



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**INFLUÊNCIA DOS ERROS DA CÂMERA DE INFRAVERMELHO  
NA ESTIMATIVA DE PARÂMETROS TERMOFÍSICOS**

**RENATA NUNES TAVARES DA SILVA**

Orientador: Fábio Santana Magnani

[Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos exigidos para obtenção do Título de Doutora em Engenharia Mecânica]

Recife, agosto de 2012

Catálogo na fonte  
Bibliotecária Margareth Malta, CRB-4 / 1198

S586i Silva, Renata Nunes Tavares da.  
Influência dos erros da câmera de infravermelho na estimativa de parâmetros termofísicos / Renata Nunes Tavares da Silva. - Recife: O Autor, 2012.  
153 folhas, il., gráfs., tabs.  
  
Orientador: Prof. Dr. Fábio Santana Magnani.  
Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, 2012.  
Inclui Referências Bibliográficas e anexos.  
  
1. Engenharia Mecânica. 2. Câmera de infravermelho. 3. Erros. 4. Estimativa de parâmetros. 5. Método inverso. I. Magnani, Fábio Santana. (Orientador). II. Título.

UFPE

621 CDD (22. ed.)

BCTG/2012-269

“INFLUÊNCIA DOS ERROS DA CÂMERA DE INFRAVERMELHO EM  
ESTIMATIVAS DE PARÂMETROS TERMOFÍSICOS”

RENATA NUNES TAVARES DA SILVA

ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ENERGIA  
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
MECÂNICA/CTG/EEP/UFPE

---

Prof. Dr. FÁBIO SANTANA MAGNANI  
ORIENTADOR/PRESIDENTE

---

Prof. Dr. JORGE RECARTE HENRIQUEZ GUERRERO  
COORDENADOR DO PROGRAMA

BANCA EXAMINADORA:

---

Prof. Dr. FÁBIO SANTANA MAGNANI (UFPE)

---

Profª Drª RITA DE CÁSSIA FERNANDES DE LIMA (UFPE)

---

Prof. Dr. JOSÉ CARLOS CHARAMBA DUTRA (UFPE)

---

Prof. Dr. CARLOS ALBERTO BRAYNER DE OLIVEIRA LIRA (UFPE)

---

Prof. Dr. ZAQUEU ERNESTO DA SILVA (UFPB)

Ao Fábio, meu grande amor.  
Ao Dante, meu pequeno grande amor, pela alegria que fortalece e acalma o coração.  
À Madrinha (*in memoriam*), por ser eterna luz ...

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Fábio Magnani, por estar sempre disponível para esclarecimentos e discussões; e pela verdadeira orientação desse trabalho, onde a doutoranda pôde se desenvolver como pesquisadora.

Aos Professores Carlos Brayner – UFPE e Rita Lima - UFPE, por acompanharem as atividades desenvolvidas, pelo tempo dispensado para estudo dos textos e pelas contribuições na construção deste trabalho.

Ao Professor José Carlos Charamba – UFPE, pelo estudo do trabalho e pelas colocações importantes.

Ao Professor Zaqueu Ernesto da Silva - UFPB pelas relevantes sugestões e cuidadosa revisão para o enriquecimento deste trabalho.

Ao Professor Sérgio Colle - UFSC, por ter me incentivado a continuar a pesquisa na área de problemas inversos.

Ao Professor Ramiro Wilmersdorf - UFPE, por ter permitido o acesso ao Cenapad-PE para alguns cálculos.

Ao Alcides, pela execução dos experimentos e pelo tratamento dos dados experimentais.

Ao Gutemberg Francisco, do LABSOLOS/DECIVIL/UFPE, pelo auxílio nas medições da placa de gesso para a determinação da densidade da amostra estudada.

Ao Professor Tiago Rolim do DEMEC/UFPE, pela confecção das amostras e dos blocos de aço para a amostra com inclusão.

Aos professores e funcionários do DEMEC/UFPE, pelo convívio.

À Luana, pelo convívio e pela solicitude nos assuntos administrativos.

À FINEP pela aquisição da câmera de infravermelho.

Aos colegas do IFPE Ipojuca, pelo apoio para o desenvolvimento deste trabalho. Ao Professor Ênio, por ter acreditado na importância do meu afastamento de algumas atividades do Instituto. À Rosemeri, Laura, Soraya, Ulisses, Domingos, Iara e Eraldo, por terem compreendido a necessidade do meu afastamento para dedicação ao doutorado. Em especial à Rosemeri, coordenadora do curso de segurança do trabalho, que sempre organizou os meus horários de aula de forma que eu pudesse me dedicar ao doutorado. Ao Igor pela atenção em criar um usuário para mim e me orientar no acesso remoto ao computador de pesquisa. Ao José Mário, pela atenção e solicitude fundamentais para a maioria dos cálculos deste trabalho que foram executados nos servidores do IFPE Ipojuca.

## RESUMO

A termografia por infravermelho é uma técnica de ensaio não-destrutivo que obtém imagens térmicas de objetos. Ela pode ser usada de forma quantitativa na solução de problemas inversos de condução de calor. Normalmente esses problemas inversos são resolvidos a partir da: (a) obtenção de temperaturas a partir de um instrumento de medição; (b) solução do problema direto; e (c) minimização do erro entre as temperaturas experimentais e estimadas. As diferenças são a forma de medir as temperaturas e o método de minimização empregado. O principal objetivo desse trabalho é analisar como os erros da câmera de infravermelho influenciam na precisão da estimativa de parâmetros termofísicos de materiais. Foi realizado um levantamento dos erros de uma câmera de infravermelho real. Também foram simulados experimentos computacionais para a geração de imagens térmicas do resfriamento de uma placa de gesso. Depois foram adicionados os erros levantados. Para simular diferentes resoluções de câmeras, foram implementadas diferentes máscaras com várias distribuições e quantidade de pixels. Para representar a temperatura superficial da amostra foram usados três índices, calculados a partir das máscaras implementadas. Os índices utilizados foram: a temperatura média superficial, temperatura média quadrática superficial, e temperatura máxima superficial. Também foi desenvolvido um método automático baseado na técnica de Levenberg-Marquardt para resolver o problema inverso de condução de calor as diferentes combinações máscara\_índice. Os resultados mostraram que o erro sistemático que varia apenas com a distância do pixel ao centro da imagem provoca uma maior influência, ou seja, um erro percentual do parâmetro estimado em relação ao parâmetro de referência, nas estimativas da capacidade térmica do gesso. Enquanto que um erro sistemático que depende apenas da temperatura registrada no pixel da imagem influencia mais na estimativa da condutividade térmica gesso. Para um desvio médio de 1,46 °C houve erro% de 15% no  $\rho c_p$ , e para um desvio médio de 0,81°C o erro% foi de 25% no k. Comprovando a importância da frequência das calibrações da câmera de infravermelho que será usada para medir temperaturas a serem usadas em problemas inversos de transferência de calor. Os erros aleatórios provocaram os maiores erros percentuais nas estimativas feitas com a temperatura máxima superficial da amostra. Para esse tipo de erro, a maior influência é na estimativa da condutividade térmica do gesso. A diferença entre usar a temperatura média ou máxima não é tão importante se os erros considerados são os sistemáticos, mas se os erros são aleatórios a diferença é enorme.

**Palavras-chave:** câmera de infravermelho, erros, estimativa de parâmetros, método inverso.

## ABSTRACT

Infrared thermography is a technique of non-destructive testing that takes thermal images of objects. It can be used quantitatively in the solution of inverse problems of heat conduction. Typically these inverse problems are solved from: (a) obtaining temperature from a measuring device, (b) solution of the direct problem, and (c) minimizing the error between the estimated and experimental temperatures. The differences are how to measure the temperatures and the minimization method employed. The main objective of this work is to analyze how the errors of the infrared camera influence the estimate accuracy of thermophysical parameters of materials. It was done an assessment of the errors of a real infrared camera. Computational experiments were also simulated for generate thermal imaging of cooling a gypsum board. After it was added the camera errors. To simulate different camera resolutions it was implemented different masks with several distributions and number of pixels. To represent the surface temperature of the sample were used three indices, calculated from the mask implemented. The indices used were: the average surface temperature, surface temperature mean square, and maximum surface temperature. Also, it was developed an automatic method based on Levenberg-Marquardt technique to solve the inverse heat conduction problem in different mask\_indice combination. The results showed that the systematic error that varies only with the distance of the pixel from the centre of the image causes a greater influence on the estimate of the heat capacity of gypsum. While a systematic error which depends only on the temperature of each image pixel further influences on the estimates of the thermal conductivity of the gypsum. For a mean deviation of 1.46 °C there was an of 15 % on  $\rho c_p$ , and a mean deviation of 0.81 °C the error on k was 25 %. Those results points to the importance to the frequent calibration of the infrared camera to measure temperatures to be used in inverse problems of heat transfer. The random errors influence most in the estimation by the maximum surface temperature of the sample. For this type of errors the biggest influence is in the estimation of the thermal conductivity of the gypsum. The difference between using the average or maximum temperature is not as important if the systematic errors are considered, but if the errors are random the difference is huge.

**Keywords:** infrared camera, errors, parameter estimation, inverse method.

## NOMENCLATURA

Símbolo	Denominação	Unidade (SI)
$c_p$	calor específico	J/kg °C
$\rho$	massa específica (densidade)	kg/m <sup>3</sup>
$k$	condutividade térmica	W/m.K
$\alpha$	difusividade térmica	m <sup>2</sup> /s
$g$	aceleração da gravidade	m/s <sup>2</sup>
$h$	coeficiente de transferência de calor	W/m <sup>2</sup> °C
$T_{med}(t)$	temperatura média superficial para o instante $t$	°C
$T_{med^2}(t)$	temperatura média quadrática superficial para o instante $t$	°C
$T_{max}(t)$	temperatura máxima superficial para o instante $t$	°C
$e_{sC}(T)$	erro sistemático do centro do visor	°C
$T_{e_sC}(T)$	temperatura corrigida para o erro $e_{sC}(T)$	°C
$T_{medida}$	índice $T_{med}$ , $T_{med^2}$ ou $T_{max}$ .	°C
$e_s(r)$	erro sistemático no pixel de distância $r$ ao centro da imagem	°C
$T_{e_s}(r)$	temperatura corrigida para o erro $e_s(r)$ no pixel de distância $r$ ao centro da imagem	°C
$e_s(T)$	erro sistemático no pixel de temperatura $T_{pixel}$	°C
$T_{pixel}$	temperatura registrada no pixel em estudo	°C
$T_{e_e}(T)$	temperatura corrigida para o erro $e_s(T)$ em determinado pixel	°C
$e_s(r, T)$	erro sistemático no pixel de distância $r$ ao centro da imagem e de temperatura $T_{pixel}$	°C
$T_{e_s}(r, T)$	temperatura corrigida para o erro $e_s(r, T)$ de determinada distância do pixel e temperatura	°C
$T_{e_a}$	temperatura corrigida para o erro aleatório	°C
$erro\%$	erro percentual entre o parâmetro estimado e o parâmetro de referência	

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	- Termogramas de amostra: (a) intacta; (b) com rachadura (extraído de Aggelis et al. (2010)).	4
Figura 1.2	- Termograma do experimento da amostra estudada (extraído de Chudzik (2012)).	5
Figura 3.1	- Máscaras aplicadas aos termogramas.	20
Figura 3.2	- Cálculo do índice sobre a máscara M3.	22
Figura 3.3	- Temperatura superficial caracterizada por $T_{med}$ nas máscaras M1, M2, M3, M3, M5 e M6.	23
Figura 3.4	- Temperatura superficial caracterizada pelos índices $T_{med}$ , $T_{med}^2$ e $T_{max}$ na máscara M1.	24
Figura 3.5	- Desvios entre as temperaturas superficiais em $M3\_T_{max}$ e $M4\_T_{max}$ e $M1\_T_{max}$ .	25
Figura 3.6	- Termograma da placa de gesso para cálculo da distância do centro aos retângulos da extremidade.	26
Figura 3.7	- Termograma da calibração da câmera com divisão do visor em nove retângulos.	26
Figura 3.8	- Adição de erros nos pixels.	28
Figura 3.9	- Adição de erros no índice.	28
Figura 3.10	- Fluxograma da adição de erros nas temperaturas numéricas.	29
Figura 3.11	- Temperatura experimental computacional para o erro sistemático $e_sC(T)$ e a temperatura referência em $M1\_T_{med}$ .	35
Figura 3.12	- Temperatura experimental computacional para o erro sistemático $e_s(r)$ e a temperatura referência em $M1\_T_{med}$ .	35
Figura 3.13	- Temperatura experimental computacional para o erro sistemático $e_s(T)$ e a temperatura referência em $M1\_T_{med}$ .	36
Figura 3.14	- Temperatura experimental computacional para o erro sistemático $e_s(r,T)$ e a temperatura referência em $M1\_T_{med}$ .	36
Figura 3.15	- Desvio entre a temperatura experimental para os erros sistemáticos $e_sC(T)$ , $e_s(r)$ , $e_s(T)$ e $e_s(r,T)$ e a temperatura referência em $M1\_T_{med}$ .	37
Figura 3.16	- Desvio entre a temperatura experimental para o erro sistemático $e_sC(T)$ e a temperatura referência em $M1\_T_{med}$ , $M2\_T_{med}$ , $M3\_T_{med}$ , $M5\_T_{med}$ e $M6\_T_{med}$ .	38
Figura 3.17	- Temperatura experimental computacional com erro aleatório e temperaturas referência em $M1\_T_{med}$ .	39
Figura 3.18	- Temperatura experimental computacional com erro aleatório e temperatura referência em $M1\_T_{max}$ .	39
Figura 4.1	- Amostra de gesso com inclusão de um bloco de aço.	41
Figura 4.2	- Termogramas do resfriamento da amostra de gesso: (a) 15 minutos; (b) 30 minutos; e (c) 45 minutos.	43
Figura 4.3	- Termogramas do resfriamento da amostra de gesso com inclusão do bloco de aço: (a) 15 minutos; (b) 30 minutos; e (c) 45 minutos.	43
Figura 4.4	- Teste de convergência de malha para solução do problema direto	44
Figura 4.5	- Procedimento para estimativa de parâmetros.	45

Figura 4.6	- Algoritmo da estimativa de parâmetros.	49
Figura 4.7	- Temperatura do experimento real sobre a amostra de gesso e de experimentos computacionais para várias temperaturas iniciais e tipos de convecção em M1_Tmed.	53
Figura 4.8	- Desvio entre a temperatura numérica e a experimental real para várias temperaturas iniciais e tipos de convecção em M1_Tmed.	53
Figura 4.9	- Coeficientes de sensibilidade dos parâmetros termofísicos do gesso.	55
Figura 4.10	- Coeficientes de sensibilidade dos parâmetros termofísicos da inclusão de aço.	55
Figura 4.11	- Erro % para a estimativa de $c_p$ em todas as máscaras e índices.	56
Figura 4.12	- Erro % para a estimativa de $\rho$ em todas as máscaras e índices.	57
Figura 4.13	- Erro % para a estimativa de $k$ em todas as máscaras e índices.	57
Figura 4.14	- Estimativa da condutividade térmica para valores distantes do esperado	58
Figura 4.15	- Temperaturas em M1_Tmed para $K = 0.11$ , $K = 1$ e $K$ estimada.	59
Figura 4.16	- Estimativa da densidade para valores distantes do esperado.	59
Figura 4.17	- Estimativa do calor específico para valores distantes do esperado	60
Figura 4.18	- Estimativa da condutividade térmica para valores distantes do esperado (temperatura experimental computacional com $e_sC(T)$ ).	60
Figura 5.1	- Temperaturas em M1_Tmed para vários coeficientes de convecção natural.	63
Figura 5.2	- Desvio entre as temperaturas em M1_Tmed para vários coeficientes de convecção e a temperatura M1_Tmed_ref.	64
Figura 5.3	- Temperaturas em M1_Tmed para vários $\rho c_p$ e a temperatura M1_Tmed_ref.	65
Figura 5.4	- Desvios entre as temperaturas em M1_Tmed para vários $\rho c_p$ e a temperatura M1_Tmed_ref.	65
Figura 5.5	- Temperaturas em M1_Tmed para várias condutividades térmicas.	66
Figura 5.6	- Desvios entre as temperaturas para várias condutividades térmicas em M1_Tmed e a temperatura M1_Tmed_ref.	67
Figura 5.7	- Temperaturas em M1_Tmed para várias capacidades e condutividades térmicas.	68
Figura 5.8	- Desvios entre as temperaturas para vários $\rho c_p$ e $k$ em M1_Tmed e a temperatura M1_Tmed_ref.	68
Figura 5.9	- $Mse$ x erro% para $T_{med}$ e $e_sC(T)$ em todas as máscaras para 01 parâmetro estimado isoladamente.	71
Figura 5.10	- $Mse$ x erro% para $T_{med}$ e $e_sC(T)$ em todas as máscaras para 02 parâmetros estimados simultaneamente.	72
Figura 5.11	- Desvio entre as temperaturas experimentais com $e_sC(T)$ estimada para $\rho$ e $K$ e a referência em M1_Tmed e M6_Tmed.	77
Figura 5.12	- Coeficientes de sensibilidade para em M1_Tmed com erro $eC(T)$ .	76
Figura 5.13	- Coeficientes de sensibilidade em M6_Tmed com erro $eC(T)$	76
Figura 5.14	- Desvio entre M6_Tmed e M1_Tmed estimadas para $\rho$ e $k$ e $k$ e $c_p$ e a M6_Tmed e M1_Tmed de referência.	77
Figura 5.15	- $Mse$ x erro% para todos os índices na máscara M1 com erro $e_sC(T)$ para 01 parâmetro estimado isoladamente.	79

Figura 5.16	- <i>Mse</i> x erro% para todos os índices na máscara M1 com erro $e_s C(T)$ para 02 parâmetros estimados simultaneamente.	79
Figura 5.17	- Desvio entre a temperatura experimental com erro $e C(T)$ na máscara M1 para todos os índices e a temperatura de referência.	80
Figura 5.18	- Desvios entre a temperatura estimada com erro $e C(T)$ em M1_Tmed e M1_Tmax e a temperatura de referência.	81
Figura 5.19	- <i>Mse</i> x erro% para M1_Tmed com vários erros para 01 parâmetro estimado isoladamente.	82
Figura 5.20	- <i>Mse</i> x erro% para M1_Tmed com vários erros para 02 parâmetros estimados simultaneamente.	83
Figura 5.21	- Desvios entre as temperaturas estimadas e a referência para a estimativa de $\rho$ em M1_Tmed com vários erros.	85
Figura 5.22	- Desvios entre as temperaturas estimadas e a referência para a estimativa de $k$ em M1_Tmed com vários erros.	87
Figura 5.23	- Desvios em M1_Tmed entre as temperaturas estimada e a referência para estimativa simultânea de $k_{cp}$ .	88
Figura 5.24	- <i>Mse</i> x erro% para várias métricas com erro aleatório.	89
Figura 5.25	- Temperaturas em M1_Tmed para estimativa de $\rho$ com erro aleatório.	90
Figura 5.26	- Temperaturas em M5_Tmed para estimativa de $k$ com erro aleatório.	91
Figura 5.27	- Temperaturas em M5_Tmax para estimativa de $K$ com erro aleatório.	91
Figura 5.28	- Temperaturas em M3_Tmax para estimativa de $k$ com erro aleatório.	92
Figura 5.29	- Temperaturas em M3_Tmax para estimativa de $\rho$ com erro aleatório.	93
Figura 5.30	- Temperaturas em M6_Tmax para estimativa de $\rho$ com erro aleatório.	93
Figura 5.31	- Influência da faixa do vetor temperatura na estimativa da condutividade térmica com $e_s(T)$ .	96
Figura 5.32	- Coeficiente de sensibilidade da condutividade térmica para a curva com erro $e_s(T)$ .	96
Figura 5.33	- Influência da faixa do vetor temperatura na estimativa da densidade e do calor específico com $e_s(r)$ .	97
Figura 5.34	- Coeficiente de sensibilidade do calor específico para a curva com erro $e_s(r)$ .	98

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1	- Resultados da calibração da câmera para centro e retângulos das extremidades.	27
Tabela 4.1	- Erro% dos parâmetros do gesso e do aço na estimativa a partir de vários $\varepsilon_1$ , $\varepsilon_2$ e $\varepsilon_3$ .	50
Tabela 4.2	- Primeira estimativa dos parâmetros a partir de dados experimentais.	52
Tabela 4.3	- Segunda estimativa dos parâmetros a partir de dados experimentais.	52
Tabela 4.4	- Estimativa de parâmetros da inclusão de aço.	61
Tabela D.1	- Resultados das estimativas isoladas de parâmetros a partir do erro $e_s C(T)$ no índice $T_{med}$ calculado em todas as máscaras.	105
Tabela D.2	- Resultados das estimativas simultâneas de parâmetros a partir do erro $e_s C(T)$ no índice $T_{med}$ calculado em todas as máscaras.	106
Tabela E.1	- Resultados das estimativas isoladas de parâmetros a partir do erro $e_s C(T)$ nos índices $T_{med}$ , $T_{med}^2$ e $T_{max}$ ; calculado nas máscaras M1 e M3.	107
Tabela E.2	- Resultados das estimativas simultâneas de parâmetros a partir do erro $e_s C(T)$ nos índices $T_{med}$ , $T_{med}^2$ e $T_{max}$ ; calculado nas máscaras M1 e M3.	108
Tabela F.1	- Resultados das estimativas isoladas de parâmetros a partir dos erros $e_s C(T)$ , $e_s(T)$ , $e_s(r)$ , $e_s(r,T)$ no índice $T_{med}$ calculado a partir das máscaras M1 e M3.	109
Tabela F.2	- Resultados das estimativas simultâneas de parâmetros a partir dos erros $e_s C(T)$ , $e_s(T)$ , $e_s(r)$ , $e_s(r,T)$ no índice $T_{med}$ calculado a partir das máscaras M1 e M3.	110
Tabela G.1	- Resultados das estimativas de parâmetros a partir do erro aleatório.	111

## Sumário

<b>1. Introdução</b> .....	<b>4</b>
1.2 Problema do trabalho.....	5
1.3 Objetivos.....	6
1.4 Estrutura.....	6
<b>2. Revisão Bibliográfica</b> .....	<b>8</b>
2.1 Referências complementares.....	13
<b>3. Levantamento e análise de erros</b> .....	<b>19</b>
3.1 Conceitos.....	19
3.2 Máscaras.....	20
3.3 Índices.....	21
3.4 Combinações máscara_índice.....	22
3.5 Influência de máscaras e índices na temperatura superficial da amostra.....	22
3.6 Estudos da imagem da placa para encontrar a relação $cm \times pixel$ .....	25
3.7 Calibração da câmera de infravermelho.....	26
3.8 Adição de erros nas temperaturas experimentais computacionais.....	28
3.9 Erros sistemáticos.....	30
3.9.1 Erro sistemático do centro do visor: $e_{sC}(T)$ .....	30
3.9.2 Erro sistemático variando com a distância do pixel ao centro da imagem: $e_s(r)$ .....	31
3.9.3 Erro sistemático variando com a temperatura: $e_s(T)$ .....	31
3.9.4 Erro sistemático variando com a distância do pixel ao centro da imagem e a temperatura: $e_s(r,T)$ .....	32
3.10 Erro aleatório.....	34
3.11 Influências dos erros na evolução da temperatura superficial da amostra.....	34
<b>4. Desenvolvimento do método automático para estimativa de parâmetros</b> .....	<b>41</b>
4.1 Amostras estudadas.....	41
4.2 Determinação do tempo ótimo para os experimentos.....	42
4.3 Experimentos sobre as amostras.....	42
4.4 Problema direto de condução de calor.....	43
4.4 Problema inverso de condução de calor.....	44
4.5 Descrição do método.....	45
4.5.1 Procedimento iterativo.....	46
4.5.2 Algoritmo da estimativa de parâmetros.....	48

4.6 Critérios de parada.....	49
4.7 Estimativas de parâmetros a partir de dados de experimentos reais.....	51
4.8 Análises de sensibilidade a partir da matriz jacobiana.....	54
4.9 Estimativas de parâmetros para várias combinações máscara_índice sem erros da câmera.....	56
4.10 Estimativas com valores da estimativa inicial de parâmetros distantes do esperado.....	58
4.11 Estimativas dos parâmetros do aço.....	61
4.12 Estimativas de parâmetros geométricos da inclusão.....	61
<b>5. Estimativa de parâmetros termofísicos.....</b>	<b>63</b>
5.1 Influência de $h$ , $k$ , $\rho.c_p$ , $k$ e $\rho.c_p$ na condução de calor na amostra.....	63
5.2 Estudos realizados.....	69
5.3 Influência de erros sistemáticos da câmera de infravermelho na estimativa de parâmetros.....	70
5.3.1 Estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com erro sistemático $e_{sC}(T)$ , no índice $T_{med}$ calculado a partir de todas as máscaras implementadas (M1, M2, M3, M4, M5, M6).....	70
5.3.2 Estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com erro sistemático $e_{sC}(T)$ , em todos os índices ( $T_{med}$ , $T_{med}^2$ e $T_{max}$ ) calculados a partir das máscaras M1 e M3.....	78
5.3.3 Estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com os erros sistemáticos $e_{sC}(T)$ , $e_s(T)$ , $e_s(r)$ , $e_s(r,T)$ no índice $T_{med}$ calculado a partir das máscaras M1 e M3.....	81
5.4 Estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com os erros aleatórios adicionados diretamente nos pixels da imagem, em todos os índices ( $T_{med}$ , $T_{med}^2$ e $T_{max}$ ) calculados para as máscaras M1, M3 e M6.....	89
5.7 Influência da faixa do vetor temperatura.....	94
<b>Conclusão.....</b>	<b>100</b>
6.1 Sugestões de trabalhos futuros:.....	104
<b>Bibliografia.....</b>	<b>105</b>
<b>Anexos.....</b>	<b>113</b>
ANEXO A – Teoria de infravermelho (extraído de da Silva (2007)).....	113
A.1 Espectro eletromagnético.....	113
A.2 Radiação do corpo negro.....	115
A.3 Definições.....	120
A.4 Determinação da temperatura de um objeto a partir da irradiação no sistema de microbolômetro.....	124
A.5 Influência de parâmetros na medição de temperatura por infravermelho.....	127
ANEXO B – Confeção de amostras e procedimentos para as medições com a câmera de infravermelho (extraído de da Silva(2007)).....	129
B.1 Confeção das amostras e da bancada.....	129

B.2 Procedimentos para as medições .....	130
B.3 Aquecimento em estufa .....	130
<i>ANEXO C – Modelos matemático e numérico (extraído de da Silva(2007))</i> .....	131
C.1 Problema analítico .....	131
C.2 Problema numérico .....	133
<i>ANEXO D – Resultados das estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com erro sistemático <math>e_s C(T)</math>, no índice <math>T_{med}</math> calculado a partir de todas as máscaras implementadas (M1, M2, M3, M4, M5, M6).</i> .....	147
<i>ANEXO E – Resultados das estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com erro sistemático <math>e_s C(T)</math>, em todos os índices (<math>T_{med}</math>, <math>T_{med}^2</math> e <math>T_{max}</math>) calculados a partir das máscaras M1 e M3.</i> .....	149
<i>ANEXO F – Resultados das estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com os erros sistemáticos <math>e_s C(T)</math>, <math>e_s(T)</math> <math>e_s(r)</math> <math>e_s(r,T)</math> no índice <math>T_{med}</math> calculado a partir das máscaras M1 e M3.</i> .....	151
<i>ANEXO G – Resultados das estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com erro aleatório, nos índices <math>T_{med}</math> e <math>T_{max}</math>, nas máscaras M1, M3 e M6.</i> .....	153

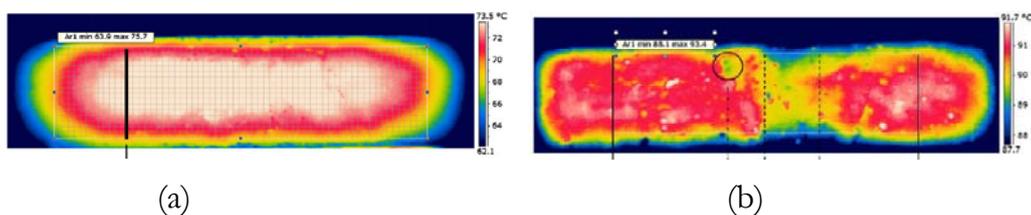
# 1. Introdução

## 1.1 Utilização da termografia na caracterização de materiais e em estimativas de parâmetros

O uso de imagens de infravermelho vem crescendo bastante nas últimas décadas. No Brasil, em particular, o uso é bastante intenso nas empresas de geração e transmissão de energia elétrica e, em menor escala, em indústrias que usam caldeiras, fornos e tubulações com temperaturas distantes da ambiente (transporte de fluidos de refrigeração, criogênicos, vapor etc.).

A vantagem do uso de imagens de infravermelho é o grande número de pontos de temperatura que são obtidos simultaneamente. No entanto, muito embora as câmeras modernas possuam grande sensibilidade ( $0,08\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), a sua relativa baixa precisão ( $\pm 2\text{ }^{\circ}\text{C}$  ou 2% da leitura, o que for maior) ainda é bem inferior aos sensores de contato (e.g. termistores,  $\pm 0,1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ). Essas duas características (grande número de pontos, com relativa baixa precisão) convergem para o uso comum da termografia no estudo qualitativo de fenômenos complexos, como em Aggelis et al. (2010). Eles utilizam uma combinação de termografia e o ultrassom para caracterizar rachaduras em estruturas de concreto. A termografia é usada para identificar falhas abaixo da superfície, já que ela detecta anomalias na distribuição de temperaturas da amostra, Figura 1.1. Depois o ultrassom é usado para caracterizar a profundidade da rachadura.

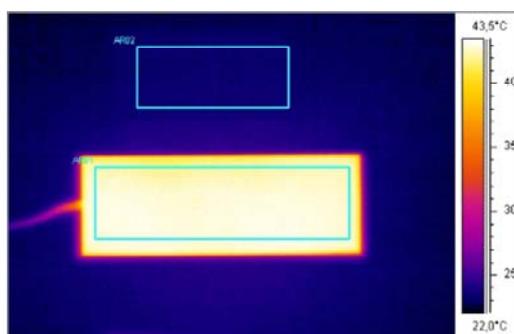
Figura 1.1 – Termogramas de amostra: (a) intacta; (b) com rachadura (extraído de Aggelis et al. (2010)).



Sem o uso de imagens de infravermelho, analistas humanos dependem apenas em modelos baseados em um pequeno número de pontos para compreender o que está ocorrendo em um dado processo de transferência de calor. Portanto, o uso da termografia para análise qualitativa não deve ser jamais subestimado, pois tem uma capacidade única e incrível para nos ajudar a compreender melhor certos fenômenos. Adicionalmente,

existem casos em que a termografia pode ser usada na análise quantitativa. Por exemplo, na determinação parâmetros termofísicos de espuma de poliestireno, como apresenta Chudzik (2012). O trabalho apresenta um método que aplica uma onda de calor periódica a uma amostra e uma câmera de infravermelho grava a distribuição da temperatura superficial da amostra. Um problema inverso é resolvido a partir dos dados de imagens térmicas, Figura 1.2.

Figura 1.2 – Termograma do experimento da amostra estudada (extraído de Chudzik (2012)).



### 1.2 Problema do trabalho

O problema da linha de pesquisa na qual este trabalho está inserido é determinar a mínima resolução que uma câmera de infravermelho deve ter para estimar parâmetros de materiais de forma precisa.

A amostra estudada é uma placa quadrada de gesso. A técnica básica para estimar parâmetros de materiais consiste em: (a) aquecer a amostra em estufa; (b) colocar para resfriar por convecção natural; (c) registrar o resfriamento com uma câmera de infravermelho; e (d) ajustar a curva numérica à experimental.

Neste trabalho não é proposto um novo método inverso. A contribuição consiste em um extenso estudo da influência dos erros da câmera de infravermelho, modelo S45 FLIR SYSTEMS do Demec/UFPE, na estimativa de parâmetros de materiais. Essa compreensão vai permitir uma expansão do uso de imagens térmicas em análises quantitativas, a partir da metodologia desenvolvida para estudar a influência dos erros da câmera de infravermelho em estimativas de parâmetros de materiais..

### *1.3 Objetivos*

Considerando que já foi empregado por da Silva(2007) com sucesso parcial um método de uso de termografias na estimativa de parâmetros termofísicos e geométricos de materiais; e que não existe na literatura de que forma os erros de uma câmera de infravermelho podem influenciar nos resultados de estimativa de parâmetros, o presente trabalho tem os seguintes objetivos:

- a. Desenvolver um método automático de estimativa de parâmetros termofísicos e geométricos de materiais, utilizando dados de temperatura de imagens térmicas de amostras em resfriamento num método formal para solução de problema inverso de condução de calor;
- b. Realizar um estudo da influência do número de pontos experimentais de temperatura e de tipos de erros na estimativa de parâmetros termofísicos e geométricos, usando várias combinações máscara\_índice e vários erros para caracterização do comportamento térmico da amostra. Será usado o método automático desenvolvido e experimentos computacionais que simularão as imagens térmicas de uma câmera de infravermelho.

### *1.4 Estrutura*

Este trabalho está dividido em cinco partes. O presente Capítulo, onde foram apresentadas algumas aplicações da termografia na caracterização de materiais e os objetivos da tese.

No Capítulo 2 é apresentada uma revisão de trabalhos relacionados com o aqui proposto. São apresentados estudos que resolvem problemas inversos de condução de calor com métodos diferentes do utilizado nesta tese, mas que se assemelham nos procedimentos de construção de todo o método de estimativas. Também são apresentados trabalhos onde a termografia é usada tanto na solução de problemas inversos, quanto na validação das soluções encontradas a partir de métodos inversos formais.

Os estudos sobre os erros da câmera de infravermelho FLIR S45 do Demec/UFPE encontram-se no Capítulo 3. Nele é mostrado como foi feita a calibração da câmera para a obtenção dos erros sistemáticos e aleatórios. Para medida de avaliação da temperatura superficial da amostra foram implementadas dezoito combinações máscara\_índice. Elas são uma combinação de máscara (quantidade e distribuição dos pontos da matriz de temperaturas extraída da imagem térmica) e do índice de caracterização do comportamento térmico da amostra (calculado a partir de determinada máscara). Nesse trabalho serão usados três índices: temperatura média superficial (média dos pontos da máscara), temperatura média quadrática superficial (média quadrática dos pontos da máscara) e temperatura máxima (máxima temperatura dos pontos da máscara). Também são apresentadas as influências de cada combinações máscara\_índice e erro na temperatura superficial da amostra.

O Capítulo 4 apresenta a técnica de Levenberg-Marquardt para solução do problema inverso utilizado para desenvolver o método automático de estimativa de parâmetros. O problema direto também é descrito. Foram feitos vários estudos sobre o método automático implementado: (a) análise de sensibilidade a partir da matriz jacobiana; (b) estimativas dos parâmetros a partir das temperaturas experimentais computacionais sem adição de erros para levantar os erros do próprio método; e (c) teste de convergência do método para valores iniciais dos parâmetros bem distantes dos esperados.

Os estudos realizados sobre as influências dos erros nas estimativas são apresentados no Capítulo 5. São mostradas as influências de cada parâmetro na condução de calor na amostra, pois isso é necessário para analisar os resultados das estimativas. Foram construídas temperaturas experimentais com adição dos erros levantados no Capítulo 3. A partir dessas temperaturas, foram feitas estimativas dos parâmetros e os resultados foram comparados com aqueles obtidos no Capítulo 4, com curvas experimentais sem erros da câmera. Foi feito um estudo paramétrico, onde se realizou uma extensa análise de como o erro adicionado influencia no valor do parâmetro estimado.

## 2. Revisão Bibliográfica

Atualmente, existe um grande interesse na engenharia em determinar em que casos a análise termográfica pode ser usada com sucesso. Este trabalho é resultado de uma evolução natural da linha de pesquisa em termografia por infravermelho do Demec/UFPE.

Em 2004, com a chegada da câmera de infravermelho o interesse inicial era estudar onde a técnica poderia ser usada. Magnani et al. (2005) apresentaram um estudo sobre a aplicabilidade da termografia em regiões tropicais. Algumas delas são: (a) visualização de processos térmicos, tais como a mistura de líquidos em temperaturas diferentes e a secagem de uma placa de gesso; e (b) aplicações na engenharia, como detecção de revestimento solto de fachada de edificação e de infiltração de ar em câmara frigorífica. Foi verificado que as regiões tropicais têm uma particularidade durante a noite: existe uma proximidade entre as temperaturas do corpo humano e do solo. Apesar de a termografia ser bastante utilizada para detecção de pessoas em climas temperados e frios, ela apresenta dificuldades em climas quente devido ao baixo gradiente entre as temperaturas do homem e dos objetos que o cercam.

Da Silva et al. (2006a) mostram uma análise energética de um forno de aquecimento de tarugo com auxílio de termografia. É feita uma comparação entre: (a) o balanço energético do forno simulado computacionalmente e considerando uma temperatura única para toda a parede externa; e (b) o balanço energético do forno realizado através de dados de temperatura de imagens térmicas do exterior do equipamento. Foi verificada uma diferença entre os dois balanços, pois aquele realizado computacionalmente não leva em consideração as perdas de energia detectadas pela termografia.

Em da Silva et al. (2006b) são apresentadas algumas utilidades da termografia na detecção de falhas. A termografia pode ser usada qualitativamente para identificar falhas e materiais diferentes usados em restaurações de monumentos históricos; e visualização de pontos quentes em instalações elétricas. E quantitativamente, para determinar a perda de calor em algumas partes de um equipamento industrial de grande porte.

Bezerra et al. (2006) apresentam um estudo detalhado da influência dos parâmetros que devem ser inseridos em uma câmera de infravermelho nos resultados das medições.

Foram realizadas medições em um gerador de radiação em várias distâncias e temperaturas. Um resultado importante foi um erro aleatório baixo nas medições. E foi observado que a umidade relativa é um parâmetro importante porque pode ter sido responsável por variações nos resultados das termografias.

Aplicações da termografia na engenharia e na estimativa de parâmetros termofísicos e geométricos de materiais fizeram parte do trabalho de da Silva (2007). Entre as aplicações qualitativas da termografia são citadas as visualizações de: (a) fenômenos básicos como a secagem de uma folha de papel; (b) temperaturas de fluidos em trocadores de calor; (c) chama do gás natural; e (d) problemas no isolamento de grandes equipamentos industriais (caldeiras, fornos, etc.). A aplicação quantitativa diz respeito à estimativa de parâmetros termofísicos e geométricos de materiais. Foram utilizadas as informações de temperatura das imagens térmicas na solução de um problema inverso de condução de calor.

Magnani e da Silva (2007) apresentam uma aplicação da termografia na estimativa de parâmetros termofísicos e geométricos de materiais e inclusão. Para a estimativa dos parâmetros, o processo de resfriamento foi simulado computacionalmente. A partir do ajuste entre as curvas dos resultados numéricos e experimentais puderam ser estimados: (a) capacidade térmica e condutividade térmica do gesso; (b) capacidade térmica do aço; (c) raio, altura e centro da inclusão na amostra. Em relação aos parâmetros do gesso, a partir de um erro de 1 °C na temperatura média superficial da amostra, a condutividade térmica foi estimada com um erro de 80% e a capacidade térmica de 9%.

Os trabalhos desenvolvidos pelo grupo da UFPE caminharam para um interesse crescente na utilização da termografia para resolver problemas inversos de condução de calor. Então, surgiu a necessidade de compreender de que forma os erros da câmera de infravermelho influenciam na estimativa de parâmetros de materiais.

Os artigos que resolvem problemas inversos de transferência de calor apresentam semelhanças com essa tese no que se refere à metodologia: (a) obtenção de temperaturas a partir de um instrumento de medição; (b) solução do problema direto; e (c) minimização do erro entre as temperaturas experimentais e estimadas. As diferenças são a forma de medir as temperaturas e o método de minimização empregado. Os trabalhos citados a seguir resolvem problemas onde temperaturas medidas por termopares ou câmeras de infravermelho são usadas na solução e na validação da solução de problemas inversos.

Também são mostrados os erros de dispositivos de medição e do método utilizado para estimar os parâmetros.

Adili et al. (2009) utilizaram o método de Gauss-Newton para estimar propriedades termofísicas de incrustações em tubulações de trocadores de calor. Foram realizados experimentos para a obtenção de temperaturas de parte da tubulação com incrustação a partir de um único termopar. Na solução do problema inverso foram considerados os erros do termopar como sendo aleatórios, de distribuição normal e desvio padrão constante, e eles foram calculados a partir do desvio padrão do termopar usado no experimento que foi de  $9,62 \times 10^{-3}$  K. A estimativa da condutividade térmica apresentou uma incerteza de 7%, e a da capacidade térmica de 5%.

Huang e Tsai (2005) utilizaram o *Steepest Descent Method (SDM)* para determinar os coeficientes de transferência de calor em chapas aletadas de trocadores de calor, a partir da solução de um problema inverso de condução de calor tridimensional. Simularam experimentos computacionais com adição de erros aleatórios às temperaturas medidas a partir de termografia. Foram adicionados erros de distribuição normal, média zero e desvio padrão constante. Primeiramente foi feita a estimativa do coeficiente de transferência de calor a partir de medições exatas, sem erros. E depois os desvios padrões foram aumentados. Verificou-se que quando o desvio padrão passou de 0,1 para 0,3, o erro percentual do parâmetro estimado em relação ao exato variou de 7,8% para 11,6%. A estimativa do coeficiente de transferência de calor mostrou-se sensível a erros de medição, mas o *SDM* proporcionou resultados confiáveis.

Nguyen e Prystay (1999) desenvolveram uma técnica inversa para estimar a distribuição de temperatura inicial e a evolução da temperatura ao longo da espessura da pré-forma em um processamento de polímeros. Foi utilizada uma câmera de infravermelho para medir a temperatura superficial da pré-forma. O problema inverso foi formulado com a utilização do método adjunto com equações resultantes resolvidas pelo método de elementos finitos. O método do gradiente conjugado foi usado para minimizar o funcional das temperaturas superficiais simuladas e medidas. Primeiramente foram simulados experimentos com adição de erro aleatório de 2% com média zero à temperatura exata. Então a temperatura inicial foi estimada com um erro percentual de 1%. Também foi utilizada uma câmera de infravermelho para registrar a temperatura superficial inicial do polímero, sem considerar os erros experimentais do equipamento.

Verificou-se uma boa proximidade entre as temperaturas iniciais estimadas e medidas, mostrando que a técnica é adequada ao problema em questão.

Zmywaczyk et al. (2007) apresentam estimativas da condutividade térmica e da capacidade térmica de um pequeno aquecedor circular usando o método de Levenberg-Marquadt. Foram usados dois termopares para medir as temperaturas no aquecedor. Na solução do problema inverso foram considerados os erros aleatórios dos termopares de acordo com as considerações de Beck (1985). A partir dos valores estimados foi possível determinar a área efetiva de aquecimento do dispositivo. Uma câmera de infravermelho foi usada para confirmar esta área estimada a partir de medições de temperatura após certo tempo de aquecimento. Mas nesse experimento não foi levado em consideração o erro da câmera. O erro na estimativa da condutividade térmica ficou em 8%, e o da capacidade térmica em 0,6%.

Huang et al. (2007) apresentaram uma estimativa do fluxo de calor em brocas de titânio através do *Steepest Descent Method* (SDM). Estima o fluxo de calor a partir de experimentos computacionais. Os experimentos são construídos a partir da adição de erros aleatórios aos valores exatos. Esses erros aleatórios são gerados a partir do desvio padrão dos experimentos e de uma variável randômica. Foram feitas estimativas a partir de vários desvios padrões. Para o caso da medição exata, o erro na estimativa do fluxo foi de 2,32%. Quando o desvio padrão é de 2 °C, o erro no fluxo estimado foi de 3,39%; e se aumentar para 5 °C o desvio padrão, o fluxo apresenta um erro de 6,28%. Concluindo-se que o fluxo de calor é sensível a erros de medição, mesmo se levando em conta os erros do termopar. Foram realizadas medições com termopares para confirmar os resultados estimados de temperatura. Quando se comparou as temperaturas medidas com as estimadas, o erro percentual variou de 1 a 5%. Como o erro maior foi em apenas um dos termopares, as outras temperaturas estimadas ficaram bem próximas daquelas medidas, e o método se mostrou confiável para obter valores precisos de fluxo de calor.

Huang et al. (2011) apresentaram o projeto de um dissipador de calor aletado para microprocessadores. O objetivo do trabalho é minimizar o desvio entre a temperatura desejada e a estimada em determinado ponto do dissipador de calor, para encontrar a melhor forma do dissipador e espessura das aletas. Três tipos de dissipadores com diferentes arranjos de aletas e volume constante foram estudados. O método de Levenberg-Marquardt foi usado para encontrar a solução do problema inverso do projeto.

Os resultados das simulações mostraram que a altura das aletas deveria ser maior, e que a espessura das mesmas precisaria ser menor do que o arranjo inicial. Para validar os dados obtidos numericamente, foram realizados experimentos com os dissipadores de calor. As temperaturas superficiais foram registradas por uma câmera de infravermelho e ficaram bem próximas daquelas calculadas. Os erros nas estimativas das temperaturas variaram de 0,4 a 0,6%. Foram considerados os erros de medição apenas nos experimentos numéricos. Quando a temperatura foi medida com a câmera real, os erros do equipamento não foram considerados.

Rodríguez e Nicolau (2012) apresentam a estimativa da condutividade térmica e da profundidade de defeitos (buracos) inseridos em amostras de materiais cerâmicos. Neste artigo, a amostra é aquecida em um forno e depois tem o seu resfriamento registrado por uma câmera de infravermelho. As distribuições de temperatura superficiais extraídas dos termogramas são utilizadas na solução do problema inverso de condução de calor. O método utilizado para minimizar a diferença entre as temperaturas experimentais e numéricas é o do Gradiente Conjugado. O índice de caracterização do comportamento térmico dos defeitos é o contraste térmico, que representa a diferença de temperatura entre as regiões do defeito e do restante da amostra. Neste artigo não são considerados os erros de medição da câmera para corrigir as temperaturas medidas. Os resultados das estimativas apresentaram erro de 50 a 64% na profundidade dos defeitos, e de 5% a 10% na condutividade térmica dos defeitos. A imagem de infravermelho das amostras analisadas foi reconstruída e apresentou boa proximidade com aquelas obtidas pela câmera real.

Lahiri et al. (2012) apresentaram um trabalho sobre caracterização de defeitos (buracos) inseridos em amostras de borracha a partir de imagens térmicas. Foram utilizados dois tipos de termografia ativa: *lock-in* e pulsada. Na primeira técnica, a amostra é aquecida com ondas de calor moduladas e as regiões defeituosas apresentam uma reflexão da onda de calor diferente daquelas que não possuem falhas. A análise é feita a partir das diferenças de fases entre regiões anormais e normais. Na termografia pulsada, um pulso de calor é aplicado à amostra e o resfriamento é monitorado para detectar áreas com defeitos. O estudo é realizado através do contraste térmico entre regiões anormais e normais. Os resultados desse trabalho para a detecção de defeitos a partir da termografia *lock-in* revelaram que o contraste de fase aumenta com a profundidade do defeito,

enquanto o contraste térmico diminui. Também foi concluído que as imagens da termografia de fase pode proporcionar uma melhor visualização das falhas. Para ambas as técnicas foram estimadas com sucesso as profundidades dos defeitos a partir de uma solução analítica. Tanto nas estimativas a partir da termografia *lock-in* quanto na pulsada não são considerados os erros de medição da câmera de infravermelho. As incertezas das estimativas das profundidades dos defeitos variaram de 0,07 a 0,4%.

Neste trabalho, as amostras utilizadas nos estudos foram placas de gesso. Alguns dados nominais de propriedades do gesso e uma explicação das transformações que ocorrem no gesso durante o seu aquecimento são mostradas por Ang e Wang (2004). As correlações empíricas utilizadas no cálculo dos coeficientes de transferência de calor por convecção natural foram extraídas de Raithby e Hollands em Kreith (2000) e de Raithby e Hollands em Roshenow et al (1998). A nomenclatura das propriedades será aquela adotada por Siegel e Howell (2002). A subdivisão para a faixa do infravermelho adotada é a mesma utilizada por Hudson (1969). Os métodos clássicos para a determinação de parâmetros e solução de problemas inversos são apresentados por Carlslaw e Jaeger (1959), Beck et al (1996,1985) e Özisik e Orlande (2000).

## 2.1 Referências complementares

O objetivo desta seção é mostrar trabalhos que se aproximam de alguma forma com as atividades desenvolvidas nesta tese. Em relação à termografia, são listadas aplicações em discriminação de materiais, detecção de falhas em equipamentos e tratamento de imagens térmicas. Também são apresentados trabalhos de solução de problemas inversos para estimar fluxo de calor e propriedades de materiais.

Uma utilização bastante recorrente da termografia é na detecção de falhas. Dattoma et al. (2001) usam a análise termográfica para a determinação de falhas em pás de turbina eólica. Meola et al. (2004) apresentam alguns experimentos visando a discriminação de materiais a partir de seu comportamento térmico distinto detectado via termografia.

Devido à relativa baixa precisão das termografias, existe uma grande preocupação com a importância do processamento das informações. Algumas técnicas de tratamento de sinais são apresentadas por Rainieri e Pagliarini (2002) e por Ibarra-Castanedo et al. (2004).

Métodos clássicos para a estimativa de parâmetros e solução de problemas inversos são encontrados em Beck e al. (1996,1985). Entre os muitos trabalhos de estimativa de parâmetros, em particular de propriedades termofísicas, estão Douzaneet al. (1999) e Venkatesan et al (2001).

Três trabalhos poderiam ser destacados pela proximidade com a técnica utilizada neste projeto. Huang e Chin (2000) determinam a condutividade térmica a partir de termografias, mas em uma placa bidimensional. Niliot e Callet (1998) apresentam uma ótima revisão de métodos de solução de problemas inversos, mas estão interessados em condições de contorno ao invés de parâmetros termofísicos. Inagaki et al. (1999) usam um aparato experimental bastante parecido com o aqui utilizado, mas voltam sua atenção para a determinação de que casos a técnica poderia ser usada, e não na estimativa dos parâmetros.

A utilização de métodos para estimativa de parâmetros é muito comum na estimação da função fluxo de calor de uma superfície. Poucos são os trabalhos que apresentam uma metodologia para determinar propriedades termofísicas e geométricas de falhas inclusas em materiais. Meola (2007) apresenta uma relação causa/efeito entre a distribuição de temperaturas gravada em uma imagem térmica e um grupo adimensional. Esse inclui características geométricas e térmicas do defeito e do material da amostra. O estudo foi resultado de análises de experimentos em várias amostras com defeito incluso.

Guimarães (1993) apresenta um método para estimativa simultânea da condutividade e da difusividade térmica de uma amostra de polietileno. Foi verificado que existe uma dependência linear entre os coeficientes de sensibilidade dos parâmetros no domínio do tempo. O método desenvolvido estima de forma simultânea condutividade ( $k$ ) e da difusividade térmica ( $\alpha$ ) no domínio da frequência a partir de medições de temperatura na superfície da amostra. Os parâmetros  $K$  e  $\alpha$  são determinados através da minimização da função mínimos quadrados em sua forma experimental e simulada no domínio da frequência.

Xiong et al (2006) apresentam um método que utiliza esquemas de diferenças centrais no tempo, que possuem efeito de regularização por si só, para a estimativa do fluxo de calor superficial a partir de medições de temperatura em um ponto fixo do interior do corpo. É feita a estimativa do erro entre a aproximação por diferenças centrais e a solução exata.

Dul'kin e Garas'ko (2008) desenvolveram uma aproximação analítica para resolver um problema de condução de calor unidimensional não-linear para uma aleta simples de seção transversal constante. Uma solução inversa foi obtida a partir da inversão da solução direta para se determinar a temperatura na extremidade da aleta e o fluxo de calor ao longo da altura da aleta. O método de linearização foi desenvolvido pelos próprios autores e transformam as soluções recorrentes obtidas com baixas taxas de convergência em fórmulas com taxas de convergência muito altas.

Em Chen e Lee (2008) é apresentado um algoritmo para a solução de um problema inverso de condução de calor. É estimado o fluxo de calor na parede interna de um cilindro oco a partir de medições de temperatura na parede externa do cilindro. O algoritmo inclui o filtro de Kalman e o estimador dos mínimos quadrados recursivos, que é ponderado por um fator fuzzy de peso proposto e baseado na lógica fuzzy. Foi usada uma ponderação inteligente e adaptativa que leva em consideração qualquer variação na entrada. O filtro Kalman é usado para gerar uma sequência de inovação residual que simula o erro sistemático devido a itens de entrada desconhecidos variando no tempo ou erros randômicos. O método inverso apresenta um procedimento de estimação robusto e eficiente para qualquer entrada desconhecida.

Uma estimativa do fluxo de calor transiente e do erro sistemático são apresentados em Ijaz et al (2007). É resolvido um problema inverso de condução de calor bidimensional a partir de medições de temperatura em dois sensores. Foi desenvolvido um algoritmo baseado no filtro de Kalman para estimar o fluxo de calor transiente. Sequências dinâmicas de erros sistemáticos foram modeladas por um processo semi-Markov. O algoritmo foi implementado com um banco de estimadores do tipo filtro Kalman, cada um ligado a um sistema de diferentes de fluxos e erros. A sequência de medição é processada em cada filtro, é dado um peso de acordo com uma probabilidade específica de medição, e então somada para serem calculados os fluxo de calor e o erro sistemático.

Woodfield et al (2006) desenvolveram duas inovações para o método bidimensional de Monde para estimativa de fluxo de calor e de temperatura superficial a partir de dados experimentais. Um deles é para aplicação em dados com muitas flutuações no tempo. O outro é para ser usado em situações onde a fonte superficial de geração de calor se move no espaço. Foi demonstrado que a resolução espacial para a estimativa do

fluxo de calor é limitada pelo espaçamento dos sensores, a sua distância da superfície e a precisão do sensor.

Em Hsu (2006) foi construído um modelo inverso para estimar a temperatura superficial como condição de contorno desconhecida. Foi utilizado o método das diferenças finitas para discretizar o domínio do problema. O método apresentado não requer informação inicial das quantidades desconhecidas. Uma formulação inversa foi construída usando a matriz reversa derivada das equações governantes do problema e das condições inicial e de contorno. Os resultados mostraram que o método é eficaz para outras estimativas: (a) fluxo de calor; (b) condições de contorno; (c) e condições iniciais em problemas transientes, uni e tridimensionais, de condução de calor não regidos pela Lei de Fourier.

Daonas et al (2008) apresentaram uma solução numérica de um problema combinado de transferência de calor por condução e por radiação em uma célula cilíndrica de fio quente. Foi analisada a influência da absorção da radiação na elevação da temperatura em um meio semi-transparente circundado por dois cilindros infinitos e concêntricos. O método de Levenberg-Marquardt de análise inversa foi usado para a estimativa do coeficiente de absorção, da condutividade térmica, da capacidade térmica e do coeficiente de transferência de calor na superfície externa. O estudo concluiu que o método do fio quente é preciso para amostras com coeficientes de absorção altas (meio quase opaco) e coeficientes próximos de zero (meio quase transparente).

Em Shidfar e Pourgholi (2006) foi resolvido um problema inverso de condução de calor a partir de medições de temperatura localizado no interior de um corpo. O problema é dividido em duas partes: (a) uma é analisada como um problema direto (de um dos contornos até o sensor); (b) e a outra é o problema inverso (do sensor até o outro contorno) onde se deseja saber a temperatura e o fluxo de calor. O problema inverso é um problema de Cauchy que foi resolvido com uma transformação de variáveis e uma solução com polinômios de Legendre.

Um problema inverso de condução de calor com um termo fonte não-linear é resolvido em Shidfar et al (2006). Foi estimado o fluxo de calor superficial em um corpo com um termo fonte não-linear a partir de medições de temperatura. O problema inverso de condução de calor é baseado em uma aproximação por diferenças finitas. A solução é

encontrada usando-se o método dos mínimos quadrados. O fluxo de calor é aproximado com polinômios de Chebyshev.

Cheng et al (2007) apresentaram uma modificação para o método de regularização de Tikonov para uma esfera oca. Esse novo método de regularização tem como objetivo estabilizar um problema inverso de condução de calor tridimensional. Foi escolhido um parâmetro de regularização conveniente para proporcionar uma convergência da estimativa do erro mais rápida. O problema inverso é resolvido para encontrar a distribuição de temperatura na superfície interna da cavidade da esfera a partir de medições com um termopar instalado no interior da esfera.

Dois métodos de regularização para um problema inverso de condução de calor de uma esfera oca são desenvolvidos em Cheng et al (2008). Um deles é o método modificado de Tikonov que é baseado na minimização do funcional de Tikonov e garante a continuidade de Hölder. O outro é o método de Fourier que se baseia no truncamento de Fourier no domínio da frequência para eliminar erros em componentes de alta frequência. Os métodos se apresentaram estáveis e podem estimar os erros através de parâmetros de regularização convenientes.

Em Cialkowski et al (2007) é apresentada a solução de um problema inverso de condução de calor usando o método dos elementos finitos com funções de Treftz (FEMT). A solução é obtida minimizando-se as descontinuidades de fluxo de calor entre os elementos finitos. A vantagem desse método é que as funções de Treftz satisfazem à equação da energia e garantem o significado físico dos resultados. A desvantagem é que a minimização do funcional leva a um sistema de equações não-lineares.

Uma análise de sensibilidade usando métodos perturbativos foi realizada por Silva (2009). São problemas de hipertermia causada por fontes de laser utilizadas em tratamentos de tumores. Os métodos perturbativos permitem que a sensibilidade de uma resposta de temperatura em relação aos parâmetros seja calculada sem que um deles necessite ser estabelecido antes da análise. Foram determinadas as influências de cada parâmetro termofísico em tecidos vivos, pois é difícil encontrar valores confiáveis desses parâmetros dos tecidos analisados. Os resultados permitem um maior controle da simulação da distribuição de temperatura e do dano térmico que podem ocorrer durante procedimentos médicos que utilizam hipertermia.

Brito Filho e Henriquez (2009) apresentaram um estudo sobre a identificação de setores com altas densidades de corrente em equipamentos de microondas a partir de termografia por infravermelho. O objetivo do trabalho é apresentar um novo método de identificação de setores com altas densidades de corrente em dispositivos de microondas. Foram realizadas simulações eletromagnéticas do dispositivo com sinal GSM para estimar as densidades de corrente para duas faixas de frequência. Para cada faixa de frequência analisada e simulada, foram obtidas termogramas do dispositivo. A análise dos resultados, da simulação e das imagens térmicas, mostrou que os setores mais quentes observados nos termogramas corresponderam àqueles por maiores densidades de corrente detectadas nas simulações, indicando o sucesso do método proposto.

Liu (2011) desenvolveu um método híbrido para estimar a condutividade e a capacidade térmica de fluidos. O trabalho apresenta uma proximidade com esta tese no que diz respeito ao estudo da influência de erros no método desenvolvido: (a) primeiramente os parâmetros são estimados sem erros experimentais; (b) em segundo momento, erros aleatórios são inseridos para se avaliar de que forma eles influenciam nos resultados das estimativas. Porém, no artigo de Liu (2011) as medições são realizadas em um único ponto da tubulação na região a jusante do fluido. A técnica combina algoritmo genético (AG) com o método de Levenberg-Marquardt(LM). O AG é usado para encontrar a melhor solução possível, que é passado para o LM como estimativa inicial da otimização. Os resultados mostraram que o método híbrido resolveu o problema inverso de transferência de calor de forma satisfatória.

### 3. Levantamento e análise de erros

Este capítulo tem como objetivo apresentar alguns conceitos importantes em relação às câmeras de infravermelho; e mostrar como o comportamento térmico da amostra foi caracterizado neste trabalho. Foram implementadas máscaras para serem aplicadas aos termogramas para simular diferentes resoluções de câmeras. E sobre cada máscara foi calculado um índice para representar a temperatura superficial da amostra. Também serão apresentados os erros adicionados às temperaturas experimentais computacionais para os estudos da influência deles na estimativa dos parâmetros.

#### 3.1 Conceitos

Nesta seção serão apresentados três conceitos importantes para a compreensão de alguns estudos realizados nessa tese.

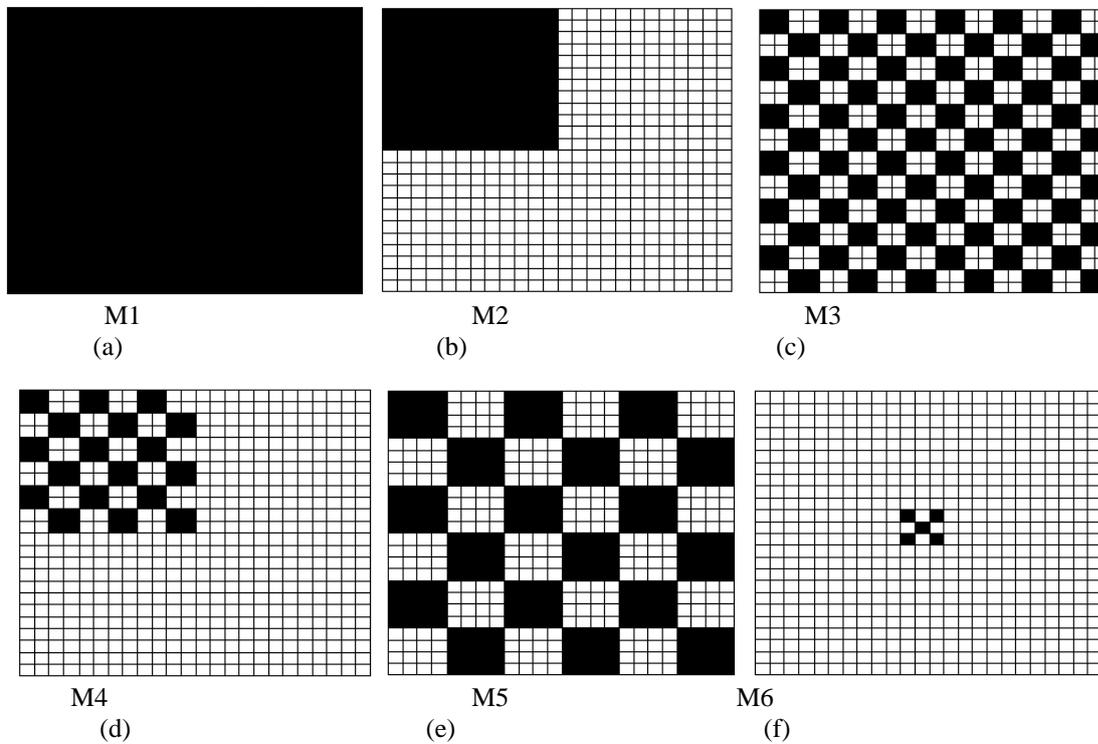
- a) Precisão: é a medida da incerteza da medição de um equipamento. Quanto mais preciso, menor a incerteza no valor medido, que não significa que ele seja exato (valores medidos próximos do valor verdadeiro);
- b) Resolução: representa o número de pixels que compõem a imagem térmica gerada pela câmera de infravermelho. Normalmente é informada na forma (n° de pixels no comprimento)x(n° de pixels na altura). As resoluções que podemos encontrar no mercado são: 60x60, 80x80, 120x120, 240x180, 320x240 e 640x480. A câmera S45 da FLIR SYSTEMS do Demec/UFPE possui resolução de 320x240;
- c) Sensibilidade térmica: é a menor variação de temperatura que a câmera de infravermelho consegue detectar. Por exemplo, uma câmera com sensibilidade térmica de 0,025 °C é mais sensível do que outra que possui 0,08 °C.

O ANEXO A apresenta os principais aspectos da teoria de infravermelho, do processo de medição por uma câmera termográfica e dos fatores que influenciam na medição da radiação.

### 3.2 Máscaras

Para analisar a influência do número de pixels do termograma usado na estimativa de parâmetros foram implementadas seis máscaras. O objetivo dessas máscaras é simular diferentes resoluções de câmeras de infravermelho. Elas foram aplicadas a cada matriz de temperaturas geradas pelas imagens térmicas. A Figura 3.1 apresenta todas as máscaras usadas. A máscara M1 (Figura 3.1(a)) representa toda a imagem térmica, considerando todos os seus pixels. Esta é a melhor situação, pois temos uma maior quantidade de informação sobre as temperaturas superficiais do objeto estudado.

Figura 3.1 – Máscaras aplicadas aos termogramas.



A Figura 3.1(b), máscara M2, representa o quadrante superior esquerdo da imagem. A ideia é analisar a diferença entre usar toda a imagem e apenas um quadrante na estimativa de parâmetros. As máscaras M3 e M5, Figura 3.1(c) e (e), foram desenvolvidas para simular câmeras de infravermelho de resoluções menores, elas são construídas com grupos de 2x2 e de 4x4 pixels, respectivamente, quando comparadas com a máscara M1. A máscara M4, Figura 3.1(d) representa o quadrante superior esquerdo da máscara M3. A

máscara M6, Figura 3.1(f), representa um pirômetro de cinco pontos apontado para o centro da amostra.

### 3.3 Índices

Para caracterizar o comportamento térmico da amostra, foram usados três índices: temperatura média superficial ( $T_{med}$ ), temperatura média quadrática superficial ( $T_{med^2}$ ), e temperatura máxima superficial ( $T_{max}$ ). Eles foram calculados, respectivamente, pelas Equações 3.1, 3.2 e 3.3. Cada índice foi calculado para a superfície da amostra que é gravada pela câmera de infravermelho em cada tempo experimental a partir da máscara selecionada.

$$T_{med}(t) = \frac{1}{n_{pixels}} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J [T(i, j, t)] \quad (3.1)$$

$$T_{med^2}(t) = \left( \frac{1}{n_{pixels}} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J [T(i, j, t)^2] \right)^{1/2} \quad (3.2)$$

$$T_{max}(t) = \max(T(i, j, t)) \quad (3.3)$$

onde, para as Equações 3.1, 3.2 e 3.3:

$T_{med}(t)$ : temperatura média superficial para o instante  $t$ ;

$T_{med^2}(t)$ : temperatura média quadrática superficial para o instante  $t$ ;

$T_{max}(t)$ : temperatura máxima superficial para o instante  $t$ ;

$T(i, j, t)$ : matriz de temperaturas para o instante  $t$ ;

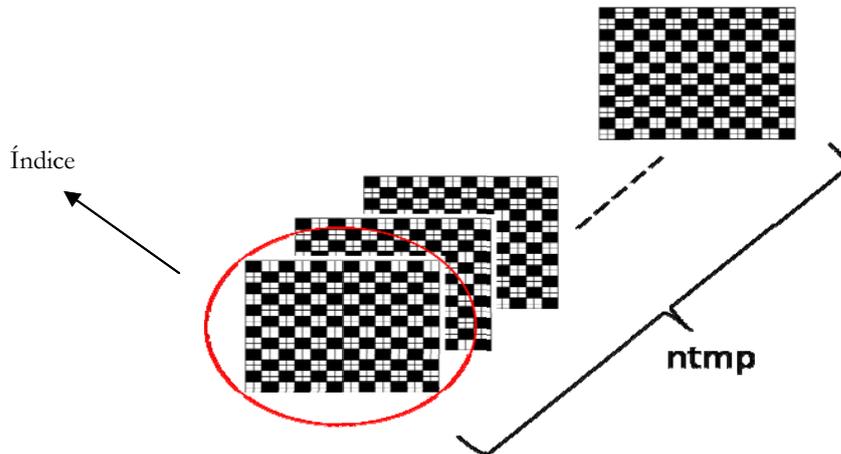
I: número de linhas da matriz de temperaturas;

J: número de colunas da matriz de temperaturas;

$n_{pixels} = I \times J$ : número de elementos da matriz de temperaturas.

A Figura 3.2 ilustra de que forma os índices são calculados para a máscara M3. Depois que a máscara é aplicada à matriz de temperaturas, o índice é obtido a partir das Equações 3.1, 3.2 e 3.3 para cada instante do resfriamento que foi registrado.

Figura 3.2 – Cálculo do índice sobre a máscara M3.



### 3.4 Combinações máscara\_índice

Neste trabalho foram implementadas as dezoito combinações possíveis de máscara e índice. Cada combinação será apresentada na forma M1\_ $T_{med}$ , por exemplo, onde o primeiro termo representa a máscara e o segundo, o índice.

As estimativas de parâmetros foram feitas a partir dos vetores de temperaturas gerados pela combinação máscara\_índice escolhida.

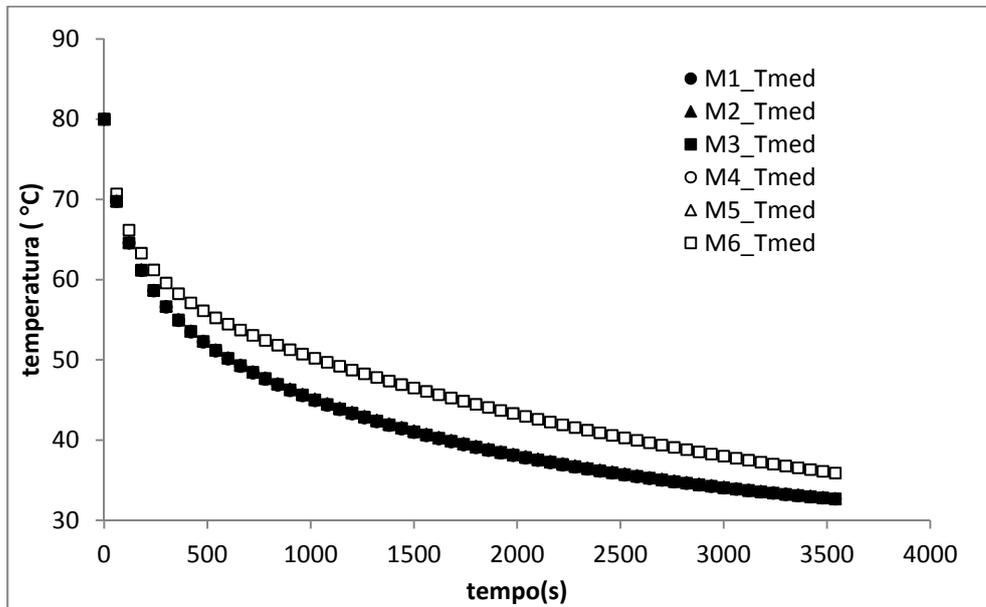
### 3.5 Influência de máscaras e índices na temperatura superficial da amostra

Para analisar a influência das máscaras e dos índices na temperatura superficial foi resolvido o problema direto de condução de calor, de uma placa quadrada de gesso, sem inserir erros na matriz de temperaturas. Foram realizadas combinações interessantes de serem visualizadas.

A Figura 3.3 apresenta a influência da máscara na temperatura superficial. Observa-se que, fixando o índice em  $T_{med}$  e variando as máscaras, a diferença significativa aparece para a máscara M6. Isso se deve ao fato da região central da amostra ficar mais

aquecida à medida que ela vai resfriando, e essa máscara não considera as regiões das bordas que são mais frias.

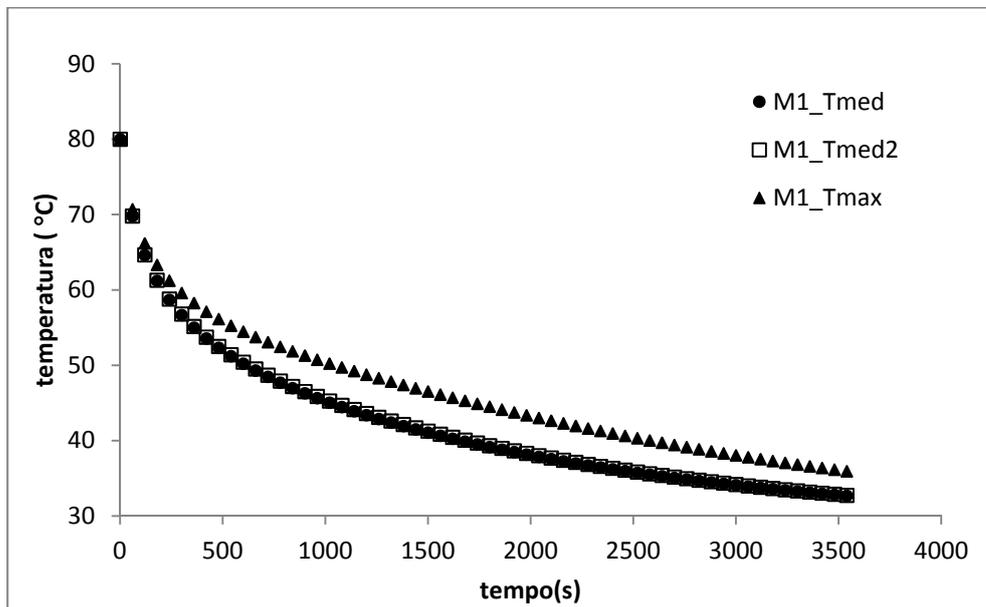
Figura 3.3 – Temperatura superficial caracterizada por  $T_{med}$  nas máscaras M1, M2, M3, M3, M5 e M6.



Quando se fixa o índice em  $T_{max}$  e variam-se as máscaras, verifica-se que praticamente não existe diferença entre as temperaturas. Apenas a máscara M4, apresenta um pequeno decréscimo da temperatura ao longo do resfriamento. Isso se deve ao fato dessa máscara não abranger a temperatura máxima do centro da amostra, como as demais.

Para analisar a influência dos índices na temperatura superficial foram analisadas as máscaras M1 e M3. As temperaturas dessas máscaras também ficaram praticamente iguais, e serão mostrados os estudos apenas para M1. Para essa máscara, verificou-se que  $T_{med}$  e  $T_{med}^2$  produzem praticamente a mesma temperatura, conforme Figura 3.4. Apenas o índice  $T_{max}$  apresenta uma diferença significativa na temperatura para a máscara M1, já que não considera as bordas que possuem uma temperatura menor.

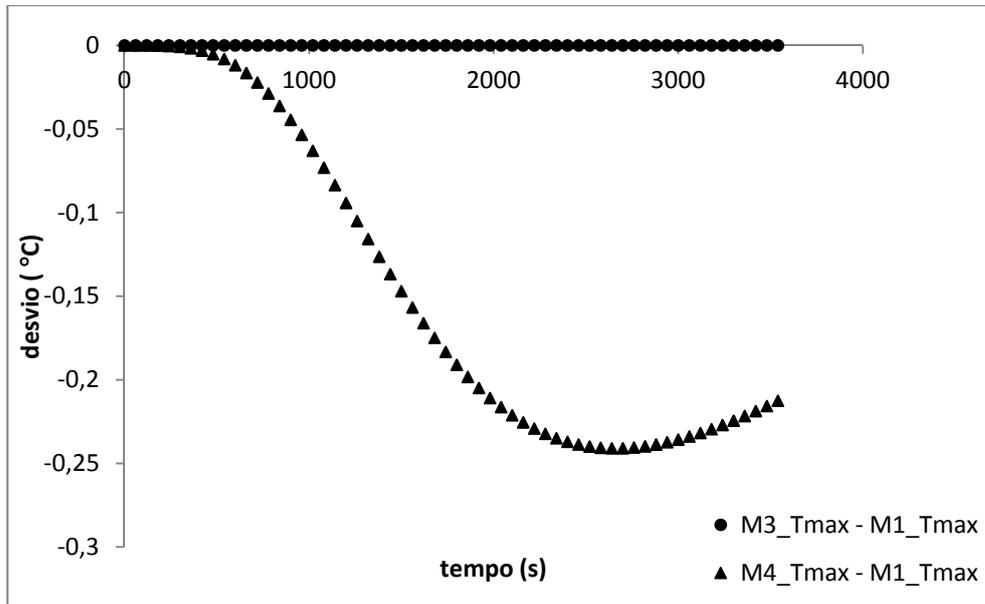
Figura 3.4 – Temperatura superficial caracterizada pelos índices  $T_{med}$ ,  $T_{med}^2$  e  $T_{max}$  na máscara M1.



Quando analisamos a máscara M6 em todos os índices, verificamos que a temperatura superficial também é praticamente a mesma. Isso se deve ao fato dessa máscara considerar apenas cinco pontos no centro da amostra, região onde se encontram as temperaturas mais altas.

A Figura 3.5 apresenta os desvios entre as temperaturas em  $M3_{T_{max}}$  e  $M4_{T_{max}}$  e de  $M1_{T_{max}}$ . Para as demais combinações,  $M2_{T_{max}}$ ,  $M5_{T_{max}}$  e  $M6_{T_{max}}$ , os desvios também são nulos. A  $M4_{T_{max}}$  apresenta uma temperatura máxima um pouco menor do que as demais por não englobar toda a região central da amostra, que fica mais aquecida à medida que a placa vai resfriando.

Figura 3.5 – Desvios entre as temperaturas superficiais em  $M3\_T_{max}$  e  $M4\_T_{max}$  e  $M1\_T_{max}$ .

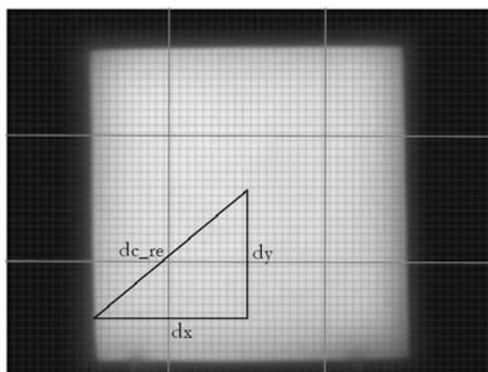


### 3.6 Estudos da imagem da placa para encontrar a relação $cm \times pixel$

Como foi encontrada uma relação da temperatura medida com a distância do centro da imagem aos retângulos das extremidades, foi necessário estabelecer uma relação entre essa distância e o erro correspondente.

A imagem térmica gerada pela câmera de infravermelho da FLIR modelo S45 possui 320 x 240 pixels de resolução, e dimensões 11,29 x 8,37 cm. A Figura 3.6 apresenta um termograma do experimento para ilustrar como a amostra ficou posicionada no visor da câmera. A imagem foi dividida em nove retângulos. No caso dos experimentos para este trabalho, o centro do visor coincidiu com o centro da placa. Para encontrar a distância do centro ao retângulo da extremidade, primeiramente foi encontrada a relação comprimento da imagem em centímetros com o número de pixels existentes em cada dimensão. A partir disso, foram encontradas as distâncias  $d_x$  e  $d_y$ , ilustradas na Figura 3.6, para então calcular a distância do centro ao retângulo da extremidade ( $d_{c\_re}$ ). Com isso, foram relacionados os erros, apresentados na Tabela 3.2: (a) para o centro da imagem,  $d_c = 0$ ; e (b) para os retângulos das extremidades,  $d_{c\_re} = 133$  pixels, onde  $d_{c\_re}$  é a distância do pixel aos retângulos das extremidades.

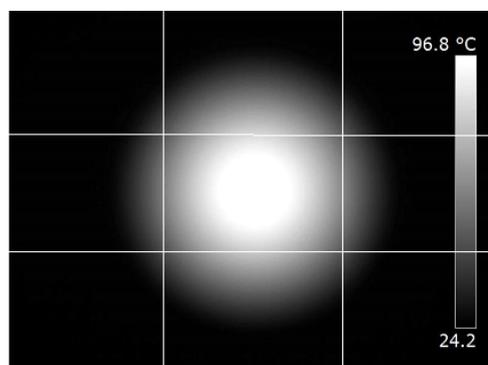
Figura 3.6 – Termograma da placa de gesso para cálculo da distância do centro aos retângulos da extremidade.



### 3.7 Calibração da câmera de infravermelho

A calibração da câmera de infravermelho S45 da FLIR SYSTEMS, do Demec/UFPE, foi realizada com um gerador de radiação Omega BB701 de emissividade 0,95. O visor da câmera foi dividido em nove retângulos. O objetivo da divisão foi verificar se existia diferença entre os sensores do centro e dos retângulos das extremidades. Primeiramente o gerador foi posicionado no centro, e depois em cada um dos retângulos das extremidades. A Figura 3.7 ilustra a divisão do visor, a imagem foi editada para que as linhas de temperatura, inseridas para guiar o posicionamento do gerador, fossem substituídas por linhas simples de desenho. O motivo é que as linhas inseridas pela câmera sobrecarregam a imagem com as informações de temperatura.

Figura 3.7 – Termograma da calibração da câmera com divisão do visor em nove retângulos.



Foram realizadas três calibrações para o centro e para os retângulos das extremidades. As medições foram realizadas no *gama* -30 a 120 °C, na paleta cinza e com a distância da câmera ao gerador de 0,30 m. Antes de cada calibração, foram medidas a temperatura ambiente e a umidade relativa para serem inseridas na câmera.

Para o centro a temperatura do gerador de radiação foi variada de 20 a 110 °C, pois esta faixa compreende aquelas do experimento. A Tabela 3.2 apresenta a temperatura média das três calibrações e o erro para cada valor ajustado no gerador.

Observa-se que, entre 20 e 30 °C existe um erro positivo na temperatura medida. A partir de 50 °C a câmera começa a apresentar um erro negativo, e esse aumenta com a magnitude da temperatura medida. Em relação aos retângulos das extremidades, foram analisadas as temperaturas 20 e 110 °C. A Tabela 3.1 apresenta a média das três calibrações para os quatro retângulos das extremidades analisados.

Tabela 3.1 – Resultados da calibração da câmera para centro e retângulos das extremidades.

$T_{\text{gerador}} (^{\circ}\text{C})$	<b>Centro:</b> $d_c = 0$		<b>Retângulos das extremidades:</b> $d_{c\_re} = 133$ pixels	
	$T_{\text{média}} (^{\circ}\text{C})$	<b>Erro</b> ( $^{\circ}\text{C}$ )	$T_{\text{média}} (^{\circ}\text{C})$	<b>Erro</b> ( $^{\circ}\text{C}$ )
20	21,50	1,50	22,31	2,31
30	30,73	0,73		
40	30,07	0,07		
50	49,30	-0,70		
60	58,67	-1,33		
70	68,23	-1,77		
80	77,60	-2,30		
90	87,37	-2,63		
100	96,60	-3,30		
110	106,00	-4,00	103,08	-6,92
		<b>Erro médio</b> ( $^{\circ}\text{C}$ ) -1,39		<b>Erro médio</b> ( $^{\circ}\text{C}$ ) -2,30

### 3.8 Adição de erros nas temperaturas experimentais computacionais

Para construir os experimentos computacionais, o problema direto de condução de calor da amostra de gesso foi resolvido com as condições ambientais do experimento real sobre as amostras.

As matrizes de temperatura com informações de cada instante foram gravadas e utilizadas como base para a adição do erro selecionado. Foram adicionados tanto erros sistemáticos quanto aleatórios. Sempre foi considerado que amostra estava localizada no centro do visor da câmera, para reproduzir a situação em que foram levantados os erros que variavam com a distância do pixel ao centro da imagem.

Os erros sistemáticos foram aproximados a partir dos resultados obtidos da calibração da câmera de infravermelho. Foram feitos dois tipos de estudo: (a) inserindo erros em cada pixel da imagem e depois calculando os índices; e (b) inserindo o erro no índice já calculado. As Figuras 3.8 e 3.9 ilustram como os erros foram adicionados ao pixel e ao índice, respectivamente.

Figura 3.8 – Adição de erros nos pixels.

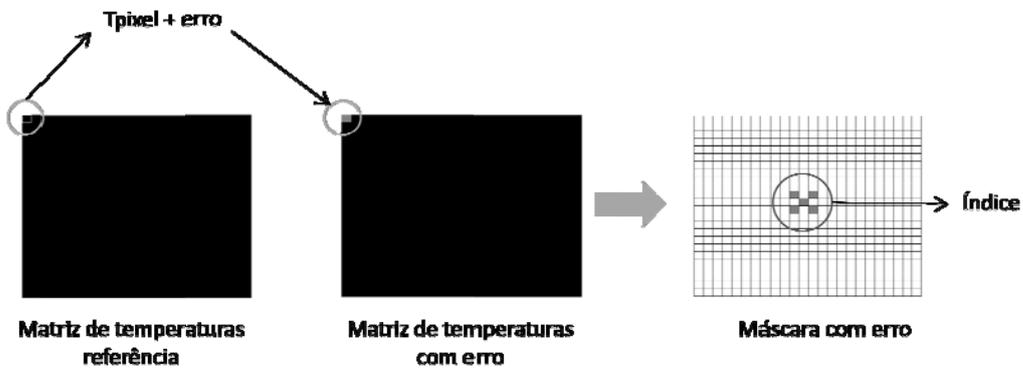
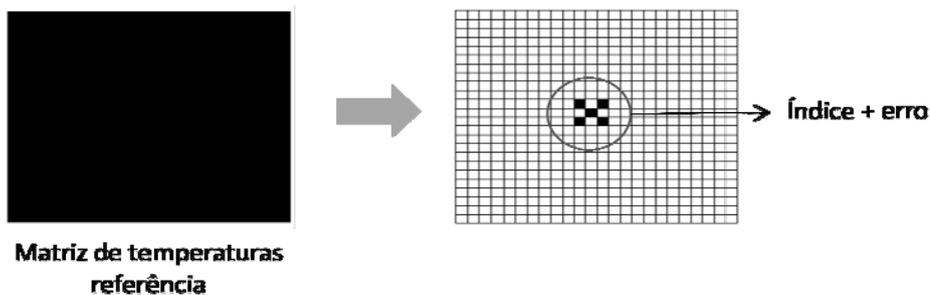


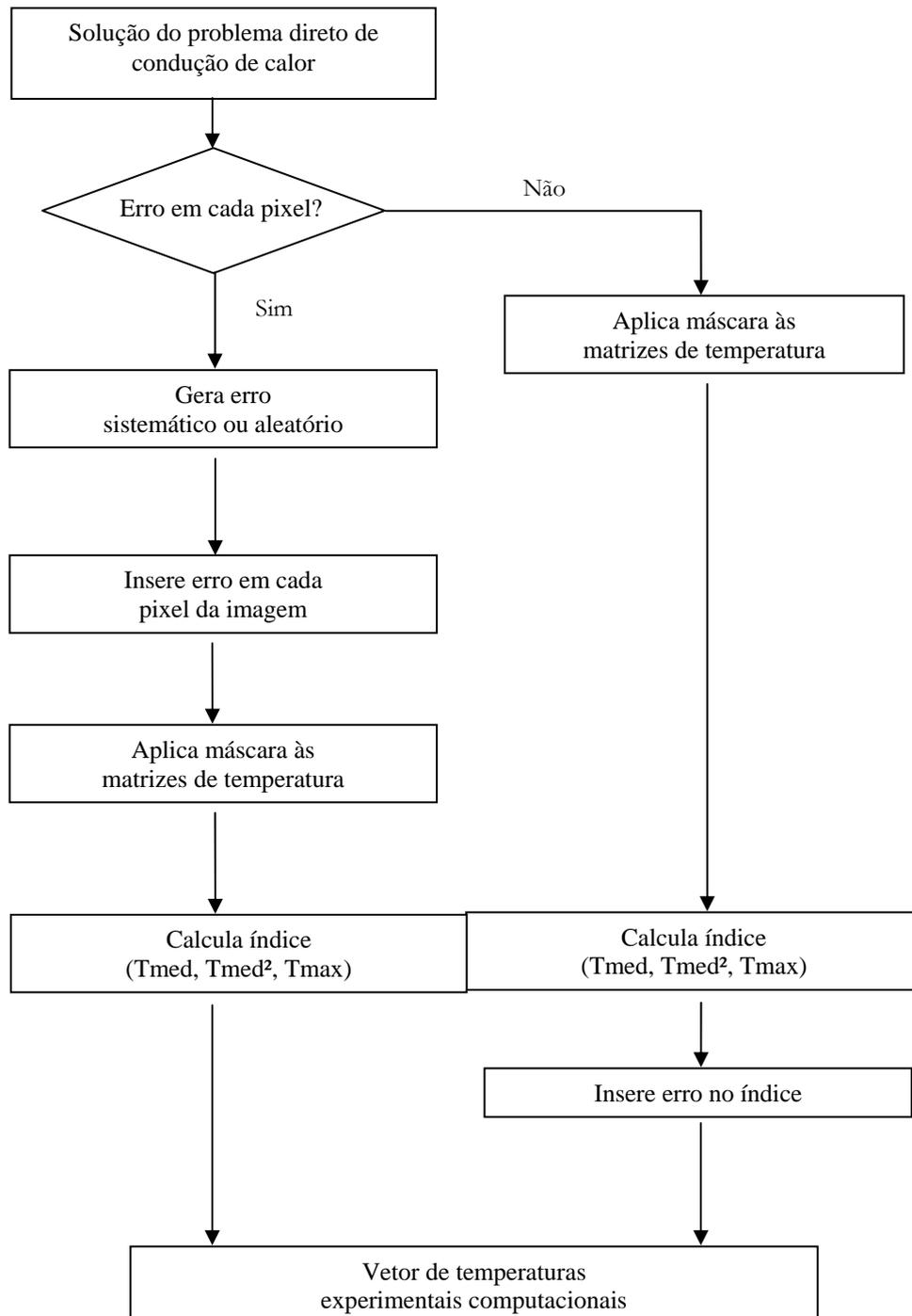
Figura 3.9 – Adição de erros no índice.



Para simular o erro aleatório em cada pixel da imagem, foi criada uma rotina para inserir um erro de desvio padrão 2 °C, e distribuição normal, a partir da função *randn* do Matlab.

A Figura 3.10 apresenta o fluxograma do procedimento de correção das temperaturas referência para os erros sistemáticos e aleatórios.

Figura 3.10 – Fluxograma da adição de erros nas temperaturas numéricas.



### 3.9 Erros sistemáticos

Foram considerados os seguintes tipos de erros sistemáticos obtidos da calibração da câmera de infravermelho: (a) erro sistemático do centro do visor ( $e_{sC}(T)$ ); (b) erro sistemático variando com a distância do pixel ao centro da imagem ( $e_s(r)$ ); (c) erro sistemático variando com a temperatura ( $e_s(T)$ ); e (d) erro sistemático variando com a distância do pixel ao centro da imagem e a temperatura ( $e_s(r,T)$ ).

#### 3.9.1 Erro sistemático do centro do visor: $e_{sC}(T)$

O  $e_{sC}(T)$  é o erro sistemático para o centro do visor da câmera. Ele foi obtido a partir dos dados da Tabela 3.2, e é função apenas da temperatura. Na coluna  $T_{média}$  para o centro, foi obtida a relação entre a temperatura medida pela câmera e a temperatura do gerador de radiação. A Equação 3.3 representa a relação do erro de medição da câmera.

$$e_{sC}(T) = -0,0591T_{medida} + 2,4463 \quad (3.3)$$

onde:

$e_{sC}(T)$ : erro sistemático do centro do visor [°C];

$T_{medida}$ : índice  $T_{med}$ ,  $T_{med}^2$  ou  $T_{max}$  [°C].

O erro é adicionado após o índice de caracterização do comportamento térmico da amostra ter sido calculado, de acordo com a Equação 3.5.

$$T_{e_sC}(T) = T_{medida} + e_{sC}(T) \quad (3.5)$$

onde:

$T_{e_sC}(T)$ : temperatura corrigida para o erro  $e_{sC}(T)$  [°C];

$T_{medida}$ : índice  $T_{med}$ ,  $T_{med}^2$  ou  $T_{max}$  [°C].

### 3.9.2 Erro sistemático variando com a distância do pixel ao centro da imagem: $e_s(r)$

O  $e_s(r)$  é o erro sistemático da câmera considerando-se a distância do pixel ao centro da imagem,  $r$ . Este erro é inserido em cada pixel, e a distância do pixel ao centro da imagem é calculada a partir das distâncias  $d_x$  e  $d_y$  (ilustradas na Figura 3.6) de cada pixel ao centro. O erro em função da distância do pixel foi aproximado a partir dos dados da calibração. Da Tabela 3.2, foram considerados os erros médios de todas as temperaturas para o centro e para o retângulo da extremidade na construção da Equação 3.6.

$$e_s(r) = -0,0068r - 1,3933 \quad (3.6)$$

onde:

$e_s(r)$ : erro sistemático no pixel de distância  $r$  ao centro da imagem [°C];

$r$ : distância do pixel ao centro da imagem [pixel].

O erro é adicionado em cada pixel, de acordo com a Equação 3.7.

$$T_{e_s}(r) = T_{pixel} + e_s(r) \quad (3.7)$$

onde:

$T_{e_s}(r)$ : temperatura corrigida para o erro  $e_s(r)$  no pixel de distância  $r$  ao centro da imagem [°C];

$T_{pixel}$ : temperatura registrada no pixel de distância  $r$  ao centro da imagem [°C];

$e_s(r)$ : erro sistemático no pixel de distância  $r$  ao centro da imagem [°C].

### 3.9.3 Erro sistemático variando com a temperatura: $e_s(T)$

O  $e_s(T)$  é o erro sistemático da câmera considerando-se as temperaturas dos pixels da imagem. Ele também é inserido em cada pixel, de acordo com a temperatura nele registrada. Esse erro em função da temperatura foi aproximado a partir dos dados da

calibração. Da Tabela 3.2, foram consideradas as médias dos erros do centro e do retângulo da extremidade para as temperaturas de 20 °C e 110 °C na construção da Equação 3.8.

$$e_s(T) = -0,0818T_{pixel} + 3,5403 \quad (3.8)$$

onde:

$e_s(T)$ : erro sistemático no pixel de temperatura  $T_{pixel}$  [°C];

$T_{pixel}$ : temperatura registrada no pixel em estudo [°C].

E o erro é adicionado em cada pixel, de acordo com a Equação 3.9.

$$T_{e_e}(T) = T_{pixel} + e_s(T) \quad (3.9)$$

onde:

$T_{e_e}(T)$ : temperatura corrigida para o erro  $e_s(T)$  em determinado pixel [°C];

$e_s(T)$ : erro sistemático no pixel de temperatura  $T_{pixel}$  [°C];

3.9.4 Erro sistemático variando com a distância do pixel ao centro da imagem e a temperatura:  $e_s(r,T)$

O  $e_s(r,T)$  é o erro sistemático da câmera considerando-se tanto a distância ao centro da imagem quanto a temperatura do pixel. Da Tabela 3.2 foram considerados os erros para as temperaturas de 20 °C e 110 °C do centro e do retângulo da extremidade. A partir desses quatro pontos, foi usada a regressão linear, Equação 3.10, para duas variáveis para ajustar o erro com a distância ao centro da imagem e a temperatura, minimizando a Equação 3.11.

$$e_s(r,T) = a + br + cT_{pixel} \quad (3.10)$$

onde:

$e_s(r, T)$ : erro sistemático no pixel de distância  $r$  ao centro da imagem e de temperatura

$T_{pixel}$ ;

a, b e c: constantes.

$$SDS = (e_{s_i} - e_s(r, T))^2 \quad (3.11)$$

A Equação 3.12 foi obtida a partir da minimização da Equação 3.11 e representa a temperatura do pixel corrigida de acordo com a sua posição na imagem e com a sua temperatura.

$$e_s(r, T) = 4,069 - 0,007932r - 0,08183T_{pixel} \quad (3.12)$$

onde:

$e_s(r, T)$ : erro sistemático no pixel de distância  $r$  ao centro da imagem e de temperatura

$T_{pixel}$  [°C];

$r$ : distância do pixel ao centro da imagem [pixel];

$T_{pixel}$ : temperatura registrada no pixel em estudo [°C].

O erro é adicionado em cada pixel, de acordo com a Equação 3.13.

$$T_{e_s}(r, T) = T_{pixel} + e_s(r, T) \quad (3.13)$$

onde:

$T_{e_s}(r, T)$ : temperatura corrigida para o erro  $e_s(r, T)$  de determinada distância do pixel e temperatura [°C];

$T_{pixel}$ : temperatura registrada no pixel em estudo [°C];

$e_s(r, T)$ : erro sistemático no pixel de distância  $r$  ao centro da imagem e de temperatura

$T_{pixel}$  [°C];

### 3.10 Erro aleatório

Para simular o erro aleatório em cada pixel da imagem, foi criada uma rotina para inserir um erro de desvio padrão 2 °C e distribuição normal a partir da função *randn* do Matlab. A Equação 3.13 mostra de que forma os erros foram adicionados às temperaturas do pixel. Vale salientar que os erros foram inseridos uma única vez e depois as máscaras foram aplicadas às matrizes de temperatura.

$$T_{e_a} = T_{pixel} + \sigma \cdot randn(1) \quad (3.13)$$

onde:

$T_{e_a}$  : temperatura corrigida para o erro aleatório [°C];

$T_{pixel}$  : temperatura registrada no pixel em estudo [°C];

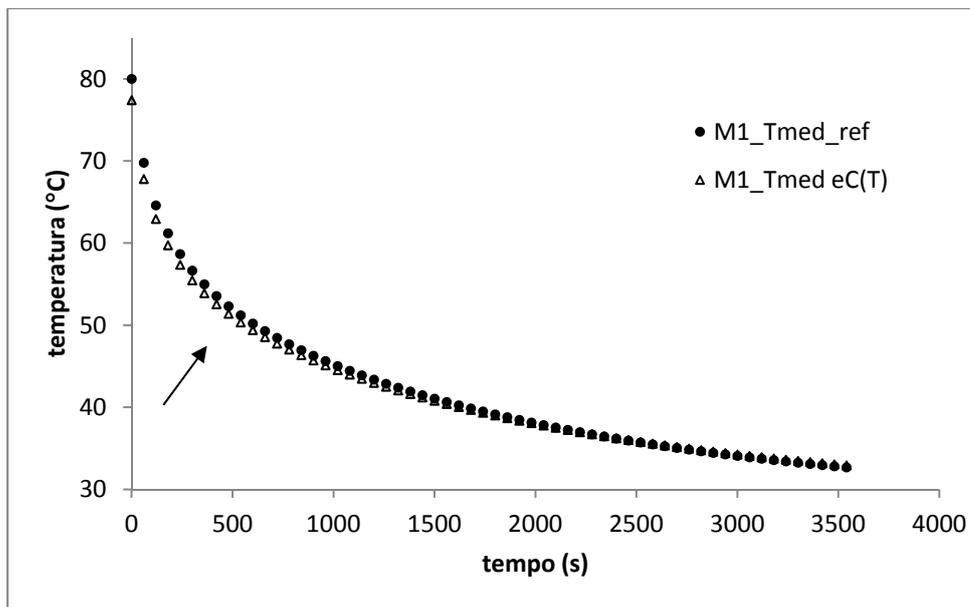
$\sigma$ : desvio padrão [°C];

*randn*(1): função Matlab para gerar um número aleatório de distribuição normal de determinado desvio padrão.

### 3.11 Influências dos erros na evolução da temperatura superficial da amostra

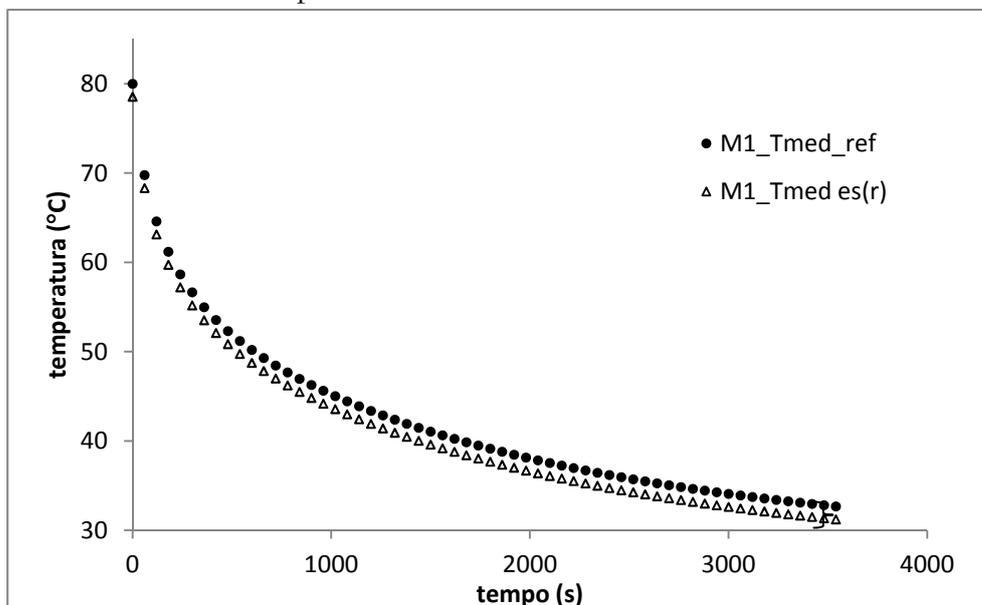
A Figura 3.11 apresenta as curvas referência e corrigida para  $e_{sc}(T)$  em M1\_Tmed. Observa-se que existe uma pequena diferença entre a temperatura experimental computacional e a referência até aproximadamente a temperatura de 40 °C. Isso se deve ao fato de que, antes de chegar em 40 °C, a câmera de infravermelho registra as temperaturas em valores inferiores aos do gerador de radiação, Tabela 3.2.

Figura 3.11 – Temperatura experimental computacional para o erro sistemático  $e_{sC}(T)$  e a temperatura referência em M1\_Tmed.



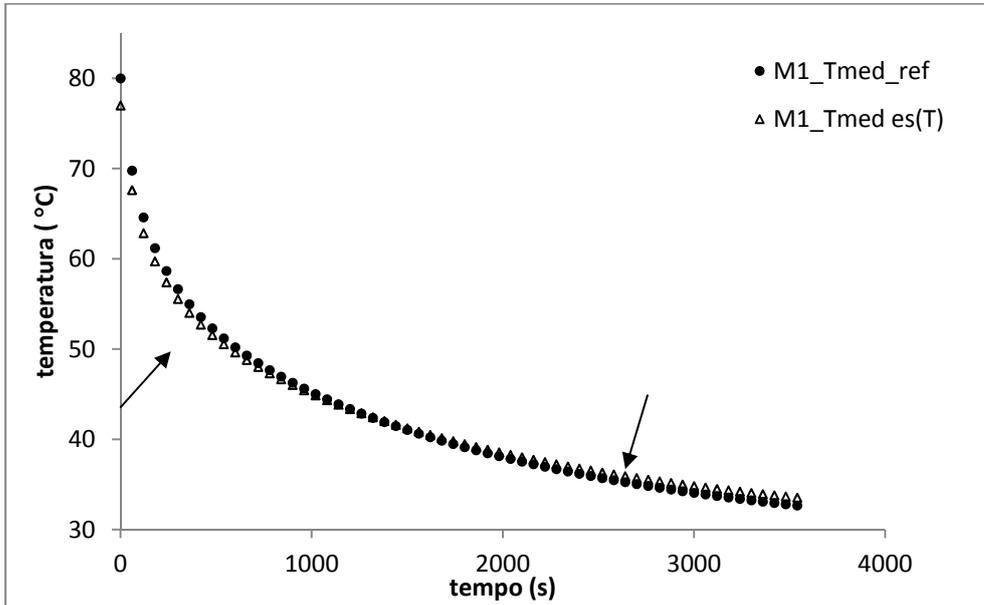
Quando analisamos a curva corrigida para o erro em função da distância do pixel ao centro da imagem,  $e_s(r)$ , Figura 3.12, existe um deslocamento da curva experimental computacional para baixo da curva referência.

Figura 3.12 – Temperatura experimental computacional para o erro sistemático  $e_s(r)$  e a temperatura referência em M1\_Tmed.



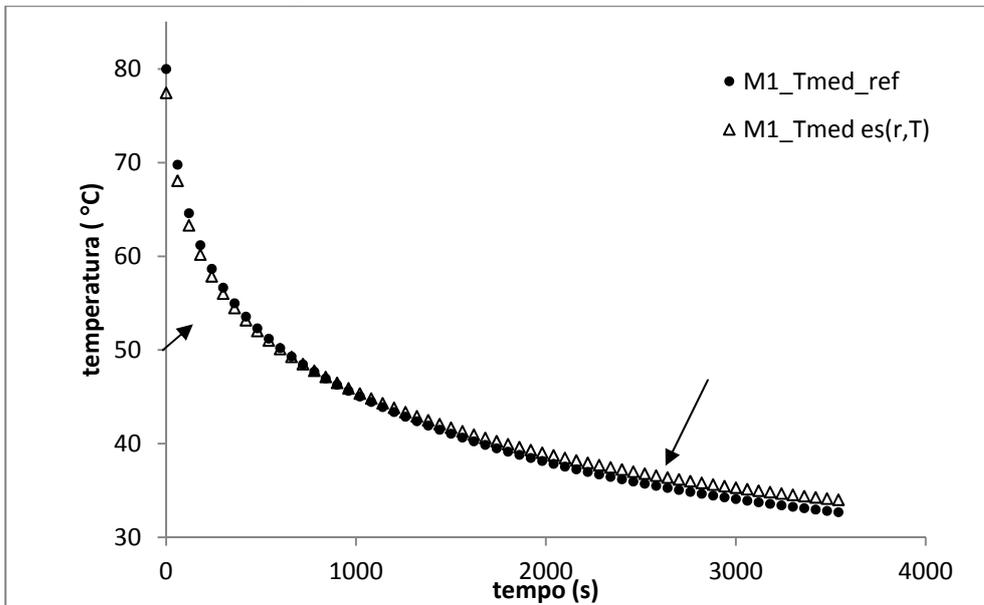
A Figura 3.13 apresenta as curvas referência e corrigidas para o erro  $e_s(T)$ . Verifica-se que, quando este erro é aplicado diretamente no pixel, a influência dele é mais notada nas temperaturas abaixo de 40 °C.

Figura 3.13 – Temperatura experimental computacional para o erro sistemático  $e_s(T)$  e a temperatura referência em M1\_Tmed.



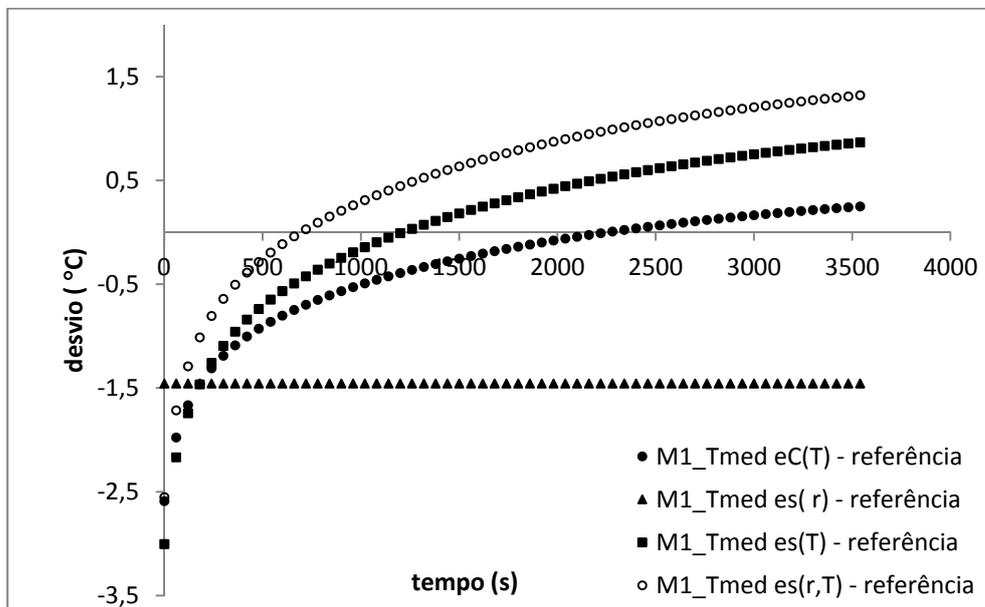
Para o erro  $e_s(r,T)$ , Figura 3.14, a curva da temperatura experimental computacional tem uma forma semelhante a do erro  $e_s(T)$ . Mas este tipo de erro eleva mais a curva experimental nas temperaturas a partir de 40 °C do que o  $e_s(T)$ .

Figura 3.14 – Temperatura experimental computacional para o erro sistemático  $e_s(r,T)$  e a temperatura referência em M1\_Tmed.



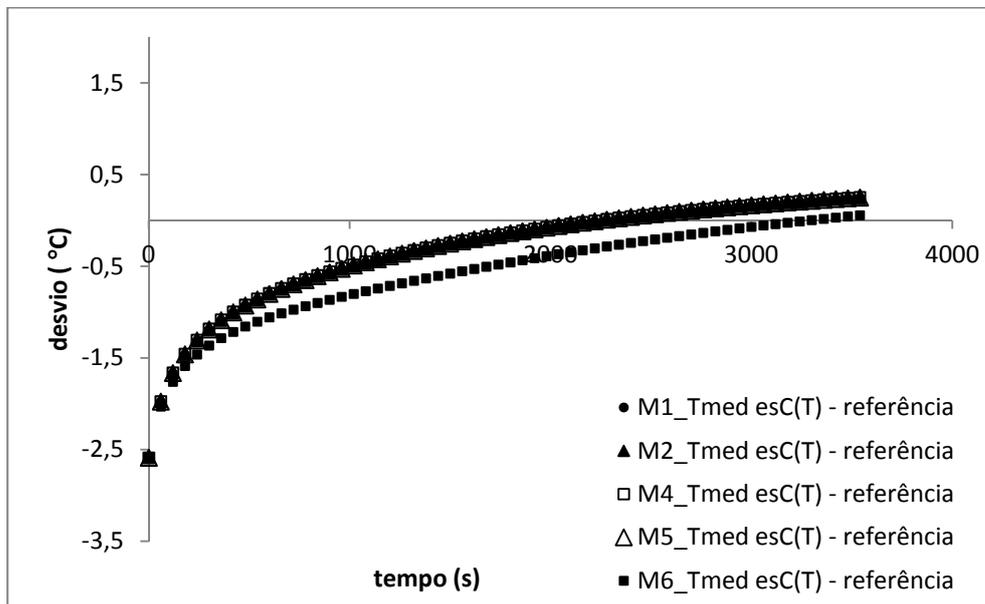
Também é importante analisar os desvios entre as temperaturas experimentais computacionais e a referência em M1\_Tmed. A Figura 3.15 ilustra os desvios para os erros  $e_{sC}(T)$ ,  $e_s(r)$ ,  $e_s(T)$  e  $e_s(r,T)$ . Observa-se mais claramente que o erro  $e_s(r)$  produz apenas um deslocamento de toda a curva referência. Os outros erros, que dependem da temperatura, transformam a curva experimental de maneira que ela se desloca para baixo na primeira parte, temperaturas mais elevadas, e se eleva para na segunda parte, temperaturas menores. A diferença entre eles é o quanto o tipo de erro influencia em cada uma das partes.

Figura 3.15 – Desvio entre a temperatura experimental para os erros sistemáticos  $e_{sC}(T)$ ,  $e_s(r)$ ,  $e_s(T)$  e  $e_s(r,T)$  e a temperatura referência em M1\_Tmed.



Se analisarmos apenas os desvios para o erro  $e_{sC}(T)$  em todas as combinações máscara\_índice para a temperatura média, Figura 3.16, observamos que apenas M6\_Tmed apresenta um destaque. Isso acontece porque a máscara M6 representa o pirômetro apontado para o centro da amostra que registra as temperaturas mais altas da superfície da amostra. E quanto maior o valor da temperatura, maior o erro  $e_{sC}(T)$ .

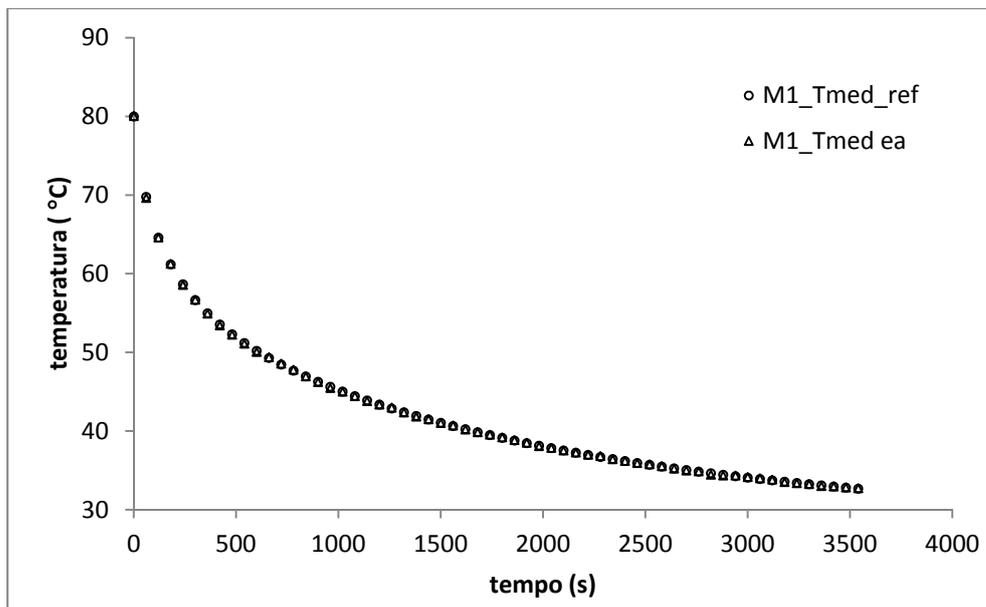
Figura 3.16 – Desvio entre a temperatura experimental para o erro sistemático  $e_{sC}(T)$  e a temperatura referência em M1\_Tmed, M2\_Tmed, M3\_Tmed, M5\_Tmed e M6\_Tmed.



Ainda em relação ao erro  $e_{sC}(T)$ , quando fixamos o índice em Tmax e analisamos as temperaturas em todas as máscaras, existe uma coincidência das curvas das métricas M1\_Tmax, M2\_Tmax, M3\_Tmax, M5\_Tmax e M6\_Tmax. A curva de M4\_Tmax, se destaca um pouco das demais de forma parecida com o ilustrado na Figura 3.5 pelo mesmo motivo: a temperatura máxima nessa combinação máscara\_índice é um pouco menor do que nas demais.

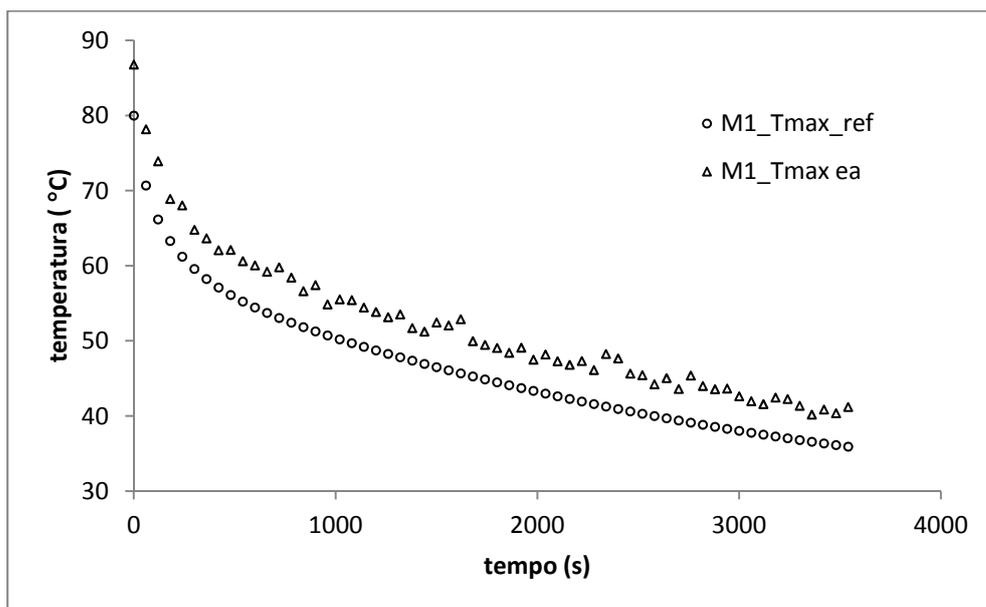
A Figura 3.17 apresenta a temperatura experimental computacional com o erro aleatório e a referência para M1\_Tmed. Observa-se que elas são praticamente iguais, pois quando fazemos a média das temperaturas a dispersão quase desaparece.

Figura 3.17 – Temperatura experimental computacional com erro aleatório e temperaturas referência em M1\_Tmed.



Já quando analisamos a temperatura experimental computacional com o erro aleatório em relação à referência em M1\_Tmax, Figura 3.18, ocorre deslocamento maior da curva experimental em relação à referência, bem como a dispersão é maior comparada com aquela da temperatura média.

Figura 3.18 – Temperatura experimental computacional com erro aleatório e temperatura referência em M1\_Tmax.



Os estudos aqui apresentados serviram de base para as análises de como os erros da câmera influenciam na estimativa dos parâmetros. E também foram geradas as temperaturas experimentais computacionais que são utilizadas no Capítulo 5. Pôde-se concluir que, dependendo do tipo de erro sistemático (apenas para o centro do visor, variando com a distância do pixel as centro da imagem, variando com a temperatura do pixel, variando com a distância do pixel as centro da imagem e a temperatura do pixel), as mudanças provocadas na curva de referência para gerar as curvas experimentais são diferentes. Em relação ao erro aleatório verificaram-se modificações nas curvas experimentais obtidas da temperatura máxima bem maiores do que aquelas da temperatura média.

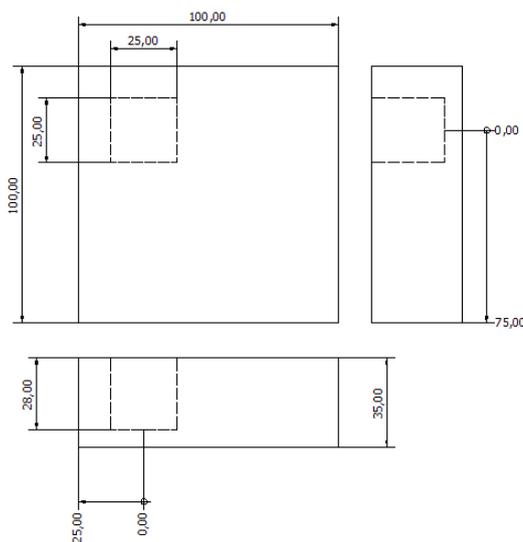
## 4. Desenvolvimento do método automático para estimativa de parâmetros

Este capítulo tem como objetivo apresentar os motivos para a escolha das amostras estudadas; o projeto dos experimentos realizados sobre elas; como o método de Levenberg-Marquardt faz a estimativa dos parâmetros; como as tolerâncias foram estabelecidas; como foram estimados os parâmetros a partir de dados experimentais em amostras reais, o estudo da estimativa para vários índices e máscaras; e o estudo da estimativa para vários valores iniciais dos parâmetros para testar se o método converge para valores distantes do esperado.

### 4.1 Amostras estudadas

As amostras estudadas nesse trabalho foram duas placas quadradas de gesso, uma apenas de gesso e outra com inclusão de um paralelepípedo de aço 1020, Figura 4.1. O ANEXO B apresenta os procedimentos para confecção das amostras e para a realização dos experimentos.

Figura 4.1 – Amostra de gesso com inclusão de um bloco de aço.



A escolha dos materiais da amostra e da inclusão foi baseada no estudo feito por da Silva(2007). Foram analisados vários pares amostra/inclusão: (a) gesso/aço; (b) aço/gesso; (c) gesso/concreto; e (d) concreto/aço, para verificar os desvios entre as

amostra apenas de um material e aquelas com inclusão. Verificou-se que a inclusão de aço provocava uma perturbação maior na temperatura superficial da placa. Por este motivo, o par gesso/aço foi o escolhido para os estudos dessa tese.

#### *4.2 Determinação do tempo ótimo para os experimentos*

A partir das análises de sensibilidade realizadas por Hora e Magnani (2009), os melhores instantes, após o início do resfriamento, para fazer a estimativa dos parâmetros termofísicos da amostra apenas de gesso foram: (a) 346s para a condutividade térmica; e (b) 2472s para a capacidade térmica. E para a inclusão de aço 3317s para a condutividade e a capacidade térmica. Foi determinada a duração de 3540s para os experimentos, com a finalidade de analisar o que aconteceria se a estimativa fosse feita em tempos bem distantes daqueles considerados como os melhores.

#### *4.3 Experimentos sobre as amostras*

Os experimentos consistiram em: (a) aquecer a amostra em uma estufa até atingir a temperatura de 100°C; (b) retirar da estufa e colocar em um suporte; (c) registrar as imagens térmicas do resfriamento de amostras com uma câmera de infravermelho (modelo S45 da FLIR Systems); e (d) processar os termogramas para a extração dos dados de temperatura superficial da amostra.

Para uma câmera de infravermelho medir as temperaturas de forma coerente com o objeto e o ambiente em questão, devem-se ajustar alguns parâmetros no equipamento. São eles: gama (termo utilizado pela FLIR para escala de temperatura), distância (do objeto à câmera), emissividade (do objeto) e paleta (correlação entre cores dos termogramas e temperaturas medidas).

Como esses parâmetros dependem apenas da amostra e da faixa de temperatura medida, nos experimentos em questão eles foram ajustados para: (a) gama: -10 a 120°C; (b) distância: 0,4 m; (c) emissividade do gesso: 0,91; e (d) paleta cinza.

Os demais parâmetros (temperatura ambiente, temperatura refletida e umidade relativa) foram medidos antes do início de cada experimento e inseridos na câmera.

As Figuras 4.2 e 4.3 ilustram os termogramas da amostra de gesso e da amostra de gesso com inclusão de paralelepípedo de aço, respectivamente.

Figura 4.2 – Termogramas do resfriamento da amostra de gesso:

(a) 15 minutos; (b) 30 minutos; e (c) 45 minutos.

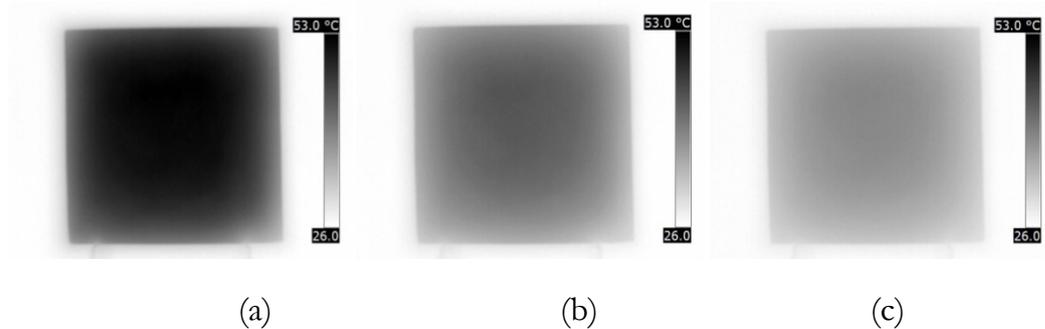
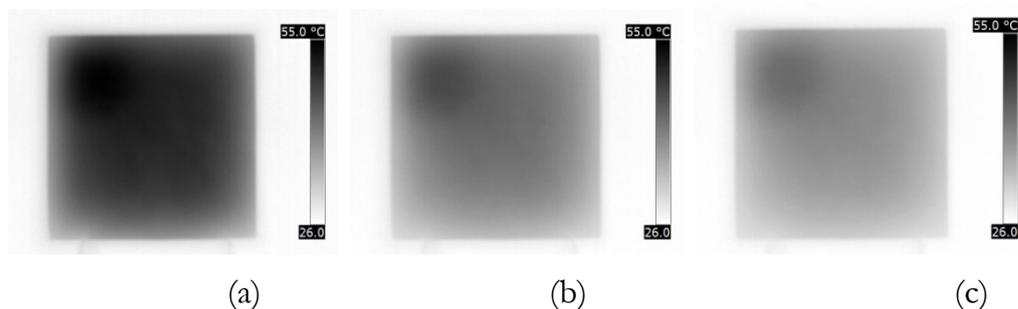


Figura 4.3 – Termogramas do resfriamento da amostra de gesso com inclusão do bloco de aço:

(a) 15 minutos; (b) 30 minutos; e (c) 45 minutos.



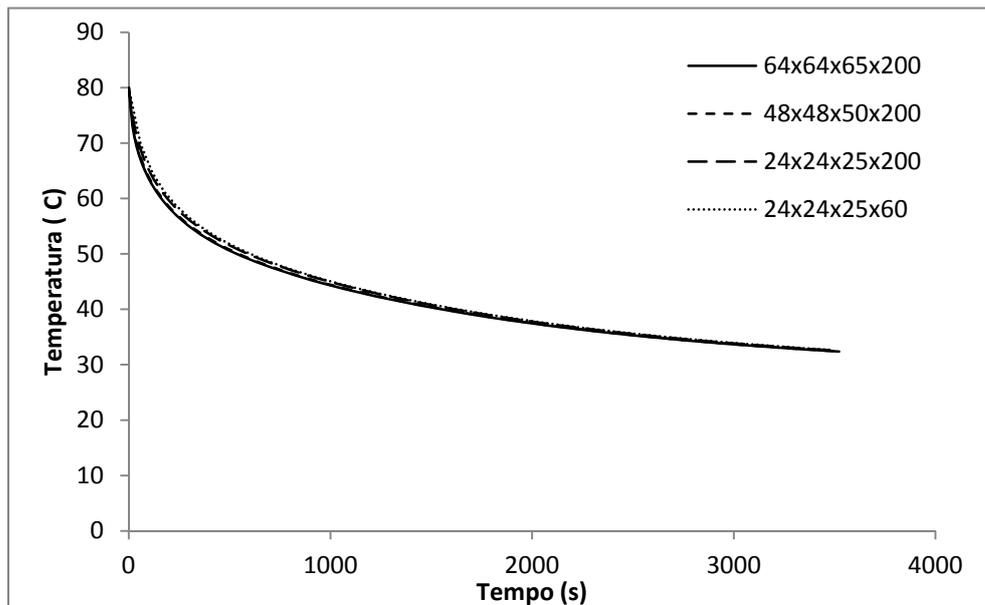
#### 4.4 Problema direto de condução de calor

O problema direto trata da condução de calor em uma placa quadrada apenas de gesso e outra de gesso com inclusão de aço, conforme Figura 4.1. Foi simulado o resfriamento da amostra com a temperatura inicial de 80 °C, e convecção natural. Os coeficientes de convecção foram calculados a partir de correlações empíricas (Kreith(2000)). Um programa chamado *Condução* foi desenvolvido na plataforma Matlab para simular o processo de resfriamento (o Cenapad-PE foi usado para os testes do programa *Condução*). Foi usada uma malha regular e uniforme, com parâmetros constantes

e uniformes (em cada face), tridimensional e transiente. O esquema de discretização foi o método dos volumes finitos, com um esquema temporal de Crank-Nicholson. O método da capacidade concentrada não pôde ser usado porque o número de Biot do fenômeno estudado nessa tese é 6,0. Os modelos matemático e numérico do problema em questão são apresentados no ANEXO C.

Foram testadas malhas 24x24x24x60 (onde o último número representa o número de passos de tempo), 48x48x40x200 e 64x64x64x200. Foi determinado que a malha 24x24x24x60 era suficiente para o parâmetro simulado. O número de passos de tempo foi testado e escolhido em 60s por ter sido este o intervalo de gravação entre um termograma e outro. A Figura 4.4 apresenta o estudo de convergência de malha.

Figura 4.4 – Teste de convergência de malha para solução do problema direto.



#### 4.4 Problema inverso de condução de calor

Um problema direto de condução de calor calcula a distribuição de temperaturas de um objeto a partir das informações das propriedades termofísicas do material que o constitui. Mas, existem problemas na engenharia em que não sabemos as propriedades de um determinado material. Como exemplo, podemos citar as falhas em materiais que podem representar desde bolhas de ar até incrustações em tubulações. Quando isso acontece, geralmente utilizamos técnicas para resolver problemas inversos de

transferência de calor. Ou seja, temos como realizar medições de temperatura para calcular as propriedades desconhecidas. Os termopares são muito utilizados para a aquisição de temperaturas, mas eles introduzem um atraso na temperatura medida e provocam uma interferência na temperatura do objeto que está sendo medido, apenas pela sua presença dentro ou sobre o objeto. A termografia por infravermelho tem uma vantagem enorme em relação aos termopares por ser uma técnica que não requer contato com o objeto medido. Além de permitir medições em equipamentos e estruturas onde os termopares são inviáveis. Neste trabalho o procedimento para a estimativa dos parâmetros termofísicos de materiais está ilustrado na Figura 4.5, onde os dados de temperatura extraídos das imagens térmicas são utilizados na solução do problema inverso. O método usado foi o de Levenberg-Marquardt, por ser uma técnica simples e eficiente na estimativa de parâmetros.

Figura 4.5 – Procedimento para estimativa de parâmetros.



#### 4.5 Descrição do método

O método de Levenberg-Marquardt minimiza a função objetivo dada pela Equação 4.1. Os parâmetros termofísicos são estimados quando o erro entre as temperaturas numéricas e experimentais é mínimo. As equações e o procedimento iterativo foram extraídos de Özisik e Orlande (2000).

$$S(P) = \sum_{i=1}^I [Y_i - T_i(P)]^2 \quad (4.1)$$

onde:

S(P): função objetivo

$P \equiv [P_1, P_2, \dots, P_N]$ : vetor dos parâmetros desconhecidos;

$T_i(P)$ : vetor de temperaturas estimadas no instante  $t_i$  calculadas em determinada combinação máscara\_índice;

$Y_i$ : vetor de temperaturas experimentais no instante  $t_i$  calculadas em determinada combinação máscara\_índice;;

$N$ : número de parâmetros desconhecidos;

$I$ : número de medições de temperatura.

As temperaturas estimadas  $T_i(P)$  são calculadas a partir da solução do problema direto com os valores correntes dos parâmetros desconhecidos  $P_j, j = 1, \dots, N$

A Equação 4.1 pode ser escrita na forma matricial, levando à Equação 4.2.

$$S(P) = [Y_i - T_i(P)]^T [Y_i - T_i(P)] \quad (4.2)$$

#### 4.5.1 Procedimento iterativo

Para minimizar a função objetivo dada pela Equação 4.2, é necessário fazer a derivada de  $S(P)$  em relação a cada parâmetro desconhecido igual a zero, Equação 4.3

$$\frac{\partial S(P)}{\partial P_1} = \dots = \frac{\partial S(P)}{\partial P_N} = 0 \quad (4.3)$$

Escrevendo a Equação 4.3 em notação matricial, temos a Equação 4.4.

$$\nabla \partial S(P) = 2 \left[ -\frac{\partial T^T(P)}{\partial P} \right] [Y_i - T_i(P)] = 0 \quad (4.4)$$

A matriz jacobiana ou sensibilidade é definida pela Equação 4.5.

$$J(P) = \left[ \frac{\partial T^T(P)}{\partial P} \right]^T \quad (4.5)$$

Os elementos da matriz jacobiana são os coeficientes de sensibilidade. Eles são definidos pela Equação 4.6.

$$J_{ij} = \frac{\partial T_i}{\partial P_j} \quad (4.6)$$

Os coeficientes de sensibilidade são muito importantes nos problemas de estimativas de parâmetros. Eles representam de que forma a temperatura estimada varia com mudanças nos parâmetros estimados. Valores pequenos  $J_{ij}$  significam que grandes variações em  $P_j$  provocam pequenas mudanças em  $T_i$ . Isso quer dizer que a estimativa é difícil nesses casos, porque praticamente o mesmo valor de temperatura pode ser obtido para uma ampla faixa de valores do parâmetro.

Os coeficientes de sensibilidade foram calculados pela Equação 4.7. Pois, neste trabalho, os parâmetros estimados possuem ordens de magnitudes muito diferentes, a Equação 4.6 causou problemas na solução do sistema de equações lineares. A Equação 4.7 é chamada de coeficiente de sensibilidade relativo por Özisik e Orlande (2000). Nesta equação, a unidade de  $J_{ij}$  é temperatura, e os coeficientes são comparados como tendo a magnitude da temperatura medida como base.

$$J_{ij} = P_j \frac{\partial T_i}{\partial P_j} \quad (4.7)$$

Os elementos da matriz sensibilidade foram calculados por aproximação de diferenças finitas de acordo com a Equação 4.8.

$$J_{ij} = P_j \frac{T_i(P_1, P_2, \dots, P_j + \varepsilon P_j, \dots, P_N) - T_i(P_1, P_2, \dots, P_j, \dots, P_N)}{\varepsilon P_j} \quad (4.8)$$

onde  $\varepsilon = 10^{-5}$ , para o problema resolvido neste trabalho.

A Equação 4.4, a partir da definição da matriz sensibilidade dada pela Equação 4.5, se transforma na Equação 4.9.

$$-J^T(P)[Y_i - T_i(P)] = 0 \quad (4.9)$$

O procedimento iterativo para estimar os parâmetros é dado pela Equação 4.10.

$$P^{k+1} = P^k + [(J^k)^T J^k + \mu^k \Omega^k]^{-1} (J^k)^T [Y - T(P^k)] \quad (4.10)$$

onde:

$\mu^k$ : parâmetro de amortecimento;

$\Omega^k = \text{diag}[(J^k)^T J^k]$ : matriz diagonal.

A função do termo  $\mu^k \Omega^k$  é amortecer oscilações e instabilidades iniciais do processo iterativo. O termo é iniciado com um valor alto, quando comparado com os termos de  $J^T J$ , e depois o valor do parâmetro  $\mu^k$  é reduzido com o avanço das iterações.

Os critérios de parada do método são dados pelas Equações 4.11, 4.12 e 4.13.

$$S(P^{k+1}) < \varepsilon_1 \quad (4.11)$$

$$\|(J^k)^T [Y - T(P^k)]\| < \varepsilon_2 \quad (4.12)$$

$$\|P^{k+1} - P^k\| < \varepsilon_3 \quad (4.13)$$

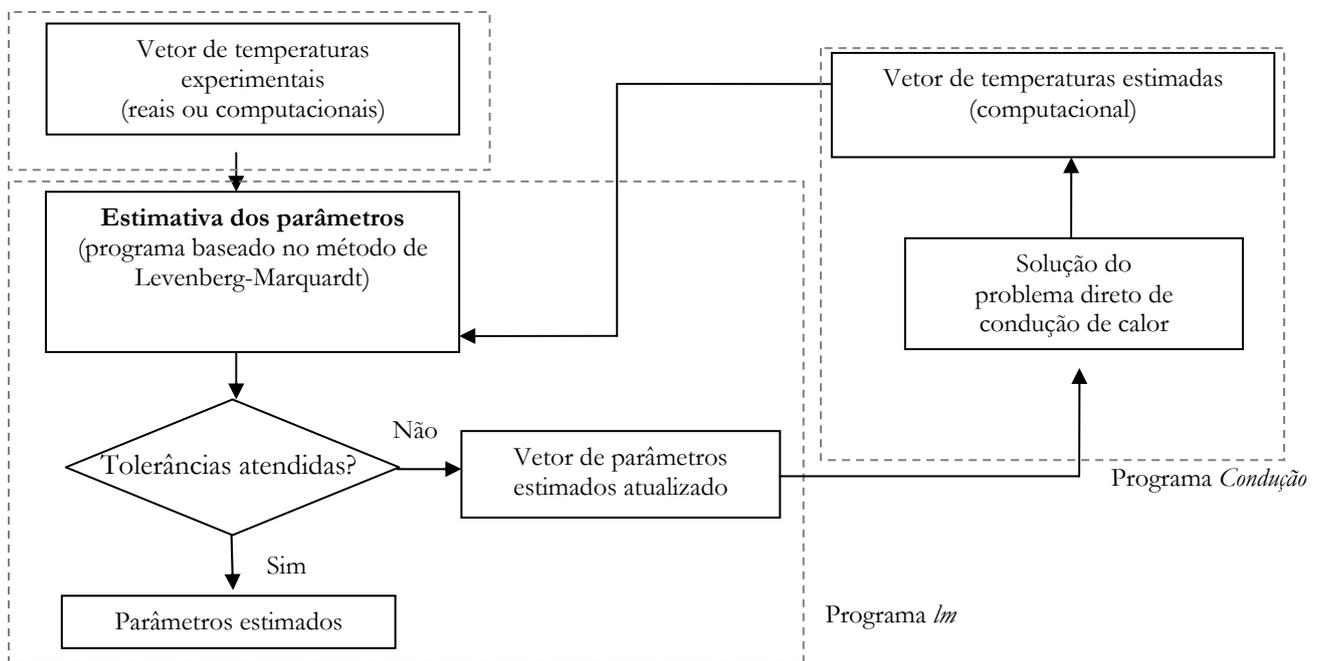
A Equação 4.11 verifica se a função objetivo é pequena o suficiente. A Equação 4.12 analisa se a norma do gradiente de  $S(P)$  é pequena o suficiente. E a Equação 4.13 verifica se o vetor dos parâmetros estimados é pequeno quando o método convergir.

#### 4.5.2 Algoritmo da estimativa de parâmetros

O programa *lm*, baseado no método de Levenberg-Marquardt, foi desenvolvido na linguagem Matlab. A opção por desenvolver um programa próprio, e não usar a função *lsqcurvefit* do Matlab se deve ao fato do programa criado pelo usuário permitir: (a) um maior controle do que está sendo feito; (b) uma melhor depuração de erros; e (c) uma migração para outra linguagem de programação em trabalhos futuros. O algoritmo da estimativa de parâmetros é apresentado na Figura 4.6. O vetor de temperaturas experimentais pode vir de duas fontes: (a) do processamento dos termogramas de

experimentos reais sobre as amostras; e (b) dos resultados de experimentos computacionais obtidos da solução do problema direto de condução de calor com os erros sistemáticos e aleatórios descritos no Capítulo 3. O programa *lm* minimiza o erro entre as temperaturas experimentais (reais ou computacionais) e numéricas (calculadas pelo programa *Condução*). A partir da temperatura gerada pela estimativa inicial do(s) parâmetro(s), o programa *lm* mantém o procedimento iterativo até que as tolerâncias sejam atendidas.

Figura 4.6 – Algoritmo da estimativa de parâmetros.



#### 4.6 Critérios de parada

Os critérios de parada do método são baseados nas Equações 4.11, 4.12 e 4.13. Mas as tolerâncias do método devem ser definidas pelo usuário. Neste trabalho, elas foram definidas a partir da estimativa dos parâmetros do aço 1020, visto que as propriedades termofísicas desse material são conhecidas da literatura. Os valores dos parâmetros termofísicos usados na definição dos critérios de parada foram: (a) gesso:  $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_p = 1085 \text{ J/kg.K}$  e  $k = 0,1 \text{ W/m.K}$  (estimados por Magnani e da Silva(2007)); e (b) aço 1020:  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_p = 486 \text{ J/kg.K}$  e  $k = 41,9 \text{ W/m.K}$ .

Como estudo adicional, foram estimados os parâmetros termofísicos da amostra de gesso, com o objetivo de comprovar se as tolerâncias estabelecidas para o aço 1020 também valem para o gesso.

Primeiramente, os valores de  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  e  $\varepsilon_3$  foram ajustados em  $10^{-2}$ ,  $10^{-4}$  e  $10^{-2}$ , respectivamente. Os erros% na estimativa de cada parâmetro, tomando como base os parâmetros de referência, são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Erro% dos parâmetros do gesso e do aço na estimativa a partir de vários  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  e  $\varepsilon_3$ .

Parâmetro	erro% para	erro% para
	$\varepsilon_1 = 10^{-2}$ , $\varepsilon_2 = 10^{-4}$ e $\varepsilon_3 = 10^{-2}$	$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 10^{-4}$
$k_{aço}$	6	6
$\rho_{aço}$	0,06	0,02
$c_{paço}$	1	0,02
$k_{gesso}$	0,01	0,0
$\rho_{gesso}$	1	0,3
$c_{pgesso}$	0,1	0,01

Os valores de  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  e  $\varepsilon_3$  foram alterados até se diminuir o erro% das estimativas, Equação 4.14. Os valores suficientes para este trabalho foram considerados como sendo  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  e  $\varepsilon_3$  de  $10^{-4}$  todos eles.

$$erro\% = \left( \frac{P_{estimado}}{P_{referência}} - 1 \right) \times 100\% \quad (4.14)$$

A Equação 4.14 será usada como base de cálculo do erro que representa o quanto o valor estimado difere daquele considerado como referência.

#### 4.7 Estimativas de parâmetros a partir de dados de experimentos reais

Os experimentos foram realizados com descrito na Seção 4.3. Tomando como estimativa inicial os valores dos parâmetros do gesso encontrados por Magnani e da Silva (2007),  $\rho = 800 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_p = 1085 \text{ J/kg.K}$  e  $K = 0,1 \text{ W/m.K}$ , a curva numérica que mais se aproximou da experimental real foi aquela onde a temperatura inicial no problema direto de condução de calor foi considerada de  $80 \text{ }^\circ\text{C}$  e convecção natural como condição de contorno desde o início. Essas condições foram consideradas em todas as estimativas deste trabalho.

Apesar da temperatura da estufa ter sido regulada para  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ , a média das primeiras temperaturas registradas pela câmera de infravermelho ficou em torno de  $80 \text{ }^\circ\text{C}$ . Não compreendemos porque isso ocorreu, uma possibilidade é a mudança de lugar da estufa onde as amostras foram colocadas para aquecerem. Mas isso não é relevante para o trabalho, pois será feito um estudo paramétrico de cada parâmetro e não uma análise das estimativas a partir de dados experimentais.

O estudo da influência dos erros na estimativa de parâmetros foi feito de forma qualitativa, ou seja, não foram realizados estudos de propagação dos erros experimental nas estimativas.

A amostra de gesso utilizada nos experimentos teve suas dimensões e massa medidas para que a densidade fosse encontrada. A densidade da amostra de gesso foi tomada como referência, já que o valor de  $759,23 \text{ kg/m}^3$  foi obtido a partir de medições em laboratório. A partir desse valor, foram realizadas estimativas dos parâmetros do gesso. Os resultados da primeira estimativa são apresentados na Tabela 4.2. Com a finalidade de diminuir o erro % na densidade, foi realizada uma segunda estimativa, onde esse erro diminuiu cerca de 10 vezes, em relação à primeira estimativa, como ilustra a Tabela 4.3. O residual (*mse – mean squared error*) é calculado pelo programa *lm* baseado na Equação 4.15.

$$\text{residual} = \frac{\sum_{t=1}^{ntmp} (T_{\text{estimada}} - T_{\text{referência}})^2}{ntmp} \quad (4.15)$$

onde:

*residual*: média dos quadrados dos erros entre as temperaturas estimada e referência [ $^{\circ}\text{C}^2$ ];

$T_{estimada}$ : vetor de temperaturas estimadas no instante  $t$  calculadas em determinada combinação máscara\_índice;

$T_{referência}$ : vetor de temperaturas no instante  $t$  calculadas a partir dos parâmetros referência em determinada combinação máscara\_índice;

*ntmp*: número de tempos experimentais (passos de tempo).

Tabela 4.2 – Primeira estimativa dos parâmetros a partir de dados experimentais

Parâmetro	Estimativa inicial	Combinação máscara_índice	Valor estimado	Erro %	Residual ( $^{\circ}\text{C}^2$ )
$\rho$	759,23 kg/m <sup>3</sup>	M1_Tmed	742,71 kg/m <sup>3</sup>	-2,18	0,25
$k$	0,10 W/m.K	M1_Tmed	0,11 W/m.K	-	0,24
$c_p$	1310,54 J/kg.K	M1_Tmed	1282,01 J/kg.K	-	0,25

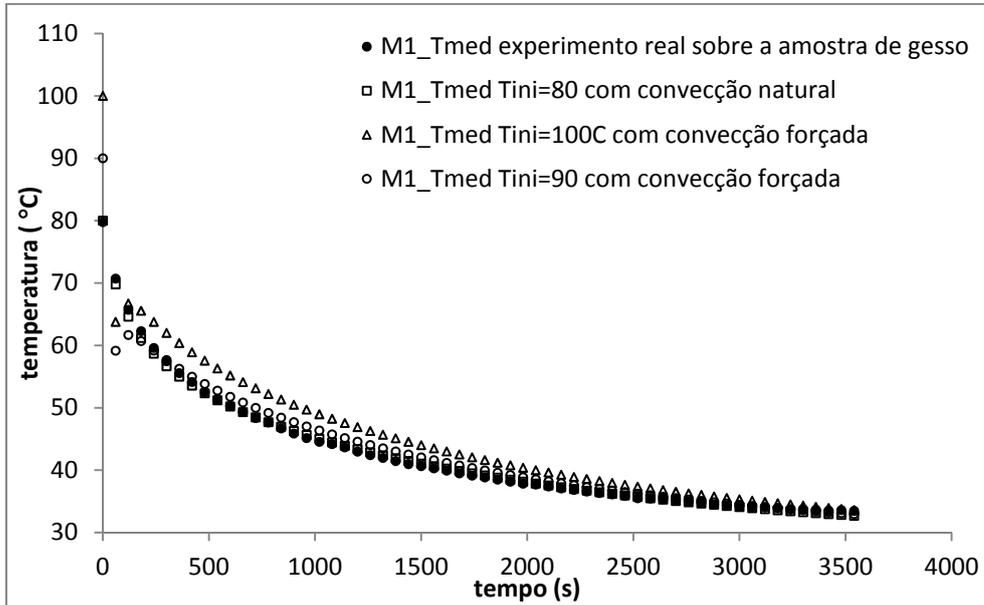
Tabela 4.3 – Segunda estimativa dos parâmetros a partir de dados experimentais

Parâmetro	Estimativa inicial	Combinação máscara_índice	Valor estimado	Erro %	Residual ( $^{\circ}\text{C}^2$ )
$\rho$	759,23 kg/m <sup>3</sup>	M1_Tmed	757,46 kg/m <sup>3</sup>	-0,22	0,19
$k$	0,10 W/m.K	M1_Tmed	0,11 W/m.K	-	0,18
$c_p$	1282,01J/kg.K	M1_Tmed	1279,19 J/kg.K	-	0,19

A partir dos valores de  $k$  e  $c_p$  da segunda estimativa, Tabela 4.3, e de  $\rho = 759,23$  kg/m<sup>3</sup>, foram realizadas várias simulações com diferentes valores de temperatura inicial e tipo de convecção. Observa-se na Figura 4.6, que as temperaturas do experimento real praticamente coincidem com a simulação para  $T_{ini} = 80$   $^{\circ}\text{C}$  e convecção natural desde o início.

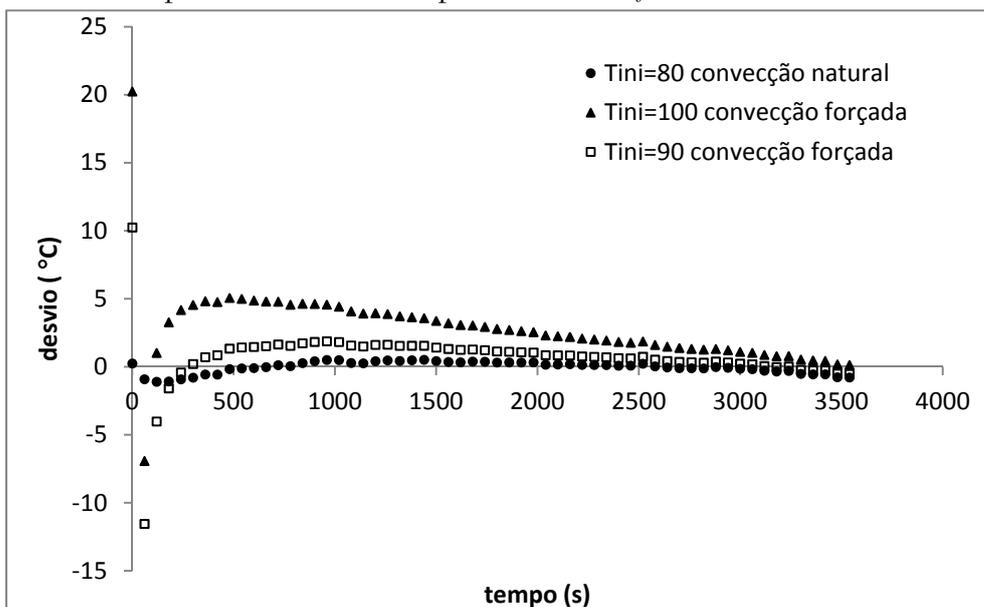
Ainda na Figura 4.7, verifica-se que quando  $T_{ini}=90$   $^{\circ}\text{C}$  e a convecção é forçada até 70  $^{\circ}\text{C}$ , as curvas são muito semelhantes. Mas, bem no início da curva numérica existe uma oscilação devido à convecção forçada. Como o tempo ótimo de estimativa da condutividade do aço fica neste intervalo, foi escolhida a temperatura inicial de 80  $^{\circ}\text{C}$  e convecção natural desde o início, para eliminar essas variações.

Figura 4.7 - Temperatura do experimento real sobre a amostra de gesso e de experimentos computacionais para várias temperaturas iniciais e tipos de convecção em M1\_Tmed.



Como não foi encontrada a solução analítica da amostra de gesso com inclusão de aço, foi imprescindível ter resultados numéricos que melhor representassem o processo. A Figura 4.8 apresenta os desvios entre as temperaturas experimentais reais e numéricas. Verifica-se que a simulação que melhor representa o experimento é  $T_{ini} = 80 \text{ °C}$  e convecção natural desde o início.

Figura 4.8 – Desvio entre a temperatura numérica e a experimental real para várias temperaturas iniciais e tipos de convecção em M1\_Tmed.



#### 4.8 Análises de sensibilidade a partir da matriz jacobiana

Os coeficientes de sensibilidade apresentados foram calculados a partir da Equação 4.7 para cada parâmetro termofísico. As simulações foram realizadas considerando os valores de referência da condutividade térmica e do calor específico como sendo o da segunda estimativa, Tabela 4.3, e de  $\rho = 759,23 \text{ kg/m}^3$ .

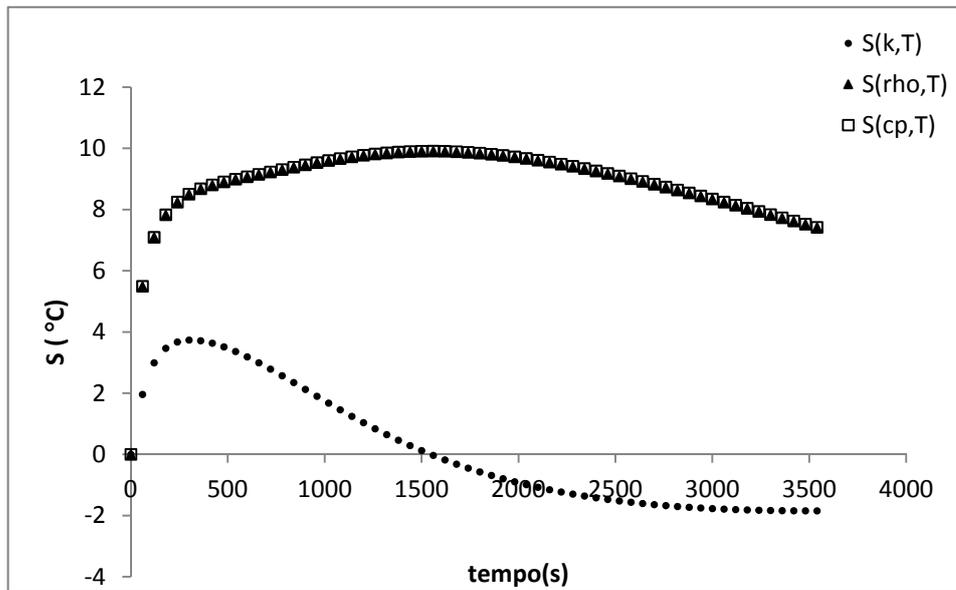
A partir desse estudo, foi possível encontrar o melhor tempo para a estimativa e as magnitudes desses coeficientes, a partir de uma técnica de solução de problema inverso. Isso permitiu uma melhor análise das influências de erros sistemáticos e aleatórios, e das faixas do vetor de temperatura na estimativa dos parâmetros.

Na Figura 4.9, são mostrados os coeficientes de sensibilidade calculados a partir da Equação 4.7. Esta equação foi escolhida porque: (a) os parâmetros a serem estimados possuem magnitudes diferentes, e (b) os coeficientes de sensibilidade calculados pela Equação 4.6 foram muito baixos e causaram problemas na solução do sistema de equações lineares do procedimento iterativo do método de Levenberg-Marquardt.

Observou-se que aqueles calculados pela Equação 4.6 apresentam valores muito menores do que os coeficientes calculados pela Equação 4.7. E por isso, provocaram problemas na solução do sistema de equações lineares do procedimento iterativo do método de Levenberg-Marquardt.

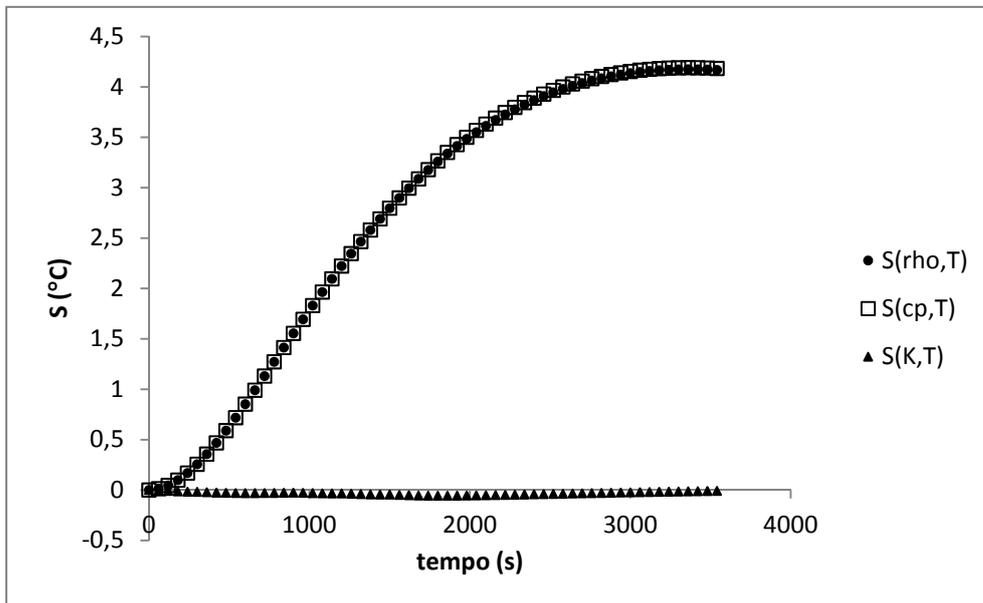
Como era esperado, as sensibilidades da densidade e do calor específico são iguais, Figuras 4.9 e 4.10. A condutividade térmica apresenta uma sensibilidade menor tanto para o gesso quanto para o aço. Os tempos ótimos para a realização de experimentos e estimativas são aqueles onde a sensibilidade atinge o seu ponto máximo. Para o gesso os tempos ótimos para estimativa foram: (a) 300s para a condutividade térmica; e (b) 1460s para a densidade e o calor específico.

Figura 4.9 – Coeficientes de sensibilidade dos parâmetros termofísicos do gesso.



Para o aço os tempos ótimos para estimativa foram: (a) 1800s para a condutividade térmica; e (b) 3360s para a densidade e o calor específico.

Figura 4.10 – Coeficientes de sensibilidade dos parâmetros termofísicos do aço.



#### 4.9 Estimativas de parâmetros para várias combinações máscara\_índice sem erros da câmera

Foram realizadas estimativas dos parâmetros em todas as combinações máscara\_índice e sem inserir os erros da câmera, com a finalidade de encontrar os erros do próprio método. As temperaturas experimentais computacionais foram aquelas geradas pelos parâmetros de referência para os estudos.

As Figuras 4.11 e 4.12 apresentam os erros% para as estimativas do calor específico e da densidade. Observa-se que a combinação M1\_Tmax proporciona o menor erro % da estimativa, já que o índice Tmax apresenta maior sensibilidade à variação no parâmetro. Para todos os parâmetros, os erros% das combinações M6\_Tmed e M6\_Tmed<sup>2</sup>, coincidem com aqueles de M6\_Tmax. Isso se deve ao fato da região central da amostra possuir as temperaturas mais altas em relação ao restante da superfície, ver Figura 4.2.

Figura 4.11 – Erro % para a estimativa de cp em todas as máscaras e índices.

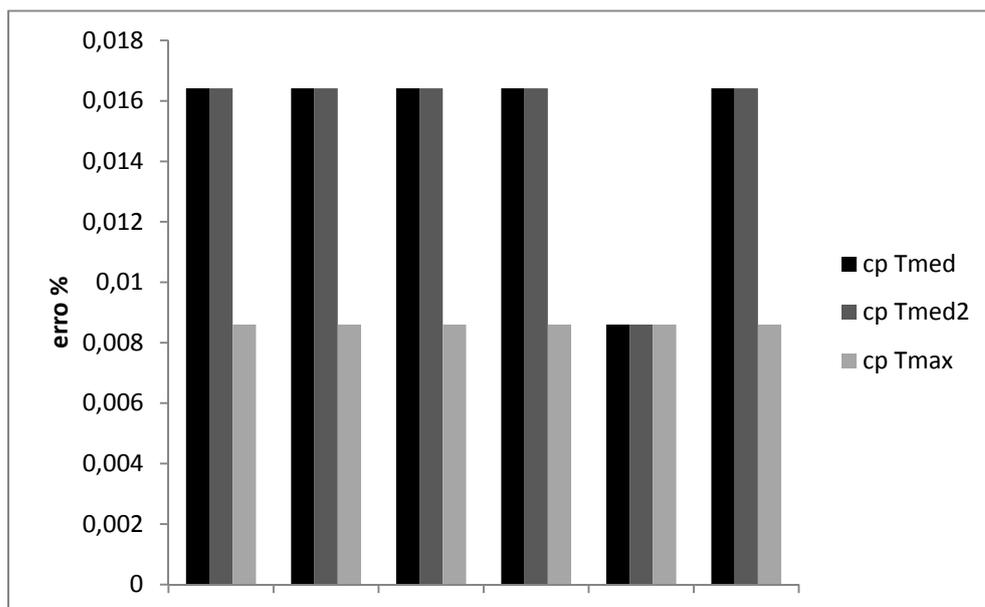
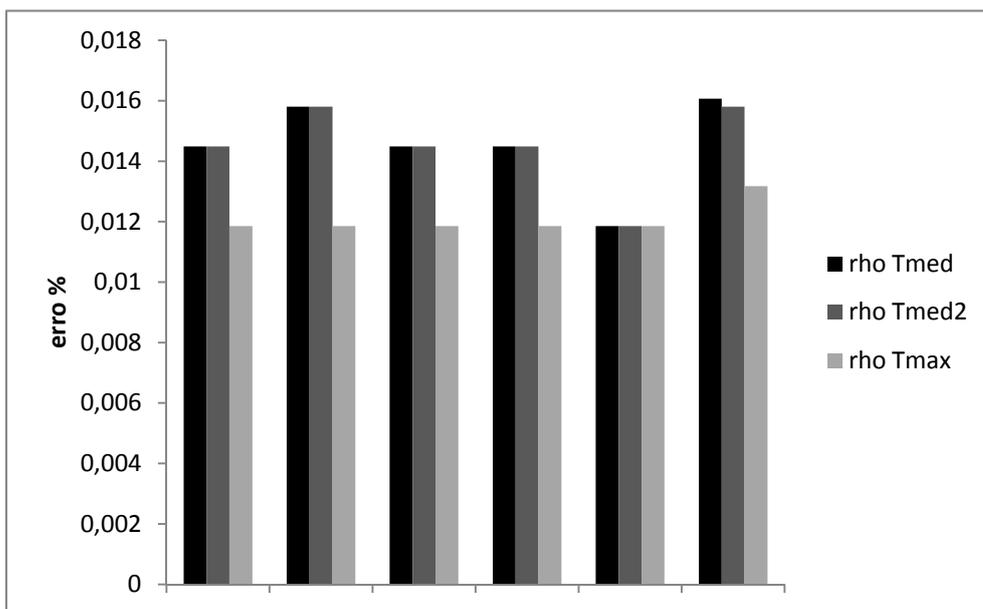
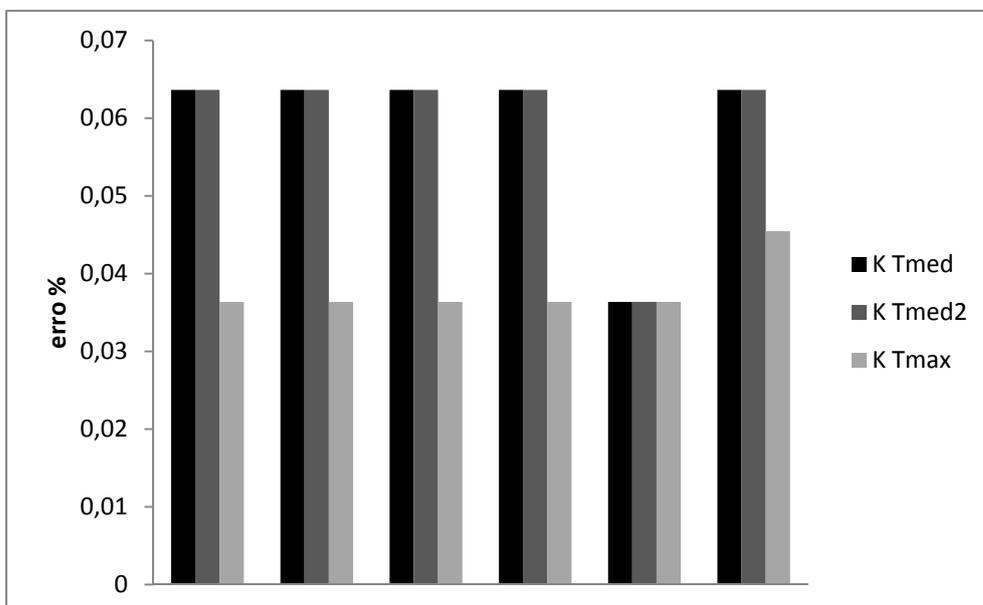


Figura 4.12 – Erro % para a estimativa de  $\rho$  em todas as máscaras e índices.



A Figura 4.13 apresenta os erros % para as estimativas da condutividade térmica. A forma desse gráfico é semelhante àqueles da densidade e da condutividade térmica, pois a sensibilidade da condutividade é menor, Figura 4.9.

Figura 4.13 – Erro % para a estimativa de  $k$  em todas as máscaras e índices.

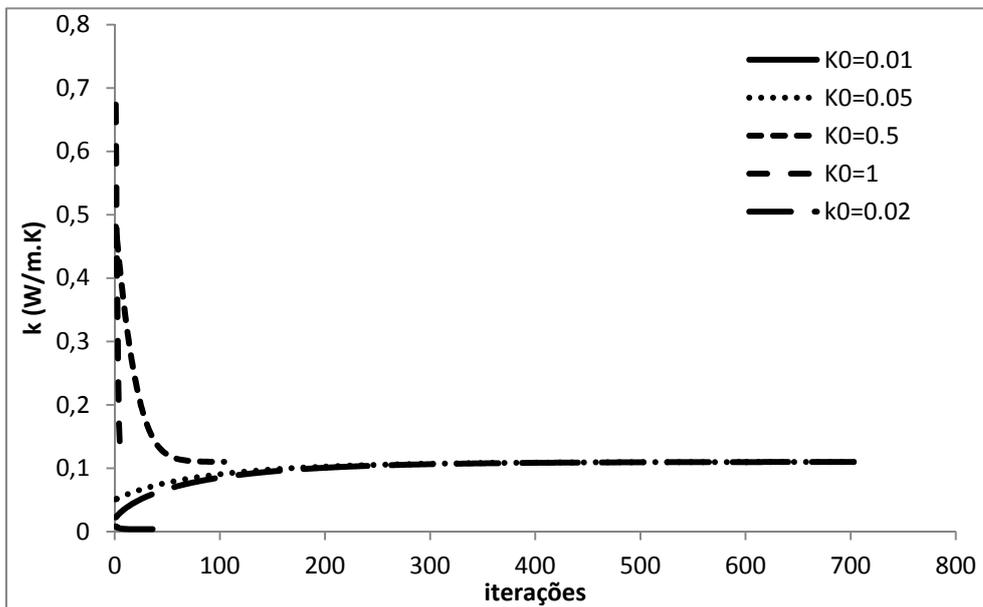


#### 4.10 Estimativas com valores da estimativa inicial de parâmetros distantes do esperado

Para testar o método implementado no que se refere à convergência quando a estimativa inicial do parâmetro é bem distante do esperado, foram realizadas várias simulações para estimativa de cada parâmetro isoladamente. Foram feitas estimativas sem inserir erros da câmera, Figuras 4.14, 4.16 e 4.17. Pode-se observar que o método converge, mesmo para estimativas iniciais bem distantes do esperado. Em relação à condutividade térmica, Figura 4.14, quando o valor da estimativa inicial foi feito 0,01 W/m.K, o método não convergiu.

Em todos os casos, observa-se que, quando o valor é muito distante do esperado, o fator de amortecimento do método de Levenberg-Marquardt,  $\mu^k$ , é feito grande. Isso pode ser visto nos gráficos pela rapidez com que o parâmetro aumenta ou diminui. À medida que o método vai convergindo, percebe-se que o efeito da diminuição desse fator, fazendo com que o parâmetro estimado varie lentamente.

Figura 4.14 – Estimativa da condutividade térmica para valores distantes do esperado



A Figura 4.15 ilustra as curvas das temperaturas que correspondem a três valores da condutividade térmica: (a) referência ( $k = 0,11$  W/m.K); (b) estimativa inicial  $k_0 = 1$  W/m.K; (c) estimativa inicial  $k_0 = 0,2$  W/m.K; (d) estimativa inicial  $k_0 = 0,5$  W/m.K; e (e) estimado ( $k = 0,110023$  W/m.K). Observa-se que a curva para  $k_0 = 1$

W/m.K é a curva para  $k = 0,11$  W/m.K com uma inclinação diferente. À medida que o programa *lm* vai diminuindo o valor de  $k$ , a curva vai se encontrando com a de  $k = 0,11$  W/m.K.

Figura 4.15 – Temperaturas em M1\_Tmed para  $K = 0.11$ ,  $K = 1$  e  $K$  estimada.

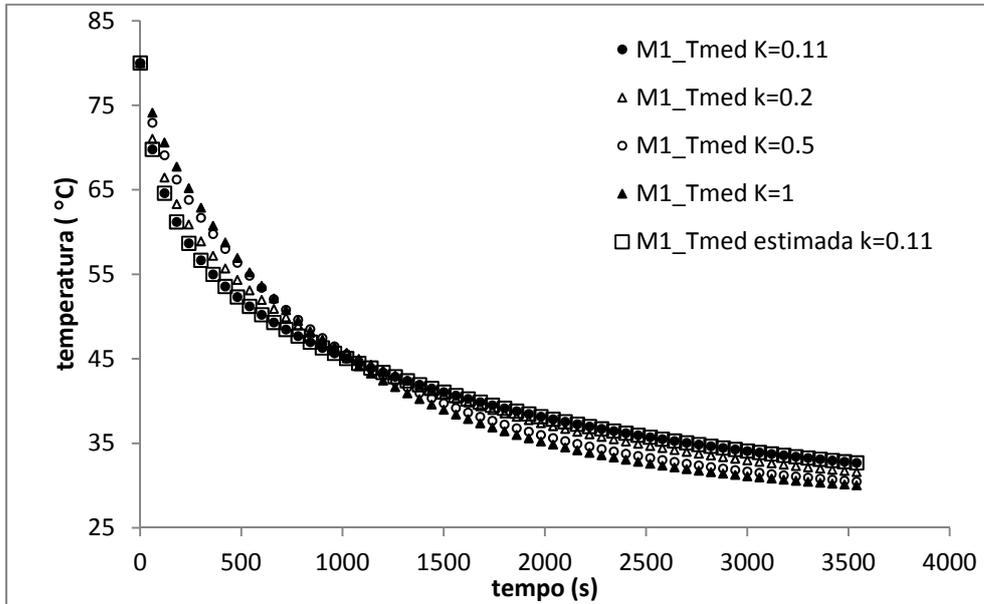


Figura 4.16 – Estimativa da densidade para valores distantes do esperado

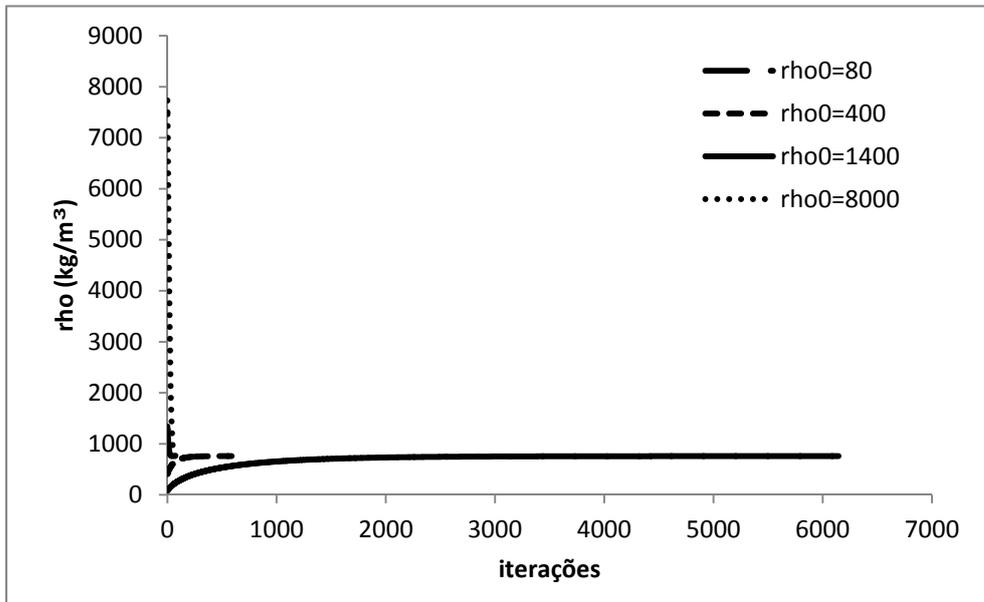
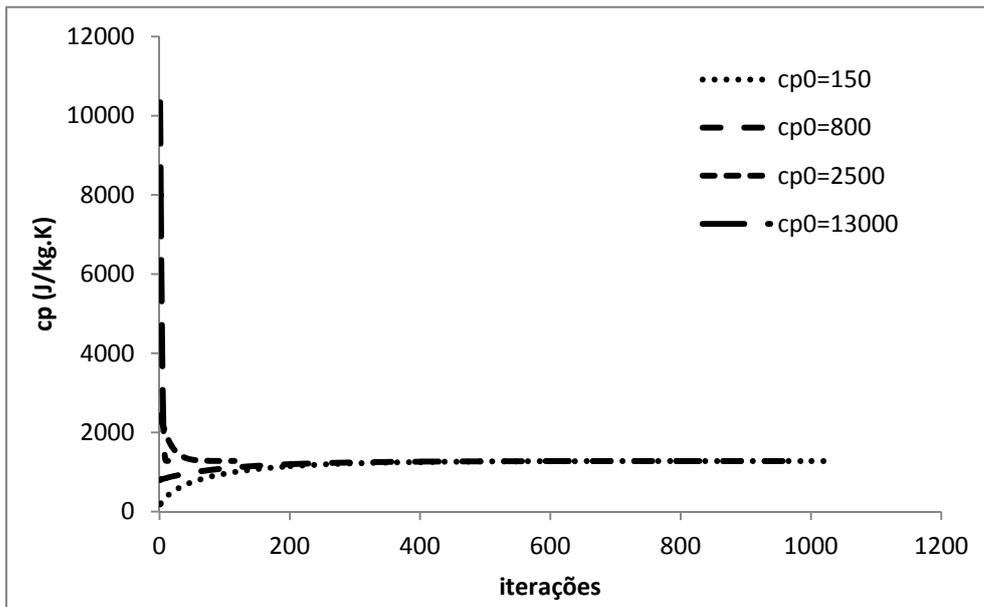
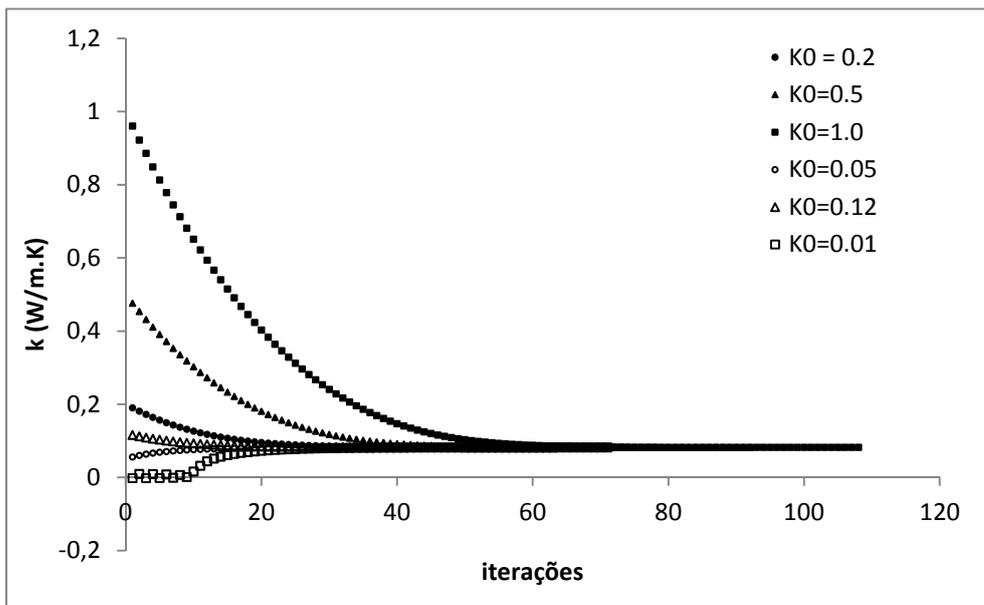


Figura 4.17 – Estimativa do calor específico para valores distantes do esperado



Para o erro sistemático em função apenas da temperatura ( $e_s(T)$ ), Figura 4.18, foi feito o estudo da estimativa da condutividade térmica. O método também convergiu para o valor esperado, mesmo com a adição do erro sistemático. Inclusive para o valor inicial de 0,01 W/m.K, o que não aconteceu para o caso da temperatura sem erro sistemático.

Figura 4.18 – Estimativa da condutividade térmica para valores distantes do esperado (temperatura experimental computacional com  $e_s(T)$ )



#### 4.11 Estimativas dos parâmetros do aço

O método desenvolvido permite estimar as propriedades termofísicas da inclusão de aço. Porém, o tempo de processamento foi completamente inviável para que os estudos sobre esse material fosse realizado no computador disponível para os cálculos. A configuração era um processador AMD Athlon(tm) 64 X2 Dual Core com 3GB de memória.

A Tabela 4.4 apresenta os resultados das estimativas usando M17\_Tmed e os respectivos tempos de processamento. Também na Tabela 4.4, observa-se que a condutividade térmica apresenta um erro % quase 140 vezes maior do que os demais. Isso se deve ao fato da sensibilidade da condutividade térmica ser quase nula, Figura 4.9.

Tabela 4.4 – Estimativa de parâmetros da inclusão de aço.

Parâmetro	Valor nominal	Valor estimado	Erro % (%)	Residual (°C <sup>2</sup> )	Tempo de processamento (h)
$\rho_{\text{aço}}$	7850 kg/m <sup>3</sup>	7843,29 kg/m <sup>3</sup>	0,04	1,7x10 <sup>-6</sup>	207
$k_{\text{aço}}$	41,9 W/m.K	44,94 W/m.K	4,9	2,3x10 <sup>-8</sup>	12
$c_{\text{paço}}$	486 J/kg.K	486,20 J/kg.K	0,04	1,6x10 <sup>-6</sup>	112

#### 4.12 Estimativas de parâmetros geométricos da inclusão

Para o método baseado em Levenberg-Marquardt usando as combinações máscara\_índice apresentadas no Capítulo 4, não foi possível fazer a estimativa dos parâmetros geométricos da inclusão de aço (comprimento, altura e profundidade). A sensibilidade desses parâmetros é muito baixa, e quando se utiliza a matriz jacobiana para calcular os coeficientes de sensibilidade, eles resultam em zero em todos os instantes do experimento. Nas derivadas dessa matriz, as variações nos parâmetros são de 10<sup>-5</sup>.

Neste capítulo foram apresentados todos os passos para a implementação do método automático de estimativa de parâmetros baseado na técnica de Levenberg-Marquardt. Os parâmetros de referência, usados no estudo paramétrico, foram estimados

a partir de dados de experimentos reais. O método foi extensamente analisado no que diz respeito a: (a) precisão na estimativa de parâmetros a partir de temperaturas experimentais computacionais sem adição de erros em todas as combinações máscara\_índice; (b) análise de sensibilidade a partir da matriz jacobiana, determinando os melhores instantes da estimativas que serão usados no Capítulo 5; (c) convergência quando os valores iniciais dos parâmetros são bem distantes do esperado. Foi concluído que o método desenvolvido não permite estimar os parâmetros geométricos da inclusão de aço, devido ao fato de os coeficientes de sensibilidade serem nulos. A grande maioria das estimativas de parâmetros realizadas neste capítulo e no Capítulo 5 foi processada no computador do IFPE Campus Ipojuca, de configuração: oito processadores 64 bits Intel Xeon, com Front Side Bus de 1333MHz e 12GB de memória.

## 5. Estimativa de parâmetros termofísicos

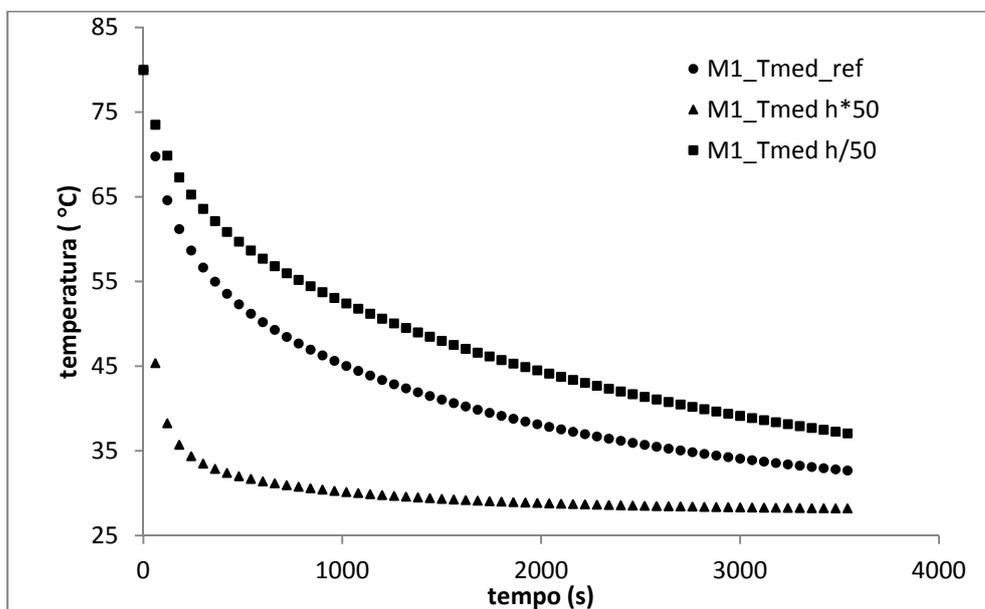
Este capítulo tem como objetivo mostrar a influência dos parâmetros na condução de calor na amostra, a influência da combinação máscara\_índice na temperatura, os estudos feitos (influência de erros, índices, máscaras e faixa do vetor temperatura), e as estimativas que foram realizadas.

### 5.1 Influência de $h$ , $k$ , $\rho \cdot cp$ , $k$ e $\rho \cdot cp$ na condução de calor na amostra

Para compreender de que forma os parâmetros estimados influenciam no fenômeno de condução de calor, foram realizadas simulações em M1\_Tmed com variações nesses parâmetros, e foram feitas comparações com a curva considerada como referência, que foi aquela gerada com os valores de referência nos estudos de estimativas.

A Figura 5.1 apresenta de que forma o coeficiente de convecção  $h$  influencia na condução. Observa-se que, quando o  $h$  é aumentado em cinquenta vezes, existe um resfriamento muito mais rápido no início do processo, e não ocorre o mesmo decaimento que a curva referência. Quando o  $h$  é diminuído em cinquenta vezes, a amostra não resfria tanto no início e tem um decaimento parecido com a curva referência.

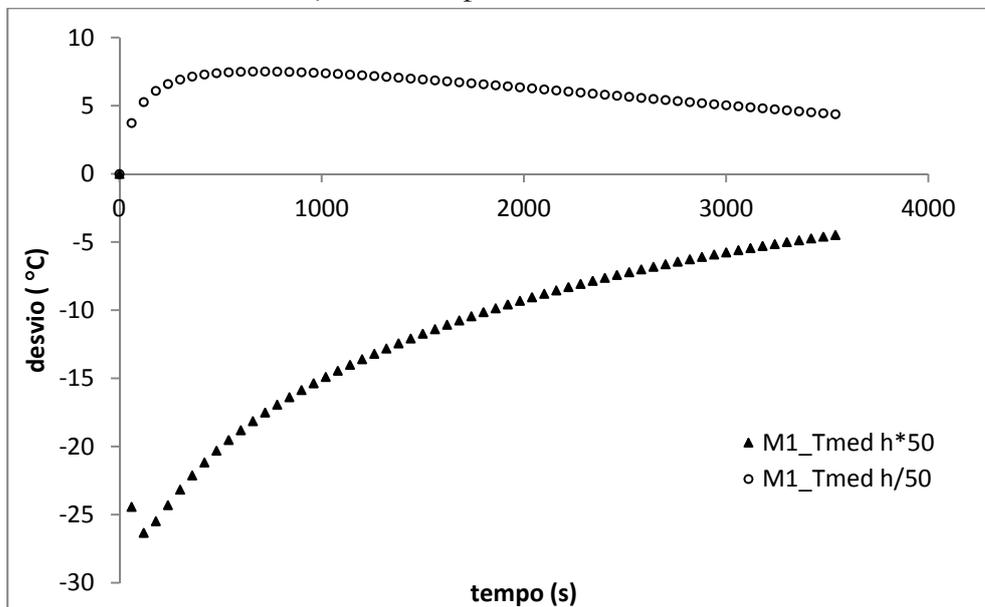
Figura 5.1 – Temperaturas em M1\_Tmed para vários coeficientes de convecção natural.



A Figura 5.2 apresenta os desvios entre as temperaturas com valores de  $h$  alterados e aquelas da curva referência. Comprova-se que o aumento do  $h$  provoca uma diminuição brusca na temperatura no início do processo, e depois uma queda mais leve até o final.

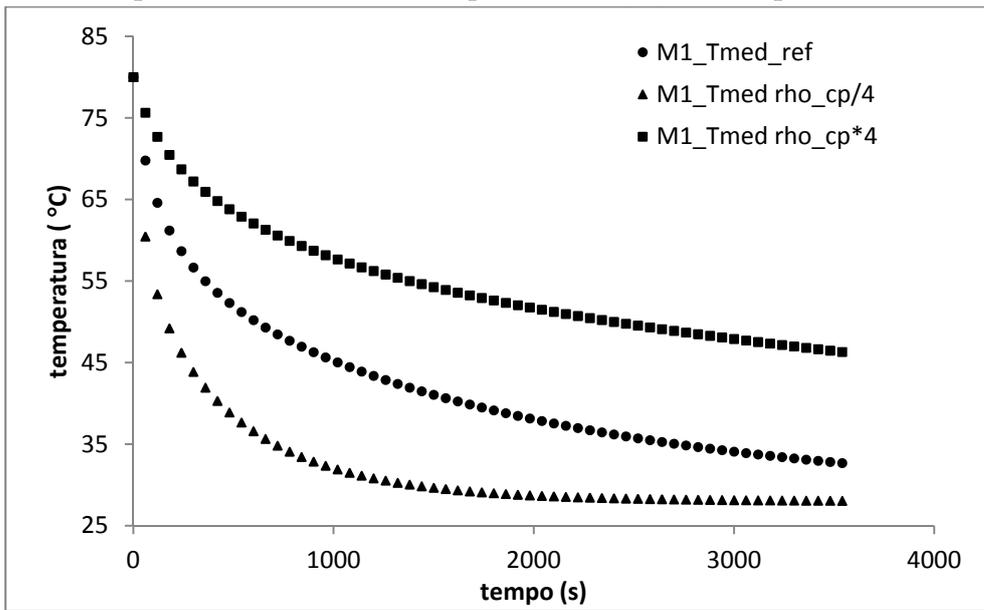
Quando o  $h$  é diminuído, a temperatura apresenta um pequeno aumento no início, mas a partir de 300s as curvas ficam praticamente iguais em inclinação.

Figura 5.2 – Desvio entre as temperaturas em M1\_Tmed para vários coeficientes de convecção e a temperatura M1\_Tmed\_ref.



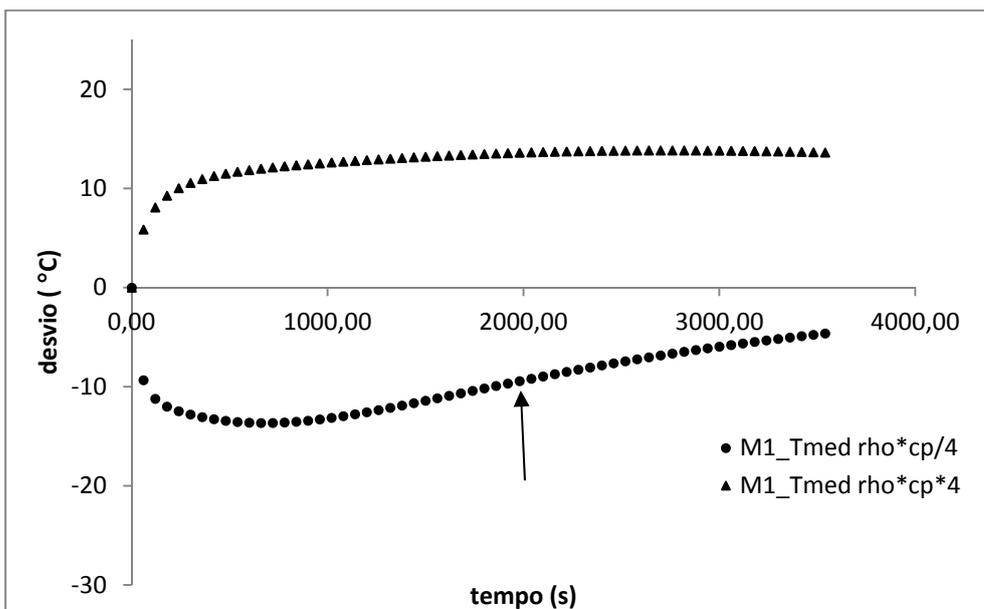
A Figura 5.3 apresenta as curvas com variações na capacidade térmica,  $\rho c_p$ . Comprova-se que este parâmetro é responsável pelo armazenamento de energia na amostra. Quando ele é aumentado, a temperatura não cai no início como na curva referência e se mantém mais elevada por toda a curva. Já quando o  $\rho c_p$  é diminuído, a capacidade térmica do material diminui e a temperatura cai bem mais no início, se mantendo abaixo da curva referência.

Figura 5.3 – Temperaturas em M1\_Tmed para vários  $\rho c_p$  e a temperatura M1\_Tmed\_ref.



Os desvios entre as curvas dos vários  $\rho c_p$  e a M1\_Tmed\_ref são mostrados na Figura 5.4. Observa-se que, quando o parâmetro é diminuído, ele provoca uma variação maior ao longo da curva de temperatura, quando comparado com o aumento do  $\rho c_p$ .

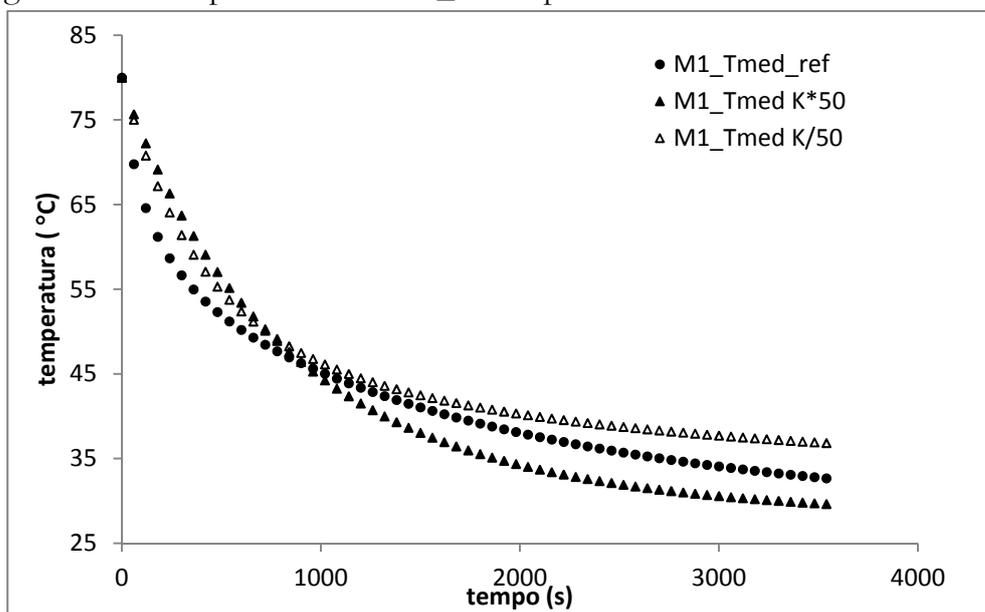
Figura 5.4 – Desvios entre as temperaturas em M1\_Tmed para vários  $\rho c_p$  e a temperatura M1\_Tmed\_ref.



A influência da condutividade térmica,  $k$ , na condução de calor na placa é ilustrada na Figura 5.5. Quando ela é aumentada, existe uma maior condução de calor no início do

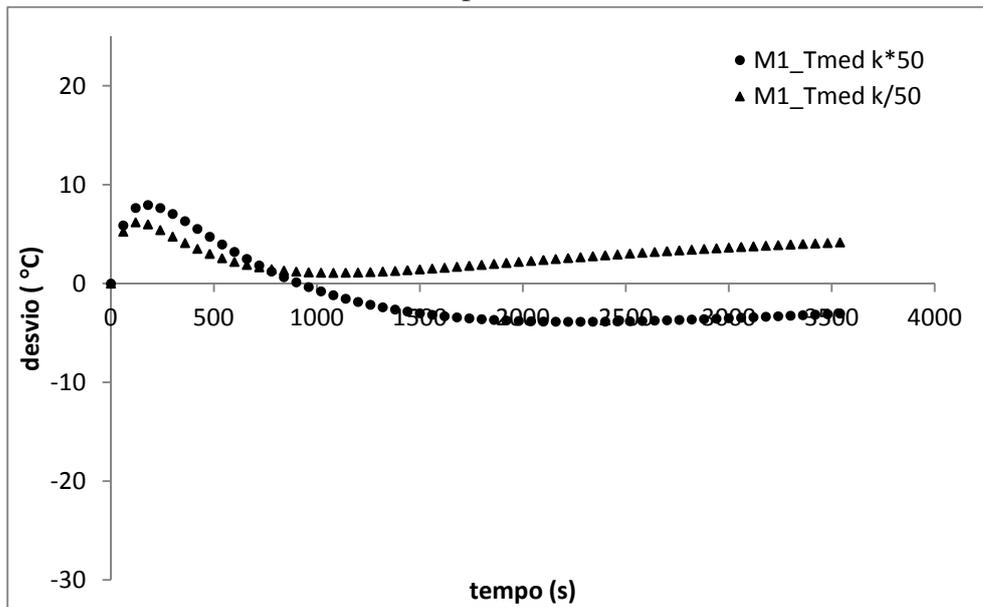
processo, fazendo com que a temperatura superficial se eleve. Mas, ao mesmo tempo essa condutividade maior faz com que a placa resfrie mais após determinado instante. Pois uma quantidade maior de calor é conduzida na amostra, que depois é transferido ao ambiente. Quando  $k$  é diminuído, a temperatura também não cai tanto no início, e a partir de determinado instante ela ultrapassa a curva referência. Isso porque o material de condutividade menor não tem a mesma capacidade de conduzir o calor através da placa, para depois ser trocado por convecção natural com o ambiente.

Figura 5.5 – Temperaturas em M1\_Tmed para várias condutividades térmicas.



A Figura 5.6 mostra os desvios entre as curvas com variações na condutividade térmica e a curva de referência.

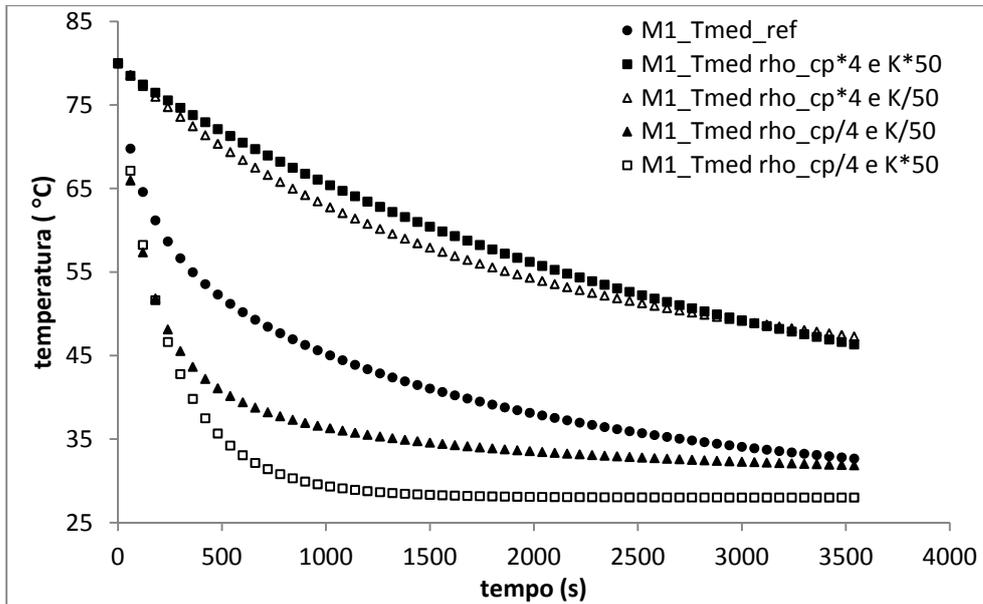
Figura 5.6 – Desvios entre as temperaturas para várias condutividades térmicas em M1\_Tmed e a temperatura M1\_Tmed\_ref.



Também foram simuladas variações simultâneas de  $\rho c_p$  e  $k$ , Figura 5.7. Observa-se que quando ambos são aumentados, existe um aumento significativo da temperatura da amostra e o seu decaimento é quase linear. Quando o  $\rho c_p$  é aumentado e o  $k$  diminuído, nota-se uma pequena queda nos valores de temperatura entre logo após o início e um pouco antes do fim do resfriamento. Apesar do aumento na capacidade de armazenar energia, esse material não conduz o calor da forma que o material de referência, e a temperatura se eleva no final do processo.

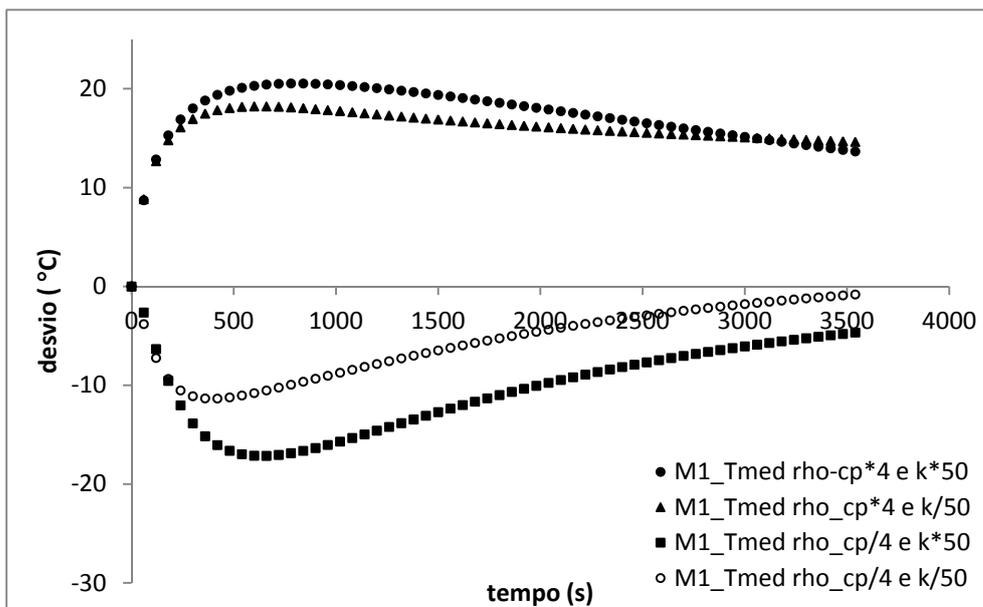
Quando os dois parâmetros são diminuídos, existe uma queda na temperatura de uma forma geral na curva de  $\rho c_p/4$  e  $k/50$ . Comparando as curvas de  $\rho c_p/4$  e  $k/50$  e  $\rho c_p/4$  e  $k*50$ , observamos que as temperaturas da última são maiores. Isso se deve ao fato do maior poder de condução de calor através do material, mantendo-se constante a sua capacidade de armazenar energia.

Figura 5.7 – Temperaturas em M1\_Tmed para várias capacidades e condutividades térmicas.



A Figura 5.8 apresenta os desvios entre as curvas na métrica M1\_Tmed com variações no  $\rho c_p$  e  $k$  simultaneamente.

Figura 5.8 – Desvios entre as temperaturas para vários  $\rho c_p$  e  $k$  em M1\_Tmed e a temperatura M1\_Tmed\_ref.



## 5.2 Estudos realizados

Como o principal objetivo deste trabalho é descobrir de que forma os erros da câmera de infravermelho influenciam na estimativa de parâmetros termofísicos de materiais, foram realizados estudos com várias combinações máscara\_índice e tipos de erros.

A influência da combinação máscara\_índice na estimativa a partir da temperatura experimental sem adição de erros foi apresentada no Capítulo 4.

A seguir um breve resumo dos estudos realizados, que serão apresentados na Seção 5.3:

*1º Estudo:* Estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com erro sistemático  $e_{sC}(T)$ , no índice  $T_{med}$  calculado a partir de todas as máscaras implementadas (M1, M2, M3, M4, M5, M5), com a finalidade de analisar de que forma a máscara escolhida influencia na estimativa.

*2º Estudo:* Estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com erro sistemático  $e_{sC}(T)$ , em todos os índices ( $T_{med}$ ,  $T_{med}^2$  e  $T_{max}$ ) calculados a partir das máscaras M1 e M3. Aqui a intenção é analisar qual a influência do índice escolhido na estimativa.

*3º Estudo:* Estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com os erros sistemáticos  $e_{sC}(T)$ ,  $e_s(T)$ ,  $e_s(r)$ ,  $e_{sC}(r,T)$ , no índice  $T_{med}$  calculado a partir das máscaras M1 e M3. Com esse estudo pretende-se analisar de que forma os vários tipos de erros adicionados à temperatura experimental influenciam na própria curva experimental corrigida e no valor dos parâmetros estimados.

*4º Estudo:* Estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com os erros aleatórios, adicionados diretamente nos pixels da imagem, em todos os índices ( $T_{med}$ ,  $T_{med}^2$  e  $T_{max}$ ) calculados para as máscaras M1, M3 e M5. O objetivo foi analisar como um erro aleatório de desvio padrão 2 °C influencia na estimativa dos parâmetros.

### 5.3 Influência de erros sistemáticos da câmera de infravermelho na estimativa de parâmetros

Os erros sistemáticos foram inseridos nas matrizes de temperaturas como descrito no Capítulo 3. Para cada tipo de erro sistemático adicionado à temperatura experimental, foram calculadas as médias dos erros quadrados (*mse* – *mean squared error*) de acordo com a Equação 5.1. Ou seja, o *mse* é uma medida de quanto a curva experimental corrigida ficou distante daquela de referência. Isso permitiu analisar dois pontos: (a) o quanto o método minimizou o desvio entre as curvas experimental e referência a partir da comparação do erro adicionado e o residual (Equação 4.15); e (b) de que forma o erro% da estimativa de cada parâmetro variou em relação ao *mse* adicionado.

$$mse = \frac{\sum_{t=1}^{ntmp} (T_{\text{exp comp}} - T_{\text{referência}})^2}{ntmp} \quad (5.1)$$

onde:

*mse*: média dos erros quadrados entre as temperaturas experimental computacional e referência [ $^{\circ}\text{C}^2$ ];

$T_{\text{exp comp}}$ : vetor de temperaturas experimentais computacionais no instante t calculadas em determinada combinação máscara\_índice;

$T_{\text{referência}}$ : vetor de temperaturas no instante t calculadas a partir dos parâmetros referência em determinada combinação máscara\_índice;

*ntmp*: número de tempos experimentais.

5.3.1 Estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com erro sistemático  $e_{\text{sc}}(T)$ , no índice  $T_{\text{med}}$  calculado a partir de todas as máscaras implementadas (M1, M2, M3, M4, M5, M6).

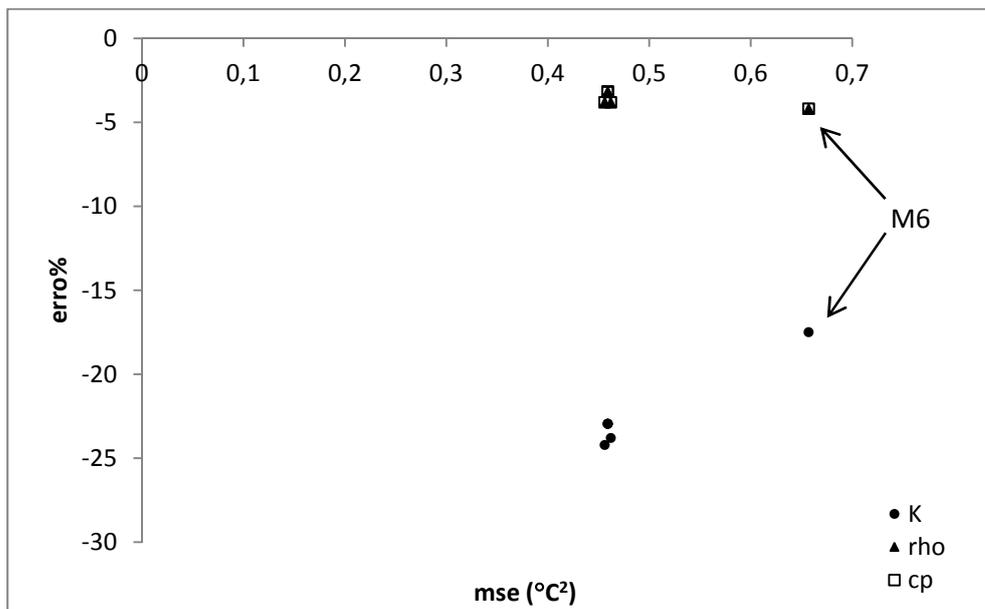
A finalidade desse estudo foi verificar como a máscara utilizada para calcular o índice influencia na estimativa dos parâmetros.

Os procedimentos consistiram em: (a) aplicar todas as máscaras às matrizes de temperaturas de referência; (b) calcular o índice  $T_{\text{med}}$  a partir de todas as máscaras; e (c) adicionar o erro sistemático para o centro do visor da câmera de infravermelho,  $e_{\text{sc}}(T)$ ,

aos índices; e (d) calcular o *mse* adicionado, a partir da Equação 5.1, para cada combinação máscara\_índice. Verificou-se que o *mse* adicionado às temperaturas experimentais foi diferente em cada combinação máscara\_índice. Era esperado que, quando aumentássemos o *mse* adicionado, o erro% em cada parâmetro também aumentasse. Pois um *mse* maior significa que temos uma curva experimental corrigida mais distante daquela de referência.

Mas percebemos comportamentos diferentes para o  $\rho c_p$  e para o  $k$ . O erro% do  $\rho c_p$  aumenta quando o *mse* adicionado aumenta, Figura 5.9. E como era previsto, a densidade e o calor específico apresentam erros% iguais, Figuras 5.9 e 5.10. Já a condutividade térmica apresenta um erro% menor quando o *mse* aumenta. No ANEXO D, a Tabela D.1 apresenta todos os resultados para a estimativa dos parâmetros isolados, com os valores estimados e os residuais das estimativas.

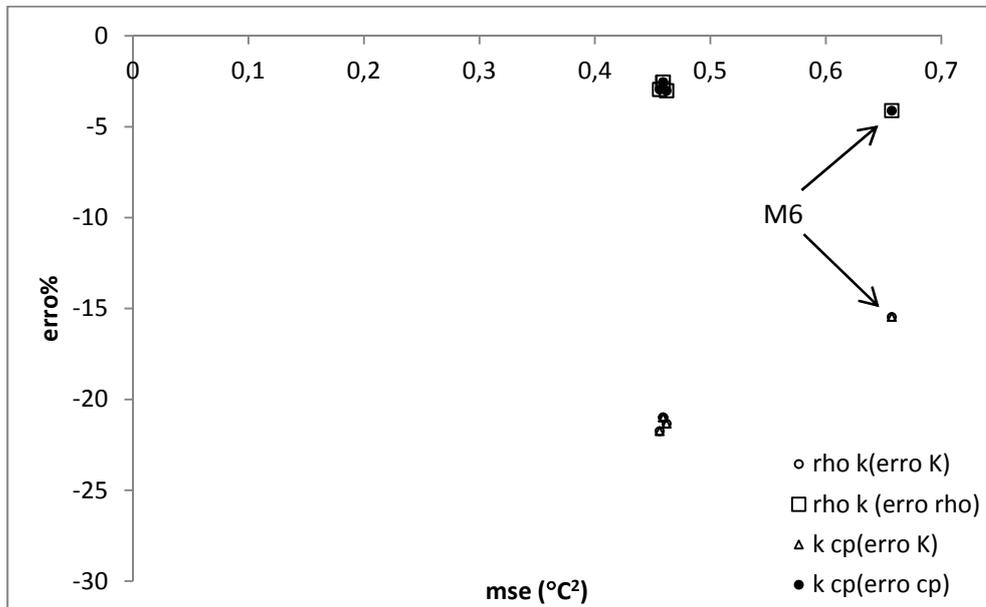
Figura 5.9 – *Mse* x erro% para  $T_{med} e_{sC}(T)$  em todas as máscaras para um parâmetro estimado isoladamente.



Quando os parâmetros são estimados simultaneamente,  $k$  e  $\rho$  e  $k$  e  $c_p$ , Figura 5.10, ocorre o mesmo que para um parâmetro isolado: o erro% de  $k$  diminui com o aumento do *mse* adicionado, e o erro% de  $\rho c_p$  aumenta com o aumento do *mse* adicionado. Além disso, esses erros% são um pouco menores do que aqueles da estimativa dos parâmetros isoladamente. Então, para o caso do erro sistemático  $e_{sC}(T)$  é mais vantagem estimar simultaneamente os parâmetros para diminuir os tempos de processamento. No ANEXO

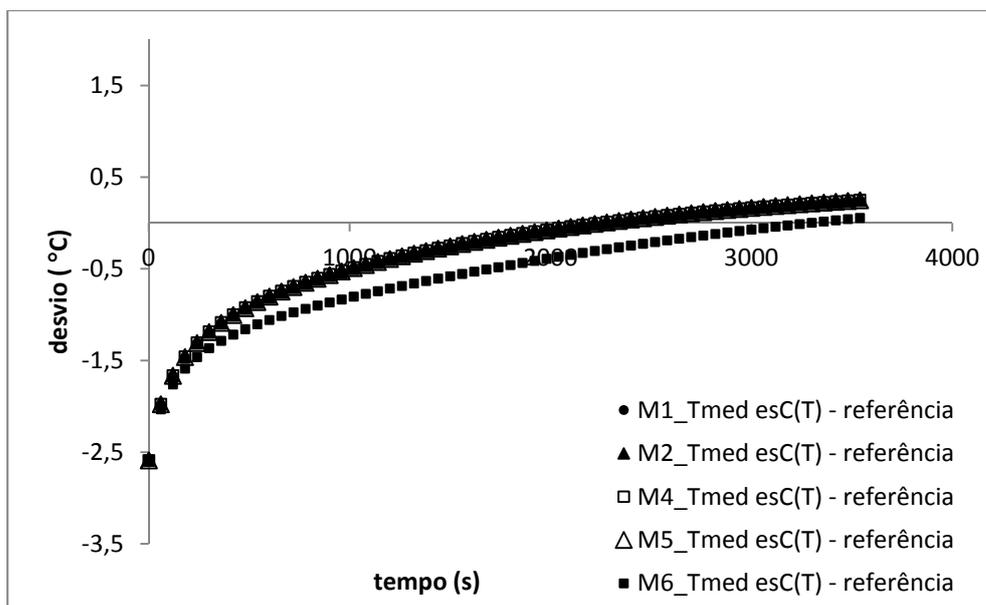
D, a Tabela D.2 apresenta todos os resultados para a estimativa simultânea dos parâmetros, com os valores estimados e os residuais das estimativas.

Figura 5.10 –  $Mse \times erro\%$  para  $T_{med}$  e  $e_{sC}(T)$  em todas as máscaras para dois parâmetros estimados simultaneamente.



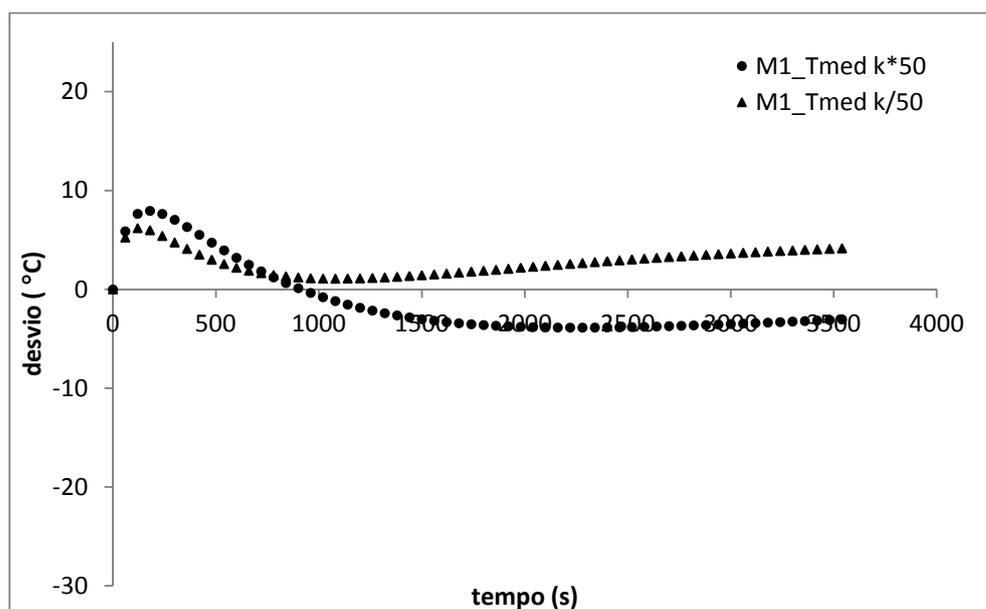
Para entender porque o erro% do  $k$  diminui com o aumento do  $mse$ , e o erro% do  $\rho$  aumenta, primeiro é necessário rever a Figura 3.15. Ela ilustra os desvios entre as temperaturas no índice  $T_{med}$  com erro  $e_{sC}(T)$  calculado a partir de todas as máscaras e a temperatura de referência. Observamos que M6\_  $T_{med}$  possui um deslocamento para baixo maior do que as demais, pelo fato de as temperaturas serem maiores na região da máscara M6. Para o  $\rho$ , isso representa uma diminuição na capacidade do material em armazenar energia, e quanto menor o valor estimado de  $\rho$ , mais distante ele fica da referência, e conseqüentemente o erro% é maior.

Figura 3.15 – Desvio entre as temperaturas experimentais com o erro  $e_{sC}(T)$ , estimada para  $k$  e de referência em M1\_Tmed.



Na estimativa de  $k$ , se a curva experimental se deslocar mais para baixo, ela fica parecida com a curva com valores de  $k$  maiores do que a referência, Figura 5.6. Por isso, os valores estimados em M6\_Tmed são maiores do que aqueles estimados nas demais combinações do estudo, e ficam mais próximos da referência.

Figura 5.6 – Desvios entre as temperaturas para vários  $k$  em M1\_Tmed e a M1\_Tmed\_ref.

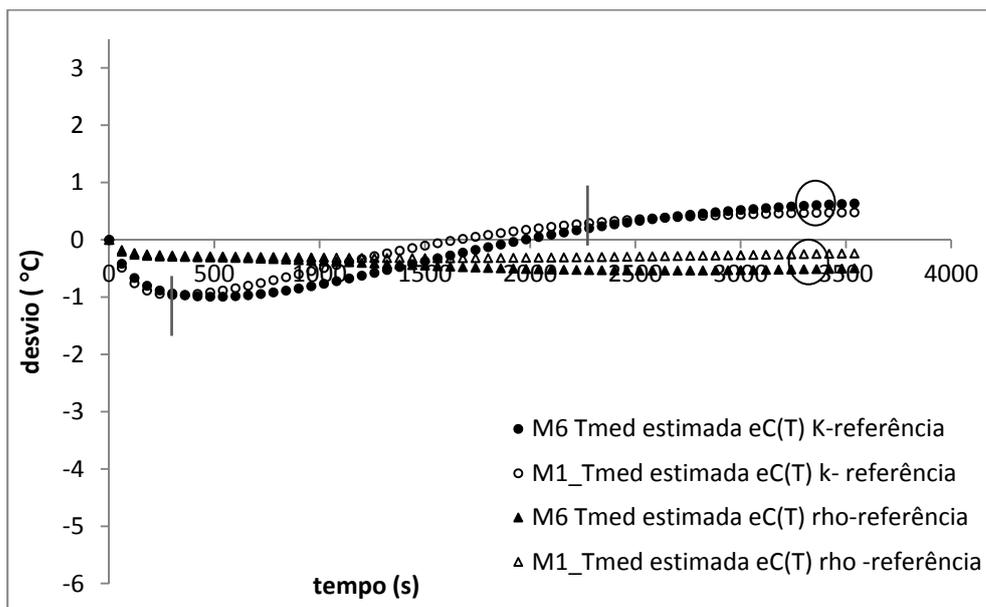


A condutividade térmica provoca variações mais complexas na distribuição de temperaturas, Figura 5.6, do que o simples deslocamento para cima ou para baixo que o  $\rho$  provoca. Pois as variações nesse parâmetro provocam um aumento inicial da temperatura superficial da amostra e uma pequena queda até se encostar à curva de referência. Depois, se o  $k$  for maior que o de referência, a temperatura diminui, e se o  $k$  for menor, a temperatura aumenta.

Quando a curva experimental com erro apresentar um deslocamento para baixo ou para cima da curva referência, e este deslocamento for maior em alguma parte da curva, o método tem dificuldade de ajustar a curva estimada para  $k$ .

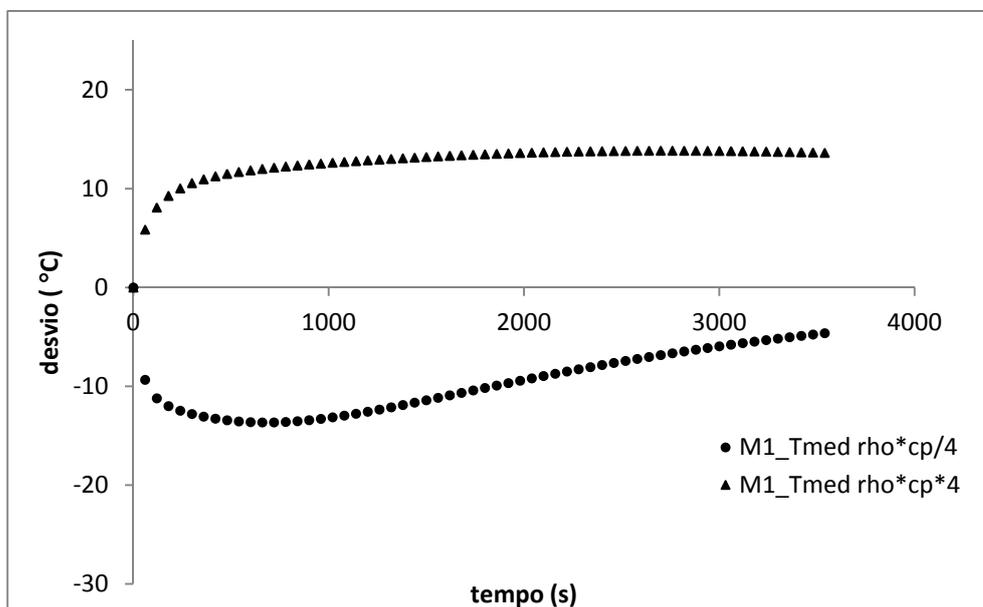
Outro aspecto a ser analisado é de que forma a temperatura estimada pelo método se comporta em relação à temperatura de referência. É isso que vai esclarecer o quanto a estimativa de um parâmetro aumenta ou diminui quando comparados com aqueles de referência. A Figura 5.11 ilustra os desvios entre as temperaturas estimadas com  $e_{sC}(T)$  para  $\rho$  e  $k$  e a de referência em M1\_Tmed e M6\_Tmed. Para o  $\rho$ , quanto mais o desvio se desloca para baixo, o método tende, a partir da curva experimental que ele usa para minimizar a diferença com a curva de referência, a estimar uma capacidade térmica menor do que a referência.

Figura 5.11 – Desvio entre as temperaturas experimentais com  $e_{sC}(T)$  estimada para  $\rho$  e  $K$  e a referência em M1\_Tmed e M6\_Tmed.



Analisando os desvios entre as temperaturas estimadas para  $\rho$  em M1\_Tmed e em M6\_Tmed, observamos que a curva de M6\_Tmed apresenta um desvio maior, Figura 5.11. Isso representa que o valor estimado de  $\rho$  foi menor do que aquele estimado em M1\_Tmed, confirmando o que mostrou a Figura 5.9. Comparando os desvios para  $\rho$  na Figura 5.11 com aquele referente a diminuição de  $\rho$  na Figura 5.4, verificamos que quanto mais o desvio se desloca para baixo, menor é o valor de  $\rho$ .

Figura 5.4 – Desvios entre as temperaturas em M1\_Tmed para vários  $\rho c_p$  e M1\_Tmed\_ref.



Para o  $k$ , na Figura 5.11, apesar de, entre aproximadamente 500 e 2500s, o desvio ser maior para M6\_Tmed, o método tende a estimar a condutividade com um valor maior do que aquele de M1\_Tmed. E esse  $k$  maior, estimado em M6\_Tmed, representa um valor mais próximo da referência e um erro% menor. Podemos entender isso se revirmos a Figura 5.6, lembrando valores maiores de  $k$  provocam um deslocamento maior da curva experimental para baixo em relação à de referência.

As Figuras 5.12 e 5.13 apresentam os coeficientes de sensibilidade para todos os parâmetros em M1\_Tmed e M6\_Tmed com erro  $e_{sc}(T)$ , respectivamente. Observa-se que os valores para M6\_Tmed são mais elevados, mas isso não representou um erro% menor nas estimativas de  $\rho$  a partir dessa combinação máscara\_índice.

Figura 5.12 – Coeficientes de sensibilidade para em M1\_Tmed com erro  $e_{sC}(T)$ .

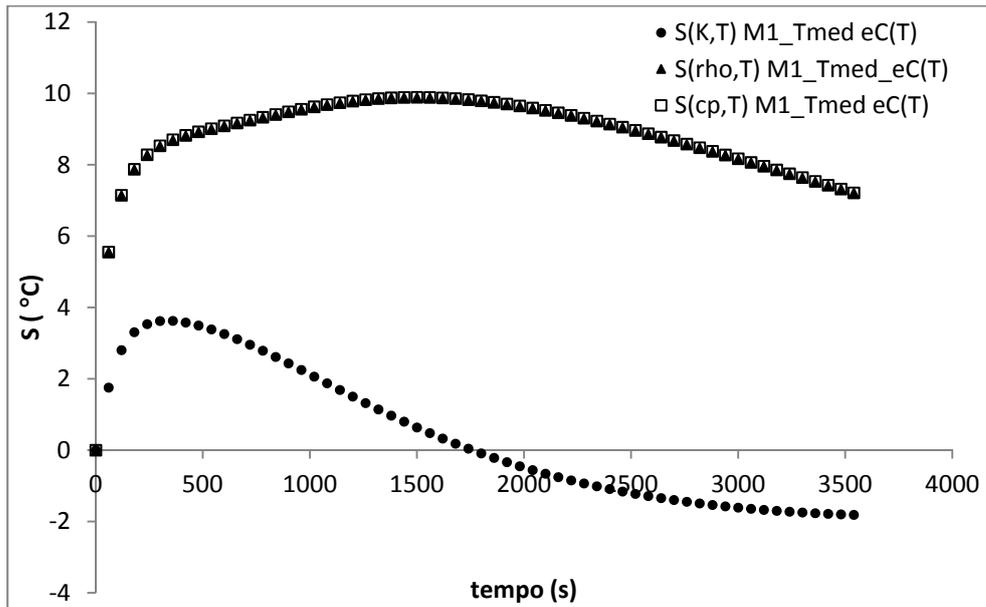
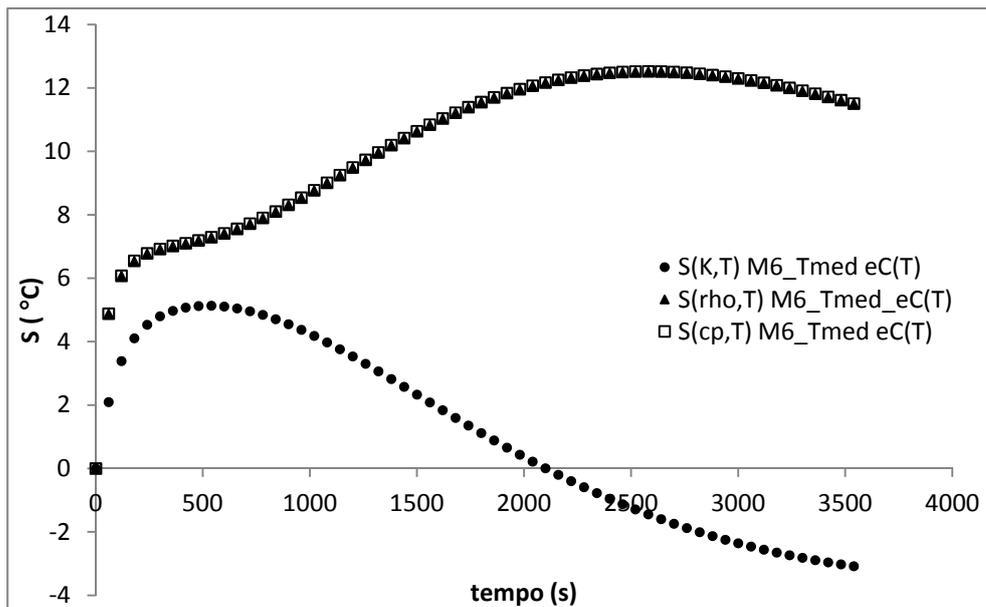


Figura 5.13 – Coeficientes de sensibilidade em M6\_Tmed com erro  $e_{sC}(T)$ .



Em relação à estimativa simultânea dos parâmetros,  $\rho$  e  $k$ , e  $k$  e  $c_p$ , o motivo para a diminuição do erro% na estimativa de  $k$  é a mesma que para um parâmetro estimado isoladamente.

A Figura 5.14 apresenta os desvios entre a temperatura estimada para a métrica M6\_Tmed e a referência, para as estimativas simultâneas. Quando comparamos a Figura 5.14 com a Figura 5.8, que representa o estudo para várias configurações de aumento e

diminuição de  $k$  e  $\rho c_p$  simultaneamente, verificamos que o desvio referente à métrica  $M6\_Tmed$  corresponde a uma situação onde o  $k$  é maior.

Figura 5.14 – Desvio entre  $M6\_Tmed$  e  $M1\_Tmed$  estimadas para  $\rho$  e  $k$  e  $k$  e  $c_p$  e a  $M6\_Tmed$  e  $M1\_Tmed$  de referência.

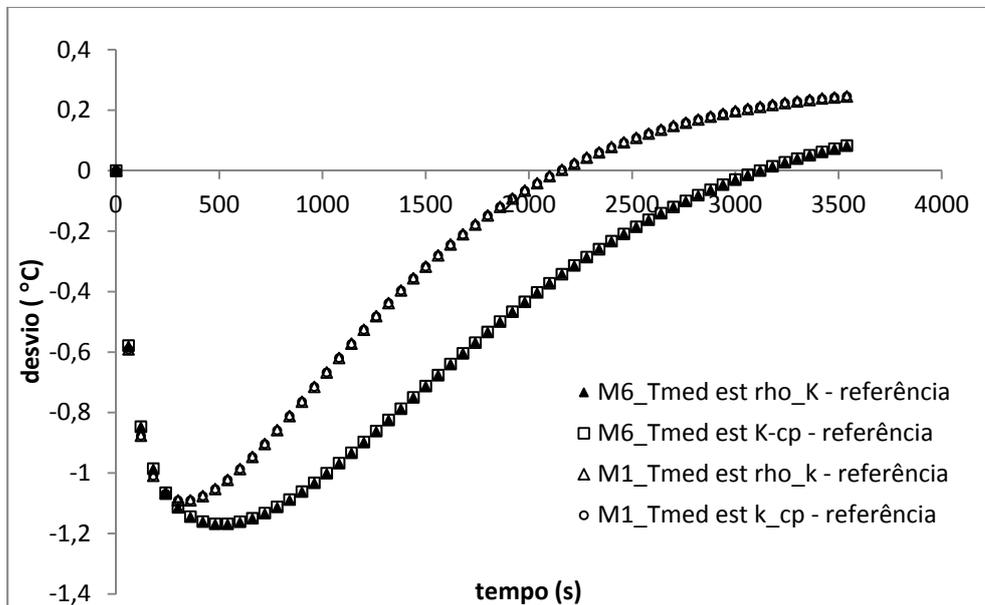
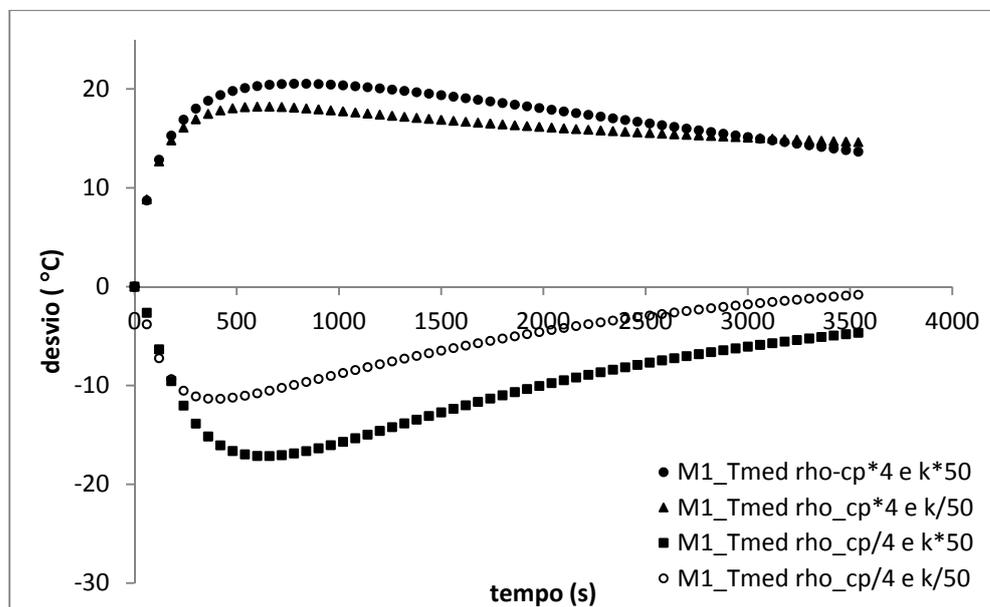


Figura 5.8 – Desvios entre as temperaturas para vários  $\rho c_p$  e  $k$  em  $M1\_Tmed$  e a  $M1\_Tmed\_ref$ .



Os estudos das estimativas a partir da curva experimental com o erro  $e_{sc}(T)$  em todas as máscaras nos mostrou que, com o aumento do  $mse$  adicionado à temperatura referência, as estimativas de  $k$  e  $\rho c_p$  apresentaram resultados diferentes. Quando o  $mse$

aumentou, o erro% na estimativa de  $\rho c_p$  aumentou, enquanto o erro% em  $k$  diminuiu. Isso nos mostrou que precisamos analisar: (a) as diferenças entre as temperaturas experimentais para M1\_Tmed e M6\_Tmed; (b) os desvios entre as curvas estimadas para  $k$  e  $\rho c_p$  e a referência; e (c) como os parâmetros estimados influenciam no processo de condução de calor na amostra, para podermos entender a diminuição do erro% de  $k$  com o aumento do erro adicionado à curva referência.

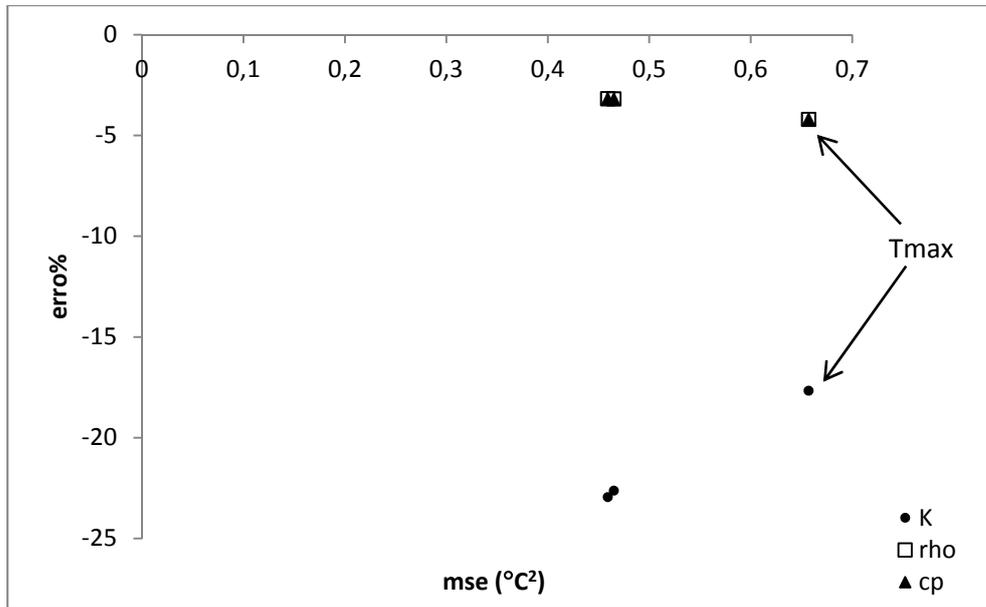
Em relação à estimativa simultânea dos parâmetros, pode-se observar um comportamento igual ao da estimativa isolada. Ou seja, com o aumento do *mse* adicionado, o erro% em  $\rho c_p$  aumentou e em  $k$  diminuiu. Os valores dos erros% nas estimativas simultâneas foram quase os mesmos que aqueles da isolada. Então, para o erro  $e_{sC}(T)$ , é mais vantajoso estimar os parâmetros simultaneamente para diminuir os tempos de cálculo.

5.3.2 Estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com erro sistemático  $e_{sC}(T)$ , em todos os índices ( $T_{med}$ ,  $T_{med}^2$  e  $T_{max}$ ) calculados a partir das máscaras M1 e M3.

O objetivo desse estudo foi analisar a influência do índice usado para representar a temperatura superficial da amostra na estimativa dos parâmetros. Os procedimentos consistiram em: (a) aplicar as máscaras M1 e M3 às matrizes de temperatura referência; (b) calcular os índices  $T_{med}$ ,  $T_{med}^2$  e  $T_{max}$ ; (c) adicionar o erro sistemático do centro do visor,  $e_{sC}(T)$ ; e (d) calcular o *mse* adicionado a partir da Equação 5.1, para cada combinação máscara\_índice. As temperaturas para as duas máscaras estudadas foi praticamente a mesma, diferindo apenas de centésimos de grau Celsius. Por isso, serão apresentados apenas os resultados referentes à máscara M1. No ANEXO E, Tabelas E.1 e E.2, encontram-se todos os resultados para o estudo em questão.

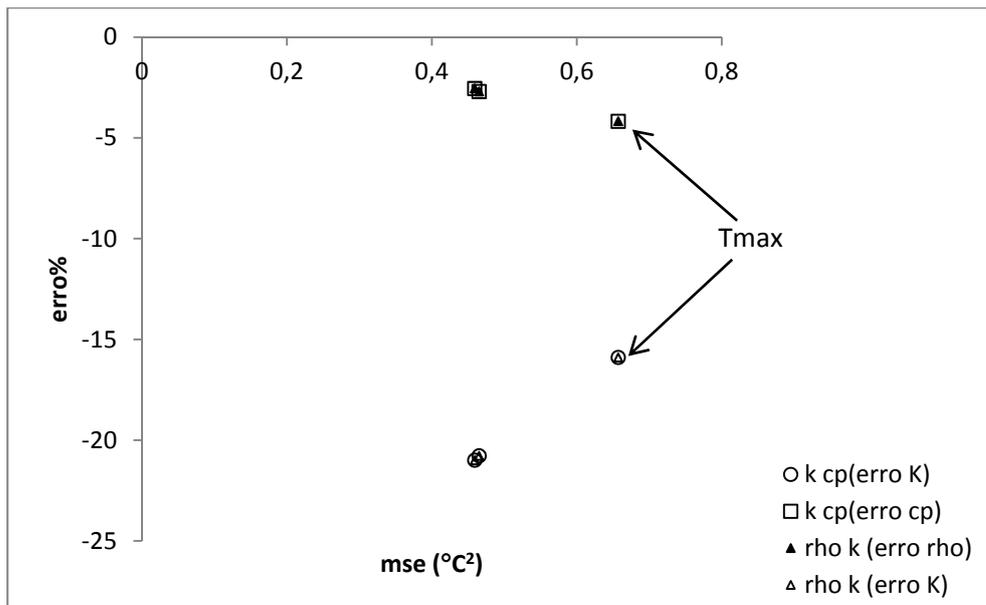
A Figura 5.15 apresenta como variou o erro% na estimativa do parâmetro em relação ao *mse* adicionado em cada combinação máscara\_índice. Observa-se que M1\_Tmax provocou o maior erro% na estimativa de  $\rho$  e  $c_p$  quando o *mse* aumentou. Mas, para o  $k$ , aconteceu o mesmo que no estudo da Seção 5.3.1 com a combinação M6\_Tmed, ou seja, o erro% diminuiu com o aumento do *mse* adicionado.

Figura 5.15 –  $Mse$  x  $erro\%$  para todos os índices na máscara M1 com erro  $e_{sC}$  (T) para um parâmetro estimado isoladamente.



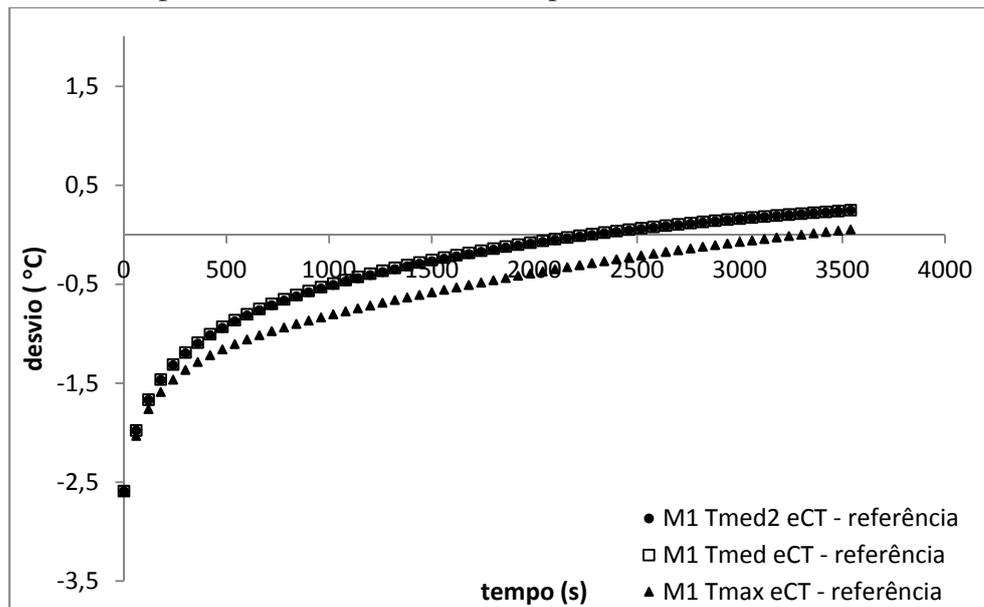
Quando os parâmetros foram estimados simultaneamente, M1\_Tmax também repetiu o mesmo comportamento de M6\_Tmed no estudo da Seção 5.3.1, como pode ser visto na Figura 5.16.

Figura 5.16 –  $Mse$  x  $erro\%$  para todos os índices na máscara M1 com erro  $e_{sC}$  (T) para dois parâmetros estimados simultaneamente.



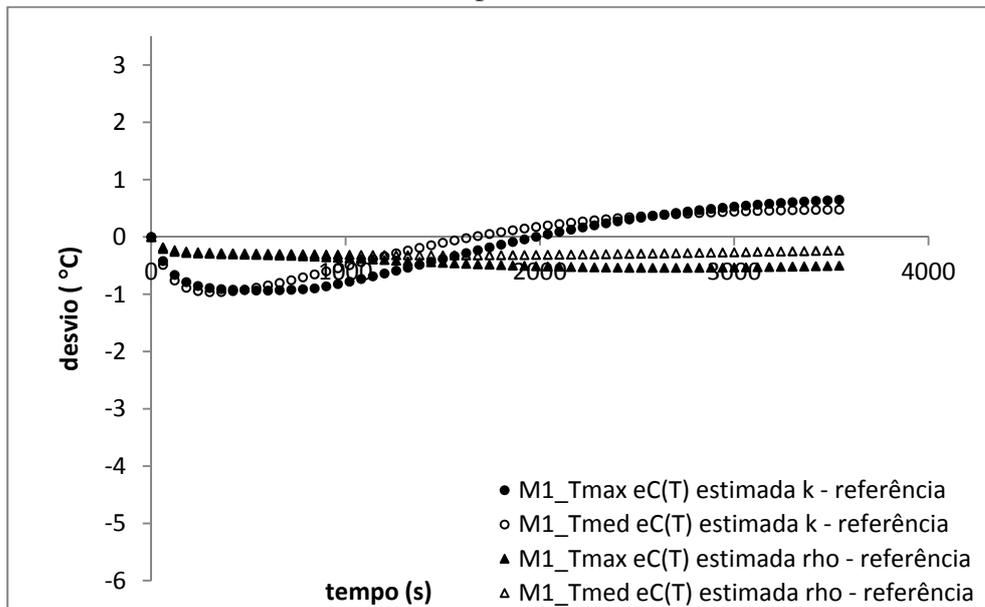
A temperatura em M1\_Tmax apresenta uma curva semelhante à da M6\_Tmed, como ilustra a Figura 5.17, onde ocorre um desvio maior em relação à temperatura de referência. Consequentemente, os motivos para a estimativa da condutividade térmica com um erro% menor com o aumento do *mse* adicionado são os mesmos já apresentados na Seção 5.3.1 para M6\_Tmed.

Figura 5.17 – Desvio entre a temperatura experimental com erro  $e_{sC}(T)$  na máscara M1 para todos os índices e a temperatura de referência.



Novamente, quando analisamos os desvios entre as temperaturas estimadas para  $k$  e  $\rho c_p$  em M1\_Tmax e a de referência na Figura 5.18, verificamos as mesmas formas daqueles da métrica M6\_Tmed, Figura 5.11.

Figura 5.18 – Desvios entre a temperatura estimada com erro  $e_{sC}(T)$  em M1\_Tmed e M1\_Tmax e a temperatura de referência.



O estudo das estimativas a partir da curva experimental com o erro  $e_{sC}(T)$  na máscara M1 em todos os índices mostrou que com o aumento do *mse* adicionado à temperatura referência, as estimativas de  $k$  e  $\rho c_p$  apresentaram resultados diferentes. Nesse estudo, a combinação M1\_Tmax apresentou quase a mesma temperatura que M6\_Tmed, e também se destacou em relação a M1\_Tmed e M1\_Tmed<sup>2</sup>. Então, as razões para a condutividade térmica apresentar um erro% menor, e a capacidade térmica um erro% maior para M1\_Tmax são os mesmos para M6\_Tmed já apresentados na Seção 5.3.1.

5.3.3 Estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com os erros sistemáticos  $e_{sC}(T)$ ,  $e_s(T)$ ,  $e_s(r)$ ,  $e_s(r,T)$  no índice  $T_{med}$  calculado a partir das máscaras M1 e M3.

A finalidade desse estudo foi verificar como os vários tipos de erros sistemáticos:  $e_{sC}(T)$ ,  $e_s(T)$ ,  $e_s(r)$  e  $e_s(r,T)$ , aplicados em M1\_Tmed e M3\_Tmed, influenciam na estimativa dos parâmetros.

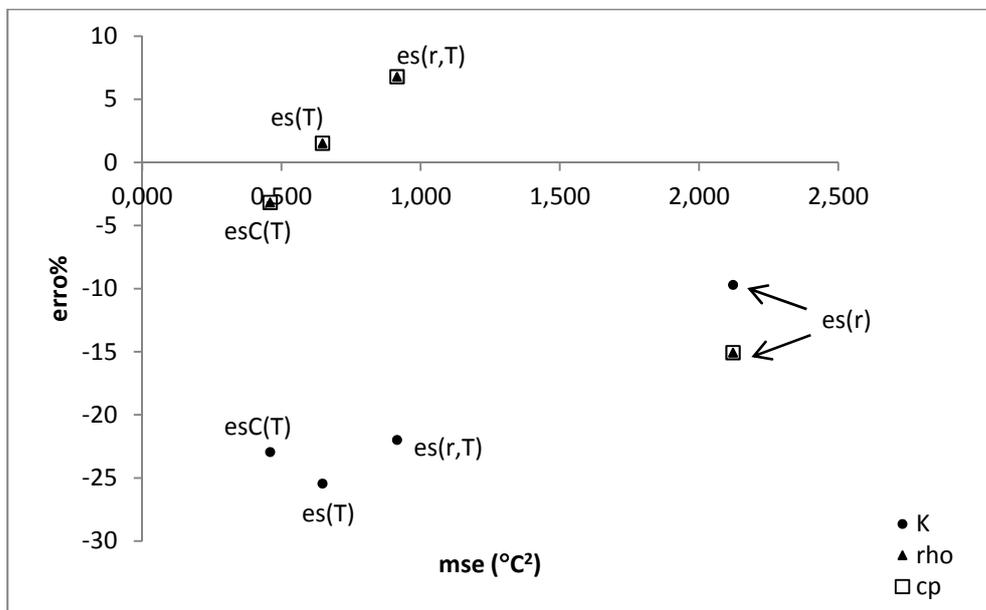
Os procedimentos consistiram em: (a) adicionar os erros  $e_s(T)$ ,  $e_s(r)$  e  $e_s(r,T)$  às matrizes de temperatura referência, e o erro  $e_{sC}(T)$  ao  $T_{med}$  referência; (b) aplicar as

máscaras M1 e M3; (c) calcular o índice ao  $T_{med}$ ; e (d) calcular o  $mse$  adicionado à curva de referência a partir da Equação 5.1.

Os erros% de M1\_Tmed e de M3\_Tmed tiveram os valores quase iguais, diferindo em torno de centésimos, e por isso serão apresentados os resultados para a combinação M1\_Tmed. Todos os resultados desse estudo encontram-se no ANEXO F, Tabelas F.1 e F.2.

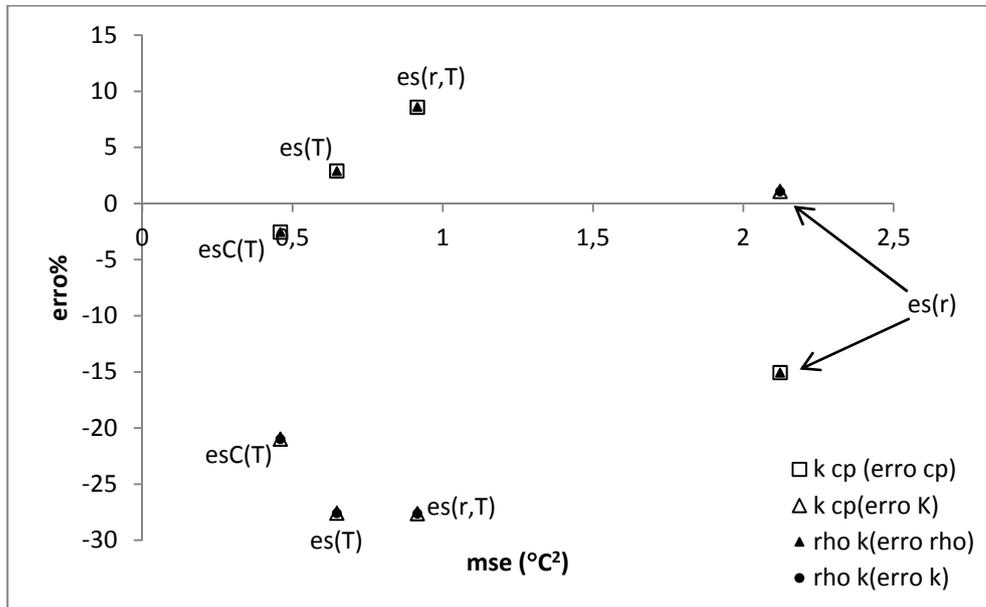
Tanto nas estimativas isoladas de  $k$  quanto na de  $\rho_{cp}$  não se verificou uma relação entre o aumento no  $mse$  adicionado com um aumento no erro%, Figura 5.19.

Figura 5.19 –  $Mse$  x erro% para M1\_Tmed com vários tipos de erros sistemáticos para um parâmetro estimado isoladamente.



Na estimativa simultânea de parâmetros, Figura 5.20, acontece o mesmo que para um parâmetro estimado isoladamente, também não existe uma relação entre aumento no  $mse$  adicionado com um aumento no erro%. Comparando as Figuras 5.19 e 5.20, observamos que na estimativa simultânea os erros% de cada parâmetro são maiores para os tipos de erros  $e_s(T)$  e  $e_s(r,T)$ . O que se esperava era que, quando estimássemos os parâmetros simultaneamente, os erros% diminuíssem, mas isso só aconteceu para os erros  $e_{sC}(T)$  e  $e_s(r)$ .

Figura 5.20 –  $Mse \times erro\%$  para M1\_Tmed com vários tipos de erros sistemáticos para dois parâmetros estimados simultaneamente.



Para entender como os vários tipos de erros sistemáticos influenciam na estimativa isolada, precisamos voltar a analisar a Figura 3.15, que ilustra os desvios entre as temperaturas experimentais com adição dos vários erros sistemáticos e a referência. Observamos que, em relação ao erro  $e_{sC}(T)$ , mais da metade da curva experimental é deslocada para baixo da curva referência, fazendo o método estimar valores de  $\rho c_p$  menores do que a referência. Isso pode ser entendido se voltarmos à Figura 5.4, que ilustra a influência de  $\rho c_p$  na condução de calor da amostra. Quanto mais a curva experimental se deslocar para baixo da curva de referência, menor será a capacidade térmica do material.

Figura 3.15 – Desvio entre a temperatura experimental para vários erros sistemáticos e a temperatura referência em M1\_Tmed.

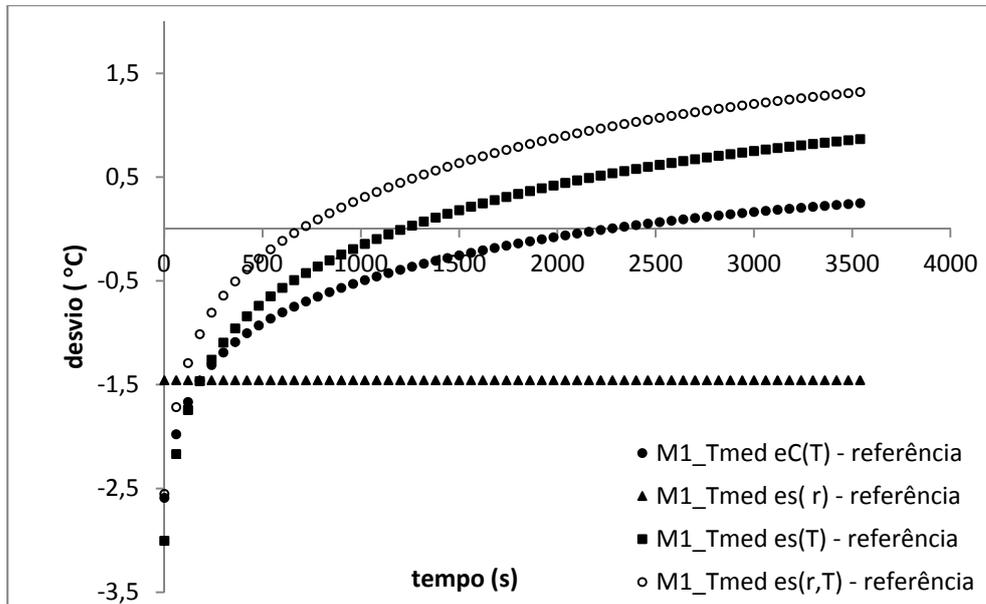
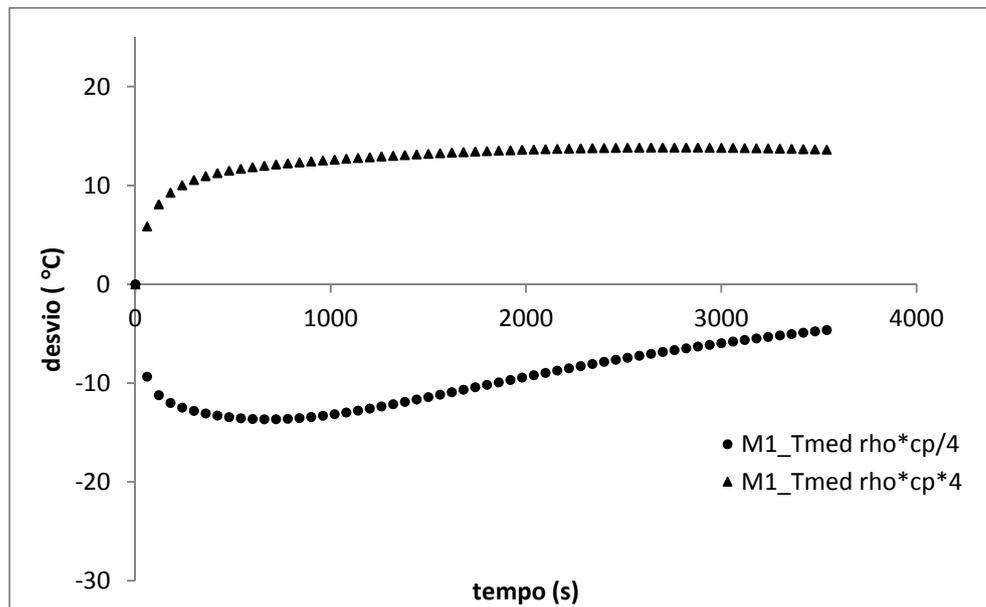


Figura 5.4 – Desvios entre as temperaturas em M1\_Tmed para vários  $\rho c_p$  e M1\_Tmed\_ref.



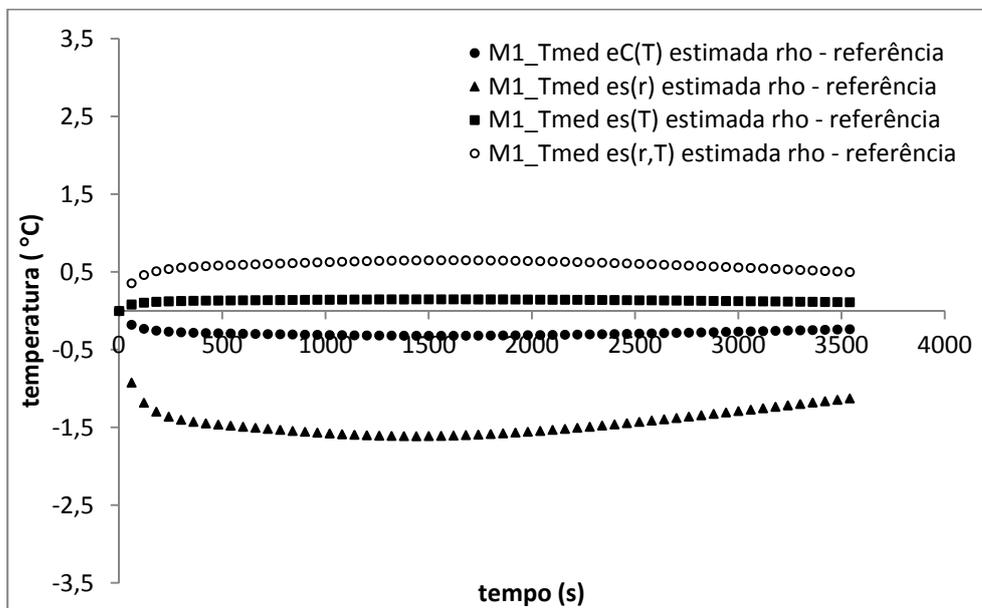
Na Figura 3.15, para os erros  $e_s(T)$  e  $e_s(r,T)$ , a temperatura experimental possui a maior parte da curva acima da curva referência. Isso representa um aumento na capacidade do material armazenar energia, e o método tende a estimar valores de  $\rho c_p$  maiores do que a referência. Para  $\rho c_p$ , o erro% provocado por  $e_s(r,T)$  é maior porque ele

causa uma elevação maior da curva experimental, fazendo o método estimar um valor de  $\rho c_p$  maior do que aquele estimado por  $e_s(T)$ .

Quando levamos em consideração o erro  $e_s(r)$ , a curva experimental é toda deslocada para baixo, Figura 3.14, provocando uma influência maior na estimativa de  $\rho c_p$ .

A Figura 5.21 ilustra bem o que o método fez quando estimou valores de  $\rho$  e  $c_p$  maiores e menores que os de referência. Os resultados estão de acordo com os estudos realizados para analisar a influência desses parâmetros na condução de calor na amostra, Figura 5.4.

Figura 5.21 – Desvios entre as temperaturas estimadas e a referência para a estimativa de  $\rho$  em M1\_Tmed com vários erros.



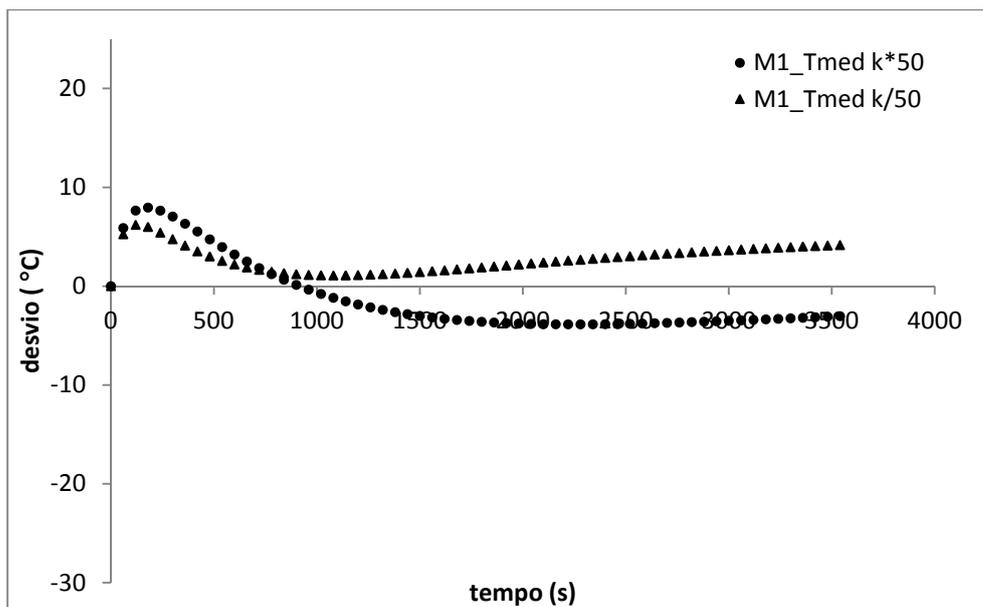
Nas estimativas da condutividade térmica, o erro  $e_s(r)$  provoca o menor erro%. Como a curva experimental se desloca toda para baixo da referência, Figura 3.14, esse fato é parecido com a maior parte da curva de um aumento do  $k$  na Figura 5.6. O  $k$  só não é estimado maior do que o valor de referência por causa da parte inicial da curva que precisaria estar acima da referência.

O *mse* adicionado para  $e_s(r)$ , apesar de ser maior do que o *mse* de  $e_{sC}(T)$ , provoca um erro% menor, mas quase igual. Analisando os desvios desses erros na Figura 3.14, verificamos que a maior parte da curva de  $e_{sC}(T)$  fica abaixo da curva de referência, elevando-se bem no final do resfriamento. Enquanto que a curva de  $e_s(r,T)$  possui a parte

inicial abaixo da referência, e se eleva a partir de aproximadamente 600s. Quanto mais a curva experimental se elevar em relação à referência na primeira e na segunda parte da curva, menor é o valor de  $k$  correspondente, conforme Figura 5.6. Como o erro  $e_s(r,T)$ , desloca menos para baixo a primeira metade da curva experimental, o método tende a estimar o  $k$  em um valor maior do que aquele estimado a partir de  $e_{sC}(T)$ , que desloca para baixo a curva experimental por mais tempo. E o erro% para  $e_s(r,T)$  é menor, porque o valor de  $k$  fica mais próximo da referência.

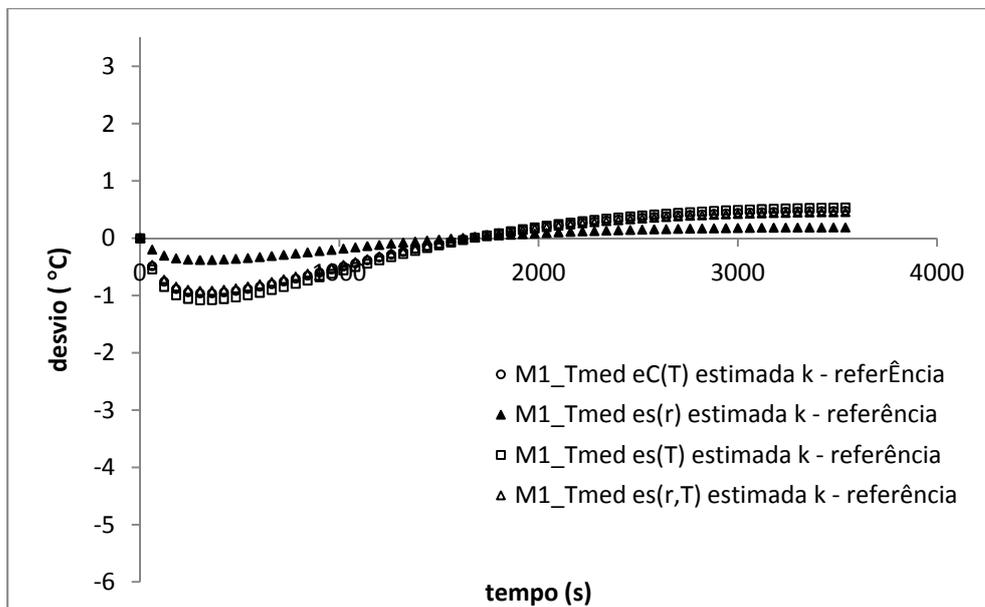
O erro  $e_s(T)$  provocou o maior erro% na estimativa da condutividade térmica. Se observarmos o desvio para  $e_s(T)$  na Figura 3.14, verificamos que a curva experimental é deslocada para baixo por mais tempo do que  $e_{sC}(T)$ . E isso corresponde a uma diminuição de  $k$  maior do que os demais.

Figura 5.6 – Desvios entre as temperaturas para vários  $k$  em M1\_Tmed e a M1\_Tmed\_ref.



A Figura 5.22 ilustra os desvios entre as temperaturas estimadas e de referência para todos os tipos de erros sistemáticos. Observamos que o desvio para o erro  $e_s(r)$  representa um  $k$  maior do que os demais, significando um erro% menor.

Figura 5.22– Desvios entre as temperaturas estimadas e a referência para a estimativa de  $k$  em M1\_Tmed com vários erros.



Era esperado que os erros% diminuíssem quando os parâmetros fossem estimados simultaneamente. Mas, observando Figura 5.20, houve diminuição dos erros%, tanto de  $k$  quanto de  $\rho c_{cp}$ , apenas para os erros  $e_{sC}(T)$  e  $e_s(r)$ . Quando foram feitas as estimativas simultâneas a partir das curvas de  $e_s(T)$  e  $e_s(r,T)$ , os erros% aumentaram. Isso ocorreu porque as curvas geradas por esses erros se elevam em relação à referência, que representa um aumento na capacidade térmica do material. Como  $\rho c_{cp}$  tem coeficientes de sensibilidades maiores, a sua influência na estimativa é maior, pois o  $\rho c_{cp}$  consegue elevar a curva estimada. Essa elevação na parte final da curva corresponde a valores menores de  $k$ , Figura 5.6, do que aqueles das curvas de  $e_{sC}(T)$  e  $e_s(r)$ .

A Figura 5.23 apresenta os desvios entre as temperaturas estimadas e referência para todos os tipos de erros sistemáticos para  $k$  e  $\rho c_{cp}$  em M1\_Tmed. A curva do desvio para  $e_s(T)$  está acima da curva para  $e_s(r,T)$ , pois o  $\rho c_{cp}$  da segunda é maior e o  $k$  é menor quando comparados com a da primeira curva. Isso pode ser comprovado se compararmos as Figuras 5.23 com a Figura 5.8.

Figura 5.23 – Desvios em M1\_Tmed entre as temperaturas estimada e a referência para estimativa simultânea de  $k_{cp}$ .

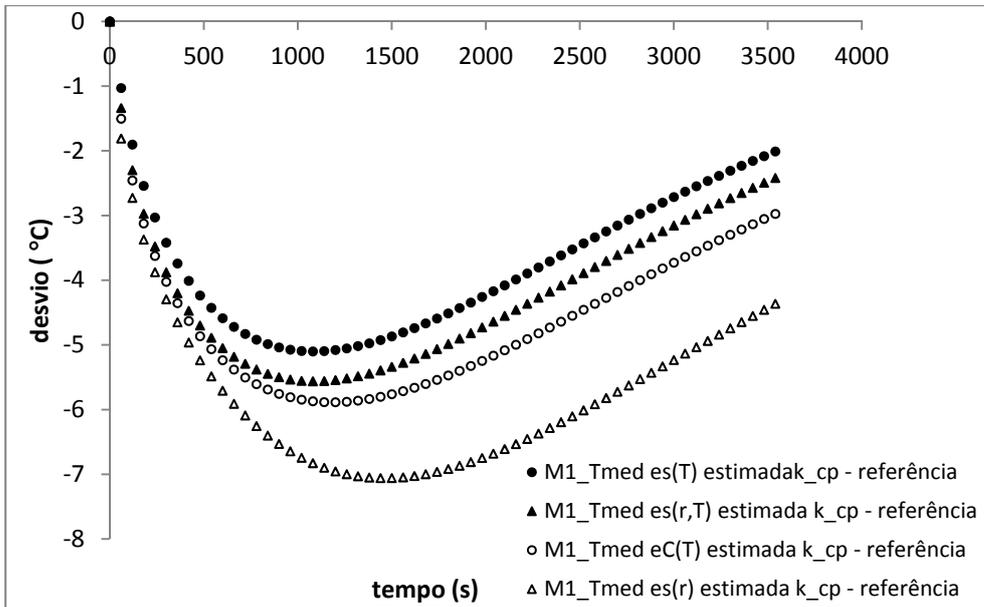
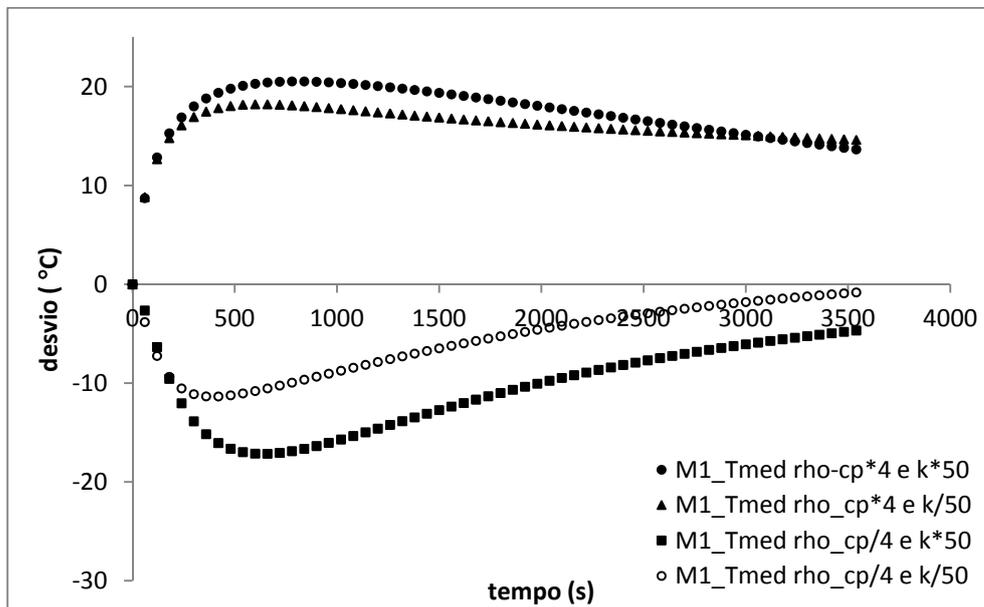


Figura 5.8 – Desvios entre as temperaturas para vários  $k$  e  $\rho \cdot c_p$  em M1\_Tmed e a M1\_Tmed\_ref.



O estudo da influência dos tipos de erros sistemáticos na estimativa dos parâmetros mostrou que não existe relação entre o aumento do  $mse$  adicionado com o aumento do erro%. Mais uma vez, é fundamental analisar as curvas das temperaturas

experimentais corrigidas para os erros, juntamente com aquelas que esclarecem sobre a influência dos parâmetros na condução, para entender os resultados.

Para as estimativas simultâneas, podemos estimar com os erros  $e_{sC}(T)$  e  $e_s(r)$ , porque os erros% são menores do que aqueles das estimativas isoladas. Já para os erros  $e_s(T)$  e  $e_s(r,T)$ , o erro% dos parâmetros aumenta quando eles são estimados simultaneamente, devido às características das curvas geradas por esses tipos de erros.

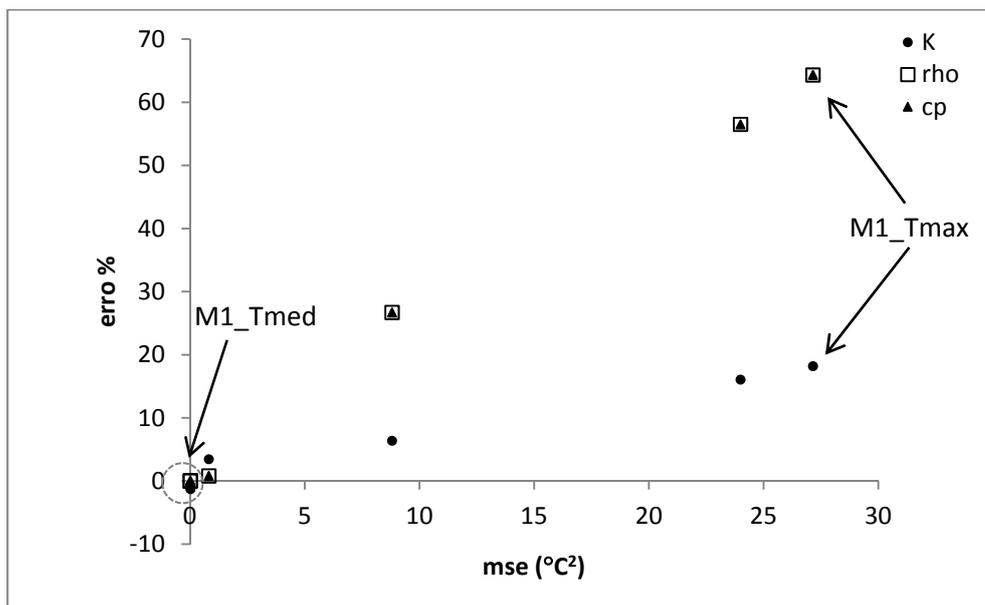
*5.4 Estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com os erros aleatórios adicionados diretamente nos pixels da imagem, em todos os índices ( $T_{med}$ ,  $T_{med}^2$  e  $T_{max}$ ) calculados para as máscaras M1, M3 e M6.*

Os objetivos desse estudo são analisar como os erros aleatórios, máscaras e índices influenciam nas estimativas dos parâmetros.

Os procedimentos para o estudo consistiram em: (a) adicionar erros aleatórios, de distribuição normal e desvio padrão 2 °C, aos pixels da imagem térmica; (b) aplicar as máscaras M1, M3 e M6 às matrizes de temperatura com erro aleatório; (c) calcular os índices para as três máscaras estudadas; e (d) estimar os parâmetros  $k$  e  $\rho c_p$ .

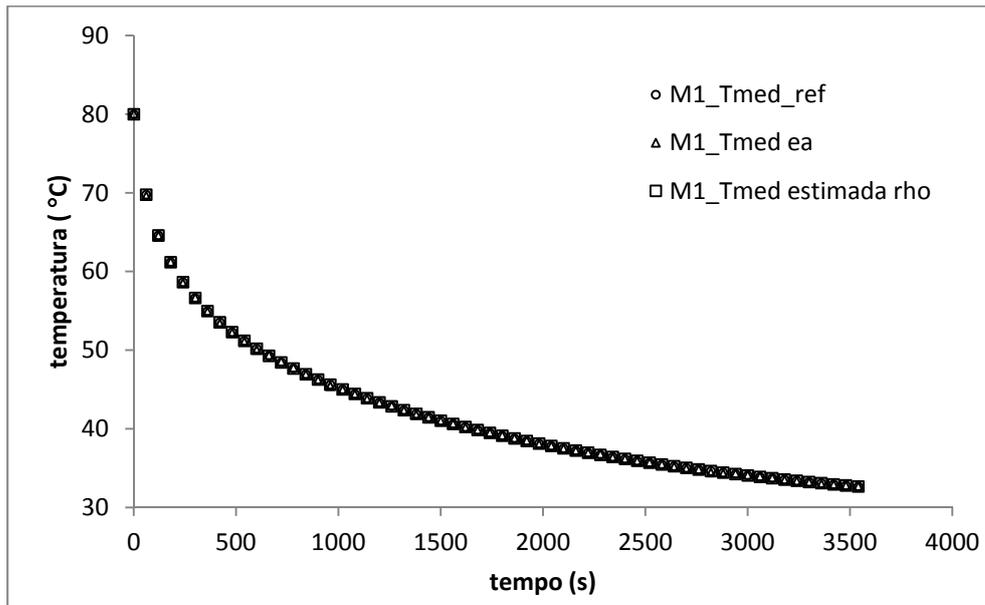
Observa-se na Figura 5.24 que quando o *mse* adicionado à temperatura aumenta, o erro% também aumenta. O menor erro% foi para a combinação M1\_  $T_{med}$ , e o maior para M1\_  $T_{max}$ , tanto para o  $k$  quanto para o  $\rho c_p$ . Todos os resultados para as estimativas com o erro aleatório encontram-se no ANEXO G, Tabela G.1.

Figura 5.24 – *Mse* x erro% para várias métricas com erro aleatório.



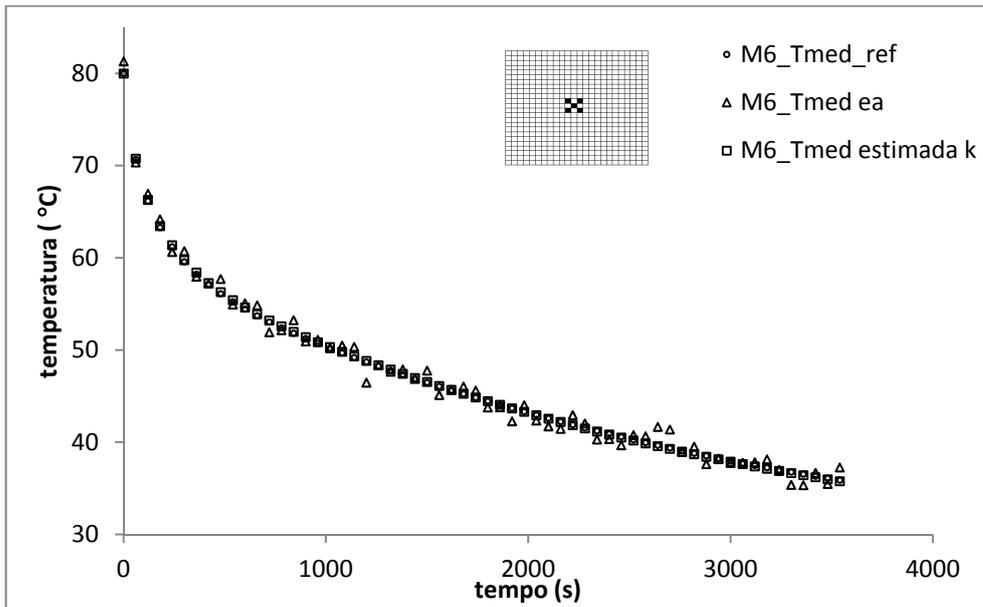
Quando é considerada a média das temperaturas, a dispersão se torna menor e a curva com erro fica próxima da curva de referência. A Figura 5.25 ilustra as temperaturas de referência, com erro aleatório e a estimada para o  $\rho$  em M1\_Tmed. Observa-se que a dispersão é imperceptível no gráfico, pois ela fica em torno de 0,01 °C.

Figura 5.25 – Temperaturas em M1\_Tmed para estimativa de  $\rho$  com erro aleatório.



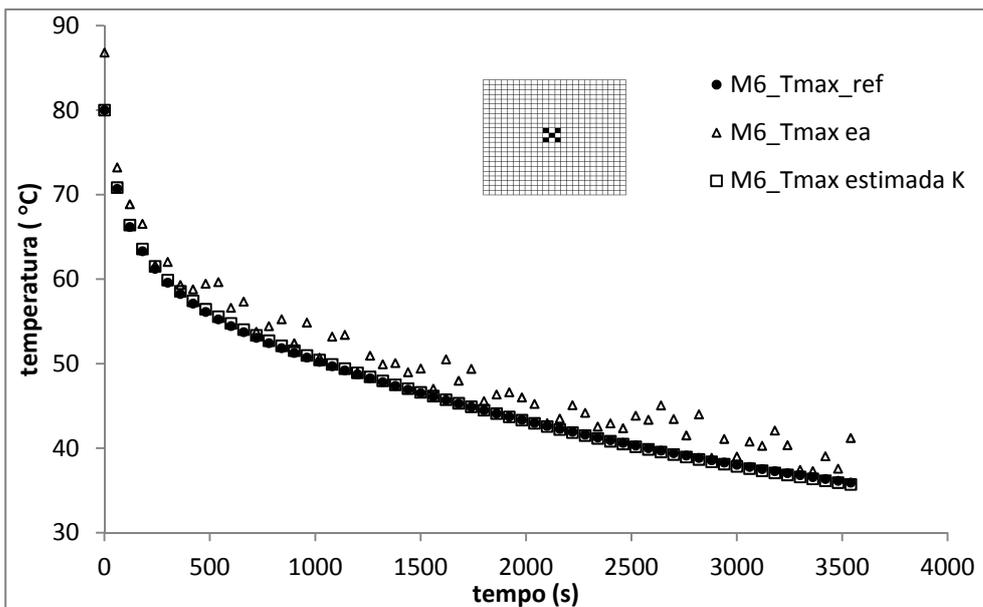
Comparando os gráficos de M1\_Tmed e M6\_Tmed, Figuras 5.25 e 5.26, verificamos que usar a máscara que representa toda a imagem térmica faz o erro aleatório praticamente sumir. O erro% nas estimativas a partir de M1\_Tmed é muito baixo, da ordem de 0,7% para  $k$  e de 0,01% para  $\rho$ . Apesar de a dispersão ser maior em M6\_Tmed, pois as temperaturas são mais altas na região da máscara M6, o método conseguiu estimar os parâmetros com baixos erros%, 3,5% para  $k$  e de 0,8% para  $\rho$ .

Figura 5.26 – Temperaturas em M6\_Tmed para estimativa de  $k$  com erro aleatório.



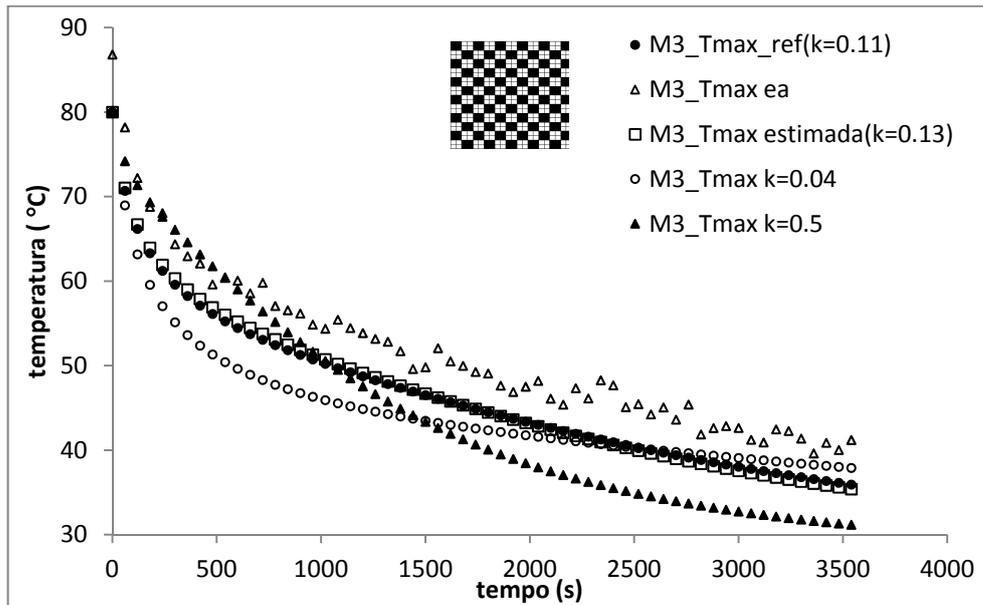
Quando analisamos os resultados para M6\_Tmax (Figura 5.27), observamos que ocorre uma dispersão e um deslocamento maiores na temperatura experimental com erro aleatório. O método não consegue estimar o  $k$  com precisão, e a curva estimada fica bem distante da experimental computacional, com um residual praticamente igual ao *mse* adicionado.

Figura 5.27 – Temperaturas em M6\_Tmax para estimativa de  $K$  com erro aleatório.



O mesmo ocorre com a estimativa de  $k$  em M3\_Tmax, Figura 5.28. O mse para M3\_Tmax é maior do que aquele para aquele de M6\_Tmax, e o método não consegue chegar perto da curva experimental. A estimativa da condutividade térmica é mais complexa do que a da capacidade térmica. Isso acontece pela própria característica do parâmetro, pelo modo como ele influencia na condução de calor da placa.

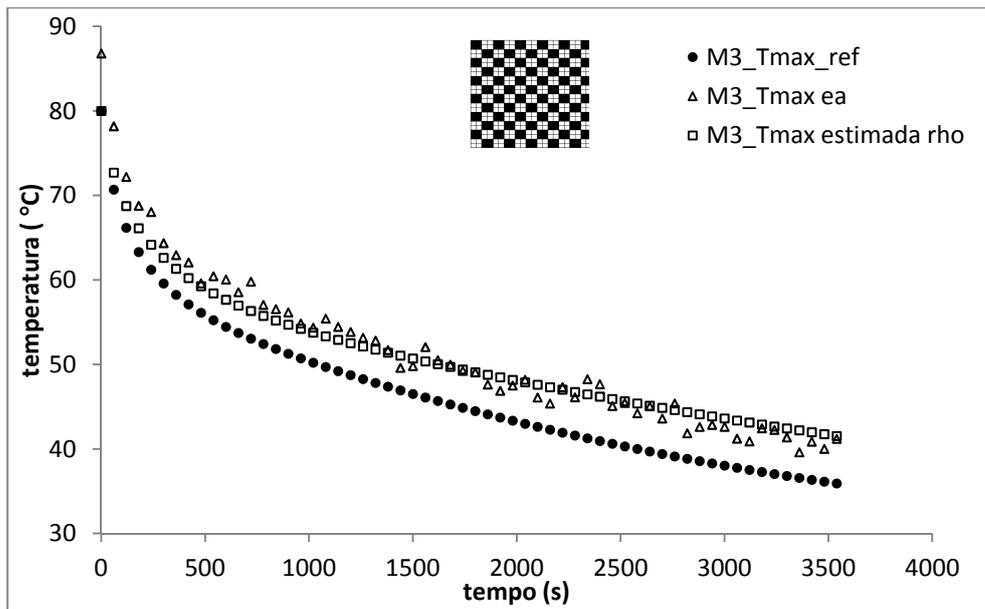
Figura 5.28 – Temperaturas em M3\_Tmax para estimativa de  $k$  com erro aleatório.



Ainda na Figura 5.28, foram simulados casos para dois valores de  $k$  bem diferentes do estimado. A curva de referência só fica bem diferente da estimada se os valores de  $k$  forem muito altos ou baixos. Mas, mesmo assim, quando o  $k$  é diminuído, a curva resultante só chega perto da experimental bem no final do resfriamento. Quando aumentamos o  $k$ , a curva até chega perto da experimental, mas só no início e depois fica bem distante. Além dos residuais entre essas duas curvas e a referência serem maiores do que aquele para a curva estimada. Então, o método fez a estimativa da melhor forma possível, mesmo o residual sendo alto.

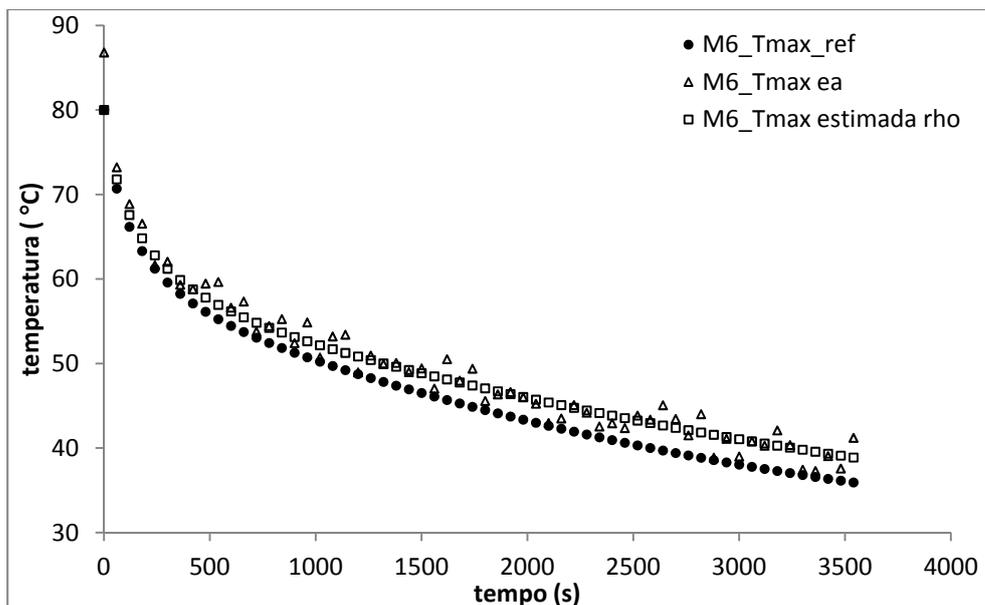
Nas estimativas de  $\rho$  a partir de M3\_Tmax e M6\_Tmax, Figuras 5.29 e 5.30 respectivamente, o método consegue ajustar melhor a curva estimada à experimental. Isso porque as variações em  $\rho$  fazem a curva referência se elevar e chegar perto da experimental. Nesses dois casos o residual das estimativas é bem menor do que aqueles das estimativas de  $k$  (Figuras 5.27 e 5.28).

Figura 5.29 – Temperaturas em M3\_Tmax para estimativa de  $\rho$  com erro aleatório.



Esperava-se que o maior erro% nas estimativas fosse para M6\_Tmax, que corresponde ao pirômetro apontado para o centro da placa. Mas, o maior erro% foi provocado por M1\_Tmax. Pois as temperaturas máximas de M1\_Tmax foram maiores do que aquelas de M3\_Tmax e de M3\_Tmax. Isso aconteceu porque, na matriz de temperaturas referência observamos regiões de temperatura mais elevada. Quando os erros aleatórios são adicionados, não temos como prever onde ficará a temperatura maior dessa matriz com as temperaturas corrigidas.

Figura 5.30 – Temperaturas em M6\_Tmax para estimativa de  $\rho$  com erro aleatório.



Nesse estudo verificou-se que quando são adicionados os erros aleatórios aos termogramas, e se escolhe o índice  $T_{med}$ , a dispersão da curva experimental é diminuída quando comparada com aquela do índice  $T_{max}$ . A combinação M1\_Tmed apresentou uma dispersão imperceptível, onde a curva experimental praticamente coincide com a de referência. Para M3\_Tmed e M6\_Tmed a dispersão também é pequena, e o método consegue estimar os parâmetros com precisão, erros% de aproximadamente de 0,7% para  $k$  e de 0,1% para  $\rho_{cp}$ . Se for utilizado o índice  $T_{max}$ , a dispersão e o deslocamento da curva experimental em relação à referência são bem maiores do que aqueles de  $T_{med}$ . Para a temperatura média temos o *mse* variando de 0,001 a 0,8 °C<sup>2</sup>, enquanto que para a temperatura máxima ele varia de 9 a 27 °C<sup>2</sup>. Nas estimativas, tanto de  $k$  quanto de  $\rho_{cp}$ , a partir de  $T_{med}$  O método consegue ajustar bem a curva estimada, e os erros% são baixos. Já quando estimamos com  $T_{max}$ , os resultados são diferentes para  $k$  e  $\rho_{cp}$ . Para o  $k$ , o método não consegue ajustar a curva estimada devido a própria influência do parâmetro na condução de calor na amostra, apresentando erros% (6 a 18%) menores do que  $\rho_{cp}$  e residuais altos (8 a 27 °C<sup>2</sup>). Para o  $\rho_{cp}$ , o método conseguiu ajustar a curva estimada à experimental, resultando em erros% altos (25 a 64%) e residuais menores do que nas estimativas de  $k$  (3 a 4 °C<sup>2</sup>).

### 5.7 Influência da faixa do vetor temperatura

A finalidade desse estudo foi analisar de que modo a faixa do vetor de temperaturas, usado na minimização da função objetivo, influencia na estimativa dos parâmetros. Os instantes considerados como ótimos para a estimativa foram aqueles onde os coeficientes de sensibilidade atingiram os valores máximos.

A partir da Equação 4.7 foram calculados os coeficientes de sensibilidade em três situações: (a) em M1\_Tmed referência; (b) em M1\_Tmed com o erro sistemático  $e_s(T)$ ; e (c) em M1\_Tmed com o erro sistemático  $e_s(r)$ .

$$J_{ij} = P_j \frac{\partial T_i}{\partial P_j} \tag{4.7}$$

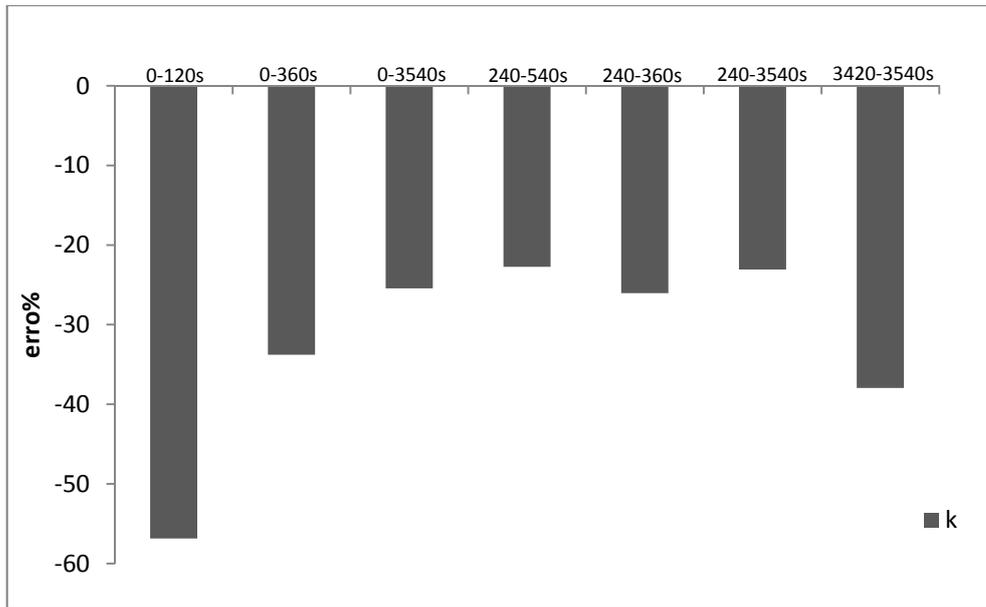
O erro  $e_s(r)$  foi escolhido por ter provocado o maior erro% na estimativa da densidade e do calor específico; e o erro  $e_s(T)$  por ter provocado o maior erro na estimativa da condutividade térmica.

Para a M1\_Tmed de referência, os tempos ótimos para estimativa foram: (a) 300s para a condutividade térmica; e (b) 1550s para a densidade e o calor específico. Para M1\_Tmed com  $e_s(r)$ , o melhor tempo para estimar a densidade e o calor específico foi 1320s. E para M1\_Tmed com  $e_s(T)$ , o melhor instante para estimar a condutividade térmica foi 350s. Como podemos concluir, precisamos calcular os coeficientes de sensibilidade para cada tipo de curva que estamos analisando, e não considerar apenas aqueles calculados para a temperatura de referência.

Foram analisadas as seguintes faixas do vetor de temperatura: (a) os primeiros dois minutos do resfriamento da amostra; (b) os últimos dois minutos do resfriamento da amostra; (c) faixa compreendendo o melhor tempo, com um minuto anterior e um posterior; (d) faixa contendo o tempo ótimo, calculado para a temperatura experimental sem erros, até o final do resfriamento; (e) faixa contendo o tempo ótimo, calculado para a temperatura experimental com erros, até o final do resfriamento; e (f) toda a faixa do vetor de temperaturas.

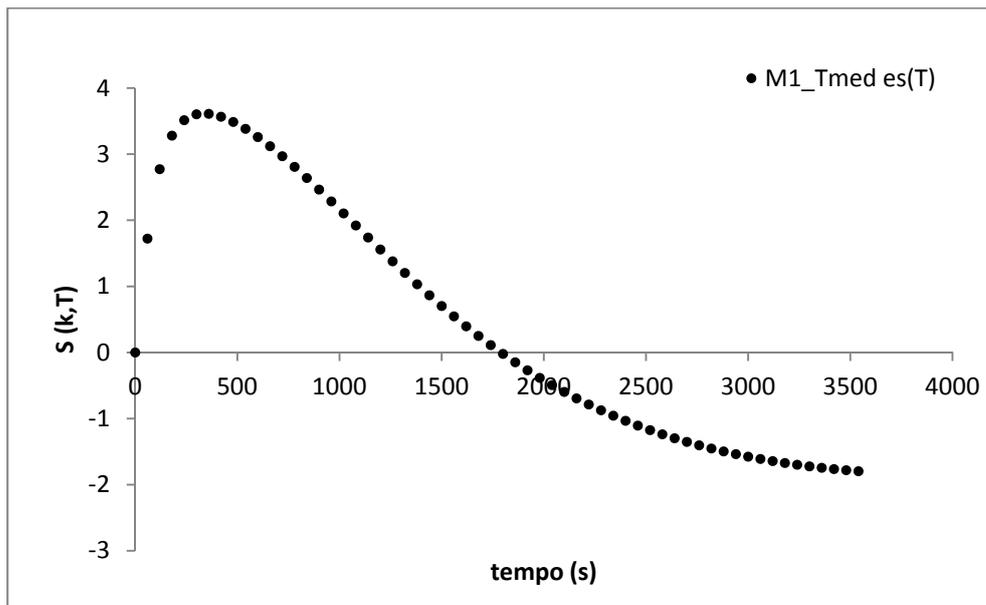
A Figura 5.31 apresenta o estudo para a condutividade térmica. Observa-se que as faixas correspondentes aos primeiros e aos últimos dois minutos apresentaram os maiores erros%. Isso se deve ao fato de esses instantes não compreenderem o tempo ótimo para a estimativa. Quando comparamos a faixa 0-350s que compreende o tempo ótimo calculado para a temperatura experimental sem erro, com a faixa 240-540s, que compreende o melhor tempo encontrado a partir dos coeficientes para a curva com  $e_s(T)$ , notamos que o erro% nesta última é menor.

Figura 5.31 – Influência da faixa do vetor temperatura na estimativa da condutividade térmica com  $es(T)$ .



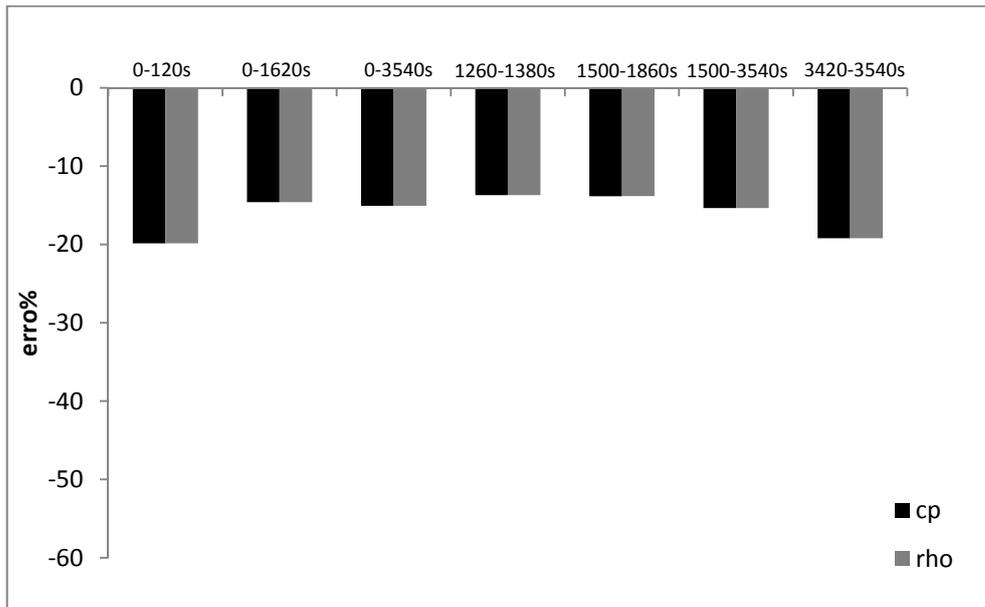
Se analisarmos a Figura 5.32 juntamente com a Figura 5.31, notamos que a pequena faixa de 240-540s que proporciona o menor erro%, corresponde a uma parte do gráfico onde a sensibilidade é maior e que não apresenta uma grande inclinação.

Figura 5.32 – Coeficiente de sensibilidade da condutividade térmica para a curva com erro  $es(T)$ .



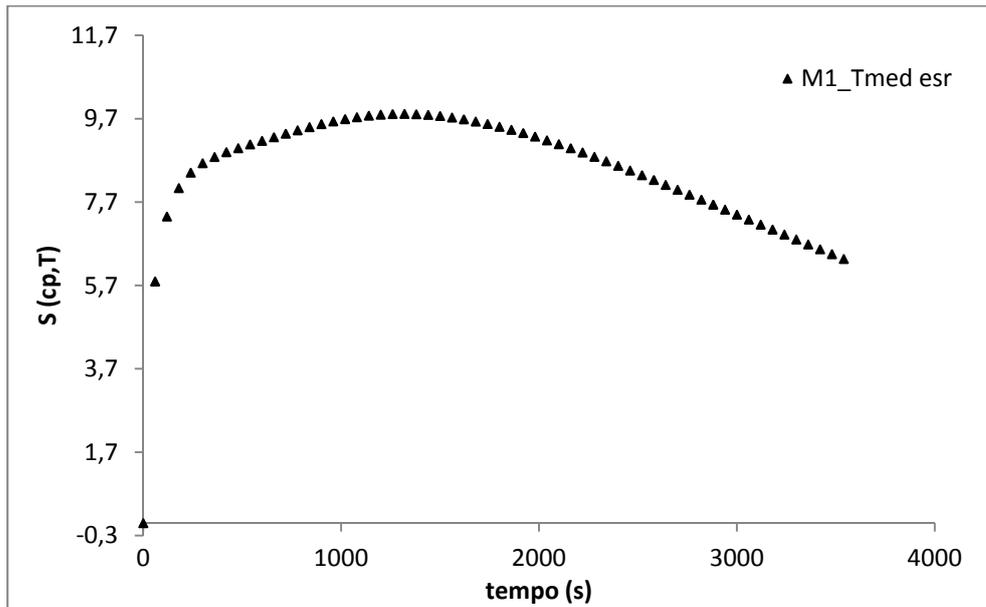
Quando estimamos a densidade e o calor específico, os maiores erros% também são provocados pelas faixas de dois minutos iniciais e finais do resfriamento, Figura 5.33. E o menor erro% foi aquele que compreendia uma pequena faixa do tempo ótimo, a de 1250-1380s.

Figura 5.33 – Influência da faixa do vetor temperatura na estimativa da densidade e do calor específico com  $es(r)$ .



A Figura 5.34 ilustra os coeficientes de sensibilidade do calor específico para a curva experimental com  $es(r)$ . Comparando com a Figura 5.33, verificamos que a curva da sensibilidade para o calor específico é bem mais suave do que aquela da condutividade. Isso faz com que os valores de sensibilidade não variem muito, e os erros% para as faixas analisadas não sejam tão diferentes quanto os do estudo da condutividade térmica.

Figura 5.34 – Coeficiente de sensibilidade do calor específico para a curva com erro  $e_s(t)$ .



Esse estudo da faixa do vetor de temperaturas mostrou que é fundamental a análise dos coeficientes de sensibilidade dos parâmetros a serem estimados. Pois isso permite determinar qual o melhor instante para fazer as estimativas. Se esses instante não forem considerados, o erro% nas estimativas pode aumentar de 5 a 35% em relação àqueles erros% obtidos para estimativas que consideram o tempo ótimo.

Neste capítulo foram apresentados vários estudos de estimativas a partir de curvas experimentais com vários tipos de erros sistemáticos e aleatórios. Quando comparamos várias máscaras no índice  $T_{med}$  com o erro  $e_{sC}(T)$ , verificamos máscara M6, que representa o pirômetro no centro da amostra, provoca o menor erro% (17%) para  $k$ , e o maior (4%) para  $\rho_{cp}$ . No estudo da influência do índice nas estimativas a partir da máscara M1, o  $T_{max}$  apresentou o mesmo comportamento do índice  $T_{med}$  na máscara M6, com erros% praticamente iguais, diferindo em centésimos. Se compararmos os vários tipos de erros sistemáticos em M1\_Tmed, notamos que o erro que varia apenas com a distância do pixel ao centro da imagem influencia mais na estimativa de  $\rho_{cp}$ , do que aquele que varia apenas com a temperatura. No estudo dos vários tipos foi importante a análise das curvas experimentais corrigidas, pois são as suas formas que esclarecem os erros% obtidos. Em

relação aos erros aleatórios, a influência na estimativa é maior para o índice  $T_{\max}$ , pois os erros% variam de 6 a 64%. Quando escolhemos o  $T_{\text{med}}$ , ocorre um menor deslocamento da curva experimental em relação à referência e a dispersão é menor, ficando os erros% entre 0,01 e 0,8%.

## Conclusão

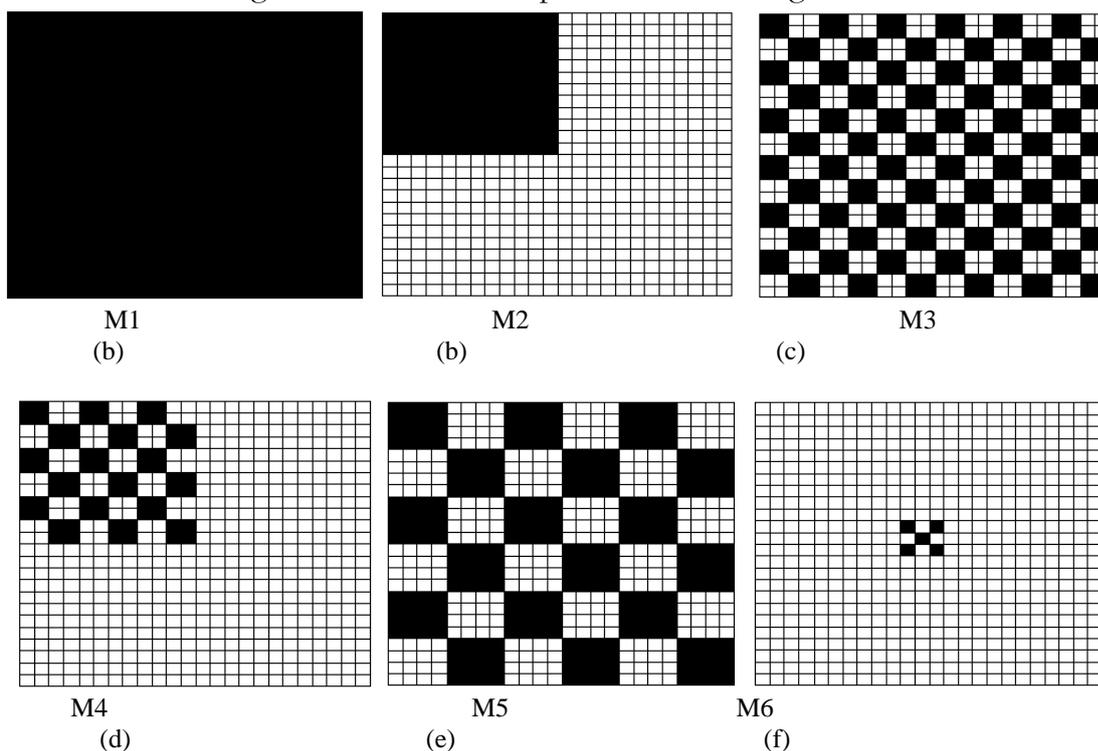
Existem câmeras de infravermelho de diferentes resoluções no mercado. Há uma tendência de se pensar que o equipamento de maior resolução, e também o mais caro, é a única alternativa para ser usada em problemas inversos de condução de calor. O problema da linha de pesquisa na qual essa tese está inserida é determinar qual é a mínima resolução de uma câmera de infravermelho para estimar parâmetros de materiais com precisão. A contribuição deste trabalho são as informações que dizem respeito aos erros experimentais que podem estar presentes no processo de estimativa de parâmetros. Com esse levantamento, foi possível entender de que forma os diferentes erros transformam a curva experimental quando eles são adicionados, e como eles influenciam os resultados das estimativas.

Foi desenvolvida uma ferramenta, que é o método automático para estimativas de parâmetros baseado na técnica de Levenberg-Marquardt, que não é novidade, mas pode ser usada tanto para experimentos reais quanto computacionais. Também foram implementadas várias máscaras para serem aplicadas às matrizes de temperaturas extraídas dos termogramas, para simular diferentes resoluções de câmeras de infravermelho. Sobre cada máscara foram calculados índices (temperatura média, temperatura média quadrática e temperatura máxima) para representar as temperaturas superficiais da amostra durante o processo de resfriamento estudado.

Os resultados das estimativas mostraram que é muito importante fazer a calibração da câmera de infravermelho, pelo menos para o centro do visor, que representa a matriz de sensores de radiação de infravermelho. Pois, quando este erro  $e_{sc}(T)$  é adicionado ao índice, variando de 0,5 a 0,6 °C<sup>2</sup>, o erro% na estimativa de  $\rho c_p$  varia de 3 a 4%, e de 17 a 25% em  $k$ , dependendo da máscara escolhida. Comprovou-se que um aumento no *mse* (média dos erros quadrados) adicionado, o erro% de  $\rho c_p$  aumenta e o de  $k$  diminui. Isso nos mostrou que precisamos analisar: (a) as diferenças entre as temperaturas experimentais para M1\_Tmed e M6\_Tmed; (b) os desvios entre as curvas estimadas para  $k$  e  $\rho c_p$  e a referência; e (c) como os parâmetros estimados influenciam no processo de condução de calor na amostra, para podermos entender a diminuição do erro% de  $k$  com o aumento do erro adicionado à curva referência. Na análise de várias máscaras, as M1, M2, M3, M4 e M5 (Figura 3.1) apresentaram uma variação da ordem de 1,5% entre os

erros% para as estimativas de  $k$ , e de 0,01% para  $\rho c_p$ . Então, dependendo da aplicação e da precisão da estimativa, não faz muita diferença entre usar todos os pixels de uma imagem térmica e usar uma imagem que represente uma quantidade menor, de até quatro vezes menos do que toda a imagem. Mas é importante ressaltar que esse estudo de resolução foi feito apenas com a correção do erro no índice já calculado a partir da matriz de temperaturas. Mais estudos de resolução precisam ser feitos com os erros adicionados diretamente nas temperaturas registradas nos pixels. Quando as estimativas são feitas a partir da combinação M6\_Tmed, que representa o pirômetro apontado para o centro da placa, o erro% de  $k$  diminui em 7%, e de  $\rho c_p$  piora em 1%, em relação àqueles obtidos a partir da máscara M1 (toda a imagem térmica). Em relação às estimativas simultâneas dos parâmetros, os erros% foram quase os mesmos das estimativas isoladas, mostrando que vale a pena a opção de estimar simultaneamente para o tipo de erro  $e_{sC}(T)$ .

Figura 3.1 – Máscaras aplicadas aos termogramas.



No estudo que analisou a influência do índice usado para representar a temperatura superficial da amostra, foram comparados os resultados das estimativas nos índices: temperatura média, temperatura média quadrática e temperatura máxima, obtidos a partir das máscaras M1 e M3. As diferenças entre as temperaturas dessas máscaras

também foram muito pequenas, da ordem de centésimos de grau Celsius, e os erros% nas estimativas foram iguais. Os resultados mostraram que praticamente não existe diferença entre as temperaturas médias e as temperaturas médias quadráticas, e os erros% entre as combinações M1\_Tmed e M1\_Tmed<sup>2</sup> são da ordem de 0,3% para  $k$  e de 0,01% para  $\rho_{cp}$ . A combinação M1\_Tmax apresentou o mesmo comportamento de M6\_Tmed, tanto para as estimativas isoladas quanto para as simultâneas: o erro% melhora em 5% para  $k$ , e piora em 1% para  $\rho_{cp}$ . Isso se deve ao fato da máscara M6 compreender as maiores temperaturas da placa e as temperaturas máximas da máscara M1 situam-se nessa região.

Quando comparamos os vários tipos de erros sistemáticos: (a) variando com a distância do pixel ao centro da imagem; (b) variando com a temperatura do pixel; (c) variando com a distância do pixel ao centro da imagem e a temperatura do pixel; e (d) do centro do visor variando com a temperatura, na métrica M1\_Tmed, verificamos que não existe relação entre um aumento no *mse* adicionado à curva experimental com o aumento do erro% na estimativa. Mais uma vez, é preciso analisar as curvas experimentais corrigidas, juntamente com aquelas que esclarecem sobre como os parâmetros influenciam na condução da amostra, para compreender os resultados nas estimativas. O erro que varia apenas com a distância do pixel ao centro da imagem,  $e_s(r)$ , desloca toda a curva experimental para baixo da referência em 1,5 °C e provoca o maior erro% em  $\rho_{cp}$ , 15%, e o menor erro% em  $k$ , 10%, quando comparado com os demais tipos de erros sistemáticos. Já o erro que varia apenas com a temperatura,  $e_s(T)$ , de *mse* 0,65 °C<sup>2</sup>, provocou o maior erro% na estimativa de  $k$ , 25%, e o menor em  $\rho_{cp}$ , 1,5%. O erro  $e_s(r,T)$ , de *mse* 0,9 °C<sup>2</sup>, apresentou resultados com erros% de 7% para  $\rho_{cp}$ , e de 22% para  $k$ . Para as estimativas simultâneas, podemos estimar com os erros  $e_{sC}(T)$  e  $e_s(r)$ , porque os erros% são menores do que aqueles das estimativas isoladas. Já para os erros  $e_s(T)$  e  $e_s(r,T)$ , o erro% dos parâmetros aumentam quando eles são estimados simultaneamente, devido às características das curvas geradas por esses erros.

Os estudos das estimativas com erros aleatórios, de desvio padrão 2 °C, mostraram que para as máscaras estudadas (M1, M3 e M6), o índice temperatura média apresentou os menores erros% nas estimativas. Esse erro% variou de 0,01 a 0,8% para  $\rho_{cp}$ , e de 0,7 a 3,5% para  $k$ , com *mse* adicionados variando de 0,01 a 0,08 0,65 °C<sup>2</sup>. Ou seja, quando fazemos a média das temperaturas dos pixels corrigidas para o erro aleatório, o

deslocamento da curva experimental corrigida e a dispersão são bem menores do que aqueles provocados pela temperatura máxima. Quando as estimativas são feitas com a temperatura máxima, podemos ter um erro% de até 65% em  $\rho_{cp}$ , onde os *mse* adicionados variaram de 9 a 27°C<sup>2</sup>. Quando comparamos as estimativas com  $T_{max}$ , a máscara M6 (pirômetro) apresentou os menores erros% tanto para  $k$ , 6%, quanto para  $\rho_{cp}$ , 27%; e a máscara M1 (toda a imagem) apresentou os maiores erros% tanto para  $k$ , 18%, quanto para  $\rho_{cp}$ , 64%. Isso porque a temperatura máxima de M1 foi maior do que a de M3, que por sua vez foi maior do que a de M6.

Na literatura estudada, não foram encontrados trabalhos que levassem em consideração erros sistemáticos de equipamentos e dispositivos de medição de temperaturas, a serem usadas na solução ou validação de soluções de problemas inversos de condução de calor. Mas, alguns estudos consideram os erros aleatórios que podem estar presentes na temperatura medida. Adili et al. (2009) fizeram estimativas de parâmetros a partir de um termopar com desvio padrão de  $9,62 \times 10^{-3}$  K, e obtiveram erros percentuais de 7% na estimativa da condutividade térmica e de 5% na capacidade térmica de incrustações em tubulações. Huang e Tsai (2005) utilizaram termogramas com desvio padrão de 0,3 e obtiveram um erro percentual de 11,6% na estimativa do coeficiente de transferência de calor em trocadores de calor. Huang et al. (2007) estimaram o fluxo de calor com erro de 3,39% a partir de erros aleatórios, de desvio padrão 2°C, em termogramas.

Resumindo: para  $\rho_{cp}$ , existe uma correlação entre o erro adicionado e o erro% nos parâmetros quando se faz a estimativa a partir do erro  $esC(T)$  adicionado diretamente no índice. Essa correlação não existe na estimativa do  $k$ . A condutividade térmica apresenta um melhor ajuste da curva, mesmo o erro% sendo maior. Isso indica que bons resultados no processo de minimização não assegura necessariamente uma boa estimativa do parâmetro. A diferença entre usar a temperatura média ou máxima não é tão importante se os erros considerados são os sistemáticos, mas se os erros são aleatórios a diferença é enorme. Então é recomendado usar apenas a temperatura média para representar a temperatura superficial da amostra. Nos estudos dos erros sistemáticos, a resolução da câmera de infravermelho não foi tão importante na estimativa dos parâmetros. Contudo, deve se levar em conta duas observações: (a) não foram estudados os erros do

posicionamento do pirômetro no mundo real, onde é difícil assegurar a posição correta do equipamento; e (b) foram feitos estudos de resolução apenas para a temperatura média já calculada, e não nos pixels da imagem; mas a resolução da câmera deve ser importante em casos de erros mais reais. Para um desvio médio de 1,46 °C houve erro% de 15% no  $\rho_{cp}$ , e para um desvio médio de 0,81°C o erro% foi de 25% no k. Comprovando a importância da frequência das calibrações da câmera de infravermelho que será usada para medir temperaturas a serem usadas em problemas inversos de transferência de calor.

As equações levantadas para a câmera real S45 FLIR SYSTEMS do Demec/UFPE, podem ser utilizadas em estimativas de parâmetros de outros materiais e geometrias e em outros métodos de solução de problemas inversos. A partir da metodologia apresentada na tese, pode-se compreender de que forma os vários tipos de erros sistemáticos e aleatórios influenciam nas estimativas de parâmetros termofísicos de materiais.

#### *6.1 Sugestões de trabalhos futuros:*

- a) Estimativa de parâmetros a partir de vários erros aleatórios de diferentes desvios padrões;
- b) Levantamento do desvio padrão de cada pixel, a partir de experimentos reais sobre amostras;
- c) Estimativa de parâmetros a partir de dados experimentais para calcular a propagação do erro experimental;
- d) Estimativa de parâmetros de outros materiais e geometrias;
- e) Estudo da influência do deslocamento do pirômetro (máscara M6) em um e dois pixels para analisar a influência disso nas estimativas;
- f) Pesquisa de outro método para estimar as propriedades geométricas da inclusão.

## Bibliografia

ADILI, A.; KERKENI, C.; NASRALLA, S. B. Estimation of thermophysical properties of fouling using inverse problem and its impact on heat transfer efficiency. *Solar Energy*, v. 83, p. 1619-1628, 2009.

AGGELIS, D.G.; KORDATOS, E.Z.; SOULIOT, D.V.; MATIKAS, T.E. Combined use of thermography and ultrasound for the characterization of subsurface cracks in concrete. *Construction and Building Materials*, v. 24, 1888-1897, 2012.

AL-KASSIR, A. R.; FERNANDEZ, J.; TINAUT, F. V.; CASTRO, F. Thermographic study of energetic installations. *Applied Thermal Engineering*, v. 25, p. 183–190, 2005.

ALMEIDA, C. H. T.; da SILVA, N. A.; MICHALEWICZ, J. S.; MAGNANI, F. S.; GUERRERO, J. R. H. *Visualização da Chama do Gás Natural em Queimador Utilizando Termografia e Adição de Particulados*. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 4, 2006. Recife-PE: Anais do CONEM 2006.

ANG, C. N.; WANG, Y. C. The Effect of Water Movement on Specific Heat of Gypsum Plasterboard in Heat Transfer Analysis under Natural Fire Exposure. *Construction and Building Materials*, v. 18, p. 505–515, 2004.

BARREIRA, E.; DE FREITAS, V. P. Evaluation of Building Materials using Infrared Thermography. *Construction and Building Materials*, 2005. (In Press)

BECK, J. V.; BLACKWELL, B.; HAJI-SHEIKH, A. Comparison of some Inverse Heat Conduction Methods using Experimental Data. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 39, p. 3649-3657, 1996.

BECK, J. V.; BLACKWELL, B.; ST. CLAIR JR., C. R. *Inverse Heat Conduction. Ill-posed problems*. New York: Willey-Interscience Publication, 1985.

BEZERRA, L. A.; DA SILVA, R. N. T.; GUERRERO, J. R. H.; MAGNANI, F. S. *Estudo da Influência de Parâmetros na Medição por Termografia*. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 4, 2006. Recife-PE: Anais do CONEM 2006.

BRITO FILHO, J. P.; HENRIQUEZ, J. G. Infrared thermography applied for high-level current density identification over planar microwave circuit sectors. *Infrared Physics & Technology*, v. 53, p. 84-88, 2012.

CARSLAW, H. S.; JAEGER, J. C. *Conduction of Heat in Solids*. Second Edition. New York: Oxford University Press, 1959.

CHUDZIK, S. Measurement of thermal parameters of a heat insulating material using infrared thermography. *Infrared Physics & Technology*, v. 55, 73-83, 2012.

CHEN, T.-C.; LEE M.-H. Intelligent Fuzzy Weighted Input Estimation Method Applied to Inverse Heat Conduction Problems. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 51, p. 4168-4183, 2008.

CHENG, W.; FU, C.-L.; QIAN, Z. A modified Tikonov regularization method for a spherically symmetric three-dimensional inverse heat conduction problem. *Mathematics and Computers in Simulations*, v. 75, p. 97-112, 2007.

CHENG, W.; FU, C.-L.; QIAN, Z. Two regularization methods for a spherically symmetric inverse heat conduction problem. *Applied Mathematical Modelling*, v. 32, p. 432-442, 2008.

CIALWOSKI, M. J.; FRACKOWIAK, A.; GRYSA, K. Solution of a stationary inverse heat conduction problem by means of Treftz non-continuous method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 50, p. 2170-2181, 2007.

DA SILVA, R. N. T. *Estudo da Termografia por Infravermelho: Aplicações na Engenharia e Determinação de Parâmetros Termofísicos e Geométricos de Materiais*. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, 2007.

DA SILVA, R. N. T.; MAGNANI, F. S. *Deteção de Inclusões Metálicas em Placas de Gesso através de Termografia Ativa*. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 4, 2006. Recife-PE: Anais do CONEM 2006.

DA SILVA, R. N. T.; MAGNANI, F. S.; LIMA, R. C. F. *Algumas Aplicações do Uso da Termografia na Deteção de Falhas*. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 4, 2006b. Recife-PE: Anais do CONEM 2006.

DA SILVA, R. N. T.; LIRA Jr., J. C.; MAGNANI, F. S.; GUERRERO, J. R. H. *Análise Energética Global de um Forno de Aquecimento de Tarugos com Auxílio de Termografia*. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 4, 2006a. Recife-PE: Anais do CONEM 2006.

DAONAS, N.; FGURI, A.; RADHOUANI, M.-S. Solution of a Coupled Inverse Heat Conduction-Radiation Problem for the Transient Hot-Wire Measurements. *Experimental Thermal and Fluid Science*, v. 32, p. 1766-1778, 2008.

DATTOMA, V.; MARCUCCIO, R.; PAPPALETTERE, C.; SMITH, G. M. Thermographic Investigation of Sandwich Structure made of Composite Material. *NDT&E International*, v. 34, p. 515-520, 2001.

DERENIAK, E. L.; BOREMAN G. D. *Infrared Detectors and Systems*. United States of America: Wiley-Interscience, 1996.

DOUZANE, O.; ROUCOULT, J. M.; LANGLET, T. Thermophysical Property Measurements of Building Materials in a Periodic State. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 42, p 3943-3958, 1999.

DUL'KIN, I. N.; GARAS'KO, G. I. Analysis of the 1-D Heat Conduction Problem for a Single Fin with Temperature Dependent Heat Transfer Coefficient: Part I – Extended Inverse and Direct Solutions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 51, p. 3309-3324, 2008.

GUERRERO, I. C.; OCAÑA, S. M.; REQUENA, I. G. Thermal–physical Aspects of Materials used for the Construction of Rural Buildings in Soria (Spain). *Construction and Building Materials*, v. 19, p. 197–211, 2005.

GUIMARÃES, G. Estimação de Parâmetros no Domínio da Frequência para Determinação Simultânea da Condutividade e Capacidade Térmica. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, 1993.

HORA, A. L. A.; MAGNANI, F. S. *Assessment of Sensitivity Curves to the Improvement of the Technique of Estimation of Thermophysical Parameters from Thermographies*. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, 20, 2009. Gramado-RS: Anais do COBEM 2009.

HSU, P.-T. Estimating the Boundary Condition in a 3-D Inverse Hyperbolic Heat Conduction Problem. *Applied Mathematics and Computation*, v. 177, p. 453-464, 2006.

HUANG, C-H.; CHIN, S-C. A Two-dimensional Inverse Problem in Imaging the Thermal Conductivity of a Non-homogeneous Medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 43, p. 4061, 2000.

HUANG, C-H.; JAN, L-C.; LI, R.; SHIH, A. J. A three-dimensional inverse problem in estimating the applied heat flux of a titanium drilling – Theoretical and experimental studies. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 50, p. 3265-3277, 2007.

HUANG, C-H.; TSAI, Y-L. A Transient 3-D Inverse Problem in Imaging the Time-dependent Local Heat Transfer Coefficients for Plate Fin. *Applied Thermal Engineering*, v. 25, p. 2478–2495, 2005.

HUANG, C-H.; LU, J-J.; AY, H. A three-dimensional heat sink module design problem with experimental verification. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 54, p. 1482-1492, 2011.

HUDSON Jr., R. D., *Infrared System Engineering*. John Wiley and Sons Inc., 1969. Disponível em: <[www.las.inpe.br/~cesar/Infrared/espectro.htm](http://www.las.inpe.br/~cesar/Infrared/espectro.htm)>. Acesso em 30 out. 2006.

IBARRA-CASTANEDO, C.; GONZÁLEZ, D.; KLEIN, M.; PILLA, M.; VALLERAND, S.; MALDAGUE, X. Infrared Image Processing and Data Analysis. *Infrared Physics & Technology*, v. 46, p. 75–83, 2004.

INAGAKI, T.; ISHII, T.; IWAMOTO, T. On the NDT and E for the Diagnosis of Defects using Infrared Thermography. *NDT&E International*, v. 32, p. 247–257, 1999.

INCROPERA, F. P.; DeWITT, D. P. *Introduction to Heat Transfer*. Second Edition. Singapore: John Wiley & Sons, Inc., 1990.

IJAZ, U. Z.; KHAMBAMPATI A. K.; KIM M.-C.; KIM S.; KIM K.-Y. Estimation of Time-Dependent Heat Flux and Measurements Bias in Two-Dimensional Inverse Heat Conduction Problems. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 50, p. 4117-4130, 2007.

KREITH, F. *The CRC Handbook of Thermal Engineering*. United States of America: CRC Press, 2000.

LAHIRI, B. B.; BAGAVTHIAPAN, P. R.; RESHMI, P. R.; PHILIP, J.; JAYAKUMAR, T., RAJ, B. Quantification of defects in composites and rubber materials using active thermography. *Infrared Physics & Technology*, v. 55, p. 191-199, 2012.

LIMA, R. C. F.; MAGNANI, F. S.; DA SILVA, R. N. T. *Deteção de Falhas em Monumentos Históricos de Olinda através de Imagens por Infravermelho – Uma Análise Preliminar*. In:

SIMPÓSIO DE TÉCNICAS AVANÇADAS EM PRESERVAÇÃO DE BENS CULTURAIS, 3, 2006. Olinda-PE: ARC- Revista Brasileira de Arqueometria, Restauração e Conservação.

LIU, F-B. A hybrid method for the inverse heat transfer of estimating fluid thermal conductivity and heat capacity. *International Journal of Thermal Science*, v. 50, p. 718-724, 2011.

MAGNANI, F. S.; GUERRERO, J. R. H.; LIMA, R. C. F.; DA SILVA, R. N. T. *Studies of the Applicability of Infrared Imaging of Thermal Processes in Tropical Regions*. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, 18, 2005. Ouro Preto-MG: Anais do COBEM 2005.

MAGNANI, F. S.; DA SILVA, R. N. T. Infrared Thermography Applied to the Quantitative Determination of Spatial and Thermophysical Parameters of Hidden Included Objects. *Applied Thermal Engineering*, v. 27, p. 2378-2384, 2006.

MEOLA, C.; A new approach for estimation of defects detection with infrared thermography. *Materials Letters*, v. 61, p. 747-750, 2007.

MEOLA, C.; CARLOMAGNO, G. M.; GIORLEO, L. The Use of Infrared Thermography for Materials Characterization. *Journal of Materials Processing Technology*, v. 155-156, p. 1132-1137, 2004.

NGUYEN, K. T.; PRYSTAY, M. An inverse method for estimation of the initial temperature profile and its evolution in polymer processing. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 42, p. 1969-1978, 1999.

NILLOT, C.; CALLET, P. Infrared Thermography Applied to the Resolution of Inverse Heat Conduction Problems: Recovery of Heat Line Sources and Boundary Conditions. *Rev. Gén. Therm.*, v. 37, p. 629-643, 1998.

ÖZISIK, M. N.; ORLANDE, H. R. B. *Inverse Heat Transfer: Fundamentals and Applications*. United States of America: Taylor & Francis, 2000.

RAINIERI, S.; PAGLIARINI, G. Data Filtering Applied to Infrared Thermographic Measurements Intended for the Estimation of Local Heat Transfer Coefficient. *Experimental Thermal and Fluid Science*, v. 26, p. 109-114, 2002.

RODRÍGUEZ, F. L.; NICOLAU, V. P. Inverse heat transfer approach for IR image reconstruction: Application to thermal non-destructive evaluation. *Applied Thermal Engineering*, v. 33-34, p. 109-118, 2012.

SHIDFAR, A.; POURGHOLI, R. Numerical Approximation of Solution of an Inverse Heat Conduction Problem Based on Legendre Polynomials. *Applied Mathematics and Computation*, v. 175, p. 366-1374, 2006.

SHIDFAR, A.; KARAMALI, G. R.; DAMIRCHI, J. An inverse heat conduction problem with a nonlinear source term. *Nonlinear Analysis*, v. 65, p. 615-621, 2006.

SIEGEL R. S.; HOWELL J. R. *Thermal Radiation Heat Transfer*. Fourth Edition. United States of America: Taylor Francis, 2002.

SILVA, G. M. L. L. Uso de métodos perturbativos para análise de sensibilidade em problemas de hipertermia causada por fontes de laser usadas no tratamento de tumores. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Pernambuco, 2009.

ThermaCam S45. Manual do Operador, FLIR SYSTEMS, 2005.

XIONG, X.-T.; FU, C.-L.; LI, H.-F. Central Difference Method of a Non-Standard Inverse Heat Conduction Problem for Determining Surface Heat Flux from Interior Observation. *Applied Mathematics and Computation*, v. 173, p. 1265-1287, 2006.

WOODFIELD, P. L.; MONDE, M.; MITSUTAKE, Y. Implementation of an Analytical Two-Dimensional Inverse Heat Conduction Technique to Practical Problems. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 49, p. 187-197, 2006.

ZMYWACZYK, J.; MADURA, H.; KONIORCZYK, P.; DABROWSKI, M. Estimation of thermophysical properties by an inverse method with experimentally determined heating region of a thin-layer heater. *Infrared Physics & Technology*, v. 49, p. 277-280, 2007.

## Anexos

### ANEXO A – Teoria de infravermelho (extraído de da Silva (2007))

Este anexo tem dois objetivos específicos: o primeiro é apresentar a teoria básica do infravermelho e de que forma essa faixa do espectro eletromagnético interage com a matéria; e o segundo é mostrar como a temperatura é determinada a partir da irradiação no sensor da câmera de infravermelho e os parâmetros que influenciam nesta determinação.

A nomenclatura das propriedades será aquela adotada por Siegel e Howell (2002), onde a terminação *-ividade* é aplicada a propriedades radiativas de materiais opacos (tanto para superfícies opticamente lisas quanto para determinada condição de superfície); e a terminação *-ância* é aplicada a propriedades extensivas de materiais transparentes que variam em função da espessura da camada do material.

#### A.1 Espectro eletromagnético

O espectro eletromagnético representa as faixas de frequência e de comprimento de onda das ondas eletromagnéticas. A Figura A.1 ilustra as diferentes bandas de todo o espectro, que vai dos raios gama até as ondas de rádio e apresentam características distintas.

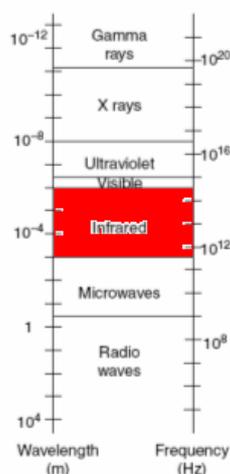


Figura A.1 – Espectro eletromagnético [adaptado de Kotlarchyk (2002)]

As ondas de rádio possuem energia suficiente para provocar a ressonância magnética nos *spins* nucleares. Elas são usadas em sistemas de transmissão de rádio e televisão, sendo geradas por oscilações de cargas em antenas e circuitos elétricos.

As microondas são muito usadas em comunicações (radares e satélites) devido à facilidade com que são transmitidas através de nuvens, e estão numa faixa de energia que produz rotações moleculares e também ressonância no *spin* dos elétrons.

O infravermelho é a faixa do espectro eletromagnético compreendida entre  $0,75 \mu\text{m}$  e  $1000 \mu\text{m}$  de comprimento de onda.

A luz visível é a faixa do espectro eletromagnético capaz de causar sensibilidade ao olho humano. A energia dessa banda de frequência é capaz de excitar elétrons para níveis mais altos de energia em átomos e moléculas.

A faixa do ultravioleta possui energia suficiente para causar ionização e dissociação molecular. O sol é uma poderosa fonte de radiação ultravioleta, onde as subdivisões em UV-A ( $0,32 - 0,38 \mu\text{m}$ ), UV-B ( $0,28 - 0,32 \mu\text{m}$ ), e UV-C (abaixo de  $0,28 \mu\text{m}$ ) foram feitas para

distinguir os efeitos biológicos que cada uma delas provoca no ser humano. A radiação UV-A é adjacente ao espectro visível e não é saudável à pele, a UV-B pode levar a um dano significativo em células, e os efeitos da UV-C podem ser piores ainda. O gás que absorve mais eficientemente essa radiação ultravioleta proveniente do sol é o ozônio (O<sub>3</sub>).

Os raios-X, altamente penetrantes, são emanados quando elétrons de alta energia colidem com um alvo de metal e são classificados como radiação ionizante. Também são produzidos quando elétrons fazem transições entre níveis atômicos de energia baixos em elementos pesados. A ionização pode ocorrer através de toda a energia dada a um elétron (fotoionização) ou de parte da energia para o elétron e o restante para um fóton de baixa energia (*Compton scattering*).

Os raios gama são de origem nuclear e, como possuem alta energia, detêm um altíssimo poder de penetração. A emissão de raios gama acompanha muitos dos processos de decaimento nuclear de núcleos radioativos. A energia dessa radiação produz ionização e podem dar início a reações fotonucleares.

As diversas faixas do espectro eletromagnético interagem distintamente com a matéria. Desde a rotação molecular provocada pelas microondas até a ionização por raios-X, como ilustra a Figura A.2.

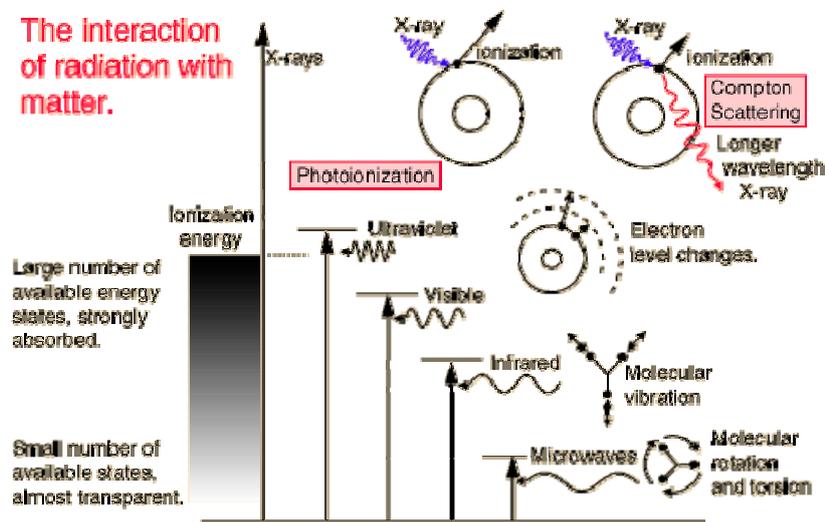


Figura A.2 – Diferentes interações da onda com a matéria [extraído de *Department of Physics & Astronomy of Georgia State University (2006)*]

Em relação aos efeitos da radiação provocados no corpo humano tem-se que para as ondas de rádio e televisão o corpo é transparente, sendo penetrado facilmente pela radiação dessa faixa. Já para as microondas, o corpo é quase transparente e a pequena absorção que ocorre provoca rotação molecular e contribui para o aquecimento, mas nada, além disso, é observado.

A luz visível é fortemente absorvida, levando elétrons a níveis mais altos de energia, mas não tem poder de ionização. O ultravioleta é mais fortemente absorvido do que a luz visível, mas não penetra na pele e tem energia para ionização apenas na faixa adjacente aos raios-X. O corpo volta a ser quase transparente para os raios-X e os raios gama.

### *Infravermelho*

O infravermelho é energia que se propaga no espaço na forma de ondas eletromagnéticas de comprimento de onda entre 0,75  $\mu\text{m}$  e 1000  $\mu\text{m}$ . Essa radiação pode ser utilizada para determinar a temperatura superficial de objetos a partir da sensibilização de detectores de infravermelho.

A subdivisão para a faixa do infravermelho adotada neste trabalho é a mesma utilizada por Hudson (1969), e a Tabela AA.1 apresenta um resumo dessa subdivisão.

Designação	Abreviação	Comprimento de Onda (μm)
Infravermelho próximo	NIR	0,75 – 3
Infravermelho médio	MIR	3 – 6
Infravermelho distante	FIR	6 – 15
Infravermelho extremo	XIR	15 - 1000

Tabela A.1 – Subdivisão para a faixa do infravermelho [extraído de Hudson (1969)]

Também é comum a notação SWIR – *Short Wave Infrared*, MWIR – *Middle Wave Infrared* e LWIR – *Long Wave Infrared* para as faixas NIR – *Near Infrared*, MIR – *Middle Infrared* e FIR – *Far Infrared*, respectivamente.

A faixa de 8 - 14μm costuma ser chamada de infravermelho térmico, pois compreende a região onde se encontra o pico de emissão de qualquer corpo numa temperatura entre -50°C a 50 °C.

A radiação de infravermelho possui fótons de energia que são associados ao movimento térmico das moléculas. Todos os objetos a uma temperatura acima do zero absoluto emitem radiação de infravermelho, que pode ser utilizada para obtenção de imagens térmicas superficiais dos objetos através de detectores de infravermelho.

### Interação Infravermelho-Matéria

A energia dos fótons de infravermelho é capaz de provocar vibrações moleculares, como ilustra a Figura A.3, resultando em aquecimento do tecido devido ao aumento da atividade vibracional das moléculas.

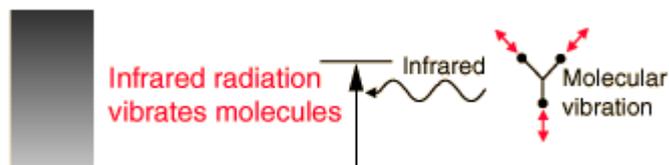


Figura A.3 – Interação do infravermelho com a matéria, [extraído de *Department of Physics & Astronomy of Georgia State University (2006)*]

## A.2 Radiação do corpo negro

Um corpo negro é um objeto ideal que absorve toda a radiação incidente sobre ele em qualquer comprimento de onda. Em relação a um objeto real e para determinada temperatura, o corpo negro emite o máximo de radiação em todos os comprimentos de onda.

Na hipótese de Planck, o comprimento de onda se relaciona com dois outros parâmetros das ondas eletromagnéticas: a frequência e a energia do fóton. Tem-se que:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \tag{A.1}$$

onde:

$\nu$  = Frequência da onda [Hz]

$c$  = Velocidade da luz no vácuo [ $2,998 \times 10^8$  m/s]

$\lambda$  = Comprimento de onda [m]

e:

$$E = h\nu \quad (\text{A.2})$$

onde:

$E$  = Energia do fóton [J]

$h$  = Constante de Planck [ $6,626 \times 10^{-34}$  J.s]

A Equação A.2 é a hipótese de Planck para o corpo negro, onde admitia que a energia radiante era emitida e absorvida em quantas de energia ( $h\nu$ ), mas esta hipótese era considerada apenas como artifício de cálculo. Em 1905, quando Einstein estava investigando o efeito fotoelétrico, sugeriu a natureza quântica da luz e a quantização da energia em pequenos pacotes, os fótons. Por este motivo, a Equação A.2 também é chamada de equação de Einstein.

A energia total emitida de uma superfície em todas as direções acima dela é denominada de potência emissiva, também chamada de emitância em algumas literaturas, que se distingue entre espectral (em um dado comprimento de onda, por unidade de comprimento de onda) e total (abrangendo todos os comprimentos de onda). A potência emissiva depende do comprimento de onda  $\lambda$ , da temperatura  $T$ , e da emissividade  $\epsilon$ .

Existem três expressões que descrevem o comportamento da radiação emitida pelo corpo negro: a Lei de Planck, a Lei de Stefan-Boltzmann e a Lei do Deslocamento de Wien, apresentadas a seguir.

A Lei de Planck descreve a distribuição espectral da radiação emitida por um corpo negro pela Equação A.3:

$$W_{b\lambda} = \frac{2\pi hc^3}{\lambda^5 (e^{hc/\lambda kT} - 1)} \times 10^{-6} \quad (\text{A.3})$$

onde:

$W_{\lambda b}$  = Potência emissiva espectral do corpo negro no comprimento de onda  $\lambda$  [ $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \mu\text{m}$ ]

$k$  = Constante de Boltzmann [ $1,381 \times 10^{-23}$  J/K]

$T$  = Temperatura absoluta do corpo negro [K].

A Figura A.4 ilustra uma representação gráfica da potência emissiva espectral do corpo negro segundo a lei de Planck para várias temperaturas absolutas.

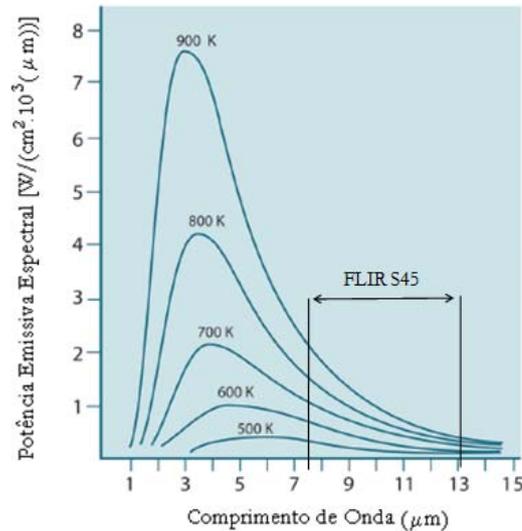


Figura A.4 – Potência emissiva espectral do corpo negro segundo a lei de Planck, representada graficamente para várias temperaturas absolutas. [adaptado de ThermaCam S45, Manual do Operador (2005)]

A Lei de Stefan-Boltzmann representada pela Equação AA.4 é a integração de  $\lambda=0$  a  $\lambda=\infty$  da Equação A.3. Obtém-se assim a potência emissiva espectral total do corpo negro.

$$W_b = \sigma T^4 \quad (\text{A.4})$$

onde:

$W_b$  = Potência emissiva total do corpo negro [ $\text{W}/\text{m}^2$ ];

$\sigma$  = Constante de Stefan-Boltzmann [ $5,67 \times 10^{-8} \text{ W}/\text{m}^2 \cdot \text{K}^4$ ].

A importância de se estabelecer equações para a distribuição espectral do corpo negro vem do fato de que ela estabelece um limite máximo de toda a potência emissiva espectral de uma fonte. Um objeto, ou fonte, real não tem o mesmo comportamento de emissão de radiação do corpo negro, e a sua curva de potência emissiva é limitada pela correspondente do corpo negro na mesma temperatura do objeto.

A propriedade que expressa a habilidade de uma superfície de emitir radiação em relação a uma superfície ideal na mesma temperatura e no mesmo comprimento de onda é a emissividade.

$$\varepsilon(\lambda, T) = \frac{W_o(\lambda, T)}{W_b(\lambda, T)} \quad (\text{A.5})$$

onde:

$\varepsilon(\lambda, T)$  = Emissividade do objeto;

$W_o$  = Potência emissiva total de um objeto real [ $\text{W}/\text{m}^2$ ];

$W_b$  = Potência emissiva total do corpo negro na mesma temperatura do objeto [ $\text{W}/\text{m}^2$ ].

Então, considerando a emissividade do material, a Equação A.4 se transforma na Equação A.6:

$$W_o = \varepsilon(\lambda, T) \sigma T^4 \quad (\text{A.6})$$

Se a emissividade não depender do comprimento de onda, então a fonte em questão é um corpo cinzento. A potência emissiva de um corpo cinzento é uma fração constante ( $\epsilon$ ) do que produziria um corpo negro. A Figura A.5 ilustra a potência emissiva espectral de um corpo negro e de um corpo cinzento.

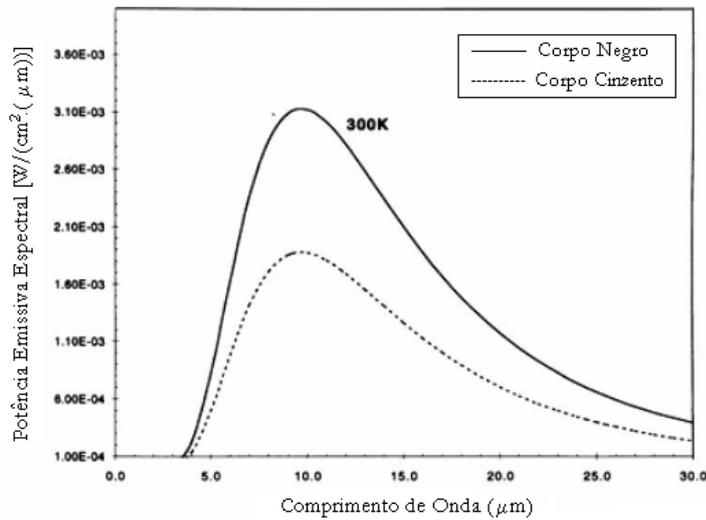


Figura A.5 – Potência emissiva espectral de um corpo negro e de um corpo cinzento na mesma temperatura [adaptado de Dereniak e Boreman (1996)]

Um modelo mais complexo e preciso do que o corpo cinzento, na modelagem do comportamento de fontes reais, é o radiador seletivo\*, onde a emissividade é uma função constante do comprimento de onda em alguns trechos de toda a faixa espectral. A Figura A.6 apresenta curvas da emissividade espectral para um radiador seletivo e um corpo negro.

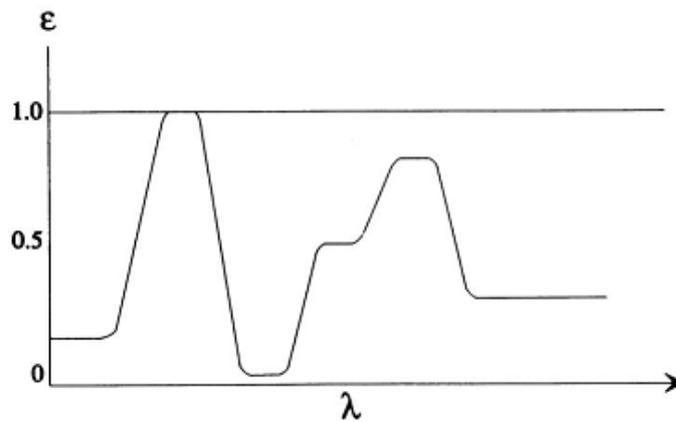


Figura A.6 – Emissividade espectral de um radiador seletivo [extraído de Dereniak e Boreman (1996)]

A Figura A.7 ilustra a potência emissiva espectral de um radiador seletivo e de um corpo negro na mesma temperatura.

\* Radiador seletivo é um corpo utilizado na modelagem de fontes reais de radiação; enquanto superfície seletiva é aquela construída, para aplicações na engenharia, com o objetivo de possuir uma emissividade alta para determinada faixa espectral e outra baixa numa região diferente. Em geral uma superfície seletiva pode ser modelada por um radiador seletivo.

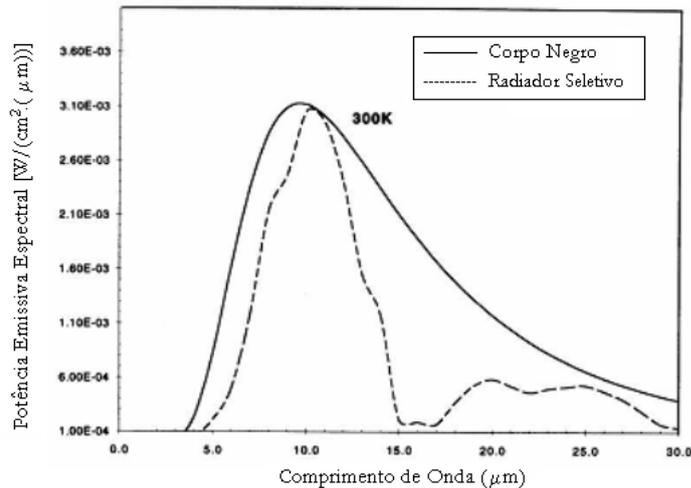


Figura A.7 – Potência emissiva espectral de um radiador seletivo [adaptado de Dereniak e Boreman (1996)]

Freqüentemente a emissividade da maioria dos materiais é fornecida como apenas um simples número, e raras vezes como uma função do comprimento de onda ou da temperatura, a não ser que seja um material bem caracterizado. Para substâncias não-metálicas, tipicamente a emissividade é maior do que 0,8 à temperatura ambiente e diminui com o aumento da temperatura. Já para substâncias metálicas, sem a superfície oxidada, a emissividade é muito baixa à temperatura ambiente, menor do que 0,3, mas aumenta com o aumento da temperatura (Dereniak e Boreman, 1996).

A Figura A.8 ilustra alguns valores de emissividade, à temperatura ambiente, para os materiais mais comuns usados na engenharia, onde pode ser observado que as substâncias metálicas com superfície oxidada possuem emissividades mais altas do que aquelas com as superfícies polidas, mas não chegam a ser tão altas como as substâncias não metálicas.

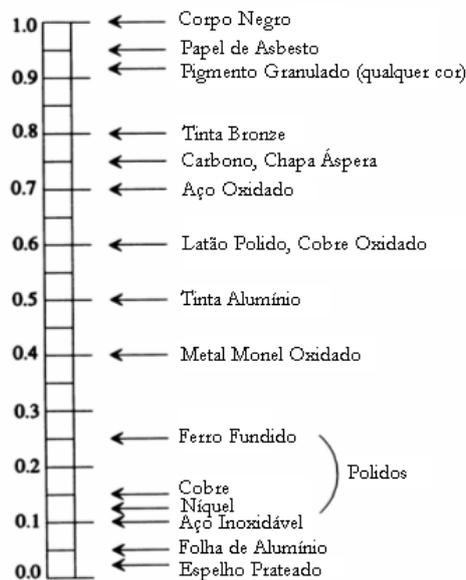


Figura A.8 – Valores de emissividade para alguns materiais [adaptado de Dereniak e Boreman (1996)]

A fórmula de Wien é a diferenciação da fórmula de Planck em relação a  $\lambda$ , e encontrando o máximo tem-se a Equação A.7:

$$\lambda_{m\acute{a}x} = \frac{2898}{T} [\mu m] \quad (A.7)$$

A Lei do Deslocamento de Wien quantifica o decréscimo do comprimento de onda onde ocorre o pico da potência emissiva à medida que a temperatura aumenta. A Figura A.9 ilustra esse decréscimo e a linha pontilhada representa o lugar geométrico da potência emissiva máxima a cada temperatura.

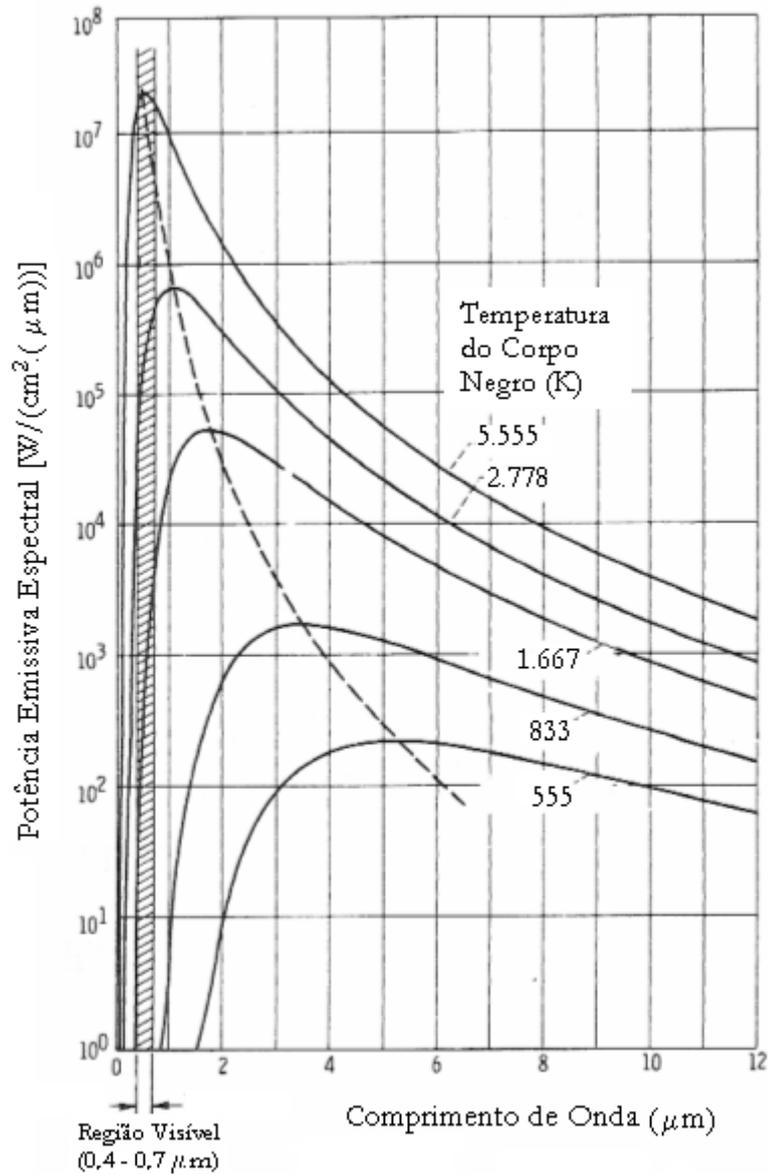


Figura A.9 – Potência emissiva espectral do corpo negro para várias temperaturas [adaptado de Siegel e Howell (2002)]

### A.3 Definições

As definições apresentadas a seguir são baseadas em Incropera e DeWitt, (1990) e Dereniak e Boreman (1996).

## Irradiação

Irradiação é a potência total de radiação que incide numa determinada superfície por unidade de área.

$$E = \frac{\phi}{A} \quad (\text{A.8})$$

## Processos de Reflexão, Absorção e Transmissão

Se a irradiação passa através de um meio sem qualquer atenuação, o material é chamado de transparente, não existindo as parcelas de reflexão e absorção.

Quando a irradiação interage com um meio semitransparente, partes dessa radiação podem ser refletidas, absorvidas e transmitidas. A magnitude de cada uma dessas parcelas depende das condições dos limites inferior e superior da superfície, do comprimento de onda da radiação e da composição e espessura do meio.

Quando o meio é opaco, não existe a parcela de radiação transmitida através do meio e os processos restantes de reflexão e absorção podem ser tratados como fenômenos de superfície. A irradiação é absorvida e refletida pela superfície dependendo do comprimento de onda e da natureza da superfície do material. A reflexão não provoca efeitos líquidos, enquanto a absorção aumenta a energia interna do meio.

A maioria dos gases é bastante transparente a radiações, exceto para estreitas regiões espectrais, chamadas de bandas de absorção. A maioria dos sólidos tende a ser fortes absorvedores da maioria dos comprimentos de onda, tornando eles opacos em uma faixa que vai de alguns nanômetros (condutores elétricos, metais) a alguns micrômetros (cerâmicas, semicondutores), ou mais (dielétricos).

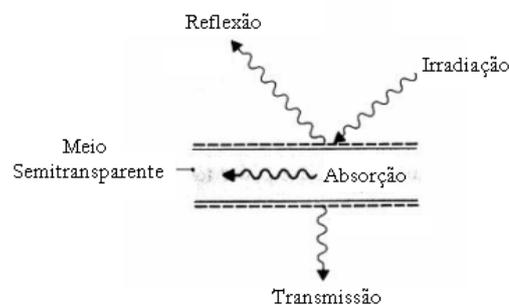


Figura A.10 – Processos de reflexão, absorção e transmissão [adaptado de Incropera e DeWitt, (1990)]

## Absortividade

É a fração de energia que é absorvida do total que incide em determinado meio.

$$\alpha = \frac{\text{energia radiante absorvida}}{\text{energia radiante incidente}}$$

## Reflectividade

É a fração de energia refletida do total que incide em determinado meio.

$$\rho = \frac{\text{energia radiante refletida}}{\text{energia radiante incidente}}$$

### Transmissividade

É a fração de energia que é transmitida através de um meio do total que incide nele.

$$\tau = \frac{\text{energia radiante transmitida}}{\text{energia radiante incidente}}$$

### Radiosidade

Radiosidade é a taxa na qual a radiação abandona a superfície devido à emissão e à reflexão em todas as direções por unidade de área de superfície.

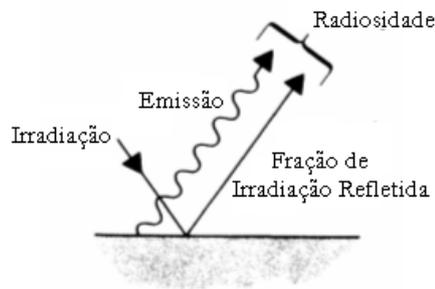


Figura A.11 – Radiosidade [adaptado de Incropera e DeWitt, (1990)]

### Detecção de Temperatura

Os detectores térmicos respondem ao aquecimento gerado pela energia absorvida da radiação. Esse processo requer duas etapas: a mudança de temperatura do detector devido à radiação, e alguma mudança mensurável de parâmetro causada pela variação de temperatura. O parâmetro físico é então detectado por instrumentação apropriada.

A Tabela A.2 apresenta exemplos de detectores de temperatura e seus mecanismos de detecção.

Detector	Mecanismo de detecção
Bolômetros	Resistência
Piroelétricos	Capacitância
Termopares	Tensão
Supercondutores	Resistência

Tabela A.2 – Exemplos de detectores de temperatura [adaptado de Dereniak e Boreman (1996)]

No caso do bolômetro, uma variação de temperatura provoca uma variação na resistência elétrica do material. A resistência pode ser monitorada por um ohmímetro para determinar a presença de radiação.

A resposta espectral de um detector térmico é completamente determinada pela emissividade de sua superfície exterior. Se a radiação é absorvida, ela é detectada; se não, é

refletida e perdida. Devido às propriedades da superfície, tal como emissividade, não mudarem rapidamente com o comprimento de onda, os detectores térmicos tipicamente têm resposta a uma faixa espectral muito grande e respondem desde a faixa do visível distante até a região do infravermelho.

Todos os detectores térmicos têm pelo menos duas partes essenciais: o absorvedor de radiação e o sensor de temperatura ou transdutor. A Figura A1.12 ilustra um detector térmico genérico, onde são mostrados o absorvedor, que deve ter alta emissividade para absorver a radiação, e o sensor de temperatura, o qual tem uma propriedade elétrica dependente da temperatura da estrutura. A área de coleta da radiação do sensor não é a mesma que responde à variação da temperatura.

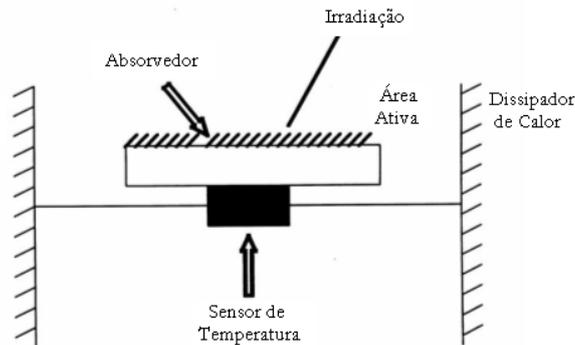


Figura A.12 – Esquema de um detector térmico, incluindo o absorvedor e o sensor de temperatura [adaptado de Dereniak e Boreman (1996)]

### *Bolômetro*

A operação de um bolômetro é baseada numa variação na resistência elétrica de materiais semicondutores como função de uma variação de temperatura. Esses bolômetros são frequentemente chamados de termistor bolômetro ou resistores termicamente sensíveis (Astheimer (1983)).

Materiais semicondutores utilizados na fabricação de bolômetros incluem diamante sintético, germânio, silício, óxidos de manganês sinterizados, cobalto e/ou níquel. Esses *chips* são montados em substratos dissipadores de calor. Quando a radiação atinge o detector, a temperatura do detector aumenta. Quando a radiação é removida, o detector retorna à temperatura do substrato dissipador de calor.

### *Microbolômetro*

O microbolômetro é um elemento sensor individual que sofre uma variação na sua resistência elétrica quando é aquecido devido à absorção de radiação. É constituído de um *chip* de silício, com uma fina camada de óxido de vanádio\* depositada. A mudança na resistência elétrica pode ser determinada através de uma leitura da variação resultante da corrente de polarização. Mais de 80.000 sensores podem ser fabricados juntos numa placa.

---

\* Os óxidos de vanádio ( $VO_x$ :  $VO_2$ ,  $V_2O_3$  e  $V_2O_5$ ) são depositados numa fina placa de silício para proporcionar uma resistência conveniente para os circuitos de leitura da corrente de polarização do microbolômetro.

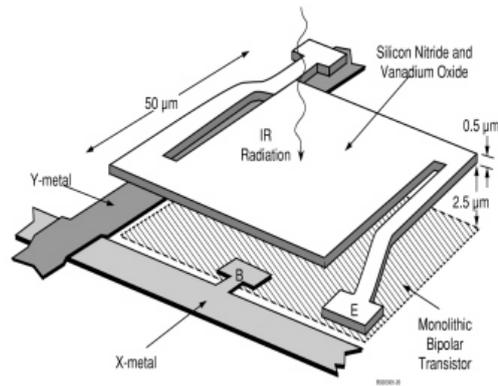


Figura A.13 – Elemento de um microbolômetro [extraído de *Infrared Solutions* (nov. 2006)]

A maioria dos fabricantes atuais de câmeras de infravermelho utilizam o sistema de microbolômetro de 320 por 240, inclusive a FLIR Systems no modelo ThermaCam S45 usado para a realização dos termogramas apresentados neste trabalho. Contudo, existe uma alternativa para muitas aplicações comerciais que é o sistema de 160 por 120. O sistema menor e sua câmera podem ser produzidos com um custo muito menor. Adicionalmente, um dos componentes mais caros de uma câmera é a lente e seu custo é proporcional ao tamanho do sistema de microbolômetro.

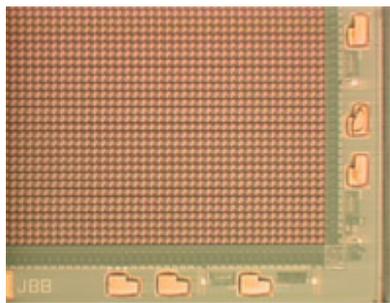


Figura A.14 – Sistema de microbolômetro de 320 por 240 [extraído de *Infrared Solutions* (nov. 2006)]

A única vantagem do sistema de 320 por 240 é o campo de visão maior (FOV – *Field of View*). Com a mesma distância focal e mesmo tamanho de detector, a câmera com 320 por 240 ou 160 por 120 terão resoluções espaciais idênticas.

#### A.4 Determinação da temperatura de um objeto a partir da irradiação no sistema de microbolômetro

Uma câmera de infravermelho recebe radiações provenientes de três fontes: do objeto analisado (Figura A.15(a)); do meio adjacente refletidas pelo objeto (Figura A.15(b)); e da atmosfera (Figura A.15(c)). A câmera detecta potência de radiação através de um sistema de microbolômetro, converte em sinal de tensão e depois em valor de temperatura.

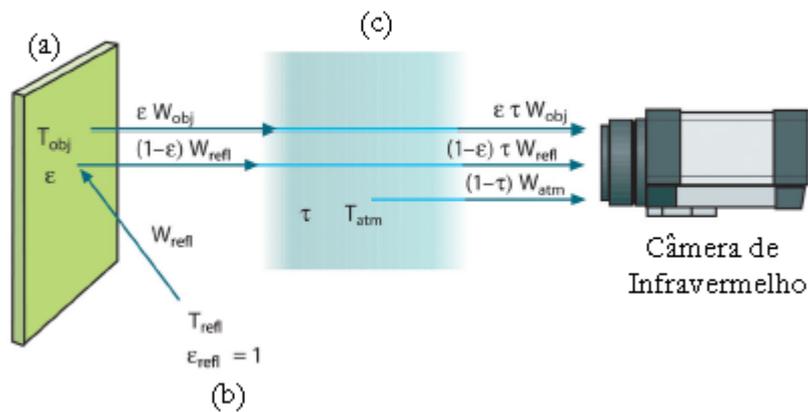


Figura A.15 – Processo de medição pela câmera de infravermelho (a) Objeto Analisado (b) Meio Adjacente (c) Atmosfera [adaptado de ThermaCam S45, Manual do Operador (2005)]

Para a realização dos termogramas apresentados neste trabalho, foi utilizada uma câmera modelo S45 do fabricante FLIR Systems, sistema de microbolômetro de 320 por 240, com frequência de imagens de 50/60 Hz, faixa de temperaturas de  $-40^{\circ}\text{C}$  a  $1500^{\circ}\text{C}$  e precisão de  $\pm 2^{\circ}\text{C}$  ou 2% de leitura. A faixa espectral é de 7,5 a 13  $\mu\text{m}$ , sendo classificada como uma câmera de LW (*long wavelength*). No Anexo 1 encontram-se maiores informações na ficha de especificação do equipamento (*datasheet*).

A radiação medida pela câmera depende tanto da temperatura quanto da emissividade do corpo que está sendo analisado. Portanto, a informação da emissividade à câmera é fundamental para uma estimativa precisa da temperatura do fluxo radiante medido. Normalmente os valores variam de 0,1 a 0,95. Para superfícies extremamente polidas têm-se emissividades inferiores a 0,1 e, para superfícies oxidadas os valores são superiores a 0,95.

O objeto analisado é considerado opaco e, além da emissividade, outros parâmetros devem ser inseridos na câmera tais como temperatura refletida (temperatura média radiante do meio adjacente e que é refletida pelo objeto), temperatura atmosférica, distância entre objeto e câmera e umidade relativa. A temperatura refletida é aquela admitida para todas as superfícies emissoras no meio adjacente ao objeto em estudo. Enquanto que temperatura atmosférica é a da atmosfera entre objeto e câmera. A distância entre o objeto e câmera e a umidade relativa são parâmetros inseridos com o objetivo de se calcular a atenuação que a radiação sofre até chegar à lente do equipamento.

Na Figura A.16 pode-se observar que a transmitância do infravermelho no gás carbônico ( $\text{CO}_2$ ) e na água ( $\text{H}_2\text{O}$ ) varia de acordo com o comprimento de onda da radiação. Por esse motivo, a câmera S45 da FLIR mede o infravermelho em uma faixa do FIR (*Far Infrared*) onde a absorção atmosférica é pequena.

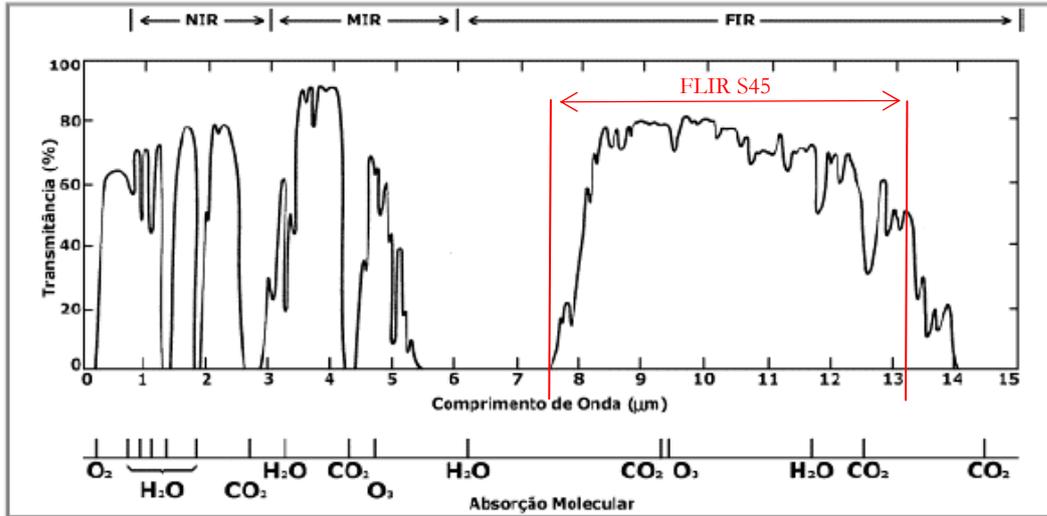


Figura A.16 – Transmissância do infravermelho no gás carbônico (CO<sub>2</sub>) e na água (H<sub>2</sub>O)

Assim, com os parâmetros inseridos, a câmera pode efetuar a medição com precisão, e a potência emissiva total recebida pelo sistema de microbolômetro é:

$$W_{tot} = \varepsilon(\lambda, T)\tau W_b + (1 - \varepsilon(\lambda, T))\tau W_{refl} + (1 - \tau)W_{atm} \quad (A.9)$$

onde:

$W_{tot}$  = Potência emissiva total que alcança o sistema de microbolômetro (medida);

$W_b$  = Potência emissiva total emitida pelo corpo negro na mesma temperatura do objeto (calculada pela câmera);

$W_{refl}$  = Potência emissiva total emitida por todas as superfícies num hemisfério visto de um ponto do objeto;

$W_{atm}$  = Potência emissiva total emitida pela atmosfera entre a câmera e o objeto;

$\tau$  = Transmissância da atmosfera entre a câmera e o objeto.

A câmera precisa converter a radiação incidente no seu sistema de microbolômetro em temperatura, e para isso utiliza-se do fato de a potência emissiva total recebida,  $W_{fonte}$ , da fonte de temperatura de um corpo negro a  $T_{fonte}$  a uma distância curta gera um sinal de tensão de saída na câmera,  $U_{fonte}$ , proporcional à entrada de potência emissiva, então:

$$U_{fonte} = CW_{fonte} \quad (A.10)$$

onde C é a constante de proporcionalidade.

Sendo a fonte um objeto real, com emissividade  $\varepsilon(\lambda, T)$ , a potência emissiva recebida será  $\varepsilon(\lambda, T) \cdot W_{fonte}$

Multiplicando cada termo da Equação A.9 pela constante C da Equação A.10 e substituindo os produtos C.W pelo U correspondente, obtém-se:

$$U_{tot} = \varepsilon\tau U_{obj} + (1 - \varepsilon)\tau U_{refl} + (1 - \tau)U_{atm} \quad (A.11)$$

onde:

$U_{tot}$  = Tensão de saída medida pela câmara para o caso real;

$U_{obj}$  = Tensão de saída calculada pela câmara para um corpo negro de temperatura  $T_{obj}$ , ou seja, uma tensão que pode ser diretamente convertida em temperatura real requerida do objeto;  
 $U_{refl}$  = Tensão de saída teórica da câmara para um corpo negro de temperatura  $T_{refl}$  de acordo com a informação fornecida pelo operador;  
 $U_{atm}$  = Tensão de saída teórica da câmara para um corpo negro inserido num meio de temperatura  $T_{atm}$  de acordo com a informação fornecida pelo operador.

O microbolômetro gera uma tensão  $U_{tot}$  que é medida pela câmara para o caso real, enquanto que as parcelas  $U_{refl}$  e  $U_{atm}$  referentes às potências emissivas de todas as superfícies do meio adjacente ao objeto e da atmosfera, respectivamente, são valores estimados a partir dos valores das temperaturas refletida e atmosférica informados pelo operador da câmara. Para o cálculo da tensão do objeto, a Equação A1.11 é reescrita e tem-se:

$$U_{obj} = \frac{1}{\varepsilon\tau}U_{tot} - \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon}U_{refl} - \frac{(1-\tau)}{\varepsilon\tau}U_{atm} \quad (A.12)$$

A Equação A1.12 é a fórmula para medições termográficas em todos os equipamentos da FLIR Systems. Para cada valor de tensão gerado pelo microbolômetro é calculado um valor de tensão do objeto, que a câmara de infravermelho associa a um valor de temperatura. Ou seja, a potência emissiva medida pelo microbolômetro é transformado em tensão, e esta em temperatura por um algoritmo interno da câmara.

## A.5 Influência de parâmetros na medição de temperatura por infravermelho

A experiência do operador de uma câmara de infravermelho é muito importante para garantir a fidelidade das informações sobre os parâmetros a serem inseridos, já que não é simples a obtenção de valores precisos de emitância e transmitância atmosférica para casos reais.

Se o meio adjacente ao objeto em estudo não possuir fontes de radiação intensa, os valores informados para as temperaturas refletida e atmosférica não representam um problema; fato que não ocorre na presença de fontes de radiação intensa, onde há necessidade de utilizar valores corretos das temperaturas citadas.

A FLIR Systems apresenta algumas análises de casos de medição e compara as magnitudes relativas aos três termos de radiação detectados pela câmara de infravermelho. Isto permite avaliar as situações em que utilizar valores corretos dos parâmetros é importante.

A Figura A.17 ilustra as magnitudes das três contribuições de radiação para três temperaturas de objeto diferentes, duas emissividades e faixa espectral de LW (*long wavelengths*). Os demais parâmetros foram fixados, sendo a transmitância atmosférica de 0,88, a temperatura refletida de +20 °C e temperatura atmosférica de +20 °C.

Como pode ser visto na Figura A1.17, na situação de temperatura do objeto de 0 °C e emissividade igual a 0,6 (temperatura e/ou a emissividade do objeto baixas), a medição por termografia é difícil porque a perturbação das fontes de radiação do meio adjacente é forte; já para o caso onde a temperatura do objeto é igual a 50 °C e a emissividade é de 0,8 (valores altos de temperatura e emissividade), os parâmetros do meio adjacente ao objeto não são tão relevantes, e a medição nessas condições não é crítica.

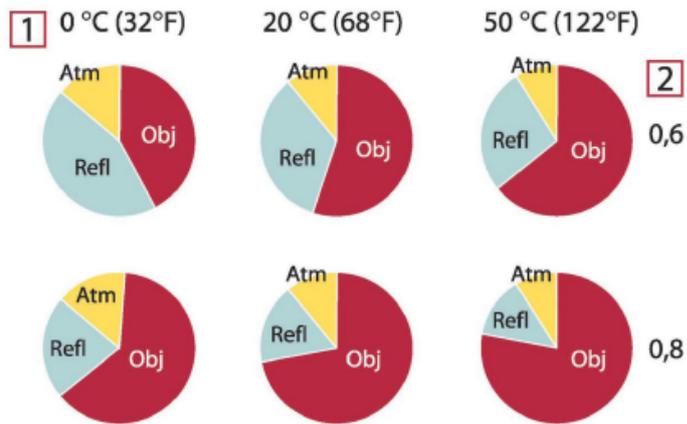


Figura A.17 – Magnitudes relativas das fontes de radiação em condições de medição variáveis (câmera de LW); 1: Temperatura do objeto; 2: Emissividade; Obj: Radiação do objeto; Refl: Radiação refletida; Atm: Radiação atmosférica [extraído do ThermaCam S45, Manual do Operador (2005)]

## B.1 Confeção das amostras e da bancada

As amostras foram confeccionadas a partir de um molde próprio para gesso. Assim, foi possível obter um material adequado à realização dos ensaios, com alternativas de variações na profundidade das placas e no posicionamento dos cilindros em locais previamente determinados.

Cuidado especial foi tomado na preparação do gesso para moldagem das placas, onde foi usada a proporção de 50% de água e 50% de pó de gesso na massa básica, com o objetivo de se ter o mesmo comportamento de transferência de calor em todas as amostras. As quantidades de pó de gesso e de água foram medidas em balança digital com precisão de 0,5 g.

Na confeção da amostra com inclusão, o posicionamento do bloco foi feito antes da colocação da massa no molde, permitindo uma correta localização e evitando uma intervenção na estrutura da placa depois que ela estivesse pronta.

Depois do tempo de cura da placa de gesso, aproximadamente 30 minutos, as partes móveis do molde foram removidas e a placa foi descolada. Após a retirada das placas do molde, elas foram deixadas por 2 horas em condição ambiente (30 °C e umidade relativa de 75%), e então foram colocadas em uma estufa por 24 horas a uma temperatura de 85 °C para secagem. O objetivo de secar o máximo possível as amostras foi o de controlar as propriedades termofísicas do gesso, já que a umidade poderia alterar essas propriedades. Também foi realizado um polimento nas superfícies de modo a manter a uniformidade das mesmas.

A bancada utilizada foi muito simples e composta apenas de uma mesa de madeira e de um suporte metálico. A mesa foi localizada bem próxima à estufa com o objetivo de proporcionar a menor interferência possível da convecção forçada na placa no momento em que ela era retirada da estufa e colocada no suporte posicionado em cima da mesa. Cuidado especial foi tomado para que o suporte tivesse altura suficiente (20 cm), e espessura mínima possível (1 mm), para assegurar uma influência desprezável da base na convecção natural em todas as faces da placa, conforme ilustra Figura B.1(a). Os experimentos apresentados proporcionaram a obtenção de algumas propriedades a custos baixos, mas eles não substituem os calorímetros ou as bancadas para determinação de condutividade térmica.

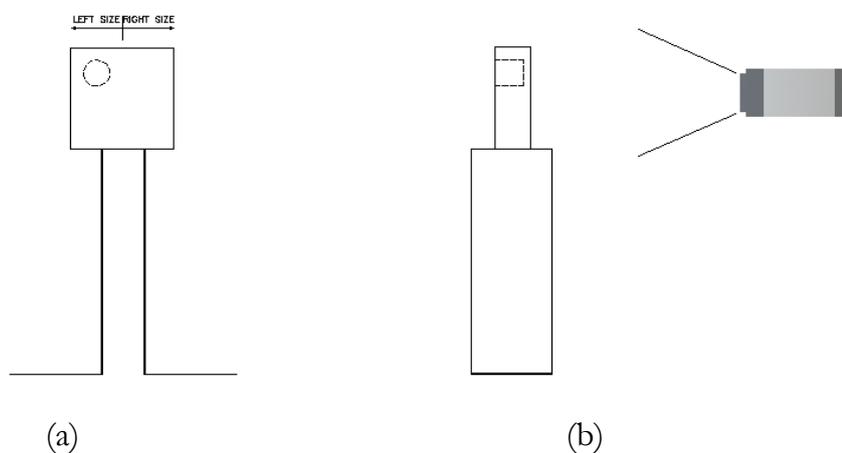


Figura B.1 – Disposição das amostras durante os experimentos (a) Posicionamento da amostra sobre o suporte metálico (b) posicionamento da câmera em relação à amostra.

## B.2 Procedimentos para as medições

Para a realização dos termogramas, as placas foram colocadas no suporte de metal, e a câmera de infravermelho foi posicionada a uma distância de 40 cm das superfícies a serem medidas.

Para a realização das medições termográficas alguns cuidados foram tomados como: (a) ajustar a câmera de infravermelho (seleção da faixa de temperatura em que serão feitas as medições, onde para o caso dos experimentos apresentados foi de 0 a 120 °C; programação da gravação periódica de imagens com intervalo de tempo de 1 minuto entre uma imagem e outra; e, posicionamento correto da câmera); (b) fechar as portas e janelas do laboratório para evitar a entrada de corrente de ar; (c) iniciar medições; e (d) finalizar medições após 30 minutos do início.

## B.3 Aquecimento em estufa

As placas foram colocadas na estufa à temperatura de 120 °C por 4 horas. Baseado em simulações, este período de 4 horas é suficiente para proporcionar a homogeneização da temperatura. Após esse período, as amostras foram retiradas, uma de cada vez, manualmente com o auxílio de uma luva de raspa de couro e colocadas no suporte metálico. A Figura B.1(a)-(b) ilustra como as amostras ficaram dispostas durante o período de realização das imagens térmicas após o aquecimento em estufa. Notar que a inclusão ficou escondida durante a realização dos termogramas.

Após o posicionamento, o resfriamento das placas foi registrado pela câmera de infravermelho, permitindo avaliar a distribuição de temperatura da superfície medida e analisar como a falha inserida influencia nessa distribuição.

### C.1 Problema analítico

O problema resolvido refere-se a condução de calor numa placa de gesso, que pode ter um bloco de aço incrustado para simular uma falha, conforme geometria ilustrada na Figura C.1. Embora o modelo e os programas sejam gerais, ou seja, para um cilindro de qualquer material incluso em um paralelepípedo do mesmo ou de outro material, serão usados, como exemplo os materiais e as dimensões das amostras experimentais.

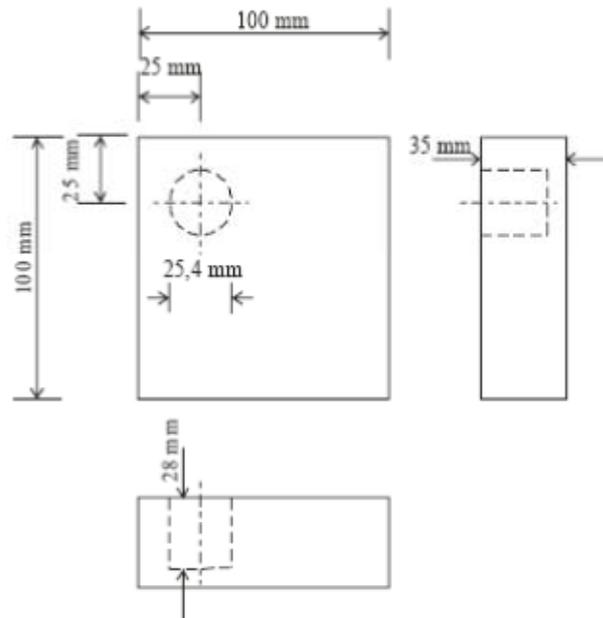


Figura C.1 – Geometria da placa de gesso com um cilindro de aço incrustado

A equação da condução de calor tridimensional transiente governa o problema e é representada pela Equação C.1.

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad [W] \quad (C.1)$$

onde:

- $\rho$  = Massa específica (kg/m<sup>3</sup>);
- $c$  = Calor específico (J/kg.K);
- $T$  =  $T(x,y,z,t)$  = Temperatura (K);
- $t$  = Tempo (s);
- $k$  = Condutividade térmica (W/m.K).

Considerando  $k$ ,  $\rho$  e  $c$  como sendo constantes, uniformes e isotrópicos, a Equação 4.1 é simplificada e se transforma na Equação 4.2.

$$\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (C.2)$$

Para a equação acima serão consideradas as condições a seguir:

*Condição Inicial*

$$T(x,y,z,0) = T_{ini}(x,y,z)$$

*Condições de Contorno*

$$\text{em } x=0 \text{ e } t>0: -\frac{\partial T}{\partial x} + h(y,z,t)T(0,y,z,t) = h(y,z,t)T_{\infty}(y,z,t)$$

$$\text{em } x=L_x \text{ e } t>0: \frac{\partial T}{\partial x} + hT(L_x,y,z,t) = h(y,z,t)T_{\infty}(y,z,t)$$

$$\text{em } y=0 \text{ e } t>0: -\frac{\partial T}{\partial y} + hT(x,0,z,t) = h(y,z,t)T_{\infty}(y,z,t)$$

$$\text{em } y=L_y \text{ e } t>0: \frac{\partial T}{\partial y} + hT(x,L_y,z,t) = h(y,z,t)T_{\infty}(y,z,t)$$

$$\text{em } z=0 \text{ e } t>0: -\frac{\partial T}{\partial z} + hT(x,y,0,t) = h(y,z,t)T_{\infty}(y,z,t)$$

$$\text{em } z=L_z \text{ e } t>0: \frac{\partial T}{\partial z} + hT(x,y,L_z,t) = h(y,z,t)T_{\infty}(y,z,t)$$

onde:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c} \quad = \text{Difusividade térmica (m}^2/\text{s);}$$

$$h \quad = \text{Coeficiente de transferência de calor (W/m}^2\cdot\text{K).}$$

$$T_{\infty} \quad = \text{Temperatura ambiente (K).}$$

Serão considerados os efeitos de transferência de calor por convecção e por radiação no cálculo do  $h$ .

Apesar de poderem variar no espaço e no tempo, serão escritos apenas  $T_{ini}$ ,  $h$  e  $T_{\infty}$  por motivo de brevidade. Nos experimentos  $T_{ini}$  e  $T_{\infty}$  foram considerados constantes.

Em resumo, foram feitas as seguintes considerações:

1. Transferência de calor tridimensional;
2. Regime transiente;
3. Modos de transferência de calor:
  - a. Condução (ao longo da placa);
  - b. Convecção (da placa para a vizinhança);
  - c. Radiação (da placa para a vizinhança);

4. Sem geração de energia interna;
5.  $k$ ,  $\rho$  e  $c$  são constantes e uniformes e isotrópicos.

## C.2 Problema numérico

Para a obtenção das equações aproximadas foi utilizado o Método dos Volumes Finitos (MVF), baseado em Maliska (2004). O MVF transforma uma equação diferencial parcial num sistema de equações lineares a serem resolvidas simultaneamente, e é baseado em um balanço de energia nos volumes elementares. A malha empregada no problema é regular e uniforme, em coordenadas cartesianas, conforme ilustram a Figura C.2 (situação bidimensional) e a Figura C.3 (situação tridimensional).

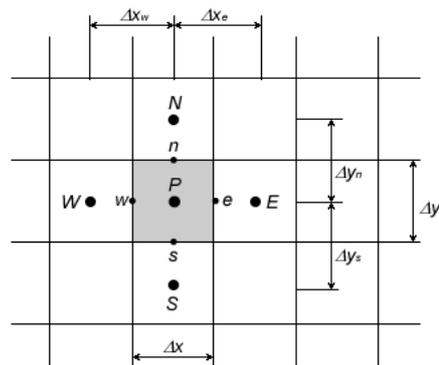


Figura C.2 – Volume elementar e seus vizinhos. Situação bidimensional [extraído de Maliska (2004)]

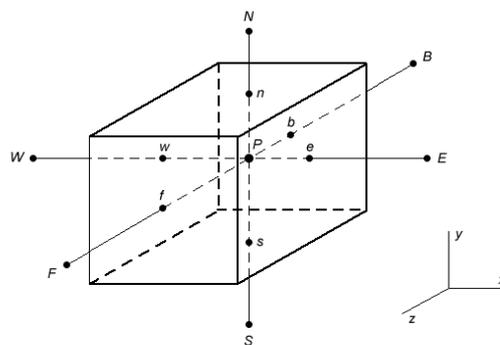


Figura C.3 – Volume elementar e seus vizinhos. Situação tridimensional [extraído de Maliska (2004)]

### Tipos de Volumes

Conforme a Figura C.3, os nós avaliados na transferência de calor na placa de gesso são representados por letras maiúsculas de acordo com a Tabela C.1.

Tipo de Nó	Descrição
P (point)	Volume elementar em análise
W (west)	Volume elementar à esquerda do volume em análise, sentido negativo do eixo x
E (east)	Volume elementar à direita do volume em análise, sentido positivo do eixo x
N (north)	Volume elementar ao norte do volume em análise, sentido positivo do eixo y
S (south)	Volume elementar ao sul do volume em análise, sentido negativo do eixo y
F (front)	Volume elementar à frente do volume em análise, sentido positivo do eixo z
B (behind)	Volume elementar atrás do volume em análise, sentido negativo do eixo z

Tabela C.1 –Descrição dos tipos de volumes da malha

As superfícies de fronteira com os demais volumes elementares são representadas por letras minúsculas conforme ilustra a Tabela C.2.

Tipo de Nó	Descrição
w (west)	Superfície limite com o volume à esquerda do volume em análise, sentido negativo do eixo x
e (east)	Superfície limite com o volume à direita do volume elementar, sentido positivo do eixo x
n (north)	Superfície limite com o volume ao norte do volume elementar, sentido positivo do eixo y
s (south)	Superfície limite com o volume ao sul do volume elementar, sentido negativo do eixo y
f (front)	Superfície limite com o volume à frente do volume elementar, sentido positivo do eixo z
b (behind)	Superfície limite com o volume atrás do volume elementar, sentido negativo do eixo z

Tabela C.2 –Descrição dos tipos de superfícies do volume elementar

### Balanco de Energia no Volume Elementar

Em relação ao volume elementar ilustrado na Figura C.2, tem-se que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Variação de} \\ \text{Energia por} \\ \text{Unidade de} \\ \text{Tempo} \end{array} \right\} \textcircled{1} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Energia que} \\ \text{Entra por} \\ \text{Unidade de} \\ \text{Tempo} \end{array} \right\} \textcircled{2} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Energia que} \\ \text{Sai por} \\ \text{Unidade de} \\ \text{Tempo} \end{array} \right\} \textcircled{3}$$

$$\left\{ \right\} \textcircled{1} = \frac{\partial E}{\partial t} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad [W] \quad (C.3)$$

onde foram feitas as seguintes considerações:

$$c = c_v = c_p \quad (\text{para sólidos e líquidos incompressíveis})$$

$$e = u = cT \quad (\text{considerando } c \text{ constante})$$

$$E = \rho eV = \rho cTV$$

e:

Expansão em Série de Taylor

$$q_{x+\Delta x} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \Delta x + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial^2 q_x}{\partial x^2} \Delta x^2 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 q_x}{\partial x^3} \Delta x^3 + \dots}_{\text{...}} \quad (\text{C.5})$$

Então: Como  $\Delta x$  será pequeno no limite de  $\Delta x \rightarrow 0$ , estes termos são desprezados.

$$q_{x+\Delta x} = q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \quad (\text{C.6})$$

$$q_x - q_{x+\Delta x} = -\frac{\partial q_x}{\partial x} dx \quad (\text{C.7})$$

$$q_x = q''_x dydz \quad [W] \quad (\text{C.8})$$

$$q''_x = \underbrace{q_x / dydz}_{\text{Área transversal}} \quad [W / m^2] \quad (\text{C.9})$$

e:

$$q_x - q_{x+\Delta x} = -\frac{\partial q''_x}{\partial x} dx dy dz \quad (\text{C.10})$$

Aplicando a primeira lei da termodinâmica, representada pela Equação C.11 juntamente com a expansão na série de Taylor temos a Equação C.12.

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \sum q \quad (\text{C.11})$$

$$\underbrace{\rho c \frac{\partial T}{\partial t} dx dy dz dt}_{(4)} = -\underbrace{\frac{\partial q''_x}{\partial x} dx dy dz dt}_{(5)} - \underbrace{\frac{\partial q''_y}{\partial y} dx dy dz dt}_{(6)} - \underbrace{\frac{\partial q''_z}{\partial z} dx dy dz dt}_{(7)} \quad (\text{C.12})$$

onde:

$$dx dy dz = dV$$

Para a obtenção das equações aproximadas, será realizada a integração da Equação C.12, no espaço e no tempo, e foram feitas as seguintes considerações em cada volume elementar:

1. Temperatura uniforme no interior de cada volume;
2.  $q_x$  não varia com  $y$  e  $z$  em cada superfície de cada volume;
3.  $q_y$  não varia com  $x$  e  $z$  em cada superfície de cada volume;
4.  $q_z$  não varia com  $x$  e  $y$  em cada superfície de cada volume;

Da Equação C.12 temos que:

$$\left\{ \right\} \textcircled{4} = \int_{t} \int_{\Delta V} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} dV dt = \int_{t} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \Delta V dt = (\rho c)_p (T_p^{t+\Delta t} - T_p^t) \Delta V \quad (\text{C.13})$$

onde:

$$\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$$

e:

$$\left\{ \right\} \textcircled{5} = \int_{t} \int_{\Delta V} -\frac{\partial q_x''}{\partial x} dx dy dz dt = -\int_{t} (q_{xe}'' - q_{xw}'') \Delta y \Delta z dt = -(q_{xe}'' - q_{xw}'') \Delta y \Delta z \Delta t \quad (\text{C.14})$$

$$\left\{ \right\} \textcircled{6} = \int_{t} \int_{\Delta V} -\frac{\partial q_y''}{\partial y} dx dy dz dt = -\int_{t} (q_{ys}'' - q_{yn}'') \Delta x \Delta z dt = -(q_{ys}'' - q_{yn}'') \Delta x \Delta z \Delta t \quad (\text{C.15})$$

onde os termos  $q_{xe}''$ ,  $q_{xw}''$ ,  $q_{ys}''$ ,  $q_{yn}''$ ,  $q_{zb}''$  e  $q_{zf}''$  representam valores característicos de fluxo de calor no intervalo de tempo  $\Delta t$ .

E finalmente a equação geral é representada pela Equação C.17.

$$T_p^{t+\Delta t} - T_p^t = q_{xw}'' \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta x} - q_{xe}'' \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta x} + q_{ys}'' \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta y} - q_{yn}'' \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta y} + q_{zb}'' \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta z} - q_{zf}'' \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta z} \quad (\text{C.17})$$

Para resolver o fato da Equação C.17 apresentar duas incógnitas, será aplicada a “Lei de Fourier”, onde se tem uma relação entre as variáveis  $q''$  e  $T$ , nos volumes centrais; e a “Lei de Fourier” com as condições de contorno do problema nos volumes de fronteira. As equações obtidas para os volumes centrais serão diferentes daquelas para os volumes de fronteira.

### Para Volumes Centrais:

Serão apresentados apenas os termos relativos às superfícies  $e$  e  $w$ , pois estas têm comportamentos diferentes em relação ao fluxo de calor na direção do eixo  $x$ . Para os eixos  $y$  e  $z$  o procedimento é mesmo.

#### *Superfície $e$ de um volume central*

$$q_{xe}'' = -k_p \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{e^-}^* = -k_E \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{e^+}^* \quad (\text{C.18})$$

Fazendo uma aproximação linear das derivadas da Equação C.18, tem-se a Equação C.19.

$$-k_P \frac{T_e^* - T_P^*}{(\Delta x/2)} = -k_E \frac{T_E^* - T_e^*}{(\Delta x/2)} \quad (\text{C.19})$$

E a partir de manipulação algébrica chega-se à Equação C.20.

$$T_e^* = \frac{k_E T_E^* + k_P T_P^*}{k_P + k_E} \quad (\text{C.20})$$

Substituindo a Equação C.20 na Equação C.18 e multiplicando por  $\frac{\Delta t}{(\rho c)_P \Delta x}$ , tem-se a Equação C.21.

$$-q_{xe}^{**} \frac{\Delta t}{(\rho c)_P \Delta x} = \underbrace{\frac{2\Delta t}{\rho_P c_P \Delta x^2} \frac{(k_P k_E)}{(k_P + k_E)}}_{A_E} [T_E^* - T_P^*] \quad (\text{C.21})$$

Onde  $A_E$  é o coeficiente para o volume E.

*Superfície w de um volume central*

$$q_{xw}^{**} = -k_P \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{w^+}^* = -k_W \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{w^-}^* \quad (\text{C.22})$$

$$-k_P \frac{T_P^* - T_w^*}{(\Delta x/2)} = -k_W \frac{T_w^* - T_W^*}{(\Delta x/2)} \quad (\text{C.23})$$

E a partir de manipulação algébrica chega-se à Equação C.24.

$$T_w^* = \frac{k_W T_W^* + k_P T_P^*}{k_P + k_W} \quad (\text{C.24})$$

Substituindo a Equação C.24 na Equação C.22 e multiplicando por  $\frac{\Delta t}{(\rho c)_P \Delta x}$ , tem-se a Equação C.25.

$$q_{xw}^{**} \frac{\Delta t}{(\rho c)_P \Delta x} = \underbrace{\frac{2\Delta t}{\rho_P c_P \Delta x^2} \frac{(k_P k_W)}{(k_P + k_W)}}_{A_W} [T_W^* - T_P^*] \quad (\text{C.25})$$

Onde  $A_W$  é o coeficiente para o volume W.

Fazendo o mesmo para as superfícies **n**, **s**, **f** e **b**, tem-se:

$$-q_{yn}^{**} \frac{\Delta t}{(\rho c)_P \Delta y} = \underbrace{\frac{2\Delta t}{\rho_P c_P \Delta y^2} \frac{(k_P k_N)}{(k_P + k_N)}}_{A_N} [T_N^* - T_P^*] \quad (\text{C.26})$$

Onde  $A_N$  é o coeficiente para o volume N.

$$q_{ys}^{**} \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta y} = \underbrace{\frac{2\Delta t}{\rho_p c_p \Delta y^2} \frac{(k_p k_s)}{(k_p + k_s)}}_{A_S} [T_S^* - T_P^*] \quad (C.27)$$

Onde  $A_S$  é o coeficiente para o volume S.

$$q_{zb}^{**} \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta z} = \underbrace{\frac{2 \cdot \Delta t}{\rho_p c_p \Delta z^2} \frac{(k_p k_B)}{(k_p + k_B)}}_{A_B} [T_B^* - T_P^*] \quad (C.28)$$

Onde  $A_B$  é o coeficiente para o nó B.

$$-q_{zf}^{**} \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta z} = \underbrace{\frac{2\Delta t}{\rho_p c_p \Delta z^2} \frac{(k_p k_F)}{(k_p + k_F)}}_{A_F} [T_F^* - T_P^*] \quad (C.29)$$

Onde  $A_F$  é o coeficiente para o volume F.

Então se chega à equação geral para os volumes elementares centrais, representada pela Equação C.30.

$$T_P^{t+\Delta t} - T_P^t = A_W [T_W^* - T_P^*] + A_E [T_E^* - T_P^*] + A_S [T_S^* - T_P^*] + \\ + A_N [T_N^* - T_P^*] + A_F [T_F^* - T_P^*] + A_B [T_B^* - T_P^*] \quad (C.30)$$

onde:

$$A_E = \frac{2\Delta t}{\rho_p c_p \Delta x^2} \frac{(k_p k_E)}{(k_p + k_E)}$$

$$A_W = \frac{2\Delta t}{\rho_p c_p \Delta x^2} \frac{(k_p k_W)}{(k_p + k_W)}$$

$$A_N = \frac{2 \cdot \Delta t}{\rho_p c_p \Delta y^2} \frac{(k_p k_N)}{(k_p + k_N)}$$

$$A_S = \frac{2\Delta t}{\rho_p c_p \Delta y^2} \frac{(k_p k_S)}{(k_p + k_S)}$$

$$A_B = \frac{2\Delta t}{\rho_p c_p \Delta z^2} \frac{(k_p k_B)}{(k_p + k_B)}$$

$$A_F = \frac{2\Delta t}{\rho_p c_p \Delta z^2} \frac{(k_p k_F)}{(k_p + k_F)}$$

Agrupando os termos na Equação C.30:

$$\begin{aligned} T_p^{t+\Delta t} - T_p^t = & -T_p^* (A_W + A_E + A_S + A_N + A_F + A_B) + \\ & + A_W T_W^* + A_E T_E^* + A_N T_N^* + A_S T_S^* + A_F T_F^* + A_B T_B^* \end{aligned} \quad (C.31)$$

ou :

$$T_p^{t+\Delta t} - T_p^t = -T_p^* A + A_W T_W^* + A_E T_E^* + A_N T_N^* + A_S T_S^* + A_F T_F^* + A_B T_B^* \quad (C.32)$$

onde:

$$A = (A_W + A_E + A_S + A_N + A_F + A_B)$$

É utilizada a formulação implícita para o cálculo do valor característico de temperatura no intervalo de tempo, e o símbolo \* é usado para representar esse valor. Em geral:

$$T^* = [\beta T^{t+\Delta t} + (1 - \beta) T^t] \quad (C.33)$$

Sendo  $\beta$  um peso que determina o ponto do intervalo de tempo onde serão calculados os valores característicos de temperaturas.

Substituindo-se os termos com o sobrescrito \*, na forma da Equação C.33, na Equação C.32, tem-se:

$$\begin{aligned} T_p^{t+\Delta t} - T_p^t = & -A [\beta T_p^{t+\Delta t} + (1 - \beta) T_p^t] + A_W [\beta T_W^{t+\Delta t} + (1 - \beta) T_W^t] + \\ & + A_E [\beta T_E^{t+\Delta t} + (1 - \beta) T_E^t] + A_N [\beta T_N^{t+\Delta t} + (1 - \beta) T_N^t] + \\ & + A_S [\beta T_S^{t+\Delta t} + (1 - \beta) T_S^t] + A_F [\beta T_F^{t+\Delta t} + (1 - \beta) T_F^t] + \\ & + A_B [\beta T_B^{t+\Delta t} + (1 - \beta) T_B^t] \end{aligned} \quad (C.34)$$

Isolando todos os termos em t da Equação C.34 no termo  $S_p$ , tem-se a Equação C.35.

$$\begin{aligned} A_p T_p^{t+\Delta t} = & \beta A_W T_W^{t+\Delta t} + \beta A_E T_E^{t+\Delta t} + \beta A_N T_N^{t+\Delta t} + \beta A_S T_S^{t+\Delta t} + \\ & + \beta A_F T_F^{t+\Delta t} + \beta A_B T_B^{t+\Delta t} + S_p \end{aligned} \quad (C.35)$$

onde:

$$A_p = 1 + \beta A$$

$$S_p = A_W(1-\beta)T'_W + A_E(1-\beta)T'_E + A_S(1-\beta)T'_S + A_N(1-\beta)T'_N + \\ + A_F(1-\beta)T'_F + A_B(1-\beta)T'_B + [1-(1-\beta)A]T'_P$$

O termo  $S_p$  é chamado de termo fonte e depende das temperaturas já conhecidas no tempo anterior ao tempo que está sendo analisado.

Sendo  $L_x$  a dimensão no eixo x,  $L_y$  a dimensão no eixo y e  $L_z$  a dimensão no eixo z, os números de volumes ao longo dos eixos x, y e z são dados pelas Equações C.36, C.37 e C.38.

$$n_x = \frac{L_x}{\Delta x} \quad (C.36)$$

$$n_y = \frac{L_y}{\Delta y} \quad (C.37)$$

$$n_z = \frac{L_z}{\Delta z} \quad (C.38)$$

Voltando à Equação C.35 e inserindo os índices da posição:

$$A_{P_{ijk}} T_{ijk}^{t+\Delta t} = \beta A_{W_{ijk}} T_{i-1,j,k}^{t+\Delta t} + \beta A_{E_{ijk}} T_{i+1,j,k}^{t+\Delta t} + \beta A_{N_{ijk}} T_{i,j+1,k}^{t+\Delta t} + \beta A_{S_{ijk}} T_{i,j-1,k}^{t+\Delta t} + \\ + \beta A_{F_{ijk}} T_{i,j,k+1}^{t+\Delta t} + \beta A_{B_{ijk}} T_{i,j,k-1}^{t+\Delta t} + S_{P_{ijk}} \quad (C.39)$$

*(Para  $1 < i < nx$ ,  $1 < j < ny$ ,  $1 < k < nz$ )*

onde:

$$A_{E_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta x^2} \frac{(k_{ijk} k_{i+1,j,k})}{(k_{ijk} + k_{i+1,j,k})}$$

$$A_{W_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta x^2} \frac{(k_{ijk} k_{i-1,j,k})}{(k_{ijk} + k_{i-1,j,k})}$$

$$A_{N_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta y^2} \frac{(k_{ijk} k_{i,j+1,k})}{(k_{ijk} + k_{i,j+1,k})}$$

$$A_{S_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta y^2} \frac{(k_{ijk} k_{i,j-1,k})}{(k_{ijk} + k_{i,j-1,k})}$$

$$A_{F_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta z^2} \frac{(k_{ijk} k_{i,j,k+1})}{(k_{ijk} + k_{i,j,k+1})}$$

$$A_{B_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta z^2} \frac{(k_{ijk} k_{i,j,k-1})}{(k_{ijk} + k_{i,j,k-1})}$$

$$A_{P_{ijk}} = 1 + \beta A_{ijk}$$

$$A_{ijk} = (A_{Wijk} + A_{Eijk} + A_{Sijk} + A_{Nijk} + A_{Fijk} + A_{Bijk})$$

$$S_{P_{ijk}} = A_{Wijk}(1-\beta)T'_{i-1,j,k} + A_{Eijk}(1-\beta)T'_{i+1,j,k} + A_{Sijk}(1-\beta)T'_{i,j-1,k} + A_{Nijk}(1-\beta)T'_{i,j+1,k} + A_{Fijk}(1-\beta)T'_{i,j,k+1} + A_{Bijk}(1-\beta)T'_{i,j,k-1} - [1-(1-\beta)A_{ijk}]T'_{ijk}$$

Para Volumes de Fronteira:

Foi realizada a integração para os volumes de fronteira, da mesma forma realizada para os volumes internos, respeitando as condições de contorno existentes. Também aqui serão apresentados em detalhes os volumes à direita e à esquerda da placa, sendo depois feita uma generalização para os demais volumes.

*Volumes à direita:*

Repetindo a Equação C.17:

$$T_P^{t+\Delta t} - T_P^t = q_{xw}^{**} \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta x} - q_{xe}^{**} \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta x} + q_{ys}^{**} \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta y} - q_{yn}^{**} \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta y} + q_{zb}^{**} \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta z} - q_{zf}^{**} \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta z} \quad (C.17)$$

Como a condição de contorno na face direita da placa é de convecção, iguala-se o fluxo por condução ao fluxo por convecção, como na Equação C.40.

$$q_{xe}^{**} = -k_p \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{e^-}^* = h(T_e^* - T_\infty) \quad (C.40)$$

Aproximando linearmente a derivada da Equação C.40, tem-se:

$$-k_p \frac{T_e^* - T_P^*}{(\Delta x/2)} = h(T_e^* - T_\infty) \quad (C.41)$$

E a partir de manipulação algébrica chega-se à Equação C.42.

$$T_e^* = \frac{\left( k_p T_P^* + h \frac{\Delta x}{2} T_\infty \right)}{\left( k_p + h \frac{\Delta x}{2} \right)} \quad (C.42)$$

Substituindo a Equação C.42 na Equação C.40 e multiplicando por  $\frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta x}$ , tem-se a Equação C.43.

$$-q_{xe}^{**} \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x} = \underbrace{\frac{h \Delta x k_p}{2 \left( k_p + h \frac{\Delta x}{2} \right)} \frac{2 \Delta t}{(\rho c)_p (\Delta x)^2}}_{\Lambda_E} [T_\infty - T_P^*] \quad (C.43)$$

Para os volumes de fronteira à direita da placa apenas o coeficiente  $A_E$  será diferente, pois os demais serão iguais aos coeficientes dos volumes centrais.

Então:

$$T_P^{t+\Delta t} - T_P^t = A_W [T_W^* - T_P^*] + A_E [T_\infty^* - T_P^*] + A_S [T_S^* - T_P^*] + \\ + A_N [T_N^* - T_P^*] + A_F [T_F^* - T_P^*] + A_B [T_B^* - T_P^*] \quad (C.44)$$

Da mesma forma que foi feita para os volumes centrais, substitui-se os termos de temperatura da Equação C.44 com sobrescrito \* pela Equação C.33:

$$T^* = [\beta T^{t+\Delta t} + (1-\beta)T^t] \quad (C.33)$$

e inserindo os termos da posição, tem-se a Equação C.45, que não possui o termo em  $T_c$ .

$$A_{P_{ijk}} T_{ijk}^{t+\Delta t} = \beta A_{W_{ijk}} T_{i-1,j,k}^{t+\Delta t} + \beta A_{N_{ijk}} T_{i,j+1,k}^{t+\Delta t} + \beta A_{S_{ijk}} T_{i,j-1,k}^{t+\Delta t} + \\ + \beta A_{F_{ijk}} T_{i,j,k+1}^{t+\Delta t} + \beta A_{B_{ijk}} T_{i,j,k-1}^{t+\Delta t} + S_{P_{ijk}} \quad (C.45)$$

Para  $i=nx, 1 < j < ny, 1 < k < nz$

onde:

$$A_{W_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta x^2} \frac{(k_{ijk} k_{i-1,j,k})}{(k_{ijk} + k_{i-1,j,k})}$$

$$A_{N_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta y^2} \frac{(k_{ijk} k_{i,j+1,k})}{(k_{ijk} + k_{i,j+1,k})}$$

$$A_{S_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta y^2} \frac{(k_{ijk} k_{i,j-1,k})}{(k_{ijk} + k_{i,j-1,k})}$$

$$A_{F_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta z^2} \frac{(k_{ijk} k_{i,j,k+1})}{(k_{ijk} + k_{i,j,k+1})}$$

$$A_{B_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta z^2} \frac{(k_{ijk} k_{i,j,k-1})}{(k_{ijk} + k_{i,j,k-1})}$$

$$A_{E_{ijk}} = \frac{h\Delta x k_{ijk}}{2 \left( k_{ijk} + h \frac{\Delta x}{2} \right)} \frac{2\Delta t}{(\rho c)_{ijk} (\Delta x)^2}$$

$$A_{P_{ijk}} = 1 + \beta [A_{W_{ijk}} + A_{E_{ijk}} + A_{N_{ijk}} + A_{S_{ijk}} + A_{F_{ijk}} + A_{B_{ijk}}] = 1 + \beta A_{ijk}$$

$$S_{P_{ijk}} = A_{W_{ijk}} (1-\beta) T_{i-1,j,k}^t + A_{E_{ijk}} [(1-\beta) T_{\infty E_{ijk}}^t + \beta T_{\infty E_{ijk}}^{t+\Delta t}] + A_{S_{ijk}} (1-\beta) T_{i,j-1,k}^t + \\ + A_{N_{ijk}} (1-\beta) T_{i,j+1,k}^t + A_{F_{ijk}} (1-\beta) T_{i,j,k+1}^t + A_{B_{ijk}} (1-\beta) T_{i,j,k-1}^t + [1 - (1-\beta) A_{ijk}] T_{ijk}^t$$

Volumes à esquerda:

Voltando à Equação C.17:

$$T_P^{t+\Delta t} - T_P^t = q_{xw}^{**} \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta x} - q_{xe}^{**} \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta x} + q_{ys}^{**} \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta y} - q_{yn}^{**} \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta y} + q_{zb}^{**} \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta z} - q_{zf}^{**} \frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta z} \quad (C.17)$$

Na face esquerda da placa, a condição de contorno também é de convecção, então se iguala o fluxo por condução ao fluxo por convecção, como na Equação C.46.

$$q_{xw}^{**} = -k_p \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{w^+}^* = h(T_\infty - T_w^*) \quad (C.46)$$

Aproximando linearmente a derivada da Equação C.46, tem-se:

$$-k_p \frac{T_P^* - T_w^*}{(\Delta x/2)} = h(T_\infty - T_w^*) \quad (C.47)$$

E a partir de manipulação algébrica, encontra-se a Equação C.48.

$$T_w^* = \frac{\left( k_p T_P^* + h \frac{\Delta x}{2} T_\infty \right)}{\left( k_p + h \frac{\Delta x}{2} \right)} \quad (C.48)$$

Substituindo a Equação C.48 na Equação C.47 e multiplicando por  $\frac{\Delta t}{(\rho c)_p \Delta x}$ , tem-se a Equação C.49.

$$q_{xw}^{**} \frac{\Delta t}{\rho c \Delta x} = \underbrace{\frac{h \Delta x k_p}{2 \left( k_p + h \frac{\Delta x}{2} \right)}}_{A_w} \frac{2 \Delta t}{(\rho c)_p (\Delta x)^2} [T_\infty - T_P^*] \quad (C.49)$$

Para os volumes de fronteira à esquerda da placa apenas o coeficiente  $A_w$  será diferente, pois os demais serão iguais aos coeficientes dos volumes centrais.

Então:

$$T_P^{t+\Delta t} - T_P^t = A_w [T_\infty - T_P^*] + A_E [T_E^* - T_P^*] + A_S [T_S^* - T_P^*] + A_N [T_N^* - T_P^*] + A_F [T_F^* - T_P^*] + A_B [T_B^* - T_P^*] \quad (C.50)$$

Da mesma forma que foi feita para os volumes centrais, substituem-se os termos de temperatura da Equação C.50 com sobrescrito \* pela Equação C.33:

$$T^* = [\beta T^{t+\Delta t} + (1 - \beta) T^t] \quad (C.33)$$

$$\begin{aligned}
A_{P_{ijk}} T_{ijk}^{t+\Delta t} = & \beta A_{E_{ijk}} T_{i+1,j,k}^{t+\Delta t} + \beta A_{N_{ijk}} T_{i,j+1,k}^{t+\Delta t} + \beta A_{S_{ijk}} T_{i,j-1,k}^{t+\Delta t} + \\
& + \beta A_{F_{ijk}} T_{i,j,k+1}^{t+\Delta t} + \beta A_{B_{ijk}} T_{i,j,k-1}^{t+\Delta t} + S_{P_{ijk}}
\end{aligned} \tag{C.51}$$

Para  $i=1, 1 < j < n_y, 1 < k < n_z$

onde:

$$A_{E_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta x^2} \frac{(k_{ijk} k_{i+1,j,k})}{(k_{ijk} + k_{i+1,j,k})}$$

$$A_{N_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta y^2} \frac{(k_{ijk} k_{i,j+1,k})}{(k_{ijk} + k_{i,j+1,k})}$$

$$A_{S_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta y^2} \frac{(k_{ijk} k_{i,j-1,k})}{(k_{ijk} + k_{i,j-1,k})}$$

$$A_{F_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta z^2} \frac{(k_{ijk} k_{i,j,k+1})}{(k_{ijk} + k_{i,j,k+1})}$$

$$A_{B_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta z^2} \frac{(k_{ijk} k_{i,j,k-1})}{(k_{ijk} + k_{i,j,k-1})}$$

$$A_{W_{ijk}} = \frac{h\Delta x k_{ijk}}{2 \left( k_{ijk} + h \frac{\Delta x}{2} \right)} \frac{2\Delta t}{(\rho c)_{ijk} (\Delta x)^2}$$

$$A_{P_{ijk}} = 1 + \beta [A_{W_{ijk}} + A_{E_{ijk}} + A_{N_{ijk}} + A_{S_{ijk}} + A_{F_{ijk}} + A_{B_{ijk}}] = 1 + \beta A_{ijk}$$

$$\begin{aligned}
S_{P_{ijk}} = & A_{E_{ijk}} (1 - \beta) T_{i+1,j,k}^t + A_{W_{ijk}} [(1 - \beta) T_{\infty W_{ijk}}^t + \beta T_{\infty W_{ijk}}^{t+\Delta t}] + A_{S_{ijk}} (1 - \beta) T_{i,j-1,k}^t + \\
& + A_{N_{ijk}} (1 - \beta) T_{i,j+1,k}^t + A_{F_{ijk}} (1 - \beta) T_{i,j,k+1}^t + A_{B_{ijk}} (1 - \beta) T_{i,j,k-1}^t + [1 - (1 - \beta) A_{ijk}] T_{ijk}^t
\end{aligned}$$

### Generalizando

A Equação C.52 é a equação geral aproximada para todos os volumes elementares, sejam eles centrais ou de fronteira, e será usada pelos programas para a solução do problema de condução de calor tridimensional e transiente.

$$\begin{aligned}
A_{P_{ijk}} T_{ijk}^{t+\Delta t} = & \beta a_{W_{ijk}} T_{i-1,j,k}^{t+\Delta t} + \beta a_{E_{ijk}} T_{i+1,j,k}^{t+\Delta t} + \beta a_{N_{ijk}} T_{i,j+1,k}^{t+\Delta t} + \beta a_{S_{ijk}} T_{i,j-1,k}^{t+\Delta t} + \\
& + \beta a_{F_{ijk}} T_{i,j,k+1}^{t+\Delta t} + \beta a_{B_{ijk}} T_{i,j,k-1}^{t+\Delta t} + S_{P_{ijk}}
\end{aligned} \tag{C.52}$$

onde:

$$A_{E_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta x^2} \frac{(k_{ijk} k_{i+1,j,k})}{(k_{ijk} + k_{i+1,j,k})} \quad i < nx$$

$$A_{E_{ijk}} = \frac{h_{Eijk} \Delta x k_{ijk}}{2 \left( k_{ijk} + h_{Eijk} \frac{\Delta x}{2} \right)} \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} (\Delta x)^2} \quad i = nx$$

$$a_{E_{ijk}} = A_{Eijk} \quad i < nx$$

$$a_{E_{ijk}} = 0 \quad i = nx$$

$$A_{W_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta x^2} \frac{(k_{ijk} k_{i-1,j,k})}{(k_{ijk} + k_{i-1,j,k})} \quad i > 1$$

$$A_{W_{ijk}} = \frac{h_{Wijk} \Delta x k_{ijk}}{2 \left( k_{ijk} + h_{Wijk} \frac{\Delta x}{2} \right)} \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} (\Delta x)^2} \quad i = 1$$

$$a_{W_{ijk}} = A_{Wijk} \quad i > 1$$

$$a_{W_{ijk}} = 0 \quad i = 1$$

$$A_{N_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta y^2} \frac{(k_{ijk} k_{i,j+1,k})}{(k_{ijk} + k_{i,j+1,k})} \quad j < ny$$

$$A_{N_{ijk}} = \frac{h_{iNk} \Delta y k_{ijk}}{2 \left( k_{ijk} + h_{iNk} \frac{\Delta y}{2} \right)} \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} (\Delta y)^2} \quad j = ny$$

$$a_{N_{ijk}} = A_{Nijk} \quad j < ny$$

$$a_{N_{ijk}} = 0 \quad j = ny$$

$$A_{S_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta y^2} \frac{(k_{ijk} k_{i,j-1,k})}{(k_{ijk} + k_{i,j-1,k})} \quad j > 1$$

$$A_{S_{ijk}} = \frac{h_{iSk} \Delta y k_{ijk}}{2 \left( k_{ijk} + h_{iSk} \frac{\Delta y}{2} \right)} \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} (\Delta y)^2} \quad j = 1$$

$$a_{S_{ijk}} = A_{Sijk} \quad j > 1$$

$$a_{S_{ijk}} = 0 \quad j = 1$$

$$A_{B_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta z^2} \frac{(k_{ijk} k_{i,j,k-1})}{(k_{ijk} + k_{i,j,k-1})} \quad k < nz$$

$$A_{B_{ijk}} = \frac{h_{ijB} \Delta z k_{ijk}}{2 \left( k_{ijk} + h_{ijB} \frac{\Delta z}{2} \right)} \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} (\Delta z)^2} \quad k = nz$$

$$a_{B_{ijk}} = A_{B_{ijk}} \quad k < nz$$

$$a_{B_{ijk}} = 0 \quad k = nz$$

$$A_{F_{ijk}} = \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} \Delta z^2} \frac{(k_{ijk} k_{i,j,k+1})}{(k_{ijk} + k_{i,j,k+1})} \quad k > 1$$

$$A_{F_{ijk}} = -\frac{h_{ijF} \Delta z k_{ijk}}{2 \left( k_{ijk} + h_{ijF} \frac{\Delta z}{2} \right)} \frac{2\Delta t}{\rho_{ijk} c_{ijk} (\Delta z)^2} \quad k = 1$$

$$a_{F_{ijk}} = A_{F_{ijk}} \quad k > 1$$

$$a_{F_{ijk}} = 0 \quad k = 1$$

$$A_{P_{ijk}} = 1 + \beta [A_{W_{ijk}} + A_{E_{ijk}} + A_{N_{ijk}} + A_{S_{ijk}} + A_{F_{ijk}} + A_{B_{ijk}}] = 1 + \beta A_{ijk}$$

$$S_{P_{ijk}} = R_{ijk} + A_{W_{ijk}} (1 - \beta) T'_{i-1,j,k} + A_{E_{ijk}} (1 - \beta) T'_{i+1,j,k} + A_{S_{ijk}} (1 - \beta) T'_{i,j-1,k} +$$

$$+ A_{N_{ijk}} (1 - \beta) T'_{i,j+1,k} + A_{F_{ijk}} (1 - \beta) T'_{i,j,k+1} + A_{B_{ijk}} (1 - \beta) T'_{i,j,k-1} + [1 - (1 - \beta) A_{ijk}] T'_{ijk}$$

Onde o termo  $R_{ijk}$  leva em conta as condições de contorno e é expresso por:

$$R_{ijk} = r_{E_{ijk}} a_{E_{ijk}} [(1 - \beta) T'_{\infty E_{jk}} + \beta T'^{t+\Delta t}_{\infty E_{jk}}] + r_{W_{ijk}} a_{W_{ijk}} [(1 - \beta) T'_{\infty W_{jk}} + \beta T'^{t+\Delta t}_{\infty W_{jk}}] +$$

$$+ r_{N_{ijk}} a_{N_{ijk}} [(1 - \beta) T'_{\infty iNk} + \beta T'^{t+\Delta t}_{\infty iNk}] + r_{S_{ijk}} a_{S_{ijk}} [(1 - \beta) T'_{\infty iSk} + \beta T'^{t+\Delta t}_{\infty iSk}] +$$

$$+ r_{F_{ijk}} a_{F_{ijk}} [(1 - \beta) T'_{\infty ijF} + \beta T'^{t+\Delta t}_{\infty ijF}] + r_{B_{ijk}} a_{B_{ijk}} [(1 - \beta) T'_{\infty ijB} + \beta T'^{t+\Delta t}_{\infty ijB}] +$$

$$r_{E_{ijk}} = \begin{cases} 1 & i = nx \\ 0 & i < nx \end{cases} \quad r_{W_{ijk}} = \begin{cases} 1 & i = 1 \\ 0 & i > 1 \end{cases} \quad r_{N_{ijk}} = \begin{cases} 1 & j = ny \\ 0 & j < ny \end{cases}$$

$$r_{S_{ijk}} = \begin{cases} 1 & j = 1 \\ 0 & j > 1 \end{cases} \quad r_{B_{ijk}} = \begin{cases} 1 & k = nz \\ 0 & k < nz \end{cases} \quad r_{F_{ijk}} = \begin{cases} 1 & k = 1 \\ 0 & k > 1 \end{cases}$$

ANEXO D – Resultados das estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com erro sistemático  $e_s C(T)$ , no índice  $T_{med}$  calculado a partir de todas as máscaras implementadas (M1, M2, M3, M4, M5, M6).

Tabela D.1 – Resultados das estimativas isoladas de parâmetros a partir do erro  $e_s C(T)$  no índice  $T_{med}$  calculado em todas as máscaras.

Parâmetro	Unidade	Máscara_índice	Valor Estimado	erro%	mse adicionado	residual
k	W/m.K	M1_Tmed	0,084764	-22,942	0,459	0,212
k		M2_Tmed	0,083835	-23,786	0,462	0,214
k		M3_Tmed	0,084764	-22,942	0,459	0,212
k		M4_Tmed	0,083378	-24,202	0,456	0,209
k		M5_Tmed	0,084768	-22,938	0,459	0,212
k		M6_Tmed	0,090765	-17,486	0,657	0,346
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	M1_Tmed	735,160	-3,170	0,459	0,378
$\rho$		M2_Tmed	730,410	-3,796	0,462	0,366
$\rho$		M3_Tmed	735,160	-3,170	0,459	0,378
$\rho$		M4_Tmed	730,490	-3,785	0,456	0,363
$\rho$		M5_Tmed	735,170	-3,169	0,459	0,378
$\rho$		M6_Tmed	727,500	-4,179	0,657	0,456
$c_p$	J/kg.K	M1_Tmed	1238,600	-3,173	0,459	0,378
$c_p$		M2_Tmed	1230,600	-3,798	0,462	0,366
$c_p$		M3_Tmed	1238,600	-3,173	0,459	0,378
$c_p$		M4_Tmed	1230,600	-3,798	0,456	0,363
$c_p$		M5_Tmed	1238,600	-3,173	0,459	0,378
$c_p$		M6_Tmed	1225,700	-4,182	0,657	0,456

Tabela D.2 – Resultados das estimativas simultâneas de parâmetros a partir do erro  $e_sC(T)$  no índice  $T_{med}$  calculado em todas as máscaras.

Parâmetros		Máscara_Índice	Valores Estimados		erro%		mse adicionado	residual
k	$c_p$	M1_Tmed	0,086911	1246,600	-20,990	-2,548	0,459	0,167
k	$c_p$	M2_Tmed	0,086537	1240,600	-21,330	-3,017	0,462	0,162
k	$c_p$	M3_Tmed	0,086911	1246,600	-20,990	-2,548	0,459	0,167
k	$c_p$	M4_Tmed	0,086083	1241,500	-21,743	-2,946	0,456	0,162
k	$c_p$	M5_Tmed	0,086919	1246,600	-20,983	-2,548	0,459	0,167
k	$c_p$	M6_Tmed	0,092995	1226,600	-15,459	-4,111	0,657	0,180
$\rho$	k	M1_Tmed	739,920	0,086906	-2,543	-20,995	0,459	0,167
$\rho$	k	M2_Tmed	736,360	0,086532	-3,012	-21,335	0,462	0,162
$\rho$	k	M3_Tmed	739,920	0,086906	-2,543	-20,995	0,459	0,167
$\rho$	k	M4_Tmed	736,880	0,086078	-2,944	-21,747	0,456	0,162
$\rho$	k	M5_Tmed	739,930	0,086914	-2,542	-20,987	0,459	0,167
$\rho$	k	M6_Tmed	728,050	0,092989	-4,107	-15,465	0,657	0,180

ANEXO E – Resultados das estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com erro sistemático  $e_s C(T)$ , em todos os índices ( $T_{med}$ ,  $T_{med}^2$  e  $T_{max}$ ) calculados a partir das máscaras M1 e M3.

Tabela E.1 – Resultados das estimativas isoladas de parâmetros a partir do erro  $e_s C(T)$  nos índices  $T_{med}$ ,  $T_{med}^2$  e  $T_{max}$ ; calculado nas máscaras M1 e M3.

Parâmetro	Unidade	Máscara_Índice	Valor Estimado	erro%	mse adicionado	residual
k	W/m.K	M1_ $T_{med}$	0,084764	-22,942	0,459	0,212
k		M1_ $T_{med}^2$	0,085118	-22,620	0,465	0,219
k		M1_ $T_{max}$	0,090573	-17,661	0,657	0,354
k		M3_ $T_{med}$	0,084764	-22,942	0,459	0,212
k		M3_ $T_{med}^2$	0,085118	-22,620	0,465	0,219
k		M3_ $T_{max}$	0,090481	-17,745	0,657	0,349
$\rho$		kg/m <sup>3</sup>	M1_ $T_{med}$	735,160	-3,170	0,459
$\rho$	M1_ $T_{med}^2$		735,080	-3,181	0,465	0,381
$\rho$	M1_ $T_{max}$		727,360	-4,198	0,657	0,457
$\rho$	M3_ $T_{med}$		735,160	-3,170	0,459	0,378
$\rho$	M3_ $T_{med}^2$		735,080	-3,181	0,465	0,381
$\rho$	M3_ $T_{max}$		727,500	-4,179	0,657	0,457
$c_p$	J/kg.K		M1_ $T_{med}$	1238,600	-3,173	0,459
$c_p$		M1_ $T_{med}^2$	1238,500	-3,181	0,465	0,381
$c_p$		M1_ $T_{max}$	1225,500	-4,197	0,657	0,457
$c_p$		M3_ $T_{med}$	1238,600	-3,173	0,459	0,378
$c_p$		M3_ $T_{med}^2$	1238,500	-3,181	0,465	0,381
$c_p$		M3_ $T_{max}$	1225,700	-4,182	0,657	0,457

Tabela E.2 – Resultados das estimativas simultâneas de parâmetros a partir do erro  $e_sC(T)$  nos índices  $T_{med}$ ,  $T_{med}^2$  e  $T_{max}$ ; calculado nas máscaras M1 e M3.

Parâmetros		Máscara_Índice	Valores Estimados		erro%		mse adicionado	residual
k	$c_p$	M1_Tmed	0,086911	1246,600	-20,990	-2,548	0,459	0,167
k	$c_p$	M1_Tmed <sup>2</sup>	0,087148	1244,700	-20,775	-2,696	0,465	0,167
k	$c_p$	M1_Tmax	0,092520	1225,800	-15,891	-4,174	0,657	0,183
k	$c_p$	M3_Tmed	0,086911	1246,600	-20,990	-2,548	0,459	0,167
k	$c_p$	M3_Tmed <sup>2</sup>	0,087148	1244,700	-20,775	-2,696	0,465	0,167
k	$c_p$	M3_Tmax	0,092597	1226,200	-15,821	-4,142	0,657	0,183
$\rho$	k	M1_Tmed	739,920	0,086906	-2,543	-20,995	0,459	0,167
$\rho$	k	M1_Tmed <sup>2</sup>	738,770	0,087143	-2,695	-20,779	0,465	0,167
$\rho$	k	M1_Tmax	727,580	0,092516	-4,169	-15,895	0,657	0,183
$\rho$	k	M3_Tmed	739,920	0,086906	-2,543	-20,995	0,459	0,167
$\rho$	k	M3_Tmed <sup>2</sup>	738,770	0,087143	-2,695	-20,779	0,465	0,167
$\rho$	k	M3_Tmax	727,790	0,092592	-4,141	-15,825	0,657	0,183

ANEXO F – Resultados das estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com os erros sistemáticos  $e_s C(T)$ ,  $e_s(T)$   $e_s(r)$   $e_s(r,T)$  no índice  $T_{med}$  calculado a partir das máscaras M1 e M3.

Tabela F.1 – Resultados das estimativas isoladas de parâmetros a partir dos erros  $e_s C(T)$ ,  $e_s(T)$   $e_s(r)$   $e_s(r,T)$  no índice  $T_{med}$  calculado a partir das máscaras M1 e M3.

Parâmetro	Unidade	Máscara_Índice	Tipo de erro	Valor Estimado	erro%	mse adicionado	residual
k	W/m.K	M1_Tmed	$e_s(r)$	0,099327	-9,703	2,122	2,097
k		M1_Tmed	$e_s(r,T)$	0,085818	-21,984	0,915	0,634
k		M1_Tmed	$e_s(I)$	0,082015	-25,441	0,647	0,294
k		M1_Tmed	$e_s C(T)$	0,084764	-22,942	0,459	0,212
k		M3_Tmed	$e_s(r)$	0,099326	-9,704	2,122	2,097
k		M3_Tmed	$e_s(r,T)$	0,085818	-21,984	0,915	0,634
k		M3_Tmed	$e_s(I)$	0,082015	-25,441	0,647	0,294
k		M3_Tmed	$e_s C(T)$	0,084764	-22,942	0,459	0,212
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	M1_Tmed	$e_s(r)$	644,810	-15,071	2,122	0,061
$\rho$		M1_Tmed	$e_s(r,T)$	810,740	6,785	0,915	0,571
$\rho$		M1_Tmed	$e_s(I)$	770,760	1,519	0,647	0,629
$\rho$		M1_Tmed	$e_s C(T)$	735,160	-3,170	0,459	0,378
$\rho$		M3_Tmed	$e_s(r)$	644,810	-15,071	2,122	0,061
$\rho$		M3_Tmed	$e_s(r,T)$	810,740	6,785	0,915	0,571
$\rho$		M3_Tmed	$e_s(I)$	770,760	1,519	0,647	0,629
$\rho$		M3_Tmed	$e_s C(T)$	735,160	-3,170	0,459	0,378
$c_p$	J/kg.K	M1_Tmed	$e_s(r)$	1086,400	-15,071	2,122	0,061
$c_p$		M1_Tmed	$e_s(r,T)$	1366,000	6,786	0,915	0,517
$c_p$		M1_Tmed	$e_s(I)$	1298,600	1,517	0,647	0,629
$c_p$		M1_Tmed	$e_s C(T)$	1238,600	-3,173	0,459	0,378
$c_p$		M3_Tmed	$e_s(r)$	1086,400	-15,071	2,122	0,061
$c_p$		M3_Tmed	$e_s(r,T)$	1366,000	6,786	0,915	0,517
$c_p$		M3_Tmed	$e_s(I)$	1298,600	1,517	0,647	0,629
$c_p$		M3_Tmed	$e_s C(T)$	1238,600	-3,173	0,459	0,378

Tabela F.2 – Resultados das estimativas simultâneas de parâmetros a partir dos erros  $e_s C(T)$ ,  $e_s(T)$   $e_s(r)$   $e_s(r,T)$  no índice  $T_{med}$  calculado a partir das máscaras M1 e M3.

Parâmetros		Máscara_Índice	Tipo de erro	Valores Estimados		erro%		mse adicionado	residual
k	$c_p$	M1_Tmed	$e_s(r)$	0,111190	1086,500	1,082	-15,063	2,122	0,060
k	$c_p$	M1_Tmed	$e_s(r,T)$	0,079605	1389,000	-27,632	8,584	0,915	0,188
k	$c_p$	M1_Tmed	$e_s(T)$	0,079647	1316,300	-27,594	2,901	0,647	0,241
k	$c_p$	M1_Tmed	$e_s C(T)$	0,086911	1246,600	-20,990	-2,548	0,459	0,167
k	$c_p$	M3_Tmed	$e_s(r)$	0,111190	1086,500	1,082	-15,063	2,122	0,060
k	$c_p$	M3_Tmed	$e_s(r,T)$	0,079605	1389,300	-27,632	8,608	0,915	0,188
k	$c_p$	M3_Tmed	$e_s(T)$	0,079647	1316,300	-27,594	2,901	0,647	0,241
k	$c_p$	M3_Tmed	$e_s C(T)$	0,086911	1246,600	-20,990	-2,548	0,459	0,167
$\rho$	k	M1_Tmed	$e_s(r)$	644,840	0,111180	-15,067	1,073	2,122	0,060
$\rho$	k	M1_Tmed	$e_s(r,T)$	824,590	0,079605	8,609	-27,632	0,915	0,188
$\rho$	k	M1_Tmed	$e_s(T)$	781,240	0,079645	2,899	-27,595	0,647	0,241
$\rho$	k	M1_Tmed	$e_s C(T)$	739,920	0,086906	-2,543	-20,995	0,459	0,167
$\rho$	k	M3_Tmed	$e_s(r)$	644,840	0,111170	-15,067	1,064	2,122	0,060
$\rho$	k	M3_Tmed	$e_s(r,T)$	824,585	0,079605	8,608	-27,632	0,915	0,188
$\rho$	k	M3_Tmed	$e_s(T)$	781,240	0,079645	2,899	-27,595	0,647	0,241
$\rho$	k	M3_Tmed	$e_s C(T)$	739,920	0,086906	-2,543	-20,995	0,459	0,167

ANEXO G – Resultados das estimativas de parâmetros a partir das curvas experimentais com erro aleatório, nos índices  $T_{med}$  e  $T_{max}$ , nas máscaras M1, M3 e M6.

Tabela G.1 – Resultados das estimativas de parâmetros a partir do erro aleatório.

Parâmetro	Unidade	Máscara_índice	Valor Estimado	erro%	mse adicionado	residual
k	W/m.K	M1_Tmed	0,1092	-0,71	0,0054	0,0052
k		M3_Tmed	0,1086	-1,28	0,0174	0,167
k		M6_Tmed	0,1138	3,47	0,8187	0,8072
k		M1_Tmax	0,1300	18,21	27,1498	26,6372
k		M3_Tmax	0,1277	16,07	23,9924	23,4704
k		M6_Tmax	0,1170	6,39	8,8048	8,7383
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	M1_Tmed	759,1335	-0,01	0,0054	0,0053
$\rho$		M3_Tmed	759,8813	0,09	0,0174	0,0173
$\rho$		M6_Tmed	765,4750	0,82	0,8187	0,8112
$\rho$		M1_Tmax	1247,6810	64,34	27,1498	3,9370
$\rho$		M3_Tmax	1188,2624	56,51	23,9924	3,6766
$\rho$		M6_Tmax	962,0642	26,72	8,8048	2,7551
$c_p$	J/kg.K	M1_Tmed	1279,0137	-0,01	0,0054	0,0054
$c_p$		M3_Tmed	1280,0450	0,07	0,0174	0,0174
$c_p$		M6_Tmed	1289,7230	0,82	0,8187	0,8112
$c_p$		M1_Tmax	2102,1707	64,34	27,1498	3,9370
$c_p$		M3_Tmax	2002,0615	56,51	23,9924	3,6766
$c_p$		M6_Tmax	1620,9953	26,72	8,8048	2,7551