 que o teste *DA/2*, aplicado apenas a análise dos desvios na primeira posição, ocupou o segundo lugar no *ranking* de correlacionamento com o Δx -Teste, obtendo um coeficiente de 0,725 (vide resultados do *DA/2* nos Apêndice E-33 a Apêndice E-41). Dentre os fatores que contribuíram de forma negativa para o desempenho do coeficiente de correlação obtido pelo teste no caso aqui aplicado, destaca-se a sua limitação ao considerar apenas os desvios dos dígitos da primeira posição. Neste sentido, observa-se ainda na Tabela 36 que o mesmo teste passou a indicar um alto coeficiente de correlação (0,942) quando considerados os valores médios por ele obtidos na análise da 1ª a 8ª posição, corroborando o entendimento de que a análise de conformidade de um conjunto de dados com a NB-Lei não pode ser obtida observando-se desvios nos dígitos apenas da primeira posição (vide comentários e exemplos no APÊNDICE B - Exemplos dos conjuntos de dados fictícios *D1*, *D2* e *D3*.).

Em terceiro lugar no *ranking* de correlacionamento com o Δx -Teste ficou o teste *FDR*, tendo obtido um coeficiente de 0,650. Era esperado um desempenho do *FDR* abaixo do obtido pelo *DA/2*, visto que o *FDR* não tem o propósito de identificar o conjunto de dados com o maior desvio de conformidade com a NB-Lei, mas àquele que apresenta a melhor chance de detecção dos eventuais elementos não conformes introduzidos, vide resultados obtidos com o *FDR* por UG no Apêndice E-53 e exemplos comparativos da aplicação do *FDR* e do *DA/2* no APÊNDICE D – Exemplos comparativos da aplicação do *FDR* e *DA/2*.

Em quarto lugar no *ranking* de correlação, com um coeficiente de 0,596, ficou o resultado obtido com a aplicação do χ^2 -Teste à primeira posição (vide resultados obtidos com o teste por UG no apêndice E-11). Indicam-se três fatores que contribuíram negativamente ao desempenho do χ^2 -Teste, a saber:

A proporcionalidade no resultado do teste é afetada em razão do tamanho da amostra, vide esclarecimentos adicionais no tópico 4.3.2;

O teste considerou apenas os desvios observados nos dígitos da primeira posição;

O teste considerou apenas os desvios causados pela probabilidade incondicional observada na proporção dos dígitos analisados, desconsiderando o efeito das probabilidades condicionadas dos dígitos entre as posições, vide comentários presentes na seção 2.4.2.4.

Investigou-se neste trabalho, considerando a limitação da aplicação do χ^2 -Teste apenas a primeira posição, se a média por UG dos resultados obtidos com a aplicação deste teste as oito primeiras posições também indicaria um melhor coeficiente de correlação com o Δx . Ao contrário do observado com o teste $DA/2$, o χ^2 -Teste obteve um coeficiente de correlação inferior (0,136) quando comparado ao seu resultado com a análise apenas da primeira posição (0,596) (vide Tabela 36 e resultados por UG obtidos com o χ^2 -Teste constantes dos Apêndice E-11 e Apêndice E-19). Na busca por uma justificativa para a ocorrência desse comportamento antagônico, constatou-se que o grau de correlacionamento observado entre as quantidades de empenhos das UG's (tamanho do conjunto de dados analisados – vide Apêndice E-1) e os resultados do χ^2 -Teste, individualmente aplicado as oito primeiras posições, aumentava progressivamente, conforme demonstrado na Tabela 37.

Tabela 37 – Correlacionamento do χ^2 -Teste (1ª a 8ª posição) com o número de empenhos analisados por UG.

Testes Correlacionados	Correlacionamento
<i>N-Empenhos</i> / χ^2 -Teste – 1P	0,255
<i>N-Empenhos</i> / χ^2 -Teste – 2P	0,464
<i>N-Empenhos</i> / χ^2 -Teste – 3P	0,662
<i>N-Empenhos</i> / χ^2 -Teste – 4P	0,801
<i>N-Empenhos</i> / χ^2 -Teste – 5P	0,918
<i>N-Empenhos</i> / χ^2 -Teste – 6P	0,952
<i>N-Empenhos</i> / χ^2 -Teste – 7P	0,984
<i>N-Empenhos</i> / χ^2 -Teste – 8P	0,998

Fonte: Elaboração própria, 2012.

Resta evidente das informações constantes na Tabela 37 que o grau de correlacionamento aumenta tendendo a 1 à medida em que se avança da primeira a oitava posição, ou seja, o χ^2 -Teste tende a perder a sua capacidade representativa dos desvios associados às posições e passa a representar o tamanho da amostra analisada. A causa desse comportamento decorre da combinação de dois fatores:

O primeiro deles, já conhecido, diz respeito à característica intrínseca do teste na qual a proporcionalidade do seu resultado é afetada em razão do tamanho da amostra. Em outras palavras, o teste produz resultados maiores para uma mesma proporcionalidade de desvios quando cresce o número de elementos analisados;

O segundo diz respeito à tendência observada no comportamento dos desvios para a análise das posições individualmente observadas. Constatou-se na análise comparativa dos resultados do $DA/2$ aplicado da 1ª a 8ª posição que os desvios absolutos aumentaram progressivamente tornando-se mais uniformes entre as UG's, vide resultados com o $DA/2$ nos Apêndice E-33 a Apêndice E-41 e esclarecimentos adicionais na seção 6.2.2 para a ocorrência deste padrão observado nos desvios.

Uma vez que os resultados tendem a uma uniformidade à medida que se avança na análise das posições e que o teste é afetado em razão do tamanho da amostra, tem-se consequentemente, por resultado prático que o teste passa a refletir a proporcionalidade do tamanho da amostra à medida que avança na análise das posições.

Retornando à análise comparativa entre as métricas, observou-se em último lugar, tendo obtido o pior resultado no correlacionamento com o Ax -Teste, o DF com um coeficiente de -0,197, indicando um fraco correlacionamento negativo. Dado que o DF e o Ax foram os únicos testes a considerarem a ocorrência de desvios em todos os dígitos de todas as posições, era esperado justamente o oposto, ou seja, o melhor correlacionamento observado. O fraco desempenho obtido com o DF explica-se pelo fato de que a propriedade da média é condição necessária, porém não suficiente na determinação da conformidade de um conjunto de dados com a NB-Lei. Em outras palavras, um conjunto de dados NB-Lei terá necessariamente a média aproximada de $9/\ln(10) \approx 3,9087$, mas nem todo conjunto de dados com esta média será NB-Lei, vide comentários adicionais nas seções 4.2.2 e 4.3.5, bem como resultados obtidos com a aplicação do DF por UG no Apêndice E-31.

Conclui-se a análise deste tópico enfatizando que os resultados obtidos com a aplicação dos testes χ^2 -Teste, $DA/2$, Ax -Teste e FDR na prática demonstraram-se excessivamente rigorosos, visto que houve a aceitação das hipóteses nulas apenas em cinco casos testados, para um total de 240 testes realizados.

Sugere-se como causas possíveis para esta ocorrência, excesso de rejeição dos testes, a serem aprofundadas em trabalhos futuros, as seguintes:

A ocorrência de uma dependência na formação dos dados, com impacto na aleatoriedade de seus valores, causada por um viés de ordem legal, tal como fatores comportamentais, sazonais e normativos. Cita-se como exemplo desses fatores a realização de

despesas com valores delimitados em instrumento normativo, tal como o pagamento de diárias, ajuda de custo e concessão de bolsas de pesquisa;

Existência de desvios no comportamento dos números em razão de ocorrência de erros e fraudes resultantes da inclusão de valores fictícios à despesa pública, arredondamentos para cima no montante dos gastos, entenda-se superfaturamento negociado mediante pagamento de propinas, ou a realização fracionada de empenhos com o propósito de fuga ao processo licitatório. Todas estas irregularidades possuem o potencial de causar impacto na distribuição dos números aqui investigados;

A amostra utilizada para a formação dos valores críticos dos testes, elaborada de forma fictícia a retratar as propriedades de uma distribuição NB-Lei (comportamento invariante e as probabilidades esperadas para o comportamento dos dígitos nas posições), retratou apenas parcialmente o comportamento observado na despesa empenhada pelas 60 UG's analisadas.

Ressalta-se ainda que tais fatores possam estar impactando de forma simultânea os resultados destes testes. Não obstante a existência destas incertezas, resgata-se o entendimento de que o propósito da análise aqui proposta é contribuir com a formação de trilhas de auditoria mediante a identificação de desvios nos padrões da despesa pública. Faz-se oportuno mais uma vez enfatizar que, embora seja consensual entre os autores pesquisados a utilidade deste método de análise à auditoria, a constatação de desvios de conformidade em relação à Lei não são necessariamente indicativos de erros e fraudes, bem como a sua conformidade não exime a possibilidade de ocorrência destas irregularidades.

Para dirimir tais dúvidas é que se faz necessária a atuação do auditor, mediante a aplicação dos testes e procedimentos de revisão analítica. Isto posto, a despeito de contribuições advindas da implantação de rotinas automatizadas de detecção de desvios padrões, o ciclo de identificação de uma irregularidade, bem como o seu descarte, não estará concluído sem o convencimento do analista.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS E CONCLUSÃO

A presente pesquisa desenvolveu um modelo contabilométrico para a análise de conformidade da despesa a partir do estado da arte da Lei de Newcomb-Benford aplicado à auditoria contábil dos Tribunais de Contas. Para tanto, foi proposta a criação de testes que priorizam a detecção dos desvios de conformidade no tempo e a formação de amostras com uma maior probabilidade de conter elementos não conformes introduzidos. Adicionalmente, buscou-se com este trabalho fomentar as discussões acerca da utilização de metodologias aplicadas à análise e detecção de desvios e padrões no comportamento dos dados contábeis numa contribuição à formação de trilhas de auditorias, ou seja, evidências a serem analisadas com o propósito de fundamentar a opinião do auditor sobre alguma característica do item analisado.

Em virtude do levantamento realizado na produção científica relacionada à NB-Lei, foram identificadas 721 publicações nacionais e internacionais distribuídas no período de 1881 a 2011 em áreas como contabilidade, economia, política, biométrica, saúde, administração, matemática e estatística (vide APÊNDICE G – Publicações sobre a aplicação da NB-Lei à auditoria contábil e APÊNDICE H – Demais referências da NB-Lei no período de 1881 a 2011).

Partindo-se do levantamento anterior foi possível evidenciar 145 publicações realizadas no período de 1988 a 2011, cujo conteúdo fora aplicado à auditoria contábil (vide APÊNDICE G – Publicações sobre a aplicação da NB-Lei à auditoria contábil). A análise da evolução histórica destas publicações evidencia uma maior ocorrência de publicações no período de 2001 a 2005, sendo esta uma possível consequência desencadeada pelo episódio da Enron em 2001, que culminou no pedido de falência desta empresa (vide Gráfico 4 no tópico 3.1). Visto num cenário global, os Estados Unidos é o país com maior número de publicações, 66 ao todo, sendo seguido pela Alemanha com 13 publicações e Brasil com 12 publicações (vide Tabela 4).

Viu-se em razão do relato dos autores nacionais e internacionais que os desvios de conformidade observados nos dados contábeis à luz das probabilidades previstas pela NB-Lei estão sendo utilizados no subsídio ao planejamento das auditorias, mais precisamente na formação da amostra a ser auditada no que se refere aos desvios dos padrões. Embora seja

consensual entre os autores pesquisados a utilidade deste método de análise à auditoria, convém ressaltar que os desvios de conformidade observados em razão da sua aplicação não são necessariamente indicativos de erros/fraudes, bem como a sua conformidade não exime a possibilidade de ocorrência destas irregularidades.

Partindo-se deste constructo teórico foram elaborados o estado da arte para as aplicações da NB-Lei à auditoria contábil, a avaliação dos principais métodos contabilométricos aplicados pelos autores na determinação dos desvios à luz da NB-Lei e as propostas metodológicas que embasaram a criação da rotina automatizada aplicada neste trabalho para a detecção dos desvios padrões decorrentes da emissão das 335.830 notas de empenhos aqui analisadas.

Propôs-se neste trabalho uma equação generalizadora para o cálculo das probabilidades incondicionais da NB-Lei para um dígito ou sequência de dígitos a partir de uma dada posição p (vide Equação (6) no tópico 2.4.2.3). Valendo-se da expressão matemática proposta, foram calculadas as probabilidades incondicionais conjuntas para os pares de dígitos 10 a 99, em relação à primeira e segunda posição, e 00 a 99, em relação a posição p e $p - 1$ da terceira a sexta posição, constante no APÊNDICE A – Probabilidade conjunta em relação a posição anterior.

Foram identificados nove métodos utilizados pelos autores na análise de conformidade dos dados em relação à NB-Lei, destacando-se dentre estes a aplicação do Z-Teste e do χ^2 -Teste como sendo os mais utilizados pelos autores (vide Quadro 2 no tópico 4.1).

Demonstrou-se na seção 4.2.2 que a aplicação do modelo do fator de distorção (DF) não é suficiente para avaliar os desvios de conformidade à luz da NB-Lei, visto que, a depender da composição dos excessos e reduções nas frequências dos dígitos, o reflexo destes desvios no cômputo da média observada MO pode chegar inclusive a ter o seu efeito anulado, indicando, desta forma, a conformidade da média para conjuntos de dados em desacordo com as proporções previstas na NB-Lei.

Demonstrou-se de forma exemplificativa no APÊNDICE B - Exemplos dos conjuntos de dados fictícios $D1$, $D2$ e $D3$., que a avaliação da conformidade na proporção dos dígitos aplicada a posições isoladas, embora amplamente utilizada, desconsidera o efeito das probabilidades condicionadas entre as posições, sendo esta uma condição necessária a uma distribuição que atenda às propriedades da NB-Lei.

Foram definidos no tópico 4.3.1 os intervalos de confiança para a proporção máxima e mínima a ser observada na ocorrência dos dígitos de forma a não provocar um valor no Z-Teste que ultrapasse o limite crítico estabelecido em 1,96. O estreitamento nas bandas do intervalo, observado na proporção de todos os dígitos, demonstrou o que alguns autores chamaram de “excesso de poder”, sendo este representado pela influência exercida no Z-Teste pelo tamanho do conjunto de dados analisados, tornando na prática este teste cada vez mais rigoroso à medida que cresce o número de elementos analisados. Foram apresentados exemplos práticos de distorções observadas no comportamento do Z-Teste em função do tamanho da amostra analisada (vide Gráfico 9 e Gráfico 10).

A ocorrência do “excesso de poder”, verificada no Z-Teste, também foi identificada na utilização do χ^2 -Teste, fazendo com que este teste também se torne cada vez mais rigoroso à medida que cresce o número de elementos do conjunto analisado (vide Gráfico 11 e Gráfico 12 na seção 4.3.2 e na Tabela 37 no tópico 6.3 deste trabalho).

Observou-se na seção 4.3.3 que o teste de discrepância relativa, diferentemente do Z-Teste e do χ^2 -Teste, indicaria as proporcionalidades dos desvios para qualquer número de observações investigado, não padecendo do efeito do “excesso de poder”. Por esta razão, deu-se destaque neste trabalho à utilização deste teste no monitoramento da formação dos desvios no tempo, haja vista a comparabilidade dos seus resultados mesmo para amostras de tamanhos diferentes.

Enfatizou-se nesta pesquisa quatro aspectos considerados relevantes para o desenvolvimento de um modelo de análise de conformidade à luz da NB-Lei, a saber: a análise de conformidade deve ser feita identificando-se desvios na distribuição como um todo e também de forma específica para dígitos, posições e outras formas de categorização; o teste deve refletir os desvios ocorridos no intervalo de tempo analisado e não apenas a posição final observada; o teste deve fazer distinção entre os desvios positivos ($po > pe$) e negativos ($po < pe$); e o resultado do teste deve refletir a proporção do desvio de conformidade em relação à propriedade da NB-Lei avaliada, não se deixando afetar em razão do tamanho da amostra (vide comentários constantes no tópico 4.4).

Pressupondo-se que a aplicação da NB-Lei à auditoria contábil consiste em contribuir com a identificação dos dados não conformes inseridos a um conjunto residual que se supõe conforme, demonstrou-se neste estudo que os desvios nos dígitos indicativos de excessos,

onde $po > pe$, possuiriam uma maior proporção de dados não conformes inseridos em relação aos dígitos com desvios por falta, onde $po < pe$ (vide tópico 4.4).

Considerando a propositura de um modelo contabilométrico fundamentado na análise de conformidade com a NB-Lei e adaptado à auditoria contábil digital, foram propostos e aplicados neste trabalho o Teste de Invariância Escalar (Δx -Teste), o Semidesvio Absoluto ($DA/2$), a Discrepância Relativa - Δ_{po} e o Fator de Detecção de Ruído (FDR) (vide seções 4.5.1, 4.5.2, 4.5.3 e 4.5.4).

O Δx -Teste é um teste que avalia o comportamento invariante do conjunto de dados quando submetido a progressivas multiplicações. Ele é um teste do tipo quanto menor melhor, indicando a proporção máxima de desvios observados por excesso de ocorrências após as sucessivas multiplicações. O seu valor oscilará entre 0 (zero) e 1 (um), indicando respectivamente uma invariância perfeita (ausência de desvios com a manutenção de todas as proporções de ocorrências para os dígitos nas posições investigadas) e uma variação total (desvio máximo com uma renovação total dos dígitos nas posições) (vide seção 4.5.1).

O $DA/2$ é um teste de proporção global, do tipo quanto menor melhor, a ser utilizado na determinação dos desvios de conformidade para uma ou mais posições. Este teste possui a vantagem de identificar pelo seu resultado diretamente a proporção das ocorrências de desvios positivos no total da amostra analisada, destacando-se ainda em relação à aplicação do χ^2 -Teste, por possuir comparabilidade dos seus resultados mesmo para amostras de tamanhos diferentes (vide seção 4.5.2).

O teste de discrepância relativa (Δ_{po}) utilizado nesta pesquisa foi aplicado de forma local, identificando-se a proporção de elementos em excesso para os dígitos com desvios positivos que integram a posição analisada, sendo por isso considerado um teste do tipo quanto menor melhor. Este teste também permite a comparabilidade dos seus resultados mesmo para amostras de tamanhos diferentes (vide seção 4.5.3).

O FDR é um teste de proporção que atua tanto de forma local, na determinação de desvios nos dígitos individualmente considerados, como global, mediante a identificação do conjunto de dados com a melhor composição de desvios para análise, ou seja, aquele que apresenta a melhor chance probabilística de detecção dos seus eventuais elementos não conformes introduzidos (vide seção 4.5.4). Ressalta-se que este teste, assim como os demais

testes que integram o modelo de análise proposto no presente trabalho, mantém a comparabilidade dos seus resultados mesmo para amostras de tamanhos diferentes.

A análise dos resultados obtidos com a aplicação do Z-Teste, χ^2 -Teste e DF às 60 UG's integrantes da amostra evidenciou a ocorrência de desvios significativos nas análises individuais por UG em relação à distribuição prevista pela NB-Lei para o primeiro dígito.

Por conseguinte, em atenção à primeira hipótese levantada neste trabalho, acerca da existência de desvio estatisticamente significativo para a frequência do dígito em razão da aplicação do Z-Teste à 1ª posição, aceitou-se a hipótese nula H_{0A} para 62 testes aplicados ao estado E1 (Tabela 17), 47 testes aplicados ao estado E2 (Tabela 18) e 69 testes aplicados ao estado E3 (Tabela 19), rejeitando-se essa hipótese para os demais testes (vide tópico 6.1.1).

Em relação à segunda hipótese levantada, que trata da existência de diferença estatisticamente significativa para a frequência dos dígitos da primeira posição em razão da aplicação do χ^2 -Teste, aceitou-se a hipótese nula H_{0B} para dois testes aplicados ao estado E1 (Tabela 17) e um testes aplicado ao estado E3 (Tabela 19), rejeitando-se essa hipótese para os demais testes. O Estado E2 obteve rejeição para as hipóteses nulas de todas as suas 20 UG's (vide tópico 6.1.1).

Em relação à terceira hipótese levantada, que trata da existência de diferença significativa para a média da distribuição em razão da aplicação do teste DF, aceitou-se a hipótese nula H_{0C} para 12 testes aplicados ao estado E1, seis testes aplicados ao estado E2 e 15 testes aplicados ao estado E3 (Tabela 20), aceitando-se a hipótese alternativa H_{1C} para os demais testes (vide seção 6.1.2).

A análise visual gráfica proposta neste trabalho (vide Figura 3, Figura 4 e Figura 5 da seção 6.2.1), evidenciou a ocorrência do “excesso de poder”, criticado por autores como Nigrini e Mittermaier (1997), Krakar e Zgela (2009) e Duque e Lacasa (2009), o qual restou comprovado em razão do estreitamento das bandas de confiança à medida que cresce o número de elementos da amostra. O padrão de dispersão das proporções ocorridas nos dígitos 6, 7, 8 e 9, maior ocorrência de excessos no dígito 7 quando comparado aos dígitos 6, 8 e 9, foi interpretado como uma provável influência do limite de dispensa do processo licitatório, previsto na Lei Federal nº 8.666/93, no comportamento do gasto público.

Observou-se no Gráfico 14 da seção 6.2.2, pela evidenciação das proporções de ocorrências dos dígitos da 1ª posição por ordem de grandeza, novas evidências acerca deste

padrão de desvio por excesso no dígito 7, que vem se configurando na análise do gasto público brasileiro. Viu-se em relação ao comportamento dos dígitos nas ordens de magnitude 2 [100, 1.000[e 3 [1.000, 10.000[que apenas o dígito 7 obteve um aumento em sua proporção de ocorrência na passagem da ordem de magnitude 2 para a 3, saindo de 31,05% para 38,93%. No sentido oposto, as proporções de ocorrências dos dígitos 6, 8 e 9 demonstram uma queda. Adicionalmente, demonstrou-se com as Tabela 21, Tabela 22 e Tabela 23 que a existência de valores de baixa magnitude integrando a amostra de dados analisada ocasiona a ocorrência de lacunas no preenchimento dos dígitos. Estas lacunas, por sua vez, ocasionam desvios crescentes à medida em que avança-se na ordem da posição analisada a partir da 2ª posição.

A análise proposta de identificação dos desvios no tempo, individualmente realizada para as 60 UG's, demonstrou pela constatação de diversas quebras estruturais e desvios na evolução do *FDR* no decorrer do exercício analisado, a utilidade e facilidade de interpretação do modelo proposto (vide Gráfico 20, Gráfico 23, Gráfico 26, Gráfico 29 e Gráfico 32, bem como comentários a eles relacionados na seção 6.2.3).

O modelo aqui proposto busca evidenciar os benefícios decorrentes da realização de uma análise evolutiva dos desvios, a ser implantado num ambiente digital de monitoramento contínuo. Demonstra-se que a visualização dos resultados dos testes no tempo trará uma maior precisão na determinação do momento e intensidade da formação dos picos de desvios, numa contribuição direta com a seleção da amostra a ser auditada.

A análise dos resultados obtidos com a aplicação do *DA/2*, *Ax-Teste* e *FDR* às 60 UG's integrantes da amostra evidenciou a ocorrência de desvio significativo em todos os estados analisados.

Por conseguinte, em atenção à quarta hipótese levantada neste trabalho, acerca da existência de desvio estatisticamente significativo para a frequência dos dígitos da primeira posição em razão da aplicação do teste *DA/2*, aceitou-se a hipótese nula H_{0D} apenas para a UG 10 do estado E3 (Tabela 34). Para os demais testes houve aceitação da hipótese alternativa H_{1D} (vide seção 6.2.4).

Em relação à quinta hipótese levantada, que trata da existência de desvio estatisticamente significativo na variação das proporções dos dígitos da distribuição em razão da aplicação do *Ax-Teste*, rejeitou-se a hipótese nula H_{0E} para todas as UG's analisadas, com a consequente aceitação da hipótese alternativa H_{1E} (vide Tabela 33 na seção 6.2.4).

Em relação a sexta e última hipótese levantada, que trata da existência de diferença significativa para os dígitos da primeira posição em razão da aplicação do *FDR*, aceitou-se a hipótese nula H_{0F} apenas para a UG 10 do estado E3 (Tabela 35). Para os demais testes houve aceitação da hipótese alternativa H_{1F} (vide seção 6.2.4).

O *Ax*-Teste foi considerado o mais preciso na determinação da conformidade de um conjunto de dados com as propriedades de uma distribuição NB-Lei, visto que considera a ocorrência dos desvios incondicionais e condicionais em todos os dígitos de todas as posições e não tem a proporcionalidade do seu resultado afetada em razão do tamanho da amostra (vide tópico 6.3).

A análise das métricas avaliadas neste trabalho foi concluída com um estudo da correlação entre os seus resultados. Tomando-se o desempenho obtido com o *Ax*-Teste por padrão de mensuração das demais métricas, verificou-se que o *DA/2* apresentou o melhor desempenho, tendo obtido um coeficiente de correlação igual a 0,725 para os desvios observados na primeira posição e 0,942 quando considerados os valores médios por ele obtidos na análise das oito primeiras posições. O pior desempenho foi obtido pelo *DF* com um coeficiente de correlação igual a -0,197. Demonstrou-se ainda neste tópico que o χ^2 -Teste tende a perder a sua capacidade representativa dos desvios associados às posições e passa a representar o tamanho da amostra analisada à medida que avança na análise das posições (vide Tabela 36 e Tabela 37 no tópico 6.3).

Os resultados obtidos com a aplicação dos testes χ^2 -Teste, *DA/2*, *Ax*-Teste e *FDR* evidenciam que houve a aceitação das hipóteses nulas apenas em cinco casos, para um total de 240 testes realizados. Dentre as causas possíveis sugeridas para a ocorrência deste excesso de rejeição, a serem pesquisadas em trabalhos futuros, destaca-se a ocorrência de uma dependência na formação dos dados, a prática de erros e fraudes resultantes da inclusão de valores fictícios ou fracionamento da despesa com burla à realização de processos licitatórios (vide tópico 6.3).

Enfatiza-se finalmente que o modelo contabilométrico neste trabalho desenvolvido objetiva contribuir com a formação de trilhas de auditoria mediante a identificação de desvios nos padrões da despesa pública. A constatação de desvios de conformidade em relação à NB-Lei não são necessariamente indicativos de erros e fraudes, bem como a sua conformidade não exime a possibilidade de ocorrência destas irregularidades.

Para dirimir tais dúvidas é que se faz necessária a atuação do auditor. Isto posto, a despeito de contribuições advindas da implantação de rotinas automatizadas de detecção de desvios padrões, o ciclo de identificação de uma irregularidade, bem como o seu descarte, não estará concluído sem o convencimento do analista.

REFERÊNCIAS

ALBRECHT, C. C; ALBRECHT, W.S; DUNN, J.G. Conducting a Pro-Active Fraud Audit: A Case Study. **Forensic Accounting II**: 203-218, 2000.

_____. Fraud and Forensic Accounting in a Digital Environment. Issues in **Accounting Education**. 2008. Disponível em: <www.galaxy.gmu.edu/interface/I03/.../AlbrechtConan.paper.pdf> Acesso em: 27 mar. 2011.

AL-MARZOUKI, S.; EVANS, S; MARSHALL, T. Are these data real? Statistical methods for the detection of data fabrication in clinical trials. **Brit. Med. J** 331, 267-270. 2005.

ARENS, A.A.; ELDER, R. J.; BEASLEY, M. S. **Auditing and Assurance Services**, Tenth Edition, Prentice Hall, 2004.

ASHCROFT, P.; BAE, B.; NORVELL, J. Application of digital analysis in the audit. **Today's CPA**, September/October (p. 31-35), 2002.

ATTIE, W. **Auditoria, conceitos e aplicações**. 3 ed. São Paulo: Atlas, 1998.

_____. **Auditoria: conceitos e aplicações**. 5. ed. São Paulo: Atlas. 2010.

BARROS, A.; LEHFELD, N. **Fundamentos de Metodologia Científica**: um guia para a iniciação científica. 3 ed. São Paulo: Makron Books, 2000.

BENFORD F. The law of anomalous numbers. **Proceedings of the American Philosophical Society** 78, 551-572. 1938.

BERGER, A.; HILL, T. P. **Benford's Online Bibliography**. EUA, 2007; Disponível em: <<http://www.benfordonline.net/>> Acesso em: 15 jan. 2012.

BERTON, L. He's Got Their Number: Scholar Uses Math to Foil Financial Fraud. **The Wall Street Journal**, pg B1, July 10. 1995.

BEUREN, I. M. et. al. **Como Elaborar Trabalhos Monográficos em Contabilidade**: teoria e prática. 3 ed. São Paulo. Atlas, 2006.

BHATTACHARYA, S. Kautilya to Benford – trends in forensic and investigative accounting. **Business papers**. Paper 60 (2002). Disponível em: <http://epublications.bond.edu.au/bussiness_pubs/60> Acesso em: 27 mar. 2011.

BHATTACHARYA, S.; KUMAR, K.; SMARANDACHE F. Conditional probability of actually detecting a financial fraud - A neutrosophic extension to Benford's Law. **International Journal of Applied Mathematics**, 17 (1), 7-14, 2005.

BONACHE, A; MORIS, K.; MAURICE, J. Risque associé à l'utilisation de la loi de Benford pour détecter les fraudes dans le secteur de la mode. **Munich Personal RePEc Archive (MPRA)** Paper N°. 15352, posted 26 May, 2009.

BOYNTON, W. C.; JOHNSON, R. N.; KELL, W. G. **Auditoria**. São Paulo: Atlas. 2002

BRANDÃO, Z.; BAETA, A. M. B.; ROCHA, A. D. C. **Evasão e repetência no Brasil: a escola em questão**. 2. ed. Rio de Janeiro, RJ: Dois Pontos, 1986.

BRASIL. Constituição. **Constituição da República Federativa do Brasil**, Brasília: Senado Federal, 1988. 168 p.

_____. Lei Complementar nº 131, de 27 de maio de 2009. Acrescenta dispositivos à Lei Complementar nº 101, de 4 de maio de 2000, que estabelece normas de finanças públicas voltadas para a responsabilidade na gestão fiscal e dá outras providências, a fim de determinar a disponibilização, em tempo real, de informações pormenorizadas sobre a execução orçamentária e financeira da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, 28 de maio de 2009. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/LCP/Lcp131.htm#art2>. Acesso em: 27 mar. 2011.

_____. Lei nº 8.666, de 21 de junho de 1993. Regulamenta o art. 37, inciso XXI, da Constituição Federal institui normas para licitações e contratos da administração pública e dá outras providências. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 22 jun. 1993. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L8666cons.htm> Acesso em: 24 fev. 2011.

BRITTO, C. A. O Regime Constitucional dos Tribunais de Contas. **Revista Diálogo Jurídico, Salvador**, CAJ - Centro de Atualização Jurídica, v. I, nº. 9, p. 1-12, dezembro, 2001. Disponível em: <http://www.direitopublico.com.br/pdf_9/DIALOGO-JURIDICO-09-DEZEMBRO-2001-CARLOS-AYRES-BRITTO.pdf>. Acesso em 21 de fevereiro de 2011.

BUSTA, B.; SUNDHEIM, R. **Tax return numbers tend to obey Benford's law**. Center for Business Research Working Paper N°. W93-106-94, St. Cloud State University, Minnesota, 1992a.

_____. **Detecting manipulated tax returns with the use of Benford's Law**. Center for Business Research Working Paper W95-106-94, St. Cloud State University, Minnesota, 1992b.

_____. WEINBERG, R. Using Benford's law and neural networks as a review procedure. **Managerial Auditing Journal**. Vol. 12 . Issue 6. 1998

CANEGHEM, V. T. Earnings management induced by cognitive reference points. **The British Accounting Review** 34(2), 167-178. 2002.

CANEGHEM, V. T. The impact of audit quality on earnings rounding-up behaviour: some UK evidence. **The European Accounting Review** 13(4), 771-786. (2004).

CARSLAW, C. Anomalies in Income Numbers: Evidence of Goal Oriented Behavior. **The Accounting Review** LXIII, No. 2, 321-327. 1998.

CERULLO, M. J.; CERULLO, M.V. Using Neural Network Software as a Forensic Accounting Tool. **Journal Online, Information Systems Control Journal**, ISACA. Disponível em: <<http://www.isaca.org/Journal/Past-Issues/2006/Volume-2/Pages/Using-Neural-Network-Software-as-a-Forensic-Accounting-Tool1.aspx>> Acesso em: 22 fev. 2012

CERVO, A. L; BERVIAN, A. **Metodologia científica: para uso dos estudantes universitários**. 3. ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1983.

CHO, M. J.; ELTINGE, J. L.; SWANSON, D. Inferential methods to identify possible interviewer fraud using leading digit preference patterns and design effect matrices. **The American Statistical Association**. 2003.

CHO, W. K. T; GAINES, B. J. Breaking the (Benford) law: Statistical fraud detection in campaign finance. **The American Statistician** 61(3), 218-223. ISSN: 0003-1305. 2007.

CHRISTIAN, C.W.; GUPTA, S. New evidence on Secondary Evasion. **The American Taxation Association** 15, 72-93. 1993.

CLEARY, R; THIBODEAU, J. C. Applying digital analysis using Benford's law to detect fraud: the dangers of type I errors. **Auditing: a Journal of Practice & Theory** 24, 77-81. 2005.

COLLIS, J; HUSSEY, R. **Pesquisa em Administração: um guia prático para alunos de graduação e pós-graduação**. 2 ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

CORRAR, L. J.; THEÓPHILO, C. R. (Org.). **Pesquisa Operacional para Decisão em Contabilidade e Administração: Contabilometria**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

COSTA, J. I. F; LOPES, J. E. G.; RIBEIRO FILHO, J. F.; PEDERNEIRAS, M. M. M. Atuação dos Tribunais de Contas no combate à corrupção: Uma análise dos requisitos para uma ação eficaz na visão do corpo técnico do TCE/PE. In: V Congresso ANPCONT, 2011, Vitória. **Anais...** Espírito Santo: ANP. 2011.

_____. SANTOS, J. Análise de conformidade e detecção de desvios nos gastos públicos: Uma aplicação da Lei de Newcomb-Benford para os Tribunais de Contas. **Palestra apresentada no Seminário de Tecnologia da Informação e Controle Externo**. Recife, 2011. Disponível em: <http://www4.tce.pe.gov.br/TIControleExterno/index.php?option=com_docman&Itemid=9> Acesso em: 18 fev. 2012.

COSTA, J. I. F.; SANTOS, J. TRAVASSOS, S. K. M. Análise de conformidade nos gastos públicos dos entes federativos: Estudo de Caso de uma Aplicação da Lei de Newcomb-Benford para o Primeiro e Segundo Dígito em Dois Estados Brasileiros. In: 11º Congresso USP Controladoria e Contabilidade, 2011, São Paulo. **Anais...** São Paulo: USP. 2011.

CUNHA, P. R. **Técnicas de amostragem aplicadas pelas empresas de auditoria independente de Santa Catarina**. Blumenau: FURB, 2005. Dissertação (Mestrado em Ciências Contábeis), Fundação Universidade Regional de Blumenau, 2005.

_____. BEUREN, I. M.; HEIN, N. Técnicas de Amostragem Utilizadas nas Empresas de Auditoria Independente Estabelecidas em Santa Catarina *Versus* na Cidade do Rio de Janeiro. **UnB Contábil** – UnB, Brasília, Vol. 9, nº 1, jan-jun.2006

DAS, S.; ZHANG, H. Rounding-up in reported EPS, behavioral thresholds, and earnings management. **Journal of Accounting & Economics** 35(1), 31-50. ISSN: 0165-4101. 2002. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165410102000964>> Acesso em: 30 jan. 2012.

DIACONIS, P. The Distribution of Leading Digits and Uniform Distribution Mod1. **The Annals of Probability**, v. 5, n. 1, p. 72–81, 1977.

DIEKMANN, A. Not the First Digit! Using Benford's Law to Detect Fraudulent Scientific Data. **The Applied Statistics** 34(3), 321-329. ISSN: 0266-4763. 2004.

DINIZ, J. A; CORRAR, L. J; SLOMSKI, V. Análise digital: uma abordagem cognitiva na detecção de não conformidade em prestações de contas municipais. In: 10º Congresso USP Controladoria e Contabilidade, 10, 2010, São Paulo. **Anais...** São Paulo. 2010. Disponível em <www.congressousp.fipecafi.org/artigos102010/474.pdf> Acesso em: 12 jan. 2010.

_____. SANTOS, J.; DIENG, M.; DINIZ, M. A. Comprovação de Eficácia da Aplicação de Modelos Contabilométricos no Campo da Auditoria Digital das Contas Públicas Municipais: caso de um Tribunal de Contas de um estado brasileiro. In: 6º Congresso USP Controladoria e Contabilidade, 2006, São Paulo. **Anais...** São Paulo: USP. 2006

DUMAS, C. F.; DEVINE, J. H. **Detecting Evidence Of Non-Compliance In Self-Reported Pollution Emissions Data: An Application Of Benford'S Law**. American Agricultural Economics Association Annual Meeting. Tampa, FL, July 30-August 2, 2000.

DURTSCHI, C.; HILLISON, W.; PACINI, C. The Effective Use of Benford's Law to Assist in Detecting Fraud in Accounting Data. **Journal of Forensic Accounting**. Vol. 5 pp 17-34 2004.

EFRON, B.; TIBSHIRANI, R. **An Introduction to the Bootstrap**, Chapman and Hall, 1993.

FELLER, W. **An introduction to probability theory and its applications**, Vol. 2, 3 ed. Wiley, New York, 1968.

FERREIRA, N. S. A. As Pesquisas Denominadas Estado da Arte. **Revista Educação & Sociedade**, ano XXIII, nº 79, Ago/2002.

FIGUEIREDO, S.; MOURA, H. A utilização dos Métodos Quantitativos pela Contabilidade. **Revista Brasileira de Contabilidade**, Brasília, ano 30, n.127, p. 51-61, jan./fev. 2001.

FORSTER, RP. **Auditoria Contábil em Entidades do Terceiro Setor: Uma Aplicação da Lei de Newcomb-Benford**. 2006. 65 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Contábeis)-Universidade de Brasília, Brasília, 2006. Disponível em:
<<http://repositorio.bce.unb.br/handle/10482/5956>> Acesso em: 22 fev. 2012

GANTOIS, Gustavo. O escândalo que abalou a Siemens. **ISTOÉ Dinheiro**. Economia. Nº edição 531, 28 nov. 2007. Disponível em:
<http://www.istoedinheiro.com.br/noticias/7139_O+ESCANDALO+QUE+ABALOU+A+SIEMENS> Acesso em: 20 abril 2012

GEYER, C.L.; WILLIAMSON P.P. Detecting fraud in data sets using Benford's law. **Communications in Statistics: Simulation and Computation** 33(1), 229-246. 2004

GIL, A. C. **Método e técnica de pesquisa social**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

GUY, D. M.; CARMICHAEL, D. R. **Audit sampling: an introduction to statistical sampling in auditing**. 2nd. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1986.

HANNEMAN, R. A. **Introduction to Social Network Methods**. Riverside: University of California. 2005. Disponível em:
<<http://faculty.ucr.edu/~hanneman/nettex/index.html>>Acesso em: 25 fev. 2012

HEIN, L. **Métodos Quantitativos para Ciências Administrativas**. São Paulo: Atlas, 1972.

HILL, T. P. The significant-digit phenomenon. **American Mathematical Monthly**, v. 102 (April): 322-327, 1995a.

_____. Base-Invariance Implies Benford's Law. **Mathematical Society**, v. 123, n. 3, p. 887-895, 1995b.

_____. A statistical derivation of the significant-digit law. **Statistical Science** (4), 354- 363, 1996.

_____. The first digital phenomenon. **American Scientist**. V. 86, n. 4, 358- 363, 1998.

HOBBS, T. **Leviatã ou matéria, forma e poder de um Estado eclesiástico e civil**. São Paulo: Abril Cultural (Coleção Os Pensadores), 1974.

HOYOS, C. **Un Modelo para la Investigación Documental**. Medellín: Señal Editora Colombia; 2000, p. 31

HÜRLIMANNUS, W. **Benford's law from 1881 to 2006: a bibliography edited by Werner Hürlimannus**. 145 CH-8004 Zürich, 2006; Disponível em: <<http://arxiv.org/ftp/math/papers/0607/0607168.pdf>> Acesso em: 15 jan. 2012.

HUXLEY, S. J. **Why Benford's Law works and How to do digit analysis on spreadsheets**. University of San Francisco, 2001. Disponível em: <<http://usf.usfca.edu/fac-staff/~huxleys/Benford.html>>, Acesso em 30 de março de 2012.

INTERNATIONAL FEDERATION OF ACCOUNTING. **Handbook of international auditing, assurance, and ethics pronouncements**. 2008. Disponível em: http://www.ifac.org/Members/Download/2008_IAASB_Handbook_Part_I-compilation.pdf. Acesso em: 26 mar. 2012.

IUDÍCIBUS, S. Existirá a Contabilometria? **Revista Brasileira de Contabilidade**. Brasília, nº 41, p. 44-46, 1982.

_____. **Teoria da Contabilidade**. 9 ed. São Paulo: Atlas, 2009.

JENSEN, M. C.; MACLING, W. H. Theory of Firm: managerial behavior, agency cost, and Ownership Structures. **Journal of Financial Economics** (1976), 305-360

JOHNSON, G. G. Financial Sleuthing Using Benford's Law to Analyze Quarterly Data with Various Industry Profiles. **Journal of Forensic Accounting** 6(2), 293-316. Estados Unidos. 2005.

KRAKAR, Z.; ZGELA, M. Application of Benford 's Law in Information Systems. **Auditing, Journal of Information and Organizational Sciences**, Vol.33, Nº.1, July 2009.

KROENKE, A; SÖTHE, A.; HEIN, N. ISHIKURA, E. R. Economia das organizações procedimentos para aplicação da amostragem estatística na auditoria. In: 11 SEMEAD USP. 2008. **Anais...** São Paulo: USP, 2008. Disponível em:<<<http://www.ead.fea.usp.br/semead/11semead/resultado/trabalhosPDF/706.pdf>> Acesso em: 25 mar. 2012

KUMAR, K.; BHATTACHARYA, S. Benford's law and its application in financial fraud detection. **The Advances in Financial Planning and Forecasting** 11, 57-70. (2002). 2002.

LAGIOIA, U. C. T.; ARAÚJO, I. J. C.; ALVES FILHO, B. F.; BARROS, M. A. B.; NASCIMENTO, S. G. O. A. S. Aplicabilidade da Lei de Newcomb-Benford nas fiscalizações do Imposto sobre Serviços – ISS. **Revista Contabilidade e Finanças**. vol.22 nº.56 São Paulo May/Aug. 2011. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1519-70772011000200006&script=sci_arttext> Acesso em: 02 abr. 2012

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 6 ed. São Paulo: Atlas, 2007.

LANZA, R. B. Using Digital Analysis to Detect Fraud. **Journal of Forensic Accounting**. 1524-5586, Vol I, pp 291-296, 2000.

LEE, J.; JUDGE, G. C. Identifying falsified clinical data. **CUDARE working paper** 1073, University of California, Berkeley. 2008.

LEVINE, D. M; STEPHAN, D. F; KREHBIEL, T. C.; BERENSON, M. L. **Estatística: Teoria e Aplicações**. Tradução de Teresa Cristina Padilha de Souza. 5 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

LIMA, A. L. P.; VIEIRA, S. S. C. Auditoria e Controle, **Caderno** 1, n. 1, 2002.

LINDSAY, D. H; FOOT. P. S. Detecting Fraud in the Data Using Automatic Intervention Detection. **Fraude Magazine**. Vol. 236. jan/feb. 2004.

LOPES, J. et. al. **O fazer do trabalho científico em ciências sociais aplicadas**. Recife: Editora Universitária/UFPE, 2006.

LU, F; BORITZ, J. E; COVVEY, D. **Adaptive fraud detection using Benford's Law**. Lecture Notes in Computer Science 4013, 347-358. 2006.

LUQUE, B; LACASA, L. The first-digit frequencies of prime numbers and Riemann zeta zeros. **Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Science**, v. 465, n. 2107, p. 2197-2216, 2009.

MARTIN, J. **Breaking up the mono-method monopolies in organizational analysis**. In: HASSARD, John; PYM, Denis. The theory and philosophy of organizations: critical issues and new perspectives. London: Routledge, 1990.

MARTINS, G. A.; THEÓPHILO, C. R. **Metodologia da investigação científica para as ciências sociais aplicadas**. 2 ed. São Paulo: Atlas, 2009.

MEBANE, W. R. **Election Forensics: vote counts and Benford's Law**. The Society Political Methodology. Papers, Posters and Syllsbi. Nº 620. 2006.

MOORE, G. B.; BENJAMIN, C. O.; Using Benford's Law for fraud detection. **Internal Auditing** 19(1), 4-9. 2004

MURCIA, F. D. ; SOUZA, F. C.; BORBA, J. A. Continuous Audit: A literature review. **Organizações em Contexto**, Ano 4, n. 7, p. 1 -17. 2008.

NASCIMENTO, A. R.; RIBEIRO, D. C.; JUNQUEIRA, E. R. . Estado da arte da abordagem comportamental da contabilidade gerencial: análise das pesquisas internacionais. In: 8º Congresso USP de Controladoria e Contabilidade, 2008, São Paulo. **Anais...**, São Paulo: USP, 2008.

NEARON, B. H. Foundations in Auditing and Digital Evidence. **The CPA Journal**. Jan. 75, 1; ABI/INFORM Global pg. 32. 2005.

NEWCOMB, S. **Note on the Frequency of Use of the Different Digits in Natural Numbers**, *AJM*, 4, 39-40, 1881.

NIGRINI, M. J. **The detection of income evasion through an analysis of digital distributions**. PhD thesis, Dept. of Accounting, University of Cincinnati, 1992

_____. Using digital frequencies to detect fraud. **Fraud Magazine**. The White Paper Index 8(2), 3-6, 1994.

_____. A taxpayer compliance application of Benford's law. **Journal of the American Taxation Association** 18, 72-91. 1996.

_____. I've got your number. **Journal of Accounting** 5, 79- Taxation Association 18, 72-83. 1999a.

_____. The peculiar patterns of first digits, **IEEE Potentials** 18(2), 24-27. 1999b.

_____. Digital analysis using Benford's Law: Tests? Statistics for Auditors. **Global Audit Publication**, Canada, 2000a.

_____. Continuous Auditing. **Preprint**. 2000b.

_____. An Assessment of the Change in the Incidence of Earnings Management Around the Enron-Andersen Episode. **Review of Accounting and Finance** 4, 92-110. 2005. Disponível em: <<http://www.emeraldinsight.com/journals.htm?articleid=1657234&show=pdf>> Acesso em: 03 mar. 2012

_____; MILLER, S. J. Data Diagnostics Using Second-Order Tests of Benford's Law. **Auditing: A Journal of Practice & Theory** 28(2), 305-324, 2006.

_____. MITTERMAIER, L. J. The use of Benford's Law as an aid in analytical procedures auditing: **Journal of Practice and Theory** 16, 52-67, 1997.

NISKANEN, J.; KELOHARJU, M. Earnings cosmetics in a tax-driven accounting environment: evidence from Finnish public firms. **The European Accounting Review** 9(3), 443-452. 2000.

NOSSA, V.; KASSAI, S.; KASSAI, J. R. A teoria do agenciamento e a contabilidade. In: XXIV ENANPAD. São Paulo. **Anais...**, São Paulo: ENANPAD, 2000.

PERNAMBUCO. **Constituição**. Constituição do Estado de Pernambuco, promulgada em 5 de Outubro de 1989, Recife: Poder Legislativo. Disponível em: <http://www.sindjudpe.org.br/wp-content/uploads/2008/07/constituicao_de_pernambuco.pdf> Acesso em: 20 abr. 2012

PETER, M. G. A.; MACHADO, M. V. V. **Manual de Auditoria Governamental**. São Paulo: Atlas, 2003.

PINKHAM, R. S. **On the distribution of first significant digits**. Annals of mathematical statistics, 32, 1223-1230, 1961.

POPE, C.; MAYS, N., Reaching the parts other methods cannot reach: an introduction to qualitative methods in health and health service research. **British Medical Journal**, London, n. 311, p. 42-45, 1995.

PORRAS, J; ENGLISH, N. Data-Driven Approaches to Identifying Interviewer Falsification: The Case of Health Surveys. **The American Statistical Association, Survey Research Methods Section**, 4223-4228. 2005.

POSCH, P. N. **Ziffernanalyse in der Fälschungsaufspürung**. Benford's Gesetz und Steuererklärungen in Theorie und Praxis Unpublished manuscript. 2004. Disponível em: <www.posch.net/paper/posch_faelschungenbenford.pdf> Acesso em: 28 fev. 2012

_____. A Survey on Sequences and Distribution Functions satisfying the First-Digit-Law. **Journal of Statistics & Management Systems** 11(1), 1-19, 2008.

_____.; KREINER, W.A. Analysing digits for portfolio formation and index tracking. **The Asset Management** 7(1), 69-80. 2007.

RAHAYU, T.; ADHARIANI, D. Assessing the Customs Value by the Use of Benford's Law: A Case Study. **Journal of Economics Business**. 2007. Disponível em: <<http://staff.ui.ac.id/internal/060603519/publikasi/RahayuTSAdharianiD.pdf>> Acesso em: 02 abr. 2012

RAIMI, R. The Peculiar Distribution of First Significant Digits. **Scientific American**, 221 (6), 109-120.1969.

RAUCH, B.; BRÄHLER, G.; GÖTTSCHE, M. Fact and Fiction in EU-Governmental Economic Data. **German Economic Review** 12(3), 243-255.(2011) Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1468-0475.2011.00542.x/abstract>> Acesso em: 22 fev. 2012

RAUPP, F. M.; BEUREN, I. M. **Metodologia da Pesquisa Aplicável às Ciências Sociais**. In: Ilse Maria Beuren (Org.) Como Elaborar Trabalhos MonoGráficos em Contabilidade. São Paulo: Atlas, 2003.

REED, R; PENCE, D. Detecting Fraud in Financial Statements: The Use of Digital Analysis as an Analytical Review Procedure. **Journal of Forensic Accounting** 6, 135-146. Estados Unidos. 2005.

REJESUS, R. M.; LITTLE, B. B; JAMARILLO, M. Is there Manipulation of Self-Reported Yield Data in Crop Insurance? An Application of Benford's Law. **Journal of Forensic Accounting** 7(2), 495-512. (2006)

RIBEIRO, J. C.; MONTEIRO, G. B.; SANTOS, J.; GALVÃO, K. S. Aplicação da Lei de Newcomb-Benford na Auditoria. Caso notas de empenho dos Municípios do Estado da Paraíba. In: 5 Congresso USP FIPECAFI, 2005. **Anais...** São Paulo, USP. Disponível em: <www.congressousp.fipecafi.org/artigos22005/333.pdf> Acesso em: 27 mar. 2011.

ROCHA, A. C.; QUINTIERE, M. M. R. **Auditoria Governamental: uma abordagem metodológica da Auditoria de Gestão**. Curitiba: Juruá, 2008

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R. T. As pesquisas denominadas do tipo “estado da arte” em educação. **Revista Diálogo Educacional**. Pontifícia Universidade Católica do Paraná Curitiba, Brasil. vol. 6, núm. 19, septiembre-diciembre, 2006, pp. 37-50

SÁ, A. L. **Curso de auditoria**. 10 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

SAES, S. G. **Estudo bibliométrico das publicações em economia da saúde, no Brasil 1989-1998**. Dissertação (Mestrado em Administração e Serviços de Saúde) – Programa de Pós-Graduação em Administração, Serviços de Saúde. Faculdade de Saúde Pública São Paulo: USP, 2000.

SANTOS, J; DINIZ, J. A; CORRAR, L. J. The focus is the sampling theory in the fields of traditional accounting audit and digital audit: testing the Newcomb-Benford law for the first digit of in public accounts. **Brazilian Business Review**. Vitória, v. 2, n. 1, p. 01-12, jan./jun. 2005.

_____. _____. A Lei de Newcomb-Benford. In: CORRAR, L. J; PAULO, E; DIAS FILHO, J. M. **Análise Multivariada**: para os cursos de administração, ciências contábeis e economia. São Paulo: Atlas, 2009. Cap. 10. 506 a 541.

SANTOS, J; DINIZ, J. A.; RIBEIRO FILHO, J. F. **A Lei de Newcomb-Benford: uma aplicação para determinar o DNA-equivalente das despesas no setor público**. In: 3 Seminário da USP de Contabilidade e Controladoria. 3, 2003, São Paulo: USP, 2003.

_____. RIBEIRO FILHO, J. C.; LAGIOIA, U. C. T.; ALVES FILHO, B. F.; ALVES FILHO, B. F. Aplicações da lei de Newcomb-Benford na auditoria tributária do Imposto

Sobre Serviços de Qualquer Natureza (ISS). **Revista Contabilidade & Finanças, USP**, São Paulo, v. 20, n. 49, p. 79-94, janeiro/abril. 2009. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rcf/v20n49/06.pdf>> Acesso em: 02 abr. 2012

SANTOS, J.; TENORIO, J. N. B; SILVA, L. G. C. Uma Aplicação da Teoria das Probabilidades na Contabilometria: A lei de Newcomb-Benford como uma medida para análise de dados no campo da Auditoria Contábil. **UnB Contábil JCR**, Brasília, v. 6, p. 35-54, 2003.

SAVILLE, A. Using Benford's law to detect data error and fraud: an examination of companies listed on the Johannesburg Stock Exchange. **South African Journal of Economic and Management Sciences** 9(3), 341-354. ISSN: 1015-8812. 2006.

SILVA, A. C. R. **Metodologia da Pesquisa Aplicada à Contabilidade**. 2 ed. São Paulo: Atlas, 2006.

SILVA, M. C.; CHACON, M. J. M.; PEDERNEIRAS, M. M. M.; LOPES, J. E.G. Procedimentos metodológicos para a elaboração de projetos de pesquisa relacionados a dissertações de Mestrado em Ciências Contábeis. **Revista Contabilidade & Finanças**. São Paulo, ano XV, nº 36, v. 4, set/dez, p.97 - 104 2004.

_____. SANTOS, J. O que é contabilometria? **Revista Pensar Contábil – CRC-RJ**. Rio de Janeiro, ano VII, nº 27, p.40 - 43, fev/abr. 2005.

SILVA, M. M. **Curso de Auditoria Governamental: de acordo com as Normas Internacionais de Auditoria Pública aprovadas pela INTOSAI**. São Paulo: Atlas, 2009.

SMITH, C. A. Detecting Anomalies in Your Data Using Benford's Law. Paper 249. **Statistics and Data Analysis**. In: Proceedings of SUGI 27, Orlando, USA, April 14-17. 2002.

SMITH, S. W. **Explaining Benford's Law** (Chapter 34). In: _____ The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing. San Diego: California Technical Publishing, p. 701-722.1997.

SOARES, E. A. R.; CATÃO, G. C.; LIBONATI, J. J. **A contabilidade como um sistema de informação de apoio ao Processo decisório nas entidades do terceiro setor**. 2008. Disponível em: <<http://www.ccet.unimontes.br/arquivos/dcc/patricia/1060.pdf>> Acesso em: 19 abr. 2012

SOUZA, M. S. **El estado del arte**. Apunte de Cátedra. 2005. Disponível em: <www.perio.unlp.edu.ar/.../el%20estado%20del%20arte_silvina_souza.pdf> Acesso em: 4 abr. 2012.

STEVENSON, W. J. **Estatística aplicada à administração**. São Paulo: Harper&Row, 1986.

SWANSON, D.; CHO, M. J.; ELTINGE, J. Detecting Possibly Fraudulent or Error-Prone Survey Data Using Benford's Law. **Joint Statistical Meetings**. 4172-4177, 2003.

TÖDTER, K. H. Benford's Law as an Indicator of Fraud in Economics. **The German Economic Review** 10(3), p 339-351, 2009.

THOMAS, J. K. Unusual patterns in reported earnings. **Accounting Review**. v. 64, n. 4, p. 773-787, 1989.

VALDES, R., FERNANDEZ, O., PEREIRA, J. Las investigaciones sobre formacion de profesores en America latina: Un analisis de los estudios del estado del arte (1985-2003) **Educação Unisinos** 2005, 9(3): 219-228. Disponível em: <http://www.unisinos.br/publicacoes_cientificas/images/stories/public_cient_vol9n3/art04_puentes_aquino_faquim.pdf> Acesso em: 4 abr. 2012

VARIAN, H. R. Benford's law. **The American Statistician** 26(3), 65-66. 1972.

VASARHELYI, M. A.; HALPER, F. B. The continuous audit of online systems. **Auditing: A Journal of Practice and Theory**, v. 10 n. 1, p. 110-125. 1991.

VERGARA, S. C.. **Projetos e relatórios de pesquisa em administração**. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

WATTS, R. L.; ZIMMERMAN, J. L. **The Contracting Process**. In.: _____. Positive Accounting Theory. New Jersey: Prentice Hall, 1986.

ZGELA, M. Application of Benford's Law in Analysis of DAX Percentage Changes. **Cybernetics and Information Technologies**. Volume 11, Number 4, 2011.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Probabilidade conjunta em relação a posição anterior

<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>
10	0,0413930	28	0,0152400	46	0,0093400	64	0,0067330	82	0,0052640
11	0,0377890	29	0,0147230	47	0,0091430	65	0,0066310	83	0,0052010
12	0,0347620	30	0,0142400	48	0,0089550	66	0,0065310	84	0,0051400
13	0,0321850	31	0,0137880	49	0,0087740	67	0,0064340	85	0,0050800
14	0,0299630	32	0,0133640	50	0,0086000	68	0,0063400	86	0,0050210
15	0,0280290	33	0,0129650	51	0,0084330	69	0,0062490	87	0,0049630
16	0,0263290	34	0,0125890	52	0,0082730	70	0,0061600	88	0,0049070
17	0,0248240	35	0,0122340	53	0,0081180	71	0,0060740	89	0,0048530
18	0,0234810	36	0,0118990	54	0,0079690	72	0,0059900	90	0,0047990
19	0,0222760	37	0,0115820	55	0,0078250	73	0,0059090	91	0,0047460
20	0,0211890	38	0,0112810	56	0,0076870	74	0,0058300	92	0,0046950
21	0,0202030	39	0,0109950	57	0,0075530	75	0,0057520	93	0,0046450
22	0,0193050	40	0,0107240	58	0,0074240	76	0,0056770	94	0,0045960
23	0,0184830	41	0,0104650	59	0,0072990	77	0,0056040	95	0,0045480
24	0,0177290	42	0,0102190	60	0,0071790	78	0,0055320	96	0,0045010
25	0,0170330	43	0,0099840	61	0,0070620	79	0,0054630	97	0,0044540
26	0,0163900	44	0,0097600	62	0,0069490	80	0,0053950	98	0,0044090
27	0,0157940	45	0,0095450	63	0,0068390	81	0,0053290	99	0,0043650

Quadro 7- Probabilidade incondicional conjunta para a primeira e segunda posição
Fonte – Elaboração própria, 2012.

<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>
00	0,0122528	20	0,0110997	40	0,0102048	60	0,0094811	80	0,0088785
01	0,0121869	21	0,0110498	41	0,0101651	61	0,0094484	81	0,0088509
02	0,0121221	22	0,0110005	42	0,0101257	62	0,0094160	82	0,0088236
03	0,0120582	23	0,0109518	43	0,0100868	63	0,0093839	83	0,0087965
04	0,0119953	24	0,0109036	44	0,0100483	64	0,0093521	84	0,0087695
05	0,0119333	25	0,0108561	45	0,0100102	65	0,0093206	85	0,0087428
06	0,0118722	26	0,0108091	46	0,0099725	66	0,0092893	86	0,0087163
07	0,0118119	27	0,0107627	47	0,0099351	67	0,0092583	87	0,0086900
08	0,0117526	28	0,0107168	48	0,0098981	68	0,0092276	88	0,0086639
09	0,0116940	29	0,0106714	49	0,0098615	69	0,0091972	89	0,0086380
10	0,0116363	30	0,0106266	50	0,0098253	70	0,0091670	90	0,0086123
11	0,0115794	31	0,0105823	51	0,0097894	71	0,0091370	91	0,0085868
12	0,0115232	32	0,0105385	52	0,0097538	72	0,0091073	92	0,0085615
13	0,0114678	33	0,0104951	53	0,0097186	73	0,0090779	93	0,0085363
14	0,0114131	34	0,0104523	54	0,0096837	74	0,0090487	94	0,0085114
15	0,0113592	35	0,0104099	55	0,0096491	75	0,0090198	95	0,0084866
16	0,0113059	36	0,0103680	56	0,0096149	76	0,0089911	96	0,0084620
17	0,0112534	37	0,0103265	57	0,0095810	77	0,0089626	97	0,0084376
18	0,0112015	38	0,0102855	58	0,0095474	78	0,0089343	98	0,0084134
19	0,0111503	39	0,0102449	59	0,0095141	79	0,0089063	99	0,0083894

Quadro 8 - Probabilidade incondicional conjunta para a segunda e terceira posição
Fonte – Elaboração própria, 2012.

<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>
00	0,0101969	20	0,0101153	40	0,0100355	60	0,0099574	80	0,0098811
01	0,0101928	21	0,0101113	41	0,0100316	61	0,0099536	81	0,0098773
02	0,0101887	22	0,0101073	42	0,0100276	62	0,0099497	82	0,0098735
03	0,0101846	23	0,0101032	43	0,0100237	63	0,0099459	83	0,0098697
04	0,0101805	24	0,0100992	44	0,0100198	64	0,0099420	84	0,0098660
05	0,0101764	25	0,0100952	45	0,0100158	65	0,0099382	85	0,0098622
06	0,0101723	26	0,0100912	46	0,0100119	66	0,0099344	86	0,0098585
07	0,0101682	27	0,0100872	47	0,0100080	67	0,0099305	87	0,0098547
08	0,0101641	28	0,0100832	48	0,0100041	68	0,0099267	88	0,0098510
09	0,0101600	29	0,0100792	49	0,0100002	69	0,0099229	89	0,0098472
10	0,0101559	30	0,0100752	50	0,0099963	70	0,0099190	90	0,0098435
11	0,0101518	31	0,0100712	51	0,0099924	71	0,0099152	91	0,0098397
12	0,0101477	32	0,0100672	52	0,0099885	72	0,0099114	92	0,0098360
13	0,0101437	33	0,0100632	53	0,0099846	73	0,0099076	93	0,0098323
14	0,0101396	34	0,0100593	54	0,0099807	74	0,0099038	94	0,0098286
15	0,0101355	35	0,0100553	55	0,0099768	75	0,0099000	95	0,0098248
16	0,0101315	36	0,0100513	56	0,0099729	76	0,0098962	96	0,0098211
17	0,0101274	37	0,0100474	57	0,0099690	77	0,0098924	97	0,0098174
18	0,0101234	38	0,0100434	58	0,0099652	78	0,0098886	98	0,0098137
19	0,0101194	39	0,0100395	59	0,0099613	79	0,0098848	99	0,0098100

Quadro 9 - Probabilidade incondicional conjunta para a terceira e quarta posição
Fonte – Elaboração própria, 2012.

<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>
00	0,0100194	20	0,0100115	40	0,0100037	60	0,0099959	80	0,0099881
01	0,0100190	21	0,0100111	41	0,0100033	61	0,0099955	81	0,0099877
02	0,0100186	22	0,0100107	42	0,0100029	62	0,0099951	82	0,0099873
03	0,0100182	23	0,0100104	43	0,0100025	63	0,0099947	83	0,0099869
04	0,0100178	24	0,0100100	44	0,0100021	64	0,0099943	84	0,0099865
05	0,0100174	25	0,0100096	45	0,0100017	65	0,0099939	85	0,0099861
06	0,0100170	26	0,0100092	46	0,0100014	66	0,0099935	86	0,0099857
07	0,0100166	27	0,0100088	47	0,0100010	67	0,0099931	87	0,0099854
08	0,0100162	28	0,0100084	48	0,0100006	68	0,0099928	88	0,0099850
09	0,0100158	29	0,0100080	49	0,0100002	69	0,0099924	89	0,0099846
10	0,0100155	30	0,0100076	50	0,0099998	70	0,0099920	90	0,0099842
11	0,0100151	31	0,0100072	51	0,0099994	71	0,0099916	91	0,0099838
12	0,0100147	32	0,0100068	52	0,0099990	72	0,0099912	92	0,0099834
13	0,0100143	33	0,0100064	53	0,0099986	73	0,0099908	93	0,0099830
14	0,0100139	34	0,0100060	54	0,0099982	74	0,0099904	94	0,0099826
15	0,0100135	35	0,0100057	55	0,0099978	75	0,0099900	95	0,0099822
16	0,0100131	36	0,0100053	56	0,0099974	76	0,0099896	96	0,0099819
17	0,0100127	37	0,0100049	57	0,0099971	77	0,0099892	97	0,0099815
18	0,0100123	38	0,0100045	58	0,0099967	78	0,0099889	98	0,0099811
19	0,0100119	39	0,0100041	59	0,0099963	79	0,0099885	99	0,0099807

Quadro 10 - Probabilidade incondicional conjunta para a quarta e quinta posição
Fonte – Elaboração própria, 2012.

<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>	<i>d</i>	<i>pe</i>
00	0,0100019	20	0,0100012	40	0,0100004	60	0,0099996	80	0,0099988
01	0,0100019	21	0,0100011	41	0,0100003	61	0,0099996	81	0,0099988
02	0,0100019	22	0,0100011	42	0,0100003	62	0,0099995	82	0,0099987
03	0,0100018	23	0,0100010	43	0,0100003	63	0,0099995	83	0,0099987
04	0,0100018	24	0,0100010	44	0,0100002	64	0,0099994	84	0,0099987
05	0,0100017	25	0,0100010	45	0,0100002	65	0,0099994	85	0,0099986
06	0,0100017	26	0,0100009	46	0,0100001	66	0,0099994	86	0,0099986
07	0,0100017	27	0,0100009	47	0,0100001	67	0,0099993	87	0,0099985
08	0,0100016	28	0,0100008	48	0,0100001	68	0,0099993	88	0,0099985
09	0,0100016	29	0,0100008	49	0,0100000	69	0,0099992	89	0,0099985
10	0,0100015	30	0,0100008	50	0,0100000	70	0,0099992	90	0,0099984
11	0,0100015	31	0,0100007	51	0,0099999	71	0,0099992	91	0,0099984
12	0,0100015	32	0,0100007	52	0,0099999	72	0,0099991	92	0,0099983
13	0,0100014	33	0,0100006	53	0,0099999	73	0,0099991	93	0,0099983
14	0,0100014	34	0,0100006	54	0,0099998	74	0,0099990	94	0,0099983
15	0,0100013	35	0,0100006	55	0,0099998	75	0,0099990	95	0,0099982
16	0,0100013	36	0,0100005	56	0,0099997	76	0,0099990	96	0,0099982
17	0,0100013	37	0,0100005	57	0,0099997	77	0,0099989	97	0,0099981
18	0,0100012	38	0,0100004	58	0,0099997	78	0,0099989	98	0,0099981
19	0,0100012	39	0,0100004	59	0,0099996	79	0,0099988	99	0,0099981

Quadro 11 - Probabilidade incondicional conjunta para a quinta e sexta posição
 Fonte – Elaboração própria, 2012.

APÊNDICE B - Exemplos dos conjuntos de dados fictícios *D1*, *D2* e *D3*.

O conjunto de dados *D1* foi criado como exemplo de uma amostra contendo 140 observações com o *DA/2*, vide Equações (30) e (31) na seção 4.5.2, minimizado para os dígitos da primeira posição e maximizado para os dígitos das três posições seguintes.

Tabela 38 – Conjunto de dados *D1* com 140 observações ajustadas às probabilidades independentes dos dígitos da 1ª posição e desajustadas para as demais posições.

<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>	<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>	<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>	<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>	<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>	<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>	<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>
1	19,99	21	19,99	41	19,99	61	29,99	81	39,99	101	59,99	121	79,99
2	19,99	22	19,99	42	19,99	62	29,99	82	39,99	102	59,99	122	79,99
3	19,99	23	19,99	43	29,99	63	29,99	83	39,99	103	59,99	123	79,99
4	19,99	24	19,99	44	29,99	64	29,99	84	39,99	104	59,99	124	79,99
5	19,99	25	19,99	45	29,99	65	29,99	85	39,99	105	59,99	125	79,99
6	19,99	26	19,99	46	29,99	66	29,99	86	49,99	106	59,99	126	79,99
7	19,99	27	19,99	47	29,99	67	29,99	87	49,99	107	59,99	127	79,99
8	19,99	28	19,99	48	29,99	68	39,99	88	49,99	108	59,99	128	89,99
9	19,99	29	19,99	49	29,99	69	39,99	89	49,99	109	59,99	129	89,99
10	19,99	30	19,99	50	29,99	70	39,99	90	49,99	110	59,99	130	89,99
11	19,99	31	19,99	51	29,99	71	39,99	91	49,99	111	69,99	131	89,99
12	19,99	32	19,99	52	29,99	72	39,99	92	49,99	112	69,99	132	89,99
13	19,99	33	19,99	53	29,99	73	39,99	93	49,99	113	69,99	133	89,99
14	19,99	34	19,99	54	29,99	74	39,99	94	49,99	114	69,99	134	89,99
15	19,99	35	19,99	55	29,99	75	39,99	95	49,99	115	69,99	135	99,99
16	19,99	36	19,99	56	29,99	76	39,99	96	49,99	116	69,99	136	99,99
17	19,99	37	19,99	57	29,99	77	39,99	97	49,99	117	69,99	137	99,99
18	19,99	38	19,99	58	29,99	78	39,99	98	49,99	118	69,99	138	99,99
19	19,99	39	19,99	59	29,99	79	39,99	99	49,99	119	69,99	139	99,99
20	19,99	40	19,99	60	29,99	80	39,99	100	59,99	120	79,99	140	99,99

Fonte – Elaboração própria, 2012.

A Tabela 39 e o Gráfico 42 refletem em números e de forma visual o comportamento extremo observado destes desvios, mínimo para a 1ª posição e máximo para a 2ª, 3ª e 4ª.

Tabela 39 – Valor do *DA/2* para as quatro primeiras posições do conjunto de dados *D1*

Posição	<i>DA/2</i>
1ª	0,0092
2ª	0,9150
3ª	0,9017
4ª	0,9002

Fonte – Elaboração própria, 2012.

O valor do desvio observado na segunda posição é aproximadamente 100 vezes maior do que o desvio identificado na primeira, tendendo a 0,9 quando a proporção dos dígitos aproxima-se da uniformidade. Constata-se pelos resultados que a proporção de ocorrência dos

desvios por excesso foi de 0,92% em relação aos 140 dígitos da primeira posição, elevando-se em seguida para 91,5%, 90,17% e 90,02%, respectivamente para a 2ª, 3ª e 4ª posição.

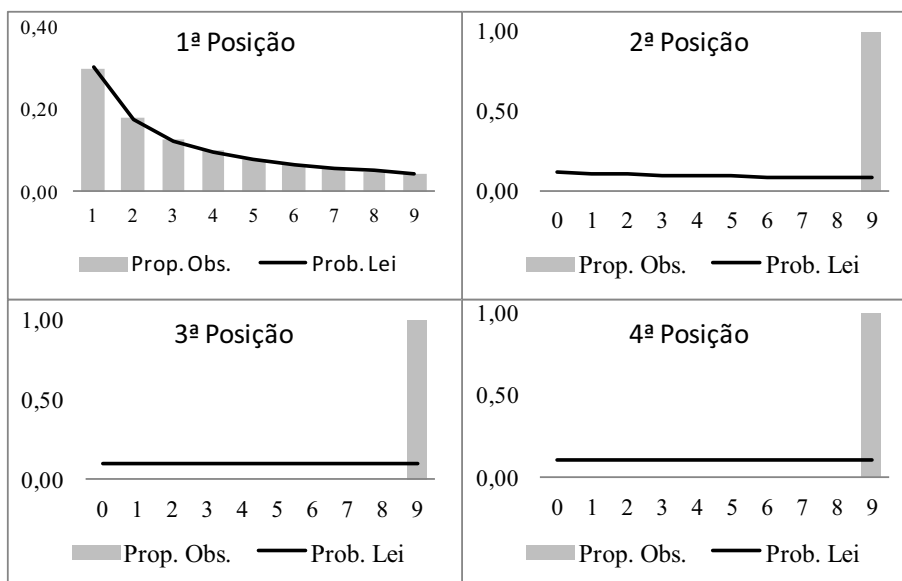


Gráfico 42 – Visualização das proporções observadas para o conjunto de dados *DI* e probabilidades previstas na NB-Lei para os dígitos da 1ª a 4ª posição.

Fonte - Elaboração própria, 2012.

As distorções provocadas pelas últimas posições refletiram-se no resultado do teste de invariância escalar aqui proposto, visto que o Δx obtido pelo conjunto de dados *DI* foi de 0,8601, indicando um pico de 86,01% de ocorrência na variação dos dígitos para as quatro posições analisadas, conforme abaixo demonstrado no Gráfico 43.

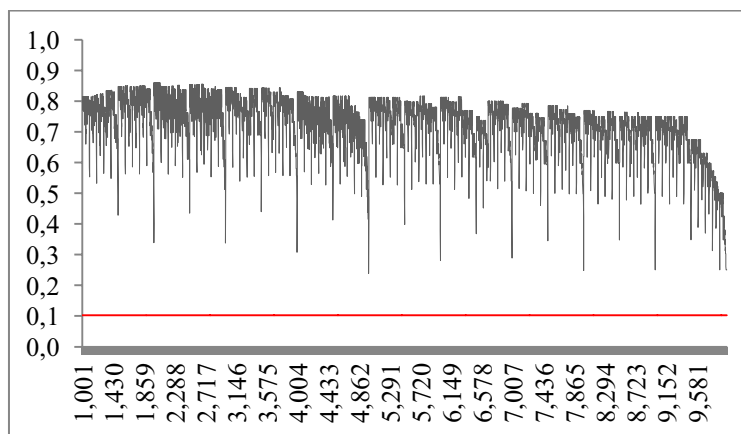


Gráfico 43 - Δx obtido com conjunto de dados *DI* no teste de invariância

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

O conjunto de dados *D2* foi criado como exemplo de uma amostra contendo 140 observações com o *DA/2* minimizado para os dígitos das quatro posições analisadas, mas que não observa as probabilidades condicionadas das posições entre si.

Tabela 40 – Conjunto de dados *D2* com 140 observações ajustadas às probabilidades independentes dos dígitos das quatro primeiras posições sem observar as suas probabilidades condicionadas.

<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>	<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>	<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>	<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>	<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>	<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>	<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>
1	19,99	21	18,88	41	16,77	61	25,55	81	33,44	101	52,22	121	71,11
2	19,99	22	18,88	42	16,77	62	25,55	82	33,44	102	52,22	122	71,11
3	19,99	23	18,88	43	26,66	63	25,55	83	33,44	103	52,22	123	71,11
4	19,99	24	18,88	44	26,66	64	24,55	84	33,44	104	52,22	124	70,11
5	19,99	25	17,88	45	26,66	65	24,55	85	33,33	105	52,22	125	70,11
6	19,99	26	17,88	46	26,66	66	24,55	86	43,33	106	52,22	126	70,11
7	19,99	27	17,88	47	26,66	67	24,55	87	43,33	107	52,22	127	70,00
8	19,99	28	17,88	48	26,66	68	34,55	88	43,33	108	51,22	128	80,00
9	19,99	29	17,77	49	26,66	69	34,55	89	43,33	109	51,22	129	80,00
10	19,99	30	17,77	50	26,66	70	34,55	90	43,33	110	51,22	130	80,00
11	19,99	31	17,77	51	25,66	71	34,44	91	43,33	111	61,22	131	80,00
12	19,99	32	17,77	52	25,66	72	34,44	92	43,33	112	61,22	132	80,00
13	18,99	33	17,77	53	25,66	73	34,44	93	42,33	113	61,11	133	80,00
14	18,99	34	17,77	54	25,66	74	34,44	94	42,33	114	61,11	134	80,00
15	18,88	35	17,77	55	25,66	75	34,44	95	42,33	115	61,11	135	90,00
16	18,88	36	17,77	56	25,66	76	34,44	96	42,33	116	61,11	136	90,00
17	18,88	37	17,77	57	25,55	77	34,44	97	42,33	117	61,11	137	90,00
18	18,88	38	16,77	58	25,55	78	33,44	98	42,33	118	61,11	138	90,00
19	18,88	39	16,77	59	25,55	79	33,44	99	42,22	119	61,11	139	90,00
20	18,88	40	16,77	60	25,55	80	33,44	100	52,22	120	71,11	140	90,00

Fonte – Elaboração própria, 2012.

A Tabela 41 e o Gráfico 44 refletem em números e de forma visual a conformidade observada na proporção dos desvios para as quatro posições analisadas.

Tabela 41 – Valor do *DA/2* para as quatro primeiras posições do conjunto de dados *D1*.

Posição	<i>DA/2</i>
1 ^a	0,0092
2 ^a	0,0082
3 ^a	0,0049
4 ^a	0,0005

Fonte – Elaboração própria, 2012.

O valor do desvio observado desta vez indicou uma trajetória de queda tendendo a 0 (zero) quando a proporção dos dígitos aproxima-se da uniformidade. Constata-se pelos resultados que a proporção de ocorrência dos desvios por excesso foi de 0,92% em relação aos 140 dígitos da primeira posição, reduzindo-se em seguida para 0,82%, 0,49% e 0,05%, respectivamente para a 2^a, 3^a e 4^a posição.

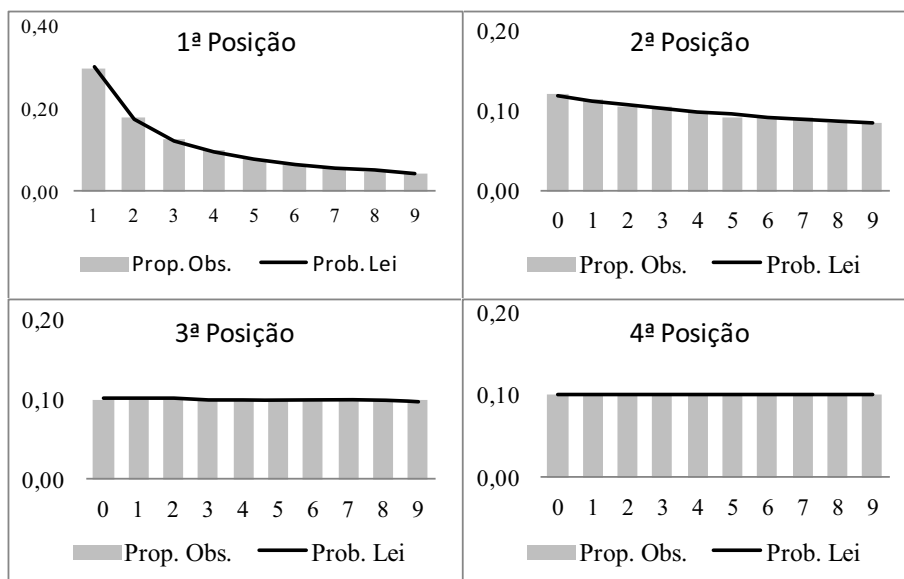


Gráfico 44 – Visualização das proporções observadas para o conjunto de dados $D2$ e probabilidades previstas na NB-Lei para os dígitos da 1ª a 4ª posição.

Fonte – Elaboração própria, 2012.

Embora os desvios das probabilidades independentes tenham sido minimizados, a falta de conformidade com as probabilidades condicionadas entre as posições refletiu-se no resultado do teste de invariância (λx) obtido pelo conjunto de dados $D2$, uma vez que este obteve 0,516, indicando um pico de 51,6% de ocorrência na variação dos dígitos para as quatro posições analisadas, conforme abaixo, evidenciado no Gráfico 45.

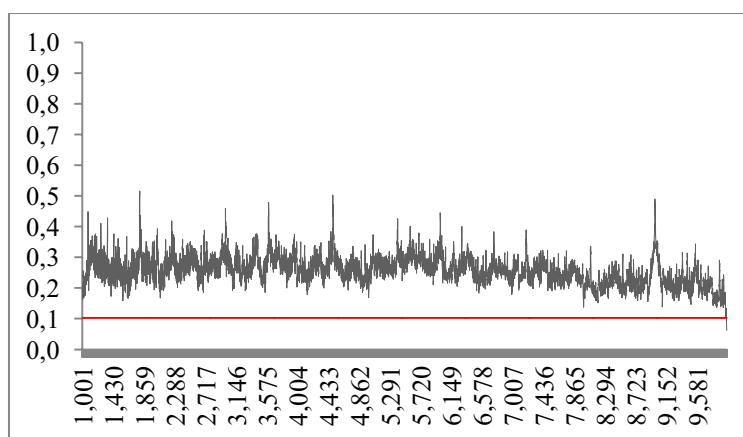


Gráfico 45 - λx obtido com conjunto de dados $D2$ no teste de invariância

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

O conjunto de dados D3 foi criado como exemplo de uma amostra contendo 140 observações onde foram minimizados os desvios das probabilidades independentes para cada posição individualmente observada em relação aos dígitos das quatro primeiras posições. Observa-se ainda em relação ao conjunto de dados D3 que foram minimizados os desvios das probabilidades independentes conjuntas para os pares de dígitos 10 a 99, em relação à segunda e primeira posição, e 00 a 99, em relação à posição p e $p - 1$ da terceira a quarta posição, vide esclarecimentos adicionais na seção 2.4.2.4 e Apêndice - A, estabelecendo-se o ajuste das probabilidades independentes individuais como prioritário.

Tabela 42 – Conjunto de dados *D3* com 140 observações ajustadas às probabilidades independentes dos dígitos das quatro primeiras posições e às probabilidades conjuntas dos pares de dígitos de cada posição em relação à posição anterior.

<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>	<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>	<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>	<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>	<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>	<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>	<i>Obs.</i>	<i>Valor</i>
1	10,00	21	14,08	41	19,13	61	27,45	81	36,78	101	51,13	121	71,33
2	10,10	22	14,18	42	19,23	62	27,55	82	37,65	102	52,15	122	72,35
3	10,20	23	14,28	43	20,60	63	28,32	83	37,74	103	53,07	123	73,27
4	10,30	24	14,38	44	20,70	64	28,46	84	38,66	104	54,94	124	74,66
5	10,40	25	15,09	45	20,80	65	28,56	85	39,57	105	55,95	125	75,68
6	10,50	26	15,19	46	21,52	66	29,33	86	40,11	106	56,96	126	76,79
7	11,02	27	15,29	47	21,62	67	29,47	87	41,03	107	57,97	127	77,88
8	11,12	28	15,39	48	21,71	68	30,01	88	42,05	108	58,99	128	80,51
9	11,22	29	16,00	49	22,54	69	30,90	89	43,93	109	59,98	129	81,43
10	11,32	30	16,10	50	22,63	70	31,81	90	44,84	110	59,99	130	82,45
11	11,42	31	16,20	51	22,72	71	31,91	91	45,86	111	60,31	131	83,37
12	12,04	32	16,30	52	23,46	72	32,82	92	46,87	112	61,23	132	84,75
13	12,14	33	17,01	53	23,55	73	32,92	93	47,89	113	62,25	133	85,77
14	12,24	34	17,11	54	23,64	74	33,73	94	48,76	114	63,17	134	86,88
15	12,34	35	17,21	55	24,48	75	33,83	95	48,89	115	64,57	135	90,61
16	12,44	36	17,31	56	24,56	76	34,65	96	49,67	116	65,59	136	91,53
17	13,06	37	18,02	57	25,49	77	34,74	97	49,77	117	66,64	137	93,47
18	13,16	38	18,12	58	25,58	78	35,67	98	49,89	118	67,75	138	94,85
19	13,26	39	18,22	59	26,44	79	35,76	99	49,99	119	68,88	139	97,98
20	13,36	40	19,03	60	26,54	80	36,69	100	50,21	120	70,41	140	98,98

Fonte – Elaboração própria, 2012.

A Tabela 43 e o Gráfico 46 refletem em números e de forma visual a conformidade observada na proporção dos desvios para as quatro posições analisadas.

Tabela 43 – Valor do $DA/2$ para as quatro primeiras posições do conjunto de dados $D1$

Posição	$DA/2$
1ª	0,0092
2ª	0,0082
3ª	0,0049
4ª	0,0005

Fonte – Elaboração própria, 2012.

O valor do $DA/2$ observado, tal como no exemplo do conjunto de dados $D2$, indicou a mesma trajetória de queda tendendo a 0 (zero) quando a proporção dos dígitos aproxima-se da uniformidade, sendo constatados os mesmos resultados.

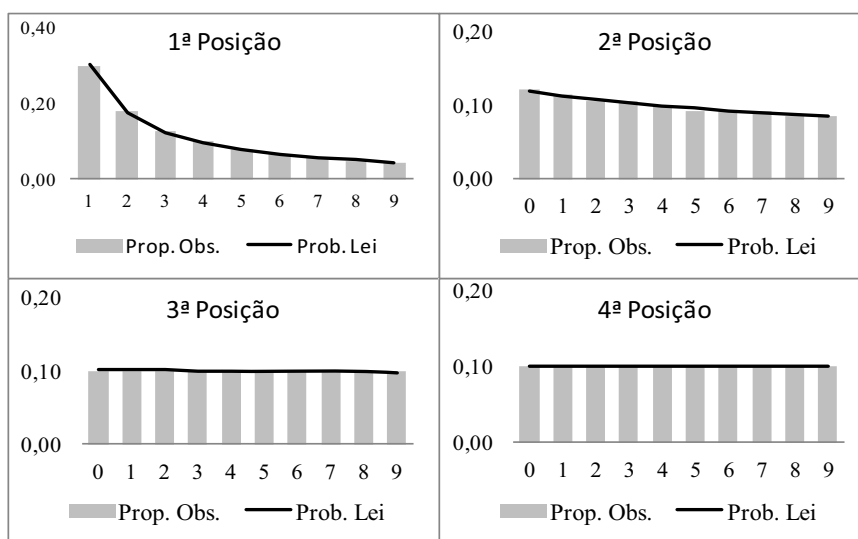


Gráfico 46 – Visualização das proporções observadas para o conjunto de dados $D3$ e probabilidades previstas na NB-Lei para os dígitos da 1ª a 4ª posição.

Fonte – Elaboração própria, 2012.

O conjunto de dados $D3$ foi o que obteve o melhor resultado no teste de invariância escalar, visto que o seu λx foi de 0,1785, indicando um pico de 17,85% de ocorrência na variação dos dígitos para as quatro posições analisadas, conforme abaixo demonstrado no Gráfico 47.

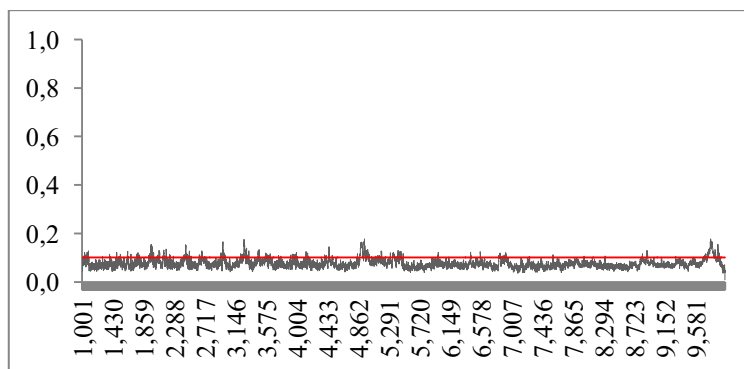


Gráfico 47 - λx obtido com conjunto de dados $D3$ no teste de invariância

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na aplicação do teste de invariância (Δx), ainda que os resultados do $DA/2$ tenham indicado uma igualdade de conformidade em $D2$ e $D3$, ficou evidente que o conjunto de dados $D2$, o que não foi ajustado às probabilidades condicionais à posição anterior, foi menos invariante que o $D3$, uma vez que foram obtidos os respectivos resultados de 0,178 e 0,516 no Δx -Teste, indicando picos de ocorrências de variação para 17,8% e 51,6% do total de dígitos. Observa-se nos resultados que o conjunto de dados $D2$ obteve uma proporção de variação aproximadamente três vezes maior que o $D3$, visto que $D2$ possuiu um maior desvio em relação às probabilidades condicionadas entre as posições.

APÊNDICE C – Exemplo de invariância para uma distribuição com 50 elementos

Tabela 44 – Exemplo de invariância para uma distribuição fictícia com 50 elementos

Dígito	Dist. 1	Dist. 2	Dist. 3	Dist. 4	Dist. 5
	Dist. NBL	Dist. NBL x 1,672	Dist. NBL x 8,75	Dist. NBL x 2,396	Dist. NBL x 2
1	10,00	16,72	87,50	23,96	20,00
2	10,47	17,51	91,61	25,09	20,94
3	10,97	18,34	95,99	26,28	21,94
4	11,50	19,23	100,63	27,55	23,00
5	12,05	20,15	105,44	28,87	24,10
6	12,63	21,12	110,51	30,26	25,26
7a	13,23	22,12	115,76	31,70	26,46
8	13,87	23,19	121,36	33,23	27,74
9	14,53	24,29	127,14	34,81	29,06
10	15,23	25,46	133,26	36,49	30,46
11	15,95	26,67	139,56	38,22	31,90
12	16,72	27,96	146,30	40,06	33,44
13	17,52	29,29	153,30	41,98	35,04
14	18,36	30,70	160,65	43,99	36,72
15	19,24	32,17	168,35	46,10	38,48
16	20,16	33,71	176,40	48,30	40,32
17	21,12	35,31	184,80	50,60	42,24
18	22,13	37,00	193,64	53,02	44,26
19	23,19	38,77	202,91	55,56	46,38
20	24,30	40,63	212,63	58,22	48,60
21	25,46	42,57	222,78	61,00	50,92
22	26,68	44,61	233,45	63,93	53,36
23	27,96	46,75	244,65	66,99	55,92
24	29,30	48,99	256,38	70,20	58,60
25	30,70	51,33	268,63	73,56	61,40
26	32,17	53,79	281,49	77,08	64,34
27	33,71	56,36	294,96	80,77	67,42
28	35,32	59,06	309,05	84,63	70,64
29	37,01	61,88	323,84	88,68	74,02
30	38,78	64,84	339,33	92,92	77,56
31	40,64	67,95	355,60	97,37	81,28
32	42,59	71,21	372,66	102,05	85,18
33	44,62	74,60	390,43	106,91	89,24
34	46,76	78,18	409,15	112,04	93,52
35	49,00	81,93	428,75	117,40	98,00
36	51,34	85,84	449,23	123,01	102,68
37	53,80	89,95	470,75	128,90	107,60
38	56,37	94,25	493,24	135,06	112,74
39	59,07	98,77	516,86	141,53	118,14
40	61,90	103,50	541,63	148,31	123,80
41	64,86	108,45	567,53	155,40	129,72
42	67,97	113,65	594,74	162,86	135,94
43	71,22	119,08	623,18	170,64	142,44
44	74,63	124,78	653,01	178,81	149,26
45	78,20	130,75	684,25	187,37	156,40
46	81,94	137,00	716,98	196,33	163,88
47	85,86	143,56	751,28	205,72	171,72
48	89,97	150,43	787,24	215,57	179,94
49	94,28	157,64	824,95	225,89	188,56
50	98,79	165,18	864,41	236,70	197,58

Fonte – Elaboração própria, 2012.

Tabela 45 – Ocorrências e desvios nos dígitos para a 1ª posição

Ocorrências e desvios nos dígitos para a 1ª posição									
Dígito	Dist. 1	Dist. 2		Dist. 3		Dist. 4		Dist. 5	
	Obs.	Obs.	Desv.	Obs.	Desv.	Obs.	Desv.	Obs.	Desv.
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	15	15	0	15	0	15	0	15	0
2	9	9	0	9	0	9	0	9	0
3	6	6	0	6	0	6	0	6	0
4	5	5	0	5	0	5	0	5	0
5	4	4	0	4	0	4	0	4	0
6	3	3	0	3	0	3	0	3	0
7	3	3	0	3	0	3	0	3	0
8	3	3	0	3	0	3	0	3	0
9	2	2	0	2	0	2	0	2	0
Desvio na Distribuição			0		0		0		0
Desvio Total		0							

Fonte – Elaboração própria, 2012.

Tabela 46 – Ocorrências e desvios nos dígitos para a 2ª posição

Ocorrências e desvios nos dígitos para a 2ª posição									
Dígito	Dist. 1	Dist. 2		Dist. 3		Dist. 4		Dist. 5	
	Obs.	Obs.	Desv.	Obs.	Desv.	Obs.	Desv.	Obs.	Desv.
0	6	5	1	5	1	8	2	8	2
1	6	7	1	6	0	6	0	6	0
2	5	4	1	7	2	4	1	3	2
3	5	5	0	4	1	8	3	5	0
4	6	6	0	4	2	4	2	6	0
5	5	5	0	6	1	3	2	5	0
6	4	5	1	5	1	5	1	4	0
7	4	4	0	4	0	5	1	5	1
8	4	5	1	4	0	6	2	5	1
9	5	4	1	5	0	1	4	3	2
Desvio na Distribuição			6		8		18		8
Desvio Total		40							

Fonte – Elaboração própria, 2012.

Tabela 47 – Ocorrências e desvios nos dígitos para a 3ª posição

Ocorrências e desvios nos dígitos para a 3ª posição									
Dígito	Dist. 1	Dist. 2		Dist. 3		Dist. 4		Dist. 5	
	Obs.	Obs.	Desv.	Obs.	Desv.	Obs.	Desv.	Obs.	Desv.
0	5	4	1	5	0	7	2	6	1
1	5	6	1	4	1	1	4	3	2
2	6	5	1	4	2	9	3	8	2
3	6	7	1	8	2	3	3	6	0
4	2	2	0	7	5	1	1	6	4
5	4	3	1	4	0	8	4	3	1
6	5	5	0	6	1	7	2	4	1
7	6	8	2	3	3	3	3	4	2
8	4	4	0	3	1	5	1	2	2
9	7	6	1	6	1	6	1	8	1
Desvio na Distribuição			8		16		24		16
Desvio Total		64							

Fonte – Elaboração própria, 2012.

Tabela 48 – Ocorrências e desvios nos dígitos para a 4ª posição

Ocorrências e desvios nos dígitos para a 4ª posição									
Dígito	Dist. 1	Dist. 2		Dist. 3		Dist. 4		Dist. 5	
	Obs.	Obs.	Desv.	Obs.	Desv.	Obs.	Desv.	Obs.	Desv.
0	9	7	2	3	6	8	1	8	1
1	2	4	2	4	2	3	1	1	1
2	6	5	1	6	0	4	2	8	2
3	6	1	5	6	0	4	2	0	6
4	4	8	4	6	2	2	2	11	7
5	2	6	4	3	1	4	2	2	0
6	7	8	1	9	2	6	1	9	2
7	8	3	5	5	3	7	1	3	5
8	3	4	1	4	1	5	2	6	3
9	3	4	1	4	1	7	4	2	1
Desvio na Distribuição			26		18		18		28
Desvio Total		90							

Fonte – Elaboração própria, 2012.

O valor dos desvios observados para as quatro posições da Dist. 2 é 40 (0+6+8+26), enquanto que as distribuições seguintes obtiveram respectivamente 42 (0+8+16+18), 60 (0+18+24+18), 52 (0+8+16+28). O desvio, ajustado pelo termo $2pn$ ($2 \times 4 \times 50 = 400$), indicaria um valor máximo de $60/400$, ou seja: 0,15.

APÊNDICE D – Exemplos comparativos da aplicação do *FDR* e *DA/2*

A Tabela 49 mostra o cálculo do *FDR* e *DA/2* para a primeira posição de uma série fictícia de dados composta por 10.000 elementos com desvios minimizados para as proporções probabilísticas de todos os seus dígitos, ou seja, os valores discretos assumidos pela frequência dos dígitos de 1 a 9 ocasionaram o somatório mínimo possível de desvios quando comparados às frequências esperadas para cada dígito.

Tabela 49 – Série de dados com 10.000 elementos e desvio minimizado para a 1ª posição

Dígito	Frequência	Freq. Esp.	Prop. Obs.	Prop. Lei	$(po^+ - pe)/po^+$	$po^+ - pe$	<i>FDR</i>	<i>DA/2</i>
1	3.010	3.010	0,3010	0,3010	0,000	0,000	0,00%	0,00%
2	1.761	1.761	0,1761	0,1761	0,000	0,000	0,00%	0,00%
3	1.249	1.249	0,1249	0,1249	0,000	0,000	0,00%	0,00%
4	969	969	0,0969	0,0969	0,000	0,000	0,00%	0,00%
5	792	792	0,0792	0,0792	0,000	0,000	0,00%	0,00%
6	669	669	0,0669	0,0669	0,000	0,000	0,00%	0,00%
7	580	580	0,0580	0,0580	0,000	0,000	0,00%	0,00%
8	512	512	0,0512	0,0512	0,001	0,000	0,00%	0,00%
9	458	458	0,0458	0,0458	0,001	0,000	0,00%	0,00%
	10.000	10.000					0,00%	0,01%

Fonte – Elaboração própria, 2012.

A Tabela 50 mostra o cálculo do *FDR* e *DA/2* para a primeira posição de uma série fictícia de dados, composta por 10.000 elementos, que apresentam desvio por excesso de 2.000 ocorrências no dígito 1. Ressalta-se que o resultado obtido com o teste *DA/2* sinaliza de forma direta a proporção de desvios positivos observados para uma posição isolada, mediante a identificação dos desvios absolutos oriundos da comparação entre as proporções observadas para os dígitos da posição analisada com as suas respectivas probabilidades incondicionais previstas na NB-Lei. Desta forma, o resultado do teste *DA/2* observado na Tabela 50 evidencia que 20% do total de elementos da primeira posição encontram-se desviados por excesso.

Tabela 50 – Série de dados com 10.000 elementos e desvio positivo no dígito 1 da 1ª posição

Dígito	Frequência	Freq. Esp.	Prop. Obs.	Prop. Lei	$(po^+ - pe)/po^+$	$po^+ - pe$	FDR	DA/2
1	5.010	3.010	0,5010	0,3010	0,399	0,200	7,98%	20,00%
2	1.561	1.761	0,1561	0,1761	0,000	0,000	0,00%	2,00%
3	649	1.249	0,0649	0,1249	0,000	0,000	0,00%	6,00%
4	669	969	0,0669	0,0969	0,000	0,000	0,00%	3,00%
5	492	792	0,0492	0,0792	0,000	0,000	0,00%	3,00%
6	469	669	0,0469	0,0669	0,000	0,000	0,00%	2,00%
7	380	580	0,0380	0,0580	0,000	0,000	0,00%	2,00%
8	312	512	0,0312	0,0512	0,000	0,000	0,00%	2,00%
9	458	458	0,0458	0,0458	0,001	0,000	0,00%	0,00%
	10.000	10.000					7,98%	20,00%

Fonte – Elaboração própria, 2012.

A Tabela 51 mostra o cálculo do *FDR* e *DA/2* para a primeira posição de uma série fictícia de dados, composta por 10.000 elementos, que apresenta um desvio por excesso de 2.000 ocorrências no dígito 9. Os resultados apresentados nas Tabela 50 e Tabela 51 ressaltam as diferenças existentes em cada teste.

Vê-se ainda na Tabela 51 que o teste *DA/2* apresentou o mesmo resultado que o observado na Tabela 50, indicando que em ambos os conjuntos analisados existem 20% de elementos desviados por excesso. Apesar da igualdade na quantidade observada de elementos positivos, a identificação destes elementos demandará esforços distintos para os dois conjuntos.

No primeiro conjunto (Tabela 50) existem 2.000 elementos em excesso a serem localizados em um total de 5.010 elementos iniciados pelo dígito 1, ocasionando uma probabilidade de acerto aproximada de 39,92% ($2.000/5.010$) em uma eventual análise aleatória realizada entre os elementos deste dígito. No segundo conjunto (Tabela 51) existem os mesmos 2.000 elementos em excesso a serem localizados em uma menor quantidade de 2.458 elementos iniciados pelo dígito 9, ocasionando desta vez a probabilidade de acerto aproximada de 81,37% ($2.000/2.458$).

Tabela 51 – Série de dados com 10.000 elementos e desvio positivo no dígito 9 da 1ª posição

Dígito	Frequência	Freq. Esp.	Prop. Obs.	Prop. Lei	$(po^+ - pe)/po^+$	$po^+ - pe$	FDR	DA/2
1	3.010	3.010	0,3010	0,3010	0,000	0,000	0,00%	0,00%
2	1.561	1.761	0,1561	0,1761	0,000	0,000	0,00%	2,00%
3	649	1.249	0,0649	0,1249	0,000	0,000	0,00%	6,00%
4	669	969	0,0669	0,0969	0,000	0,000	0,00%	3,00%
5	492	792	0,0492	0,0792	0,000	0,000	0,00%	3,00%
6	469	669	0,0469	0,0669	0,000	0,000	0,00%	2,00%
7	380	580	0,0380	0,0580	0,000	0,000	0,00%	2,00%
8	312	512	0,0312	0,0512	0,000	0,000	0,00%	2,00%
9	2.458	458	0,2458	0,0458	0,814	0,200	16,28%	20,00%
	10.000	10.000					16,28%	20,00%

Fonte – Elaboração própria, 2012.

Vê-se nos resultados que, embora os conjuntos de dados possuam 2.000 elementos não conformes em excesso cada um, as chances probabilísticas de detecção no conjunto de dados representado na Tabela 51 são maiores (81,37%) que as chances do conjunto representado na Tabela 50 (39,92%). Este efeito refletiu-se no valor do *FDR*, uma vez que o valor obtido na Tabela 51 (16,28%) foi ligeiramente superior ao dobro do obtido na Tabela 50 (7,98%). Isto posto, ressalta-se que, distintamente do que ocorre com o teste *DA/2*, o *FDR* tem o propósito de identificar o conjunto de dados com a melhor composição de desvios para análise, considerando-se para tal, tanto as chances de se detectar os eventuais elementos não conformes introduzidos, como também a representatividade destes em relação à amostra analisada. A Tabela 52 mostra o cálculo do *FDR* e *DA/2* para a primeira posição de uma série fictícia de dados, composta por 10.000 elementos, que apresenta desvio por excesso de 2.000 ocorrências tanto no dígito 9 quanto no dígito 1.

Tabela 52 – Série de dados com 10.000 elementos e desvios positivos nos dígitos 1 e 9 da 1ª posição

Dígito	Frequência	Freq. Esp.	Prop. Obs.	Prop. Lei	$(po^+ - pe)/po^+$	$po^+ - pe$	FDR	DA/2
1	5.010	3.010	0,5010	0,3010	0,399	0,200	7,98%	20,00%
2	683	1.761	0,0683	0,1761	0,000	0,000	0,00%	10,78%
3	484	1.249	0,0484	0,1249	0,000	0,000	0,00%	7,65%
4	376	969	0,0376	0,0969	0,000	0,000	0,00%	5,93%
5	307	792	0,0307	0,0792	0,000	0,000	0,00%	4,85%
6	260	669	0,0260	0,0669	0,000	0,000	0,00%	4,10%
7	225	580	0,0225	0,0580	0,000	0,000	0,00%	3,55%
8	198	512	0,0198	0,0512	0,000	0,000	0,00%	3,13%
9	2.458	458	0,2458	0,0458	0,814	0,200	16,28%	20,00%
	10.000	10.000					24,26%	40,00%

Fonte – Elaboração própria, 2012.

No exemplo da Tabela 52 tem-se que tanto o dígito 9 quanto o dígito 1 apresentam um desvio por excesso de 2.000 ocorrências, enquanto os demais dígitos apresentaram desvios por falta. Comparando as situações previstas nas Tabela 50, Tabela 51 e Tabela 52, resta evidente que, para efeito de detecção dos elementos desconformes, a Tabela 52 apresenta a melhor composição de desvios para a detecção destes elementos, visto que agrupa os desvios positivos das Tabela 50 e Tabela 51. Tal resultado encontra-se também refletido no *FDR*, visto que o valor obtido na Tabela 52 indica a soma dos resultados obtidos nas demais tabelas. O resultado do teste *DA/2* obtido na Tabela 52 também reflete a soma dos resultados obtidos com este mesmo teste nas Tabela 50 e Tabela 51, refletindo a proporcionalidade de elementos em desconformidade por excesso.

A Tabela 53 mostra a situação de desvio por excesso de ocorrências no dígito 1 que provoca o resultado para o *FDR* igual ao observado na Tabela 51, onde o desvio por excesso ocorreu no dígito 9. Em ambas situações o valor do *FDR* foi de 16,28%, sendo que, no exemplo da Tabela 51 o valor resultou da multiplicação de uma discrepância relativa (Δ_{po}) de 81,37% por um desvio absoluto (*DA*) de 20%. No exemplo da Tabela 53, o valor da discrepância relativa (Δ_{po}) foi de 51,31% com um desvio absoluto (*DA*) de 31,73%. Vê-se no exemplo que a redução observada na proporção de elementos em excesso no dígito, de 81,37% no dígito 9 para 51,31% no dígito 1, foi compensada pelo aumento na proporção dos elementos em excesso quando comparada ao total da amostra analisada, de 20% no exemplo do dígito 9 para 31,73% no exemplo do dígito 1.

Tabela 53 - Série de dados com 10.000 elementos e desvio no *FDR* de 16,28% para o dígito 1 da 1ª posição

Dígito	Frequência	Freq. Esp.	Prop. Obs.	Prop. Lei	$(po^+ - pe)/po^+$	$po^+ - pe$	<i>FDR</i>	<i>DA/2</i>
1	6.183	3.010	0,6183	0,3010	0,513	0,317	16,28%	31,73%
2	962	1.761	0,0962	0,1761	0,000	0,000	0,00%	7,99%
3	682	1.249	0,0682	0,1249	0,000	0,000	0,00%	5,67%
4	529	969	0,0529	0,0969	0,000	0,000	0,00%	4,40%
5	432	792	0,0432	0,0792	0,000	0,000	0,00%	3,60%
6	366	669	0,0366	0,0669	0,000	0,000	0,00%	3,03%
7	317	580	0,0317	0,0580	0,000	0,000	0,00%	2,63%
8	279	512	0,0279	0,0512	0,000	0,000	0,00%	2,33%
9	250	458	0,0250	0,0458	0,000	0,000	0,00%	2,08%
	10.000	10.000					16,28%	31,73%

Fonte – Elaboração própria, 2012.

A Tabela 54 mostra a situação de maximização do desvio obtido com os testes *FDR* e *DA/2* para a primeira posição de uma série fictícia de dados composta por 10.000 elementos, o

que acontecerá quando todos os elementos do conjunto iniciarem pelo dígito que possui a menor probabilidade de ocorrência, ou seja, o dígito 9.

Tabela 54 - Série de dados com 10.000 elementos e desvio maximizado para a 1ª posição

Dígito	Frequência	Freq. Esp.	Prop. Obs.	Prop. Lei	$(po^+ - pe)/po^+$	$po^+ - pe$	FDR	DA/2
1	-	3.010	0,0000	0,3010	0,000	0,000	0,00%	30,10%
2	-	1.761	0,0000	0,1761	0,000	0,000	0,00%	17,61%
3	-	1.249	0,0000	0,1249	0,000	0,000	0,00%	12,49%
4	-	969	0,0000	0,0969	0,000	0,000	0,00%	9,69%
5	-	792	0,0000	0,0792	0,000	0,000	0,00%	7,92%
6	-	669	0,0000	0,0669	0,000	0,000	0,00%	6,69%
7	-	580	0,0000	0,0580	0,000	0,000	0,00%	5,80%
8	-	512	0,0000	0,0512	0,000	0,000	0,00%	5,12%
9	10.000	458	1,0000	0,0458	0,954	0,954	91,06%	95,42%
	10.000	10.000					91,06%	95,42%

Fonte – Elaboração própria, 2012.

Isto posto, vê-se que o valor máximo obtido pelo *FDR* para a primeira posição será de 91,06%, enquanto que para o teste *DA/2* este valor será de 95,42%.

APÊNDICE E – Gráficos com dados das UG's e desempenhos obtidos nos testes aplicados

Apêndice E-1. Quantidade dos empenhos com saldos não nulos por UG

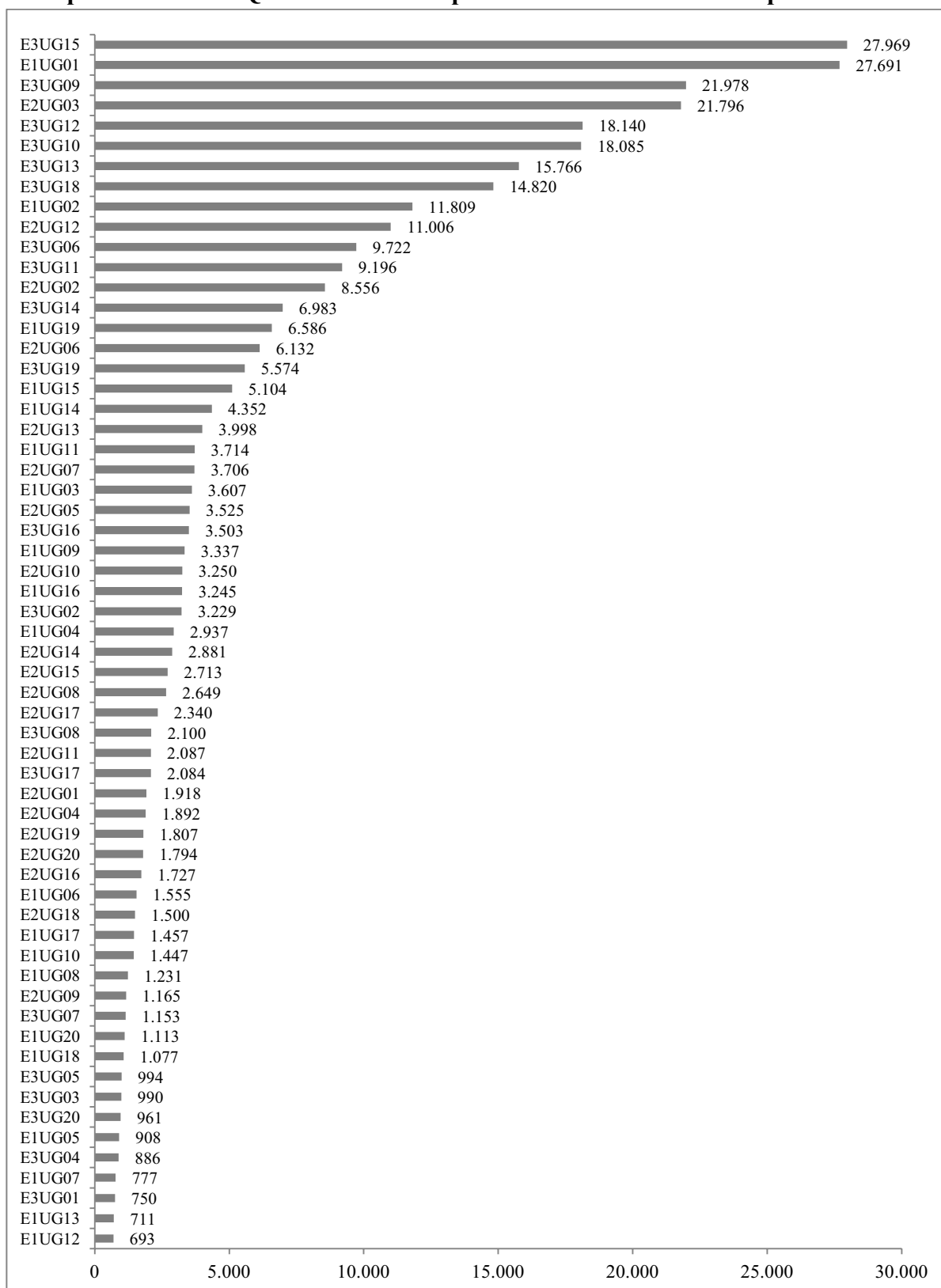


Gráfico 48 – Ranking da quantidade de empenhos analisados por unidades gestoras.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-2. Resultados com o Z-Teste do dígito 1 da 1ª posição por UG

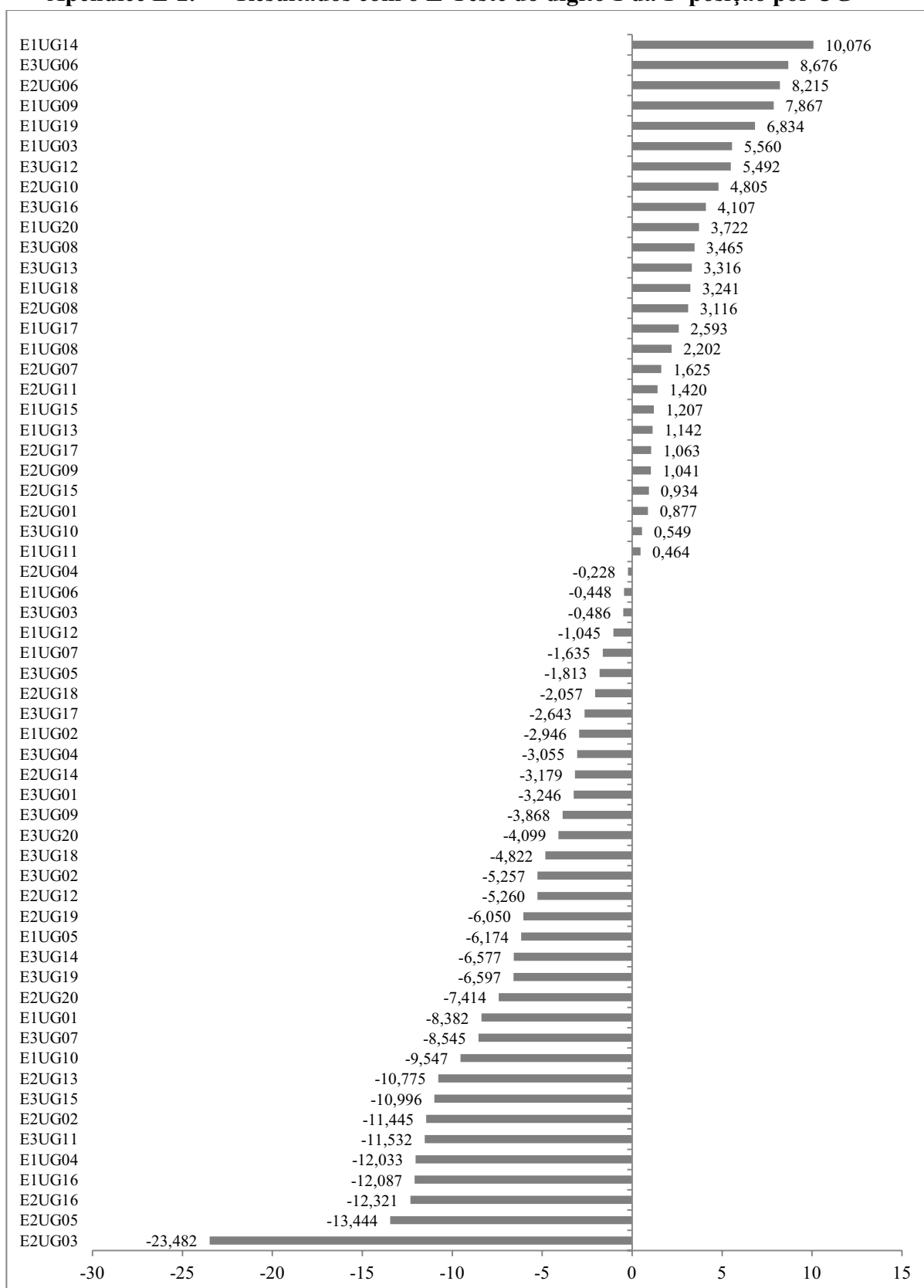


Gráfico 49 – *Ranking* das unidades gestoras para Z-Teste – Dígito 1 da 1ª Posição

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-3. Resultados com o Z-Teste do dígito 2 da 1ª posição por UG

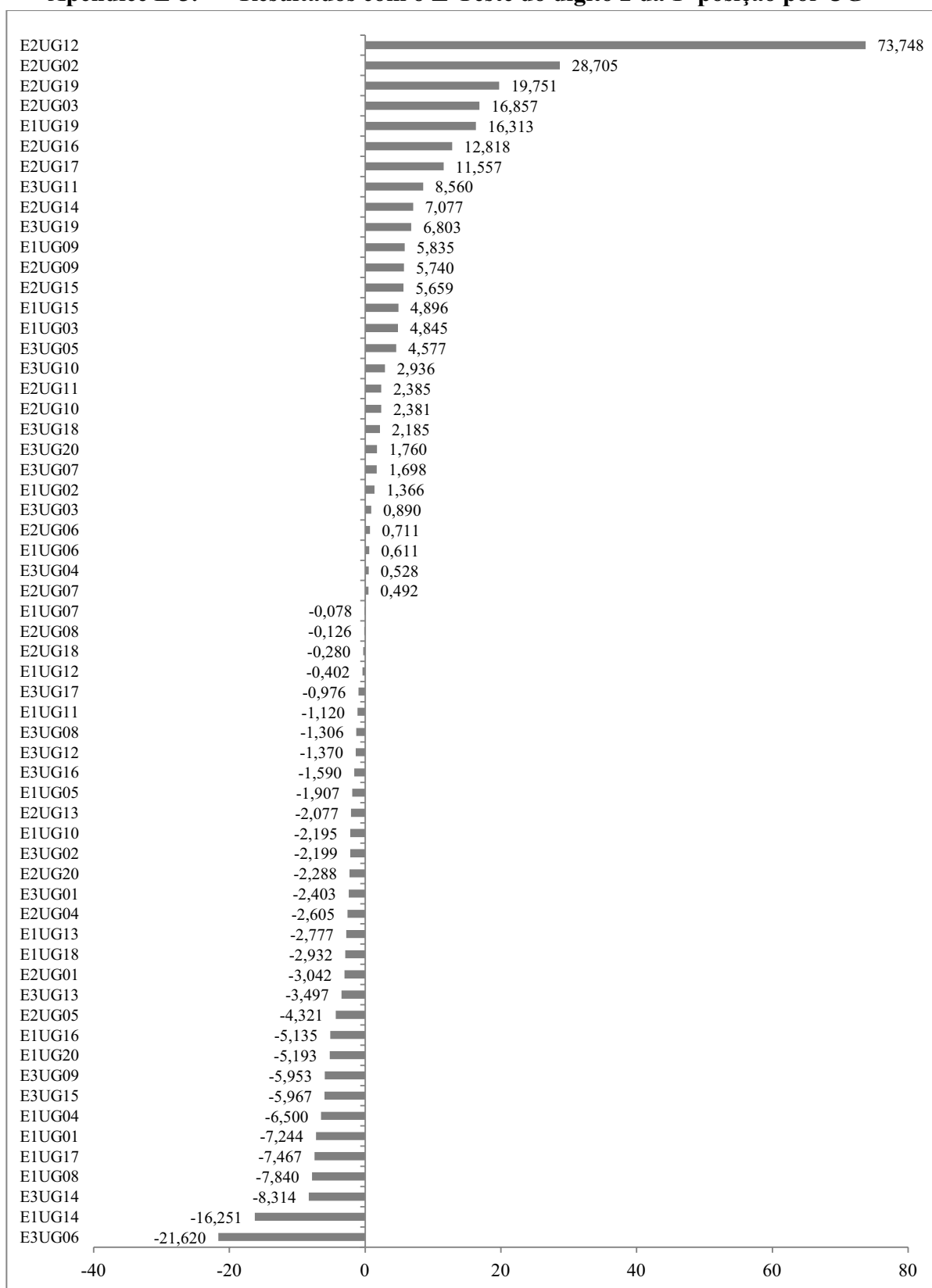


Gráfico 50 – Ranking das unidades gestoras para Z-Teste – Dígito 2 da 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-4. Resultados com o Z-Teste do dígito 3 da 1ª posição por UG

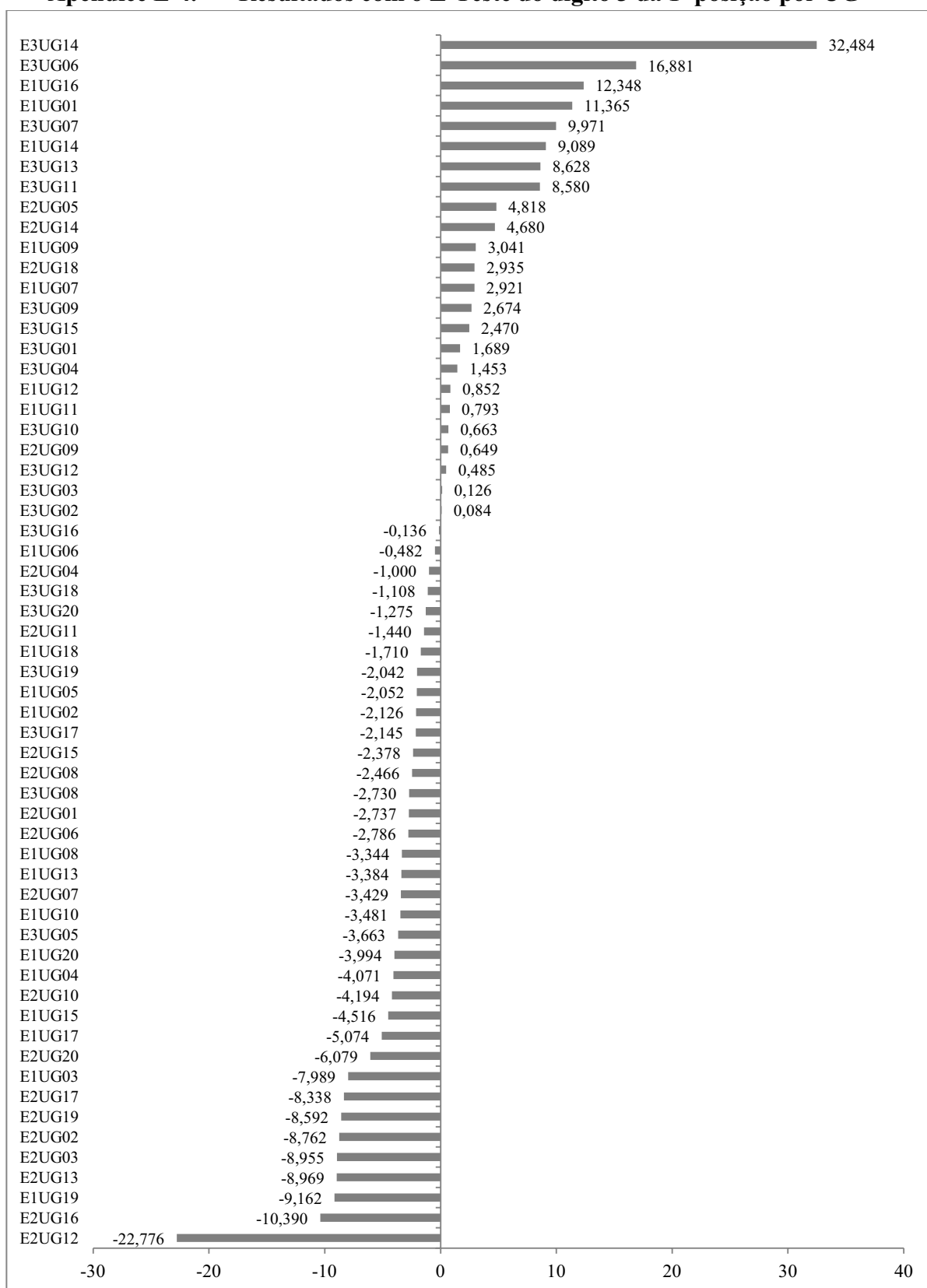


Gráfico 51 – *Ranking* das unidades gestoras para Z-Teste – Dígito 3 da 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-5. Resultados com o Z-Teste do dígito 4 da 1ª posição por UG

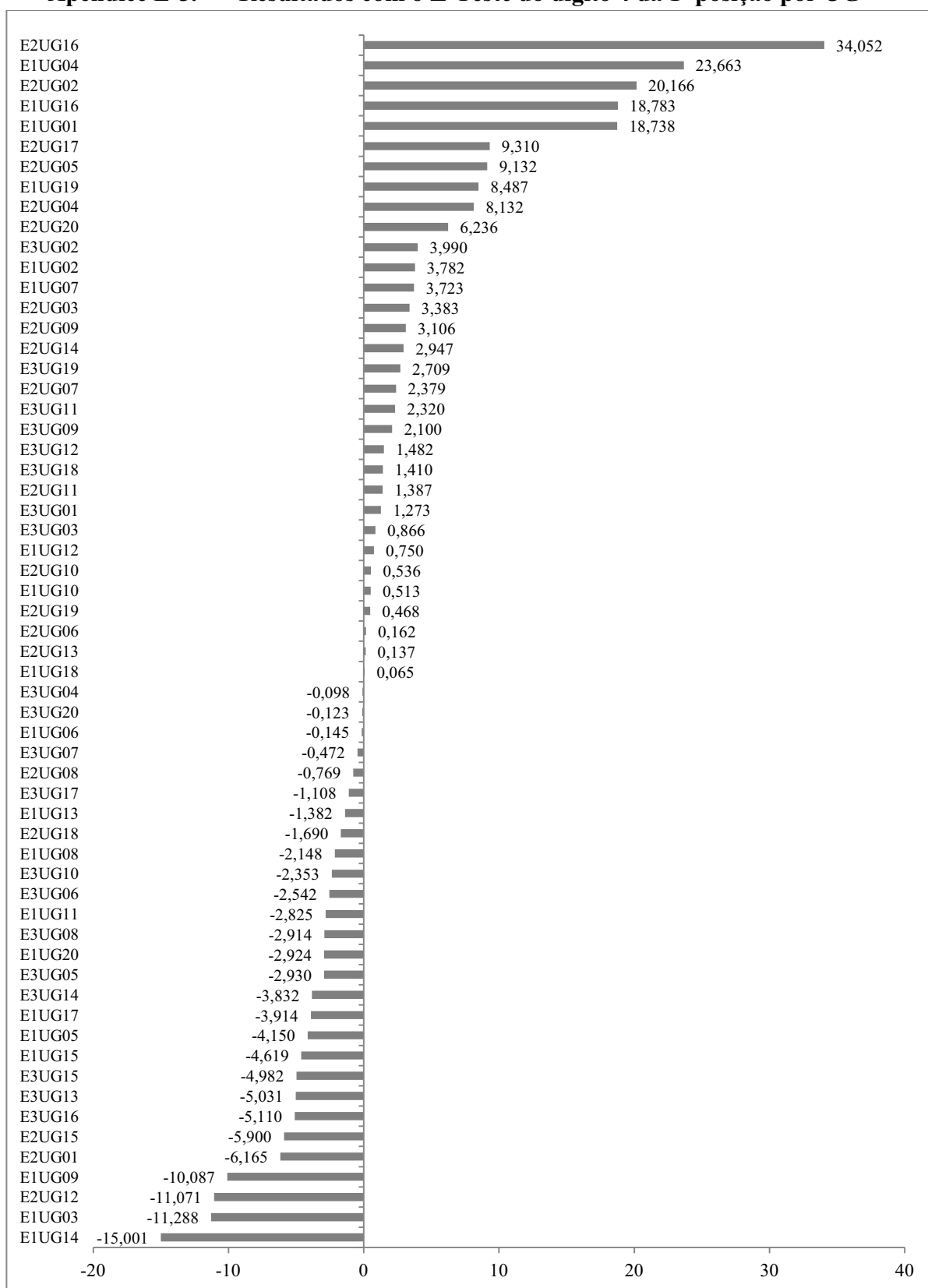


Gráfico 52 – *Ranking* das unidades gestoras para Z-Teste – Dígito 4 da 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012

Apêndice E-6. Resultados com o Z-Teste do dígito 5 da 1ª posição por UG

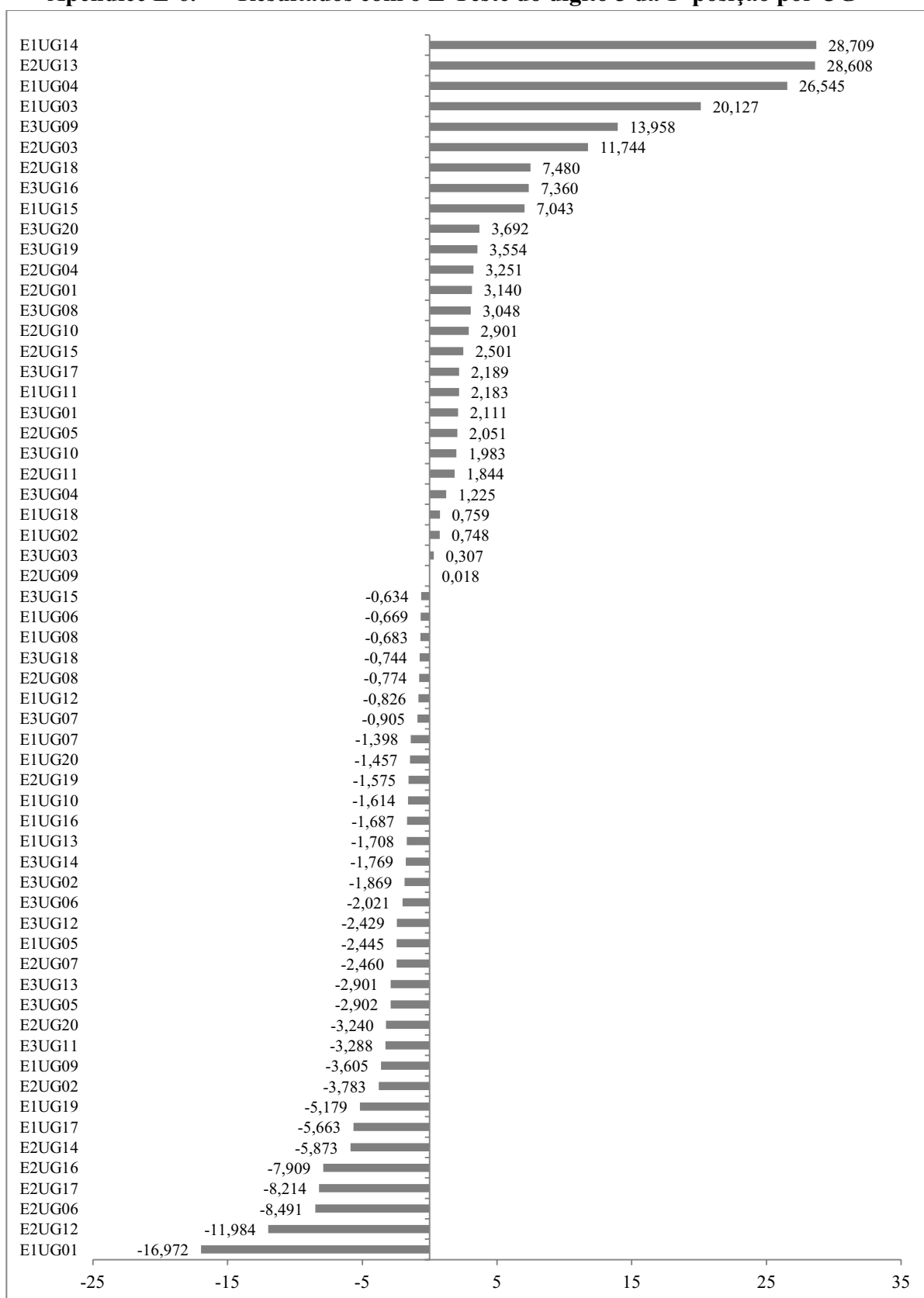


Gráfico 53 – Ranking das unidades gestoras para Z-Teste – Dígito 5 da 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-7. Resultados com o Z-Teste do dígito 6 da 1ª posição por UG

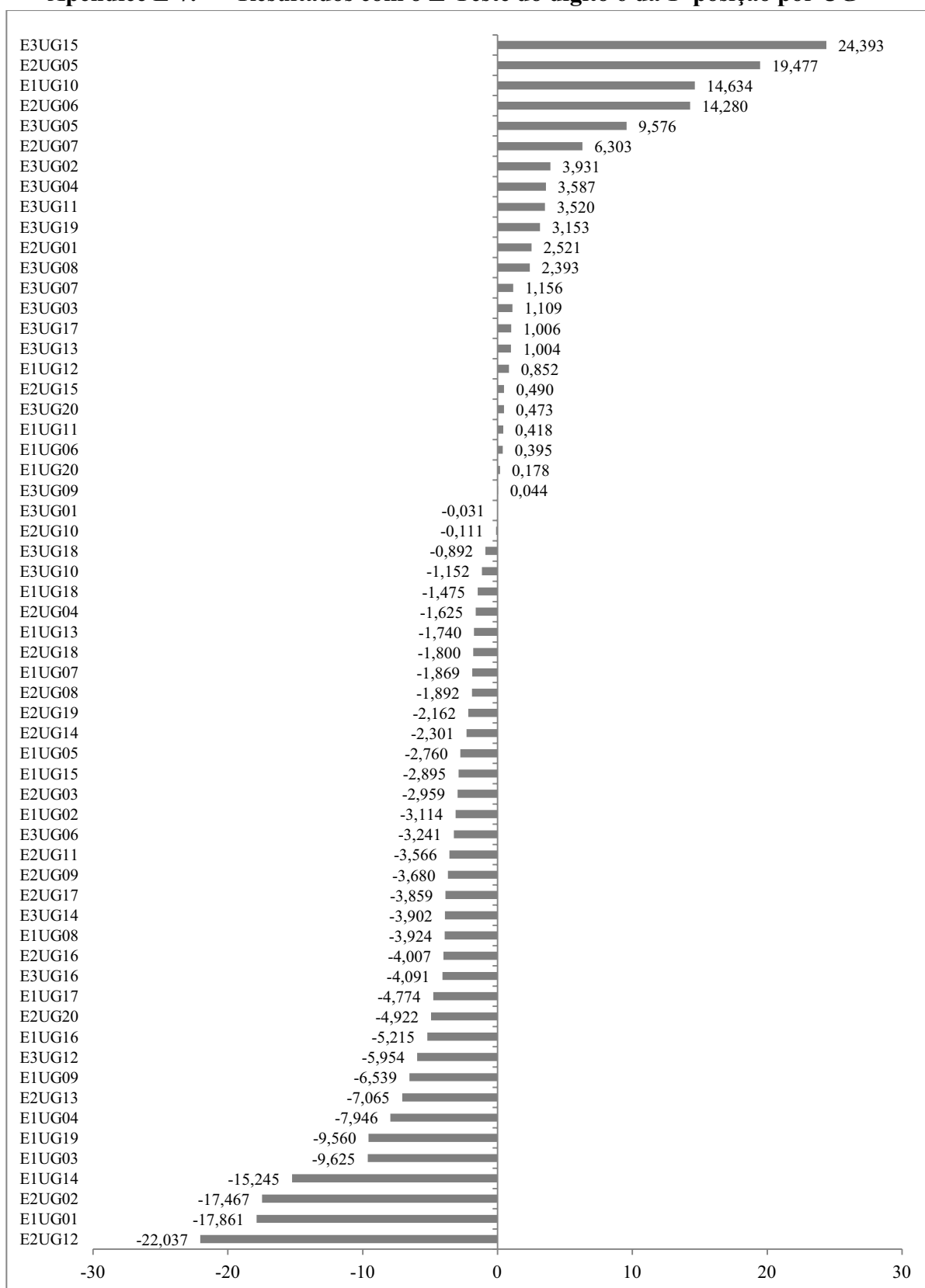


Gráfico 54 – *Ranking* das unidades gestoras para Z-Teste – Dígito 6 da 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-8. Resultados com o Z-Teste do dígito 7 da 1ª posição por UG

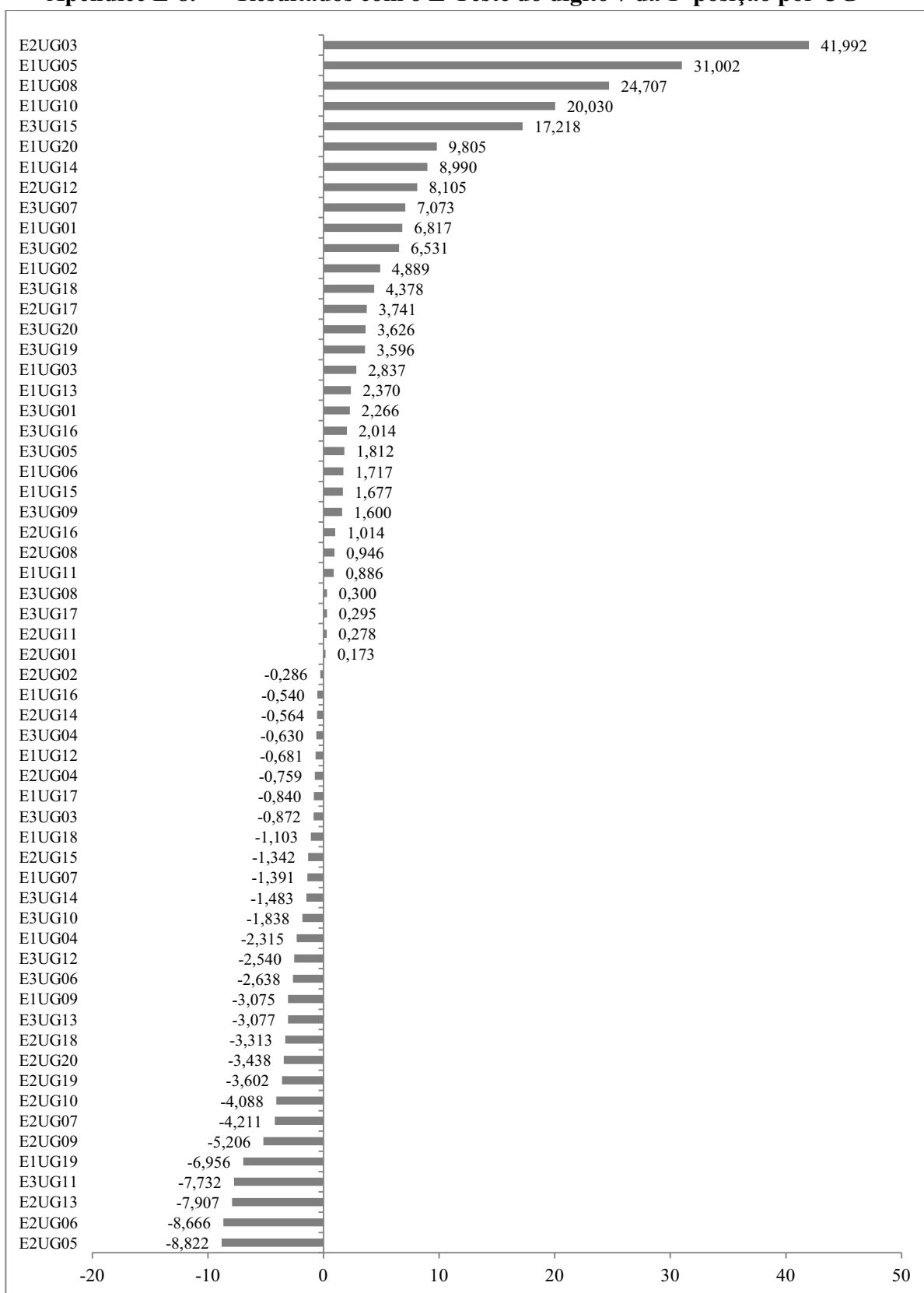


Gráfico 55 – Ranking das unidades gestoras para Z-Teste – Dígito 7 da 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-9. Resultados com o Z-Teste do dígito 8 da 1ª posição por UG

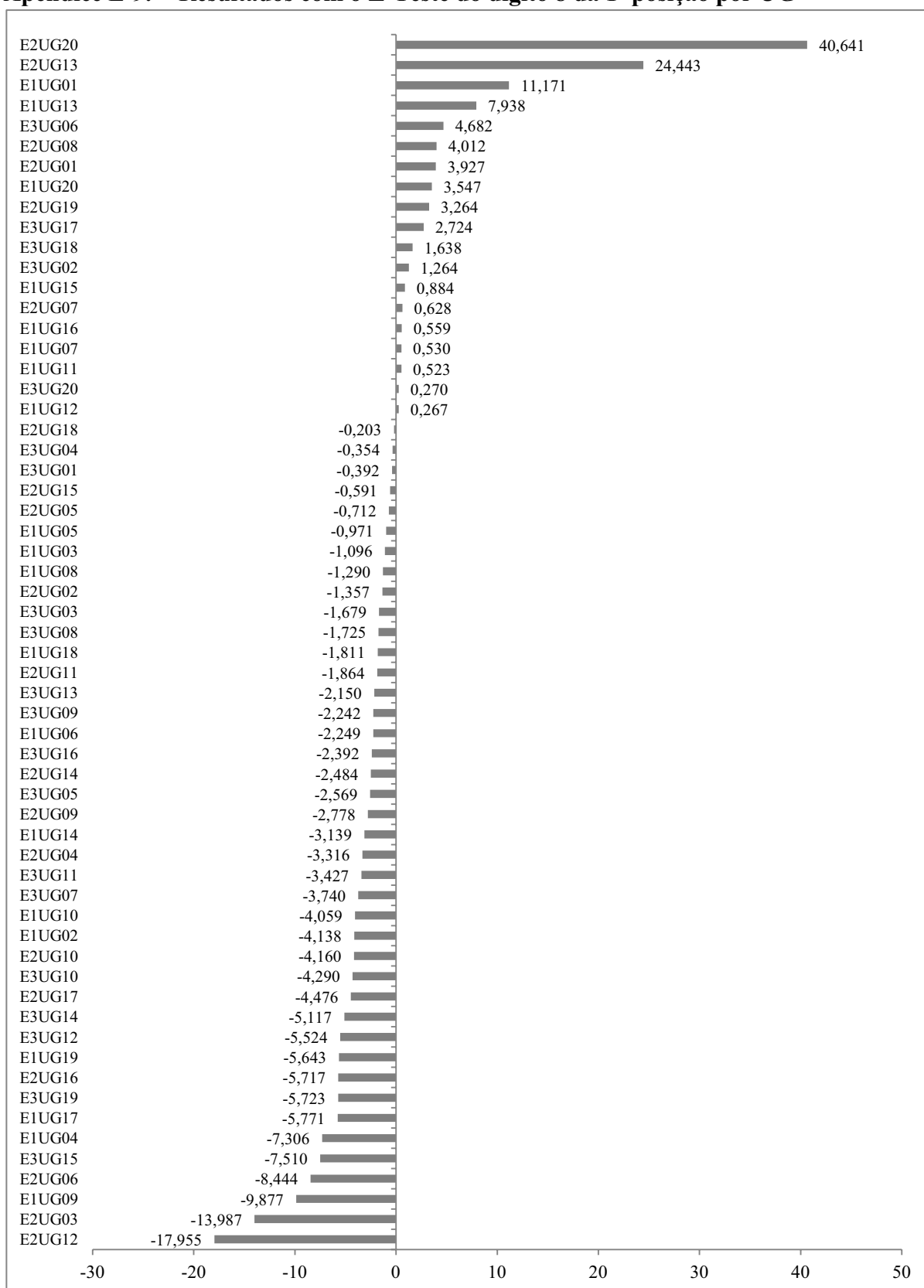


Gráfico 56 – *Ranking* das unidades gestoras para Z-Teste – Dígito 8 da 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-10. Resultados com o Z-Teste do dígito 9 da 1ª posição por UG

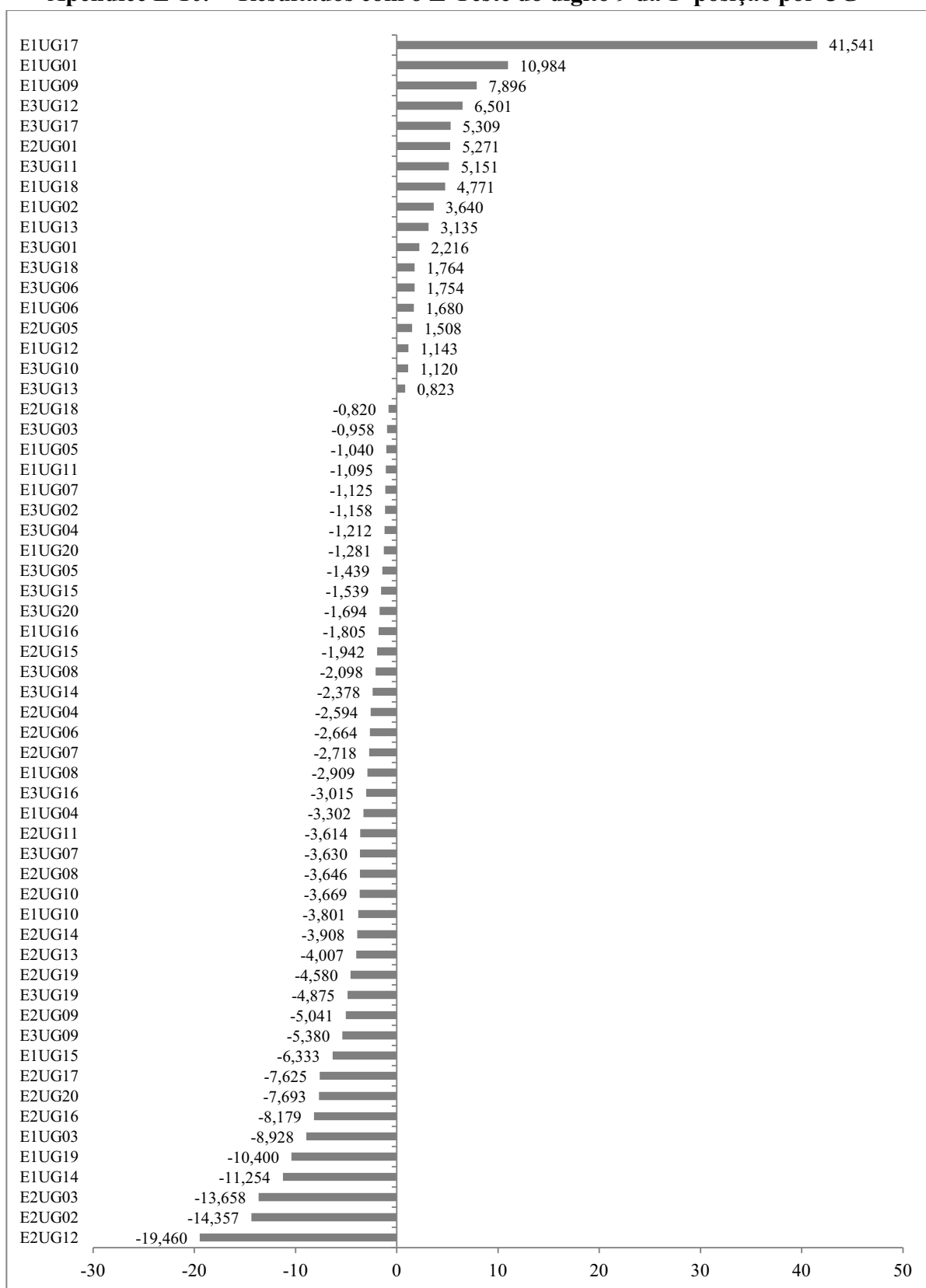


Gráfico 57 – *Ranking* das unidades gestoras para Z-Teste – Dígito 9 da 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-11. Resultados com o χ^2 -Teste aplicado à 1ª posição por UG

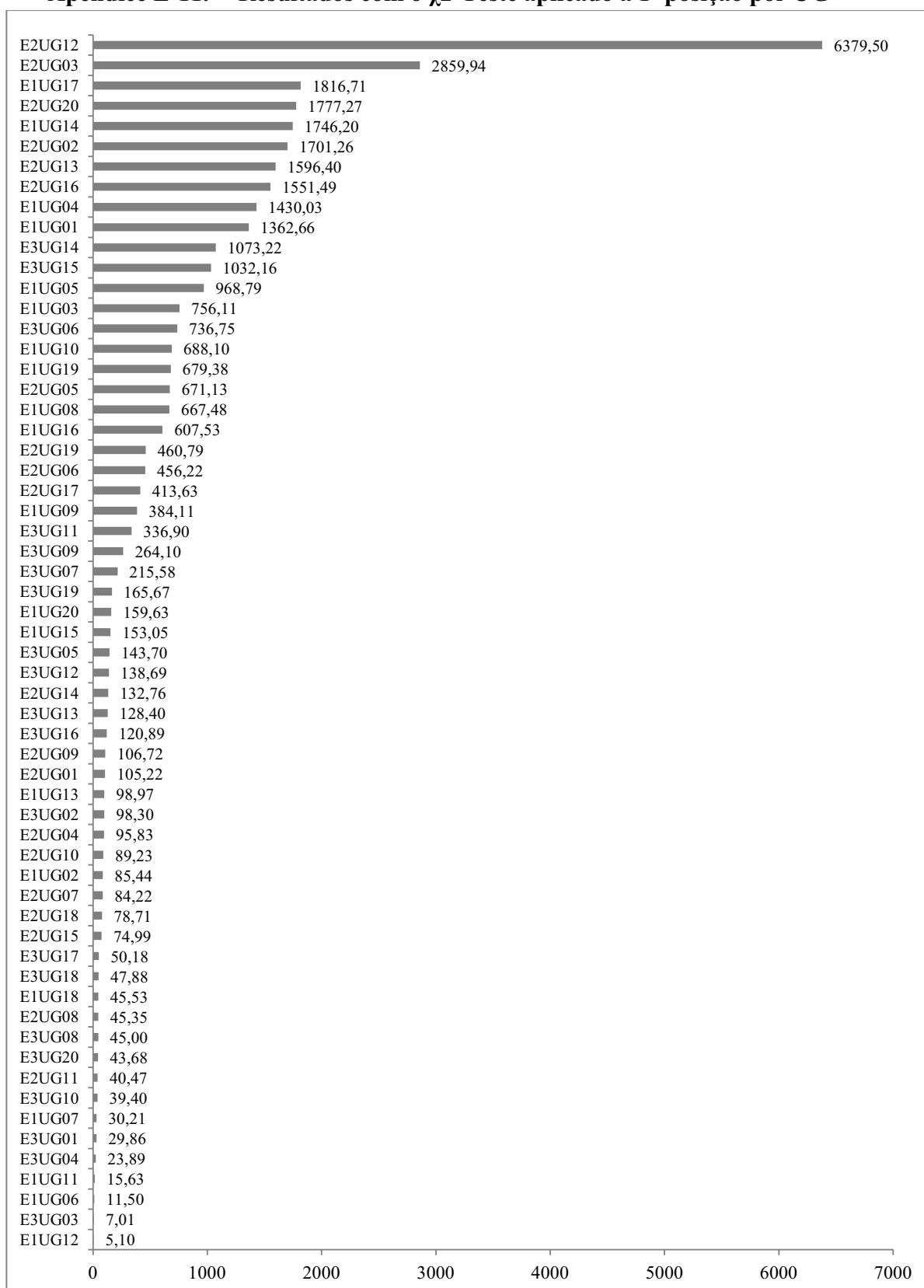


Gráfico 58 – *Ranking* das unidades gestoras para o χ^2 -Teste – 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-12. Resultados com o χ^2 -Teste aplicado à 2ª posição por UG

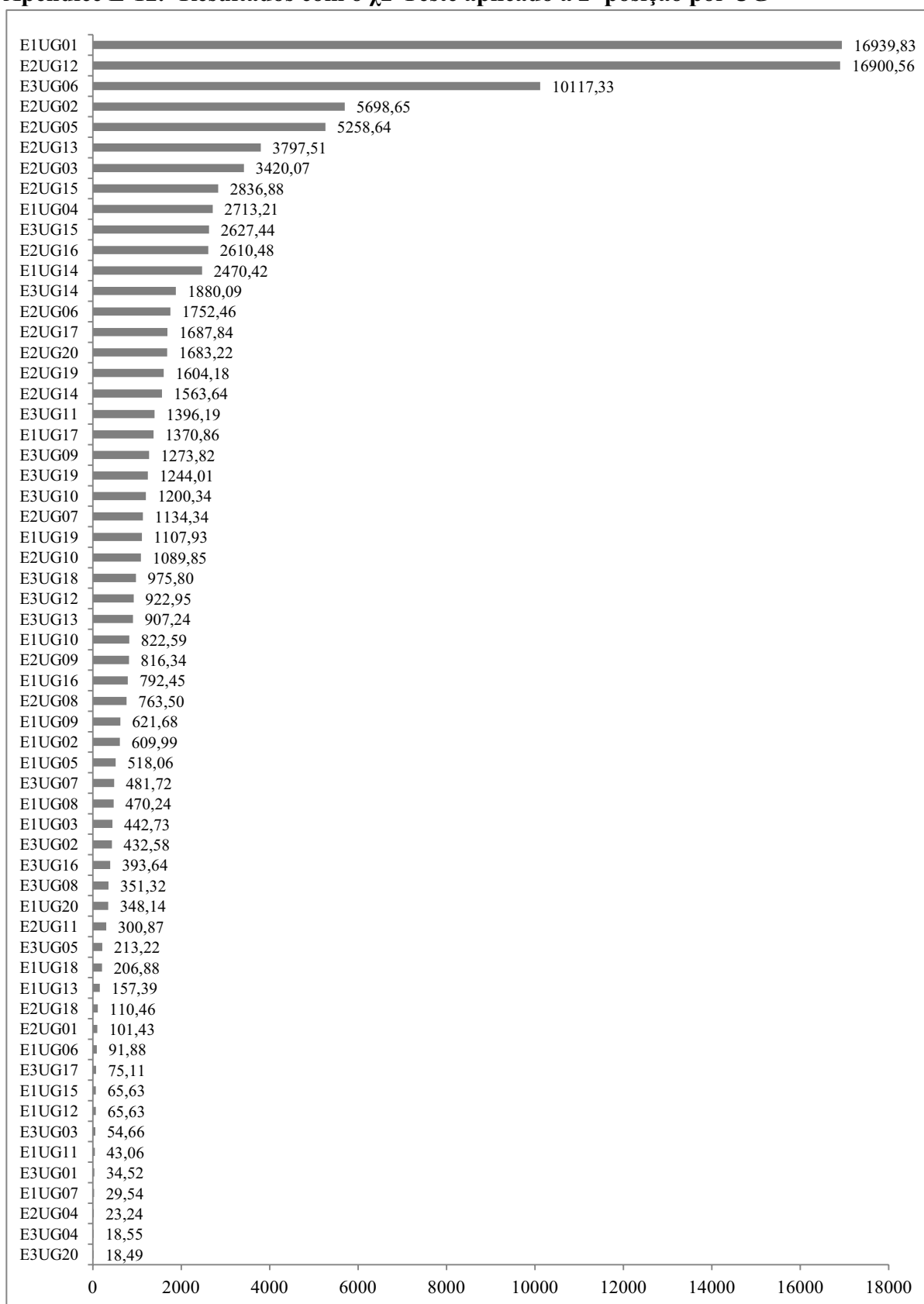


Gráfico 59 – Ranking das unidades gestoras para o χ^2 -Teste – 2ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-13. Resultados com o χ^2 -Teste aplicado à 3ª posição por UG

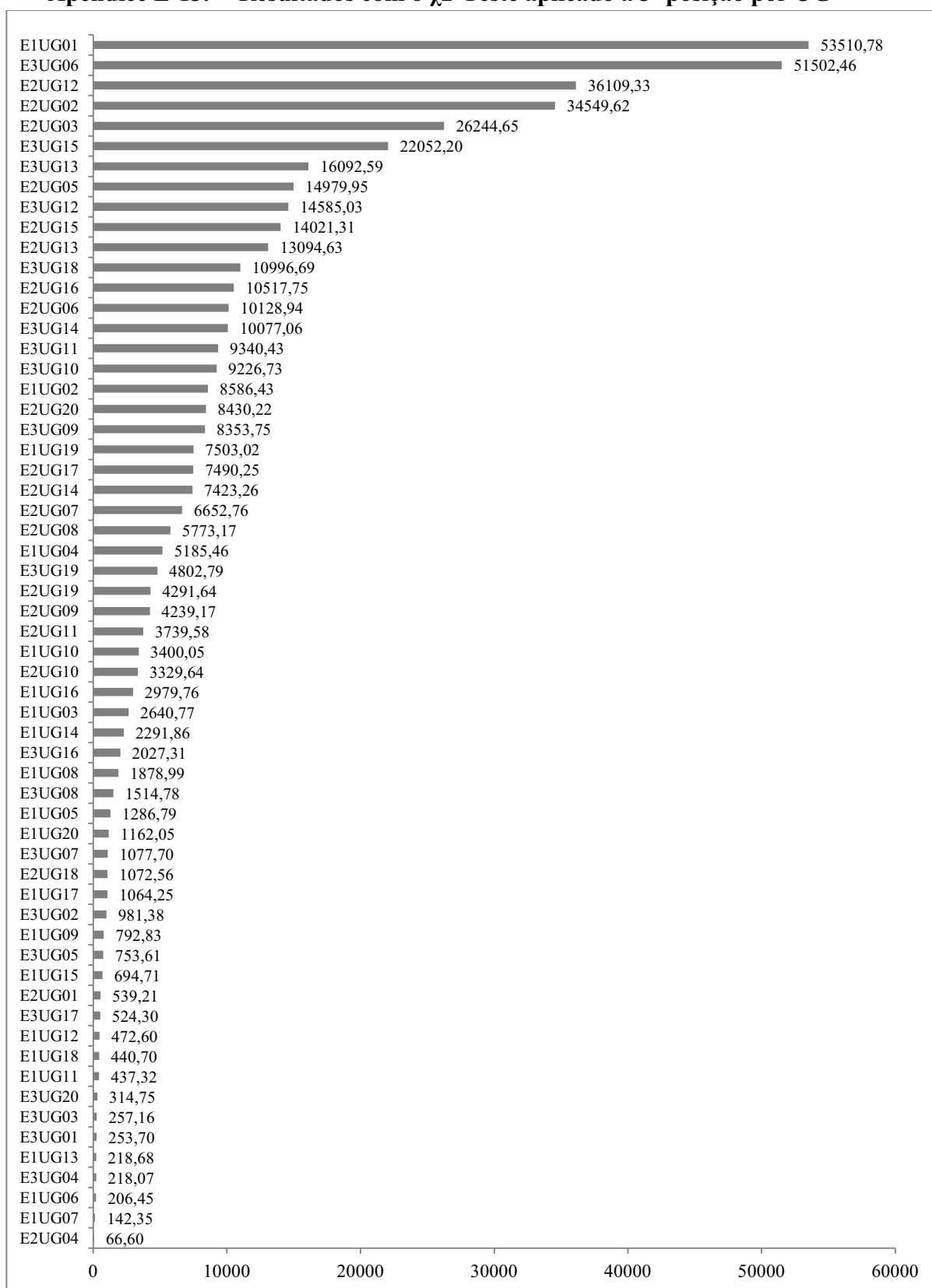


Gráfico 60 – *Ranking* das unidades gestoras para o χ^2 -Teste – 3ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-14. Resultados com o χ^2 -Teste aplicado à 4ª posição por UG

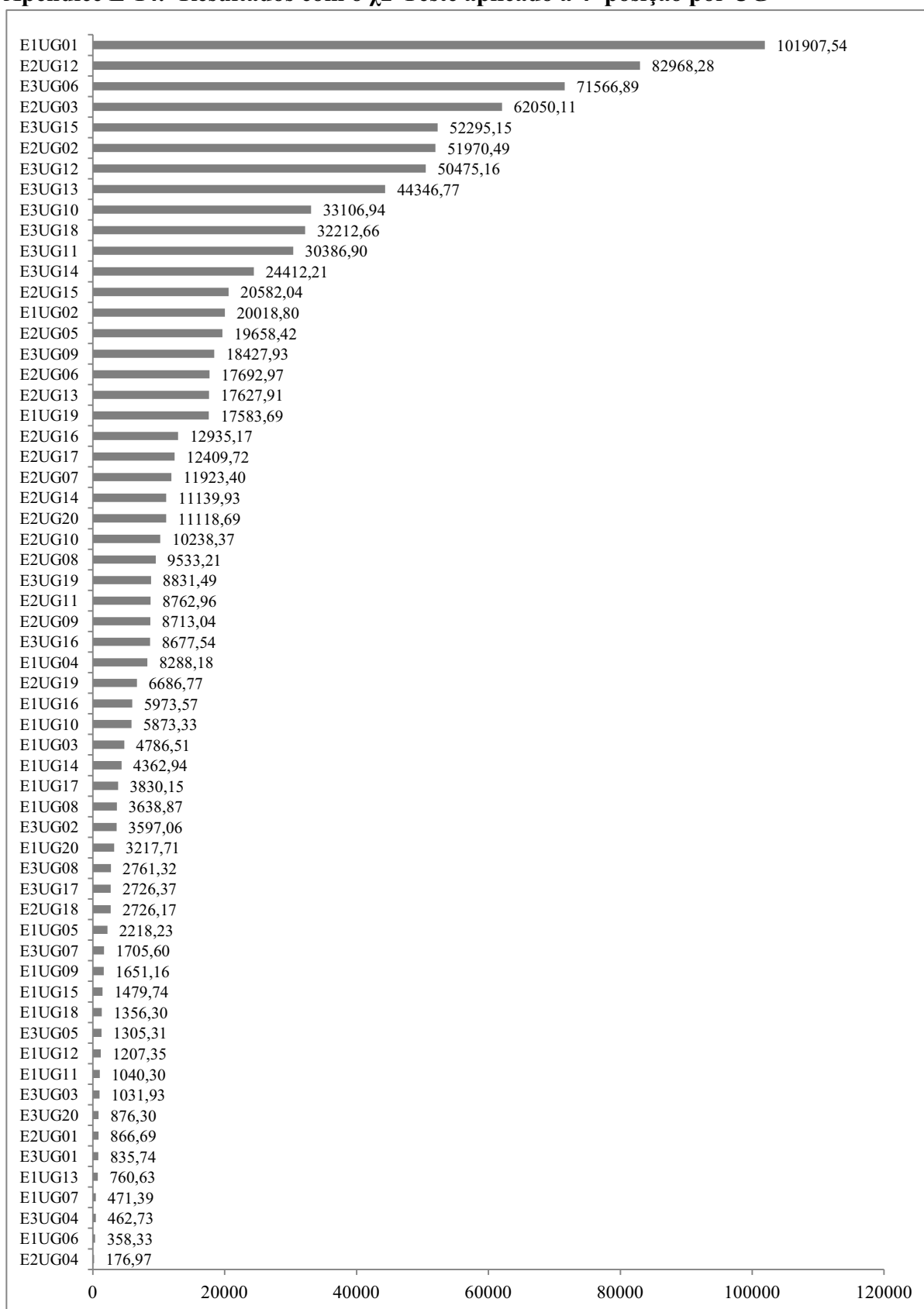


Gráfico 61 – *Ranking* das unidades gestoras para o χ^2 -Teste – 4ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-15. Resultados com o χ^2 -Teste aplicado à 5ª posição por UG

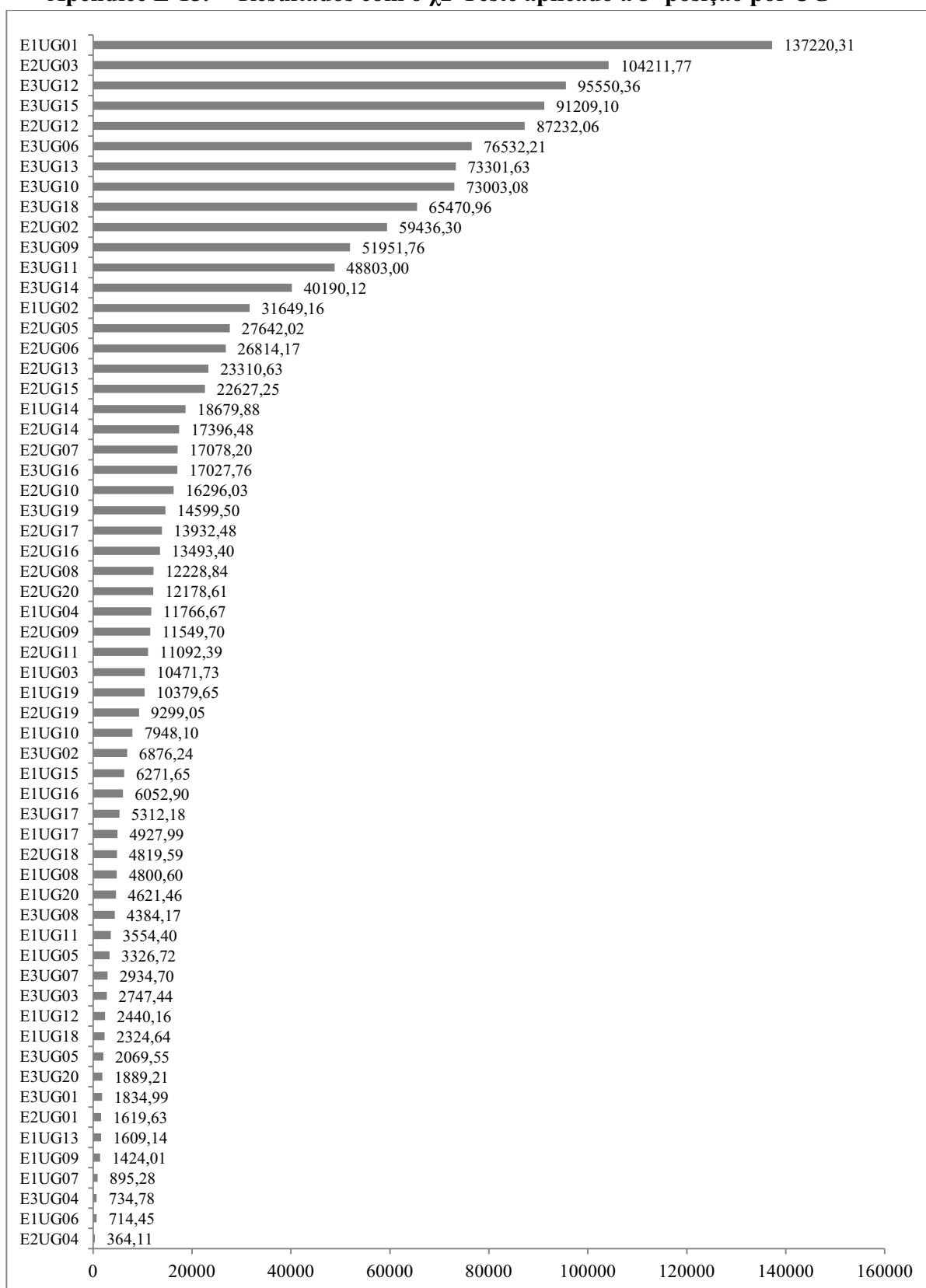


Gráfico 62 – *Ranking* das unidades gestoras para o χ^2 -Teste – 5ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-16. Resultados com o χ^2 -Teste aplicado à 6ª posição por UG

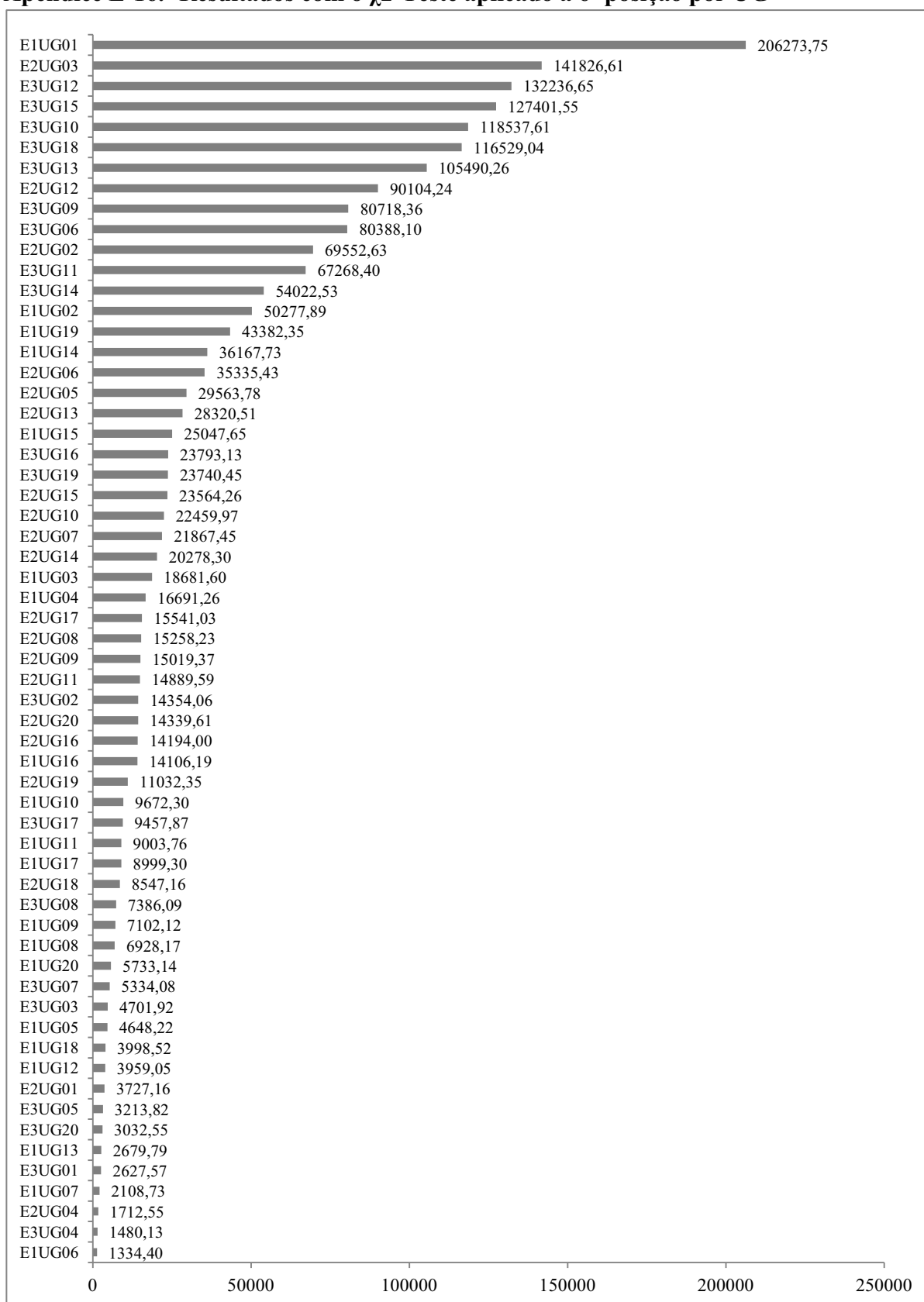


Gráfico 63 – Ranking das unidades gestoras para o χ^2 -Teste – 6ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-17. Resultados com o χ^2 -Teste aplicado à 7ª posição por UG

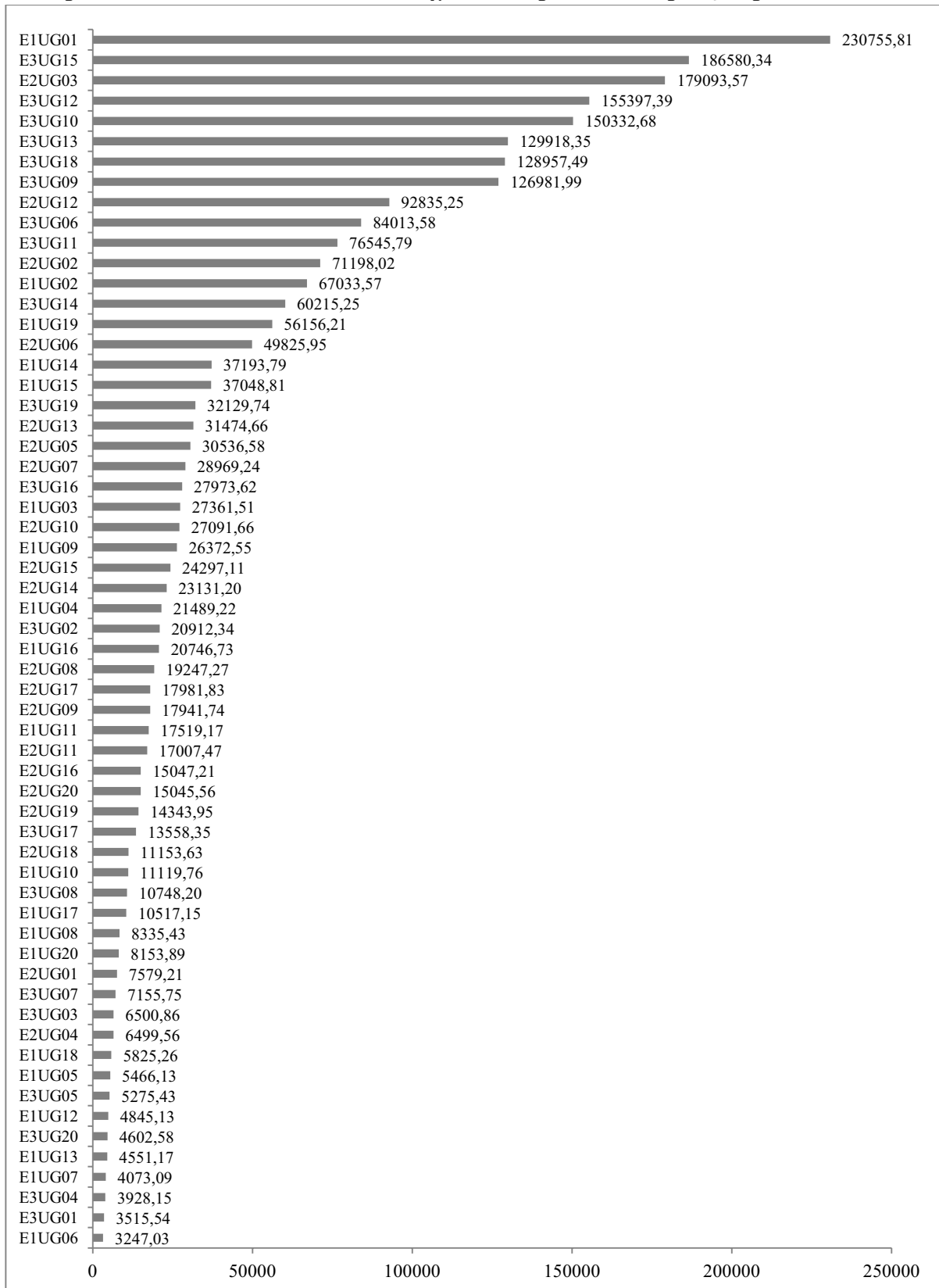


Gráfico 64 – *Ranking* das unidades gestoras para o χ^2 -Teste – 7ª Posição.
 Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-18. Resultados com o χ^2 -Teste aplicado à 8ª posição por UG

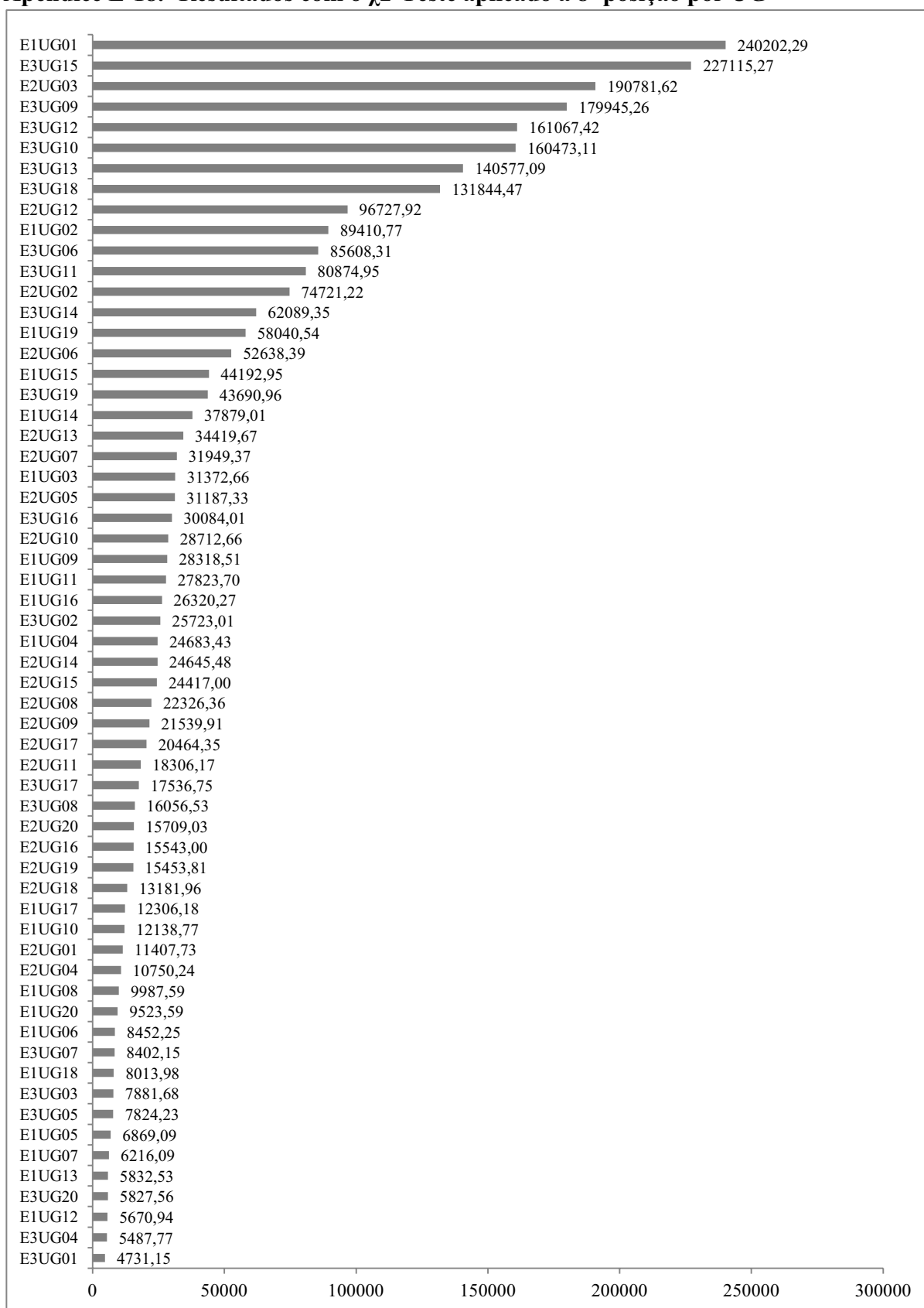


Gráfico 65 – *Ranking* das unidades gestoras para o χ^2 -Teste – 8ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-19. Resultados com o χ^2 -Teste médio da 1ª a 8ª posição por UG

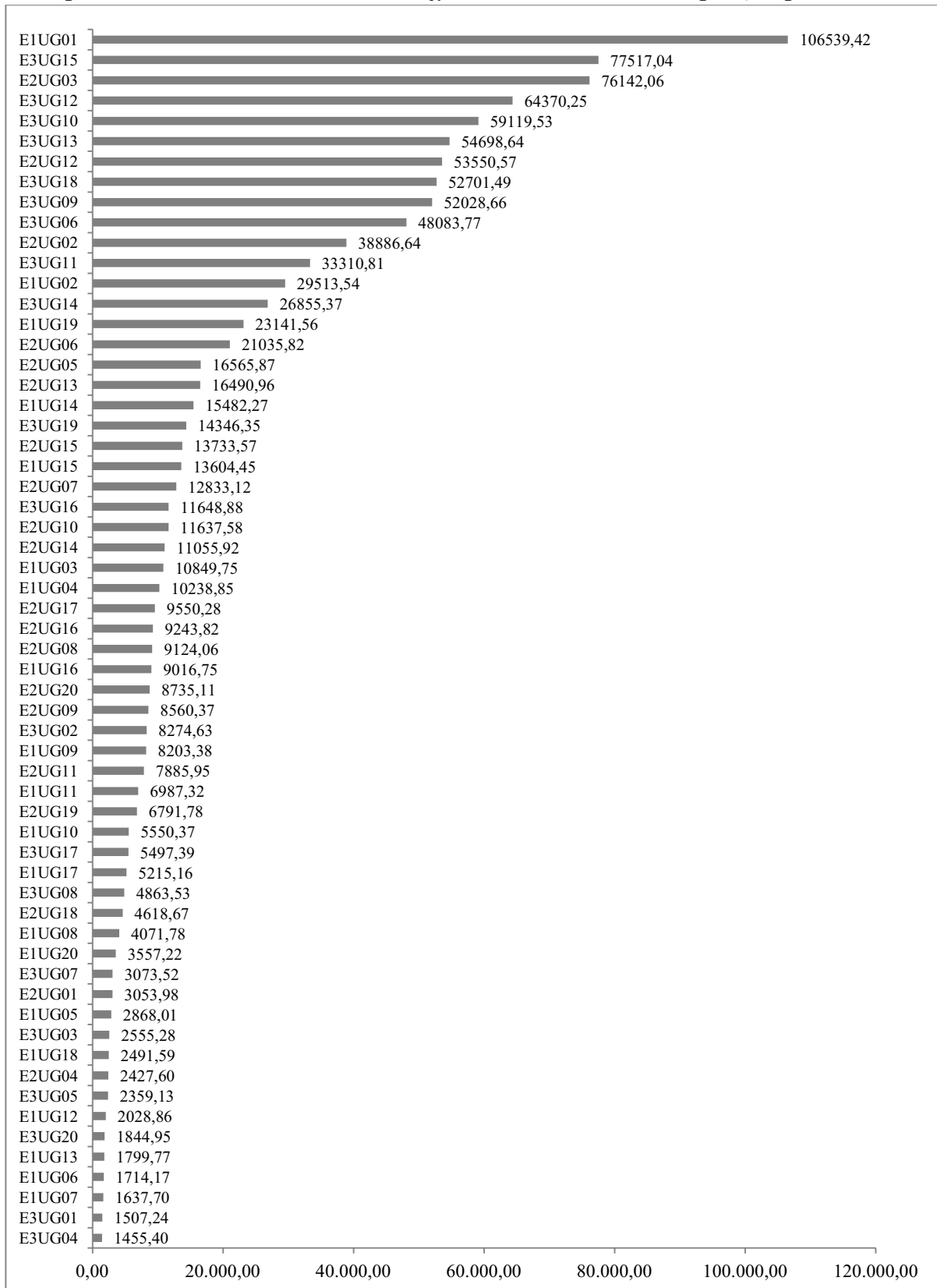


Gráfico 66 – *Ranking* das unidades gestoras para o χ^2 -Teste – Média dos resultados da 1ª a 8ª Posição.
 Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

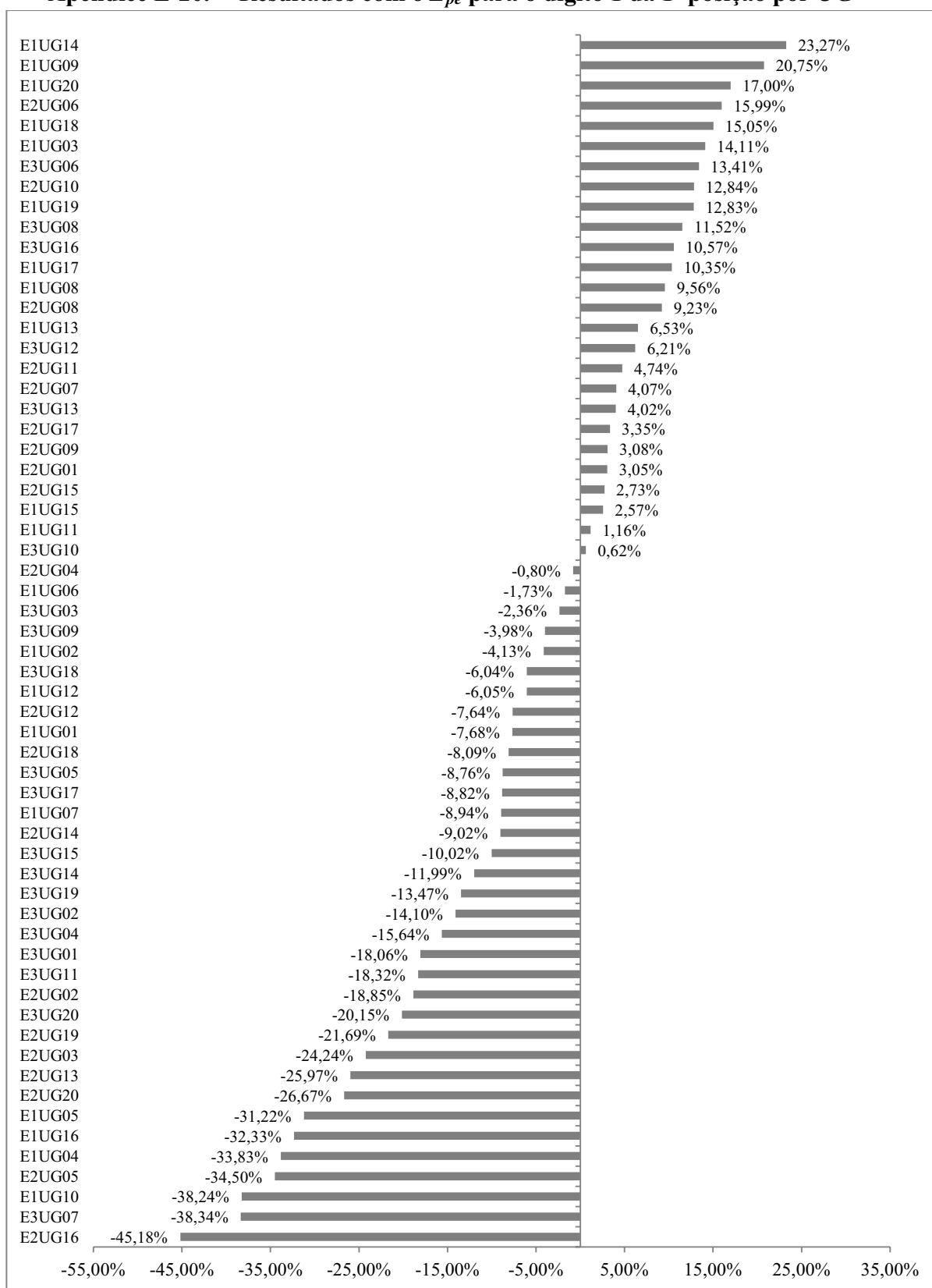
Apêndice E-20. Resultados com o Δ_{pe} para o dígito 1 da 1ª posição por UG


Gráfico 67 – *Ranking* das unidades gestoras para o Δ_{pe} – Dígito 1 da 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-21. Resultados com o Δ_{pe} para o dígito 2 da 1ª posição por UG

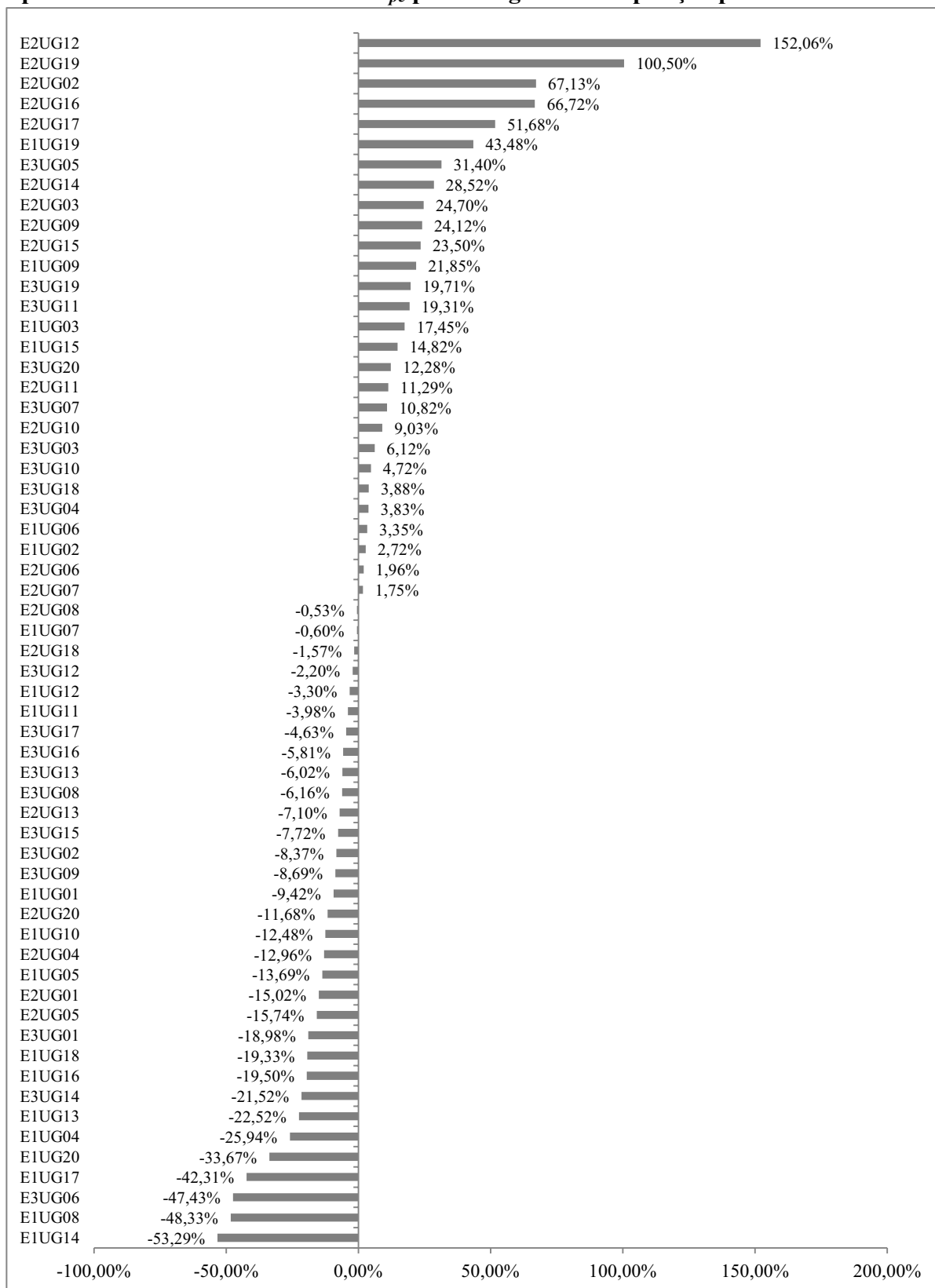


Gráfico 68 – Ranking das unidades gestoras para o Δ_{pe} – Dígito 2 da 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-22. Resultados com o Δ_{pe} para o dígito 3 da 1ª posição por UG

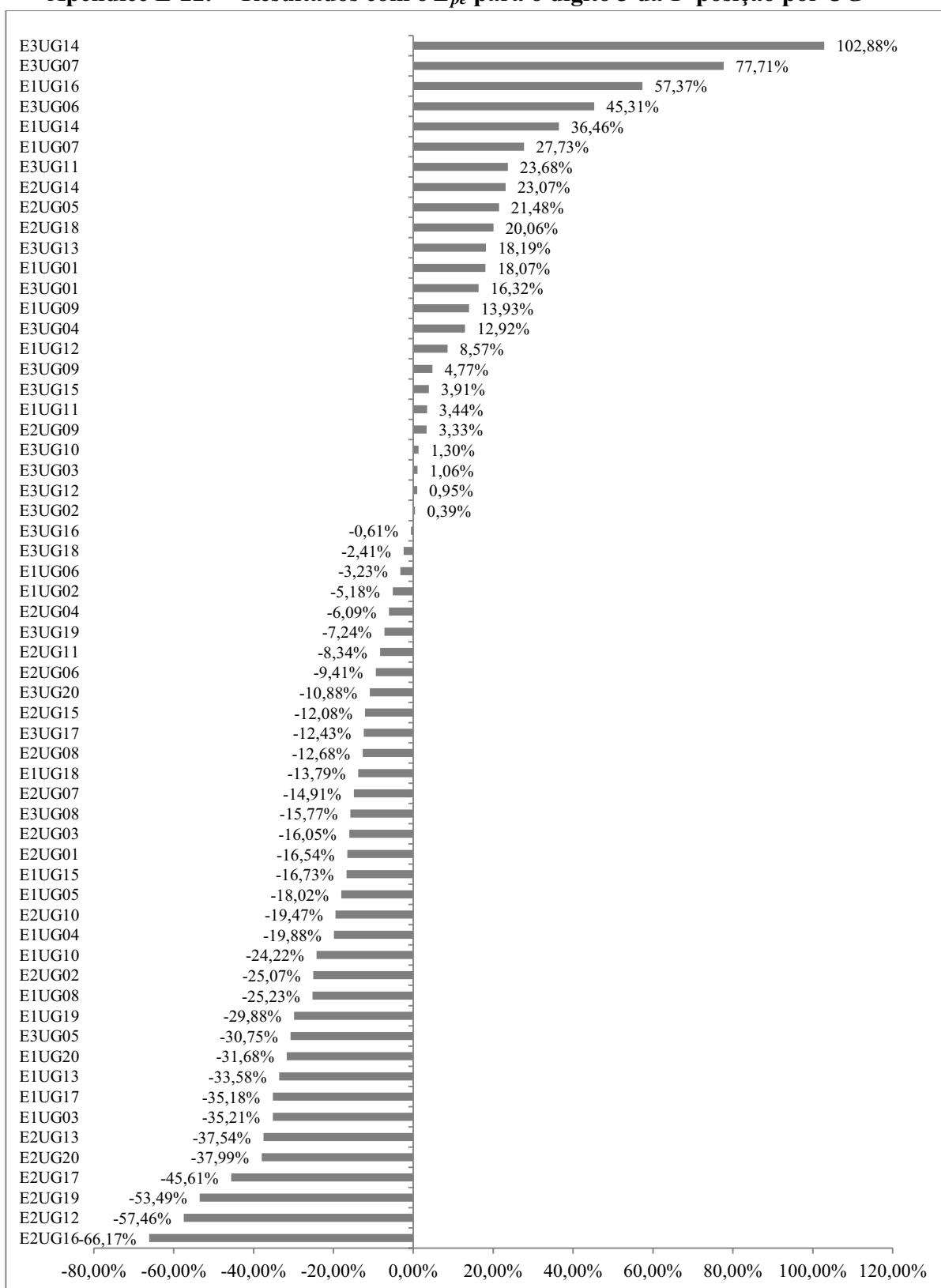


Gráfico 69 – Ranking das unidades gestoras para o Δ_{pe} – Dígito 3 da 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-23. Resultados com o Δ_{pe} para o dígito 4 da 1ª posição por UG

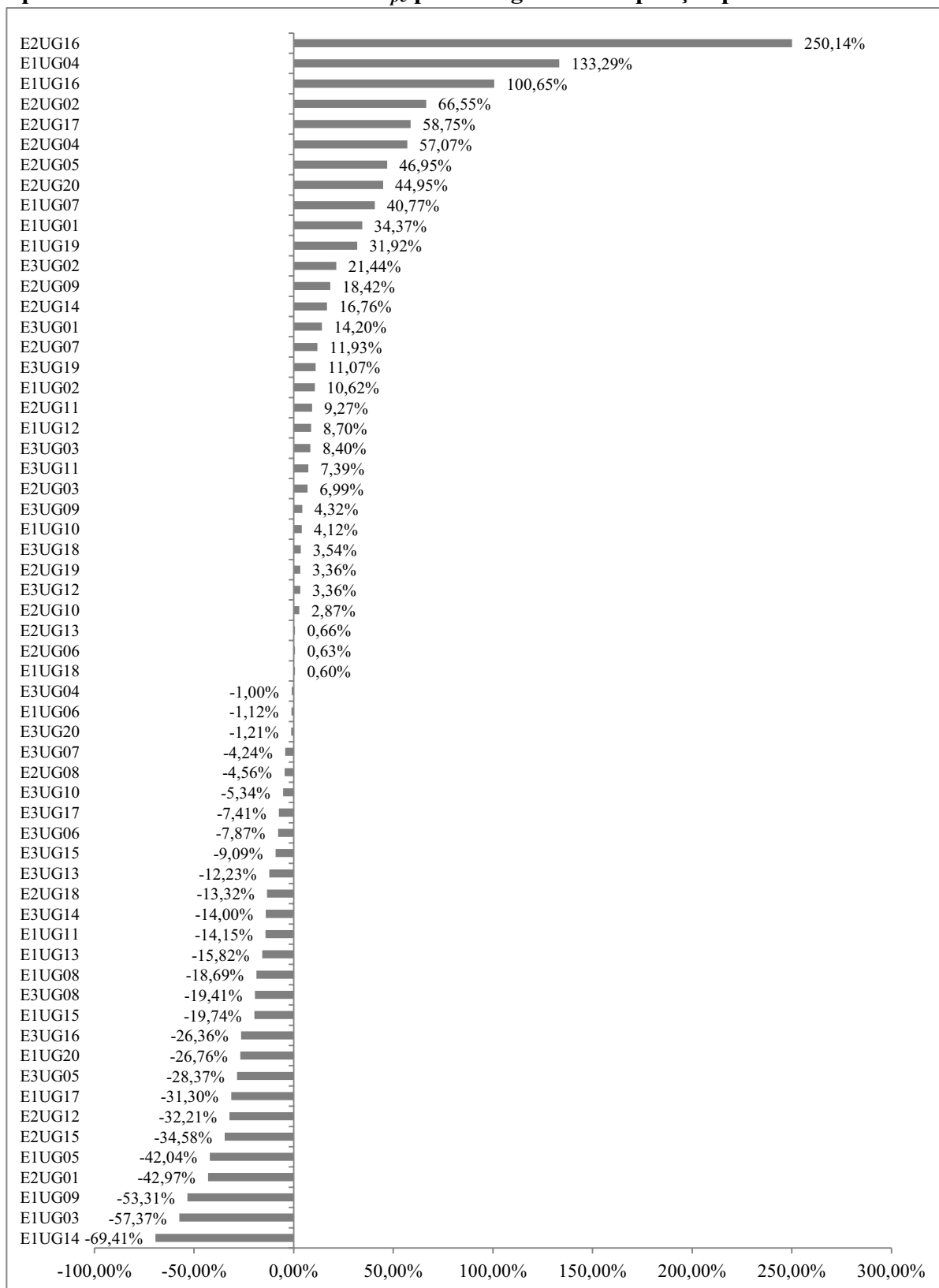


Gráfico 70 – Ranking das unidades gestoras para o Δ_{pe} – Dígito 4 da 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-24. Resultados com o Δ_{pe} para o dígito 5 da 1ª posição por UG

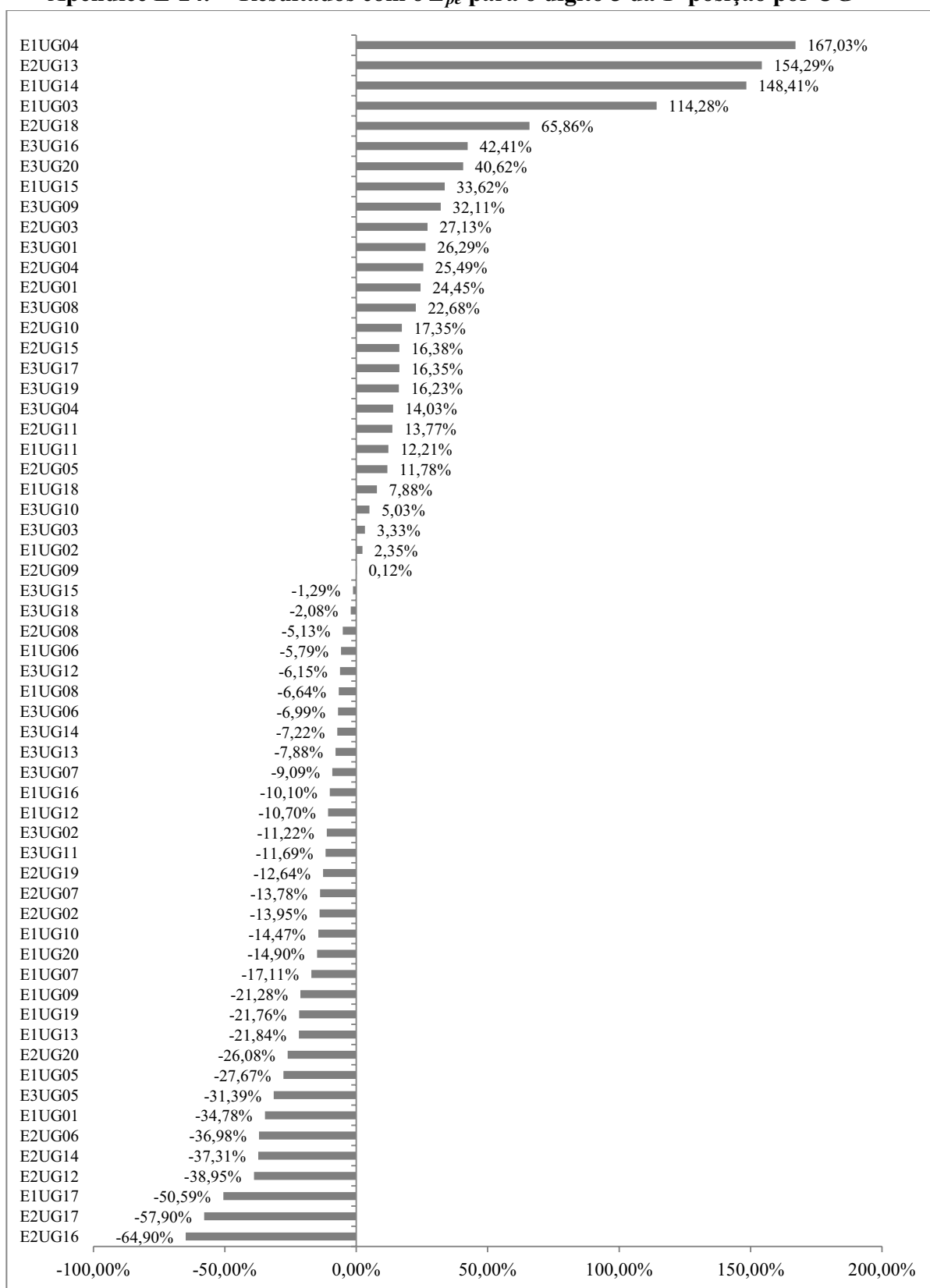


Gráfico 71 – *Ranking* das unidades gestoras para o Δ_{pe} – Dígito 5 da 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-25. Resultados com o Δ_{pe} para o dígito 6 da 1ª posição por UG

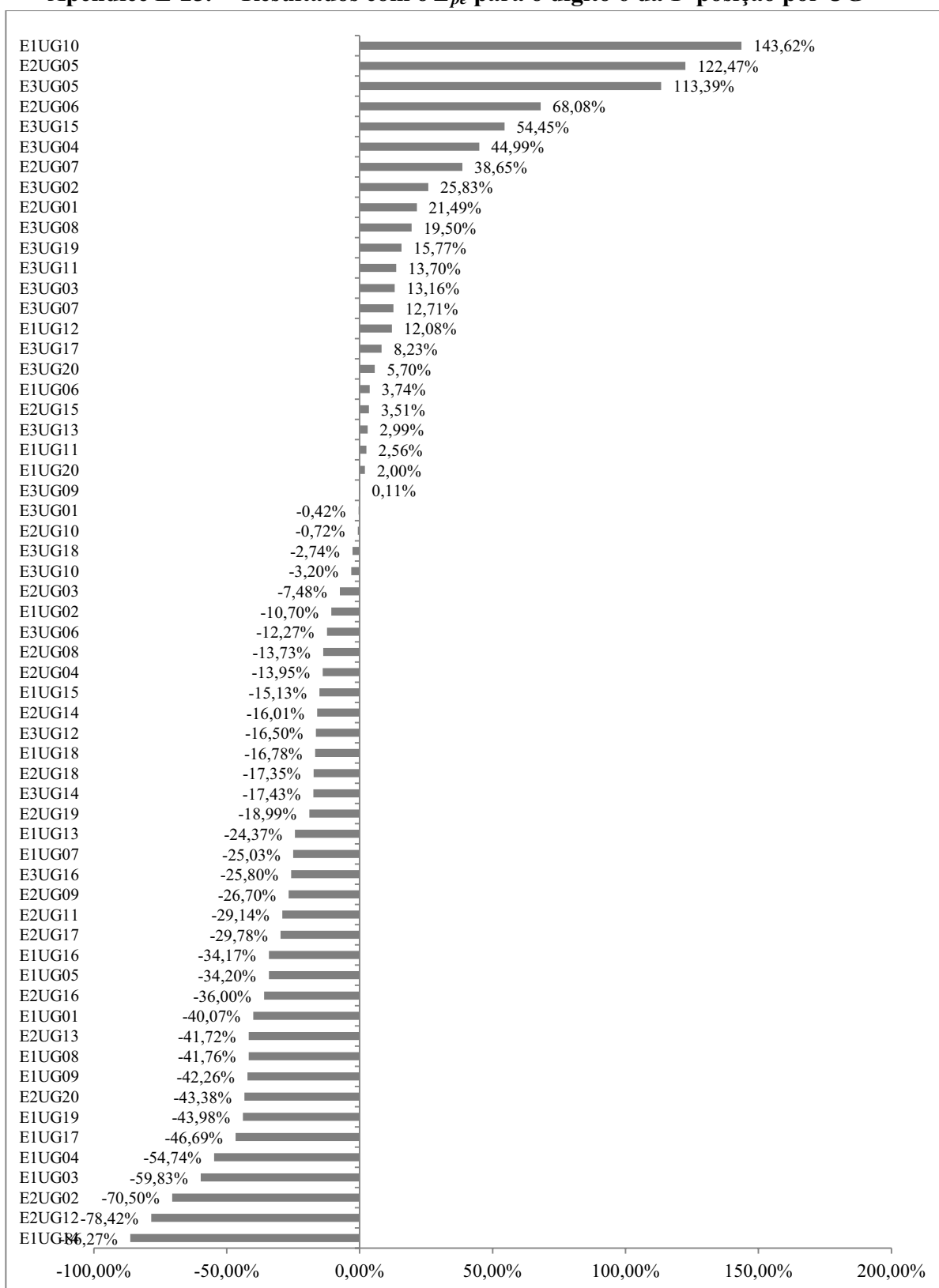


Gráfico 72 – Ranking das unidades gestoras para o Δ_{pe} – Dígito 6 da 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-26. Resultados com o Δ_{pe} para o dígito 7 da 1ª posição por UG

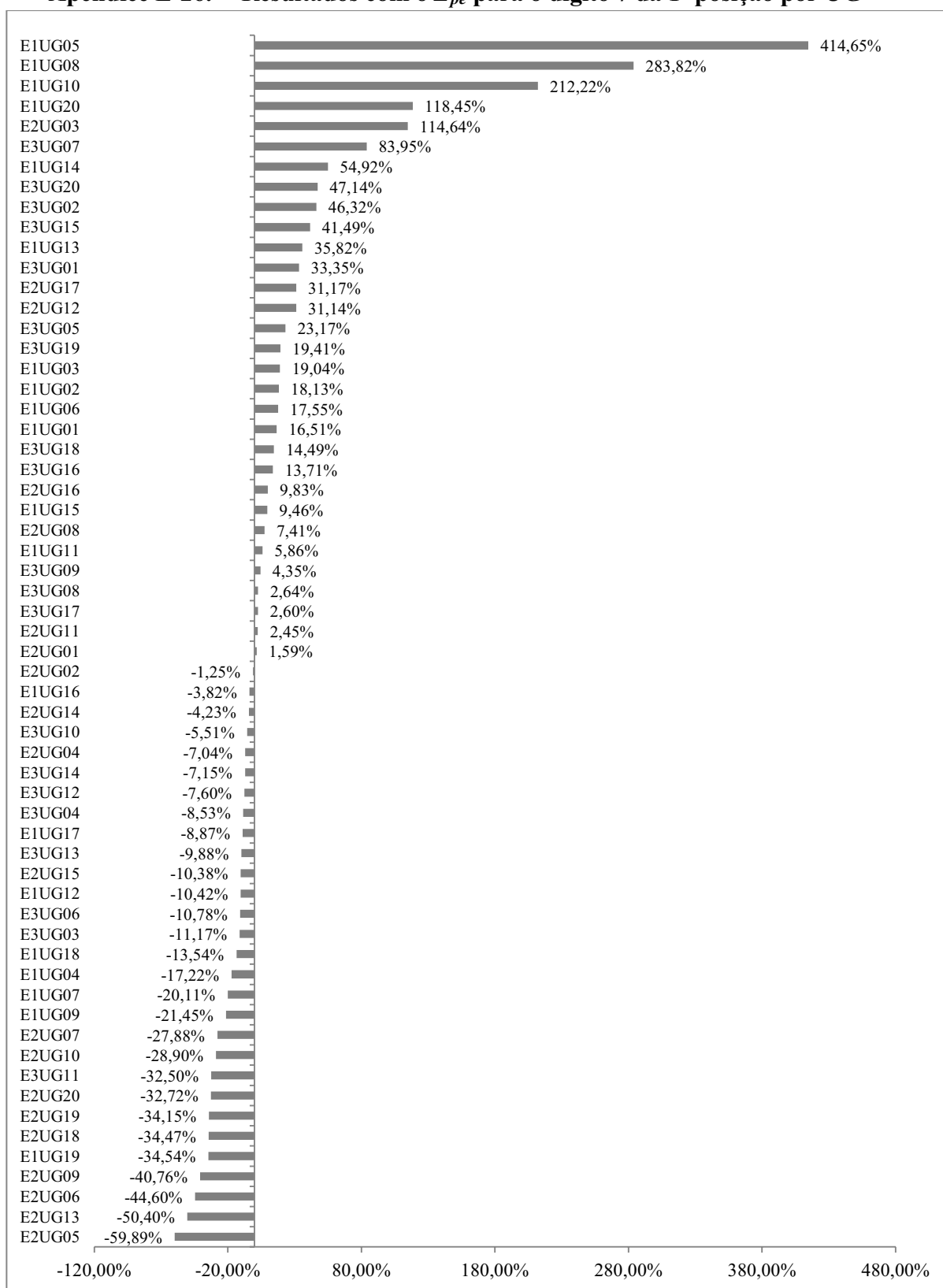


Gráfico 73 – Ranking das unidades gestoras para o Δ_{pe} – Dígito 7 da 1ª Posição.
 Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-27. Resultados com o Δ_{pe} para o dígito 8 da 1ª posição por UG

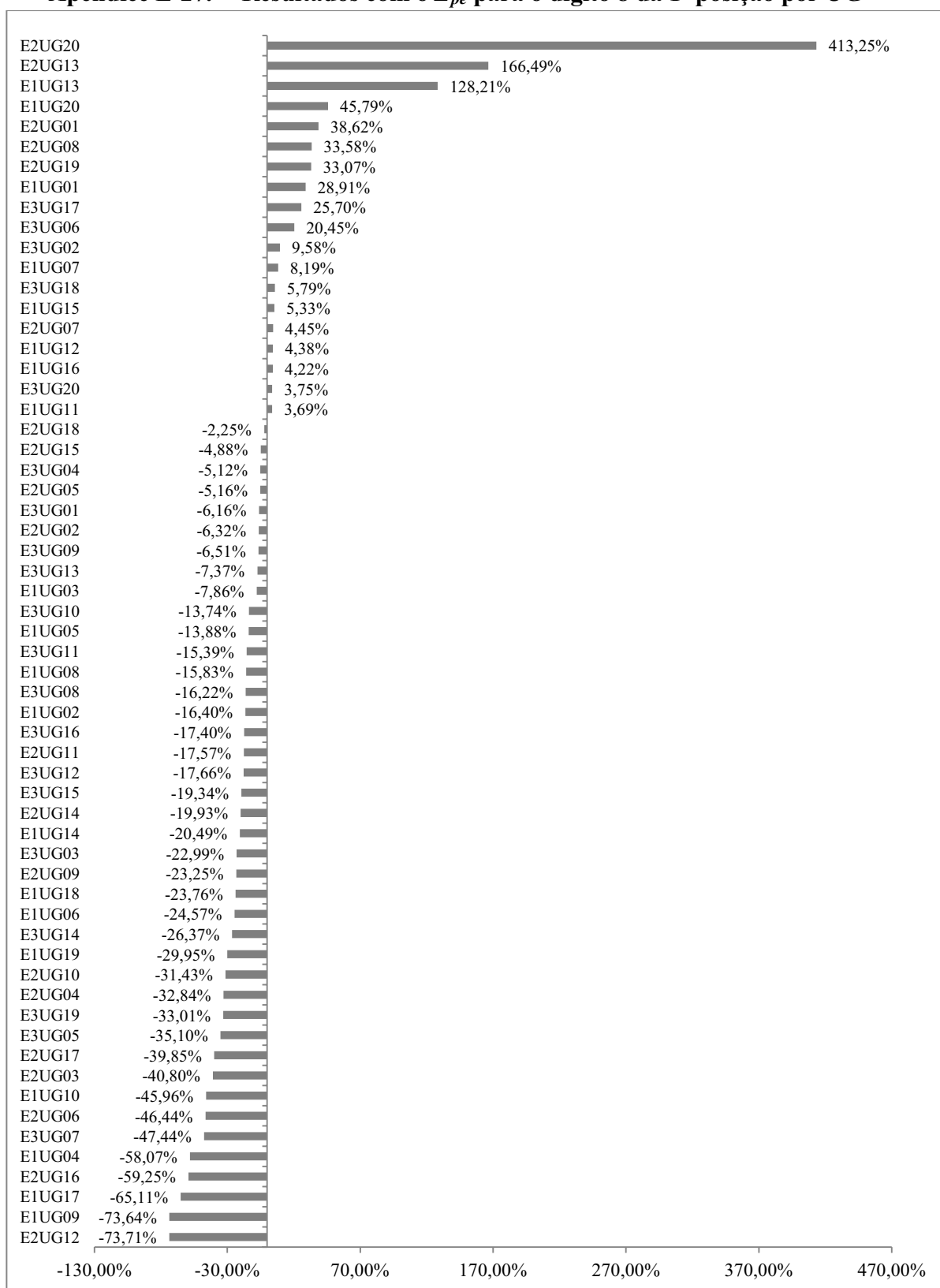


Gráfico 74 – Ranking das unidades gestoras para o Δ_{pe} – Dígito 8 da 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-28. Resultados com o Δ_{pe} para o dígito 9 da 1ª posição por UG

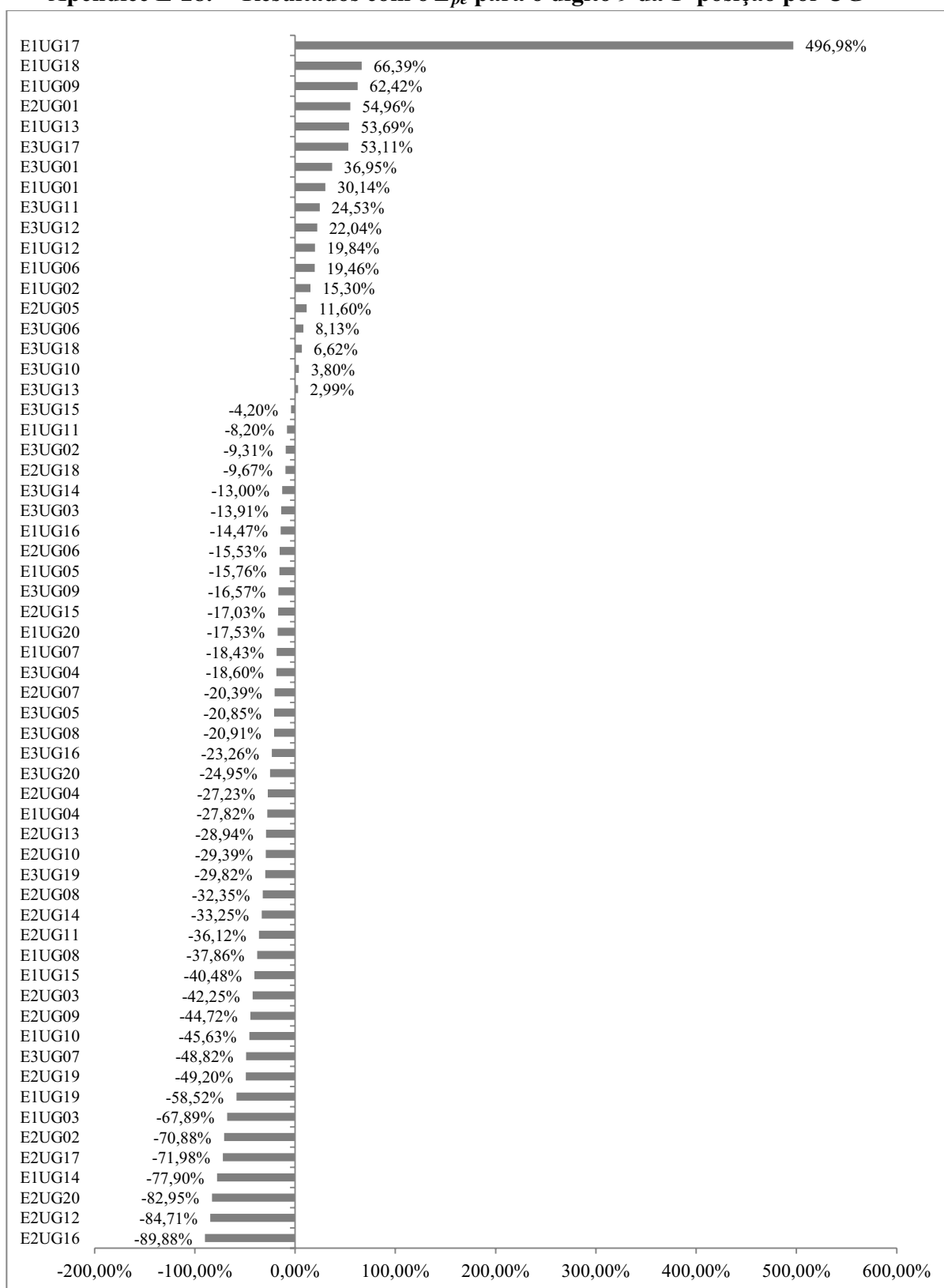


Gráfico 75 – Ranking das unidades gestoras para o Δ_{pe} – Dígito 9 da 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-29. Resultados com o Desvio Absoluto - *DA* por UG

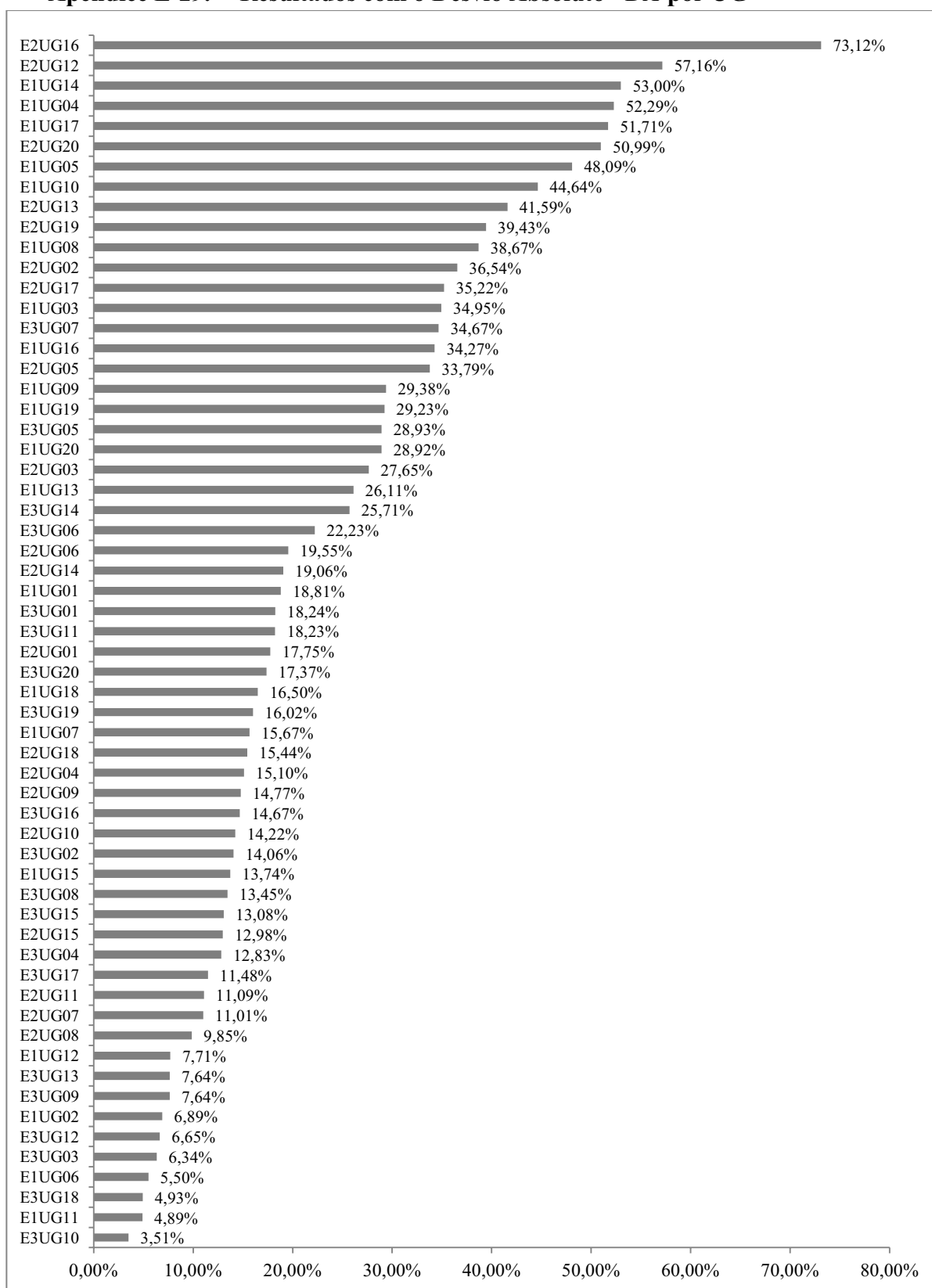


Gráfico 76 – Ranking com os desvios das UG's para o *DA* - 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-30. Resultados com o MAD por UG

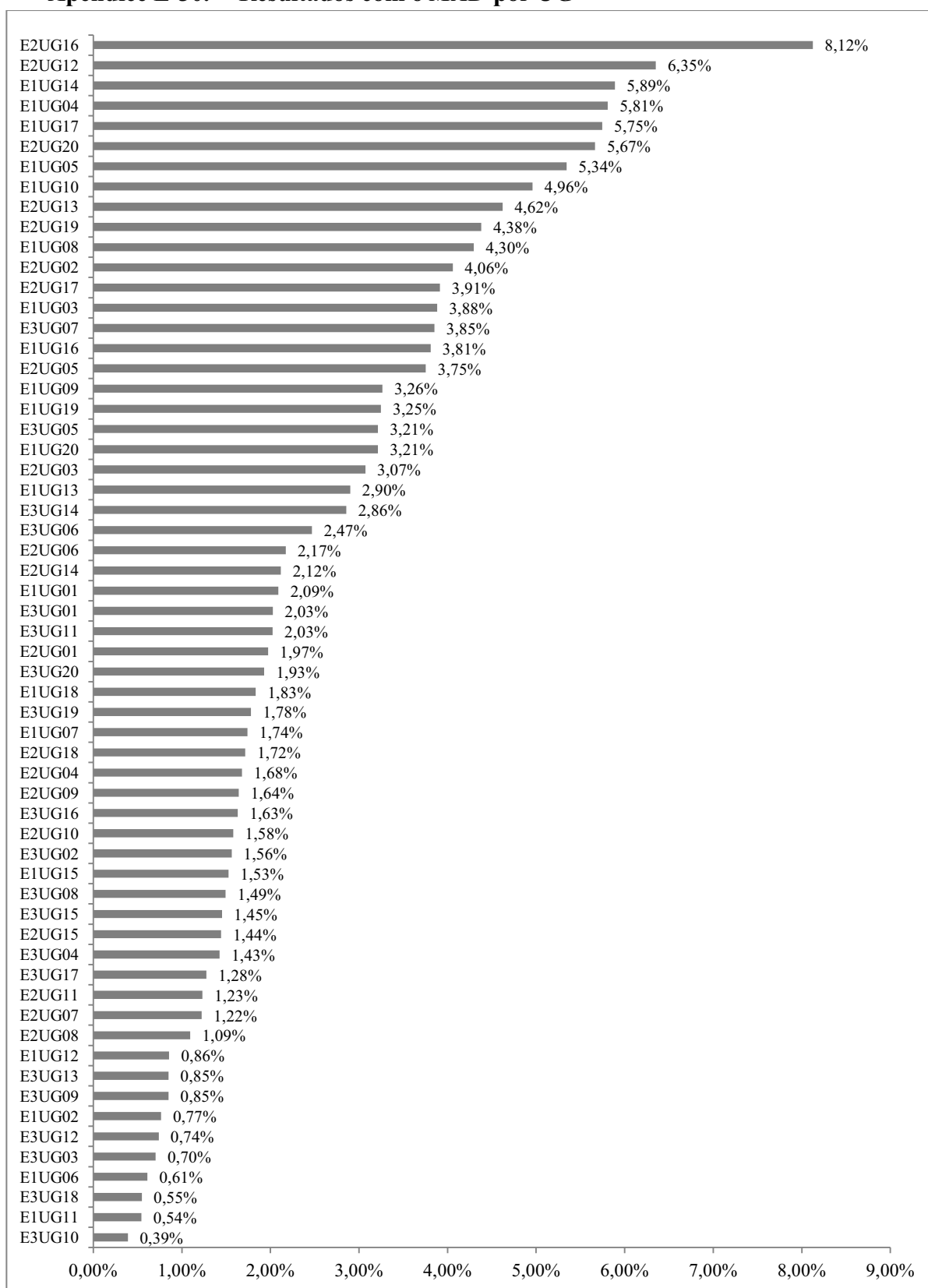


Gráfico 77 – Ranking com os desvios das UG's para o MAD - 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-31. Resultados com o Fator de Distorção - *DF* por UG

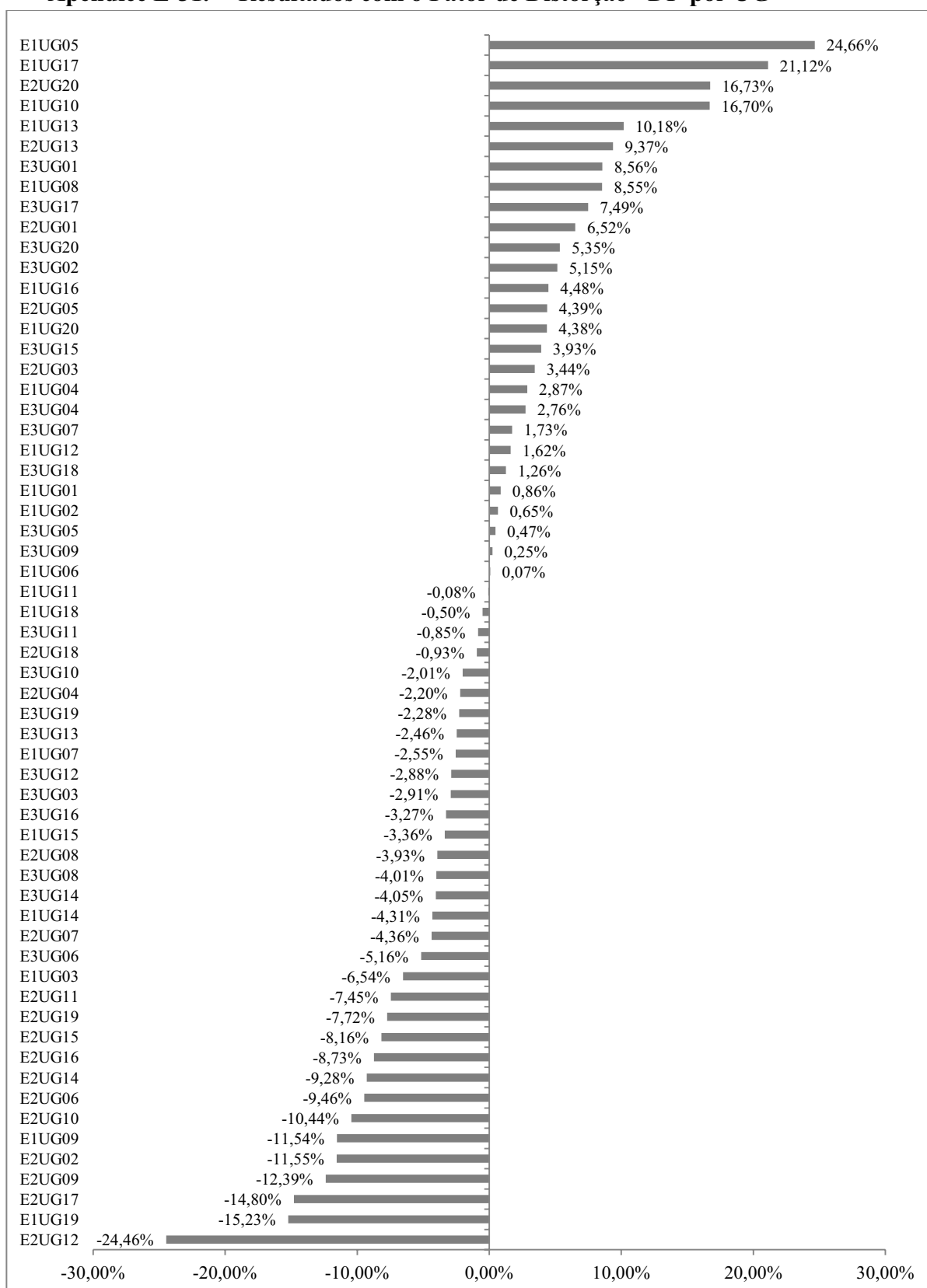


Gráfico 78 – *Ranking* com os desvios das UG's para o *DF*, todas as posições.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-32. Resultados com o Λx -Teste por UG

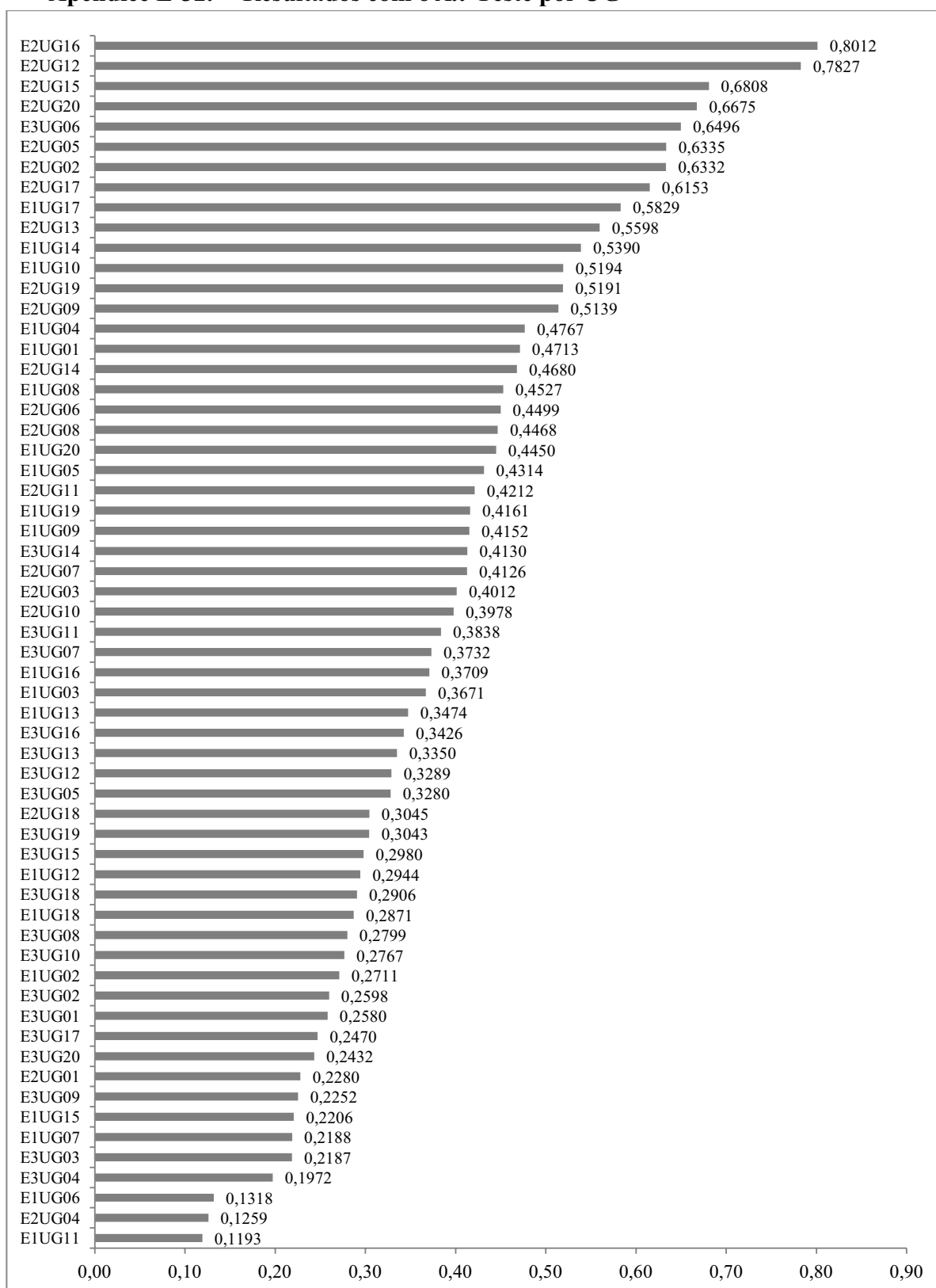


Gráfico 79 – *Ranking* com os desvios das UG's para o Λx -Teste, todas as posições.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-33. Resultados com o DA/2 aplicado à 1ª posição por UG

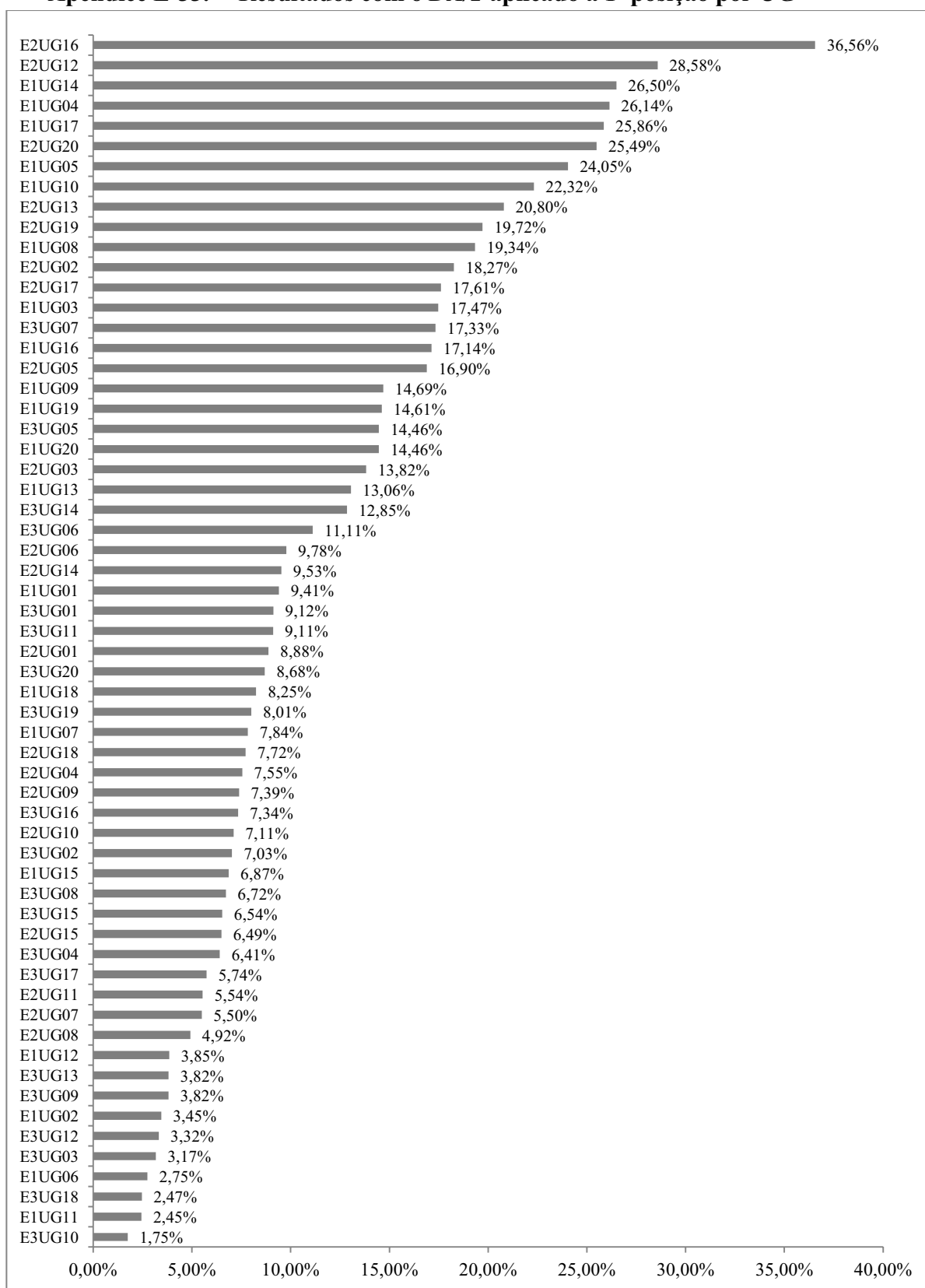


Gráfico 80 – Ranking das unidades gestoras para o DA/2 – 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-34. Resultados com o *DA/2* aplicado à 2ª posição por UG

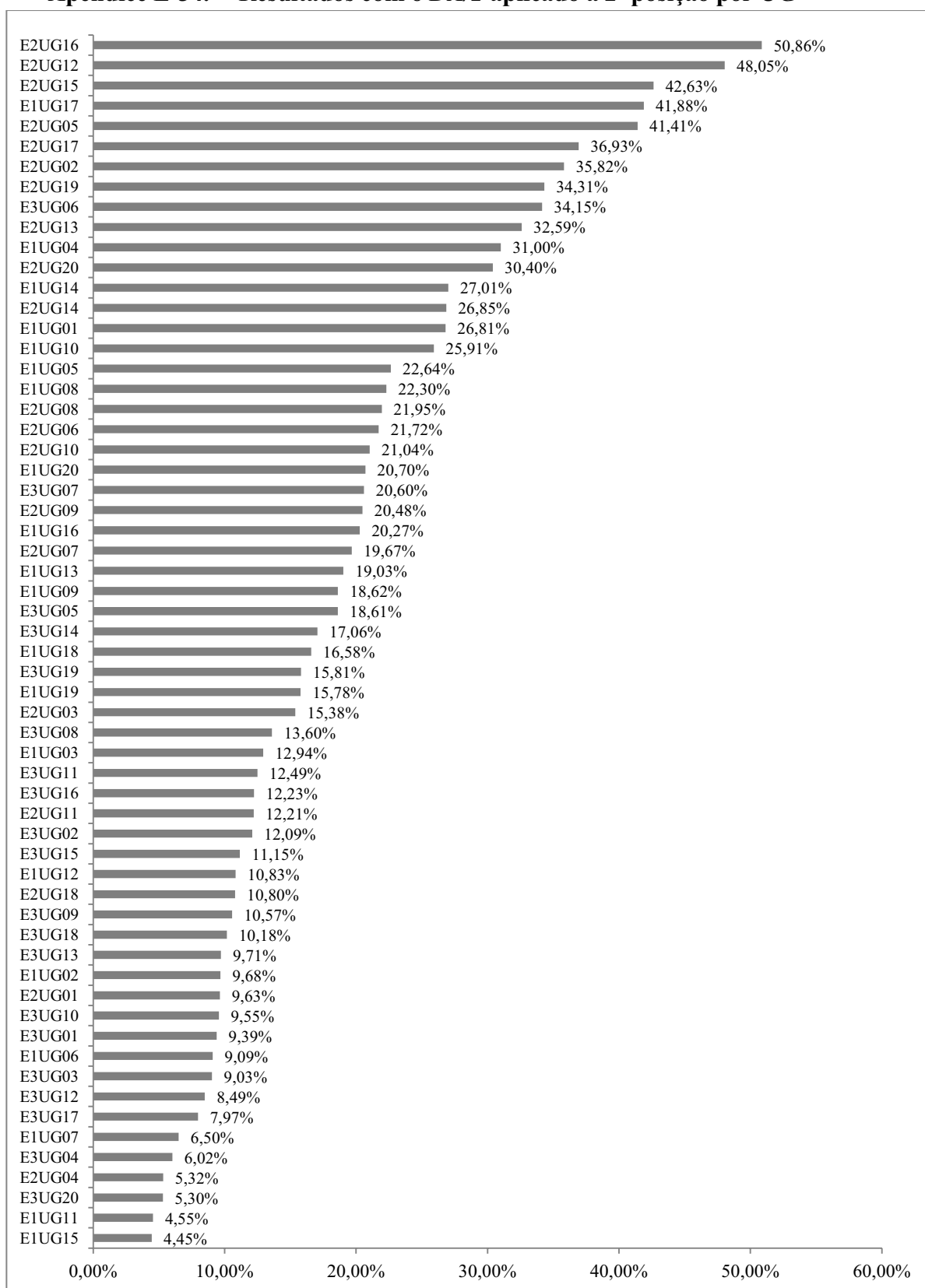


Gráfico 81 – *Ranking* das unidades gestoras para o *DA/2* – 2ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-35. Resultados com o DA/2 aplicado à 3ª posição por UG

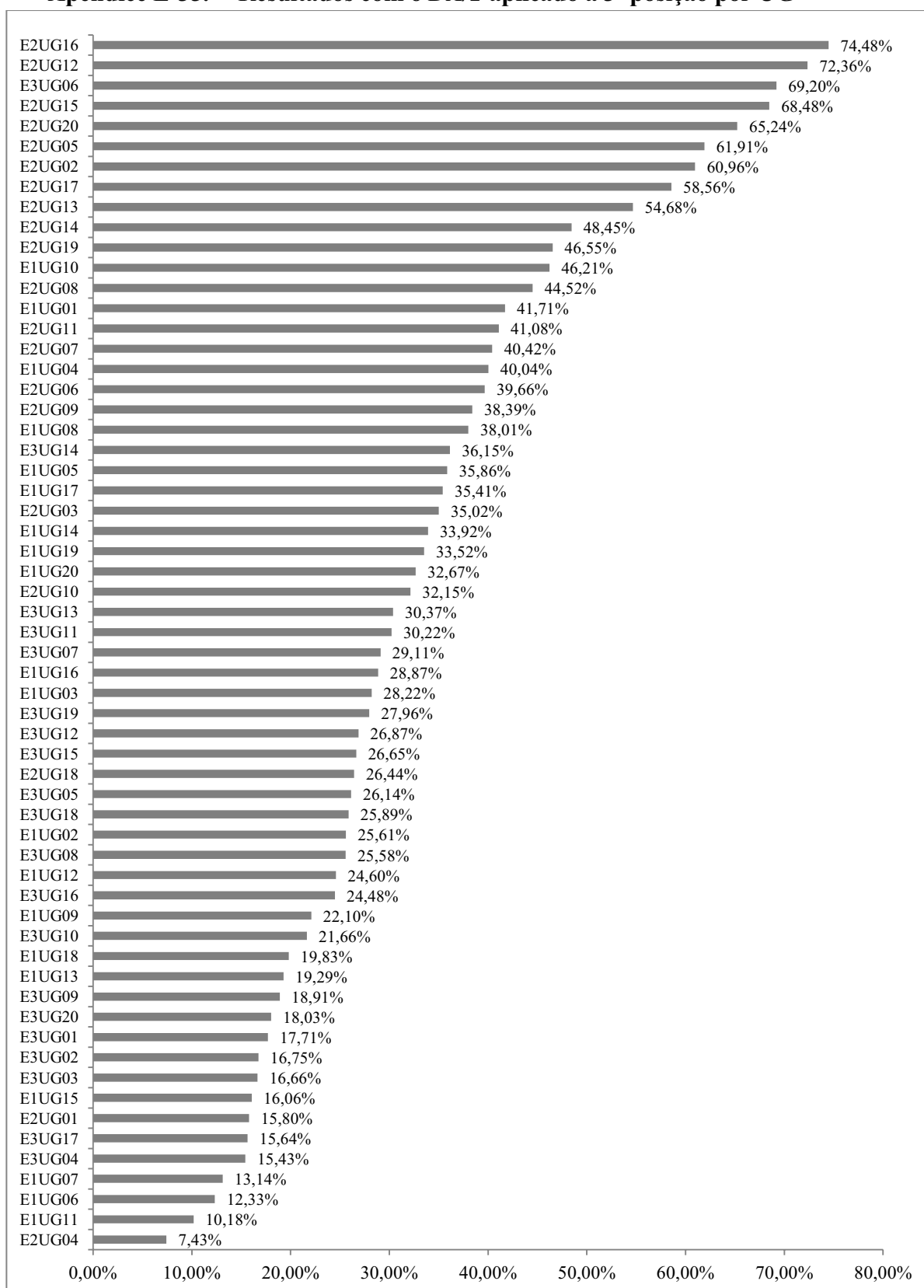


Gráfico 82 – Ranking das unidades gestoras para o DA/2 – 3ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-36. Resultados com o DA/2 aplicado à 4ª posição por UG

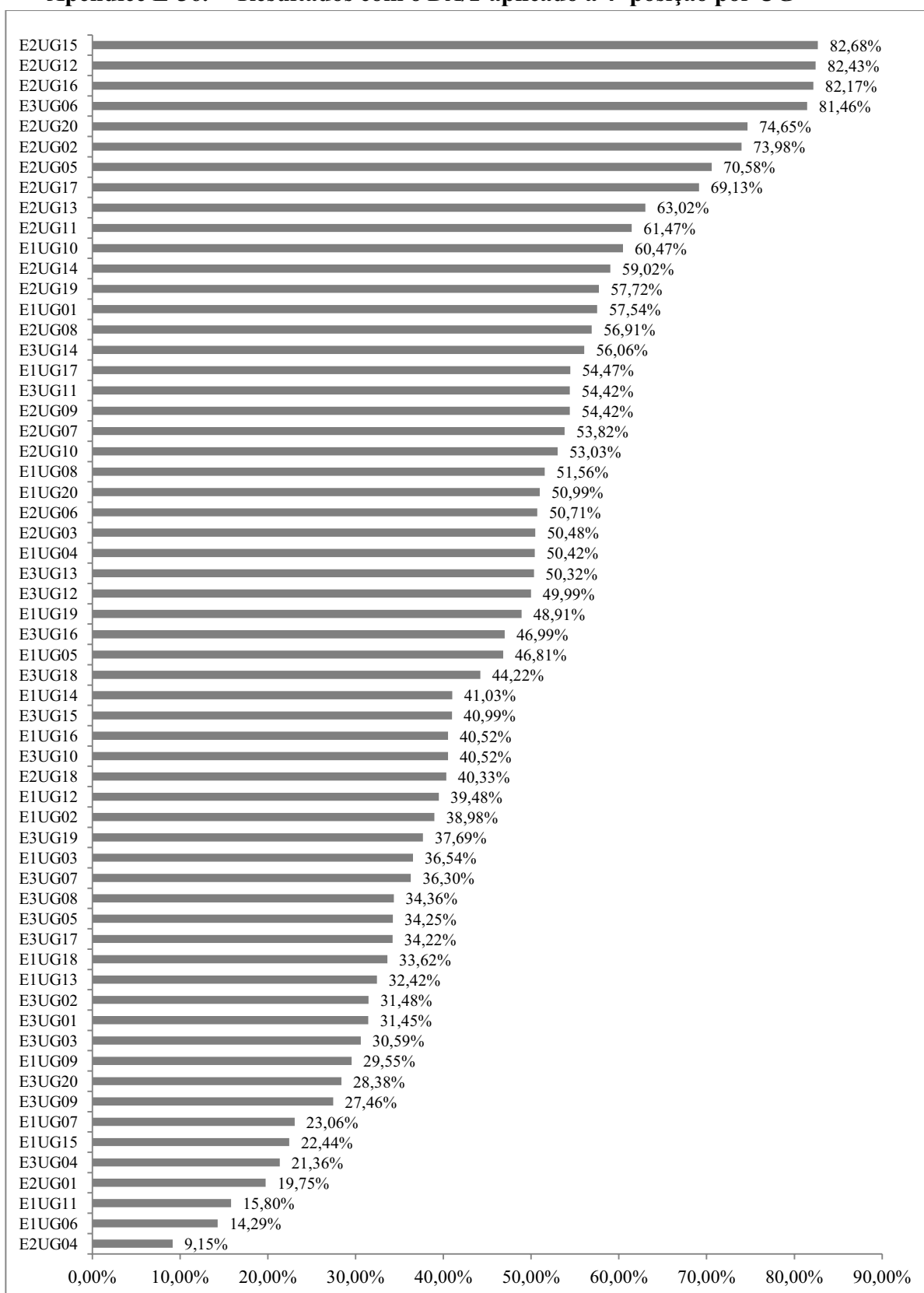


Gráfico 83 – Ranking das unidades gestoras para o DA/2 – 4ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-37. Resultados com o *DA/2* aplicado à 5ª posição por UG

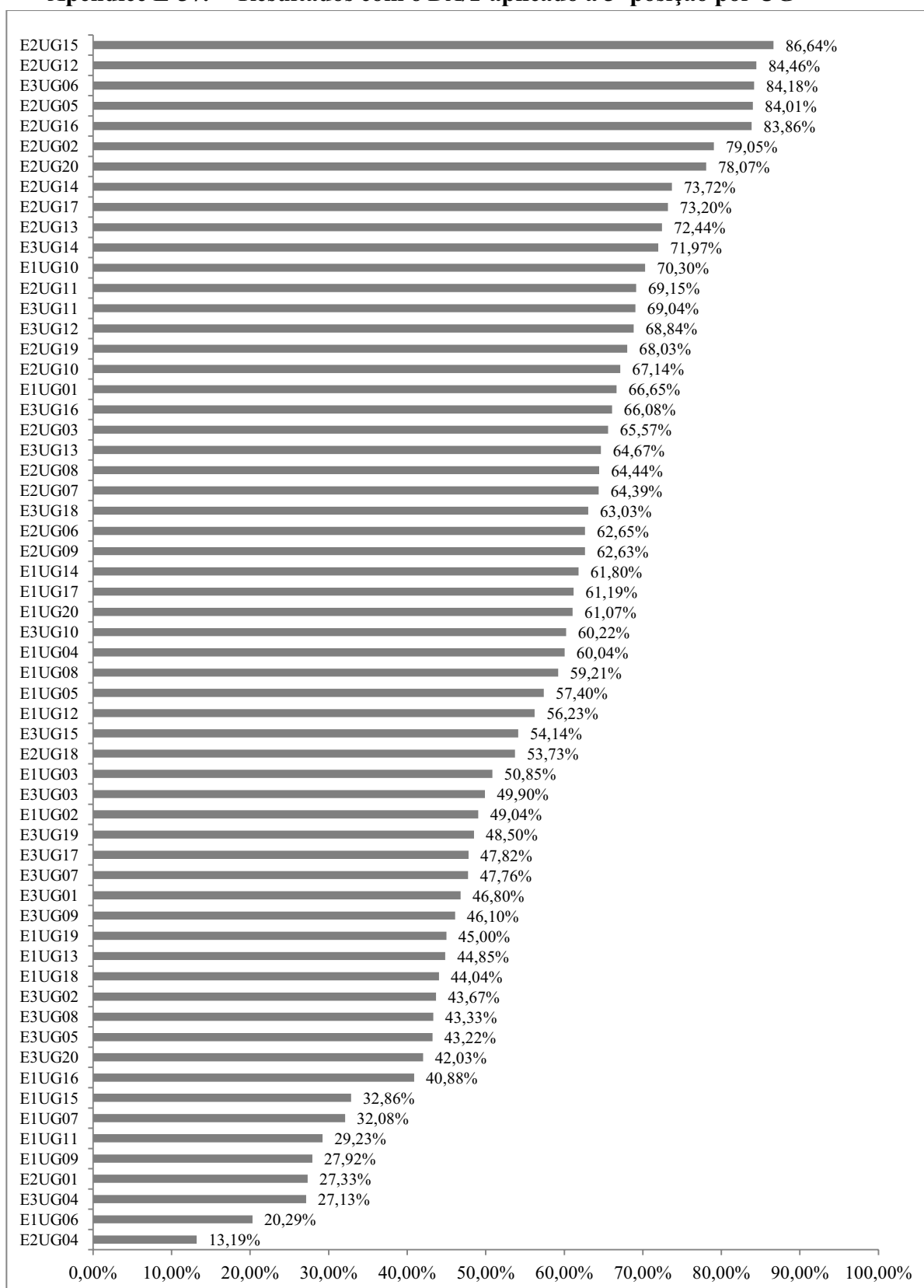


Gráfico 84 – *Ranking* das unidades gestoras para o *DA/2* – 5ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-38. Resultados com o *DA/2* aplicado à 6ª posição por UG

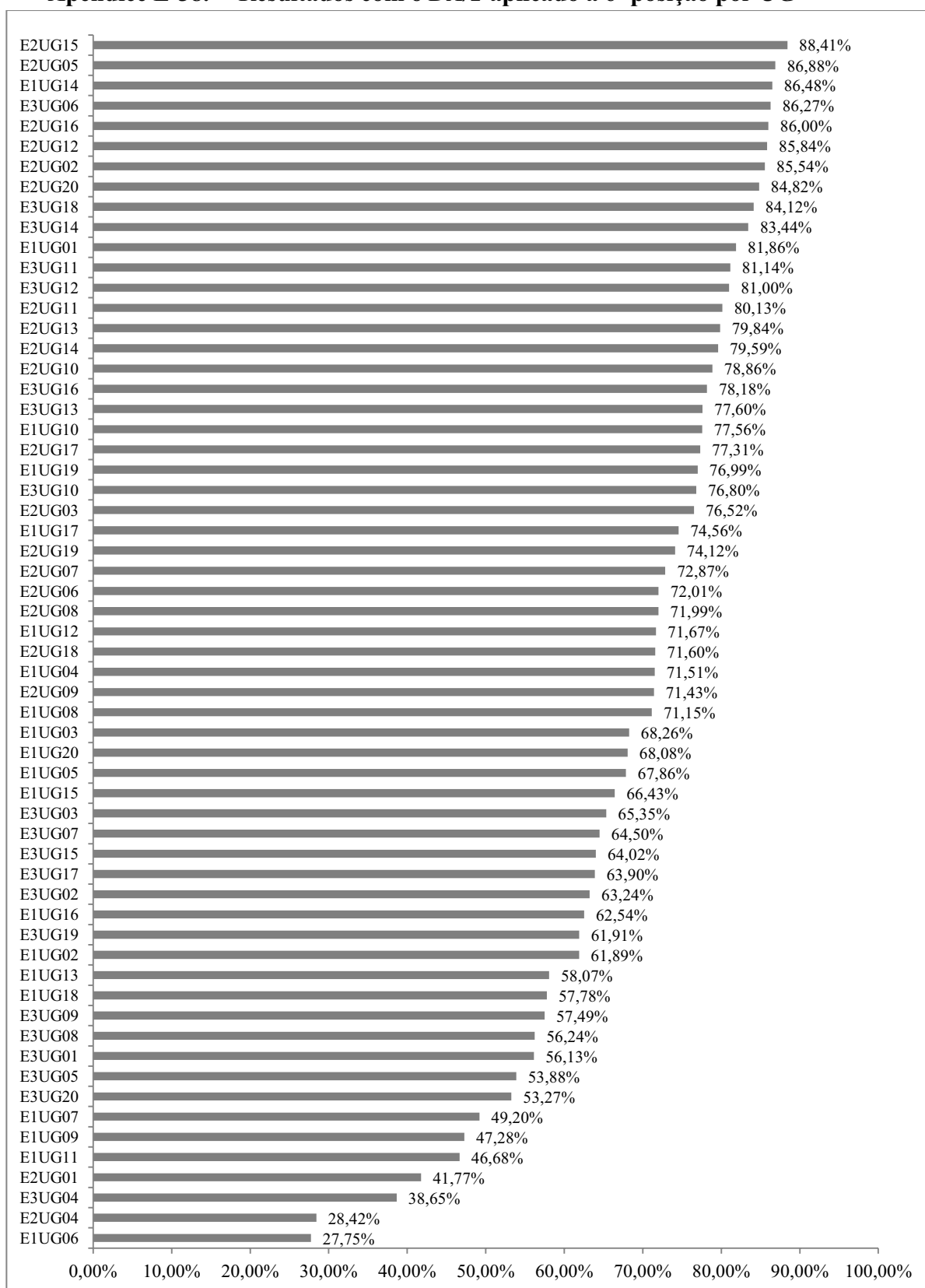


Gráfico 85 – *Ranking* das unidades gestoras para o *DA/2* – 6ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-39. Resultados com o DA/2 aplicado à 7ª posição por UG

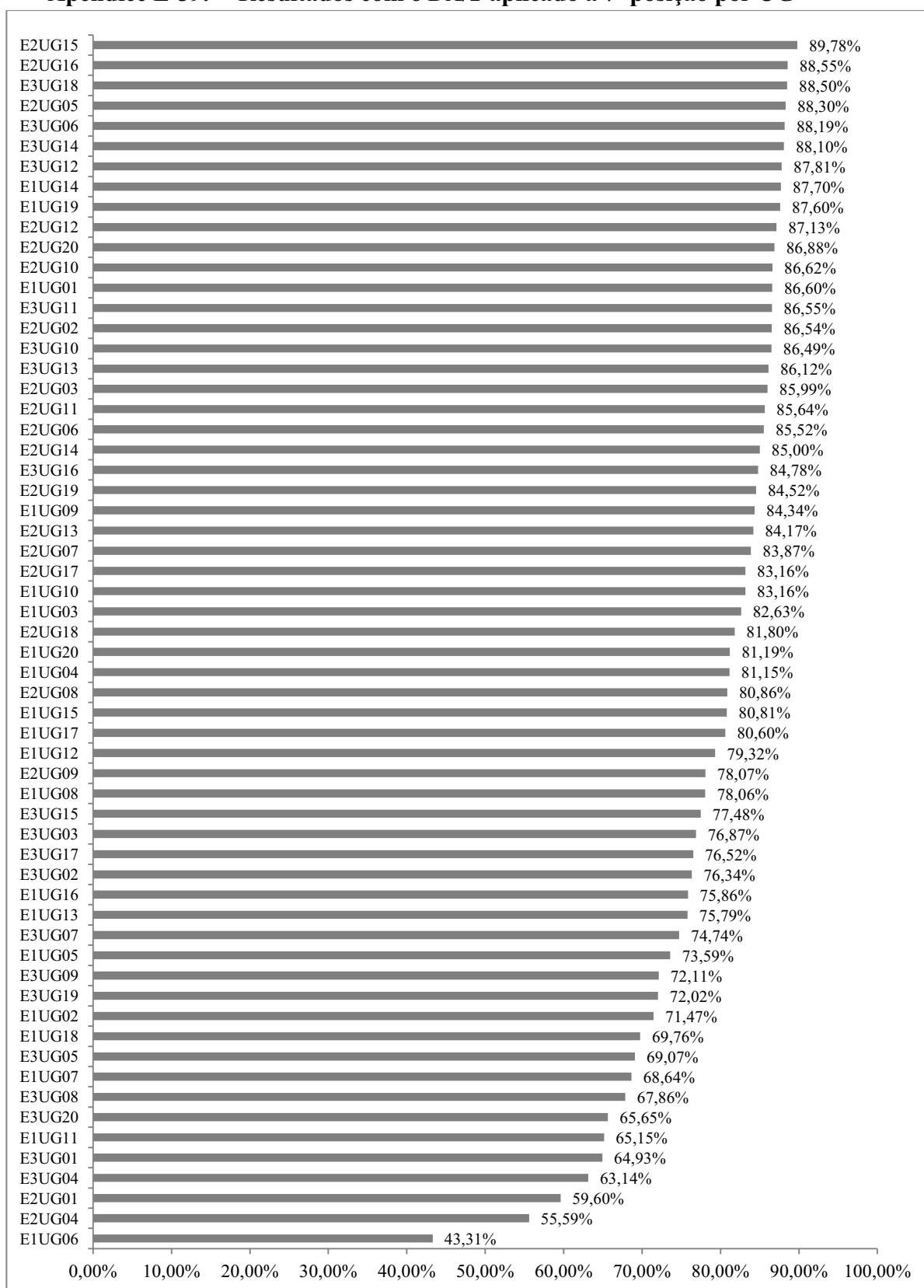


Gráfico 86 – *Ranking* das unidades gestoras para o DA/2 – 7ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-40. Resultados com o *DA/2* aplicado à 8ª posição por UG

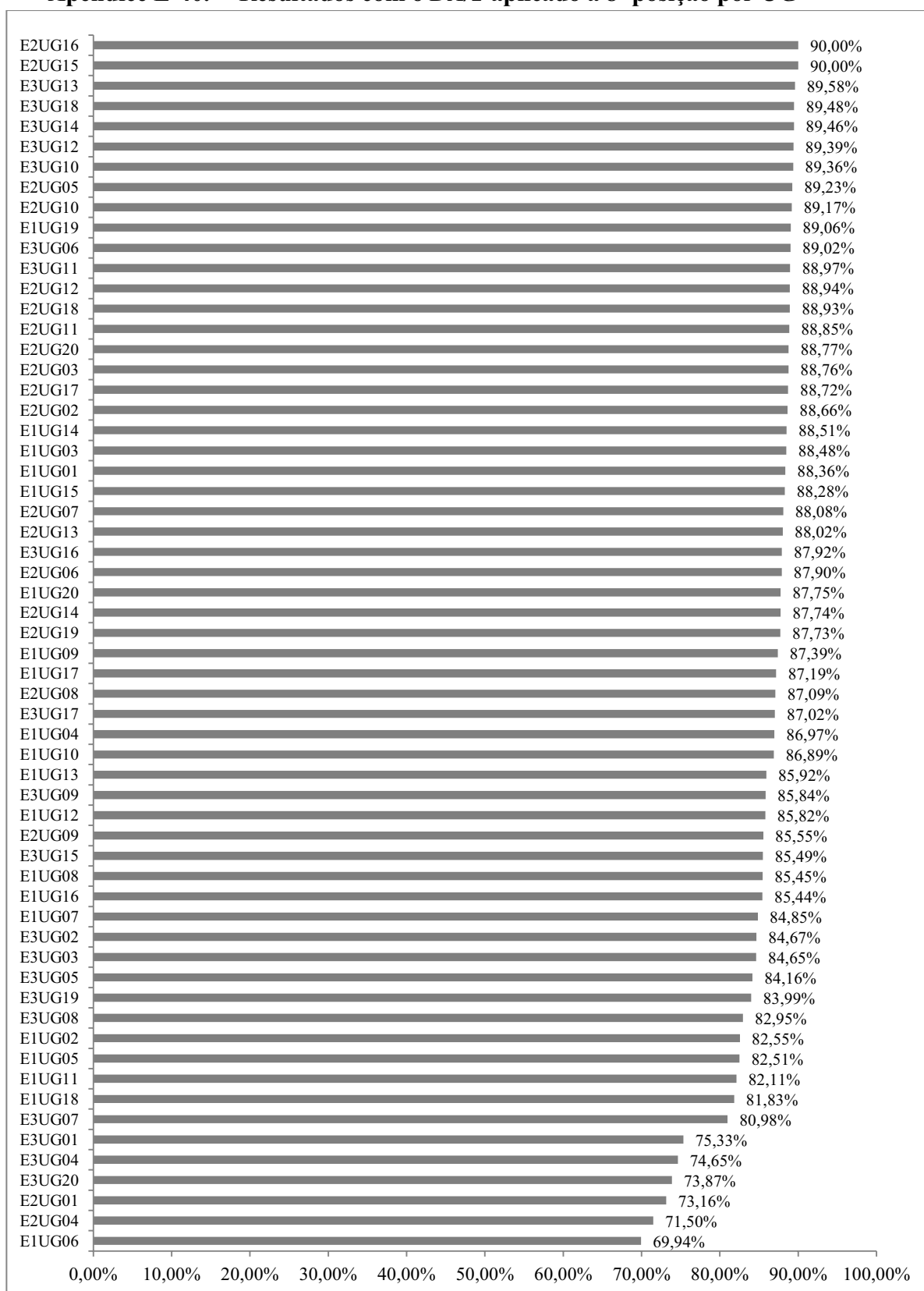


Gráfico 87 – *Ranking* das unidades gestoras para o *DA/2* – 8ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-41. Resultados com o *DA/2* médio da 1ª à 8ª posição por UG

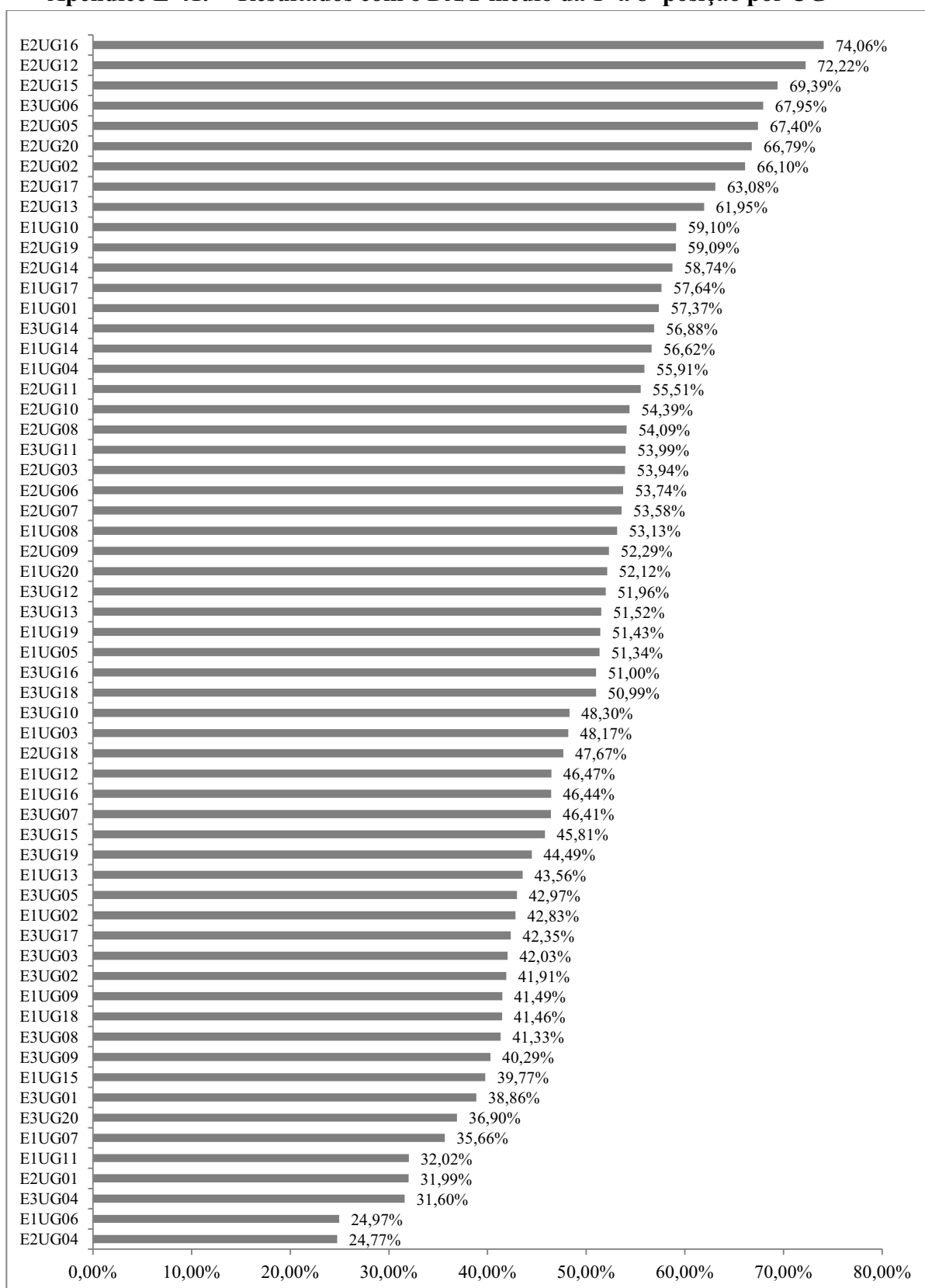


Gráfico 88 – *Ranking* das unidades gestoras para o *DA/2* médio – 1ª à 8ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-42. Resultados com o Δ_{po} para o dígito 1 da 1ª posição por UG

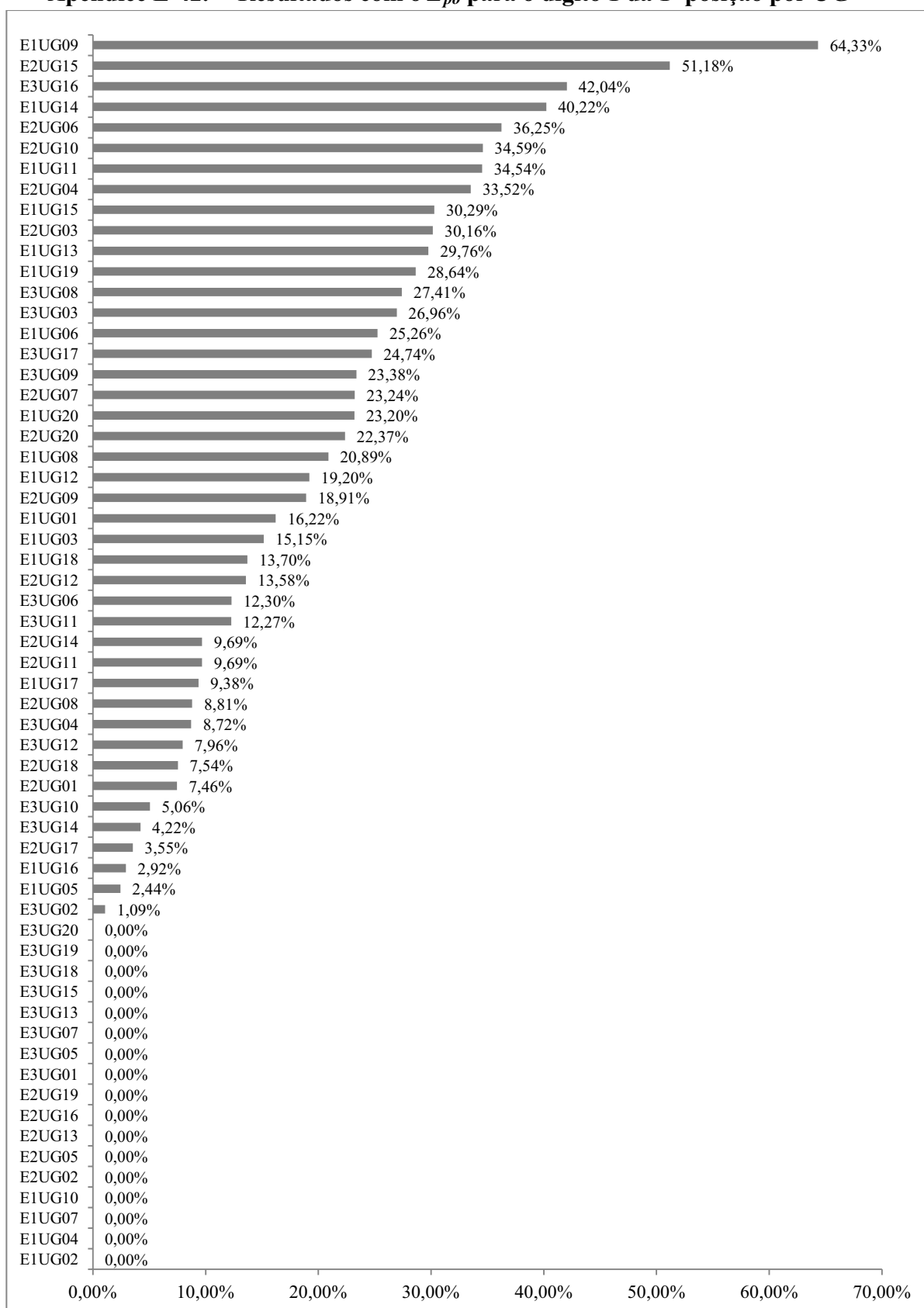


Gráfico 89 – *Ranking* com os desvios das UG's para a Discrepância Relativa (Δ_{po}) – Dígito 1 da 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-43. Resultados com o Δ_{po} para o dígito 2 da 1ª posição por UG

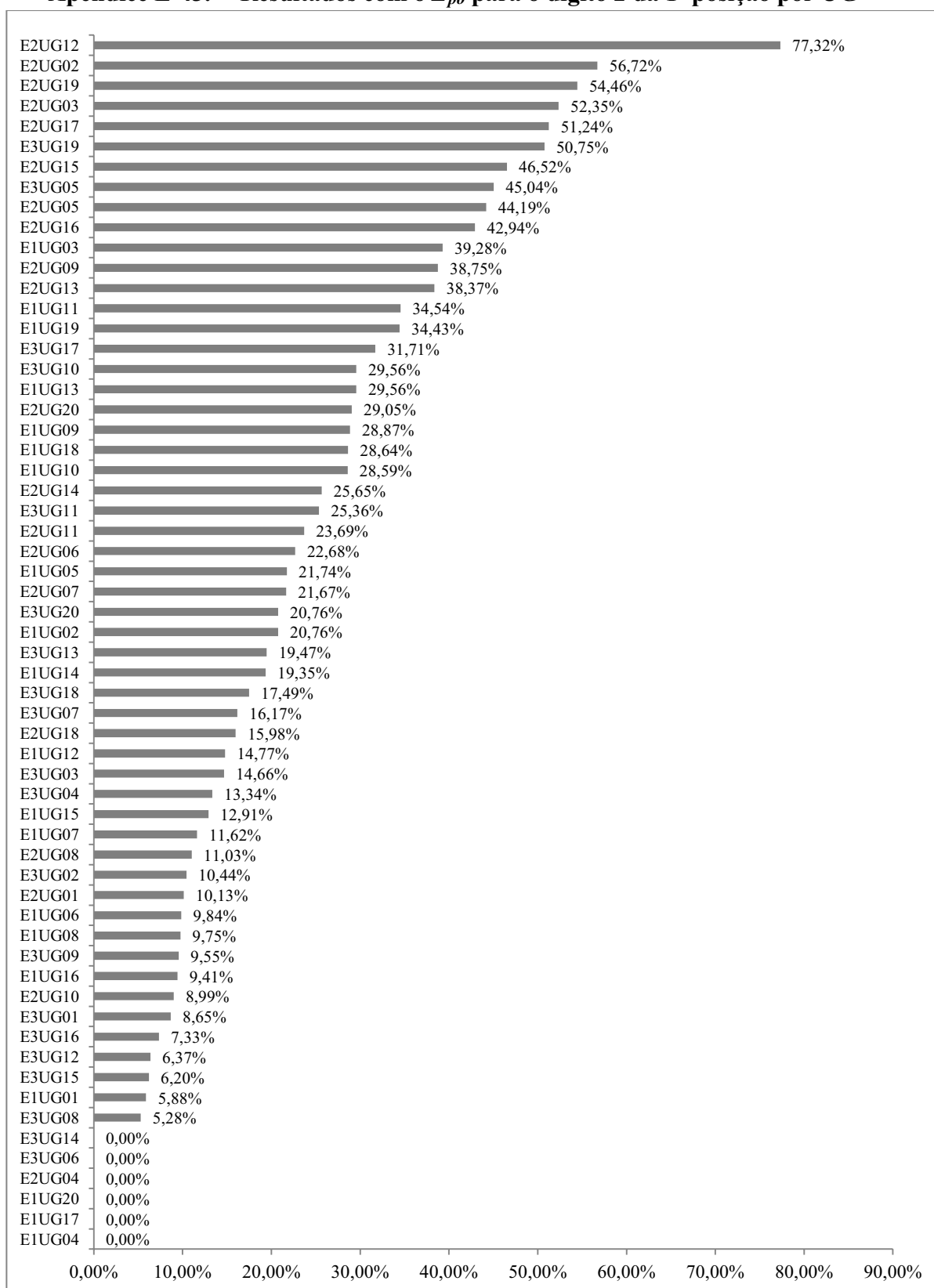


Gráfico 90 – Ranking com os desvios das UG's para a Discrepância Relativa (Δ_{po}) – Dígito 2 da 1ª Posição.
Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-44. Resultados com o Δ_{po} para o dígito 3 da 1ª posição por UG

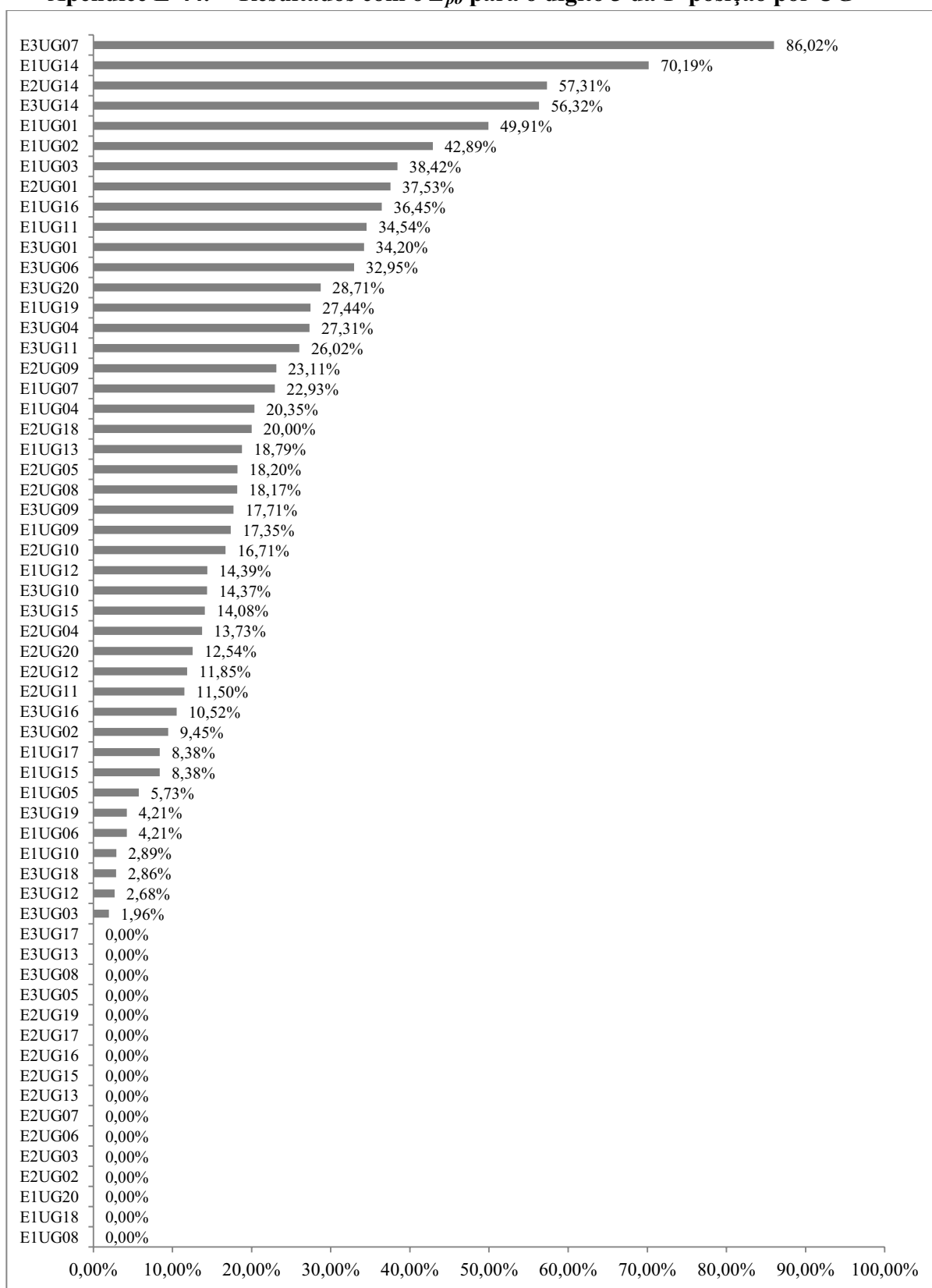


Gráfico 91 – *Ranking* com os desvios das UG's para a Discrepância Relativa (Δ_{po}) – Dígito 3 da 1ª Posição.
Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-45. Resultados com o Δ_{po} para o dígito 4 da 1ª posição por UG

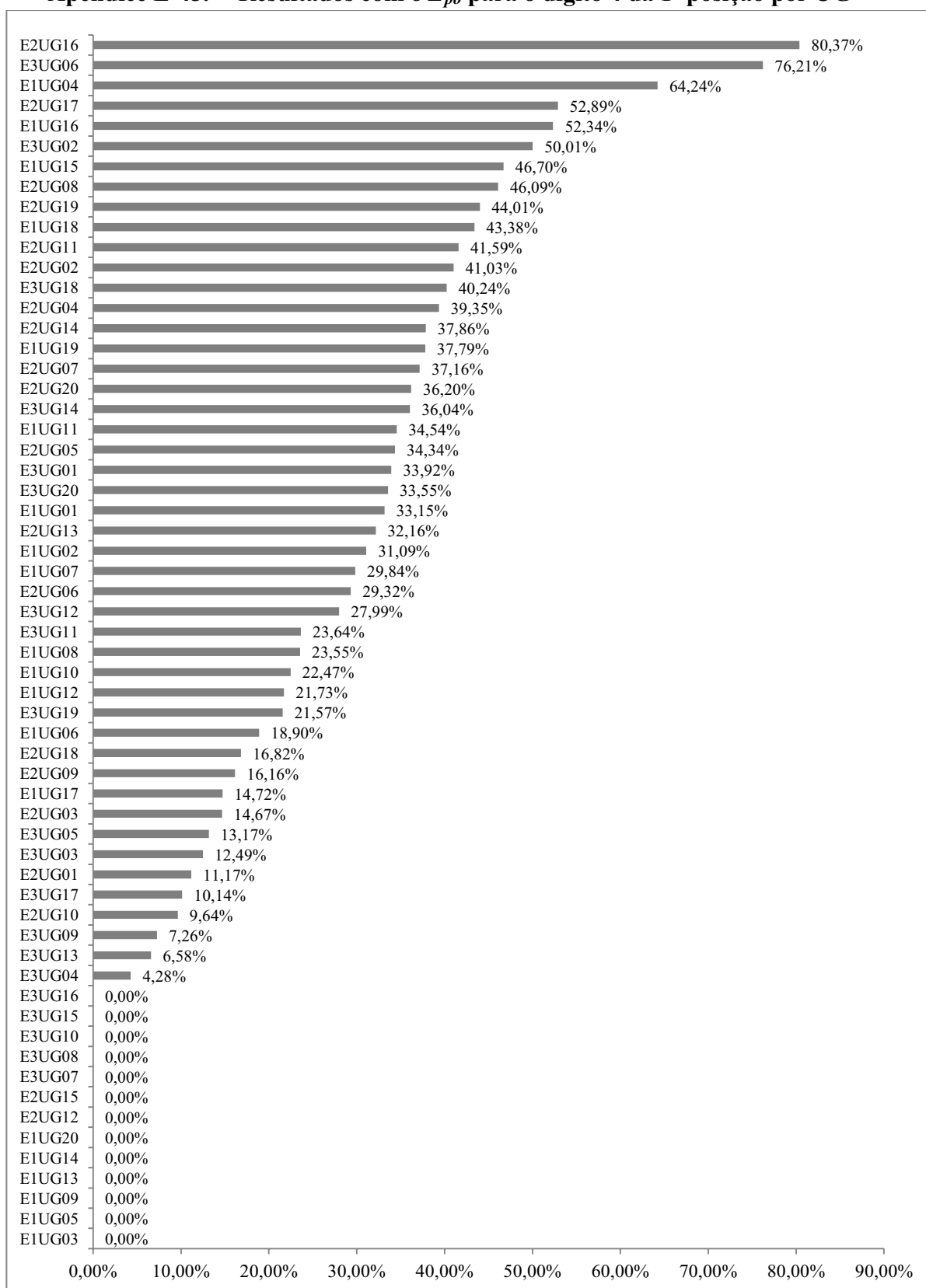


Gráfico 92 – *Ranking* com os desvios das UG's para a Discrepância Relativa (Δ_{po}) – Dígito 4 da 1ª Posição.
Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

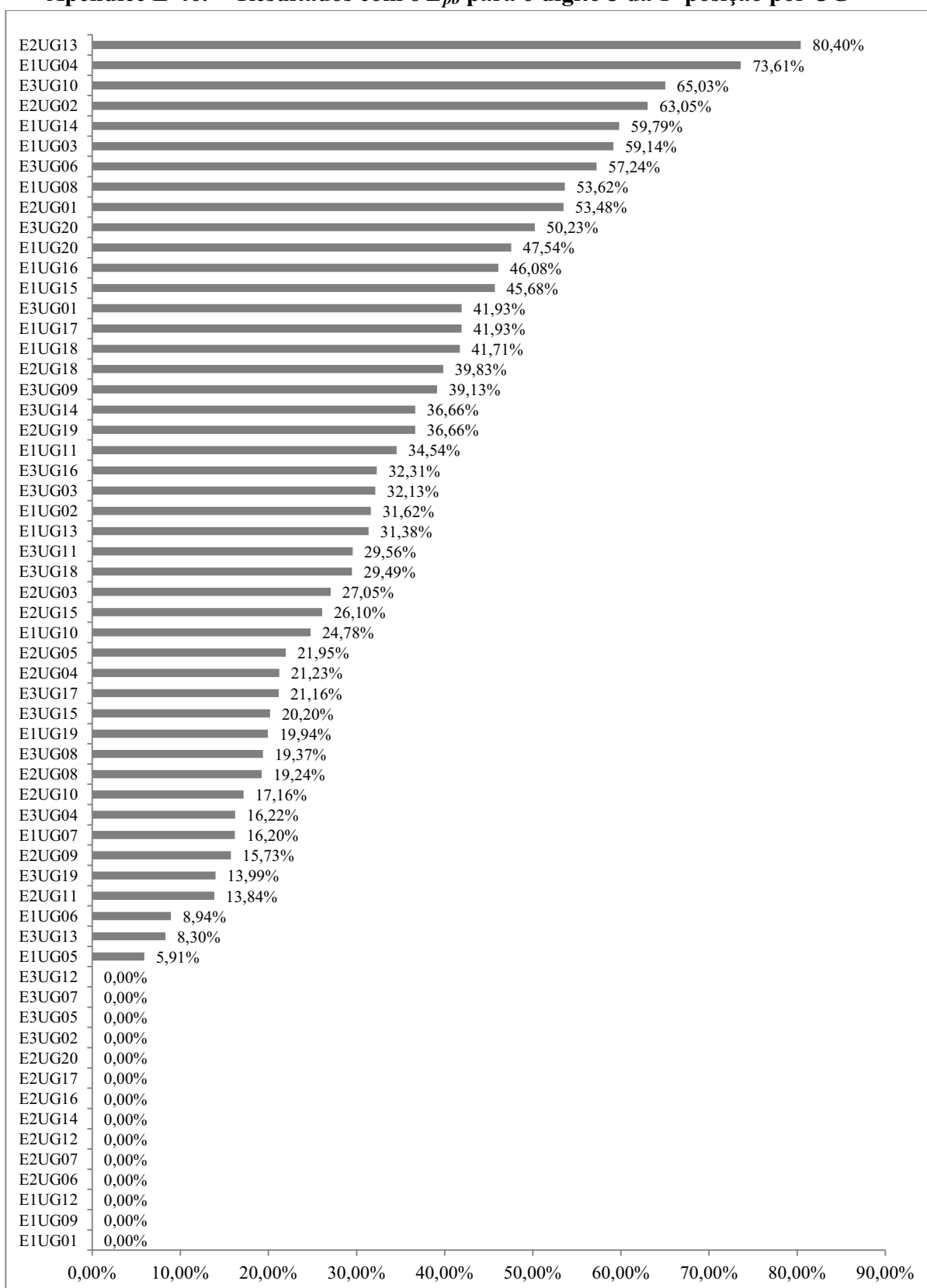
Apêndice E-46. Resultados com o Δ_{po} para o dígito 5 da 1ª posição por UG


Gráfico 93 – *Ranking* com os desvios das UG's para a Discrepância Relativa (Δ_{po}) – Dígito 5 da 1ª Posição.
 Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-47. Resultados com o Δ_{po} para o dígito 6 da 1ª posição por UG

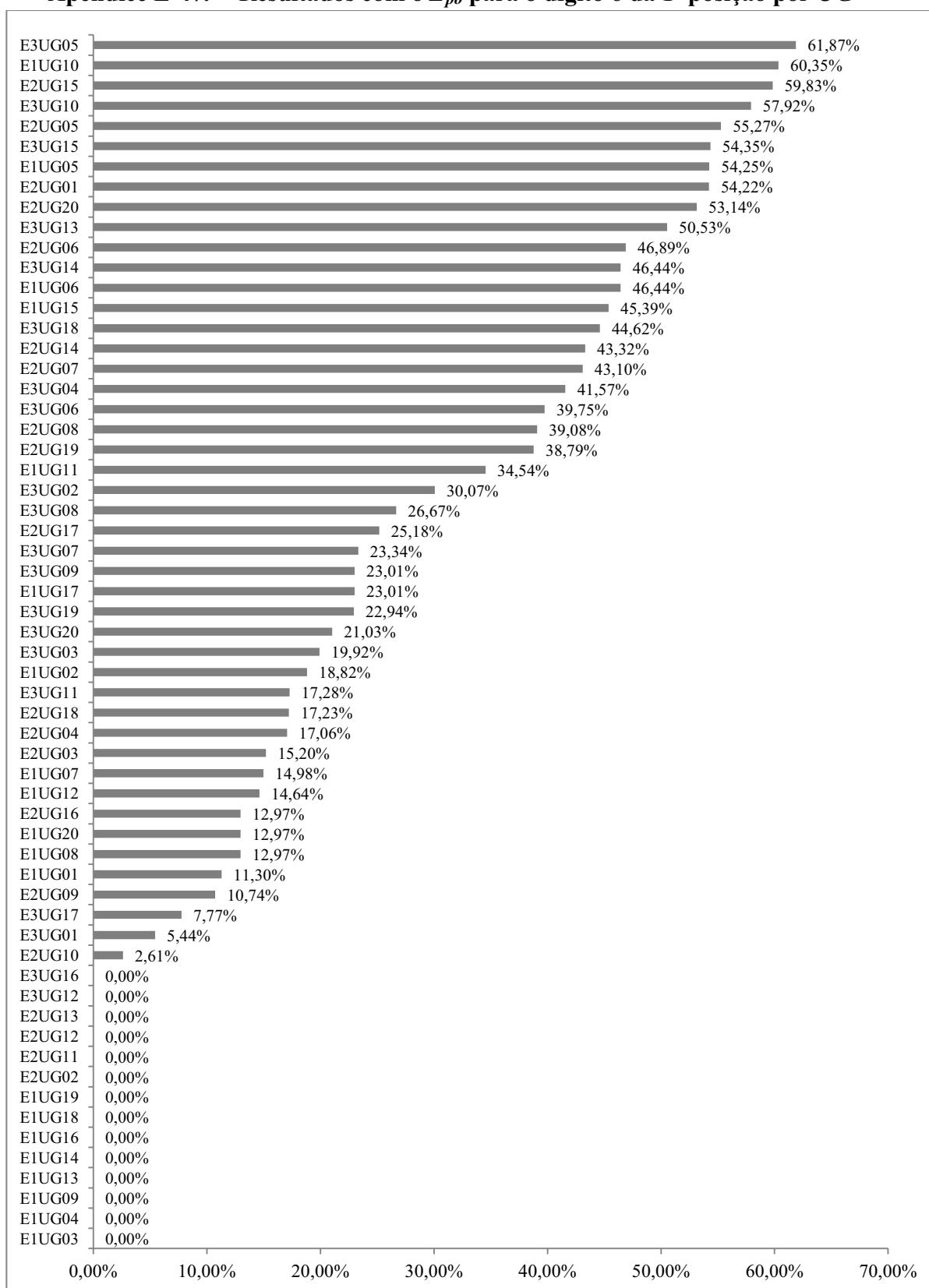


Gráfico 94 – *Ranking* com os desvios das UG's para a Discrepância Relativa (Δ_{po}) – Dígito 6 da 1ª Posição.
Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-48. Resultados com o Δ_{po} para o dígito 7 da 1ª posição por UG

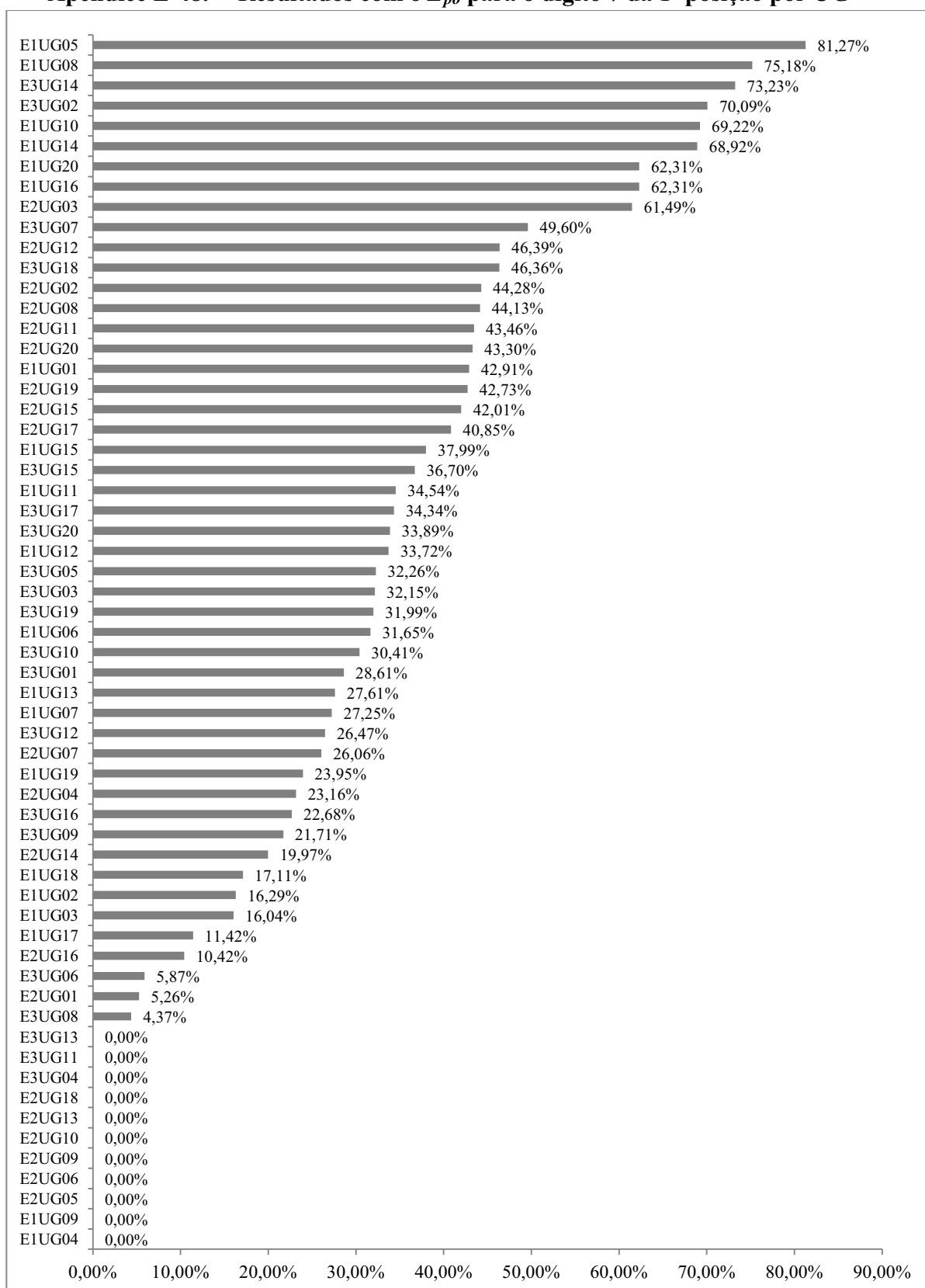


Gráfico 95 – *Ranking* com os desvios das UG's para a Discrepância Relativa (Δ_{po}) – Dígito 7 da 1ª Posição.
Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-49. Resultados com o Δ_{po} para o dígito 8 da 1ª posição por UG

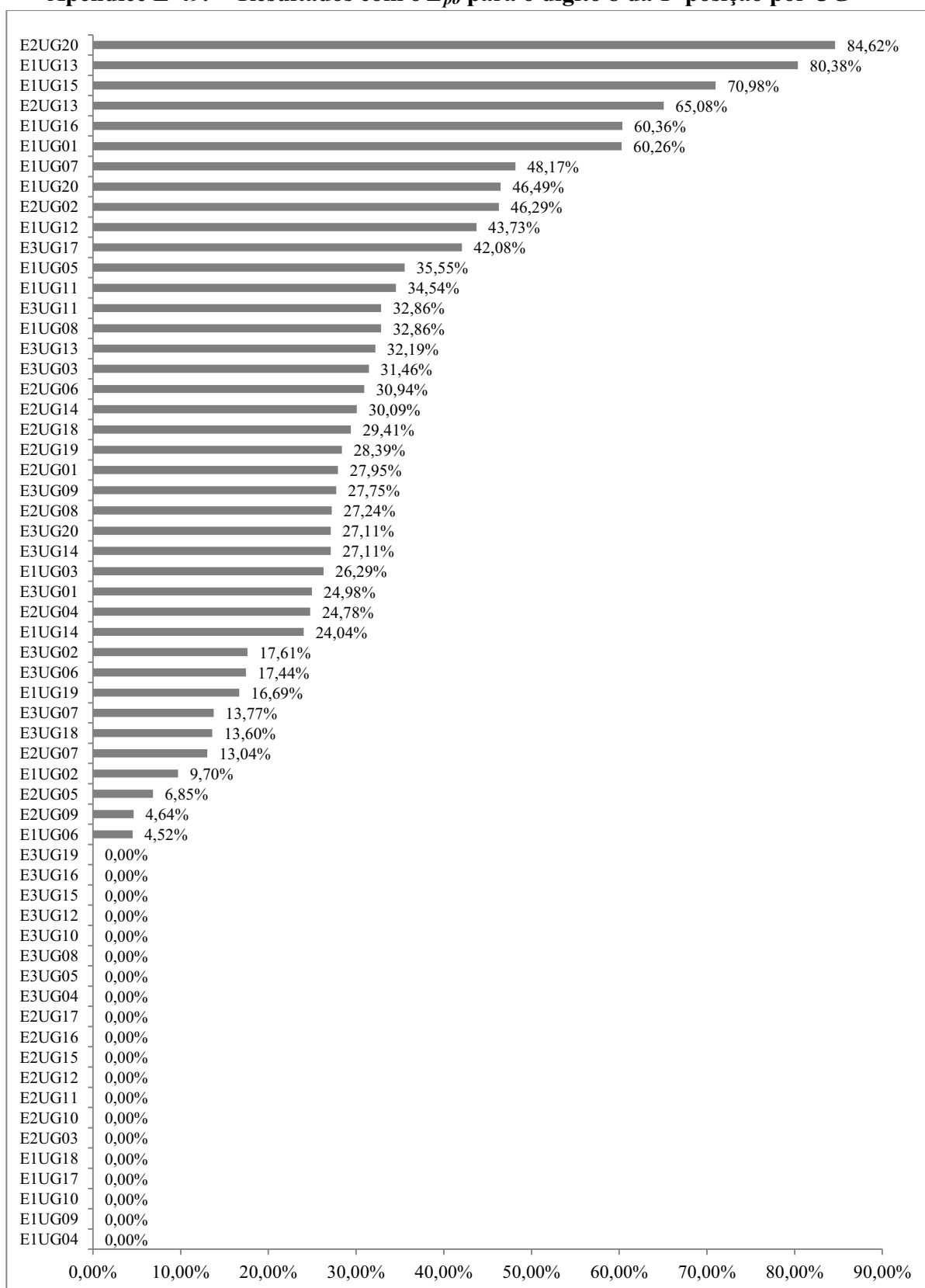


Gráfico 96 – *Ranking* com os desvios das UG's para a Discrepância Relativa (Δ_{po}) – Dígito 8 da 1ª Posição.
Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-50. Resultados com o Δ_{po} para o dígito 9 da 1ª posição por UG

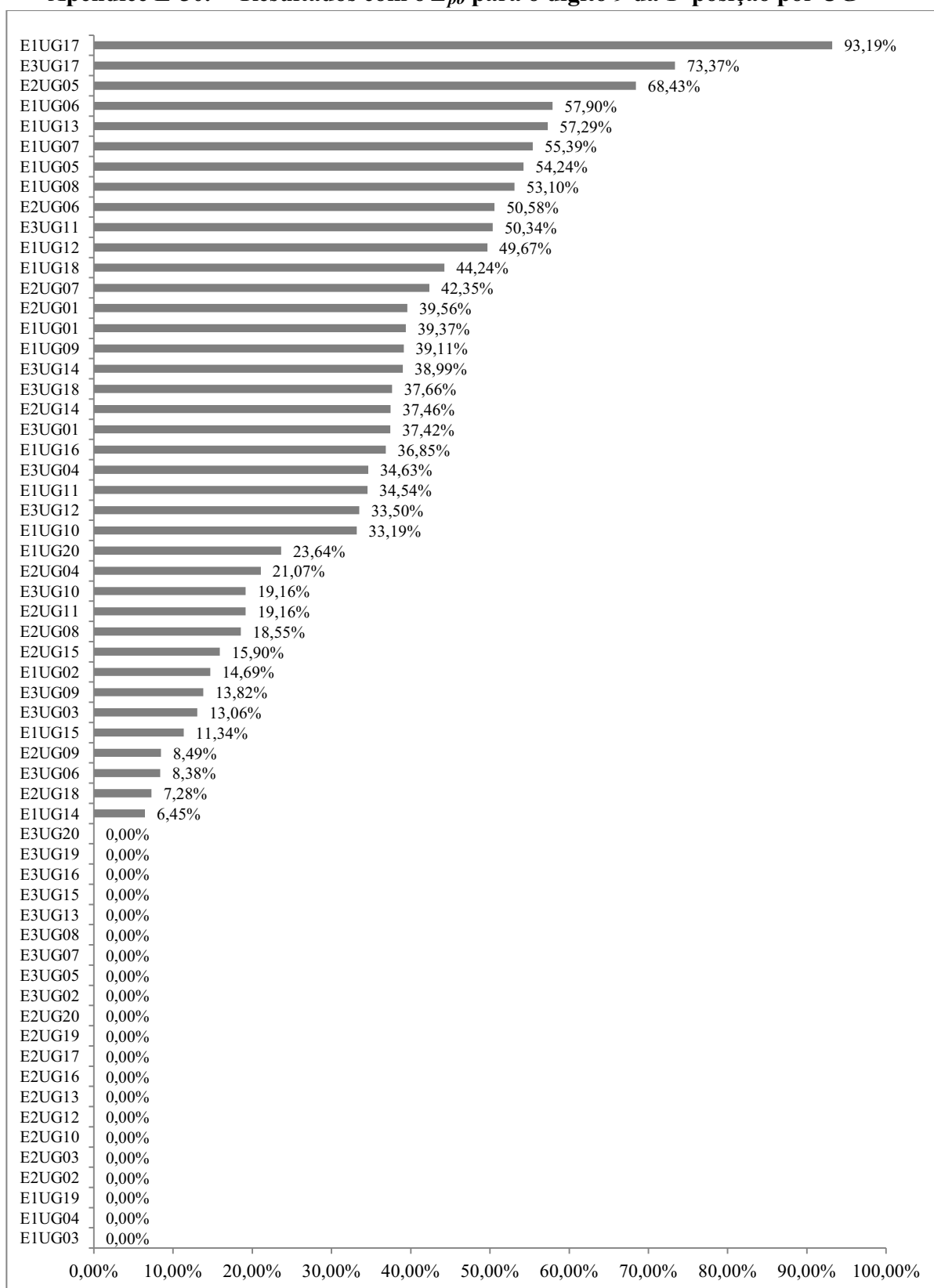


Gráfico 97 – *Ranking* com os desvios das UG's para a Discrepância Relativa (Δ_{po}) – Dígito 9 da 1ª Posição.
Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-51. Resultados com o *FDR* médio anual para a 1ª posição por UG

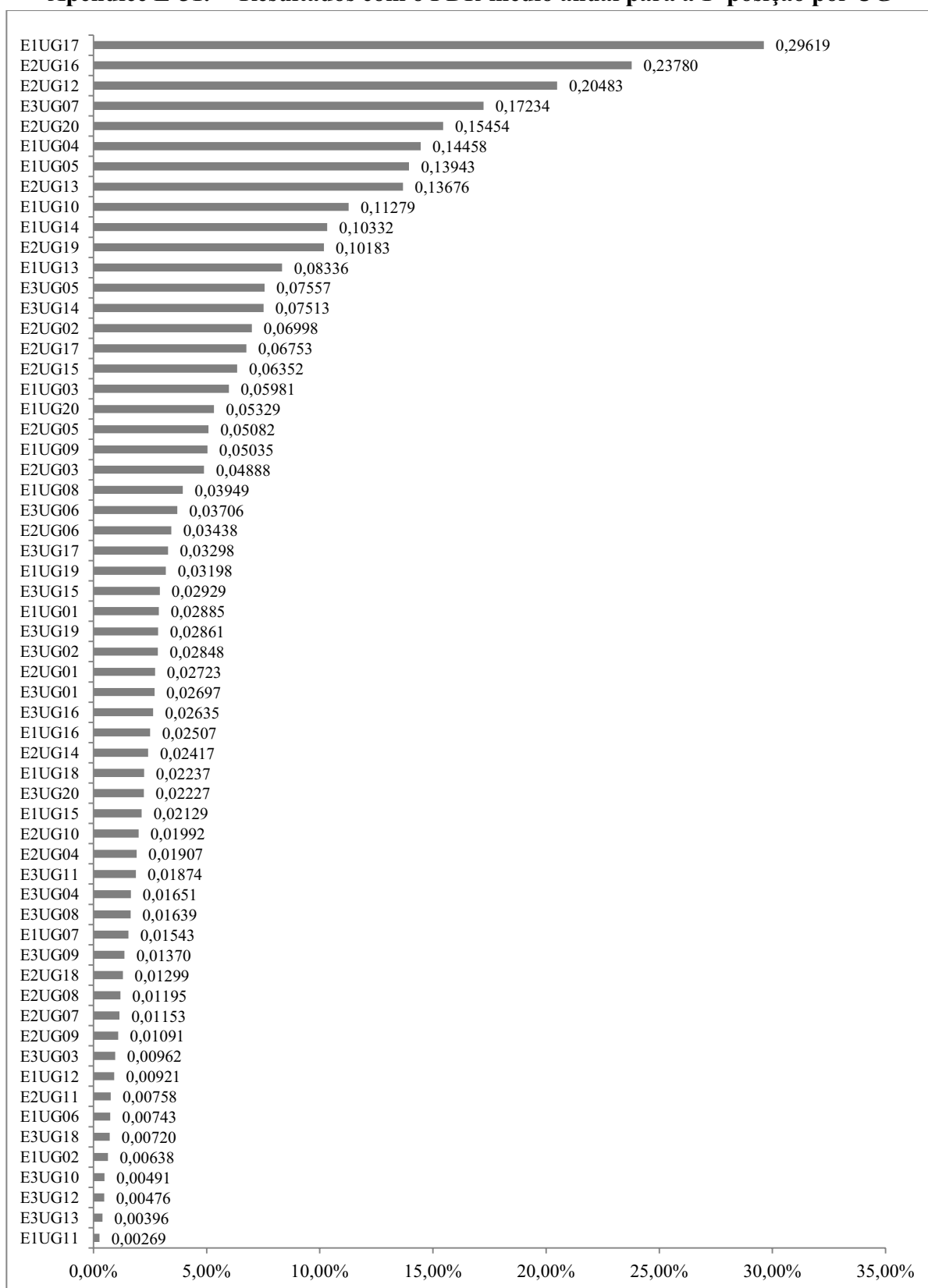


Gráfico 98 – *Ranking* das unidades gestoras para o valor médio anual do *FDR* – 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-52. Resultados com o *FDR* máximo anual para a 1ª posição por UG

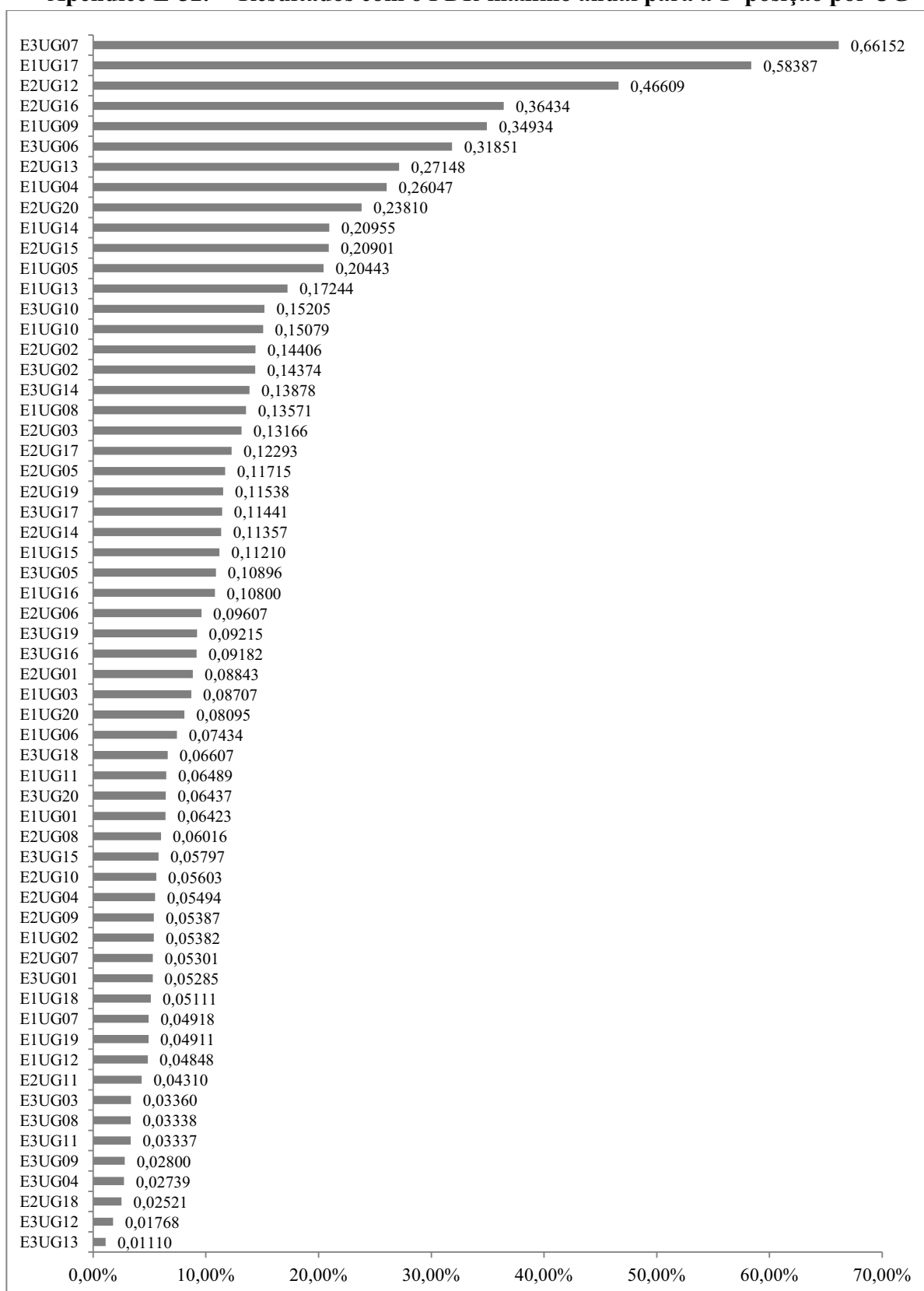


Gráfico 99 – *Ranking* das unidades gestoras para o valor máximo anual do *FDR* – 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

Apêndice E-53. Resultados com o *FDR* final anual para a 1ª posição por UG

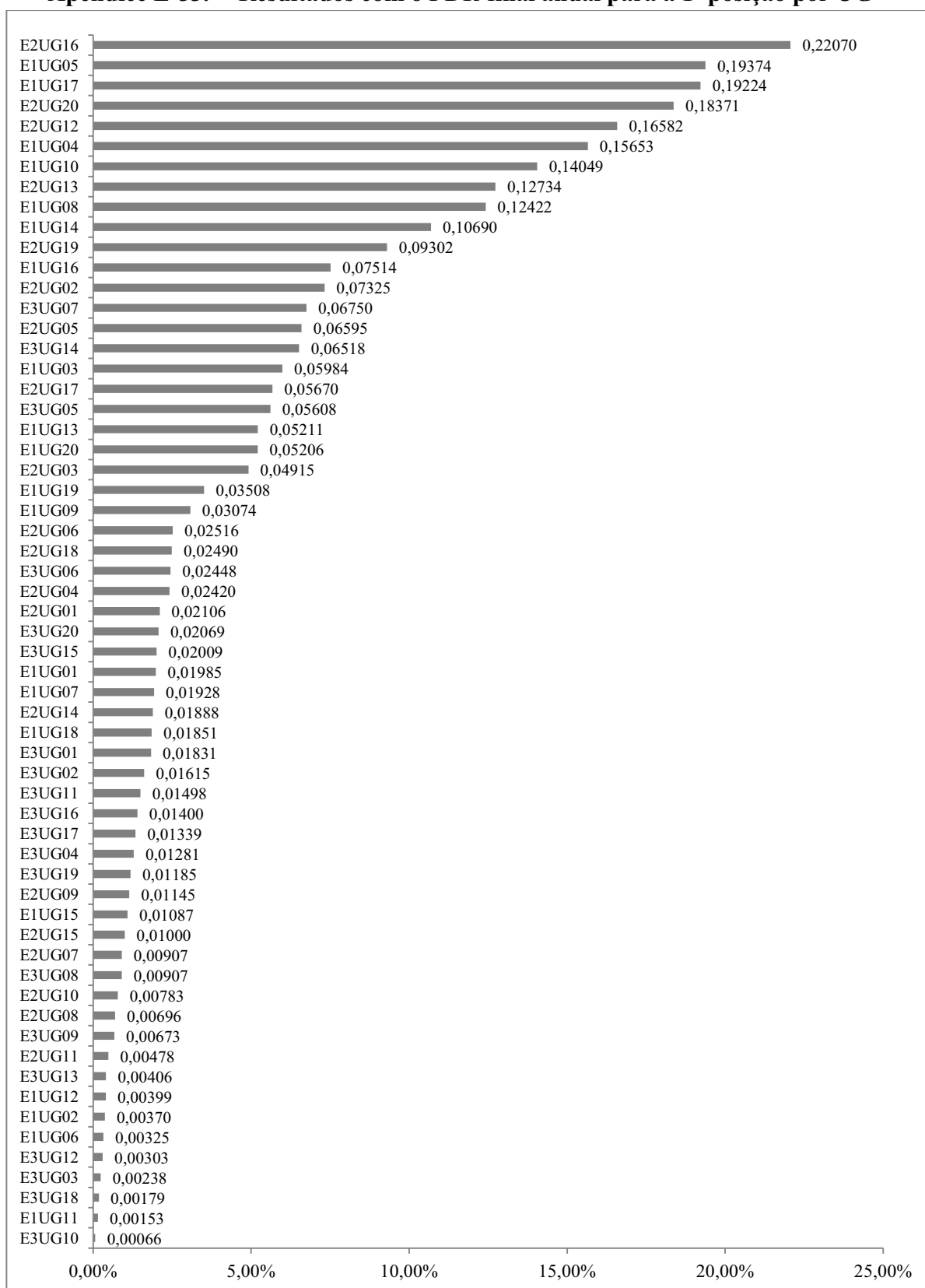


Gráfico 100 – *Ranking* das unidades gestoras para o valor final anual do *FDR* – 1ª Posição.

Fonte: Elaborado pelo autor 2012.

APÊNDICE F – Análise dos resultados obtidos com a aplicação dos testes propostos.

Apêndice F-1. Unidade Gestora 01 do Estado E1 (UG01 – E1)

A unidade gestora ocupou o 45º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,4713, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 47,13% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 101.

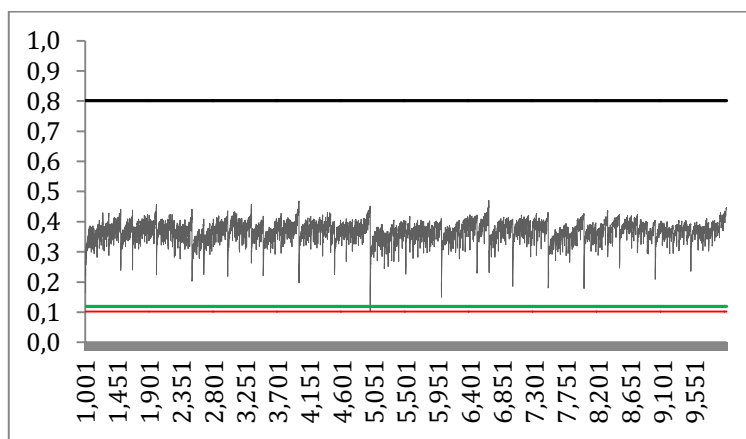


Gráfico 101 – Δx obtido pela UG01/E1 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 9,41%, sendo seguida pela 2ª posição com 26,81%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 88,36%, vide Gráfico 102 a seguir:

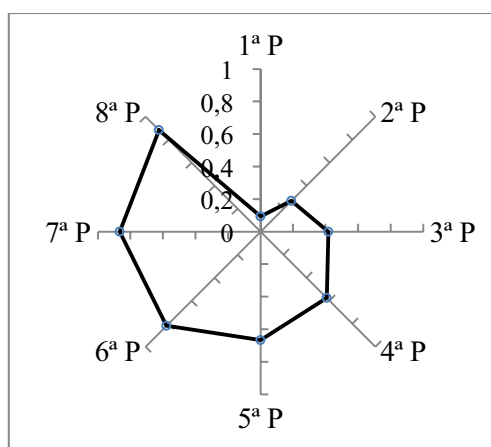


Gráfico 102 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG01/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um *FDR* médio anual de 0,02885 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 11/02/2010 com um desvio de 0,06423 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 103. Destaca-se da análise desta UG a ocorrência de uma quebra estrutural entre os dias 17/07/2010 e 31/07/2010, em razão da emissão de 901 empenhos no valor de R\$ 8.000,00.

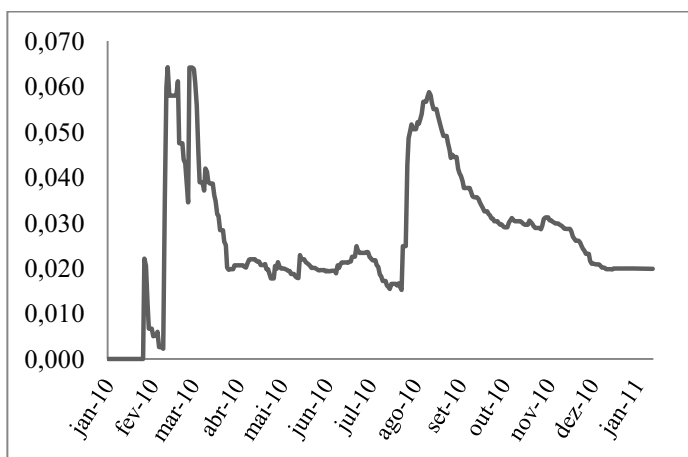


Gráfico 103 - Evolução do *FDR* para a 1ª Posição - UG01/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 55 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG01/E1

Dígito	Data	<i>Δpo</i>
1	10/02/2010	16,22%
2	08/02/2010	5,88%
3	26/02/2010	49,91%
4	29/10/2010	33,15%
5	01/01/2010	0,00%
6	26/01/2010	11,30%
7	21/06/2010	42,91%
8	02/08/2010	60,26%
9	26/01/2010	39,37%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 55 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 5 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 8 apresentou o maior desvio positivo observado, 60,26% de excesso em 02/08/2010, sendo seguido pelo dígito 3 com 49,91% de excesso em 26/02/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 38,01 e 14,96 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-2. Unidade Gestora 02 do Estado E1 (UG02 – E1)

A unidade gestora ocupou o 14º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um *Ax* de 0,2711, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 27,11% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 104.

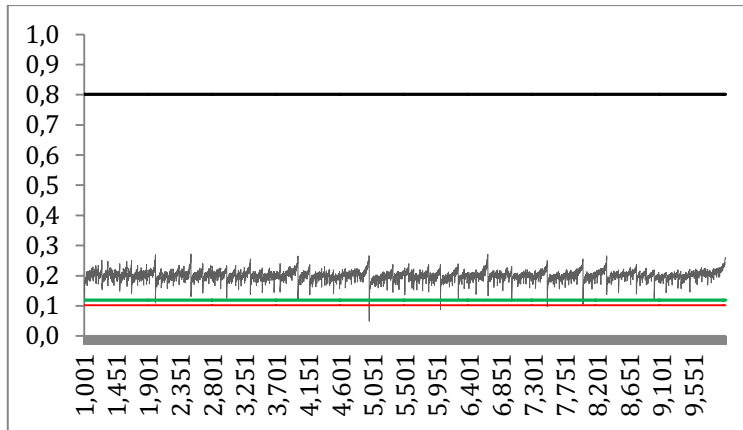


Gráfico 104 - Δx obtido pela UG02/E1 no teste de invariância
 Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 3,45%, sendo seguida pela 2ª posição com 9,26%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 82,55%, vide Gráfico 105 a seguir:

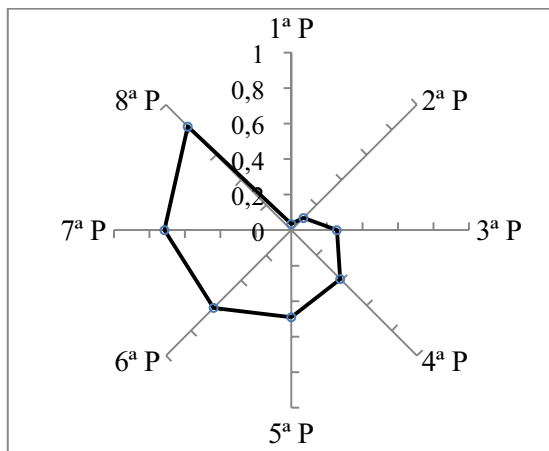


Gráfico 105 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG02/E1.
 Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,00638 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 15/01/2010 com um desvio de 0,05382 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 106.

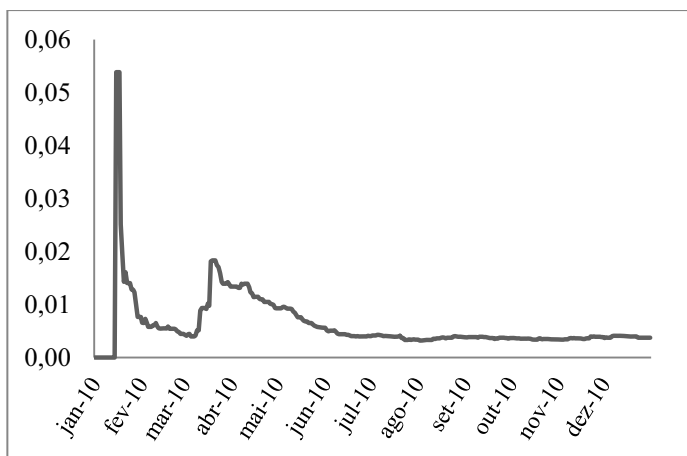


Gráfico 106 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG02/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 56 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG02/E1

Dígito	Data	Δpo
1	01/01/2010	0,00%
2	19/01/2010	20,76%
3	15/01/2010	42,89%
4	15/01/2010	31,09%
5	19/03/2010	31,62%
6	18/02/2010	18,82%
7	06/12/2010	16,29%
8	05/02/2010	9,70%
9	09/12/2010	14,69%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 56 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 1 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 3 apresentou o maior desvio positivo observado, 42,89% de excesso em 15/01/2010, sendo seguido pelo dígito 5 com 31,62% de excesso em 19/03/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 3,39 e 7,96 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-3. Unidade Gestora 03 do Estado E1 (UG03 – E1)

A unidade gestora ocupou o 28º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,3671, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 36,71% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 107.

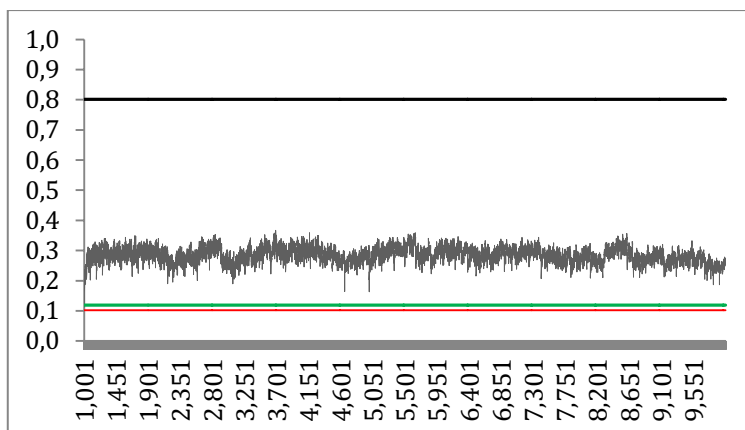


Gráfico 107 - Δx obtido pela UG03/E1 no teste de invariância

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 17,47%, sendo seguida pela 2ª posição com 12,94%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 88,48%, vide Gráfico 108 a seguir:

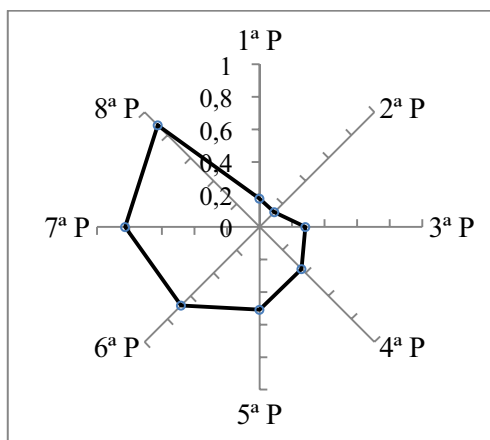


Gráfico 108 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG03/E1.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,05981 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 22/01/2010 com um desvio de 0,08707 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 109.

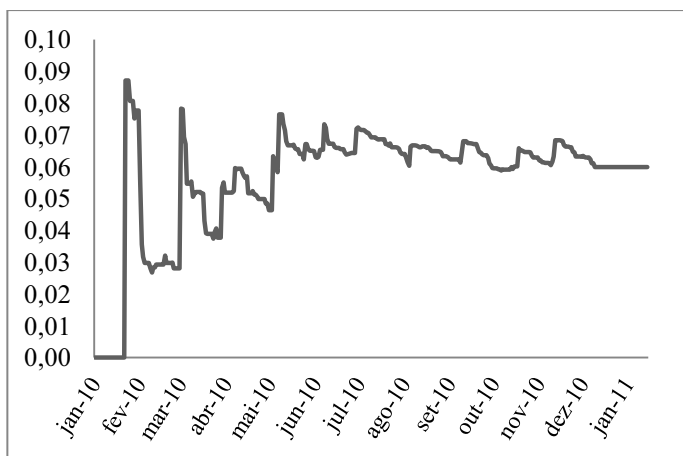


Gráfico 109 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG03/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 57 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG03/E1

Dígito	Data	Δpo
1	28/06/2010	15,15%
2	01/02/2010	39,28%
3	25/01/2010	38,42%
4	01/01/2010	0,00%
5	07/05/2010	59,14%
6	01/01/2010	0,00%
7	09/12/2010	16,04%
8	01/07/2010	26,29%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 57 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 4, 6 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 5 apresentou o maior desvio positivo observado com 59,14% de excesso em 07/05/2010, sendo seguido pelo dígito 2 com 39,28% de excesso em 01/02/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 15,21 e 3,22 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-4. Unidade Gestora 04 do Estado E1 (UG04 – E1)

A unidade gestora ocupou o 46º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,4767, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 47,67% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 110.

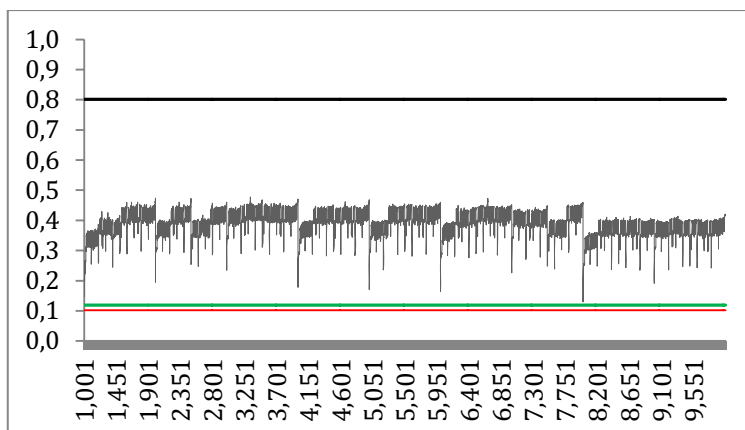


Gráfico 110 - Δx obtido pela UG04/E1 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 26,14%, sendo seguida pela 2ª posição com 31,00%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 86,97%, vide Gráfico 111 a seguir:

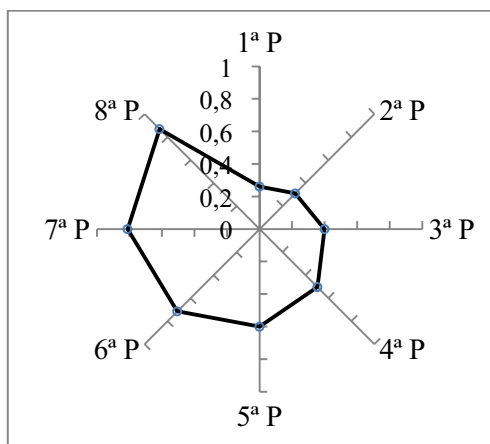


Gráfico 111 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG04/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,14458 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 25/01/2010 com um desvio de 0,26047 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 112.

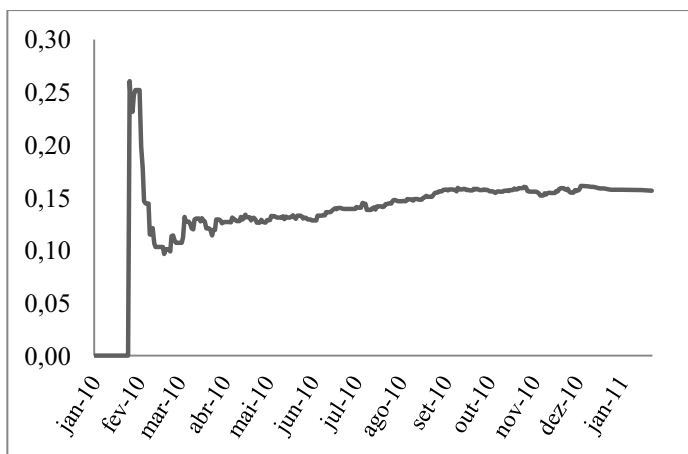


Gráfico 112 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG04/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 58 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG04/E1

Dígito	Data	Δpo
1	01/01/2010	0,00%
2	01/01/2010	0,00%
3	27/01/2010	20,35%
4	01/02/2010	64,24%
5	25/01/2010	73,61%
6	01/01/2010	0,00%
7	01/01/2010	0,00%
8	01/01/2010	0,00%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 58 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 1, 2, 6, 7, 8 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 5 apresentou o maior desvio positivo observado, 73,61% de excesso em 25/01/2010, sendo seguido pelo dígito 4 com 64,24% de excesso em 01/02/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 10,27 e 9,58 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-5. Unidade Gestora 05 do Estado E1 (UG05 – E1)

A unidade gestora ocupou o 39º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,4314, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 43,14% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 113.

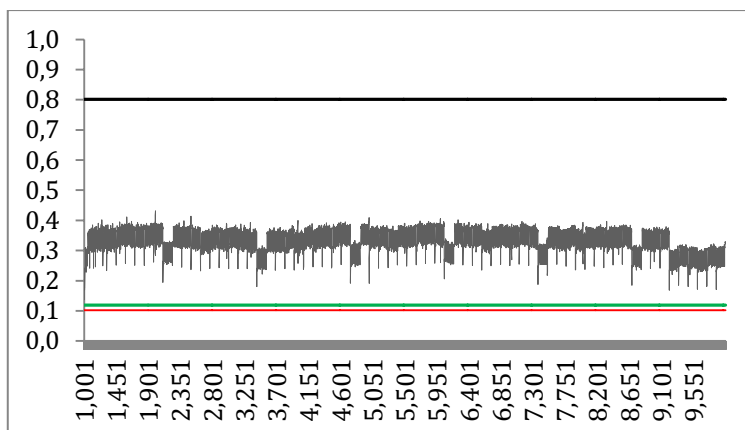


Gráfico 113 - Δx obtido pela UG05/E1 no teste de invariância

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 24,05%, sendo seguida pela 2ª posição com 22,64%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 82,51%, vide Gráfico 114 a seguir:

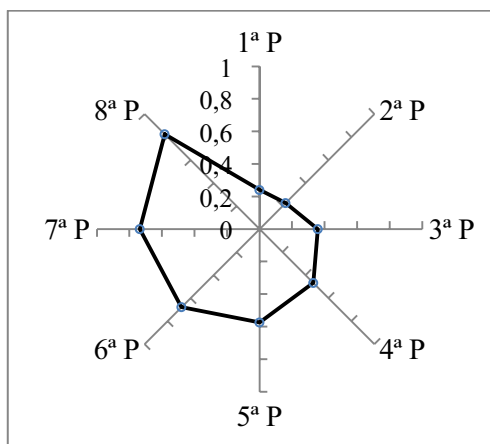


Gráfico 114 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG05/E1.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,13943 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 03/11/2010 com um desvio de 0,20443 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 115.

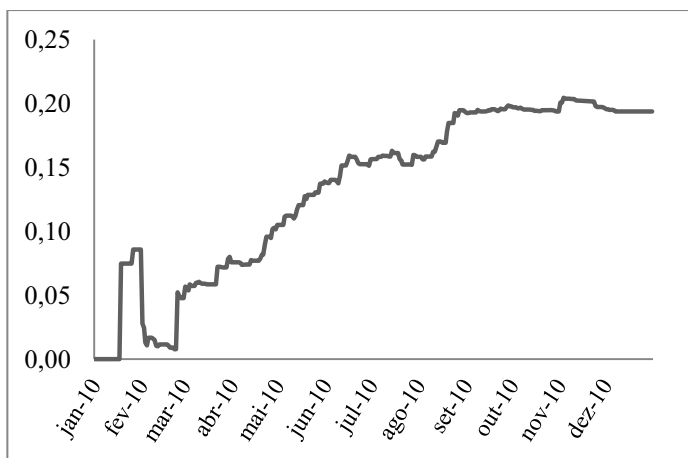


Gráfico 115 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG05/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 59 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG05/E1

Dígito	Data	Δpo
1	11/02/2010	2,44%
2	18/01/2010	21,74%
3	10/02/2010	5,73%
4	01/01/2010	0,00%
5	23/02/2010	5,91%
6	26/01/2010	54,25%
7	03/11/2010	81,27%
8	02/02/2010	35,55%
9	18/01/2010	54,24%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 59 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 4 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 7 apresentou o maior desvio positivo observado, 81,27% de excesso em 03/11/2010, sendo seguido pelo dígito 6 com 54,25% de excesso em 26/01/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 37,05 e 2,12 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-6. Unidade Gestora 06 do Estado E1 (UG06 – E1)

A unidade gestora ocupou o 3º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Ax de 0,1318, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 13,18% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 116.

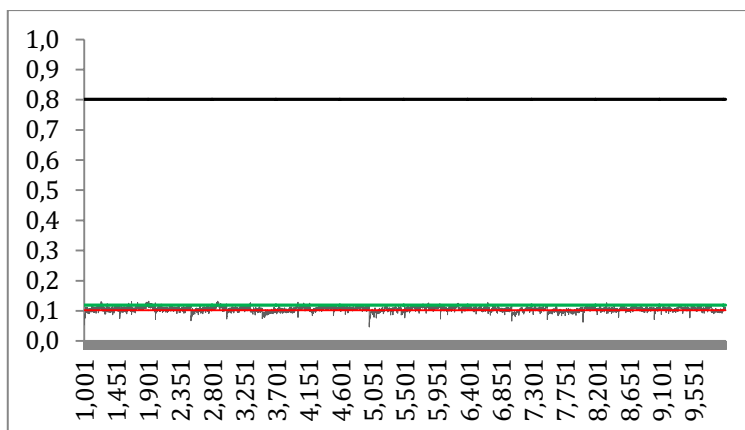


Gráfico 116 - Δx obtido pela UG06/E1 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 2,75%, sendo seguida pela 2ª posição com 9,09%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 69,94%, vide Gráfico 117 a seguir:

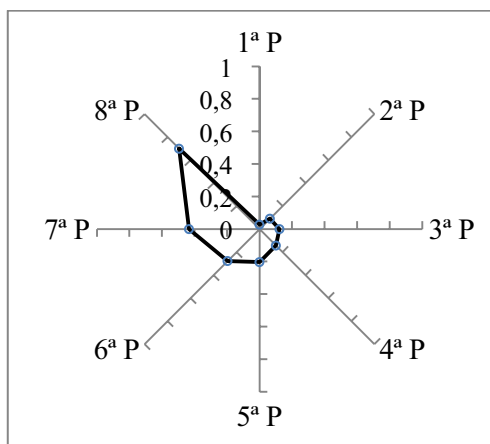


Gráfico 117 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG06/E1.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,00743 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 15/01/2010 com um desvio de 0,07343 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 118.

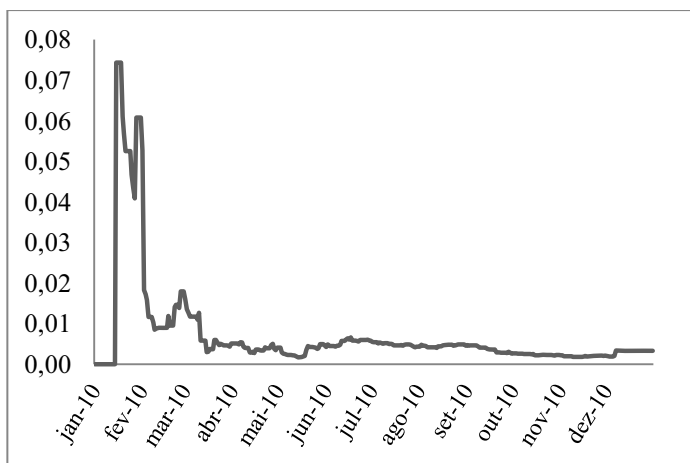


Gráfico 118 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG06/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 60 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG06/E1

Dígito	Data	Δpo
1	28/01/2010	25,26%
2	10/02/2010	9,84%
3	15/01/2010	4,21%
4	23/02/2010	18,90%
5	09/03/2010	8,94%
6	28/01/2010	46,44%
7	26/02/2010	31,65%
8	01/03/2010	4,52%
9	15/01/2010	57,90%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 60 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Todos os dígitos de 1 a 9 apresentaram desvios positivos em algum momento do período analisado. O dígito 9 apresentou o maior desvio positivo observado, 57,9% de excesso em 15/01/2010, sendo seguido pelo dígito 6 com 46,44% de excesso em 28/01/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 2,11 e 2,03 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-7. Unidade Gestora 07 do Estado E1 (UG07 – E1)

A unidade gestora ocupou o 6º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,2188, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 21,88% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 119.

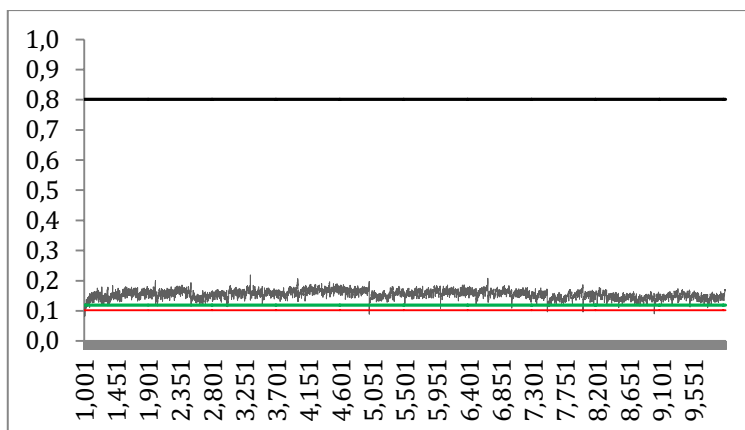


Gráfico 119 - Δx obtido pela UG07/E1 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 7,84%, sendo seguida pela 2ª posição com 6,50%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 84,85%, vide Gráfico 120 a seguir:

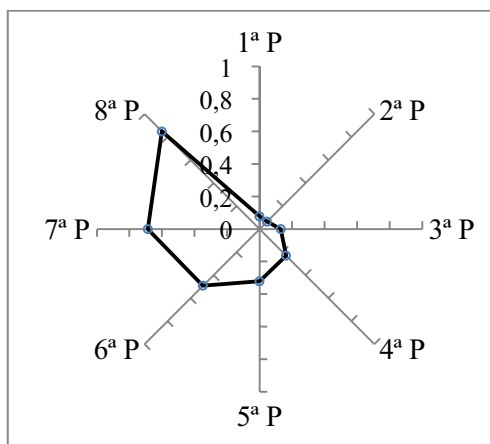


Gráfico 120 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG07/E1.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,01543% para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 22/01/2010 com um desvio de 0,04918 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 121.

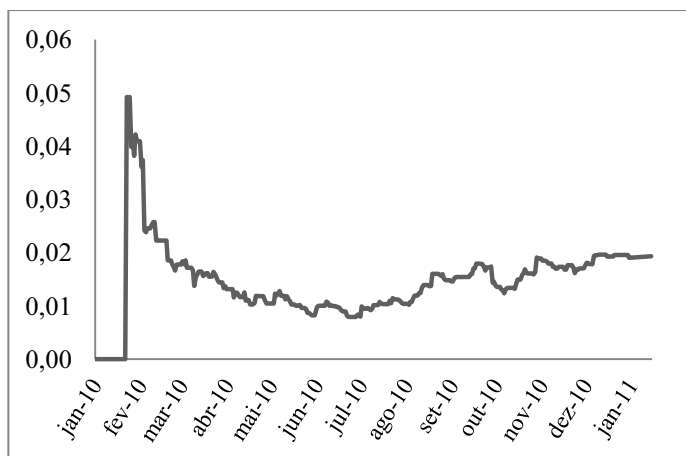


Gráfico 121 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG07/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 61 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG07/E1

Dígito	Data	Δpo
1	01/01/2010	0,00%
2	04/03/2010	11,62%
3	27/09/2010	22,93%
4	18/11/2010	29,84%
5	25/01/2010	16,20%
6	25/01/2010	14,98%
7	27/01/2010	27,25%
8	28/01/2010	48,17%
9	22/01/2010	55,39%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 61 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 1 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 9 apresentou o maior desvio positivo observado, 55,39% de excesso em 22/01/2010, sendo seguido pelo dígito 8 com 48,17% de excesso em 28/01/2010. O desvio do dígito 8 foi significativo para o Z-Teste, enquanto o desvio do dígito 9 não foi, obtendo-se respectivamente 2,72 e 1,75 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-8. Unidade Gestora 08 do Estado E1 (UG08 – E1)

A unidade gestora ocupou o 43º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,4527, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 45,27% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 122.

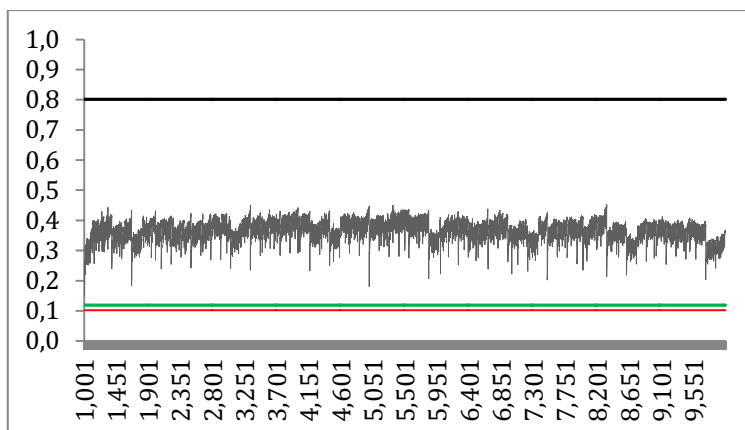


Gráfico 122 - Δx obtido pela UG08/E1 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 19,34%, sendo seguida pela 2ª posição com 22,30%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 85,45%, vide Gráfico 123 a seguir:

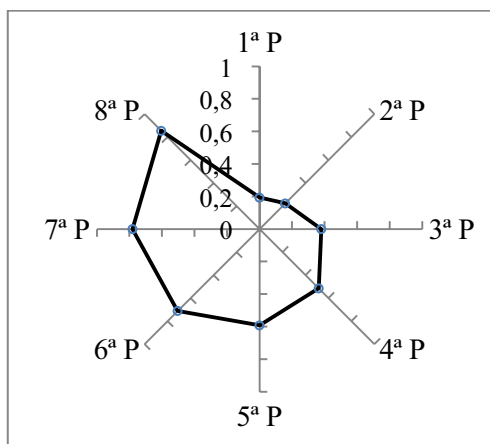


Gráfico 123 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG08/E1.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,03949 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 06/12/2010 com um desvio de 0,13571 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 124. A quebra estrutural observada no dia 27/10/2010 reflete a emissão de 146 empenhos no valor de R\$ 720,00.

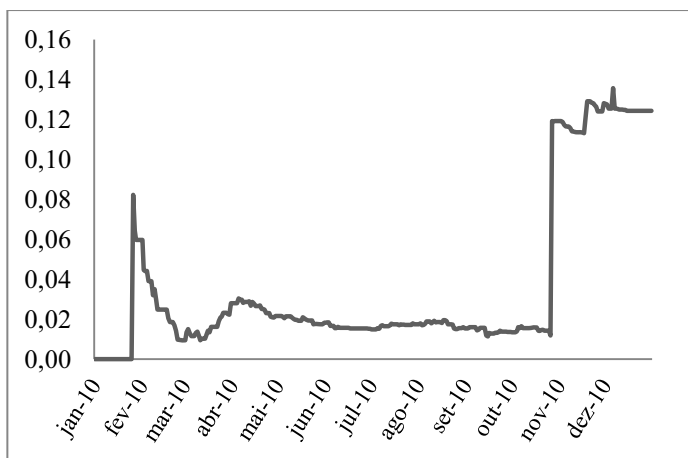


Gráfico 124 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG08/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 62 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG08/E1

Dígito	Data	Δpo
1	17/08/2010	20,89%
2	26/01/2010	9,75%
3	01/01/2010	0,00%
4	09/02/2010	23,55%
5	26/01/2010	53,62%
6	26/02/2010	12,97%
7	06/12/2010	75,18%
8	19/02/2010	32,86%
9	26/01/2010	53,10%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 62 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 3 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 7 apresentou o maior desvio positivo observado, 75,18% de excesso em 06/12/2010, sendo seguido pelo dígito 5 com 53,62% de excesso em 26/01/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 28,43 e 2,28 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-9. Unidade Gestora 09 do Estado E1 (UG09 – E1)

A unidade gestora ocupou o 36º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,4152, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 41,52% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 125.

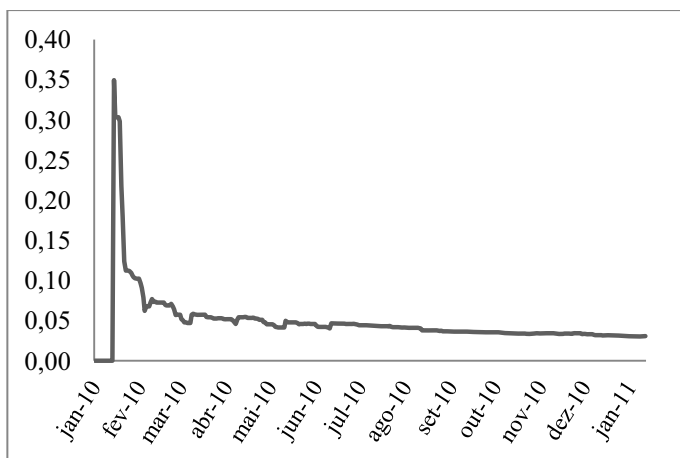


Gráfico 127- Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG09/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 63 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG09/E1

Dígito	Data	Δpo
1	14/01/2010	64,33%
2	11/05/2010	28,87%
3	04/03/2010	17,35%
4	01/01/2010	0,00%
5	01/01/2010	0,00%
6	01/01/2010	0,00%
7	01/01/2010	0,00%
8	01/01/2010	0,00%
9	17/12/2010	39,11%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 63 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 4 a 8 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 1 apresentou o maior desvio positivo observado, 64,33% de excesso em 14/01/2010, sendo seguido pelo dígito 9 com 39,11% de excesso em 17/12/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 26,16 e 8,20 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-10. Unidade Gestora 10 do Estado E1 (UG10 – E1)

A unidade gestora ocupou o 49º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,5194, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 51,94% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 128.

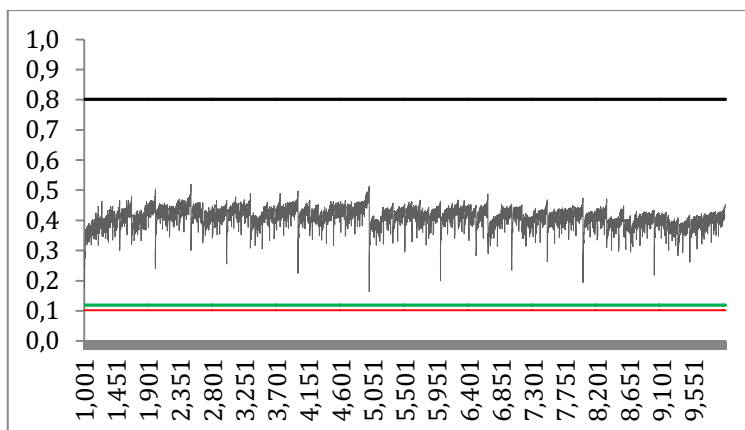


Gráfico 128 - Δx obtido pela UG10/E1 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 22,32%, sendo seguida pela 2ª posição com 25,91%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 86,89%, vide Gráfico 129 a seguir:

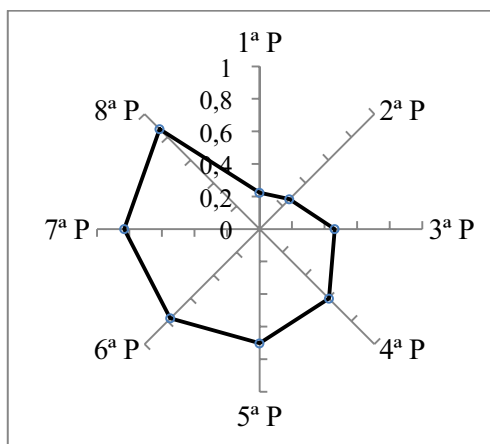


Gráfico 129 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições - UG010/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,11279 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 07/12/2010 com um desvio de 0,15079 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 130.

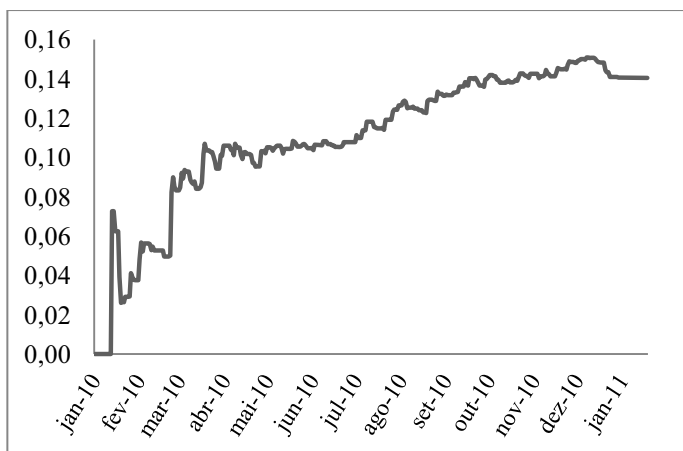


Gráfico 130 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG10/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 64 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG10/E1

Dígito	Data	Δpo
1	01/01/2010	0,00%
2	15/01/2010	28,59%
3	27/01/2010	2,89%
4	18/01/2010	22,47%
5	13/01/2010	24,78%
6	10/09/2010	60,35%
7	07/12/2010	69,22%
8	01/01/2010	0,00%
9	15/01/2010	33,19%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 64 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 1 e 8 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 7 apresentou o maior desvio positivo observado, 69,22% de excesso em 07/12/2010, sendo seguido pelo dígito 6 com 60,35% de excesso em 10/09/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 22,07 e 13,66 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-11. Unidade Gestora 11 do Estado E1 (UG11 – E1)

A unidade gestora ocupou o 1º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,1193, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 11,93% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 131.

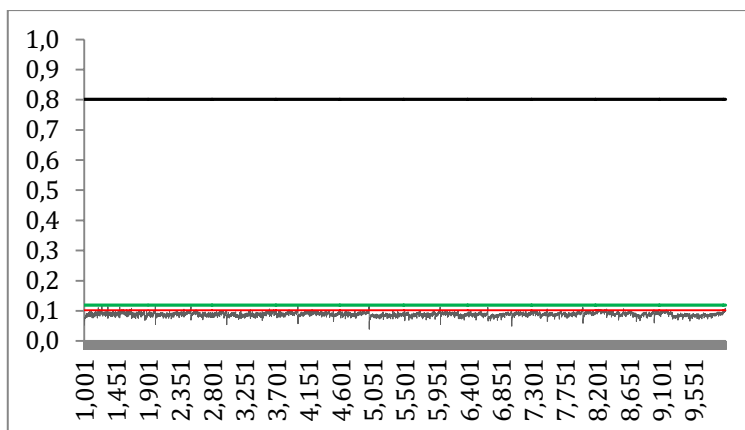


Gráfico 131– Ax obtido pela UG11/E1 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 2,45%, sendo seguida pela 2ª posição com 4,55%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 82,11%, vide Gráfico 132 a seguir:

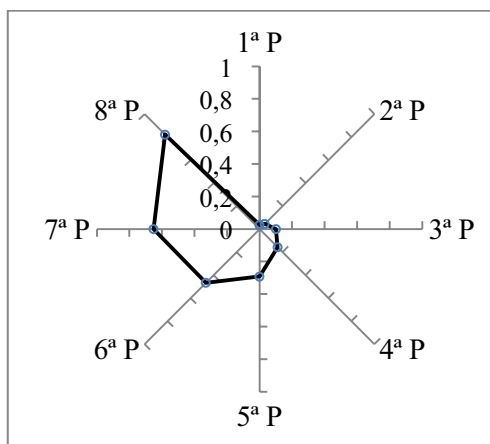


Gráfico 132 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG11/E1.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,00269 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 14/01/2010 com um desvio de 0,06489 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 133.

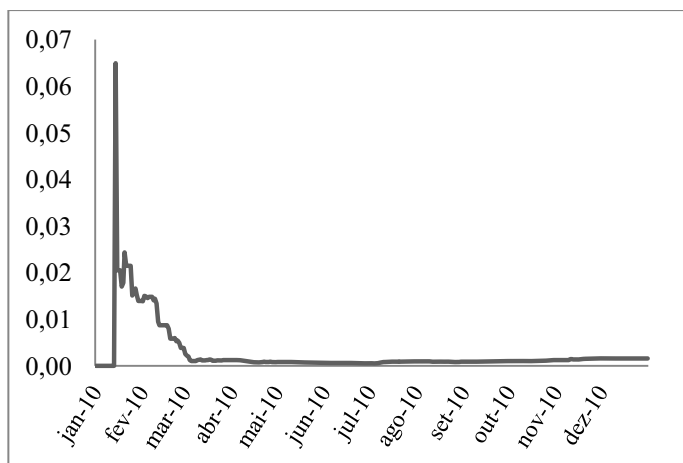


Gráfico 133 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG11/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 65 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG11/E1

Dígito	Data	Δpo
1	19/01/2010	11,38%
2	14/01/2010	23,16%
3	14/01/2010	40,03%
4	01/01/2010	0,00%
5	01/12/2010	11,10%
6	27/01/2010	16,60%
7	19/11/2010	6,17%
8	14/01/2010	18,16%
9	20/01/2010	48,49%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 65 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 4 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 9 apresentou o maior desvio positivo observado, 48,49% de excesso em 20/01/2010, sendo seguido pelo dígito 3 com 40,03% de excesso em 14/01/2010. O desvio do dígito 9 foi significativo para o Z-Teste, enquanto o desvio do dígito 3 não foi, obtendo-se respectivamente 4,42 e 1,83 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-12. Unidade Gestora 12 do Estado E1 (UG12 – E1)

A unidade gestora ocupou o 19º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,2944, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 29,44% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 134.

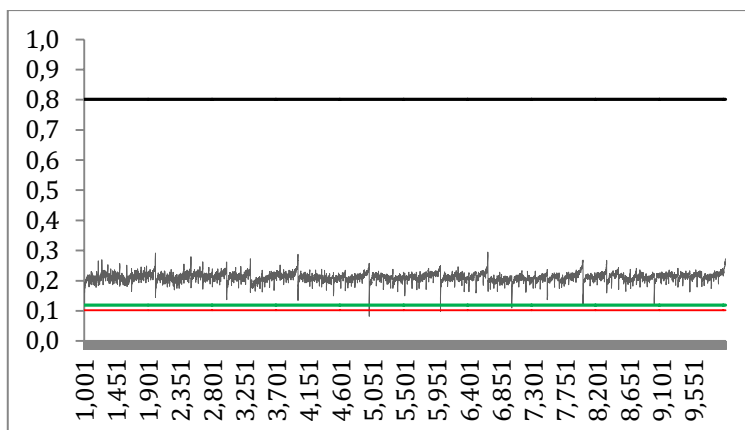


Gráfico 134 - Δx obtido pela UG12/E1 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 3,85%, sendo seguida pela 2ª posição com 10,83%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 85,82%, vide Gráfico 135 a seguir:

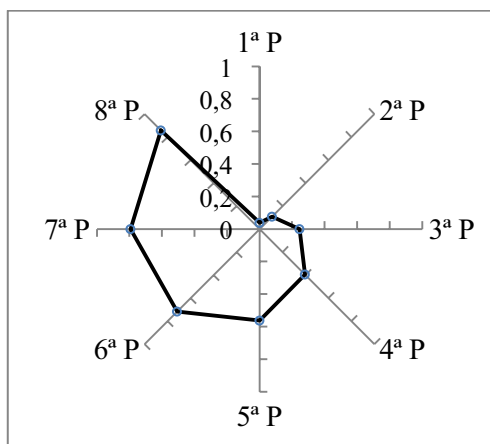


Gráfico 135 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG12/E1.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,00921 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 19/01/2010 com um desvio de 0,04848 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 136.

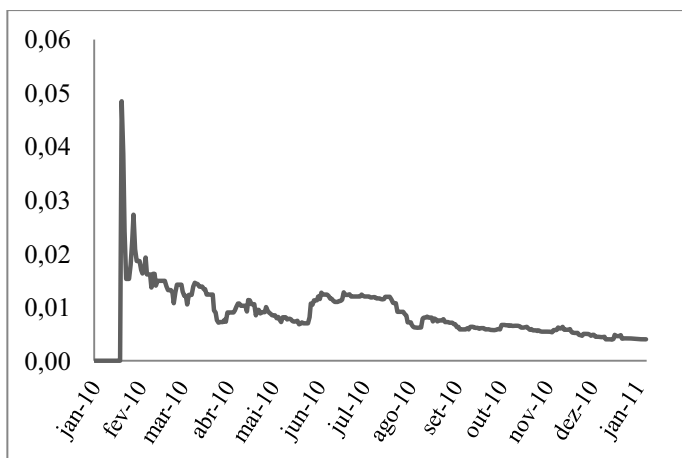


Gráfico 136 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG12/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 66 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG12/E1

Dígito	Data	Δpo
1	20/01/2010	19,20%
2	01/02/2010	14,77%
3	15/07/2010	14,39%
4	28/01/2010	21,73%
5	01/01/2010	0,00%
6	20/01/2010	14,64%
7	25/01/2010	33,72%
8	19/01/2010	43,73%
9	19/01/2010	49,67%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 66 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 5 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 9 apresentou o maior desvio positivo observado, 49,67% de excesso em 19/01/2010, sendo seguido pelo dígito 8 com 43,73% de excesso também em 19/01/2010. Alerta-se ao fato de que tais desvios não foram significativos para o Z-Teste, obtendo respectivamente 1,46 e 1,22 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-13. Unidade Gestora 13 do Estado E1 (UG13 – E1)

A unidade gestora ocupou o 27º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,3474, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 34,74% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 137.

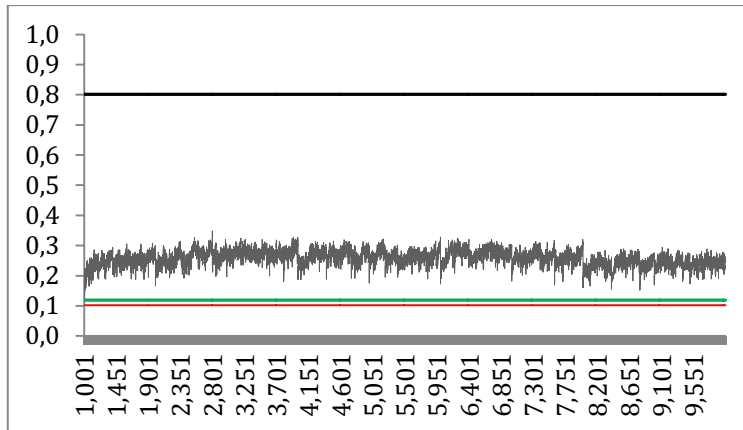


Gráfico 137 - Δx obtido pela UG13/E1 no teste de invariância

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 13,06%, sendo seguida pela 2ª posição com 19,03%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 85,92%, vide Gráfico 138 a seguir:

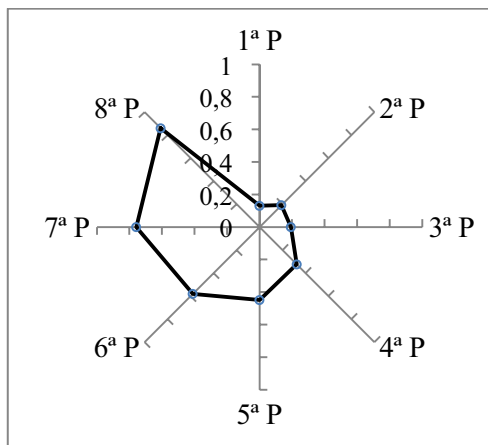


Gráfico 138 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG13/E1.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,08336 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 05/02/2010 com um desvio de 0,17244 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 139. O desvio inicialmente observado reflete a emissão de 57 empenhos no valor de R\$ 842,00 e 32 empenhos no valor de R\$ 186.235,60, realizadas entre os dias 22/01 e 06/02/2010.

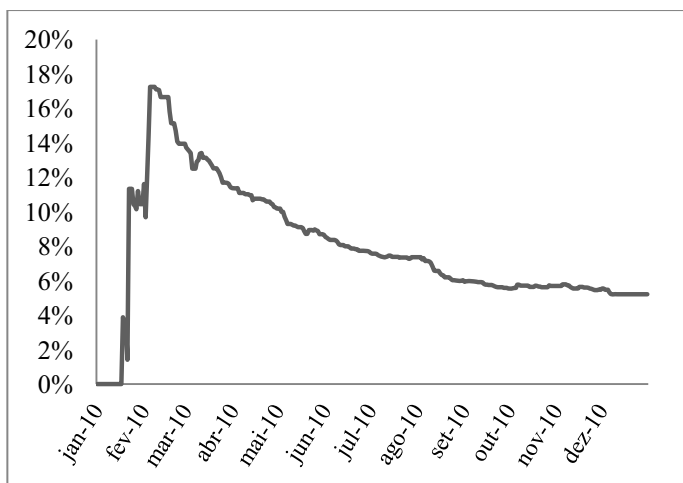


Gráfico 139 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG13/E1
 Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 67 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG13/E1

Dígito	Data	Δpo
1	25/01/2010	29,76%
2	18/01/2010	29,56%
3	18/01/2010	18,79%
4	01/01/2010	0,00%
5	18/01/2010	31,38%
6	01/01/2010	0,00%
7	01/12/2010	27,61%
8	05/02/2010	80,38%
9	10/03/2010	57,29%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 67 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 4 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 8 apresentou o maior desvio positivo observado, 80,38% de excesso em 05/02/2010, sendo seguido pelo dígito 9 com 57,29% de excesso em 10/03/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 16,48 e 5,79 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-14. Unidade Gestora 14 do Estado E1 (UG14 – E1)

A unidade gestora ocupou o 50º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,5390, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 53,9% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 140.

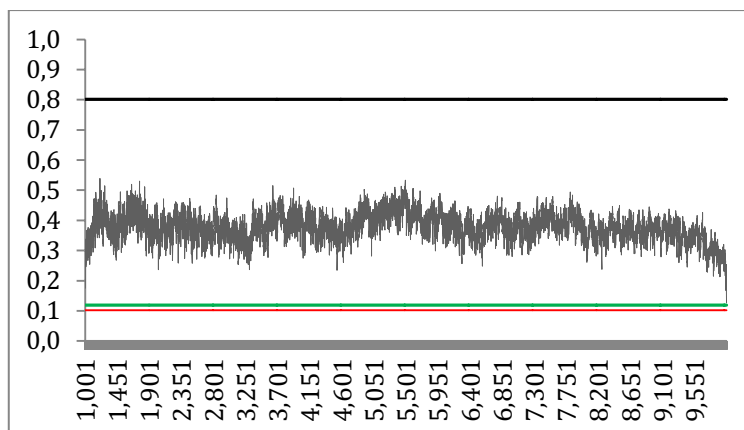


Gráfico 140 - Δx obtido pela UG14/E1 no teste de invariância

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 26,50%, sendo seguida pela 2ª posição com 27,01%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 88,51%, vide Gráfico 141 a seguir:

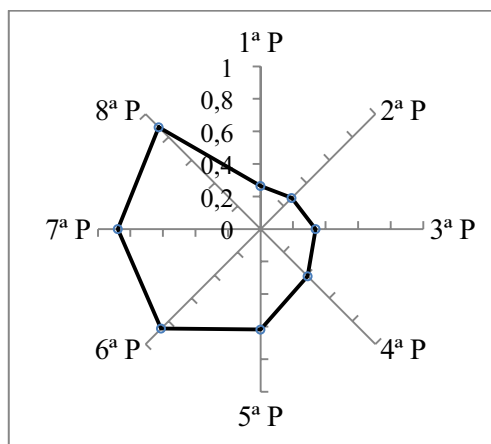


Gráfico 141 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG14/E1.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,10332 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 22/01/2010 com um desvio de 0,20955 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 142. A quebra estrutural observada no dia 24/02/2010 reflete a emissão de 233 empenhos neste dia, dos quais 85 no valor de R\$ 77,95, 65 no valor de R\$ 155,90 e 25 no valor de R\$ 94,01.

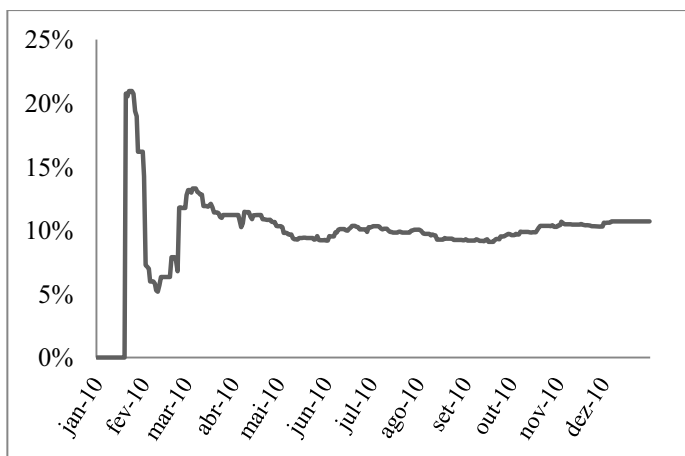


Gráfico 142 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG14/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 68 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG14/E1

Dígito	Data	Δpo
1	26/01/2010	40,22%
2	03/02/2010	19,35%
3	22/01/2010	70,19%
4	01/01/2010	0,00%
5	06/12/2010	59,79%
6	01/01/2010	0,00%
7	25/02/2010	68,92%
8	26/05/2010	24,04%
9	25/02/2010	6,45%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 68 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 4 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 3 apresentou o maior desvio positivo observado, 70,19% de excesso em 22/01/2010, sendo seguido pelo dígito 7 com 68,92% de excesso em 25/02/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 11,18 e 13,91 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-15. Unidade Gestora 15 do Estado E1 (UG15 – E1)

A unidade gestora ocupou o 7º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,2206, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 22,06% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 143.

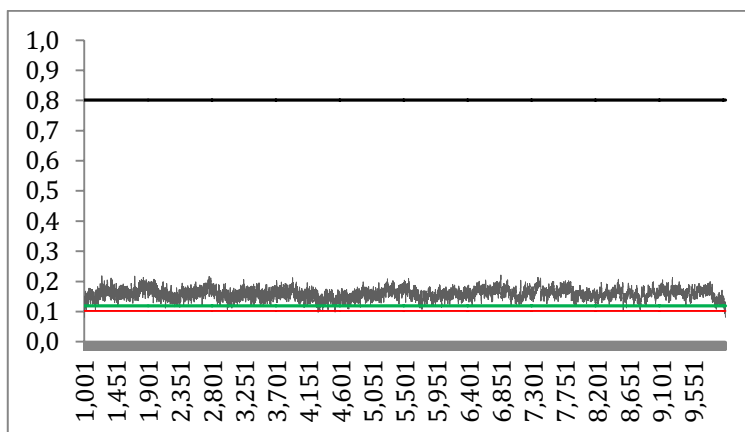


Gráfico 143 - Δx obtido pela UG15/E1 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 6,87%, sendo seguida pela 2ª posição com 4,45%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 88,28%, vide Gráfico 144 a seguir:

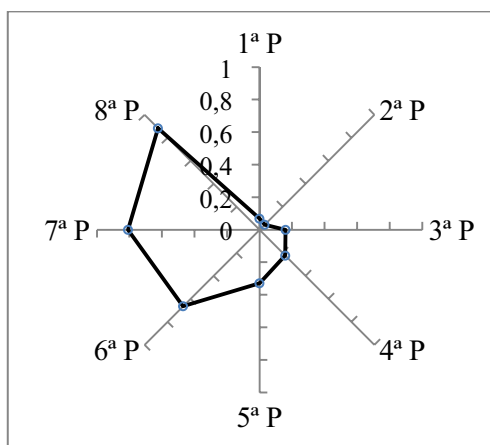


Gráfico 144 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG15/E1.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,02129 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 29/01/2010 com um desvio de 0,1121 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 145.

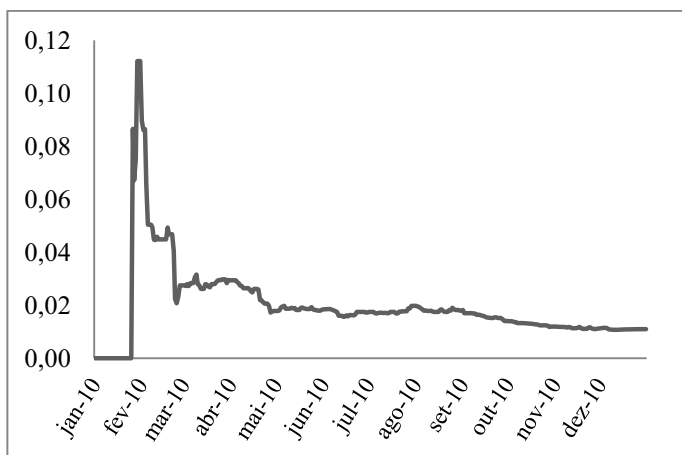


Gráfico 145 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG15/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 69 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG15/E1

Dígito	Data	Δpo
1	26/01/2010	30,29%
2	21/12/2010	12,91%
3	26/01/2010	8,38%
4	26/01/2010	46,70%
5	19/02/2010	45,68%
6	27/01/2010	45,39%
7	29/01/2010	37,99%
8	29/01/2010	70,98%
9	27/01/2010	11,34%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 69 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Todos os dígitos de 1 a 9 apresentaram desvios positivos em algum momento do período analisado. O dígito 8 apresentou o maior desvio positivo observado, 70,98% de excesso em 29/01/2010, sendo seguido pelo dígito 4 com 46,7% de excesso em 26/01/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 10,16 e 2,00 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-16. Unidade Gestora 16 do Estado E1 (UG16 – E1)

A unidade gestora ocupou o 29º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,3709, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 37,09% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 146.

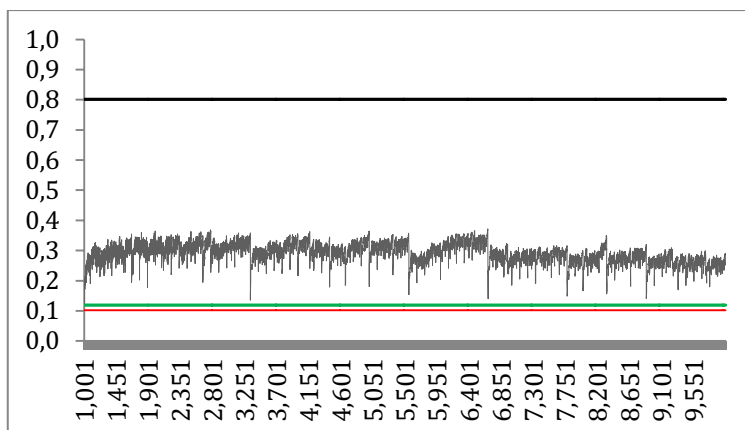


Gráfico 146 - Δx obtido pela UG16/E1 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 17,14%, sendo seguida pela 2ª posição com 20,27%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 85,44%, vide Gráfico 147 a seguir:

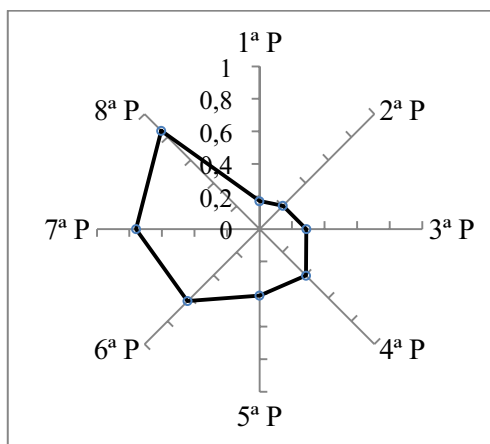


Gráfico 147 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG16/E1.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,02507 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 20/01/2010 com um desvio de 0,108 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 148.

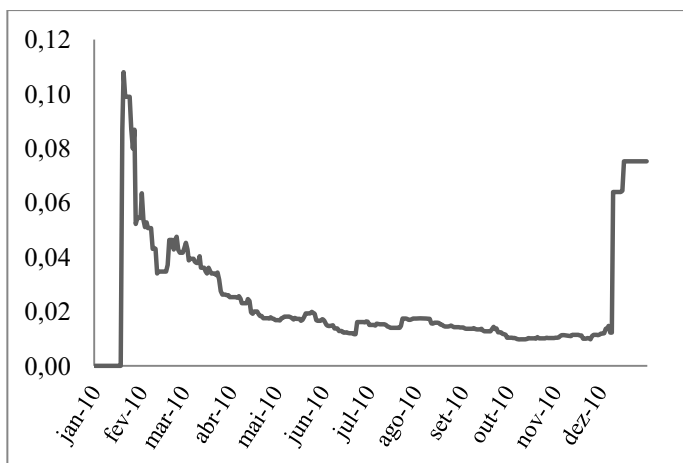


Gráfico 148 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG16/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 70 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG16/E1

Dígito	Data	Δpo
1	09/04/2010	2,92%
2	06/12/2010	9,41%
3	16/12/2010	36,45%
4	09/12/2010	52,34%
5	23/02/2010	46,08%
6	01/01/2010	0,00%
7	19/01/2010	62,31%
8	20/01/2010	60,36%
9	25/01/2010	36,85%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 70 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 6 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 7 apresentou o maior desvio positivo observado, 62,31% de excesso em 19/01/2010, sendo seguido pelo dígito 8 com 60,36% de excesso em 20/01/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 3,12 e 2,9 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-17. Unidade Gestora 17 do Estado E1 (UG17 – E1)

A unidade gestora ocupou o 52º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,5829, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 58,29% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 149.

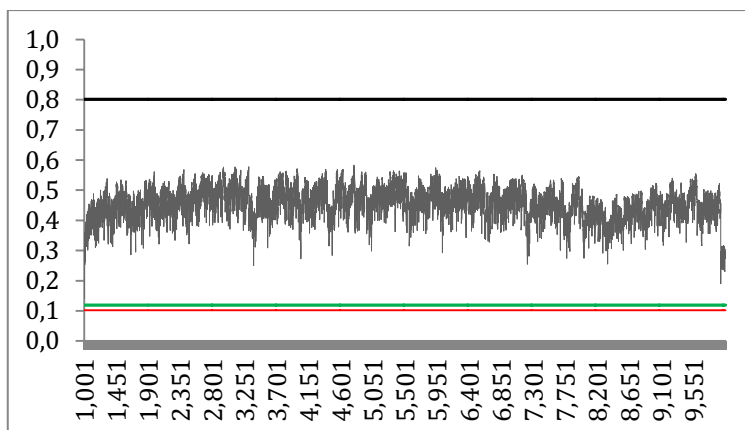


Gráfico 149 – Δx obtido pela UG17/E1 no teste de invariância

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 25,86%, sendo seguida pela 2ª posição com 41,88%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 87,19%, vide Gráfico 150 a seguir:

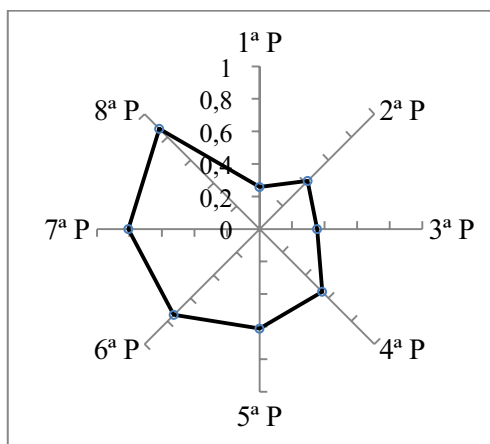


Gráfico 150 – Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG17/E1.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,29619 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 12/02/2010 com um desvio de 0,58387 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 151.

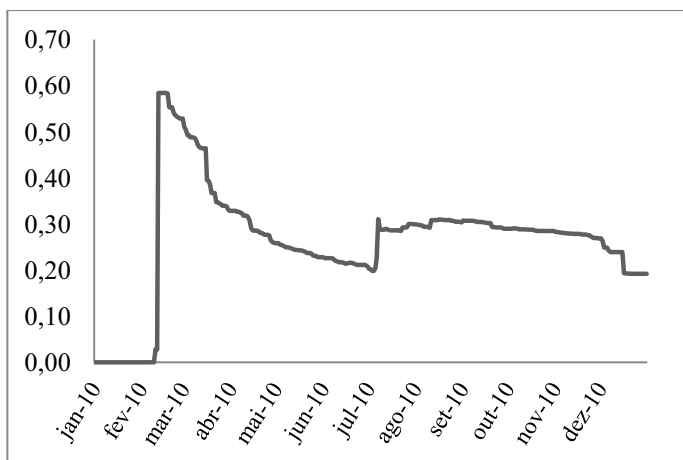


Gráfico 151 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG17/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 71 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG17/E1

Dígito	Data	Δpo
1	20/12/2010	9,38%
2	01/01/2010	0,00%
3	10/02/2010	8,38%
4	10/02/2010	14,72%
5	10/02/2010	41,93%
6	11/02/2010	23,01%
7	03/07/2010	11,42%
8	01/01/2010	0,00%
9	12/02/2010	93,19%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 71 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 2 e 8 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 9 apresentou o maior desvio positivo observado, 93,19% de excesso em 12/02/2010, sendo seguido pelo dígito 5 com 41,93% de excesso em 10/02/2010. O desvio do dígito 9 foi significativo para o Z-Teste, enquanto o desvio do dígito 5 não foi, obtendo-se respectivamente 78,92 e 1,45 para um valor crítico de 1,96. Foi constatada a emissão de 379 empenhos no valor de R\$ 906,00, os quais representaram 26,01% do número total de empenhos emitidos por esta UG.

Apêndice F-18. Unidade Gestora 18 do Estado E1 (UG18 – E1)

A unidade gestora ocupou o 17º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,2871, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 28,71% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 152.

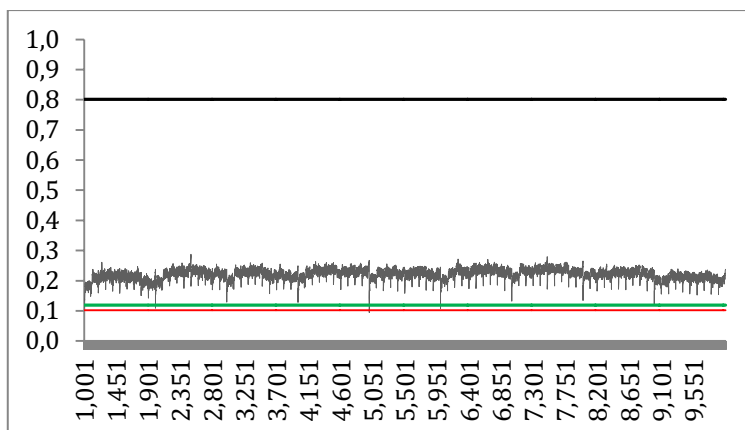


Gráfico 152– Ax obtido pela UG18/E1 no teste de invariância

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 8,25%, sendo seguida pela 2ª posição com 16,58%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 81,83%, vide Gráfico 153 a seguir:

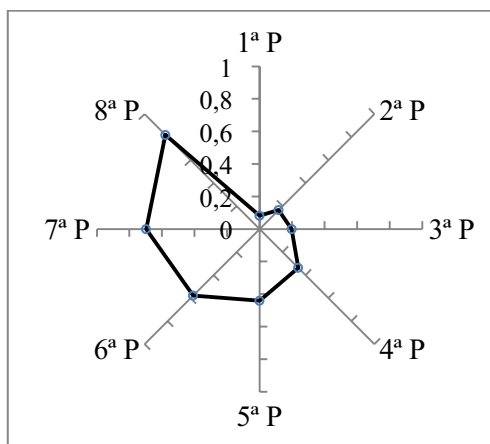


Gráfico 153 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG18/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,02237 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 12/03/2010 com um desvio de 0,05111 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 154.

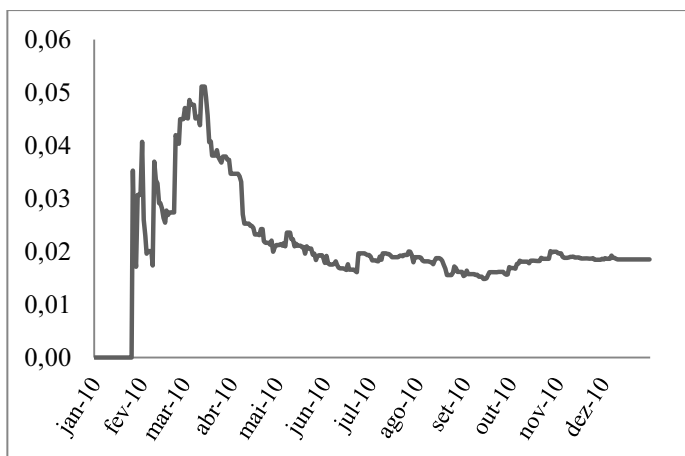


Gráfico 154 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG18/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 72 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG18/E1

Dígito	Data	Δpo
1	26/01/2010	13,70%
2	01/02/2010	28,64%
3	01/01/2010	0,00%
4	26/02/2010	43,38%
5	12/03/2010	41,71%
6	01/01/2010	0,00%
7	16/06/2010	17,11%
8	01/01/2010	0,00%
9	29/10/2010	44,24%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 72 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 3, 6 e 8 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 9 apresentou o maior desvio positivo observado, 44,24% de excesso em 29/10/2010, sendo seguido pelo dígito 4 com 43,38% de excesso em 26/02/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 5,56 e 3,9 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-19. Unidade Gestora 19 do Estado E1 (UG19 – E1)

A unidade gestora ocupou o 37º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,4161, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 41,61% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 155.

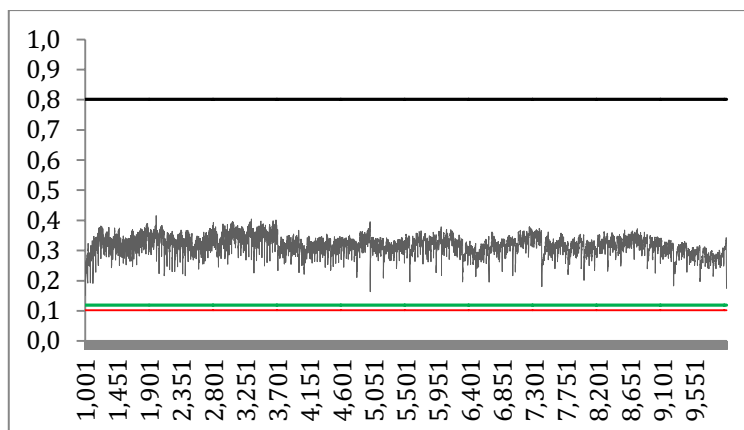


Gráfico 155– Ax obtido pela UG19/E1 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 14,61%, sendo seguida pela 2ª posição com 15,78%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 89,06%, vide Gráfico 156 a seguir:

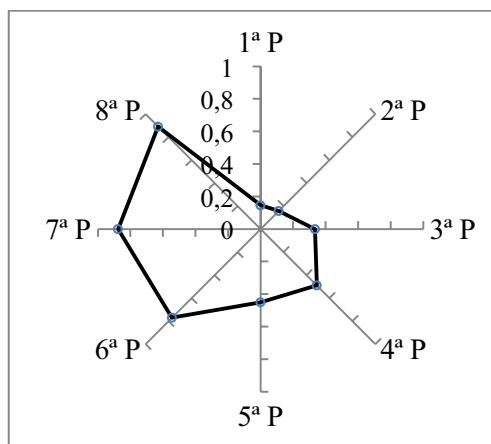


Gráfico 156 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG19/E1.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,03198 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 01/02/2010 com um desvio de 0,04911 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 157. A quebra estrutural observada entre os dias 25/04 e 25/05/2010 reflete a emissão de 219 empenhos iniciados pelo dígito 4, sendo que 152 destes tiveram valores que oscilaram entre R\$ 4.400,00 e R\$ 4.499,00.

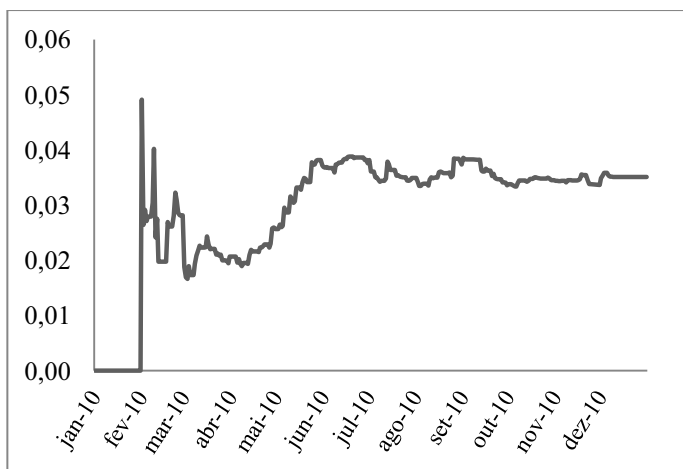


Gráfico 157- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG19/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 73 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG19/E1

Dígito	Data	Δpo
1	01/02/2010	28,64%
2	09/02/2010	34,43%
3	08/02/2010	27,44%
4	24/05/2010	37,79%
5	02/02/2010	19,94%
6	01/01/2010	0,00%
7	01/03/2010	23,95%
8	11/02/2010	16,69%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 73 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 6 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 4 apresentou o maior desvio positivo observado, 37,79% de excesso em 24/05/2010, sendo seguido pelo dígito 2 com 34,43% de excesso em 09/02/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 10,03 e 3,40 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-20. Unidade Gestora 20 do Estado E1 (UG20 – E1)

A unidade gestora ocupou o 40º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,4450, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 44,5% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 158.

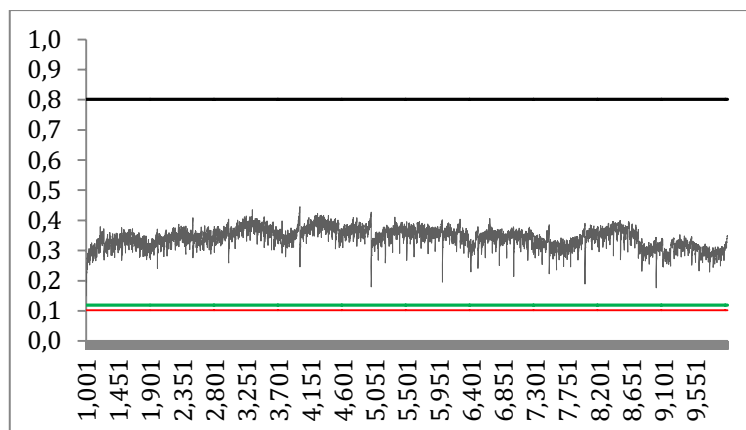


Gráfico 158– Ax obtido pela UG20/E1 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 14,46%, sendo seguida pela 2ª posição com 20,70%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 87,75%, vide Gráfico 159 a seguir:

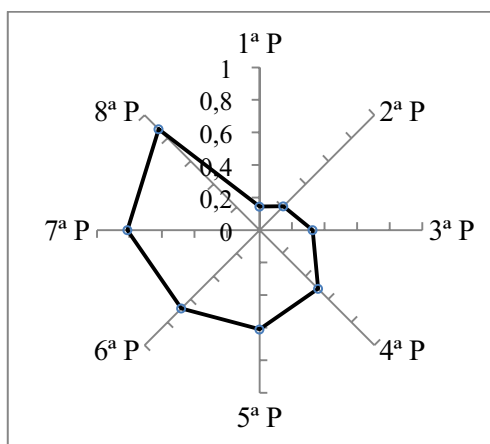


Gráfico 159– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG20/E1.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,05329 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 11/02/2010 com um desvio de 0,08095 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 160.

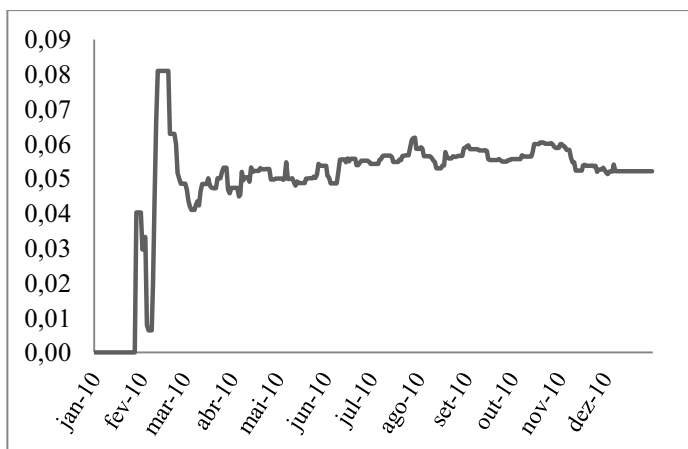


Gráfico 160- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG20/E1

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 74 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG20/E1

Dígito	Data	Δpo
1	04/11/2010	23,20%
2	01/01/2010	0,00%
3	01/01/2010	0,00%
4	01/01/2010	0,00%
5	28/01/2010	47,54%
6	04/02/2010	12,97%
7	11/02/2010	62,31%
8	10/02/2010	46,49%
9	26/03/2010	23,64%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 74 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 2, 3 e 4 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 7 apresentou o maior desvio positivo observado, 62,31% de excesso em 11/02/2010, sendo seguido pelo dígito 5 com 47,54% de excesso em 28/01/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 5,17 e 2,01 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-21. Unidade Gestora 01 do Estado E2 (UG01 – E2)

A unidade gestora ocupou o 9º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,2280, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 22,8% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 161.

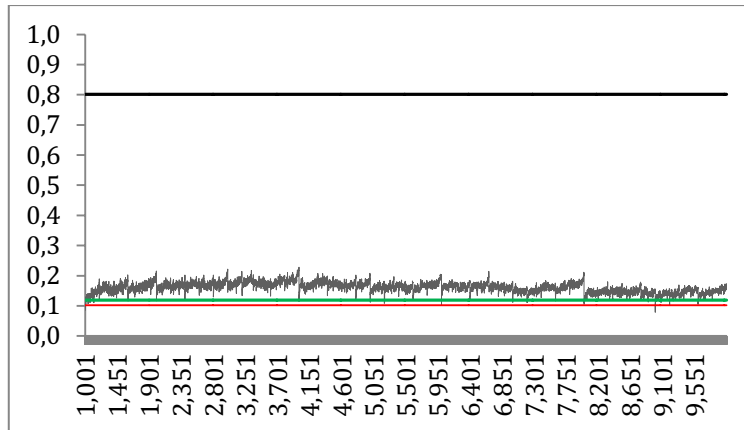


Gráfico 161 - Δx obtido pela UG01/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 8,88%, sendo seguida pela 2ª posição com 9,63%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 73,16%, vide Gráfico 162 a seguir:

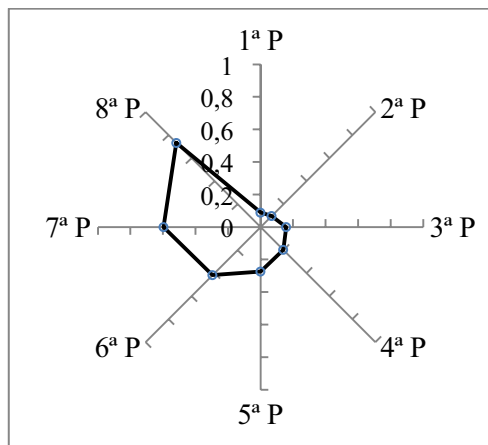


Gráfico 162 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG01/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um *FDR* médio anual de 0,02723 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 03/02/2010 com um desvio de 0,08843 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 163. A quebra estrutural entre os dias 29/06 e 06/07/2010 reflete a emissão de 137 empenhos, 31 dos quais iniciados pelo dígito 9, quando o número de ocorrências esperada era de 6 para o período.

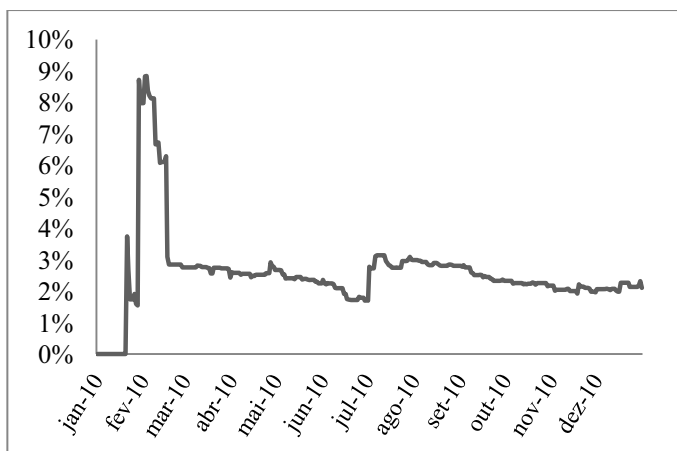


Gráfico 163 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG01/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 75 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG01/E2

Dígito	Data	Δpo
1	28/01/2010	7,46%
2	27/01/2010	10,13%
3	21/01/2010	37,53%
4	21/01/2010	11,17%
5	29/01/2010	53,48%
6	03/02/2010	54,22%
7	27/11/2010	5,26%
8	29/12/2010	27,95%
9	06/07/2010	39,56%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 75 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Todos os dígitos de 1 a 9 apresentaram desvios positivos em algum momento do período analisado. O dígito 6 apresentou o maior desvio positivo observado, 54,22% de excesso em 03/02/2010, sendo seguido pelo dígito 5 com 53,48% de excesso em 29/01/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 5,27 e 5,44 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-22. Unidade Gestora 02 do Estado E2 (UG02 – E2)

A unidade gestora ocupou o 54º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,6332, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 63,32% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 164.

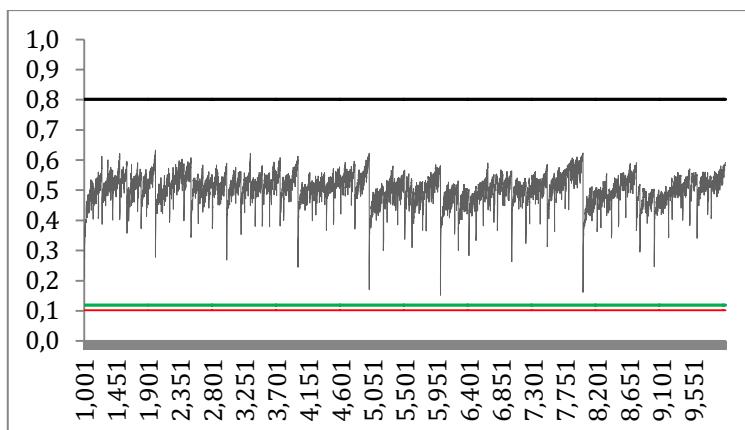


Gráfico 164 - Δx obtido pela UG02/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 18,27%, sendo seguida pela 2ª posição com 35,82%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 88,66%, vide Gráfico 165 a seguir:

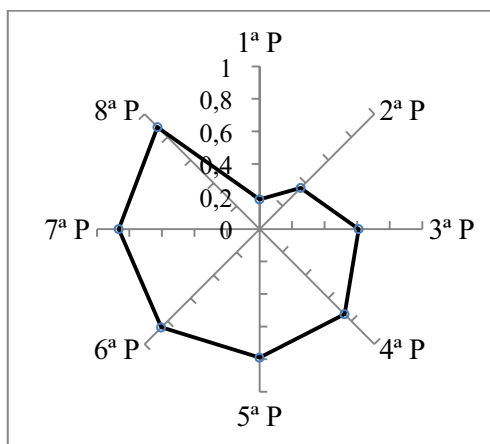


Gráfico 165 - – Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG02/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,06998 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 13/02/2010 com um desvio de 0,14406 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 166.

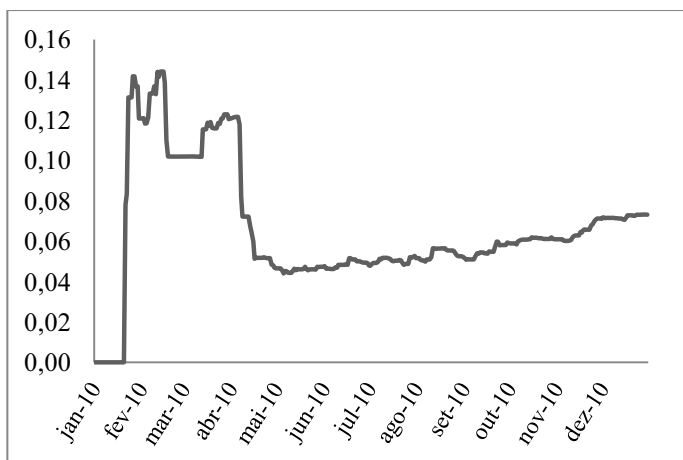


Gráfico 166 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG02/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 76 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG02/E2

Dígito	Data	Δpo
1	01/01/2010	0,00%
2	13/02/2010	56,72%
3	01/01/2010	0,00%
4	01/12/2010	41,03%
5	23/01/2010	63,05%
6	01/01/2010	0,00%
7	06/02/2010	44,28%
8	23/01/2010	46,29%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 76 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 1, 3, 6 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 5 apresentou o maior desvio positivo observado, 63,05% de excesso em 23/01/2010, sendo seguido pelo dígito 2 com 56,72% de excesso em 13/02/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 4,96 e 13,34 para um valor crítico de 1,96

Apêndice F-23. Unidade Gestora 03 do Estado E2 (UG03 – E2)

A unidade gestora ocupou o 33º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,4012, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 40,12% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 167.

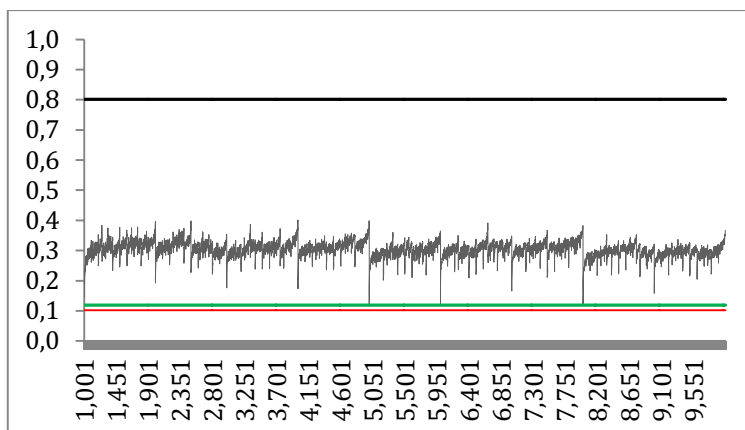


Gráfico 167 - Δx obtido pela UG03/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 13,82%, sendo seguida pela 2ª posição com 15,38%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 88,76%, vide Gráfico 168 a seguir:

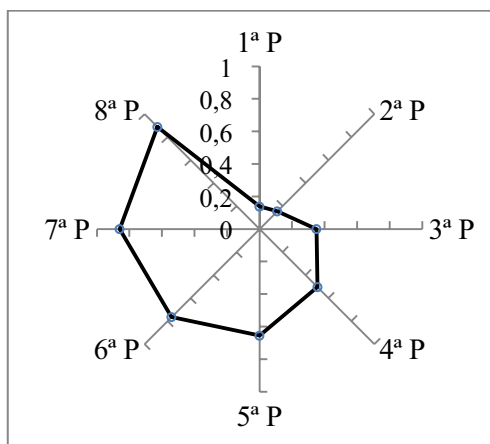


Gráfico 168– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG03/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,04888 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 21/01/2010 com um desvio de 0,13166 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 169.

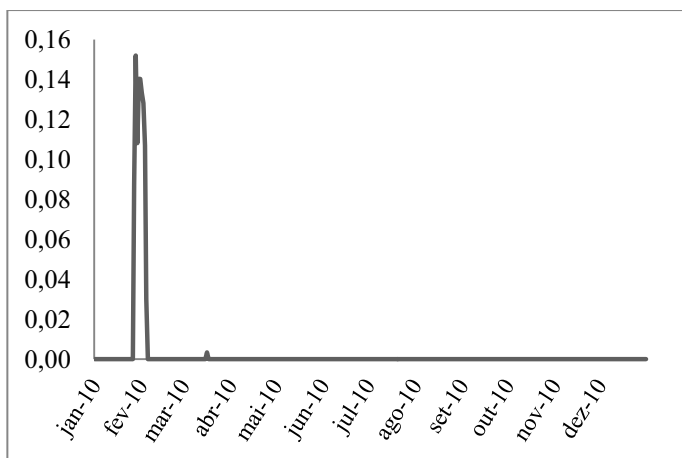


Gráfico 169 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG03/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 77 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG03/E2

Dígito	Data	Δpo
1	22/01/2010	30,16%
2	21/01/2010	52,35%
3	01/01/2010	0,00%
4	17/02/2010	14,67%
5	11/02/2010	27,05%
6	28/01/2010	15,20%
7	27/01/2010	61,49%
8	01/01/2010	0,00%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 77 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 3, 8 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 7 apresentou o maior desvio positivo observado, 61,49% de excesso em 27/01/2010. O segundo maior desvio foi observado no dígito 2 com 52,35% de excesso em 21/01/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 6,71 e 3,93 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-24. Unidade Gestora 04 do Estado E2 (UG04 – E2)

A unidade gestora ocupou o 2º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,1259, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 12,59% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 170.

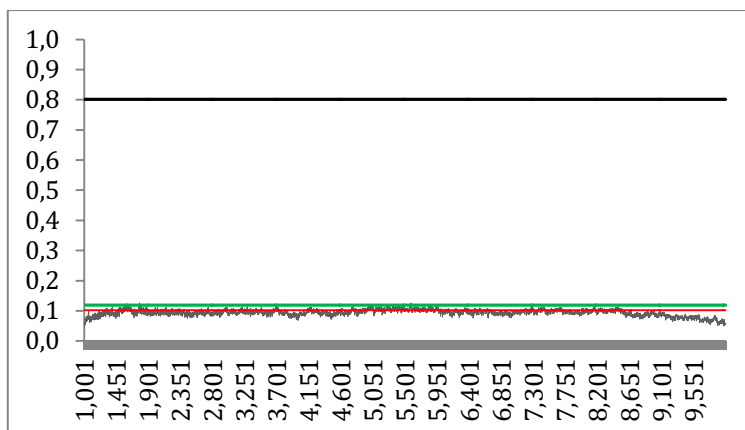


Gráfico 170 - Δx obtido pela UG04/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 7,55%, sendo seguida pela 2ª posição com 5,32%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 71,50%, vide Gráfico 171 a seguir:

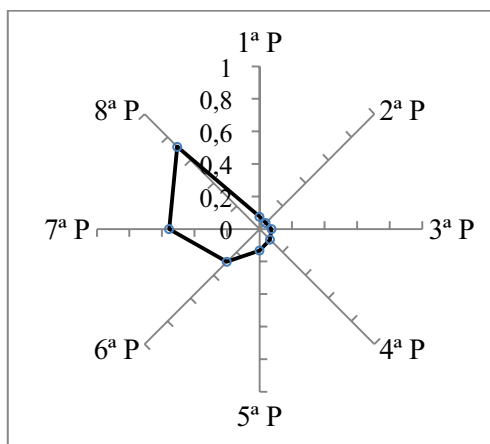


Gráfico 171 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG04/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,01907 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 26/01/2010 com um desvio de 0,05494 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 172.

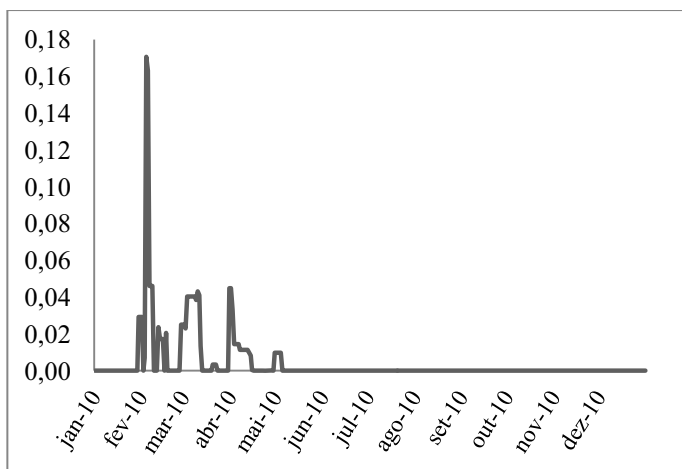


Gráfico 172 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG04/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 78 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG04/E2

Dígito	Data	Δpo
1	26/01/2010	33,52%
2	01/01/2010	0,00%
3	30/01/2010	13,73%
4	25/06/2010	39,35%
5	30/12/2010	21,23%
6	04/02/2010	17,06%
7	26/01/2010	23,16%
8	05/02/2010	24,78%
9	28/01/2010	21,07%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 78 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 2 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 4 apresentou o maior desvio positivo observado, 39,35% de excesso em 25/06/2010. O segundo maior desvio foi observado no dígito 1 com 33,52% de excesso em 26/01/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 6,59 e 2,72 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-25. Unidade Gestora 05 do Estado E2 (UG05 – E2)

A unidade gestora ocupou o 55º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,6335, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 63,35% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 173.

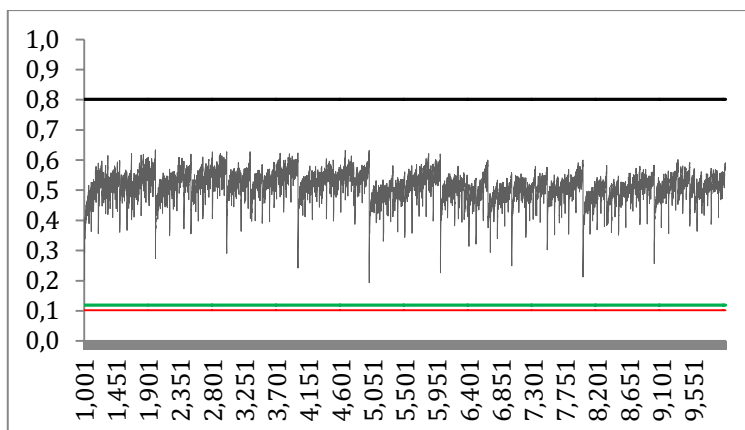


Gráfico 173 - Δx obtido pela UG05/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 16,90%, sendo seguida pela 2ª posição com 41,41%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 89,23%, vide Gráfico 174 a seguir:

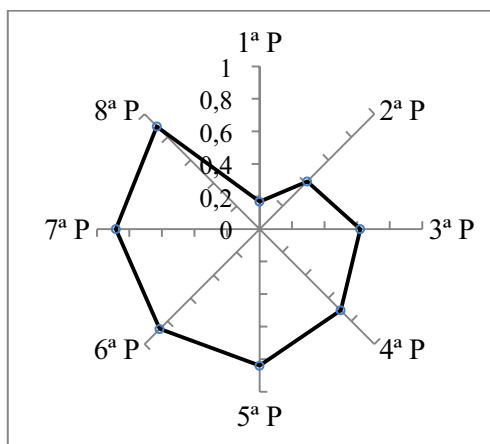


Gráfico 174 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG05/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,05082 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 21/01/2010 com um desvio de 0,11715 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 175.

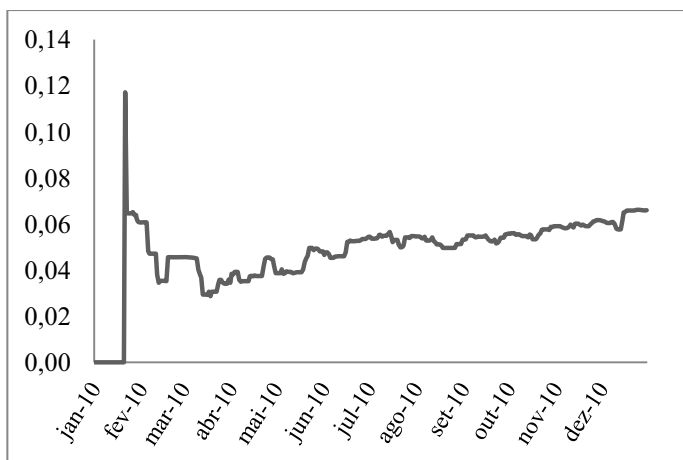


Gráfico 175 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG05/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 79 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG05/E2

Dígito	Data	Δpo
1	01/01/2010	0,00%
2	23/01/2010	44,19%
3	16/12/2010	18,20%
4	27/05/2010	34,34%
5	21/01/2010	21,95%
6	15/12/2010	55,27%
7	01/01/2010	0,00%
8	16/09/2010	6,85%
9	21/01/2010	68,43%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 79 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 1 e 7 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 9 apresentou o maior desvio positivo observado, 68,43% de excesso em 21/01/2010, sendo seguido pelo dígito 6 com 55,27% de excesso em 15/12/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 4,16 e 20,43 para um valor crítico de 1,96. Foi constatada a emissão de 525 empenhos iniciados pelo dígito 6, quando o valor esperado para a UG seria de 236.

Apêndice F-26. Unidade Gestora 06 do Estado E2 (UG06 – E2)

A unidade gestora ocupou o 42º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,4499, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 44,99% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 176.

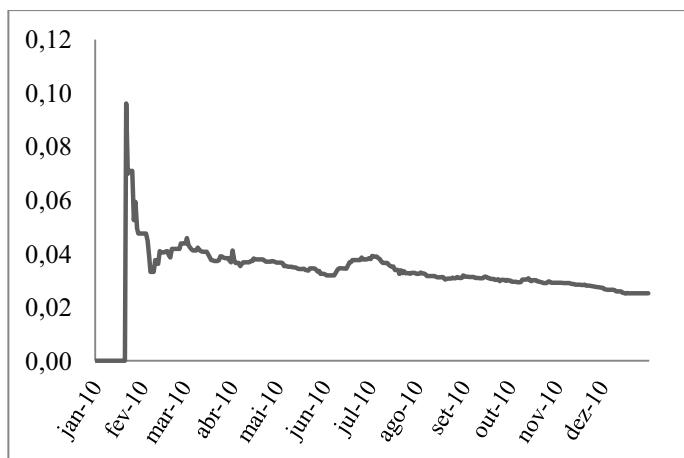


Gráfico 178- Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG06/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 80 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG06/E2

Dígito	Data	Δpo
1	21/01/2010	36,25%
2	19/02/2010	22,68%
3	01/01/2010	0,00%
4	04/02/2010	29,32%
5	01/01/2010	0,00%
6	03/08/2010	46,89%
7	01/01/2010	0,00%
8	21/01/2010	30,94%
9	21/01/2010	50,58%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 80 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 3, 5 e 7 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 9 apresentou o maior desvio positivo observado, 50,58% de excesso em 21/01/2010. O segundo maior desvio foi observado no dígito 6 com 46,89% de excesso em 03/08/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 2,38 e 15,01 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-27. Unidade Gestora 07 do Estado E2 (UG07 – E2)

A unidade gestora ocupou o 34º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,4126, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 41,26% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 179.

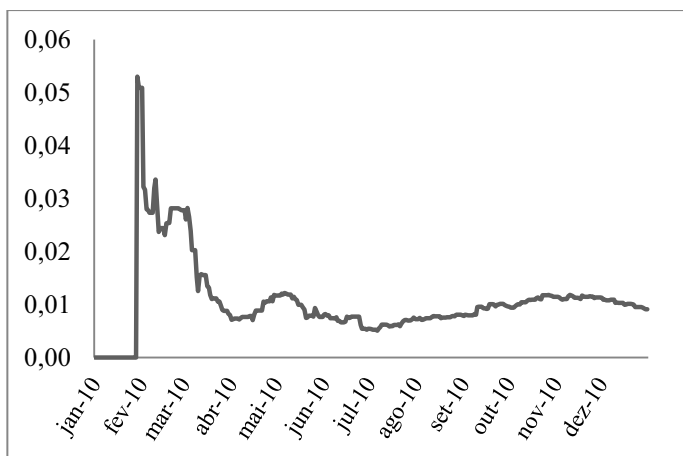


Gráfico 181 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG07/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 81 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG07/E2

Dígito	Data	Δpo
1	29/01/2010	23,24%
2	03/03/2010	21,67%
3	01/01/2010	0,00%
4	26/02/2010	37,16%
5	01/01/2010	0,00%
6	29/01/2010	43,10%
7	29/01/2010	26,06%
8	29/01/2010	13,04%
9	30/01/2010	42,35%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 81 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 3 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 6 apresentou o maior desvio positivo observado, 43,10% de excesso em 29/01/2010. O segundo maior desvio foi observado no dígito 9 com 42,35% de excesso em 30/01/2010. Alerta-se ao fato de que tais desvios não foram significativos para o Z-Teste, obtendo respectivamente 1,48 e 1,29 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-28. Unidade Gestora 08 do Estado E2 (UG08 – E2)

A unidade gestora ocupou o 41º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,4468, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 44,68% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 182.

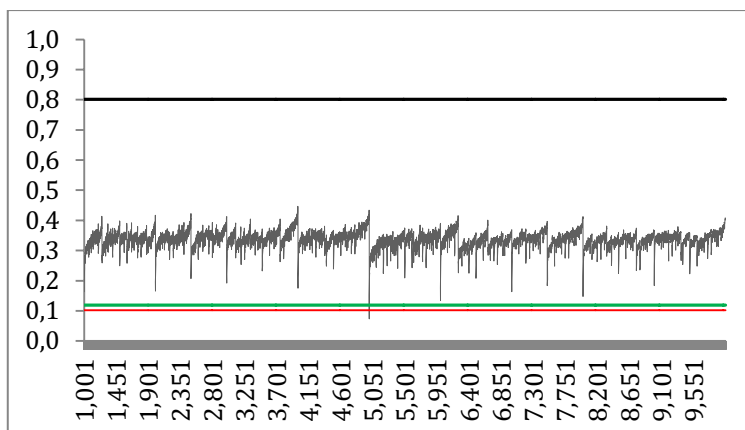


Gráfico 182 - Δx obtido pela UG08/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 4,92%, sendo seguida pela 2ª posição com 21,95%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 87,09%, vide Gráfico 183 a seguir:

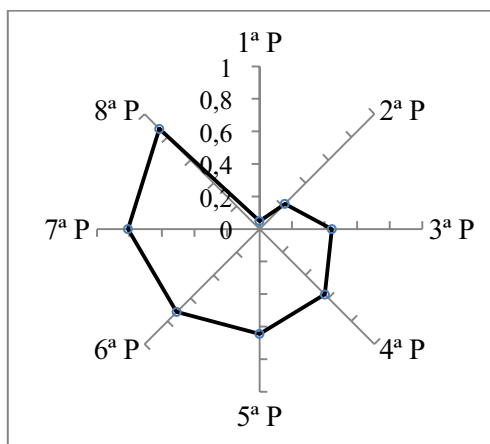


Gráfico 183 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG08/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,01195 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 30/01/2010 com um desvio de 0,06016 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 184. A quebra estrutural observada entre os dias 19/05 e 20/05/2010 reflete a emissão de 105 empenhos, 51 dos quais iniciados pelo dígito 7, com valores que oscilaram entre R\$ 7.000,00 e R\$ 7.950,00.

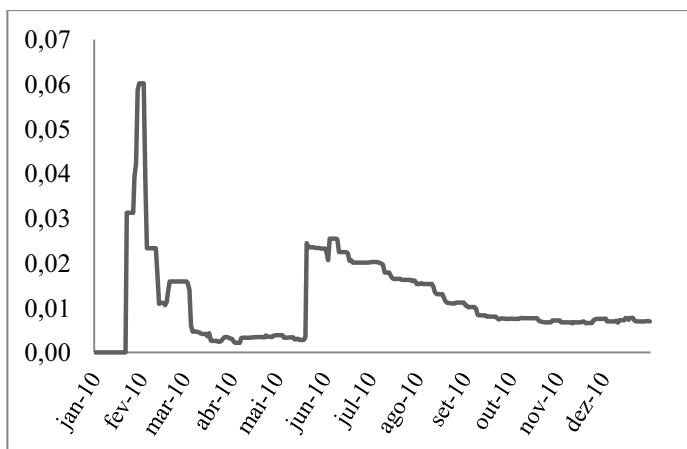


Gráfico 184 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG08/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 82 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG08/E2

Dígito	Data	Δpo
1	18/12/2010	8,81%
2	11/02/2010	11,03%
3	04/02/2010	18,17%
4	29/01/2010	46,09%
5	03/02/2010	19,24%
6	30/01/2010	39,08%
7	04/06/2010	44,13%
8	09/07/2010	27,24%
9	29/01/2010	18,55%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 82 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 1 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 4 apresentou o maior desvio positivo observado, 46,09% de excesso em 29/01/2010, sendo seguido pelo dígito 7 com 44,13% de excesso em 04/06/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 2,77 e 6,60 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-29. Unidade Gestora 09 do Estado E2 (UG09 – E2)

A unidade gestora ocupou o 47º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,5139, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 51,39% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 185.

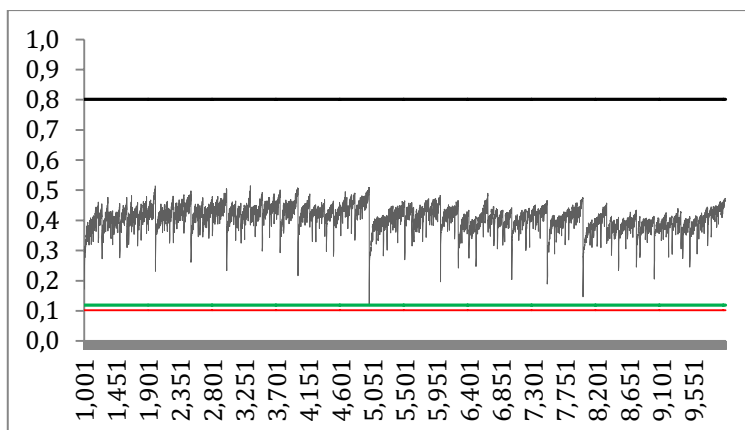


Gráfico 185 - Δx obtido pela UG09/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 7,39%, sendo seguida pela 2ª posição com 20,48%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 85,55%, vide Gráfico 186 a seguir:

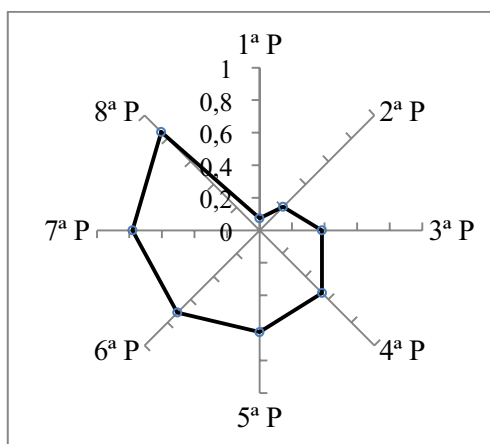


Gráfico 186 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG09/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,01091 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 21/01/2010 com um desvio de 0,05387 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 187.

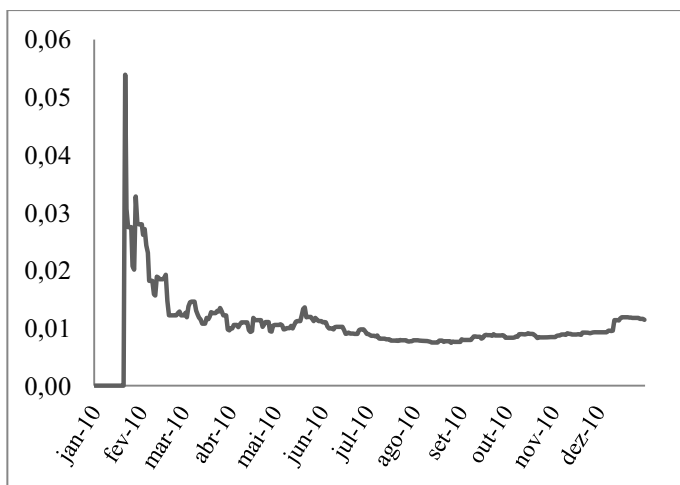


Gráfico 187 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG09/E2
 Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 83 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG09/E2

Dígito	Data	Δpo
1	30/01/2010	18,91%
2	21/01/2010	38,75%
3	21/01/2010	23,11%
4	16/12/2010	16,16%
5	23/01/2010	15,73%
6	21/01/2010	10,74%
7	01/01/2010	0,00%
8	27/02/2010	4,64%
9	21/01/2010	8,49%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 83 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 7 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 2 apresentou o maior desvio positivo observado, 38,75% de excesso em 21/01/2010. O segundo maior desvio positivo observado foi no dígito 3 com 23,11% de excesso em 21/01/2010. O desvio do dígito 2 foi significativo para o Z-Teste, enquanto o desvio do dígito 3 não foi, obtendo-se respectivamente 2,81 e 1,03 para um valor crítico de 1,96

Apêndice F-30. Unidade Gestora 10 do Estado E2 (UG10 – E2)

A unidade gestora ocupou o 32º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,3978, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 39,78% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 188.

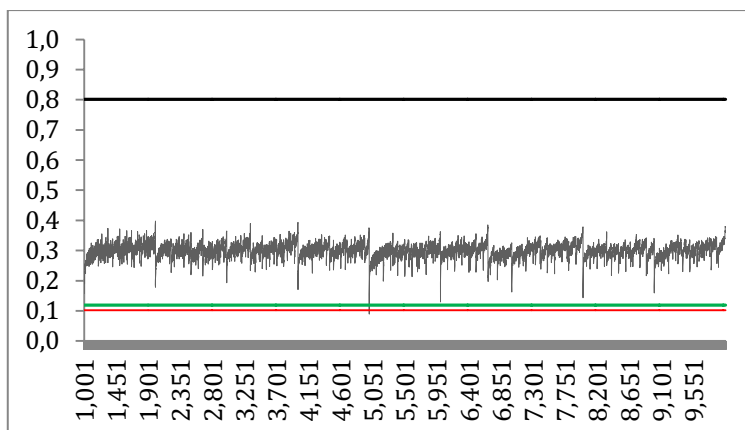


Gráfico 188 - Δx obtido pela UG10/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 7,11%, sendo seguida pela 2ª posição com 21,04%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 89,17%, vide Gráfico 189 a seguir:

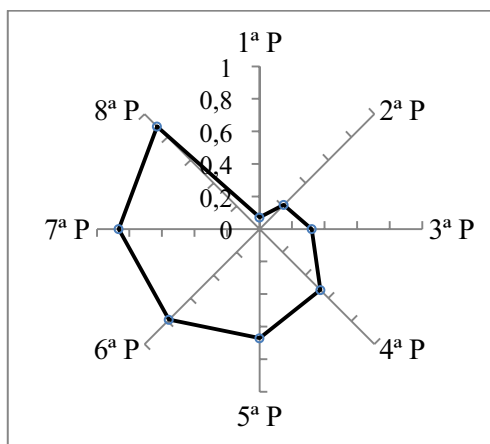


Gráfico 189 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG10/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,01992 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 30/01/2010 com um desvio de 0,05603 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 190. A UG manteve-se com um desvio médio abaixo de 5%, a partir do mês de fevereiro/2010.

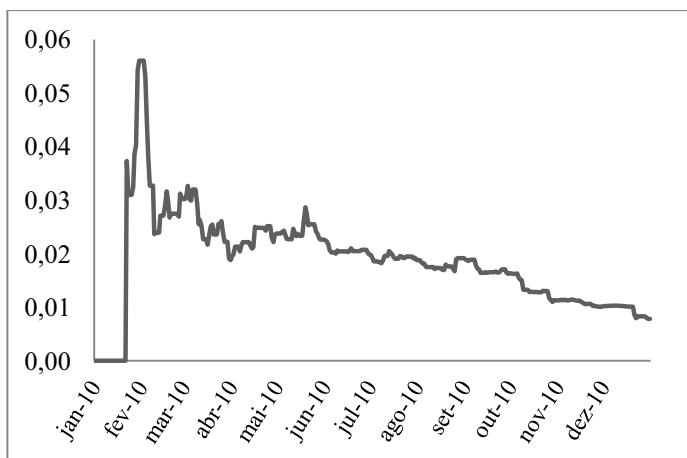


Gráfico 190 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG10/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 84 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG10/E2

Dígito	Data	Δpo
1	30/01/2010	34,59%
2	29/12/2010	8,99%
3	23/01/2010	16,71%
4	19/02/2010	9,64%
5	23/12/2010	17,16%
6	22/12/2010	2,61%
7	01/01/2010	0,00%
8	01/01/2010	0,00%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 84 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 7 a 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 1 apresentou o maior desvio positivo observado, 34,59% de excesso em 30/01/2010, sendo seguido pelo dígito 5 com 17,16% de excesso em 23/12/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 5,23 e 3,42 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-31. Unidade Gestora 11 do Estado E2 (UG11 – E2)

A unidade gestora ocupou o 38º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,4212, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 42,12% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 191.

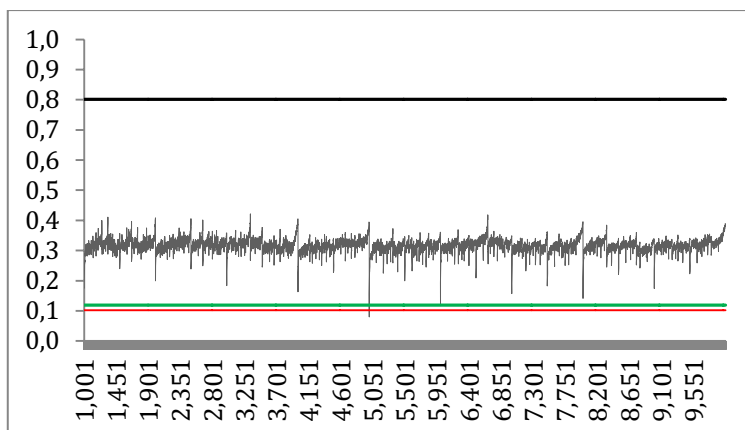


Gráfico 191 - Δx obtido pela UG11/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 5,54%, sendo seguida pela 2ª posição com 12,21%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 88,85%, vide Gráfico 192 a seguir:

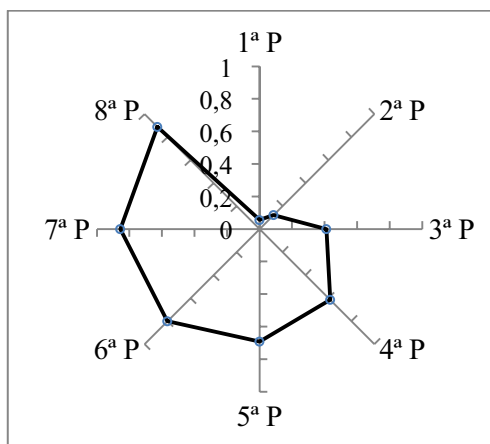


Gráfico 192 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG11/E2.

: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,00758 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 02/02/2010 com um desvio de 0,0431 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 193.

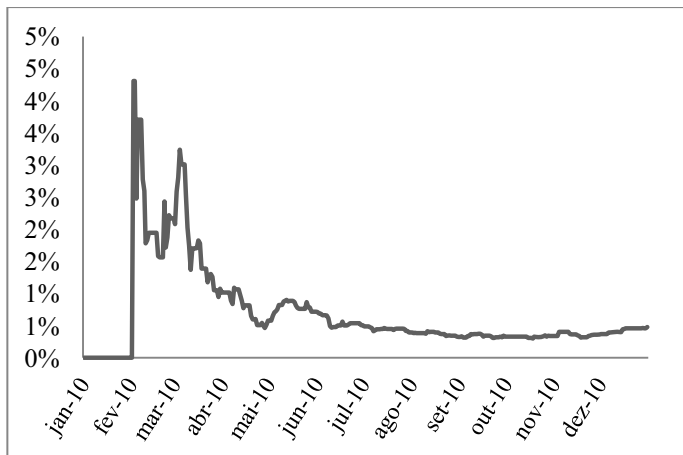


Gráfico 193 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG11/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 85 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG11/E2

Dígito	Data	Δpo
1	02/02/2010	9,69%
2	02/02/2010	23,69%
3	05/02/2010	11,50%
4	04/03/2010	41,59%
5	15/12/2010	13,84%
6	01/01/2010	0,00%
7	02/02/2010	43,46%
8	01/01/2010	0,00%
9	23/02/2010	19,16%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 85 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 6 e 8 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 7 apresentou o maior desvio positivo observado, 43,46% de excesso em 02/02/2010, sendo seguido pelo dígito 4 com 41,59% de excesso em 04/03/2010. O desvio do dígito 4 foi significativo para o Z-Teste, enquanto o desvio do dígito 7 não foi, obtendo-se respectivamente 3,62 e 1,22 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-32. Unidade Gestora 12 do Estado E2 (UG12 – E2)

A unidade gestora ocupou o 59º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,7827, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 78,27% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 194.

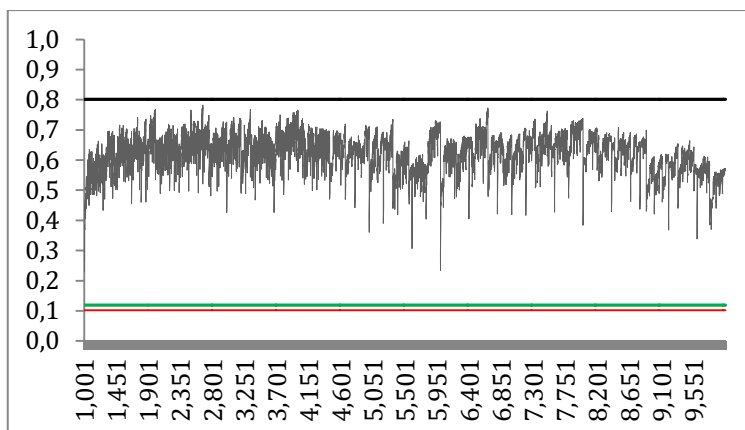


Gráfico 194 - Δx obtido pela UG12/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 28,58%, sendo seguida pela 2ª posição com 48,05%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 88,94%, vide Gráfico 195 a seguir:

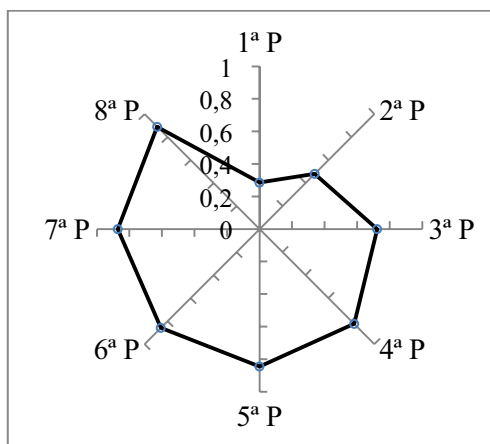


Gráfico 195– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG12/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,20483 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 26/01/2010 com um desvio de 0,46609 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 196.

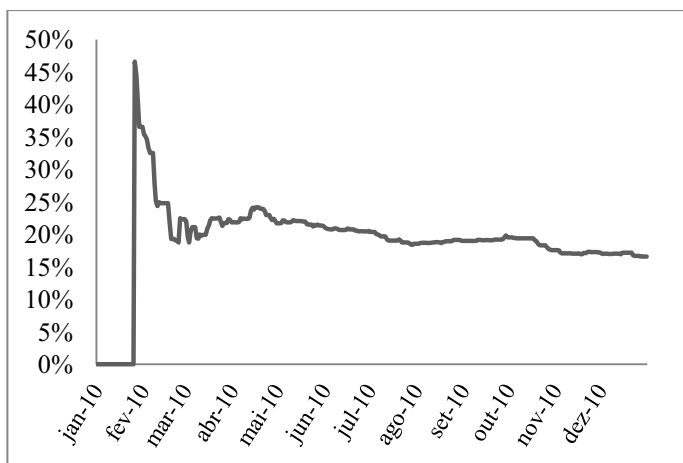


Gráfico 196 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG12/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 86 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG12/E2

Dígito	Data	Δpo
1	03/03/2010	13,58%
2	26/01/2010	77,32%
3	29/01/2010	11,85%
4	01/01/2010	0,00%
5	01/01/2010	0,00%
6	01/01/2010	0,00%
7	09/03/2010	46,39%
8	01/01/2010	0,00%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 86 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 4, 5, 6, 8 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 2 apresentou o maior desvio positivo observado, 77,32% de excesso em 26/01/2010. O segundo dígito com maior desvio foi o 7 com 46,39% de excesso em 09/03/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 27,89 e 8,69 para um valor crítico de 1,96. O desvio observado entre os dias 29/06 e 06/07/2010 reflete a emissão de 388 empenhos, 112 dos quais iniciados pelo dígito 7, quando o número de ocorrências esperada para este dígito neste período era de 23.

Apêndice F-33. Unidade Gestora 13 do Estado E2 (UG13 – E2)

A unidade gestora ocupou o 51º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,5598, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 55,98% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 197.

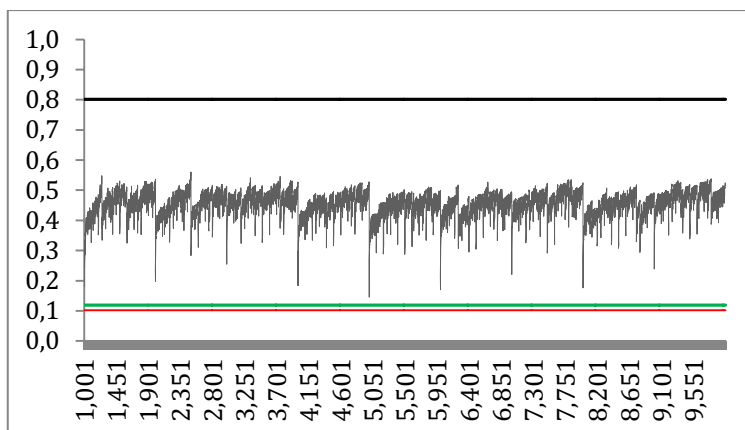


Gráfico 197– Ax obtido pela UG13/E2 no teste de invariância

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 20.80%, sendo seguida pela 2ª posição com 32,59%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 88,02%, vide Gráfico 198 a seguir:

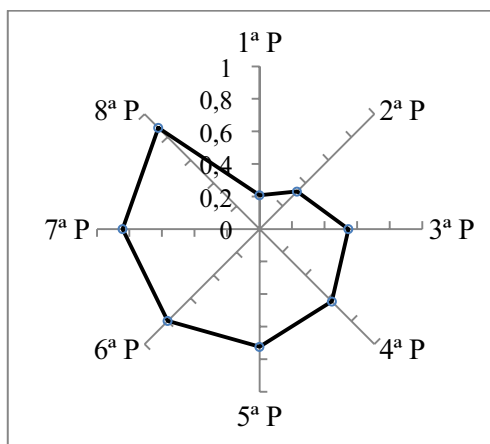


Gráfico 198– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG13/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,13676 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 05/02/2010 com um desvio de 0,27148 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 199.

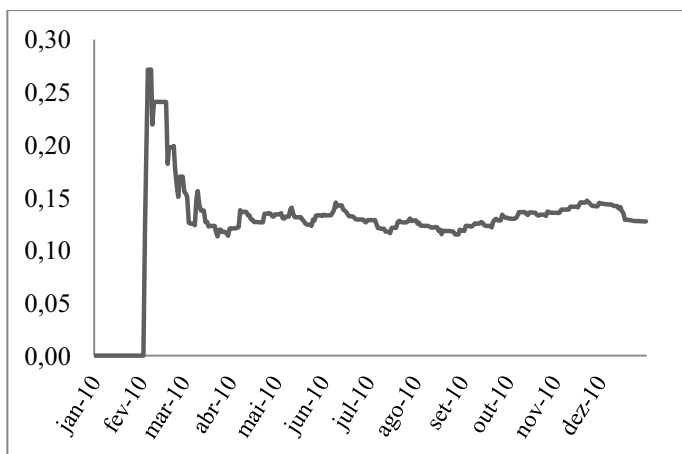


Gráfico 199 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG13/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 87 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG13/E2

Dígito	Data	Δpo
1	01/01/2010	0,00%
2	03/02/2010	38,37%
3	01/01/2010	0,00%
4	03/02/2010	32,16%
5	05/02/2010	80,40%
6	01/01/2010	0,00%
7	01/01/2010	0,00%
8	22/11/2010	65,08%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 87 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 1, 3, 6, 7 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 5 apresentou o maior desvio positivo observado, 80,40% de excesso em 05/02/2010. O segundo maior desvio foi observado no dígito 8 com 65,08% de excesso em 22/11/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 14,87 e 26,59 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-34. Unidade Gestora 14 do Estado E2 (UG14 – E2)

A unidade gestora ocupou o 44º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,4680, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 46,8% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 200.

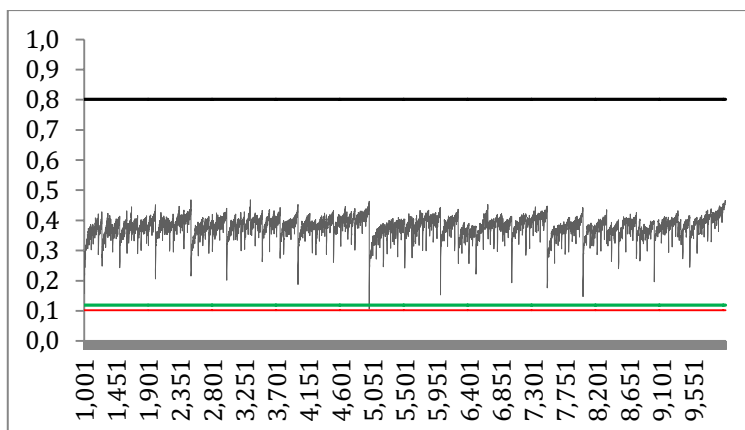


Gráfico 200– Ax obtido pela UG14/E2 no teste de invariância

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 12,85%, sendo seguida pela 2ª posição com 17,06%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 88,46%, vide Gráfico 201 a seguir:

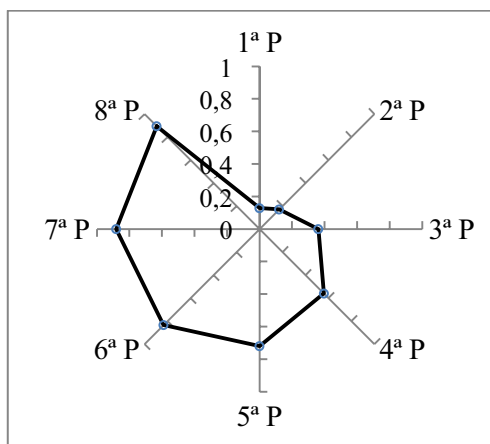
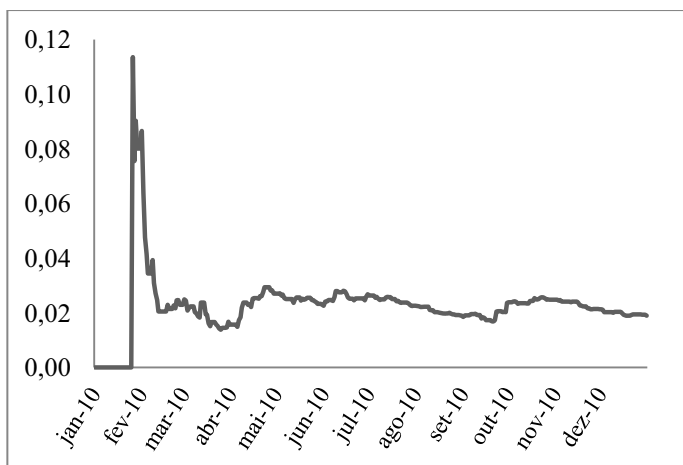


Gráfico 201– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG14/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,02417 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 26/01/2010 com um desvio de 0,11357 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 202.

Gráfico 202 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG14/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 88 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG14/E2

Dígito	Data	Δpo
1	28/01/2010	9,69%
2	15/10/2010	25,65%
3	26/01/2010	57,31%
4	23/04/2010	37,86%
5	01/01/2010	0,00%
6	01/02/2010	43,32%
7	27/01/2010	19,97%
8	26/01/2010	30,09%
9	26/01/2010	37,46%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 88 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 5 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 3 apresentou o maior desvio positivo observado, 57,31% de excesso em 26/01/2010, sendo seguido pelo dígito 6 com 43,32% de excesso em 01/02/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 3,61 e 2,37 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-35. Unidade Gestora 15 do Estado E2 (UG15 – E2)

A unidade gestora ocupou o 58º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Ax de 0,6808, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 68,08% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 203.

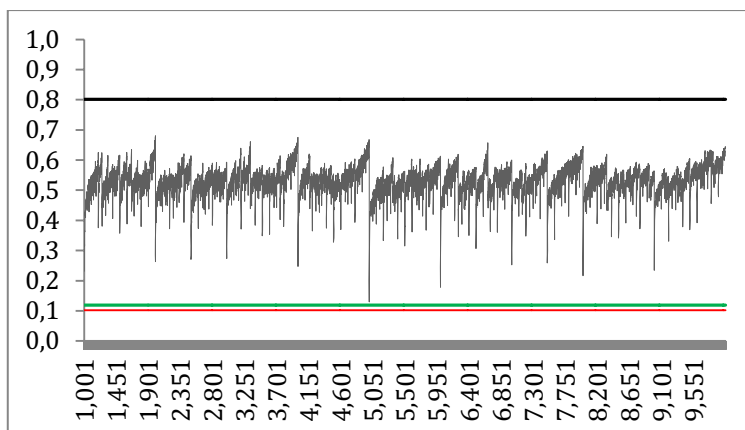


Gráfico 203– Ax obtido pela UG15/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 6,49%, sendo seguida pela 2ª posição com 42,63%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 90,00%, vide Gráfico 204 a seguir:

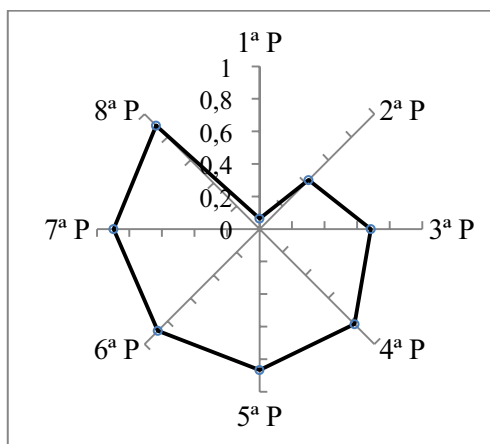


Gráfico 204– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG15/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,06352 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 10/02/2010 com um desvio de 0,20901 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 205.

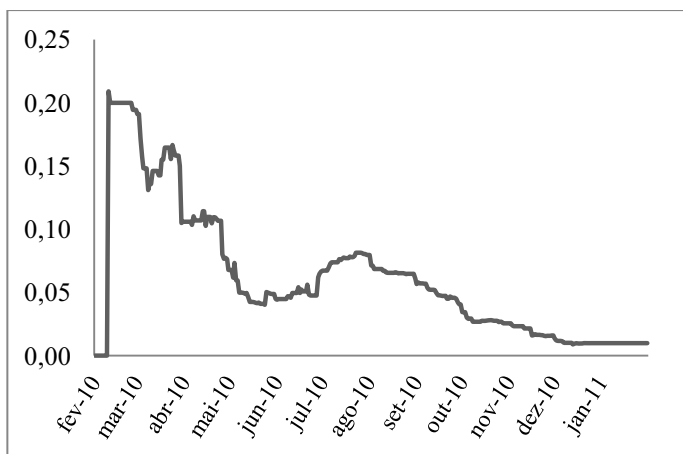


Gráfico 205- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG15/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 89 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG15/E2

Dígito	Data	Δpo
1	24/03/2010	51,18%
2	23/07/2010	46,52%
3	01/02/2010	0,00%
4	01/02/2010	0,00%
5	06/04/2010	26,10%
6	01/03/2010	59,83%
7	26/02/2010	42,01%
8	01/02/2010	0,00%
9	01/09/2010	15,90%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 89 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 3, 4 e 8 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 6 apresentou o maior desvio positivo observado, 59,83% de excesso em 01/03/2010, sendo seguido pelo dígito 1 com 51,18% de excesso em 24/03/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 3,10 e 10,17 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-36. Unidade Gestora 16 do Estado E2 (UG16 – E2)

A unidade gestora ocupou o 60º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,8012, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 80,12% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 206.

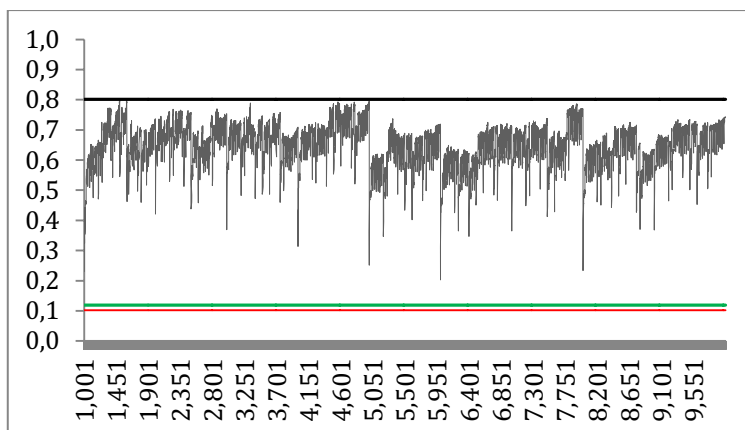


Gráfico 206– Ax obtido pela UG16/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 36,56%, sendo seguida pela 2ª posição com 50,86%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 90,00%, vide Gráfico 207 a seguir:

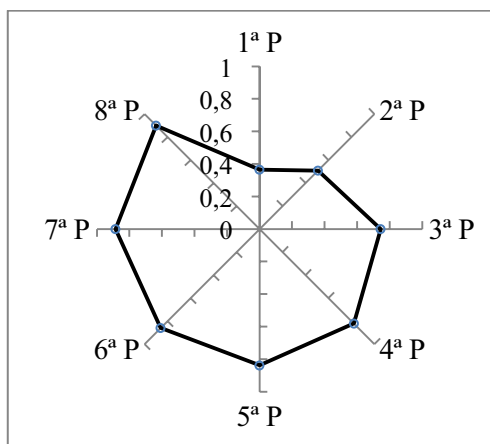


Gráfico 207– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG16/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,2378 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 09/02/2010 com um desvio de 0,36434 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 208.

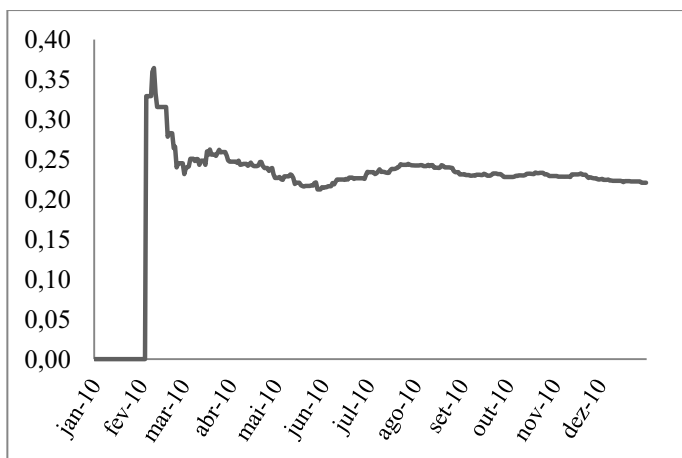


Gráfico 208- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG16/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 90 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG16/E2

Dígito	Data	Δpo
1	01/01/2010	0,00%
2	19/08/2010	42,94%
3	01/01/2010	0,00%
4	09/02/2010	80,37%
5	01/01/2010	0,00%
6	04/02/2010	12,97%
7	28/05/2010	10,42%
8	01/01/2010	0,00%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 90 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 1, 3, 5, 8 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 4 apresentou o maior desvio positivo observado, 80,37% de excesso em 09/02/2010, sendo seguido pelo dígito 2 com 42,94% de excesso em 19/08/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 15,91 e 13,21 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-37. Unidade Gestora 17 do Estado E2 (UG17 – E2)

A unidade gestora ocupou o 53º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,6153, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 61,53% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 209.

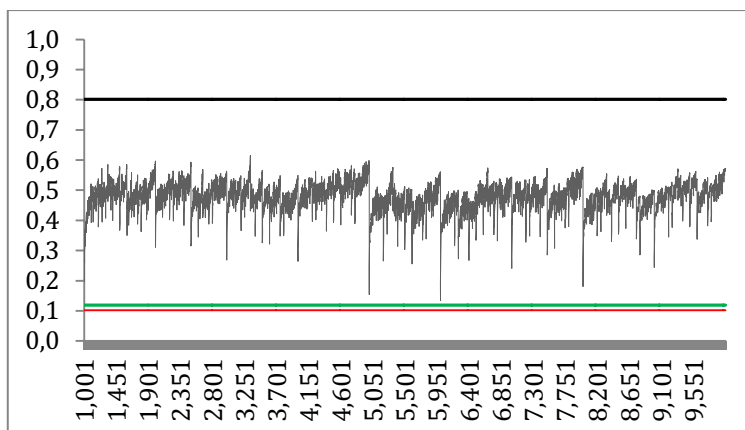


Gráfico 209– Ax obtido pela UG17/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 17,61%, sendo seguida pela 2ª posição com 36,93%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 88,72%, vide Gráfico 210 a seguir:

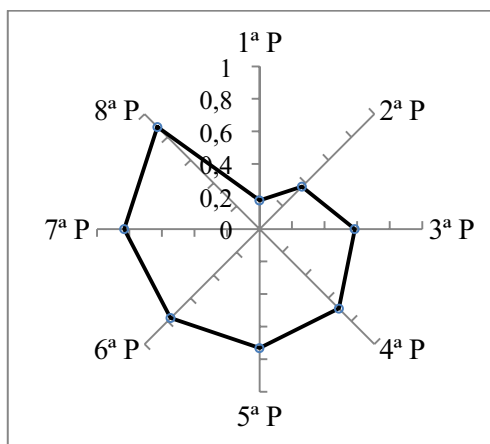


Gráfico 210 – Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG17/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,06753 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 29/01/2010 com um desvio de 0,12293 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 211.

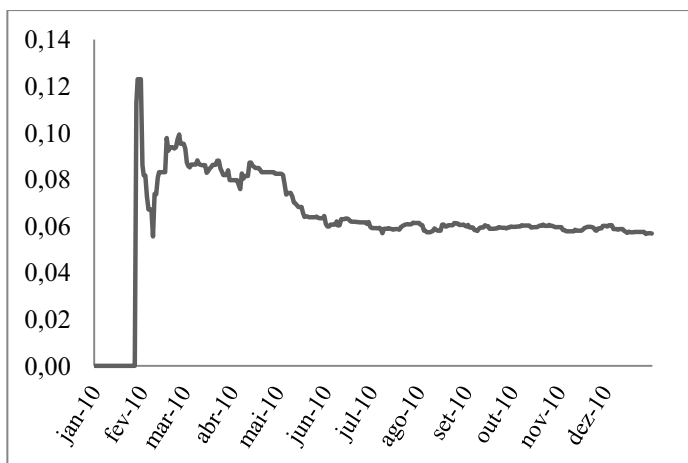


Gráfico 211- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG17/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 91 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG17/E2

Dígito	Data	Δpo
1	27/12/2010	3,55%
2	29/01/2010	51,24%
3	01/01/2010	0,00%
4	17/02/2010	52,89%
5	01/01/2010	0,00%
6	17/05/2010	25,18%
7	28/01/2010	40,85%
8	01/01/2010	0,00%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 91 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 3, 5, 8 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 4 apresentou o maior desvio positivo observado, 52,89% de excesso em 17/02/2010, sendo seguido pelo dígito 2 com 51,24% de excesso em 29/01/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 5,18 e 4,68 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-38. Unidade Gestora 18 do Estado E2 (UG18 – E2)

A unidade gestora ocupou o 22º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,3045, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 30,45% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 212.

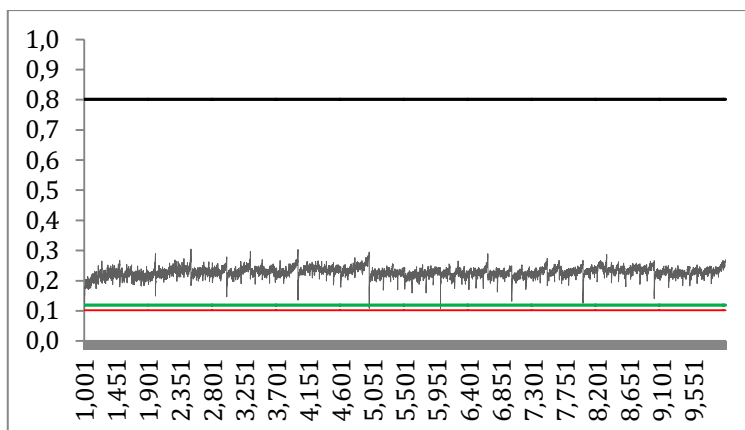


Gráfico 212– Ax obtido pela UG18/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 7,72%, sendo seguida pela 2ª posição com 10,80%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 88,83%, vide Gráfico 213 a seguir:

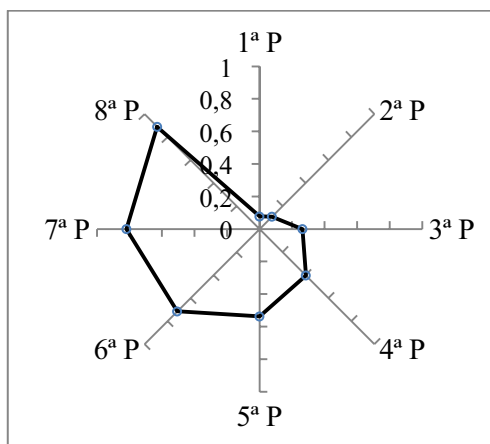


Gráfico 213– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG18/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,01299 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 11/02/2010 com um desvio de 0,02521 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 214.

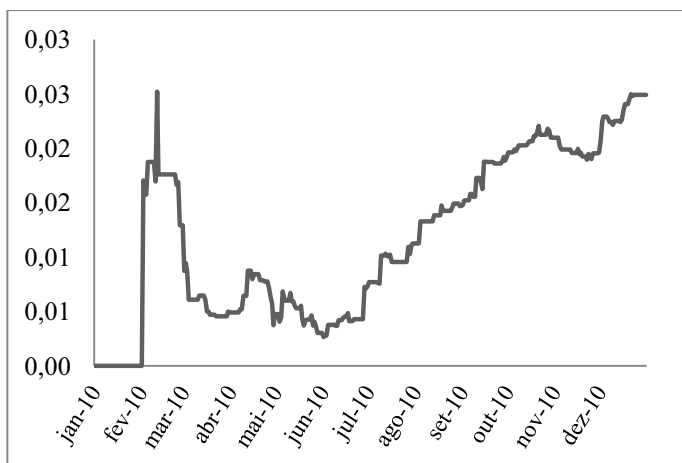


Gráfico 214- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG18/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 92 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG18/E2

Dígito	Data	Δpo
1	05/02/2010	7,54%
2	02/03/2010	15,98%
3	21/10/2010	20,00%
4	10/05/2010	16,82%
5	21/12/2010	39,83%
6	15/04/2010	17,23%
7	01/01/2010	0,00%
8	02/02/2010	29,41%
9	06/05/2010	7,28%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 92 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 7 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 5 apresentou o maior desvio positivo observado, 39,83% de excesso em 21/12/2010, sendo seguido pelo dígito 8 com 29,41% de excesso em 02/02/2010. O desvio do dígito 5 foi significativo para o Z-Teste, enquanto o desvio do dígito 8 não foi, obtendo-se respectivamente 7,73 e 0,81 para um valor crítico de 1,96. No período de 29/06 a 23/12/2010 foram emitidos 137 empenhos iniciados pelo dígito 5, quando o valor previsto seria de aproximadamente 70 empenhos para o período, ou seja: total de empenhos emitidos no período multiplicado pela probabilidade esperada para o dígito 5 ($884 \times 0,07918 = 69,99$).

Apêndice F-39. Unidade Gestora 19 do Estado E2 (UG19 – E2)

A unidade gestora ocupou o 48º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,5191, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 51,91% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 215.

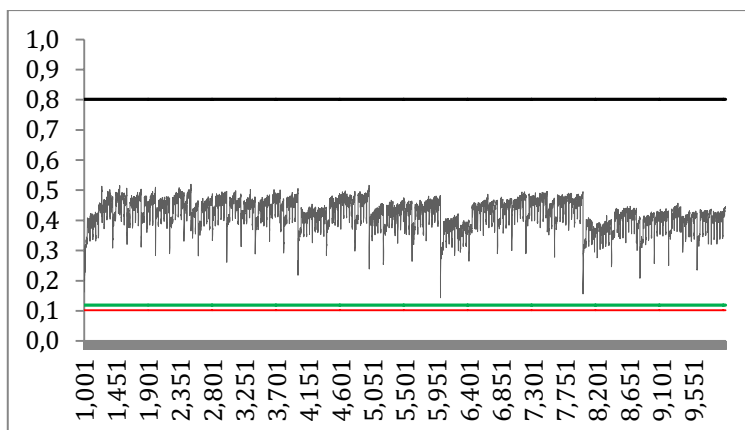


Gráfico 215 - Δx obtido pela UG19/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 19,72%, sendo seguida pela 2ª posição com 34,31%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 87,73%, vide Gráfico 216 a seguir:

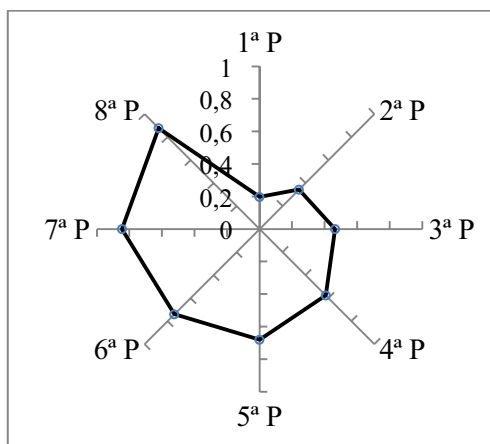
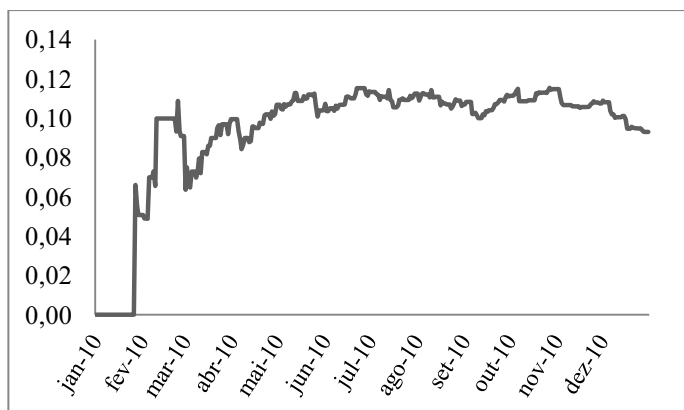


Gráfico 216– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG19/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,10183 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 27/10/2010 com um desvio de 0,11538 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 217.

Gráfico 217- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG19/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 93 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG19/E2

Dígito	Data	<i>Apo</i>
1	01/01/2010	0,00%
2	06/10/2010	54,46%
3	01/01/2010	0,00%
4	27/01/2010	44,01%
5	28/01/2010	36,66%
6	28/01/2010	38,79%
7	04/02/2010	42,73%
8	15/12/2010	28,39%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 93 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 1, 3 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 2 apresentou o maior desvio positivo observado, 54,46% de excesso em 06/10/2010, sendo seguido pelo dígito 4 com 44,01% de excesso em 27/01/2010. O desvio do dígito 2 foi significativo para o Z-Teste, enquanto o desvio do dígito 4 não foi, obtendo-se respectivamente 22,87 e 1,94 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-40. Unidade Gestora 20 do Estado E2 (UG20 – E2)

A unidade gestora ocupou o 57º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um *Ax* de 0,6675, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 66,75% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 218.

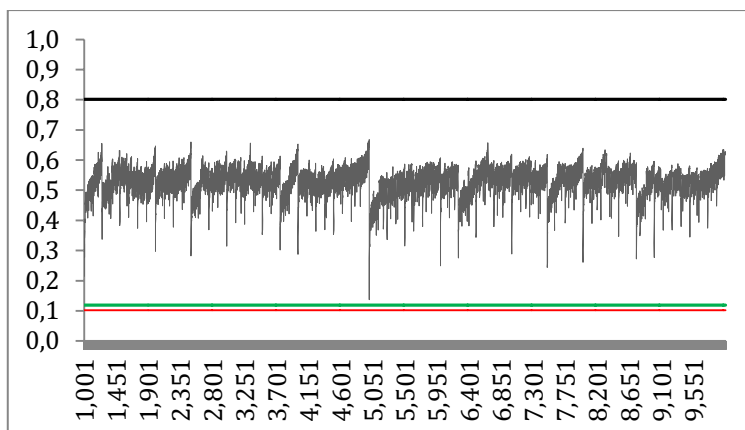


Gráfico 218– Ax obtido pela UG20/E2 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 25,49%, sendo seguida pela 2ª posição com 30,40%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 88,77%, vide Gráfico 219 a seguir:

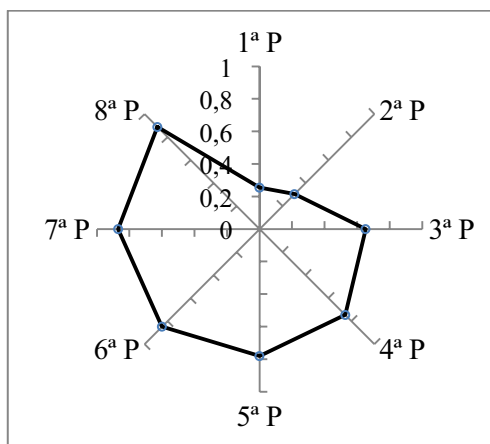


Gráfico 219– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG20/E2.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,15454 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 29/07/2010 com um desvio de 0,2381 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 220.

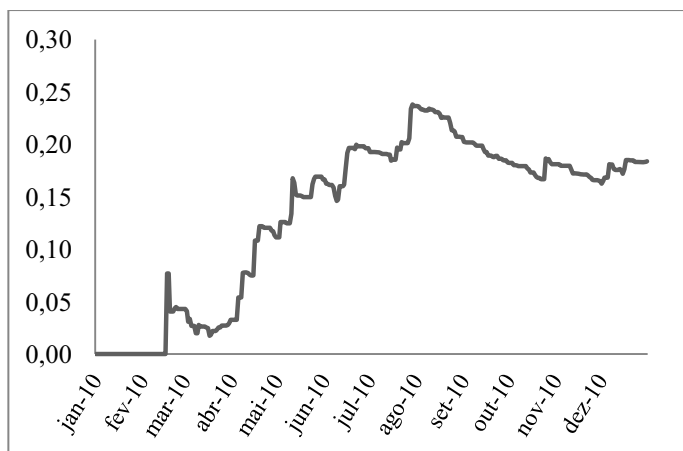


Gráfico 220- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG20/E2

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 94 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG20/E2

Dígito	Data	Δpo
1	17/02/2010	22,37%
2	10/03/2010	29,05%
3	17/02/2010	12,54%
4	24/02/2010	36,20%
5	01/01/2010	0,00%
6	17/02/2010	53,14%
7	02/03/2010	43,30%
8	29/07/2010	84,62%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 94 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 5 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 8 apresentou o maior desvio positivo observado, 84,62% de excesso em 29/07/2010, sendo seguido pelo dígito 6 com 53,14% de excesso em 17/02/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 44,11 e 2,21 para um valor crítico de 1,96. Ressalta-se que os desvios no dígito 8 refletiram a emissão de 260 empenhos no valor de R\$ 80,00, realizadas no período de 30/03 a 30/07/2010.

Apêndice F-41. Unidade Gestora 01 do Estado E3 (UG01 – E3)

A unidade gestora ocupou o 12º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Ax de 0,2580, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 25,8% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 221.

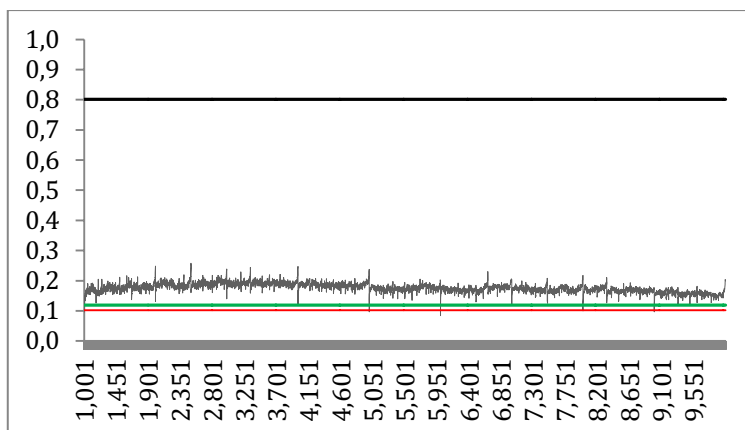


Gráfico 221– Ax obtido pela UG01/E3 no teste de invariância

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 9,12%, sendo seguida pela 2ª posição com 9,39%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 75,33%, vide Gráfico 222 a seguir:

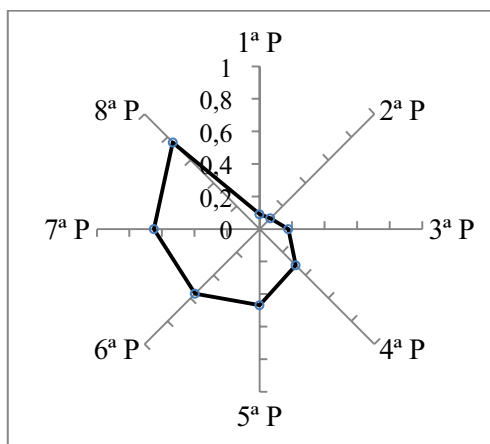


Gráfico 222 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG01/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,02697 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 02/01/2010 com um desvio de 0,05285 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 223.

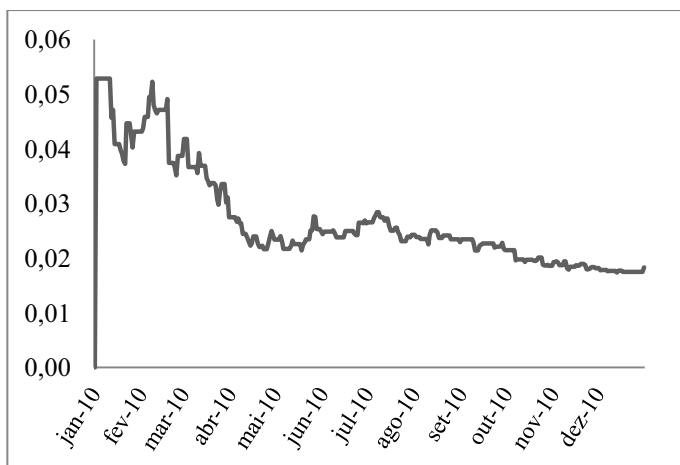


Gráfico 223- Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG01/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 95 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG01/E3

Dígito	Data	Δpo
1	01/01/2010	0,00%
2	18/01/2010	8,65%
3	13/01/2010	34,20%
4	02/01/2010	33,92%
5	10/02/2010	41,93%
6	26/01/2010	5,44%
7	20/08/2010	28,61%
8	25/02/2010	24,98%
9	12/08/2010	37,42%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 95 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 1 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 5 apresentou o maior desvio positivo observado, 41,93% de excesso em 10/02/2010, sendo seguido pelo dígito 9 com 37,42% de excesso em 12/08/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 2,51 e 2,98 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-42. Unidade Gestora 02 do Estado E3 (UG02 – E3)

A unidade gestora ocupou o 13º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,2598, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 25,98% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 224.

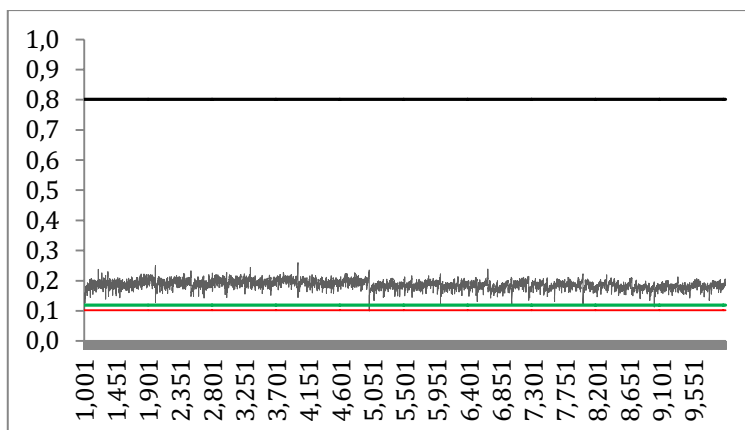


Gráfico 224 - Δx obtido pela UG02/E3 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 7,03%, sendo seguida pela 2ª posição com 12,09%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 84,67%, vide Gráfico 225 a seguir:

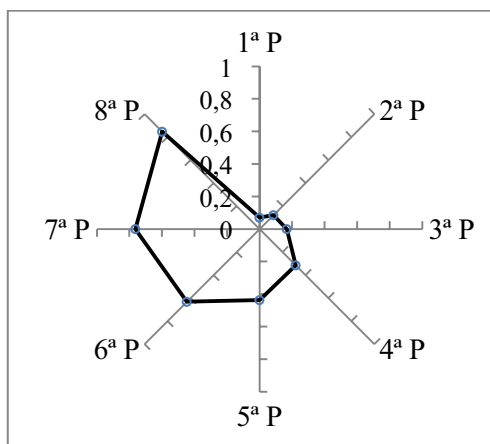


Gráfico 225– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG02/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,02848 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 04/01/2010 com um desvio de 0,14374 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 226.

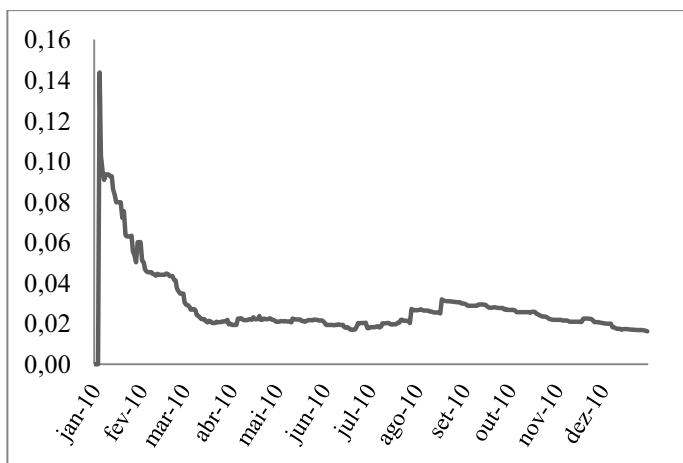


Gráfico 226 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG02/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 96 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG02/E3

Dígito	Data	Δpo
1	05/01/2010	1,09%
2	02/06/2010	10,44%
3	19/03/2010	9,45%
4	04/01/2010	50,01%
5	01/01/2010	0,00%
6	19/08/2010	30,07%
7	04/01/2010	70,09%
8	24/05/2010	17,61%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 96 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 5 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 7 apresentou o maior desvio positivo observado, 70,09% de excesso em 04/01/2010, sendo seguido pelo dígito 4 com 50,01% de excesso também em 04/01/2010. Alerta-se ao fato de que, embora tais desvios tenham sido gerados nos primeiros dias do exercício, foram significativos para o Z-Teste, obtendo respectivamente 6,22 e 3,43 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-43. Unidade Gestora 03 do Estado E3 (UG03 – E3)

A unidade gestora ocupou o 5º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,2187, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 21,87% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 227.

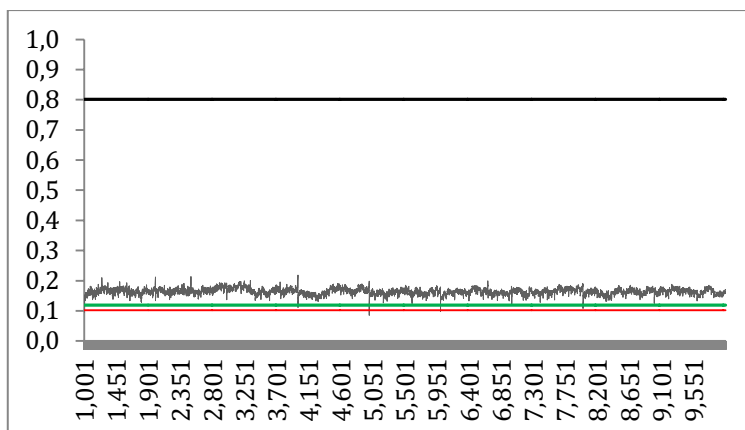


Gráfico 227– Ax obtido pela UG03/E3 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 3,17%, sendo seguida pela 2ª posição com 9,03%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 84,65%, vide Gráfico 228 a seguir:

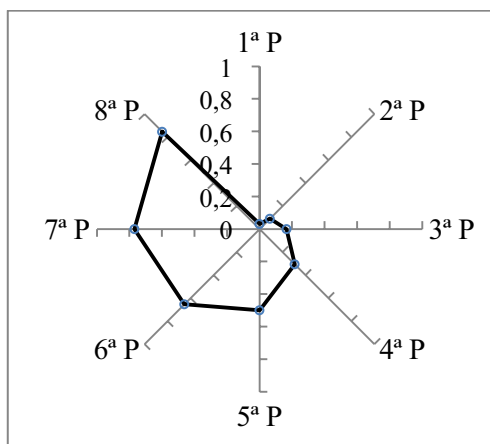


Gráfico 228– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG03/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,00962 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 11/02/2010 com um desvio de 0,0336 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 229.

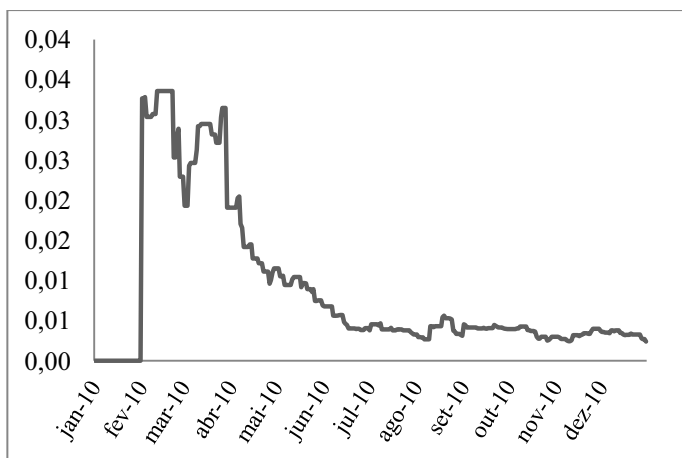


Gráfico 229- Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG03/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 97 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG03/E3

Dígito	Data	Δpo
1	26/03/2010	26,96%
2	04/02/2010	14,66%
3	21/12/2010	1,96%
4	26/11/2010	12,49%
5	01/02/2010	32,13%
6	10/05/2010	19,92%
7	01/03/2010	32,15%
8	11/02/2010	31,46%
9	25/02/2010	13,06%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 97 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Todos os dígitos de 1 a 9 apresentaram desvios positivos em algum momento do período analisado. O dígito 7 apresentou o maior desvio positivo observado, 32,15% de excesso em 01/03/2010, sendo seguido pelo dígito 5 com 32,13% de excesso em 01/02/2010. Alerta-se ao fato de que os desvios não foram significativos para o Z-Teste, obtendo respectivamente 1,29 e 1,09 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-44. Unidade Gestora 04 do Estado E3 (UG04 – E3)

A unidade gestora ocupou o 4º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,1972, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 19,72% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 230.

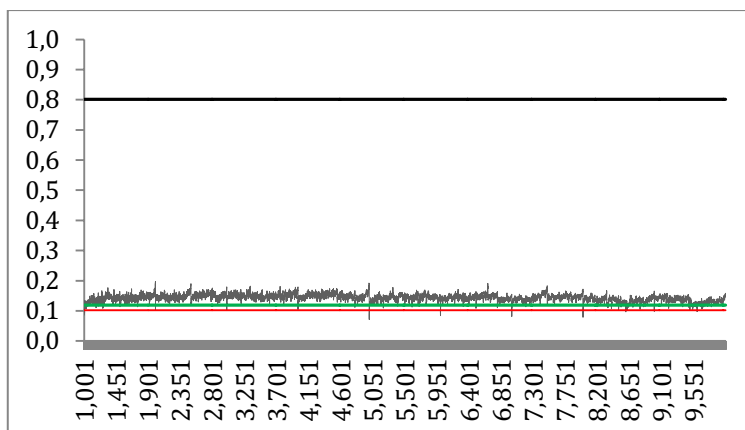


Gráfico 230 – Δx obtido pela UG04/E3 no teste de invariância

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 6,41%, sendo seguida pela 2ª posição com 6,02%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 74,65%, vide Gráfico 231 a seguir:

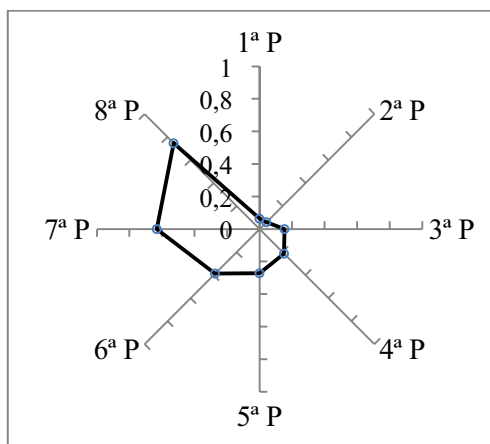


Gráfico 231 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG04/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,01651 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 14/01/2010 com um desvio de 0,02739 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 232.

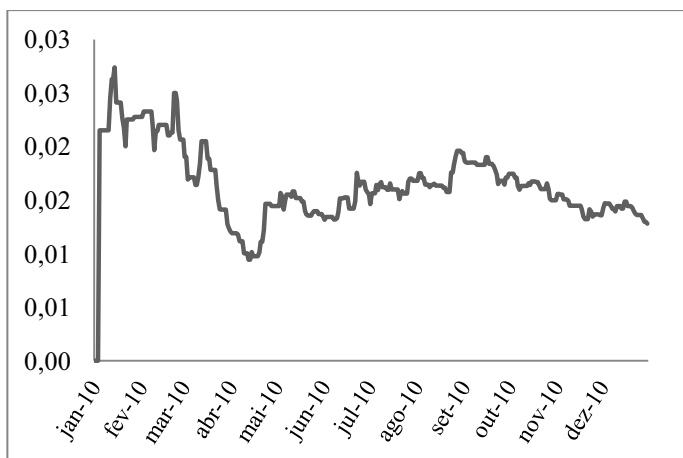


Gráfico 232 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG04/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 98 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG04/E3

Dígito	Data	Δpo
1	04/01/2010	9,55%
2	22/02/2010	15,40%
3	24/02/2010	37,57%
4	22/09/2010	4,47%
5	22/04/2010	19,36%
6	11/01/2010	71,16%
7	01/01/2010	0,00%
8	01/01/2010	0,00%
9	14/01/2010	52,98%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 98 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 7 e 8 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 6 apresentou o maior desvio positivo observado, 71,16% de excesso em 11/01/2010, sendo seguido pelo dígito 9 com 52,98% de excesso em 14/01/2010. Alerta-se ao fato de que tais desvios não foram significativos para o Z-Teste, obtendo respectivamente 1,91 e 1,17 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-45. Unidade Gestora 05 do Estado E3 (UG05 – E3)

A unidade gestora ocupou o 23º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,3280, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 32,80% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 233.

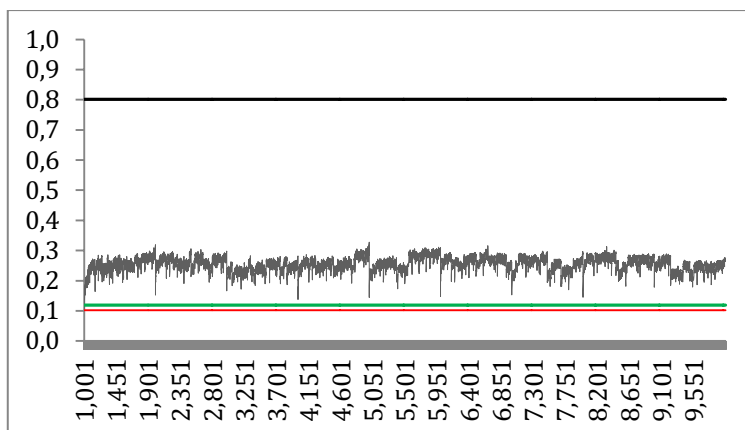


Gráfico 233– Ax obtido pela UG05/E3 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 14,46%, sendo seguida pela 2ª posição com 18,61%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 84,16%, vide Gráfico 234 a seguir:

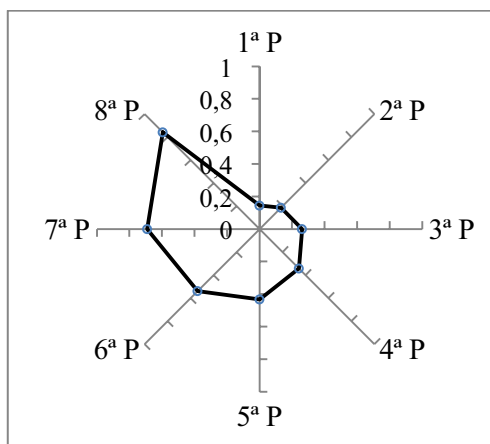


Gráfico 234 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG05/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,07557 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 01/01/2010 com um desvio de 0,10896 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 235.

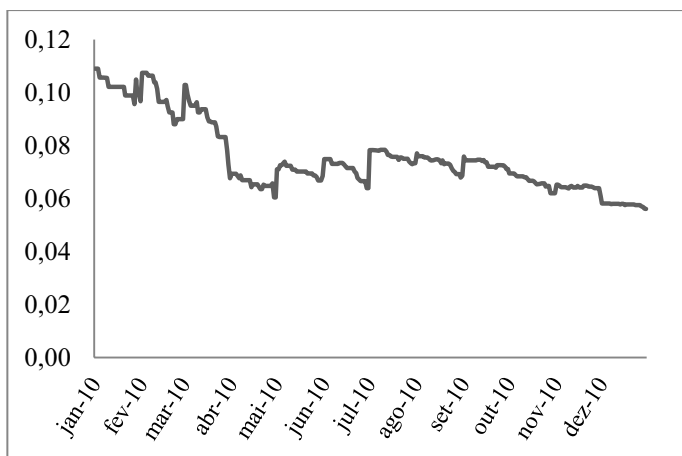


Gráfico 235 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG05/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 99 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG05/E3

Dígito	Data	Δpo
1	01/01/2010	0,00%
2	01/01/2010	45,04%
3	01/01/2010	0,00%
4	31/03/2010	13,17%
5	01/01/2010	0,00%
6	01/02/2010	61,87%
7	13/07/2010	32,26%
8	01/01/2010	0,00%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 99 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 1, 3, 5, 8 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 6 apresentou o maior desvio positivo observado, 61,87% de excesso em 01/02/2010, sendo seguido pelo dígito 2 com 45,04% de excesso em 01/01/2010. Alerta-se ao fato de que, embora tais desvios tenham sido gerados nos primeiros dias do exercício, foram significativos para o Z-Teste, obtendo respectivamente 5,29 e 4,23 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-46. Unidade Gestora 06 do Estado E3 (UG06 – E3)

A unidade gestora ocupou o 56º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Ax de 0,6496, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 64,96% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 236.

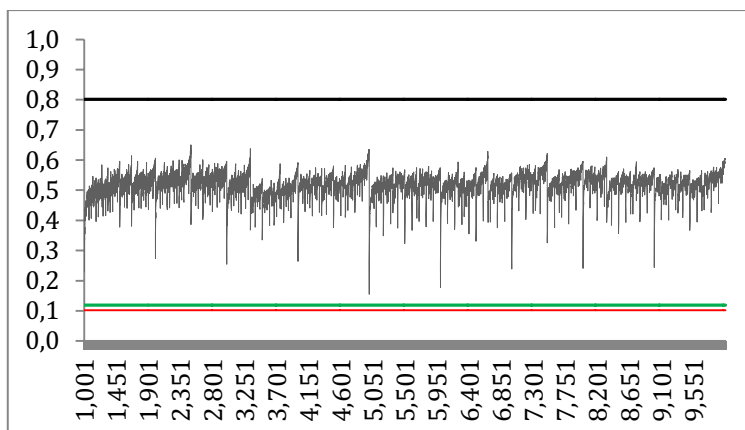


Gráfico 236– Ax obtido pela UG06/E3 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 11,11%, sendo seguida pela 2ª posição com 34,15%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 89,02%, vide Gráfico 237 a seguir:

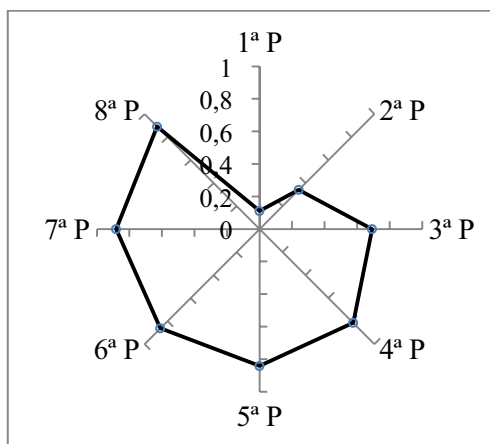


Gráfico 237– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG06/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,03706 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 01/01/2010 com um desvio de 0,31851 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 238.

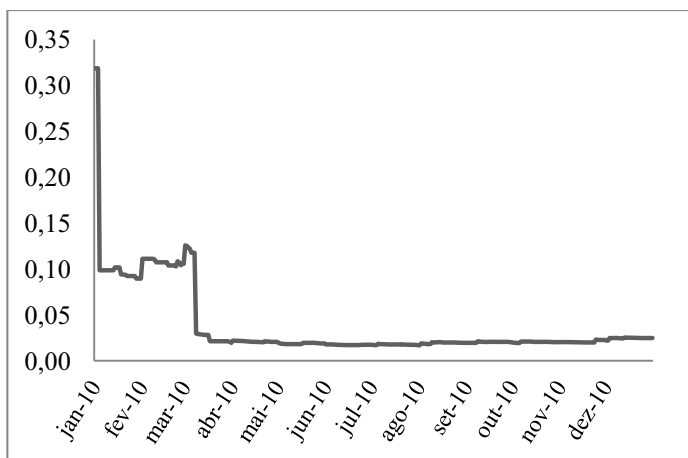


Gráfico 238- Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG06/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 100 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG06/E3

Dígito	Data	Δpo
1	08/09/2010	12,30%
2	01/01/2010	0,00%
3	10/02/2010	32,95%
4	01/01/2010	76,21%
5	01/01/2010	57,24%
6	01/01/2010	39,75%
7	04/01/2010	5,87%
8	13/12/2010	17,44%
9	18/05/2010	8,38%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 100 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 2 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 4 apresentou o maior desvio positivo observado, 76,21% de excesso em 01/01/2010, sendo seguido pelo dígito 5 com 57,24% de excesso também em 01/01/2010. Alerta-se ao fato de que, embora tais desvios tenham sido gerados no primeiro dia do exercício, foram significativos para o Z-Teste, obtendo respectivamente 9,52 e 3,06 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-47. Unidade Gestora 07 do Estado E3 (UG07 – E3)

A unidade gestora ocupou o 30º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Ax de 0,3732, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 37,32% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 239.

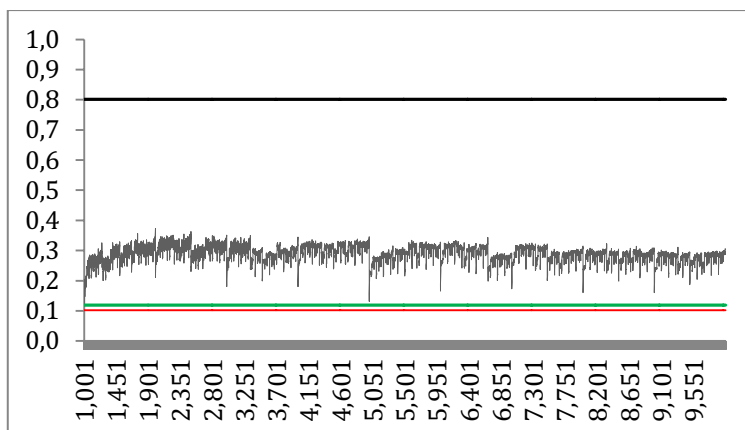


Gráfico 239– Ax obtido pela UG07/E3 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 17,33%, sendo seguida pela 2ª posição com 20,60%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 80,98%, vide Gráfico 240 a seguir:

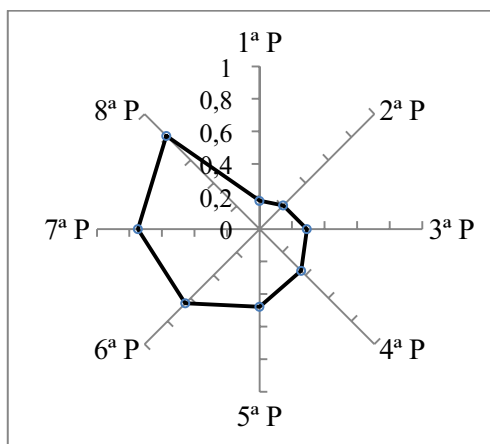


Gráfico 240– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG07/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,17234 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 01/01/2010 com um desvio de 0,66152 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 241.

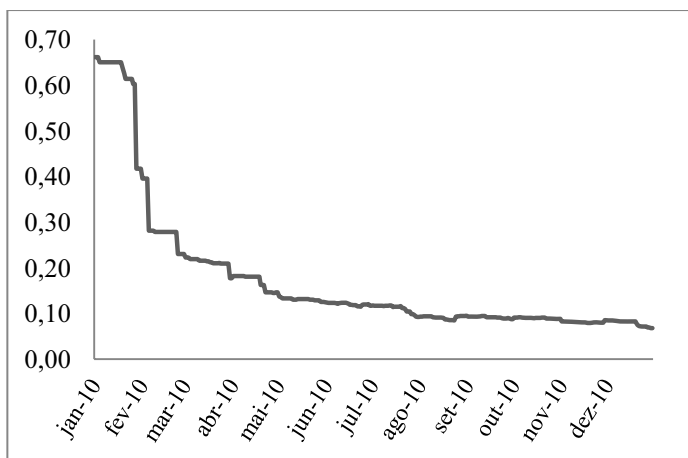


Gráfico 241 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG07/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 101 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG07/E3

Dígito	Data	Δpo
1	01/01/2010	0,00%
2	17/11/2010	16,17%
3	01/01/2010	86,02%
4	01/01/2010	0,00%
5	01/01/2010	0,00%
6	28/05/2010	23,34%
7	28/10/2010	49,60%
8	01/02/2010	13,77%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 101 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 1, 4, 5 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 3 apresentou o maior desvio positivo observado, 86,02% de excesso em 01/01/2010, sendo seguido pelo dígito 7 com 49,6% de excesso em 28/10/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo respectivamente 54,27 e 6,8 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-48. Unidade Gestora 08 do Estado E3 (UG08 – E3)

A unidade gestora ocupou o 16º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,2799, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 27,99% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 242.

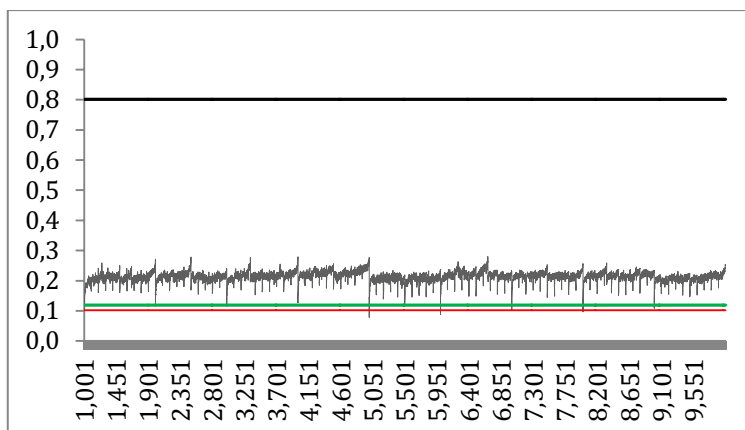


Gráfico 242– Ax obtido pela UG08/E3 no teste de invariância

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 6,72%, sendo seguida pela 2ª posição com 13,60%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 82,95%, vide Gráfico 243 a seguir:

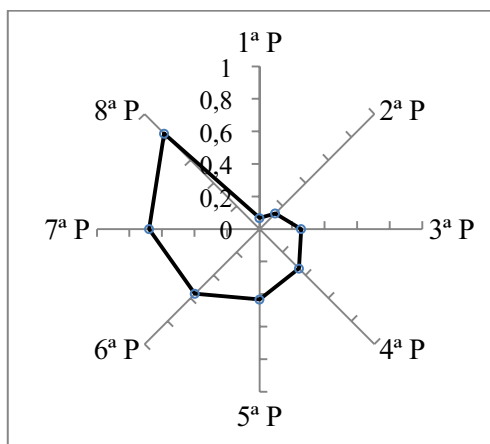


Gráfico 243 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG08/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,01639 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 04/01/2010 com um desvio de 0,03338 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 244.

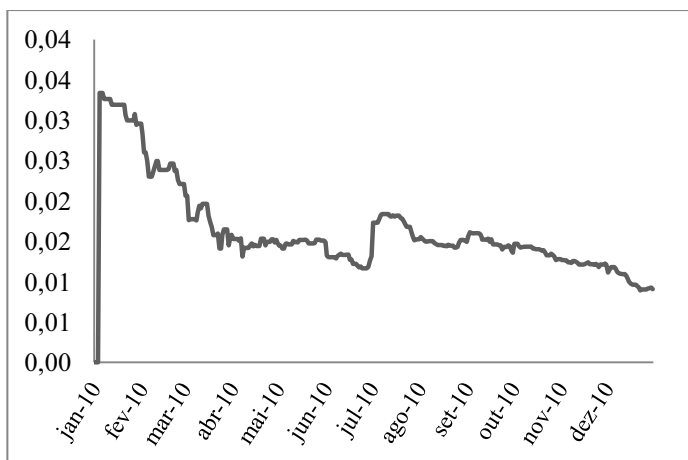


Gráfico 244- Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG08/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 102 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG08/E3

Dígito	Data	Δpo
1	04/01/2010	27,41%
2	22/02/2010	5,28%
3	01/01/2010	0,00%
4	01/01/2010	0,00%
5	27/09/2010	19,37%
6	26/03/2010	26,67%
7	03/05/2010	4,37%
8	01/01/2010	0,00%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 102 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 2, 3, 8 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 1 apresentou o maior desvio positivo observado, 27,41% de excesso em 04/01/2010, sendo seguido pelo dígito 6 com 26,67% de excesso em 26/03/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo respectivamente 4,68 e 2,14 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-49. Unidade Gestora 09 do Estado E3 (UG09 – E3)

A unidade gestora ocupou o 8º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,2252, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 22,52% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 245.

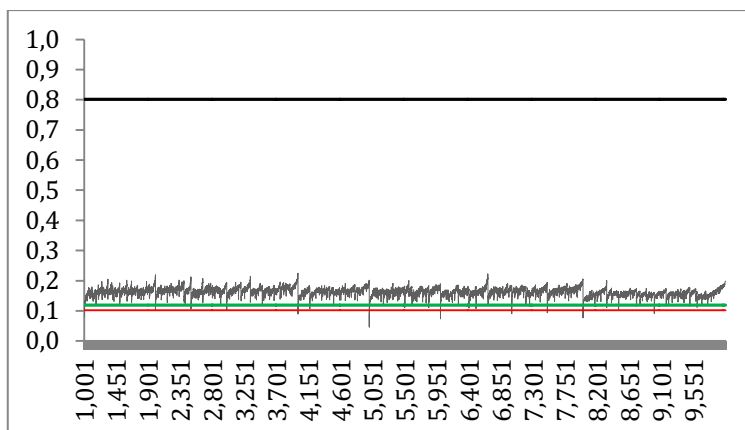


Gráfico 245– Ax obtido pela UG09/E3 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 3,82%, sendo seguida pela 2ª posição com 10,57%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 85,84%, vide Gráfico 246 a seguir:

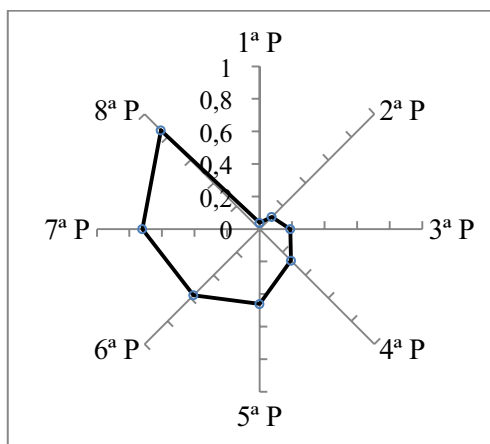


Gráfico 246 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG09/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,0137 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 16/04/2010 com um desvio de 0,028 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 247.

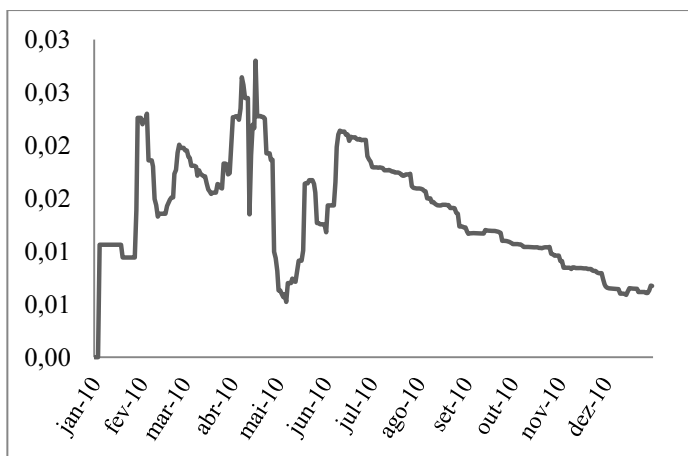


Gráfico 247 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição - UG09/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 103 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição - UG09/E3

Dígito	Data	Δpo
1	07/04/2010	23,38%
2	04/01/2010	9,55%
3	28/01/2010	17,71%
4	26/08/2010	7,26%
5	10/06/2010	39,13%
6	29/01/2010	23,01%
7	19/02/2010	21,71%
8	04/01/2010	27,75%
9	04/01/2010	13,82%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 103 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Todos os dígitos de 1 a 9 apresentaram desvios positivos em algum momento do período analisado. O dígito 5 apresentou o maior desvio positivo observado, 39,13% de excesso em 10/06/2010, sendo seguido pelo dígito 8 com 27,75% de excesso em 04/01/2010. O desvio do dígito 5 foi significativo para o Z-Teste, enquanto o desvio do dígito 8 não foi, obtendo-se respectivamente 20,12 e 0,95 para um valor crítico de 1,96. O desvio do dígito 1, com 30,51% em 07/04/2010, foi significativo tendo um valor obtido no Z-Teste de 10,25.

Apêndice F-50. Unidade Gestora 10 do Estado E3 (UG10 – E3)

A unidade gestora ocupou o 15º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,2762, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 27,62% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 248.

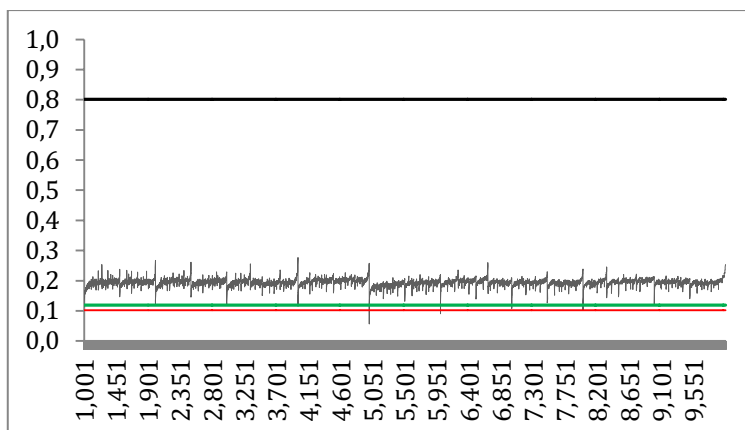


Gráfico 248– Ax obtido pela UG10/E3 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 1,75%, sendo seguida pela 2ª posição com 9,55%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 89,39%, vide Gráfico 249 a seguir:

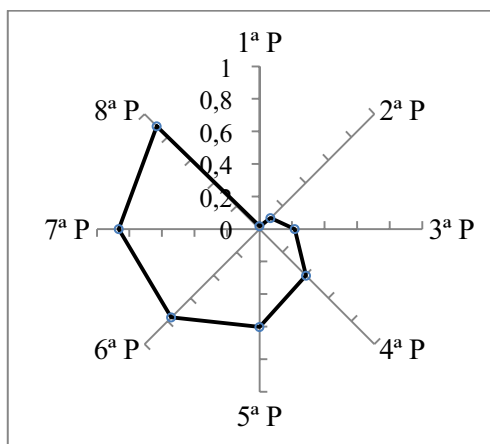


Gráfico 249 - Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG10/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,00491 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 12/01/2010 com um desvio de 0,15205 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 250. Ressalta-se que esta foi a única UG, dentre as 60 analisadas, que obteve a aceitação da hipótese nula H_{F0} , tendo um FDR ao final do exercício de 2010 de 0,00066, abaixo do seu valor crítico de 0,0008

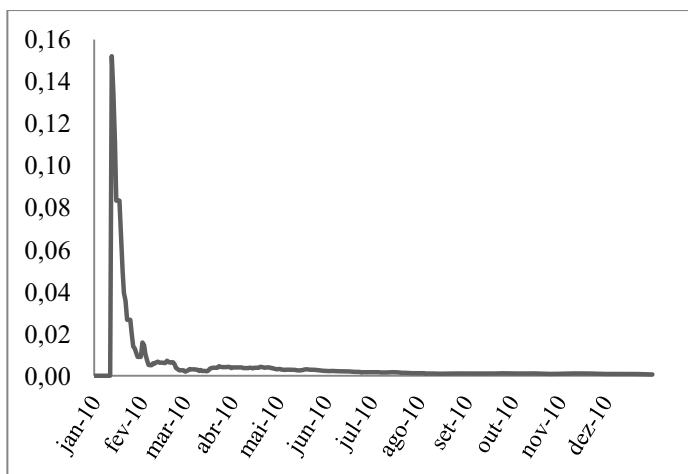


Gráfico 250 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG10/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 104 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG10/E3

Dígito	Data	Δpo
1	22/04/2010	5,06%
2	12/01/2010	29,56%
3	19/02/2010	14,37%
4	01/01/2010	0,00%
5	13/01/2010	65,03%
6	12/01/2010	57,92%
7	21/01/2010	30,41%
8	01/01/2010	0,00%
9	13/01/2010	19,16%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 104 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 4 e 8 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 5 apresentou o maior desvio positivo observado, 65,03% de excesso em 13/01/2010, sendo seguido pelo dígito 6 com 57,92% de excesso em 12/01/2010. Alerta-se ao fato de que, embora tais desvios tenham sido gerados no início do exercício, foram significativos para o Z-Teste, obtendo respectivamente 4,33 e 2,57 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-51. Unidade Gestora 11 do Estado E3 (UG11 – E3)

A unidade gestora ocupou o 31º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Ax de 0,3838, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 38,38% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 251.

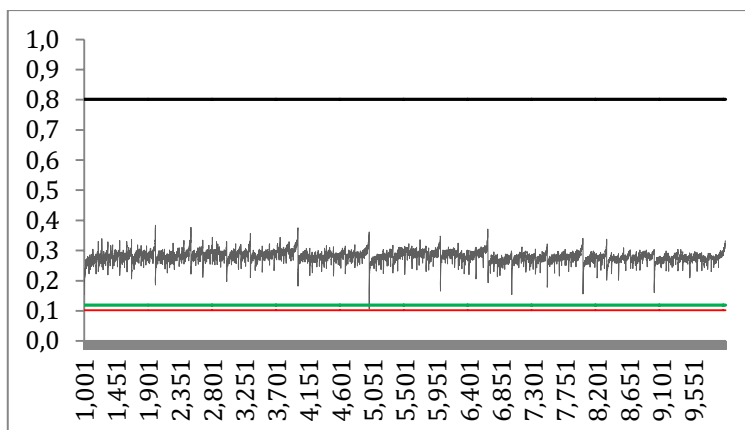


Gráfico 251 - Ax obtido pela UG11/E3 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 9,11%, sendo seguida pela 2ª posição com 12,49%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 88,97%, vide Gráfico 252 a seguir:

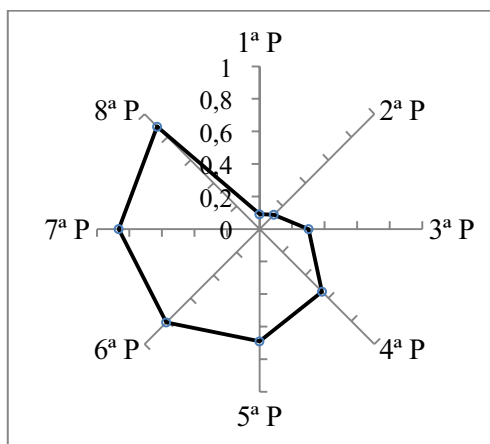


Gráfico 252 – Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG11/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,01874 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 18/02/2010 com um desvio de 0,03337 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 253.

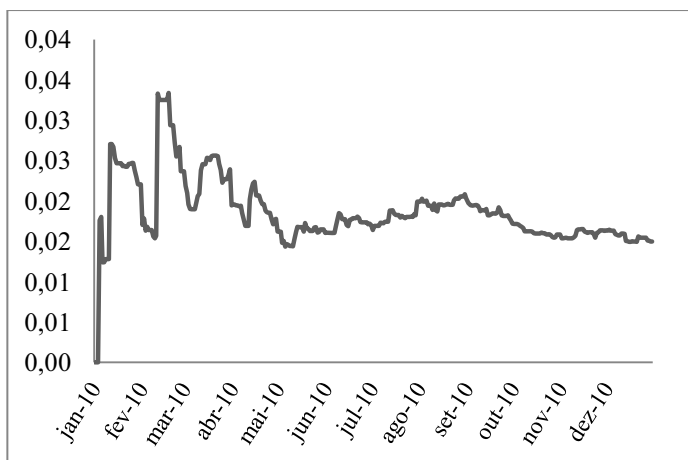


Gráfico 253 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG11/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 105 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG11/E3

Dígito	Data	Δpo
1	08/01/2010	12,27%
2	14/04/2010	25,36%
3	18/02/2010	26,02%
4	08/03/2010	23,64%
5	05/01/2010	29,56%
6	02/08/2010	17,28%
7	01/01/2010	0,00%
8	04/01/2010	32,86%
9	11/01/2010	50,34%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 105 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 7 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 9 apresentou o maior desvio positivo observado, 50,34% de excesso em 11/01/2010, sendo seguido pelo dígito 8 com 32,86% de excesso em 04/01/2010. O desvio do dígito 9 foi significativo para o Z-Teste, enquanto o desvio do dígito 8 não foi, obtendo-se respectivamente 4,37 e 1,66 para um valor crítico de 1,96. O desvio do dígito 2, com 33,98% em 14/04/2010, foi significativo tendo obtido um valor no Z-Teste de 7,21.

Apêndice F-52. Unidade Gestora 12 do Estado E3 (UG12 – E3)

A unidade gestora ocupou o 24º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Ax de 0,3289, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 32,89% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 254.

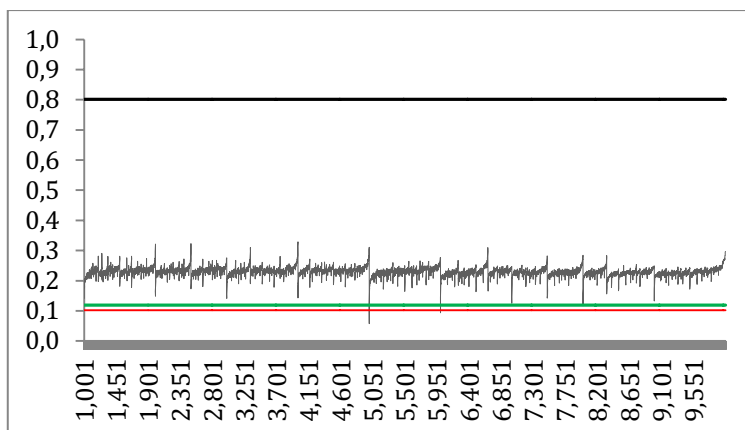


Gráfico 254 - Δx obtido pela UG12/E3 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 3,32%, sendo seguida pela 2ª posição com 8,49%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 89,39%, vide Gráfico 255 a seguir:

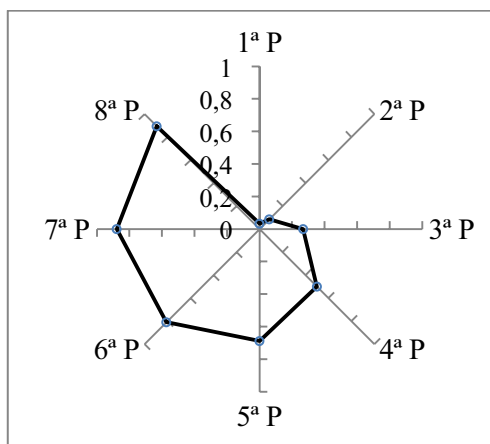


Gráfico 255 – Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG12/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,00476 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 04/01/2010 com um desvio de 0,01768 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 256.

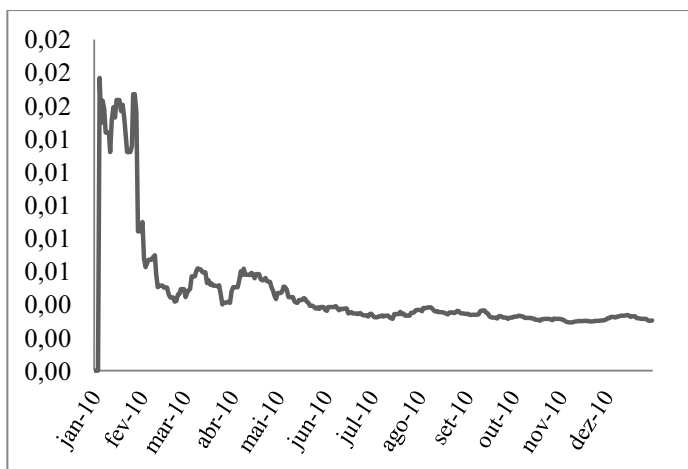


Gráfico 256- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG12/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 106 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG12/E3

Dígito	Data	Δpo
1	03/03/2010	7,96%
2	04/01/2010	6,37%
3	01/09/2010	2,68%
4	19/01/2010	27,99%
5	01/01/2010	0,00%
6	01/01/2010	0,00%
7	28/01/2010	26,47%
8	01/01/2010	0,00%
9	04/01/2010	33,50%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 106 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 5, 6 e 8 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 9 apresentou o maior desvio positivo observado, 33,50% de excesso em 04/01/2010, sendo seguido pelo dígito 4 com 27,99% de excesso em 19/01/2010. Alerta-se ao fato de que, embora tais desvios tenham sido gerados no início do exercício, foram significativos para o Z-Teste, obtendo respectivamente 2,33 e 3,15 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-53. Unidade Gestora 13 do Estado E3 (UG13 – E3)

A unidade gestora ocupou o 25º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,3350, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 33,50% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 257.

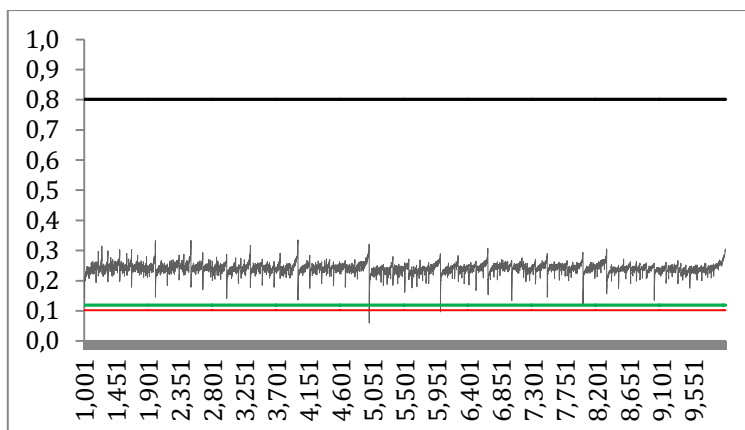


Gráfico 257 – Δx obtido pela UG13/E3 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 3,82%, sendo seguida pela 2ª posição com 9,71%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 89,59%, vide Gráfico 258 a seguir:

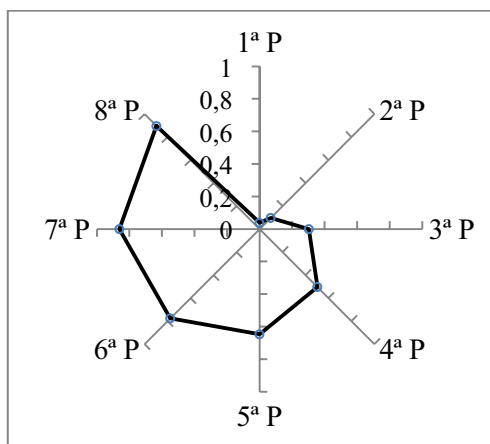


Gráfico 258 – Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG13/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,00396 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 18/01/2010 com um desvio de 0,0111 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 259.

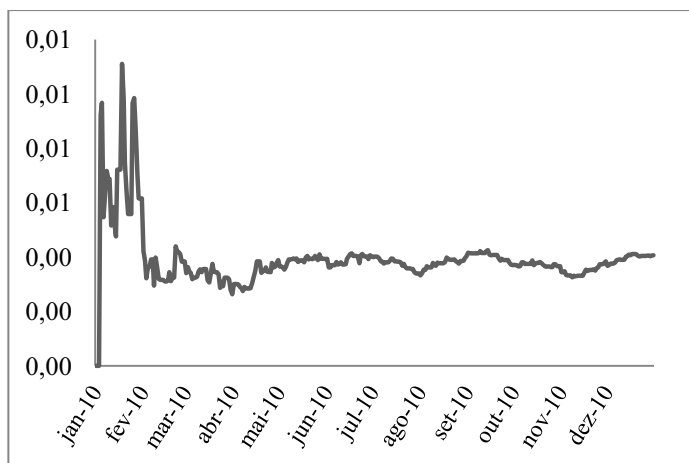


Gráfico 259 - Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG13/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 107 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG13/E3

Dígito	Data	Δpo
1	18/01/2010	17,45%
2	04/01/2010	1,52%
3	17/12/2010	15,55%
4	21/01/2010	4,04%
5	08/01/2010	14,57%
6	26/10/2010	5,75%
7	05/01/2010	31,08%
8	13/01/2010	6,43%
9	02/09/2010	5,35%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 107 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Todos os dígitos de 1 a 9 apresentaram desvios positivos em algum momento do período analisado. O dígito 7 apresentou o maior desvio positivo observado, 31,08% de excesso em 05/01/2010, sendo seguido pelo dígito 1 com 17,45% de excesso em 18/01/2010. Alerta-se ao fato de que, embora tais desvios tenham sido gerados no início do exercício, foram significativos para o Z-Teste, obtendo respectivamente 1,99 e 3,35 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-54. Unidade Gestora 14 do Estado E3 (UG14 – E3)

A unidade gestora ocupou o 35º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,4130, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 41,3% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 260.

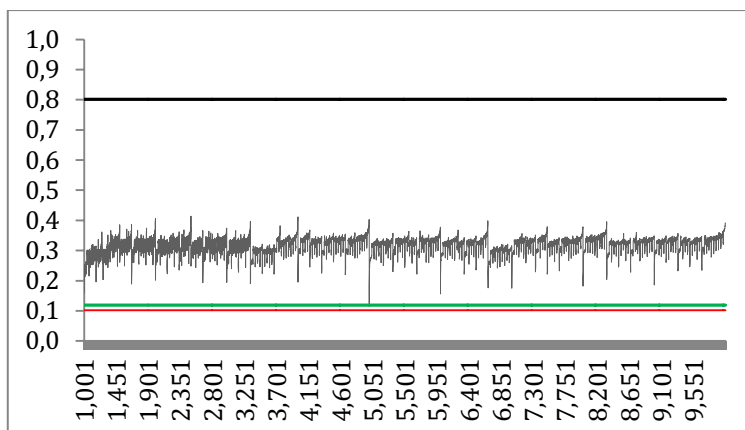


Gráfico 260 - Δx obtido pela UG14/E3 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 12,85%, sendo seguida pela 2ª posição com 17,06%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 89,46%, vide Gráfico 261 a seguir:

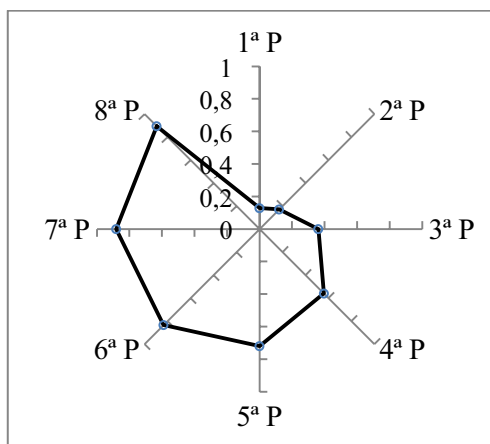


Gráfico 261 – Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG14/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,07513 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 09/03/2010 com um desvio de 0,13878 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 262.

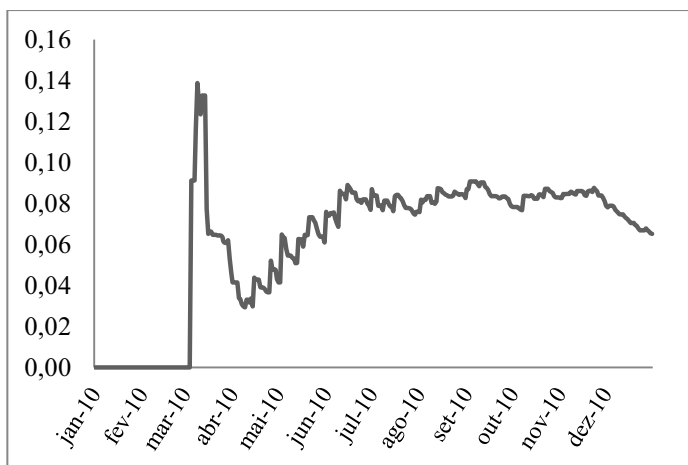


Gráfico 262- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG14/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 108 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG14/E3

Dígito	Data	Δpo
1	15/03/2010	4,22%
2	01/01/2010	0,00%
3	03/09/2010	56,32%
4	12/03/2010	36,04%
5	05/03/2010	36,66%
6	05/03/2010	46,44%
7	09/03/2010	73,23%
8	17/03/2010	27,11%
9	05/03/2010	38,99%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 108 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Com exceção do dígito 2 que não obteve desvios positivos em todo período analisado, os demais dígitos obtiveram pontos máximos de desvios positivos. O dígito 7 apresentou o maior desvio positivo observado, 73,23% de excesso em 09/03/2010, sendo seguido pelo dígito 3 com 56,32% de excesso em 03/09/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo respectivamente 5,76 e 31,77 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-55. Unidade Gestora 15 do Estado E3 (UG15 – E3)

A unidade gestora ocupou o 20º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Ax de 0,2980, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 29,8% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 263.

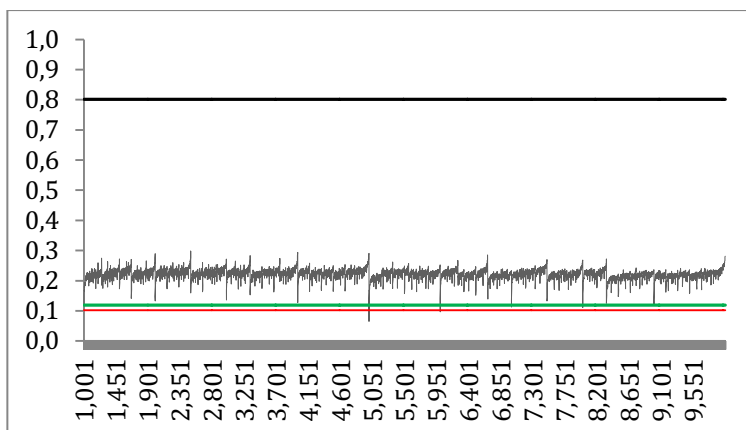


Gráfico 263 - Δx obtido pela UG15/E3 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 6,54%, sendo seguida pela 2ª posição com 11,15%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 85,49%, vide Gráfico 264 a seguir:

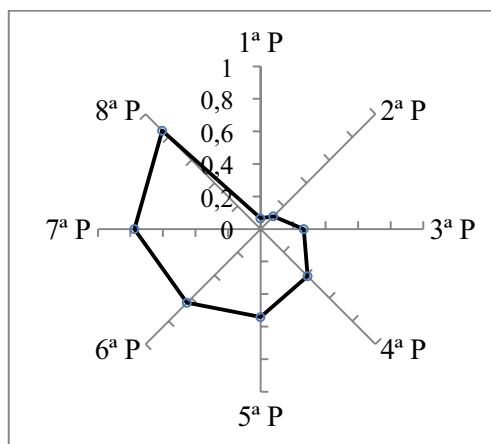


Gráfico 264 – Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG15/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,02929 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 12/01/2010 com um desvio de 0,05797 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 265.

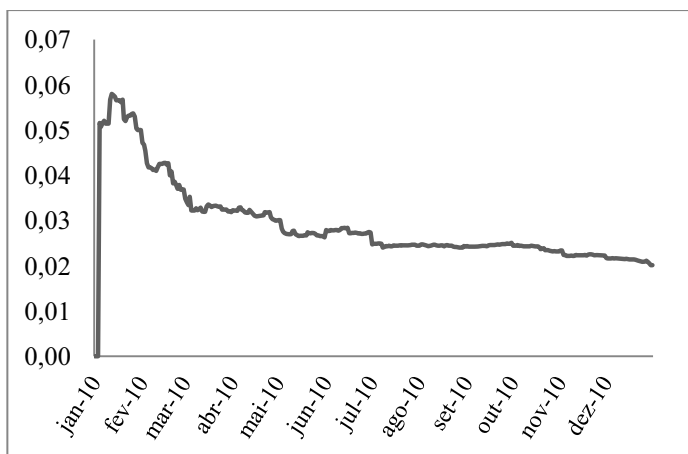


Gráfico 265- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG15/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 109 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG15/E3

Dígito	Data	Δpo
1	01/01/2010	0,00%
2	08/01/2010	6,20%
3	19/02/2010	14,08%
4	01/01/2010	0,00%
5	21/01/2010	20,20%
6	12/01/2010	54,35%
7	15/01/2010	36,70%
8	01/01/2010	0,00%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 109 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 1, 4, 8 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 6 apresentou o maior desvio positivo observado, 54,35% de excesso em 12/01/2010, vindo-se em seguida o dígito 7 com 36,70% de excesso em 15/01/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 11,21 e 4,98 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-56. Unidade Gestora 16 do Estado E3 (UG16 – E3)

A unidade gestora ocupou o 26º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,3426, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 34,26% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 266.

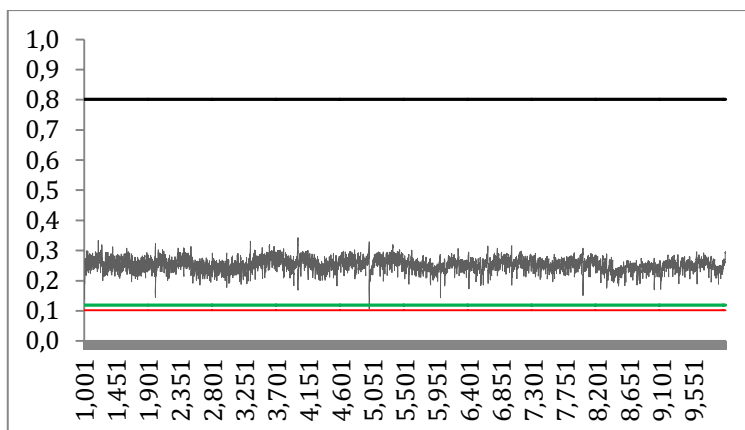


Gráfico 266 - Δx obtido pela UG16/E3 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 7,34%, sendo seguida pela 2ª posição com 12,23%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 87,92%, vide Gráfico 267 a seguir:

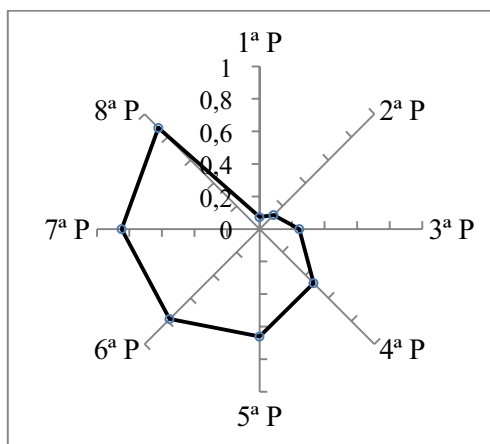


Gráfico 267– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG16/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,02635 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 04/01/2010 com um desvio de 0,09182 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 268.

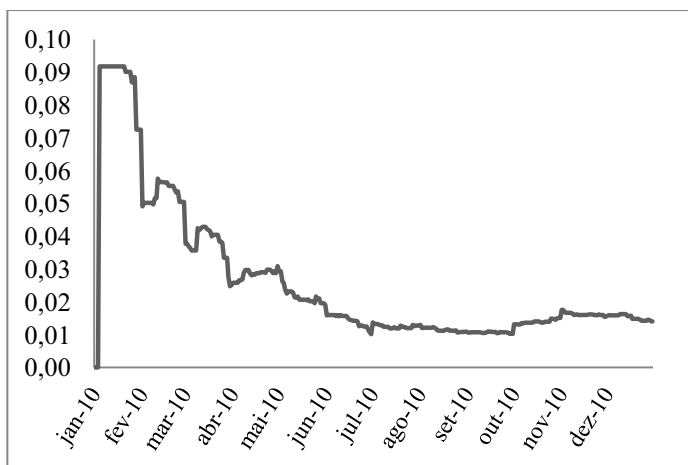


Gráfico 268- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG16/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 110 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG16/E3

Dígito	Data	Δpo
1	04/01/2010	42,04%
2	01/07/2010	7,33%
3	08/02/2010	10,52%
4	01/01/2010	0,00%
5	01/11/2010	32,31%
6	01/01/2010	0,00%
7	11/02/2010	22,68%
8	01/01/2010	0,00%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 110 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 4, 6, 8 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 1 apresentou o maior desvio positivo observado, 42,04% de excesso em 04/01/2010, vindo-se em seguida o dígito 5 com 32,31% de excesso em 01/11/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 8,24 e 7,64 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-57. Unidade Gestora 17 do Estado E3 (UG17 – E3)

A unidade gestora ocupou o 11º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,2470, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 24,7% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 269.

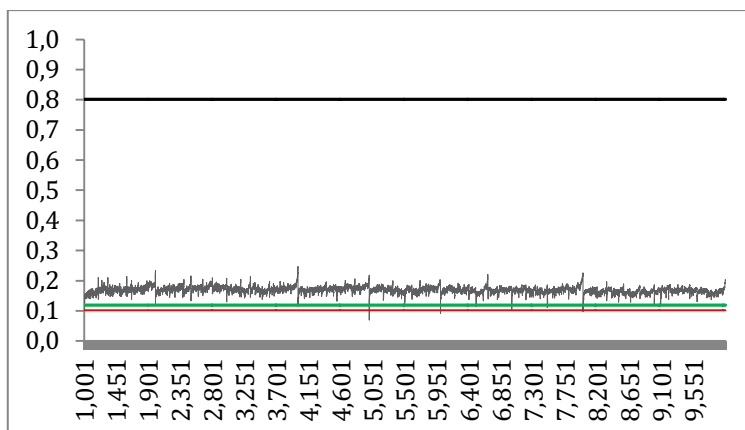


Gráfico 269– Ax obtido pela UG17/E3 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 5,74%, sendo seguida pela 2ª posição com 7,97%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 87,02%, vide Gráfico 270 a seguir:

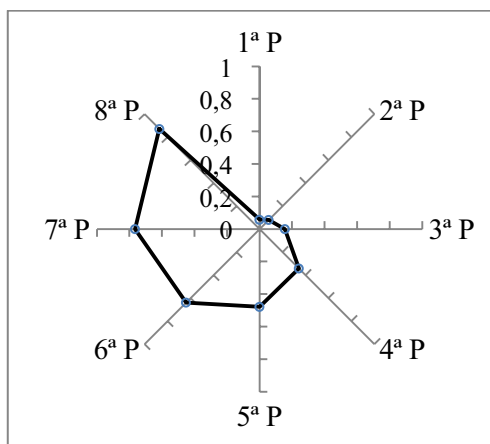


Gráfico 270– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG17/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,03298 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 26/03/2010 com um desvio de 0,11441 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 271. A quebra estrutural no comportamento da série observada entre os dias 22/03 e 26/03/2010, reflete a emissão de 59 empenhos iniciados pelo dígito 9, sendo que 57 destes com valor igual a R\$ 92,40.

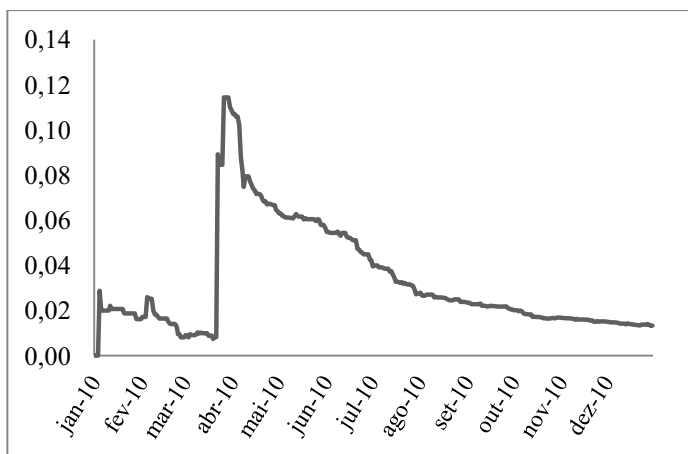


Gráfico 271- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG17/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 111 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG17/E3

Dígito	Data	Δpo
1	04/01/2010	24,74%
2	04/02/2010	31,71%
3	01/01/2010	0,00%
4	26/02/2010	10,14%
5	08/03/2010	21,16%
6	27/12/2010	7,77%
7	22/03/2010	34,34%
8	22/03/2010	42,08%
9	26/03/2010	73,37%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 111 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. O dígito 3 não obteve desvios positivos para o período analisado. O dígito 9 apresentou o maior desvio positivo observado, 73,37% de excesso em 26/03/2010, vindo-se em seguida o dígito 8 com 42,08% de excesso em 22/03/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 12,78 e 3,22 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-58. Unidade Gestora 18 do Estado E3 (UG18 – E3)

A unidade gestora ocupou o 18º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,2906, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 29,06% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 272.

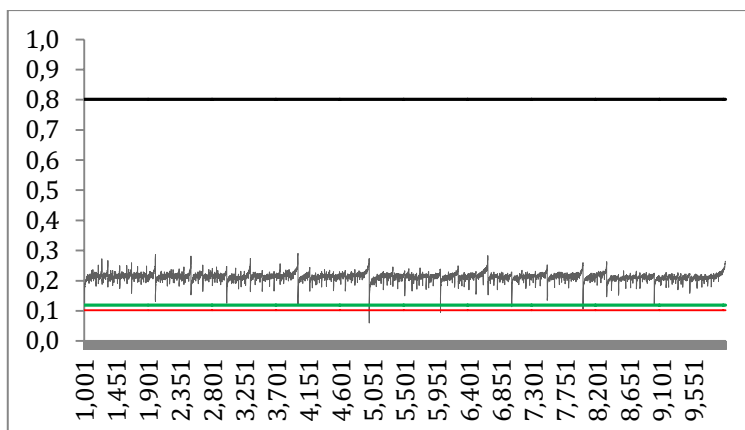


Gráfico 272– Ax obtido pela UG18/E3 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 2,47%, sendo seguida pela 2ª posição com 10,18%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 89,48%, vide Gráfico 273 a seguir:

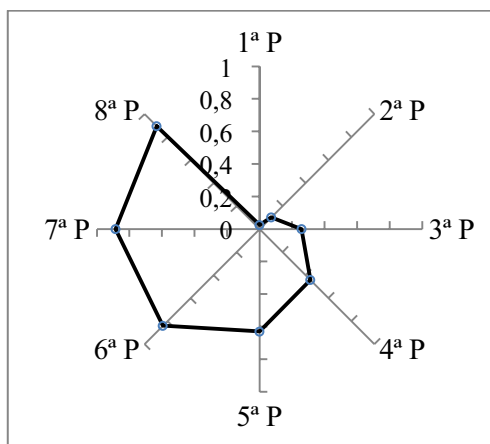


Gráfico 273– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG18/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,0072 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 04/01/2010 com um desvio de 0,06607 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 274.

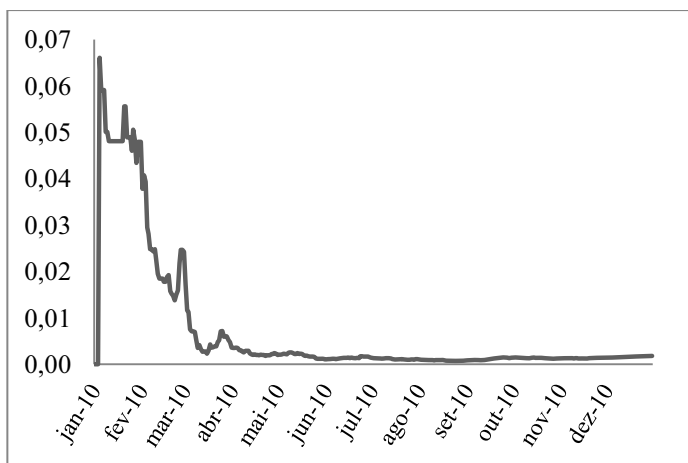


Gráfico 274- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG18/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 112 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG18/E3

Dígito	Data	Δpo
1	01/01/2010	0,00%
2	25/03/2010	17,49%
3	31/03/2010	2,86%
4	04/01/2010	40,24%
5	26/02/2010	29,49%
6	26/01/2010	44,62%
7	04/01/2010	46,36%
8	28/06/2010	13,60%
9	29/01/2010	37,66%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 112 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 7 e 8 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 6 apresentou o maior desvio positivo observado, 44,62% de excesso em 26/01/2010, vindo-se em seguida o dígito 9 com 37,66% de excesso em 29/01/2010. O desvio do dígito 6 foi significativo para o Z-Teste, enquanto o desvio do dígito 9 não foi, obtendo-se respectivamente 2,03 e 0,51 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-59. Unidade Gestora 19 do Estado E3 (UG19 – E3)

A unidade gestora ocupou o 21º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,3043, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 30,43% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 275.

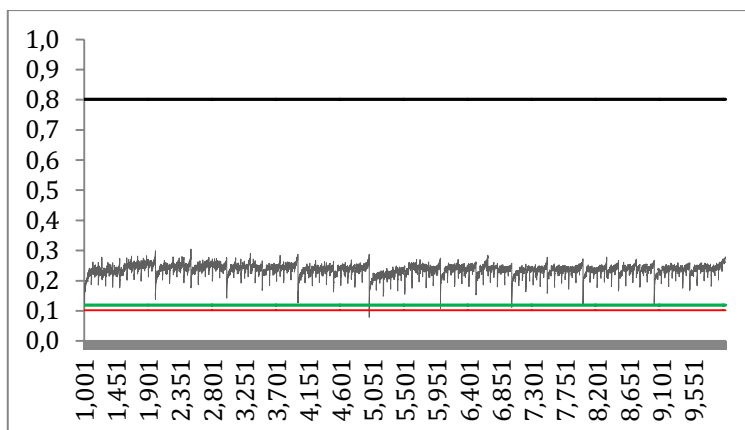


Gráfico 275 - Δx obtido pela UG19/E3 no teste de invariância.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 8,01%, sendo seguida pela 2ª posição com 15,81%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 83,99%, vide Gráfico 276 a seguir:

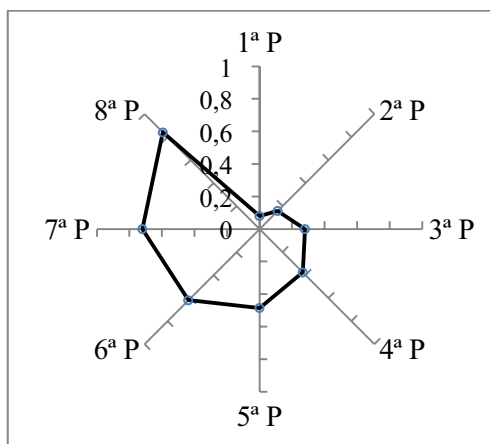


Gráfico 276– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG19/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,02861 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 22/01/2010 com um desvio de 0,09215 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 277.

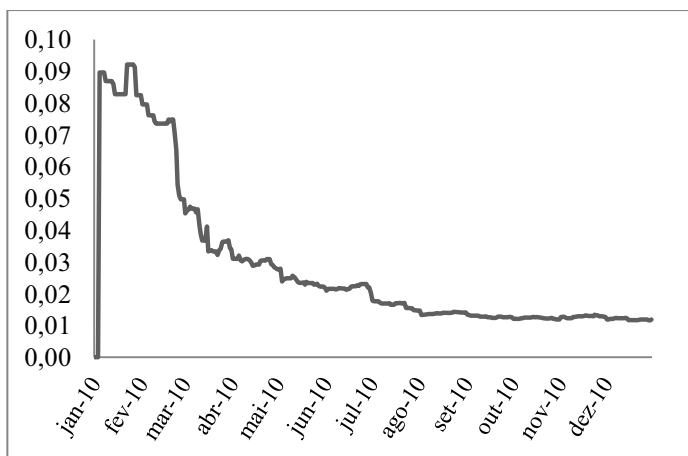


Gráfico 277- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG19/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 113 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG19/E3

Dígito	Data	Δpo
1	01/01/2010	0,00%
2	22/01/2010	50,75%
3	14/01/2010	4,21%
4	23/03/2010	21,57%
5	17/12/2010	13,99%
6	01/04/2010	22,94%
7	20/04/2010	31,99%
8	01/01/2010	0,00%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 113 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 1, 8 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 2 apresentou o maior desvio positivo observado, 50,75% de excesso em 22/01/2010, vindo-se em seguida o dígito 7 com 31,99% de excesso em 20/04/2010. Os valores do Z-Teste levaram à rejeição da hipótese, obtendo-se respectivamente 9,80 e 4,25 para um valor crítico de 1,96.

Apêndice F-60. Unidade Gestora 20 do Estado E3 (UG20 – E3)

A unidade gestora ocupou o 10º lugar no *ranking* de invariância na frequência dos dígitos com um Δx de 0,2432, evidenciando a ocorrência de uma variação máxima observada em 24,32% do total de dígitos da distribuição, vide Gráfico 278.

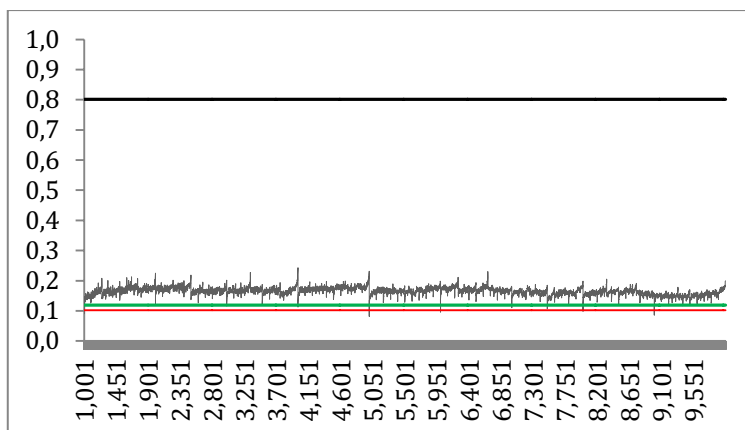


Gráfico 278– Ax obtido pela UG20/E3 no teste de invariância

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Na análise do $DA/2$, aplicado às probabilidades independentemente observadas para as oito primeiras posições, constata-se que a 1ª posição obteve o menor desvio absoluto, 8,68%, sendo seguida pela 2ª posição com 5,30%. O pior resultado foi observado para a 8ª posição, com um $DA/2$ de 73,87%, vide Gráfico 279 a seguir:

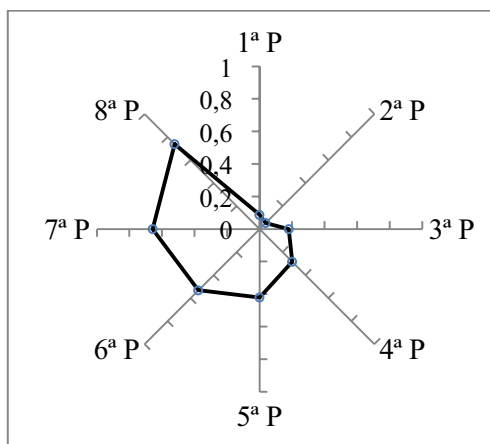


Gráfico 279– Semidesvio absoluto para as oito primeiras posições – UG20/E3.

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Foi constatado, em razão da análise dos desvios no tempo, que a UG obteve um FDR médio anual de 0,02227 para a 1ª posição (vide Gráfico 98, Gráfico 99 e Gráfico 100 nos Apêndice E-51 a Apêndice E-53), atingindo seu maior valor em 12/02/2010 com um desvio de 0,06437 para um valor crítico de 0,0014, vide Gráfico 280.

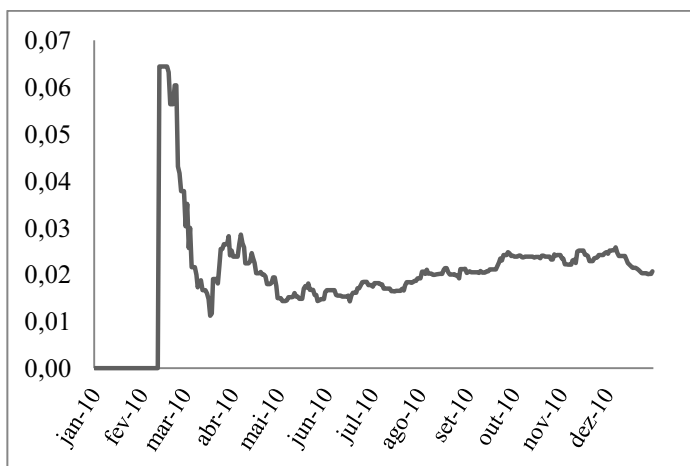


Gráfico 280- Evolução do *FDR* na 1ª Posição – UG20/E3

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

Tabela 114 - Data da maior discrepância relativa por dígito na 1ª posição – UG20/E3

Dígito	Data	Δpo
1	01/01/2010	0,00%
2	26/02/2010	20,76%
3	04/03/2010	28,71%
4	22/02/2010	33,55%
5	12/02/2010	50,23%
6	01/09/2010	21,03%
7	24/02/2010	33,89%
8	24/02/2010	27,11%
9	01/01/2010	0,00%

Fonte: Elaborado em rotina automatizada de análise desenvolvida pelo autor.

A Tabela 114 identifica datas e valores dos pontos de máximos desvios positivos para os dígitos da 1ª posição. Os dígitos 1 e 9 não obtiveram desvios positivos para o período analisado. O dígito 5 apresentou o maior desvio positivo observado, 100,92% de excesso em 12/02/2010, vindo-se em seguida o dígito 7 com 51,26% de excesso em 24/02/2010. O desvio do dígito 5 foi significativo para o Z-Teste, enquanto o desvio do dígito 7 não foi, obtendo-se respectivamente 2,05 e 0,97 para um valor crítico de 1,96.

APÊNDICE G – Publicações sobre a aplicação da NB-Lei à auditoria contábil

ALBRECHT, C. C.; ALBRECHT, W. S.; DUNN, J. G. **Conducting a Pro-Active Fraud Audit: A Case Study Forensic Accounting II**: 203-218. 2000.

_____. Fraud and Forensic Accounting In a Digital Environment. **Issues in Accounting Education**, Vol. 23, Nº.4, pp. 1- 32. 2008.

ALBRECHT, W. S.; ALBRECHT, C. C. Root out financial deception. **The Accountancy** 193(4), 30-34. 2002.

ALLES, M.; KOGAN, A.; VASARHELYI, M. Exploiting comparative advantage: A paradigm for value added research in accounting information systems. **Journal of Accounting Information Systems**, Vol 9, Nº. 4, pp. 202-215. 2008

AL-MARZOUKI, S.; EVANS, S; MARSHALL, T. Are these data real? Statistical methods for the detection of data fabrication in clinical trials. **Brit. Med. J** 331, 267-270. 2005.

ARITA, M. Scale-freeness and biological networks. **The Journal of Biochemistry** 138(1), 1-4. 2005.

ASHCROFT, P.; BAE, B.; NORVELL, J. Application of digital analysis in the audit. **Today's CPA**, September/October (p. 31-35), 2002.

BAUER, J; GROSS, J. Difficulties Detecting Fraud? The Use of Benford's Law on Regression Tables. **Journal of Economics and Statistics** (Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik) 231(5-6), 733-748. 2011.

BERTON, L. He's Got Their Number: Scholar Uses Math to Foil Financial Fraud. **The Wall Street Journal**, pg B1, July 10.b 1995.

BHATTACHARYA, S. **From Kautilya to Benford – Trends in Forensic and Investigative Accounting**. 9th World Congress of Accounting Historians, Deakin University. 2002.

_____. KUMAR, K.; SMARANDACHE, F. Conditional probability of actually detecting a financial fraud – a neutrosophic extension to Benford's law. **The Applied Mathematics** 17(1), 7-14. 2005.

_____. XU, D.; KUMAR, K. **An ANN-based auditor decision support system using Benford's law** *Decision Support Systems*, 50 3: 576-584. 2010.

BONACHE, A.; MORIS, K.; MAURICE, J. Risque associé à l'utilisation de la loi de Benford pour détecter les fraudes dans le secteur de la mode. **Munich Personal RePEc Archive (MPRA)** Paper Nº. 15352, posted 26 May 2009.

BOURKE, N.; VAN PEURSEM, K. **Detecting fraudulent financial reporting: teaching the 'watchdog' new tricks.** Working paper 79, University of Waikato. ISSN: 1173-7182. 2004.

BROWNE, M. W. Following Benford's law, or looking out for n° 1. **The New York Times**, August 4, 1998. 1998.

BUSTA, B.; SUNDHEIM, R. **Tax return numbers tend to obey Benford's law.** Center for Business Research Working Paper N°. W93-106-94, St. Cloud State University, Minnesota. 1992.

_____. **Detecting manipulated tax returns with the use of Benford's Law.** Center for Business Research Working Paper W95-106-94, St. Cloud State University, Minnesota. 1992.

_____. WEINBERG, R. Using Benford's law and neural networks as a review procedure. **The Managerial Auditing Journal** 13(6), 356-366. 1998.

BUYSE, M. The role of biostatistics in the prevention, detection and treatment of fraud in clinical trials. **The Statistics in Medicine** 18(24), 3435-3451. 1999.

CANEGHEM, T. V Earnings management induced by cognitive reference points. **The British Accounting Review** 34(2), 167-178. 2002 Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0890838902901903>> Acesso em: 21 mar. 2012

_____. The impact of audit quality on earnings rounding-up behaviour: some UK evidence. **The European Accounting Review** 13(4), 771-786. 2004.

CARSLAW, C. Anomalies in Income Numbers: Evidence of Goal Oriented Behavior. **The Accounting Review** 63, No. 2, 321-327. 1988.

CERULLO, M. J.; CERULLO, M. V. Using Neural Network Software as a Forensic Accounting Tool. Journal Online, **Information Systems Control Journal**, ISACA. 2006. Disponível em: <<http://www.isaca.org/Journal/Past-Issues/2006/Volume-2/Pages/Using-Neural-Network-Software-as-a-Forensic-Accounting-Tool1.aspx>> Acesso em: 14 fev. 2012

CHO, M. J.; ELTINGE, J. L.; SWANSON, D. Inferential methods to identify possible interviewer fraud using leading digit preference patterns and design effect matrices. **The American Statistical Association**. 2003.

CHO, W. K. T.; GAINES, B. J. Breaking the (Benford) law: Statistical fraud detection in campaign finance. **The American Statistician** 61(3), 218-223. ISSN: 0003-1305. 2007.

CHRISTIAN, C. W.; GUPTA, S. New evidence on Secondary Evasion. **The American Taxation Association** 15, 72-93. 1993.

CHRISTENSEN, J. A; BYINGTON; J. R. The computer: an essential fraud detection tool. **Journal of Corporate Accounting & Finance** 14(5), 23-27. 2003.

CLEARY, R.; THIBODEAU, J. C. Applying digital analysis using Benford's law to detect fraud: the dangers of type I errors. **Auditing: a Journal of Practice & Theory** 24, 77-81. 2005.

CODERRE, D. Fraud Detection: Using Data Analysis Techniques to Detect Fraud. **Global Audit Publications, ACL**, Vancouver, Canada. 1999. Disponível em: <<http://www.nysscpa.org/cpajournal/1999/0899/departments/D57899.HTM>> Acesso em: 10 jan. 2012

COSTA, J. I. F.; SANTOS, J.; TRAVASSOS, S. K. M. Análise de conformidade nos gastos públicos dos entes federativos: Estudo de Caso de uma Aplicação da Lei de Newcomb-Benford para o Primeiro e Segundo Dígito em Dois Estados Brasileiros. In: 11b Congresso USP Controladoria e Contabilidade, 2011, São Paulo. **Anais...** São Paulo: USP. 2011.

DA SILVA, C. G.; CARREIRA, P. M. R. **Selecting Audit Targets Using Benford's Law** 2011.

DAS, S.; ZHANG, H. Rounding-up in reported EPS, behavioral thresholds, and earnings management. **Journal of Accounting & Economics** 35(1), 31-50. ISSN: 0165-4101. 2002. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165410102000964>> Acesso em: 30 jan. 2012

DECKERT, J; MYAGKOV, M; ORDESHOOK, P. C. Benford's Law and the Detection of Election Fraud. **Political Analysis** 19(3), 245-268. 2011.

DIEKMANN, A. Not the First Digit! Using Benford's Law to Detect Fraudulent Scientific Data. **The Applied Statistics**. 34(3), 321-329. ISSN: 0266-4763. 2004.

_____.; JANN, B. Benford's Law and Fraud Detection: Facts and Legends. **German Economic Review** 11(3): 397-401. 2010.

DINIZ, J. A.; SANTOS, J.; DIENG, M.; DINIZ, M. A. Comprovação de Eficácia da Aplicação de Modelos Contabilométricos no Campo da Auditoria Digital das Contas Públicas Municipais: caso de um Tribunal de Contas de um estado brasileiro. In: 6 Congresso USP Controladoria e Contabilidade, 2006, São Paulo. **Anais...** São Paulo: USP. 2006.

_____. CORRAR, L. J.; SLOMSKI, V. Análise digital uma abordagem cognitiva na detecção de não conformidade em prestações de contas municipais. In: 10 CONGRESSO USP DE CONTROLADORIA E CONTABILIDADE, 10, 2010. São Paulo. **Anais...** São Paulo: FEA/USP, 2010. Disponível em:<<http://www.congressosp.fipecafi.org/artigos102010/474.pdf>> Acesso em: 22 fev. 2012

DLUGOSZ, S. **The value of the last digit statistical fraud detection with digit analysis**. 2009.

DRAKE, P. D.; NIGRINI, M. J. Computer assisted analytical procedures using Benford's law. **The Accounting Education** 18, 127-146. 2000.

DUBINSKY, B. Math formula fights fraud. **Legal Times**, vol. XXIV(9). 2001.

DUMAS, C. F.; DEVINE, J. H. **Detecting Evidence of Non-Compliance in Self- Reported Pollution Emissions Data**: An Application of Benford's Law. The American Agricultural Economics Association, Annual meeting. Selected Paper 2000.

DÜMBGEN, L.; LEUENBERGER, C. Explicit Bounds for the Approximation Error in Benford's Law. **Electronic Communications in Probability**. 13, 99-112. ISSN: 1083-589X. 2008.

DURTSCHI, C.; HILLISON, W.; PACINI, C. The effective use of Benford's law to assist in detecting fraud in accounting data. **Journal of Forensic Accounting**. 1524-5586/Vol.V, pp. 17-34. 2004.

FAVARETTO, F. **Verificação da qualidade de dados através da lei de Benford**. XXVII Brazilian National Conference on Engineering, October . 2007.

FORSTER, R. P. **Auditoria Contábil Em Entidades do Terceiro Setor**: Uma Aplicação da Lei Newcomb-Benford. Dissertação (Mestrado em Ciências Contábeis) - Programa Multiinstitucional e Inter-regional de Pós-graduação em Ciências na Universidade de Brasília - UnB. 2005.

GEYER, C. L.; WILLIAMSON, P. P. Detecting fraud in data sets using Benford's law. **Communications in Statistics: Simulation and Computation** 33(1), 229-246. 2004.

GÖB, R. Data Conformance Testing by Digital Analysis—A Critical Review and an Approach to More Appropriate Testing. **Quality Engineering** 19 (4), 281-297. 2007.

GUAN, L.; SKOUSEN, C. J.; WETZEL, T. S. Unusual Patterns in Reported Earnings: Additional Evidence. **Forensic Accounting** 6(2), 317-332. 2005.

_____. HE, D.; YANG, D. Auditing, integral approach to quarterly reporting, and cosmetic earnings management. **The Managerial Auditing Journal** 21(6), 569-581. 2006.

HALES, D. N.; SRIDHARAN, V.; RADHAKRISHNAN, A.; CHAKRAVORTY, S. S.; SIHA, S. M. Testing the accuracy of employee-reported data: An inexpensive alternative approach to traditional methods. **The European Journal of Operational Research** 189(3), 583-593. 2008.

HILL, T. P. **A note on distributions of true versus fabricated data**, 1996.

HUANG, S. M.; YEN, D. C.; YANG, L. W.; HUA, J. S. An investigation of Zipf's Law for fraud detection. **Decision Support Systems** 46(1), 70-83. 2008.

HUXLEY, S. J. **Why Benford's Law works and How to do digit analysis on spreadsheets**. University of San Francisco 2001. Disponível em: <<http://usf.usfca.edu/fac-staff/~huxleys/Benford.html>> Acesso em: 27 mar. 2012

JASAK, Z.; BANJANOVIC-MEHMEDOVIC, L. **Detecting Anomalies by Benford's Law.** pp 453-458. In: IEEE International Symposium on Signal Processing and Information Technology, ISSN: 978-1-4244-3554-8. 2008.

JERSKEY, P. **Using Analytical Procedures for Continuous Auditing and Fraud Detection.** CISA, CFE, Boston College. 1997.

JOHNSON, G. G. Financial Sleuthing Using Benford's Law to Analyze Quarterly Data with Various Industry Profiles. **Journal of Forensic Accounting** 6(2), 293-316. Estados Unidos. 2005.

KACZMAREK, K. Fun (and Fraud Detection) with Benford's Law. **Kirix.com Data and the Webblog.** 2008. Disponível em: <<http://www.kirix.com/blog/2008/07/22/fun-and-fraud-detection-with-benfords-law>> Acesso em: 5 mar. 2012

KHOSHNEVISAN, M.; BHATTACHARYA, S. **A short note on financial data set detection using neutrosophic probability.** pp 74-79 in: Smarandache, F(ed), Proceedings of the first International Conference on Neutrosophy, University of New Mexico - Gallup, Dec 2001.

KINNUNEN, J.; KOSKELA, M. Who Is Miss World in Cosmetic Earnings Management? A Cross-National Comparison of Small Upward Rounding of Net Income Numbers among Eighteen Countries. **The International Accounting Research** 2, 39-68. 2003.

KNECHEL, W. The effectiveness of statistical analytical review as a substantive auditing procedure: A simulation analysis. **The Accounting Review** Vol. 63, Nº. 1 (January): 74 - 95. 1988.

KRAKAR, M; ŽGELA, M. S. M. **Application of Benford's Law in Payment Systems Auditing** JIOS, Vol. 33, Nº 1. 2009.

KRIEL, E. Technology Solutions to Detect Fraud. Paper 158-2008, SAS **Global Forum** 2008.

KUMAR, K.; BHATTACHARYA, S. Benford's law and its application in financial fraud detection. **The Advances in Financial Planning and Forecasting** 11, 57-70. 2002.

_____. Detecting the dubious digits: Benford's law in forensic accounting. **Significance** 4(2), 81-83. 2007.

LAGIOIA, U. C. T.; ARAÚJO, I. J. C.; ALVES FILHO, B. F.; BARROS, M. A. B.; NASCIMENTO, S. G. O. A. S. Aplicabilidade da Lei de Newcomb-Benford nas fiscalizações do Imposto sobre Serviços – ISS. **Revista Contabilidade & Finanças.** vol.22 nº.56 São Paulo May/Aug. 2011. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1519-70772011000200006&script=sci_arttext> Acesso em: 02 abr. 2012

LANZA, R. Using Digital Analysis to Detect Fraud: Review of the DATAS Statistical Analysis Tool. **Forensic Accounting** 1, 291-296. 2000.

LAVILLE, D. Fraud detection and number theory. **The Actuary**, pp.36-37 2006.

LEE, J.; JUDGE, G. C. **Identifying falsified clinical data**. CUDARE working paper 1073, University of California, Berkeley. 2008.

LINDSAY, D. H.; FOOTE, P. S.; CAMPBELL, A.; REILLY, D. P. Detecting fraud in the data using automatic intervention detection. **Fraud Magazine**. *A Publication of the Association of Certified Fraud Examiners*, January/February 2004.

LIN, F.; CHANG, C.; WU, S. A study on the relationship between related party transactions and monthly sales in Taiwan's publicly issued companies. **Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers**. 2009.

LOWE, R. Benford's Law and fraud detection The Chartered. **Accountants Journal of New Zealand** 79(10), 32-36. ISSN: 1172-9929. 2000.

LU, F. Uncovering Fraud in Direct Marketing Data with a Fraud Auditing Case Builder. **Lecture Notes in Computer Science** 4702, 540-547. 2007.

_____.; BORITZ, J. E. **Detecting fraud in health insurance data: learning to model incomplete Benford's law distributions**. 16th European Conference on Machine Learning, 633-640. 2005.

_____. _____. **Building a case for fraud using Benford's law with reinforcement learning**. Uncertainty in Artificial Intelligence: Proceedings of the 22nd Conference. Submitted. 2006.

_____. _____. COVVEY, H. D. **Adaptive fraud detection using Benford's law**. **Appears in Advances in Artificial Intelligence**. In. 19th Conference of the Canadian Society for Computational Studies of Intelligence. 2006.

MANEY, K. **Baffled by math? Wait 'til I tell you about Benford's Law**. USA today, 18 October 2000. Disponível em: <<http://www.usatoday.com/tech/columnist/cckev050.htm>> Acesso em: 1 fev. 2012

MCKEE, T. E. Increase your fraud auditing effectiveness by being unpredictable! **The Managerial Auditing Journal** 21(2), 224-231. 2006.

MOORE, G. B.; BENJAMIN, C. O. Using Benford's Law for fraud detection. **The Internal Auditing** 19(1), 4-9. 2005.

MEBANE, W. R. JR. **Election Forensics: The Second-digit Benford's Law Test and Recent American Presidential Elections**. pp 161-181 in: Alvarez, RM, Hall, TE and Hyde, SD (eds.), *Election Fraud: Detecting and Deterring Electoral Manipulation*. Brookings Press, Washington DC. 2006.

_____. Fraud in the 2009 presidential election in Iran? **Chance** 23(1), 6-15. 2010.

MEBANE, W. R. JR. Comment on Benford's Law and the Detection of Election Fraud. **Political Analysis** 19(3), 269-272. 2011.

_____. **Note on the presidential election.** In Iran University of Michigan 2009.

MOCHTY, L. Die Aufdeckung von Manipulationen im Rechnungswesen - Was leistet das Benford's Law? **Die Wirtschaftsprüfung**, 55, 725-736. 2002.

NIGRINI, M. J. The **Detection of Income Tax Evasion Through an Analysis of Digital Frequencies**. Ph.D. thesis. Cincinnati, OH: University of Cincinnati. 1992.

_____. Can Benford's law be used in forensic accounting? **The Balance Sheet** (June), 7-8. 1993.

_____. Using digital frequencies to detect fraud. **Fraud Magazine**. The White Paper Index 8(2), 3-6 1994.

_____. A taxpayer compliance application of Benford's law. **The American Taxation Association** 1, 72-91. 1996.

_____. **Digital Analysis Tests and Statistics** Allen, Texas: The Nigrini Institute, Inc. 1997.

_____. Numerology for Accountants. **The Accountancy**, November 1998, p. 15. Disponível em: <<http://www.journalofaccountancy.com/Issues/1998/Nov/audit>> Acesso em: 27 mar. 2012.

_____. **Peculiar patterns of first digits IEEE Potentials** 18(2), 24-27. 1999c

_____. I've got your number. **Journal of Accounting** 5, 79- Taxation Association 18, 72-83. 1999.

_____. **Continuous Auditing**. Preprint. 2000.

_____. Digital analysis using Benford's Law: Tests Statistics for Auditors. **Global Audit Publication**, 2000.

_____. Adding value with digital analysis **The Internal Auditor** 56(1), 21-23. 1999b. Disponível em: <http://findarticles.com/p/articles/mi_m4153/is_1_56/ai_54141370/?tag=content;coll1> Acesso em: 27 mar. 2012.

_____. An Assessment of the Change in the Incidence of Earnings Management Around the Enron-Andersen Episode. **Review of Accounting and Finance** 4, 92-110. 2005. Disponível em: <<http://www.emeraldinsight.com/journals.htm?articleid=1657234&show=pdf>> Acesso em: 03 mar. 2012

_____. MILLER S. J. Data Diagnostics Using Second-Order Tests of Benford's Law. **Auditing: A Journal of Practice & Theory** 28(2), 305-324. 2006.

NIGRINI, M. J.; MILLER S. J. Benford's Law Applied to Hydrology Data - Results and Relevance to Other Geophysical Data. **The Mathematical Geology** 39(5), 469-490. ISSN: 0882-8121. 2007.

NIGRINI, M. J.; MITTERMAIER, L. J. The use of Benford's Law as an aid in analytical procedures. **Auditing: A Journal of Practice & Theory** 16(2), 52-67. ISSN: 0278-0380. 1997.

NISKANEN, J.; KELOHARJU, M. Earnings cosmetics in a tax-driven accounting environment: evidence from Finnish public firms. **The European Accounting Review** 9(3), 443-452. 2000.

ORITA, M.; MORITOMO, A.; NIIMI, T.; OHNO, K. Use of Benford's law in drug discovery data. **Drug Discovery Today** 15(9/10), 328-331. 2010. Disponível em: <<http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/20298800>> Acesso em: 21 mar. 2012

PAULOS, J. A. Math Theory Offers Way to Detect Cooked Books. **ABC News/Technology**, 1 March. 2007.

PARASOTE, V. **Fraudeurs, méfiez-vous du 6! science & vie junio**. August, 20-21. 1999. Disponível em: <http://www.archi7.net/index.php?option=com_content&task=view&id=84&Itemid=55> Acesso em: 27 mar. 2012.

PETUCCI, S. D. Benford's Law: Can It Be Used to Detect Irregularities in First Party Automobile Insurance Claims? **The Economic Crime Management** 3(1). 2005.

PHUA, C; LEE, V; SMITH, K; GAYLER, R. Data Mining-based Fraud Detection Research. **Artificial Intelligence Review**. 2005.

PIETRONERO, L.; TOSATTI, E.; TOSATTI, V.; VESPIGNANI, A. **The Uneven Distribution of Numbers in Nature Arxiv**, preprint cond-mat/9808305, 1998 - arxiv.org1998.

PORRAS, J.; ENGLISH, N. Data-Driven Approaches to Identifying Interviewer Falsification: The Case of Health Surveys. **The American Statistical Association, Survey Research Methods Section**, 4223-4228. 2005.

POSCH, P. N.; KREINER, W. A. Analysing digits for portfolio formation and index tracking. **The Asset Management** 7(1), 69-80. 2007.

POSCH, P. N. **Ziffernanalyse in der Fälschungsaufspürung**. Benford's Gesetz und Steuererklärungen in Theorie und Praxis. Unpublished manuscript. 2004. Disponível em: <www.posch.net/paper/posch_faelschungenbenford.pdf> Acesso em: 21 mar. 2012

ORITA, M; MORITOMO, A; NIIMI, T; OHNO, K. Use of Benford's law in drug discovery data. **Drug Discovery Today** 15(9/10), 328-331. 2010.

RAUCH, B; BRÄHLER, G; ENGEL, S; GÖTTSCHE, M. Fact and Fiction in EU-Governmental Economic Data. **German Economic Review** 12(3), 243-255. 2011.

REED, R.; PENCE, D. Detecting Fraud in Financial Statements: The Use of Digital Analysis as an Analytical Review Procedure. **Forensic Accounting** 6, 135-146. 2005.

REHMEYER, J. Statistical tests suggestive of fraud in Iran's election. **The Science News**. 2009.

REJESUS, R. M.; LITTLE, B. B.; JAMARILLO, M. Is there Manipulation of Self-Reported Yield Data in Crop Insurance? An Application of Benford's Law. **Forensic Accounting** 7(2), 495-512. 2006.

RIBEIRO, J. C.; MONTEIRO, G. B.; SANTOS, J.; GALVÃO, K. S. Aplicação da Lei de Newcomb-Benford na Auditoria. **Revista de Contabilidade & Finanças**, vol. 20, nº.49. São Paulo Jan./Apr.2009.

RODRIGUEZ, R. J. Reducing False Alarms in the Detection of Human Influence on Data. **The Accounting, Auditing & Finance** 19(2), 141-158. 2005.

ROUSSEAU, C. **Apprendre à frauder ou à détecter les fraudes?** Accromath 5, Été-automne, 2-7. 2010.

RÜCKER, G. **Benford's Law in Medical Data Sets**. Presentation given at: 49th Biometric Conference of the German Region of the International Biometric Society at Wuppertal, March 2003.

SAIEGH, S. M; CANTU, F. **Fraudulent Democracy? An analysis of Argentina's Infamous Decade using Supervised Machine Learning**. APSA 2010 Annual Meeting Paper. 2010.

SANDOULY, P. **Fraudes la preuve par 1**. 1998

SANTOS, J.; DINIZ, J. A.; CORRAR, L. O Foco é a Teoria Amostral nos Campos da Auditoria Contábil Tradicional e da Auditoria Digital: testando a Lei de Newcomb-Benford para o primeiro dígito nas contas públicas. **Brazilian Business Review** 2 (1), 71-89. 2005.

SANTOS, J.; DINIZ, J. A; RIBEIRO FILHO, J. F. A Lei de Newcomb-Benford: Uma Aplicação para Determinar o DNA-Equivalente das Despesas no Setor Público. In: 3 Congresso USP Controladoria e Contabilidade, 2003, São Paulo. **Anais...** São Paulo: USP. 2003.

SANTOS, J.; CORRAR, L. J.; DINIZ, J. A. The Focus is the Sampling Theory in the Fields of Traditional Accounting Audit and Digital Audit: testing the Newcomb- Benford Law for the first digit of in public accounts. **Journal Brazilian Business Review**, Vol.2, Nº 1, pp. 69-86 2006.

SANTOS, J.; RIBEIRO FILHO, J. C.; LAGIOIA, U. C. T.; ALVES FILHO, B. F.; ARAÚJO, I. J. C. Aplicações da lei de Newcomb-Benford na auditoria tributária do imposto sobre serviços de qualquer natureza (ISS) **Revista Contabilidade & Finanças**, USP, São Paulo, v. 20, n. 49, p. 79-94, jan./abr. 2009. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/rcf/v20n49/06.pdf>> Acesso em: 26 dez. 2011

_____. TENORIO, J. N. B; SILVA, L. G. C. Uma Aplicação da Teoria das Probabilidades na Contabilometria: A lei de Newcomb-Benford como uma medida para análise de dados no campo da Auditoria Contábil. **UnB Contábil JCR**, Brasília, v. 6, p. 35-54. 2003.

SAVILLE, A. **Using Benford's Law to predict data error and fraud**. An examination of companies listed on the JSE Securities Exchange. 2003.

_____. **Sorry, wrong number**. How accounting data are wrong and how the numbers can be fixed. Preprint. 2004.

_____. Using Benford's law to detect data error and fraud: an examination of companies listed on the Johannesburg Stock Exchange. **South African Journal of Economic and Management Sciences** 9(3), 341-354. ISSN: 1015-8812. 2006.

SCHRÄPLER, J. P.; WAGNER, G.G. Characteristics and impact of faked interviews in surveys – An analysis of genuine fakes in the raw data of SOEP. **Allgemeines Statistisches Archiv**. 89, 7-20. 2006.

SCHÄFER, C.; SCHRÄPLER, J. P.; MÜLLER, K. R. **Identification, Characteristics and Impact of Faked and Fraudulent Interviews in Surveys**. 2004.

_____. _____. _____. WAGNER, G. G. **Automatic Identification of Faked and Fraudulent Interviews in Surveys by Two Different Methods**. Discussion paper 441, DIW Berlin (German Institute for Economic Research). 2005.

_____. _____. _____. _____. **Automatic identification of faked and fraudulent interviews in the German SOEP**. The Applied Social Science Studies, vol. 125, 183-193. (2005).Schmollers Jahrbuch 2004.

SCHRÄPLER, J. P. **Benford's Law as an instrument for fraud detection in surveys using the data of the Socio-Economic Panel (SOEP)**. Socio-Economic Panel (SOEP) paper N° 273, March 2, 2010.

SKOUSEN, C. J.; GUAN, L.; WETZEL, T. S. Anomalies and unusual patterns in reported earnings: Japanese managers round earnings. **The International Financial Management & Accounting** 15(3), 212-234. 2004.

SMITH, C. A. Detecting Anomalies in Your Data Using Benford's Law. Paper 249 **Statistics and Data Analysis**. In: Proceedings of SUGI 27, Orlando, USA, April 14-17.2002.

SZEWCZAK, Z. S. A limit theorem for random sums modulo 1. **The Statistics & Probability Letters**. 2010.

STANEK, S. **Applying Benford's Law to internal audit KnowledgeSpace**, 14 August. 2000.

TAYLOR, R. N.; MCENTEGART, D. J.; STILLMAN, E. C. Statistical techniques to detect fraud and other data irregularities in clinical questionnaire data. **Drug Information Journal** 36, 115-125. 2002.

TIJMS, H. **Falsified data and Benford's law** pp 193-197 in: Understanding Probability: Chance Rules in Everyday Life (2nd ed), Cambridge University Press 2007.

THOMAS, J. K. Unusual Patterns in Reported Earnings. **The Accounting Review** 64(4), 773-787. ISSN: 0001-4826. 1989

TIMOTHY, A. P.; TOMMIE, W. S. Fraud and Forensic accounting in the Digital Environment. Issues in **Accounting Education. Sarasota**. Nov 2008. Vol. 23, Iss. 4; p. 545 2008.

TÖDTER, K. H. Benford's Law as an Indicator of Fraud in Economics. **The German Economic Review** 10(3), p 339-351, 2009.

TOLLE, C. R.; BUDZIEN, J. L.; LAVIOLETTE, R. A. Do dynamical systems follow Benford's law? **Chaos**, 10(2), 331-336. ISSN: 1054-1500. 2000.

TSUNG, F.; ZHOU, Z.; JIANG, W. **Applying manufacturing batch techniques to fraud detection with incomplete customer information**. IIE Transactions 39(6), 671-680. 2007.

VARDI, I. Premiers chiffres significatifs et nombres algébriques. Leading digits and algebraic numbers. **Comptes rendus de l'Académie des sciences**, Serie I 328 (9), 749-754. ISSN: 0764-4442. 1999.

YORK, D. Benford's law. **The Accountancy** 126(1283), 126. 2000.

APÊNDICE H – Demais referências da NB-Lei no período de 1881 a 2011

ABUMRAD, J. KRULWICH, R. **From Benford to Erdős**. WNYC Radiolab, 2009, 9 Oct. Disponível em: <<http://www.radiolab.org/2009/nov/30/from-benford-to-erdos/>> Acesso em: 3 jan. 2011.

ADHIKARI, A. K.; SARKAR, B. D. **Distributions of most significant digit in certain functions whose arguments are random variables**. Sankhya, Ser. B, no. 30, 47-58. 1968. Disponível em: <<http://www.jstor.org/pss/25051623> > Acesso em: 5 fev. 2011.

_____. **Some results on the distribution of the most significant digit**. Sankhya, Ser. B, nº. 31, 413-420. 1969. Disponível em: <<http://www.jstor.org/pss/25051694>> Acesso em: 25 abr. 2011.

AGGARWAL, R.; LUCEY, B. M.; Psychological barriers in gold prices? **Review of Financial Economics** 16, 217–230. 2007. Disponível em: <<http://brianmlucey.files.wordpress.com/2011/05/psychogold.pdf>> Acesso em: 30 out. 2010.

ALBERS, D. J. Professor of Magic Mathematics. **Math Horizons** (Feb), 11-15. 1995

ALBRECHT, J. **Die Eins vom Planet Zob**. Die Zeit, 2000, 28 September. Disponível em: <http://pdf.zeit.de/2000/40/Die_Eins_von_Planet_Zob.pdf .> Acesso em 4 dez. 2011.

ALDOUS, D.; PHAN, T. When Can One Test an Explanation? Compare and Contrast Benford's Law and the Fuzzy CLT. **The American Statistician** Aug 2010, Vol. 64, Nº. 3: 221–227. Disponível em: <<http://www.stat.berkeley.edu/~aldous/Papers/me126.pdf>> Acesso em: 10 dez. 2010.

ALLAART, P. C. An invariant-sum characterization of Benford's law. **The Applied Probability** 34, 288-291. 1997. Disponível em: <<http://www.math.unt.edu/~allaart/papers/invar.pdf>> Acesso em 14 jan. 2012

ALTAMIRANO, C.; ROBLEDO, A. Generalized Thermodynamics underlying the laws of Zipf and Benford. pp 2232-2237 in: J. Zhou (ed.), **Complex Sciences**. 2009, Part II, LNICST 5. ISSN: 1867-8211.

_____. **Possible thermodynamic structure underlying the laws of Zipf and Benford**. Disponível em: <http://arxiv.org/PS_cache/arxiv/pdf/1008/1008.1614v3.pdf> Acesso em: 14 mar. 2011.

AMERSHI, A. H.; FERROZ, E. H. The occurrence of Fibonacci numbers in time series of financial accounting ratios. Anomalies or indicators of firm survival, bankruptcy and fraud? An exploratory study. **The Managerial Finance** 26(11), 5-20. (2000). Disponível em: <http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1180582> Acesso em: 05 maio 2011.

ANONYMOUS. Numerology for accountants. **Journal of Accountancy** 186(5), 15. Benford's law revisited. Disponível em: <<http://www.allbusiness.com/accounting-reporting/auditing/724932-1.html>> Acesso em: 1 abr. 2011.

ANTONIONI, G. On the notion of uniform distribution mod 1. **Fibonacci Quarterly** 29, 230-234. (1991). Disponível em: <<http://www.mathstat.dal.ca/FQ/Scanned/29-3/antonini.pdf>> Acesso em: 5 jan. 2012.

ARMSTRONG, J. S. **Extrapolation for time-series and cross-sectional data**. In: Principles of Forecasting: a Handbook for Researchers and Practitioners. Kluwer Publishers. 2001
Disponível em:
<http://repository.upenn.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1179&context=marketing_papers&ei-redir=1#search=%22Extrapolation%20time-series%20cross->> Acesso em: 15 ago. 2011.

ASHCRAFT, M. H. Cognitive arithmetic: A review of data and theory. **Cognition** 44 (Aug), 75-106. 1992. Disponível em:
<<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/001002779290051I>> Acesso em: 1 abr. 2011.

_____. CHRISTY, K. S. The Frequency of Arithmetic Facts in Elementary Texts: Addition and Multiplication in Grades 1-6. **Journal for Research in Mathematics Education** 26, 396-421. 1995. Disponível em: < <http://www.jstor.org/pss/749430>> Acesso em: 26 jul. 2011.

AUFFHAMMER, M.; CARSON, R. T. Forecasting the path of China's CO2 emissions using province-level information. **Journal Environment Economic Management** 55(3), 229-247. 2007. ISSN: 0095-0696.

_____. **Offsetting Reductions From Kyoto And Then Some**: Forecasts of China's CO2 Emissions Using Province Level Data. 2004. Draft 7 Sep 2006.

BACH, A. **Wenn sich Zahlen an Gesetze halten .../ Auf Verbrecherjagd mit Benford. Prefix coding under Siege**. Quarks & Co, WDR science broadcast, 17 October 2006.
Disponível em: <http://www.wdr.de/tv/quarks/sendungsbeitraege/2006/1017/009_zahlen.jsp> Acesso em: 7 set. 2011.

BAER, M. B. **Prefix coding under Siege**. <http://arxiv.org/abs/cs.IT/0602067>. 2006.
Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/cs.IT/0602067>> Acesso em: 12 ago. 2011.

_____. **R'enyi to R'enyi - Source Coding under Siege**. ISIT 2006.
<http://arxiv.org/abs/cs.IT/0602067>. (2006). Disponível em:
<http://arxiv.org/PS_cache/cs/pdf/0605/0605099v2.pdf> Acesso em: 7 mar. 2012.

BAER, M. B. **Redundancy-Related Bounds on Generalized Huffman Codes**. 2010.
Disponível em: < http://arxiv.org/PS_cache/cs/pdf/0702/0702059v3.pdf> Acesso em: 7 mar. 2012.

BAER, M. B. **Reserved-Length Prefix Coding**. 2008. Submitted to ISIT 2008. Disponível em: < http://arxiv.org/PS_cache/arxiv/pdf/0801/0801.0102v1.pdf> Acesso em: 30 jul. 2011.

_____. **Bounds on Generalized Huffman Codes**. 2007. Disponível em:
<<http://cdsweb.cern.ch/record/1046747>> Acesso em: 30 jul. 2011.

BAILLY, N. **Prominence trend in maximum lengths recorded for fishes**: a preliminary analysis. Palomares, MLD, Stergiou, KI, and Pauly, D (eds.), *Fishes in databases and ecosystems*. Proceedings of the 2006. FishBase Symposium. Fisheries Centre Research Reports, 2006, Vol. 14, No. 4, pp 12-17. ISSN: 1198-6727.

BAIOCCHI, G. Using Perl for Statistics: Data Processing and Statistical Computing. 2004. **Journal of Statistical Software**, 2004 , Vol. 11, Issue 1. Disponível em: <<http://www.jstatsoft.org/v11/i01/paper>> Acesso em: 5 jun. 2011.

BAIRD, J. C. Psychophysical study of numbers: IV. Generalized Preferred State Theory. **The Psychological Research** 38 (Jun), 175-187. 1975. Disponível em: < > Acesso em: 30 maio 2011.

_____. **Psychophysical study of numbers**: III. Metodological Aplications. Disponível em: < <http://www.springerlink.com/content/p3wt264355712105/>> Acesso em: 30 maio 2011.

_____. **Psychophysical study of numbers**: V. Preferred State Theory of Matching Functions. *The Psychological Research* 38 (Jun), 189-207. 1975. Disponível em: <<http://www.springerlink.com/content/k2871572n2p25113/?p=628ba5fd321c4016a4a44a1615186cc0&pi=3>> Acesso em: 20 maio 2011.

_____. NOMA, E. **Psychophysical study of numbers**: I. Generation of numerical responses. *The Psychological Research* 37 (Dec), 281-297. 1975. Disponível em: <http://deepblue.lib.umich.edu/bitstream/2027.42/47497/1/426_2004_Article_BF00309723.pdf> Acesso em: 24 out. 2010.

_____. _____. **Psychophysical study of numbers**: II. Theoretical models of number generation. *The Psychological Research* 38 (1), 81-95. 1975. Disponível em: <http://deepblue.lib.umich.edu/bitstream/2027.42/47498/1/426_2004_Article_BF00308940.pdf> Acesso em: 21 maio 2011.

BAKAN, P. Response tendencies in attempts to generate random binary series. Sufficient conditions for Benford's law. **The American Journal of Psychology** 73: 127-131. 1960. Disponível em: 10 set. 2011.

BALANZARIO, E. P.; SÁNCHEZ-ORTIZ, J. The Apparent Magnitude of Number Scaled by Random Production. **Statistics & Probability Letters** 80(23-24), 1713-1719. 2010.

BANKS, W. P.; HILL, D. K. On Roundoff Error Distributions in Floating Point and Logarithmic Arithmetic. **Journal of Experimental Psychology** 102 (2), 353-376. 1974. Disponível em: <<http://www.deepdyve.com/lp/psycarticles-reg/the-apparent-magnitude-of-number-scaled-by-random-production-b5NeHd97PJ>> Acesso em: 2 jan. 2012.

BARLOW, J. L.; BAREISS, E. H. When the central executive lets us down: Schemas, attention, and load in a generative working memory task. **Computing** 34, 325-347. 1985. Disponível em: < <http://www.springerlink.com/content/y2723022p3451411/>> Acesso em: 5 jan. 2012.

BARNARD, P. J.; SCOTT, S. K.; MAY, J. Statistics hint at fraud in Iranian election. The Devil is in the Digits. **Memory**, 9 (4-6), 209-221. 2001. ISSN: 0965-8211. Disponível em: <<http://www.jonmay.staff.shef.ac.uk/papers/private/BSM.Memory.pdf> > Acesso em: 6 jan. 2012.

BATTERSBY, S. Patterns in listings of failure-rate and MTTF values and listings of other data. **The New Scientist** 24 June 2009. Disponível em: <http://www.acikradyo.com.tr/default.aspx?_mv=a&aid=24702 > Acesso em: 7 jan. 2012.

BEBER, B.; SCACCO, A. **The Devil is in the Digits**. Washington Post, 20 June 2009. Disponível em: <https://files.nyu.edu/bb89/public/files/Beber_Scacco_The_Devil_Is_in_the_Digits.pdf> Acesso em: 8 jan. 2012.

BECKER, P. **Patterns in listings of failure-rate and MTTF values and listings of other data**. IEEE Transactions on Reliability R-31, 132-134. 1982. Disponível em: <<http://www.google.com.br/url?sa=t&source=web&cd=1&sqi=2&ved=0CBsQFjAA&url=http%3A%2F%2Fforbit.dtu.dk%2FgetResource%3FrecordId%3D250959%26objectId%3D1%26versionId%3D1&rct=j&q=Patterns%20in%20listings%20of%20failure-rate%20and%20MTTF%20values%20and%20listing> > Acesso em: 9 jan. 2012.

BECKER, T. J. Sorry, Wrong Number. Century-old math rule ferrets out modern-day digital deception. **Research Horizons**, Fall 2000, Georgia Tech. Frequency Correlates in Grapheme-Color Synaesthesia. Disponível em: <<http://gtresearchnews.gatech.edu/reshor/rh-f00/math.html>> Acesso em: 10 jan. 2012

BEELI, G.; ESSLEN, M.; JÄNCKE, L. Frequency Correlates in Grapheme-Color Synaesthesia. **The Psychological Science**, 18(9), 788-792. ISSN: 0956-7976. 2007. Disponível em: <<http://www.mendeley.com/research/frequency-correlates-graphemecolor-synaesthesia/#>> Acesso em: 11 jan. 2012.

BEER, T. W. Terminal digit preference: beware of Benford's law. **Journal of Clinical Pathology** 62(2), 192. 2009. Disponível em: <<http://jcp.bmj.com/content/62/2/192.1.full.pdf> > Acesso em: 12 jan. 2012.

BENFORD, F. The law of anomalous numbers. **Proceedings of the American Philosophical Society** 78, 551-572. 1938. Disponível em: <<http://www.jstor.org/pss/984802>> Acesso em: 21 nov. 2012

BENFORD'S LAW. **Benford's law, Zipf's law, and the Pareto distribution**. 2009. Disponível em: <<http://terrytao.wordpress.com/2009/07/03/benfords-law-zipfs-law-and-the-pareto-distribution/>> Acesso em: 14 jan. 2012.

BENSMAIL, H.; HAOUDI, A. Postgenomics: Proteomics and Bioinformatics in Cancer Research. **Journal of Biomedicine and Biotechnology** (4), 217-230. 2003. ISSN: 1110-7243. Disponível em: <<http://www.google.com.br/url?sa=t&source=web&cd=4&ved=0CEoQFjAD&url=http%3A>

%2F%2Fdownloads.hindawi.com%2Fjournals%2Fjbb%2F2003%2F705194.pdf&rct=j&q=Postgenomics%3A%20Proteomics%20and%20Bioinformatics%20in%20Cancer%20Research&ei=aE-CToKSNKru0gGqq92eAQ&usg=> Acesso em> 15 jan. 2012.

BERGER, A. **Chaos and Chance**. De Gruyter, Berlin and New York. 2001.

_____. **Benford's Law in power-like dynamical systems**. Stoch. Dyn. 5, 587-607. ISSN: 0219-4937. 2005.

_____. Large spread does not imply Benford's Law. University of Alberta **Preprint**. 2010. Disponível em: <<http://www.math.ualberta.ca/~aberger/preprints/lstdnibl.pdf>> Acesso em: 30 out. 2010.

_____. Multi-dimensional dynamical systems and Benford's law. **Discrete and Continuous Dynamical Systems** 13(1), 219-237. 2005.

_____. Dynamics and digits: on the ubiquity of Benford's law. pp 693-695 in: F. Dumortier, H. Broer, J. Mahwin, A. Vanderbauwhede, S. Verduyn Lunel (eds): Proceedings of Equadiff 2003. **World Scientific**. 2004. Disponível em: <http://www.math.leidenuniv.nl/~verduyn/EQUADIFF03/MS14/berger_eqdiff03.pdf> Acesso em: 14 fev. 2012.

_____. HILL, T. P. A basic theory of Benford's Law. **Probability Surveys**. Vol. 8 (2011) 1-126 ISSN: 1549-5787 Disponível em: <<http://www.google.com.br/url?sa=t&source=web&cd=1&ved=0CCIQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.i-journals.org%2Fps%2Finclude%2Fgetdoc.php%3Fid%3D696%26article%3D175%26mode%3Dpdf&rct=j&q=A%20basic%20theory%20of%20Benford%E2%80%99s%20Law&ei=01OCTu37O4fq0gGyqqmYAAQ&usg>> Acesso em> 16 jan. 2012.

_____. _____. **A characterization of Newton maps**. ANZIAM J. 48, 211-223. 2005.

BERGER, A.; HILL, T. P. **Benford's Law Strikes Back No Simple Explanation in Sight for Mathematical Gem**. Disponível em:

<<http://www.google.com.br/url?sa=t&source=web&cd=1&ved=0CBsQFjAA&url=http%3A%2F%2Fpeople.math.gatech.edu%2F~hill%2Fpublications%2FPAPER%2520PDFS%2FBenfordsLawStrikesBack2011.pdf&rct=j&q=Benford%27s%20Law%20Strikes%20Back%20No%20Simple%20Explanation%20in%20>> Acesso em: 20 dez. 2011.

_____. _____. **Fundamental Flaws in Feller's Classical Derivation of Benford's Law**. University of Alberta preprint. 2010. Disponível em: <<http://www.math.ualberta.ca/~aberger/preprints/flaw.pdf>> Acesso em: 21 dez. 2011.

BERGER, A.; HILL, T. P. Newton's method obeys Benford's law. **The American Mathematical Monthly** 114 (7), 588-601. ISSN: 0002-9890. 2007. Disponível em: <http://digitalcommons.calpoly.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1058&context=rgp_rsr&sei-

redir=1#search=%22Newton%E2%80%99s%20method%20obeys%20Benford%E2%80%99s%20law%22> Acesso em: 1 mar. 2011.

BERGER, A.; SIEGMUND, S. On the distribution of mantissae in nonautonomous difference equations. **Journal of Difference Equations and Applications** 13(8-9), 829-845. ISSN: 1023-6198. 2007. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/10236190701388039> > Acesso em 24 nov. 2011.

_____. BUNIMOVICH, L. A.; HILL, T. P. One-dimensional dynamical systems and Benford's law. **The American Mathematical Society** 357(1), 197-219. ISSN: 0002-9947. 2004. Disponível em: <<http://www.google.com.br/url?sa=t&source=web&cd=3&sqi=2&ved=0CDMQFjAC&url=http%3A%2F%2Fciteseerx.ist.psu.edu%2Fviewdoc%2Fdownload%3Fdoi%3D10.1.1.7.6178%26rep%3Drep1%26type%3Dpdf&rct=j&q=Benford%E2%80%99s%20Law%20in%20power-like%20dynamical%20systems&ei=AF>> Acesso em 29 out. 2010.

_____. HILL, T. P.; MORRISON, K. E. Scale-Distortion Inequalities for Mantissas of Finite Data Sets. **Journal of Theoretical Probability** 21(1), 97-117. ISSN: 0894-9840. 2007. Disponível em: <<http://www.calpoly.edu/~kmorriso/Research/scale-distortion.pdf>> Acesso em: 30 out. 2010.

BERLEANT, D.; CHEONG, M. P.; CHU, C.; GUAN, Y.; KAMAL, A.; SHEDBLE, G.; FERSON, S.; PETERS, J. F. Dependable Handling of Uncertainty. **The Reliable Computing** 9(6), 407-418. ISSN: 1385-3139. 2003. Disponível em: <<http://www.google.com.br/url?sa=t&source=web&cd=1&ved=0CCAQFjAA&url=http%3A%2F%2Fciteseerx.ist.psu.edu%2Fviewdoc%2Fdownload%3Fdoi%3D10.1.1.89.894%26rep%3Drep1%26type%3Dpdf&rct=j&q=Dependable%20Handling%20of%20Uncertainty&ei=UV2CTqu4G4O2AGVochu&usg=AFQjCN>> Acesso em: 10 nov. 2010.

BETINEC, M. Testing the Difference of the Roc Curves in Biexponential Model. **Tatra Mt. Math. Publ.** 39 (2008), 215-223. Disponível em: <<http://www.sav.sk/journals/uploads/0916113122-23bet.pdf>> Acesso em: 11 nov. 2010.

BHATTACHARYYA, P.; CHATTERJEE A.; CHAKRABARTI, B. K. **A common origin of the power law distributions in models of market and earthquake.** 2005. <http://arxiv.org/abs/physics/0510038>. Disponível em: <http://arxiv.org/PS_cache/physics/pdf/0510/0510038v2.pdf>. Acesso em: 12 nov. 2012.

BIALIK, C. Rise and Flaw of Internet's Election-Fraud Hunters. **The Wall Street Journal**, 1 July. 2009. Disponível em: <http://mres.gmu.edu/pmwiki/uploads/Main/Bialik_WSJ_ElectionFraudHunters.pdf > Acesso em: 2 jun. 2011.

BLOCK, H. W.; SAVITS, T. H. A General Example for Benford Data. **The American Statistician**. Nov 2010, Vol. 64, N°. 4: 335-339. Disponível em: <<http://pubs.amstat.org/doi/abs/10.1198/tast.2010.09169> > Acesso em: 20 mar. 2012.

BLUM, W. Die Nummer eins im Alltag. **Süddeutsche Zeitung**, May 23, 2007. Disponível em: <<http://www.sueddeutsche.de/wissen/2.220/zahlenregeln-die-nummer-eins-im-alltag-1.910905>> Acesso em: 21 jun. 2011.

BOGOMOLNY, A. **Benford's Law and Zipf's Law**. 2006. Disponível em: <http://www.cut-the-knot.org/do_you_know/zipfLaw.shtml> Acesso em: 22 jun. 2011.

BOLTON, R. J.; HAND, D. J. Statistical Fraud Detection: A Review. **Statistical Science**, Vol. 17, No. 3, 235–255, 2011.

_____. Unsupervised Profiling Methods for Fraud Detection. **Statistical Science** 17(3), 235-249.2002. Disponível em: <<http://www.google.com.br/url?sa=t&source=web&cd=2&ved=0CCkQFjAB&url=http%3A%2F%2Fciteseerx.ist.psu.edu%2Fviewdoc%2Fdownload%3Fdoi%3D10.1.1.24.5743%26rep%3Drep1%26type%3Dpdf&rct=j&q=Unsupervised%20Profiling%20Methods%20for%20Fraud%20Detection&ei=pm2CTtiMGI>> Acesso em: 23 jun. 2011.

BORING, E. G. The logic of the normal law of error in mental measurement. **The American Journal of Psychology**. 31, 1-33. 1920. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/1413989>> Acesso em: 26 jul. 2011.

_____. An Application of Fourier Series to the Most Significant Digit Problem. **The American Mathematical Monthly** 101(9), 879-886. ISSN: 0002-9890. 1994. Disponível em: <<http://www.jstor.org/pss/2975136>> Acesso em: 26 jul. 2011.

BRADLEY, R.; FARNSWORTH, D. L. What is Benford's Law? **Teaching Statistics** 31(1), 2-6. 2009. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1467-9639.2009.003>> Acesso em: 26 jul. 2011.

BRADY, W. G. More on Benford's law. **Fibonacci Quarterly** 16, 51-52. 1978. Disponível em: <<http://www.fq.math.ca/Scanned/16-1/brady.pdf>> Acesso em: 2 mar. 2012.

BROESTERHUIZEN, G. A. A. M. **The unobserved economy and the national accounts in the Netherlands**. Central Bureau of Statistics The Netherlands Department for National accounts – jun. 1982.

BROOKS, D. Naked-Eye Quantum Mechanics: Practical Applications of Benford's Law for Integer Quantities. Frequencies - **The Journal of Size Law Applications**, Special Paper #1, 1-8. Disponível em: <<http://www.statlit.org/pdf/2002BrooksSpecial1.pdf>> Acesso em: 4 mar. 2012.

BROWN, J.; DUNCAN, R. Modulo one uniform distribution of the sequence of logarithms of certain recursive sequences. **Fibonacci Quarterly** 8, 482-486. (1970). Disponível em: <<http://www.fq.math.ca/Scanned/8-5/brown.pdf>> Acesso em: 4 mar. 2012.

BROWN, P.; CHUA, A.; MITCHELL, J. The influence of cultural factors on price clustering: Evidence from Asia-Pacific stock markets. **Pacific-Basin Finance Journal**, 10(3), 307-332.

2002. Disponível em:

<<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0927538X02000495> > Acesso em: 11 mar. 2012.

BROWN, P.; MITCHELL, J Culture and stock price clustering: evidence from the peoples' republic of China. **Pacific-Basin Finance Journal** 16(1), 95-120 . 2004. ISSN: 0927-538X. Disponível em: <http://www.chesler.us/resources/academia/cultural_clustering_china.pdf > Acesso em: 10 mar. 2012.

BROWN, R. J. C. Benford's law and the screening of analytical data: the case of pollutant concentrations in ambient air. **The Analyst** 130, 1280-1285. 2005.

_____. The use of Zipf's law in the screening of analytical data: a step beyond Benford. **The Analyst** 132(4), 344-349. ISSN: 0003-2654. 2007.

_____. Benford's Law and the screening of analytical data: the case of pollutant concentrations in ambient air. **Analyst** 130(9), 1280-1285. ISSN:0002-2654. 2005.

Disponível em: <<http://pubs.rsc.org/en/content/articlelanding/2005/an/b504462f>> Acesso em: 23 dez. 2011.

BRUNELL, T. L.; GLAZER, A.; Rational Response to Irrational Attitudes: The Level of the Gasoline Tax in the United States. **The Policy Analysis and Management** 20(4), 761-769. ISSN: 0276-8739. 2001. Disponível em:

<<http://www.economics.uci.edu/~aglazer/GasTax.pdf> > Acesso em: 28 ago. 2011.

BUCK, B.; MERCHANT, A.; PEREZ, S. An illustration of Benford's first digit law using alpha decay half lives. **The European Journal of Physics** 14, 59-63. 1993.

BUMBY, R.; ELLENTUCK, E. Finitely additive measures and the first digit problem. **Fundament Mathematic** 65, 33-42. 1969. Disponível em:

<<http://matwbn.icm.edu.pl/ksiazki/fm/fm65/fm6513.pdf> > Acesso em: 11 nov. 2011

BURKE, J.; KINCANON, E. Benford's law and physical constants : the distribution of initial digits. **The American Journal of Physics** 59, 952. 1991.

BURKE, S. D. Barriers in U.S. Benchmark bond yields. De Gruyter, Berlin and New York. **Preprint**, The University of British Columbia, Vancouver. 2001.

BURNS, B. **Sensitivity to statistical regularities: People (largely) follow Benford's law.** pp 2872-2877 in: Proceedings of CogSci 2009, Amsterdam, The Netherlands. 2006.

BUSTOZ, J.; FELDSTEIN, A.; GOODMAN, R.; LINNAINMAA, S. Improved Trailing Digits Estimates Applied to Optimal Computer Arithmetic. **The ACM**, Volume 26 Issue 4. 1979.

BYALKO, A. V. Statistics of Coefficients in Physical Formulas. **Theoretical and Mathematical Physics** 88(1), 782-787. 1991.

CÁCERES, J. L. H.; GARCÍA, J. L. P.; ORTIZ, C. M. M.; DOMINGUES, L. G. First digit distribution in some biological data sets. Possible explanations for departures from Benford's Law. *Electronic J Biomed* 1, 27-35. 2008. Disponível em:
<<http://biomed.uninet.edu/2008/n1/caceres.html>> Acesso em: 31 dez. 2011.

CALDWELL, C. C. Does Benford's law apply to prime numbers? **The Prime Pages**. 2008.

CANDELORO, D. Some remarks on the first digit problem. **Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena** 46, suppl., 511-532. 1998.

CANESSA, E. **Theory of analogous force on number sets**. 2003. Disponível em:
<<http://arxiv.org/pdf/cond-mat/0307703.pdf>> Acesso em: 10 abr. 2012.

CARTLIDGE, E. In nature, number one dominates . Institute of Physics. **Enviornmental Research Letters** Oct 25, 2010. Institute of Physics, Enviornmental Research Letters Oct 25, 2010.

CASEU, M. C. **Integrated Learning in Multi-net Systems**. University of Surrey Ph.D. Thesis submitted Feb 2004.

CASEY, M. C. **Supervised Machine Learning**. University of Surrey Ph.D. Thesis submitted Feb 2004. Disponível em:
<http://www.cs.surrey.ac.uk/BIMA/People/M.Casey/downloads/Publications/2004_casey_integrated_learning_in_multi-net_systems.pdf> Acesso em: 2 abr. 2012.

CASTER, P.; MITTAG, B.; SCHERGA, C. Application of Digital Analysis To Assess the Quality and Usability of the ATA Database. **Forensic Accounting** 4, 95-104. 2003.

CHAITIN-CHATELIN, F. Is finite precision arithmetic useful for physics? **Journal of Universal Computer Science**, vol. 2, no. 5, 380-395. 1996. Disponível em:
<http://www.jucs.org/is_finite_precision_arithmetic_useful_for_physics/Chaitin_Chateлин_F.pdf> Acesso em: 10 abr. 2012.

_____. **Le calcul qualitatif. Comment donner un sens a des resultats faux?** CERFACS REPORT TR/PA/95/10. 1995. Disponível em:
<http://www.cerfacs.fr/algor/reports/1995/TR_PA_95_10.ps.gz> Acesso em: 22 jan. 2012.

_____. **Le calcul sur ordinateur a precision finie. Theorie et etat de l'art.** CERFACS REPORT TR/PA/94/05. 1994. Disponível em:
<http://www.cerfacs.fr/algor/reports/1994/TR_PA_94_05.ps.gz> Acesso em: 11 abr. 2012.

_____. FRAYSSÉ, V. **Lectures on Finite Precision Computations**. 1996. Disponível em:
<<http://books.google.ca/books?hl=en&lr=&id=tHjPpWbCOjwC&oi=fnd&pg=PR11&dq=chaitin-chatelin&ots=S8FYozZBaR&sig=lzUmmaQFq9sz2kJks53hbtPOZyo#v=onepage&q&f=false>> Acesso em: 11 abr. 2012.

CHAPANIS, A. Random-number guessing behavior. **The American Psychologist** 8: 332 1953.

CHERNOFF, H. How to beat the Massachusetts numbers game. **Math. Intel.** 3: 166-172. 1981. Disponível em: <<http://www.springerlink.com/content/g22772817641125g/>> Acesso em: 14 abr. 2012.

CHIVERTON, J.; WELLS, K. Mixture effects in FIR low-pass filtered signals. **IEEE Signal Processing Letters** 13(6), 369-372. ISSN: 1070-9908. 2004. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/search/freesrchabstract.jsp?arnumber=1632070&isnumber=34223&punumber=97&k2dockey=1632070@ieejejrns&query=%28+%28%28chiverton%29%3Cin%3Eau+%29+%29+%3Cand%3E+%28pyr+%3E%3D+2005+%3Cand%3E+pyr+%3C%3D+2009%29&pos=0&access=n0>> Acesso em: 15 abr. 2012.

CHOU, M. C.; KONG, Q.; TEO, C. P.; WANG, Z.; ZHENG, H. Benford's Law and Number Selection in Fixed-Odds Numbers Game. **Journal of Gambling Studies**. Disponível em: <<http://www.bschoool.nus.edu.sg/staff/bizteocp/benford.pdf>> Acesso em: 12 nov. 2011.

CIGLER, J. **Methods of summability and uniform distribution mod 1**. Vol.16, 44-51. 1964. SAI

CIGLER, J. HELMBERG, G. Neuere Entwicklungen der Theorie der Gleichverteilung. **Jahresbericht der Deutschen Mathematiker Vereinigung** 64, 1-50. (1961). Disponível em: <http://www.digizeitschriften.de/dms/gcs-wrapper/?gcsurl=http%253A%252F%252Flocalhost%253A8086%252Fgcs%252Fgcs%253Faction%253Dpdf%2526metsFile%253DPPN37721857X_0064%2526divID%253Dlog4%2526pdfTitlepage%253Dhttp%25253A%25252F%25252Fwww.digizeitschriften.de%2> Acesso em: 1 abr. 2012.

CIOFALO, M. **Entropy, Benford's first digit law, and the distribution of everything. Level-Index Arithmetic - An Introductory Survey**. Dipartimento di Ingegneria Nucleare, Università degli Studi di Palermo, Italy. 2011. Disponível em: <http://www.din.unipa.it/Struttura/Personale/Profili/ciofalo_allegati/Paper_Benford.pdf> Acesso em: 20 jan. 2012.

CLENSHAW, C.V.; OLVER, F.W. J. Level-Index Arithmetic - An Introductory Survey. **Lecture Notes in Mathematics** 1397, pp 95-168. 1989. Disponível em; <<http://www.springerlink.com/content/r463358435545732/>> Acesso em: 5 jun. 2011

COCKSHOTT, W. P.; MCGREGOR, D.; WILSON, J. High-Performance Operations Using a Compressed Database Architecture. **The Computer Journal** 41(5), 283-296. 1998. Disponível em: <<http://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=high-performance%20operations%20using%20a%20compressed%20database%20architecture&source=web&cd=1&ved=0CBsQFjAA&url=http%3A%2F%2Fciteseerx.ist.psu.edu%2Fviewdoc%2Fdownload%3Fdoi%3D10.1.1.107.4726%26rep%3Drep1%26typ>> Acesso em: 29 out. 2010.

COHEN, D An explanation of the first digit phenomenon. **Journal of Combinatorial Theory, Ser. A** 20, 367-370. 1976.

_____.; KATZ, T. Prime numbers and the first digit phenomenon. **Journal of Number Theory** 18, 261-268. 1984. Disponível em:
<<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022314X84900611>> Acesso em: 10 jan. 2012.

CONG, L.; Z, LI. **On Wilson's theorem and Polignac conjecture**. 2004. Disponível em: <http://arxiv.org/PS_cache/math/pdf/0408/0408018v1.pdf> Acesso em: 10 fev. 2012.

CORAZZA, M.; ELLERO, A.; ZORZI, A. Checking Financial Markets via Benford's Law. **Empirical Finance**, 5, 263–279. 2010. Disponível em:
<<http://maf2008.unive.it/viewpaper.php?id=116>> Acesso em: 11 fev. 2012.

_____. _____. _____. What sequences obey Benford's law? **Working Paper** n. 185/2008, November 2008, Department of Applied Mathematics, University of Venice. ISSN: 1828-6887. Disponível em: < <http://www.dma.unive.it/wpdma/2008wp185.pdf>> Acesso em: 1 mar. 2012.

COSTAS, E.; LÓPEZ-RODAS, V; TORO, F. J.; FLORES-MOYA, A.; The number of cells in colonies of the cyanobacterium *Microcystis aeruginosa* satisfies Benford's law. **The Aquatic Botany** 89(3), 341-343. 2008. Disponível em:
<<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304377008000533>> Acesso em: 2 mar. 2012.

COURTLAND, R. Curious mathematical law is rife in nature. **The New Scientist**, Issue 2782. 2010. Disponível em < <http://www.newscientist.com/article/mg20827824.700-curious-mathematical-law-is-rife-in-nature.html>> Acesso em: 3 mar. 2012.

CRAIG, T. R. Round-off bias in earnings-per-share calculations. **Journal of Applied Business Research** 8 (4), 106-113. 1992.

DALLACASA, F.; DALLACASA, V. **Temporal behaviour of stock data from Benford's law**. 5th Int. Conference APLIMAT, Slovak University of Technology, Bratislava. 2006.

DAS, S.; ZHANG, H. The stock market's under-reaction to rounding-up in EPS. **Preprint**. 2001. Disponível em: <<http://www.uic.edu/classes/actg/actg315zhang/roundmkt.pdf>> Acesso em: 1 jan. 2012.

DAVIS, B. **Some Remarks on Initial Digits**. 1976. Disponível em: <http://www.zentralblatt-math.org/zmath/scans.html?volume_=361&count_=082> Acesso em: 28 out. 2010.

DAVIS, B. S.; DAVIS, T. A. Fibonacci numbers and the golden mean in nature. **The Mathematical Scientist** 14, 89-100. 1989. Disponível em: <<http://www.zentralblatt-math.org/zmath/en/advanced/?q=an:0689.10003&format=complete>> Acesso em: 30 out. 2010.

DE CEUSTER, M. J. K.; DHAENE, G.; SCHATTEMAN, T. On the hypothesis of psychological barriers in stock markets and Benford's law. **Journal of Empirical Finance** 5(3), 263-279. 1998. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0927539897000248> Acesso em: 14 fev. 2012.

DE MARCHI, S.; HAMILTON, J. T. Assessing the accuracy of self-reported data: An evaluation of the toxics release inventory. **Risk and Uncertainty** 32(1), 57-76. ISSN: 0895-5646. 2006. Disponível em: http://www.precaution.org/lib/assessing_tri_accuracy.060115.pdf Acesso em: 2 jul. 2011

DEAKIN, M. A. B. Another derivation of Benford's law. **The Australian Mathematical Society Gazette** 20, 162-163. 1993.

DEBRECENY, R.; LEE, S. L.; NEO, W.; SHULING, T. J. Employing generalized audit software in the financial services sector: challenges and opportunities. **The Managerial Auditing Journal** 20(6), 605-618. 2005. Disponível em: <http://www.emeraldinsight.com/journals.htm?articleid=1509334&show=html> Acesso em: 7 jul. 2011.

DECKERT, J.; MYAGKOV, M.; ORDESHOOK, P. C. **The Irrelevance of Benford's Law for Detecting Fraud in Elections**. University of Oregon and California Institute of Technology. 2009. Disponível em: http://www.vote.caltech.edu/drupal/files/rpeavt_paper/benford_pdf_4b97cc5b5b.pdf Acesso em: 8 jul. 2011.

DEHAENE, S.; MEHLER, J.; Cross-Linguistic Regularities in the Frequency of Number Words. **Cognition** 43(1), 1-29. ISSN: 0010-0277. 1992. Disponível em: http://www.unicog.org/publications/DehaeneMehler_FrequencyNumberWords_Cognition1992.pdf Acesso em: 2 jan. 2011.

DEL ACEBO, E. ; SBERT, M. Benford's Law for Natural and Synthetic Images. **The Computational Aesthetics in Graphics, Visualization and Imaging** 2005, pp. 169-176. ISSN: 1816-0859. Disponível em: <https://diglib.eg.org/EG/DL/WS/COMPAESTH/COMPAESTH05/169-176.pdf.abstract.pdf> Acesso em: 3 jan. 2011.

DIACONIS, P. G. H. Hardy and Probability? **Bulletin of the London Mathematical Society** 34, 385-402. 2001. Disponível em: <http://stat.stanford.edu/~cgates/PERSI/papers/Hardy.pdf> Acesso em: 4 jan. 2011

DIACONIS, P. **The distribution of leading digits and uniform distribution mod 1**. *Annals of Probability* 5, 72-81. 1977. Disponível em: <http://www-stat.stanford.edu/~cgates/PERSI/papers/digits.pdf> Acesso em: 5 jan. 2011.

DIACONIS, P.; FREEDMAN, D. On rounding percentages. **The American Statistical Association** 74, 359-364. 1979. Disponível em:

<<http://stat.stanford.edu/~cgates/PERSI/papers/Hardy.pdf>> Acesso em: 4 jan. 2011.

DICKINSON, J.R. **A universal mathematical law criterion for algorithmic validity.**

Developments in Business Simulation and Experiential Learning 29, 26-33. 2002 Disponível em: <<http://sbaweb.wayne.edu/~absel/bkl/vol29/29ag.pdf>> Acesso em: 5 jan. 2011.

DIEKMANN, A. **Diagnose von Fehlerquellen und methodische Qualität in der sozialwissenschaftlichen Forschung.** 2002. Disponível em: <

http://hw.oeaw.ac.at/?arp=ita/ita-manuscript/ita_02_04.pdf> Acesso em: 6 jan. 2011.

_____. Sources of bias and quality of data in social science research. . Institute of Technology Assessment (ITA) **Working Paper** N°. ITA-02-04. 2002. Available at SSRN.

Disponível em: <<http://ssrn.com/abstract=518402>> Acesso em: 7 jan. 2011.

DLUGOSZ, S.; MÜLLER-FUNK, U. **Digital analyse als Ansatz zur Betrugserkennung in Finanzdaten.** Diploma thesis, Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Germany. 2006.

Disponível em: < http://www.diplom.de/Diplomarbeit-18743/Digitalanalyse_als_Ansatz_zur_Betrugserkennung_in_Finanzdaten.html> Acesso em: 8 jan. 2011.

DOCAMPO, S.; DEL MAR TRIGO, M. ; AIRA, M.; CABEZUDO, B; FLORES-MOYA, A. B. Benford's law applied to aerobiological data and its potential as a quality control tool .

Aerobiologia 25, 275-283 . 2009. Disponível em: <

http://www.uco.es/raa/publicaciones/andalucia/malaga/Docampo_Benford_09.pdf> Acesso em: 9 jan. 2011.

DOMINGUEZ, M. P.; BURGUILLO, J. D. A. El primer digito significativo. *Revista Epsilon de la S.A.E.M. Thales*, No. 45, Vol. 15(3), 339-351. 1999.

DONG-DONG, N. I.; LAI, W. E. I.; ZHONG-ZHOU, R. E. N. **Benford's Law and β -Decay Half-Lives.** Commun. Theor. Phys. (Beijing, China) 51. pp. 713-716. 2009. Disponível em:

<<http://www.google.com.br/url?sa=t&source=web&cd=2&ved=0CCUQFjAB&url=http%3A%2F%2Fctp.itp.ac.cn%2FEN%2Farticle%2FdownloadArticleFile.do%3FattachType%3DPDF%26id%3D11700&rct=j&q=Benford%E2%80%99s%20Law%20and%20%CE%B2-Decay%20Half-Lives&ei=GJeHTpDJDdTf0QHI3fH>> Acesso em: 9 jan. 2011

DORFLEITNER, G.; KLEIN, C. Psychological barriers in European stock markets: Where are they? **The Global Finance Journal**, volume 19, issue 3, pages 268-285. 2009.

DOROGOVTSSEV, S. N.; MENDES, J. F. F.; OLIVEIRA, J. G. **Frequency of occurrence of numbers in the World Wide Web.** Physica A 360, 548. Disponível em:

<<http://arxiv.org/abs/physics/0504185>. (2006)> Acesso em: 9 jan. 2011.

DORRESTIJN, J. **Graphing conformity of distributions to Benford's Law for various bases.** MSc thesis, Universiteit Utrecht, The Netherlands. 2008. Disponível em:

<<http://www.google.com.br/url?sa=t&source=web&cd=1&ved=0CBsQFjAA&url=http%3A%2F%2Fdigitur-archive.library.uu.nl%2Fstudent-theses%2F2011-0706-200839%2FDorrestijnJesseMaster.pdf&rct=j&q=Graphing%20conformity%20of%20distributions%20to%20Benford%E2%80%99s%20Law>> Acesso em: 9 jan. 2011.

DOUCOULIAGOS, C. Number preference in Australian stocks. **The Applied Financial Economics** 14(1), 43-54. 2004. Disponível em:

<http://www.deakin.edu.au/buslaw/aef/workingpapers/papers/swp2003_05.pdf> Acesso em: 9 jan. 2011.

_____. Price exhaustion and number preference: time and price confluence in Australian stock prices. **The European Journal of Finance** 11(3), 207-221. 2005. Disponível em: <http://www.deakin.edu.au/buslaw/aef/workingpapers/papers/swp2003_05.pdf> Acesso em: 9 jan. 2011.

DRMOTA, M.; TICHY, R. F. Sequences, Discrepancies and Applications. **Lecture Notes in Mathematics**. 1651. Disponível em: <<http://www.gbv.de/dms/goettingen/224586688.pdf>> Acesso em: 9 jan. 2011.

DUNCAN, R. L. A note on the initial digit problem. **Fibonacci Quarterly** 7(5), 474-475. 1969.

_____. An application of uniform distribution to Fibonacci numbers. **Fibonacci Quarterly** 5, 137-140. 1967. Disponível em: <<http://www.fq.math.ca/Scanned/5-2/duncan.pdf>> Acesso em: 9 jan. 2011

DURAN, J. P. Almost-convergence, summability and ergodicity. **The Canadian Journal of Mathematics** 26, 372-387. 1974. Disponível em: <<http://math.ca/cjm/v26/cjm1974v26.0372-0387.pdf>> Acesso em: 11 jan. 2011.

DURRETT, R. **Probability: Theory and Examples**. 2010. Disponível em:

<<http://www.google.com.br/url?sa=t&source=web&cd=2&ved=0CCsQFjAB&url=http%3A%2F%2Fciteseer.ist.psu.edu%2Fviewdoc%2Fdownload%3Bjsessionid%3D24518A4308BE37747C687FD33F3454E7%3Fdoi%3D10.1.1.155.4899%26rep%3Drep1%26type%3Dpdf&rct=j&q=Probability%3A%20Theory%20>> Acesso em: 11 jan. 2011.

DWORSCHAK, M. **Weiter Weg zur Zwei**. 1998. Disponível em: <

<http://wissen.spiegel.de/wissen/image/show.html?did=8032391&aref=image017/F9847/SP-19981116-SP199804702280229.pdf&thumb=false>> Acesso em: 11 jan. 2011.

EL SEHITY, T.; HOELZL, E.; KIRCHLER, E. Price developments after a nominal shock: Benford's Law and psychological pricing after the euro introduction. **Research in Marketing** 22(4), 471-480. ISSN: 0167-8116. 2005. Disponível em:

<<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167811605000522>> Acesso em: 11 jan. 2011.

ENGEL, H. A.; LEUENBERGER, C. Benford's law for exponential random variables. . **The Statistics and Probability Letters** 63(4), 361-365. 2003.

ETTREDGE, M. L.; SRIVASTAVA, R. P. Using digital analysis to enhance data integrity. **The Accounting Education** 14(4), 675-690. 1999.

FAIRTHORNE, R. A Progress in Documentation - Empirical Hyperbolic Distributions (Bradford-Zipf-Mandelbrot) for Bibliometric Description and Prediction. **Journal of Documentation** 25(4), 319-343;. Reprinted 2005 in *Journal of Documentation* 61(2), 171-193. ISSN: 0022-0418. 1969.

FARKAS, J.; GYÜRKY, G. **The Significance of using the Newcomb-Benford Law as a teste of nuclear half-life calculatons**. Acta Physica Polonica B 41. 2010.

FARNSWORTH, D. F.; HORAN, K. K.; GALGON, R. M. A guide to Benford's law. **The Mathematics and Computer Education** 41, 230-243. ISSN: 0730-8639. 2007.

FELDSTEIN, A.; GOODMA, R. Convergence estimates for the distribution of trailing digits. . **Journal of the ACM** 23(2), 287-297. 1976.

_____.TURNER, P. R. Gradual and tapered overflow and underflow: A functional differential equation and its approximation. **The Applied Numerical Mathematics** 56(3-4), 517-532. ISSN: 0168-9274. 2006.

_____._____. Overflow and underflow in multiplication and division. **The Applied Numerical Mathematics** 21(3), 221-239. 1996.

_____._____. Overflow, underflow and severe loss of significance in floating-point addition and subtraction. . **IMA J. on Numerical Analysis** 6, 241-251. 1986

FELLER, W. **An Introduction to Probability Theory and Its Applications**. Vol.1, 52-64. 1971.

FEWSTER, R. M. A simple Explanation of Benford's Law. **The American Statistician** 63(1), 20-25. 2009.

FILIPPONI, P. Fn and Ln cannot have the same initial digit. **Pi Mu Epsilon Journal** 10.1, 5-6. 1994. 1995.

_____.MENICOCCI, R. Some Probabilistic Aspects of the Terminal Digits of Fibonacci Numbers. **Fibonacci Quarterly** 33(4), 325-331. 1995.

FIORITO, G.; MUSMECI, R.; STRANO, M. Uniform distribution and applications to a class of recurring series. **Matematiche** (Catania) 48, 123-133. 1993.

FLAM, F. Math formula could help spot tax cheats. **The Pittsburg Post-Gazette**, 19 April. 2000.

FLEHINGER, B J. On the Probability that a Random Integer has Initial Digit A. **American Mathematical Monthly** 73(10), 1056-1061. ISSN:0002-9890. 1966; Disponível em: <<http://www.jstor.org/pss/2314636>> Acesso em: 18 jan. 2011.

FLORACK, L. Visual representations embodying spacetime structure. **Technical Report, University Utrecht**, UU-CS-1999-07.1999.

FORMANN, A. K. **The Newcomb-Benford Law in its relation to some common distributions**. 2010. Disponível em: <<http://www.plosone.org/article/info%3Adoi%2F10.1371%2Fjournal.pone.0010541>> Acesso em: 18 jan. 2011.

FRANEL, J. A propos des tables de logarithmes. **Festschrift der Naturforschenden.Gesellschaft in Zürich Vierteljahrsschrift** 62, 286-295. 1917.

FRANK, A. **Benford's law**. 2006. Disponível em: <<http://reason-and-rhyme.blogspot.com/2006/10/benfords-law.html>> Acesso em: 18 jan. 2011.

FREY, B. Spot Faked Data. **The Statistic Hacks**, pp 251-262 O'Reilley Media, Sebastopol, CA. ISSN: ISBN-13: 978-0-596-1. 2004.

FRIEDBERG, S. H. The distribution of first digits. **College Mathematical Journal** 15(2), 120-125. 1984.

FRIEDEN, B. R. F-Information, a Unitless Variant of Fisher Information. **Foundations of Physics** 29(10), 1521-1541. ISSN: 0015-9018. 1999.

FRYDMAN, R.; O'DRISCOLL, P. JR.; SCHOTTER, A. **Rational expectations of government policy an application of Newcomb's problem**. 1982. Disponível em: <<http://cess.nyu.edu/schotter/wp-content/uploads/2010/02/%E2%80%9CRational-Expectations-of-Government-Policy-An-Application-of-Newcomb%E2%80%99s-Problem%E2%80%9D.pdf>> Acesso em: 26 jul. 2011.

FU, D; SHI, YQ; SU, W. A generalized Benford's law for JPEG coefficients and its applications in image forensics. **Proceedings of SPIE**, Volume 6505, Security, Steganography and Watermarking of Multimedia Contents IX, San Jose, California, January 28 - February 1, 2007.

FUCHS, A.; LETTA, G. Le problème du premier chiffre decimal pour les nombres premiers. **The Electronic Journal of Combinatorics** 3(2), R25. 1996.

_____. NANOPOULOS, P. Mesures invariantes par translation, classes de Dynkin first-digit problem. **The Advances in Mathematics** 55, 24-74. 1985.

_____. LETTA, G. Sur le problème du premier chiffre décimal. Boll. **Unione Mat. Ital.**, VI. Ser., B 3, 451-461. 1984.

FURLAN, L.V. Das Harmoniegesetz der Statistik : Eine Untersuchung über die metrische Interdependenz der sozialen Erscheinungen . **Basel, Verlag für Recht und Gesellschaft A-G**, xiii:504. 1946.

FURRY, W. H.; HURWITZ, H. Distribution of numbers and distribution of significant figures. **Nature** 155, 52-53. 1945.

GARCIA-BERTHOU, E.; ALCARAZ, C. Incongruence between test statistics and P values in medical papers. **BMC Medical Research Methodology** 4(13).2004.

GAUVRIT, N.; DELAHAYE, J. P. A new general explanation of Bendford's law. . **Mathematiques et sciences humaines/ Mathematics and social sciences**, 182, 7-15. 2008.

_____. Loi de Benford générale (General Benford Law). **Math. & Sci. hum. / Mathematics and Social Sciences** (47e année, n.186, (2), p. 5–15). 2009.

_____. Scatter and regularity imply Benford's Law and more. **Mathematical Social Sciences**. 2009.

GEIRINGER, H Review of L.V. Furlan's book. **The American Statistical Association** 43, 325-328. 1948.

GELL-MANN, M.; MANDELBROT, B.; LI, W. **Benford's Law and Zipf's Law**. Disponível em: <http://www.cut-the-knot.org/do_you_know/zipfLaw.shtml>Acesso em: 28 out. 2011.

GELMAN, A.; NOLAN, D. Some Statistical Sampling and Data Collection Activities . **Mathematics Teacher** 95(9), 688. 2002.

GENOLINI, C; DRISS, T. Eveiller l'intérêt pour la statistique par l'exemple. **Statistique et Enseignement** 1(2), 49-57. 2010.

GENT, I.; WALSH, T. Benford's law. **Preprint. APES Research Report**, 2001.

GEYER, D. **Cheating behavior and the Benford's law**. Proceedings of the PRRES Conference 2004.

GILES, D. E. Benford's law and naturally occurring prices in certain eBay auctions. **The Applied Economics Letters** 14(3), 157-161. 2005.

_____. The Exact Asymptotic Distribution Function of Watson's UN2 for Testing Goodness-of-Fit with Circular Discrete Data . University of Victoria, **Econometrics Working Paper EWP0607**. ISSN: 1485-6441. 2006.

GILIO, A. An application of the pseudodensity concept to the first digit problem significant for statistical data. **Rend. Mat. Appl.**, VII. Ser. 6 (1-2), 215-224.2006.

GINI, C. **Sulla frequenza delle cifre iniziali die numeri osservati**. Bull. Inst. Internat. Stat., 29th session, vol. 35, 2ème Livraison, 57-76. 1957.

GIULIANO, R. Weak convergence of sequences from fractional parts of random variables and applications. **Theory of Probability and Mathematical Statistics**, 83, 49-58. 2010.

_____.JANVRESSE, E A unifying probabilistic interpretation of Benford's Law. **Uniform Distribution Theory**. 2010.

GIULIANO-ANTONINI, R.; GREKOS, G. **Regular sets and conditional density: an extension of Benford's law**. Colloq. Math. 103, N° 2, pp.173-192. 2005.

GLÜCK, M. **Benfords Gesetz**. 2008. Disponível em: <<http://www.benfords-gesetz.de/index.html>> Acesso em: 26 jul. 2011.

GLÜCK, M. I. S. **Die Benford-Verteilung - Anwendung auf reale Daten der Marktforschung**. Diploma thesis, TU Dresden, published as e-book by Grin Verlag. 2007.

GONZALEZ-GARCIA, J.; PASTOR, G. Benford's Law and Macroeconomic Data Quality. **IMF Working Paper**. 2009.

GOOD, I. J. Letter to the Editor. **The American Statistician** 19, 43. 1965.

_____. Some statistical applications of Poisson's work. **The Statistical Science** 1(2), 157-170. 1986.

GOODMAN, R.H.; FELDSTEIN, A.; BUSTOZ, J. Relative Error in Floating-Point Multiplication. **Computing** 35, 127-139. ISSN: 1436-5057. 1985.

GOTO, K. Some examples of Benford sequences. **The Mathematical Journal of the Okayama University** 34, 225-232. 1992.

_____. KANO, T. Uniform distribution of some special sequences. **Proc. Japan Acad. Ser. A Math. Sci.** 61(3), 83-86. 1985.

GOTTWALD, G. A.; NICOL, M. On the nature of Benford's law . **Physica A: Statistical Mechanics and iits Applications** 303(3-4), 387-396. 2002.

GOUDSMIT, S. A. Pitfalls in elementary probability. **The American Philosophical Society** 121(2), 188-189. 1977. Disponível em: <<http://www.nature.com/nature/journal/v154/n3921/abs/154800a0.html>> Acesso em 26 ago. 2011.

_____.FURRY, W. H. Significant Figures of Numbers in Statistical Tables. **Nature** 154(3921), 800-801. ISSN:0028-0836.1944.

GRABOWSKI, F.; TROJANOWSKI, P. **Benford's law in image analysis**. Tools of Information Technology, Rzeszow, 15 Sep 2004.

GRANDISON, S.; MORRIS, R. J. Biological pathway kinetic rate constants are scale-invariant. **Bioinformatics** 24(6), 741-743. ISSN: 1367-4803. 2008.

GRENDAR, M.; JUDGE, G.; SCHECHTER, L. An empirical non-parametric likelihood family of data-based Benford-like distributions. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications** 380, 429-438. ISSN: 0378-4371. 2007.

GRIFFITHS, T. L.; KALISH, M. L. A multidimensional scaling approach to mental multiplication. **Memory & Cognition** 30(1), 97-106. ISSN: 0090-502X. 2002.

GROCE, D. **Benford's Law**. Presentation at the Lyncean Group, California, USA, 23 March. 2005.

GUILLOU, A; HALL, P. A diagnostic for selecting the threshold in extreme value analysis. **Journal of the Royal Statistical Society Series B - Statistical Methodology** 63(2), 293-305. ISSN:1369-7412. 2001. Disponível em: <<http://www.mendeley.com/research/diagnostic-selecting-threshold-extreme-value-analysis/>> Acesso em: 7 out. 2011.

GÜNNEL, S.; TÖDTER, K. H. Does Benford's law hold in economic research and forecasting? **Deutsche Bundesbank Discussion Paper**; Series 1: Economic Studies; Nº 32. 2007.

HABER, S. Parameters for integrating periodic functions of several variables. *The Mathematics of Computation* 41, no. 163, 115-129. 1983

HAFNER, E. M. Circular slide roulette. **IEEE Communications Magazine** 17(2), 29-32. 1979.

HAIGH, J. **Benford's Law**. pp 283-286 in: Taking Chances: Winning with Probability, Oxford University Press. 2003.

HAMMING, R. On the distribution of numbers. **Bell Syst. Tech. J.** 49(8), 1609-1625. 1970.

HARRINGTON, J. E. Detecting Cartels. **Economics Working Paper** 526, Johns Hopkins University, to appear in: Advances in the Economics of Competition Law. 2004.

HASSAN, B. Examining data accuracy and authenticity with leading digit frequency analysis. **The Industrial Management & Data Systems** 103(1-2), 121-125. ISSN: 0263-5577. 2003.

_____. Assessing data authenticity with Benford's law. **The Information Systems Control Journal** 6. 2002.

HAVIL, J. **Benford's Law**. Sec 14.2, pp 145-155 in: Gamma: Exploring Euler's Constant, Princeton University Press, USA. 2003.

HAYES, S. Benford's law in relation to terminal digit preference. **J Clin Pathol**;62:575-576. 2009.

HERRMANN, D.; THOMAS, W. B. Rounding of analyst forecasts. **The Accounting Review** 80(3), 805-823. 2005

HERZEL, A. Sulla distribuzione delle cifre iniziali die numeri statistici. **Atti della XV e XVI Riunione. Societa Italiana di Statistica, Rome.** 1957.

HESMAN, T. Randomness rules. **The Dallas Morning News**, August 9. 1999. Disponível em: < <http://people.math.gatech.edu/~hill/ARTICLES/Randomness%20rules.pdf>.> Acesso em: 18 maio 2011.

HICKMAN, M. J. Digital Analysis of Crime Statistics Does Crime Conform to Benford's Law. **Journal of Economic Crime Management**, Vol. 26, 3: 333-349. 2010

HILL, T. P. A Statistical Derivation of the Significant-Digit Law. **The Statistical Science** 10(4), 354-363. ISSN: 0883-4237. 1995.

_____. Base-Invariance Implies Benford's Law. **The American Mathematical Society** 123(3), 887-895. ISSN: 0002-9939. 1995.

_____. **Le premier chiffre significatif fait sa loi. La Recherche Hors Série**, n°. 2, 72-76. 1999). Disponível em: <<http://www.larecherche.fr/content/recherche/article?id=16956> > Acesso em: 10 out. 2011.

_____. **Random-number guessing and the first digit phenomenon. Psychological Reports** 62: 967-971. 1988.

_____. SCHÜRGER, K. Regularity of digits and significant digits of random variables. **Stochastic Processes and their Applications** 115, 1723-1743. 2005.

_____. Benford's law. **The Encyclopedia of Mathematics Supplement**, vol. 1, 102. 1997.

_____. **Recent applications of Benford's law.** Conference, Leiden University. 2002.

_____. The difficulty of faking data. **Chance** 12(3), 27-31. 1999.

_____. The First-Digit Phenomenon. **The American Scientist** 86 (4), 358-363. ISSN: 0003-0996. 1998.

_____. The Significant-Digit Phenomenon. **The American Mathematical Monthly** 102(4), 322-327. ISSN: 0002-9890. 1995.

_____. Response to Benfords Gesetz Brief an die Herausgeber. **Mitteilungen der Deutschen Mathematiker Vereinigung**, 3/2001, p. 2001.

HLAWKA, E. Gleichverteilung und das Konvergenzverhalten von Potenzreihen am Rande des Konvergenzkreises. **Manuscr. Math.** 44, 231-263. 1983.

HOARE, G. T. Q.; WRIGHT, E. The distribution of first significant digits. **Math. Gazette** 70, 34-37 1986.

HOBZA, T.; VAJDA, I. On the Newcomb-Benford law in models of statistical data. **Revista Matematica Complutense** XIV(2), 407-420. ISSN: 1139-1138. 2001.

HOLZER, S.; SEMPI, C. A remark on metrics for finitely additive distribution functions. **Stochastica** vol. 10, n. 2, pages 191-194. 1986.

HORN, B.; KREUZER, M.; KOCHS, E. F.; SCHNEIDER, G. Different states of anesthesia can be detected by Benford's Law. **Journal of Neurosurgical Anesthesiology** 18(4), 328-329. 2005.

HORST, D. VAN DER. **Spatial targeting of multi-purpose forestry**. PhD Thesis, University of Aberdeen. 2002.

HOYLE, D. C.; RATTRAY, M.; JUPP, R.; BRASS, A. Making sense of microarray data distributions. **Bioinformatics** 18(4), 576-584. ISSN: 1367-4803. 2002.

HSÜ, E. H. An Experimental Study on Mental Numbers and a New Application. **The Journal of General Psychology** 38, 57-67. 1948.

HUBERT, J. J. General Bibliometric Models. **Library Trends** 30(1), 65-81. ISSN: 0024-2594. 1981.

HUMENBERGER, H. Das Benford-Gesetz über die Verteilung der ersten Ziffer von Zahlen. **Stochastik in der Schule** 16(3), 2-17. 1996.

_____. Das Benford-Gesetz—warum ist die Eins als führende Ziffer von Zahlen bevorzugt?. In: Henn, HW, Förster, F and Meyer, J (eds.), **Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht, Band 6**, 138-150. Schriftenreihe der ISTRON-Gruppe, Franzbecker, Hildesheim. 2000.

_____. Eine Ergänzung zum Benford-Gesetz — weitere mögliche schulrelevante Aspekte. **Stochastik in der Schule** 17(3), 42-48. 1997.

_____. Benfords Gesetz über führende Ziffern: Wie die Mathematik Steuersündern das Fürchten lehrt. **EducETH**. 2007.

HURLEY, S. L. A new take from Nozick on Newcomb's Problem and Prisoners' Dilemma. **Analysis**, vol. 54, no. 2, pp. 65-72. 1994.

HÜRLIMANN, W. **Benford's Law from 1881 to 2006**. A Bibliography. 2006. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/math/0607168>> Acesso em: 02 dez. 2010.

_____. A generalized Benford law and its application. **The Advances and Applications in Statistics** 3(3), 217-228. 2003.

_____. **Benford's law from 1881 to 2006: a bibliography edited by Werner Hürlimann Feldstrasse**. 145 CH-8004 Zürich; July 5, 2006. Disponível em: <www.geocities.com/hurlimann53>. Acesso em: 10 dez. 2010.

_____. Generalizing Benford's law using power laws: application to integer sequences. **Journal of Mathematics and Mathematical Sciences**. 2009.

HÜRLIMANN, W. Integer powers and Benford's law. **Pure and Applied Mathematics** 11(1), 39-46. 2004.

IDE, K. D.; SORNETTE, D. Oscillatory finite-time singularities in finance, population and rupture. **Physica A** 307(1-2), 63-106. 2002. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/cond-mat/0106047>> Acesso em: 28 abr. 2011.

INTILLA, F. New Pattern Found in Prime Numbers. **Mathematics, News & Press - Website**. 2009.

IRMAY, S. The relationship between Zipf's law and the distribution of first digits. **The Applied Statistics** 24(4), 383-393. ISSN: 0266-4763. 1997.

IYENGAR, S. S.; RAJAGOPAL, A. K.; UPPULURI, V. R. R. String patterns of leading digits. **The Applied Mathematics and Computation** 12(4), 321-337. 1983.

JAGER, H.; LIARDET, P. Distribution arithmétiques des dénominateurs de convergents de fractions continues. **Indagationes Mathematicae** 50, 181-197. 1988.

JAMAIN, A. **Benford's Law** . Master Thesis. Imperial College of London and ENSIMAG. 2001.

JANG, D.; KANG, J. U.; KRUCKMAN, A.; KUDO, J.; MILLER, S. J. Chains of distributions, hierarchical Bayesian models and Benford's Law. **Journal of Algebra, Number Theory: Advances and Applications** 1(1), 37-60. 2008.

JANN, B. Multinomial goodness-of-fit: large sample tests with survey design correction and exact tests for small samples. **The Stata Journal** 8(2), 147-169. 2008.

JANSEN, C. J. M. ; POLLMAN, M. M.W. On round numbers: pragmatic aspects of numerical expressions. **Journal of Quantitative Linguistics** 8(3), 187-201. 2001.

JANVRESSE, E. Quel est le début de ce nombre? **Images des Mathématiques - Website**. 2009.

_____. LA RUE, T. From Uniform Distributions to Benford's Law. **Journal of Applied Probability** 41(4), 1203-1210. ISSN:0021-9002. 2004.

JECH, T. The Logarithmic Distribution of Leading Digits and Finitely Additive Measures. **Discrete Mathematics** 108(1-3), 53-57. ISSN: 0012-365X. 1992.

JOHNSTONE, P.; PETRY, F. E. Design and Analysis of Nonbinary Radix Floating-Point Representations. **Computers & Electrical Engineering** 20(1), 39-50. 1994.

JOLION, J. M. Images and Benford's Law. **The Mathematical Imaging and Vision** 14(1), 73-81. ISSN: 0924-9907. 2001.

JOLISSAINT, P. Loi de Benford, relations de récurrence et suites équiréparties II. . **Elem. Math.** 64 (1), 21-36. 2010.

_____. Loi de Benford, relations de recurrence et suites équiréparties. **Preprint** Université de Neuchâtel, paul.jolissaint@unine.ch. 2005.

JUDGE, G.; SCHECHTER, L. Detecting problems in survey data using Benford's law. **Journal. Human Resources** 44, 1-24. 2006.

JUNCOSA, M. L. Statistical concepts in computations in computational mathematics. **Naval Research Logistics Quarterly** 18, 239-241. 1971.

KAFRI, O. The Second Law as a Cause of the Evolution. **Preprint arXiv**: 0711.4507, 2007 - arxiv.org. 2007.

_____. Entropy Principle in Direct Derivation of Benford's Law. **ArXiv**:0901.3047v2. 2009.

KAK, S. C. Strings of first digits of powers of a number. **Indian J. Pure Appl. Math.** 14(7), 896-907. 1983.

KANEMITSU, S.; NAGASAKA, K.; RAUZY, G.; SHIUE, J. S. On Benford's law : the first digit problem. **Lecture Notes in Mathematics** 1299, 158-169. 1988.

KATZ, T.; COHEN, D. The first digit property for exponential sequences is independent of the underlying distribution. **Fibonacci Quarterly** 24(1), 2-7. 1986.

KAYNAR, B.; BERGER, A.; HILL, T. P.; RIDDER, A Finite-state Markov Chains Obey Benford's Law. **Tinbergen Institute Discussion Paper**. 2010.

KENDAL, W. S. Taylor's ecological power law as a consequence of scale invariant exponential dispersion models. **The Ecological Complexity** 1(3), 193-209. 2005

KENNARD, R; REITH, J. On the distribution of first digits. **Communications in Statistics. Simulation and computation** 10(1), 97-98. 1981.

KINNEY, W. R. JR. ARIMA and regression in analytical review: An empirical test. **The Accounting Review**, Vol. 53, (January): 48-60.1978.

KISETS, D. Informational optimality of decimal numeration system. **Academic Open Internet Journal**, vol. 6. .2006.

KLEBANOV, L.; YAKOVLEV, A.; Treating expression levels of different genes as a sample in microarray data analysis: is it worth a risk? **The Statistical Applications in Genetics and Molecular Biology** 5(1), Article 9. 2006.

KLINK, S.; HENKE, M. Das Gesetz der ersten Ziffer. **Projektarbeit im Rahmen des Fachwissenschaftlichen Seminars** (Leitung: Prof. Dr. Maria Specovius-Neugebauer), Universität Kassel, Germany. 2004.

KNOPFMACHER, J. Initial digits in number theory. **Fibonacci Quarterly** 19(2), 121-126. 1981.

KNUDSEN, T.; Zipf's Law for Cities and Beyond - The Case of Denmark. **The American Journal of Economics and Sociology** 60(1), 123-146. ISSN: 0002-9246. 2001.

KNUTH, D. **The Art of Computer Programming**. Vol. 2, 219-229. (2nd ed.). Addison-Wesley, Reading, MA, 239-249. (3rd ed.) (1998), 254-262. 1969.

KOCHANSKI, G. MAP estimation of continuous parameters, leading to estimating probabilities of unseen things. **Preprint**. 2004.

KOLLATH-ROMANO, P On the distribution of significant digits in numbers. **Preprint**, Rensselaer Polytechnic Institute. 2004.

KOMULAINEN, T. **Self-similarity and power laws**. Heikki Hyötyniemi (ed.): Complex Systems - Science on the Edge of Chaos. Helsinki University of Technology, Control Engineering Laboratory, Report 145, 2004.

KONHEIM, A. G. Mantissa distribution. **The Mathematics of Computation** 19, 143-144. 1965.

KONISHI, T. Three-parameter lognormal distribution ubiquitously found in cDNA microarray data and its application to parametric data treatment. **BMC Bioinformatics** 5: 5. 2004.

KONTOROVICH, A. V.; MILLER, S. J. Benford's Law, Values of L-functions and the $3x+1$ Problem. **Acta Arithmetica** 120(3), 269-297. ISSN: 0065-1036. 2006.

KOSKIVAARA, E. Artificial neural networks in analytical review procedures. **The Managerial Auditing Journal** 19(2), 191-223. 2004.

_____. **Visualisation of Complex Business Data: A Neural Network Approach**. 16th Bled eCommerce Conference eTransformation. 2003.

KOSSOVSKY, A. E. Towards a Better Understanding of the Leading Digits Phenomena. **ArXiv: math/0612627**. 2006.

KOZLOV, V.V. Weighted averages, uniform distribution, and strict ergodicity. **The Russian Mathematical Surveys** 60(6), 1121-1146. 2005.

KREIFELTS, T.H. Optimale Wahl für eine Gleitkomma-Arithmetik. **Computing** 11(4), 353-363. 1973.

KREINER, W. A. First digit law. **Preprint**, Universität Ulm. 2002.

_____. On the Newcomb-Benford law. **Z. Naturforschung** 58a, 618-622. 2003.

KRENGEL, U. **Die Anfangszifferverteilung**. Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik, 8th ed, pp 136-137. Vieweg und Sohn, Wiesbaden. ISSN: ISBN 3-8348-0063-5. 2004.

KUIPERS, L. Remark on a paper by R.L. Duncan concerning the uniform distribution mod 1 of the sequence of the logarithms of the Fibonacci numbers. **Fibonacci Quarterly** 7, 465-466, 473. 1969.

_____. NIEDERREITER, H. **Uniform Distribution of Sequences**. J. Wiley. 1947.

_____. NIEDERREITER, H.; SHIUE, J. S. Remark on a paper by Duncan and Brown on the sequence of logarithms of certain recursive sequences. **Fibonacci Quarterly** 11, 292-294. 1973.

KULIKOVA, A. A.; PROKHOROV, Y.V. Completely asymmetric stable laws and Benford's law. **Theory of Probability and its Application** 49(1), 163-169. 2005.

KUNOFF, S. $N!$ has the first digit property. **Fibonacci Quarterly** 25, 365-367. 1987.

LABUSCHAGNE, H.; ELS, G. Corruption and fraud: any lessons for the auditor? **Meditari Accountancy Research**, Vol.14, N°1, pp. 29-41. 2004.

LAGARIAS, J. C.; SOUNDARARAJAN, K. **Benford's law for the $3x+1$ function**. 2006. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/math.NT/0509175>> Acesso em: 5 jun. 2011.

LAHERRÈRE, J. Distributions de type "fractal parabolique" dans la Nature. **Comptes Rendus de l'Académie des Sciences** 322, Série II a, no. 7, 535-541. 1996. Disponível em: <<http://www.hubbertpeak.com/LaHerrere/fractal.htm>> Acesso em: 20 ago. 2011.

LAVELLE, L. Got your number. **The Record**, August 15, Bergen County, NJ, USA. 1999.

LEBIERE, C. The dynamics of cognition: an ACT-R model of cognitive arithmetic. **Kognitionswissenschaft** 8(1), 5-19. 1999.

LEE, J.; CHO, W. K.; JUDGE, G. C. **Stigler's approach to recovering the distribution of first significant digits in natural data sets**. Department of Agricultural and Resource Economics, UCB UC Berkeley. 2009.

LEEMIS, L. M.; MCQUESTON, J. T. Univariate distribution relationships. **The American Statistician** 62(1), 45-53. ISSN: 0003-1305. 2008.

LEEMIS, L. M.; SCHMEISER, B.W.; EVANS, D. L. Survival Distributions Satisfying Benford's Law. **The American Statistician** 54(4), 236-241. ISSN: 0003-1305. 2000.

LEI, S.; SMITH, M.; SUCCI, G. **Empirical investigation of a novel approach to check the integrity of software engineering measuring processes**. The 22nd International Conference on Software Engineering, Limerick, Ireland. 2000.

LEIBON, G. Google numbers. **Chance News** 13.03. 2004. Disponível em: <[www.dartmouth.edu/...](http://www.dartmouth.edu/)> Acesso em: 10 out. 2011.

LEMONS, D. S. On the Numbers of Things and the Distribution of first Digits. **American Journal of Physics** 54(9): 816-817. 1986.

LESSER, L.; GLICKMAN, M. Using magic in the teaching of probability and statistics. **Model Assisted Statistics and Applications** vol. 4, no. 4, 265-274. 2009.

LÉVY, P. L'addition des variables aléatoires définies sur une circonférence. **Bull. Soc. Math. France** 67. 1939. Disponível em: <http://archive.numdam.org/ARCHIVE/BSMF/BSMF_1939__67_/BSMF_1939__67__1_0/BSMF_1939__67__1_0.pdf> Acesso em: 14 abr. 2011.

LEY, E. On the peculiar distribution of the U.S. Stock Indices Digits. **The American Statistician** 50(4), 311-313. 1996.

_____. VARIAN, H. Are there psychological barriers in the Dow-Jones index? **The Applied Financial Economics** 4, 217-224. 1994.

LEYDESDORFF, L.; BENSMAN, S. Classification and power laws: the logarithmic transformation. **The American Society for Information Science and Technology. Forthcoming**. 2006.

LI, Z.; CONG, L.; WANG, H. **Discussion on Benford's law and its application**. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/math.ST/0408057>> Acesso em: 25 jul. 2011.

LIN, F.; GUAN, L.; FANG, W. **Heaping In Reported Earnings: Evidence from Monthly Financial Reports of Taiwanese Firms**. Lin, F, Guan, L and Fang, W (2009). Heaping In Reported Earnings: Evidence from Monthly Financial Reports of Taiwanese Firms.

LINVILLE, M. Introducing digit analysis with an interactive class exercise. **Academy of Educational Leadership Journal** 12(3), 55-69. 2008.

LINZ, D. Benfords Gesetz. **Math. Naturwiss. Unterr.** 56(1), 31-32. 2003.

LIPOVETSKY, S. Comparison among different patterns of priority vectors estimation methods. **The Mathematical Education in Science** 39(3), 301-311. 2008.

LOGAN, J. L.; GOUDSMIT, S. A. the first digit phenomenon. **Proceedings of the American Philosophical Society** 122(4), 193-197. 1978.

LOLBERT, T. Digital Analysis: Theory and Applications in Auditing. **The Hungarian Statistical Review** 84, Special number 10. ISSN: 0039 0690. 2005.

_____. On the non-existence of a general Benford's law. **The Mathematical Social Sciences** 55(2), 103-106. ISSN: 0165-4896. 2008.

_____. **Statisztikai eljárások alkalmazása az ellenőrzésben** (Applications of statistical methods in monitoring). PhD thesis, Corvinus University, Budapest, Hungary. 2007.

LOPEZ, J. La prueba del último dígito. **Preprint** University of Texas El Paso. 2005.

LOWE, R. When Benford's law is broken. **The Chartered Accountants Journal of New Zealand** 79(11), 24-27. ISSN: 1172-9929. 2000.

LOWE, T.; MURPHY, S.; HAYWARD, J. The first digit law. **Preprint**. 1999.

LU, O. F.; GILES, D. E. Benford's Law and Psychological Barriers in Certain eBay Auctions. **Econometrics Working Paper** EWP0606, University of Victoria. ISSN: 1485-6441. 2006.

LU, T.; COSTELLO, C.M.; CROUCHER, P. J. P.; HÄSLER, R.; DEUSCHL, G.; SCHREIBER, S. Can Zipf's law be adapted to normalize microarrays? **BMC Bioinformatics** 6:37. 2005.

LUQUE, B.; LACASA, L. The first-digit frequencies of prime numbers and Riemann zeta zeros. **The Royal Society A**; 465; 2197–2216. 2009.

MACON, N.; MOSER, L. On the distribution of first digits of powers. **Scripta Mathematica** 16, 290-291. 1950.

MANARIS, B.; PELLICORO, L.; POTHERING, G.; HODGES, H. Investigating esperanto's statistical proportions relative to other languages using neural networks and Zipf's law. **The Artificial Intelligence and Applications**. Acta Press. Proceeding (502) 2006.

_____. ROMERO, J.; MACHADO, P.; KREHBIEL, D.; HIRZEL, T.; PHARR, W.; DAVIS, R.B. Zipf's law, music classification, and aesthetics. **Journal of Computer Musical** 29(1), 55-69. 2005.

MANOOCHEHRNIA, P.; RACHIDI, F.; RUBINSTEIN, M.; DIENDORFER, G.; SCHULZ, W. **Do Lightning Data Obey the Benford's Law?** X International Symposium on Lightning Protection. 2009.

MANSILLA, R. Análisis de los resultados electorales a partir de la Ley de Benford. **Preprint UNAM**. repetido

MANSILLA, R. Análisis de los resultados electorales a partir de la Ley de Benford. **Preprint UNAM**. 2006.

MARDIA, K. V. **The distribution of first significant digits.** pp 92-93 in: Statistics of Directional Data, Academic Press. 1972.

MARTÍN, A. B. **Sistematización del proceso de depuración de los datos en estudios con seguimientos.** PhD Thesis, Universitat Autònoma de Barcelona, Spain. 2003.

MATKOVIC, K.; NEUMANN, L.; NEUMANN, A.; PSIK, T.; PURGATHOFER, W. Global contrast factor: a new approach to image contrast. The Computational Aesthetics in Graphics, Visualization and Imaging. **The Eurographics Association.** 2005.

MATTHEWS, R. The Power of One. **The New Scientist** 163, July 10, 26-30. 1999. Disponível em: <<http://www.fortunecity.com/emachines/e11/86/one.html>> Acesso em: 5 jun. 2011.

MATULA, V. V.; KORNERUP, P. Foundations of Finite Precision Rational Arithmetic. pp 85-111 in: Alefeld, G, Grigorieff, RD (eds.) Fundamentals of Numerical Computation (Computer-Oriented Numerical Analysis), Computing Supplementum 2, **Springer**, Wien-New York. 1980.

MCCLOSKEY, M.; HARLEY, W.; SOKOL, S. M. Models of Arithmetic Fact retrieval - An Evaluation in Light of Findings from Normal and Brain-Damaged Subjects. **Journal of Experimental Psychology - Learning Memory and Cognition** 17(3), 377-397. 1991.

MCLAUGHLIN, W.; LUNDY, S. *Digit functions of integer sequences.* 1981. Disponível em: <<http://www.fq.math.ca/Scanned/22-2/mclaughlin.pdf>. > Acesso em: 05 jun. 2011.

MCMINN, D. **Fibonacci – Lucas numbers and moon-sun cycles.** 2003. Disponível em: <www.davidmcminn.com/pages/fib Lucas.htm> Acesso em: 05 jun. 2011.

MEBANE, W. R. JR. **Detecting Attempted Election Theft: Vote Counts, Voting Machines and Benford's Law.** Prepared for presentation at the 2006 Annual Meeting of the Midwest Political Science Associate, Chicago, IL, April 20-23. - Cornell University, NY - USA. 2006.

_____. **Election Forensics: Vote Counts and Benford's Law.** An earlier version of this paper was presented at the Election Fraud Conference, Salt Lake City, Utah, September 29–30, 2006. An earlier version of this paper was presented at the Election Fraud Conference, Salt Lake City, Utah, September 29–30. 2006.

MENDEZ, P. F.; FURRER, R.; FORD, R.; ORDÓÑEZ, F. Scaling laws as a tool of materials informatics. **JOM Journal of the Minerals, Metals and Materials Society** 60(3), 60-66. ISSN: 1047-4838. 2008.

_____. ORDÓÑEZ, F. Scaling laws from statistical data and dimensional analysis. **The Applied Mechanics.** 2005.

MERBERG, A.; MILLER, S. J. **The Cramér-Rao Inequality.** Course Notes for Math 162: Mathematical Statistics. 2008.

MILLER, S. J. Some Thoughts on Benford's Law. **Preprint**. 2004.

_____. TAKLOO-BIGHASH, R. **Introduction to Random Matrix Theory**. An Invitation to Modern Number Theory, Princeton University Press. 2007.

_____. NIGRINI, M. J. Order Statistics and Benford Behavior. **Preprint** *math.PR/0601344*. 2006 at Disponível em: <www.arxiv.org> Acesso em: 7 out. 2011.

MILLER, S. J.; NIGRINI, M. J. Order Statistics and Benford's Law. **Journal of Mathematics and Mathematical Sciences**. 2008.

_____. _____ Order Statistics and Shifted Almost Benford Behavior. **Journal of Mathematics and Mathematical Sciences** - The College of New Jersey, USA .2008.

_____. _____ The Modulo 1 Central Limit Theorem and Benford's Law for Products. **Journal of Algebra** 2(3), 119 - 130. 2008.

_____. _____ **The philosophy of square root cancellation**. An Invitation to Modern Number Theory. 2005.

MILLER, S. J.; TAKLOO-BIGHASH, R. **An invitation to modern number theory**. Princeton University Press. 2006.

_____. When the Cramér-Rao Inequality provides no information. **Communications in Information and Systems** 7(3), 265-272. 2007.

MIR, T. A Law of the leading digits and the ideological struggle for numbers. **Physics arXiv:1104.3948**. 2011.

_____. The law of the leading digits and the world religions. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, 391 (2012), 792-798. 2011.

MISIOLEK, E. **Swarm simulations of the power law distribution models**. Poster session submission. 2003.

MITCHELL, J. Clustering and psychological barriers: the importance of numbers. . **Journal of Futures Markets** 21(5), 395-428. 2001.

MLODINOW, L. **The Duelling Laws of Large and Small Numbers**. Ch. 5, pp 83-84 in: *The Drunkard's Walk – How Randomness Rules Our Lives*, Vintage/Pantheon, New York. ISSN: Vintage 978-0-307-27. 2008.

MONTENEGRO, M.A.L.O. **Policing Pollution Control in the Philippines: Issues and Prospects**. 2006.

MORET, M. A.; DE SENNA, V.; PEREIRA, M. G.; ZEBENDE, G. F. Newcomb-Benford law in astrophysical sources. **Journal of Modern Physics C** 17(11), 1597-1604. ISSN: 0129-1831. 2006.

MORRISON, K. E. The Multiplication Game. **The Mathematics Magazine** 83, 100-110. 2010.

MORROW, J. **Benford's Law, Families of Distributions and a Test Basis**. Unpublished Manuscript. 2010.

MÖRTERS, P. **Benford's Gesetz über die Verteilung der Ziffern**. Habilitationsvorlesung. Kaiserslautern und Bath. 2001.

MÜLLER, M. **Anwendungsmöglichkeiten der Ziffernanalyse in der Prüfungspraxis mit Schwerpunkt auf Benford's Law**. Diploma thesis, WU Wien, Austria. 2003.

MURPHY, J.; BAXTER, R.; EYERMAN, J.; CUNNINGHAM, D.; KENNET, J. **A system for detecting interviewer falsification**. RTI International at 59th Annual AAPOR Conference, Phoenix, Arizona. 2004.

NAGASAKA, K. **Benford's Law to Base g of Order r in the Sense of a Certain Density**. Short talk at: Colloque international sur la répartition uniforme, Marseille, January 2008.

_____. Benford's law with different basis. **Journées Arithmétiques XXIV**, Marseilles, July 4-8, 2005.

NAGASAKA, K. **On Benford's law**. Annals of the Institute of Mathematics 36, 337-352. 1984.

_____. KANEMITSU, S; SHIUE, J. S. **Benford's law**: The logarithmic law of first digit. pp 361-391 in: Györy, K, Halász, G. (eds.) Number theory. Vol. I. Elementary and analytic, Proc. Conf., Budapest/Hung. 1987, Colloq. Math. Soc. János Bolyai 51. 1987.

_____. SHIUE, J. S. **Benford's law for linear recurrence sequences**. pp 33-54 in: Transcendental numbers and related topics. Proceedings of the Symposium in Kyoto, April 23-25, 1986, by Research Institute for Mathematical Sciences. Kyoto: Kyoto University. 1986.

NELSON, L. S. Display Tables and Significant Digits. **Journal of Quality Technology** 16(3), 175-176. ISSN: 0022-4065. 1984.

NEURINGER, A. Can people behave randomly? The role of feedback. **Journal of Experimental Psychology** 115: 62-75. 1986

NEWCOMB, S. Note on the frequency of the different digits in natural numbers. **The American Journal of Mathematics**, Vol. 4, 39-40. 1881.

NGUYEN, H.T.; KREINOVICH, V.; LONGPRÉ, L. **Dirty pages of logarithm tables, lifetime of the universe, and subjective (fuzzy) probabilities on finite and infinite intervals**. The 12th IEEE International Conference on Fuzzy Systems. FUZZ'03. Fuzzy Systems 1, 67-73. 2003.

NI, D.; REN, Z. Benford's law and half-lives of unstable nuclei. **The European Journal of Physics A** 38, 251–255. 2008.

_____. _____. **Benford's Law and β -Decay Half-Lives**. Communications in Theoretical Physics; vol. 45, no. 4; 713-716. 2009.

NIEDERREITER, H.; PHILIPP, W. Berry-Esseen bounds and a theorem of Erdős and Turán on uniform distribution mod 1. **Duke Mathematical Journal** 40, 633-649. 1973.

NILSEN, R. **Randomness and Recurrence in Dynamical Systems: a real analysis approach**. Carus Monograph #31, Mathematical Association of America. 2010.

NOMA, E; BAIRD, J. C. Psychophysical study of numbers: III. Theoretical models of number generation. **Psychological Research** 38 (1), 81-95. 1975.

NORDTVEDT, K. Earth's equivalence principle violating multipoles: more science from a robust violation signal in STEP. **Classical and Quantum Gravity** 18(13), 2467-2473. ISSN: 0264-9381. 2001.

NYE, J.; MOUL, C. The Political Economy of Numbers: On the Application of Benford's Law to International Macroeconomic Statistics. **The BE Journal of Macroeconomics** 7(1). 2007.

O'BRIEN, C. **Working Group on Methods on Fish Stock Assessments**. ICES CM 2003/D:03 Ref. ACFM, G. 2003.

OLEKSY, W. **Data Mining und Benford's Law als Controllinginstrument**. Band 45, Wismarer Schriften zu Management und Recht, Europäischer Hochschulverlag, Bremen. ISSN:978-3867414-40. 2010.

OLVER, F. W. J. Further Developments of R_p and A_p Error Analysis. **IMA Journal of Numerical Analysis** 2(3), 249-274. 1982.

ORIOU, J. C. **Formation à la statistique par la pratique d'enquêtes par questionnaires et la simulation: étude didactique d'une expérience d'enseignement dans u département d'IUT**. Ph.D. Thesis, Université Lumière, Lyon, France. 2007.

_____. REGNIER, J. C. La Loi de Benford et la Pratique d'enquêtes: Un Exemple de Situations Didactiques en Statistique Journées. *Journées SFdS*. 2004.

OTEO, J. A.; ROS, J. Double precision errors in the logistic map: Statistical study and dynamical interpretation. **The Physical Review E** 76(3), Art. No. 036214. ISSN: 1539-3755. 2007.

OTTEY, M. E. **Approaches to Abnormality Detection with Constraints**. PhD thesis, The Ohio State University, USA. 2006.

PAIN, J. C. Benford's law and complex atomic spectra. **The Physical Review E** 77(1): Art. No. 012102. ISSN: 1539-3755. 2008.

PAN, D.; SHAO, L.; MA, B. Q. **Benford's law in statistical physics**. Wolfram Online Demonstrations Projects. 2010.

PATIL, N; MAHADEVAN, P; CHATTERJEE, A. A constructive empirical theory for metal fatigue under block cyclic loading. **Proceedings of the Royal Society A - Mathematical Physical and Engineering Sciences** 464, 1161-1179. ISSN:1364-5021. 2008.

PATIL, S. A.; UPPULARI, V. R. R. The distribution of first j digits. **College Mathematical Journal** 17(3), 240-243. 1986.

PAULOS, J. A. **Benford's Law and Looking Out for Number One**. pp 72-74 in: A mathematician plays the stock market, Basic Books. 2003.

PAVLOV, A. I. On the distribution mod one and Benford's law. **Izv. Akad. Nauk** 45, 760-774. 1981.

_____. On the distribution of fractional parts and Benford's law. **Izvestiya: Mathematics** 19(1), 65-77. 1982.

PEREZ-GONZALEZ, F.; HEILEMAN, G. L.; ABDALLAH, C. T. **Benford's Law in Image Processing**. pp I-405 - I-408. ICIP 2007. IEEE International Conference. 2007.

PÉRIN, S. The Constructal Nature of the Air Traffic System. Ch. 6 in: Bejan, A, Merks, GW (eds): **Constructal Theory of Social Dynamics**, Springer. 2007.

PERONE, C. S. **An analysis of Benford's Law applied to Twitter**. Pyevolve. 2009.

PERRAS, J. Benford's Law. **The Delta-Epsilon McGill Mathematics Magazine**. ISSN: 1911-9003. 2006.

PETER, M. The asymptotic distribution of elements in automatic sequences. **Theoretical Computer Science** 301(1-3), 285-312. 2003.

PETERS, J. V. A combinatoric proof of Benford's law. **Aequationes Mathematicae** 23(1), 122-123. 1981.

_____. An equivalent form of Benford's law. **Fibonacci Quarterly** 19(1), 74-76. 1981.

PETERSON, I. First Digits. **Science News Online**, Ivars Peterson's MathTrek, 27 June.1998. Disponível em: <http://www.sciencenews.org/pages/sn_arc98/6_27_98/mathland.htm> Acesso em: 29 set. 2011.

PHILLIPS, T. Simon Newcomb and Natural Numbers (Benford's Law). **The American Mathematical Society Feature Column**, Monthly Essays on Mathematical Topics. 2009.

PHUA, C.; LEE, V.; SMITH, K.; GAYLER, R. **A comprehensive survey of data mining-based fraud detection research**. School of Business Systems, Faculty of Information Technology, Monash University, Australia. 2004.

PIETRONERO, L.; TOSATTI, E.; TOSATTI, V.; VESPIGNANI, A. Explaining the uneven distribution of numbers in nature: the laws of Benford and Zipf. **Physica A - Statistical Mechanics and its Applications** 293(1-2), 297-304. ISSN: 0378-4371. 2001.

PIKE, D. P. Testing for the Benford property. **SIAM Undergraduate Research Online (SIURO)** 1, 10-19. 2008.

PINKHAM, R. S. On the Distribution of First Significant Digits. **Annals of Mathematical Statistics** 32, 1223-1230. 1961.

PIPPENGER, N. Entropy and expected acceptance counts for finite automata. **IEEE Transactions on Information Theory** 50(1), 78-88. ISSN:0018-9448.2004. Disponível em: <http://ieeexplore.ieee.org/xpl/freeabs_all.jsp?arnumber=1262618> Acesso em: 26 jul. 2012.

PIPPENGER, N. Expected acceptance counts for finite automata with almost uniform input. Algorithms and Computation, Proceedings. **Lecture Notes in Computer Science** 2518, 636-646. ISSN: 0302-9743. 2002.

POCHEAU, A. The significant digit law: a paradigm of statistical scale symmetries. **The European journal of Physics B** 49(4), 491-511. 2006.

POINCARÉ, H. Calcul des Probabilités. **Gauthier-Villars**, Paris, 313-320. 1912.

POPESCU, I. I. On the Lavelette's nonlinear Zipf's law. **Web Preprint**. 2002. Disponível em: <http://alpha2.infim.ro/~ltpd/Zipf%27s_Law.html> Acesso em: 1 out. 2011.

PORTA MANA, P.G.L.; MÅNSSON, A.; BJÖRK, G. The Laplace-Jaynes approach to induction. **ArXiv preprint**. 2007.

POSCH, P. N. A Survey on Sequences and Distribution Functions satisfying the First-Digit-Law. **The Statistics & Management Systems** 11(1), 1-19. 2004.

_____. KREINER, W. A. A general approach to digital analysis exemplified by stock market indices. **Working paper**. 2005.

_____. **Ziffernanalyse in Theorie und Praxis. Testverfahren zur Fälschungsaufspürung mit Benfords Gesetz**. Diploma thesis, Universität Bonn, Germany, 2003. Published by Shaker Verlag, Aachen. 2006.

PUSTET, R. Zipf and his heirs. **Language Sciences** 26(1), 1-25. ISSN: 0388-0001. 2006.

QUICK, R. **Benford'sches Gesetz**. pp 100-105 in: Marten, KU, Quick, R, and Ruhnke, K (eds.): Lexikon der Wirtschaftsprüfung, Schäffer-Poeschel Verlag. 2006.

QUICK, R. **Prüfungsmethoden im Spiegel der Forschung**. pp 177-234 in: Richter (Hg.), Theorie und Praxis der Wirtschaftsprüfung II, Wirtschaftsprüfung und ökonomische Theorie – Prüfungsmarkt – Prüfungsmethoden – Urteilsbildung. 1999.

_____. WOLZ, M. Benford's Law in deutschen Rechnungslegungsdaten. **Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis** 55(2), 208-224. ISSN: 0340-5370. 2003.

RADEV, D. R. Weakly supervised graph-based methods for classification. **Preprint**. 2004.

RAFELD, H. **Digitale Ziffernanalyse mit Benford's Law zur Deliktrevision doloser Handlungen**. Diploma thesis, Berufsakademie Ravensburg, Germany. 2003.

_____. THEN BERGH, F. R. Digitale Ziffernanalyse in deutschen Rechnungslegungsdaten. **Zeitschrift Interne Revision** 42(1), 26-33. 2007.

RAFTOPOULOU, P.; KOUBARAKIS, M.; STERGIOU, K.; TRIANTAFILLOU, P. Fair resource allocation in a simple multi-agent setting: search algorithms and experimental evaluation. **Preprint**. 2005.

RAIMI, R. The First Digit Problem. **The American Mathematical Monthly**, Vol. 83, No.7, 521-538. 1985. 1976. Disponível em: <<http://www.jstor.org/pss/986989>> Acesso em: 5 jun.2011.

_____. The peculiar distribution of first digits. **Scientific American**, 109-120. 1969.

RAIMI, R. A. On Distribution of First Significant Figures. **American Mathematical Monthly** 76(4), 342-348. ISSN:0002-9890. 1969.

_____. The First Digit Phenomenon Again. **Proceedings of the American Philosophical Society** 129(2), 211-219. ISSN:0003-049X. 1985.

RAJAGOPAL, A. K.; UPPULURI, V. R. R.; SCOTT, D. S.; IYENGAR, S. S.; YELLAYI, M. New structural properties of strings generated by leading digits of $2N$. **The Applied Mathematics and Computation** 14(3), 221-244. 1984.

RAVIKUMAR, B. A simple multiplication game and its analysis. **Journal of Combinatorial Number Theory**. 2009.

_____. The Benford-Newcomb Distribution and Unambiguous Context-Free Languages. **Foundations of Computer Science** 19(3), 717-727. 2008.

REGAZZINI, E. La legge di Benford-Furlan come legge statistica (The Benford-Furlan law as a statistical law). **The Statistica** 42(3), 351-370. 1982.

RENAUD, P. Scale invariant means and problem. **The New Zealand Journal of Mathematics** 31, 73-83. 2002.

RIEGER, J. **Das Rätsel der ersten Ziffern**. Frankfurter Allgemeine Zeitung. 1993.

- ROBERTSON, J. B; UPPULURI, V. R. R; RAJAGOPAL, A. K. First digit phenomenon and ergodic theory. **Journal of Mathematical Analysis and Applications** 95(2), 375-378. 1983.
- RODRIGUEZ, R. J. First Significant Digit Patterns from Mixtures of Uniform Distributions. **The American Statistician** 58(1), 64-71. 2004.
- ROMAN, M.; ROBERT, C. **Le premier chiffre à gauche**. E-print, University of Paris V. 2009.
- ROMERO-ROCHIN, V. A derivation of Benford's Law and a vindication of Newcomb. **Preprint arXiv:0909.3822**. 2009.
- ROSE, A. M.; ROSE, J. M. Turn Excel into a financial sleuth: an easy-to-use digital analysis tool can red-flag irregularities. **The Accountancy** 196(2), 58-60. 2003.
- ROSENKRANTZ, R. D. **Benford's Law**. Example 3.6.6, pp 67-68 in: Inference, Method and Decision: Towards a Bayesian Philosophy of Science, Reidel Publishing Company, USA. 1977.
- ROSS, K. Benford's Law, a growth industry. **The American Mathematical Monthly**. 2010.
- ROUKEMA, B. Benford's Law Anomalies in the 2009 Iranian presidential election. **Preprint arXiv:0906.2789**. 2009.
- ROUSSEAU, R. Robert Fairthorne and the empirical power laws. **Journal of Documentation** 61(2), 194-202. 2005.
- RYDER, P. **Multiple origins of the Newcomb-Benford law**: rational numbers, exponential growth and random ragmentation. Staats- und Universitätsbibliothek. 2009.
- _____. The Relationship Between the Newcomb-Benford Law and the Distribution of Rational Numbers. **Zeitschrift für Naturforschung** 64a, 615-617. 2009.
- SAKAI, H. Frequency distribution of first digit among population. Jinko mondai kenkyu. **Journal of population problems** 47(3), 74-78. 1991.
- SALSBURG, D. Digit Preferences in the Bible. **Chance** 10, No. 4, 46-48. 1997.
- SAMBRIDGE, M; TKALCIC, H; JACKSON, A. Benford's Law of First Digits: From Mathematical Curiosity to Change Detector. **Asia Pacific Mathematics Newsletter** 1(4), October, 1-6, 2011.
- _____. Benford's law in the Natural Sciences. **Geophysical Research Letters**, Vol. 37. 2010.
- SÁNCHEZ, J. L. H. Analisis de la megacefalia demografica urbana mediante leyes de Zipf y de potencia (Urban demographic analysis by using Zipf and potence laws). **Theoria** 11, 21-26. 2002.

SANDRON, F. **Do Populations Conform to the Law of Anomalous Numbers?** Population English Edition, 2002. Vol. 57, No 4-5, pp.755-761 Disponível em: <http://www.cairn.info/article_p.php?ID_ARTICLE=POPE_204_0753> Acesso em: 7 set. 2011.

SARKAR, B. P. An observation on the significant digits of the binomial coefficients and factorials. **Sankhya Ser. B**, 35, 363-364. 1973.

SCHÄFER, C.; BÖMERMAN, H.; NAUENBURG, R.; WENZEL, K.; MÜLLER, K.R.; WAGNER, G.G. **Qualitätssicherung des Faktors Interviewer für den Mikrozensus**. pp 209-216 in: Kehlenbach, J, Rockmann, U (eds.): Amtliche Mikrodaten für die Sozial- und Wirtschaftswissenschaften, Forschungsdatenzentrum der Statistischen Landesämter: Beiträge zu den Nutzerkonferenzen des FDZ der Statistischen Landesämter. 2005.

SCHATTE, P. Briefe an die Herausgeber. **Mitteilungen der Deutschen Mathematiker Vereinigung**, 2. pp 6-7. 2001.

_____. On H^∞ -summability and the uniform distribution of sequences. **Math. Nachr.** 113, 237-243. 1983.

_____. Some estimates of the H^∞ -uniform distribution. **Monatshefte für Mathematik** 103, 233-240. 1987.

_____. On a law of the iterated logarithm for sums mod 1 with application to Benford's law. **Probability Theory and Related Fields** 77, 167-178. 1988.

_____. On a uniform law of the iterated logarithm for sums mod 1 and Benford's law. **The Lithuanian Mathematical Journal** 31(1), 133-142. 1988d.

_____. On Benford's law for continued fractions. **Math. Nachr.** 148, 137-144. 1990.

_____. On Benford's law to variable base. *The Statistics and Probability Letters* 37(4): 391-397. ISSN: 0167-7152. 1998.

_____. On mantissa distributions in computing and Benford's law. **Journal of Information Processing and Cybernetics** 24, 443-455. 1988a.

_____. On measures of uniformly distributed sequences and Benford's law. **Monatshefte für Mathematik** 107, 245-256. 1989.

_____. On random variables with logarithmic mantissa distribution relative to several bases. **Elektron. Informationsverarbeitung Kybernetik** 17, 293-295. 1981.

_____. On sums modulo 2π of independent random variables. **Math. Nachr.** 110, 243-262. 1983.

_____. On the Almost Sure Convergence of Floating-Point Mantissas and Benford Law. **Math. Nachr.** 135, 79-83. ISSN: 0025-584X. 1983.

SCHATTE, P. On the Asymptotic Behaviour of the Mantissa Distributions of Sums. **Journal of Information Processing and Cybernetics EIK** 23(7), 353-360. 1987.

_____. On the asymptotic logarithmic distribution of the floating-point mantissas of sums. **Math. Nachr.** 127. 1984.

_____. On the uniform distribution of certain sequences and Benford's law. **Math. Nachr.** 136, 271-273. 1988b.

_____. Zur Verteilung der Mantisse in der Gleitkommadarstellung einer Zufallsgröße. . Z. Angew. **Math. Mech.** 53, 553-565. 1973.

_____. NAGASAKA, K. A note on Benford's law for second order linear recurrences with periodical coefficients. **Z. Anal. Anwend.** 10(2), 251-254. 1987.

SCHEIDT, J. K.; SCHELIN, C. W. Distributions of floating point numbers. **Computing** 38(4), 315-324. ISSN: 0010-485X. 1987.

SCHILLING, M. F. Sequential Partitioning. **The American Mathematical Monthly** 99(9), 846-855. ISSN: 0002-9890. 1992.

SCHIMMECK, T. **Eins zu null für Eins**. Der Zufall mag manche Ziffern lieber als andere. 1988.

SCHMIDT, R.; LACHER, R. Probabilistic repeatability among some irrationals. **College Mathematics Journal** 15(4), 330-332. 1984.

SCHÜRGER, K. Extensions of Black-Scholes processes and Benford's law. **Stochastic Processes and their Applications** 118(7), 1219-1243. 2008.

SCORSE, J. **Does being a "top 10" worst polluter affect facility environmental releases?** Evidence from the U.S. Toxic Release Inventory. Monterey Institute of International Studies Working Paper. 2000.

SCOTT, P.D.; FASLI, M. **Benford's law: an empirical investigation and a novel explanation**. CSM Technical Report 349, Department of Computer Science, University of Essex, UK. 2001.

SCOTT, S.K.; BARNARD, P.J.; MAY, J. Specifying executive representations and processes in number generation tasks. **The Quarterly Journal of Experimental Psychology**, Section A - Human Experimental Psychology 54(3), 641-664. ISSN: 0272-4987. 2001.

SCOZZAFAVA, R. Non conglomerability and the First Digit Problem. **The Statistica** 41(4), 561-565. 1981.

_____. Un esempio concreto di probabilité non σ -additiva: la distribuzione della prima cifra significativa dei dati statistici. **Boll. Un. Mat. Ital.** A(5) 18(3), 403-410. 1981.

SEAMAN, R. S. The relevance of Benford's Law to background field errors in data assimilation. **The Australian Meteorological Magazine** 51(1), 25-33. ISSN: 0004-9743. 2002.

SEBASTIANI, P.; GUSSONI, E.; KOHANE, I. S.; RAMONI, M. F. Statistical challenges in functional genomics. **The Statistical Science** 18(1), 33-60. 2003.

SEN, D.; SEM, U. **Benford's Law Detects Quantum Phase Transitions similarly as Earthquakes**. 2011.

SENTANCE, W A. A further analysis of Benford's law. **Fibonacci Quarterly** 11, 490-494. 1973. 1973.

SHALLIT, J. What this country needs is an 18c piece. **The Mathematical Intelligencer** 25(2), 20-23. 2003.

SHAO, L.; MA, B. Q. Empirical mantissa distributions of pulsars. **Astroparticle Physics**. Volume 33, Issue 4, Pages 255-262. 2010.

_____. _____. **First Digit Distribution of Hadron full width**. Staats- und Universitätsbibliothek Bremen, Germany. 2010.

_____. _____. First-digit law in nonextensive statistics. **Physical Review E** 82, 041110. 2010.

SHAO, L.; MA, B. Q. The significant digit law in statistical physics. **Physica A** 389, 3109-3116. 2010.

SHARPE, M. J. Limit Laws and Mantissa Distributions. **The Probability and Mathematical Statistics** 26(1), 175-185. 2006.

SHENTON, L. R. Periodicity and density of modified Fibonacci sequences. **Fibonacci Quarterly** 6(2), 109-116. 1968.

SHEYNNIN, O. B. **On the History of the Statistical Method in Astronomy**. Archive for History of Exact Sciences 29(2), 151-199. 1984.

SIMONET, S.; MONTELEONE, S.; DIEGO, A. Analyse von Bildflächen auf Benfordverteilung am Beispiel von Northern Blots. **ETH Zuerich sociology working paper**. 2007.

SLIJEPČEVIĆ, S. A note on initial digits of recurrence sequences. **Fibonacci Quarterly** 36(4), 305-308. 1997.

SLOANE, N. A. Sequences A055439 - A055449. In: **The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences**. 2003. Disponível em: < www.research.att.com/~njas/sequences/ > Acesso em: 2 abr. 2012.

SMILEK, D.; CARRIERE, J. S. A.; DIXON, M. J.; MERIKLE, P. M. Grapheme Frequency and Color Luminance in Grapheme-Color Synaesthesia. **The Psychological Science** 18(9), 793-795. ISSN: 0956-7976. 2008.

SMITH, C. A. **Statistics and Data Analysis Detecting Anomalies in Your Data Using Benford's Law**. Defense Contract Audit Agency, La Mirada, CA. 2002.

SMITH, S. W. Explaining Benford's Law. In: **The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing. Hard Cover**, Chapter 34. 1997. ISBN 0-9660176-3-3. 1997. Disponível em: <<http://www.dspguide.com/ch34.htm>> Acesso em 26 ago. 2011.

SNYDER, M. A.; CURRY, J. H.; DOUGHERTY, A. M. Stochastic aspects of one-dimensional discrete dynamical systems: Benford's law. **The Physical Review E** 64(2), Art. No. 026222. ISSN: 1063-651X. 2001.

SOFFER, B. H.; LYNCH, D. K. Some paradoxes, errors, and resolutions concerning the spectral optimization of human vision. **The American Journal of Physics** 67(11), 946-953. ISSN: 0002-9505. 1999.

SPORRING, J. **A prior of saliency based pruning algorithms**. Technical report DIKU-97/8, Department of Computer Science, University of Copenhagen, Denmark. 1997.

STADJE, W. Asymptotic properties of digit sequences of random numbers. **Mathematische Nachrichten** 278(10), 1209-1229. 2005.

STEUTEL, F. De wet van Benford. **STATOR** 10(1), 22-23. 2009.

STEWART, I. **The Most Likely Digit**. In: Professor Stewart's Cabinet of Mathematical Curiosities, Basic Books, New York. pp 106-109. 2008.

_____. **Das Gesetz der ersten Ziffer**. Mathematische Unterhaltungen, in: Spektrum der Wissenschaft (April), 16-20. 2004.

STIGLER, S.M. **Mathematical Statistics in the Early States**. Annals of Statistics 6(2), 239-265. 1978.

STOSCHEK, E. P.; SCHÖNFELD, D. **Benford's Law - Places of interest near Benford's Law**. Module 45 of Workshop on Design of Algorithms. 2002. Disponível em: <<http://www.dresdenalgorithmichannel.de/modul45/task45.htm>> Acesso em: 7 set. 2011

STRZALKA, D. On some properties of Benford's law. **Journal of the Korean Math. Soc.** 47, 1055-1075. 2010.

SUNDHEIM, R.; BUSTA, B.; Fibonacci numbers tend to obey Benford's law: an extension of Wlodarski and Sentance. **Working Paper**, St. Cloud State University, St. Cloud, Minnesota. 1993.

SWANSON, D.; CHO, M. J.; ELTINGE, J. Detecting possibly fraudulent or error-prone survey data using Benford's law. **The American Statistical Association**. pp 4172-4177 in: 2003 Joint Statistical Meetings - Section on Survey Research Methods. 2003.

SZPIRO, G. Neues aus dem Reich der Primzahlen. **Neue Zürcher Zeitung**. 2009.

TABACHNIKOV, S. Geometry and Billiards. **AMS Student Mathematical Library** vol.30, p 25. 2006. Disponível em:
<<http://www.google.com.br/url?sa=t&source=web&cd=1&sqi=2&ved=0CB4QFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.math.psu.edu%2Ftabachni%2FBooks%2Fbilliardsgeometry.pdf&rct=j&q=Geometry%20and%20Billiards&ei=t0mMTti9DuLr0gHEuc3lBA&usg=AFQjCNG9KmvwtaMxUAdgbFw9PIZ6Bm3DUw&cad=rja>> Acesso em: 29 jan. 2012.

TARANTOLA, A Benford Effect. In: Elements for Physics: Quantities, Qualities, and Intrinsic Theories, **Springer**. pp 112-113. 2006. Disponível em:
<http://books.google.com/books/about/Elements_for_physics.html?id=ckX4XD7sbnUC> Acesso em: 27 fev. 2012.

TAYLOR, J. *Too many ties? An empirical analysis of the Venezuelan recall referendum counts*. Unpublished manuscript, Stanford University, USA. 2006. Disponível em:
<http://www.google.com.br/url?sa=t&source=web&cd=1&ved=0CCgQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww-stat.stanford.edu%2F~jtaylo%2Fpapers%2Fties.ps&rct=j&q=Too%20many%20ties%3F%20An%20empirical%20analysis%20of%20the%20Venezuelan%20recall%20referendum%20counts&ei=1V2MTr_M> Acesso em: 2 mar. 2012

THORP, E.; WHITLEY, R. Poincaré's conjecture and the distribution of digits in logarithm tables. **Compositio Mathematica** 23(2), 233-250. 1971. Disponível em:
<http://archive.numdam.org/ARCHIVE/CM/CM_1971__23_2/CM_1971__23_2_233_0/CM_1971__23_2_233_0.pdf> Acesso em: 20 fev. 2012.

TICHENOR, C. **Why Benford's Law works for function point analysis**. 1998. Disponível em: <<http://www.softwaremetrics.com/Articles/BenfordsLaw.pdf>> Acesso em: 21 fev. 2012.

TICHY, R. F. Gleichverteilung zum Summierungsverfahren H_∞ . **Math. Nachr.** 131(1), 119-125. 1998. Disponível em:
<<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/mana.19871310112/abstract>> Acesso em: 22 fev. 2012.

TICHY, R. F. Statistische Resultate über computergerechte Darstellungen von Zahlen. **Anz. Österreich. Akad. Wiss. Math.-Natur. Kl.** 124, 1-8. 1987.

_____. Uniform distribution and diophantine inequalities. **Monatsh. Math.** 99(2), 147-152. 1985. Disponível em: <<http://www.digizeitschriften.de/dms/img/#navi>> Acesso em: 23 fev. 2012.

TOO, Y. H. On the uniform distribution modulo one of some log-like sequences. **The Japan Acad. A** 68, 269-272. 1992. Disponível em:
<http://projecteuclid.org/DPubS/Repository/1.0/Disseminate?view=body&id=pdf_1&handle=euclid.pja/1195511634> Acesso em: 23 fev. 2012.

TORRES, J.; FERNANDEZ, S.; GAMERO, A.; SOLA, A. How do numbers begin? (The first digit law). **The European Journal of Physics** 28(3), L17-L25. ISSN: 0143-0807. 2007.

TRONO, J. A. **Discovering more properties of the Fibonacci sequence**. Computing Sciences in Colleges, Volume 24, Issue 5. 2009. Disponível em:
<<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=1516595.1516623>> Acesso em: 1 abr. 2012.

TSAO, N. K. On the Distributions of Significant Digits and Roundoff Errors. **Communications of the ACM** 17(5), 269-271. ISSN: 0001-0782. 1974. Disponível em:
<<http://dl.acm.org/citation.cfm?id=360980.360998>> Acesso em: 2 abr. 2012.

TSUJI, M. On the uniform distribution of numbers mod 1. **The Mathematical Society of Japan** 4(3/4), 313-322. 1952. Disponível em:
<http://projecteuclid.org/DPubS/Repository/1.0/Disseminate?view=body&id=pdf_1&handle=euclid.jmsj/1261415780> Acesso em: 3 abr. 2012.

TURNER, P. R Further Revelations on LSD. **IMA Journal of Numerical Analysis** 4(2), 225-231. 1984. Disponível em: <<http://imajna.oxfordjournals.org/content/4/2/225.abstract>>
Acesso em: 3 abr. 2012

_____. The Distribution of Leading Significant Digits. **IMA Journal of Numerical Analysis** 2(4), 407-412. 1982. Disponível em:
<<http://imajna.oxfordjournals.org/content/2/4/407.abstract>> Acesso em: 3 abr. 2012.

_____. The distribution of l.s.d. and its implications for computer design. **The Mathematical Gazette** 71 (March), 26-31. 1987. Disponível em:
<<http://www.jstor.org/pss/3616283>> Acesso em: 3 abr. 2102.

UPPULURI, V. R. R.; PATIL, S. A. The distribution of the first j digits of beta related random variables. **Communications in Statistics: Simulation and Computation** 14(2), 467-472. 1985.

VAJDA, I.; VESELÝ, A.; ZVAROVA, J. On the Amount of Information Resulting from Empirical and Theoretical Knowledge. **Revista Matemática Complutense** 18(2), 275-283. 2005. Disponível em:
<<http://www.ucm.es/BUCM/revistas/mat/11391138/articulos/REMA0505220275A.PDF>>
Acesso em: 10 jan. 2012.

VALK, G. Benford's Law and Faking Data. The Pi, Volume 1, **Spring** 2004, Dept of Mathematics and Statistics, Georgia State University, Atlanta, USA. 2004. Disponível em:
<http://www2.gsu.edu/~wwwmat/newsletter/PI_spring04.pdf> Acesso em: 5 jun. 2011.

VARIAN, H. R. Benford's law. **The American Statistician** 26(3), 65-66. 1972.

VOGT, W. Benford's Gesetz : Steuer- und Budgetsündern auf der Spur – Zahlen lügen nicht. **Schweizer Versicherung** 9, 27-29. 2000.

VOLCIC, A. **The First Digit Problem and Scale-Invariance**. pp 329-340 in: P. Marcellini, G. Talenti and E. Vesentini (eds), *Partial differential equations and applications: collected papers in honor of Carlo Pucci*. Marcel Dekker. 1996.

WAALDIJK, F. On the foundations of constructive mathematics - Especially in Relation to the Theory of Continuous Functions. **Foundations of Science** 10(3), 249-324. 2004.

Disponível em:

<<http://www.fwaaldijk.nl/foundations%20of%20constructive%20mathematics.pdf>> Acesso em: 2 mar. 2012

WAGON, S. **Benford's Law and Data Spread**. Wolfram Online Demonstrations Projects. 2009.

WALLACE, W.A. Assessing the quality of data used for benchmarking and decision-making. **The Journal of Government Financial Management** 51(3), 16-22. 2002.

Disponível em:

<<http://proquest.umi.com/pqdlink?index=4&sid=1&srchmode=3&vinst=PROD&fmt=6&startpage=-1&clientid=12301&vname=PQD&RQT=309&did=203843591&scaling=FULL&ts=1240874612&vtype=PQD&aid=1&rqt=309&TS=1317904917&clientId=12301>> Acesso em: 29 out. 2010.

WALLIS, W. A.; ROBERTS, H. V. **First digits of statistical tables**. Example 331, pp 331-332 in: *Statistics: A New Approach*, The Free Press of Glencoe, Illinois, USA. 1956.

WALTHOE, J.; HUNT, R.; PEARSON, M. Looking out for number one. **plus magazine**, September 1999. Disponível em:

<<http://plus.maths.org/content/os/issue9/features/benford/index>> Acesso em: 30 out. 2010.

WANG, Y.; PEDLOW, S. Detecting Falsified Cases in SCF 2004 Using Benford's Law. *Proceedings of the American Statistical Association, Survey Research Methods Section*, 3562-3657. 2005.

WASHINGTON, L.C. Benford's law for Fibonacci and Lucas numbers. **Fibonacci Quarterly** 19, 175-177. 1981.

WATRIN, C.; STRUFFERT, R.; ULLMANN, R. Benford's Law: an instrument for selecting tax audit targets? **Review of Managerial Science** 2(3), 219-237. 2008.

WEAVER, W. **The distribution of first significant digits**. 1963. Disponível em:

<<http://books.google.ca/books?id=S9Wk5NqiXqkC&pg=PT1&lpg=PT1&dq=Weaver,+W.+L+ady+Luck:+The+Theory+of+Probability&source=bl&ots=e4aZZzwluE&sig=x7Jaw839aHfly>>

Jka4uMjb1OLRZA&hl=en&ei=m0P2SavnJ4rswPM-snhAQ&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=5#v=onepage&q&f=fa> Acesso em: 1 abr. 2011.

WEBB, W. Distribution of the first digits of Fibonacci numbers. **Fibonacci Quarterly** 13, 334-336. 1975. Disponível em: <<http://www.fq.math.ca/Scanned/13-4/webb.pdf>> Acesso em: 2 mar. 2012.

WEISSMANN, S. M.; HOLLINGSWORTH, S. R.; BAIRD, J. C. Psychophysical studies of numbers: III. Methodological applications. **The Psychological Research** 38(1), 97-115. 1975. Disponível em: <<http://psycnet.apa.org/psycinfo/1976-08716-001>> Acesso em: 13 jan. 2011.

WEISSTEIN, E. W. Benford's Law. **MathWorld** (A Wolfram Web Resource). Disponível em: <<http://mathworld.wolfram.com/BenfordsLaw.html>> Acesso em: 14 jan. 2011.

WELLS, K.; CHIVERTON, J.; BARRY, M.; KADHEM, H.; OTT, B. Quantifying the Partial Volume Effect in PET Using Benford's Law. **IEEE Transactions on Nuclear Science** 54(5), 1616-1625 Part 1. ISSN: 0018-9499. 2007.

_____. CHIVERTON, J.; PARTRIDGE, M.; BARRY, M.; KADHEM, H.; OTT, B. The Partial Volume Effect in PET/SPECT and Benford's Law. **Nuclear Science Symposium Conference Record, IEEE**, Vol. 3. 2005.

WEYL, H. **Über die Gleichverteilung von Zahlen mod Eins.** 1916. Disponível em: <<http://www.springerlink.com/content/g7843g50wx7ln388/>> Acesso em: 9 abr. 2011.

WHITNEY, R. E. Initial digits for the sequence of primes. **The American Mathematical Monthly** 79(2), 150-152. 1972.

WHITTAKER, J. V. On scale-invariant distributions. **SIAM Journal on Applied Mathematics** 43(2), 257-267. 1983.

WILKINSON, L. Revising the Pareto chart. **The American Statistician** 60(4), 332-334. ISSN: 0003-1305.2006. Disponível em: <<http://pubs.amstat.org/doi/abs/10.1198/000313006X152243>> Acesso em: 10 maio 2011.

WILLIAMSON, J. Random probability functions. **Preprint.** 2000. Disponível em: <<http://www.google.com.br/url?sa=t&source=web&cd=32&ved=0CCMQFjABOB4&url=http%3A%2F%2Fciteseerx.ist.psu.edu%2Fviewdoc%2Fdownload%3Fdoi%3D10.1.1.25.9503%26rep%3Drep1%26type%3Dps&rct=j&q=Random%20probability%20functions&ei=M8aNTqSyNsqtgFz5LiIDA&usq=AFQjCNH8>> Acesso em: 10 maio 2011.

WILMS, R. J. G.; BRANDS, J. J. A. M. On the asymptotically uniform distribution modulo 1 of extreme order statistics. **Statistica Neerlandica** 48(1), 63-70. 1993. Disponível em: <<http://alexandria.tue.nl/repository/books/365742.pdf>> Acesso em: 11 jun. 2012.

WLODARSKI, J. Fibonacci and Lucas Numbers tend to obey Benford's law. *Fibonacci Quarterly* 9, 87-88. 1971. Disponível em: < <http://www.fq.math.ca/Scanned/9-1/wlodarski2.pdf> > Acesso em: 12 jun. 2011.

WOLFF, H.; AUFFHAMMER, M. Endogenous Choice OF Development Indicators: Are Development Countries Misclassified? Evidence from the HDI. **Agricultural and Resource Economics**, UC Berkeley, USA. 2006.

WOUK, A. On digit distributions of random variables. **J. Soc. Indust. Appl. Math.** 9(4), 597-603. 1961.

YLVISAKER, D. Test Resistance. **The American Statistical Association** 72(359), 551-556. ISSN: 0162-1459. 1977.

ZBRODOFF, N. J. Why is $9+7$ harder than $2+3$ - Strength and Interference as Explanations of the Problem-Size Effect. **Memory & Cognition** 23(6), 689-700. 1995. Disponível em: <<http://www.benfordonline.net/fullreference/172> > Acesso em: 1 jun. 2011.

ZORZI, A. Benford's law and pi. **The Mathematical Gazette**, vol. 95, no. 533, July. 2011.

ZYGA, L. **Numbers follow a surprising law of digits, and scientists can't explain why.** physorg.com, 10 May. 2007. Disponível em: <<http://www.physorg.com/news98015219.html>>. Acesso em: 26. jul. 2011.