



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Ciências Exatas e da Natureza  
Departamento de Física

Pós-graduação em Física

**Dinâmica de vórtices em filmes  
nanoestruturados de MoGe: um  
estudo via medidas de  
magnetorresistência**

Lucas Fantini de Lima

Dissertação de Mestrado

Recife  
16/08/2013



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA – CCEN  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

## DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

DINÂMICA DE VÓRTICES EM FILMES NANOESTRUTURADOS DE  
MoGe: UM ESTUDO VIA MEDIDAS DE MAGNETORRESISTÊNCIA

por

**Lucas Fantini de Lima**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

**Banca Examinadora:**

Prof. Clécio Clemente de Souza Silva (Orientador, DF-UFPE)

Prof. Leonardo Ribeiro Eulálio Cabral (DF-UFPE)

Prof. Renato de Figueiredo Jardim (IF-USP)

Recife - PE, Brasil  
Agosto - 2013

Catálogo na fonte  
Bibliotecária Joana D'Arc L. Salvador, CRB 4-572

Lima, Lucas Fantini de.

Dinâmica de vórtice em filmes nanoestruturados de MoGe: um estudo via medidas de magnetorresistência / Lucas Fantini de Lima. – Recife: O Autor, 2013.  
xvii, 90 f.: fig., tab.

Orientador: Clécio Clemente de Souza e Silva.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco. CCEN. Física, 2013.  
Inclui bibliografia.

1. Supercondutividade. 2. Dinâmica de Vórtices.  
3. Filmes finos. 4. Nanotecnologia. I. Silva, Clécio Clemente de Souza (orientador). II. Título.

537.623

(22. ed.)

FQ 2013-33



**Universidade Federal de Pernambuco**  
**Departamento de Física – CCEN**  
**Programa de Pós-Graduação em Física**  
**Cidade Universitária - 50670-901 Recife PE Brasil**  
**Fone ( ++ 55 81 ) 2126-7640/2126-8449**  
<http://www.ufpe.br/ppgfisica> e-mail: [posgrad@df.ufpe.br](mailto:posgrad@df.ufpe.br)

---

## **Parecer da Banca Examinadora de Defesa de Dissertação de Mestrado**

---

**Lucas Fantini de Lima**

### **DINÂMICA DE VÓRTICES EM FILMES NANOESTRUTURADOS DE MoGe: UM ESTUDO VIA MEDIDAS DE MAGNETORRESISTÊNCIA**

A Banca Examinadora composta pelos Professores Clécio Clemente de Souza Silva (Presidente e Orientador), Leonardo Ribeiro Eulálio Cabral, ambos do Departamento de Física da Universidade Federal de Pernambuco e Renato de Figueiredo Jardim, do Instituto de Física da Universidade de São Paulo, consideram o candidato:

(X) Aprovado                      ( ) Reprovado                      ( ) Em exigência

Secretaria do Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal de Pernambuco em dezesseis de agosto de dois mil e treze.

\_\_\_\_\_  
Prof. Clécio Clemente de Souza Silva  
Presidente e Orientador

\_\_\_\_\_  
Prof. Leonardo Ribeiro Eulálio Cabral

\_\_\_\_\_  
Prof. Renato de Figueiredo Jardim

*Aos meus pais, indiscutivelmente.*

# Agradecimentos

Primeiramente a Deus, pelo dom da vida.

Aos meus pais, Ronaldo e Tânia, que construíram o alicerce fundamental para todas as minhas conquistas, passadas e futuras, além do apoio em todas etapas da minha vida. Vou agradecer eternamente o amor incondicional e o carinho que recebo deles. Aos meus familiares mais próximos, em especial Larissa e Aerton, pelo apoio e torcida. Ao meu irmão Hugo que, apesar da distância, sempre me incentivou. Aos meus tios, tias, primos e primas: sempre levarei vocês na memória.

Agradeço aos meus amigos de graduação e mestrado: Felipe Filgueira, Tiago Saraiva (Ceará), Marília Cabral (Maga) e Marcel Nascimento. Todos nós sabemos como foram as noites mal dormidas, as angústias pré-prova e as dúvidas quanto ao futuro. Agradeço também a todos os outros colegas e funcionários do DF. Aos meus amigos desde o tempo de criança pelos conselhos e pela amizade sincera: Cleunio, Eduardo, Ítalo, Luiz, Renan, Ricardo, Rodrigo e Paulo. A Marcus, Vítor e Aulo, do eterno Savoião. Aos amigos que tive oportunidade de conhecer na Petrobras: Douglas, Danilo, Josué, Thiago Lemos, Milena (todos estes do DF-UFPE, mas que só pude conhecer melhor no Rio), Renan de Jesus e Acquaviva. A Rizete, por todo o incentivo nas horas mais difíceis.

Agradeço ao meu orientador, Clécio, pela excelente orientação ao longo da minha iniciação e mestrado. Seu conhecimento, sua paciência, sua sensatez e sobretudo sua humildade, fazem-me ter a certeza que ele é um dos melhores profissionais do Departamento de Física da UFPE. Agradeço também à sua compreensão durante os percalços da reta final do meu mestrado.

Ao CNPq e à FACEPE, pelo apoio financeiro.

— *E agora, tu vais desistir?*

— *Vou não, só falta escrever né...*

*Mal sabia eu que “só escrever” era muito  
mais trabalhoso que estudar para qualquer  
matéria ou prova.*

—

# Resumo

No final da década de 1990, com o aperfeiçoamento das técnicas de fabricação de filmes finos nanoestruturados, houve vários estudos que procuraram entender a dinâmica de vórtices e suas características. Esses sistemas normalmente compreendem uma rede regular de buracos ou inclusões magnéticas, que atuam como armadilhas para os vórtices, fornecendo potenciais periódicos de ancoragem. Por esta razão, vórtices em supercondutores nanoestruturados apresentam vários fenômenos interessantes que não podem ser encontrados em filmes contínuos. Possivelmente o exemplo mais marcante é o efeito de *matching* devido à comensurabilidade entre a rede de vórtice e a rede de ancoragem artificial. A depender das condições impostas ao sistema (temperatura, campo magnético aplicado, corrente de transporte aplicada e os parâmetros da rede de ancoragem) os vórtices se organizarão de maneiras distintas e isso irá, obviamente, traduzir-se em diferentes respostas macroscópicas. Nos chamados campos de *matching* ( $B = nB_1$ , onde  $n$  é um inteiro e  $B_1$  é a densidade de fluxo magnético correspondente a um vórtice por célula unitária) os vórtices sentem mais o potencial de ancoragem e isto aparece experimentalmente como um aumento na corrente crítica (medida estática) ou uma atenuação na mobilidade dos vórtices (medida dinâmica). Acredita-se amplamente que as características observadas nas medidas estáticas e dinâmicas estão correlacionadas de forma que pode-se usar medidas de magnetotransporte para inferir sobre as propriedades da comensurabilidade estática da rede de vórtice nos filmes nanoestruturados.

Nesta dissertação, estudaremos experimentalmente as propriedades dinâmicas dos vórtices em um filme fino amorfo de MoGe com uma rede regular quadrada de *antidos* (buracos). A amostra foi fabricada por litografia eletrônica e deposição por *laser* pulsado

na Universidade de Leuven, Bélgica. Foram feitas várias medidas de magnetorresistência nessa amostra usando voltímetros e fontes de corrente altamente sensíveis. Estes foram conectados ao equipamento comercial PPMS (*Physical Properties Measurement System*, da *Quantum Design*), usado como ambiente criogênico, através de uma caixa adaptadora confeccionada nos nossos laboratórios. As medidas são controladas por um computador através de uma rotina escrita pelo *software* de automação *LabView*. As curvas de magnetorresistência para diferentes valores de temperatura exibem uma série de características em diferentes campos de *matching*, como esperado do fenômeno de comensurabilidade estudado em trabalhos anteriores. Entretanto, para o sexto campo de *matching*, a forma característica da curva de magnetorresistência está ausente para todos os valores de temperatura. Seguindo um modelo baseado em configurações estáticas de vórtices em redes regulares de *antidots*, uma atenuação no efeito de *matching* é esperada para o terceiro campo de *matching*, devido aos parâmetros geométricos da nossa amostra. De fato, foi observada uma atenuação em  $B = 3B_1$ . Entretanto, o modelo falha em explicar a ausência do efeito de *matching* em  $B = 6B_1$  encontrado nas nossas medidas. É proposto que vórtices em movimento na presença de um potencial de ancoragem periódico podem apresentar efeitos de comensurabilidade ligeiramente diferentes daqueles que ocorrem na situação estática porque a rede de vórtice que se move interage efetivamente com um potencial de ancoragem dependente do tempo.

**Palavras-chave:** Supercondutividade, dinâmica de vórtice, filme fino nanoestruturado, medida de transporte, magnetorresistência, comensurabilidade e efeito de *matching*.

# Abstract

Owing to the improvement of nanofabrication techniques, a great deal of works on nanostructured superconducting thin films appeared since the late 1990s. Many of them aimed at understanding the vortex dynamics in this system and its features. These systems usually comprise a regular array of holes or magnetic inclusions, which act as vortex traps, providing a periodic pinning potential for vortices. In contrast, a plain film is characterized by randomly distributed inhomogeneities. For that reason, vortices in nanostructured superconductor present many interesting phenomena that cannot be found in plain films. Possibly the most remarkable is the matching effect due to the commensurability between the vortex lattice and the pinning array. Depending on the imposed conditions on the system (temperature, applied magnetic field, transport current and the pinning lattice parameters) the vortices will organize themselves in different ways resulting in distinct macroscopic responses. At the so-called matching fields ( $B = nB_1$ , where  $n$  is an integer and  $B_1$  is the flux density corresponding to one vortex per pinning site) the vortices are less responsive, which is revealed experimentally by an increase in the critical current, at static measurements, or a decrease in the vortex mobility, at magnetotransport measurements. It is largely believed that the features observed in static and transport measurements are correlated, so one could use transport measurements to infer static commensurability properties of the vortex lattice in the nanostructured film.

In this dissertation, we study experimentally dynamical properties of vortices in a thin film of amorphous MoGe with a square array of antidots (holes). The sample was fabricated by electron lithography and pulsed laser deposition in the University of Leuven, Belgium. We performed a series of magnetoresistance measurements on this sample

using highly sensible voltmeters and current sources connected via a home made adaptor box to a commercial Physical Properties Measurement System (PPMS by Quantum Design), used as cryogenic environment. The measurements are controlled by a PC via an automation software written in LabView. The magnetoresistance curves for different temperature values exhibit a series of features at several different matching fields, as expected from the commensurability phenomena studied in earlier works. However, for the sixth matching field, the expected matching feature was systematically missing for all temperature values. Following a model based on static configurations of vortices in the antidot array, a weaker matching feature at the third matching field is expected for the geometrical parameters of our sample. Indeed, we observe a weakening of the matching feature at  $B = 3B_1$ . However, the model fails in explaining the missing matching feature at  $B = 6B_1$  observed in our measurements. We argue that vortices moving on a periodic pinning potential can present commensuration effects quite different from those manifested in the static case because the moving vortex lattice interact effectively with a time-dependent pinning potential.

**Keywords:** *Superconductivity, vortex dynamic, nanostructured thin film, transport measurement, magnetoresistance, commensurability and matching effect.*

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Introdução à supercondutividade</b>	<b>4</b>
2.1	Descoberta da supercondutividade	4
2.2	Termodinâmica da transição normal-supercondutor	10
2.3	Modelo de London	12
2.4	Teoria de Ginzburg-Landau	17
2.4.1	Equações de Ginzburg-Landau	18
2.4.2	Comprimentos característicos	21
2.4.3	Validade da teoria de Ginzburg-Landau	24
2.5	Quantização de fluxo	25
2.6	Supercondutividade do tipo I e do tipo II	26
2.7	O vórtice	28
2.7.1	A estrutura e a energia de um vórtice quando $\kappa \gg 1$	29
2.7.2	A interação vórtice-vórtice	31
2.8	Equação do movimento de um vórtice e regimes dinâmicos básicos	32
2.9	Ancoragem de vórtices e estado crítico	35
2.10	Vórtices em supercondutores nanoestruturados	38
2.10.1	Potencial de ancoragem e saturação	38
2.10.2	Efeitos de comensurabilidade	40
2.10.3	Dinâmica de vórtices em supercondutores nanoestruturados	42

<b>3</b>	<b>Implementação do sistema de medidas e técnicas utilizadas</b>	<b>48</b>
3.1	Introdução	48
3.2	Montagem experimental	49
3.3	Métodos das quatro pontas	53
3.4	Fabricação da amostra	54
3.4.1	Deposição por <i>laser</i> pulsado	55
3.5	Imagens da amostra de MoGe	57
<b>4</b>	<b>Dinâmica de vórtices através de medidas de magnetorresistência</b>	<b>59</b>
4.1	Introdução	59
4.2	Características do sistema estudado	60
4.2.1	Tipo de medida escolhida	61
4.2.2	Medida de caracterização $R(T)$	62
4.3	Análise da dinâmica de vórtices a partir das curvas $V(B)$	63
4.4	Análise da dinâmica em campos mais intensos	72
4.5	Discussão	76
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>80</b>

# Lista de Figuras

- 2.1 (a) Mostra o efeito Meissner para supercondutor imerso num campo magnético uniforme. As linhas de campo se distorcem e não penetram no supercondutor. (b) As correntes de blindagem superficiais que são criadas para expelir o campo magnético do interior do supercondutor. A figura (b) retirada de Charles P. Poole *et al* [8]. 7
- 2.2 Fluxo magnético num supercondutor unidimensional, evidenciando o comprimento de penetração de London,  $\lambda_L$  14
- 2.3 Seção longitudinal em um cilindro com junção normal-supercondutor. A figura ilustra a deformação do fluxo de corrente elétrica, obedecendo o efeito Meissner. 15
- 2.4 Comprimento de penetração de London  $\lambda_L$  em função da temperatura, empiricamente dado pela equação 2.22. 16
- 2.5 Densidade de elétrons supercondutores em função da temperatura de um supercondutor. A curva obedece empiricamente à equação 2.23. Figura retirada de Charles P. Poole *et al* [8]. 16
- 2.6 Diferença de energia livre de acordo com a equação 2.25 para o caso  $\beta > 0$ . (a) mostra o caso em que  $\alpha > 0$  e teremos estado normal. (b) mostra o caso em que  $\alpha < 0$  e teremos estado supercondutor. 19
- 2.7 Distribuição espacial do parâmetro de ordem  $\psi$  e do campo  $h(x)$  numa interface supercondutor-normal evidenciando o significado físico do  $\xi(T)$  e do  $\lambda(T)$ . Figura retirada de M. Tinkham [16]. 21

- 2.8 Magnetização em função do campo magnético aplicado para um cilindro supercondutor homogêneo e infinito. A figura evidencia as diferenças entre tipo I e II. 27
- 2.9 Diagrama de fase para o tipo I e tipo II. No tipo I apenas o efeito Meissner está presente, enquanto que no tipo II, temos a penetração de vórtice que caracteriza o estado misto. 28
- 2.10 Diagrama esquemático da solução periódica encontrada por Abrikosov: rede hexagonal de vórtices. A linha pontilhada evidencia a célula unitária. Figura retirada de M. Tinkham [16]. 28
- 2.11 Estrutura espacial de um vórtice isolado. À esquerda: figura evidenciando a corrente circular que geram o fluxo do vórtice. À direita: a densidade de pares de Cooper (que assume o valor  $n_s = |\psi_\infty|^2$  longe do vórtice) diminui ao entrar no vórtice (chegando a zero no centro) e o aumento do campo devido às correntes que o circulam. Figura retirada de V. V. Moshchalkov *et al* [25], página 19. 29
- 2.12 Perfil do fluxo de densidade  $B(x)$  num filme fino. À esquerda aumentando e à direita diminuindo o campo magnético. 36
- 2.13 Distribuição de campo e corrente em um cilindro infinito e um filme fino. (a) linhas de campo magnético, (b) perfil do campo  $B(x)$  e (c) distribuição de corrente  $J(x)$ . Figura retirada de S. Raedts [34]. 37
- 2.14 Geometria com rede (a) triangular, (b) quadrada, (c) kagomé e (d) *honeycomb*. 38
- 2.15 Medida de corrente crítica em um filme fino nanoestruturado. O pico na corrente nos campos de *matching* ocorre devido à comensurabilidade da rede de vórtices e da rede de ancoragem. Nestas configurações os vórtices ficam mais resistentes ao movimento. Figura retirada de [52]. 41

- 2.16 Medida de magnetorresistência em um filme fino nanoestruturado. A queda na voltagem nos campos de *matching* ocorre devido à comensurabilidade da rede de vórtices e da rede de ancoragem. Nestas configurações os vórtices ficam mais resistentes ao movimento. Figura retirada de [52]. 42
- 2.17 Medidas de magnetorresistência para uma mesma temperatura e para diferentes densidades de corrente. A curva (F) com a menor densidade de corrente e a (A) com a maior densidade de corrente aplicada. Figura retirada de [40]. 45
- 2.18 Vórtices pinados, em movimento e estado normal. Note que temos regime de *flux flow* de  $H = 4H_1$  até  $H = 5H_1$ , após isso temos uma não linearidade que termina com a destruição da supercondutividade e dos vórtices. Retirado de De Souza Silva [56]. 45
- 3.1 (a) Desenho esquemático do *probe*. (b) Corte transversal na parte inferior do *probe* do PPMS. 50
- 3.2 Montagem experimental. Na esquerda, o PPMS. (a) A estação que controla o PPMS através do *software* MultiVu (nós não usamos essa *interface*, uma vez que automatizamos pelo *LabView*). (b) *Model 6000*: exibe a temperatura, nível de Hélio, modo de operação, entre outras informações. Também é possível executar algumas funções através dele. (c) Dewar: reservatório criogênico, onde está localizada a amostra. Na direita, o sistema que foi implementado ao PPMS. (d) *Keithley 6221*. (e) *Keithley 2400*. (f) *Keithley 2182A*. (g) Estação de trabalho que possui o *LabView*. 51
- 3.3 Desenho esquemático do método das quatro pontas. 53
- 3.4 *Puck* do PPMS com a amostra supercondutora de Nióbio e os contatos. Atentar para a disposição dos contatos seguindo o método das quatro pontas: nos pontos exteriores (I+ e I-) injetamos corrente elétrica e nos pontos interiores (Va+ e V-) medimos a voltagem. 54
- 3.5 Etapas para a fabricação da amostra: litografia por feixe de elétrons (criação da máscara), deposição por *laser* pulsado e *lift-off*. 55

- 3.6 Desenho esquemático do arranjo da técnica PLD. O *laser* incide no alvo retirando átomos e íons e formando uma pluma plasmática que, após isso, é depositada no substrato. 56
- 3.7 Imagens da amostra de MoGe com os *antidots* nanoestruturados feitas no DF-UFPE por *AFM*. 58
- 4.1 Desenho esquemático de uma porção da amostra nanoestruturada. Os buracos representam os *antidots* da amostra. A célula unitária quadrada possui um parâmetro de rede de  $1,5 \mu\text{m}$ . Figura adaptada de Silhanek *et al* [69]. 61
- 4.2 Gráfico  $R(T)$  da amostra 1. A transição de estados ocorre aproximadamente em  $T_c=4,20$  K. Para esse gráfico foi usado uma corrente *DC* de  $40 \mu\text{A}$ . 62
- 4.3 Gráfico  $R(T)$  da amostra 2. A transição de estados ocorre aproximadamente em  $T_c=4,95$  K. Para esse gráfico foi usado uma corrente *DC* de  $20 \mu\text{A}$ . 63
- 4.4 Gráfico  $R(T)$  para 5 amostras de MoGe com espessuras distintas: 4, 6, 12, 20 e 30 nm. Note que na faixa de temperatura em questão, não pode-se determinar a temperatura crítica da amostra de 4 nm. Figura retirada de [70]. 64
- 4.5 Desenho esquemático da força sofrida pelos vórtices provocada pela corrente elétrica. Note que o movimento dos vórtices é perpendicular ao movimento dos elétrons supercondutores. Figura retirada de [56]. 65
- 4.6 Diagrama de fase  $H(T)$  da nossa amostra. A região azul clara refere-se aos vórtices ancorados, na região verde os vórtices estão em movimento e na região amarela a supercondutividade foi destruída e a amostra encontra-se no estado normal. Foram desenhadas algumas curvas de nível para evidenciar o efeito de comensurabilidade e as duas linhas vermelhas tracejadas servem para evidenciar a pequena assimetria na produção da amostra. 66

- 4.7 Curvas de magnetorresistência medidas no filme fino de MoGe com  $T_c=4,20$  K. 68
- 4.8 Curvas de magnetorresistência medidas no filme fino de MoGe com  $T_c=4,20$  K. O gráfico da direita é apenas um *zoom* que realça as feições do *matching*. Foi traçada a curva  $V = 0,1 \mu V$  como referência de fronteira de fase. 69
- 4.9 Ajuste linear das curvas  $V(B)$  para o regime de *flux flow*. A região cinza a partir de  $H = 7H_1$  está indicando a região considerada como *flux flow*. 74
- 4.10 Gráfico de  $B'(T)$  extraído a partir da análise de *flux flow*. 76
- 4.11 Gráfico de  $\eta(T)$  extraído a partir da análise de *flux flow*. 76

# Lista de Tabelas

2.1	Alguns elementos e suas $T_c$ .	7
4.1	Dimensões da amostra.	60
4.2	Proposta da localização dos vórtices em cada campo de <i>matching</i> para as temperaturas $T=4,08, 4,09$ e $4,10$ K.	71
4.3	Proposta da localização dos vórtices em cada campo de <i>matching</i> para as temperaturas $T=4,11, \dots, 4,16$ K.	71
4.4	Tabela de parâmetros usada para a análise do <i>flux flow</i> .	75

# Capítulo 1

## Introdução

Em 1957, Alexei A. Abrikosov, em seu célebre trabalho [1]<sup>a</sup>, demonstrou que alguns materiais supercondutores permitiam a existência de uma rede de fluxo magnético quantizado quando submetidos a um campo magnético externo, dando origem ao que ficou conhecido como supercondutividade do tipo II. Até então, esta entrada gradual era desconhecida, uma vez que só eram conhecidos supercondutores do tipo I, que suportavam o campo magnético externo até um valor crítico  $H_c$  e que, a partir deste valor, permitiam a entrada completa de fluxo magnético, levando o material para o estado normal. Essas linhas de fluxo quantizadas são chamadas de vórtices e originam-se a partir de supercorrentes circulares<sup>b</sup> que geram o fluxo magnético. Os supercondutores do tipo II aparecem em maior número na natureza e são de maior importância para engenharia de materiais e aplicações tecnológicas, pois suportam correntes e campos magnéticos altos.

Abrikosov também mostrou que os vórtices que permeiam o supercondutor dispõem-se em redes regulares, caso o supercondutor seja homogêneo. Hoje sabemos que, nesse caso, os vórtices se organizam em uma rede triangular, que possui a energia ligeiramente menor do que a rede quadrada. Caso existam defeitos na amostra, eles serão sentidos pelos vórtices e a localização dos vórtices será afetada, uma vez que as condições que

---

<sup>a</sup>Abrikosov ganhou o prêmio Nobel em Física em 2003, juntamente com Vitaly L. Ginzburg e Anthony J. Leggett por “contribuições pioneiras para a teoria dos supercondutores e superflúidos”.

<sup>b</sup>Chamamos supercorrentes pois os portadores de carga são os pares de Cooper, responsáveis pela supercondutividade.

minimizam a energia serão alteradas.

Nos últimos vinte anos houve uma intensificação nas pesquisas de vórtices em supercondutores nanoestruturados para desvendar várias questões acerca do assunto. Essas nanoestruturas podem ser fabricadas por processos de litografia, criando-se depressões com escalas nanométricas (buracos na amostra), ou pela introdução de pontos magnéticos. Ambas estruturas interagem com os vórtices criando armadilhas nas quais os vórtices podem ficar ancorados. A competição de forças dirá, portanto, se o vórtice ficará aprisionado ou não. Um fenômeno importantíssimo que aparece quando inserimos as redes de ancoragens artificiais (*pinning*, em inglês) são os efeitos de comensurabilidade que surgem a partir da simetria da rede de vórtice com a rede de ancoragem. Frequentemente veremos neste trabalho a principal implicação da comensurabilidade das redes, que é o efeito de *matching*. Tal efeito caracteriza-se pelo aumento na força média de ancoragem, isto é, nos campos de *matching* é mais difícil mover os vórtices no supercondutor. Os estudos experimentais em filme finos nanoestruturados concentram-se majoritariamente nas curvas de corrente crítica, medidas de magnetização, magnetorresistência e susceptibilidade  $AC$  e buscam entender como comportam-se os vórtices nesse tipo de sistema: sua interação com os centros de ancoragem, a competição vórtice-vórtice, os regimes dinâmicos etc.

Neste trabalho será estudado a dinâmica de vórtices em filmes finos de MoGe com a presença de nanoestruturas (*antidots* no nosso caso), que servirão como centros de aprisionamento de vórtices. Serão discutidas as medidas de magnetorresistência que foram realizadas no nosso laboratório. Por isso, temos o objetivo de entender o funcionamento da comensurabilidade dinâmica, que é ligeiramente diferente da estática, pois os vórtices estão movimentando-se e sentindo um potencial que varia no tempo. A dissertação está organizada da seguinte forma: no Capítulo 2 revisaremos alguns conceitos fundamentais da supercondutividade e dos vórtices nos supercondutores. Falaremos, entre outras coisas, sobre os primeiros modelos da supercondutividade, dos comprimentos característicos dos supercondutores, da diferença entre os tipo I e II, da estrutura do vórtice, da sua equação de movimento e da interação dos vórtices com os centros de ancoragens e suas consequências; no Capítulo 3 falaremos do nosso sistema de medidas, de como as medi-

---

das foram feitas, das adaptações feitas nos instrumentos utilizados, da técnica utilizada para fabricação da amostra que utilizamos e das dificuldades encontradas para realizar as medidas; no Capítulo 4 apresentaremos nossas medidas, análises, comparações com os principais artigos da literatura e, por fim, nossa discussão à respeito da dinâmica dos vórtices; finalmente, no Capítulo 5, faremos nossas considerações finais e conclusões.

# Capítulo 2

## Introdução à supercondutividade

### 2.1 Descoberta da supercondutividade

O fenômeno da supercondutividade foi descoberto pelo físico holandês H. Karmeligh Onnes e seus alunos W. H. Keesom e W. J. de Haas em 1911, na Universidade de Leiden, quando eles estudavam as propriedades elétricas de alguns metais puros a baixas temperaturas [2]. Na ocasião, Onnes percebeu que a resistência elétrica do mercúrio caía abruptamente a valores ínfimos quando a temperatura do material era inferior a 4,2 K. A temperatura de transição entre o estado normal e o estado supercondutor ficou conhecida como temperatura crítica  $T_c$ . Ela é intrínseca ao material, caso ele apresente supercondutividade.

Na época, sabia-se que o modelo microscópico proposto por Paul Drude [3] explicava satisfatoriamente grande parte das questões relacionadas à condução de elétrons. O modelo, que é uma aplicação da teoria cinética dos gases, assume que a condução elétrica é feita pelos elétrons livres através de sucessivas colisões instantâneas com íons positivos. Esses são assumidos como sendo bem maiores e fixos, formando a estrutura cristalina. A única interação considerada pelo modelo de Drude é a colisão entre o elétron livre e a estrutura cristalina. A partir das suas premissas, o modelo chega na lei de Ohm com a seguinte expressão para a condutividade:

$$\sigma = \frac{ne^2l}{mv} \quad (2.1)$$

onde  $n$  é a densidade de elétrons livres,  $e$  é a carga elétrica,  $m$  a massa,  $v$  a velocidade média e  $l$  o livre caminho médio percorrido pelos elétrons.

Quando tratava-se de baixas temperaturas, existiam duas teorias e um resultado experimental acerca do comportamento da resistência: se a densidade dos elétrons livres dependesse da temperatura, os elétrons livres iriam se condensar, deixando de ser livres, e, como consequência, se  $n(T \rightarrow 0) \rightarrow 0 \Rightarrow \sigma \rightarrow 0$ , o que implicaria numa resistividade muito grande; se  $n$  não depender da temperatura, não ocorrerá condensação,  $n$  será constante e, como,  $v(T) \approx \sqrt{T}$ , teremos resistência nula para esse regime de temperatura; além das duas teorias, ainda existia um resultado experimental conhecido por Mathiessen (1864), que indicava que a resistividade se aproximava de um valor residual quando  $T \rightarrow 0$  e que este dependia fortemente das impurezas. Para sanar a dúvida, era necessário, portanto, a produção de um material com baixíssimo nível de impurezas. Onnes iniciou suas medidas com o ouro e a platina e os resultados experimentais mostraram o que era apontado por Mathiessen. Para não esbarrar em resistividade residual, Onnes escolheu o mercúrio que, na época, estava sendo sintetizado com baixíssimo percentual de impureza. Com o mercúrio, Onnes descobriu a supercondutividade através da sua primeira característica, a condutividade perfeita, mostrando que, para alguns metais, a resistividade se anula quando  $T \rightarrow 0$ . Desta forma, abriu-se uma nova fronteira da física do estado sólido.

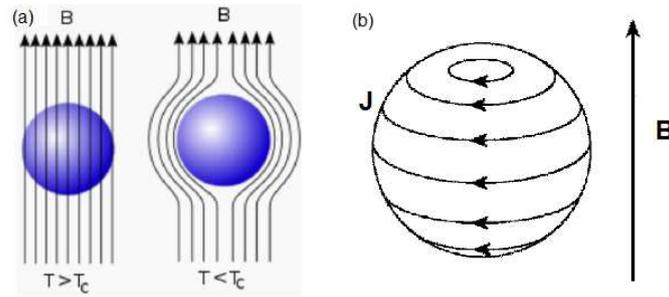
Vale ressaltar que esse fato só foi possível quando Onnes liquefez o Hélio líquido em 1908, obtendo-se, então, temperaturas de até 1,04 K. Curiosamente, o prêmio Nobel em Física que Onnes ganhou em 1913 não foi explicitamente pela descoberta da supercondutividade, mas sim pelas “suas pesquisas nas propriedades da matéria em baixa temperatura que, entre outras consequências, levaram a produção do hélio líquido” [4]. Esse foi um feito realmente marcante para Onnes e seu grupo, uma vez que, durante quinze anos Leiden era a única universidade do mundo que detinha a técnica para a liquefação do Hélio, pois somente em 1923 o hélio foi liquefeito em Toronto, por J. C. McLennan, sendo seguido dois anos depois por W. Meissner, em Berlim e vários outros posteriormente.

Mais adiante, em 1913, Onnes descobriu que a corrente elétrica (mais precisamente a densidade de corrente elétrica) também é um parâmetro importante para os supercondutores pois, acima de uma densidade de corrente crítica  $J_c$  também podemos destruir a supercondutividade [5]. Posteriormente, Onnes descobriu que também existe um campo magnético crítico  $H_c$  que limita o estado supercondutor [6]. Com isso, temos os três parâmetros principais para a supercondutividade: temperatura  $T$ , densidade de corrente  $\mathbf{J}$  e campo magnético  $\mathbf{H}$ . A supercondutividade, portanto, só será mantida numa determinada região:  $T < T_c$ ,  $H < H_c$  e  $J < J_c$ .

A condutividade perfeita, no entanto, não é a única característica de um supercondutor. Posteriormente, em 1933, os físicos alemães W. Meissner e R. Ochsenfeld constataram que o supercondutor possui a propriedade de diamagnetismo perfeito [7]. Eles observaram que um cilindro sólido de chumbo ou estanho imerso num campo magnético constante, expelia completamente<sup>a</sup> o fluxo magnético de seu interior quando a temperatura era menor que a temperatura crítica  $T_c$ . Esse fenômeno, conhecido como diamagnetismo perfeito, não pode ser explicado somente a partir das características de um metal normal, que apresenta condutividade perfeita quando a temperatura tende a zero. Ao resfriar um condutor perfeito, este tende a conservar o campo magnético em que está submetido. Isto é, se inicialmente não havia campo magnético, um condutor vira um diamagneto perfeito em baixas temperaturas. No entanto, se baixamos a temperatura na presença de um campo, este irá permanecer com esse campo, não ficando no estado de diamagneto. Diferentemente, independente da história magnética, o supercondutor sempre expulsa o campo magnético. Essa propriedade dos supercondutores ficou conhecida como Efeito Meissner. Obviamente, para o supercondutor expelir o campo magnético em que encontra-se imerso é necessário haver correntes elétricas, chamadas corrente de blindagem, que percorrem na superfície para criar o campo magnético que irá anular o campo exterior. A figura 2.1 ilustra o efeito Meissner e, como sua consequência, as correntes de blindagem quando um supercondutor é exposto a um campo magnético uniforme.

---

<sup>a</sup>Posteriormente, a partir da Teoria de London, descobriu-se que existe uma pequena penetração do campo magnético (tipicamente da ordem de dezenas ou centenas de nanômetros), sendo medida através do comprimento de London  $\lambda_L$ .



**Figura 2.1** (a) Mostra o efeito Meissner para supercondutor imerso num campo magnético uniforme. As linhas de campo se distorcem e não penetram no supercondutor. (b) As correntes de blindagem superficiais que são criadas para expelir o campo magnético do interior do supercondutor. A figura (b) retirada de Charles P. Poole *et al* [8].

Após a descoberta de Onnes iniciou-se uma busca por outros materiais supercondutores. Um fato interessante é que nem todos os bons condutores à temperatura ambiente são supercondutores: o ouro e o cobre, por exemplo. No entanto, a supercondutividade não é um fenômeno raro, ela acontece em aproximadamente metade dos elementos metálicos, além das diversas ligas. A tabela 2.1 mostra alguns elementos supercondutores e suas temperaturas críticas [9].

Nome	Símbolo	$T_c$ (K)
Nióbio	Nb	9,25
Chumbo	Pb	7,2
Mercúrio	Hg	4,15
Estanho	Sn	3,72
Tálio	Tl	2,38
Tório	Th	1,38
Alumínio	Al	1,175
Molibdênio	Mo	0,915
Zinco	Zn	0,85
Zircônio	Zr	0,61
Berílio	Be	0,026
Tungstênio	W	0,015

**Tabela 2.1** Alguns elementos e suas  $T_c$ .

Nos anos que seguiram após a descoberta da supercondutividade houve algumas tentativas de provar se a resistência elétrica era, de fato, zero. Tais tentativas utilizaram o experimento da corrente persistente na qual aplica-se um pulso de corrente num material de forma toroidal (no estado supercondutor) e monitora-se o decaimento da corrente com

o passar dos anos. Onnes fez, em 1914, esse experimento, mas teve que encerrá-lo por causa da 1ª Guerra Mundial. No entanto, experimentos posteriores [10], afirmaram que o tempo necessário para a corrente decair por completo é de cerca de  $10^{390}$  anos!

A primeira teoria fenomenológica que explicou a condutividade perfeita e o diamagnetismo perfeito dos supercondutores foi proposta pelos irmãos Fritz e Heinz London [11], em 1935. Nela, eles propõem que o supercondutor é composto por dois fluidos: os elétrons normais e os elétrons supercondutores. Os elétrons supercondutores não obedecem a lei de Ohm, pois não são espalhados nem por impurezas nem por vibrações da rede (fônons), de forma que não contribuem para a resistividade. Como consequência direta do modelo dos irmãos London, está a introdução do comprimento de penetração  $\lambda_L$  que é um dos comprimentos característicos dos supercondutores e que diz que o campo magnético dentro de um supercondutor, ao invés de cair abruptamente, cai exponencialmente regulado por  $\lambda_L$ . Mesmo sem explicar microscopicamente (a teoria microscópica só viria em 1957 com Bardeen, Cooper e Schrieffer) a teoria foi bem satisfatória para a época, pois explicava as duas maiores características do supercondutor: resistividade nula e diamagnetismo perfeito. Mas ainda era necessário uma teoria que explicasse melhor as propriedades termodinâmicas da transição, sobre a natureza dos portadores de carga e sua estrutura de bandas de energia.

Em 1950, V. Ginzburg e L. Landau descreveram macroscopicamente [12] o supercondutor através da teoria de transições de fase de segunda ordem de Landau. A teoria é intuitiva e trouxe uma visão útil das propriedades dos supercondutores ao tratá-los a partir de uma função de onda complexa. A teoria consegue prever, através de um parâmetro de ordem supercondutor  $\psi(\mathbf{r})$  e um potencial vetor  $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ , a existência do comprimento de penetração  $\lambda(T)$  e do comprimento de coerência  $\xi(T)$  e, assim, explica a maioria das propriedades macroscópicas dos supercondutores. A teoria também foi satisfatória para prever os dois diferentes tipos de supercondutores através do parâmetro de Ginzburg-Landau<sup>b</sup>,  $\kappa = \frac{\lambda(T)}{\xi(T)}$ : tipo I ( $\kappa < 1/\sqrt{2}$ ) e tipo II ( $\kappa > 1/\sqrt{2}$ ) e mostrando que quando  $\kappa \rightarrow \infty$  obtem-se a teoria de London. Veremos mais adiante que, enquanto o supercon-

---

<sup>b</sup>Que é independente da temperatura próximo de  $T_c$ .

dutor do tipo I não suporta nenhuma entrada de fluxo (a menos da entrada na fronteira do supercondutor, prevista pelos irmãos London), o supercondutor do tipo II admite a entrada de fluxo magnético quantizado, na forma de vórtices. Neste último caso, é dito então que o supercondutor está no estado misto ou fase de Shubnikov. O supercondutor do tipo II possui, portanto dois campos críticos:  $H_{c1}$  que marca a entrada dos vórtices no espécime e  $H_{c2}$  que marca a destruição completa da supercondutividade.

Em 1957, John Bardeen, Leon Cooper e Robert Schrieffer propuseram uma teoria microscópica que é baseada na interação do gás de elétrons com ondas elásticas da rede cristalina (fônons): a teoria BCS [13]. Ela explica satisfatoriamente quase todas as propriedades microscópicas de supercondutores elementares e de alguns de alta temperatura crítica ( $\text{MgB}_2$ , por exemplo). Em 1959, Lev Gor'kov [14] demonstra que o modelo de London e a teoria de Ginzburg-Landau derivam naturalmente dela. A teoria previu que os pares de Cooper são os portadores da supercorrente, isto é, enquanto os elétrons se repelem por repulsão coulombiana no estado normal, no estado supercondutor é energeticamente mais favorável eles se agregarem aos pares. Dessa forma, eles não dissipam energia ao movimentar-se no supercondutor. Estes pares de Cooper são formados pela interação atrativa dos elétrons, produzida pela deformação da rede.

A teoria BCS, entretanto, não explica satisfatoriamente<sup>c</sup> o fenômeno nos supercondutores de alta temperatura crítica (*high-T<sub>c</sub>*) que começaram a ser descobertos quando G. Bednorz e A. Müller, em 1986, anunciaram a supercondutividade em amostras cerâmicas (compostos do sistema Ba-La-Cu-O) com  $T_c = 30$  K [15], superando a liga metálica  $\text{Nb}_3\text{Ge}$  que tem  $T_c = 23,3$  K. Há também outros materiais, que não os *high-T<sub>c</sub>*, que também não são explicados por BCS (férmions pesados, por exemplo). A descoberta dos supercondutores *high-T<sub>c</sub>* deu novo ânimo na busca por materiais com alta temperatura crítica. Posteriormente, em 1987, descobriu-se a supercondutividade em compostos do sistema Y-Ba-Cu-O com temperatura crítica pouco mais de 90 K, sendo possível utilizar o nitrogênio líquido como material criogênico para resfriar as amostras. Nos anos seguintes foram descobertos materiais supercondutores com maiores temperaturas críticas, como

---

<sup>c</sup>A teoria BCS falha na descrição do *gap* de energia e na previsão da simetria da função de onda dos pares de Cooper.

no sistema  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10-y}$  ( $T_c = 110$  K),  $\text{Tl}_2\text{Ba}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10-y}$  ( $T_c = 125$  K) e  $\text{Hg-BaCaCuO}$  ( $T_c = 130$  K). Até os dias de hoje, ainda existem vários estudos que procuram supercondutores de maiores temperaturas críticas.

## 2.2 Termodinâmica da transição normal-supercondutor

A destruição da supercondutividade para materiais do tipo I quando o campo magnético aplicado ultrapassa o  $H_c(T)$  é uma consequência da minimização da energia livre. Imagine uma amostra supercondutora no estado supercondutor, livre de campo e com uma densidade de energia livre de Gibbs dada por  $g_s(T, 0)$ . Quando aplicamos um campo magnético  $H_a$  na amostra sua energia livre de Gibbs deverá aumentar, pois, internamente existirão correntes de blindagem que criarão o campo magnético no sentido contrário, a fim de anular o campo  $H_a$ . A nova densidade de energia de Gibbs será dada por:

$$g_s(T, H) = g_s(T, 0) + \frac{1}{2}\mu_0 H_a^2. \quad (2.2)$$

Quando o campo é aplicado numa amostra no estado normal, com uma densidade de energia livre de Gibbs  $g_n(T, 0)$ , ela adquire uma magnetização desprezível, por ser não magnética. Consequentemente, a aplicação de um campo magnético varia pouco a energia livre do estado normal, logo,  $g_n(H) = cte = g_n(H_c)$ . A última igualdade é válida pois sabemos que ao longo da curva de coexistência das fases a energia livre tem de ser igual. Se aumentarmos, portanto o campo magnético da amostra no estado supercondutor até  $H_c$ , este irá mudar para a fase normal devido a minimização da energia, pois:

$$g_s(T, H > H_c) > g_n(T, 0). \quad (2.3)$$

Ou seja, energeticamente é mais interessante para o material passar para o estado normal do que criar correntes de blindagem e pares de Cooper para manter a supercondutividade. O valor de  $H_c(T)$  sairá quando inserirmos 2.2 na desigualdade 2.3. Obteremos, então, que

o valor máximo de  $H_a$  que podemos aplicar para que ainda haja estado supercondutor será:

$$\frac{\mu_0 H_c^2(T)}{2} = g_n(T, 0) - g_s(T, 0). \quad (2.4)$$

A expressão para o campo crítico  $H_c(T)$ , proposta empiricamente, diz que existe um comportamento parabólico com a temperatura dado por:

$$H_c(T) = H_c(0) \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^2 \right]. \quad (2.5)$$

Dessa forma, se nos referirmos ao campo crítico da amostra sem mencionar a temperatura, estamos supondo  $H_c(0)$ .

A variação de entropia na transição supercondutor-normal deve ser positiva e será dada por:

$$\Delta S = S_n - S_s = \int dV \left( \frac{\partial g_n}{\partial T} - \frac{\partial g_s}{\partial T} \right) = -\mu_0 H_c \frac{\partial H_c}{\partial T}. \quad (2.6)$$

Essa variação de entropia será zero quando  $T = T_c$  e em campo nulo, isto é, a entropia na transição é contínua (transição de fase de segunda ordem). Podemos verificar isso ao substituímos a equação 2.5 na equação 2.6:

$$\Delta S = 2\mu_0 H_c^2(0) \left[ \left( \frac{T}{T_c} \right) - \left( \frac{T^3}{T_c^4} \right) \right]. \quad (2.7)$$

Para essa transição, a descontinuidade ocorre apenas no calor específico, uma vez que a entropia muda seu comportamento em  $T_c$ , criando um descontinuidade em  $\left. \frac{dS}{dT} \right|_{T_c}$  e, como o calor específico é calculado via  $c = T \frac{dS}{dT}$ , ele é descontínuo nessa transição. A teoria BCS prediz que, em campo magnético externo nulo, a descontinuidade do calor específico é dada por:

$$\left. \frac{c_s - c_n}{c_n} \right|_{T_c} = 1,43. \quad (2.8)$$

Quando a transição se dá na presença de um campo magnético  $H_a$ , a energia livre de Gibbs será modificada por um termo proporcional a  $H_a^2$  independente de  $T$ , como dito anteriormente. Como o termo adicional não depende da temperatura  $T$ , ele não afetará a equação 2.6. A transição ocorrerá quando  $H_a = H_c$ , gerando uma descontinuidade na

entropia. Em campo não nulo, portanto, a transição de fase é de primeira ordem.

## 2.3 Modelo de London

A primeira teoria que descreveu satisfatoriamente as principais propriedades dos supercondutores foi a dos irmãos alemães F. e H. London, em 1935 [11]. Ela introduz o comprimento de penetração de London, um dos parâmetros importantes da supercondutividade e que foi usado por todas as outras teorias subsequentes. É uma teoria fenomenológica e não explica microscopicamente o porquê da supercondutividade, apenas descreve o fenômeno. Ela supõe que o supercondutor é composto por dois flúidos: elétrons normais (que obedecem a lei de Ohm) e elétrons supercondutores, estes sem sofrer qualquer efeito resistivo no movimento. Veremos mais pra frente que os super-elétrons, assim conhecidos, obedecem a uma lei um pouco diferente da lei de Ohm. As duas equações que resultam da teoria de London e explicam respectivamente a resistividade nula e o efeito Meissner são:

$$\mathbf{E} = \frac{m^*}{n_s^*(e^*)^2} \frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t} \quad (2.9)$$

$$\nabla \times \mathbf{J}_s = -\frac{n_s^*(e^*)^2}{m^*} \mathbf{B} \quad (2.10)$$

onde  $n_s^*$  é a densidade dos portadores de carga do modelo,  $m^*$  e  $e^*$  são, respectivamente, a massa efetiva e a carga efetiva deles. Hoje em dia, sabemos que os portadores de carga são os pares de Cooper com  $n_s^* = \frac{n_s}{2}$ ,  $m^* = 2m_e$  e  $e^* = 2e$ , com  $n_s$  sendo a densidade de elétrons supercondutores,  $m_e$  a massa do elétron e  $e$  a sua carga.

A derivação da 1ª equação de London 2.9 é bem parecida com a derivação da 1ª lei de Ohm. Lá, porém, assumimos que somente durante um tempo  $\tau$  (tempo entre colisões) o elétron desloca-se livremente, fazendo com que, na média, a velocidade do elétron seja  $v \approx \frac{eE}{m} \tau$ , resultando na 1ª lei de Ohm:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} = \frac{ne^2\tau}{m} \mathbf{E}. \quad (2.11)$$

Para obter a condutividade perfeita da 1ª equação de London, fazemos  $l \rightarrow \infty$  ( $l$  é o livre caminho médio). Da segunda lei de Newton para o movimento do super-elétron temos:

$$m^* \frac{d\mathbf{v}_s}{dt} = -e^* \mathbf{E} \quad (2.12)$$

onde  $\mathbf{v}_s$  é a velocidade dos super-elétrons e  $\mathbf{E}$  é o campo elétrico aplicado. A densidade de corrente  $\mathbf{J}_s$  é dada por:

$$\mathbf{J}_s = -e^* \mathbf{v}_s n_s^* \quad (2.13)$$

Derivando (2.13) no tempo e substituindo a equação (2.12), obtemos a 1ª equação de London:

$$\mathbf{E} = \frac{m^*}{n_s^* (e^*)^2} \frac{\partial \mathbf{J}_s}{\partial t}.$$

Note que ela é diferente da lei de Ohm, como citado anteriormente. A 1ª equação de London descreve a condutividade perfeita porque qualquer campo elétrico  $\mathbf{E}$  é capaz de acelerar os super-elétrons e não somente manter o movimento, como prediz a lei de Ohm.

A 2ª equação de London diz respeito ao efeito Meissner e sua derivação é feita a partir da 1ª equação e da lei de Faraday-Lenz<sup>d</sup>. Substituindo (2.9) na lei de Faraday-Lenz, temos:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \nabla \times \mathbf{J}_s + \frac{n_s^* (e^*)^2}{m^*} \mathbf{B} \right) = 0. \quad (2.14)$$

No entanto, para garantir a expulsão do fluxo magnético dentro do supercondutor, impomos que

$$\nabla \times \mathbf{J}_s + \frac{n_s^* (e^*)^2}{m^*} \mathbf{B} = 0. \quad (2.15)$$

Satisfazendo assim a condição para o efeito Meissner. Usando a lei de Ampère-Maxwell<sup>e</sup>, obtemos:

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \frac{1}{\lambda_L^2} \mathbf{B} \quad (2.16)$$

onde  $\lambda_L = \left( \frac{m^*}{\mu_0 n_s^* (e^*)^2} \right)^{1/2}$  é o comprimento de penetração de London. Essa é a forma mais conhecida da 2ª equação de London. Podemos escrever  $\lambda_L$  sem fazer referência aos pares

---

<sup>d</sup> $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$

<sup>e</sup> $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}_s$ , sob condições estáticas

de Cooper, escrevendo nas grandezas sem estrela (\*), uma vez que  $\frac{n_s^*(e^*)^2}{m^*} = \frac{n_s e^2}{m}$ . Isso resulta em:

$$\lambda_L = \left( \frac{m^*}{\mu_0 n_s^* (e^*)^2} \right)^{1/2} = \left( \frac{m}{\mu_0 n_s e^2} \right)^{1/2}. \quad (2.17)$$

Também podemos escrever, através da 2ª equação de London e da Lei de Ampère-Maxwell a seguinte equação:

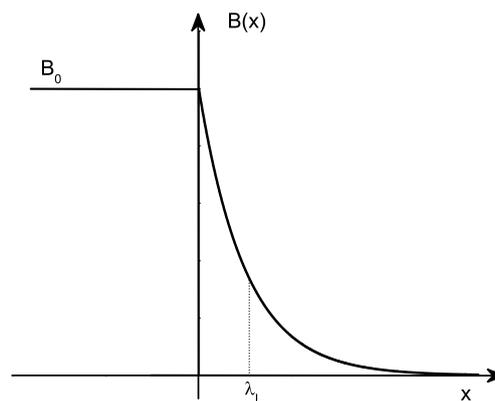
$$\nabla^2 \mathbf{J}_s = \frac{1}{\lambda_L^2} \mathbf{J}_s, \quad (2.18)$$

Ou seja, além do campo  $\mathbf{B}$ , a corrente dos super-elétrons também vai ser espacialmente modificada num supercondutor e também vai ter sua penetração controlada pelo  $\lambda_L$ .

Suponha que tenhamos um supercondutor semi-infinito, tal que a região  $x < 0$  é preenchida pelo vácuo e  $x > 0$  é preenchida pelo material supercondutor. A solução de (2.16) para a componente  $x$  neste caso, será:

$$B(x) = \begin{cases} B_0 & \text{se } x < 0 \\ B_0 e^{-\frac{x}{\lambda_L}} & \text{se } x > 0. \end{cases} \quad (2.19)$$

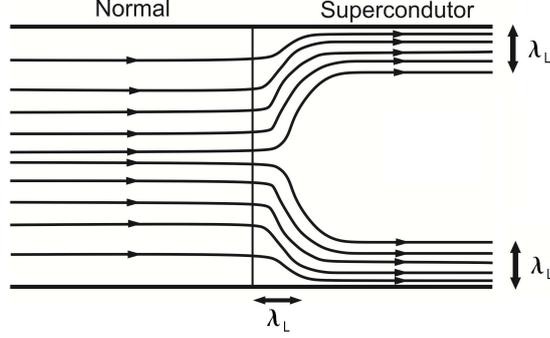
O campo magnético tem um decaimento exponencial com um comprimento característico  $\lambda_L$ , conforme mostrado na figura 2.2. Como mencionado logo acima, o mesmo efeito é



**Figura 2.2** Fluxo magnético num supercondutor unidimensional, evidenciando o comprimento de penetração de London,  $\lambda_L$ .

observado com a densidade de corrente  $\mathbf{J}_s$ . Suponha que tenhamos uma junção de dois cilindros, onde na região  $x < 0$  temos material normal e em  $x > 0$  temos supercondutor.

As linhas de corrente mudarão ao entrar na região supercondutora da forma a satisfazer a equação (2.18). A deformação da corrente pode ser vista através de uma seção longitudinal do cilindro, mostrado na figura 2.3.



**Figura 2.3** Seção longitudinal em um cilindro com junção normal-supercondutor. A figura ilustra a deformação do fluxo de corrente elétrica, obedecendo o efeito Meissner.

Podemos escrever a segunda equação de London em termos do potencial vetor  $\mathbf{A}$  no gauge de London<sup>f</sup> [16]:

$$\mathbf{J}_s = -\frac{n_s^*(e^*)^2}{m^*}\mathbf{A}. \quad (2.20)$$

Note que (2.20) contém as duas equações de London. Para obter a 1ª equação, toma-se a derivada temporal e para obter a 2ª equação de London, toma-se o rotacional.

O comprimento de penetração de London depende da temperatura, pois  $\lambda_L$  depende da densidade de elétrons supercondutores, que é igual a zero quando  $T = T_c$  e cresce continuamente até  $n_s = n$  quando  $T = 0^{\text{g}}$ . O valor de  $\lambda_L(0)$  é facilmente encontrado:

$$\lambda_L(0) = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n e^2}}. \quad (2.21)$$

Tipicamente, para supercondutores do tipo I,  $\lambda_0 \approx 50$  nm. Empiricamente  $\lambda_L(T)$  é dado por:

$$\lambda_L(T) = \lambda_L(0) \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^4 \right]^{-1/2}. \quad (2.22)$$

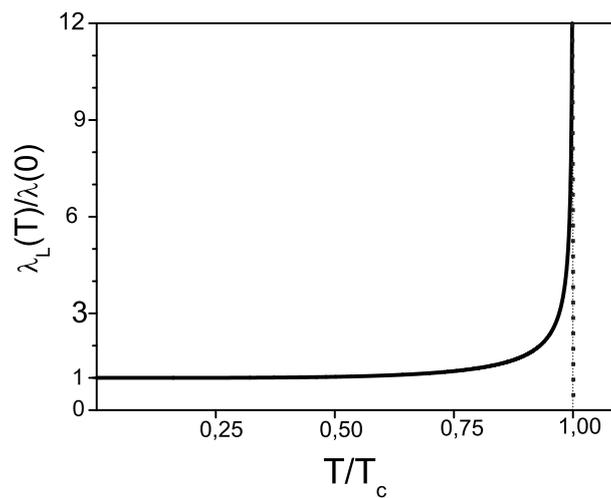
<sup>f</sup>A equação 2.20 não possui invariância de gauge. É válida somente para o gauge de London  $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$  e  $A_n = 0$ , índice  $n$  indicando perpendicular a superfície.

<sup>g</sup>Estamos considerando que a densidade de elétrons  $n$  é dada por  $n = n_s + n_n$ , sendo  $n_n$  a densidade de elétrons não supercondutores.

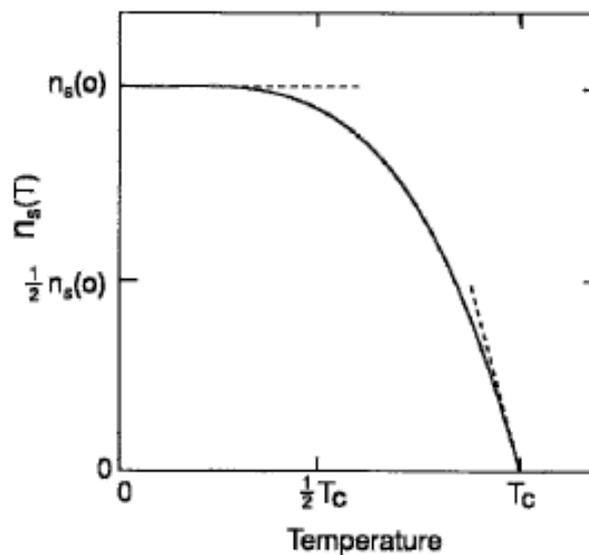
A figura 2.4 mostra o gráfico do comprimento de penetração  $\lambda_L(T)$ . Por consequência,  $n_s(T)$  é dado por:

$$n_s(T) = n \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^4 \right], \quad (2.23)$$

cujo gráfico está mostrado na figura 2.5.



**Figura 2.4** Comprimento de penetração de London  $\lambda_L$  em função da temperatura, empiricamente dado pela equação 2.22.



**Figura 2.5** Densidade de elétrons supercondutores em função da temperatura de um supercondutor. A curva obedece empiricamente à equação 2.23. Figura retirada de Charles P. Poole *et al* [8].

A teoria macroscópica de London, embora explique a condutividade perfeita e o efeito Meissner nos supercondutores, não consegue explicar o tamanho dos vórtices, trata a densidade de elétrons supercondutores  $n_s$  como uniforme dentro do supercondutor e não prevê a destruição da supercondutividade por um campo crítico e uma densidade de corrente crítica. É uma teoria preliminar, de tal forma que, para melhores explicações, era necessárias teorias mais completas.

## 2.4 Teoria de Ginzburg-Landau

Após o modelo de London, a próxima teoria com bastante impacto, usada até hoje em dia, foi a teoria fenomenológica de Ginzburg-Landau [12] abordada através da teoria da transição de fase de 2<sup>a</sup> ordem de Landau. Os autores procuram explicar a transição normal-supercondutor através das propriedades termodinâmicas envolvidas. A teoria usa fundamentos de Mecânica Quântica quando diz que os portadores de carga são descritos através da função de onda macroscópica (complexa)  $\psi(\mathbf{r}) = |\psi(\mathbf{r})|e^{i\varphi(\mathbf{r})}$  que é o parâmetro de ordem supercondutor e tem a seguinte interpretação física:  $|\psi(\mathbf{r})|^2 = n_s$ . A conclusão direta disso é que se  $\psi(\mathbf{r}) = 0 \Rightarrow T > T_c$  e estamos na fase desordenada, ao passo que se  $\psi(\mathbf{r}) \neq 0 \Rightarrow T < T_c$  e o material encontra-se na fase ordenada. Diferentemente da teoria de London, a densidade de superelétrons não é homogênea necessariamente. Nesta descrição da supercondutividade, a energia livre de Helmholtz  $F$  do estado supercondutor é expandida ao redor de  $T_c$ . Como é esperado que a densidade de elétrons supercondutores  $n_s$  se aproxime de zero quando  $T \rightarrow T_c$ , a teoria expande somente para as primeiras potências de  $|\psi(\mathbf{r})|^2$ . A teoria faz, então, a minimização dessa energia com respeito a  $\psi(\mathbf{r})$  e ao potencial vetor  $\mathbf{A}$ , resultando nas duas equações de Ginzburg-Landau. A teoria, embora tenha sido formulada para  $T$  perto de  $T_c$ , apresenta resultados satisfatórios mesmo quando  $T \ll T_c$ . De Gennes demonstrou que a teoria de Ginzburg-Landau é válida para qualquer temperatura em campos magnéticos fortes [17].

### 2.4.1 Equações de Ginzburg-Landau

Como dito, a teoria expande a energia livre do sistema próximo a  $T_c$  em função do parâmetro de ordem  $\psi(\mathbf{r})$  que é pequeno nesse ponto. O modelo expande somente em potências pares para garantir a simetria de inversão  $\psi \rightarrow -\psi$  [18]. Dessa forma, a energia livre de um material supercondutor  $F_s$ , que é função de  $\psi$  e do potencial vetor  $\mathbf{A}$ , pode ser escrita como:

$$F_s[\psi, A] = F_n + \alpha |\psi(\mathbf{r})|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi(\mathbf{r})|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| (-i\hbar\nabla - e^*\mathbf{A})\psi(\mathbf{r}) \right|^2 + \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0}. \quad (2.24)$$

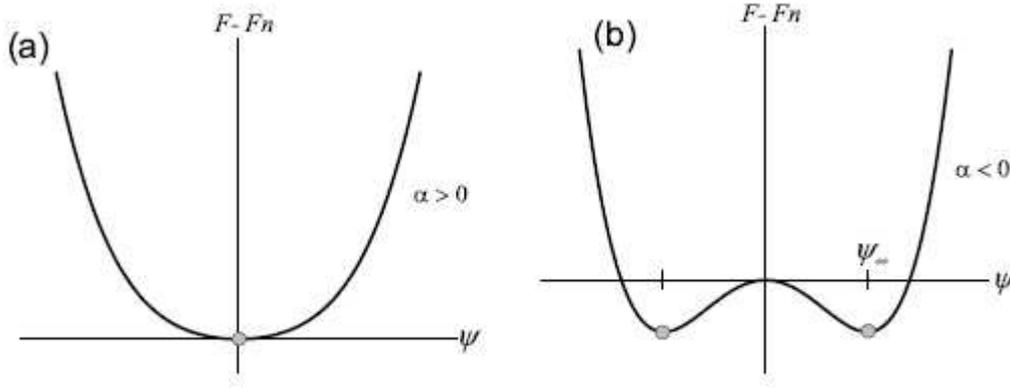
Com  $m^*$  e  $e^*$  a massa efetiva e a carga dos elétrons supercondutores (pares de Cooper), respectivamente,  $\mu_0$  a constante de permeabilidade magnética no vácuo,  $\mathbf{A}$  o potencial vetor e  $\mathbf{B}$  o campo magnético. Para um material anisotrópico é necessário considerar  $m^*$  como uma grandeza tensorial. O primeiro termo do lado direito da igualdade,  $F_n$ , é a energia livre no estado normal,  $\alpha$  e  $\beta$  são os parâmetros fenomenológicos da expansão e correspondem à energia de condensação do estado supercondutor, o quarto termo é atribuído à variação da energia associada com variações espaciais do parâmetro de ordem e pode ser visto como  $\frac{\mathbf{P}^2}{2m^*}$ , com  $\mathbf{P}$  o momento canônico invariante de calibre e, finalmente, o último termo é o quanto de energia é necessário para criar as correntes de blindagens e ter o Efeito Meissner.

Para uma análise preliminar do comportamento esperado dos parâmetros fenomenológicos  $\alpha$  e  $\beta$  vamos considerar o caso em que não temos campo aplicado nem variações espaciais de  $\psi(\mathbf{r})$ . Teremos então a seguinte expressão para a diferença de energia livre entre os dois estados:

$$F_s - F_n = \alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4. \quad (2.25)$$

O parâmetro fenomenológico  $\beta$  necessita ser positivo para garantir um mínimo local de energia livre, caso contrário o mínimo ocorreria para valores grandes do parâmetro de ordem  $\psi$ , onde a expansão não se aplica. Para  $\beta$  positivo podemos ter  $\alpha > 0$  ou  $\alpha < 0$ . No primeiro caso temos  $\psi = 0$  como ponto de mínimo e então o material está no estado normal, mostrado na figura 2.6(a). Caso  $\alpha < 0$  teremos um mínimo local quando

$|\psi_\infty|^2 = -\frac{\alpha}{\beta} > 0$  com valor de energia  $F_s - F_n = -\frac{\alpha^2}{2\beta}$  e, conseqüentemente, o estado será supercondutor (figura 2.6(b)). O índice  $\infty$  indica que este é o valor que  $|\psi|^2$  assume no interior de uma espécime macroscópico homogêneo.



**Figura 2.6** Diferença de energia livre de acordo com a equação 2.25 para o caso  $\beta > 0$ . (a) mostra o caso em que  $\alpha > 0$  e teremos estado normal. (b) mostra o caso em que  $\alpha < 0$  e teremos estado supercondutor.

Os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  estão relacionados com o campo crítico  $H_c(T)$  uma vez que, na ausência de campos a energia livre de Gibbs é igual a energia livre de Helmholtz. Um pouco atrás vimos que, na ausência de campos, a variação de energia livre de Gibbs entre os dois estados é dada por  $g_s(T, 0) - g_n(T, 0) = -\mu_0 H_c^2/2$ . Dessa forma:

$$F_s - F_n = -\frac{\alpha^2}{2\beta} = -\frac{\mu_0 H_c^2}{2}. \quad (2.26)$$

O parâmetro  $\beta$  é independente da temperatura enquanto que  $\alpha = \alpha_0(T - T_c)$ . Lembrando isso só é válido quando  $T \approx T_c$ , que é a suposição da teoria.

Para obtermos as duas equações devemos minimizar a equação 2.24 em relação ao parâmetro de ordem  $\psi^*$  e ao potencial vetor  $\mathbf{A}$ . Isto é:

$$\frac{\delta F_s}{\delta \psi^*} = \alpha \psi + \beta |\psi|^2 \psi + \frac{1}{2m^*} \left( -i\hbar \nabla - e^* \mathbf{A} \right)^2 \psi = 0. \quad (2.27)$$

A segunda igualdade é, portanto, a primeira equação de Ginzburg-Landau. E agora

minimizando em relação ao potencial vetor:

$$\frac{\delta F_s}{\delta \mathbf{A}} = \frac{\delta}{\delta \mathbf{A}} \left( \frac{1}{2m^*} \left| (-i\hbar \nabla - e^* \mathbf{A}) \psi(\mathbf{r}) \right|^2 \right) + \frac{\delta}{\delta \mathbf{A}} \left( \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0} \right) = 0. \quad (2.28)$$

Manipulando essa equação algebricamente e usando a lei de Ampère, podemos chegar na expressão conhecida como a segunda equação de Ginzburg-Landau:

$$\mathbf{j}_s = -i \frac{\hbar e^*}{2m^*} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{e^{*2}}{m^*} |\psi|^2 \mathbf{A}. \quad (2.29)$$

As equações 2.27 e 2.29 são as duas equações diferenciais acopladas de Ginzburg-Landau e podem ser resolvidas para obter a variação espacial do parâmetro de ordem e a densidade de corrente elétrica dos super-elétrons. A primeira equação de Ginzburg-Landau, equação 2.27, exceto pelo termo não-linear  $\beta |\psi|^2 \psi$ , é idêntica à equação de Schrödinger para uma partícula de massa  $m^*$ , carga  $e^* = 2e$ , com  $\psi(\mathbf{r})$  sendo a função de onda e  $-\alpha$  o autovalor de energia. O termo não-linear atua como um potencial repulsivo. Se assumirmos  $\psi(\mathbf{r}) = cte$  a segunda equação não terá o primeiro termo e, dessa forma, se reduzirá à equação 2.20 que carrega as duas equações de London, como já foi visto. Tal resultado já é esperado, pois supomos que  $n_s = cte$  para o modelo de London.

Para o caso de uma amostra finita em contato com o vácuo, a condição de contorno é, obviamente, que nenhuma corrente poderá passar a fronteira supercondutor-normal, isto é:

$$\mathbf{n} \cdot (-i\hbar \nabla - 2e\mathbf{A}) \psi(\mathbf{r}) \Big|_{\partial V} = 0. \quad (2.30)$$

$\mathbf{n}$  é o vetor unitário perpendicular à superfície  $\partial V$  do supercondutor. Para o caso geral de uma amostra em contato com qualquer meio, de Gennes [17] generalizou a equação anterior e mostrou que:

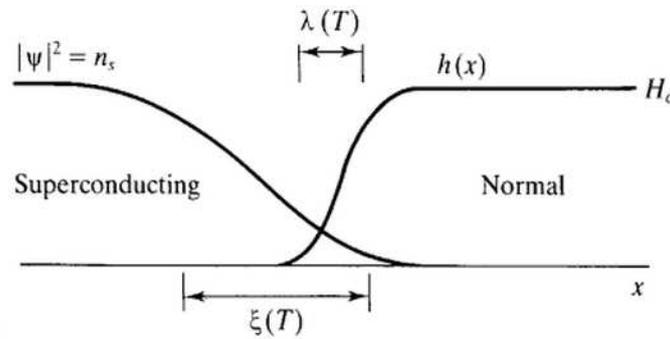
$$\mathbf{n} \cdot (-i\hbar \nabla - 2e\mathbf{A}) \psi(\mathbf{r}) \Big|_{\partial V} = \frac{i\hbar}{b} \psi(\mathbf{r}) \Big|_b. \quad (2.31)$$

Aqui,  $b$  é um parâmetro dependente do material e pode variar de zero (para materiais magnéticos) até infinito (para materiais isolantes). Dependendo do material em contato

com o supercondutor os elétrons supercondutores irão escapar através da fronteira ou permanecer dentro do supercondutor, afastado da interface. Esse efeito é conhecido como efeito de proximidade.

### 2.4.2 Comprimentos característicos

A teoria de Ginzburg-Landau introduziu dois comprimentos característicos aos supercondutores: o comprimento de coerência  $\xi(T)$  e o comprimento de penetração  $\lambda(T)$ . O primeiro está relacionado com o comprimento típico sobre o qual o parâmetro de ordem pode variar, enquanto o segundo é o comprimento típico que o campo magnético pode variar como visto na seção 2.3. Esses parâmetros são dependentes do material e da pureza, uma vez que estão relacionados com o livre caminho médio  $l$  e o comprimento de coerência  $\xi_0$  de Pippard, introduzido quando ele propôs uma generalização não-local das equações de London [19]. A figura 2.7 ajuda a entender o significado físico dos dois comprimentos.



**Figura 2.7** Distribuição espacial do parâmetro de ordem  $\psi$  e do campo  $h(x)$  numa interface supercondutor-normal evidenciando o significado físico do  $\xi(T)$  e do  $\lambda(T)$ . Figura retirada de M. Tinkham [16].

Considere o caso em que não há campos ou correntes aplicados, de forma que possamos fazer  $\mathbf{A} = 0$  e que podemos supor que  $\psi = \psi^*$ , uma vez que todos os coeficientes da primeira equação são reais. Dessa forma, a equação 2.27 torna-se:

$$-\frac{\hbar}{2m^*} \nabla^2 \psi(\mathbf{r}) + \beta \psi^3(\mathbf{r}) + \alpha \psi(\mathbf{r}) = 0. \quad (2.32)$$

Para um supercondutor homogêneo, esperamos que pontos consideravelmente dentro da amostra apresentem o parâmetro de ordem constante e igual a  $\psi_\infty^2 = -\alpha/\beta$ , como vimos antes. Queremos saber qual a variação em  $\psi(\mathbf{r})$  para um ponto em que  $\psi(\mathbf{r}) \neq \psi_\infty(\mathbf{r})$ . Reescrevemos então a equação anterior em função do parâmetro  $f(\mathbf{r}) = \psi(\mathbf{r})/\psi_\infty$ :

$$-\xi^2 \nabla^2 f - f^3 + f = 0, \quad (2.33)$$

onde  $\xi$  é o comprimento de coerência que procurávamos e nos fornece o valor do quanto o parâmetro de ordem se estende até ir à zero, isto é, estado normal. O valor de  $\xi(T)$  é<sup>h</sup>:

$$\xi^2(T) = \frac{\hbar}{2m^*|\alpha(T)|} \approx \frac{\xi_0^2}{1-t}, \quad (2.34)$$

Em um supercondutor puro suficientemente distante de  $T_c$  teremos  $\xi \approx \xi_0$ , isto é, independente da temperatura. Caso contrário o comprimento de coerência aumenta com a temperatura e diverge quando  $T \rightarrow T_c$ .

Dentro da teoria microscópica pode-se definir dois limites para o comprimento de coerência: limite limpo ( $l \gg \xi_0$ ) e limite sujo ( $l \ll \xi_0$ ), que são dados por [16], respectivamente:

$$\xi(T) = 0,74 \frac{\xi_0}{\sqrt{1-t}} \quad l \gg \xi_0, \quad (2.35)$$

$$\xi(T) = 0,855 \sqrt{\frac{\xi_0 l}{1-t}} \quad l \ll \xi_0. \quad (2.36)$$

O outro comprimento característico é o comprimento de penetração  $\lambda(T)$  que determina a variação de corrente elétrica e campo magnético na interface supercondutor-normal e é obtido a partir da segunda equação de Ginzburg-Landau. As condições impostas para obter a expressão do comprimento de penetração são as mesmas que fizemos para o comprimento de coerência: baixos valores de campos e temperatura de modo que

---

<sup>h</sup>Definimos  $t = \frac{T}{T_c}$ .

$|\psi(\mathbf{r})|^2 = |\psi_\infty|^2$ . Com isso, a segunda equação 2.29 torna-se:

$$\mathbf{j}_s = -\frac{e^{*2}}{m^*}|\psi|^2\mathbf{A}. \quad (2.37)$$

Tomando o rotacional nos dois lados da equação anterior, obtemos:

$$\nabla \times \mathbf{j}_s = -\frac{e^{*2}}{m^*}|\psi|^2\nabla \times \mathbf{A}. \quad (2.38)$$

Usando a lei de Ampère e a definição do potencial vetor,  $\nabla \times \mathbf{A} = \mu_0\mathbf{H}$ , obtemos, então:

$$\frac{m^*}{\mu_0 e^{*2} |\psi|^2} \nabla^2 \mathbf{H} + \mathbf{H} = 0. \quad (2.39)$$

Dessa forma, obtemos, o comprimento de penetração  $\lambda(T)$  [16]:

$$\lambda^2(T) = \frac{m^*}{\mu_0 e^{*2} |\psi|^2} = \frac{m^* \beta}{\mu_0 e^{*2} |\alpha|} \approx \frac{\lambda^2(0)}{1-t}, \quad (2.40)$$

onde  $\lambda(T)$  coincide com o comprimento de penetração de London  $\lambda_L$  quando  $T = 0$ , isto é, todos os elétrons estão na forma de pares de Cooper ( $n_s = n$ ). Novamente, dentro da teoria microscópica é possível derivar os limites limpo e sujo [16]:

$$\lambda(T) = \frac{\lambda(0)}{\sqrt{2(1-t)}} \quad l \gg \xi_0 \quad (2.41)$$

$$\lambda(T) = 0,64\lambda(0) \sqrt{\frac{\xi_0}{l(1-t)}} \quad l \ll \xi_0. \quad (2.42)$$

Além dos dois parâmetros vistos até o momento, também existe um outro parâmetro, adimensional, chamado de parâmetro de Ginzburg-Landau e que é definido como  $\kappa = \frac{\lambda(T)}{\xi(T)}$ . Este mede a relação entre a penetração do fluxo e a coerência da supercondutividade. O valor de  $\kappa$  é característico da espécie e seu valor serve para caracterizar o tipo de supercondutor (tipo I ou tipo II). Mais pra frente veremos essa diferença.

Em filmes supercondutores finos, (cuja espessura  $d$  é tal que  $d \ll \lambda$ ) na presença de campos magnéticos perpendiculares temos de fazer uma correção para o valor de  $\lambda$  para

um valor efetivo,  $\Lambda_{eff}$ . Essa correção é necessária pois o comprimento característico do decaimento de campos e correntes não é mais  $\lambda$  [20]. O comprimento de penetração efetivo será dado por:

$$\Lambda_{eff} = \frac{\lambda^2}{d}. \quad (2.43)$$

### 2.4.3 Validade da teoria de Ginzburg-Landau

A teoria foi concebida, a partir da teoria de Landau para transições de segunda ordem, para ser válida quando o parâmetro de ordem  $|\psi(\mathbf{r})|$  é pequeno, isto é: baixa densidade de elétrons supercondutores no espécime e, conseqüentemente, temperaturas próximas à temperatura crítica.

O parâmetro de ordem  $\psi(\mathbf{r})$  deve ser uma função bem comportada, variando suavemente em distâncias da ordem de  $\xi_0$ . Dessa forma, devemos ter  $\xi(T) \gg \xi_0$ . Como  $\xi^2(T) \approx \xi_0^2(1-t)^{-1}$ , chegamos nessas condições de validade previstas pela teoria:  $T \approx T_c$ .

$\mathbf{H}$  e  $\mathbf{A}$  devem também ser comportados para distâncias da ordem de  $\xi_0$ . Para satisfazer essa condição devemos ter  $\lambda(T) \gg \xi_0$ . E, portanto:

$$\frac{T_c - T}{T_c} \ll \kappa^2, \quad (2.44)$$

que nos leva novamente à mesma condição de validade:  $T \approx T_c$ .

No entanto, como já dito antes, de Gennes mostrou que podemos usar a teoria para qualquer temperatura quando em campo magnético intenso [17]. Além disso, comparações de medidas de corrente crítica em filmes finos de alumínio com previsões teóricas da teoria microscópica BCS e da teoria de Ginzburg-Landau mostraram que as duas teorias obtêm resultados semelhantes quando a temperatura é menor que  $0,1T_c$  [16]. Logo, a teoria tem uma validade que vai além daquela que foi formulada.

## 2.5 Quantização de fluxo

A quantização de fluxo diz que o fluxo magnético total dentro de um supercondutor é quantizado e tem de ser um múltiplo inteiro do *quantum* de fluxo magnético  $\phi_0$ . Para obtermos essa quantidade usaremos a segunda equação de Ginzburg-Landau. Antes disso, vamos separar o parâmetro de ordem em magnitude e fase, da seguinte forma:

$$\psi(\mathbf{r}) = |\psi(\mathbf{r})|e^{i\varphi(\mathbf{r})}. \quad (2.45)$$

Substituindo a forma acima na equação 2.29, obtemos, então:

$$\mathbf{j}_s = \frac{e^*\hbar}{m^*}|\psi|^2\nabla\varphi(\mathbf{r}) - \frac{e^{*2}}{m^*}|\psi|^2\mathbf{A}. \quad (2.46)$$

Calcularemos a integral de linha do potencial vetor numa trajetória fechada C que delimita uma superfície S. Dessa forma, teremos:

$$\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \int_S \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S} = \phi. \quad (2.47)$$

Aqui o fluxo magnético através da região de superfície S foi chamado de  $\phi$ . Reescreveremos a equação 2.46 isolando o potencial vetor:

$$\mathbf{A} = \frac{\hbar}{e^*}\nabla\varphi(\mathbf{r}) - \frac{m^*}{e^{*2}|\psi|^2}\mathbf{j}_s. \quad (2.48)$$

E então inserimos na equação 2.47:

$$\frac{\hbar}{e^*}\oint_C \nabla\varphi \cdot d\mathbf{l} - \frac{m^*}{e^{*2}}\oint_C \frac{1}{|\psi(\mathbf{r})|^2}\mathbf{j}_s \cdot d\mathbf{l} = \phi. \quad (2.49)$$

Vamos tomar uma trajetória C que fica longe o suficiente das bordas da amostra, de modo que  $\mathbf{j}_s = 0$  e, portanto, a segunda integral é nula. A integral do primeiro termo da equação acima é igual à  $2\pi n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) uma vez que  $\varphi(\mathbf{r})$  deve variar, num circuito fechado, de múltiplos inteiros de  $2\pi$ , de modo a garantir a unicidade de  $\psi(\mathbf{r})$ . Dessa

forma, teremos:

$$\phi = n\phi_0 = n\frac{h}{2e}. \quad (2.50)$$

O número  $n$  determina, portanto, quantos *quantum* de fluxo estão presentes dentro da região de contorno  $C$ , nas condições previamente citadas.

Mostramos, portanto, que o fluxo magnético dentro de um supercondutor do tipo II é quantizado em múltiplos de  $\phi_0$ , que é o *quantum* de fluxo magnético e vale  $2,07 \times 10^{-15} \text{ Tm}^2$ . Tal resultado foi confirmado experimentalmente de maneira simultânea e independente por R. Doll *et al* [21] e por B. S. Deaver *et al* [22].

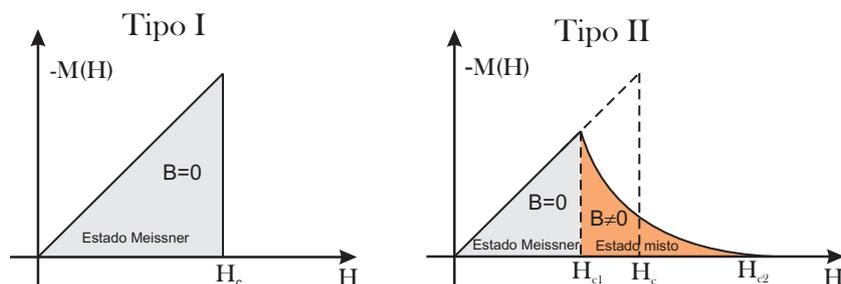
## 2.6 Supercondutividade do tipo I e do tipo II

Falamos algumas vezes que a quebra da supercondutividade depende do parâmetro de Ginzburg-Landau  $\kappa$ , que depende do material. Ela acontece abruptamente numa transição de primeira ordem em  $H = H_c$  para os supercondutores do tipo I. Para os do tipo II ocorre somente depois da entrada gradual de fluxos magnéticos quantizados a partir de  $H_{c1}$  até  $H_{c2}$ , quando já não existem mais elétrons supercondutores.

Em 1957, Abrikosov, aluno de Lev Landau publicou um artigo [1] que investiga, à luz da teoria de Ginzburg-Landau, o comportamento dos supercondutores na presença de campo quando o comprimento de coerência é menor que o de penetração, isto é,  $\xi < \lambda$ . Neste caso, a energia da superfície do supercondutor, em contato com um material normal, será negativa e, então, o supercondutor vai permitir a entrada de fluxo magnético no seu interior sob a forma de vórtices, diferente de quando a energia é positiva e, portanto, não é energeticamente favorável a formação do estado misto. Abrikosov mostrou que o ponto exato da distinção entre os dois novos tipos de supercondutor é  $\kappa = 1/\sqrt{2}$ , de modo que  $\kappa < 1/\sqrt{2}$  caracterizará tipo I e  $\kappa > 1/\sqrt{2}$  implicará em tipo II, assim definido pelo Abrikosov. Conforme dito, a aparição dos vórtices é uma consequência natural da minimização de energia. Quando o campo atinge  $H_{c1}$  é energeticamente mais favorável para o espécime permitir a entrada de fluxo no seu interior, ainda que de forma regrada, com a inserção de fluxos magnéticos em apenas alguns domínios do material. O efeito

Meissner não deixa de estar presente no tipo II, embora apenas abaixo de  $H_{c1}$ , com as correntes de blindagem expulsando o campo por completo. Acima de  $H_{c1}$ , com a entrada de vórtices, o efeito Meissner é parcial.

Para o supercondutor do tipo I, temos a expulsão de todo fluxo magnético até  $H_c$ . A partir daí o espécime entra no estado normal. Para o supercondutor do tipo II, o efeito Meissner ocorre até  $H_{c1}$ , a partir daí inicia-se a fase mista com a entrada de vórtices até  $H_{c2}$ . Depois de  $H_{c2}$  o material entra no estado normal. Vale salientar que até mesmo após o campo  $H_{c2}$  ainda existe uma supercondutividade superficial até o campo crítico  $H_{c3} = 1,69H_{c2}$  [23], onde finalmente a amostra fica toda no estado normal<sup>i</sup>. No entanto, esse efeito é de menor importância para sistemas macroscópicos, de modo que não o consideraremos. A figura 2.8 mostra a curva teórica de magnetização de um cilindro infinito supercondutor na presença de campo aplicado para os dois tipos de supercondutores.



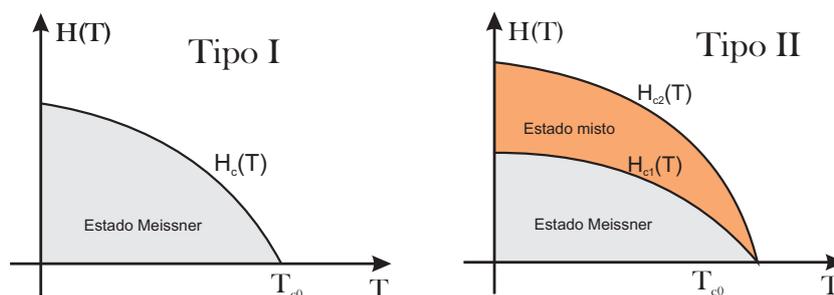
**Figura 2.8** Magnetização em função do campo magnético aplicado para um cilindro supercondutor homogêneo e infinito. A figura evidencia as diferenças entre tipo I e II.

Obviamente todos esses campos críticos tem dependência na temperatura de modo que quanto maior a temperatura menor será o campo necessário para destruir a supercondutividade. A figura 2.9<sup>j</sup> mostra esquematicamente o diagrama de fase para os dois tipos de supercondutores.

Abrikosov previu que quando os vórtices penetram no supercondutor, eles espalham-se em todo o material numa disposição periódica. Originalmente, em [1], Abrikosov previu redes quadradas e hexagonais para a situação de menor energia. No entanto, posteriormente, em 1964, Kleiner *et al* [24] mostraram que a configuração com simetria

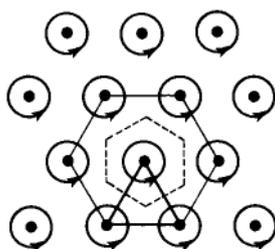
<sup>i</sup>Na verdade os supercondutores do tipo I também apresentam supercondutividade superficial.

<sup>j</sup>Não indicamos nessa figura a supercondutividade superficial.



**Figura 2.9** Diagrama de fase para o tipo I e tipo II. No tipo I apenas o efeito Meissner está presente, enquanto que no tipo II, temos a penetração de vórtice que caracteriza o estado misto.

triangular possui uma energia ligeiramente mais baixa para o caso de um supercondutor homogêneo livre de imperfeições, tornando-a mais estável. A figura 2.10 mostra a rede de Abrikosov (rede hexagonal de vórtices).

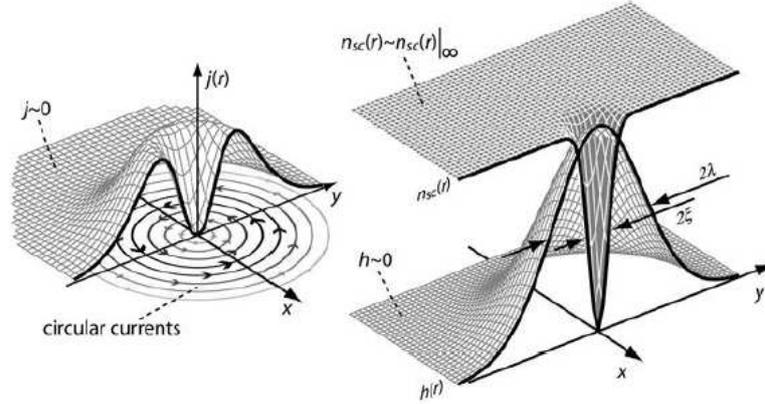


**Figura 2.10** Diagrama esquemático da solução periódica encontrada por Abrikosov: rede hexagonal de vórtices. A linha pontilhada evidencia a célula unitária. Figura retirada de M. Tinkham [16].

## 2.7 O vórtice

Como já dito, os vórtices são regiões normais dentro do supercondutor que tem uma extensão da ordem de  $\xi(T)$  e carregam um *quantum* de fluxo magnético. Esse fluxo, que se estende por todo o espécime num formato tubular ao longo do supercondutor, existe porque correntes circulam ao seu redor e se estendem por um comprimento da ordem de  $\lambda$  (da mesma forma que as correntes nas bordas, conforme visto na figura 2.3). O vórtice, portanto, tem um corpo de raio  $\lambda$  e um núcleo de raio  $\xi$ , onde o fluxo magnético assume o valor máximo no centro. O parâmetro de ordem que está relacionado com a densidade de elétrons supercondutores assume o valor zero no centro do núcleo, evidenciando o caráter

normal do vórtice. A figura 2.11 mostra a estrutura de um vórtice isolado.



**Figura 2.11** Estrutura espacial de um vórtice isolado. À esquerda: figura evidenciando a corrente circular que geram o fluxo do vórtice. À direita: a densidade de pares de Cooper (que assume o valor  $n_s = |\psi_\infty|^2$  longe do vórtice) diminui ao entrar no vórtice (chegando a zero no centro) e o aumento do campo devido às correntes que o circulam. Figura retirada de V. V. Moshchalkov *et al* [25], página 19.

No caso em que  $H \ll H_{c2}$  e tem-se baixas velocidades dos vórtices<sup>k</sup>, podemos tratar o vórtice como uma partícula que interage com os defeitos da rede (*dots*, *dots* magnéticos, *antidots*, ou randômicos) atrativamente e interage também com outros vórtices repulsivamente.

### 2.7.1 A estrutura e a energia de um vórtice quando $\kappa \gg 1$

Consideraremos agora o caso de um vórtice isolado num supercondutor no limite em que  $\kappa \gg 1$ . Na verdade, a maior parte dos supercondutores do tipo II apresentam-se nesse limite. Uma vez que  $\kappa \gg 1$  temos que  $\xi$  é pequeno, de forma que podemos considerar o parâmetro de ordem essencialmente constante fora do núcleo do vórtice (desde que  $H \ll H_c$ ). Dessa forma podemos usar o modelo de London, que supõe  $|\psi(\mathbf{r})| = cte$  em todo o espécime e incluir o campo do vórtice como uma função delta na (eq. 2.16) de modo que teremos:

$$-\lambda^2 \nabla^2 \mathbf{B} + \mathbf{B} = \phi_0 \mathbf{v}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i). \quad (2.51)$$

<sup>k</sup>Nesta dissertação, estaremos nesta região.

Aqui estamos considerando que o vórtice é reto e paralelo ao eixo ortogonal  $z$  e está localizado no ponto  $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i)$ . A função  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) = \hat{z}p\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$  é definida como função de fonte ou vorticidade de um vórtice carregando  $p$  *quanta* de fluxo (onde  $p$  é inteiro positivo) e com um núcleo de raio infinitesimal, representado pela função delta. Portanto, o lado direito da equação 2.51 dá conta de adicionar um vórtice com vorticidade  $p$  dentro do supercondutor.

A solução exata dessa equação pode ser encontrada facilmente pelo método de transformadas de Fourier e expressará o campo magnético como função da distância radial  $r$  ao núcleo do vórtice. A solução é da seguinte forma [26]:

$$B(\mathbf{r}) = \frac{p\phi_0}{2\pi\lambda^2} K_0\left(\frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|}{\lambda}\right), \quad (2.52)$$

com  $K_0$  a função de Bessel do segundo tipo modificada de ordem zero.  $K_0$  decresce exponencialmente com  $e^{r/\lambda}$  para grandes distâncias ( $r \ll \lambda$ ) e diverge logicamente com  $\ln(\lambda/r)$  quando  $r \rightarrow 0$ . Essa divergência surge pois não consideramos o núcleo do vórtice.

A energia por unidade de comprimento de um vórtice,  $\epsilon_v$ , é dada pela energia cinética das correntes e a energia magnética do campo gerado pelo vórtice. Assim, excluindo a contribuição do núcleo do vórtice, teremos:

$$\epsilon_v = \frac{1}{2\mu_0} \int_{r>\xi} d\mathbf{r} \left( \lambda^2 |\nabla \times \mathbf{B}|^2 + \mathbf{B}^2 \right), \quad (2.53)$$

que, após algumas manipulações, resulta em [16]:

$$\epsilon_v = \frac{p^2\phi_0}{4\pi\mu_0\lambda^2} \ln \kappa. \quad (2.54)$$

Como  $\epsilon_v$  é proporcional a  $p^2$ , a existência de um vórtice com 2 *quanta* de fluxo torna-se desfavorável, uma vez que dois vórtices com um *quanta* de fluxo cada um requer menos energia.

Como falado anteriormente, o comprimento de penetração  $\lambda$  deve ser corrigido para

filmes finos na presença de campo magnético perpendicular para um comprimento de penetração efetivo  $\Lambda_{eff}$ . Com isso o raio do vórtice muda de  $\lambda$  para  $\Lambda_{eff}$  e o decaimento do campo magnético para longas distâncias, visto na equação 2.52, muda para  $\propto 1/r^2$ , ao invés do decaimento exponencial  $e^{r/\lambda}$  [27].

### 2.7.2 A interação vórtice-vórtice

A suposição de vórtices isolados passa a não valer à medida que entram mais vórtices no supercondutor e eles começam a interagir. A partir da aproximação de  $\kappa \gg 1$  vamos calcular a energia de interação por unidade de comprimento entre dois vórtices. Considere dois vórtices retilíneos paralelos localizados em  $\mathbf{r}_1$  e  $\mathbf{r}_2$ , respectivamente, e com um *quanta* de fluxo. Os vórtices sentem-se devido à força de Lorentz causada pela linha de fluxo e pela distribuição local de corrente circular. Com  $\kappa \gg 1$  o meio torna-se linear, de modo que podemos usar a superposição. Portanto, o campo magnético será:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_1(\mathbf{r}) + \mathbf{B}_2(\mathbf{r}). \quad (2.55)$$

O campo magnético total será dado, analogamente à equação 2.51, por:

$$-\lambda^2 \nabla^2 \mathbf{B} + \mathbf{B} = \hat{z} \phi_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) + \hat{z} \phi_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_2). \quad (2.56)$$

O resultado para a energia de interação vórtice-vórtice por unidade de comprimento,  $E_{vv}$ , será, então [16]:

$$E_{vv} = \frac{\phi_0^2}{4\pi\mu_0\lambda^2} K_0 \left( \frac{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}{\lambda} \right). \quad (2.57)$$

A força por unidade de comprimento pode ser calculada tomando a derivada de  $E_{vv}$ . A força que atua no vórtice 1, por exemplo, devido ao vórtice 2, será, portanto:

$$\mathbf{f}_1 = \mathbf{j}_2(\mathbf{r}_1) \times \hat{z} \phi_0. \quad (2.58)$$

onde  $\mathbf{j}_2(\mathbf{r}_1)$  é a corrente do vórtice 2 na posição do vórtice 1. De maneira análoga, teremos a força no vórtice 2 se trocarmos os índices. A interação entre os vórtices é repulsiva no

caso em que as linhas de fluxo têm a mesma direção, ou seja, as correntes que geram o vórtice giram no mesmo sentido. Obviamente podemos generalizar a última equação de modo a incluir vários vórtices. A força sentida por um vórtice devido a todos os outros vórtices será, portanto:

$$\mathbf{f} = \mathbf{j}_s \times \hat{z}\phi_0. \quad (2.59)$$

com  $\mathbf{j}_s$  a densidade de supercorrentes total no ponto do núcleo do vórtice em que queremos calcular a força.

O caráter repulsivo das linhas de fluxo resulta numa solução periódica para a disposição dos vórtices que, para o caso de um supercondutor homogêneo, trata-se de uma rede de vórtices de Abrikosov. Sabemos, conforme a figura 2.10 que a rede triangular é mais estável por possuir um espaçamento de rede maior do que a rede quadrada, que é a segunda configuração mais estável. Os espaçamentos de ambas as configurações são dados por [16]:

$$a_{\Delta} = 1.075 \left( \frac{\phi_0}{B} \right)^{1/2} \quad (2.60)$$

$$a_{\square} = \left( \frac{\phi_0}{B} \right)^{1/2}. \quad (2.61)$$

## 2.8 Equação do movimento de um vórtice e regimes dinâmicos básicos

Considere um supercondutor homogêneo, livres de imperfeições ou defeitos. Dessa forma, qualquer corrente que passe pelo núcleo do vórtice induzirá o movimento desse vórtice. A equação 2.59 pode ser estendida, portanto, para qualquer densidade de corrente superfluida  $\mathbf{j}_s$ , isto é, corrente devido a outros vórtices, corrente de blindagem da superfície, corrente de transporte aplicada na amostra etc. Opondo-se ao movimento do vórtice teremos uma força viscosa,  $-\eta\mathbf{v}$ , que resulta de espalhamentos de elétrons normais no interior do núcleo do vórtice (lembre-se que o vórtice é uma região normal no interior do supercondutor). Além disso, a massa efetiva de um vórtice pode ser desprezada

(exceto no limite ultra-limpo  $l \gg \xi_0$  que não é o caso da vasta maioria dos sistemas estudados [28]). Dessa forma, podemos dizer que a equação do movimento de um vórtice será:

$$\eta \mathbf{v} = \mathbf{j} \times \hat{z} \phi_0. \quad (2.62)$$

O regime do movimento de vórtices descrito pela equação acima é conhecido pelo termo em inglês *flux flow* (escoamento de fluxo). Nesse regime, se os vórtices se movem com velocidade  $\mathbf{v}$  e com um campo magnético  $\mathbf{B}$ , eles então geram um campo elétrico paralelo a  $\mathbf{j}_s$  dado por:

$$\mathbf{E} = \mathbf{B} \times \mathbf{v}. \quad (2.63)$$

Combinando a última equação com a equação 2.62, obteremos, portanto:

$$\mathbf{E} = \rho_{ff} \mathbf{j}, \quad \rho_{ff} = \frac{B \phi_0}{\eta}. \quad (2.64)$$

O campo elétrico que é criado está associado a uma resistência ao movimento com resistividade elétrica  $\rho_{ff}$  (resistividade elétrica de *flux flow*) e, portanto, ocorre dissipação de energia no movimento do vórtice. Assim, o supercondutor perde uma de suas principais características quando ocorre movimento de vórtice: a resistividade elétrica nula. Para contornar isso, é necessário aprisionar os vórtices, através de uma força de ancoragem  $\mathbf{F}_p$  que impedirá do vórtice se mover mesmo quando ele sinta uma força via Lorentz. Voltaremos mais pra frente nesse assunto.

O modelo de Bardeen-Stephen é um modelo preliminar que faz a aproximação que a supercondutividade é local, isto é: o núcleo do vórtice é inteiramente normal com  $r \approx \xi$  e o resto está no estado supercondutor. A dissipação de energia devido ao movimento do vórtice ocorre, então, por efeito resistivo do núcleo do vórtice. Bardeen e Stephen encontraram que o coeficiente de viscosidade pode ser dado por [29]:

$$\eta \approx \frac{\phi_0 B_{c2}}{\rho_n} = \frac{\phi_0}{\rho_n 2\pi \xi^2(0)} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) \quad (2.65)$$

com  $\rho_n$  a resistividade no estado normal extrapolada para temperatura de interesse. De

maneira geral o modelo de Bardeen-Stephen é válido para o limite sujo, em que o livre caminho médio  $l \gg \xi$ . Para esse caso os processos dissipativos de espalhamento são dominantes. A maior parte das amostras supercondutoras encontra-se nesse limite.

O modelo de *flux flow*, que será usado adiante quando expormos os resultados descreve, portanto, um regime em que os vórtices movem-se “livremente”, apenas com a força viscosa se opondo ao movimento.

Se há ancoragem, a equação de movimento é alterada para:

$$\eta \mathbf{v} = \mathbf{j} \times \hat{z} \phi_0 - \nabla U_p, \quad (2.66)$$

onde o último termo é o responsável pelo potencial criado pelos sítios de aprisionamento. Se incluirmos também a contribuição térmica, ficaremos com a equação de Langevin:

$$\eta \mathbf{v} = \mathbf{j} \times \hat{z} \phi_0 - \nabla U_p + \mathbf{\Gamma}(t), \quad (2.67)$$

onde  $\mathbf{\Gamma}(t)$  é a força estocástica de Langevin associada à temperatura via o teorema da flutuação-dissipação [30]. Além do *flux flow*, outro fluxo de vórtices importante e que vale a pena ser comentado é o *flux creep*. Os vórtices que se movem em *flux creep* (rastejamento de fluxo) movem-se com uma velocidade bem menor que a do *flux flow*. O fluxo ocorre quando a corrente aplicada no supercondutor é suficiente para que, junto com flutuações térmicas, os vórtices saltem de um sítio de ancoragem para outro, sobrepondo a barreira de potencial no qual estão confinados. Esse movimento também está associado a um efeito resistivo, porém, de menor expressão, que será proporcional à média da velocidade dos vórtice, assim como o *flux flow*. Em geral esses saltos são globais, no qual todos (ou grande parte) dos vórtices movem-se de vez, ou em saltos locais que apenas uma fração dos vórtices movem-se.

## 2.9 Ancoragem de vórtices e estado crítico

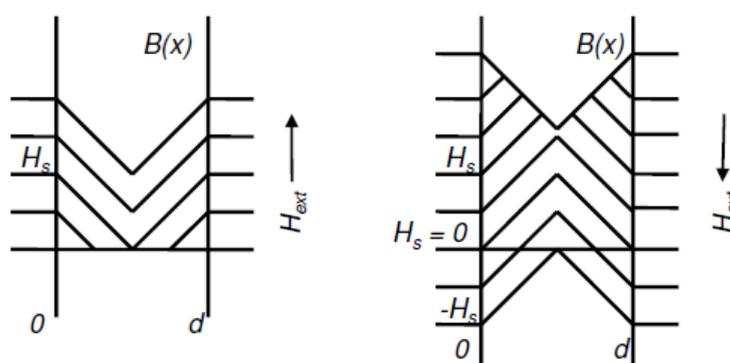
Vimos que quando uma corrente elétrica de qualquer natureza flui num supercondutor ela irá provocar uma força de Lorentz no vórtice e ele irá mover-se e dissipar energia. No entanto, caso o supercondutor possua regiões de ancoragem de vórtices, esses ficarão presos nesses sítios e somente serão postos em movimento se a densidade de corrente ultrapassar um valor crítico  $\mathbf{j}_c$ . Se isso ocorrer, a força de Lorentz é maior que a força de ancoragem  $\mathbf{F}_p$  e então o vórtice move-se no supercondutor. Portanto, para o supercondutor poder transportar altas correntes elétricas sem apresentar efeitos resistivos é necessário criar uma região de ancoragem eficiente. Na prática, qualquer variação espacial na morfologia do espécime provoca a ancoragem dos vórtices uma vez que irá provocar variações em  $\lambda$ ,  $\xi$  ou  $H_c$  e, conseqüentemente, a energia livre por unidade de comprimento  $\epsilon_v$  sofrerá alterações, tornando esses pontos mais favoráveis para aprisionar os vórtices.

Os vórtices podem ser ancorados por qualquer inhomogeneidade no material, estando elas dispostas aleatoriamente ou numa rede regular. Podemos citar como tipos de inhomogeneidade naturais que geram a ancoragem [31]: imperfeições cristalinas e superfície rugosa. Exemplos de defeitos produzidos intencionalmente podem ser: litografia, irradiação e modulação de espessura.

Já vimos que a curva de magnetização de um supercondutor homogêneo é totalmente reversível (figura 2.8)<sup>1</sup>. No entanto, para um supercondutor com sítios de ancoragem nós teremos um comportamento de histerese. Considere que tenhamos um espécime com boa ancoragem, isto é, sem movimento de vórtice após o aprisionamento. Se um supercondutor desse tipo é submetido a um campo magnético crescente, vórtices entrarão no supercondutor pela região de fronteira normal-supercondutor e tenderão a ser aprisionados nos sítios mais próximos. Dessa forma haverá um gradiente na densidade de vórtice da região mais externa para o interior do supercondutor. As bordas com mais vórtices aprisionados e o centro com menos. O modelo de Bean [32] supõe que, independente do campo magnético aplicado, a densidade de corrente na região do gradiente é constante e

<sup>1</sup>Os supercondutores com barreiras de superfície ou geométricas podem ter um comportamento não reversível na curva de magnetização. Este, no entanto, não é o nosso caso.

igual à crítica  $\mathbf{j}_c$ . Isto é o que é chamado de estado crítico. À medida que aumenta-se o campo magnético, mais vórtices entrarão, penetrando cada vez mais no interior e, conseqüentemente, a corrente crítica percorrerá mais espaços do supercondutor. Teremos, portanto, a formação de um gradiente de fluxo na amostra. A figura 2.12 mostra um desenho esquemático do perfil de fluxo magnético unidimensional quando estamos aumentando e diminuindo o campo magnético  $\mathbf{H}$ . Quando diminuimos o campo, os vórtices que vão tender a sair serão aqueles mais afastados do centro, criando um gradiente de fluxo de sinal contrário, com mais vórtices no interior do que nas bordas.



**Figura 2.12** Perfil do fluxo de densidade  $B(x)$  num filme fino. À esquerda aumentando e à direita diminuindo o campo magnético.

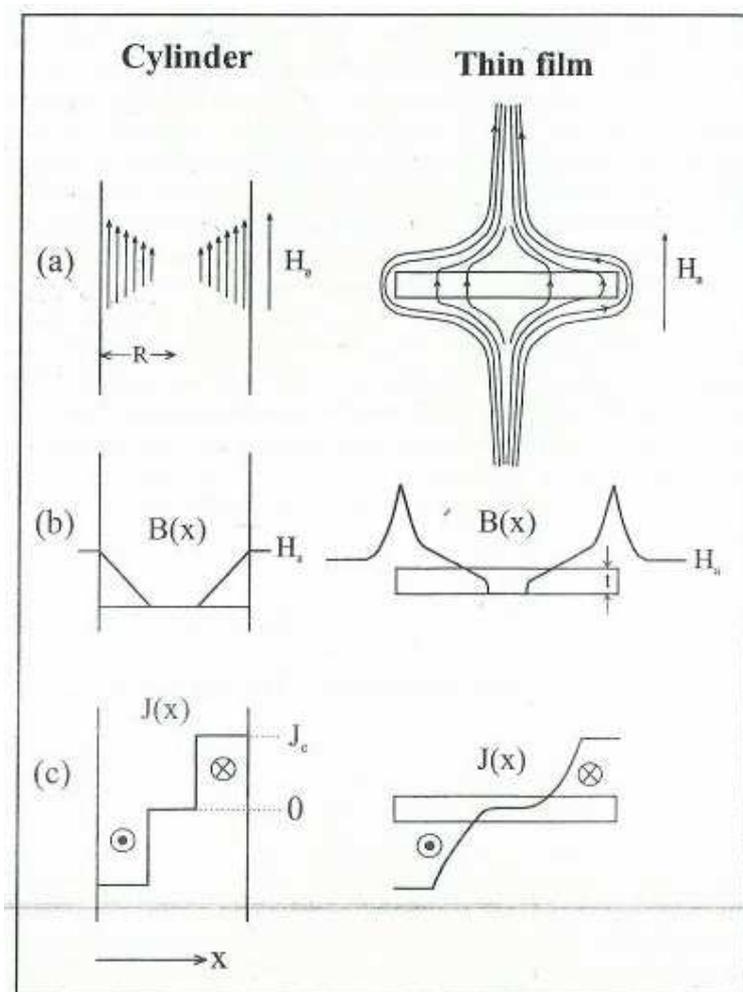
Note que, conforme a figura do perfil de fluxo, é necessário aplicar um campo com sentido contrário para que não tenhamos vórtice no interior da amostra. A amplitude do gradiente é proporcional à densidade de corrente crítica da amostra  $\mathbf{j}_c$  com um fator de proporcionalidade dependendo da geometria da amostra. Em um ciclo na curva de magnetização é possível extrair a densidade de corrente crítica, que será dada por [33]:

$$M^+ - M^- = \frac{W(3L - W)}{6L} V_s j_c, \quad (2.68)$$

onde  $W$  é a largura da amostra,  $L$  o comprimento,  $V_s$  o volume supercondutor e  $M^+$  e  $M^-$  o máximo e o mínimo valor da magnetização, respectivamente.

Para um cilindro infinito, um campo externo aplicado ao longo do seu eixo induzirá correntes de blindagem na sua superfície, com um valor constante ao longo do cilindro. Isso criará um campo magnético uniforme ao longo do supercondutor, que diminuirá

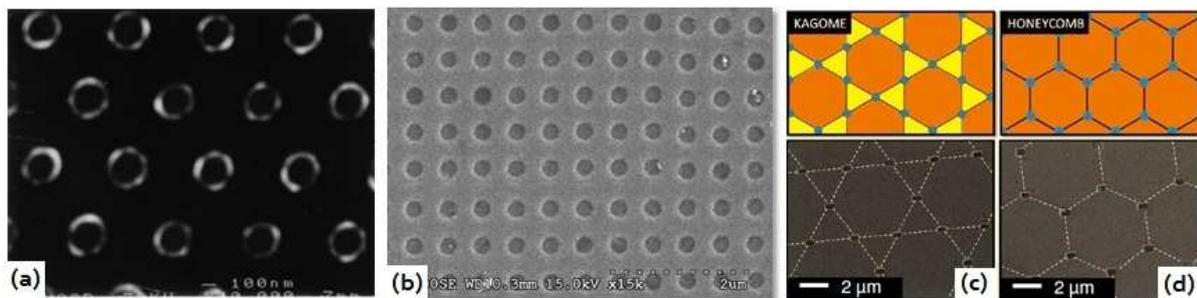
a medida que entramos no espécime. Para um filme fino supercondutor, existirá um alto fator de desmagnetização nas bordas, que provocará um aumento local no campo magnético. Como consequência, uma corrente maior será necessária para blindar o campo magnético aplicado. A figura 2.13 faz um comparativo entre o caso do cilindro infinito e o filme fino. Nela é possível observar as linhas de campo magnético dentro dos espécimes, o perfil do campo e a distribuição de corrente. Fica evidente o efeito de desmagnetização que existe no filme fino.



**Figura 2.13** Distribuição de campo e corrente em um cilindro infinito e um filme fino. (a) linhas de campo magnético, (b) perfil do campo  $B(x)$  e (c) distribuição de corrente  $J(x)$ . Figura retirada de S. Raedts [34].

## 2.10 Vórtices em supercondutores nanoestruturados

Ao longo dos anos foram criadas várias técnicas diferentes para a criação de ancoragens artificiais que visam buscar o melhor entendimento do comportamento dos vórtices nos supercondutores, o que é crucial para o desenvolvimento de materiais que possam suportar maiores densidades de corrente. Esses sítios de ancoragem têm, na maior parte dos casos, dimensões da ordem de  $\xi$  e são, portanto, da ordem de nanômetros. Diferentes geometrias foram criadas para a disposição dessas redes, sendo elas: triangulares, quadradas, kagomé [35], *honeycomb* [36] etc. A figura 2.14 mostra imagens de cada um destes tipos de geometria para a rede de ancoragem.



**Figura 2.14** Geometria com rede (a) triangular, (b) quadrada, (c) kagomé e (d) *honeycomb*.

A técnica mais utilizada para a fabricação desses padrões é a litografia por feixe de elétrons (*e-beam lithography*). Com essa técnica é possível controlar o tamanho e o tipo dos sítios de ancoragem, juntamente com a distribuição espacial dos mesmos [37], [38], [39], [40], [41]. Alguns tipos de centros artificiais mais usados são, por exemplo: *antidot*, *dots* magnéticos, *dots* metálicos e *blindholes*.

### 2.10.1 Potencial de ancoragem e saturação

Cálculos teóricos usando diferentes aproximações [42], [43], [44] mostraram que a interação entre um vórtice e um centro de ancoragem é atrativa para todas as distâncias. Uma vez que o vórtice está dentro do centro de ancoragem é criada, então, uma barreira de potencial. Se um segundo vórtice transpor essa barreira ele entrará no buraco e será formado, então, um vórtice gigante, com 2 *quanta* de fluxo. No entanto, chegaremos a um

limite de saturação natural se continuarmos a aumentar o número de vórtices ancorados pelo buraco, de modo que existe um número de saturação  $n_s$  para cada buraco. No limite de London e para  $a \gg \xi$ ,  $n_s$  é dado pela seguinte expressão [44]:

$$n_s = \frac{a}{4\xi(T)}, \quad (2.69)$$

com  $a$  o diâmetro da cavidade. No capítulo 4 discutiremos melhor a validade da expressão para o número de saturação  $n_s$ . Por ora basta sabermos que existe uma saturação do buraco e que a equação 2.69 nos dá um valor aproximado de quantos vórtices na média cabem em cada buraco.

Até o momento só falamos das ancoragens provocadas pelos defeitos no espécime que provocam atenuação no parâmetro de ordem e que reduzem, nesse ponto, a energia livre do vórtice, tornando-o atrativo. Nesses casos, chamados de ancoragem do núcleo, as forças de ancoragem atuam até distâncias da ordem de  $\xi$ .

Também existem as ancoragens eletromagnéticas que atuam até distâncias da ordem de  $\lambda$ . Como exemplo podemos considerar a interação de um vórtice com um *dot* magnético. Energeticamente é mais favorável para o vórtice se alinhar com o campo do dipolo e como consequência o vórtice ficará preso ao *dot*.

Também é possível criar sítios que, em vez de atrair, repelem os vórtices. Se um vórtice se alinha e se atrai com um dipolo no supercondutor, ele será repelido se invertermos o sentido do dipolo. Outra maneira é criar centros de repulsão aumentando a temperatura crítica local naquele ponto. O vórtice será, mais uma vez, repelido. Por último, podemos citar o caso quando um supercondutor, que possui uma rede regular de *antidots*, atinge o número de saturação  $n_s$ . Nesse caso os próximos vórtices serão repelidos pelos sítios de ancoragem e ocuparão os interstícios. Esse conceito de número de saturação e repulsão do vórtice pelo *antidot* já é bem aceito na literatura. M. Baert *et al* [45] e V. V. Moshchalkov *et al* [38], entre vários outros verificaram essa característica.

### 2.10.2 Efeitos de comensurabilidade

Os sítios de ancoragem artificiais, dispostos em redes periódicas, apresentam efeitos interessantes quando a densidade de vórtice por célula unitária é um múltiplo da densidade de sítios de ancoragem. Chamamos isso de efeito de comensurabilidade. Devido a essa simetria, medidas de magnetoresistência, corrente crítica, susceptibilidade e magnetização apresentam o que chamamos de efeito de *matching*. Os *matchings* ocorrem quando o campo magnético aplicado na amostra for um múltiplo inteiro (múltiplos fracionários também ocorrem, mas são mais difíceis de visualizar pois ocorrem com menor intensidade) do primeiro campo de *matching*  $H_1$  que é definido como:

$$H_1 = \frac{\phi_0}{A}, \quad (2.70)$$

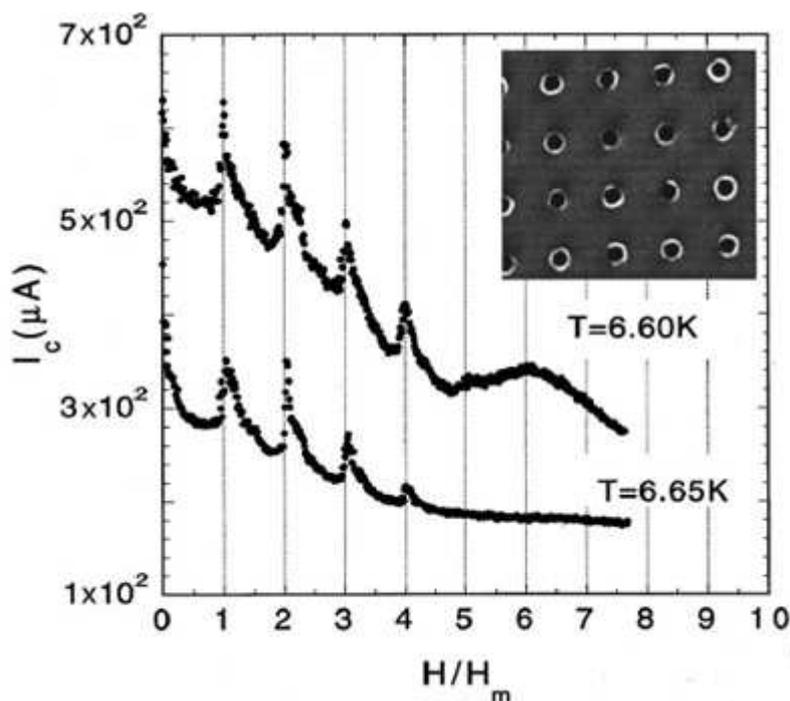
com  $A$  a área da célula unitária da rede de ancoragem. Ou seja, quando o campo é  $H = nH_1$  com  $n$  inteiro fica mais difícil mover um vórtice pois devido à simetria criada, grande parte dos vórtices estão num mínimo de energia. Como consequência, um aumento de corrente crítica é esperado nesses valores de campo. É importante citar que esses efeitos aparecem quando a temperatura do sistema está próxima à temperatura crítica e que eles dependem fortemente da interação entre vórtices e vórtice-potencial, velocidade do vórtice e características físicas dos centros de ancoragem (tamanho e parâmetro de rede, por exemplo).

Apesar de não terem feito medidas que mostraram os efeitos de *matching*, Harada *et al* [46] constataram, por meio de imagens feitas por microscopia de Lorentz, a disposição dos vórtices e os diferentes padrões formados quando variou-se o número de vórtices na amostra. Eles consideraram uma amostra com uma rede quadrada de *antidots* e obtiveram imagens para  $H = nH_1$  com  $n = 1/4; 1/2; 1; 3/2; 2; 5/2; 3; 4$ . Com isso foi possível observar a evolução da disposição dos vórtices. No experimento deles  $n_s = 1$  e, portanto, a partir de  $H > H_1$  os vórtices começavam a entrar no interstício.

A primeira observação experimental dos efeitos de *matching* foi feita por Daldini *et al* [47] quando eles encontraram o aumento na corrente crítica para uma rede de sítios

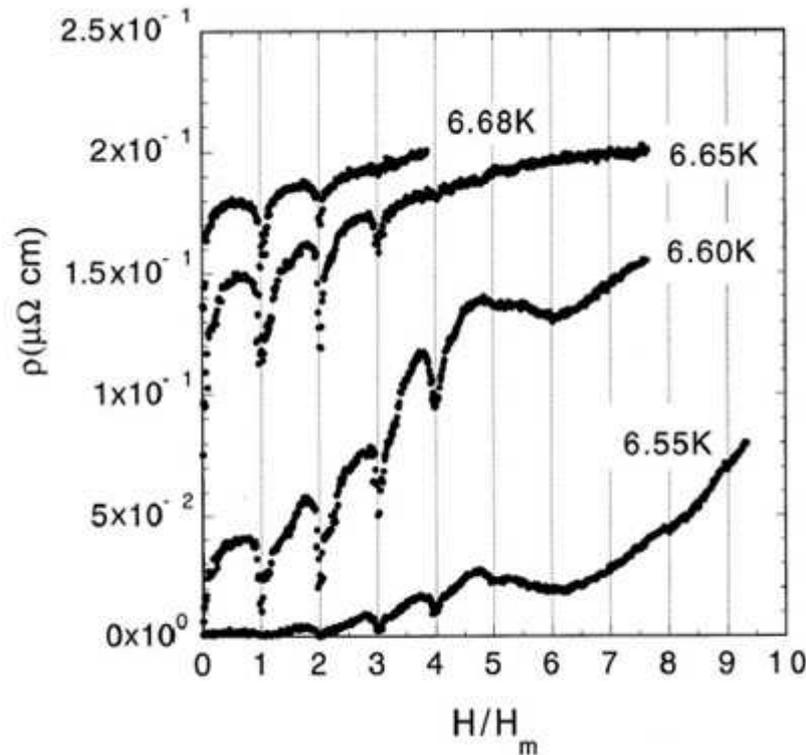
em uma dimensão. Alguns anos depois Hebard *et al* [48], em uma rede bidimensional, encontrou o efeito de *matching* para uma rede de buracos (*antidots*). Após isso, vários outros estudos verificaram o efeito de *matching* e suas características a partir de diferentes medidas [45], [38], [39], [49], [41], [50], [51], [52].

As figuras 2.15 e 2.16 mostram como o efeito de *matching* aparece nas medidas de corrente crítica e magnetorresistência, respectivamente. Ambas figuras foram retiradas da referência [52]. Na figura 2.15 vê-se que nos campos de *matching* existe um pico na corrente crítica, evidenciando que nessas configurações é mais difícil colocar o sistema em movimento. Na figura 2.16 observamos, ao invés de picos, quedas na voltagem que evidenciam a menor velocidade dos vórtices.



**Figura 2.15** Medida de corrente crítica em um filme fino nanoestruturado. O pico na corrente nos campos de *matching* ocorre devido à comensurabilidade da rede de vórtices e da rede de ancoragem. Nestas configurações os vórtices ficam mais resistentes ao movimento. Figura retirada de [52].

No capítulo 4, através da análise e da discussão de nossas medidas de magnetorresistência, nós veremos mais detalhes sobre o efeito de *matching* e a dinâmica de vórtices em filmes finos supercondutores nanoestruturados.



**Figura 2.16** Medida de magnetorresistência em um filme fino nanoestruturado. A queda na voltagem nos campos de *matching* ocorre devido à comensurabilidade da rede de vórtices e da rede de ancoragem. Nestas configurações os vórtices ficam mais resistentes ao movimento. Figura retirada de [52].

### 2.10.3 Dinâmica de vórtices em supercondutores nanoestruturados

Nas seções e subseções anteriores foram apresentados os tópicos fundamentais para o entendimento dessa dissertação. Vimos porque o vórtice surge no supercondutor, suas propriedades, equação de movimento, a estrutura formada quando eles penetram no espécime, sua interação com os sítios de ancoragem e sobre a comensurabilidade. Tudo isso é necessário para o entendimento da dinâmica de vórtices em supercondutores nanoestruturados via medidas de magnetorresistência.

Quando aplicamos uma corrente longitudinal num filme fino supercondutor, os vórtices sentirão uma força de Lorentz perpendicular à corrente e se moverão. Seu movimento está associado à criação de um campo elétrico  $\mathbf{E} = \mathbf{B} \times \mathbf{v}$  e, conseqüentemente, a uma

diferença de potencial  $V = \mathbf{E} \cdot \mathbf{l}$ , onde  $\mathbf{l}$  é o vetor comprimento que liga os pontos de voltagem. O primeiro trabalho que mostrou experimentalmente uma voltagem atribuída ao movimento dos vórtices foi o de Giaever *et al* [53], em 1966.

Caso o filme fino possua sítios de ancoragem, os vórtices ficarão presos nesses sítios e só sairão dependendo do valor de corrente aplicado. Se o valor da densidade de corrente for maior que um valor crítico  $j_c$  os vórtices sobrepõem a barreira de potencial do buraco e entrarão em movimento, caso contrário permanecerão presos. Com o aumento do campo magnético mais vórtices entrarão na amostra e, quando for atingido o número de saturação do buraco, os vórtices também irão ocupar os interstícios. Teremos, portanto, uma rede de vórtices composta (*composite flux-line lattice*). Efeitos de *matching* vão ocorrer quando o campo aplicado na amostra é comensurável com a densidade de buracos. Assim, nesses campos  $H = nH_1$ ,  $n$  inteiro, fica mais difícil mover os vórtices.

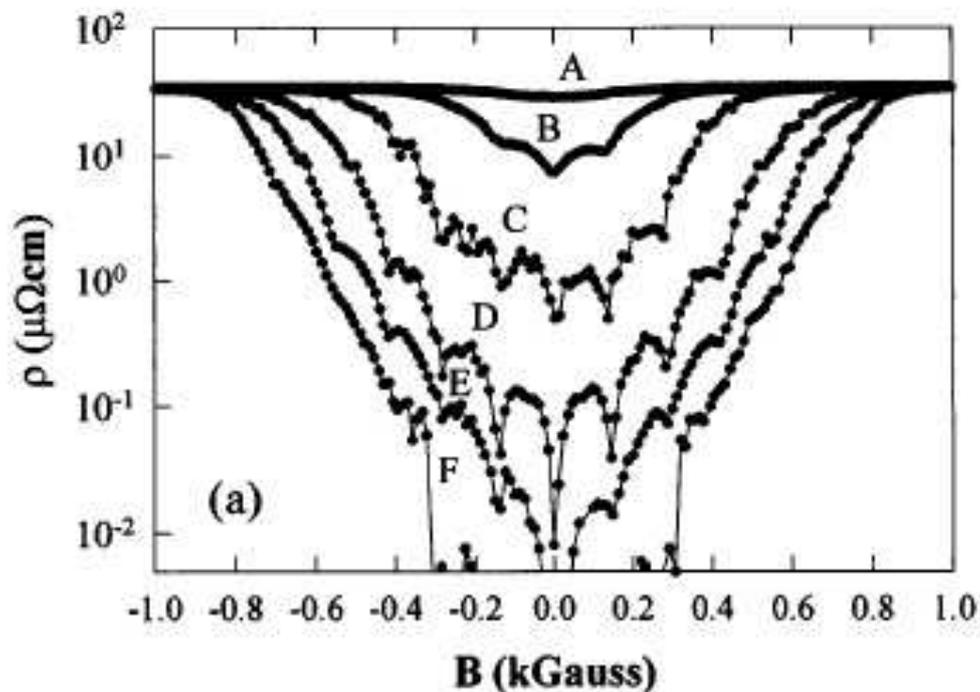
Acredita-se, desde Hebard *et al* [48] que os vórtices intersticiais possuem maior mobilidade que os vórtices ancorados. M. Baert *et al* [45] estudaram filmes finos com  $a \ll d$  ( $a$  o diâmetro do centro de ancoragem e  $d$  o espaçamento da rede) através de medidas de magnetização e verificaram que o aumento de temperatura provoca a diminuição do número de saturação  $n_s$ . Isso é esperado porque o comprimento de coerência aumenta com o aumento da temperatura, o que implica em uma menor capacidade de armazenamento de vórtices do buraco. Dessa forma, o artigo conclui que a estabilização das linhas de fluxo é fortemente dependente da temperatura, uma vez que o comprimento de coerência também é. Moshchalkov *et al* [38] investigam filmes finos com a razão  $a/d$  relativamente maior que a razão usada em [45] no intuito de encontrar melhorias na estabilização do movimento dos vórtices. Além disso, o comprimento de coerência  $\xi(0)$  calculado por ambos é igual. Através de medidas de magnetização, [38] concluiu-se que mais vórtices cabem no buraco, como esperado.

Outro parâmetro importante é a densidade de corrente. Martín *et al* [40] constataram, ao realizar medidas de magnetoresistência em filmes com *dots* magnéticos, que os efeitos de *matching* ficam mais pronunciados dependendo do valor da corrente aplicada, de forma que existe um intervalo que maximiza as reentrâncias do efeito nas curvas de magnetore-

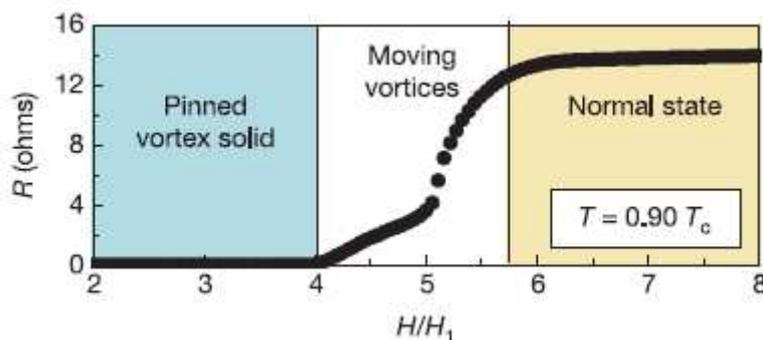
sistência. Vélez *et al* [54] avançaram e mostraram, também com amostras com *dots* magnéticos, que dependendo do valor de corrente aplicada a dinâmica pode assumir regimes diferentes: o regime de baixas velocidades dos vórtices, quando a corrente aplicada é baixa, provoca nos vórtices um escoamento plástico e os defeitos naturais aleatórios exercem uma influência considerável na dinâmica dos vórtices; o regime de velocidade intermediária quando a interação dos vórtices com a rede é máxima e, como consequência, o efeito do *matching* é pronunciado; e por último o regime de altas velocidades dos vórtices, no qual a interação vórtice-rede é novamente atenuada, como se os vórtices progredissem tão rapidamente que não sentissem a ancoragem, minimizando o efeito do *matching*. Na verdade, nessa última fase, esperamos que os vórtices se organizem novamente numa rede de Abrikosov independente dos parâmetros da ancoragem, pois os vórtices caminham no espécime sentindo muito pouco a ancoragem. Essa recristalização da rede de vórtices foi proposta pela primeira vez por Schmid *et al* [55]. A figura 2.17 mostra a dependência do efeito de *matching* com a densidade de corrente aplicada [40]. Nela é possível ver que existe uma determinada faixa de corrente (curva D no caso da figura 2.17) em que a queda na voltagem é mais pronunciada nos campos de *matching*.

De Souza Silva *et al* conseguiram [56] separar a fase estática, dinâmica e a região normal em uma medida de  $R(B)$ , ao investigarem o efeito catraca (ver figura 2.18). É possível ver claramente as três fases: vórtices ancorados, vórtices em movimento e estado normal (no estado normal a resistência não varia com o campo magnético). De acordo com a figura 2.18 a fase de vórtices se movendo inicia-se com um regime linear semelhante ao *flux flow*, no qual  $R \propto H$  (até  $H = 5H_1$ ) e depois entra em um regime não-linear (de  $H = 5H_1$  até o fim da fase de vórtices em movimento).

Simulações numéricas e os experimentos em supercondutividade com ancoragem periódica são concordantes em vários aspectos. Reichhardt *et al* [57] encontraram, através de simulação de dinâmica molecular, diversas configurações de vórtices para vários campos magnéticos. A simulação é feita levando-se em consideração tanto a interação vórtice-vórtice como a interação do potencial de ancoragem com o vórtice. O artigo estuda o caso da rede de defeitos quadrada e triangular. Os autores constataram, através das



**Figura 2.17** Medidas de magnetorresistência para uma mesma temperatura e para diferentes densidades de corrente. A curva (F) com a menor densidade de corrente e a (A) com a maior densidade de corrente aplicada. Figura retirada de [40].



**Figura 2.18** Vórtices pinados, em movimento e estado normal. Note que temos regime de *flux flow* de  $H = 4H_1$  até  $H = 5H_1$ , após isso temos uma não linearidade que termina com a destruição da supercondutividade e dos vórtices. Retirado de De Souza Silva [56].

simulações, que os primeiros vórtices preenchem o buraco, ao passo que os vórtices subsequentes preenchem o interstício, quando o número de saturação  $n_s$  é atingido. Para campos altos ( $H = 9H_1$ , por exemplo) eles encontram, em ambas amostras, uma rede

de Abrikosov. O artigo também faz simulações de curvas de magnetização e, através delas, encontra o efeito de *matching*. Reichardt *et al* [58], em outro estudo de simulação, encontraram várias fases da dinâmica de vórtice que podem ser alcançadas quando mudamos a força motora dos vórtices. Essas fases são marcadas por profundas mudanças nas curvas  $V(I)$  e estão associadas à mudança na maneira como os dois tipos de vórtices<sup>m</sup> se relacionam. Ambos os artigos [57], [58] comparam os resultados obtidos da rede de ancoragem periódica com aqueles feitos a partir de uma ancoragem puramente aleatória (estes são simulados para simples referência). Nos dois estudos eles chegam na conclusão que as características encontradas para a rede periódica nunca serão encontradas num material com centros de ancoragem aleatórios.

É possível fazer manipulação do movimento dos vórtices a partir de nanoestruturas. A exemplo disso podemos citar as técnicas de guia de vórtices (*vortex guidance*) e efeito catraca (*ratchet effect*). *Vortex guidance* consiste em criar um guia para os vórtices através de um arranjo especial das nanoestruturas, que criam um potencial de ancoragem anisotrópico. Os vórtices, ao invés de se moverem paralelo à força de Lorentz movem-se, portanto, ao longo desses guias. Obviamente existe um valor máximo da densidade de corrente em que a quebra-se a barreira de potencial criada pelos guias e os vórtices seguem seu caminho natural. Os primeiros trabalhos experimentais que verificaram foram Niessen *et al* [59], [60] em rede de ancoragens 1D. Recentemente, Reichhardt *et al* [61] fizeram estudos teóricos sobre guia de vórtices em redes de ancoragens 2D e suas previsões concordam com os resultados teóricos de Vélez *et al* [62], Silhanek *et al* [63] e Villegas *et al* [64]. O efeito catraca consiste em, a partir de uma excitação oscilatória através de uma corrente senoidal, conseguirmos mover os vórtices numa direção preferencial. Ou seja, apesar da força de Lorentz sentida pelos vórtices possuir média temporal zero ( $\langle F_L \rangle = 0$ ), os vórtices irão mover-se em um sentido preferencial. Isso é alcançado quando usa-se nanoestruturas assimétricas. A primeira demonstração experimental foi feita por Villegas *et al* [65] quando eles observaram esse efeito em amostras de nióbio com uma rede quadrada de ancoragens triangulares. Devido à assimetria intrínseca do potencial de

---

<sup>m</sup>Os ancorados e os intersticiais.

---

ancoragem, existirá um sentido preferencial de movimento dos vórtices quando excitado por uma corrente AC. Além disso, eles mostraram que, dependendo do número de vórtices por célula unitária, o sentido do movimento pode ser invertido, devido a competição vórtice-vórtice. De Souza Silva *et al* [56] também constataram o efeito catraca (desta vez a reversibilidade múltipla da catraca, demonstrada em filmes finos com *antidots*), assim como Cole *et al* [66].

# Capítulo 3

## Implementação do sistema de medidas e técnicas utilizadas

### 3.1 Introdução

Todas as medidas que estão apresentadas nessa dissertação foram realizadas no Laboratório de Supercondutividade do Departamento de Física da Universidade Federal de Pernambuco. As amostras nanoestruturadas de MoGe, tema central deste projeto, foram feitas pelo Grupo de Supercondutividade e Magnetismo em Nanoescala, Katholieke Universiteit Leuven (KUL).

Usamos o equipamento comercial PPMS<sup>a</sup> como plataforma de medidas, auxiliado por um nanovoltímetro (*Keithley 2182A*), uma fonte de corrente (*Keithley 2400*) para a amostra e uma fonte de corrente (*Keithley 6221*) para o magneto de 9 T do PPMS que gera o campo magnético a ser aplicado na amostra.

Utilizamos o método das quatro pontas como técnica para realizar as medidas de transporte. A amostra foi confeccionada através da técnica de deposição por *laser* pulsado. Além desta técnica, várias outras técnicas de fabricação de filmes finos são usadas na supercondutividade. Exemplos:

- *Sputtering* DC e RF (materiais metálicos, amorfos e cerâmicos);

---

<sup>a</sup>*Physical Property Measurement System*, fabricado pela *Quantum Design*.

- Evaporação térmica (metais);
- Epitaxia por feixe molecular, que possui um alto grau de controle de impurezas e de defeitos;
- Deposição química de vapor (cerâmicas).

## 3.2 Montagem experimental

Para realizarmos as medidas, usamos o PPMS juntamente com duas fontes de corrente e um nanovoltímetro. Um pouco mais a frente discutiremos o motivo dessa implementação. A comunicação física dos instrumentos da *Keithley* com o PPMS foi feita através de uma caixa adaptadora confeccionada com a ajuda da Oficina de Eletrônica do DF-UFPE.

O PPMS consiste num criostato de  $^4\text{He}$  líquido, munido de um magneto supercondutor. A depender da escolha dos módulos auxiliares<sup>b</sup> do fabricante, o PPMS pode ser usado para medir propriedades elétricas, térmicas, de transporte e magnetização *DC* ou *AC*. Para nosso caso, podemos obter curvas  $R(T)$ ,  $I(V)$ , corrente crítica e  $V(B)$ . O criostato consiste em um reservatório (chamado de *dewar*) de hélio líquido em alumínio com a capacidade de 30 L. O campo magnético é gerado por um solenóide supercondutor composto por uma liga de nióbio/titânio, juntamente com cobre. Fica localizado do lado de fora do *probe*, permanecendo sempre em contato direto com o hélio líquido. Além dessas características, o PPMS possui as seguintes especificações<sup>c</sup>:

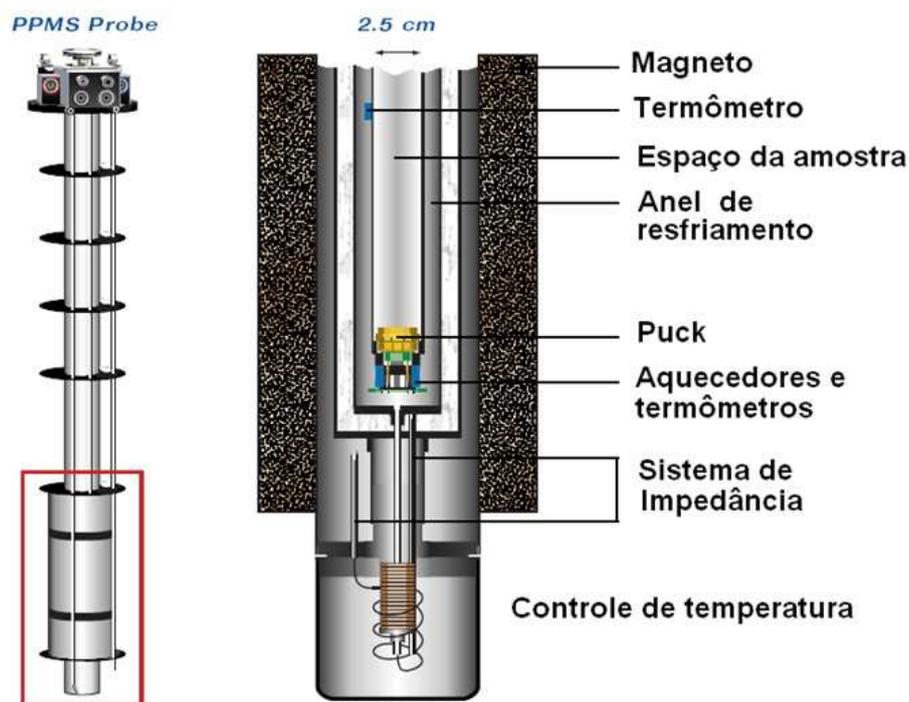
- Controla a temperatura dentro do intervalo de 1,9 - 400 K. Veremos no capítulo seguinte que, nas nossas medidas, usamos temperaturas em torno de 5 K. Para esse valor, o instrumento possui estabilidade nominal de  $\pm 0,2\%$ ;
- Atinge campos magnéticos de até 9 T. Usamos em nossas medidas campos magnéticos com amplitude de apenas algumas dezenas de militeslas;
- Aplica corrente DC/AC com amplitude de até 2 A;
- Câmara da amostra selada, que suporta uma amostra com até 2,6 cm de diâmetro.

---

<sup>b</sup>O PPMS do grupo de Supercondutividade do DF-UFPE possui os seguintes módulos, integrados no *Model 6000: DC resistivity, AC transport measurement system (ACT), ACT* com ajuste angular de amostras e *thermal transport option*.

<sup>c</sup>Mais informações podem ser encontradas no manual [67].

O *probe* do PPMS, mostrado na figura 3.1(a) é uma parte delicada do PPMS. É montado dentro do *dewar*, banhado pelo hélio e contém o controle de temperatura, o magneto supercondutor, o medidor de nível de hélio, as linhas de gás, os conectores do *puck*<sup>d</sup> da amostra e todas as outras conexões elétricas. A figura 3.1(b) mostra em detalhes um corte transversal no *probe*. Essa parte é composta por diversos tubos concêntricos que visam fundamentalmente isolar a amostra do banho de hélio (a amostra não fica em contato direto com o hélio líquido) e controlar a temperatura e o campo magnético escolhidos pelo usuário.



**Figura 3.1** (a) Desenho esquemático do *probe*. (b) Corte transversal na parte inferior do *probe* do PPMS.

O próprio PPMS intitula-se “o mais versátil instrumento de medidas, oferecendo o maior *range* para medidas elétricas, magnéticas e térmicas”<sup>e</sup>. O fato de esse sistema comercial ter sido projetado para um espectro tão amplo de aplicações o torna um tanto limitado para alguns tipos de medidas. Por exemplo, a fonte de corrente do magneto funciona muito bem para campos da ordem de tesla, uma vez que o magneto é de 9T. No

<sup>d</sup>Mais pra frente veremos a imagem do *puck*.

<sup>e</sup>Mensagem presente no site da *Quandam Design*: [www.qdusa.com/products/ppms.html](http://www.qdusa.com/products/ppms.html).

entanto, o controle do campo no regime de mT torna-se complicado. Assim, adaptamos nosso sistema de medidas com aparelhos específicos a fim de obter uma maior precisão. Esses aparelhos, quando combinados, tornam possível a realização de experimentos com as seguintes condições: pequenas variações de campo magnético, baixas correntes DC e ainda a possibilidade de excitarmos a amostra com diversas formas de onda (a fim de investigarmos o efeito catraca).

A figura 3.2 mostra todo o aparato que foi utilizado no experimento. A montagem do sistema de medidas foi relativamente simples e durou cerca de seis meses. Isso porque sempre acontecem imprevistos e, ocasionalmente, não resolvemos tão rápido.



**Figura 3.2** Montagem experimental. Na esquerda, o PPMS. (a) A estação que controla o PPMS através do *software* MultiVu (nós não usamos essa *interface*, uma vez que automatizamos pelo *LabView*). (b) *Model 6000*: exibe a temperatura, nível de Hélio, modo de operação, entre outras informações. Também é possível executar algumas funções através dele. (c) Dewar: reservatório criogênico, onde está localizada a amostra. Na direita, o sistema que foi implementado ao PPMS. (d) *Keithley 6221*. (e) *Keithley 2400*. (f) *Keithley 2182A*. (g) Estação de trabalho que possui o *LabView*.

A logística para a aquisição dos dados funcionou da seguinte forma: controlamos a temperatura com o PPMS; o campo magnético é gerado através do *Keithley 2400*; aplicamos corrente na amostra pelo *Keithley 6221*; e medimos a voltagem através do nanovoltímetro *Keithley 2182A*. Para fazer a comunicação da estação de trabalho com os 3 equipamentos e o PPMS utilizamos uma placa controladora *GPB*. O *software* usado

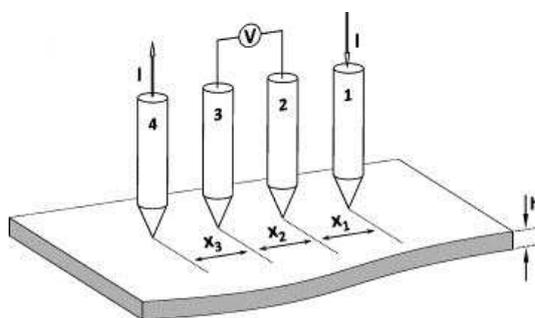
foi o *LabView*, cujas rotinas foram feitas pelo grupo de Leuven e aperfeiçoadas por mim, mudando algumas partes e trazendo o programa para nossa realidade. Também fiz programas para investigar o efeito catraca nas amostras. No entanto, essas medidas deram resultados negativos e nós não avançamos muito no estudo do efeito catraca.

Durante a montagem do sistema e durante as realizações das medidas, sentimos as seguintes dificuldades:

- Fazer a comunicação perfeita pelo *LabView* entre o PPMS e os instrumentos da *Keithley*. É preciso fazer um programa bem feito para que possamos interagir entre os equipamentos. Dessa forma, podemos obter várias medidas, usando rotinas que fazem várias medidas automaticamente (*sweeps*), otimizando o tempo e poupando o trabalho de colocar medida pra rodar a todo momento;
- Dificuldades em controlar a temperatura. Uma vez que a rotina de automatização estava feita, essa era a parte mais crítica pois não encontramos o(s) motivo(s) pelo(s) qual(is) o PPMS não conseguia controlar a temperatura sempre. Normalmente isto acontecia quando íamos de uma temperatura (*setpoint*) para outra. E a reestabilização da temperatura demandava muito tempo. Desconfiamos algumas vezes da bomba de vácuo e de outros componentes, fizemos vários testes no equipamento, troquei e-mails com o fabricante, mas todos os testes deram positivos. No entanto, as nossas medidas não ficaram prejudicadas por conta disso. Fizemos algumas medidas com pouca precisão na temperatura, precisão de 0,01 K, que foram descartadas e outras bem mais precisas (0,001 K);
- Problemas no abastecimento de hélio líquido. Na época, a criogenia do DF-UFPE estava passando por alguns problemas, de modo que o abastecimento de hélio não era tão frequente. Isso prejudicava a sequência de medidas e também o equipamento.

### 3.3 Métodos das quatro pontas

Para realizar medidas de transporte nas amostras, utilizamos o método das quatro pontas<sup>f</sup>. O método consiste em aplicar corrente por duas pontas e medir a voltagem pelas outras duas pontas restantes. As quatro pontas são colineares. Usualmente, utiliza-se os pontos externos para injetar corrente e, conseqüentemente, medir a diferença de potencial nos pontos interiores. A figura 3.3 mostra o arranjo dos contatos quando usa-se o método das quatro pontas.



**Figura 3.3** Desenho esquemático do método das quatro pontas.

Também existe o método de duas pontas, no qual a voltagem é medida pela mesma ponta que se injeta corrente. No entanto, para o nosso caso, em que lidamos com baixos valores de resistividade, tal método não é eficaz. Isto porque a medida de voltagem seria prejudicada pela resistência de contato, que possui um valor considerável. Para altos valores de resistência da amostra, o método de duas pontas poderia ser aplicado, uma vez que o valor da resistência de contato seria desprezível.

Na figura 3.4 temos uma amostra de Nióbio<sup>g</sup> dentro do porta-amostras (*puck*) do PPMS. Pelos contatos externos nós injetamos corrente, enquanto que nos internos nós medimos a voltagem. Para todos casos usamos fio de prata e tinta de prata para fazer os contatos.

<sup>f</sup>Este método é bastante utilizado na física de semicondutores.

<sup>g</sup>Essa é uma outra amostra supercondutora que nós só fizemos algumas medidas nela e, por isso, ela não o tema central dessa dissertação. Infelizmente não conseguimos imagens da amostra de MoGe, pois, no meio das medidas ela danificou-se.



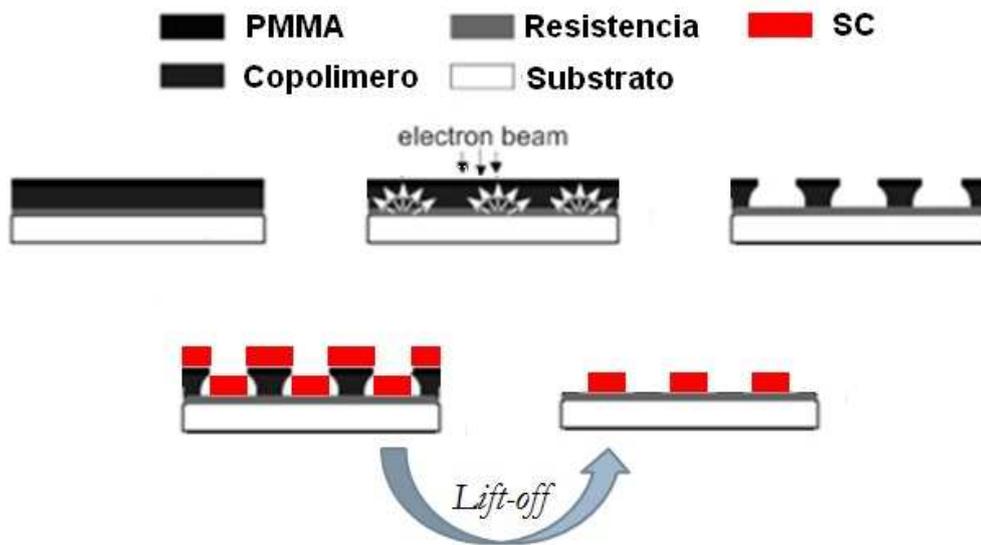
**Figura 3.4** *Puck* do PPMS com a amostra supercondutora de Nióbio e os contatos. Atentar para a disposição dos contatos seguindo o método das quatro pontas: nos pontos exteriores (I+ e I-) injetamos corrente elétrica e nos pontos interiores (Va+ e V-) medimos a voltagem.

### 3.4 Fabricação da amostra

Para a fabricação da amostra são necessárias três etapas: litografia por feixe de elétrons, deposição por *laser* pulsado e *lift-off*. A figura 3.5 ajuda a entender como é o procedimento de fabricação. A litografia por feixe de elétrons é uma técnica especializada em criar padrões nanoestruturados extremamente finos (da ordem de até 50 nm). A técnica consiste basicamente no escaneamento do feixe de elétrons sobre uma superfície coberta com um filme isolante (PMMA, polimetil-metacrilato ou acrílico) que fica sobre o substrato da amostra e que é sensível aos elétrons incidentes (primeiro desenho da figura). A região que o feixe vai incidir e, conseqüentemente, o padrão que vai criar as nanoestruturas é programado previamente pelo usuário a partir do computador. Logo, após o escaneamento de toda a região programada, teremos parte do material com PMMA original e parte com o PMMA modificado quimicamente (segundo desenho da figura). Após a modificação química do material que foi exposto ao feixe ocorre a remoção desta região por revelação química (terceiro desenho da figura). Neste momento, o PMMA só permanecerá onde futuramente estarão os *antidots*. A partir daí é necessário depositar o filme supercondutor (no nosso caso usamos a técnica de deposição por *laser* pulsado) sobre o substrato/PMMA (quarto desenho da figura). Por fim, o *lift-off* retira

o PMMA juntamente com a camada de supercondutor no topo das nanoestruturas. Essa remoção é feita por banho de acetona sob ultrassom. Dessa forma, pode-se construir um filme fino nanoestruturado com *antidots*.

Na próxima subseção, será explicado com um pouco mais de detalhes como é a técnica de deposição por *laser* pulsado.



**Figura 3.5** Etapas para a fabricação da amostra: litografia por feixe de elétrons (criação da máscara), deposição por *laser* pulsado e *lift-off*.

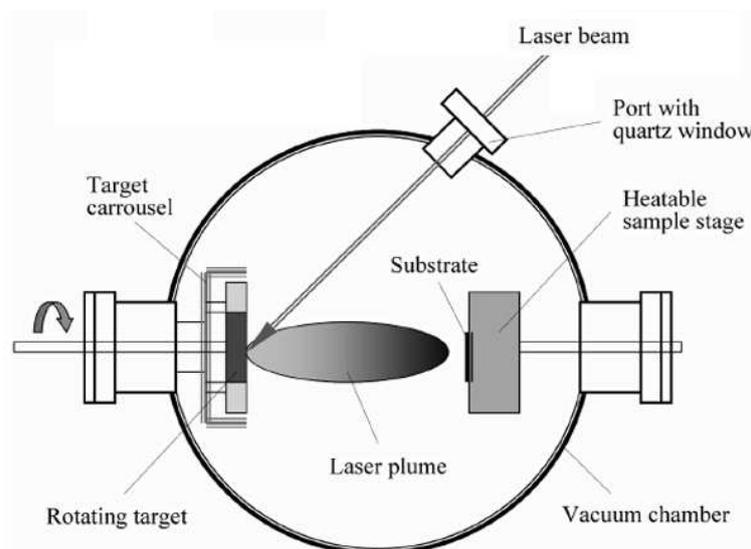
### 3.4.1 Deposição por *laser* pulsado

A técnica utilizada para o crescimento da nossa amostra foi, como dito anteriormente, a deposição por *laser* pulsado (*Pulsed Laser Deposition, PLD*). Essa técnica de deposição de filmes finos é constituída basicamente por quatro elementos:

- Uma câmara de vácuo;
- O *laser* pulsado de alta potência;
- O alvo, formado pelo material a ser depositado;
- O substrato, onde os átomos e íons removidos serão depositados.

Numa câmara de ultra-alto vácuo (com uma pressão de  $10^{-7}$  mbar), um *laser* pulsado (Nd:YAG,  $\lambda = 532$  nm) de alta potência incide no alvo (no nosso caso,  $\text{Mo}_{78}\text{Ge}_{22}$ ), que

será extraído e depositado no substrato. Para nossa amostra, usamos um substrato de Si com uma camada amorfa de SiO no topo, melhorando o crescimento amorfo da nossa amostra de MoGe e conseqüentemente resultando numa amostra de melhor qualidade. Devido a alta potência do *laser*, uma pluma plasmática contendo o material sai do alvo em direção ao substrato. A remoção dos átomos e íons do interior do alvo se dá através da vaporização superficial do material. Após isso, a pluma expande para o substrato devido a repulsão Coulombiana e, por fim, é depositada no substrato. Junto ao substrato, existe um aquecedor que atinge uma temperatura máxima de 900°C e otimiza o processo de deposição das camadas. A figura 3.6 é um desenho esquemático da técnica.



**Figura 3.6** Desenho esquemático do arranjo da técnica PLD. O *laser* incide no alvo retirando átomos e íons e formando uma pluma plasmática que, após isso, é depositada no substrato.

Embora a montagem e o arranjo sejam relativamente simples comparados a outras técnicas, os fenômenos físicos envolvidos no processo de ablação, interação e deposição no substrato são complexos. Mais detalhes podem ser encontrados na referência [68].

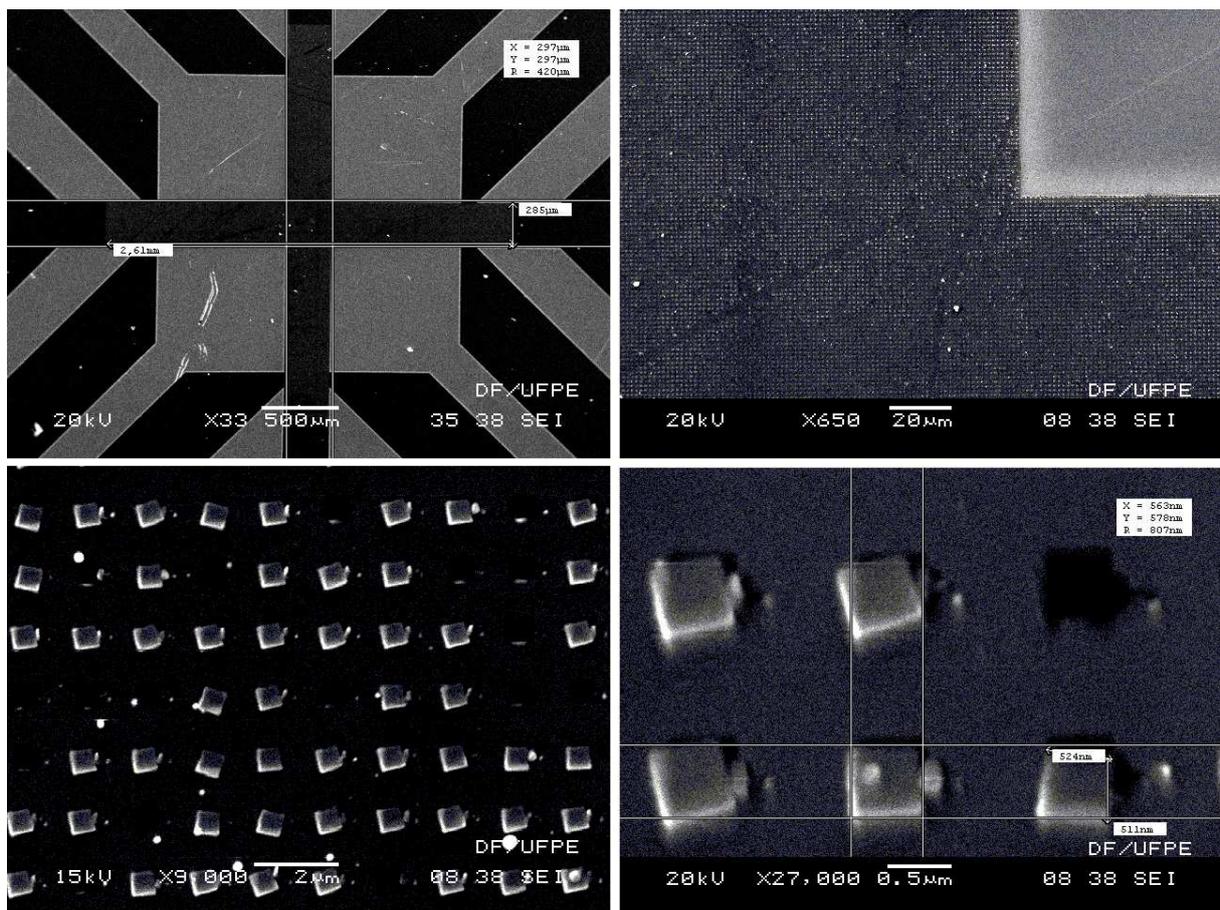
Os parâmetros usados para a deposição foram os seguintes: 55 J de energia para o *laser* e uma frequência de 10 Hz, resultando em uma taxa de deposição de 1,1 nm/min.

Através dessa técnica, pôde-se criar uma boa amostra de MoGe, com ancoragem fraca (*ultra-low pinning*) e temperatura crítica relativamente alta, tornando possível a investigação da dinâmica de vórtices via medidas de magnetoresistência em uma ampla

faixa de campos magnéticos e temperaturas. Esses dois fatores têm de ser levados em consideração para a obtenção de uma boa amostra. Filmes de alumínio, por exemplo, apresentam fracas regiões de ancoragem, no entanto, têm uma temperatura crítica muito baixa ( $T_c \approx 1,2$  K), inviabilizando a medida destas amostras por nós. A temperatura crítica de MoGe na forma cristalina é 1.8 K, enquanto que na variação amorfa  $\alpha$ -MoGe pode chegar até 7 K (veremos mais para frente que nossas amostras têm  $T_c \approx 5,0$  K). No nosso caso, queremos investigar a dinâmica dos vórtices, utilizando um criostato de  $^4\text{He}$ , por isso a variação amorfa é o melhor candidato.

### 3.5 Imagens da amostra de MoGe

Na figura 3.7, estão algumas imagens da amostra de MoGe que foram feitas pelo DF-UFPE, via *AFM*. Das quatro imagens apresentadas é possível ver as nanoestruturas em três. Vê-se facilmente que a nossa amostra possui uma rede quadrada de centros de ancoragens, com nanoestruturas de aproximadamente 500 nm x 500 nm. Os quadradinhos pretos caracterizam-se pela ausência de material, enquanto que os brancos estão preenchidos por PMMA que não foram removidos totalmente da amostra no processo de *lift-off*. Existe uma grande possibilidade de não ter havido o *lift-off* na nossa amostra para não danificá-la, pois sua espessura é pequena (12 nm). No entanto, como o PMMA é isolante, a presença dele na amostra não altera as propriedades da amostra nem as medidas realizadas.



**Figura 3.7** Imagens da amostra de MoGe com os *antidots* nanoestruturados feitas no DF-UFPE por *AFM*.

# Capítulo 4

## Dinâmica de vórtices através de medidas de magnetorresistência

### 4.1 Introdução

Defeitos artificiais<sup>a</sup> para aprisionamento de vórtices são utilizados com intuito de prevenir dissipação de energia a partir do movimento dos vórtices. A competição entre o potencial de aprisionamento e interação vórtice-vórtice altera as configurações da rede a cada novo vórtice que entra na amostra, de modo a obter a energia mínima. Entender como os vórtices estão dispostos em cada campo de *matching* ajuda-nos a entender como funciona essa competição e quais suas características.

Nesse capítulo apresentaremos as medidas de caracterização e as medidas de magnetorresistência da nossa amostra. Através das últimas encontramos a característica principal do efeito da comensurabilidade das redes: queda da voltagem nos campos de *matching*. Serão apresentadas nossas duas interpretações que buscam entender a dinâmica de vórtices através das medidas realizadas, ou seja, faremos inferências sobre as configurações de vórtices formadas nos campos de *matching*. Faremos uma interpretação do ponto de vista estático e outra do ponto de vista dinâmico. Verificaremos, através das duas in-

---

<sup>a</sup>Entendemos como defeitos artificiais uma rede de buracos (“*antidots*”), *dots* magnéticos ou defeitos aleatórios.

interpretações, que existe uma diferença entre a comensurabilidade dinâmica e estática e que, desta forma, é necessário utilizar argumentos dinâmicos para extrair informações do sistema.

A primeira análise é feita usando a premissa de que um aumento considerável na velocidade dos vórtices implica no surgimento de vórtices intersticiais, pois consideraremos que esses tem mais mobilidade. A segunda análise é feita baseada na equação que rege o regime de *flux flow*. Através dela, obtivemos um modelo simples que se aplica a nossa amostra e, com isso, especulamos sobre a dinâmica de vórtices. Na última parte faremos uma discussão sobre as análises, discutindo os pontos em que elas concordam e onde discordam.

## 4.2 Características do sistema estudado

O processo de fabricação e as dimensões físicas (*layout* da máscara) de ambas amostras foram idênticos. Lembre-se que fizemos medidas em duas amostras de MoGe, no entanto, apenas uma apresentou as feições de *matching* bem marcadas e esta será a amostra que será estudada neste trabalho. Para a outra amostra nós só apresentaremos a curva de caracterização  $R(T)$ <sup>b</sup>. A figura 4.1 mostra o desenho esquemático de uma porção da amostra e a tabela 4.1 sintetiza todos os parâmetros da amostra<sup>c</sup>.

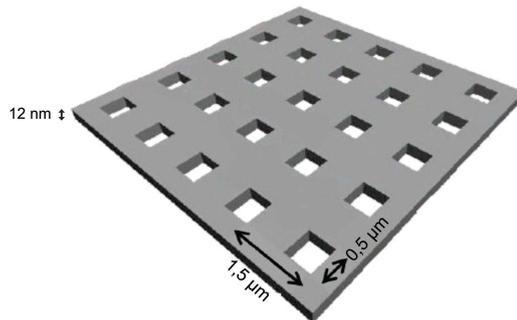
Comprimento	2,61 mm
Largura	285 $\mu\text{m}$
Espessura	12 nm
Parâmetro de rede	1,5 $\mu\text{m}$
Comprimento do <i>antidot</i> em x	0,5 $\mu\text{m}$
Comprimento do <i>antidot</i> em y	0,5 $\mu\text{m}$
$H_1$	0,92 mT

**Tabela 4.1** Dimensões da amostra.

A análise da dinâmica de vórtices em função do campo e da temperatura fica mais

<sup>b</sup>Acreditamos que houve uma assimetria na instalação do substrato em relação à pluma de MoGe produzida pelo *laser*. Devido a isso, acreditamos que as amostras ficaram com uma ligeira variação longitudinal na espessura, tornando-as levemente diferentes.

<sup>c</sup>As informações referentes às dimensões da amostra foram retiradas das figuras 3.7 e 4.1.



**Figura 4.1** Desenho esquemático de uma porção da amostra nanoestruturada. Os buracos representam os *antidots* da amostra. A célula unitária quadrada possui um parâmetro de rede de  $1,5 \mu m$ . Figura adaptada de Silhanek *et al* [69].

clara quando expressamos o campo magnético em unidades de  $H_1$ , que é definido por:

$$H_1 = \frac{\phi_0}{L_x \times L_y},$$

e representa o primeiro campo de *matching*. Aqui,  $\phi_0$  é o *quantum* de fluxo magnético<sup>d</sup> e  $L_x$  e  $L_y$  são os parâmetros de rede. Para  $L_x$  e  $L_y$  iguais a  $1,5 \mu m$  obtemos  $H_1 = 0,92 mT$ . Dessa forma, teremos, em média, a quantidade de vórtices que estão presentes em cada célula unitária, isto é, para  $H = 0,92 mT \Rightarrow H = 1H_1$  temos em média um vórtice para cada célula unitária, para  $H = 2 * 0,92 mT \Rightarrow H = 2H_1$  temos dois vórtices para cada célula unitária e assim por diante.

### 4.2.1 Tipo de medida escolhida

Além da medida de caracterização  $R(T)$ , apresentaremos nesta dissertação os resultados obtidos para medidas de curvas  $V(B)$ , quando a amostra é submetida a uma pequena corrente elétrica. Estas são conhecidas como medidas de magnetorresistência<sup>e</sup>. Escolhemos este tipo de medida pois buscamos entender o comportamento dos vórtices quando já está estabelecido um regime dinâmico dentro do supercondutor. Medidas de corrente crítica, largamente utilizadas na literatura, são boas para obter informações a respeito do

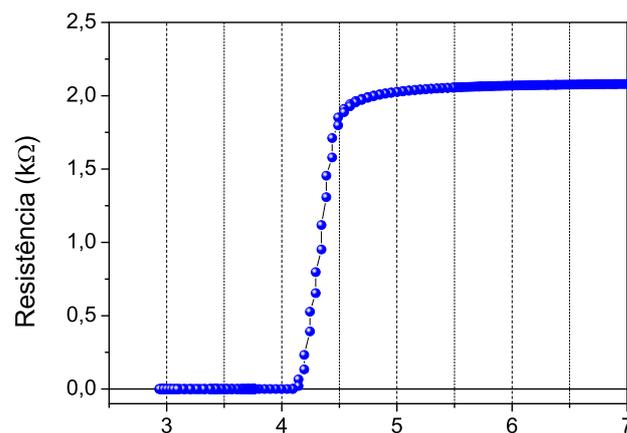
<sup>d</sup> $\phi_0 = 2,07 \times 10^{-15} Tm^2$ .

<sup>e</sup>Uma vez conhecida a corrente aplicada, obtemos  $R(B)$ .

regime estático, uma vez os vórtices estão na iminência do movimento. Poderíamos ter feito medidas de corrente crítica<sup>f</sup> justamente para comparar os dois regimes, no entanto, tais medidas não trariam informações do regime dinâmico, que é o que buscamos.

### 4.2.2 Medida de caracterização $R(T)$

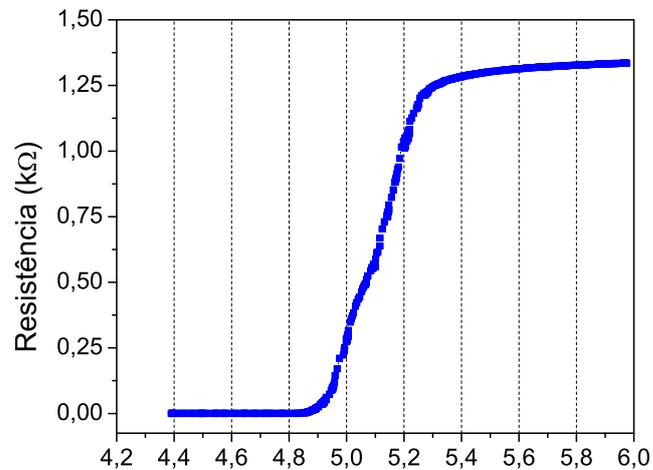
As medidas de caracterização  $R(T)$  feitas nas amostras estão mostradas nas figuras 4.2 e 4.3. É possível ver claramente a transição entre os estado normal e superconductor. No nosso caso, a amostra 1 possui  $T_c=4,20$  K e a amostra 2 possui  $T_c=4,95$  K. Usamos o critério de 10% do valor da resistência elétrica no estado normal para estimar a temperatura crítica.



**Figura 4.2** Gráfico  $R(T)$  da amostra 1. A transição de estados ocorre aproximadamente em  $T_c=4,20$  K. Para esse gráfico foi usado uma corrente  $DC$  de  $40 \mu A$ .

A figura 4.4 mostra o gráfico  $R(T)$  para várias amostras de MoGe, todas elas produzidas pelo grupo da K.U. Leuven (o mesmo que fez nossas amostras). Na figura 4.4, as amostras diferenciam-se pela espessura. Podemos notar, a partir do gráfico, que quanto mais espessa for a amostra, maior será a temperatura crítica [70]. Apesar de um pouco contra-intuitivo, isso acontece porque a temperatura crítica de filmes finos supercondutores é fortemente influenciada pelos defeitos provenientes da interface entre o substrato e

<sup>f</sup>Não houve tempo hábil para realizar medidas de corrente crítica.



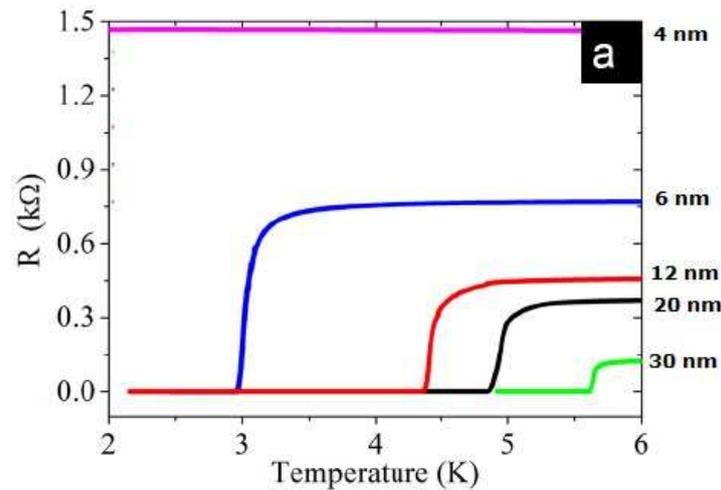
**Figura 4.3** Gráfico  $R(T)$  da amostra 2. A transição de estados ocorre aproximadamente em  $T_c=4,95$  K. Para esse gráfico foi usado uma corrente  $DC$  de  $20 \mu A$ .

o material do filme, de tal forma que quanto mais fino for o filme, mais susceptível ele será às regiões defeituosas levando a uma menor temperatura crítica. No entanto, isso não é regra geral e existem exceções, exemplos: o alumínio e o composto  $La_{2-x}Sr_xCuO_4$  [71].

A espessura nominal das nossas duas amostras é de 12 nm. A partir do gráfico da figura 4.4, podemos ver que nossos valores encontrados para  $T_c$  são razoáveis para a espessura em questão, uma vez que o gráfico indica  $T_c \approx 4,5$  K para a espessura de 12 nm. No entanto, ao comparar os valores de resistência do estado normal do gráfico 4.4 com o nosso, vemos que eles diferem. Entretanto, essa comparação deve ser feita com a resistividade uma vez que a resistência vai variar de acordo com o tamanho da amostra (*bridge*).

### 4.3 Análise da dinâmica de vórtices a partir das curvas $V(B)$

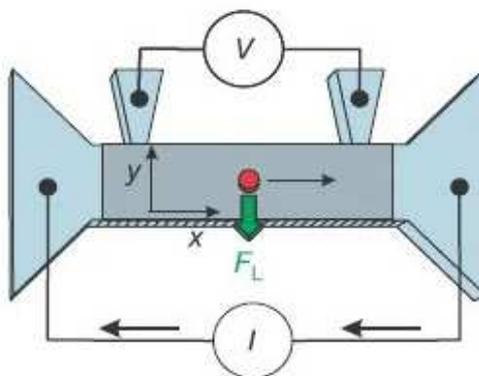
Sabemos que em supercondutores do tipo II é permitida a entrada de vórtices. De 0 até  $H_{c1}$  não temos nenhum vórtice dentro da amostra. À medida que aumentamos de



**Figura 4.4** Gráfico  $R(T)$  para 5 amostras de MoGe com espessuras distintas: 4, 6, 12, 20 e 30 nm. Note que na faixa de temperatura em questão, não pode-se determinar a temperatura crítica da amostra de 4 nm. Figura retirada de [70].

$H_{c1}$  para  $H_{c2}$ , vórtices começam a penetrar na amostra de tal forma que, quanto maior o campo magnético, mais vórtices entrarão na amostra. A partir de  $H_{c2}$  a amostra fica toda no estado normal. Se aplicarmos uma corrente elétrica na amostra quando na presença de vórtices, estes sentirão a corrente, via força de Lorentz, e, na ausência de *pinning*, começarão a se mover perpendicularmente ao movimento dos elétrons supercondutores. Tal movimento dissipa energia, pois a região central do vórtice não é supercondutora, o que acarretará em resistência elétrica diferente de zero. A figura 4.5 ilustra esse efeito. Todavia, caso a amostra apresente sítios de ancoragem (sejam eles de naturezas diversas), os vórtices podem ser aprisionados a depender da intensidade da densidade de corrente elétrica ou do campo magnético. Quando a densidade de corrente é alta, suficiente para vencer a força de ancoragem, os vórtices passam a se mover, gerando resistência elétrica.

Como já dito anteriormente, sítios de ancoragem dispostos em redes regulares proporcionam efeitos de *matching* quando ocorre a comensurabilidade entre a rede de vórtice e a rede de ancoragem. Isto é, nos campos múltiplos de  $H_1$ , teremos o casamento entre a rede de vórtices e a rede de buracos, proporcionando uma ligeira queda na voltagem. Nesta situação, a rede de vórtice como um todo “sente” mais o potencial de ancoragem, ficando mais difícil mover os vórtices. Todo esse debate teórico já foi explanado anteriormente.



**Figura 4.5** Desenho esquemático da força sofrida pelos vórtices provocada pela corrente elétrica. Note que o movimento dos vórtices é perpendicular ao movimento dos elétrons supercondutores. Figura retirada de [56].

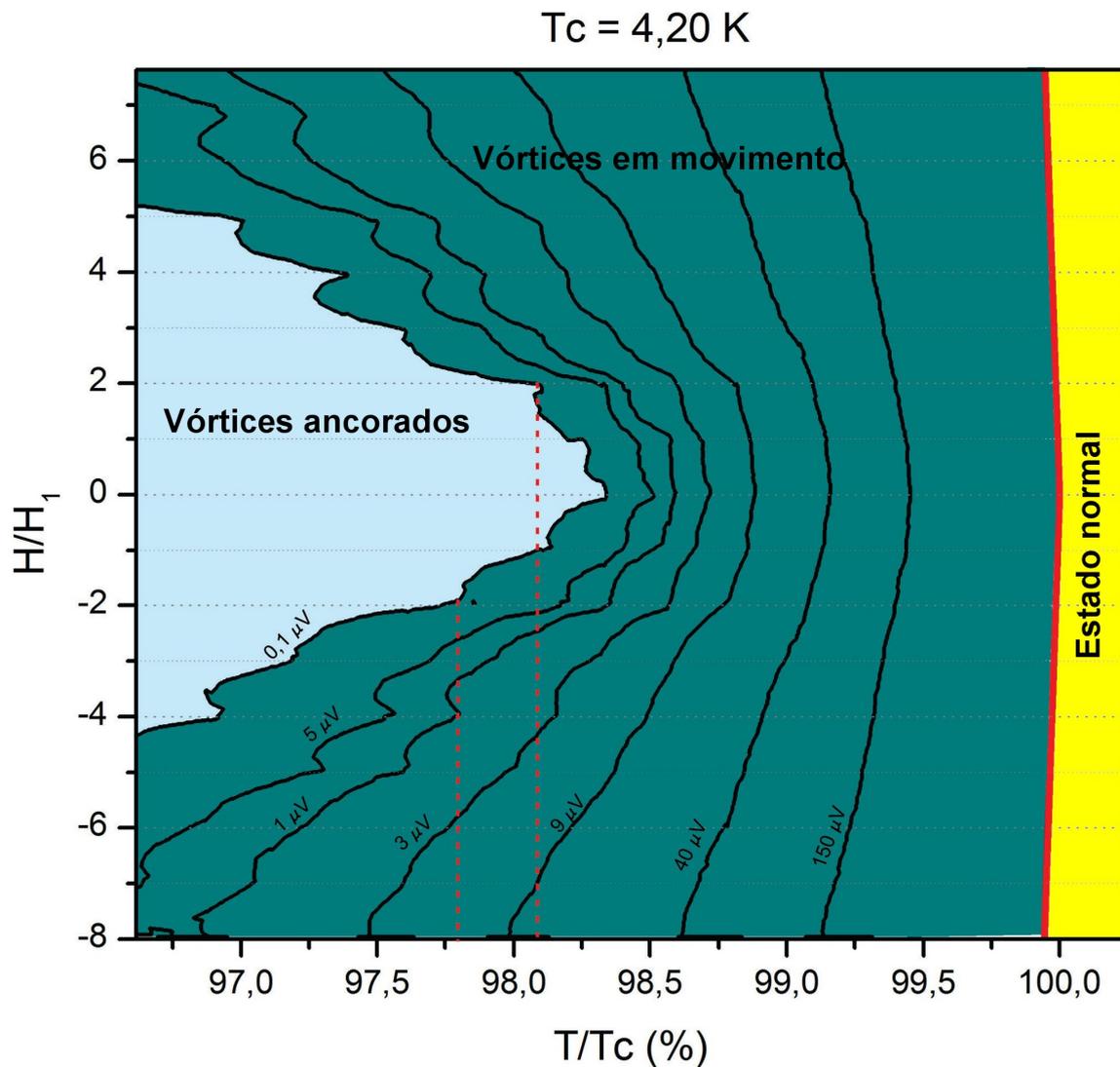
A figura 4.6 mostra o diagrama  $H(T)$  da amostra com  $T_c = 4,20$  K, após serem realizadas várias medidas de magnetorresistência. Para todas as nossas medidas, nós utilizamos  $10 \mu A$  de corrente elétrica. O diagrama foi dividido em três regiões correspondendo a três fases distintas: vórtices ancorados, vórtices em movimento e estado normal. A fronteira entre vórtices ancorados e vórtices em movimento foi adotada como  $0,1 \mu V$ , pois abaixo disso temos uma região de platô em voltagens muito baixas e acreditamos não ter movimento significativo de vórtices. Para a outra fronteira, traçamos a curva que corresponde ao  $H_{c2}$  da amostra que, segundo<sup>g</sup> [70], é da ordem de 13 T. Não chegamos ao estado normal nas medidas de transporte da nossa amostra<sup>h</sup>, uma vez que a maior temperatura medida foi  $99,5\%T_c$  (4,18 K) e o  $H_{c2}$  da nossa amostra é alto. Portanto, para a construção do diagrama  $H(T)$  nós extrapolamos as medidas a partir de  $99,5\%T_c$  até a curva de  $H_{c2}$ , onde inicia-se o estado normal.

Inicialmente, podemos citar três características marcantes ao analisar o diagrama de fase  $H(T)$  na figura 4.6:

- Nossa amostra possui a faixa de vórtices em movimento bastante larga, devido ao alto campo de  $H_{c2}$ . Isso torna o MoGe uma boa opção para o estudo de dinâmica

<sup>g</sup>J. Cuppens trabalhou com a mesma amostra na sua tese de doutorado.

<sup>h</sup>Como citado no capítulo anterior, o controle de temperatura foi um pouco problemático. Neste caso, temperaturas perto de 4,20 K eram difíceis de serem estabilizadas pois, neste valor, o PPMS trocava para um modo de operação que desconfiávamos estar um pouco descalibrado.



**Figura 4.6** Diagrama de fase  $H(T)$  da nossa amostra. A região azul clara refere-se aos vórtices ancorados, na região verde os vórtices estão em movimento e na região amarela a supercondutividade foi destruída e a amostra encontra-se no estado normal. Foram desenhadas algumas curvas de nível para evidenciar o efeito de comensurabilidade e as duas linhas vermelhas tracejadas servem para evidenciar a pequena assimetria na produção da amostra.

de vórtices, uma vez que o mesmo apresenta numa região mais ampla de parâmetros as características da dinâmica de vórtice em supercondutores nanoestruturados;

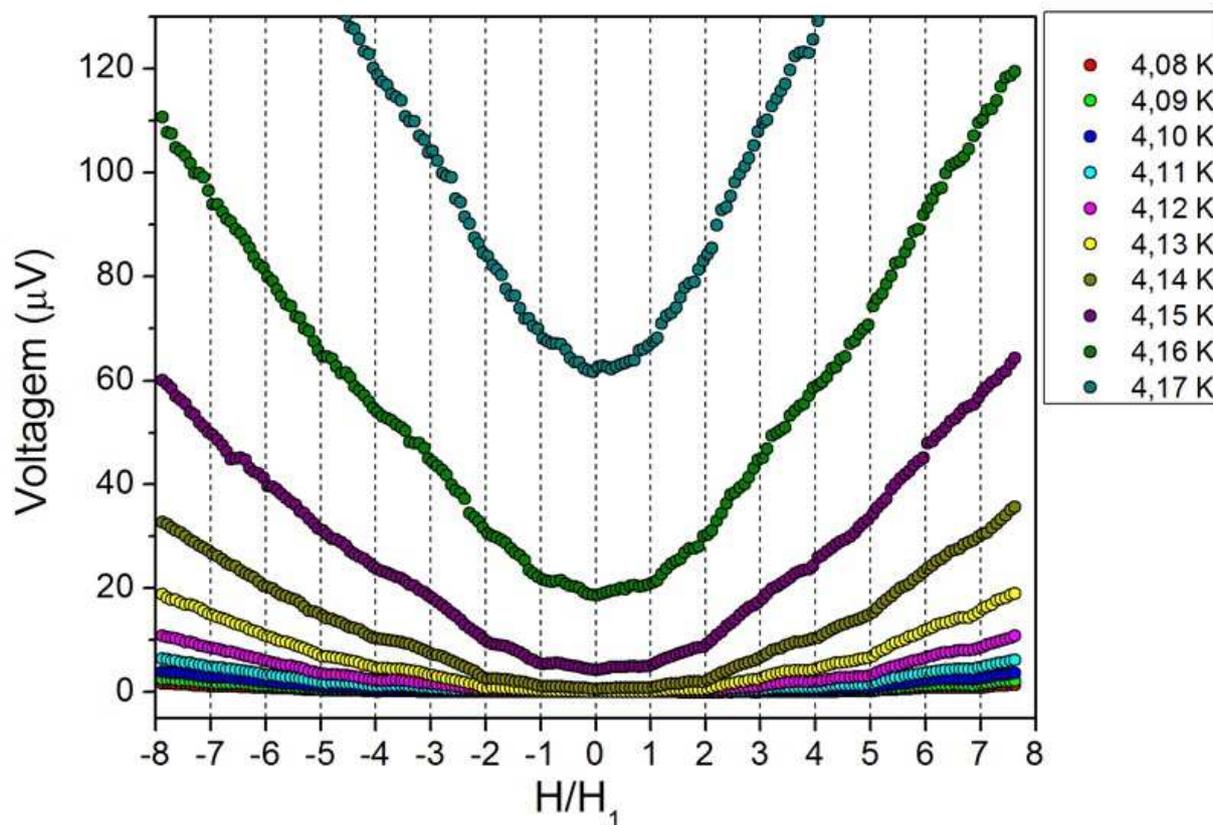
- Podemos ver facilmente a ausência da característica marcante em campos de *matching* para  $H = 6H_1$ . Isto é, a esperada reentrância quando o campo magnético assume valores múltiplos de  $H_1$  não acontece no 6<sup>a</sup> campo de *matching* da nossa amostra;

- É possível notar uma assimetria entre os campos positivo e negativo nas nossas medidas. Isso provavelmente está atribuído à não homogeneidade da espessura da amostra. No entanto, a assimetria não nos remete a mudanças qualitativas da dinâmica ou da física envolvida nos campos positivos e negativos.

De acordo com alguns resultados experimentais, a queda da voltagem nos campos múltiplos de  $H_1$ , em virtude da comensurabilidade da rede de vórtice com a rede de buracos, pode ser explicada de duas formas, ambas relacionadas com a velocidade dos vórtices:

- Quando a amostra tende a entrar no estado normal, vemos claramente, através do diagrama  $H(T)$  na figura 4.6, que, à medida que caminhamos para o estado normal (aumentando a temperatura), as reentrâncias características nos campos de *matching* ficam cada vez menos expressivas. Isso ocorre porque o potencial do buraco já não afeta tanto a dinâmica dos vórtices, que agora estão mais rápidos. Nesse caso, a interação vórtice-vórtice supera a influência do potencial do buraco. Essa atenuação do efeito de *matching* quando os vórtices ficam mais rápidos foi verificada por M. Vélez *et al* [72];
- Além do limite superior das altas velocidades citado acima, M. Vélez *et al* [72] também constataram essa atenuação para baixas velocidades. Para esse caso, a ancoragem devido a sítios randômicos, que possui uma intensidade mais fraca que os centros de ancoragem artificial, tem uma influência relevante na dinâmica, exatamente pelos vórtices estarem mais lentos. Devido a isso, teremos novamente uma atenuação no efeito de *matching*.

A figura 4.7 mostram as curvas que deram origem ao diagrama de fase  $H(T)$  da figura 4.6. Para visualizar melhor as medidas e fazer uma melhor análise, voltaremos nossa atenção apenas para a parte positiva do campo e será feito um *zoom* nos menores valores de voltagem, de acordo com a figura 4.8 . Podemos notar pelo gráfico da direita regiões de platô para as curvas de baixas temperaturas. Essas regiões indicam que os vórtices estão ancorados, por isso que a voltagem dessas curvas possui valores quase zero. No entanto,

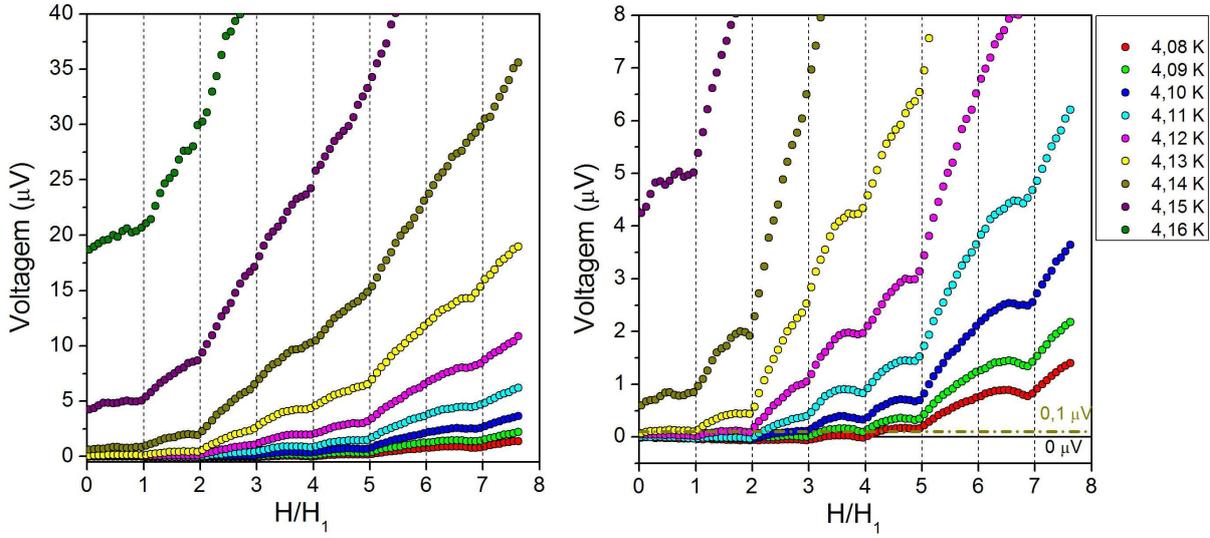


**Figura 4.7** Curvas de magnetorresistência medidas no filme fino de MoGe com  $T_c=4,20$  K.

a medida que aumentamos o campo magnético as curvas começam a “desprender-se” dos baixos valores de voltagem e os vórtices, conseqüentemente, iniciam uma dinâmica considerável. Foi isso que nos motivou a utilizar  $0,1 \mu V$  como fronteira de fase entre os vórtices ancorados e vórtices em movimento. É fácil notar, novamente pelo gráfico da direita da figura 4.8, que a diminuição da voltagem fica um pouco fora dos campos de *matching* principalmente para os campos maiores. Isso está relacionado com o ajuste do campo  $H_1 = 0,92 mT$ . Tentamos outros valores além de  $0,92$  para ver se melhor se ajustavam ao gráfico e encontramos o valor  $0,90 mT$  que ficou sendo usado em todos os gráficos, mas ainda assim fica um pouco desajustado nos campos maiores.

A partir dessa figura podemos fazer três especulações quanto à dinâmica:

- Ocorre uma mudança de comportamento de  $H = 2H_1$  para  $H = 3H_1$ . É notável o salto da voltagem nesse ponto, principalmente a partir da curva  $4.11$  K. Como



**Figura 4.8** Curvas de magnetorresistência medidas no filme fino de MoGe com  $T_c=4,20$  K. O gráfico da direita é apenas um *zoom* que realça as feições do *matching*. Foi traçada a curva  $V = 0,1 \mu V$  como referência de fronteira de fase.

a voltagem está diretamente relacionada à velocidade dos vórtices, nessa transição os vórtices estão ganhando bem mais velocidade, sugerindo que o terceiro vórtice não cai no buraco, mas no interstício. Tiramos essa conclusão porque, atualmente, acredita-se que os vórtices intersticiais estão mais livres, uma vez que não estão presos ao potencial de *pinning* e, por isso, têm maior mobilidade. Um dos primeiros trabalhos que menciona isso e é bem completo em outros aspectos pode ser encontrado na referência [38].

- Comportamento semelhante ao citado acima acontece do  $H = 5H_1$  para  $H = 6H_1$ . Assim, devido à interação competitiva entre vórtices intersticiais e vórtices ancorados, de  $H = 5H_1$  para  $H = 6H_1$  teremos um vórtice indo para o interstício. Além disso, o 6º campo de *matching* é, se não inexistente, muito discreto, sugerindo que os vórtices do 6º campo de *matching* ignoram completamente os buracos, ou seja, para esse valor de campo a configuração da rede de vórtices é incomensurável com a rede de ancoragem. Como mencionado anteriormente, aqui está ocorrendo claramente um exemplo de picos de *matching* ausentes. Diferentemente da referência [73], onde foram encontrados para curvas de corrente crítica, aqui nós encontramos o mesmo

efeito em medidas de magnetorresistência, mostrando que o efeito pode ser visualizado tanto do ponto de vista estático quanto dinâmico. O artigo indicado na referência prevê qual campo de *matching* estará ausente, isto é, não sofrerá atenuação na curva  $V(B)$ , através da razão  $a/d$  onde  $a$  é igual ao diâmetro do buraco e  $d$  é o parâmetro de rede. De acordo com a tabela 4.1 teremos, portanto,  $a/d \approx 0.34$  para nossa amostra. Isso significa, de acordo com o artigo, que teríamos ausência no 3º campo *matching*. No entanto, quando  $H = 3H_1$ , há uma pequena atenuação do efeito de *matching*. Essa diferença na ordem do campo ausente pode estar atribuída ao fato de estarmos comparando regimes diferentes: estamos investigando o regime dinâmico ao passo que eles estavam atentos ao regime estático.

- Após a inexistência do 6º campo, podemos perceber o 7º campo muito bem marcado, principalmente para baixas temperaturas. Tal fato corrobora com o que foi dito acima: após um vórtice ir para o interstício é de se esperar que o próximo vá para o buraco de uma forma potencializada, isto é, marcando bem a curva  $V(B)$ . A referência [73] também constata esse efeito nas suas medidas e explica-o através de uma compensação do campo anterior.

Após destacarmos os pontos principais, vamos agora tentar inferir como está evoluindo toda a dinâmica de vórtices quando variamos o campo e temperatura. Sabemos que entra um vórtice por célula unitária para cada múltiplo inteiro de  $H_1$ . E, ao entrar na célula, o vórtice poderá entrar sob a influência ou do sítio de pinagem ou do interstício, caso o buraco não suporte mais um vórtice e seja energeticamente melhor para o vórtice ocupar o interstício. Vale ressaltar que, apesar do vórtice estar sob a influência do *antidot* ele pode mover-se normalmente. No entanto, move-se com velocidade menor, por estar sentindo mais o potencial atrativo do buraco. Acreditamos que nossa amostra possui as duas situações para vórtices que vão para o buraco: ficam parados para os menores campos e menores temperaturas e movem-se para maiores campos e maiores temperaturas.

Para essa inferência, partiremos de algumas premissas: um platô constante nos baixos valores de voltagens significará que não existe movimento de vórtices. Conseqüentemente, todos estão presos no buraco. Para um grande aumento de voltagem (saltos) será con-

siderado que, para aquele valor de campo, o vórtice foi para o interstício, uma vez que lá ele possui mais mobilidade. Munidos dessas premissas e analisando as curvas  $V(B)$ 's, chegamos nas seguintes conclusões, resumidas nas tabelas 4.2 e 4.3. A tabela mostra a ordem do campo de *matching*, juntamente com a quantidade de vórtices no *antidot* e no interstício.

$H_n$	<i>Antidot</i>	Interstício
$H_1$	1	0
$H_2$	2	0
$H_3$	3	0
$H_4$	4	0
$H_5$	5	0
$H_6$	5	1
$H_7$	6	1

**Tabela 4.2** Proposta da localização dos vórtices em cada campo de *matching* para as temperaturas  $T=4,08, 4,09$  e  $4,10$  K.

$H_n$	<i>Antidot</i>	Interstício
$H_1$	1	0
$H_2$	2	0
$H_3$	2	1
$H_4$	3	1
$H_5$	4	1
$H_6$	4	2
$H_7$	5	2

**Tabela 4.3** Proposta da localização dos vórtices em cada campo de *matching* para as temperaturas  $T=4,11, \dots, 4,16$  K.

Temos, então, dois grupos: um grupo com o número de saturação igual a cinco ( $T = 4.08, 4.09$  e  $4.10$  K) e o outro com o número de saturação igual a dois (a partir de  $4.11$  K). É fundamental salientar que essa análise deve estar errada, uma vez que estamos tentando interpretar uma situação estática a partir de uma medida dinâmica. Quando mencionamos que um determinado vórtice vai para a cavidade ou para o interstício não temos certeza se há movimento ou não desse vórtice. Mais ainda: ao entrar um novo vórtice na amostra a dinâmica anterior pode (e deve) ser modificada, tornando mais complicada a análise da dinâmica de vórtices, uma vez que para cada novo vórtice nós

assumimos que a configuração anterior permanece a mesma.

## 4.4 Análise da dinâmica em campos mais intensos

Observamos em nossos dados para todas as temperaturas avaliadas que o comportamento de tensão para campos mais intensos é essencialmente linear. Isso nos motiva a discutir a dinâmica de vórtices nessa região de campos à luz de um modelo de escoamento de fluxo (*flux flow*). A partir de um modelo modificado da dinâmica de vórtices em *flux flow*, faremos uma inferência sobre para onde estão indo os vórtices para cada campo de *matching* aplicado. De uma maneira geral esse método é melhor do que o anterior, pois ele tem como base um regime dinâmico, que é o que ocorre em boa parte das nossas medidas. Veremos mais adiante que chegaremos em conclusões levemente distintas daquelas da seção anterior.

O regime de *flux flow*, em que os vórtices movem-se de maneira fluida no supercondutor sendo retardado somente pela viscosidade do meio, é regido pela seguinte equação [16] (ver equação 2.62):

$$J\phi_0 = \eta(T)v. \quad (4.1)$$

Tal equação é facilmente obtida igualando a força de resistência ao movimento  $-\eta(T)v$  à força de Lorentz que vem da interação da corrente elétrica com a linha de fluxo. Sabemos que ao mover-se a linha de fluxo induz um campo elétrico paralelo à  $\mathbf{J}$  igual a:

$$\mathbf{E} = \mathbf{B} \times \mathbf{v}. \quad (4.2)$$

Sabemos também que, de maneira mais geral, o campo elétrico se relaciona com a queda de potencial da seguinte forma:

$$V = EL. \quad (4.3)$$

Assim, juntando essas três últimas equações, podemos escrever que, no regime de *flux*

*flow* temos a seguinte relação válida:

$$V = \frac{L\phi_0 J}{\eta(T)} B. \quad (4.4)$$

Essa relação nos diz que, no regime de escoamento de fluxo, a uma dada temperatura, teremos uma relação de proporcionalidade entre a tensão induzida pelo movimento dos vórtices e o campo magnético. No entanto, isso não ocorre no nosso caso porque quando ajustamos retas às regiões de *flux flow* das nossas medidas elas não passam pelo zero (mais pra frente veremos os gráficos com os ajustes). Isso porque a equação 4.4 foi obtida para um supercondutor sem *pinning* periódico. Ao adicionarmos os buracos nanoestruturados na amostra, teremos mais uma fonte de retardo para o movimento. Para contornar essa diferença, subtrairemos um termo na equação 4.4. Este termo, que chamaremos de  $B'(T)$ , modelará os vórtices que estão sob a influência do potencial de ancoragem. Com isso, o termo  $B - B'(T)$  será o análogo à  $B$  no caso do filme plano, ou seja, corresponderá ao fluxo que está efetivamente em movimento. Ficaremos então com a seguinte expressão considerando as nanoestruturas:

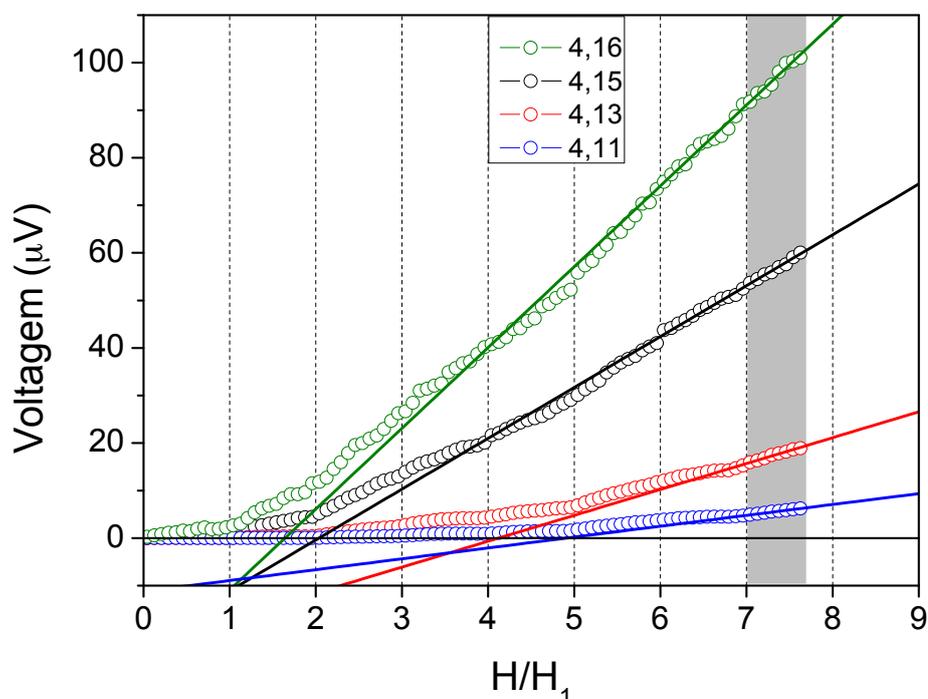
$$V = \frac{L\phi_0 J}{\eta(T)} (B - B'). \quad (4.5)$$

Precisaremos agora identificar nos nossos gráficos de  $V(B)$  qual região da curva está sob o regime de *flux flow*. As medidas que realizamos foram estreitas nos valores de campo. Varremos o campo de  $7,5H_1 < H < -7,5H_1$  aproximadamente. Todavia, ao analisarmos  $V(B)$  vemos que poderíamos ter estendido os valores de campo para obtermos mais informações do *flux flow*, uma vez que, como a amostra possui um campo  $H_{c2}$  alto ( $\approx 13T$ ), mesmo que medíssemos campos maiores ainda assim não entraríamos no estado normal e poderíamos obter mais informações sobre a dinâmica. Consideraremos como *flux flow*, portanto, o final da curva, isto é, após o 7º campo de *matching*. Vale ressaltar, contudo, que provavelmente o material não encontra-se totalmente no regime de *flux flow*. Entretanto, essa é a porção mais próxima desse regime que dispomos.

Para essa análise, nós removeremos todo o *offset* de voltagem da medida (não só

o residual que é atribuído ao instrumento ou ruído). Fizemos isso porque queremos investigar somente a voltagem proveniente do movimento dos vórtices. Como não faz sentido termos voltagem quando o campo magnético é nulo, nós retiramos para todas as temperaturas o valor  $V(H=0)$ . A origem dessa voltagem que foi removida é desconhecida, podendo ser provenientes de várias fontes: parte do material entrando no estado normal ou par de vórtice e anti-vórtice sendo criados e destruídos constantemente.

A figura 4.9 mostra os ajustes lineares que foram feitos nas curvas  $V(B)$  para algumas temperaturas<sup>i</sup>. A região usada para o ajuste está indicada em cinza, a partir de  $H = 7H_1$ .



**Figura 4.9** Ajuste linear das curvas  $V(B)$  para o regime de *flux flow*. A região cinza a partir de  $H = 7H_1$  está indicando a região considerada como *flux flow*.

A tabela 4.4 sintetiza todos os parâmetros encontrados para os ajustes e os parâmetros  $\eta(T)$  e  $B'(T)$  que foram calculados quando ajustamos a curva através da equação 4.5. A coluna  $\eta(T)$  foi calculada dividindo-se<sup>j</sup>  $L\phi_0 J = 1,20 \times 10^{-17}$  TAm pela inclinação,

<sup>i</sup>Não colocamos todas as temperaturas pois sobrecarregaria a figura.

<sup>j</sup> $L = 2,0 \times 10^{-3}$  m e  $J = 2,92$  A/m<sup>2</sup>.

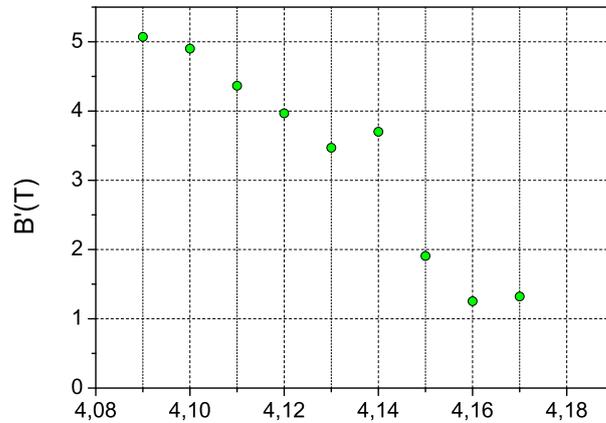
enquanto que a coluna  $B'(T)$  da tabela foi calculada dividindo-se o coeficiente linear pela inclinação (multiplicado por -1).

T (K)	Coef. linear ( $10^{-5}$ )	Inclinação ( $10^{-6}$ )	$\eta(T)(10^{-12})$	$B'(T)$
4,18	10,1	23,1	0,52	-4,37
4,17	-3,81	28,8	0,416	1,32
4,16	-2,27	18,1	0,63	1,25
4,15	-2,29	12	1,0	1,90
4,14	-4,07	11	1,09	3,70
4,13	-2,02	5,82	2,06	3,47
4,12	-1,48	3,73	3,21	3,96
4,11	-1,1	2,52	4,76	4,36
4,10	-0,84	1,72	6,97	4,90
4,09	-0,63	1,26	9,52	5,07

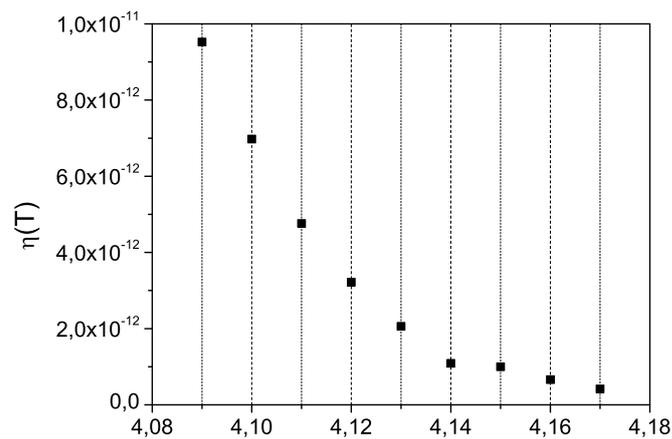
**Tabela 4.4** Tabela de parâmetros usada para a análise do *flux flow*.

Os gráficos de  $B'(T)$  e de  $\eta(T)$  estão mostrados nas figuras 4.10 e 4.11. Não incluímos a temperatura 4,18 K pois obtivemos  $B'(4,18) = -4$ , o que não faz sentido nesse nosso modelo. Vemos, através das figuras, que tanto  $B'(T)$  quanto  $\eta(T)$  seguem a tendência esperada: diminuem com o aumento da temperatura. Isso porque, com o aumento da temperatura, o núcleo do vórtice torna-se maior, uma vez que  $\xi(T)$  aumenta quando  $T \rightarrow T_c$ , conseqüentemente menos vórtices caberão no buraco. Como  $B'(T)$  está relacionado com a quantidade de vórtices que está efetivamente presa aos buraco, é natural esperar que  $B'(T)$  diminua com o aumento da temperatura. Também esperamos que  $\eta(T)$  diminua porque ele é o parâmetro que está relacionado com a viscosidade do meio e quanto maior a temperatura mais fluida é a dinâmica e menos viscoso será o meio.

A partir dos gráficos 4.10 e 4.11 é possível ver claramente duas regiões. As temperaturas mais altas (4,15, 4,16 e 4,17 K) apresentam  $B'(T)$  entre 1 e 2 e  $\eta(T)$  apresenta um regime linear. As temperaturas mais baixas (4,14, 4,13, ..., 4,09 K) apresentam  $B'(T)$  em torno de 4 e  $\eta(T)$  não-linear. Portanto, os gráficos nos dizem que para as mais altas temperaturas nós temos 1 ou 2 vórtices no buraco. Ao passo que para as menores temperaturas temos  $B'(T) = 4$ , isto é, 4 vórtices no buraco. Lembrando que toda essa análise está sendo feita considerando que temos 7 vórtices em média por célula unitária, pois estamos no 7º campo de *matching*.



**Figura 4.10** Gráfico de  $B'(T)$  extraído a partir da análise de *flux flow*.



**Figura 4.11** Gráfico de  $\eta(T)$  extraído a partir da análise de *flux flow*.

## 4.5 Discussão

Dinâmica de vórtices em filmes finos supercondutores com armadilhas artificiais nanoestruturadas tem sido alvo de estudos nos últimos 20 anos. Os estudos experimentais se concentram em medidas de magnetorresistência, curvas de corrente crítica, medida de susceptibilidade  $AC$  e magnetização. Os efeitos da comensurabilidade da rede de vórtice com a rede de ancoragem, os chamados efeitos de *matching*, podem ser observados em todas essas medidas. Nesse capítulo, procuramos entender como os vórtices se distribuem

em cada campo aplicado na amostra, uma vez que quando variamos os parâmetros da medida haverá mudança na configuração mais estável para os vórtices. Para isso, é conveniente classificar as medidas de corrente crítica e magnetização como medidas estáticas, uma vez que não há movimento de vórtices considerável, ao passo que medidas de magnetorresistência e susceptibilidade  $AC$  são medidas dinâmicas. A separação é fundamental pois as análises que são feitas aqui e na literatura dependem do tipo de medida que foi realizada.

De maneira geral, os atuais estudos experimentais afirmam que inicialmente os vórtices ocupam os sítios de ancoragem e, após a saturação deles com um ou mais vórtices (os vórtices do buraco ocupam-no na condição de vórtice gigante), eles ocupam o interstício [44]. Mesmo com os centros de ancoragem, os vórtices podem formar padrões regulares de disposição. C. Reichhardt *et al* [57], por exemplo, encontraram redes de Abrikosov em simulações de dinâmica molecular. No entanto, essa configuração ocorre apenas para alguns campos específicos. Em outros casos é possível encontrar os vórtices formando uma rede quadrada, como por exemplo em Silhanek *et al* [74] e em Cao *et al* [73], que encontraram via simulações de dinâmica molecular.

Não existe consenso se após a entrada de vórtices no interstício existe possibilidade de um novo vórtice voltar a cair no buraco. Em parte isso está atribuído ao fato dos estudos estarem mais concentrados nos primeiros campos de *matching*, não se estendendo muito em campos maiores.

V. V. Moshchalkov *et al* [38] mostraram, através de medidas de magnetização, vários aspectos do fenômeno: a presença do efeito de *matching* nos campos múltiplos de  $H_1$ , a diminuição desse efeito que foi atribuída à entrada de vórtices intersticiais, a redução do número de saturação  $n_s$  quando aumentamos a temperatura, entre outros. Os autores afirmam que para  $H > H_{n_s}$  os vórtices penetram somente no interstício. A ausência (atenuação) do efeito de *matching* citada acima foi estudada por R. Cao *et al* [73] com medidas de corrente crítica, o qual foi chamado de *missing matching peaks*. A justificativa deles é a mesma do Moshchalkov: entrada do vórtice no interstício. Neste trabalho, se tenta calcular a ordem do campo que será ausente a partir da razão  $a/d$  onde  $a$  é igual ao

diâmetro do buraco e  $d$  é o parâmetro de rede. No entanto, como dito anteriormente na apresentação das nossas medidas, esse modelo não serviu para nossa amostra, uma vez que o modelo previa a ausência do nosso 3º campo de *matching*. A causa dessa inconsistência pode estar no fato de estarmos comparando medidas que são diferentes pela essência.

Em Silhanek *et al* [75] foi mostrado, através de medidas de susceptibilidade  $AC$ , um aumento significativo na dissipação  $\chi''$  que foi interpretado como sendo a chegada de vórtices intersticiais na amostra que, segundo o artigo, “é caracterizado por uma súbita redução na força de ancoragem juntamente com um aumento substancial na mobilidade média dos vórtices”. A mesma interpretação foi feita em Baert *et al* [45] com medidas de magnetização, Martín *et al* [40] com medidas de resistividade elétrica em amostras com *dots* magnéticos e Metlushko *et al* [52] através de corrente crítica e medidas de resistividade.

Sabemos que a expressão do número de saturação do buraco  $n_s$  proposta por Mkrtychyan *et al* [44] e vista na equação 2.69 é:

$$n_s = \frac{a}{4\xi(T)}. \quad (4.6)$$

Ela foi usada inicialmente como referência para ter o número máximo de vórtices suportado na região de ancoragem como pode ser visto em vários artigos do final da década de 1990, como por exemplo em [38], [45], [40] e [52]. No entanto, Silhanek *et al* [75], em 2004, citam que este modelo está subestimado, uma vez que ele considera uma única cavidade cilíndrica com diâmetro  $a \ll 2\lambda(T)$ , o que não é aplicado para nossa amostra. De fato, nesses artigos citados anteriormente, os valores de  $n_s$  calculados a partir da expressão de Mkrtychyan são menores que aqueles obtidos experimentalmente.

Neste capítulo, apresentamos nossas medidas e interpretações e buscamos entender o comportamento dos vórtices quando eles estão em um regime dinâmico. Já era de se esperar que obteríamos resultados distintos nas duas análises. Nossa primeira análise diz que, nas maiores temperaturas e em  $H = 7H_1$ , têm-se 5 vórtices ancorados, ao passo que a interpretação dinâmica prevê entre 1 ou 2 vórtices sob a influência dos buracos. Por-

tanto, a análise estática seria melhor empregada se, ao invés de medidas de resistividade, utilizássemos medidas de corrente crítica, uma vez que o sistema está na iminência de movimentar-se. A segunda análise que fizemos é mais adequada pois ela é tomada para o sistema em movimento. Fica claro aqui que a comensurabilidade estática é diferente da comensurabilidade dinâmica.

Quanto ao fenômeno de ausência de *matching* encontrado, nós acreditamos que para essa configuração não há casamento da rede de vórtices com a rede de buracos. No entanto, a razão  $a/d$  citada em [73] para prever a ordem do campo não condiz com o nosso experimento. O que é uma pena, pois na minha opinião tal análise faz sentido, uma vez que mudando  $a/d$  estaremos alterando a competição entre o potencial de *pinning* e a interação vórtice-vórtice, mudando conseqüentemente a ordem do campo que teremos o não aparecimento do efeito de *matching* (que, fisicamente, é interpretado como sendo a aparição do primeiro vórtice intersticial). O artigo utilizou três amostras idênticas de Nióbio (diferindo-se apenas pela razão  $a/d$ ). Nossa amostra, entretanto, possui por exemplo, uma espessura menor quando comparada com a deles (12 nm e 100 nm, respectivamente) e é composta por outro material. Essa diferença entre sistemas pode (e deve) influenciar a ordem do *matching* ausente, o que significa que deveríamos ter outros parâmetros além de  $a$  e  $d$  para determiná-lo. Portanto, acredito que a inferência da ordem do campo através de  $a/d$  não esteja errada; porém incompleta. Além disso, como já dito antes, o artigo faz as análises através de curvas de corrente crítica, diferindo-se do nosso. Podendo também estar aí a fonte da discordância.

Utilizamos durante toda a interpretação das nossas medidas conceitos que são adotados na literatura atual, no entanto, esse tema não é de fácil interpretação. Ao medir  $V(B)$  estamos medindo indiretamente a soma da velocidade dos vórtices que estão se movendo, não sabendo, contudo, qual a velocidade individual dos vórtices. A física na dinâmica de vórtices estudada aqui pode (e novamente deve) ser mais rica do que essa que estamos interpretando. Isso porque dentre os vórtices que se movimentam deve haver mais de um regime de velocidades, de modo que existem alguns deles mais rápidos e alguns deles com menor velocidade. Além daqueles que, em alguns casos, ficam ancorados.

# Capítulo 5

## Conclusão

Estudamos experimentalmente a dinâmica de vórtices em supercondutores nanoestruturados, mais especificamente em um filme fino de MoGe. Os vórtices, dentro da amostra supercondutora, se comportam como partículas que podem interagir com potenciais do substrato, sejam eles periódicos ou não, e também podem interagir entre si, respulsivamente. A criação de nanoestruturas de aprisionamento para os vórtices é fundamental para o melhor entendimento e aperfeiçoamento de técnicas que permitam ao supercondutor transportar correntes mais altas sem apresentar efeito resistivo. Obviamente, nesse caso os vórtices resistem ao movimento ficando presos nas nanoestruturas. A dinâmica de vórtices pôde ser estudada através de medidas de magnetorresistência na nossa amostra de MoGe. Como vimos, trata-se de uma medida dinâmica que mede a voltagem provocada por efeito resistivo decorrente do movimento dos vórtices. Encontramos claramente as feições características do chamado efeito de *matching* que são provocados pelas nanoestruturas quando a densidade de vórtices na amostra é comensurável com a área da célula unitária.

Através do diagrama de fase  $H(T)$  obtido (figura 4.6) podemos concluir que amostras nanoestruturadas de MoGe são um excelente sistema para estudar a dinâmica de vórtices em supercondutores, pois a faixa de parâmetros em que as propriedades de transporte da amostra são dominadas pelo movimento dos vórtices é bastante ampla permitindo o melhor entendimento da dinâmica na presença de centros de aprisionamento. A partir do

diagrama  $H(T)$  obtido vimos que poderíamos ter ampliado a faixa de parâmetros (principalmente o campo aplicado) para obtermos um diagrama mais completo. No entanto, conforme dito anteriormente, isso não pôde ser feito pois a amostra deteriorou-se.

Fizemos duas análises que procuram entender para onde estão indo os vórtices em cada campo de *matching*, isto é, se eles estão sob a influência do potencial de ancoragem ou se estão sob influência do interstício. A primeira delas é a análise mais fácil de se fazer e trata-se da inferência a partir do salto no salto da voltagem, no qual atribuímos a entrada de vórtice intersticial para saltos grandes e vórtices no buraco para saltos de menor amplitude. No entanto, como já comentado, essa análise é falha, pois tentamos atribuir um caráter estático numa medida que é dinâmica. A segunda interpretação foi à luz do regime de *flux flow*, que é um regime dinâmico. Fizemos uma pequena adaptação na equação que rege o fluxo para trazê-los para nossa realidade de amostras nanoestruturadas. Com isso, obtivemos um resultado distinto do primeiro (que já era esperado), mas que confiamos mais.

Um dos aspectos discutido nessa dissertação é a correlação entre os vales observados nas curvas de magnetoresistência em múltiplos (inteiros e às vezes fracionários) do primeiro campo de *matching* com as configurações de equilíbrio dos vórtices. Gómez *et al* [35] discutiram essa relação e afirmam que efeitos de comensurabilidade da rede de vórtices em movimento não dependem da geometria da rede de ancoragem. Eles chegaram a essa conclusão quando obtiveram experimentalmente as mesmas curvas de magnetoresistência para amostras com geometria diferentes (no entanto, com densidades iguais). Contudo, sabe-se que a comensurabilidade estática depende da geometria: no caso estático os vórtices tenderão a se organizar de acordo com a geometria da rede de ancoragem [57]. A referência [35] serve para reforçar, portanto, nossa ideia de que existem diferenças entre comensurabilidade estática e comensurabilidade dinâmica. No caso estático é mais fácil entender ou especular qual o destino de cada vórtice para cada campo de *matching*. No caso dinâmico, os vórtices sentem um potencial de ancoragem efetivo, de maneira que a análise fica mais complicada. Neste caso, podemos ter vários regimes possíveis para o movimento: todos os vórtices se movendo; parte se movendo

e parte ancorada; além da possibilidade de vórtices mais rápidos e vórtices mais lentos (estes sentindo mais o potencial da ancoragem, por exemplo). Todas essas possibilidades tornam o regime dinâmico bem mais complexo de ser analisado.

Em nossas medidas encontramos a ausência da reentrância esperada do efeito de *matching* quando  $H = 6H_1$ , que contrasta com o valor esperado por [73] (que seria quando  $H = 3H_1$ ), obtido através de medidas de corrente crítica. Isso reforça nossa ideia de que as características da comensurabilidade dinâmica são diferentes do caso estático. Também não podemos esquecer que essa diferença na ordem do campo ausente pode ser atribuída ao modelo simplista [73] de inferir a ordem do campo somente a partir da razão  $a/d$ , sem levar em consideração outros parâmetros.

Ainda existem várias lacunas para o entendimento completo da dinâmica de vórtices em supercondutores e este é o motivo pelo qual o assunto continua em debate através de pesquisas experimentais, teóricas e através de simulações numéricas. Simulação numérica é uma boa abordagem deste tema, uma vez que pode-se ter fácil acesso à trajetória dos vórtices dentro do supercondutor. Acredito que nosso trabalho contribui para podermos entender melhor as características básicas dos vórtices em supercondutores nanoestruturados.

# Referências Bibliográficas

- [1] A. A. Abrikosov. *Zh. Eksperim. i Teor. Fiz.*, 32(1442), 1957. [Sov. Phys. JETP 5, 1174 (1957)].
- [2] H. K. Onnes. The resistance of pure mercury at helium temperatures. *Commun. Phys. Lab*, 12(120), 1911.
- [3] N. W. Ashcroft and N. D. Mermin. *Solid State Physics*. Cengage Learning, 1<sup>a</sup> edition, 1976. Capítulo 1.
- [4] Descrição do prêmio Nobel de Física de 1913. The Nobel prize in Physics 1913. [www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1913](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1913). Acessado em Junho de 2013.
- [5] H. K. Onnes. *Leiden Comm.*, 133a, 1913.
- [6] H. K. Onnes. *Leiden Comm.*, 139f, 1914.
- [7] W. Meissner and R. Ochselfeld. Ein neuer effekt bei eintritt der supraleitfähigkeit. *Naturwissenschaften*, 21(44):787–788, 1933.
- [8] C. P. Poole Jr., H. A. Farach, and R. J. Creswick. *Superconductivity*. Elsevier, 2nd edition, 2007.
- [9] C. Kittel. *Introduction to solid state physics*. John Wiley & Sons, 8th edition, 2005.
- [10] Y. B. Kim, C. F. Hempstead, and A. R. Strnad. Critical persistent currents in hard superconductors. *Phys. Rev. Lett.*, 9:306–309, Oct 1962.

- 
- [11] F. London and H. London. The electromagnetic equations of the superconductor. *Proc. Roy. Soc. (London)*, A149(866):71–88, Mar 1935.
- [12] V. L. Ginzburg and L. D. Landau. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 20:1064, 1950.
- [13] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer. Theory of superconductivity. *Phys. Rev.*, 108(1175), 1957.
- [14] L. P. Gor'kov. Microscopic derivation of the Ginzburg-Landau equations in the theory of superconductivity. *JETP*, 9:1364–1367, 1959.
- [15] J. G. Bednorz and K. A. Müller. *Zeitschrift für Physik B*, 64(189), 1986.
- [16] M. Tinkham. *Introduction to Superconductivity*, 2 ed. MGH, 1996.
- [17] D. Saint-James and P. G. de Gennes. Onset of superconductivity in decreasing fields. *Phys. Lett.*, 7(308), 1963.
- [18] H. B. Callen. *Thermodynamics and an introduction to thermostatistics*. Wiley, 1985.
- [19] A. B. Pippard. An experimental and theoretical study of the relation between magnetic field and current in a superconductor. *Proc. Roy. Soc. (London)*, A216(1127), 1953.
- [20] J. Pearl. Current distribution in superconducting films carrying quantized fluxoids. *Appl. Phys. Lett.*, 5(65), 1964.
- [21] R. Doll and M. Näbauer. Experimental proof of magnetic flux quantization in a superconducting ring. *Phys. Rev. Letters*, 7(51), 1961.
- [22] B. S. Deaver and W. M. Fairbank. Experimental evidence for quantized flux in superconducting cylinders. *Phys. Rev. Letters*, 43(1961), 7.
- [23] A. P. van Gelder. Nucleation of superconductivity near  $H_{c3}$ . *Phys. Rev. Letters*, 20(25), 1968.

- 
- [24] W. H. Kleiner, L. M. Roth, and S. H. Autler. Bulk solution of ginzburg-landau equations for type ii superconductors: Upper critical field region. *Phys. Rev.*, 133:A1226–A1227, Mar 1964.
- [25] V. V. Moshchalkov and J. Fritzsche. *Nanostructured superconductors*. World Scientific, 2011.
- [26] P. G. de Gennes. *Superconductivity of metals and alloys*. McGraw Hill New York, 1966.
- [27] J. Pearl. Structure of superconductive vortices near a metal-air interface. *J. Appl. Phys.*, 37(4139), 1966.
- [28] G. Blatter, M. V. Feigel'man, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin, and V. M. Vinokur. Vortices in high-temperature superconductors. *Rev. Mod. Phys.*, 66:1125–1388, 1994.
- [29] J. Bardeen and M. Stephen. Theory of the motion of vortices in superconductors. *Phys. Rev.*, 140(1197A), 1965.
- [30] Clécio Clemente de Souza e Silva. *Propriedades de equilíbrio e de transporte da matéria de vórtices em nanoestruturas supercondutoras*. PhD thesis, Universidade Federal de Pernambuco, 2003.
- [31] E. H. Brandt. The flux-lattice in superconductors. *Rep. Prog. Phys.*, 58(1465), 1995.
- [32] C. P. Bean. Magnetization of hard superconductors. *Phys. Rev. Lett.*, 8(250), 1962.
- [33] S. Libbrecht. *The influence of oxygen ordering and deficiency on the magnetic properties of  $YBa_2Cu_3O_x$  thin films*. PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven, 1994.
- [34] Sophie Raedts. *Vortex dynamics in type-II superconductors with a periodic pinning array*. PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven, 2004.
- [35] A. Gomez, E. M. Gonzalez, and J. L. Vincent. Superconducting vortex dynamics on arrays with bicrystal-like structures: matching and rectifier effects. *Superconductor Science and Technology*, 25(124006), 2012.

- [36] J. Cuppens, G. W. Ataklti, W. Gillijns, J van de Vondel, V. V. Moshchalkov, and A. V. Silhanek. Vortex dynamics in a superconducting film with a kagomé and a honeycomb pinning landscape. *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, 24:7–11, 2011.
- [37] A. Castellanos, R. Wördenweber, G. Ockenfuss, A. v.d. Hart, and K. Keck. Preparation of regular arrays of antidots in  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  thin films and observation of vortex lattice matching effects. *Appl. Phys. Lett.*, 71(962), 1997.
- [38] V. V. Moshchalkov, M. Baert, V. V. Metlushko, E. Rosseel, M. J. Van Bael, K. Temst, R. Jonckheere, and Y. Bruynseraede. Magnetization of multiple-quanta vortex lattices. *Phys. Rev. B*, 54(10), 1996.
- [39] V. V. Moshchalkov, M. Baert, V. V. Metlushko, E. Rosseel, M. J. Van Bael, K. Temst, and Y. Bruynseraede. Pinning by an antidot lattice: The problem of the optimum antidot size. *Phys. Rev. B*, 57:3615–3622, 1998.
- [40] J. I. Martin, M. Vélez, J. Nogués, and I. K. Schuller. Flux pinning in a superconducting by an array of submicrometer magnetic dots. *Phys. Rev. Letters*, 79(1929), 1997.
- [41] M. J. Van Bael, J. Bekaert, K. Temst, L. Van Look, V. V. Moshchalkov, Y. Bruynseraede, G. D. Howells, A. N. Grigorenko, S. J. Bending, and G. Borghs. Local observation of field polarity dependent flux pinning by magnetic dipoles. *Phys. Rev. Letters*, 86(155), 2001.
- [42] A Buzdin and Feinberg. Eletromagnetic pinning of vortices by non-superconducting defects and their influence on screening. *Physica C*, 256(303), 1996.
- [43] H Nordborg and V. M. Vinokur. Interaction between a vortex and a columnar defect in the london approximation. *Phys. Rev. B*, 62(12408), 2000.
- [44] G. S. Mkrtchyan and V. V. Schimdt. Interaction between a cavity and a vortex in a superconductor of second kind. *Sov. Phys. JETP*, 34(195), 1972.

- 
- [45] M. Baert, V. V. Metlushko, R. Jonckheere, V. V. Moshchalkov, and Y. Bruynseraede. Composite flux-line lattices stabilized in superconducting films by a regular array of artificial defects. *Phys. Rev. Letters*, 74(3269), 1995.
- [46] K. Harada, O. Kamimura, H. Kasai, T. Matsuda, A. Tonomura, and V. V. Moshchalkov. Direct observation of vortex dynamics in superconducting films with regular array of defects. *Science*, 274(1167), 1996.
- [47] O. Daldini, P. Martinoli, J. L. Olson, and G. Berner. Vortex-line pinning by thickness modulation of superconducting films. *Phys. Rev. Letters*, 32(218), 1974.
- [48] A. F. Hebard, A. T. Fiory, and S. Somekh. Critical currents in Al films with a triangular lattice of 1 micrometer holes. *IEEE Trans. Magn.*, 1(589), 1977.
- [49] L. van Look, B. Y. Zhu, R. Jonckheere, B. R. Zhao, Z. X. Zhao, and V. V. Moshchalkov. Anisotropic vortex pinning in superconductors with a square array of rectangular submicron holes. *Phys. Rev. B*, 66(214511), 2002.
- [50] M. J. van Bael, J. Bekaert, K. Temst, L. van Look, and V. V. Moshchalkov. Magnetic properties of submicron Co islands and their use as artificial pinning centers. *Phys. Rev. B*, 59(14674), 2001.
- [51] V. V. Metlushko, U. Welp, G. W. Crabtree, Z. Zhang, S. R. J. Brueck, B. Watkins, L. E. DeLong, B. Ilic, K. Chung, and P. J. Hesketh. Nonlinear flux-line dynamics in vanadium films with square lattices of submicron holes. *Phys. Rev. B*, 59(603), 1999.
- [52] V. Metlushko, U. Welp, G. W. Crabtree, R. Osgood, and S. D. Bader. Interstitial flux phases in a superconducting niobium film with a square lattice of artificial pinning centers. *Phys. Rev. B*, 60(R12585), 1999.
- [53] I. Giaever. Flux pinning and flux-flow resistivity in magnetically coupled superconducting films. *Phys. Rev. Letters*, 16:460–462, 1966.

- 
- [54] M. Vélez, D. Jaque, J. I. Martín, F. Guinea, and J. L. Vicent. Order in vortex lattices in superconducting Nb films with nanostructured pinning potentials. *Phys. Rev. B*, 65(094509), 2002.
- [55] A. Schmid and W. Hauger. On the theory of vortex motion in an inhomogeneous superconducting film. *J. Low Temp. Physics*, 11(667), 1973.
- [56] Clécio C de Souza Silva, Joris Van de Vondel, Mathieu Morelle, and Victor V. Moshchalkov. Controlled multiple reversals of a ratchet effect. *Nature*, 440:651–654, 2006.
- [57] C. Reichhardt, C. J. Olson, and F. Nori. Commensurate and incommensurate vortex states in superconductors with periodic pinning arrays. *Phys. Rev. B*, 57(7937), 1998.
- [58] C. Reichhardt, C. J. Olson, and Franco Nori. Dynamic phases of vortices in superconductors with periodic pinning. *Phys. Rev. Letters*, 78(13):2648, 1997.
- [59] F. A. Staas, A. K. Niessen, W. F. Druyvesteyn, and J. v. Suchtelen. Guided motion of vortices in type ii superconductors. *Physics Letters*, 13(293), 1964.
- [60] A. K. Niessen and C. H. Weijnsfeld. Anisotropic pinning and guided motion of vortices in type-ii superconductors. *Journal of Applied Physics*, 40(384), 1969.
- [61] C. Reichhardt, G. T. Zimányi, and N. Gronbech-Jensen. Complex dynamical flow phases and pinning in superconductors with rectangular pinning arrays. *Phys. Rev. B*, 64(014501), 2001.
- [62] M. Velez, D. Jaque, J. I. Martín, M. I. Montero, I. K. Schuller, and J. L. Vicent. Vortex lattice channeling effects in Nb films induced by anisotropic arrays of mesoscopic pinning centers. *Phys. Rev. B*, 65(104511), 2002.
- [63] A. V. Silhanek, L. van Look, R. Jonckheere, and V. V. Moshchalkov. Guided vortex motion in superconductors with a square antidot array. *Phys. Rev. B*, 68(214504), 2003.

- [64] J. E. Villegas, E. M. Gonzalez, M. I. Montero, I. K. Schuller, and J. L. Vicent. Vortex-lattice dynamics with channeled pinning potential landscapes. *Phys. Rev. B*, 72(064507), 2005.
- [65] J. E. Villegas, S. Savel'ev, F. Nori, E. M. Gonzalez, J. V. Anguita, R. García, and J. L. Vicent. A superconducting reversible rectifier that controls the motion of magnetic flux quanta. *Science*, 302(1188), 2003.
- [66] D. Cole, S. Bending, S. Savel'el, A. Grigorenko, T. Tamegai, and F. Nori. Ratchet without spatial asymmetry for controlling the motion of magnetic flux quanta using time-asymmetric drives. *Nature Materials*, 5:305–311, 2006.
- [67] Quantum Design. *PPMS - Hardware Manual, 1070-150, Rev. B5*. February 2008.
- [68] Douglas B. Chrisey and Graham K. Hubler. *Pulsed Laser Deposition on Thin Films*. John Wiley & Sons, 1994.
- [69] A.V. Silhanek, M.V. Milosievic, R. B. G. Kramer, G. R. Berdiyrov, J. Van de Vondel, R. F. Luccas, T. Puig, F. M. Peeters, and V.V. Moshchalkov. Formation of stripelike flux patterns obtained by freezing kinematic vortices in a superconducting Pb film. *Phys. Rev. Letters*, 104(017001), January 2010.
- [70] Jo Cuppens. *Confinement Effects of the Condensate and Flux in Nanostructured Superconductors*. PhD thesis, Katholieke Universiteit Leuven, December 2011.
- [71] X. J. Chen, H. Q. Lin, and C. D. Gong. Thickness dependence of the superconducting transition temperature of  $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$  films. *Phys. Rev. B*, 61(14), April 2000.
- [72] M. Vélez, D. Jaque, J. I. Martín, F. Guinea, and J. L. Vicent. Order in driven vortex lattices in superconducting Nb films with nanostructured pinning potentials. *Phys. Rev. B*, 65(094509), 2002.
- [73] R. Cao, Lance Horng, T. C. Wu, J. C. Lin, J. C. Wu, T. J. Yang, and J. Kolacek. Experimental and simulation study of missing matching peaks in nb thin films with square pinning arrays. *Journal of Applied Physics*, 109(083920), 2011.

- 
- [74] A. V. Silhanek, L. Van Look, R. Jonckheere, B. Y. Zhu, S. Raedts, and V. V. Moshchalkov. Enhanced vortex pinning by a composite antidot lattice in a superconducting Pb film. *Phys. Rev. B*, 72(014507), 2005.
- [75] A. V. Silhanek, S. Raedts, M. J. Van Bael, and V. V. Moshchalkov. Experimental determination of the number of flux lines trapped by microholes in superconducting samples. *Phys. Rev. B*, 70(054515), 2004.