



Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Física

Mestrado em Física

Caos em Laser de Diodo Modulado

Wendson Antonio de Sá Barbosa

Dissertação de Mestrado

Recife
Agosto de 2012



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA – CCEN
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CAOS EM LASER DE DIODO MODULADO

por

Wendson Antonio de Sá Barbosa

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

Banca Examinadora:

Prof. José Roberto Rios Leite (Orientador - DF-UFPE)
Prof. José Wellington Rocha Tabosa (DF-UFPE)
Prof. Claudio Lenz Cesar (IF-UFRJ)
Prof. Jhon Fredy Martinez Avila (DF-UFS)

Recife - PE, Brasil
Agosto - 2012

Catálogo na fonte
Bibliotecário Jefferson Luiz Alves Nazareno, CRB 4-1758

Barbosa, Wendson Antonio de Sá.
Caos em laser de diodo modulado/ Wendson Antonio
de Sá Barbosa. – Recife: O Autor, 2012.
xii, 80 p.: fig. , tab.

Orientador: José Roberto Rios Leite.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de
Pernambuco. CCEN. Física, 2012.
Inclui bibliografia.

1. Laser. 2. Diodo. 3. Comportamento caótico nos
sistemas. 4. Semicondutor.
I. Leite, José Roberto Rios (orientador). II. Título.

621.366 (22. ed.) FQ 2012-034



Universidade Federal de Pernambuco
Departamento de Física – CCEN
Programa de Pós-Graduação em Física
Cidade Universitária - 50670-901 Recife PE Brasil
Fone (++ 55 81) 2126-7640/2126-8449 - Fax (++ 55 81) 3271-0359
<http://www.ufpe.br/ppqfisica/> e-mail: posgrad@df.ufpe.br

Parecer da Banca Examinadora de Defesa de Dissertação de Mestrado

Wendson Antonio de Sá Barbosa

CAOS EM LASER DE DIODO MODULADO

A Banca Examinadora composta pelos Professores José Roberto Rios Leite (Presidente e Orientador), José Wellington Rocha Tabosa, ambos do Departamento de Física da Universidade Federal de Pernambuco, Claudio Lenz Cesar, do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro e Jhon Fredy Martinez Avila, do Departamento de Física da Universidade Federal de Sergipe, consideram o candidato:

() Aprovado

() Reprovado

() Em exigência

Secretaria do Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal de Pernambuco em trinta de agosto de dois mil e doze.

Prof. José Roberto Rios Leite
Presidente e Orientador

Prof. José Wellington Rocha Tabosa

Prof. Claudio Lenz Cesar

Jhon Fredy Martinez Avila

*À Deus,
minha família
e a todos que sempre acreditaram no meu potencial.*

Agradecimentos

A Deus.

À minha família que sempre me apoiou em tudo, em especial a meus pais, Carlos Antonio e Ana Claudia, e minha irmã Ana Karla que são as pedras fundamentais de minha vida. À minha companheira Roberta Campos que sempre esteve do meu lado durante essa árdua, porém satisfatória jornada e que mesmo nas horas mais difíceis me deu força e motivação para continuar.

A todos os meus amigos que sempre acreditaram em mim.

Ao meu amigo e companheiro Pedro Henrique que sempre esteve junto nessa caminhada desde o nosso ingresso na graduação. À minha amiga Heloisa Onias que sempre se mostrou disposta a me ajudar, mesmo nas horas em que ela também precisava de ajuda. Ao meu amigo Edison Javier que com suas habilidades experimentais sempre me ajudou no laboratório. A Pablo Saldanha que sempre que eu tinha alguma dúvida estava pronto para me ajudar. A Lucas Queiroz que sempre me ajudou quando eu precisava de uma ajuda em programação. A Anderson Amaral pela ajuda com o Lyx.

Ao professor Rios que além de ser meu orientador é também um grande amigo e que sempre me motivou para ser um bom físico.

À agência financiadora Capes.

*A mente que se abre a uma nova idéia,
jamais voltará ao seu
tamanho original.*

—ALBERT EINSTEIN

Resumo

Os lasers de semicondutor são conhecidos desde a década de 60. Sua dinâmica não-linear e comportamento caótico tem sido estudado adicionando mais um grau de liberdade às duas equações de taxa que descrevem a dinâmica desses tipos de lasers. Essa adição do grau de liberdade extra pode ser feita, por exemplo, através de uma injeção de luz externa no laser, uma realimentação ótica, modulação na perda ou através de uma modulação na corrente de bombeio. Nessa dissertação é feita primeiramente uma revisão sobre semicondutores abordando pontos como, por exemplo, o funcionamento de uma junção p-n. Em seguida descrevemos a caracterização do efeito laser nos semicondutores através das equações de Maxwell levando em conta a interação do campo eletromagnético com o meio material dentro da cavidade ressonante, o que resulta nas equações de taxa que descrevem toda a dinâmica do laser de semicondutor. Por fim, é feito um estudo, com simulações numéricas usando a linguagem de programação C++ e método de integração Runge-Kutta de 4ª ordem, das instabilidades na intensidade do laser operando no regime mono-modo com corrente de injeção modulada por uma frequência da ordem da frequência das oscilações de relaxação. Variando a amplitude ou a frequência da modulação é possível obter uma rota para o caos através de uma série de dobramentos de períodos que podem ser vistos nos diagramas de bifurcações calculados numericamente. Também é destacada a importância da saturação do ganho e da emissão espontânea no aparecimento ou não do comportamento caótico.

Palavras-chave: Laser, Semicondutor, Diodo, Caos, Dobramento de período, Instabilidades

Abstract

The semiconductor lasers have been known since the early 60. Its nonlinear dynamics and chaotic behavior has been studied by adding one more degree of freedom to the two rate equations that describe the dynamics of these types of lasers. This addition of the extra degree of freedom can be made, for example, by injection of external light in the laser, an optical feedback, loss modulation or by a modulation of the pumping current. In this work we did primarily a review of semiconductor talking about points like the principles of operation of a pn junction, for example. Next we describe the characterization of the laser effect in semiconductor through Maxwell equations considering the interaction of the electromagnetic field with the material in the resonant cavity, which results in rate equations that describe the dynamics of the semiconductor laser. Finally, a study is done, with numerical simulations using the programming language C++ and integrating method Runge-Kutta 4th order, of instabilities in the intensity of the laser operating in single mode with a injection current modulated with a frequency compared to the frequency of relaxation oscillations. Varying the amplitude or frequency modulation is possible to obtain a route to the chaos through a series of period doubling that may be seen in the bifurcations diagrams calculated numerically. Also is highlighted the importance of gain saturation and spontaneous emission in the appearance or absence of chaotic behavior.

Keywords: Laser, Semiconductor, Diode, Chaos, Period doubling, Instabilities

Sumário

1 Lasers de semicondutores	3
1.1 Introdução	3
1.2 Junção p-n	4
1.3 Conceitos básicos da teoria do laser	14
1.3.1 Equações de Maxwell	14
1.3.2 Condição de limiar e modos longitudinais	21
2 Descrição Fenomenológica do Laser de Semicondutor	26
2.1 Introdução	26
2.2 Descrição fenomenológica, equações de taxa	27
2.2.1 Meio de ganho	27
2.2.2 Equações de taxa	29
2.3 Soluções estacionárias e análise da estabilidade, condição de limiar	34
2.3.1 Oscilações de relaxação	47
2.4 Emissão espontânea e saturação do ganho	50
3 Instabilidades no Laser de Semicondutor	53
3.1 Introdução	53
3.2 O laser com modulação na corrente de injeção	54
3.2.1 Frequência de modulação	55
3.2.2 Meio de ganho sem saturação	57
3.2.3 Meio de ganho com saturação, influência da emissão espontânea	65
4 Conclusões e perspectivas	75
Referências Bibliográficas	77

Lista de Figuras

1.1	Bandas de condução e valência para um semicondutor para $T = 0$	6
1.2	(a) Semicondutor tipo n e (b) semicondutor tipo p para $T = 0$	7
1.3	Semicondutores tipos p e n dopados com impurezas	8
1.4	Bandas do semicondutor fora do equilíbrio - Níveis de quasi-Fermi	8
1.5	Esquema de formação da junção p-n	9
1.6	Bandas de energia numa junção p-n para o sistema em equilíbrio	10
1.7	Recombinação radiativa: a) Absorção b) Emissão espontânea c) Emissão estimulada	11
1.8	Bandas de energia numa junção p-n para o sistema com voltagem aplicada	12
1.9	Estrutura de uma heterojunção	13
1.10	Ilustração esquemática do laser de semicondutor e sua associação com a cavidade de Fabry-Perot	19
1.11	Ilustração esquemática do perfil do ganho e modos longitudinais de um laser de semicondutor	24
2.1	Meio de ganho + cavidade (S)	30
2.2	Diagrama de estabilidade dos pontos fixos em função dos parâmetros τ e Δ	41
2.3	Evolução temporal da perturbação no ponto fixo para cada tipo de estabilidade, onde α e β nessas figuras são apenas constantes reais.	42
2.4	Esquema qualitativo das estabilidades das soluções estacionárias $(S_{st}^{(1)}, N_{st}^{(1)})$ e $(S_{st}^{(2)}, N_{st}^{(2)})$ em função da corrente de bombeamento no laser I	46
2.5	Série temporal calculada numericamente - Oscilações de relaxação	49
2.6	Transformada de Fourier da série temporal da figura 2.5	50
2.7	Curva $S - I$ para diferentes valores do coeficiente de emissão espontânea β	51
3.1	Série temporal com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$ e para os valores (a) $m = 0.15$, $f_m = 384$ MHz ($f_m/h = 0.65$), (b) $m = 0.3$, $f_m = 256$ MHz ($f_m/h = 0.43$) e (c) $m = 0.3$, $f_m = 2.3$ GHz ($f_m/h = 3.93$). Passo de integração numérica: $dt = 0.1$ ps	56
3.2	Diagramas de bifurcação com $S_{máx}$ em função do parâmetro m para $I_{DC} = 1.2I_{lim}$ e (a) $f_m = 0.8f_R$, (b) $f_m = 1.1f_R$, (c) $f_m = 1.2f_R$, (d) $f_m = 1.3f_R$. Passo de integração numérica: $dm = 0.001$	60
3.3	Séries temporais com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$ e $f_m = 1.2f_R$ para (a) modulação (c) $m = 0,2$ (Período-1), (e) $m = 0,8$ (Período-4), (g) $m = 1,0$ (caos) e suas transformadas de Fourier (b), (d), (f) e (h) respectivamente. Passo de integração numérica: $dt = 0.1$ ps	61

- 3.4 Mapas de retorno para $S_{m\acute{a}x}$ com (a) $m = 0,2$ (período-1), (c) $m = 0,8$ (período-4) e (e) $m = 1,6$ (caos). Mapas de retorno para T com (b) $m = 0,2$, (d) $m = 0,8$ e (f) $m = 1,6$. $I_{DC} = 1.2I_{lim}$ e $f_m = 1.2f_R$ 62
- 3.5 Diagramas de bifurcação usando f_m como parâmetro de controle para (a) $m = 0.3$ e (b) $m = 0.8$ com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$. Passo de integração numérica: $d(\frac{f_m}{f_R}) = 0.001$ 63
- 3.6 Diagrama de periodicidade para $I_{DC} = 1.2I_{lim}$. Passos de integração numérica: $d(\frac{f_m}{f_R}) = 0.01$ e $dm = 0.01$ 64
- 3.7 Regiões de bifurcação variando ξ , com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$, $\beta = 1 \times 10^{-5}$ e $f_m = 1.2f_R$. Passos de integração numérica: $d(\xi) = 10^{-8}$ e $dm = 0.01$ e no zoom $d(\xi) = 10^{-9}$ e $dm = 0.01$ 65
- 3.8 Diagramas de bifurcação com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$, $\beta = 1 \times 10^{-5}$ e $f_m = 1.2f_R$ para (a) $\xi = 1 \times 10^{-8}$, (b) $\xi = 1 \times 10^{-7}$, (c) $\xi = 5 \times 10^{-7}$. Na figura (d) $m = 1.5$ enquanto ξ varia. Passos de integração numérica: $dm = 0.001$ e $d(\xi) = 10^{-10}$ 66
- 3.9 Regiões de bifurcação com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$ e $\beta = 1 \times 10^{-5}$ para (a) $\xi = 1 \times 10^{-8}$, (b) $\xi = 1 \times 10^{-7}$, (c) $\xi = 2 \times 10^{-7}$, (d) $\xi = 3 \times 10^{-7}$, (e) $\xi = 4 \times 10^{-7}$ e (f) $\xi = 5 \times 10^{-7}$. Passos de integração numérica: $d(\frac{f_m}{f_R}) = 0.02$ e $dm = 0.02$ 67
- 3.10 a) ξ em função da densidade de portadores no meio ativo. Triângulo, $I_{DC} = 18\text{mA}$; estrela, $I_{DC} = 20\text{mA}$, e quadrado, $I_{DC} = 22\text{mA}$. b) ξ em função da taxa de bombeamento. 68
- 3.11 Regiões de bifurcação variando β , com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$, $\xi = 1 \times 10^{-7}$ e $f_m = 1.5f_R$. Passos de integração numérica: $d(\beta) = 10^{-6}$ e $dm = 0.02$ 69
- 3.12 Diagramas de bifurcação com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$, $\xi = 1 \times 10^{-7}$ e $f_m = 1.5f_R$ para (a) $\beta = 1 \times 10^{-5}$, (b) $\beta = 5 \times 10^{-5}$, (c) $\beta = 1 \times 10^{-4}$. Na figura (d) $m = 1.0$ enquanto β varia. Passos de integração numérica: $dm = 0.001$ e $d(\beta) = 5 \times 10^{-8}$ 70
- 3.13 Regiões de bifurcação com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$ e $\xi = 1 \times 10^{-7}$ para (a) $\beta = 1 \times 10^{-6}$, (b) $\beta = 1 \times 10^{-5}$, (c) $\beta = 1 \times 10^{-4}$, (d) $\beta = 5 \times 10^{-4}$. Passos de integração numérica: $d(\frac{f_m}{f_R}) = 0.02$ e $dm = 0.02$ 71
- 3.14 Regiões de bifurcação variando ξ e β , com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$, $m = 1,5$ e $f_m = 1.5f_R$. Pontos indicados no gráfico: Quadrado ($\xi = 6,8 \times 10^{-8}$ e $\beta = 5 \times 10^{-6}$), círculo ($\xi = 1 \times 10^{-7}$ e $\beta = 9 \times 10^{-6}$), triângulo ($\xi = 1,5 \times 10^{-7}$ e $\beta = 2,0 \times 10^{-5}$) e hexágono ($\xi = 2,8 \times 10^{-7}$ e $\beta = 2,8 \times 10^{-5}$). Passos de integração numérica: $d(\xi) = 2.5 \times 10^{-9}$ e $d(\beta) = 10^{-6}$ 72
- 3.15 Séries temporais e suas transformadas para a intensidade do laser com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$, $m = 1,5$ e $f_m = 1.5f_R$ para (a) $\xi = 6,8 \times 10^{-8}$ e $\beta = 5 \times 10^{-6}$, (c) $\xi = 1 \times 10^{-7}$ e $\beta = 9 \times 10^{-6}$, (e) $\xi = 1,5 \times 10^{-7}$ e $\beta = 2,0 \times 10^{-5}$ e (g) $\xi = 2,8 \times 10^{-7}$ e $\beta = 2,8 \times 10^{-5}$. Passo de integração numérica: $dt = 0.1 \text{ ps}$ 73
- 3.16 Diagramas $S \times N$ (retrato de fase) calculados com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$, $m = 1,5$ e $f_m = 1.5f_R$ para (a) $\xi = 6,8 \times 10^{-8}$ e $\beta = 5 \times 10^{-6}$, (b) $\xi = 1 \times 10^{-7}$ e $\beta = 9 \times 10^{-6}$, (c) $\xi = 1,5 \times 10^{-7}$ e $\beta = 2,0 \times 10^{-5}$ e (d) $\xi = 2,8 \times 10^{-7}$ e $\beta = 2,8 \times 10^{-5}$ 74

Lista de Tabelas

3.1	Valores dos parâmetros do laser	58
-----	---------------------------------	----

Apresentação

Desde sua invenção em 1962, os lasers de semicondutores se mostraram bastante interessantes devido à grande variedade de materiais e configurações das junções que o formam. Além de um custo não tão alto se comparado à outros tipos de lasers, os comprimentos de onda disponíveis comercialmente variam desde 400nm até em torno de 1600nm . Devido à sua versatilidade e baixo custo, hoje em dia o laser de semicondutor está presente na grande maioria dos laboratórios de pesquisa. Além disso, esse tipo de laser está presente em produtos de alto consumo como leitores de DVD e scanners por exemplo, além de ser muito utilizados em sistemas de comunicação.

Nessa dissertação estudaremos os princípios de funcionamento do laser de semicondutor baseados em equações de taxa para o número de fótons (que é proporcional à intensidade da radiação emitida pelo laser) e para o número de portadores de cargas presentes no meio ativo do laser. Essas equações de taxa apresentam um comportamento estável. Assim, adicionaremos a elas um grau de liberdade a fim de gerar instabilidades na intensidade do laser. A motivação inicial deste trabalho era adicionar este grau de liberdade extra através de uma modulação na perda laser, mas para um possível experimento modular a perda seria um pouco complicado. Assim, nesta dissertação, este grau de liberdade a mais é adicionado modulando a corrente de bombeio do laser de forma sinusoidal. A partir daí, estudaremos, através de integração numérica das equações de taxa usando o método Runge-Kutta de 4ª ordem e linguagem de programação C++, o comportamento da dinâmica desse laser modulado através da variação de um parâmetro de controle que pode ser a intensidade e/ou a frequência dessa modulação. Faremos um estudo detalhado usando diagrama de bifurcações a fim de encontrar valores de parâmetros

para os quais o laser opera no regime caótico. Para finalizar estudaremos também a influência da emissão espontânea e da saturação do ganho na dinâmica dos lasers de semicondutores com corrente de injeção modulada.

O objetivo dessa dissertação é fazer um estudo do laser de semicondutor com corrente modulado com base em simulações numéricas e posteriormente dar continuidade ao trabalho realizando experimentos relacionados a esse tema.

.

Lasers de semicondutores

1.1 Introdução

O efeito laser em semicondutores foi pela primeira vez observado em 1962 por diferentes grupos [1, 2, 3, 4]. O sistema consistia de uma junção $p - n$ de $GaAs$. Recombinação entre elétrons e portadores de carga positiva (buracos) providenciavam um ganho ótico e as faces polidas perpendiculares ao plano da junção geravam a realimentação necessária (formando uma cavidade ressonante) - os dois ingredientes necessários para qualquer laser. Rapidamente junções $p - n$ de vários outros materiais semicondutores como $InAs$, InP , $GaAsP$, $GaInAs$ e $InPAs$ também passaram a ser usados para se obter lasers de semicondutores de diferentes comprimentos de onda. A utilidade prática desses lasers ainda era limitada, pois o alto valor da densidade de corrente para se alcançar o limiar ($\gtrsim 50 \text{ KA}/\text{cm}^2$) inibia a operação contínua deste tipo de laser à temperatura ambiente. Rapidamente, em 1963 foi sugerido [5] que os lasers de semicondutores poderiam melhorar se uma camada de um semicondutor fosse colocada entre duas camadas de outros materiais semicondutores que tivessem gap 's de energia relativamente maiores. Este tipo de estrutura é conhecida como *heterojunção* e as junções constituídas de apenas um material semicondutor são conhecidas como *homojunção*. O uso das heteroestruturas, porém, requer uma combinação cuidadosa dos semicondutores. Somente em 1970 se conseguiu que lasers de heteroestrutura operassem de forma contínua à temperatura ambiente [6]. Em 1975 um laser de $AlGaAs$ com densidade de corrente no limiar aproximadamente igual a $0.5 \text{ KA}/\text{cm}^2$ foi demonstrado [7], limiar duas ordens de grandeza menor que o limiar dos primeiros lasers de

semicondutor. Assim, o laser de semicondutor passou a ser uma fonte de luz coerente prática, compacta e barata usada em inúmeras aplicações. Neste capítulo é explicado, de forma simples, o princípio de funcionamento de uma homojunção, que é basicamente o mesmo princípio da heterojunção, e também é feita uma revisão dos conceitos básicos da teoria do laser resolvendo as equações de Maxwell levando em conta a interação do campo eletromagnético com um meio material (meio de ganho) dentro de uma cavidade ressonante.

1.2 Junção p-n

Um material semicondutor apresenta uma condutividade elétrica intermediária entre os materiais condutores (metais em geral por exemplo) e os não condutores (plástico, diamante, borracha, etc). Alguns exemplos de semicondutores são: Germânio (*Ge*), Silício (*Si*) e Arseneto de Gálio (*GaAs*). Nos semicondutores os elétrons ao serem excitados para um estado mais energético ou ao decaírem para um estado menos energético não sofrem transições entre níveis discretos, mas sim entre bandas que se compõem de agrupações de muitos níveis. Essas bandas podem ser classificadas como banda de valência (os elétrons estão presos aos átomos do material semicondutor) e banda de condução (os elétrons estão livres para se mover pelo semicondutor). As transições dos elétrons da banda de valência para a banda de condução se dá quando ele recebe no mínimo uma certa quantidade de energia. Esta energia mínima para transição é justamente a separação entre as bandas e é conhecida como *gap* de energia E_g . O processo inverso também é verdadeiro, ou seja, se um elétron que está na banda de condução decair para a banda de valência então libera uma energia igual a, no mínimo, a energia do gap. Ao ir para a banda de condução, o elétron deixa um buraco na banda de valência que passará

a se comportar como uma carga positiva. No processo de condução elétrica participam tanto o elétron da banda de condução quanto o buraco da banda de valência. Por este motivo, quando se faz referência aos semicondutores usa-se o termo *portadores* de carga, que se refere ao par elétron-buraco.

Nos materiais isolantes a banda de valência está cheia de elétrons e o gap de energia entre as bandas é muito grande, assim, o elétron dificilmente irá passar para a banda de condução já que precisa de uma energia muito grande para isso. Já nos materiais condutores esse gap vai a zero e assim os elétrons da banda de valência com um mínimo de energia passam para a banda de condução onde estarão mais livres para conduzir eletricidade. Nos materiais semicondutores esse gap de energia é muito pequeno ($0,1 - 2eV$), assim, com pouca energia já se consegue transferir portadores entre as bandas. Apenas variações de temperaturas são suficientes para que este efeito aconteça, ou seja, quanto maior a temperatura mais energizados ficam os elétrons da banda de valência e assim vão à banda de condução, com isso o material fica mais condutor. A distribuição dos elétrons na banda de condução e dos buracos na banda de valência é dada pela lei de Fermi-Dirac[8]. Esta lei diz que a probabilidade de um estado de energia E ser ocupado por um portador é:

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_f)/k_B T} + 1} \quad (1.1)$$

onde E_f é a energia de Fermi (ou nível de Fermi) que significa a fronteira entre estados vazios e cheios para $T \rightarrow 0$, T é a temperatura absoluta e k_B é a constante de Boltzmann. A figura 1.1 representa de forma ilustrativa as bandas de um semicondutor e o nível de fermi para $T = 0$.

Na figura 1.1 é usada uma aproximação parabólica para descrever as bandas energéticas em função do vetor de onda K . Não é o objetivo desta dissertação apresentar um tratamento quantitativo das bandas do semicondutor em função do vetor de onda. Este tratamento pode ser melhor estudado nas referências [9, 8] assim como toda a descrição da dinâmica do laser de semicondutor a partir dessa aproximação. Aqui esse tratamento é usado de forma pictórica

para uma melhor compreensão do mecanismo de funcionamento do semiconductor. A descrição fenomenológica usada nesta dissertação é baseada nas equações de taxa para o número de portadores e intensidade do campo elétrico dentro da cavidade do laser que serão introduzidas no capítulo 2.

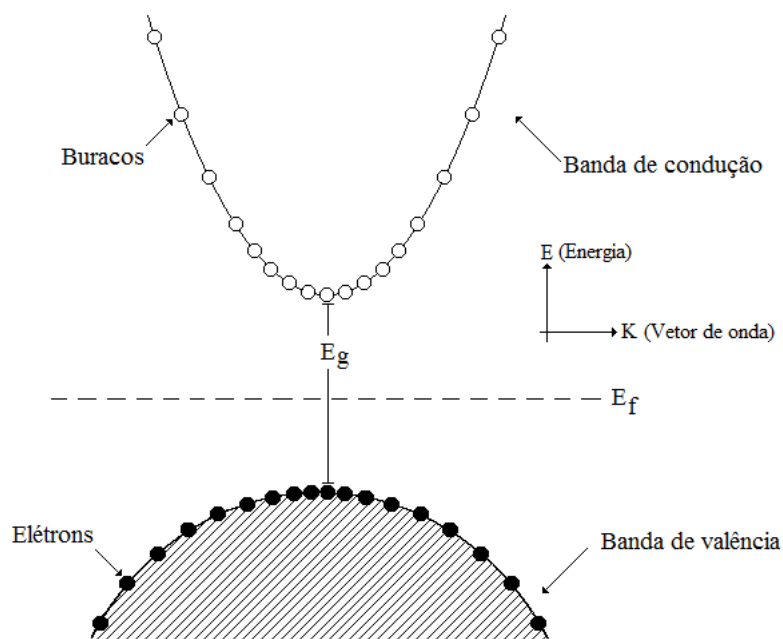


Figura 1.1 Bandas de condução e valência para um semiconductor para $T = 0$

Os semicondutores podem ser classificados quanto à distribuição dos elétrons nas bandas de energia. Se o nível de Fermi estiver na banda de condução, então nela existem portadores de carga negativa, elétrons, que estão livres para se movimentar e realizar a condução através desta banda, logo o semiconductor é dito do tipo *n*. Por outro lado, se o nível de Fermi estiver na banda de valência, então nela existem portadores de carga positiva, buracos, que estão livres e realizam a condução nesta banda, logo o semiconductor é dito do tipo *p*. A figura 1.2 mostra de forma qualitativa semicondutores do tipo *p* e do tipo *n* para $T = 0$.

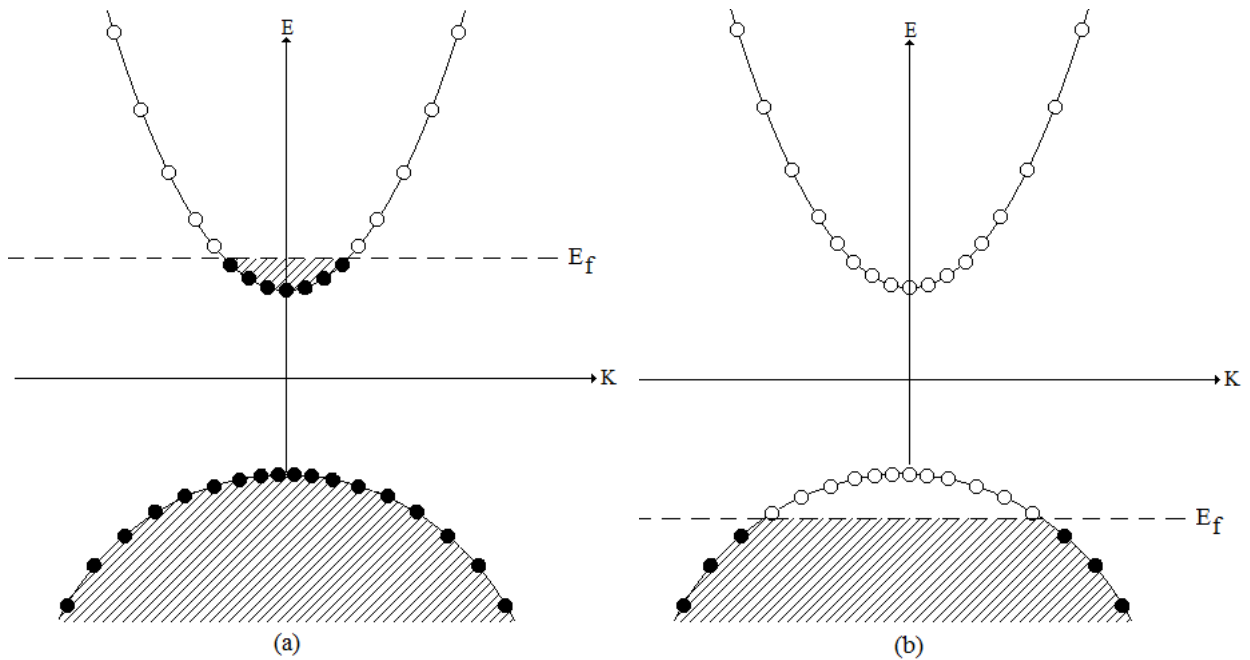


Figura 1.2 (a) Semicondutor tipo *n* e (b) semicondutor tipo *p* para $T = 0$

Para escolher o tipo do semicondutor, isto é, tipo *n* ou tipo *p*, são colocadas impurezas com mais portadores de carga junto a ele. Os átomos destas impurezas são eletricamente neutros, mas podem ter tendência de doar ou receber elétrons. Por este motivo ao colocar impurezas junto ao semicondutor aparecem níveis de energias adicionais dentro do gap. Se a impureza tende a perder elétrons deixando para trás íons positivos, então esses níveis de energias adicionais surgem próximo à banda de condução, pois os elétrons da impureza, ao serem excitados, facilmente irão para a banda de condução, formando assim um semicondutor tipo *n* (Figura 1.3[10]). Mas se as impurezas tendem a ganhar elétrons, então os níveis de energias adicionais surgem próximos à banda de valência, pois os elétrons desta banda, ao serem excitados, irão para os níveis energéticos extras das impurezas deixando na banda de valência buracos, formando assim um semicondutor tipo *p* (Figura 1.3).

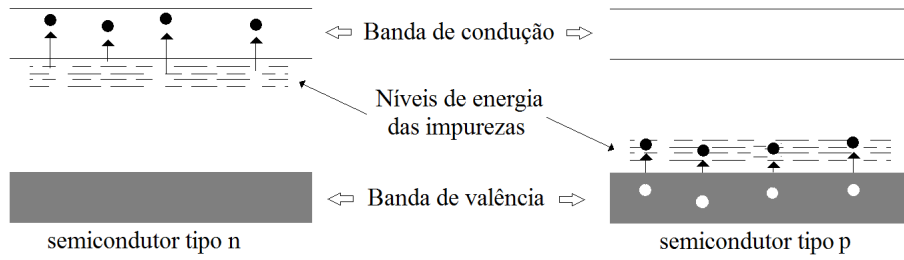


Figura 1.3 Semicondutores tipos p e n dopados com impurezas

Quando um semicondutor não está em equilíbrio térmico devido ao fluxo de corrente ou foto-excitação, níveis *quasi-Fermi* são usados para cada uma das bandas ao invés de se usar um nível de Fermi único [11]. O nível quasi-Fermi da banda de condução E_{fc} representa a fronteira entre elétrons e buracos na banda de condução, assim como o nível quasi-Fermi da banda de valência E_{fv} , também representa a fronteira entre tipos de portadores conforme a figura 1.4.

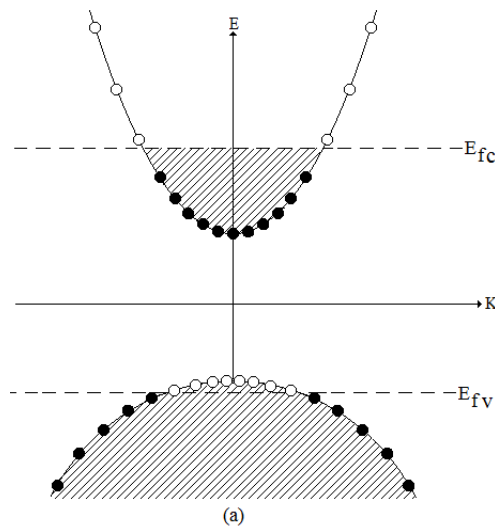


Figura 1.4 Bandas do semicondutor fora do equilíbrio - Níveis de quasi-Fermi

Os lasers de semicondutor são formados por uma junção $p-n$. Uma junção $p-n$ é formada colocando um semicondutor tipo n e um tipo p em contato. Na interface da junção existe uma enorme diferença de portadores que pode chegar a várias ordens de grandeza. Esta diferença

faz com que exista uma difusão dos elétrons da região tipo n para a região tipo p , deixando a região tipo n com íons positivos (Representados por círculos com um sinal positivo na figura 1.5). O mesmo acontece com os buracos, que após a formação da junção, por difusão vão da região p para a n , deixando íons negativos (Representados por círculos com um sinal negativo na figura 1.5) na região p .

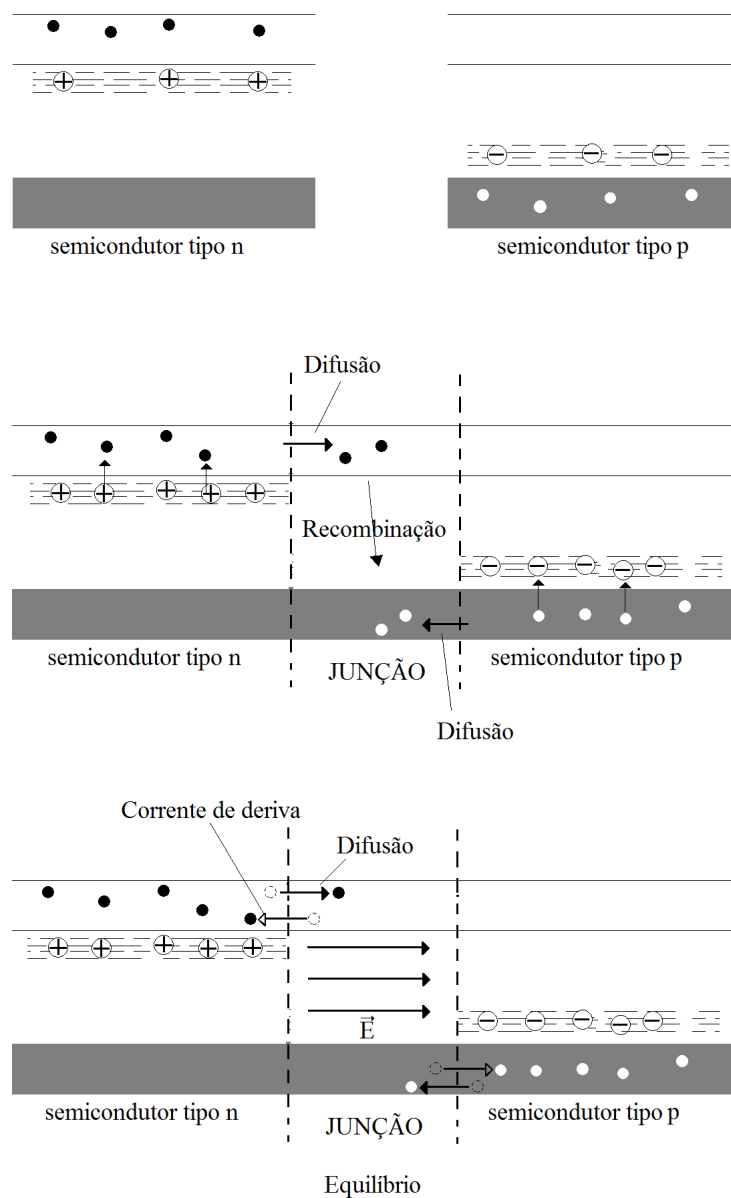


Figura 1.5 Esquema de formação da junção p-n

A região da junção onde ficaram os íons positivos e negativos é chamada de região de depleção, pois nessa região existe uma falta de portadores devido à difusão [12]. Os portadores difundidos recombina-se na junção. Na região de depleção, devido aos íons, é criado um campo elétrico. Este campo elétrico gera uma corrente de deriva de portadores contrária à difusão.

Quando a intensidade do campo elétrico é suficientemente grande, o número de portadores que deixam a região devido à difusão é igual ao número de portadores que chegam à região devido à corrente de deriva, então o equilíbrio é estabelecido. Quando acontece o equilíbrio, os níveis quasi-fermi passam a ser iguais ao nível de fermi que passa a ser contínuo na junção conforme a figura 1.6[10].

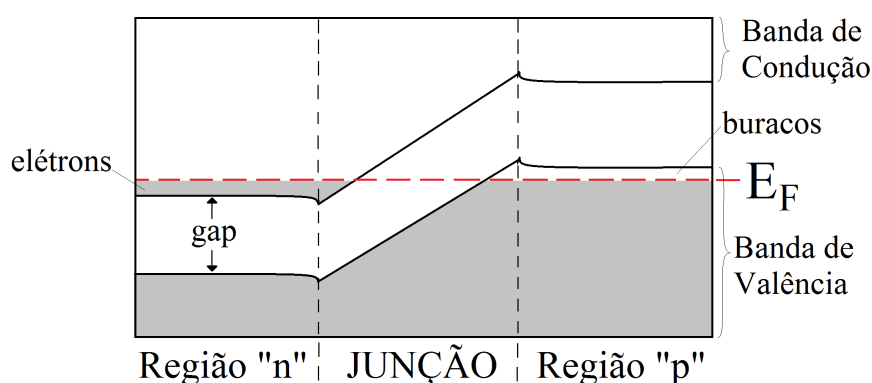


Figura 1.6 Bandas de energia numa junção p-n para o sistema em equilíbrio

Os mecanismos de recombinação de um par elétron-buraco no geral podem ser classificados em dois grupos, recombinação radiativa e não radiativa. As recombinações radiativas ocorrem quando um elétron da banda de condução se recombina com um buraco na banda de valência e o excesso de energia é emitido na forma de um fóton. Os processos óticos associados com transições radiativas são absorção (Figura 1.7.a), emissão espontânea (Figura 1.7.b) e emissão estimulada (Figura 1.7.c) [9]. No processo de emissão espontânea os fótons são emitidos em direções aleatórias sem nenhuma relação de fase, o que gera luz incoerente. Já no processo de

emissão estimulada o fóton gerado tem frequência, direção e sentido de propagação iguais ao fóton inicial, gerando assim luz coerente.

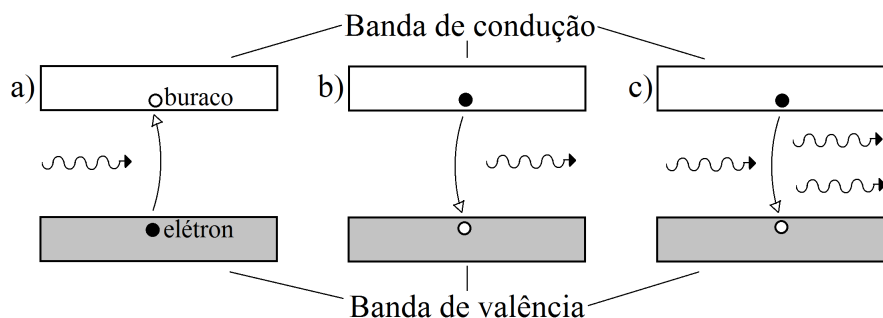


Figura 1.7 Recombinação radiativa: a) Absorção b) Emissão espontânea c) Emissão estimulada

Os processos não radiativos em geral não são importantes para o efeito laser no semicondutor, exceto em lasers de semicondutor com grande comprimento de onda ($1.3 - 1.5 \mu m$) onde o efeito Auger pode afetar a sua performance, principalmente para lasers com pequenos gaps de energias e em altas temperaturas. O efeito Auger acontece quando a energia liberada por uma recombinação é absorvida por um portador (elétron ou buraco) que se excita para um nível de energia maior dentro da banda sem que haja emissão de fóton. Quando este portador excitado relaxa ao seu estado inicial libera energia que se propaga em forma de vibrações na rede (fônons). Não é de intenção desta dissertação descrever com detalhes os processos não radiativos, porém mais detalhes sobre o processo Auger podem ser encontrados na referência [9]. Outros tipos de recombinação não radiativas mais conhecidas são recombinações nos defeitos e na superfície.

É importante notar que quando o sistema está em equilíbrio existem muito mais elétrons do que buracos na banda de valência e muito mais buracos do que elétrons na banda de condução na região ativa ou meio ativo da junção (região onde coexistem elétrons na banda de condução e buracos na banda de valência). Assim, quando um fóton interage com o material semicondutor é mais provável que aconteça o processo de absorção do que o processo de

emissão estimulada, portanto, a junção não está amplificando o sinal de luz e sim absorvendo. Porém, com uma excitação externa capaz de diminuir a barreira de potencial existente na região ativa, é possível aumentar o número de portadores presentes ali, ou seja, com uma tensão externa aplicada na junção de tal forma que o pólo positivo seja ligado na região p e o pólo negativo seja ligado na região n, acontece uma injeção de elétrons na banda de condução e de buracos na banda de valência da região ativa. Quando o número de portadores na região ativa é suficientemente grande para que as probabilidades de emissão estimulada e absorção sejam iguais, então é dito que houve uma *inversão de população* e o meio é dito *transparente* devido à igualdade nas probabilidades antes mencionadas (N_0 é o número de portadores necessários para a transparência). Se a tensão aplicada no semiconductor continuar aumentando e o número de portadores na região ativa passar de N_0 (figura 1.8[11]) então a probabilidade de ocorrer uma emissão estimulada passa a ser maior que a probabilidade de ocorrer uma absorção e assim o semiconductor passa a amplificar o sinal de luz, em outras palavras, a região ativa da junção passa a ter ganho ótico e o efeito laser é observado nos semicondutores.

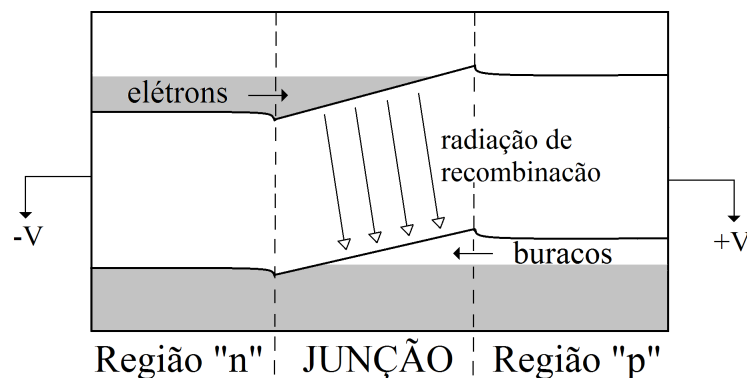


Figura 1.8 Bandas de energia numa junção p-n para o sistema com voltagem aplicada

Para uma homojunção, conforme foi descrito anteriormente, o ganho ótico é limitado pois a região ativa é muito pequena ($\sim 0.01\mu m$) e não existe nenhum mecanismo de confinamento dos portadores nessa região. Uma solução para o problema do confinamento dos portadores é construir uma heterojunção onde é colocado entre as regiões tipo n e tipo p uma camada ativa

(também conhecida como zona ativa ou região ativa) de gap de energia muito menor que o gap das regiões n e p. Dessa forma os portadores podem ser mover livremente na camada ativa sob uma tensão aplicada, mas uma vez que estão na região ativa não podem passar para as regiões p e n devido à barreira de potencial gerada pela diferença entre os gaps de energia. Outro fator importante também é o fato de que o índice de refração da camada ativa é maior que o índice de refração das regiões tipo p e n que a envolve e isso faz com que haja um confinamento do modo ótico perto da camada ativa, caracterizando assim um guia de onda dielétrico. A espessura da região de ganho agora é determinada pela espessura da região ativa que é tipicamente $0.1-0.3\mu m$. A figura 1.9 mostra a estrutura básica de uma heteroestrutura dupla. O princípio de funcionamento das heterojunções é basicamente o mesmo da homojunção. Foge do objetivo desta dissertação entrar em detalhes sobre o funcionamento e características dos diversos formatos de heteroestruturas que pode ser melhor estudado na referência [9].

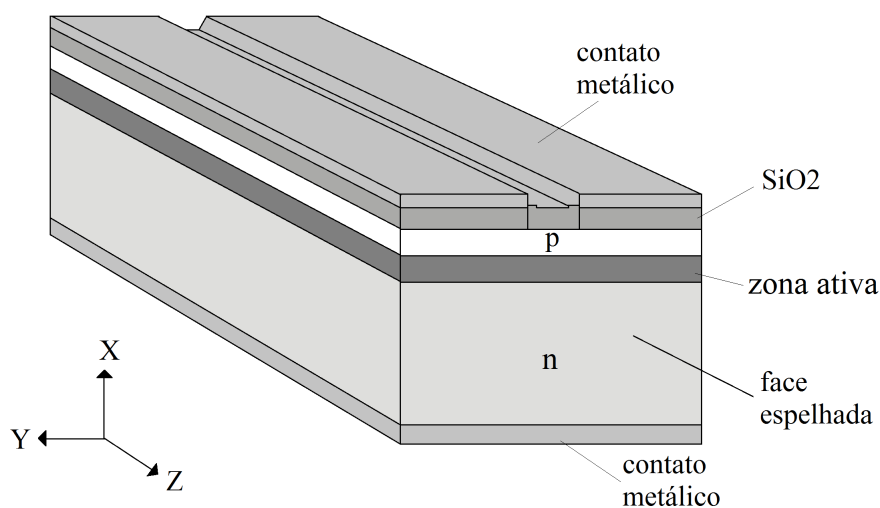


Figura 1.9 Estrutura de uma heterojunção

1.3 Conceitos básicos da teoria do laser

Esta seção tem como objetivo fazer uma revisão sobre os conceitos básicos da teoria do laser aplicados particularmente aos lasers de semicondutores. No geral, um laser é um oscilador auto-consistente bombeado externamente e é formado por um meio de ganho que é colocado dentro de uma cavidade ótica para gerar o feedback necessário. Nos lasers de diodo o material semiconductor é bombeado injetando portadores no meio ativo através de uma corrente de bombeio I gerando assim um ganho ótico, como foi visto na seção anterior. Nenhuma cavidade externa é necessária para o funcionamento do laser desde que as faces espelhadas do meio de ganho do semiconductor sirva como uma cavidade gerando feedback ótico suficiente como é mostrado na figura 1.10. A *condição de limiar* do laser é alcançada quando a corrente de bombeio atinge um valor crítico I_{lim} de tal forma que o ganho é suficientemente grande para se igualar as perdas da cavidade ótica. Uma vez atingido o limiar, qualquer aumento mínimo na corrente de bombeio resulta na emissão de luz por emissão estimulada.

1.3.1 Equações de Maxwell

Uma vez que a descrição matemática de todos fenômenos óticos são baseados nas equações de Maxwell, é apropriado iniciar a descrição do laser de semiconductor considerando estas equações. No sistema MKS de unidades, as equações dos campos elétrico e magnéticos são da forma:

$$\nabla \times \mathcal{E} = -\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\nabla \times \mathcal{H} = \mathcal{J} + \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial t} \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \mathcal{D} = \rho_f \quad (1.4)$$

$$\nabla \cdot \mathcal{B} = 0 \quad (1.5)$$

onde $\mathcal{E}$ e $\mathcal{H}$ são os vetores campo elétrico e magnético, respectivamente, e $\mathcal{D}$ e $\mathcal{B}$ são as densidades de fluxo elétrico e magnético correspondentes. O vetor densidade de corrente $\mathcal{J}$ e a densidade de carga ρ_f representam as fontes para o campo eletromagnético. Para um meio dielétrico não magnético a relação entre os campos e as densidades de fluxo são:

$$\mathcal{D} = \epsilon_0 \mathcal{E} + \mathcal{P} \quad (1.6)$$

$$\mathcal{B} = \mu_0 \mathcal{H} \quad (1.7)$$

$$\mathcal{J} = \sigma \mathcal{E} \quad (1.8)$$

onde ϵ_0 é a permissividade elétrica no vácuo, μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo, $\mathcal{P}$ é a polarização induzida e σ é a condutividade do meio. As equações de Maxwell podem ser usadas para obter a equação de onda que descreve a propagação de um campo ótico dentro de um meio. Tomando o rotacional da equação 1.2 e usando a equação 1.7 resulta que:

$$\nabla \times \nabla \times \mathcal{E} = -\mu_0 \frac{\partial(\nabla \times \mathcal{H})}{\partial t} \quad (1.9)$$

Usando as equações 1.3, 1.6 e 1.8, é possível eliminar $\mathcal{H}$, $\mathcal{J}$ e $\mathcal{D}$ e deixar a equação 1.9

em termos de $\mathcal{E}$ e $\mathcal{P}$:

$$\nabla \times \nabla \times \mathcal{E} = -\mu_0 \sigma \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \mathcal{P}}{\partial t^2} \quad (1.10)$$

O lado esquerdo da equação 1.10 pode ser simplificado usando a identidade vetorial:

$$\nabla \times \nabla \times \mathcal{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathcal{E}) - \nabla^2 \mathcal{E} \quad (1.11)$$

Na ausencia de cargas livres, $\rho_f = 0$, das equações 1.4 e 1.6 resulta que:

$$\nabla \cdot \mathcal{D} = \epsilon_0 \nabla \cdot \mathcal{E} + \nabla \cdot \mathcal{P} = 0 \quad (1.12)$$

O termo $\nabla \cdot \mathcal{P}$ é desprezível na maioria dos casos de interesse prático [9], assim uma boa aproximação é:

$$\nabla \cdot \mathcal{E} = 0 \quad (1.13)$$

e consequentemente,

$$\nabla \times \nabla \times \mathcal{E} = -\nabla^2 \mathcal{E} \quad (1.14)$$

logo, a equação 1.10 fica:

$$\nabla^2 \mathcal{E} - \frac{\sigma}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathcal{P}}{\partial t^2} \quad (1.15)$$

onde foi usada a relação:

$$\mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2} \quad (1.16)$$

e c é a velocidade da luz no vácuo. Para campos óticos com variações temporais harmônicas, usando a notação complexa, podemos escrever que:

$$\mathcal{E}(x, y, z, t) = \text{Re}[E(x, y, z) \exp(-i\omega t)] \quad (1.17)$$

$$\mathcal{P}(x, y, z, t) = \text{Re}[P(x, y, z) \exp(-i\omega t)] \quad (1.18)$$

onde $\omega = 2\pi\nu$ é a frequência angular ótica e $\nu = c/\lambda$ é a frequência de oscilação do campo ótico no vácuo para o comprimento de onda λ . Usando as equações 1.17 e 1.18 na equação 1.15 obtemos

$$\nabla^2 E + k_0^2 \left(1 + i \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} \right) E = -\frac{k_0^2}{\epsilon_0} P \quad (1.19)$$

onde $k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda$ é o número de onda do vácuo. Sobre as condições do estado estacionário a resposta do meio ao campo elétrico está relacionada com a susceptibilidade χ definida por:

$$P = \epsilon_0 \chi(\omega) E \quad (1.20)$$

Para um meio isotropico, χ é um escalar. É conveniente separar a susceptibilidade complexa $\chi = \chi' + i\chi''$ em duas partes:

$$\chi(\omega) = \chi_0(\omega) + \chi_b(\omega) \quad (1.21)$$

onde $\chi_0 = \chi'_0 + i\chi''_0$ é a susceptibilidade do meio na ausencia de um bombeio externo e $\chi_b = \chi'_b + i\chi''_b$ é a contribuição adicional da susceptibilidade relacionada ao bombeio. No caso dos la-

sers de semicondutor, a corrente de injeção é a fonte do bombeio e χ_b depende da concentração de portadores no meio ativo.

Se usarmos a equação 1.20 para eliminar a polarização elétrica P na equação 1.19 e também usando a equação 1.21 obtemos a equação de onda independente do tempo:

$$\nabla^2 E + \epsilon k_0^2 E = 0 \quad (1.22)$$

onde foi introduzida a constante dielétrica complexa

$$\epsilon = \epsilon' + i\epsilon'' = \epsilon_m + i\chi_0'' + \chi_b + i\frac{\sigma}{\epsilon_0\omega} \quad (1.23)$$

e $\epsilon_m = 1 + \chi_0'$ é a constante dielétrica do meio sem bombeio externo.

A equação de onda 1.22 pode ser usada para obter a estrutura dos modos espaciais do campo ótico, pois os modos do oscilador laser são as soluções estacionárias desta equação satisfazendo as condições de contorno imposta pela estrutura do laser específico. Como foi dito na seção anterior, a estrutura básica de um laser de semicondutor consiste de uma camada fina colocada entre duas camadas diferentes como foi mostrado na figura 1.9, assim o campo elétrico E é uma função de x , y e z . Na operação multimodo os modos óticos são denotados como $E_{p,q,m}$, onde os índices p , q e m se referem aos modos lateral (na direção x), transversal (na direção y) e longitudinal (na direção z), respectivamente. Para simplificar a descrição do laser, nesta dissertação a dependência espacial do campo E não é levada em consideração. Isso se deve ao fato de que toda esta dinâmica da interação do campo com a matéria acontece numa região muito pequena. Assim, podemos considerar apenas a dependência temporal dessa interação dando origem às equações de taxa para a intensidade e número de portadores (que serão introduzidas no próximo capítulo) que são muito usadas na literatura e que descrevem bem a dinâmica do laser de semicondutor. Porém, para uma compreensão das características do campo dentro da cavidade faremos uma pequena análise somente da dependência longitudinal,

como é mostrado na figura 1.10, ao invés do caso tridimensional considerando as soluções de ondas planas da equação 1.22.

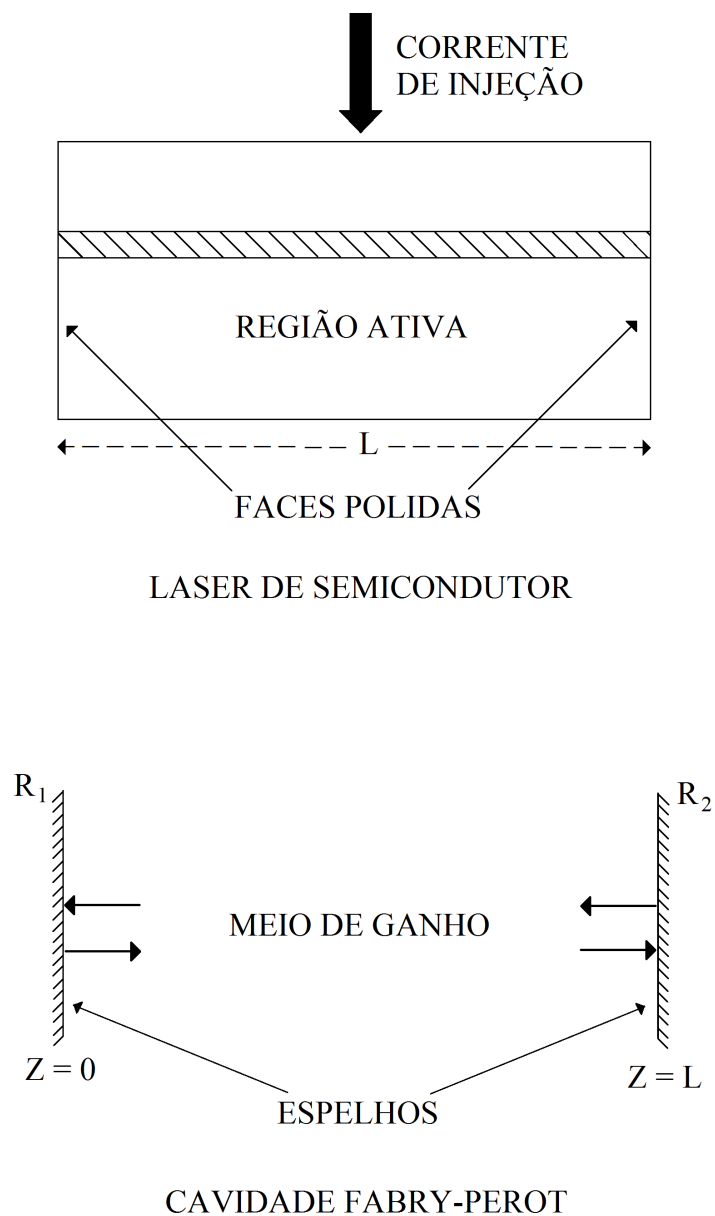


Figura 1.10 Ilustração esquemática do laser de semicondutor e sua associação com a cavidade de Fabry-Perot

Ao invés de usar a constante dielétrica complexa dada pela equação 1.23, as características de propagação de uma onda plana em um meio é mais convenientemente descrita em termos de duas constantes óticas, o índice de refração η e o coeficiente de absorção α_{abs} . Considerando a onda plana propagando na direção positiva de z temos que:

$$E = E_0 \exp(ikz) \quad (1.24)$$

onde E_0 é a amplitude constante do campo elétrico. A constante complexa de propagação k é determinada substituindo a equação 1.24 na equação 1.22 e é dada por

$$k = k_0 \sqrt{\epsilon} = k_0 \eta \quad (1.25)$$

onde η é o índice de refração complexo que pode ser escrito como

$$\eta = \eta' + i \left(\frac{\alpha_{abs}}{2k_0} \right) \quad (1.26)$$

onde η' é o índice de refração do meio. Assim, a constante complexa de propagação pode ser escrita como

$$k = \eta' k_0 + i \frac{\alpha_{abs}}{2} \quad (1.27)$$

Usando 1.25 temos que

$$\epsilon = \eta^2 = \eta'^2 + i \left(\frac{\alpha_{abs}}{k_0} \eta' \right) - \frac{\alpha_{abs}^2}{4k_0^2} \quad (1.28)$$

Nos semicondutores geralmente $\frac{\alpha_{abs}}{k_0} \ll \eta'$, logo usando a expressão da constante dielétrica complexa (equação 1.23) nesta última equação e igualando as partes reais e imaginárias encontramos que:

$$\eta' = \sqrt{\epsilon'} = \sqrt{\epsilon_m + \chi'_b} \quad (1.29)$$

$$\alpha_{abs} = \frac{k_0}{\eta'} \epsilon'' = \frac{k_0}{\eta'} \left(\chi''_0 + \chi''_b + \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} \right) \quad (1.30)$$

1.3.2 Condição de limiar e modos longitudinais

As equações 1.29 e 1.30 mostram explicitamente como o índice de refração e o coeficiente de absorção são afetados por um bombeio externo χ_b no material semiconductor. Geralmente $\chi'_b \ll \epsilon_m$ [9], então a equação 1.29 é aproximada por

$$\eta' = \eta'_m + \Delta\eta_b \quad (1.31)$$

onde $\eta_m = \sqrt{\epsilon_m}$ é o índice de refração do material sem o bombeio e $\Delta\eta_b$, a variação do índice e refração na presença dos portadores de carga, é dado por

$$\Delta\eta_b = \frac{\chi'_b}{2\eta_m} \quad (1.32)$$

Geralmente χ'_b é negativo, logo, na presença de um bombeio externo, o índice de refração do meio sofre uma redução. Mesmo que esta redução seja na maioria das vezes menor que 1%, isso afeta significativamente a estática, dinâmica e as características espectrais do laser de semiconductor diferentemente de outros lasers, como o de gás por exemplo, onde $\Delta\eta_b \approx 0$ [9].

O coeficiente de absorção dado pela equação 1.30 tem três contribuições vindas de três diferentes fontes. O termo χ''_0 está relacionado com as perdas do material, já o termo χ''_b é

responsável pela redução destas perdas com o bombeio externo. É conveniente descrever o efeito combinado das perdas do material e sua redução devido ao bombeio externo como o ganho ótico:

$$g = -\frac{k_0}{\eta_m}(\chi_0'' + \chi_b'') \quad (1.33)$$

O último termo da equação 1.30 $\alpha_{int} = \frac{k_0\sigma}{\epsilon_0\omega\eta'}$ está relacionado com outras perdas internas que geralmente ocorrem no semiconductor. Alguns mecanismos como absorção de portadores livres e espalhamento na interface da heteroestrutura contribuem para estas perdas internas. O coeficiente de absorção pode então ser escrito como

$$\alpha_{abs} = -\Gamma g + \alpha_{int} \quad (1.34)$$

O fator constante Γ conhecido como *fator de confinamento* é introduzido fenomenologicamente e representa a fração da energia do modo contida na região ativa. Para uma descrição fenomenológica mais simples do laser de semiconductor o fator de confinamento pode ser considerado igual a 1. Quando o bombeio externo compensa as perdas internas e as perdas do material, tal que $\alpha_{abs} = 0$, então é obtida a condição de transparência do material e, uma vez obtida a condição de transparência, para qualquer acréscimo no bombeio externo o meio passa a amplificar o campo incidente.

Para se obter a condição de limiar do laser é necessário que o campo ótico (Equação 1.24) seja o mesmo depois de uma ida e volta dentro da cavidade de comprimento L . Sejam R_1 e R_2 as refletividades das faces polidas da cavidade, então a mudança líquida na amplitude do campo após uma volta na cavidade é definida como unitária na condição de limiar do laser. Isso resulta na condição [9]:

$$(R_1 R_2)^{1/2} \exp(2ikL) = 1 \quad (1.35)$$

Igualando as partes reais e imaginárias da equação 1.35 e substituindo k da equação 1.27, temos as condições:

$$(R_1 R_2)^{1/2} \exp(-\alpha_{abs} L) = 1 \quad (1.36)$$

$$\text{sen}(2\eta' k_0 L) = 0 \quad (1.37)$$

A primeira condição (equação 1.36) está relacionada com o ganho no limiar. Usando a equação 1.34, resulta que o ganho no limiar é

$$\Gamma g = \alpha_{int} + \frac{1}{2L} \ln \left(\frac{1}{R_1 R_2} \right) \quad (1.38)$$

onde o termo

$$\alpha_{esp} = \frac{1}{2L} \ln \left(\frac{1}{R_1 R_2} \right) \quad (1.39)$$

é conhecido como as perdas dos espelhos. A equação 1.38 expressa o fato de que o ganho feito por um bombeamento externo deve balancear as perdas totais.

A condição (1.37) é usada para calcular a frequência em que o laser está operando. Contudo, por causa da natureza periódica das funções trigonométricas, esta equação tem múltiplas soluções

$$2\eta' k_0 L = 2j\pi \quad (1.40)$$

onde j é um número inteiro. Usando $k_0 = \omega/c = 2\pi\nu/c$, a frequência do laser ν é dada por

$$\nu = \nu_j = \frac{jc}{2\eta'L} \quad (1.41)$$

onde ν_j é a frequência do j -ésimo modo longitudinal de uma cavidade de Fabry-Perot de comprimento ótico $\eta'L$. O laser tende a oscilar na frequência que coincida com a frequência do modo longitudinal suportado pela cavidade. Quais e quantos modos alcançarão o limiar depende dos detalhes do espectro do ganho tais como largura de ganho e o mecanismo de alargamento do ganho (homogêneo ou inhomogêneo). No caso do alargamento homogêneo somente um modo longitudinal, aquele que a frequência aproximadamente coincide com a frequência do pico do perfil do ganho, alcança o limiar e o laser mantém a operação mono-modo longitudinal mesmo no regime de operação acima do limiar (ver figura 1.11[9]).

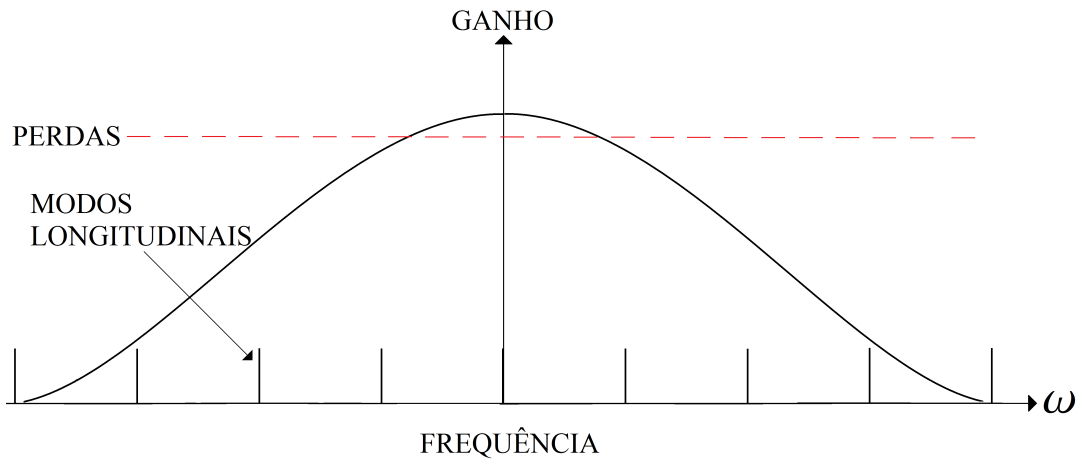


Figura 1.11 Ilustração esquemática do perfil do ganho e modos longitudinais de um laser de semicondutor

A separação entre os modos $\Delta\nu$ é facilmente obtida a partir da equação 1.41. Porém, é importante lembrar que em um laser de semicondutor o índice de refração η' varia com a frequência ν . Então, o espaço intermodo é dado por

$$\Delta\nu = \frac{c}{2\eta'_g L} \quad (1.42)$$

onde

$$\eta'_g = \eta' + \nu \left(\frac{\partial \eta'}{\partial \nu} \right) \quad (1.43)$$

é o índice de refração para velocidade de grupo do material semicondutor. Este índice, responsável pela propagação de pulsos de luz no meio, é o índice que impõe a condição de ressonância. Uma característica única dos lasers de semicondutor é que as frequências do modo longitudinal e suas separações variam com o bombeio externo por causa da variação do índice de refração como é mostrado na equação 1.31.

Descrição Fenomenológica do Laser de Semicondutor

2.1 Introdução

Em um laser de semicondutor os elétrons não realizam transições entre níveis discretos de energias, mas sim entre bandas com uma certa largura como foi visto no capítulo 1. Por causa da deslocalização dos estados eletrônicos nas bandas de energia de um semicondutor, além dos processos de decaimento *interbanda* (decaimento radiativo e não radiativo que ocorrem numa escala temporal de 1ns) os elétrons interagem entre si através de processos de colisões *intrabanda* (espalhamento elétron-elétron ou elétron-buraco que ocorrem numa escala de 0.1 ps) e devem ser tratados coletivamente. Em semicondutores os processos de espalhamento intrabanda ainda não são muito bem entendidos. Além desse problema, para se obter uma descrição matemática microscópica das interações dos elétrons com uma banda seria necessário um conhecimento detalhado da estrutura de banda e da densidade de estados das bandas de valência e condução, assim, para se obter as equações de taxa que descrevem este tipo de laser operando em um único modo seriam necessárias muitas aproximações[13]. Por este motivo, nesta dissertação é usado um modelo simples, que descreve de uma forma menos complexa o funcionamento dos lasers de semicondutor, obtendo assim equações de taxa que são amplamente usadas na literatura e que demonstram ser bastante eficazes no estudo do comportamento deste tipo de laser. Através desse modelo, nesta dissertação será estudado as instabilidades na

intensidade do laser geradas a partir de modulação na perda, injeção de luz externa, realimentação ótica e, com mais detalhes, modulação direta da corrente de injeção.

2.2 Descrição fenomenológica, equações de taxa

2.2.1 Meio de ganho

Do ponto de vista da operação do laser, a grandeza física de interesse prática não é o ganho no limiar (Equação 1.38) e sim a corrente do laser I_{lim} necessária para obter o limiar do ganho. Para obter a relação entre o ganho g e a corrente de injeção I , é necessário considerar a resposta do material semiconductor ao campo ótico, e consequentemente, uma vez que a resposta do meio está relacionada com a susceptibilidade χ , é necessário então determinar a polarização $\mathcal{P}$ que por sua vez depende da densidade de estados das bandas e dos processos de intrabanda que não são muito bem entendidos como foi dito na introdução deste capítulo. Uma maneira simples de resolver este problema é estimar de forma empírica a dependência do ganho com o número de portadores da região ativa N . Uma aproximação fenomenológica geralmente usada para descrever o ganho do laser de semiconductor é baseada na observação de que, na frequência de operação do laser, o ganho numericamente calculado varia quase linearmente com o número de elétrons injetados para todos os valores da densidade de bombeio dos elétrons J [9]. Assim, o ganho g pode ser aproximado por:

$$g(N) = a(N - N_0) \quad (2.1)$$

onde $a = \frac{\partial g}{\partial N}$ é o coeficiente de ganho, N_0 , como foi dito no capítulo anterior, é o número de portadores necessário para o meio atingir a transparência pois $g(N_0) = 0$ e o termo aN_0 é o coeficiente de absorção do material na ausência de bombeio externo. Tanto o coeficiente de ganho quanto o número de portadores na transparência são determinados experimentalmente. Para uma descrição completa, o índice de refração também é aproximado de tal forma que varie linearmente com o número de portadores, isto é:

$$\Delta\eta_b = bN \quad (2.2)$$

onde $b = \frac{\partial \eta'}{\partial N}$ também é determinado experimentalmente. Assim:

$$\eta' = \eta'_m + bN \quad (2.3)$$

Comparando as equações 2.1 e 2.3 com as equações 1.33 e 1.31 é possível ver que, devido aos modelos para o ganho e índice de refração que foram usados, a susceptibilidade complexa induzida pelo bombeio $\chi_b = \chi'_b + i\chi''_b$ também varia linearmente com N , isto é:

$$\chi_b = \eta'_m \left(2b - i\frac{a}{k_0} \right) N = \eta'_m \left(2\frac{\partial \eta'}{\partial N} - i\frac{1}{k_0} \frac{\partial g}{\partial N} \right) N \quad (2.4)$$

Um parâmetro bastante usado na teoria dos lasers de semicondutores é a razão entre as partes real e imaginária da susceptibilidade χ_b e é dado por

$$\alpha = \frac{\text{Re}(\chi_b)}{\text{Im}(\chi_b)} = -\frac{2k_0b}{a} = -2k_0 \left(\frac{\partial \eta' / \partial N}{\partial g / \partial N} \right) \quad (2.5)$$

Como $\frac{\partial g}{\partial N}$ é sempre positivo e o termo $\frac{\partial \eta'}{\partial N}$ é sempre negativo, o parâmetro α é um número positivo e adimensional. Qualquer mudança na parte real da susceptibilidade (mudança

na frequência) deve estar acompanhada de uma mudança na parte imaginária (mudança no ganho). Assim, o fator α depende da dessintonização entre a frequência do campo ótico e a frequência no pico do ganho do material. Este parâmetro marca a principal diferença entre os lasers de semicondutores e os lasers de sistema de níveis discretos de energia que possuem este parâmetro nulo na ressonância, pois a curva de ganho para o sistema de níveis discretos é simétrica e não existem efeitos dispersivos no ganho, diferentemente do semicondutor que a curva de ganho é assimétrica e seu pico está numa frequência para a qual o índice de refração induzido pelos portadores não é nulo[11]. Assim, o fator α influencia muito nas propriedades espectrais do laser. A largura de linha do campo do laser, $\Delta\omega_0$, é dada pela equação [14]:

$$\Delta\omega_0 \propto \frac{\kappa}{\bar{S}} (1 + \alpha^2) \quad (2.6)$$

onde κ é a taxa de decaimento do fóton (inverso do tempo de vida do fóton) e $\bar{S}$ é o número médio de fótons presentes no modo. Devido ao fato de que a largura de linha do laser é alargada por um fator $(1 + \alpha^2)$ o fator α também é conhecido na literatura como fator de ampliação da largura de linha (*linewidth enhancement factor*).

2.2.2 Equações de taxa

A aproximação fenomenológica que descreve bem a variação da intensidade da luz que sai do laser é baseada no fato de que a intensidade do campo elétrico presente no interior da cavidade, que é proporcional ao número de fótons dentro da cavidade S [9], ao passar pelo meio de ganho sofre uma variação $\left(\frac{dS}{dt}\right)_1$ e também uma variação $\left(\frac{dS}{dt}\right)_2$ devido às perdas na cavidade como por exemplo espalhamento nas interfaces da heteroestrutura e perda nos espelhos da cavidade.

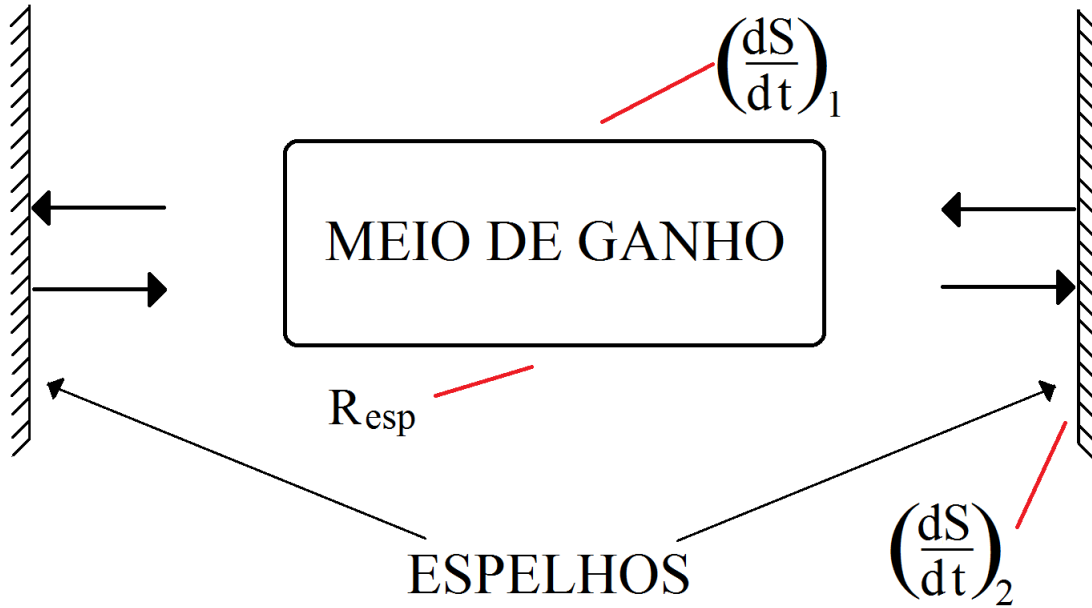


Figura 2.1 Meio de ganho + cavidade (S)

Ao estudar o meio de ganho não podemos deixar de acrescentar um fator que é bastante importante no estudo da dinâmica do laser, a saturação do ganho. À medida que o número de fótons vai aumentando dentro da cavidade do laser, isto é, à medida que a intensidade do laser vai aumentando, o número de portadores na região ativa passa a ser insuficiente para amplificar toda a radiação ali presente diminuindo assim o ganho do meio ativo. Assim, para uma formulação mais completa do meio de ganho, é necessário incluir esta saturação. Logo, o ganho que antes era descrito de forma linear em N segundo 2.1 passa a ser descrito da forma não linear em S como:

$$G = G(S, N) = a \frac{(N - N_0)}{1 + \xi S} \quad (2.7)$$

onde G passa a ser chamado de ganho não linear e ξ é o coeficiente de saturação do ganho. Geralmente ξ é muito pequeno se comparado com o número de fótons dentro da cavidade

quando o laser está operando e por isso o seu efeito é mais claramente visto para altos valores de S , porém como vai ser visto no próximo capítulo, por menor que sejam, a saturação no ganho e a emissão espontânea são muito importantes para a dinâmica do laser de semiconductor modulado diretamente. Assim, a variação da intensidade $\left(\frac{dS}{dt}\right)_1$ é dada por:

$$\left(\frac{dS}{dt}\right)_1 = G(S, N)S = a \frac{(N - N_0)}{1 + \xi S} S \quad (2.8)$$

onde $S \propto |E|^2$ é o número de fótons no interior da cavidade e representa a intensidade do campo elétrico, N é o número de portadores na região ativa, N_0 é o número de portadores necessários para que o meio de ganho passe a amplificar o campo ótico, ou seja, é o número de portadores necessários para que o meio seja transparente, como foi dito no capítulo 1. Em outras palavras, se $N < N_0$ então o meio funciona como um absorvedor, ou seja, é mais provável que um fóton ao passar pelo meio de ganho seja absorvido. Mas se $N > N_0$ então o ganho passa a ser positivo e o meio passa a amplificar a radiação através do processo de emissão estimulada. A variação da intensidade devido às perdas na cavidade $\left(\frac{dS}{dt}\right)_2$ é dada por:

$$\left(\frac{dS}{dt}\right)_2 = -\kappa S \quad (2.9)$$

onde κ é a taxa de decaimento dos fótons e pode ser usada para definir o tempo de vida do fóton na cavidade τ_p

$$\tau_p = \frac{1}{\kappa} \quad (2.10)$$

Sendo assim, a equação de taxa para a intensidade do campo $\frac{dS}{dt}$ é

$$\frac{dS}{dt} = \left(\frac{dS}{dt}\right)_1 + \left(\frac{dS}{dt}\right)_2 + R_{esp} \quad (2.11)$$

O termo

$$R_{esp} = \frac{\beta N}{\tau_e} \quad (2.12)$$

representa a taxa de acoplamento dos fótons emitidos espontaneamente ao modo ressonante da cavidade que está operando no modo laser. O termo τ_e é o tempo de vida espontâneo dos portadores e o coeficiente β é o fator de acoplamento da emissão espontânea e, como se pode ver na equação 2.12, é definido como

$$\beta = \frac{(taxa\ de\ acoplamento\ da\ emissão\ espontânea\ ao\ modo\ de\ operação\ do\ laser)}{(taxa\ de\ emissão\ espontânea\ total)} \quad (2.13)$$

Assim a equação de taxa para o número de fótons e que também representa a intensidade do laser fica:

$$\frac{dS}{dt} = a \frac{(N - N_0)}{1 + \xi S} S - \frac{S}{\tau_p} + \frac{\beta N}{\tau_e} \quad (2.14)$$

Esta equação também pode ser obtida usando as equações de Maxwell, como foram usadas no capítulo anterior, solucionando as equações 1.19 e 1.20 juntamente com as aproximações 2.1 e 2.4 e ainda levando em conta que S é proporcional à intensidade do campo $|E^2|$.

Para completar a descrição fenomenológica é necessário encontrar a relação entre a população de portadores N e a corrente de bombeio I . Levando em conta todos os mecanismos de geração e perda de portadores na região ativa, de forma geral a equação de taxa para o número de portadores de carga no meio ativo é dada por [9]:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = D(\nabla^2 N) + \frac{I}{e} - R(N) \quad (2.15)$$

O primeiro termo leva em conta a difusão dos portadores e D é o coeficiente de difusão. Na maioria dos lasers de semicondutores as dimensões da região ativa são menores que o comprimento de difusão, assim o número de portadores nesta região não varia significativamente e pode ser considerada aproximadamente constante e o termo de difusão pode ser desprezado. O segundo termo faz referência à taxa com que elétrons e buracos são injetados no meio ativo devido a um bombeio externo, onde e é a carga elementar. O último termo $R(N)$ leva em conta a taxa de perda dos portadores devido aos processos de recombinação, sejam radiativos ou não, e pode ser escrito como

$$R(N) = N\gamma_e + GS \quad (2.16)$$

onde o termo

$$\gamma_e = (A + BN + CN^2) = \frac{1}{\tau_e} \quad (2.17)$$

é a taxa de recombinação dos portadores. A taxa de recombinação A faz referência a processos como recombinação de superfície. B é o coeficiente de recombinação radiativa e C está relacionado com o processo de recombinação Auger. O último termo da equação 2.16 faz referência à recombinação estimulada, fazendo assim, referência ao acoplamento não linear entre fótons e portadores de carga. Nos lasers de semicondutores os coeficientes B e C são muito menores que A . Assim, numa boa aproximação, τ_e pode ser considerado constante. Finalmente a equação de taxa para o número de portadores pode ficar

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{e} - \frac{N}{\tau_e} - a \frac{(N - N_0)}{1 + \xi S} S \quad (2.18)$$

2.3 Soluções estacionárias e análise da estabilidade, condição de limiar

As equações de taxa que descrevem o comportamento do laser (equações 2.14 e 2.18) possuem duas soluções para o estado estacionário $(S_{st}^{(1)}, N_{st}^{(1)})$ e $(S_{st}^{(2)}, N_{st}^{(2)})$. Essas soluções, obtidas zerando todas as derivadas temporais $\frac{dS}{dt} = \frac{dN}{dt} = 0$, representam o modo de operação de ondas contínuas do laser (continuous wave - CW) onde a intensidade do laser permanece constante depois de passado um transiente. Como para estes dois pares de valores as taxas de crescimento de S e N são nulas, então estes pontos são chamados de pontos fixos[15]. No geral estes pontos fixos são escritos na forma (S^*, N^*) . A contribuição da emissão espontânea é muito importante para um tratamento correto da dinâmica do laser [9], porém quando o laser está operando no estado estacionário o termo R_{esp} referente à emissão espontânea é muito pequeno em relação aos outros termos das equações de taxa, assim pode-se considerar que nesse regime de operação $\beta = 0$. Com isso, zerando o lado esquerdo das equações de taxa 2.14 e 2.18 obtemos as soluções:

$$S_{st}^{(1)} = 0 \quad (2.19)$$

$$N_{st}^{(1)} = \frac{\tau_e}{e} I \quad (2.20)$$

e

$$S_{st}^{(2)} = \frac{\tau_p}{e} \frac{(I - I_{lim})}{\left(1 + \frac{\xi}{a\tau_e}\right)} \quad (2.21)$$

$$N_{st}^{(2)} = \frac{1 + \xi S_{st}^{(2)}}{a\tau_p} + N_0 \quad (2.22)$$

onde

$$I_{lim} = \frac{e}{\tau_e} \left(\frac{1}{a\tau_p} + N_0 \right) \quad (2.23)$$

é a corrente de limiar. Uma forma de analisar a estabilidade dessas soluções é fazendo uma linearização do sistema usando expansão em série de Taylor em torno de perturbações infinitesimais δS e δN feitas no sistema e observando o que acontece com estas soluções. Este procedimento é chamado de análise de estabilidade linear[15]. Assim, é possível analisar cada uma das soluções estacionárias separadamente após ter o sistema linearizado. As equações de taxa são do tipo:

$$\frac{dS}{dt} = F(S, N) \quad (2.24)$$

$$\frac{dN}{dt} = H(S, N) \quad (2.25)$$

onde, conforme as equações 2.14 (com $\beta = 0$) e 2.18:

$$F(S, N) = a \frac{(N - N_0)}{1 + \xi S} S - \frac{S}{\tau_p}$$

$$H(S, N) = \frac{I}{e} - \frac{N}{\tau_e} - a \frac{(N - N_0)}{1 + \xi S} S$$

e sendo S^* e N^* pontos fixos deste sistema, então,

$$F(S^*, N^*) = 0$$

$$H(S^*, N^*) = 0$$

As pequenas perturbações feitas a partir dos pontos fixos são:

$$\delta S = S - S^* \quad (2.26)$$

$$\delta N = N - N^* \quad (2.27)$$

Para ver se a perturbação cresce ou decai ao longo do tempo é necessário analisar as equações de taxa para δS e δN . Dessa forma é possível classificar as soluções $(S_{st}^{(1)}, N_{st}^{(1)})$ e $(S_{st}^{(2)}, N_{st}^{(2)})$ como sendo estável (se a perturbação diminuir ao longo do tempo) ou instável (se a perturbação aumentar ao longo do tempo). Isolando S e N nas equações 2.26 e 2.27 e substituindo nas equações 2.24 e 2.25 ficamos com:

$$\frac{d(\delta S)}{dt} = F(\delta S + S^*, \delta N + N^*)$$

$$\frac{d(\delta N)}{dt} = H(\delta S + S^*, \delta N + N^*)$$

pois $\frac{dS^*}{dt} = \frac{dN^*}{dt} = 0$. Fazendo uma expansão em série de Taylor em torno das perturbações ficamos com:

$$\frac{d(\delta S)}{dt} = F(S^*, N^*) + \delta S \frac{\partial F}{\partial S}(S^*, N^*) + \delta N \frac{\partial F}{\partial N}(S^*, N^*) + O(\delta S^2, \delta N^2, \delta S \delta N)$$

$$\frac{d(\delta N)}{dt} = H(S^*, N^*) + \delta S \frac{\partial H}{\partial S}(S^*, N^*) + \delta N \frac{\partial H}{\partial N}(S^*, N^*) + O(\delta S^2, \delta N^2, \delta S \delta N)$$

como F e H se anulam no ponto fixo e desprezando termos de ordem $O(\delta S^2, \delta N^2, \delta S \delta N)$ (uma vez que δS e δN são pequenas perturbações, os termos quadráticos δS^2 , δN^2 e $\delta S \delta N$ são menores ainda e podem ser desprezados), então:

$$\frac{d(\delta S)}{dt} = \delta S \frac{\partial F}{\partial S}_{(S^*, N^*)} + \delta N \frac{\partial F}{\partial N}_{(S^*, N^*)} \quad (2.28)$$

$$\frac{d(\delta N)}{dt} = \delta S \frac{\partial H}{\partial S}_{(S^*, N^*)} + \delta N \frac{\partial H}{\partial N}_{(S^*, N^*)} \quad (2.29)$$

Escrevendo esse sistema na forma matricial ficamos com

$$\begin{pmatrix} \frac{d(\delta S)}{dt} \\ \frac{d(\delta N)}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F}{\partial S} & \frac{\partial F}{\partial N} \\ \frac{\partial H}{\partial S} & \frac{\partial H}{\partial N} \end{pmatrix}_{(S^*, N^*)} \begin{pmatrix} \delta S \\ \delta N \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

onde a matriz

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F}{\partial S} & \frac{\partial F}{\partial N} \\ \frac{\partial H}{\partial S} & \frac{\partial H}{\partial N} \end{pmatrix}_{(S^*, N^*)} = \begin{pmatrix} a \frac{(N-N_0)}{1+\xi S} \left(1 - \frac{\xi S}{1+\xi S}\right) - \frac{1}{\tau_p} & \frac{aS}{1+\xi S} \\ -a \frac{(N-N_0)}{1+\xi S} \left(1 - \frac{\xi S}{1+\xi S}\right) & -\left(\frac{1}{\tau_e} + \frac{aS}{1+\xi S}\right) \end{pmatrix}_{(S^*, N^*)} \quad (2.31)$$

é chamada *Matriz Jacoiana* no ponto fixo (S^*, N^*) . Finalmente o sistema, que agora é representado pela equação 2.30, está linearizado. Uma solução possível para um sistema linear é do tipo

$$\begin{pmatrix} \delta S \\ \delta N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_S \\ v_N \end{pmatrix} e^{\lambda t} \quad (2.32)$$

onde $\begin{pmatrix} v_S \\ v_N \end{pmatrix}$ é o autovetor correspondente ao autovalor λ da matriz $\mathbf{M}$. Assim, derivando a equação 2.32 e igualando à equação 2.30 obtemos

$$\lambda e^{\lambda t} \begin{pmatrix} v_S \\ v_N \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} \delta S \\ \delta N \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

e substituindo a equação 2.32 na 2.33 temos que

$$\lambda e^{\lambda t} \begin{pmatrix} v_S \\ v_N \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} v_S \\ v_N \end{pmatrix} e^{\lambda t}$$

cancelando os termos escalares não nulos $e^{\lambda t}$ ficamos com a equação

$$(\mathbf{M} - \lambda \Lambda) \begin{pmatrix} v_S \\ v_N \end{pmatrix} = 0 \quad (2.34)$$

onde Λ é a matriz identidade

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A solução da equação 2.34 é:

$$\det(\mathbf{M} - \lambda \Lambda) = 0 \quad (2.35)$$

Esta equação é chamada de *equação característica*. Sendo a matriz $\mathbf{M}$ do tipo $\mathbf{M} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$,
ficamos com:

$$\det \begin{pmatrix} a - \lambda & b \\ c & d - \lambda \end{pmatrix} = 0$$

o que resulta em numa equação de segundo grau para λ :

$$\lambda^2 - \tau\lambda + \Delta = 0 \quad (2.36)$$

onde $\tau = a + d$ e $\Delta = ad - bc$ são o traço e o determinante da matriz $\mathbf{M}$, respectivamente. Logo, resolvendo a equação 2.36 obtemos dois autovalores λ_1 e λ_2 :

$$\lambda_{1,2} = \frac{\tau \pm \sqrt{\tau^2 - 4\Delta}}{2} \quad (2.37)$$

Escrevendo a equação quadrática para λ a partir das raízes λ_1 e λ_2 e igualando à equação 2.36 temos que:

$$(\lambda - \lambda_1)(\lambda - \lambda_2) = \lambda^2 - \tau\lambda + \Delta = 0$$

$$\lambda^2 - (\lambda_1 + \lambda_2)\lambda + \lambda_1\lambda_2 = \lambda^2 - \tau\lambda + \Delta = 0$$

o que resulta em :

$$\Delta = \lambda_1\lambda_2$$

$$\tau = \lambda_1 + \lambda_2$$

A dinâmica do sistema pode ser analisada classificando os pontos fixos existentes como estável ou instável a partir dos autovalores λ_1 e λ_2 obtidos para cada ponto fixo. Os autovalores podem ser reais ou complexos. Se os dois autovalores são reais e tem sinais opostos ($\Delta < 0$) então o ponto fixo em questão é um ponto de sela que mesmo com uma das autodireções sendo

estável é considerado um ponto instável pois a outra autodireção é instável. Se os dois autovalores são reais ($\tau^2 - 4\Delta > 0$) e negativos ($\tau < 0, \Delta > 0$), então a perturbação feita próximo a este ponto fixo decai exponencialmente e o ponto fixo é classificado como estável (nó estável), mas se são reais e positivos ($\tau > 0, \Delta > 0$), então a perturbação aumenta exponencialmente e o ponto fixo correspondente é classificado como instável (nó instável). Por outro lado, se os autovalores são complexos ($\tau^2 - 4\Delta < 0$) e possuem partes reais negativas ($\tau < 0, \Delta > 0$), então a perturbação decai com oscilação e o ponto fixo correspondente é classificado como estável (espiral estável). Análogamente, se são complexos e se possuem parte real positiva ($\tau > 0, \Delta > 0$) então a perturbação aumenta com oscilação e o ponto fixo é classificado como instável (espiral instável). Existe ainda a possibilidade de todos os autovalores serem puramente imaginários ($\tau = 0, \Delta > 0$), neste caso o ponto fixo é classificado como centro e o sistema oscila em torno desse ponto. O ponto fixo também pode ser classificado como pontos fixos não isolados ($\Delta = 0$) e ainda estrelas e nós degenerados ($\tau^2 - 4\Delta = 0$), mas para o sistema que descreve o laser de semiconductor essas classificações não são tão importantes como as primeiras descritas nesse parágrafo. A figura 2.3 mostra com detalhes cada caso mencionado anteriormente. O diagrama representado na figura 2.2[15] resume bem a classificação da estabilidade dos pontos fixos de acordo com os parâmetros τ e Δ apenas, o que torna esta análise menos complexa.

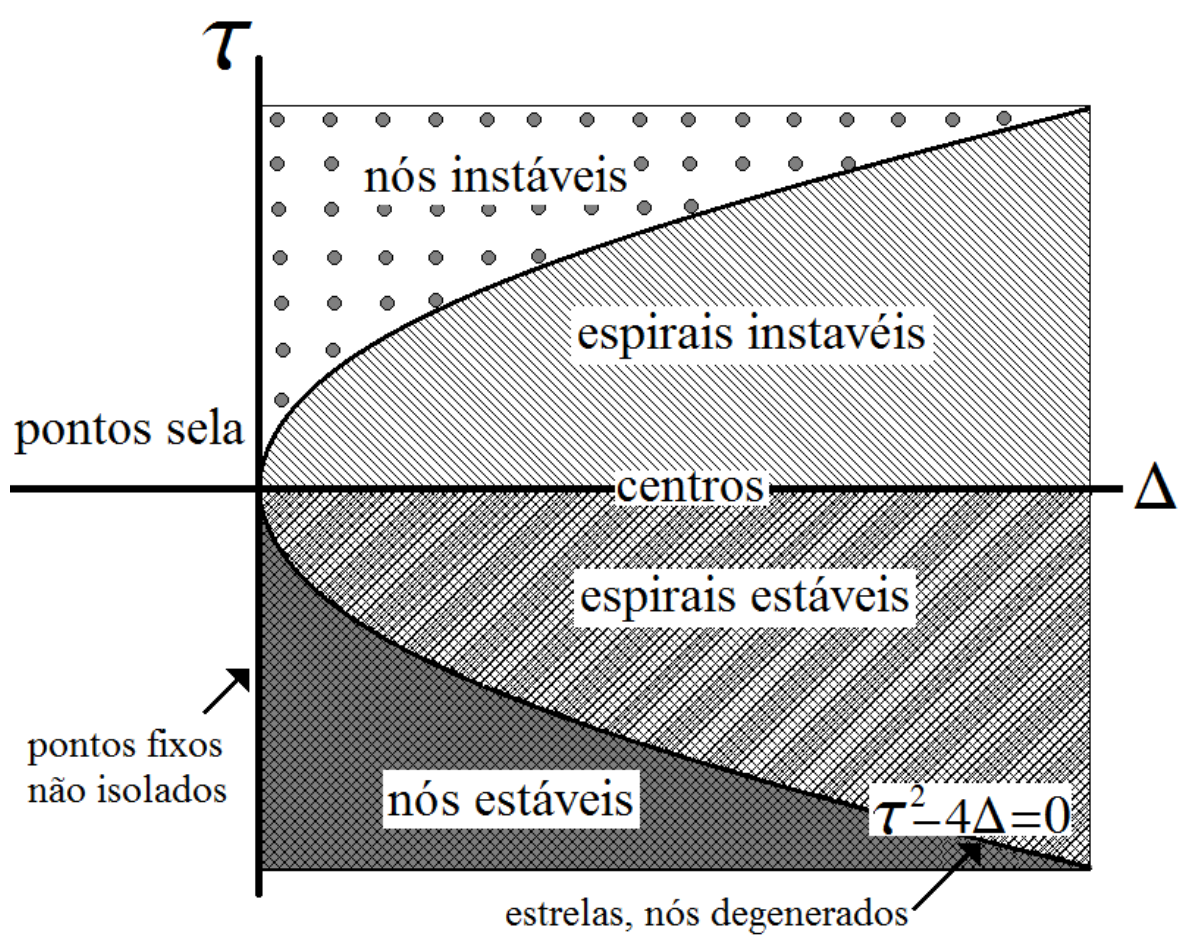


Figura 2.2 Diagrama de estabilidade dos pontos fixos em função dos parâmetros τ e Δ

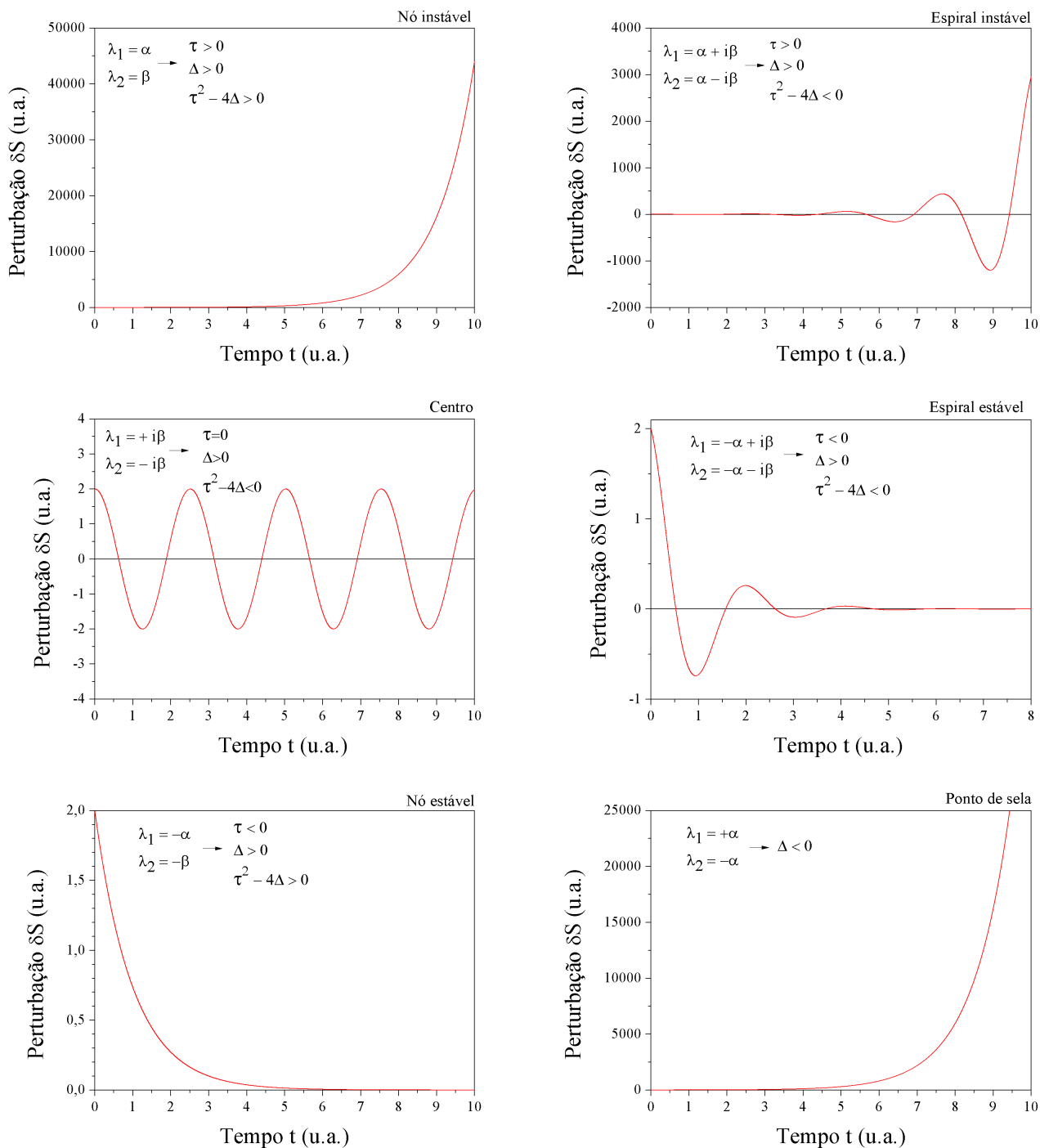


Figura 2.3 Evolução temporal da perturbação no ponto fixo para cada tipo de estabilidade, onde α e β nessas figuras são apenas constantes reais.

Assim, tendo em posse a matriz $\mathbf{M}$ (equação 2.31) é possível analisar a estabilidade dos pontos fixos $(S_{st}^{(1)}, N_{st}^{(1)})$ e $(S_{st}^{(2)}, N_{st}^{(2)})$ à medida que se varia a corrente de bombeio I a fim de estabelecer para qual valor de I a estabilidade dos pontos fixos muda. Substituindo as equações 2.19 e 2.20 na matriz $\mathbf{M}$ tem-se que para o ponto fixo $(S_{st}^{(1)}, N_{st}^{(1)})$ a matriz jacobiana fica:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F}{\partial S} & \frac{\partial F}{\partial N} \\ \frac{\partial H}{\partial S} & \frac{\partial H}{\partial N} \end{pmatrix}_{(S_{st}^{(1)}, N_{st}^{(1)})} = \begin{pmatrix} a(\frac{\tau_e}{e}I - N_0) - \frac{1}{\tau_p} & 0 \\ -a(\frac{\tau_e}{e}I - N_0) & -\frac{1}{\tau_e} \end{pmatrix}$$

e neste caso

$$\tau = a(\frac{\tau_e}{e}I - N_0) - \frac{1}{\tau_p} - \frac{1}{\tau_e} \quad (2.38)$$

$$\Delta = -\frac{1}{\tau_e} \left[a(\frac{\tau_e}{e}I - N_0) - \frac{1}{\tau_p} \right] \quad (2.39)$$

e ainda, escrevendo τ e Δ em função de I e I_{lim} :

$$\tau = \frac{a\tau_e}{e}(I - I_{lim}) - \frac{1}{\tau_e} \quad (2.40)$$

$$\Delta = -\frac{a}{e}(I - I_{lim}) \quad (2.41)$$

É fácil observar que para $I < I_{lim}$ o determinante Δ é positivo e o traço τ é negativo, pois a , τ_e e e são constantes positivas. Também é possível mostrar que nessa condição o termo $\tau^2 - 4\Delta$ é sempre positivo:

$$\tau^2 - 4\Delta = \left[\frac{a\tau_e}{e} (I - I_{lim}) - \frac{1}{\tau_e} \right]^2 + 4\frac{a}{e} (I - I_{lim})$$

$$\tau^2 - 4\Delta = \left[\frac{a\tau_e}{e} (I - I_{lim}) \right]^2 - 2\frac{a\tau_e}{e} (I - I_{lim}) \frac{1}{\tau_e} + \left(\frac{1}{\tau_e} \right)^2 + 4\frac{a}{e} (I - I_{lim})$$

$$\tau^2 - 4\Delta = \left[\frac{a\tau_e}{e} (I - I_{lim}) \right]^2 + 2\frac{a}{e} (I - I_{lim}) + \left(\frac{1}{\tau_e} \right)^2$$

$$\tau^2 - 4\Delta = \left[\frac{a\tau_e}{e} (I - I_{lim}) + \frac{1}{\tau_e} \right]^2 > 0$$

Logo, de acordo com o diagrama representado na figura 2.2, para $I < I_{lim}$ a solução estacionária $(S_{st}^{(1)}, N_{st}^{(1)})$ é classificada como um ponto fixo do tipo *nó estável* e tem estabilidade classificada como estável. Quando $I > I_{lim}$ o Δ é sempre negativo. Então a solução passa a ser classificada como um ponto fixo do tipo *ponto de sela* e tem sua estabilidade classificada como instável. A figura 2.4 representa estabilidade da solução $(S_{st}^{(1)}, N_{st}^{(1)})$ em função do parâmetro I .

Para o ponto fixo $(S_{st}^{(2)}, N_{st}^{(2)})$ a matriz jacobiana $\mathbf{M}$ fica (substituindo somente o valor de $N_{st}^{(2)}$, pois para uma melhor visualização das equações o valor de $S_{st}^{(2)}$ será substituído posteriormente):

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \frac{\partial F}{\partial S} & \frac{\partial F}{\partial N} \\ \frac{\partial H}{\partial S} & \frac{\partial H}{\partial N} \end{pmatrix}_{(S_{st}^{(2)}, N_{st}^{(2)})} = \begin{pmatrix} -\frac{\xi S}{\tau_p(1+\xi S)} & \frac{aS}{1+\xi S} \\ \frac{1}{\tau_p} \left(\frac{\xi S}{1+\xi S} - 1 \right) & -\left(\frac{1}{\tau_e} + \frac{aS}{1+\xi S} \right) \end{pmatrix}_{(S_{st}^{(2)})}$$

o que resulta em:

$$\tau = - \left(\frac{1}{\tau_e} + \frac{S_{st}^{(2)}}{1 + \xi S_{st}^{(2)}} \left(a + \frac{\xi}{\tau_p} \right) \right) \quad (2.42)$$

$$\Delta = \frac{S_{st}^{(2)}}{\tau_p \left(1 + \xi S_{st}^{(2)}\right)} \left(a + \frac{\xi}{\tau_e}\right) \quad (2.43)$$

onde de acordo com a equação 2.21 temos que $S_{st}^{(2)} \sim (I - I_{lim})$. Como ξ é muito pequeno em relação a $S_{st}^{(2)}$ e o produto $\xi S_{st}^{(2)} < 1$ ¹, o sinal do termo $\frac{S_{st}^{(2)}}{1 + \xi S_{st}^{(2)}}$ depende do sinal de $S_{st}^{(2)}$ ². Assim, de forma contrária ao primeiro ponto fixo analisado anteriormente, neste caso para $I < I_{lim}$ temos que $\Delta < 0$ e a solução é classificada como *ponto de sela* e tem sua estabilidade classificada como instável, dispensando assim, a análise do sinal do traço τ . Já para $I > I_{lim}$ resulta que $\Delta > 0$, $\tau < 0$ e $\tau^2 - 4\Delta < 0$ e isso faz com que esta solução seja classificada como *espiral* e tenha sua estabilidade classificada como estável.

¹Geralmente, em lasers de semiconductor $\xi = 10^{-9} - 10^{-7}$ e o número de fótons na cavidade para o laser operando no estado estacionário é da ordem de $10^5 - 10^6$

²Fisicamente o termo $S_{st}^{(2)}$ é o número de fótons na cavidade, portanto é uma grandeza sempre positiva. Assim, quando $I < I_{lim}$ o fato de $S_{st}^{(2)} < 0$ é apenas uma análise matemática do sistema EDO's formado pelas equações 2.14 e 2.18 sem levar em conta o significado físico de cada variável. Contudo, pode-se observar que, mesmo matematicamente, quando $I < I_{lim}$ a solução $(S_{st}^{(2)}, N_{st}^{(2)})$ é instável conforme mostra a figura 2.4 correspondendo ao fato de que não existe número de fótons negativo! Para esta condição ($I < I_{lim}$) a solução $(S_{st}^{(1)}, N_{st}^{(1)})$ passa a ser estável.

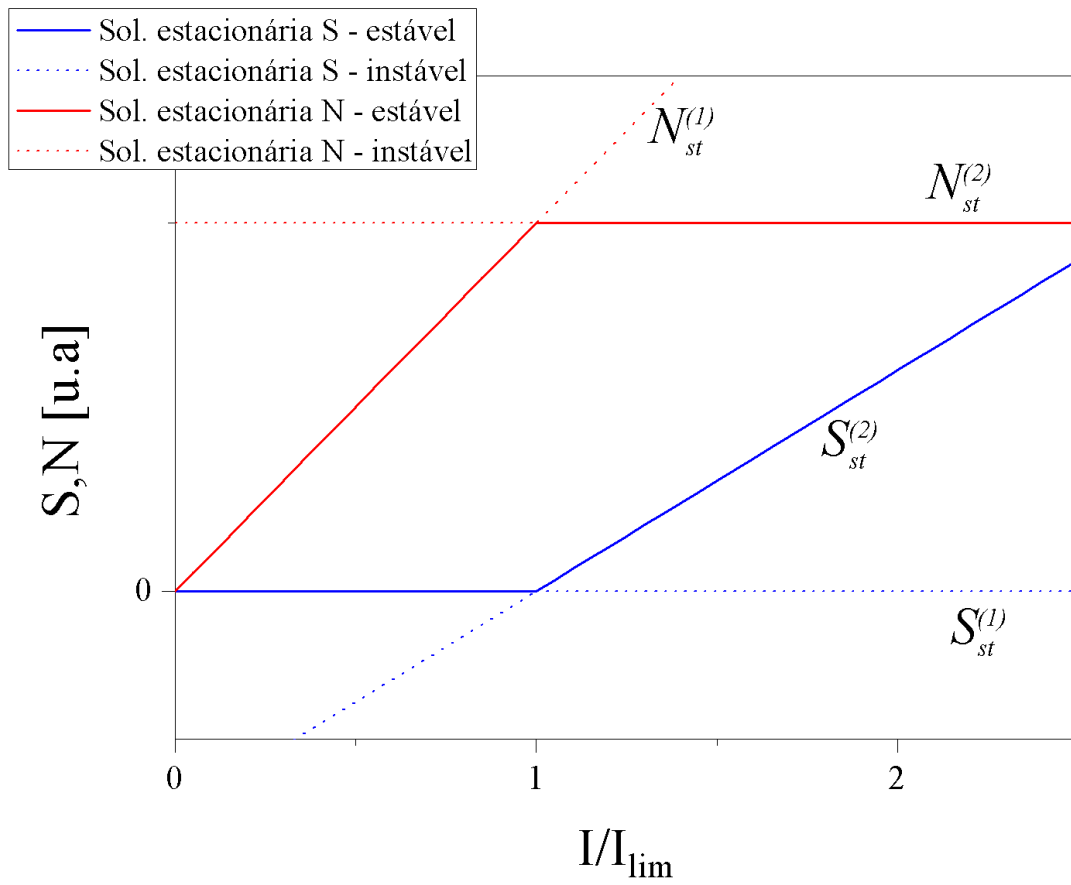


Figura 2.4 Esquema qualitativo das estabilidades das soluções estacionárias $(S_{st}^{(1)}, N_{st}^{(1)})$ e $(S_{st}^{(2)}, N_{st}^{(2)})$ em função da corrente de bombeamento no laser I

Quando o parâmetro de bombeamento atinge o valor crítico $I = I_{lim}$ ocorre uma bifurcação transcítica na estabilidade das soluções estacionárias. A solução $(S_{st}^{(1)}, N_{st}^{(1)})$ deixa de ser estável e passa a ser instável e a solução $(S_{st}^{(2)}, N_{st}^{(2)})$ deixa de ser instável e passa a ser estável. Esse valor é conhecido como *limiar* do laser, pois a partir deste valor de I o laser está propriamente funcionando. Para $I < I_{lim}$ o processo que governa a dinâmica do laser é a emissão espontânea, pois não há portadores suficientes para que a emissão estimulada ganhe das perdas dentro da cavidade. Assim, o laser funciona como um LED. Já quando o laser está funcionando, o processo que rege a dinâmica do laser é a emissão estimulada pois o número de portadores já ultrapassou o valor de limiar N_0 . No regime estacionário, a partir do momento em que a condição de limiar é alcançada, N permanece constante e igual ao seu valor no limiar.

2.3.1 Oscilações de relaxação

Como foi dito, o laser quando está operando regime no estacionário tem sua solução classificada como espiral estável, ou seja, ao ligar o laser existe um transiente onde a potência emitida oscila até chegar a um valor fixo passando assim a operar no regime estacionário ou modo de onda contínua CW (Continuous Wave). Mesmo já operando no modo CW, qualquer perturbação feita no laser também gera uma variação na intensidade que decai de forma exponencial e oscilando até voltar ao seu valor estacionário. Uma vez que os autovalores λ_1 e λ_2 foram determinados, a perturbação, que é a solução 2.32 da equação 2.30, pode ser escrita da forma

$$\delta S = \delta S_0 \exp(\lambda t) \quad (2.44)$$

$$\delta N = \delta N_0 \exp(\lambda t) \quad (2.45)$$

onde δS_0 e δN_0 são os valores iniciais da perturbação e λ (autovalores λ_1 e λ_2 da matriz jacobiana) representa uma constante complexa indicando um decaimento ($h < 0$) ou amplificação ($h > 0$) da perturbação em torno da solução estacionária e é dada por:

$$\lambda = -h \pm i\Omega_R \quad (2.46)$$

onde h é taxa de decaimento das oscilações de relaxação e Ω_R é a frequência angular das oscilações de relaxação. Comparando as equações 2.37 e 2.46, é possível escrever que de forma geral

$$h = -\frac{1}{2}\tau = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial F}{\partial S} + \frac{\partial H}{\partial N} \right) \quad (2.47)$$

$$\Omega_R = \sqrt{\Delta - \frac{1}{4}\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial S} \frac{\partial H}{\partial N} - \frac{\partial F}{\partial N} \frac{\partial H}{\partial S} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{\partial F}{\partial S} + \frac{\partial H}{\partial N} \right)^2} \quad (2.48)$$

Substituindo as equações 2.42 e 2.43 na equação 2.48 resulta que a taxa de decaimento das oscilações de relaxação e a frequência angular dessas oscilações para o laser operando no modo CW (Estado estacionário $(S_{st}^{(2)}, N_{st}^{(2)})$) são:

$$h = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_e} + \frac{\tau_p(I - I_{lim})}{e \left(1 + \frac{\xi}{a\tau_e} \right) + \xi \tau_p(I - I_{lim})} \left(a + \frac{\xi}{\tau_p} \right) \right) \quad (2.49)$$

$$\Omega_R = \sqrt{\frac{(I - I_{lim})}{e \left(1 + \frac{\xi}{a\tau_e} \right) + \xi \tau_p(I - I_{lim})} \left(a + \frac{\xi}{\tau_e} \right) - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\tau_e} + \frac{\tau_p(I - I_{lim})}{e \left(1 + \frac{\xi}{a\tau_e} \right) + \xi \tau_p(I - I_{lim})} \left(a + \frac{\xi}{\tau_p} \right) \right)^2} \quad (2.50)$$

e

$$f_R = \frac{\Omega_R}{2\pi} \quad (2.51)$$

é a frequência das oscilações de relaxação do laser.

As figuras 2.5 e 2.6 mostram a série temporal calculada numericamente com as equações de taxas 2.14 e 2.18 para o laser operando com uma corrente de bombeamento $I = 1,2I_{lim}$ e sua transformada de Fourier no intervalo das oscilações de relaxação. No cálculo foram usados os seguintes valores $a = 1,2 \times 10^{-5} \text{ ns}^{-1}$, $\tau_p = 2,02 \cdot 10^{-12} \text{ s}$, $\tau_e = 1,54 \cdot 10^{-9} \text{ s}$, $\xi = 0$ e $N_0 = 1,25 \cdot 10^8$.

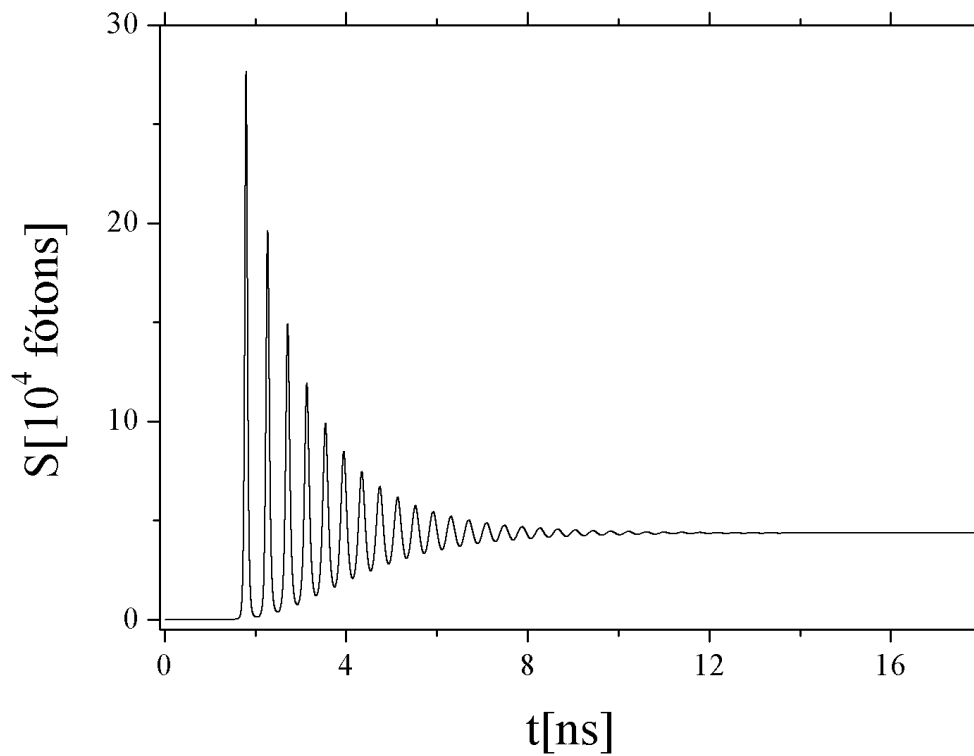


Figura 2.5 Serie temporal calculada numericamente - Oscilações de relaxação

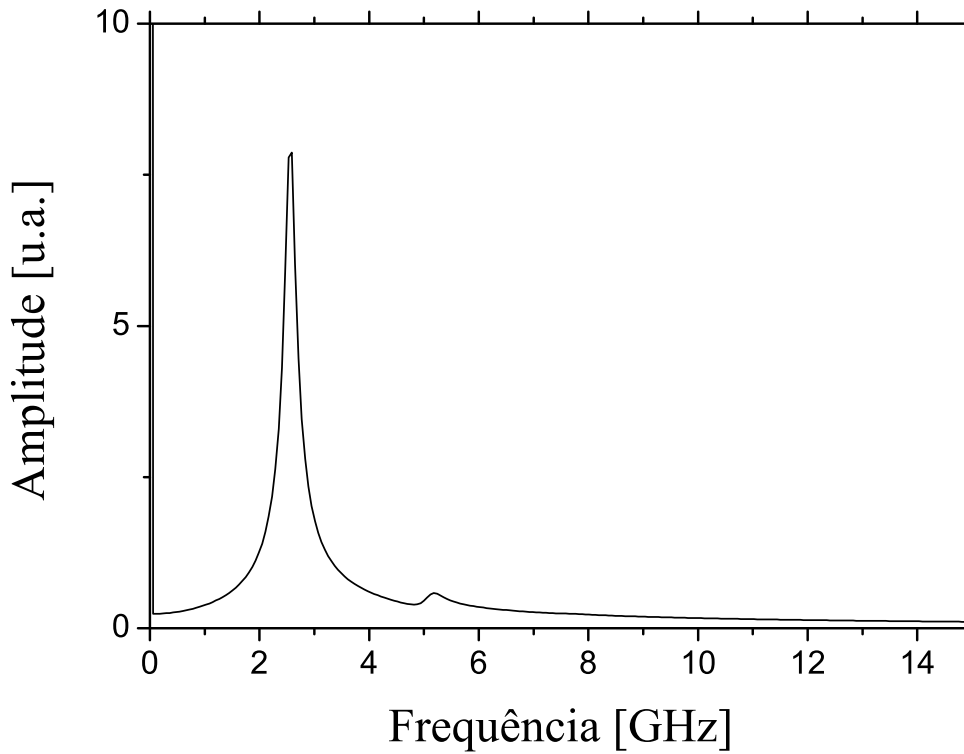


Figura 2.6 Transformada de Fourier da série temporal da figura 2.5

A transformada da figura 2.6 mostra um pico bem definido indicando que o valor da frequência das oscilações de relaxação calculado através de integração numérica é $f_R = 2,559\text{GHz}$. Substituindo a equação 2.23 na equação 2.50 e usando os parâmetros que foram usados para calcular a série temporal da figura 2.5 é possível obter analiticamente, através da equação 2.51, que a frequência das oscilações de relaxação para esta série é $f_R = 2,561\text{GHz}$.

2.4 Emissão espontânea e saturação do ganho

Como foi visto na seção anterior, o fator de acoplamento da emissão espontânea β foi considerado nulo para a análise da estabilidade das soluções estacionárias e para a determinação da frequência das oscilações de relaxação, pois além de deixar o estudo analítico das equações

de taxa um pouco mais simples, sua contribuição ficaria desprezível em frente aos outros termos na equação 2.50, mas vale ressaltar que para que o modelo fenomenológico fique mais completo é necessário considerar a parcela da emissão espontânea. No próximo capítulo será feita uma análise da importância do coeficiente β para a dinâmica do laser ao ser modulado através da corrente de bombeamento. Para valores de β , a curva da potência de saída do laser (nº de fótons) operando no regime CW em função da corrente de bombeamento I , mostra que mesmo antes do laser atingir o limiar ($I = I_{lim}$) existe uma potência devido à emissão espontânea que segundo a referência [9] é indispensável para um tratamento correto da dinâmica do laser. A figura 2.7 mostra varias curvas $S - I$ calculadas numericamente através das equações 2.14 e 2.18 para diferentes valores de β .

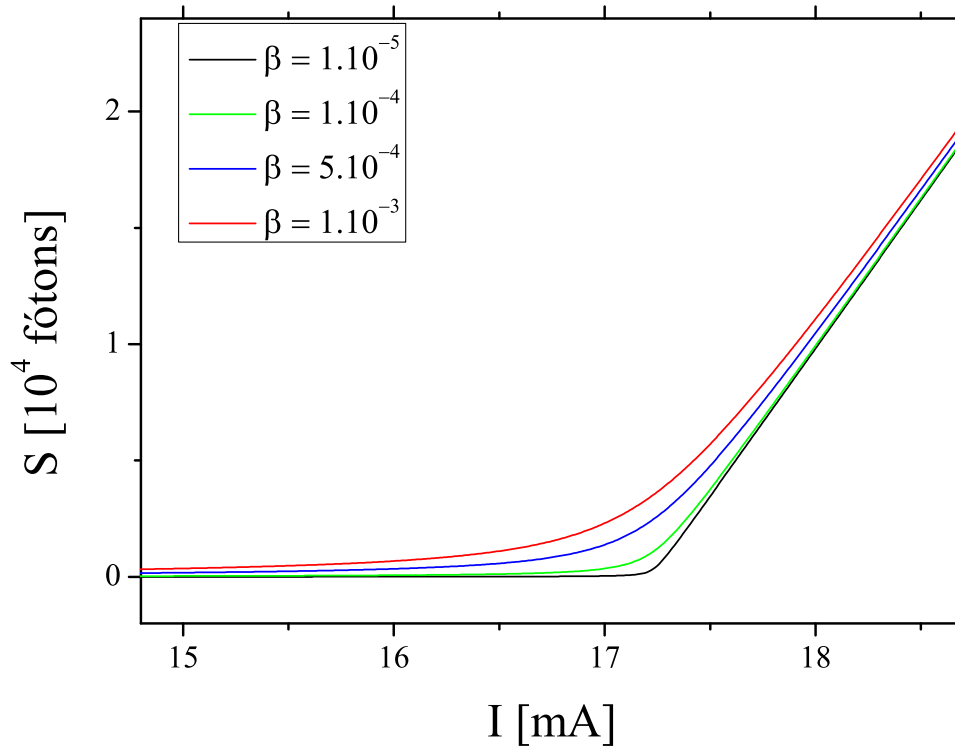


Figura 2.7 Curva $S - I$ para diferentes valores do coeficiente de emissão espontânea β

Além da emissão espontânea, a saturação do ganho também se mostra bastante importante no estudo da dinâmica do laser de semicondutor modulado diretamente como também será mostrado no próximo capítulo.

Instabilidades no Laser de Semicondutor

3.1 Introdução

A dinâmica não linear e o comportamento caótico em sistemas lasers tem sido investigados durante décadas. O laser de semicondutor mono-modo solitário não pode mostrar comportamento caótico porque, como foi mostrado nas seções anteriores, é descrito por duas equações com apenas duas variáveis independentes: A intensidade do campo elétrico e o número de portadores de carga na região ativa. Para observar tal comportamento caótico é necessário adicionar um grau de liberdade a estas equações. Existem várias formas de gerar esses graus de liberdades tais como injeção de luz externa, realimentação ótica e modulação da corrente de injeção (corrente de bombeamento) [16, 10]. Nesse capítulo é feito um estudo mais detalhado da modulação direta em um laser de semicondutor com resultados de cálculos numéricos a partir das equações de taxa.

Em simulações numéricas pioneiras foram observadas sequências de dobramento de período indicando uma rota para o caos em lasers de semicondutor com corrente de bombeamento modulada [17], porém sem levar em consideração efeitos não lineares como ruídos [18, 19] e a saturação no ganho [20] que se demonstraram ser muito importantes na dinâmica desses lasers. Este capítulo está esquematizado da seguinte maneira: Primeiramente são apresentadas as equações de taxa do laser de semicondutor com modulação direta na corrente de bombeamento. Depois é feito um estudo da dinâmica do laser modulado sem levar em consideração os efeitos da saturação no ganho. Por fim é analisado, através de cálculos numéricos, o efeito da

emissão espontânea e da saturação no ganho na evolução da dinâmica do laser quando se varia um parâmetro de controle que geralmente pode ser a frequência ou a intensidade da modulação.

3.2 O laser com modulação na corrente de injeção

Uma forma mais simples de se adicionar um grau de liberdade nas equações de taxa do laser de semiconductor é modulando a corrente de injeção. A corrente de bombeamento pode ser modulada por meio de uma corrente sinusoidal superposta à corrente dc, assim o termo de bombeamento I fica

$$I = I_{DC} + I_{AC} \cos \varphi(t) = I_{DC}(1 + m \cos \varphi(t)) \quad (3.1)$$

onde I_{DC} é o nível de corrente dc e I_{AC} é a amplitude da modulação. O termo

$$m = \frac{I_{AC}}{I_{DC}} \quad (3.2)$$

é a profundidade de modulação e $\varphi(t)$ é definido como

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_m \quad (3.3)$$

onde $\omega_m = 2\pi f_m$ é a frequência angular de modulação e f_m é a frequência de modulação em unidades de *Hertz*. Assim, as equações de taxa 2.14 e 2.18 ficam

$$\frac{dS}{dt} = a \frac{(N - N_0)}{1 + \xi S} S - \frac{S}{\tau_p} + \frac{\beta N}{\tau_e} \quad (3.4)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I_{DC}(1 + m \cos \varphi(t))}{e} - \frac{N}{\tau_e} - a \frac{(N - N_0)}{1 + \xi S} S \quad (3.5)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_m = 2\pi f_m \quad (3.6)$$

3.2.1 Frequência de modulação

A taxa de decaimento (h) e a frequência (f_R) das oscilações de relaxação como estão descritas nas equações 2.49, 2.50 e 2.51 foram calculadas a partir da solução estacionária das equações de taxa do laser, ou seja, levando em conta que $m = 0$ na equação 3.5. Dessa forma a corrente de bombeamento fica simplesmente $I = I_{DC}$. Assim, fica claro que h e f_R dependem do valor de I_{DC} . Ao analisarmos as equações 2.49 e 2.50 é fácil ver que quanto mais próximo do valor de I_{lim} for o valor de I_{DC} menores serão h e f_R .

O aparecimento ou não das instabilidades na intensidade do laser de semiconductor depende, dentre outros fatores, da relação entre f_m e f_R e/ou da relação entre f_m e h . Para que haja instabilidades na intensidade do laser é necessário que a relação $\frac{f_m}{h} > 1$ seja satisfeita [20]. Ou seja, para modulações “lentas” ($f_m < h$) o laser não apresenta instabilidades em sua intensidade. Isso acontece pois a variação temporal da injeção de portadores devido à corrente de injeção no meio ativo é lenta se comparada com a variação da população desses portadores devido às oscilações de relaxação. Ou seja, para $f_m < h$, a corrente de bombeamento quase não oscila durante o amortecimento das oscilações de relaxação e isso faz com que a intensidade do laser varie com o mesmo período da modulação. Mas, para modulações com f_m maiores que h , instabilidades como sequências de dobramento de períodos e caos são observadas na intensidade do laser. Neste caso, isso deve-se ao fato de que antes que as oscilações de relaxação sejam amortecidas, a corrente de injeção oscila várias vezes. Assim a dinâmica da população de portadores no meio ativo passa a ser dominada pela corrente de injeção modulada gerando as instabilidades na potência do laser. Portanto, é desejável a escolha de um I_{DC} próximo a I_{lim} a fim de diminuir o valor de h , e consequentemente, o valor de f_m necessário para obtenção de tais instabilidades. As figuras 3.1(a), 3.1(b) e 3.1(c) mostram séries temporais para a intensidade do laser com a corrente de injeção modulada.

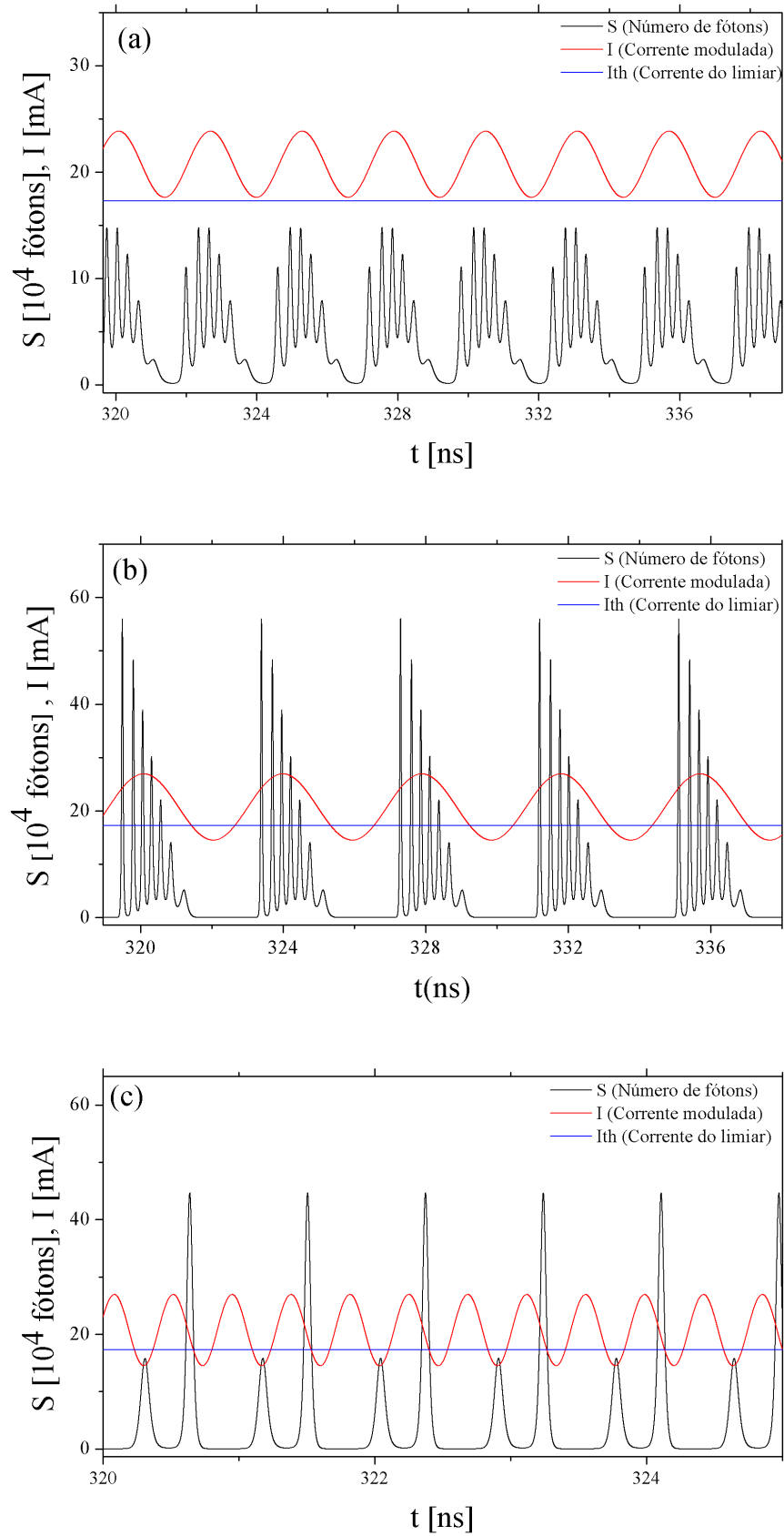


Figura 3.1 Série temporal com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$ e para os valores (a) $m = 0.15$, $f_m = 384$ MHz ($f_m/h = 0.65$), (b) $m = 0.3$, $f_m = 256$ MHz ($f_m/h = 0.43$) e (c) $m = 0.3$, $f_m = 2.3$ GHz ($f_m/h = 3.93$). Passo de integração numérica: $dt = 0.1$ ps

Na figura 3.1(a) a profundidade m e frequência de modulação f_m são pequenas, fazendo com que a intensidade do laser oscile no mesmo período da modulação. Em vermelho é mostrada a corrente de injeção modulada I e em azul está representada a corrente de limiar I_{lim} . Na figura 3.1(b) a profundidade da modulação m é um pouco maior que o caso da figura 3.1(a), mas ainda $\frac{f_m}{h} < 1$. É importante notar que, neste caso, em alguns momentos $I < I_{lim}$, ou seja, em determinados momentos o laser é desligado. Assim, as oscilações de relaxação são rapidamente amortecidas fazendo com que sempre que o laser religar encontre a mesma condição inicial, intensidade nula. Mas para $\frac{f_m}{h} > 1$, mesmo que m seja grande e em alguns momentos $I < I_{lim}$, o tempo de religar o laser $\frac{1}{f_m}$ é mais curto que o tempo de amortecimento das oscilações de relaxação $\frac{1}{h}$ (Figura 3.1(c)) e assim é possível observar as instabilidades no intensidade do laser.

3.2.2 Meio de ganho sem saturação

Se não levarmos em consideração a saturação no ganho, ou seja, levando em conta que $\xi = 0$, para valores da frequência de modulação comparáveis à frequência de oscilação de relaxação do laser, à medida que se varia a profundidade da modulação m dobramentos de período vão acontecendo até que se chega ao regime caótico[17] como mostram as figuras 3.2, 3.3 e 3.4 calculadas numericamente com os valores dos parâmetros segundo a tabela 3.1[21]. Para estes valores dos parâmetros, a frequência das oscilações de relaxação tem valor igual a aproximadamente $f_R = 2,6\text{GHz}$. Na figura 3.2, são feitos vários diagramas de bifurcações usando m como parâmetro de controle para mostrar como a dinâmica do laser de semiconductor modulado varia de acordo com f_m .

Todos os diagramas de bifurcação da figura 3.2 foram calculados usando $I_{DC} = 1.2I_{lim}$, mas com frequências diferentes para cada um deles. A figura 3.2(a) mostra que para uma frequência de modulação $f_m = 0.8f_R$, mesmo para uma modulação profunda, só acontece um dobramento de período. Assim, para esta frequência o laser não opera no regime caótico. Mas à medida que

Tabela 3.1 Valores dos parâmetros do laser

Parâmetro	Símbolo	Valor
Coefficiente de ganho	a	$1,20 \times 10^{-5} \text{ ns}^{-1}$
Número de portadores na transparência	N_0	$1,25 \times 10^8$
Tempo de vida do fóton	τ_p	2,02 ps
Tempo de vida dos portadores	τ_e	1,54 ns
Fator de acoplamento da emissão espontânea	β	1×10^{-5}

a frequência de modulação aumenta, as instabilidades vão acontecendo cada vez mais para m menores. Para $f_m = 1.2f_R$ (figura 3.2(c)) a primeira bifurcação ocorre em $m = 0.230$. A partir deste valor de m a intensidade do laser passa oscilar com o dobro do período da modulação (período-2) até que em $m = 0.487$ ocorre uma nova bifurcação e o período dobra novamente (Período-4) e assim por diante até que se chega ao regime caótico depois de um número muito grande de bifurcações.

Na figura 3.3 são mostradas as séries temporais e suas respectivas transformadas de Fourier para $m = 0,2$, $m = 0,8$ e $m = 1,0$ para o caso de $f_m = 1,2f_R$. Na figura 3.3(g) é mostrada a série temporal para a intensidade do laser operando no regime caótico e na figura 3.3(h) sua respectiva transformada de Fourier mostrando um contínuo de frequências, comportamento típico de séries temporais caóticas.

Já na figura 3.4 são mostrados mapas de retorno para os máximos sucessivos $Smáx(n+1)$ e $Smáx(n)$, onde $Smáx(n)$ é o n -ésimo máximo da série temporal e para a diferença dos tempos em que esses máximos sucessivos acontecem $T = \theta(n+1) - \theta(n)$, onde $\theta(n)$ é o tempo em que o n -ésimo máximo acontece. Esses mapas deixam claro o comportamento periódico para alguns valores do parâmetro m e o comportamento caótico para outros valores desse parâmetro. As figuras 3.4(a) e 3.4(b) representam mapas de retorno para $m = 0,2$ que de acordo com a figura 3.2(c) apresenta período-1. Por esse motivo só se vê um ponto nesses mapas de retorno, pois neste caso a série temporal da intensidade do laser possui um único valor para os máximos, que se repetem a cada período de modulação. As figuras 3.4(c) e 3.4(d) representam mapas de retorno para $m = 0,8$ e apresentam 4 pontos. Isso confirma que, neste caso, o sistema

apresenta período-4, pois a série temporal da intensidade do laser apresenta 4 máximos diferentes que se repetem a cada período de modulação. Já as figuras 3.4(e) e 3.4(f) representam mapas de retorno para $m = 1,6$ e apresentam um contínuo de pontos. Isso é característico do regime caótico, pois na série temporal da intensidade do laser não há nenhuma periodicidade. Para esses mapas foram usados 300 máximos para os casos de período-1 e período-4 e 3000 máximos para o regime caótico. É possível também obter diagramas de bifurcação usando a frequência da modulação como parâmetro de controle deixando m constante, conforme é mostrado na figura 3.5 que mostra o diagrama de bifurcação para $m = 0.3$ e $m = 0.8$. Para uma melhor visualização do comportamento dinâmico do sistema em função dos parâmetros f_m e m é possível fazer um diagrama com esses parâmetros mostrando a periodicidade que o sistema apresenta para cada par de valor (f_m, m) como mostra a figura 3.6.

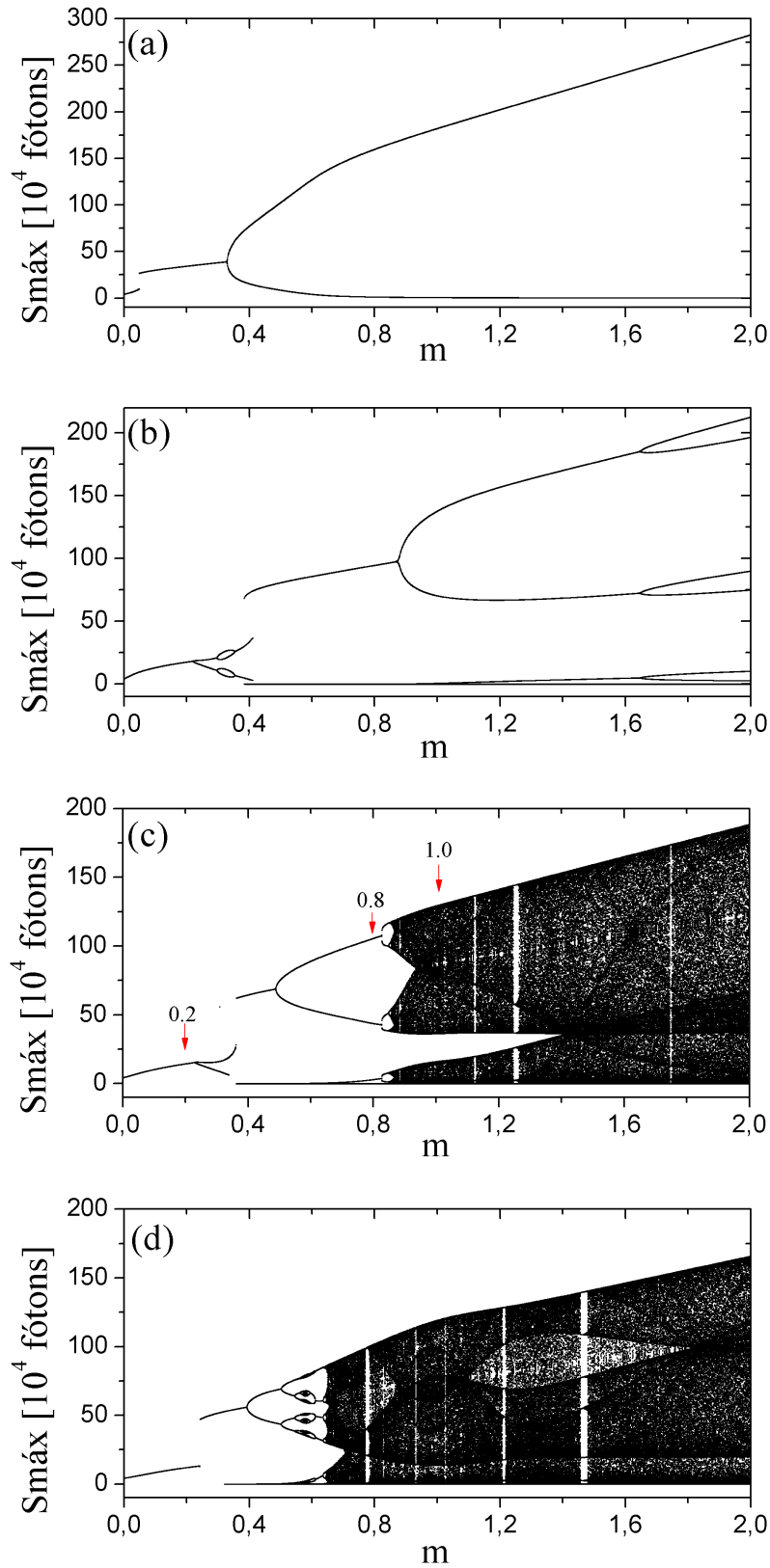


Figura 3.2 Diagramas de bifurcação com $Smáx$ em função do parâmetro m para $I_{DC} = 1.2I_{lim}$ e (a) $f_m = 0.8f_R$, (b) $f_m = 1.1f_R$, (c) $f_m = 1.2f_R$, (d) $f_m = 1.3f_R$. Passo de integração numérica: $dm = 0.001$

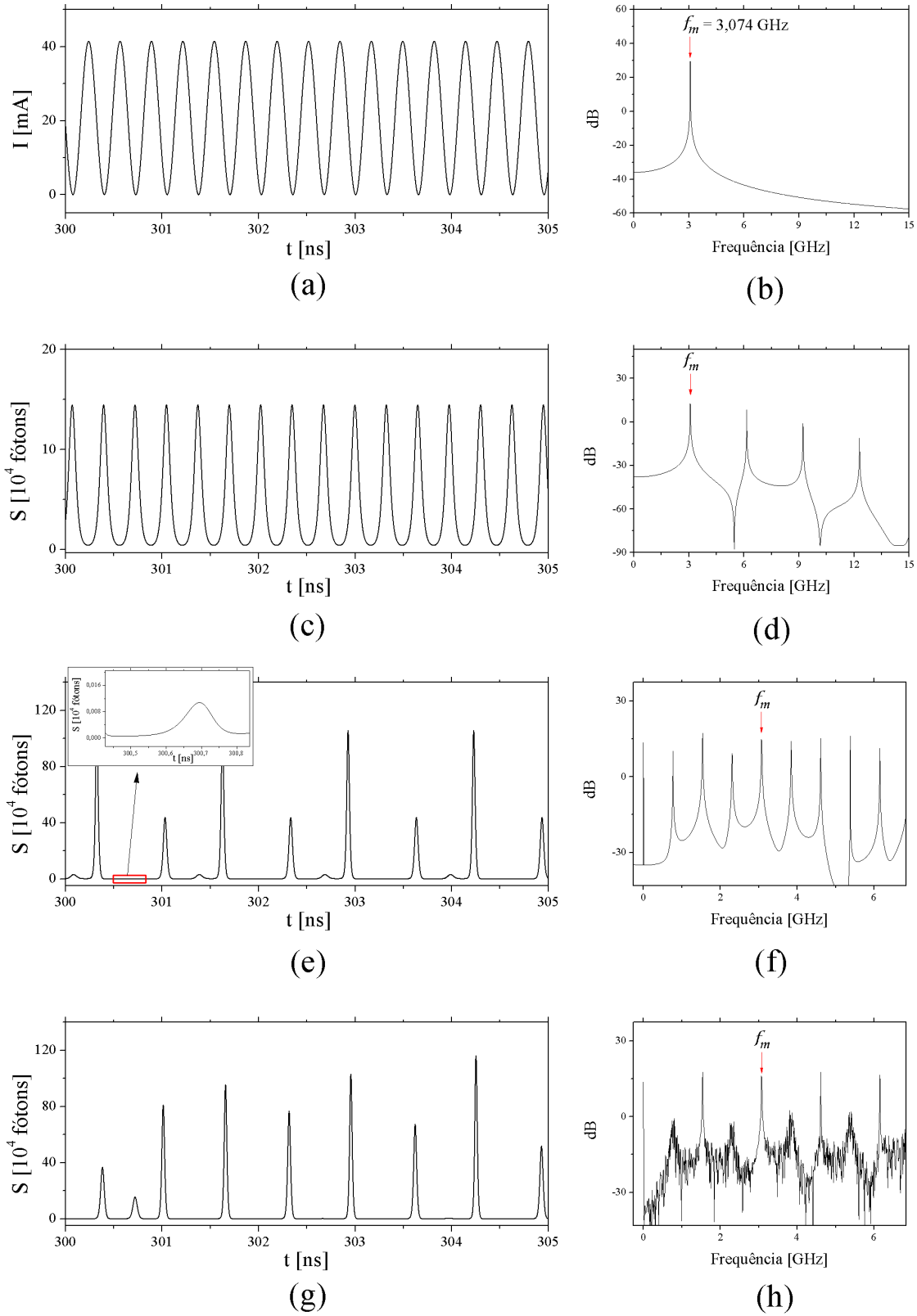


Figura 3.3 Séries temporais com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$ e $f_m = 1.2f_R$ para (a) modulação (c) $m = 0, 2$ (Período-1), (e) $m = 0, 8$ (Período-4), (g) $m = 1, 0$ (caos) e suas transformadas de Fourier (b), (d), (f) e (h) respectivamente. Passo de integração numérica: $dt = 0.1$ ps

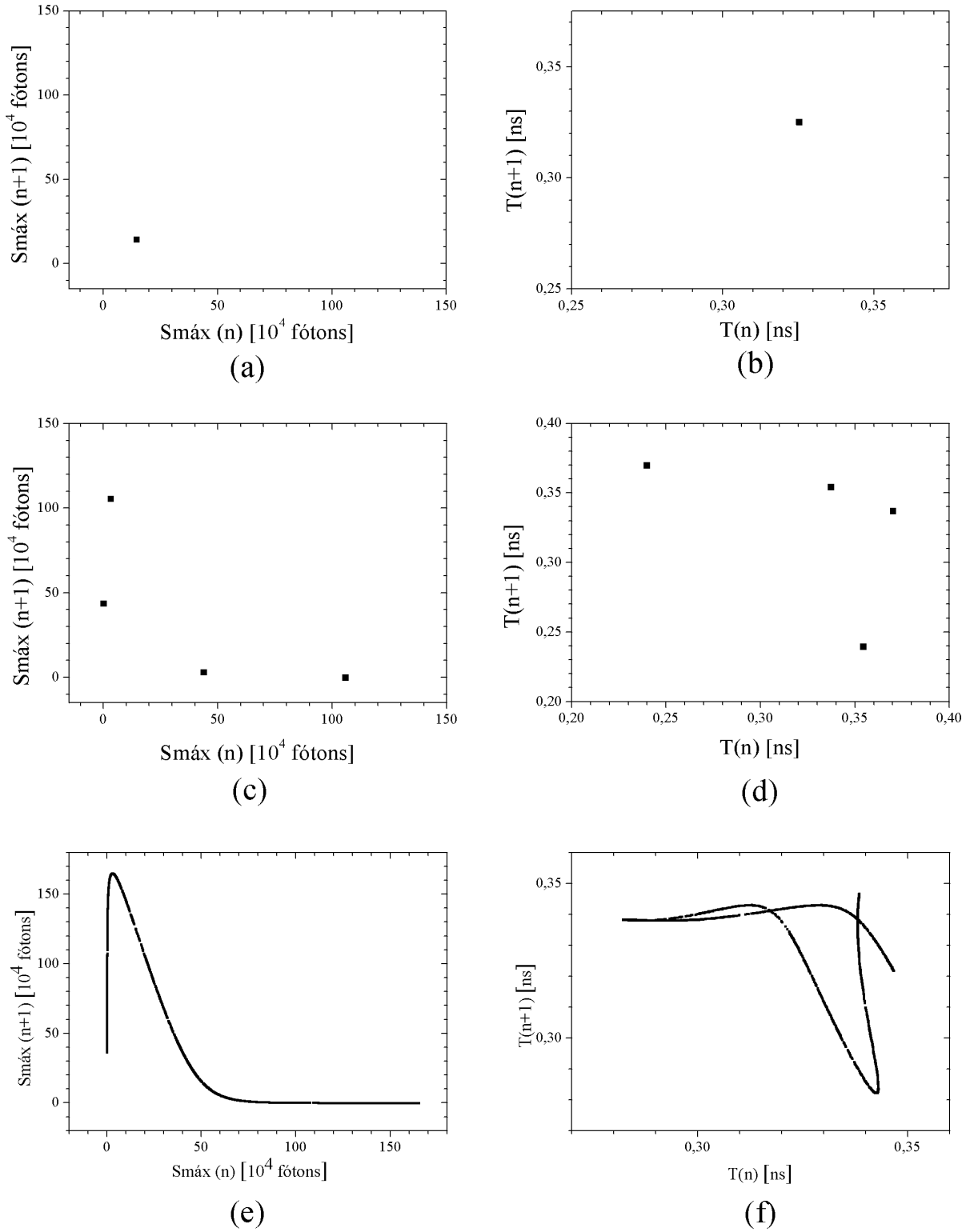


Figura 3.4 Mapas de retorno para $S_{\max}$ com (a) $m = 0,2$ (período-1), (c) $m = 0,8$ (período-4) e (e) $m = 1,6$ (caos). Mapas de retorno para T com (b) $m = 0,2$, (d) $m = 0,8$ e (f) $m = 1,6$. $I_{DC} = 1.2I_{lim}$ e $f_m = 1.2f_R$

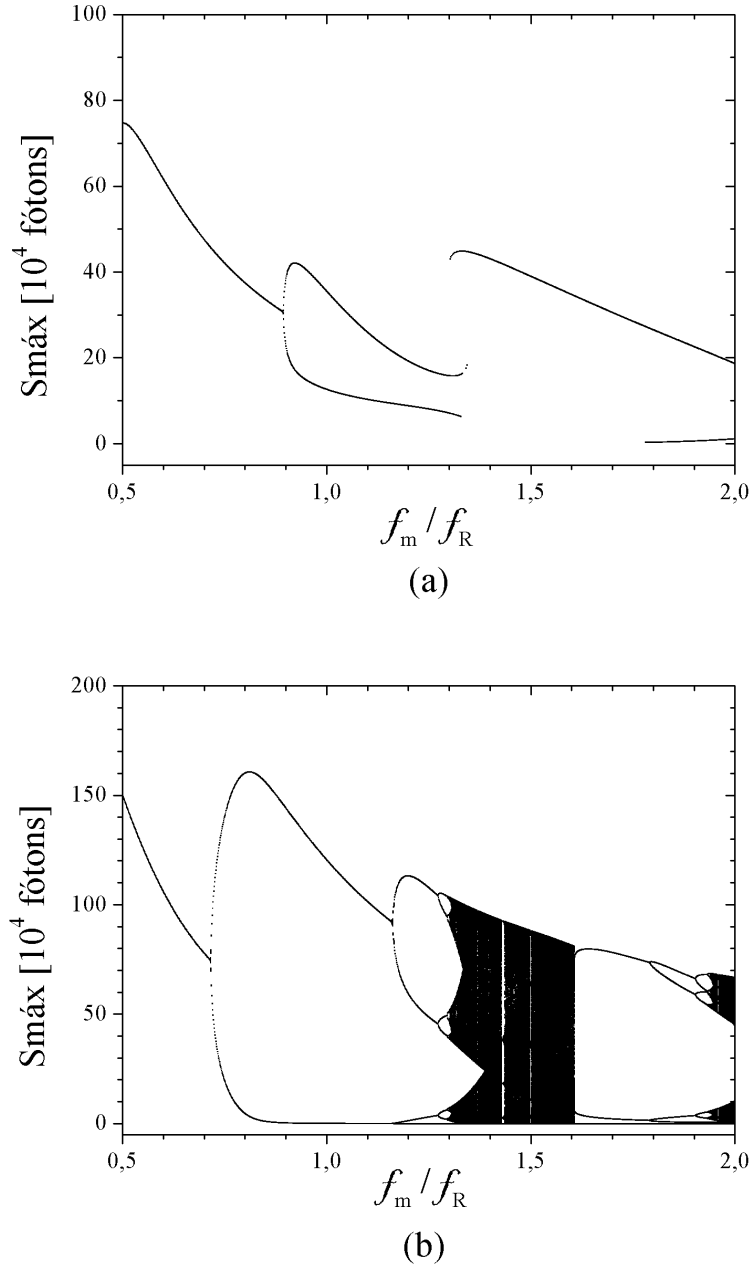


Figura 3.5 Diagramas de bifurcação usando f_m como parâmetro de controle para (a) $m = 0.3$ e (b) $m = 0.8$ com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$. Passo de integração numérica: $d(\frac{f_m}{f_R}) = 0.001$

Os diagramas de bifurcações da figura 3.2 são representados por cortes horizontais da figura 3.6, enquanto os diagramas da figura (3.5) são representados por cortes verticais. O diagrama 3.6 e todos os outros desta dissertação que determinam a periodicidade em função de dois parâmetros de controle, foram obtidos com passos de integração numérica relativamente altos, pois devido ao fato de estar variando dois parâmetros de controle, cada diagrama desse tinha um tempo de cálculo muito longo (da ordem de dias). Devido a este passos de integração altos em algumas regiões aparecem pequenas “ilhas” fictícias de caos (visíveis mais claramente na interface período-2 - período-4 na figura 3.6), quando na verdade se trata de uma mancha de pontos que aparecem quando o sistema se aproxima de uma bifurcação, justamente devido à este passo largo de integração. Mas, isso não chega a eliminar o aspecto quantitativo nem o aspecto qualitativo das figuras.

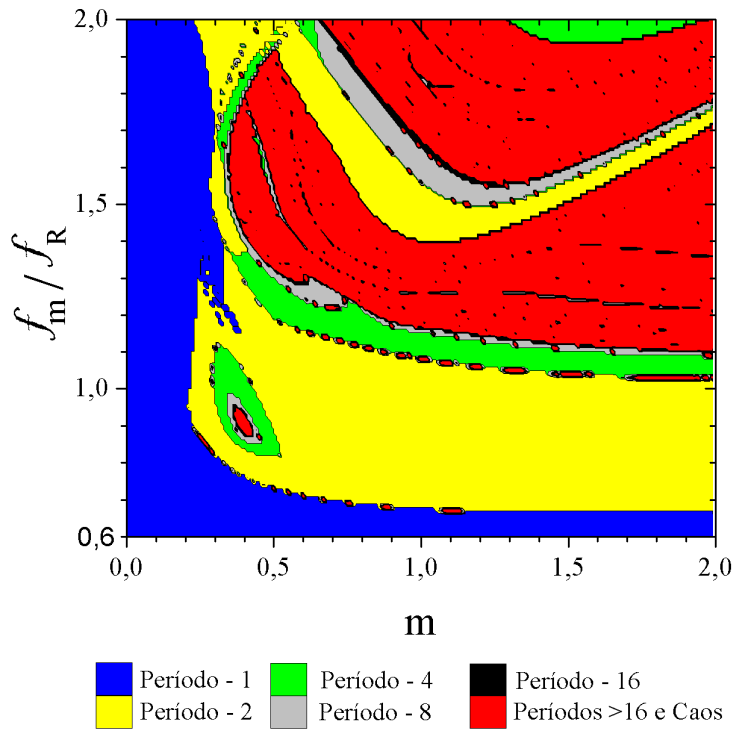


Figura 3.6 Diagrama de periodicidade para $I_{DC} = 1.2I_{lim}$. Passos de integração numérica: $d(\frac{f_m}{f_R}) = 0.01$ e $dm = 0.01$

3.2.3 Meio de ganho com saturação, influência da emissão espontânea

O comportamento dinâmico do laser de semiconductor modulado diretamente é alterado quando a saturação no meio de ganho é considerada. Em outras palavras, para $\xi \neq 0$ existe uma supressão das instabilidades. A saturação no ganho contribui para o amortecimento e frequência das oscilações de relaxação conforme as equações 2.49 e 2.50 e deve ser a razão da eliminação do caos [20]. A figura 3.7 mostra a mudança nas regiões onde acontecem as instabilidades à medida que se varia ξ , para $f_m = 1.2f_R$. Já as figuras 3.8(a), (b) e (c) mostram diagramas de bifurcações relativos a cortes horizontais na figura 3.7 enquanto a figura 3.8(d) mostra mais claramente como as instabilidades são suprimidas através de um diagrama de bifurcação onde o parâmetro de controle é ξ (Neste caso, tanto m quanto f_m são mantidos constantes).

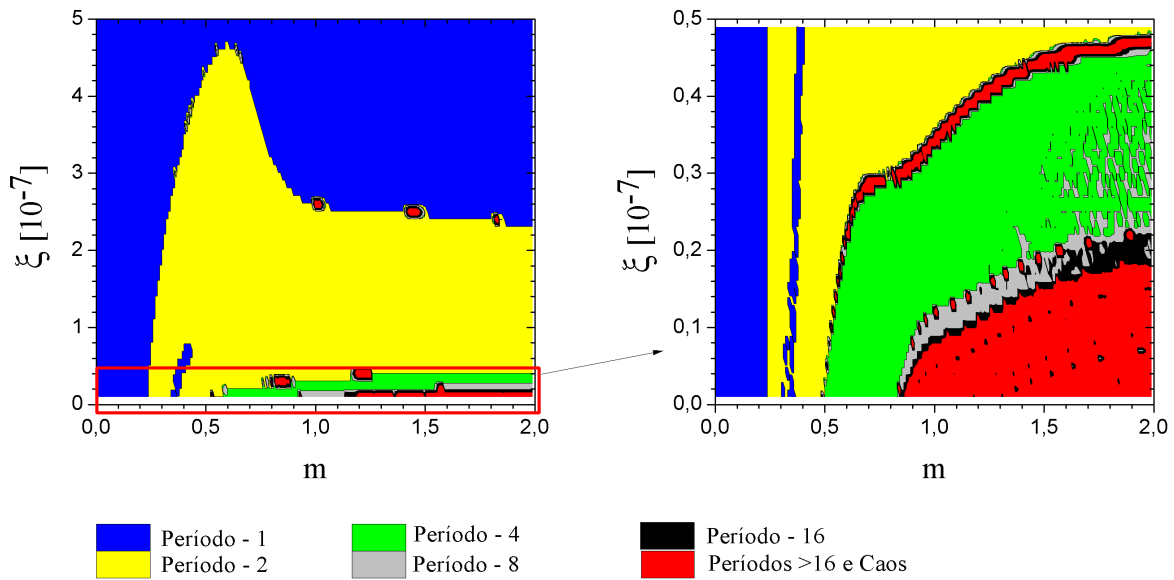


Figura 3.7 Regiões de bifurcação variando ξ , com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$, $\beta = 1 \times 10^{-5}$ e $f_m = 1.2f_R$. Passos de integração numérica: $d(\xi) = 10^{-8}$ e $dm = 0.01$ e no zoom $d(\xi) = 10^{-9}$ e $dm = 0.01$

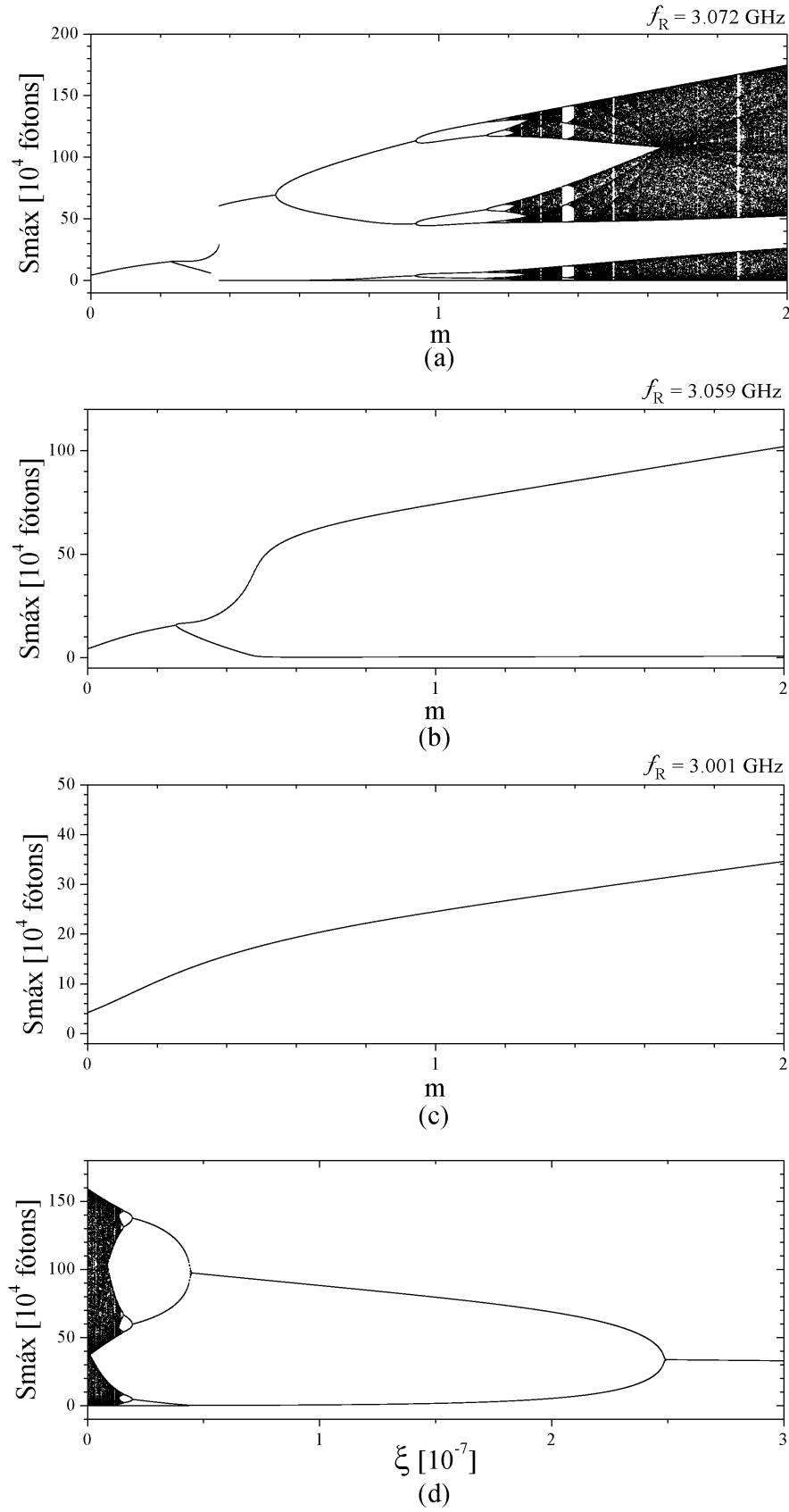


Figura 3.8 Diagramas de bifurcação com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$, $\beta = 1 \times 10^{-5}$ e $f_m = 1.2f_R$ para (a) $\xi = 1 \times 10^{-8}$, (b) $\xi = 1 \times 10^{-7}$, (c) $\xi = 5 \times 10^{-7}$. Na figura (d) $m = 1.5$ enquanto ξ varia. Passos de integração numérica: $dm = 0.001$ e $d(\xi) = 10^{-10}$

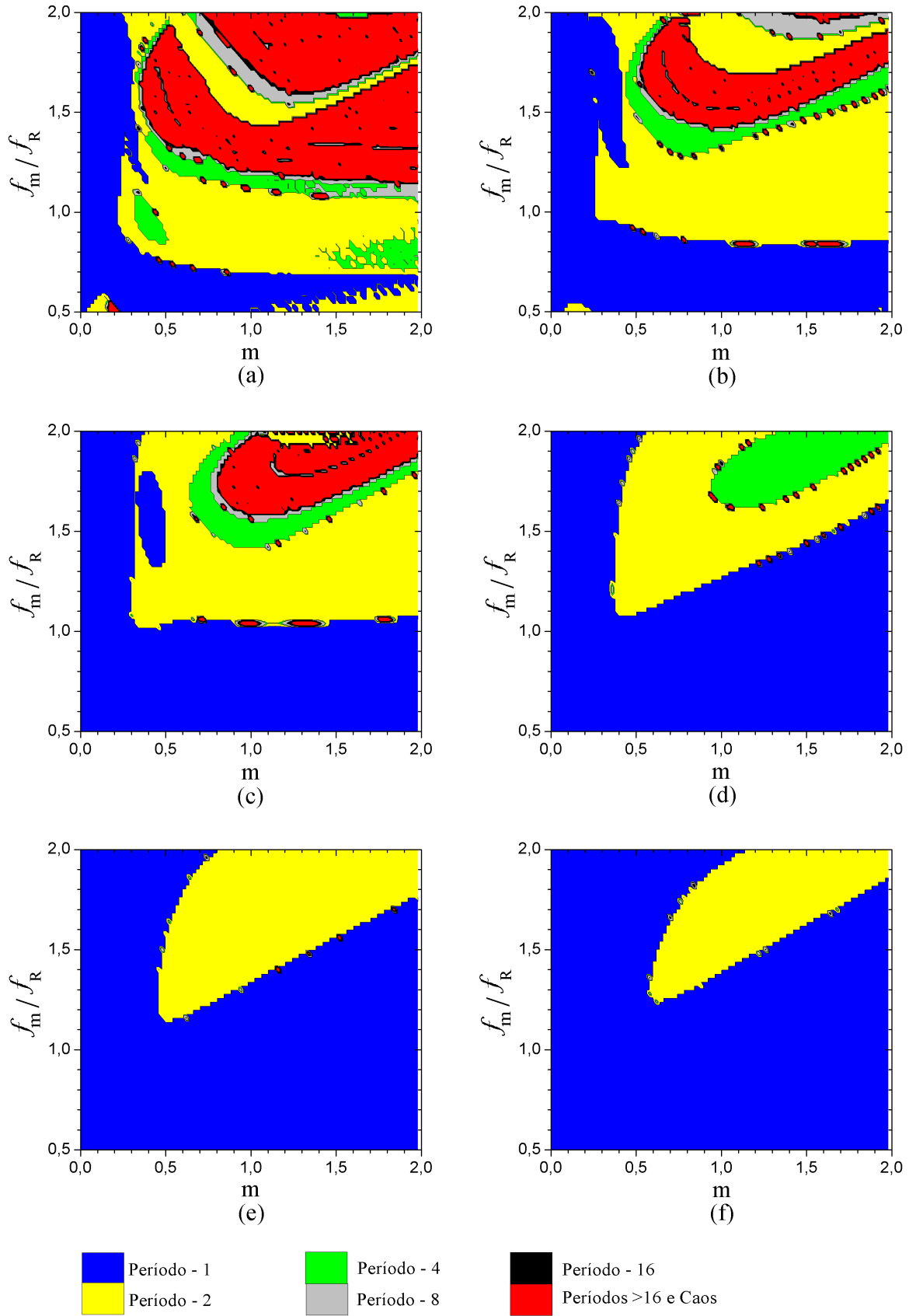


Figura 3.9 Regiões de bifurcação com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$ e $\beta = 1 \times 10^{-5}$ para (a) $\xi = 1 \times 10^{-8}$, (b) $\xi = 1 \times 10^{-7}$, (c) $\xi = 2 \times 10^{-7}$, (d) $\xi = 3 \times 10^{-7}$, (e) $\xi = 4 \times 10^{-7}$ e (f) $\xi = 5 \times 10^{-7}$. Passos de integração numérica: $d(\frac{f_m}{f_R}) = 0.02$ e $dm = 0.02$

Na figura 3.9 são mostrados diagramas de periodicidade para uma melhor visualização da influência de ξ na evolução da dinâmica do laser modulado. Para um valor baixo de ξ (Figura 3.9(a)) o regime caótico é alcançado para uma grande faixa de valores para m e f_m . Mas à medida que ξ vai ficando maior as instabilidades vão sendo suprimidas até que, mesmo para altos valores de m e f_m , o máximo que acontece é um dobramento de período (Figura 3.9(f)).

Nos cálculos numéricos dessa dissertação ξ é considerado constante, mas seu valor varia de acordo com número de portadores no meio ativo. Assim, consequentemente depende da corrente de bombeamento I (componente I_{DC} mais a parte referente à modulação) conforme mostram as figuras 3.10(a)[22] e 3.10(b)[23]. Na figura 3.10(b) as curvas representadas por triângulos, losangos e quadrados fazem referência à diferentes maneiras de modelar a blindagem Coulombiana entre elétrons e buracos do material semiconductor conforme a referência [24]. Não é de intensão desta dissertação entrar em detalhes sobre este assunto. O que importa nessa figura é a dependência de ξ com a taxa de bombeamento, que nos três casos apresentados é muito parecido. Ainda de acordo com a referência [24] para taxas de bombeamento logo acima do limiar, ξ aumenta de acordo com esse bombeamento. Mas para um bombeamento muito maior que o valor do limiar (a partir de 18 vezes o valor do limiar), ξ fica aproximadamente constante conforme mostra a figura 3.10(b).

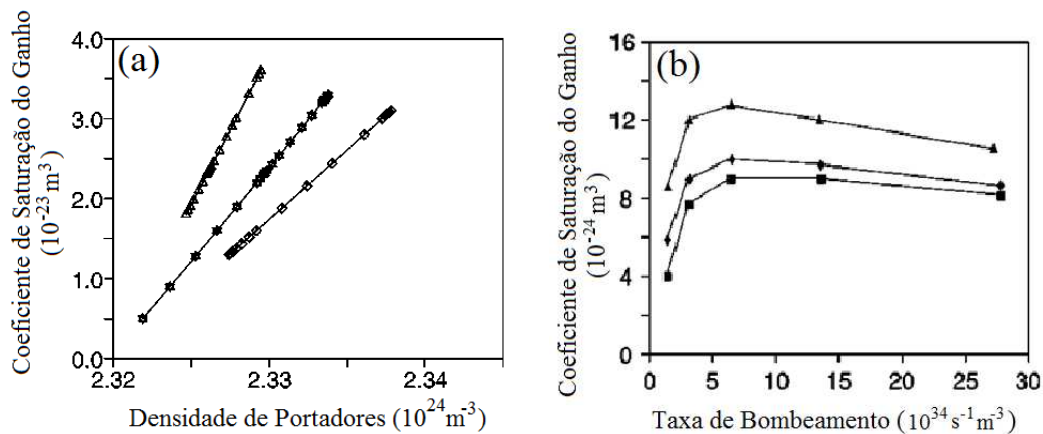


Figura 3.10 a) ξ em função da densidade de portadores no meio ativo. Triângulo, $I_{DC} = 18\text{mA}$; estrela, $I_{DC} = 20\text{mA}$, e quadrado, $I_{DC} = 22\text{mA}$. b) ξ em função da taxa de bombeamento.

Assim, num possível experimento, é preferível escolher valores não tão altos para I_{DC} , ou seja o mais próximo do limiar possível, a fim de manter ξ pequeno. Mas não é somente o coeficiente de saturação do ganho que interfere na dinâmica do laser, a emissão espontânea também é muito importante na supressão dessas instabilidades [17, 25, 26]. Para se observar tais instabilidades experimentalmente, além de uma modulação profunda e de alta frequência, é preciso que o laser possua ξ e β relativamente pequenos. O comportamento caótico foi primeiramente observado experimentalmente em 1993 [27] usando um laser de semiconductor DFB (Distributed Feedback) que possui o coeficiente β cerca de 10 vezes menor que lasers com cavidade de Fabry-Perot. As figuras 3.13 e 3.11 mostram, para $\xi = 1 \times 10^{-7}$, as regiões onde ocorrem bifurcações e caos para diferentes valores do fator de acoplamento da emissão espontânea β . Já as figuras 3.12(a), (b) e (c) mostram diagramas de bifurcações relativos a cortes horizontais na figura 3.11 enquanto a figura 3.12(d) mostra mais claramente como as instabilidades são suprimidas através de um diagrama de bifurcação onde o parâmetro de controle é β (Neste caso, tanto m quanto f_m são mantidos constantes).

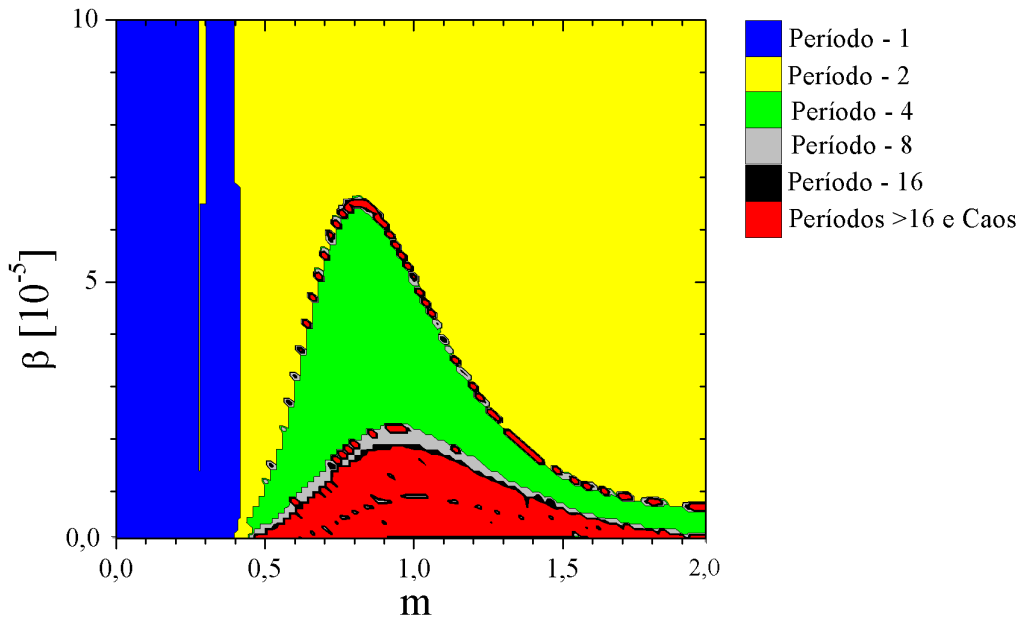


Figura 3.11 Regiões de bifurcação variando β , com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$, $\xi = 1 \times 10^{-7}$ e $f_m = 1.5f_R$. Passos de integração numérica: $d(\beta) = 10^{-6}$ e $dm = 0.02$

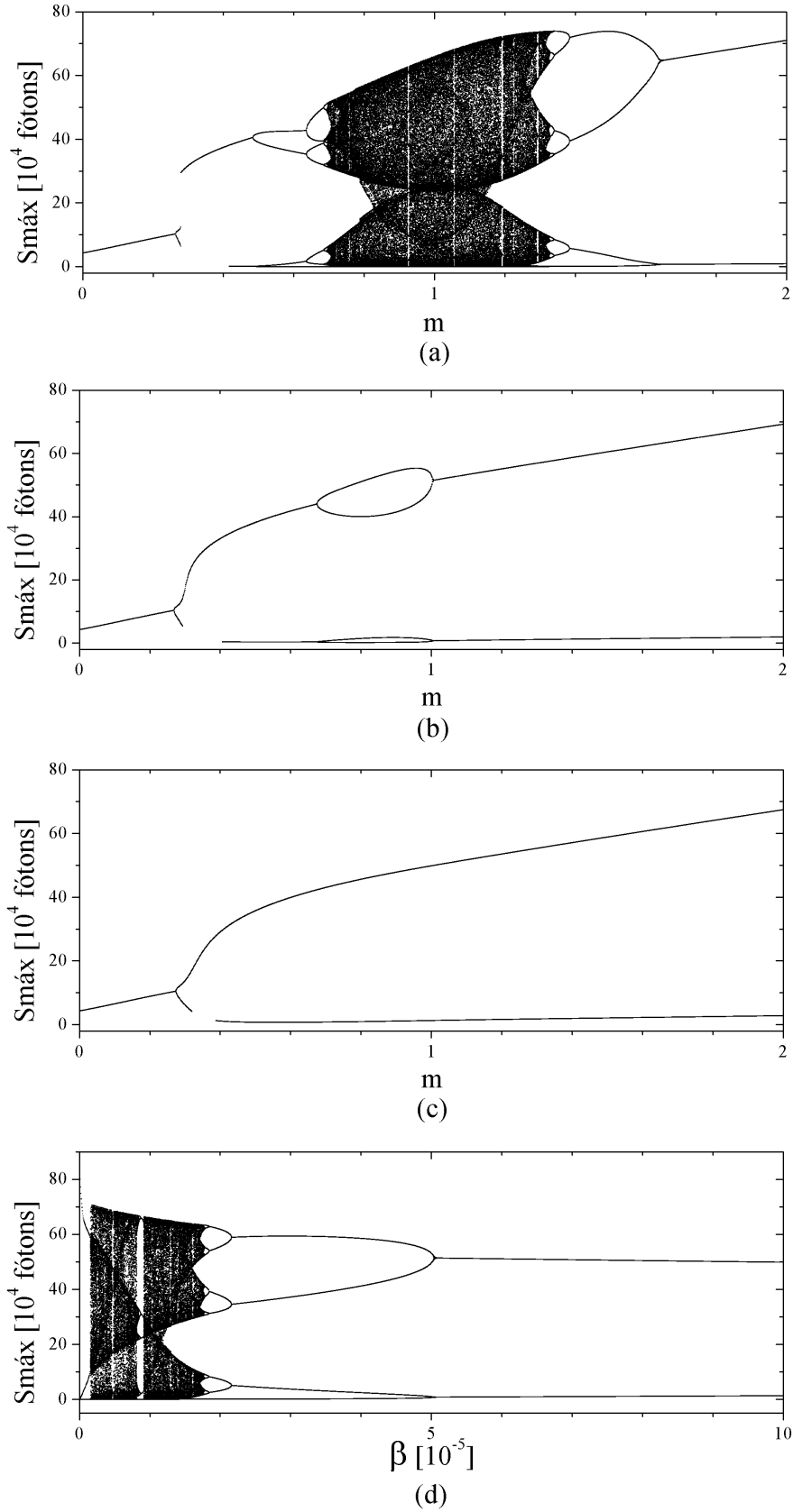


Figura 3.12 Diagramas de bifurcação com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$, $\xi = 1 \times 10^{-7}$ e $f_m = 1.5f_R$ para (a) $\beta = 1 \times 10^{-5}$, (b) $\beta = 5 \times 10^{-5}$, (c) $\beta = 1 \times 10^{-4}$. Na figura (d) $m = 1.0$ enquanto β varia. Passos de integração numérica: $dm = 0.001$ e $d(\beta) = 5 \times 10^{-8}$

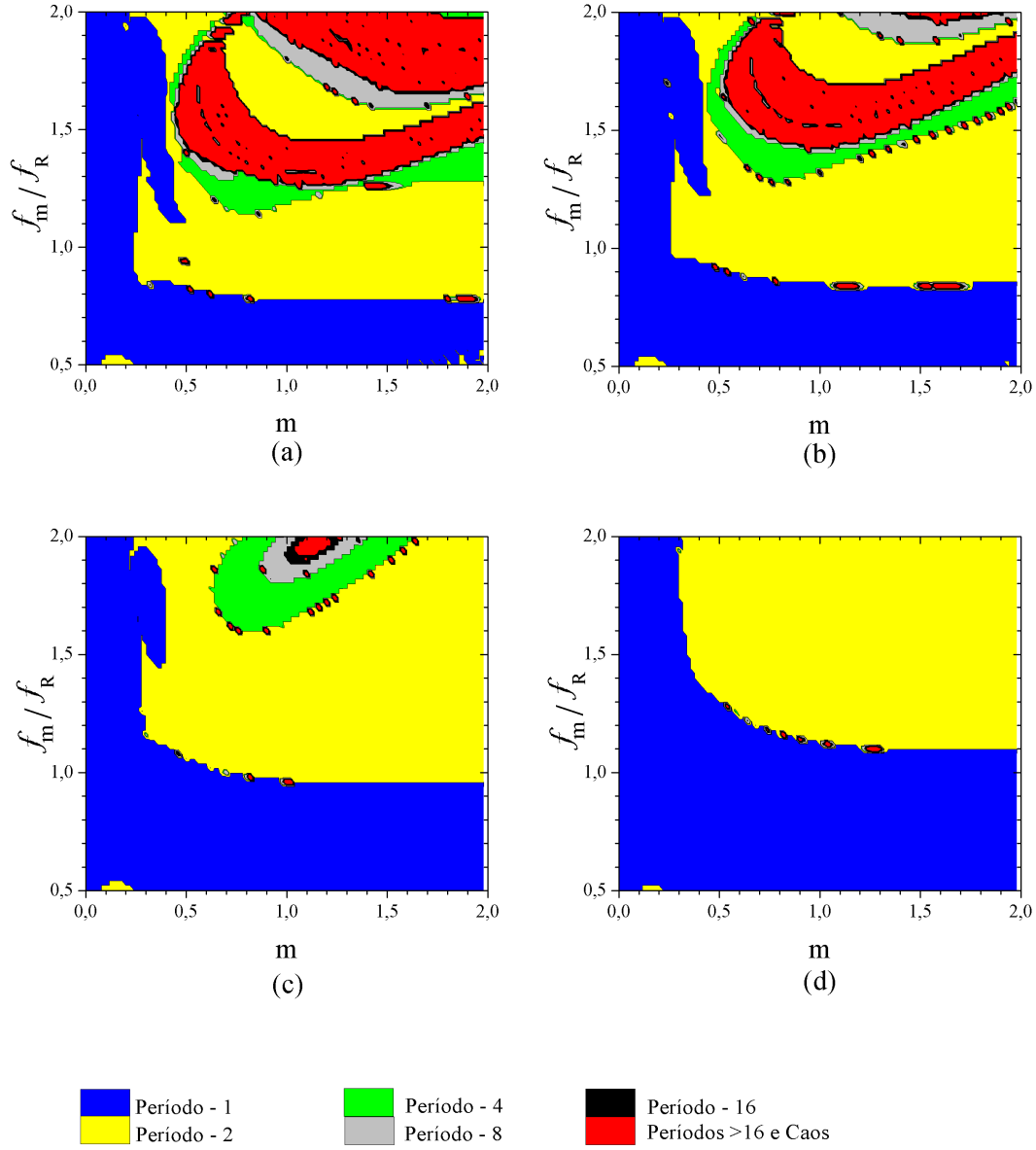


Figura 3.13 Regiões de bifurcação com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$ e $\xi = 1 \times 10^{-7}$ para (a) $\beta = 1 \times 10^{-6}$, (b) $\beta = 1 \times 10^{-5}$, (c) $\beta = 1 \times 10^{-4}$, (d) $\beta = 5 \times 10^{-4}$. Passos de integração numérica: $d(\frac{f_m}{f_R}) = 0.02$ e $dm = 0.02$

De forma geral, as influências da emissão espontânea e da saturação no ganho podem ser melhor visualizadas na figura 3.14 onde ξ e β foram usados como parâmetros e f_m e m foram mantidos fixos.

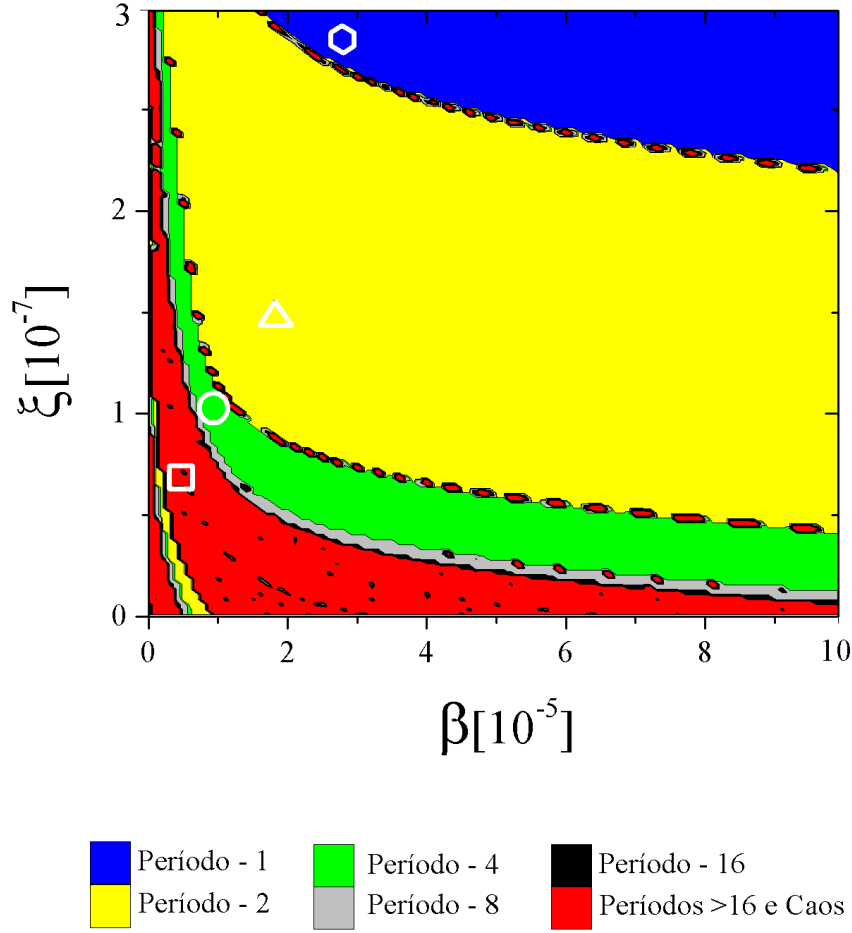


Figura 3.14 Regiões de bifurcação variando ξ e β , com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$, $m = 1,5$ e $f_m = 1.5f_R$. Pontos indicados no gráfico: Quadrado ($\xi = 6,8 \times 10^{-8}$ e $\beta = 5 \times 10^{-6}$), círculo ($\xi = 1 \times 10^{-7}$ e $\beta = 9 \times 10^{-6}$), triângulo ($\xi = 1,5 \times 10^{-7}$ e $\beta = 2,0 \times 10^{-5}$) e hexágono ($\xi = 2,8 \times 10^{-7}$ e $\beta = 2,8 \times 10^{-5}$). Passos de integração numérica: $d(\xi) = 2.5 \times 10^{-9}$ e $d(\beta) = 10^{-6}$

As figuras 3.15 mostram séries temporais e suas transformadas de Fourier para a intensidade do laser nos pontos marcados na figura 3.14. A figura 3.16 mostra as projeções do atrator (Diagramas $S \times N$) para cada série temporal da figura 3.15 deixando claro os dobramento de períodos e o comportamento caótico para o laser de semiconductor modulado diretamente levando em conta a emissão espontânea e a saturação no ganho.

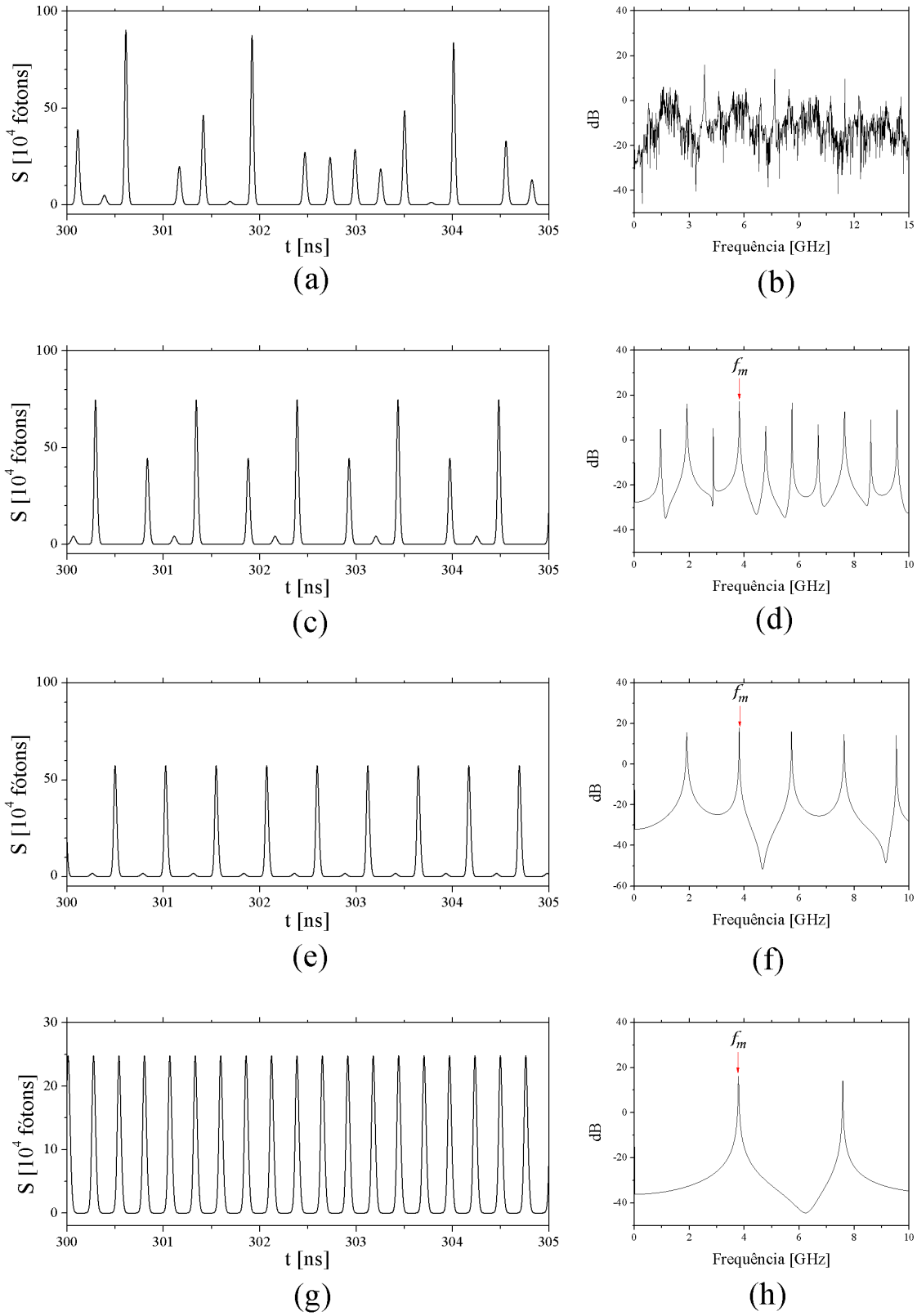


Figura 3.15 Séries temporais e suas transformadas para a intensidade do laser com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$, $m = 1,5$ e $f_m = 1.5f_R$ para (a) $\xi = 6,8 \times 10^{-8}$ e $\beta = 5 \times 10^{-6}$, (c) $\xi = 1 \times 10^{-7}$ e $\beta = 9 \times 10^{-6}$, (e) $\xi = 1,5 \times 10^{-7}$ e $\beta = 2,0 \times 10^{-5}$ e (g) $\xi = 2,8 \times 10^{-7}$ e $\beta = 2,8 \times 10^{-5}$. Passo de integração numérica: $dt = 0.1$ ps

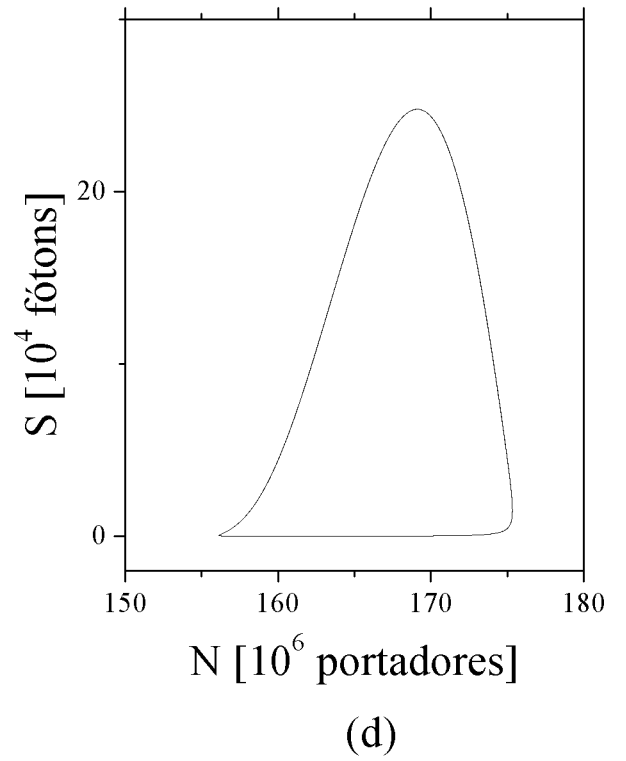
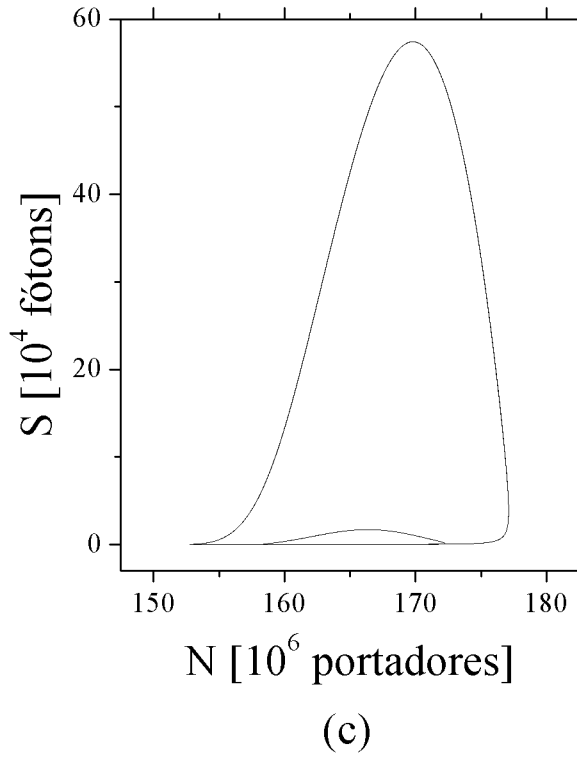
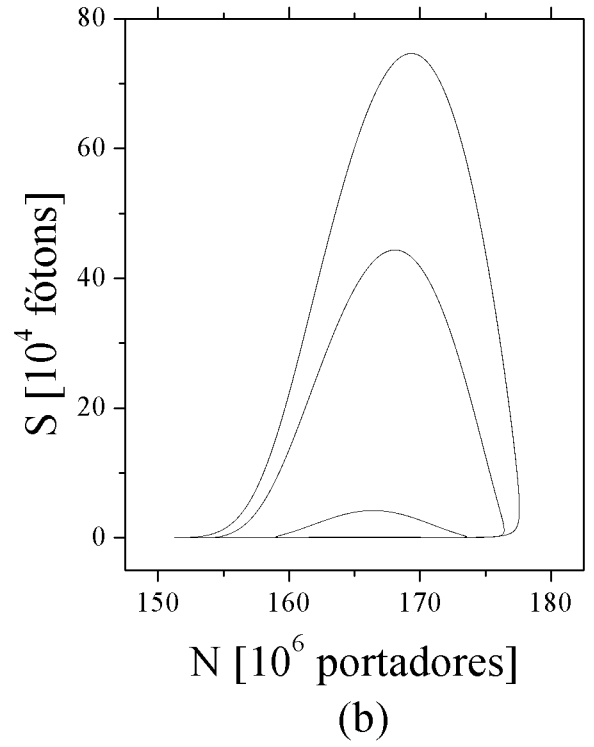
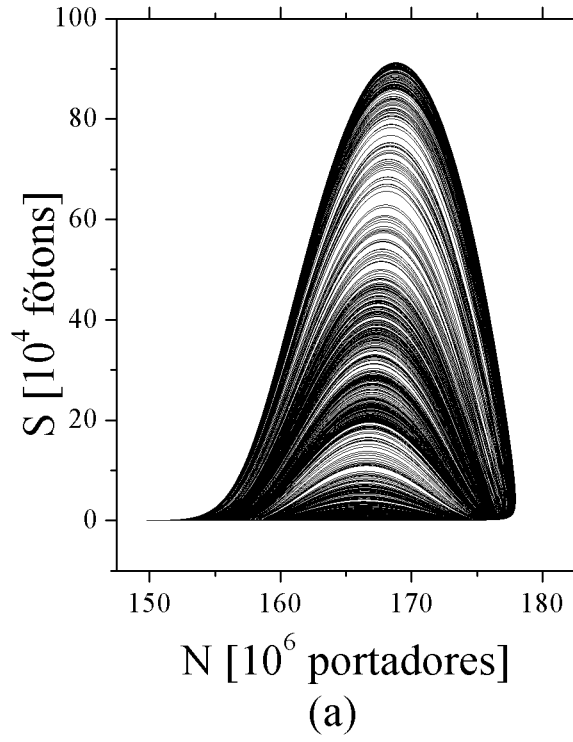


Figura 3.16 Diagramas $S \times N$ (retrato de fase) calculados com $I_{DC} = 1.2I_{lim}$, $m = 1,5$ e $f_m = 1.5f_R$ para (a) $\xi = 6,8 \times 10^{-8}$ e $\beta = 5 \times 10^{-6}$, (b) $\xi = 1 \times 10^{-7}$ e $\beta = 9 \times 10^{-6}$, (c) $\xi = 1,5 \times 10^{-7}$ e $\beta = 2,0 \times 10^{-5}$ e (d) $\xi = 2,8 \times 10^{-7}$ e $\beta = 2,8 \times 10^{-5}$

Conclusões e perspectivas

Nessa dissertação foi feito um estudo sobre as instabilidades na intensidade de um laser de semiconductor com corrente de injeção modulada diretamente. Primeiramente foi feita uma revisão sobre os princípios de funcionamento dos semicondutores. Depois uma descrição do funcionamento do laser de semiconductor baseado nas equações de Maxwell. Em seguida foi apresentado um modelo fenomenológico baseado nas duas equações de taxa que descrevem a dinâmica desse tipo de laser. Para observar o comportamento caótico foi adicionado à essas equações uma modulação na corrente de bombeio, adicionando assim mais um grau de liberdade às equações de taxa. Assim, essas equações que antes previam um comportamento estável do sistema, passaram a apresentar instabilidades ao variar um parâmetro de controle.

Em seguida foram apresentadas simulações numéricas usando a linguagem de programação C++ e método de integração Runge-Kutta de 4ª ordem para o laser modulado diretamente sem levar em conta a saturação no ganho. Foi observado o comportamento caótico do laser através de diagramas de bifurcação e séries temporais usando como parâmetro de controle tanto a intensidade da modulação quanto a frequência. Depois, foi adicionado a saturação do ganho nas equações de taxa e novos diagramas de bifurcação foram obtidos, mostrando a influência da saturação no comportamento dinâmico do sistema. Foi mostrado que para lasers com coeficiente de saturação relativamente alto acontece uma supressão nas instabilidades e o comportamento caótico não é apresentado. Foi visto também que a emissão espontânea também influencia no desaparecimento das instabilidades, ou seja, quanto maior o coeficiente de emissão espontânea e saturação do ganho maior será a supressão das instabilidades.

Uma perspectiva para continuação deste trabalho, é a obtenção de resultados numéricos

onde o laser apresente pulsos gigantes, tipo ondas óticas extraordinária. As ondas óticas extraordinárias são um tópico atual de pesquisa e pretendemos, após a conclusão do mestrado, realizar experimentos com um laser com corrente modulada até 3 Ghz para buscar a dinâmica caótica que manifeste tais pulsos gigantes.

Referências Bibliográficas

- [1] HALL, R. N.; FENNER, G. E.; KINGSLEY, J. D.; SOLTYS, T. J.; CARLSON, R. O. Coherent light emission from gaas junctions. *Physical Review Letters*, New York, v. 9, p. 366–368, 1962.
- [2] NATHAN, M. I.; DUMKE, W. P.; BURNS, G.; DILL JR., F. H.; LASHER, G. Stimulated emission of radiation from gaas p-n junctions. *Applied Physics Letters*, New York, v. 1, p. 62–64, 1962.
- [3] HOLONYAK JR., N.; BEVACQUA, S. F. Coherent (visible) light emission from ga(as1-xpx) junctions. *Applied Physics Letters*, New York, v. 1, p. 82,83, 1962.
- [4] QUIST, T. M.; REDIKER, R. H.; KEYES, R. J.; KRAG, W. E. Semiconductor maser of gaas. *Applied Physics Letters*, New York, v. 1, p. 91,92, 1962.
- [5] KROEMER, H. A proposed class of hetero-junction injection lasers. In: . c1963.
- [6] HAYASHI, I.; PANISH, M. B.; FOY, P. W.; SUMSKI, S. Junction lasers which operate continuously at room temperature. *Applied Physics Letters*, New York, v. 17, p. 109–111, 1970.
- [7] ETTENBERG, M. Very low-threshold double-heterojunction alx ga 1-x as injection lasers. *Applied Physics Letters*, New York, v. 27, p. 652–654, 1975.
- [8] YARIV, A. *Quantum electronics*. John Wiley & Sons, 1987.
- [9] AGRAWAL, G. P.; DUTTA, N. K. *Long-wavelength semiconductor lasers*. Van Nostrand Reinhold, 1986.
- [10] AVILA, J. F. M. *Lasers de diodo caóticos por realimentação Ótica*. 2002. Dissertação (Mestrado em Física) - Universidade Federal de Pernambuco, 2002.
- [11] AVILA, J. F. M. *Dinâmica não-linear e sincronismo de lasers semicondutores caóticos*. 2006. Tese (Doutorado em Física) - Universidade Federal de Pernambuco, 2006.
- [12] SWART, J. W. *Semicondutores: Fundamentos, técnicas e aplicações*. Editora da UNICAMP, 2008.
- [13] WIECZOREK, S.; KRAUSKOPF, B.; SIMPSON, T. B.; LENSTRA, D. The dynamical complexity of optically injected semiconductor lasers. *Physics Reports*, v. 416, p. 1–128, 2005.

- [14] HENRY, C. H. Theory of the linewidth of semiconductor lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, v. QE-18, p. 259–264, 1982.
- [15] STROGATZ, S. H. *Nonlinear dynamics and chaos*. Westview, 2000.
- [16] SACHER, J.; BAUMS, D.; PANKNIN, P.; ELSÄSSER, E.; GÖBEL, E. O. Intensity instabilities of semiconductor lasers under current modulation, external light injection, and delayed feedback. *Phys. Rev. A*, v. 45, p. 1893–1905, 1992.
- [17] LEE, C.-H.; YOON, T.-H.; SHIN, S.-Y. Period doubling and chaos in a directly modulated laser diode. *Applied Physics Letters*, Woodbury, v. 46(1), p. 95–97, 1985.
- [18] CHEN, Y. C.; WINFUL, H. G.; LIU, J. M. Subharmonic bifurcations and irregular pulsing behavior of modulated semiconductor lasers. *Applied Physics Letters*, Woodbury, v. 47, p. 208–210, 1985.
- [19] LAMELA, H.; CARPINTERO, G.; MANCEBO, F. J. Period tripling and chaos in the dynamic behavior of directly modulated diode lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, v. 34(10), p. 1797–1801, 1998.
- [20] AGRAWAL, G. P. Effect of gain nonlinearities on period doubling and chaos in directly modulated semiconductor lasers. *Applied Physics Letters*, Woodbury, v. 49(16), p. 1013–1015, 1986.
- [21] ÁVILA, J. F. M.; VICENTE, R.; RIOS LEITE, J. R.; MIRASSO, C. R. Synchronization properties of bidirectionally coupled semiconductor lasers under asymmetric operating conditions. *Phys. Rev. E*, v. 75, p. 066202, Jun 2007.
- [22] LIM, C. G.; IEZEKIEL, S.; SNOWDEN, C. M. Influence of the injection current dependence of gain suppression on the nonlinear dynamics of semiconductor lasers. *Ap*, v. 78, p. 2384–2386, 2001.
- [23] LIM, C. G.; IEZEKIEL, S.; SNOWDEN, C. M. Is noise a crucial factor in rate equation modeling of nonlinear dynamics in laser diodes? *Applied Physics Letters*, Woodbury, v. 77(22), p. 3493–3495, 2000.
- [24] SCHUSTER, S.; HAUG, H. Calculation of the gain saturation in cw semiconductor lasers with boltzmann kinetics for coulomb and lo phonon scattering. *Semicond. Sci. Technol*, v. 10, p. 281–289, 1995.
- [25] MAYOL, C.; TUROVETS, S. I.; TORAL, R.; MIRASSO, C. R.; PESQUERA, L. Main resonances in directly modulated semiconductor lasers: Effect of spontaneous emission and gain saturation. *IEE Proc.-Optoelectron.*, v. 148(1), p. 41–45, 2001.
- [26] MAYOL, C.; TORAL, R.; MIRASSO, C. R.; TUROVETS, S. I.; PESQUERA, L. Theory of main resonances in directly modulated diode laser. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, v. 38(3), p. 260–269, 2002.

- [27] LIU, H.-F.; NGAI, W. F. Nonlinear dynamics of a directly modulated 1.55 micro-m
ingaasp distributed feedback semiconductor laser. *IEEE Journal of Q*, v. 29, p. 1668–
1675, 1993.

