

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**UM PROBLEMA DE DECISÃO SIMULTÂNEA DA POLÍTICA  
DE SUBSTITUIÇÃO E DA QUANTIDADE DE  
SOBRESSALENTE PARA SISTEMAS SUJEITOS A  
REPAROS IMPERFEITOS UTILIZANDO ALGORITMOS  
GENÉTICOS MULTIOBJETIVOS E SIMULAÇÃO DISCRETA  
DE EVENTOS**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UFPE  
PARA OBTENÇÃO DE GRAU DE MESTRE  
POR

**RAFAEL VALENÇA AZEVEDO**  
Orientador: Márcio das Chagas Moura, DSc

RECIFE, NOVEMBRO / 2013

Catálogo na fonte  
Bibliotecária Margareth Malta, CRB-4 / 1198

A994p Azevedo, Rafael Valença.

Um problema de decisão simultânea da política de substituição e da quantidade de sobressalentes para sistemas sujeitos a reparos imperfeitos utilizando algoritmos genéticos multiobjetivos e simulação discreta de eventos / Rafael Valença Azevedo. - Recife: O Autor, 2013.

xi, 115 folhas, il., gráfs., tabs.

Orientador: Prof. DSc. Márcio das Chagas Moura.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2013.

Inclui Referências e Apêndices.

1. Engenharia de Produção. 2. Sistemas reparáveis. 3. Reparo imperfeito. 4. Processo de renovação generalizado. 5. Otimização da manutenção. 6. Política de substituição. 7. Sobressalente. 8. Algoritmo genérico multiobjetivo. 9. Simulação discreta de eventos. I. Moura, Márcio das Chagas. (Orientador). II. Título.

UFPE

658.5 CDD (22. ed.)

BCTG/2014-042



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA  
DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE  
MESTRADO ACADÊMICO DE

**RAFAEL VALENÇA AZEVEDO**

*“UM PROBLEMA DE DECISÃO SIMULTÂNEA DA POLÍTICA DE SUBSTITUIÇÃO E DA QUALIDADE DE SOBRESSALENTES PARA SISTEMAS SUJEITOS A REPAROS IMPERFEITOS UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS MULTI OBJETIVOS E SIMULAÇÃO DISCRETA DE EVENTOS.”*

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: PESQUISA OPERACIONAL

A comissão examinadora, composta pelos professores abaixo, sob a presidência do(a) primeiro(a), considera o candidato **RAFAEL VALENÇA AZEVEDO APROVADO.**

Recife, 20 de novembro de 2013.

---

Prof. MÁRCIO JOSE DAS CHAGAS MOURA, Doutor (UFPE)

---

Prof. ENRIQUE ANDRÉS LÓPEZ DROGUETT, PhD (UFPE)

---

Prof. ANDRÉ LEITE WANDERLEY, Doutor (UFPE)

“A Deus, aos meus pais, aos meus irmãos e à minha amada esposa”.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço àqueles que, de alguma maneira, permitiram, contribuíram, ajudaram e tornaram real a conclusão desta dissertação, bem como minha consequente obtenção do grau de Mestre em Engenharia de Produção.

A Deus, minha rocha, meu sustento, minha devoção, meu dono e meu salvador.

À minha preciosa esposa. A nossa recente união em matrimônio, prontamente após minha defesa e aprovação no mestrado acadêmico, reflete sua importância neste momento e afirma minha decisão eterna de te amar.

Aos meus pais e irmãos. O apoio, o incentivo, as dicas, o interesse, as perguntas e o estar sempre presente são elementos essenciais em qualquer desafio pessoal. Muito obrigado. Amo vocês.

Ao meu orientador Márcio Moura. Aquém das suas recomendações e exortações, tenho uma enorme admiração pelo seu conhecimento, visão e comportamento.

Aos companheiros e colaboradores do CEERMA, especialmente na figura do presidente Enrique López, meu primeiro orientador, que tomou a decisão crucial de me aceitar como orientando de iniciação científica, abrindo-me as primeiras portas. Aqui estou. Obrigado.

Por fim, às instituições e órgãos que patrocinaram e/ou disponibilizaram o conhecimento, as experiências e as produções durante este período. Meu “muito obrigado” ao PPGE e ao CNPq.

## RESUMO

Esta dissertação trata de caminhos para modelagem e busca de solução para um problema de otimização da manutenção de forma a tornar o modelo mais aplicável a casos reais. Para tanto, considera um Algoritmo Genético (AG) Multiobjetivo acoplado com Simulação Discreta de Evento (SDE), mais especificamente a técnica de Simulação Monte Carlo (SMC) para resolver problemas de definição simultânea da política de substituição e da quantidade de sobressalentes para sistemas sujeitos a reparos imperfeitos. Uma abordagem multiobjetivo é utilizada, onde a taxa média de custo de manutenção, o número esperado de falhas por ciclo de substituição, a vida residual média e o investimento em sobressalentes devem ser minimizados, enquanto que a disponibilidade deve ser maximizada. O processo de falha-reparo do sistema é modelado por um Processo de Renovação Generalizado (PRG). A metodologia apresentada fornece um conjunto de soluções promissoras que incorporam não apenas o intervalo de substituição por idade, mas também o número máximo de falhas por ciclo e a quantidade de peças sobressalentes que deve ser comprada no início de um horizonte de planejamento. O AG Multiobjetivo e o algoritmo da SDE são validados por um exemplo com solução analítica. Além disso, um exemplo de aplicação é apresentado e uma análise sobre a disponibilidade e o investimento é sugerida para auxiliar o decisor a escolher uma solução do conjunto obtido.

**Palavras-Chave:** Sistemas Reparáveis, Reparo Imperfeito, Processo de Renovação Generalizado, Otimização da Manutenção, Política de Substituição, Sobressalente, Algoritmo Genético Multiobjetivo, Simulação Discreta de Eventos.

## ABSTRACT

This dissertation deals with ways to modeling and finding solutions to a maintenance optimization problem in order to make the model more applicable to real cases. For this, it considers a multi-objective genetic algorithm (GA) coupled with discrete event simulation (DES), more specifically Monte Carlo simulation (MCS) technique, to solve simultaneous definitions problems of replacement policy and amount of spare parts. A multi-objective approach is used where the average rate of maintenance cost, the expected number of failures per replacement cycle, the average residual life and the investment may be minimized while the availability may be maximized. The failure-repair processes of system are modeled by Generalized Renewal Processes (GRP). The presented methodology provides a set of compromise solutions that incorporate not only the replacement intervals, but also the maximum number of failures per cycle and the amount of spare parts to be purchased at the beginning of a planning horizon. The multi-objective GA and the DES algorithm are validated via examples with analytical solutions. Moreover, an application example is presented and a availability and investment analysis is suggested to aid the decision maker in choosing a solution of the obtained set.

**Keywords:** Repairable Systems, Imperfect Repair, Generalized Renewal Processes, Maintenance Optimization, Replacement Policy, Spare Parts, Multi-Objective Genetic Algorithm, Discrete Event Simulation.

# SUMÁRIO

|                                                         |      |
|---------------------------------------------------------|------|
| <b>AGRADECIMENTOS</b> .....                             | v    |
| <b>RESUMO</b> .....                                     | vi   |
| <b>ABSTRACT</b> .....                                   | vii  |
| <b>SUMÁRIO</b> .....                                    | viii |
| <b>LISTA DE FIGURAS</b> .....                           | xi   |
| <b>LISTA DE TABELAS</b> .....                           | xiii |
| <b>1 INTRODUÇÃO</b> .....                               | 1    |
| 1.1 Motivação e Justificativa .....                     | 5    |
| 1.2 Objetivos .....                                     | 6    |
| <b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....                    | 8    |
| 2.1 Engenharia da Manutenção .....                      | 8    |
| 2.1.1 Otimização na Manutenção .....                    | 10   |
| 2.2 Algoritmos Genéticos .....                          | 11   |
| 2.2.1 Diferença entre o AG e os métodos clássicos ..... | 14   |
| 2.2.2 Algoritmo Genético Multiobjetivo .....            | 15   |
| 2.3 Engenharia de Confiabilidade .....                  | 18   |
| 2.3.1 Função Confiabilidade .....                       | 19   |
| 2.3.2 Função de Distribuição Acumulada .....            | 20   |
| 2.3.3 Função Densidade de Probabilidade .....           | 21   |
| 2.3.4 Manutenibilidade e Disponibilidade .....          | 23   |
| 2.3.5 Taxa de Falha e Taxa de Reparo .....              | 24   |
| 2.3.6 MTTF, MTBF e MTTR .....                           | 25   |
| 2.4 Distribuições de Probabilidade .....                | 26   |
| 2.4.1 Distribuição Exponencial .....                    | 27   |

|       |                                                                                                                                            |    |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.4.2 | Distribuição Weibull .....                                                                                                                 | 27 |
| 2.4.3 | Distribuição Lognormal .....                                                                                                               | 29 |
| 2.5   | Processos Estocásticos .....                                                                                                               | 30 |
| 2.5.1 | Processos de Contagem .....                                                                                                                | 30 |
| 2.5.2 | Processo de Renovação .....                                                                                                                | 32 |
| 2.5.3 | Processo Não Homogêneo de Poisson .....                                                                                                    | 33 |
| 3     | ANÁLISE DE SISTEMAS REPARÁVEIS .....                                                                                                       | 34 |
| 3.1   | Sistemas Reparáveis .....                                                                                                                  | 34 |
| 3.1.1 | Eficiência e Eficácia de uma ação de reparo.....                                                                                           | 35 |
| 3.2   | Análises de confiabilidade de Sistemas Reparáveis .....                                                                                    | 36 |
| 3.2.1 | Limitações do PR e do PHNP .....                                                                                                           | 37 |
| 3.2.2 | Processo de Renovação Generalizado.....                                                                                                    | 38 |
| 4     | OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DA POLÍTICA DE SUBSTITUIÇÃO E DA QUANTIDADE DE SOBRESSALENTES .....                                               | 43 |
| 4.1.1 | Otimização simultânea de intervalos de substituição e da provisão de peças sobressalentes – O modelo de Nossohi & Hejazi (2011) .....      | 45 |
| 4.1.2 | Algoritmos Genéticos e Simulação Discreta de Eventos para solução dos modelos de otimização multiobjetivo.....                             | 48 |
| 5     | MODELO PROPOSTO PARA OTIMIZAÇÃO DA POLÍTICA DE SUBSTITUIÇÃO E DO NÚMERO DE SOBRESSALENTES DE SISTEMAS SUJEITOS A REPAROS IMPERFEITOS ..... | 49 |
| 5.1   | Definição do Problema e hipóteses do modelo.....                                                                                           | 50 |
| 5.2   | Modelo Multiobjetivo .....                                                                                                                 | 52 |
| 5.2.1 | Taxa média de Custo de Manutenção .....                                                                                                    | 53 |
| 5.2.2 | Nº Esperado de Falhas.....                                                                                                                 | 56 |
| 5.2.3 | Vida Residual Esperada .....                                                                                                               | 57 |
| 5.2.4 | Disponibilidade Média .....                                                                                                                | 58 |
| 5.2.5 | Investimento .....                                                                                                                         | 59 |

|       |                                                                                   |     |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 5.2.6 | Restrições .....                                                                  | 60  |
| 5.3   | Algoritmo Genético Multiobjetivo .....                                            | 61  |
| 5.3.1 | Representação dos Indivíduos .....                                                | 61  |
| 5.3.2 | Geração da população inicial .....                                                | 62  |
| 5.3.3 | Seleção e atualização da população de indivíduos não dominados ( $P_{aux}$ ) ..   | 63  |
| 5.3.4 | Crossover.....                                                                    | 64  |
| 5.3.5 | Substituição .....                                                                | 64  |
| 5.3.6 | Mutação .....                                                                     | 64  |
| 5.4   | Simulação Discreta de Eventos.....                                                | 65  |
| 5.4.1 | Geração dos tempos de falha.....                                                  | 65  |
| 5.4.2 | Estimação das Funções Objetivo.....                                               | 67  |
| 6     | Aplicação do Modelo e Análise dos Resultados .....                                | 73  |
| 6.1   | Validação do Modelo .....                                                         | 73  |
| 6.2   | Exemplo de aplicação .....                                                        | 77  |
| 6.2.1 | Parâmetros PRG .....                                                              | 78  |
| 6.2.2 | Modelo Multiobjetivo .....                                                        | 80  |
| 6.2.3 | Solução por Simulação e Algoritmo Genético .....                                  | 82  |
| 6.2.4 | Análises e seleção das soluções .....                                             | 87  |
| 7     | Conclusões .....                                                                  | 94  |
| 7.1   | Propostas de Trabalhos Futuros .....                                              | 97  |
|       | <b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....                                           | 99  |
|       | <b>APÊNDICE A – Demonstrações sobre as probabilidades presentes no modelo ...</b> | 105 |
|       | <b>APÊNDICE B – Soluções não dominadas do exemplo de aplicação .....</b>          | 109 |

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                            |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1.1 - Esquema da Gestão RAM. ....                                                                   | 2  |
| Figura 2.1 – Evolução dos sistemas de manutenção. ....                                                     | 9  |
| Figura 2.2 – Estrutura genérica dos AG's.....                                                              | 14 |
| Figura 2.3 – Exemplo de representação do espaço de objetivos.....                                          | 17 |
| Figura 2.4 – Fronteira de Pareto para um problema com dois objetivos .....                                 | 17 |
| Figura 2.5 – Fronteira de Pareto para um problema com três objetivos. ....                                 | 18 |
| Figura 2.6 – Função confiabilidade (monotônica decrescente). ....                                          | 20 |
| Figura 2.7 – Função de Distribuição Acumulada (monotônica crescente). ....                                 | 21 |
| Figura 2.8 – Função Densidade de Probabilidade (PDF).....                                                  | 21 |
| Figura 2.9 – $R(t)$ e $F(t)$ representam áreas sobre a curva de $f(t)$ . ....                              | 22 |
| Figura 2.10 – Área correspondente à probabilidade de falha no intervalo $[t_1, t_2]$ .....                 | 22 |
| Figura 2.11 – PDF da distribuição exponencial para vários lambdas. ....                                    | 27 |
| Figura 2.12 – PDF da distribuição Weibull para diferentes valores de $\beta$ e com $\alpha = 3$ . ..       | 29 |
| Figura 2.13 – PDF da distribuição Lognormal para diversos valores de $\sigma$ com $\mu = 0.8$ . 29         |    |
| <i>Figura 3.1 – Relação entre idade virtual e idade real</i> .....                                         | 41 |
| Figura 3.2 – Diagrama utilizado por Jacopino (2005) para inspeção perfeita e múltiplos modos de falha..... | 42 |
| Figura 5.1 – Resumo da metodologia .....                                                                   | 50 |
| Figura 5.2 – Exemplo de cenário para um indivíduo .....                                                    | 62 |
| Figura 5.3 – Pseudocódigo para penalizar indivíduos inviáveis .....                                        | 63 |
| Figura 5.4 – Pseudocódigo da geração dos tempos de falha.....                                              | 67 |
| Figura 5.5 – Pseudocódigo da simulação das probabilidades e valores esperados.....                         | 69 |
| Figura 5.6 – AG Multiobjetivo + SDE.....                                                                   | 71 |
| Figura 5.7 – Parâmetros e interação dos modelos.....                                                       | 72 |
| Figura 6.1 – Número de falhas x tempo operacional do compressor.....                                       | 79 |
| Figura 6.2 – Valores normalizados das funções objetivo para cada uma das 288 soluções não dominadas. ....  | 84 |
| Figura 6.3 - Valores normalizados das funções objetivo para as soluções do problema com $q = 0$ . ....     | 85 |

|                                                                                                     |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 6.4 – Valores normalizados das funções objetivo para as soluções do problema com $q = 1$ .   | 86 |
| Figura 6.5 – Valores normalizados das funções objetivo para as soluções do problema com $q = 0,5$ . | 86 |
| Figura 6.6 – Valores normalizados das funções objetivo para as soluções do Caso1. ...               | 90 |
| Figura 6.7 – Valores normalizados das funções objetivo para as soluções do Caso 2. ..               | 90 |
| Figura 6.8 - Valores normalizados das funções objetivo para as soluções do Caso 3. ...              | 91 |
| Figura 6.9 – Fronteira de Pareto do Caso 3.....                                                     | 92 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 2.1 – Influência de $\beta$ no comportamento da taxa de falha na distribuição Weibull. ....                                      | 28 |
| Tabela 3.1 – Influência dos diferentes tipos de reparo na distribuição do tempo da próxima falha. ....                                  | 36 |
| Tabela 5.1 – Simbologia do modelo multiobjetivo. ....                                                                                   | 53 |
| Tabela 6.1 – Parâmetros do GA Multiobjetivo e da SDE para o exemplo de validação. ....                                                  | 75 |
| Tabela 6.2 – Proporção da fronteira exata de Pareto amostrada pelo algoritmo proposto para diferentes valores de $P$ e $N_{gen}$ . .... | 75 |
| Tabela 6.3 – Comparação das soluções analíticas e por SDE. ....                                                                         | 76 |
| Tabela 6.4 – Diferenças absolutas normalizadas entre os valores das funções objetivo de cada método. ....                               | 76 |
| Tabela 6.5 – Tempos de falha do compressor. ....                                                                                        | 79 |
| Tabela 6.6 – Parâmetros do problema ( modelo multiobjetivo). ....                                                                       | 81 |
| Tabela 6.7 – Custos dos reparos imperfeitos para o problema proposto. ....                                                              | 82 |
| Tabela 6.8 – Parâmetros do AG Multiobjetivo ....                                                                                        | 83 |
| Tabela 6.9 – Resultados do exemplo de aplicação considerando diferentes tipos de reparo. ....                                           | 84 |
| Tabela 6.10 – Parâmetros do AG Multiobjetivo para o exemplo de aplicação considerando diferentes tipos de reparo. ....                  | 85 |
| Tabela 6.11 – Resultados para os casos em que a disponibilidade e/ou o orçamento não são critérios de otimização. ....                  | 91 |
| Tabela 6.12 – Soluções com base no investimento mínimo e na disponibilidade máxima. ....                                                | 93 |

## 1 INTRODUÇÃO

Operações de manutenção têm se tornado consideravelmente críticas em sistemas modernos de manufatura por manterem e melhorarem instalações produtivas, tendo, portanto, influência sobre a qualidade dos produtos, segurança e meio ambiente, disponibilidade do sistema, *lead time* e custos das linhas de produção. Assim, companhias têm adotando as atividades estratégicas da manutenção como um elemento de negócio gerador de lucro, impulsionando o sistema produtivo a operar de forma mais eficiente, eficaz e econômica, para sustentar a sua sobrevivência em longo prazo (Almeida & Souza, 2001).

Logo, dentro da indústria e da comunidade acadêmica cresce consideravelmente o número de trabalhos que buscam melhores práticas de manutenção de forma a otimizar o desempenho da engenharia de manutenção. Este tipo de modelagem, em geral, consiste no desenvolvimento de funções matemáticas que representam critérios e restrições de interesse nas atividades de manutenção em termos da(s) variável(eis) para a(s) qual(ais) o gestor de manutenção deve definir um valor associado. Para as decisões em manutenção, os cenários envolvendo eventos onde consequências negativas decorrentes da indisponibilidade e paradas da produção ocorrem são de interesse. A estimativa de medidas de confiabilidade, como a taxa e a probabilidade de falha, é essencial na formulação das funções do modelo de decisão.

Dentro da Engenharia de Manutenção, esse tipo de gestão é denominado de Gestão RAM (RAM é a sigla para *Reliability, Availability and Maintainability*, do português – Confiabilidade, Disponibilidade e Manutenibilidade), conforme ilustrado na Figura 1.1. Consiste, de maneira geral, em obter e classificar informações sobre os eventos de falha e manutenção do sistema de interesse (Taxonomia), obter métricas de confiabilidade e manutenibilidade para a análise RAM, e, a partir destas, avaliar critérios de interesse (como o custo de manutenção, por exemplo) e decidir, com base em modelos de programação matemática, uma ação a adotar que otimize uma função objetivo relevante. Assim, de maneira geral, a eficácia de uma decisão em manutenção depende, além do modelo de otimização utilizado, da representatividade da análise RAM.

Através de métodos de análise de processos estocásticos (Rausand & Oien, 1996), obtém-se a confiabilidade e disponibilidade de sistemas e, conseqüentemente, se ganha conhecimento para a introdução de melhorias, por exemplo, nos programas de manutenção. Esse tipo de análise consiste na modelagem do comportamento aleatório dos tempos de falha

de sistemas, bem como dos tempos de reparo, de forma que operações futuras de tais sistemas possam ser compreendidas e funções de interesse possam ser estimadas.

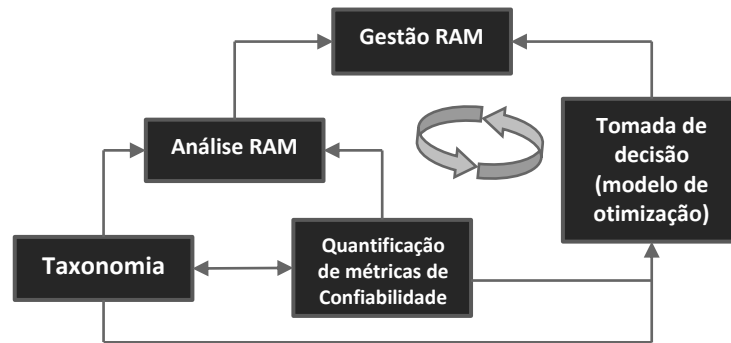


Figura 1.1 - Esquema da Gestão RAM.  
Fonte: Adaptado de Azevedo (2011)

Com isso, é esperado que as métricas de confiabilidade representem com veracidade os cenários modelados para que as decisões sejam fundamentadas em informações confiáveis. Entretanto, em se tratando de análise de sistemas reparáveis, grande parte dos modelos estocásticos utiliza hipóteses simplificadoras, as quais, conservadoras ou não, não conseguem representar de forma fidedigna alguns sistemas, sendo ineficientes para a avaliação de determinados casos reais.

De maneira geral, uma ação de reparo pode ser classificada em cinco maneiras diferentes em relação ao grau de melhoria que proporcionam ao sistema: (i) reparo melhor - recupera o sistema a um estado melhor do que era quando novo; (ii) reparo perfeito - retorna o sistema a um estado igual a novo; (iii) reparo imperfeito - traz o sistema a um estado pior do que um novo, mas melhor do que no instante da falha; (iv) reparo mínimo - traz o sistema ao mesmo estado que se encontrava no instante da falha; (v) reparo pior - retorna o sistema a um estado pior do que antes da falha.

A maioria dos modelos existentes na literatura assume as hipóteses de reparo perfeito ou reparo mínimo tratando estas situações, respectivamente, através de Processos de Renovação (PR) ou Processos Não Homogêneos de Poisson (PNHP) (Rigdon & Basu, 2000). Todavia, geralmente, a ação de reparo melhora o desempenho do sistema a uma condição intermediária entre o reparo perfeito e o reparo mínimo, sobretudo em sistemas complexos onde a substituição em módulo não é uma operação trivial, o que foi anteriormente definido como reparo imperfeito (Moura *et al*, 2007). Assim, a utilização de PR ou PNHP para modelar o comportamento falho de tais sistemas conduz a resultados que devem ser vistos com reservas.

Modelos que tratam de reparos imperfeitos surgiram, principalmente, a partir da década de 80, sendo, em sua maioria, uma combinação ponderada do PR e PNHP e, portanto, sugerem características de reparos mínimo e perfeito no sistema (Rocha, 2006). Kijima & Sumita (1986) propuseram um modelo probabilístico que trata reparos imperfeitos, o qual foi denominado Processo de Renovação Generalizado (PRG), que permite modelar o reparo sem supor a existência de outros tipos de reparos. O PRG é um modelo de idade virtual, que determina a classificação do reparo de acordo com o grau de redução que proporciona sob a idade real do equipamento, mensurada através de um parâmetro  $q$  de rejuvenescimento, podendo modelar todos os cinco tipos de reparo citados anteriormente a depender do valor assumido por  $q$ .

Grande parte dos modelos de decisão em manutenção está relacionado à determinação de políticas de substituição (Sharma *et al*, 2011), geralmente definido pela decisão dos intervalos de substituição que otimizem algum objetivo de desempenho, como o custo de manutenção. Como, em sistemas complexos, dado que a falha pode ocorrer de diferentes modos, a hipótese de substituição não pode ser exclusiva nas ações de manutenção, seja ela corretiva ou preventiva. Alguns autores têm desenvolvido modelos de decisão para a política de substituição para sistemas sujeitos a reparos imperfeitos além da substituição. Kijima *et al* (1988), Makis & Jardine (1993) e Love *et al* (2000) desenvolveram modelos de decisão dos instantes de substituição que minimize o custo de manutenção de sistemas sujeitos a reparos imperfeitos, modelados via PRG. Samet (2010) propôs um modelo de definição do intervalo ótimo de renovação do sistema de forma a maximizar a sua disponibilidade, considerando que, antes da renovação, o sistema esta sujeito a manutenções corretivas e preventivas imperfeitas.

No entanto, alguns autores como Chareonsuk *et al* (1997) e Jiang & Ji (2002) criticam que, em geral, problemas de otimização da política de substituição são tratados em uma abordagem monobjetivo, onde apenas uma função objetivo é formulada, normalmente representando custos de manutenção, não avaliando outros eventos importantes nas decisões em manutenção. Por exemplo, uma política de substituição correspondente ao custo mínimo pode conduzir a um baixo valor de disponibilidade e eficiência do sistema, resultando em mais atrasos de produção. Da mesma forma uma política que maximize a disponibilidade do sistema pode ser muito custosa e, portanto, inviável. Nestes contextos, os autores propõem uma abordagem multiobjetivo que pondera critérios relacionados à confiabilidade e segurança do sistema, além do custo, quando da decisão em manutenção.

Jiang & Ji (2002) ainda destacam uma tendência de aumento de complexidade nos modelos de decisão sobre a política de substituição, por exemplo, com a inclusão de variáveis de decisão no modelo, podendo conduzir a soluções mais eficientes comparadas às decisões separadas. Nossohi & Hejazi (2011) propuseram um modelo multiobjetivo para determinação simultânea de intervalos de substituição e quantidade de peças sobressalente, considerando a taxa média de custo de manutenção, o número esperado de falhas por ciclo de substituição, a vida residual média do sistema e o investimento em sobressalentes como critérios de decisão, tendo a disponibilidade por restrição. Todavia, Nossohi & Hejazi (2011), assim como Jiang & Ji (2002), não consideram a possibilidade de reparos imperfeitos no modelo, ou seja, o sistema é substituído na primeira falha de modo que a distribuição dos tempos de falha é modelada por um PR.

Diante das limitações expostas, o presente trabalho almeja propor um modelo de otimização simultânea da política de substituição e da quantidade de sobressalentes para sistemas sujeitos a reparos imperfeitos modelados por PRG. O modelo multiobjetivo de Nossohi & Hejazi (2011) é tomado por base, porém, não é assumida a hipótese exclusiva de substituição corretiva quando o sistema falha antes da substituição planejada. Assim, o modelo aqui proposto é uma generalização do modelo de Nossohi & Hejazi (2011) que considera um reparo imperfeito, ao invés de um reparo perfeito, quando da falha do sistema. Ainda, é incluída uma variável de decisão que indica o número máximo de falhas que o sistema sofre tolerado pelo decisor. A inclusão desta nova variável admite a ocorrência de substituição corretiva, como no modelo de Nossohi & Hejazi (2011), mesmo com a hipótese de reparo imperfeito, permitindo, também, aplicar o modelo para decisões sobre a quantidade de sobressalentes a ser comprada.

Se o modelo multiobjetivo considera que o sistema reparável está sujeito a reparos imperfeitos, modelados por PRG, o processo de falha-reparo do sistema se torna complexo e um tratamento analítico ao problema pode ser abstruso. Conforme Banks (2001), uma solução possível é a utilização da Simulação Discreta de Eventos (SDE), pois permite imitar o comportamento do sistema real, inclusive nos aspectos mais complexos, e avaliar, por empirismo, suas características de interesse como o número médio de falhas durante um período de tempo.

Ainda, a natureza combinatória de problemas de otimização multiobjetivo de políticas de substituição pode tornar proibitivo, devido aos esforços computacionais requeridos, o uso de procedimentos exaustivos para avaliar todos os intervalos de substituição possíveis, em

todas os objetivos e restrições do modelo, por meio de SDE. A classe de problemas de tomada de decisão computacionalmente tratáveis com as tecnologias de otimização disponíveis inclui cada vez mais aspectos de estocasticidade. Neste contexto, heurísticas de otimização probabilísticas, como Algoritmos Genéticos (AG), podem fornecer SDE com algumas das possíveis soluções de uma maneira inteligente (Goldberg, 1989). Os AG's são especificamente adequados de serem aplicados em problemas multiobjetivo devido ao fato de manipularem simultaneamente muitas soluções possíveis, conseguindo amostrar com otimalidade a real fronteira de Pareto (conjunto das soluções não dominadas do problema multiobjetivo), a qual não é conhecida (Lins & Droguett, 2011; Castro, 2011).

Assim, o algoritmo de otimização aplicado nesta dissertação utilizará AG Multiobjetivo juntamente com SDE, fornecendo, como resultado, um conjunto de soluções não dominadas. A SDE fornece realismo ao modelo e o AG garante uma boa aproximação à fronteira real de Pareto. Esta dissertação está organizada como segue: este primeiro capítulo introduz o problema estudado, apresentando as justificativas e os objetivos do estudo. O capítulo 2 discute os principais conceitos teóricos necessários à compreensão do modelo. O capítulo 3 discute os modelos estocásticos utilizados para análise de sistemas reparáveis. O capítulo 4 apresenta uma revisão dos modelos multiobjetivo de decisão em políticas de substituição e quantidade de sobressalentes. O capítulo 5 apresenta o modelo proposto para determinação da política de substituição e da quantidade de sobressalentes. Já o capítulo 6 apresenta exemplos de aplicação do modelo, incluindo um exemplo de validação, e discute os resultados sob os pontos de vista acerca da eficácia do reparo e dos objetivos considerados. Conclusões finais são feitas no capítulo 7.

## **1.1 Motivação e Justificativa**

Abordagens quantitativas baseadas em medidas de confiabilidade para formulação dos modelos matemáticos têm tido grande espaço e atenção na otimização da manutenção. Recente ênfase na utilização de análise com base no desempenho na operação e regulação de sistemas complexos de engenharia (como em indústrias de processo) requer o uso de modelos sólidos para prever falhas com base no desempenho anterior dos sistemas. Assim, a solução por Processo de Renovação Generalizado (PRG) é uma abordagem promissora e eficiente para tais aplicações baseadas em desempenho.

Apesar do crescimento dos estudos envolvendo reparos imperfeitos nos últimos anos, com diversos conceitos e técnicas de estimação para os mais variados casos (ver Pham &

Wang, 1996), a aplicabilidade destes modelos, em especial PRG, na modelagem de sistemas reparáveis ainda é limitada, principalmente, devido à complexidade de modelagem. Baseada na revisão bibliográfica, apresentada no Capítulo 4, grande parte dos modelos de otimização em manutenção envolvendo PRG consiste na determinação de instantes de prevenção sob o mínimo custo. Não foram encontradas publicações de modelos de decisão multiobjetivo para a política de substituição, nem algum que tratasse da gestão de peças sobressalentes. Dessa forma este trabalho permite ampliar a contribuição da aplicabilidade do PRG em problemas de decisão na manutenção.

Ainda, a inutilização de hipóteses simplificadoras torna complexo o desenvolvimento de algoritmos e métodos de busca e avaliação das soluções. Por outro lado, um maior grau de complexidade, normalmente, traduz-se em uma maior representatividade dos modelos para casos reais. O desafio de formular modelos multiobjetivos sujeitos a reparos imperfeitos e de desenvolver um método de busca de boas soluções é também motivação para realização do trabalho, justificando sua contribuição. Serão utilizados AG's Multiobjetivo para obter as soluções e, ainda, técnicas de SDE serão recorridas para estimar os valores das funções objetivo das soluções analisadas pelo AG. A utilização da SDE, especialmente combinada com AG, constitui-se em uma tendência na otimização da manutenção, mudando a visão de muitos autores (Sharma, 2011; Lins & Droguett, 2011).

## 1.2 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é propor um modelo multiobjetivo de otimização do número de sobressalentes e da política de substituição de sistemas que são sujeitos a reparos imperfeitos. Tal modelo será baseado em Processos de Renovação Generalizados e Algoritmos Genéticos Multiobjetivos. Para tanto, os seguintes objetivos específicos deverão ser atingidos:

- Pesquisa Bibliográfica: espera-se obter uma base teórica sobre Processos de Renovação Generalizados e Algoritmos Genéticos, bem como uma discussão dos casos e trabalhos relacionados;
- Estimar parâmetros das distribuições dos tempos de falha e recuperação do sistema analisado para formulação das funções do modelo: estimar distribuições paramétricas e o parâmetro de rejuvenescimento segundo PRG;

- Elaborar um modelo multiobjetivo para o problema proposto: formular as funções objetivo e restrições do problema, bem como limites das variáveis de decisão;
- Obter um algoritmo eficiente de solução do modelo multiobjetivo: mesclando Algoritmos Genéticos com técnicas de Simulação Discreta de Eventos.
- Exemplos de aplicação: primeiramente, um exemplo simples, em termos de combinações de soluções e formulação do problema multiobjetivo, é aplicado a fim de validar o modelo proposto. Ademais, um exemplo mais complexo é estudado e comparações entre tipos de reparos são realizadas.

## **2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Este capítulo abordará questões fundamentais ao entendimento do que será apresentado neste trabalho. Serão introduzidos conceitos relacionados a decisões em manutenção, análises de confiabilidade, distribuições de probabilidade e processos estocásticos. Inicialmente, o termo “sistema” é utilizado neste trabalho como uma classificação que pode abranger diversos níveis e subníveis, seja equipamento, item ou componente, A sua utilização irá depender do contexto em que está inserido.

### **2.1 Engenharia da Manutenção**

O objetivo principal da manutenção é o de manter ou restaurar o sistema em um estado no qual se possa executar a função requerida (ISO 14224, 2011). Dentro desse objetivo, normalmente relacionado ao tratamento dado às falhas dos sistemas, as ações de manutenção são geralmente classificadas como:

- Manutenção corretiva: realizada após a ocorrência da falha com o intuito de corrigir o sistema falho. Seu objetivo é recuperar o sistema a uma condição suficiente que o mantenha desempenhando sua função. Em geral, pode-se reparar o sistema, agindo diretamente na causa, no mecanismo ou no modo da falha, substituí-lo ou utilizar redundâncias;
- Manutenção preventiva: realizada antes da falha com o objetivo de prevenir ou diminuir a probabilidade de falha e garantir que o sistema opere em nível adequado de desempenho. Em geral, pode ser periódica (em intervalos planejados) ou preditiva, quando se monitora o nível de deterioração do sistema e intervém-se quando a falha for iminente.

A eficiência e eficácia das ações de manutenção têm uma relação direta com a percepção que o cliente tem da qualidade do produto. Por exemplo, em sistemas de manufatura, as exigências cada vez mais crescentes de desempenho requerem que tais sistemas estejam disponíveis para fornecer produtos em tempo hábil, atendendo a credibilidade nos prazos comprometidos.

Logo, a função manutenção dentro de uma organização consiste de forma clara em um sistema de produção cujo produto se caracteriza como um serviço, geralmente fornecido à função produção, e, portanto, deve ser gerenciada como qualquer sistema de produção

(Almeida & Souza, 2001). Assim, novos objetivos foram compreendidos dentro da Manutenção para além do tratamento de falhas, como a otimização de sistemas produtivos (Siqueira, 2005). Siqueira (2005) descreve que, desde 1930, a evolução das técnicas de gestão da manutenção pode ser rastreada através de três gerações, conforme ilustrado na Figura 2.1 (MCC corresponde à Manutenção Centrada em Confiabilidade).

No início das atividades de manutenção, quando apenas ações corretivas eram realizadas em sistemas falhos, a manutenção era considerada um mal necessário, que não agregava valor ao processo produtivo. Com a inclusão de técnicas preventivas e de novos modelos de gestão a manutenção passou a ser vista como uma atividade de agregação de valor (Ben-Daya & Duffuaa, 1995).

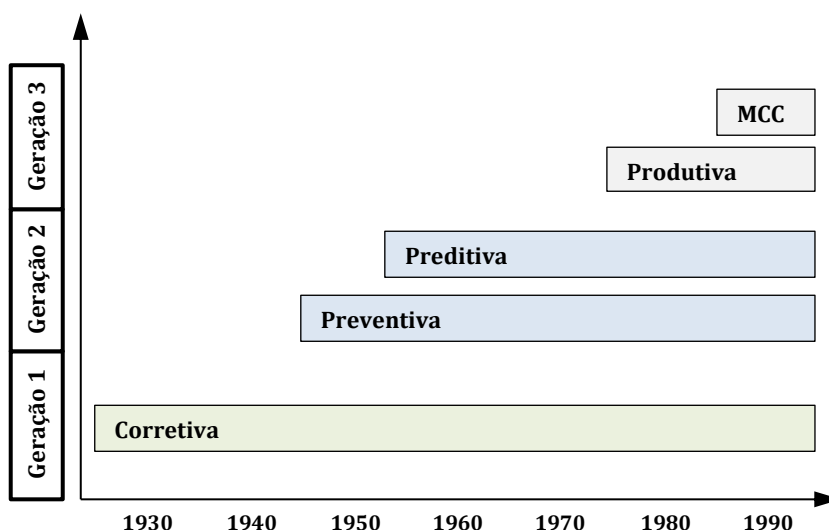


Figura 2.1 – Evolução dos sistemas de manutenção.  
Fonte: Adaptado de Siqueira (2005)

Atualmente, é objetivo da função manutenção é contribuir para o lucro de uma organização, trazendo claramente a necessidade de estar em harmonia com o objetivo da empresa. Por isso, diversos trabalhos têm sido desenvolvidos, desde o início da década de 60, no sentido de otimizar as ações da manutenção (Sharma, 2011), destacando-se decisões sobre intervalos de manutenção preventivas (inspeção, reparo, etc.), políticas de substituição, quantidade de sobressalentes, alocação de redundâncias, utilização de recursos de manutenção, entre outros. A engenharia de manutenção é o ramo da engenharia vocacionado para a aplicação dos seus conceitos à otimização dos equipamentos, dos processos e dos

orçamentos, de modo a alcançar uma melhor manutenibilidade, Confiabilidade e disponibilidade dos equipamentos.

### 2.1.1 Otimização na Manutenção

Um problema de otimização consiste, genericamente, em decidir sobre variáveis de controle do decisor, chamadas de variável de decisão, a fim de alcançar o melhor resultado possível em relação a um (ou mais) objetivo(s). O conjunto dos valores determinados para cada variável de decisão, quando conduz ao resultado ótimo do objetivo, é denominado de solução ótima. Ainda, podem existir restrições que delimitam o conjunto de opções possíveis para o valor de cada variável de decisão.

Seja  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^n$  é o vetor de variáveis de decisão do problema,  $f_i(\mathbf{X})$  a função que representa o  $i$ -ésimo objetivo de decisão,  $g_j(\mathbf{X})$  a função que representa a  $j$ -ésima restrição de desigualdade e  $h_k(\mathbf{X})$  a função que representa a  $k$ -ésima restrição de igualdade, a formulação genérica dos problemas de otimização (ou modelo de otimização), para objetivos de minimização, é dado conforme a seguir:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{X} \in \mathbb{R}^n} \quad & [f_1(\mathbf{X}), \dots, f_M(\mathbf{X})] \\ \text{Sujeito a} \quad & g_j(\mathbf{X}) \geq 0, \quad j = 1, \dots, J \\ & h_k(\mathbf{X}) = 0, \quad k = 1, \dots, K \\ & x_i^L \leq x_i \leq x_i^U, \quad i = 1, \dots, n \end{aligned}$$

com  $f_i(\cdot): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g_j(\cdot): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  e  $h_k(\cdot): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  e  $g_j$  e  $h_k$  duplamente diferenciáveis. Onde  $n$  é o número de variáveis de decisão ( $\mathbf{X} = \{x_1, \dots, x_n\}$ ),  $x_i^L$  e  $x_i^U$  são, respectivamente, o valor mínimo e o valor máximo admissível da variável  $x_i$ ,  $M$  é o número de objetivos (se  $M = 1$ , tem-se um problema de otimização mono objetivo),  $J$  é o número de restrições de desigualdade e  $K$  é o número de restrições de igualdade, com  $J + K$  sendo o número de restrições do problema.

A otimização da manutenção consiste na resolução de problemas deste tipo, onde as funções objetivo e de restrição representam objetivos e gargalos de interesse práticos da manutenção (custo de manutenção, vida útil do sistema, disponibilidade, etc.) e as variáveis de decisão são variáveis sob o domínio da manutenção (intervalos de atividades preventivas, monitoramento e testes, quantidade de sobressalentes a ser comprada, programação de equipes de manutenção, etc.).

Problemas de otimização podem ser resolvidos por abordagens quantitativa, qualitativa ou mista (Sharma *et al*, 2011). Na abordagem quantitativa, as funções de interesse são modeladas por expressões matemáticas e cada variável de decisão assume valor numérico, ainda que sua natureza seja qualitativa. Especialmente neste tipo de abordagem, a gestão da manutenção em termos de confiabilidade, disponibilidade e manutenibilidade (Gestão *RAM* – do inglês *Reliability, Availability and Maintainability*) ganhou espaço na otimização da manutenção, onde métricas de confiabilidade se tornaram essenciais para a formulação dos modelos matemáticos (Jiang & Ji, 2002).

A resolução de problemas de otimização consiste em encontrar valores para as variáveis de decisão, dentro do conjunto admissível definido pelas restrições, que otimizem as funções objetivos (o conceito “otimizar” difere entre problemas mono e multiobjetivo). Existem, na literatura, diversas técnicas de resolução de problemas de otimização, geralmente pertencentes ao âmbito da Pesquisa Operacional (PO).

O número de variáveis de decisão ( $n$ ), de objetivos ( $M$ ), de restrições de desigualdade ( $J$ ) e de restrições de igualdade ( $K$ ) pode ser elevado. A simples presença de restrições dificulta o processo de obtenção da solução. Sharma (2011) fez uma vasta revisão literária sobre modelos de otimização da manutenção, listando as principais técnicas adotadas e destacando a utilização híbrida de Algoritmo Genético (AG) com técnicas de simulação para busca de boas soluções em problemas complexos. A seção seguinte explana os principais conceitos relativos aos AG's e seção 2.3 discute a Engenharia de Confiabilidade, ciência que estuda as métricas de confiabilidade presentes nas funções dos modelos de manutenção.

## 2.2 Algoritmos Genéticos

O Algoritmo Genético (AG) é uma técnica de busca fundamentada no processo evolutivo de seleção natural proposto por Charles Darwin e nos mecanismos da genética. Foram inicialmente propostos por John Holland (1975). Uma grande aplicação dos Algoritmos Genéticos é em problemas de busca: dado um conjunto de elementos ou indivíduos, deseja-se encontrar aquele ou aqueles que melhor atendam a certas condições especificadas. O AG pertence à classe das heurísticas populacionais.

Os AG's transformam uma população de indivíduos, cada um com um valor associado de adaptabilidade, chamado de aptidão, numa nova geração de indivíduos usando os princípios Darwianos de reprodução e sobrevivência dos mais aptos, pela aplicação de operações genéticas tais como seleção, recombinação e mutação (Goldberg, 1989). Cada

indivíduo na população representa uma possível solução para um dado problema, o que o Algoritmo Genético faz é procurar aquela que seja muito boa ou a melhor para o problema analisado pela criação genética de populações de indivíduos cada vez mais aptos a conduzir ao extremo da função objetivo de interesse.

Segundo Castro (2011), os AG's são métodos razoavelmente eficientes para a totalidade dos problemas existentes, não sendo mais eficiente, apenas, do que métodos projetados especificamente para um determinado problema. Contudo, perturbações no problema original trariam quase nenhum prejuízo aos AGs, mas possivelmente, a inutilidade de outros métodos. As principais definições relacionadas ao AG são:

- Cromossomo → Cadeia de caracteres representando alguma informação relativa às variáveis do problema. Cada cromossomo representa deste modo uma solução (indivíduo) do problema;
- Gen ou Gene → Cada cromossomo tem certo número de gens, cada um descrevendo uma variável do problema. A informação de um gene corresponde ao valor que uma variável assume para a solução representada no cromossomo;
- População → Conjunto de cromossomos ou soluções;
- Geração → O número da iteração que o Algoritmo Genético executa;
- Operações Genéticas → Operações que o Algoritmo Genético realiza em uma população para garantir sua evolução (soluções melhores);
- Espaço de Busca ou Região Viável → É o conjunto, espaço ou região, caracterizado pelas funções de restrição, que compreende as soluções possíveis ou viáveis do problema a ser otimizado;
- Função Objetivo ou *fitness* → É a função que se quer otimizar. Ela contém a informação numérica do desempenho de cada cromossomo na população. Nela estão representadas as características do problema que o Algoritmo Genético necessita para realizar seu objetivo, sendo expressa normalmente em função das variáveis de decisão do problema.

Em resumo, um algoritmo genético baseia-se em operações genéticas entre os melhores indivíduos de uma população para gerar indivíduos ainda melhores (evolução). Existem inúmeras estruturas de Algoritmos Genéticos, com variações de procedimentos e operadores empregados, entretanto, a estrutura genérica do AG pode ser vista na Figura 2.2. Os principais aspectos dos Algoritmos Genéticos são:

- i. Representação e codificação: A representação ou codificação das variáveis de decisão proporciona um grande impacto no desempenho de busca, devendo ser o mais simples possível sem perder, no entanto, as características de representação do problema tratado. Existem inúmeras formas de representação das variáveis, tais como: binária, números inteiros ou números reais;
- ii. Geração da população inicial: Na maioria das vezes realizada de forma aleatória, embora existam ocasiões onde é mais apropriada uma seleção heurística da mesma, introduzindo logo de início, um ou mais indivíduos “interessantes”, como por exemplo, soluções aproximadas conhecidas por informação prévia. Diversos trabalhos realizados comprovam que a inicialização não é crítica, desde que a população inicial contenha cromossomos suficientemente variados (Goldberg, 1989);
- iii. Avaliação e Seleção: Consiste em avaliar a aptidão dos indivíduos, em função do seu valor de fitness, e selecionar os melhores para sobreviver e gerar a próxima população. Este é um passo crítico, pois um indivíduo com menor valor de *fitness* pode ser mais apto a gerar indivíduos ótimos do que outro indivíduo com valor de *fitness* superior. Inúmeros esquemas de seleção foram propostos e implementados na prática dos Algoritmos Genéticos (Blickle & Thiele, 1995);
- iv. Reprodução ou Cruzamento: A seleção não introduz novos indivíduos na população, mas seleciona os progenitores, ou pais, que, no crossover, tentam criar novas e melhores soluções, ou filhos (indivíduos mais aptos). A escolha dos indivíduos que serão submetidos à reprodução é feita de acordo com uma probabilidade de cruzamento ( $p_{cr}$ );
- v. Operadores Genéticos: Define como a população é transformada através de sucessivas gerações, de forma a obter um resultado satisfatório no final do processo. Os operadores genéticos principais são o *Crossover*, definindo como e quantos filhos são gerados, a partir da informação genética dos pais, e a *Mutação*, diversificando aleatoriamente genes de uma fração  $p_m$  da população.

A eficiência e o funcionamento de um Algoritmo Genético são altamente dependentes dos seus parâmetros de controle, definidos previamente, os quais são: O tamanho da população ( $N$ ), a probabilidade de cruzamento ( $p_{cr}$ ), a probabilidade de mutação ( $p_m$ ) e o número de gerações ou iterações ( $N_{gen}$ ).

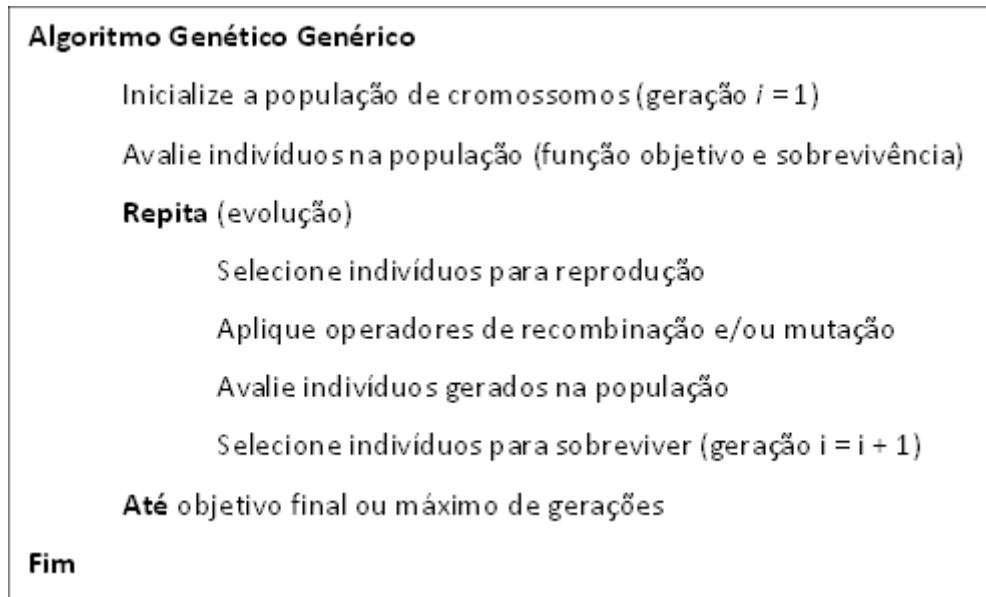


Figura 2.2 – Estrutura genérica dos AG's  
Fonte: Castro (2011)

### 2.2.1 Diferença entre o AG e os métodos clássicos

Os métodos clássicos de otimização iniciam-se com um único candidato, chamado de solução básica, e pelo cálculo de derivadas se determina para qual direção se deve caminhar na busca do próximo candidato. Exemplos típicos são os métodos dos gradientes conjugados e de Newton, com derivadas de primeira e segunda ordem, e o método Quasi-Newton.

O maior problema destes algoritmos matemáticos é que não existe nenhuma garantia da obtenção de um ponto extremo global, ou seja, o algoritmo convergirá para o extremo local mais próximo da direção de busca determinada pelas derivadas. Por esta razão, tais algoritmos são mais convenientemente empregados para problemas unimodais, aqueles que apresentam apenas um extremo no intervalo considerado, sendo o sucesso de suas aplicações para problemas multimodais dependente do ponto de partida inicial, podendo na maioria das vezes se encontrar uma solução extrema local muito “pior” que a solução ótima global desconhecida e procurada.

Ao AG's fazem parte do grupo de heurísticos populacionais, algoritmos evolucionários e algoritmos probabilísticos. Como outros métodos de mesma classe, por não empregarem o cálculo de derivadas, mas sim atuarem diretamente na busca das soluções no espaço viável, é classificado como método direto ou de ordem zero. Deste modo, a busca por soluções pode se

dar sobre conjuntos não convexos e mesmo disjuntos, com funções objetivo também não convexas e não diferenciáveis, e, simultaneamente, com variáveis reais, lógicas e inteiras.

Outra grande diferença dos métodos clássicos para os Algoritmos Genéticos é que estes outros não se prendem tão facilmente a extremos locais, uma vez que se trabalha com uma população de indivíduos, de forma as operações genéticas para geração de novos indivíduos são realizadas dentro de toda a região viável disponível, apesar de não garantir o extremo global. De acordo com Castro (2011), os AG's se distinguem dos métodos clássicos de Programação Matemática basicamente pelos seguintes aspectos:

- Emprega sempre uma população de indivíduos ou soluções;
- Opera com uma codificação das possíveis soluções (genótipos) e não com as soluções propriamente ditas (fenótipos);
- Trabalha com regras de transição probabilísticas.
- Não requer informações adicionais (derivadas, por exemplo) sobre a função a otimizar, mas apenas de uma forma de avaliação do resultado

### 2.2.2 Algoritmo Genético Multiobjetivo

A consideração de mais de uma função objetivo em um problema de otimização induz à necessidade de uma análise de custo-benefício das soluções obtidas. A depender do grau de importância de cada objetivo para o tomador de decisão, algumas soluções podem ser mais preferíveis a outras. As informações de custo-benefício, ou simplesmente de *tradeoff*, versam sobre como a melhoria em relação a um objetivo pode afetar negativamente os demais objetivos. Nesse sentido, a otimização multicritério é de fundamental importância, em especial se o problema necessitar a consideração de dois ou mais critérios conflitantes entre si.

A principal diferença entre o AG para um objetivo único e o AG multiobjetivo é a fase de avaliação e seleção dos indivíduos (Lins & Droguett, 2011). O conceito de dominância e de otimalidade de Pareto é comumente utilizado para a análise das soluções obtidas em problemas multiobjetivo, dada a impossibilidade de encontrar uma única solução que otimize todas as funções objetivo simultaneamente. Dessa forma, o AG multiobjetivo busca a fronteira de Pareto, um conjunto de soluções não dominadas, ao invés de uma solução única, e, a menos que um algoritmo adicional de preferência de solução seja implementado, um AG multiobjetivo fornece, como solução, um conjunto de indivíduos não dominados pertencentes à fronteira de Pareto.

Uma vez que o AG pertence à classe das heurísticas populacionais probabilísticas, e não exaustiva, seu processo de busca de solução consiste em amostrar uma fronteira de Pareto que convirja para a real fronteira de Pareto e mantenha, a cada passo, uma distribuição tão uniforme quanto possível das soluções não dominadas, objetivos essenciais quando não é possível avaliar exaustivamente uma fronteira de Pareto. Diversos trabalhos mostram a eficiência dos AG's multiobjetivo quando da aproximação da real fronteira de Pareto (Lins & Droguett, 2011). A subseção a seguir resume os conceitos de dominância e da fronteira de Pareto citados nesta subseção.

### 2.2.2.1 Dominância em problemas Multiobjetivo e a Fronteira de Pareto

Seja  $M$  o número de funções objetivo do problema,  $M > 1$ , uma solução  $x^{(1)}$  é dita dominada por uma solução  $x^{(2)}$  se ambas as condições a seguir forem satisfeitas, considerando objetivos de maximização:

1. A solução  $x^{(1)}$  não é melhor do que a solução  $x^{(2)}$  em nenhum dos objetivos, ou seja,  $f_i(x^{(1)}) \leq f_i(x^{(2)})$  para todo  $i = 1, \dots, n$ , onde  $f_i(x)$  é o valor da  $i$ -ésima função objetivo para uma solução  $x$ ;
2. A solução  $x^{(1)}$  é estritamente pior do que a solução  $x^{(2)}$  em pelo menos um dos objetivos, ou seja,  $f_i(x^{(1)}) < f_i(x^{(2)})$  para algum  $i \in \{1, \dots, M\}$ .

Se a condição 2 for válida para todos os objetivos do problema, ou seja, se  $f_i(x^{(1)}) < f_i(x^{(2)}) \forall i \in \{1, \dots, M\}$ , tem-se uma dominância forte de Pareto ( $x^{(1)} < x^{(2)}$ ). A satisfação das condições 1 e 2 de forma que exista algum  $i$ , tal que  $f_i(x^{(1)}) = f_i(x^{(2)})$ , constitui-se uma dominância fraca de Pareto ( $x^{(1)} \leq x^{(2)}$ ). Como exemplo, a Figura 2.3 ilustra 4 soluções viáveis plotadas no espaço de objetivos, para um problema contendo dois objetivos de maximização. As seguintes relações de dominância são percebidas:  $A \leq C$  e  $B < C$ , mas  $(A, D)$ ,  $(B, D)$  e  $(C, D)$  não são comparáveis.

Se uma solução viável não é dominada por nenhuma outra solução viável ela é uma Solução Pareto-Ótima. Ou seja,  $X^* \in U$  é uma solução Pareto-Ótima, ou solução não dominada, se  $\nexists X \in U | X^* \leq X$ , onde  $U \subseteq \mathbb{R}^m = \{u \in \mathbb{R}^m : G(X^*) \geq 0 \text{ e } H(X^*) = 0\}$ , com  $G(\cdot)$  e  $H(\cdot)$  sendo, respectivamente o vetor das funções de restrições de desigualdade e de igualdade. O Conjunto Pareto-Ótimo é o conjunto formado por todas as Soluções Pareto-Ótima, ou seja, todas as soluções não dominadas. Neste caso, a fronteira de Pareto é a

fronteira formada pelos pontos do conjunto Pareto-Ótimo no espaço  $M$ -dimensional das funções objetivo.

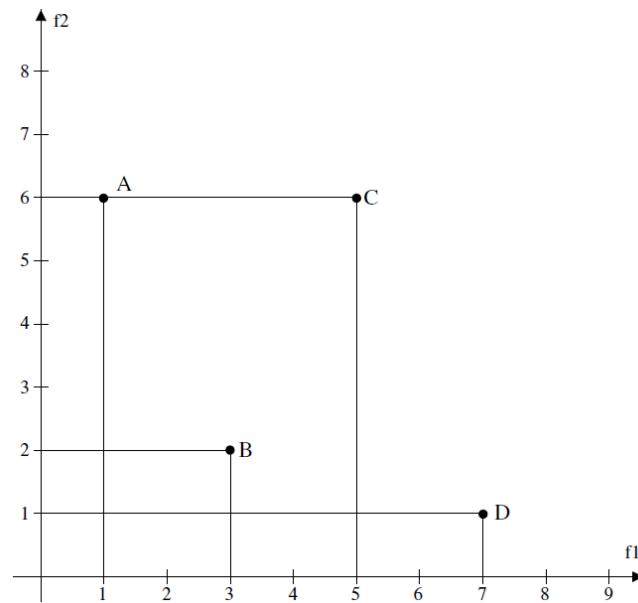


Figura 2.3 – Exemplo de representação do espaço de objetivos

Normalmente, as fronteiras de Pareto são representadas para valores normalizados de  $f_i(x^{(k)})$  e podem ser visualizadas graficamente para problemas de até três objetivos ( $n = 3$ ). As Figura 2.4 e Figura 2.5 mostram exemplos de fronteiras de Pareto para problemas com dois e três objetivos de maximização, respectivamente.

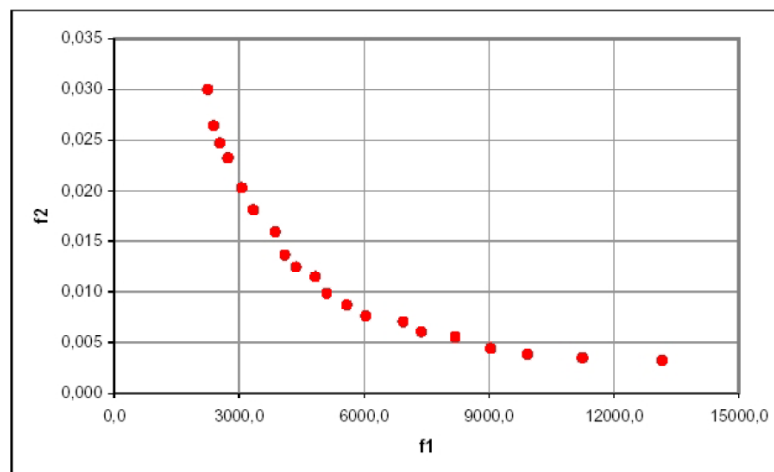


Figura 2.4 – Fronteira de Pareto para um problema com dois objetivos  
Fonte: Castro (2011)

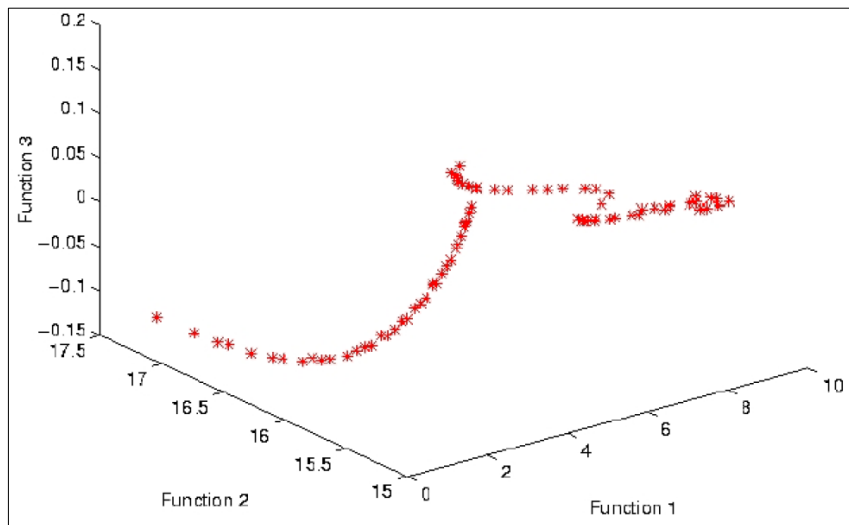


Figura 2.5 – Fronteira de Pareto para um problema com três objetivos.  
Fonte: Castro (2011).

## 2.3 Engenharia de Confiabilidade

Os sistemas de engenharia, seus componentes e dispositivos, não são perfeitos. Um projeto de sistema perfeito é aquele que permanece operacional e alcança seus objetivos sem falhar durante um período pré-selecionado de vida. Esta é a visão idealística e determinística de um sistema de engenharia (Modarres, 1999). Isto seria possível se os sistemas fossem tão eficientes e nunca falhassem ou se fosse possível prever os instantes exatos de falha e antecipar-se a eles, ou ainda se continuamente ações de prevenção fossem realizadas no sistema. É fácil notar que limitações técnicas e econômicas impossibilitam a projeção e execução de sistemas perfeitos.

Entretanto, projetistas, fabricantes e usuários se empenham para minimizar a ocorrência de falhas, e suas consequências indesejáveis. Para isso, é preciso entender “por que” e “como” as falhas ocorrem. E, ainda, para aumentar o desempenho e uso eficiente dos recursos, é importante saber a frequência com que essas falhas podem ocorrer, ou seja, prever a ocorrência da falha. Como dito, é impossível prever o momento exato da falha. O conhecimento incompleto das variáveis envolvidas na ocorrência dos eventos gera um nível de incerteza, a qual geralmente é quantificada através de probabilidades.

No mínimo, três tipos de usuários estão interessados nos estudos da engenharia de confiabilidade (Cook & Bedford, 2002):

- O Engenheiro de Manutenção interessado em medir e otimizar o desempenho da manutenção. Como exemplos, pode-se definir a quantidade de peças de reposição a ser comprada com base na estimativa do número esperado de falhas, ou, ainda, mudar procedimentos e recursos de manutenção a fim de aumentar a qualidade da ação de manutenção e diminuir o seu tempo médio (Manutenção Centrada em Confiabilidade);
- O engenheiro projetista interessado em otimizar o desempenho dos componentes. Com métricas de confiabilidade, além de índices de capacidade e rendimento (Modarres, 1999), do item, o projetista pode reprojeter componentes do sistema a fim de aumentar sua confiabilidade;
- Analistas de confiabilidade e risco os quais desejam prever a confiabilidade dos sistemas complexos nos quais os componentes operam, a fim de prognosticar possíveis paradas e consequências deletérias da ocorrência de falha.

### 2.3.1 Função Confiabilidade

Assim, a confiabilidade,  $(R)$  é definida como a probabilidade de um item operar até um determinado tempo  $t$  sob condições específicas (MODARRES, 1999), ou seja, o quão confiável um equipamento pode ser para determinado tempo de missão. Sendo  $T$  a variável aleatória (V.A.) contínua que expressa o tempo de falha de um item ( $T \geq 0$ ), a função confiabilidade  $(R(t))$  pode ser expressa pela Equação (2.1).

$$R(t) = P(T \geq t); t \geq 0 \quad (2.1)$$

Como se trata de probabilidade, e pela definição da Equação (2.1), a função confiabilidade possui as seguintes propriedades:

- $R(0) = 1$ ;
- $\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = 0$ ;
- $R(t)$  é monotônica decrescente (conforme Figura 2.6)

As condições pré-estabelecidas, bem como as condições ambientais, estão implicitamente consideradas na Equação (2.1). Para condições diferentes de operação, uma

nova função confiabilidade deve ser obtida. Ainda, se diversos modos de falha são considerados, deve-se obter uma função confiabilidade para cada modo de falha.

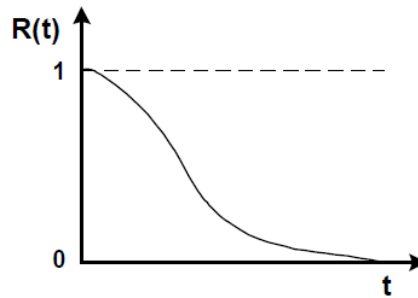


Figura 2.6 – Função confiabilidade (monotônica decrescente).

Se for observado um conjunto de mesmos componentes com mesma função confiabilidade,  $R(t)$  pode ser interpretada como a fração esperada da população que estará operacional em  $t$  (considerando também que os componentes não são reparados quando falham). Para componentes iguais produzidos por fabricantes diferentes, a função confiabilidade pode ser utilizada para comparar seus comportamentos e definir qual fabricante (componente) é mais confiável para o tempo de missão desejado.

### 2.3.2 Função de Distribuição Acumulada

A Função de Distribuição Acumulada (CDF),  $F(t)$ , de uma V.A. contínua que expressa o tempo da falha de um item ( $T$ ) é definida como a probabilidade de o item, operando em condições padrões, falhar antes de um determinado período  $t$ , como mostra a Equação (2.2).

$$F(t) = P(T \leq t); t \geq 0 \quad (2.2)$$

Pelas Equações (2.1) e (2.2), é possível notar que a função confiabilidade é o complementar da CDF do tempo de falha do sistema ( $F(t) = 1 - R(t)$ ). De fato, a probabilidade de um sistema funcionar até determinado tempo  $t$  é exatamente o complementar da probabilidade do mesmo falhar até o instante  $t$ . Consequentemente, de forma inversa de  $R(t)$ ,  $F(t)$  satisfaz as seguintes condições.

- $F(0) = 0$ ;
- $\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = 1$ ;
- $F(t)$  é monotônica crescente, conforme Figura 2.7.

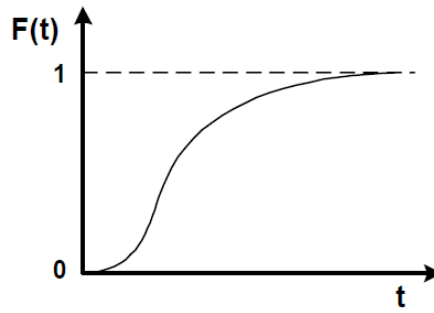


Figura 2.7 – Função de Distribuição Acumulada (monotônica crescente).

### 2.3.3 Função Densidade de Probabilidade

A Função Densidade de Probabilidade (PDF),  $f(t)$ , de uma V.A. que representa o tempo da falha de um item ( $T$ ), apesar de não indicar probabilidade (e sim densidade de probabilidade), descreve a forma da distribuição do tempo de falha. Em outras palavras, é a representação visual da distribuição do tempo de falha, indicando as frequências esperadas, conforme pode ser visto Figura 2.8. A PDF é definida pela Equação (2.3) e possui a propriedade descrita na Equação (2.4).

$$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt} = \frac{dF(t)}{dt} \Rightarrow \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[ \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} = \frac{P(t < T \leq t + \Delta t)}{\Delta t} \right] \quad (2.3)$$

$$\int_0^{\infty} f(t) dt = 1 \quad (2.4)$$

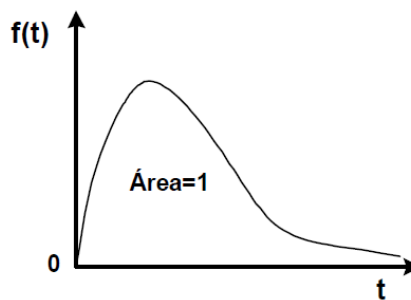


Figura 2.8 – Função Densidade de Probabilidade (PDF).

Tendo-se a PDF de uma V.A. que descreve o tempo da falha de um item, pode-se obter a função confiabilidade e a CDF pelas Equações (2.5) e (2.6). É importante notar que a função

confiabilidade,  $R(t)$ , e a função densidade acumulada,  $F(t)$ , representam áreas sob a curva definida pela função densidade de probabilidade,  $f(t)$ , conforme ilustrado na Figura 2.9.

$$F(t) = \int_0^t f(v)dv \quad (2.5)$$

$$R(t) = \int_t^\infty f(v)dv \quad (2.6)$$

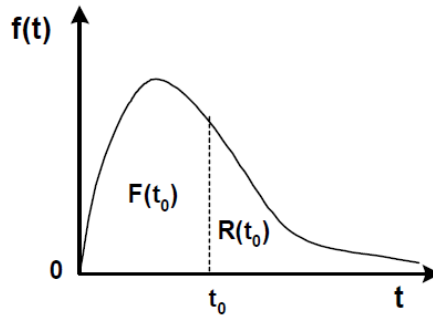


Figura 2.9 –  $R(t)$  e  $F(t)$  representam áreas sobre a curva de  $f(t)$ .

Na Figura 2.9,  $F(t_0)$  é a probabilidade de falha antes de  $t_0$  e  $R(t_0)$  é a probabilidade de que a falha ocorra após  $t_0$ . Dessa forma, se observarmos uma população dos mesmos componentes,  $F(t_0)$  corresponderá à fração de componentes que falharão antes de  $t_0$  e  $R(t_0)$  será a fração de componentes que irão falhar após ou em  $t_0$ . A probabilidade de que uma falha ocorra dentro de um intervalo de tempo  $[t_1, t_2]$  é dada pela Equação (2.7) e corresponde à área ilustrada na Figura 2.10.

$$P(t_1 \leq T \leq t_2) = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt = F(t_2) - F(t_1) = R(t_1) - R(t_2) \quad (2.7)$$

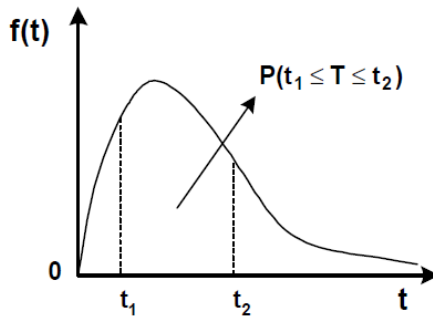


Figura 2.10 – Área correspondente à probabilidade de falha no intervalo  $[t_1, t_2]$ .

### 2.3.4 Manutenibilidade e Disponibilidade

Os conceitos vistos até aqui apenas qualificam os tempos de operação de um item até a sua falha. Em se tratando de sistemas reparáveis (ver Capítulo 3), é também importante avaliar a manutenibilidade e disponibilidade do sistema, especialmente para a gestão da manutenção. A Manutenibilidade ( $M$ ) é definida como a probabilidade de um item falho retornar à operação até um dado tempo  $t$  (Modarres, 1999), seja em manutenções corretivas ou preventivas. Isto é, seja  $T_m$  a variável aleatória que corresponde ao tempo de realização da manutenção, a função manutenibilidade ( $M(t)$ ) pode ser expressa pela Equação (2.8).

$$M(t) = P(T_m \leq t) \quad (2.8)$$

$M(t)$  pode ser considerada a função de distribuição acumulada do tempo da manutenção. Logo, todas as definições dadas para a distribuição do tempo de falha são válidas para a distribuição do tempo de reparo. Vale ressaltar que diferentes ações de manutenção (conserto e substituição, por exemplo) podem ter diferentes funções manutenibilidade.

A análise de disponibilidade, por sua vez, é realizada para verificar a fração do tempo em que o item está operacional, podendo ser uma boa medida de desempenho do sistema. Formalmente, a disponibilidade é a probabilidade de um item estar operacional em um dado instante de tempo  $t$ , em condições normais de operação e manutenção (Modarres, 1999). Esta é a definição para a função disponibilidade instantânea ( $A(t)$ ) e independe do número de manutenções já realizadas antes de  $t$ . Logo, a função disponibilidade instantânea pode ser obtida por combinações entre  $R(t)$  e  $M(t)$ , tendo o devido cuidado com paradas para manutenção preventivas.

Todavia, para medida de desempenho do sistema, deseja-se avaliar a fração de um intervalo em que o item está operacional (disponível), que pode ser obtida pela razão entre o tempo em que o item se encontra operacional ( $to$ ) e o intervalo total analisado. Uma vez que o tempo total pode ser considerado a soma do tempo operacional com o tempo de parada para manutenção ( $td$ ), então a disponibilidade ( $A$ ) pode ser dada pela Equação (2.9).

$$A = \frac{to}{to + td} \quad (2.9)$$

Entretanto, a definição da Equação (2.9) é conhecida como disponibilidade inerente (Ireson & Coombs, 1988), ou seja, é a disponibilidade observada e só pode ser obtida após o intervalo. Para fins de previsão, pode-se definir um valor esperado (médio) da

disponibilidade, estimando os tempos esperados em que o item estará operacional e em manutenção.

Vale ressaltar que, se o interesse está em avaliar a disponibilidade do sistema em termos de tempo de calendário, a variável a ser analisada pode não ser o tempo de manutenção propriamente dito, mas todo o intervalo de indisponibilidade do item, desde sua parada até o reinício da operação, incluindo tempos de parada e ligamento do sistema, bem como atrasos, (falta de recursos, manutenção diferida por oportunidade, questões burocráticas e legais, etc) que podem não estar sob o domínio do gestor de manutenção, porém se o intuito for avaliar o desempenho da atividade de manutenção em si, em comparação com o tempo operacional, apenas o tempo efetivo da manutenção pode ser considerado.

### 2.3.5 Taxa de Falha e Taxa de Reparo

Dentro da Engenharia de Confiabilidade, as taxas de falha e de reparo são métricas de destaque. Diversos Bancos de Dados de Confiabilidade publicados apresentam taxas de falha de equipamentos que podem ser utilizadas para as análises e modelagem de problemas. Taxas podem ser definidas como a intensidade com que um sistema passa de um estado para o outro. As taxas de falha representam a transição de um estado operacional para um estado falho e as taxas de reparo representam a transição de um estado falho para operacional. Em geral, se usam as notações  $\lambda$  e  $\mu$  para representar as taxas de falha e reparo, respectivamente.

Por definição a taxa de falha é o limite da razão entre a probabilidade de que o sistema falhe no intervalo  $\Delta t$ , dado que o mesmo estava operando até  $T$ , e o intervalo  $\Delta t$  (Rigdon & Basu, 2000). A Equação (2.10) ilustra a função taxa de falha ( $\lambda(t)$ ). Percebe-se que  $\lambda(t)$  tem a mesma definição de  $f(t)$ , exceto pelo fato de que a função taxa de falha é condicionalmente dependente do tempo de sobrevivência  $T$ , além de que  $\lambda(t)$  não atende necessariamente à propriedade de  $f(t)$  descrita na Equação (2.4).

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < T \leq t + \Delta t | T > t)}{\Delta t} \quad (2.10)$$

A forma de  $\lambda(t)$  indica como o componente “envelhece”, ou seja, mostra as mudanças na probabilidade de falha de um componente ao longo de sua operação. Em geral, podem-se identificar três tipos básicos de comportamento da taxa de falha ao longo do tempo ( $t$ ):

- Crescente – o item está sujeito a um processo de desgaste e possui uma maior probabilidade de falha à medida que o tempo aumenta;

- Decrescente – o item possui uma menor probabilidade de falha com o passar do tempo operacional. Observa-se em geral no início de um novo componente devido a defeitos de projeto ou manufatura;
- Constante – As falhas são aleatórias, ou seja, a probabilidade de falha do item é a mesma para qualquer valor do tempo operacional.

Pode-se ainda definir a taxa de falha em termos de  $f(t)$  e  $R(t)$ , conforme Equação 2.11.

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (2.11)$$

Ainda, para uma variável aleatória com função taxa de falha  $\lambda(t)$ , a CDF e a PDF podem ser dadas conforme as Equações (2.12) e (2.13).

$$F(t) = 1 - \exp \left[ - \int_0^t \lambda(s) ds \right] \quad (2.12)$$

$$f(t) = \lambda(t) \cdot \exp \left[ - \int_0^t \lambda(s) ds \right] \quad (2.13)$$

A mesma ideia pode ser usada para obter a função taxa de reparo ( $\mu(t)$ ), utilizando a V.A. contínua que descreve o tempo de realização do reparo, ao invés do tempo até a falha. Em geral, espera-se que  $\mu(t)$  seja constante ( $\mu$ ) e que os tempos de realização das várias ações de reparo variem apenas por motivos aleatórios, já que os recursos e procedimentos de manutenção não mudam para cada reparo. Casos de aprendizagem ou desgaste de recursos utilizados na ação do reparo podem gerar uma função taxa de reparo variante com o tempo.

Como visto até aqui, o conceito de Confiabilidade está relacionado com probabilidade. As seções seguintes discutem sobre distribuições de probabilidade e processos estocásticos, duas ferramentas essenciais na obtenção das métricas de confiabilidade.

### 2.3.6 MTTF, MTBF e MTTR

O tempo médio para a falha (MTTF) é definido pela Equação (2.10), o qual corresponde ao valor esperado da distribuição de probabilidade do tempo de falha ( $T$ ). A Equação (2.11) é outra forma, mais fácil de aplicar na prática, de se obter o MTTF. A demonstração da igualdade entre as Equações (2.14) e (2.15) pode ser vista em Modarres (1999).

$$MTTF = E(T) = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) dt \quad (2.14)$$

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t)dt \quad (2.15)$$

Dada uma distribuição de probabilidade,  $m(t)$ , do tempo de manutenção ( $T_m$ ), o tempo médio da manutenção (MTTR) pode ser obtido pela Equação (2.16), de forma análoga ao MTTF.

$$MTTR = E(T_m) = \int_0^{\infty} t \cdot m(t)dt = \int_0^{\infty} 1 - M(t)dt \quad (2.16)$$

O MTTF pode apenas fornecer uma estimativa exclusiva do tempo até a primeira, ou próxima, falha de um item, assim como o MTTR refere-se ao tempo até ao próximo retorno do item à operação. Para analisar ciclos de vida completos, sem individualizar os intervalos [início de operação; falha] e [início da manutenção; retorno à operação], é necessário obter uma estimativa de tempos médios entre os eventos.

Em geral, supunha-se que o tempo de uma mesma atividade de manutenção sempre possui a mesma distribuição de probabilidade e, portanto, o tempo médio de todas as manutenções pode ser estimado pelo MTTR. Todavia, para os intervalos de operação pode ser necessário inferir um tempo médio entre falhas (MTBF), o qual pode ser obtido como uma média aritmética dos MTTR's de cada intervalo de operação. Todavia, assim como no caso da disponibilidade inerente, a média aritmética dos MTTR's só poderia ser obtida ao fim de um período de observação. Uma discussão sobre previsões de valores esperados do MTBF pode ser vista no capítulo 3.

## 2.4 Distribuições de Probabilidade

Sendo  $T$  a variável aleatória que descreve o tempo o tempo de falha do item, a formulação matemática que descreve a distribuição dos valores assumidos por  $T$  é a distribuição de probabilidade. A distribuição de probabilidade de  $T$  pode ser obtida empiricamente, ou ajustando, matematicamente, os dados a uma distribuição teórica, já conhecida na literatura, neste caso, o ajuste corresponde a estimar parâmetros da distribuição (por isso tais distribuições são chamadas de paramétricas).

A seguir são apresentadas algumas distribuições paramétricas contínuas de probabilidade, com vasta aplicação na teoria da confiabilidade e que serão utilizadas no modelo proposto.

### 2.4.1 Distribuição Exponencial

A distribuição exponencial é uma das mais conhecidas e usadas distribuições de probabilidade em análise de confiabilidade de sistemas por ser matematicamente simples, requerendo apenas a quantificação de um único parâmetro. É aplicável em situações onde a taxa de falha é (aproximadamente) constante, ou seja, quando se pode considerar que o componente ou sistema não deteriora ou melhora com o tempo em operação e, portanto, as falhas são aleatórias (sem influencia do tempo).

A Caracterização da distribuição exponencial parte do princípio de que a taxa de falha é constante ( $\lambda(t) = \lambda; \lambda > 0, t \geq 0$ ). Estimando um valor constante para a taxa de falha, e a partir das Equações (2.15) e (2.16), a CDF e a PDF da distribuição são dadas pelas Equações (2.17) e (2.18), respectivamente, com média igual  $1/\lambda$  e variância igual a  $1/\lambda^2$ . Na Figura 2.11, pode-se observar o comportamento da PDF da distribuição para alguns valores de  $\lambda$ .

$$F(t) = 1 - \exp(-\lambda \cdot t) \quad (2.17)$$

$$f(t) = \lambda \cdot \exp(-\lambda \cdot t) \quad (2.18)$$

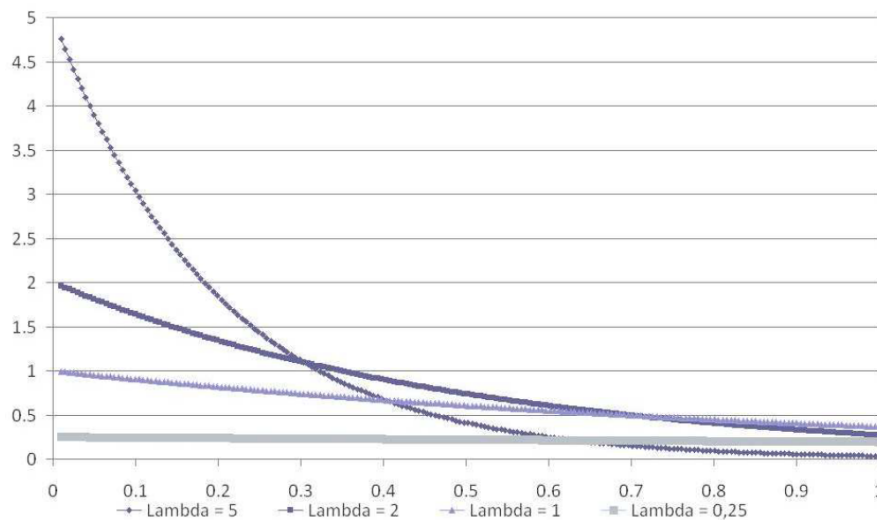


Figura 2.11 – PDF da distribuição exponencial para vários lambdas.

### 2.4.2 Distribuição Weibull

A distribuição Weibull é uma distribuição de probabilidade flexível a qual permite descrever taxas de falha constante, crescente e decrescente, sendo uma das mais empregadas

em engenharia de confiabilidade. Ajustar dados de uma V.A. a uma distribuição Weibull consiste em determinar os parâmetros de escala ( $\alpha$ ) e de forma ( $\beta$ ) da distribuição.

Uma V.A. contínua  $T$  segue uma distribuição Weibull quando a sua CDF e PDF é dada, respectivamente, pelas Equações (2.19) e (2.20), onde  $\alpha$  é adimensional e  $\beta$  possui a mesma dimensão do tempo. Da mesma forma, a taxa de falha para a distribuição weibull é descrita pela Equação (2.21).

$$F(t) = 1 - e^{-(t/\alpha)^\beta} \quad (2.19)$$

$$f(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{-(t/\alpha)^\beta} \quad (2.20)$$

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{t}{\alpha}\right)^{\beta-1} \quad (2.21)$$

O valor esperado de uma V.A. que segue uma distribuição Weibull é dado pela Equação (2.22), onde  $\Gamma(x)$  é a função *gamma*, com  $\Gamma(x) = \int_0^\infty y^{x-1} e^{-y} dy$ .

$$E(T) = \alpha \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \quad (2.22)$$

Como dito, a distribuição Weibull é especial para a engenharia de confiabilidade pela sua flexibilidade em modelar os diversos tipos de comportamento da taxa de falha, isto ocorre devida a influência do parâmetro de forma, que tem esse nome por afetar a “forma” da PDF. Na Figura 2.12 pode-se observar o comportamento da PDF para diferentes valores de  $\beta$  com um valor constante de  $\alpha = 3$ . Na Tabela 2.1 observa-se o comportamento da taxa de falha para diferentes valores de  $\beta$ .

Tabela 2.1 – Influência de  $\beta$  no comportamento da taxa de falha na distribuição Weibull.  
Fonte: Ebeling (1997)

| Valores para o parâmetro de forma | Propriedade                                                             |
|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| $0 < \beta < 1$                   | $\lambda(t)$ decrescente                                                |
| $\beta = 1$                       | $\lambda(t)$ constante (dist. Exponencial com parâmetro $1/\alpha$ )    |
| $1 < \beta < 2$                   | $\lambda(t)$ crescente e côncava                                        |
| $\beta = 2$                       | $\lambda(t)$ crescente e linear (dist. Rayleigh)                        |
| $2 < \beta < 3$                   | $\lambda(t)$ crescente e convexa (perto da dist. Lognormal)             |
| $\beta \geq 3$                    | $\lambda(t)$ crescente e dist. aprox. simétrica (perto da dist. Normal) |

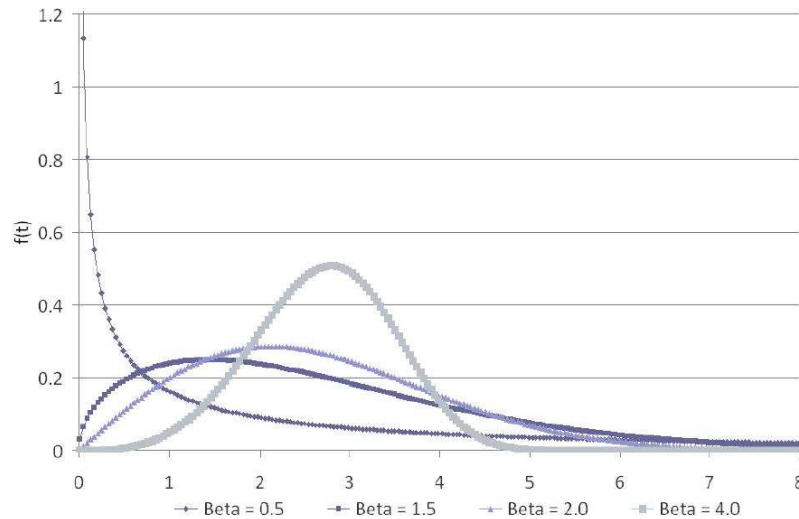


Figura 2.12 – PDF da distribuição Weibull para diferentes valores de  $\beta$  e com  $\alpha = 3$ .

### 2.4.3 Distribuição Lognormal

Uma V.A.  $T$  segue uma distribuição Lognormal se o logaritmo de  $T$  segue uma distribuição normal. Assim, uma distribuição Lognormal está definida apenas para valores positivos de  $T$ , o que a torna mais apropriada em análises de confiabilidade do que a distribuição normal, sem perder as propriedades de normalidade, importantes em eventos aleatórios. A PDF de uma distribuição Lognormal é representada pela Equação (2.23), onde  $\mu$  e  $\sigma$  são, respectivamente, a média e o desvio padrão do logaritmo natural de  $T$  e não de  $T$  ( $\mu = E[\ln T]$  e  $\sigma^2 = Var[\ln T]$ ). O valor esperado de  $T$  é visto na equação (2.24). Na Figura 2.13 observa-se a PDF para diversos valores de  $\sigma$  e média fixa ( $\mu = 0.8$ ).

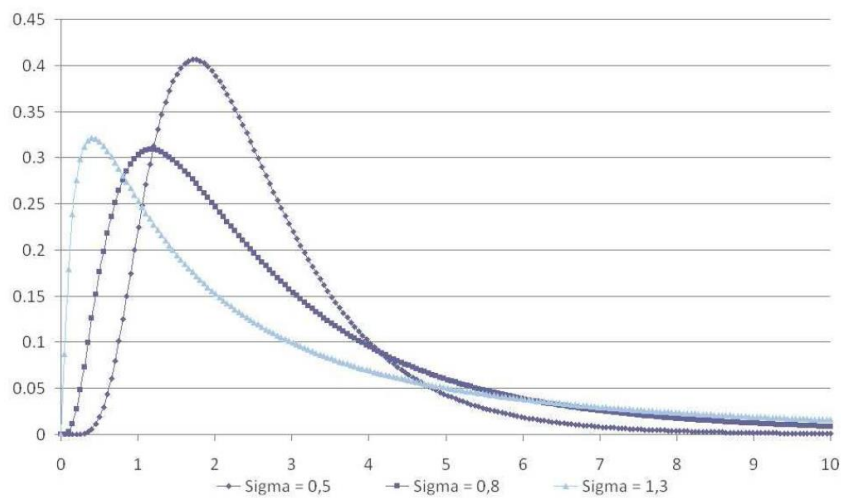


Figura 2.13 – PDF da distribuição Lognormal para diversos valores de  $\sigma$  com  $\mu = 0.8$ .

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma t}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right)^2\right]; t \geq 0, -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0 \quad (2.23)$$

$$E(T) = \exp(\mu + \sigma^2/2) \quad (2.24)$$

## 2.5 Processos Estocásticos

Distribuições de probabilidade permitem analisar o comportamento de uma única variável aleatória em uma observação, como, por exemplo, o tempo em que o equipamento irá falhar, ou o tempo em que a manutenção será realizada. Em sistemas reparáveis, todavia, é importante realizar análises globais, como uma previsão do número esperado de falhas de um item ao longo de um período projetado. Processos Estocásticos são importantes para modelar tais tipos de sistemas.

Um processo estocástico  $\{X(t), t \in T\}$  é uma coleção de variáveis aleatórias. Isto é, para cada  $t \in T$ ,  $X(t)$  é uma variável aleatória. O índice  $t$  é interpretado como o tempo e  $X(t)$  como o estado de um processo no tempo  $t$  (Rigdom & Basu, 2000). Para um valor fixo de  $t$ , tem-se uma única V.A. que varia conforme uma distribuição de probabilidade, da mesma forma que, para um valor fixo de  $X = x$ , o tempo  $t$  é a V.A. que indica o instante em que o processo estará no estado  $x$ . Quando  $T$  é um conjunto enumerável, o processo estocástico é dito ser um processo discreto no tempo  $\{X_n; n = 0, 1, \dots\}$ .

Por exemplo, seja  $X(t)$  V.A. que indica o estado de um sistema, que pode ser falho ou em operação. Para um dado instante  $t$ , há uma distribuição de probabilidade para  $X(t)$ , com  $P[X(t) = \text{operando}] = p$  e  $P[X(t) = \text{falho}] = 1 - p$ , para outros instantes de tempo, outras distribuições de probabilidade vão reger o estado do sistema, com valores iguais ou diferentes para  $p$ . Pode-se determinar, também, uma distribuição para o tempo  $t$  em que o sistema estará, por exemplo, falho ( $X = \text{falho}$ ).

### 2.5.1 Processos de Contagem

Um processo estocástico  $\{N(t), t > 0\}$  é um processo de contagem se  $N(t)$  representa o número total de eventos que tem ocorrido até o instante  $t$  (Rigdom & Basu, 2000). Número de falhas de um item, número de chegadas de caminhões e número de nascimentos em um hospital são alguns exemplos de variáveis que podem ser modeladas por um processo de contagem. Por representar o número de eventos ao longo do tempo, o processo de contagem é

um processo de valores inteiros e não decrescente, ou seja, se  $t_1 < t_2$ , então  $N(t_1) \leq N(t_2)$ , com  $N(t_1) - N(t_2)$  representando o número de falhas no intervalo  $(t_1, t_2]$ .

### 2.5.1.1 Função intensidade

Seja  $\Lambda(t)$ , a função média de um processo de contagem definida como a expectância de  $N(t)$ ,  $\Lambda(t) = E[N(t)]$ , a derivada de  $\Lambda(t)$ ,  $\Lambda'(t) = \gamma(t)$ , é a função de intensidade do processo de contagem. Se  $N(t)$  representa o número de falhas no instante  $t$ , e  $\Lambda(t)$  o número esperado de falhas no instante  $t$ , então  $\gamma(t)$  é chamada de Taxa de Ocorrência de Falha (ROCOF – *Rate of Occurrence of Failures*).

A função intensidade também pode ser compreendida como o limite da probabilidade de que a falha irá ocorrer entre no intervalo  $(t, t + \Delta t]$  dividida pelo comprimento do intervalo  $(\Delta t)$ , conforme ilustrada na Equação (2.25). Assim como a distribuição Exponencial (contínua) se relaciona com a distribuição de Poisson (discreta), a função taxa de falha se relaciona com a função intensidade de falha. De fato, a probabilidade de um item falhar dentro de um intervalo é análoga à probabilidade de que o instante da próxima falha se dê no mesmo intervalo.

$$\gamma(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} P(N(t, t + \Delta t] \geq 1) / \Delta t \quad (2.25)$$

### 2.5.1.2 Incrementos Independentes

Um processo de contagem tem incrementos independentes se os números de falhas em intervalos mutuamente exclusivos (não sobrepostos) são independentes, ou seja, se, para todo  $n$  e para todo  $r_1 < s_1 \leq r_2 < s_2 \leq \dots \leq r_n < s_n$ , as V.A.'s  $N(r_1, s_1]$ ,  $N(r_2, s_2]$ , ...,  $N(r_n, s_n]$  são independentes (Rigdon & Basu, 2000). Logo, o número de eventos em um intervalo não é influenciado pelo número de eventos em qualquer intervalo de tempo anterior disjunto e a probabilidade conjunta do número de falhas em cada intervalo é dada pelo produtório entre as probabilidades marginais, conforme Equação (2.26).

$$P(N(r_1, s_1] = k_1, N(r_2, s_2] = k_2, \dots, N(r_n, s_n] = k_n) = \prod_{i=1}^n P(N(r_i, s_i] = k_i) \quad (2.26)$$

A suposição de incrementos independentes pode ser válida para algumas situações como o número de pessoas entrando em uma loja. Porém, para o número de pessoas que adquirem uma doença contagiosa, por exemplo, a suposição de incrementos independentes

pode não ser válida, pois quanto maior for o número de pessoas infectadas maior é a chance de outras pessoas o serem.

### 2.5.1.3 Incrementos Estacionários

Um processo de contagem possui incrementos estacionários se a distribuição do número de falhas em qualquer intervalo de tempo apenas depende do comprimento do intervalo de tempo e não da sua distância em relação à origem (Rigdon & Basu, 2000), ou seja, falhas não são mais prováveis ou menos prováveis em um instante do que em outro instante. Formalmente, para todo  $k$ ,  $P(N(t, \Delta t] = k) = P(N(\Delta t) = k)$ . A suposição de incrementos estacionários pode ser restritiva para o número de falhas de item, pois considera que um item não pode deteriorar nem melhorar.

### 2.5.2 Processo de Renovação

O Processo de Renovação, como o próprio nome já diz, presume a renovação do sistema após a ocorrência de eventos. Logo, um processo estocástico é dito ser um processo de renovação se os tempos entre eventos ( $X_i$ ), e consequente renovação, são independentes e identicamente distribuídos (*i.i.d.*), ou seja, se os incrementos são independentes e estacionários (Rigdom & Basu, 2000).

No PR, diz-se que o sistema não possui memória, ou seja, o histórico de renovações ou o tempo decorrido antes da última renovação não influenciará no tempo da próxima. Seja  $f(t)$  e  $F(t)$  a PDF e CDF, respectivamente, dos tempos entre renovações ( $X$ ), e seja  $T_n$  o tempo o da  $n$ -ésima renovação, então o tempo médio entre renovações pode ser obtido pela esperança de  $X$  e, portanto, o valor esperado de  $T_n$  pode ser dado pela Equação (2.27).

$$E(T_n) = n \cdot E(X) \quad (2.27)$$

O número de renovações,  $N(t)$ , no intervalo  $(0, t]$  é um processo de contagem dado pela Equação (2.28). Uma vez que  $T_n$  é a soma de  $n$  V.A.'s *i.i.d.*, então a PDF de  $T_n$  pode ser obtida pela  $n$ -upla convolução de  $f(t)$ . Assim, a distribuição de  $N(t)$  pode ser dada pela equação (2.29), onde  $F^i(t)$  é a PDF de  $T_i$ , a partir da qual se pode obter o número esperado de renovações,  $\lambda(t)$ , e a função intensidade,  $\gamma(t)$ , do processo de renovação. No processo de renovação,  $\lambda(t)$  é chamada de função de renovação.

$$N(t) = \max\{n; T_n \leq t\} \quad (2.28)$$

$$P[N(t) = n] = F^n(t) - F^{n-1}(t) \quad (2.29)$$

O Processo Homogêneo de Poisson (PHP) é um caso especial do PR onde os tempos entre falhas seguem uma distribuição exponencial com parâmetro  $\lambda$  e, portanto,  $N(t)$  é um processo de Poisson com parâmetro  $\lambda t$ , conforme ilustrado na Equação (2.30), com média dada pela Equação (2.31). Logo, o tempo da  $n$ -ésima renovação ( $T_n$ ) é distribuído por uma Erlang, conforme ilustrado na Equação (2.32), com média dada pela Equação (2.33).  $\lambda$  é a função intensidade do PHP (Rigdon & Basu, 2000).

$$P[N(t) = k] = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}; k = 0, 1, 2, \dots \quad (2.30)$$

$$E[N(t)] = \Lambda(t) = \int_0^\infty \lambda dt = \lambda t \quad (2.31)$$

$$f_{T_n}(t) = \frac{\lambda}{(n-1)!} (\lambda t)^{n-1} e^{-\lambda t}; \quad t \geq 0, n = 1, 2, \dots \quad (2.32)$$

$$E(T_n) = n/\lambda \quad (2.33)$$

### 2.5.3 Processo Não Homogêneo de Poisson

O Processo Não Homogêneo de Poisson (PNHP) difere do PHP pelo fato de não considerar incrementos estacionários, em outras palavras, um PNHP é um processo de Poisson com função intensidade,  $\lambda(t)$ , não constante. O PNHP assume a hipótese de incrementos independentes. A probabilidade de exatos  $n$  eventos ocorrerem em um intervalo  $(t_1, t_2]$  é dada pela Equação (2.34) e a função intensidade acumulada (número esperado de eventos) é dada pela Equação (2.35).

$$P[N(t) = n] = \frac{\left[ \int_0^t \lambda(t) dt \right]^n}{n!} e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}; n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.34)$$

$$E[N(t)] = \Lambda(t) = \int_0^\infty \lambda(t) dt \quad (2.35)$$

### 3 ANÁLISE DE SISTEMAS REPARÁVEIS

#### 3.1 Sistemas Reparáveis

As definições de sistemas reparáveis e não reparáveis são intuitivas. Um sistema não reparável é aquele que é descartado ou completamente substituído por um novo após falhar. Não significa, necessariamente, que tais sistemas não possam ser reparados, mas, por viabilidade, devem ser descartados ou substituídos. Nestes casos, o interesse está no tempo de operação até a primeira falha, ou seja, na confiabilidade. Lâmpadas, transistores e satélites não tripulados são bons exemplos de sistemas não reparáveis.

Para sistemas não reparáveis que são substituídos por outro semelhante após a falha, supõe-se que seu tempo de vida é uma variável aleatória que se distribui de forma independente, sem influência do histórico de intervenções, além de possuir a mesma distribuição de ocorrência de falha ao longo do tempo de operação. Deste modo, diz-se que os tempos entre falhas, ou entre as trocas de uma lâmpada, por exemplo, são independentes e identicamente distribuídos (*i.i.d.*).

Todavia, ser for considerado um sistema de iluminação composto por uma lâmpada, um interruptor e um subsistema de transmissão de energia (composto por fios, contatos), ainda que a lâmpada seja sempre substituída por uma nova quando falha, o sistema de iluminação deve ser considerado reparável, uma vez que, após ter falhado, não foi descartado ou substituído completamente, e retornou à operação. Neste caso, a substituição completa de um componente (lâmpada), corresponde a um reparo no sistema de iluminação.

Um sistema reparável, por sua vez, é aquele que é recolocado em operação, após a falha, para realizar todas as suas funções requeridas através de qualquer procedimento que não seja a completa substituição do mesmo (Ascher & Feingold, 1984). Um sistema reparável é reparado quando falha. Este reparo pode ser feito através da substituição de um componente do sistema ou de ações restauradoras (calibração, soldagem, polimento, limpeza, etc.). Os automóveis são bons exemplos de sistemas reparáveis.

Uma ação de reparo tem o objetivo de retornar, tão logo quanto possível, um equipamento, componente ou sistema, a um estado em que o mesmo tenha condições de desempenhar a sua função satisfatoriamente. Em geral, o desempenho de uma ação de manutenção, na busca do objetivo citado, pode ser medido pela eficiência e eficácia da ação

de manutenção. A seção a seguir discute brevemente sobre eficiência e eficácia da ação de manutenção, dois conceitos fundamentais para modelagem de sistemas reparáveis.

### 3.1.1 Eficiência e Eficácia de uma ação de reparo

Uma ação de reparo pode ser avaliada pela sua eficiência e eficácia. Em modelagem de sistemas reparáveis, indicadores de eficiência e eficácia da manutenção são importantes por influenciarem na confiabilidade e na disponibilidade do sistema, sendo, ainda, parâmetros importantes no suporte para melhorias no planejamento das atividades de manutenção.

A eficiência de uma ação de reparo está relacionada ao modo como ela foi executada, ou seja, se foram tomadas as medidas necessárias, incluindo recursos, para retornar o sistema à operação o mais rápido possível, sem se preocupar com o estado do sistema quando reiniciado. Em geral, a eficiência da manutenção fala da velocidade com que o reparo é realizado e, portanto, pode ser relacionada a uma distribuição de probabilidade do tempo do reparo, i. e., com a manutenibilidade do sistema.

Por outro lado, a eficácia do reparo diz respeito ao efeito do reparo no sistema, independente do tempo despendido, ou seja, a qualidade do reparo em seu objetivo de recuperar o sistema falho, evidenciada no estado de desempenho para o qual o sistema é conduzido após o reparo. Obviamente, a eficácia do reparo irá influenciar o tempo da próxima falha do sistema.

Dessa forma, o reparo pode possuir níveis de classificação que estão relacionados com o grau de melhoria que proporciona ao sistema refletido no estado em que o sistema se encontrará após o reparo. A Tabela 3.1 relaciona as diferentes classificações de reparo, quanto a eficácia, com suas influências na distribuição dos tempos das falhas seguintes. Dependendo da ação de reparo realizada, todos os níveis de alteração ao estado do sistema podem ocorrer após uma ação de reparo, todavia é consentido entre os especialistas da área que os reparos, geralmente, são imperfeitos (Moura *et al*, 2007).

Tomando novamente o exemplo do sistema de iluminação, intuitivamente pode-se afirmar que a substituição da lâmpada corresponde a um reparo perfeito, pois, logicamente, a nova lâmpada será tão boa quanto à lâmpada antiga no início de sua operação. Isto pode ser considerado se a lâmpada for analisada individualmente, porém, se for avaliado todo o sistema de iluminação, espera-se que haja uma melhora no estado do mesmo, mas não se pode afirmar que ele se encontra tão bom quanto novo, uma vez que os demais componentes (interruptor, fios, etc.) já se encontram em certo nível de deterioração.

Tabela 3.1 – Influência dos diferentes tipos de reparo na distribuição do tempo da próxima falha.

| <b>Tipo de Reparo</b> | <b>Comportamento da distribuição dos tempos de falha</b>                                                                                                                                                                                    |
|-----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Reparo Melhor         | O MTTF da nova distribuição será maior do que o da distribuição considerada antes da falha/reparo                                                                                                                                           |
| Reparo Perfeito       | Não há alteração na distribuição do tempo de falha, mas considera-se que o equipamento retorna à “estaca zero”. Neste caso os MTTF's são iguais em cada intervalo falha/reparo e correspondem ao tempo médio entre falhas do sistema (MTBF) |
| Reparo Imperfeito     | O MTTF da nova distribuição será menor do que o da distribuição considerada antes da falha/reparo, porém maior do que se fosse considerada a mesma distribuição de probabilidade condicionada ao tempo de ocorrência da falha/reparo        |
| Reparo Mínimo         | A nova distribuição do tempo de falha corresponderá à distribuição anterior condicionada ao tempo de ocorrência da falha                                                                                                                    |
| Reparo Pior           | O MTTF da nova distribuição será menor do que da distribuição anterior condicionada ao tempo de ocorrência da falha/reparo, como se a condição fosse um instante maior do que o instante da falha                                           |

De fato, espera-se que o reparo “Melhor” e o reparo “Perfeito” ocorram apenas quando há alterações no projeto ou quando o sistema é totalmente substituído (lâmpada, fios e interruptor), assim como se espera que o reparo “Mínimo” e o reparo “Pior” devem ocorrer quando o componente falho for substituído por outro já velho, porém, para a maioria das ações de reparo realizada em sistemas complexos espera-se que sejam classificadas como reparos imperfeitos.

### 3.2 Análises de confiabilidade de Sistemas Reparáveis

Qualquer que seja a natureza da atividade de reparo adotada, a distribuição do tempo da próxima falha e consequente parada do sistema pode não ser a mesma, uma vez que ações de manutenção podem afetar o estado do sistema. Diferentes modelos probabilísticos podem ser usados para a modelagem do comportamento aleatório dos tempos entre falhas e de reparo dos sistemas reparáveis, de forma que suas operações futuras possam ser compreendidas.

Para sistemas não reparáveis, ou se for considerado, individualmente, apenas algum intervalo entre o início de operação do sistema e o instante da falha ou entre o início e o fim do reparo, a inferência de uma distribuição de probabilidade é suficiente para as análises, já que uma única variável aleatória é avaliada. Para uma análise conjunta de todo o ciclo de vida do sistema, modelagens por processos estocásticos devem ser utilizadas, como visto no capítulo 2.

A escolha do modelo apropriado depende de fatores associados com o sistema reparável (como a política de manutenção utilizada e a porcentagem do tempo de indisponibilidade) e com objetivos da análise. Se o tempo total de indisponibilidade do sistema devido à manutenção for considerado desprezível, pode ser utilizado algum processo estocástico pontual. Os processos estocásticos pontuais mais conhecidos são:

- Processo de Renovação (PR);
- Processo Homogêneo de Poisson (PHP);
- Processo Não Homogêneo de Poisson (PNHP);
- Processo de Renovação Generalizado (PRG);
- Processo Colorido de Poisson (PCP).

Se um carro funciona sem falhas por meses e então é parado por 1 hora para troca de óleo, não havendo um ganho de quilometragem durante a manutenção, os tempos entre falhas podem ser modelados por um processo estocástico pontual. Por outro lado, se uma aeronave passa vários meses em manutenção de suas turbinas antes de ser colocada em operação a hipótese de tempo de reparo desprezível não pode ser feita pode-se utilizar algum processo estocástico pontual somente se for desejado analisar apenas os tempos entre falhas do sistema.

Quando o tempo de reparo não é desprezível, processos estocásticos de Markov podem ser utilizados ou, ainda, podem-se hibridizar modelos pontuais que representem os tempos de falha e de reparo. Deste último, um processo estocástico já bem formulado na literatura é o Processo de Renovação Alternado (Modarres, 1999).

### 3.2.1 Limitações do PR e do PNHP

O Processo de Renovação e o Processo Não Homogêneo de Poisson estão entre os processos estocásticos pontuais mais utilizados na literatura para modelar sistemas reparáveis (Yañez *et al*, 2002), especialmente o Processo Homogêneo de Poisson (PHP), um caso especial do PR. Todavia, tais modelos possuem hipóteses simplificadoras que podem limitar suas utilizações em casos específicos. Diversos trabalhos utilizam o PR e o PNHP para situações em que as hipóteses do modelo não são adequadas e, portanto, seus resultados podem perder em acurácia.

Pelo fato de assumir que os tempos entre falhas são *i.i.d.*, o PR adota que, conseguinte ao reparo, o sistema retorna à condição de tão bom quanto novo (reparo perfeito). Isto representa uma situação ideal e, por isso, possui limitações em sua aplicação prática na

análise de sistemas reparáveis para casos em que o sistema é substituído completamente por um novo após a falha, assemelhando-se a sistemas não reparáveis, ou quando é possível considerar que os tempos entre falhas são distribuídos exponencialmente (PHP), ignorando efeitos de degradação do sistema. No PR, o tempo médio entre falhas (MTBF) é igual ao MTTF da distribuição do tempo entre falhas.

No PNHP, o tempo entre falhas é distribuído exponencialmente condicionado ao tempo da falha anterior. Em termos de confiabilidade, o tempo que o sistema já operou, passa a influenciar a probabilidade de ocorrência da próxima falha. Em sistemas puramente mecânicos essa influência é percebida através do processo natural de deterioração. Todavia, como a condição é o tempo exato da falha anterior, o PNHP assume que o reparo apenas torna o equipamento à operação sem alterar sua condição no instante da falha, ou seja, a probabilidade de falha é a mesma imediatamente antes e após a falha, caracterizando-se um reparo mínimo.

Entretanto, como já citado, na maioria das vezes uma ação de reparo melhora o desempenho do sistema a uma condição intermediária entre o reparo perfeito e o reparo mínimo, denominado de reparo imperfeito. A utilização do PR ou do PNHP é inadequada para esses casos. Uma alternativa a estes modelos tradicionais é o modelo baseado em idade virtual, proposto por Kijima & Sumita (1986), denominado de Processo de Renovação Generalizado (PRG), que permite modelar os diversos tipos de reparo citados anteriormente, especialmente o reparo imperfeito. A próxima seção expõe o PRG com maior detalhe.

### 3.2.2 Processo de Renovação Generalizado

A maior dificuldade em se obter modelos que tratam outros tipos de reparo além dos reparos mínimos e perfeitos, em especial o reparo imperfeito, está na educação da nova distribuição do tempo da falha, já que não há dados de falha do “novo” sistema, agora reparado. Doyen & Gaudoin (2004) apresentam classes de modelos em reparo imperfeito baseados na redução que ações de reparo proporcionam na função intensidade da falha.

Pham & Wang (1996) apresentam uma vasta revisão da literatura que reúne cerca de quarenta métodos de tratamento de reparo imperfeito, na qual se destaca o modelo de Brown & Proschan (1983), onde o reparo é perfeito com probabilidade  $p$  e mínimo com probabilidade  $(1 - p)$ . Outros modelos famosos são o *Quasi-Renewal Process* (Wang & Pham, 1996) e o *Trend Renewal Process* (Elvebakk, 2003). Todavia, esses modelos são limitados e

não tratam de forma adequada o reparo imperfeito, apenas ponderam a ocorrência de reparos mínimos e perfeitos, corretivamente e preventivamente.

Visando abordar, apropriadamente, todos os tipos de reparos citados, especialmente o reparo imperfeito, Kijima & Sumita (1986) propuseram um modelo probabilístico, denominado Processo de Renovação Generalizado (PRG). O PRG é um modelo pertencente à classe de modelos baseados na idade virtual, chamados de *Virtual Age Model*, que tratam o reparo de acordo com o grau de redução na idade real do sistema, representada pelo parâmetro  $q$ , denominado de parâmetro de rejuvenescimento. Toda a discussão sobre o PRG apresentada nesta seção foi baseada em Moura *et al* (2007).

De maneira simplista, suponha que a primeira falha do sistema ocorre no instante  $t$ , que é a idade real do sistema no momento da falha. Após o reparo, a idade real do sistema permanecerá, logicamente,  $t$  (o tempo do reparo é desprezado por se tratar de um processo estocástico pontual), porém o sistema torna, em termos de desempenho, à condição em que o mesmo se encontrava no instante  $x$ . Dessa forma, pode-se definir que a idade virtual do equipamento é  $x$ . Ou seja, o sistema possui um tempo de vida  $t$ , mas opera como se tivesse um tempo de vida  $x$ .

Intuitivamente, é possível notar que, se  $x = 0$ , trata-se de um reparo perfeito, se  $x = t$ , tem-se um reparo mínimo, e  $0 < x < t$  corresponde ao reparo imperfeito. O reparo melhor e o reparo pior também podem ser obtidos com os casos  $x < 0$  e  $x > t$ , respectivamente. O valor que  $x$  irá assumir depende do parâmetro  $q$ . Uma vez que este parâmetro definirá o estado do sistema após o reparo, ele é também compreendido como o grau de eficácia da ação de reparo.

Kijima & Sumita (1986) propuseram dois tipos de modelos de idade virtual. O primeiro, chamado de *Kijima tipo I*, fundamenta-se na ideia de que o  $i$ -ésimo reparo atua apenas nos danos acumulados durante o tempo entre a  $(i-1)$  e a  $i$ -ésima falha. Deste modo, sendo  $t_i$  o tempo real da  $i$ -ésima, a idade virtual pode ser obtida conforme Equação (3.1).

$$x_i = x_{i-1} + q_i \cdot h_i \quad (3.1)$$

$x_i$  – idade virtual do sistema após o  $i$ -ésimo reparo

$q_i$  – eficácia do  $i$ -ésimo reparo

$h_i$  – tempo entre a  $(i-1)$  e  $i$ -ésima falha

Se for considerado  $q_1 \cong q_2 \cong \dots \cong q_n \cong q = cte$ , a idade virtual sofre incrementos proporcionais com o tempo e a Equação (3.1) pode ser descrita pela Equação (3.2).

$$x_i = x_{i-1} + q \cdot h_i = q \cdot t_i \quad (3.2)$$

O segundo modelo, chamado de *Kijima tipo II*, considera que o reparo recupera o sistema dos danos decorrentes de todos os intervalos anteriores de exposição desde o início de operação do sistema ( $h_1, h_2, \dots$ ), logo, considerando  $q \sim cte$ , a idade virtual pode ser obtida pela Equação (3.3).

$$x_i = q(x_{i-1} + h_i) = q(q^{i-1}h_1 + q^{i-2}h_2 + \dots + h_i) \quad (3.3)$$

Para um melhor entendimento do modelo *Kijima tipo II*, suponha que  $y_i$  é a idade virtual do equipamento antes da  $i$ -ésima falha. Facilmente, é possível perceber que  $y_1 = t_1$  e que  $y_i = x_{i-1} + h_i$ , logo, a Equação (3.3) também pode ser descrita, de maneira simplória, pela Equação (3.4).

$$x_i = q \cdot y_i \quad (3.4)$$

Em resumo, no modelo *Kijima tipo I*, o reparo atua sobre a idade real do equipamento no instante da falha, enquanto que, no modelo *Kijima tipo II*, o reparo atua sobre a idade virtual do equipamento no instante da falha. De qualquer, forma os valores assumidos pelo parâmetro  $q$  possibilitam a representação dos tipos de reparo citados, da seguinte maneira:

- $q = 0$ : Corresponde a um reparo perfeito, já que a idade virtual  $x_i$  é sempre anulada após a  $i$ -ésima ação de reparo;
- $0 < q < 1$ : corresponde a um reparo imperfeito, já que  $x_i$  é uma fração da idade real  $t_i$ ;
- $q = 1$ : corresponde a um reparo mínimo, já que  $x_i$  é exatamente igual à idade real  $t_i$ .

Outros valores para o parâmetro  $q$  são também possíveis, como  $q < 0$  e  $q > 1$  que correspondem ao “reparo melhor” e ao “reparo pior”, respectivamente. Porém, valores realísticos para o parâmetro  $q$  estão no intervalo entre 0 e 1, inclusive. Na Figura 3.1 observa-se a relação entre idade virtual e idade real. Assim como o reparo imperfeito pode ser considerado como uma generalização dos reparos mínimo e perfeito, o PRG pode ser considerado uma generalização de outros modelos probabilísticos, como o RP e o PNHP (Kaminskiy & Krivtsov, 1998).

Dagpunar (1997) alerta que a limitação do modelo *Kijima Tipo I* é que a taxa de falha cresce para infinito para um grande número de falhas/reparos, resultando em tempos nulos entre falhas no limite. Rocha (2006), por sua vez, alerta que a maior limitação do modelo *Kijima tipo II* é a necessidade de conhecer todo o histórico de tempos de intervenções desde o início da operação. Jacopino (2004) e Mettas & Zhao (2005) afirmam que a escolha do

modelo *Kijima tipo I* ou *tipo II* está diretamente relacionada à abrangência de atuação do reparo. Desta forma, fazem as seguintes recomendações:

1. Para componentes individuais o modelo mais apropriado é o *Kijima tipo I* e
2. Para sistemas complexos o mais apropriado é o *Kijima tipo II*.

Qualquer que seja o modelo *Kijima* considerado, é possível prever o  $i$ -ésimo tempo de falha através da função de distribuição acumulada condicionada à idade virtual  $x_{i-1}$ , conforme visto na Equação 3.5. Por essa equação, fica fácil visualizar o PRG como uma generalização do PR ( $x_i = 0$ ) e do PNHP ( $x_i = t_i$ ).

$$F(h_i|x_{i-1}) = P(T \leq h_i | T \geq x_{i-1}) = \frac{F(x_{i-1} + h_i) - F(x_{i-1})}{1 - F(x_{i-1})} \quad (3.5)$$

$F(\cdot)$  – função de distribuição acumulada (CDF) do tempo até a primeira falha ( $T$ ).

Assumindo, por exemplo, a distribuição de probabilidade Weibull para os tempos entre falhas, a Equação (3.5) pode ser reescrita pela Equação (3.6). Podemos notar que, para  $i = 1$ , tem-se a distribuição Weibull propriamente dita, pois  $x_0 = 0$ .

$$F(h_i|x_{i-1}) = 1 - \exp \left[ \left( \frac{x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta - \left( \frac{h_i + x_{i-1}}{\alpha} \right)^\beta \right] \quad (3.6)$$

Alguns métodos numéricos foram desenvolvidos para estimação dos parâmetros do PRG, a eficácia da manutenção e os parâmetros de uma distribuição de probabilidade considerada, majoritariamente para o modelo *Kijima Tipo I*, e assumindo que o sistema reparável possui apenas um modo de falha e que se tem certeza sobre o tempo exato de ocorrência da falha (inspeção perfeita).

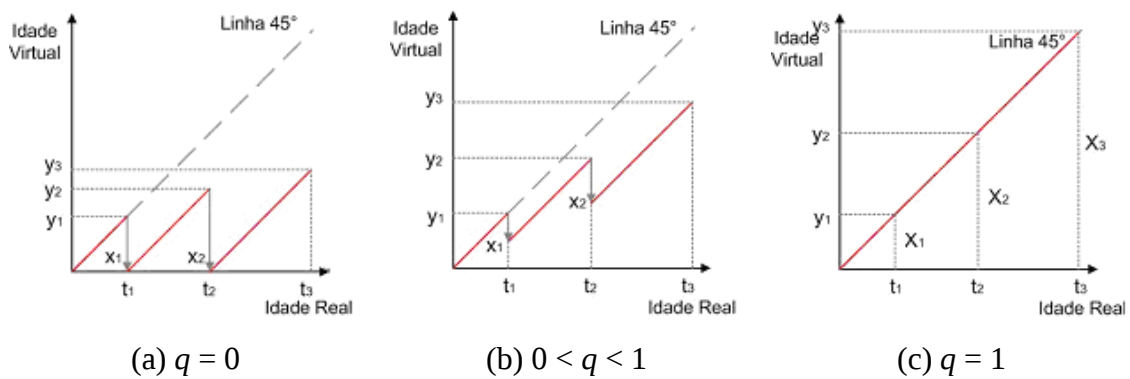


Figura 3.1 – Relação entre idade virtual e idade real.

Fonte: Adaptado de Jacopino (2004)

Jack (1998) desenvolveu um método de estimação do parâmetro  $q$  para avaliação da eficácia da manutenção corretiva e preventiva, utilizando Estimadores de Máxima Verossimilhança (EMVs) e assumindo que os tempos entre falhas seguem uma distribuição *Weibull*. Além disso, Jack (1998) incorpora tais parâmetros para avaliação do intervalo ótimo de atuação da manutenção preventiva.

Kaminskiy & Krivtov (1998) apresentam um método numérico de estimação dos parâmetros do PRG baseado em simulação Monte Carlo, o qual exige uma boa quantidade de dados para avaliação da distribuição do tempo da primeira falha. Yañes (2002), percebendo as limitações do método de Kaminskiy & Krivtov (1998), desenvolveu uma solução baseada em EMVs para os parâmetros do PRG, provando que tais estimadores têm como casos especiais os estimadores dos parâmetros do PR e do PNHP. Yañes (2002) reconhece a dificuldade de utilizar o método quando a quantidade de dados completos de falha é limitada.

Groen (2002) desenvolveu uma abordagem Bayesiana para estimação dos parâmetros do PRG utilizando o método *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC), mais especificamente o algoritmo *Metropolis-Hastings* (Chib & Greenberg, 1995). Jacopino (2005) resolveu o mesmo problema de Groen (2002) utilizando o também método *Slice Sampling* (Neal, 2003), estendendo o trabalho para os casos onde há incerteza sobre o tempo exato da falha e modos de falha múltiplos dependentes, como na Figura 3.2, na qual o reparo devido à ocorrência de um modo de falha interfere na ocorrência de outro. Moura *et al* (2007) estenderam os trabalhos de Groen (2002) e Jacopino (2005), no que diz respeito ao tratamento de dados censurados.

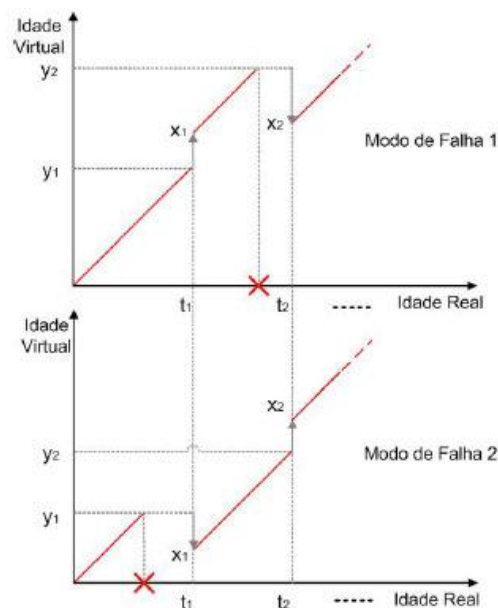


Figura 3.2 – Diagrama utilizado por Jacopino (2005) para inspeção perfeita e múltiplos modos de falha.

## **4 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DA POLÍTICA DE SUBSTITUIÇÃO E DA QUANTIDADE DE SOBRESSALENTES**

Alguns autores realizaram uma vasta revisão sobre trabalhos em otimização da manutenção, como Dekker (1996), Garg & Deshmukh (2006) e Sharma (2011). Segundo Sharma (2011), os trabalhos sobre otimização da manutenção foram iniciados no início dos anos 60, do século passado, por pesquisadores como McCall (1965), Barlow & Proschan (1965) e Pierskalla & Voelker (1979). O desenvolvimento de um bom modelo de manutenção necessita de um entendimento completo do problema de manutenção em consideração (Jiang & Ji, 2002). Os objetivos devem, então, ser interpretados apropriadamente nas medidas de desempenho (funções matemáticas), que serão os critérios de decisão do problema. Wilson (2002) resume os objetivos da otimização da manutenção como segue:

- Minimizar Custo;
- Maximizar a rentabilidade de um produto de qualidade;
- Maximizar utilização e capacidade do sistema;
- Maximizar Desempenho Eficiente;
- Maximizar Segurança.

Para Aven & Jensen (1999) e Bahrami *et al* (2000) os objetivos principais da substituição preventiva, problema em estudo nesta dissertação, são a maximização da disponibilidade e a redução da frequência de falhas inesperadas. Todavia, alguns autores defendem que, qualquer que seja a atividade de manutenção realizada, o objetivo global da manutenção é a minimização dos custos operacionais relacionados à manutenção (Jardine *et al*, 1997). Todavia, segundo Jiang e Ji (2002), vários autores não se afastam muito do modelo tradicional monobjetivo, por questões de simplicidade dos métodos de otimização, e caem em uma das três seguintes categorias:

- 1) Uma função objetivo similar à taxa de custo tradicional, sem restrições;
- 2) Uma função objetivo de custo com os demais critérios tratados como restrições;
- 3) Uma função objetivo de disponibilidade sem restrições.

Para Sharma (2011), modelos multiobjetivo que consideram custo e desempenho de confiabilidade permitem maior eficiência dos modelos de otimização. Segundo o autor, têm sido elaborados, recentemente, modelos multiobjetivo, considerando, principalmente objetivos de custo e disponibilidade simultaneamente. Jiang & Ji (2002) e Chareonsuk *et al*

(1997) propõem uma abordagem multiobjetivo para seleção de intervalos de prevenção. Eles descrevem a abordagem tradicional de uma única função objetivo para o problema estudado e descrevem suas desvantagens.

Todavia, grande parte dos modelos de substituição, mesmo sob uma abordagem multiobjetivo, trata a substituição como uma ação exclusiva das políticas de substituição, inclusive quando o sistema falha antes da substituição planejada, e modelam a distribuição dos tempos de falha e manutenção dos sistemas por Processo de Renovação (PR) e Processo de Renovação Alternado (PRA). Porém, em alguns contextos reais, geralmente em sistemas complexos, a diversidade de modos, causas e consequências das falhas torna inviável a determinação da substituição como única ação de manutenção possível e a utilização de reparos imperfeitos pode ser uma alternativa em alguns casos.

Por exemplo, um grande rompimento de uma tubulação pode exigir a substituição completa deste item, por outro lado, um pequeno vazamento devido à corrosão pode ser reparado por polimento e pintura. Obviamente, a primeira situação representa um reparo perfeito e a segunda um reparo imperfeito. Também, pode ser necessário trocar parafusos ou pequenos componentes desgastados no flange da tubulação, ou, ainda, realizar limpezas e lubrificações periódicas para prevenir ou retardar a incidência de falhas. Optar apenas por atividades de substituição pode significar perda de oportunidades de menor custo ou maior utilização do sistema.

Alguns autores têm desenvolvidos modelos de substituição de sistemas sujeitos a reparos imperfeitos. A maioria destes segue a regra  $(p, q)$ , no qual, se o sistema falha em  $x < T$ , onde  $T$  é o intervalo definido para substituição, ele substituído por um novo com probabilidade  $p$ , a um custo  $C_s$ , ou sofre um reparo mínimo com probabilidade  $q = 1 - p$ , a um custo  $C_m$  (Chien, 2008), e o *Quasi-Renewal process* (Pham & Wang, 1996). Samet (2010) propõe um modelo de otimização da disponibilidade para intervalos de substituição de um sistema sujeito a reparos e prevenções imperfeitas, modelados por *Quasi-Renewal process*. Todavia, como discutido no capítulo 3, a utilização do PRG é mais adequada para modelagem de manutenções imperfeitas.

Kijima (1988) desenvolveu um modelo para determinar o tempo ótimo de substituição,  $T$ , de um item sujeito a reparos imperfeitos antes da substituição, com base no mínimo custo. O reparo imperfeito foi modelado via PRG. Para isto, desenvolveu uma *g-renewal function*, semelhante à *renewal function* da teoria da renovação, que fornece uma estimativa do número esperado de falhas até a substituição.

Makis & Jardine (1993) utilizaram processos Semi-Markovianos para determinar a *g-renewal function* e obter o instante ótimo de substituição que minimiza o custo. Os autores consideraram uma política que denominaram de *T-plus*, onde, após o instante  $T$ , o sistema apenas será substituído quando falhar, sob a justificativa de que mais tempo de vida pode ser aproveitado.

Love *et al* (2000) resolveu o mesmo problema de Makis & Jardine (1993), porém obtiveram a solução diretamente do modelo de decisão Semi-Markoviano, através de um algoritmo próprio. Além disso, o autor definiu uma Política de Limite de Controle ( $S_n$ ), que consiste em uma função limite onde, se na  $n$ -ésima falha o sistema está com idade real abaixo de  $S_n$  ele é reparado, caso contrário é substituído, e determinou a existência de um parâmetro,  $m$ , que representa o número máximo aceitável de reparos imperfeitos, onde, ainda que o instante da  $m$ -ésima falha seja antes de  $S_m$ , o sistema é substituído.

Love *et al* (2000) justifica que, em geral, o custo do reparo imperfeito tende a aumentar com o número de reparos imperfeitos já realizados e, por mais que o modelo se baseie na fuga desses custos, em uma situação real, podem-se ter custos elevadíssimos em um ciclo. O parâmetro  $m$  também pode ser entendido como um indicativo de que o sistema se encontra em um grau de deterioração altíssimo, já que sofreu um elevado número de falhas, e, portanto, pode não operar satisfatoriamente no tempo restante até  $T$ , podendo, inclusive, sofrer outras falhas, aumentando consequências negativas como a indisponibilidade.

Todavia, conforme discussão deste capítulo, tais autores possuem desvantagens em seus modelos por utilizarem uma abordagem tradicional monobjetivo em seus modelos. Assim, esta dissertação pretende superar tais limitações, propondo um modelo multiobjetivo para políticas de substituição de sistemas sujeitos a reparos imperfeitos, modelados via PRG.

#### 4.1.1 Otimização simultânea de intervalos de substituição e da provisão de peças sobressalentes – O modelo de Nossohi & Hejazi (2011)

Por decidirem simultaneamente sobre o intervalo de substituição ( $T$ ) e a quantidade de sobressalente ( $y$ ), Nossohi & Hejazi (2011) alteraram a estrutura clássica da função taxa de custo (Jiang & Ji, 2002), incluindo parcelas de custos com e sem sobressalente em estoque. Um modelo exponencial determina a probabilidade de ter e não ter sobressalente em estoque, em função de  $y$ . A determinação simultânea de variáveis de decisão inclusas em um planejamento de manutenção, como decisões sobre políticas de substituição, pode conduzir a melhores soluções, devido à maior quantidade de combinações de soluções possíveis.

Nos modelos tradicionais de otimização da taxa de custo assume-se a hipótese de compra de sobressalente no instante da necessidade, ou, no máximo, define-se uma quantidade fixa de  $y$  e determina-se a taxa de custo conforme Nossohi & Hejazi (2011). Em ambos os casos é possível enxergar a possibilidade de se ter melhores soluções pela decisão simultânea de  $T$  e  $y$ . Outro exemplo pode ser dado utilizando o trabalho de Love *et al* (2000), citado anteriormente, no qual melhores soluções poderiam ser encontradas se o parâmetro  $m$  fosse, também, uma variável de decisão quando da determinação da política ótima de controle do modelo de otimização da taxa de custo.

Entre a década de 60 e 90 do século passado, mais de 40 modelos de manutenção imperfeita foram propostos e aplicados a diversos problemas de otimização da manutenção, sobretudo em políticas de substituição (Pham & Wang, 1996), todavia, não foi encontrado, na literatura, nenhum trabalho que tratasse da otimização da quantidade de sobressalentes a ser comprada para sistemas sujeitos a reparos imperfeitos.

Jiang e Ji (2002) descrevem que evoluções recentes nas pesquisas para modelos de substituição seguem algum(ns) dos três aspectos a seguir:

- a) Inclusão de componentes negligenciados no modelo;
- b) Introdução de mais critérios de decisão (como discutido na seção anterior);
- c) Introdução de mais variáveis de decisão, como a quantidade de peças de reposição a ser comprada para prover as necessidades de substituição, ou intervalos de inspeção.

Os modelos tradicionais de decisão em provisão de peças de reposição (sobressalentes) assumem que a substituição é uma opção de correção quando da falha do sistema, caso contrário, a quantidade de sobressalentes seria determinada pela razão entre o tempo de missão e a quantidade de substituições preventivas planejada para este tempo de missão.

Em situações onde apenas substituições corretivas são consideradas, ou seja, o sistema não sofre substituições preventivas, a quantidade de sobressalentes é determinada pela menor quantidade de sobressalentes ( $y$ ) para qual se espera prover peças de reposição para as possíveis falhas do sistema, tolerando a falta de provisão em apenas uma pequena fração  $\alpha$  das possíveis falhas do sistema:

$$\min_y$$

$$S/A \quad P(N_f \geq y) \leq \alpha$$

onde,  $N_f$  é o número de falhas do sistema no tempo de missão. A minimização de  $y$  corresponde ao mínimo gasto com compras de sobressalente.

Quando há intervalos de substituição, quantidade de sobressalentes é definida visando o custo mínimo, geralmente relacionado à compra e manutenção de sobressalentes em estoque. Normalmente, em tais modelos, o intervalo de substituição é predefinido e utilizado para estimar a distribuição de probabilidade de  $N_f$ . Alguns autores, como Kabir & Farrash (1996), Jhang & Sheu (1999) e Nossohi & Hejazi (2011) propõe a otimização simultânea do intervalo de substituição e da quantidade de sobressalentes para obtenção de melhores soluções.

Nossohi & Hejazi (2011) desenvolveram uma abordagem multiobjetivo completa para determinar simultaneamente o intervalo de substituição e da quantidade de sobressalentes. Para tanto, consideraram 4 objetivos de otimização: (i) a minimização da taxa média do custo de manutenção, (ii) a minimização o número de falhas por ciclo de substituição, (iii) a minimização do tempo de vida útil desperdiça na substituição e (iv) a minimização do investimento em sobressalente. Três restrições são adotadas: (I) a disponibilidade mínima do sistema, (II) a quantidade mínima de sobressalentes e o (III) investimento máximo. Os autores tratam também a influência da quantidade de sobressalentes nos custos e intervalos de substituição, diferenciando os casos em que há e não há peça sobressalente em estoque.

Todavia, o modelo de Nossohi & Hejazi (2011), apesar de ser completo para um problema multiobjetivo de decisões simultânea da política de substituição e da quantidade de sobressalente, não admite a possibilidade de reparos imperfeitos, ou seja, se o sistema falhar antes do intervalo definido para a substituição preventiva ele é substituído corretivamente. Esta suposição permite a utilização de PR para modelagem dos tempos de falha. O modelo proposto nesta dissertação utilizará as funções do modelo de Nossohi & Hejazi (2011) reformuladas para o caso onde há a possibilidade de existir reparo imperfeito no sistema. Assim, o modelo proposto pode ser considerado como uma contribuição ao trabalho de Nossohi & Hejazi (2011). Para tanto, será necessário a inclusão de uma variável de decisão que corresponde ao número máximo de falhas admitido por ciclo. A inclusão desta variável acompanha a tendência evolutiva citada por Jiang & Ji (2002) e torna o modelo de Nossohi & Hejazi (2011) um caso particular do modelo proposto nesta dissertação, como será visto no capítulo 5. Desta forma, o modelo multiobjetivo proposto nesta dissertação pode ser considerado como uma generalização do modelo de Nossohi & Hejazi (2011), assim como o PRG é uma generalização do PR.

#### 4.1.2 Algoritmos Genéticos e Simulação Discreta de Eventos para solução dos modelos de otimização multiobjetivo

Na aplicação dos modelos multiobjetivo de otimização da manutenção, diferentes técnicas e conceitos podem ser aplicados, cada qual com suas vantagens e limitações, proporcionando diferentes informações com a obtenção da solução. A escolha do melhor método também influi na qualidade do modelo.

O princípio fundamental dos métodos de solução de problemas de otimização multiobjetivo é a busca da fronteira de Pareto. Não havendo diferença na relevância relativa entre os objetivos a serem atendidos, todos os pontos na fronteira de Pareto são qualitativamente equivalentes, sob a perspectiva de otimização. Isso implica que problemas multiobjetivo apresentam infinitas soluções equivalentes, considerando variáveis de decisão contínuas (Castro, 2011), inviabilizando a busca exaustiva de combinações.

A limitação dos recursos computacionais requer o desenvolvimento de algoritmos de busca capazes de identificar e amostrar otimamente a fronteira de Pareto. Amostrar otimamente implica em obter e manter soluções não dominadas que se distribuam uniformemente por toda a fronteira de Pareto, a qual pode apresentar conformações variantes e descontinuidades. Esta é a principal razão pela qual as heurísticas populacionais são reconhecidas como as mais adequadas para a busca de solução de problemas de otimização multiobjetivo de elevada dimensão, das quais o Algoritmo Genético (AG) tem sido o mais utilizado recentemente, sendo mais eficiente que os métodos numéricos (Castro, 2011).

Ainda, a dificuldade de obter uma forma analítica para modelar as funções objetivo do problema, especialmente em sistemas sujeitos a reparos imperfeitos, tem levado alguns autores a acoplar AG com algoritmos de Simulação Discreta de Eventos para solução de problemas reais complexos. Marseguerra (2002), Konak (2006), Lins & Drogue (2011) e Lins & Drogue (2009) são alguns destes autores. Sharma (2011) discute as técnicas de otimização utilizada para problemas de otimização da manutenção, destacando a ascensão da utilização da simulação, principalmente combinada com Algoritmos Genéticos.

O modelo multiobjetivo, proposto no capítulo seguinte, utilizará AG multiobjetivo e SDE para definição da fronteira de Pareto. O trabalho de Lins & Drogue será tomado por base, dado que os autores construíram uma solução para um problema multiobjetivo de otimização da manutenção para sistemas sujeitos a reparos imperfeitos modelados via PRG.

## **5 MODELO PROPOSTO PARA OTIMIZAÇÃO DA POLÍTICA DE SUBSTITUIÇÃO E DO NÚMERO DE SOBRESSALENTES DE SISTEMAS SUJEITOS A REPAROS IMPERFEITOS**

Neste capítulo, é proposto um modelo para otimização simultânea da política de substituição e da quantidade de peças sobressalentes, a ser comprada no início de um horizonte de planejamento; tal modelo tem como foco sistemas reparáveis sujeitos a reparos imperfeitos. O modelo é multiobjetivo, incluindo os objetivos de interesse em situações reais, tornando o modelo mais representativo e com soluções mais adequadas. A distribuição dos tempos de falha é modelada via PRG. Será utilizado o caractere  $x$  para representar o tempo operacional de vida do sistema, sem considerar as paradas para manutenção; o tempo de vida de calendário do sistema, considerando os tempos de manutenção, é representado pela letra  $t$ .

A técnica de solução utilizada é baseada em Algoritmos Genéticos Multiobjetivos e, por dificuldade de obter expressões analíticas, devido às características do problema, técnicas de Simulação Discreta de Eventos, mais especificamente a Simulação Monte Carlo, serão utilizadas para o cálculo das funções objetivo de cada solução. A Figura 5.1 resume os passos da metodologia aplicada neste trabalho. O trabalho seguirá as seis etapas do método de investigação em Pesquisa Operacional descrito por Fleury (2009), descritas a seguir. A primeira etapa pode ser vista na seção 5.1, a segunda na seção 5.2, a terceira nas seções 5.3 e 5.4 e as demais etapas referem-se à aplicação do modelo, sua validação e a análise dos resultados conforme capítulo 5:

- 1) Postulação do problema (Formulação) – definido o problema da forma mais precisa possível, destacam-se os objetivos, a interligação entre as variáveis existentes e as restrições que o sistema oferece a partir de influências externas;
- 2) Estabelecimento do modelo (Geração) – representação formal do modelo, sua expressão simbólica (geralmente um modelo matemático);
- 3) Desenvolvimento analítico (aplicação de técnica de resolução) – a partir do modelo construído, joga-se com umas ou todas as variáveis, até que alguma grandeza, que expresse característica desejável ao sistema, atinja valor ótimo ou próximo disso;
- 4) Obtenção de dados – a determinação do conjunto de dados necessários para se chegar à solução somente é efetuada nos casos em que o desenvolvimento analítico é viável;

- 5) Resultados (cálculo da solução) – consiste na utilização dos dados previstos para a solução do problema, obtendo-se resultados a partir do modelo, os quais serão comparados com o conhecimento prévio do sistema;
- 6) Implementação da solução (verificação e implementação) – feita a análise dos resultados, implementa-se a solução obtida por meio do modelo, cuja prática pode exigir o controle contínuo das etapas anteriores;

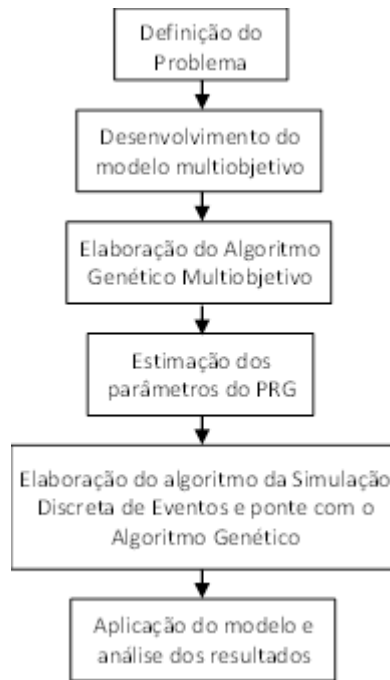


Figura 5.1 – Resumo da metodologia

### 5.1 Definição do Problema e hipóteses do modelo

O problema consiste em definir a política ótima de substituição de um equipamento e a quantidade ótima de sobressalentes. A política de decisão é determinada pela definição do intervalo de substituição planejada do equipamento ( $T$ ) e o número máximo de falhas por ciclo ( $m$ ) que podem ocorrer neste intervalo de tempo  $T$ . A substituição determina o fim do ciclo, o que pode ser realizada de duas maneiras:

1. Substituição planejada: o equipamento é substituído quando alcança a idade  $T$ , se, no intervalo  $[0, T)$ , sofre, no máximo,  $m-1$  falhas;

2. Substituição corretiva: se a  $m$ -ésima falha do equipamento ocorre antes do instante planejado de substituição ( $T$ ) ele é substituído em  $t_m$ , onde  $t_m$  é a idade real do equipamento na  $m$ -ésima falha;

Todas as  $m-1$  possíveis falhas que podem ocorrer antes da substituição do equipamento sofrem reparos imperfeitos. Como o instante  $t_m$  é incerto e varia a cada ciclo, não é possível saber, com certeza, o número e os momentos exatos de substituição. O problema também consiste em definir a quantidade ótima de equipamentos sobressalentes ( $y$ ) que deve ser comprada no início de um horizonte de tempo. Os instantes de falha do equipamento ( $t_i$ ,  $i=1, \dots, m$ ), em termos de idade real do equipamento e não em tempo de calendário, são modelados por um PRG.

$T$ ,  $y$  e  $m$  são as variáveis de decisão do problema.  $T$  e  $m$  definem a política de substituição e  $y$  o recurso de manutenção. Recursos de mão-de-obra e de materiais que influenciam o tempo e a eficácia da manutenção são considerados como parâmetros do problema implícitos nos valores médios do tempo de manutenção e do parâmetro  $q$  do PRG. Não há outras ações de manutenção (manutenção preventiva imperfeita, inspeções, etc.) que resultem em paradas do equipamento ou em alterações no seu estado de desempenho, apenas os reparos imperfeitos e as substituições são considerados.

A definição de  $T$  e  $m$  influencia a quantidade de falhas esperadas até a substituição, o número de substituições e o tempo de vida do equipamento, tendo implicações diretas nos custos e paradas de manutenção, bem como no tempo de vida do equipamento desperdiçado pela substituição. Ainda, a quantidade de sobressalentes comprada no início de um horizonte de missão permite economias referentes à compra de altas quantidades e à inflação. Entretanto, a quantidade comprada pode não ser suficiente para o horizonte considerado. Compras de sobressalentes no meio do horizonte implicam em maiores custos de substituição e tempos de indisponibilidade. Em contrapartida, a superestimação do número de sobressalentes pode aumentar o capital empatado da empresa reduzindo sua margem de lucro.

A definição de um horizonte de planejamento ( $H$ ) é essencial para o problema. De fato, não faz sentido falar de compra de sobressalente sem determinar um horizonte. O modelo apresentado é destinado para decisão em apenas um horizonte de planejamento, que pode ser ou não igual ao horizonte de missão do sistema. Grandes horizontes de missão, nos quais a decisão inicial pode ficar defasada por mudanças de demanda ou recursos do sistema que alteram as probabilidades envolvidas, podem ser divididos em horizontes de planejamento menores. Dessa forma, o modelo pode ser aplicado para cada horizonte de planejamento.

## 5.2 Modelo Multiobjetivo

Na maioria dos trabalhos, o objetivo de custo tem sido a principal preocupação no planejamento de manutenção (Jiang & Ji, 2002). Há, no entanto, outros objetivos, especialmente em situações práticas, que exigem a devida consideração. Nesta Seção, será proposta uma abordagem mais abrangente, através da consideração de outros objetivos importantes (não apenas custos) e restrições.

Nossohi & Hejazi (2011) desenvolveram um modelo multiobjetivo para determinação simultânea do intervalo de substituição e da quantidade de sobressalentes a ser comprada no início de um horizonte de planejamento, definido 4 objetivos de otimização pertinentes às metas de manutenção quando das decisões sobre intervalos de substituição e compra de sobressalentes: taxa média de custo de manutenção, número de falhas corretivas por ciclo de substituição, vida residual média e investimento em sobressalente, tendo a disponibilidade por restrição. Os autores utilizaram o método  $\varepsilon$ -constraint para obter o conjunto de soluções não dominadas e o cálculo dos valores das funções objetivo, para a avaliação de dominância, foram realizados analiticamente, devido à existência de hipóteses simplificadoras.

O modelo multiobjetivo proposto neste capítulo se baseia nas funções do modelo de Nossohi & Hejazi (2011), por serem adequados aos problemas de decisão sobre políticas de substituição e quantidade de sobressalentes. A função disponibilidade é também considerada nas funções objetivos do problema, totalizando 5 objetivos. Diferentemente do modelo de Nossohi & Hejazi (2011), no modelo aqui proposto é permitida a realização de reparos quando da falha do sistema. Uma variável adicional ( $m$ ) define o número máximo de falhas aceitável por ciclo, correspondendo, portanto, à ordem da falha para qual o sistema deve ser substituído corretivamente, caso tal falha se dê antes do intervalo planejado de substituição.

Os tempos entre os reparos são modelados por PRG e o conjunto de soluções não dominadas será obtido por AG Multiobjetivo. Ainda, técnicas de SDE serão recorridas para cálculo e avaliação dos valores dos critérios de otimização de cada solução. A utilização do PRG, do AG Multiobjetivo e da SDE no modelo proposto será visto mais adiante. Nas subseções seguintes serão apresentadas as 5 funções objetivo do modelo proposto. A subseção 5.2.6 descreve as restrições do problema e apresenta o modelo multiobjetivo completo. A Tabela 5.1 descreve os parâmetros, variáveis e funções de interesse que aparecem nas funções objetivos e/ou restrições do modelo.

Tabela 5.1 – Simbologia do modelo multiobjetivo.

| Simbologia   | Descrição                                                                                                                                                                                         |
|--------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $T$          | Intervalo planejado de substituição do sistema (variável de decisão do modelo)                                                                                                                    |
| $y$          | Quantidade de sobressalente a ser comprada no início do Horizonte de planejamento (variável de decisão do modelo)                                                                                 |
| $m$          | Número máximo de falhas por ciclo de substituição. Corresponde à ordem da falha em que o sistema é substituído corretivamente, caso tal falha ocorra antes de $T$ (variável de decisão do modelo) |
| $H$          | Horizonte de planejamento para o qual a solução será aplicada                                                                                                                                     |
| $t_i$        | Tempo de vida real do equipamento na $i$ -ésima falha                                                                                                                                             |
| $\tau_m$     | Tempo médio da $m$ -ésima falha dado que ela ocorra antes de $T$ . $E(t_m   t_m < T)$                                                                                                             |
| $f_{t_m}(t)$ | PDF do tempo da $m$ -ésima falha                                                                                                                                                                  |
| $E(C)$       | Tempo esperado do ciclo de substituição                                                                                                                                                           |
| $C_R(n)$     | Custo de realização de $n$ reparos antes da substituição                                                                                                                                          |
| $C_{S1}$     | Custo da substituição corretiva com sobressalente em estoque                                                                                                                                      |
| $C_{S2}$     | Custo da substituição corretiva sem sobressalente em estoque                                                                                                                                      |
| $C_S$        | Custo médio da substituição corretiva                                                                                                                                                             |
| $C_{P1}$     | Custo da substituição preventiva com sobressalente em estoque                                                                                                                                     |
| $C_{P2}$     | Custo da substituição preventiva sem sobressalente em estoque                                                                                                                                     |
| $C_P$        | Custo médio da substituição preventiva                                                                                                                                                            |
| $C_y$        | Custo unitário (preço) do sobressalente                                                                                                                                                           |
| $g$          | Custo fixo incorrido na compra de sobressalente                                                                                                                                                   |
| $Rep$        | Tempo médio de execução do reparo                                                                                                                                                                 |
| $S_{C1}$     | Tempo médio da substituição corretiva com sobressalente em estoque                                                                                                                                |
| $S_{C2}$     | Tempo médio da substituição corretiva sem sobressalente em estoque                                                                                                                                |
| $S_{P1}$     | Tempo médio da substituição preventiva com sobressalente em estoque                                                                                                                               |
| $S_{P2}$     | Tempo médio da substituição preventiva sem sobressalente em estoque                                                                                                                               |
| $L$          | Valor máximo do investimento em compra de sobressalente (Orçamento disponível)                                                                                                                    |
| $d$          | Disponibilidade mínima aceitável                                                                                                                                                                  |

### 5.2.1 Taxa média de Custo de Manutenção

Este objetivo consiste em minimizar a taxa média do custo da manutenção em um ciclo de substituição. A função taxa média de custo de manutenção definida em Nossohi e Hejazi (2011) considera que uma falha do sistema antes de  $T$  traduz-se na substituição corretiva do mesmo, assim a função pôde ser ponderada pela confiabilidade e pela CDF da distribuição do tempo da falha. A adaptação desta função para o modelo aqui proposto é apresentada, genericamente, na Equação (5.1), considerando a possibilidade de ocorrência de mais de uma falha antes de  $T$ , indicada nos índices  $N_R$  e  $m - 1$ , assim a função pode ser ponderada pela

confiabilidade e pela CDF da distribuição de  $t_m$ . O numerador corresponde ao custo médio de manutenção por ciclo e o denominador ao tempo esperado do ciclo.

O custo de um reparo imperfeito pode ser fixo ou variável (Love *et al*, 2000). No modelo para o custo de manutenção definido na Equação (5.1) o custo do reparo imperfeito ( $C_R$ ) é definido como uma função do número de reparos imperfeitos realizados em um ciclo ( $N_R$ ), ou seja, o custo acumulado de cada uma dos  $N_R$ 's reparos individuais. Se for definido que o custo individual é fixo então  $C_R(N_R) = N_R \times cr$ , onde  $cr$  é o custo de realização de um reparo imperfeito.

$$TC = \frac{[C_R(N_R) + C_P]P(t_m \geq T) + [C_R(m-1) + C_S]P(t_m < T)}{E(C)} \quad (5.1)$$

Se  $t_m < T$ , o custo de manutenção do ciclo será o custo da substituição corretiva ( $C_S$ ) adicionado ao custo de  $m-1$  reparos imperfeitos ( $C_R(m-1)$ ). Se  $t_m \geq T$ , o custo de manutenção do ciclo será composto do custo de uma substituição preventiva ( $C_P$ ) adicionado ao custo de  $N_R$  reparos imperfeitos ( $C_R(N_R)$ ). A Equação (5.1) é tachada de genérica, uma vez que, nesta situação,  $N_R$  pode assumir diversos valores entre 0 e  $m-1$  em um ciclo. No Apêndice A, é mostrado que  $P(t_m \geq T) = \sum_{i=0}^{m-1} P(t_i < T \cap t_{i+1} \geq T)$  e que a distribuição de probabilidade de  $N_R$  pode ser descrita por  $P(N_R = n) = P(t_i < T \cap t_{i+1} \geq T)$ . Assim, a Equação (5.1) pode ser reescrita pela Equação (5.2).

$$TC = \frac{\sum_{i=0}^{m-1} [C_R(i) + C_P] P(t_i < T \cap t_{i+1} \geq T) + [C_R(m-1) + C_S] P(t_m < T)}{E(C)} \quad (5.2)$$

A diferença entre o custo da substituição preventiva ( $C_P$ ) e da substituição corretiva ( $C_S$ ) está relacionada ao custo de paradas e atividades não planejadas e de consequências da falha. Em geral,  $C_P$  não considera esses elementos por se referir a uma ação planejada, logo, espera-se que  $C_P < C_S$ , sendo  $C_S - C_P$  o valor que corresponde à diferença de custos de substituição entre atividades planejadas e não planejadas. O preço do sobressalente, os recursos próprios utilizados para substituição e o custo de manter o estoque são elementos em comum na composição de  $C_P$  e  $C_S$ .

Qualquer que seja a consideração feita para a inferência dos custos de substituição é importante distinguir os custos da substituição com e sem sobressalente em estoque (Nossohi & Hejazi, 2011). Essa diferença pode ser traduzida em termos do tempo da substituição e, principalmente, do preço unitário de compra do sobressalente, que são as principais razões de

incluir a quantidade de sobressalente no modelo para otimização. Assim, os custos  $C_P$  e  $C_S$  podem ser decompostos em  $C_{P1}$  e  $C_{P2}$  e em  $C_{S1}$  e  $C_{S2}$ , correspondendo aos custos de substituição com e sem sobressalente em estoque, respectivamente, para a substituição preventiva e corretiva. Ou seja,  $C_{P1}$  e  $C_{S1}$  correspondem aos custos da substituição preventiva e corretiva utilizando o sobressalente comprado no início do horizonte, enquanto que  $C_{P2}$  e  $C_{S2}$  correspondem aos custos da substituição preventiva e corretiva utilizando um sobressalente comprado durante o horizonte.

Como citado anteriormente, a diferença entre os custos de substituição com e sem sobressalente em estoque está relacionada ao preço unitário da peça sobressalente (devido à economia de compra em lote no início do horizonte de planejamento) se a diferença de *downtime* entre os casos for negligenciada. Assim,  $C_{P2} - C_{P1} = C_{S2} - C_{S1} = C_E$  corresponde à diferença do preço unitário da peça, ou seja, à economia obtida, em termos de custo de manutenção, por comprar as peças em lotes. Somando-se cada lado das igualdades por  $(C_{S1} - C_{P2})$  obtém-se a igualdade  $C_{S1} - C_{P1} = C_{S2} - C_{P2}$ , correspondendo à diferença do custo não planejado pelo custo planejado. Dessa forma, considerando  $P_{est}$  como a probabilidade de se ter sobressalente em estoque, quando da substituição, então  $C_P = C_{P1}P_{est} + C_{P2}(1 - P_{est})$  e  $C_S = C_{S1}P_{est} + C_{S2}(1 - P_{est})$ .

Os diferentes parâmetros de custo na Equação (5.2) incluem preço de compra, custos de manutenção indiretos em cada situação, utilização de equipamentos e de força humana, o custo de paradas de produção e outros custos relacionados. Não existe qualquer relação entre eles, mas deve ser mencionado que  $C_{S2}$  deve ser maior que os demais, pois não só a peça de reposição tem que ser comprada por um preço maior, mas o custo de paralisações também ocorre em situações corretivas e não planejadas. Além disso,  $C_{P2}$  é maior do que  $C_{P1}$  devido à maior despesa com a compra não planejada, sem economia de lote.

O denominador da Equação (5.2) mostra o tempo esperado do ciclo de substituição. Conforme definido em Nossohi & Hejazi (2011), o ciclo de substituição é tido como o tempo entre o início da operação do sistema e o início da operação do sistema substituído, ou seja, é a idade de vida útil do sistema adicionado ao tempo de substituição por um novo. Obviamente, em casos reais, a presença e ausência de sobressalente em estoque devem conduzir a diferentes tempos de substituição, a menos que, na ausência de peça em estoque, uma nova seja comprada sempre antes da ocorrência da falha por garantia.

Sejam  $S_{P1}$  e  $S_{P2}$ , respectivamente, os tempos médios da substituição preventiva com e sem sobressalente em estoque, e sejam  $S_{C1}$  e  $S_{C2}$ , respectivamente, os tempos médios da

substituição corretiva com e sem sobressalente em estoque, o tempo esperado do ciclo é dado conforme a Equação (5.3), onde  $S_P = S_{P1}P_{est} + S_{P2}(1 - P_{est})$ , é o tempo médio de realização da substituição preventiva e  $S_C = S_{C1}P_{est} + S_{C2}(1 - P_{est})$  é o tempo médio da substituição corretiva. As parcelas da Equação (4.3) correspondem, respectivamente, aos tempos médios dos ciclos de substituição preventiva e corretiva, ponderados pela confiabilidade e pela CDF da distribuição de  $t_m$ . Como citado anteriormente,  $P(t_m \geq T) = \sum_{i=0}^{m-1} P(t_i < T \cap t_{i+1} \geq T)$ .

$$E(C) = (T + S_P)P(t_m \geq T) + (\tau_m + S_C)P(t_m < T) \quad (5.3)$$

### 5.2.2 N° Esperado de Falhas

Normalmente, a eficácia de uma estratégia de manutenção preventiva é medida através da análise de operações corretivas e reparos a que o sistema sofrerá ao longo de sua vida útil. Uma ação corretiva pode ter consequências indesejáveis e imprevisíveis sobre a manutenção, sobre as operações e sobre a segurança (Nossohi & Hejazi, 2011). Este objetivo visa eliminar as operações não planejadas e as suas consequências, tanto quanto possível.

Diversos custos de falha e correção são impossíveis de se estimar, principalmente os custos com acidentes, custos de queda de desempenho do sistema e custos de atrasos não planejados (Nossohi & Hejazi, 2011). Assim, a formulação desta função objetivo assume que os custos de reparo serão estimados, na Equação (5.2), em função apenas da utilização dos recursos de manutenção, enquanto que os demais custos envolvidos nas falhas corretivas, citados no início deste parágrafo, são evadidos pela minimização do número de falhas por ciclo de substituição.

Em políticas de manutenção preventiva, o ideal é que as ações preventivas ocorram sempre antes das falhas, evitando-as. Ainda que um menor custo médio de manutenção por ciclo possa ser obtido aumentando o intervalo planejado de substituição e majorando, assim, a possibilidade de ocorrência de falhas, uma maior credibilidade dos prazos, bem como segurança e satisfação dos funcionários, geralmente impossível de avaliar em termos de custos, são metas organizacionais relacionadas com a prevenção de acidentes.

O número esperado de falhas corretivas em um ciclo é dado pela Equação (5.4). Cada parcela da equação corresponde a um número possível de falhas em um ciclo multiplicado pela probabilidade de ocorrer tal quantidade de falhas no ciclo. Por exemplo, a probabilidade

de ocorrer 1 falha no ciclo é a probabilidade de que o tempo da primeira falha ( $t_1$ ) seja antes de  $T$  e o tempo da segunda falha ( $t_2$ ) seja depois de  $T$  (se  $t_2$  for antes de  $T$ , então ocorrem 2 falhas no ciclo e não 1), ou seja,  $P(t_1 < T \cap t_2 \geq T)$ . Em um ciclo pode-se ter, no máximo,  $m$  falhas; a probabilidade de ocorrerem  $m$  falhas no ciclo é a probabilidade de  $t_m < T$ .

$$N_f = \sum_{i=0}^{m-1} i \times P(t_i < T \cap t_{i+1} \geq T) + m \times P(t_m < T) \quad (5.4)$$

### 5.2.3 Vida Residual Esperada

A fim de ampliar o tempo de vida útil do sistema, é interessante que a substituição ocorra imediatamente antes da ocorrência de falha, censurando um pequeno tempo  $\varepsilon$  de utilização do serviço do sistema. Isto implica em manutenção oportuna e no uso suficiente da vida útil do sistema. Neste objetivo, buscamos minimizar o tempo esperado de vida restante (ou resíduo) no momento da substituição preventiva em cada ciclo. Na política  $T$ -plus defendida por Makis & Jardine (1993), a vida útil é aproveitada ao máximo; entretanto, como no modelo aqui proposto, o sistema deve ser substituído em  $T$ , é importante incluir este objetivo no modelo.

Um cuidado a se ter com este objetivo é definir para qual falha buscar-se-á minimizar o tempo residual, uma vez que há possibilidade de se ter até  $m$  falhas em um ciclo. Uma opção é definir uma função do tempo de vida residual relacionando o tempo da primeira falha com o tempo de substituição, concordando com modelos puros de substituição por idade, minimizando ainda mais a probabilidade de ocorrência de mais de uma falha por ciclo.

Outra opção seria formular uma função da vida residual para todas as falhas possíveis em um ciclo, ou seja,  $m$  funções (ou uma única função considerando o somatório das  $m$  funções). Dessa forma, porém, ter-se-ia uma grande quantidade de objetivos conflitantes, apesar de corresponderem a um mesmo objetivo geral, de forma que as soluções obtidas seriam ruins para a maioria dos tempos residuais. No modelo aqui proposto, é considerada uma função de vida residual para a  $m$ -ésima falha, conforme Equação (5.5), sob a justificativa de que apenas na  $m$ -ésima falha a vida útil do sistema é finalizada sem planejamento.

$$Res = \int_T^{\infty} (t - T) f_{t_m}(t) dt = E(t_m - T | t_m \geq T) P(t_m \geq T) \quad (5.5)$$

A função de vida residual para a  $m$ -ésima falha é adequada ao modelo, pois os tempos dos reparos imperfeitos podem ser considerados desprezíveis ou muito pequenos em relação

ao tempo total de operação do ciclo, como considerado no PRG, de forma que se possa sugerir que a vida útil do sistema finaliza-se na  $m$ -ésima falha ou em  $T$ , sem grandes desperdícios de disponibilidade. Além disso, dessa forma, permite-se visualizar melhor a influência dos reparos imperfeitos na solução do modelo.

#### 5.2.4 Disponibilidade Média

A disponibilidade sempre é um objetivo importante em sistemas produtivos e, por ser, principalmente, de responsabilidade da manutenção, deve ser considerada na otimização da política de substituição. A utilização do PRG não descarta análises de disponibilidade, apesar de ser um processo estocástico pontual. Soluções analíticas e/ou por simulação podem ser obtidas para compor diversos processos pontuais no intuito do cálculo da indisponibilidade, como será visto na seção 5.4.

Tradicionalmente, a disponibilidade média é obtida pela razão entre o tempo médio operacional do sistema, se contabilizar os tempos de parada, e o tempo total do ciclo. Seja  $x_i$  o tempo de vida operacional do sistema na  $i$ -ésima falha, sem considerar as paradas do sistema para reparo das falhas anteriores, o tempo de vida de calendário do sistema na  $i$ -ésima falha ( $t_i$ ) é dado pela soma de  $x_i$  com o tempo acumulado dos  $(i-1)$  reparos realizados. Assim, sendo  $Rep_j$  a duração do  $j$ -ésimo reparo, tem-se que:

$$t_i = x_i + \sum_{j=1}^{i-1} Rep_j \therefore E(t_i) = E(x_i) + E\left(\sum_{j=1}^{i-1} Rep_j\right) \therefore E(x_i) = E(t_i) - E\left(\sum_{j=1}^{i-1} Rep_j\right)$$

Como será visto na seção 5.4, é adequado definir que  $Rep_j$ ,  $j = 1, 2, \dots$ , são *i.i.d.* e, portanto,  $E(Rep_1) = E(Rep_2) = \dots = E(Rep_j) = E(Rep) = MTTR$ . Logo, o tempo médio de vida operacional do sistema ( $x_i$ ) pode ser dado pela Equação (5.6). A função disponibilidade é, portanto, definida pela Equação (5.7), onde o numerador corresponde ao tempo médio operacional do sistema por ciclo e o denominador o tempo médio do ciclo de substituição.  $Rep$  corresponde ao MTTR, ou seja, a duração média do reparo.

$$E(x_i) = E(t_i) - (i - 1) \times MTTR \quad (5.6)$$

$$A = \frac{\sum_{i=0}^{m-1} (T - iRep)P(t_i < T \cap t_{i+1} \geq T) + [\tau_m - (m - 1)Rep]P(t_m < T)}{E(C)} \quad (5.7)$$

Se o tempo do reparo imperfeito for negligenciado, a disponibilidade pode ser dada pela Equação (5.8), com  $P(t_m \geq T) = \sum_{i=0}^{m-1} P(t_i < T \cap t_{i+1} \geq T)$ .

$$A = \frac{T \times P(t_m \geq T) + \tau_m \times P(t_m < T)}{E(C)} \quad (5.8)$$

Vale salientar que na construção dos modelos são utilizados os termos *tempo médio do reparo* e *tempo médio da substituição* para representar a indisponibilidade do sistema. Em geral, essa nomenclatura é destinada ao tempo efetivo da manutenção não ao tempo de parada do sistema em si. Nesse caso, a função disponibilidade poderia ser entendida como um índice de utilização ou produtividade do sistema. De toda forma, se for desejo do decisor avaliar a disponibilidade e as taxas de custo em função dos tempos de parada do sistema, o modelo é também aplicável, bastando-se considerar que se tem informação sobre os demais tempos de parada (atrasos de manutenção, instante de detecção da falha, esperas de ordem, etc.) e que estas foram incluídas na obtenção dos tempos médios citados. Ou, ainda, podem-se simular tais tempos durante a aplicação da Simulação Discreta de Eventos. De qualquer forma a nomenclatura *Disponibilidade* será mantida.

### 5.2.5 Investimento

Este é um objetivo de termos práticos, sem relação com o comportamento de falha/reparo do sistema. Economizando em orçamento de peças sobressalentes, mais orçamento estará disponível para ser utilizado em outros planos de investimento. Este objetivo minimiza a quantidade de custo investido para a compra de peças de reposição no início do horizonte de planejamento. Uma relação linear simples, baseada nos custos de compra, deve relacionar  $y$  com o orçamento, como definido em Nossohi & Hejazi (2011).

Em termos práticos, este objetivo visa minimizar a quantidade de sobressalente ( $y$ ) a ser comprada no início do horizonte de planejamento. Isto permite que o custo de itens em estoque possa ser desconsiderado na composição dos custos de substituição sem perder a fidedignidade do modelo já que o objetivo de minimizar o investimento é coerente com o objetivo de manter o mínimo possível de estoque. Assim, a função investimento seria dada pela Equação (5.9).

$$I = g + yC_y \quad (5.9)$$

## 5.2.6 Restrições

Naturalmente, há uma restrição para a quantidade mínima de sobressalentes a ser comprada no início do horizonte de planejamento. O maior tempo de ciclo possível é aquele que o sistema é substituído em  $T$ , portanto, ao longo do horizonte de planejamento, o sistema sofrerá, no mínimo,  $H/T + S_{p1}$  substituições, onde  $H$  é o horizonte de planejamento e  $S_{p1}$  é o tempo médio da substituição preventiva com sobressalente em estoque. Esta observação corresponde a uma restrição do limite inferior de  $y$ , em função de um dado valor de  $T$ , uma vez que o menor número de substituições possível corresponde ao caso em que se disponha de sobressalente em estoque para cobrir o cenário em que todas as substituições ocorrem em  $T$ , logo, o valor de  $y$  deve ser maior ou igual a  $H/T + S_{p1}$ . Ainda, na maioria dos casos práticos, há uma restrição de orçamento para compra de sobressalente e um valor mínimo aceitável de disponibilidade do sistema.

Dessa forma, o modelo completo para busca de soluções pode ser dado combinando os objetivos vistos anteriormente com as três restrições citadas. Assim, tem-se o seguinte modelo multiobjetivo, onde  $L$  representa o orçamento disponível e  $d$  a mínima disponibilidade aceitável para o sistema analisado:

$$\text{Min } F1 = \frac{\sum_{i=0}^{m-1} [C_R(i) + C_P] P(t_i < T \cap t_{i+1} \geq T) + [C_R(m-1) + C_S] P(t_m < T)}{(T + S_P)P(t_m \geq T) + (\tau_m + S_C)P(t_m < T)}$$

$$\text{Min } F2 = \sum_{i=0}^{m-1} i \times P(t_{i+1} \geq T \cap t_i < T) + m \times P(t_m < T)$$

$$\text{Min } F3 = E(t_m - T | t_m \geq T) P(t_m \geq T)$$

$$\text{Max } F4 = \frac{\sum_{i=0}^{m-1} (T - i \text{Rep}) P(t_i < T \cap t_{i+1} \geq T) + [\tau_m - (m-1) \text{Rep}] P(t_m < T)}{(T + S_P)P(t_m \geq T) + (\tau_m + S_C)P(t_m < T)}$$

$$\text{Min } F5 = g + yC_y$$

S/A:

$$y \geq H/T + S_{p1} \text{ (restrição da quantidade de sobressalente);}$$

$$g + yC_y \leq L \text{ (restrição de orçamento);}$$

$$F4 \geq d \text{ (restrição de disponibilidade);}$$

$$T, m > 0; y \geq 0.$$

### 5.3 Algoritmo Genético Multiobjetivo

A quantidade de sobressalentes a ser comprada no início do horizonte de planejamento ( $y$ ) e o número máximo de reparos imperfeitos em um ciclo ( $m$ ) são, obviamente, variáveis de domínio positivo e inteiro. Apesar de o tempo ser uma grandeza representada pelo conjunto dos números reais positivos, é aconselhável discretizar o intervalo de substituição ( $T$ ) em valores inteiros, por se tratar de uma variável de decisão. Assim, obtém-se um melhor controle do instante de substituição, pois não é viável definir intervalos de substituição, por exemplo, a cada 1500,43 horas, ou a cada 64,23 dias.

Dessa forma, este trabalho utiliza um Algoritmo Genético Multiobjetivo codificado para problemas de otimização inteira. A princípio, os operadores genéticos concebidos não evitam a criação de indivíduos inviáveis. Penalidades nos valores das funções objetivos associadas aos indivíduos inviáveis evitam que tais soluções façam parte do conjunto de populações não dominadas. Desta forma, conduz-se a execução dos operadores genéticos nas regiões com maior quantidade de indivíduos viáveis, já que o problema definido é essencialmente combinatório com grandes espaços de busca possíveis. Além disso, como o algoritmo genético multiobjetivo usado não faz uso de métricas de *fitness* elaboradas, cada indivíduo tem um vetor *fitness* associado de tamanho igual ao número de objetivos considerados.

Seja  $N$  o tamanho fixado da população  $P$ ,  $P[i]$  o  $i$ -ésimo indivíduo de  $P$  (que representa um planejamento da política de substituição),  $P_{aux}$  a população auxiliar que armazena indivíduos não dominados, atualizada a cada iteração, os passos e características do Algoritmo proposto são demonstrados nas subseções a seguir.

#### 5.3.1 Representação dos Indivíduos

Como citado, o problema definido possui variáveis de decisão inteiras e, portanto, é utilizada uma representação inteira dos indivíduos. Como ilustração, suponha um horizonte de planejamento  $H = 1000$  horas e que o decisor admite que mais do que 20 falhas por ciclo é inaceitável (notar que o número 20 corresponde ao limite superior de busca da variável  $m$  e não ao valor de  $m$  em si. O valor de  $m$  é definido, posteriormente, de forma a otimizar os objetivos definidos no modelo, juntamente com as decisões sobre  $T$  e  $y$ ), assim, os valores de  $T$  e  $m$  representam, respectivamente, o instante, em horas, de substituição do sistema, caso  $t_m \geq T$ , e a ordem da falha que conduz à substituição antes de  $T$  (em  $t_m$ , caso  $t_m < T$ ) e, portanto, pode-se definir que  $T \in [1, 1000]$  e  $m \in [1, 20]$  são os intervalos admissíveis de  $T$  e

$m$ . Adicionalmente,  $y$  é a variável de decisão associada à quantidade de sobressalente que deve ser comprada no início do horizonte de planejamento. Dada a restrição de orçamento mínimo é possível determinar um intervalo admissível para  $y$  da seguinte maneira  $y \in [0, \text{menor inteiro da razão entre } (L - s) \text{ e } C_y]$ .

Um exemplo do fenótipo de um indivíduo e o respectivo cenário do horizonte de planejamento é retratado na Figura 5.2, com  $H = 1000$ , e os já mencionados parâmetros,  $\bar{R} = 20$ ,  $S_{C1} = S_{C2} = 30$  e  $S_{P1} = S_{P2} = 20$ , e, portanto  $\bar{S}_C = 30$  e  $\bar{S}_P = 20$ . Esta interpretação é muito útil, pois o desenvolvimento dos operadores genéticos desenvolvidos não faz diferença entre a natureza das variáveis.

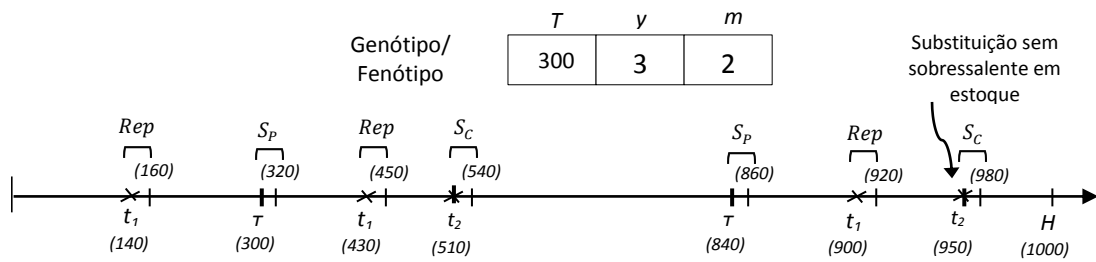


Figura 5.2 – Exemplo de cenário para um indivíduo

### 5.3.2 Geração da população inicial

Cada um dos  $N$  indivíduos da população inicial é gerado a partir da obtenção aleatória de  $N$  valores para as variáveis de decisão (*gene*) dentro dos intervalos permissíveis para cada uma, conforme explicado na seção anterior. Este procedimento de geração da população inicial permite a criação de indivíduos inviáveis, com respeito às restrições da quantidade mínima de sobressalente (em relação ao intervalo de substituição  $T$ ) e de disponibilidade mínima.

A geração de indivíduos inviáveis pode ser evitada por meio de um algoritmo inteligente como em (Lins & Drogue, 2011), todavia, no modelo proposto, devido à complexidade de fazê-lo, sobretudo para garantir a restrição de disponibilidade mínima, os indivíduos inviáveis são descartados no passo de seleção e atualização de  $P_{aux}$  (descrito na seção seguinte).

### 5.3.3 Seleção e atualização da população de indivíduos não dominados ( $P_{aux}$ )

Nesta etapa, a relação de dominância entre os indivíduos é avaliada de acordo com o valor de *fitness* (funções objetivos) associado a cada indivíduo. Nesta etapa, a viabilidade de cada indivíduo é avaliada. Os indivíduos inviáveis recebem uma penalidade nos valores das funções objetivo de forma que sejam dominados quando da avaliação de dominância (e sejam descartados). A Figura 5.3 apresenta o algoritmo da penalização, onde  $N_{res}$  é o número de restrições do problema ( $N_{res} = 3$ ),  $FitnessVectorSize$  é o tamanho do vetor  $fitness[]$  ( $FitnessVectorSize = 5$ ) e  $fitness[]$  é o vetor que armazena os valores das funções objetivo do indivíduo, logo  $fitness[i]$  é o valor de  $F_{i+1}$ , ou seja, a  $(i+1)$ -ésima função objetivo.

A inviabilidade do indivíduo é avaliada nos comando *SE*. A restrição de orçamento não é avaliada, pois, pelas características dos intervalos de geração da população inicial e das operações genéticas (próximas subseções), todos os indivíduos são viáveis com respeito a esta restrição. É possível notar que, se o indivíduo for viável, a penalização é aplicada com valor zero. A aplicação da penalidade, na última linha do pseudocódigo, é referente a um objetivo de maximização. Para objetivos de minimização, multiplica-se a função por  $(-1)$ .

Primeiramente, a relação de dominância é avaliada entre pares de indivíduos da população atual. Indivíduos dominados são descartados e os indivíduos dominantes são soluções candidatas a entrar em  $P_{aux}$ . Em seguida,  $P_{aux}$  é atualizado de acordo com as seguintes regras: (i) se uma solução candidata é dominada por algum indivíduo de  $P_{aux}$ , ela é descartada; (ii) se uma solução candidata domina indivíduos em  $P_{aux}$ , todos esses indivíduos dominados são deletados de  $P_{aux}$  e uma cópia da solução candidata dominante é armazenada em  $P_{aux}$ ; (iii) soluções candidatas que não dominam e não são dominadas por algum indivíduo são inseridas em  $P_{aux}$ .

```

Para i = 0 até Nres - 1
    FAÇA h[ i ] = 0
SE DispMin - Disp > 0
    FAÇA h[ 0 ] = DispMin - Disp;
SE H / (T + MTTRp1) - y > 0
    FAÇA h[ 1 ] = H / (T + MTTRp1) - y;
Para i = 0 até Nres - 1
    FAÇA penalty = penalty + h [ i ] ^ 2;
FAÇA penalty = penalty * (0,5 * (nGer + 1)) ^ 2;
Para i = 0 até FitnessVectorSize - 1
    FAÇA fitness [ i ] = fitness [ i ] - penalty;

```

Figura 5.3 – Pseudocódigo para penalizar indivíduos inviáveis

Uma vez que os indivíduos dominados são eliminados, o tamanho da população  $P$  é reduzido para  $N_{aux}$  ( $N_{aux} \leq N$ ). Para manter a população com  $N$  indivíduos,  $N - N_{aux}$  soluções são selecionadas aleatoriamente de  $P_{aux}$  e inseridas em  $P$ .

#### 5.3.4 Crossover

Após a seleção dos indivíduos de  $P$ , um número aleatório entre 0 e 1 é gerado para cada indivíduo em  $P$ . Se este número é menor do que a probabilidade de *crossover* ( $p_{cr}$ ) para um indivíduo  $P[i]$ , este participará do *crossover*.

Para cada par de indivíduos que participam do *crossover* (pais),  $k$  diferentes posições dos fenótipos desses indivíduos são definidas pela geração de números aleatórios inteiros entre  $[1, n]$ , onde  $k$  é o número de variáveis submetidas a *crossover* e  $n$  é o tamanho do fenótipo ( $n = 3$ ). O conteúdo destas posições é trocado entre os pais a fim de gerar os filhos.

Nota-se que os filhos cujos pais são viáveis podem ser indivíduos inviáveis. Não foi determinado um algoritmo para gerar apenas filhos viáveis no *crossover*, sendo o problema da inviabilidade resolvida durante a atualização de  $P_{aux}$ , como visto na seção anterior. A substituição é aplicada à população após o *crossover*.

#### 5.3.5 Substituição

No *crossover*, dois filhos são gerados. A estratégia de substituição adotada é “Filhos substituem Pais”. Nesta abordagem, após o *crossover*, os pais são imediatamente substituídos pelos seus respectivos filhos, independentemente das possíveis relações de dominância entre eles. Neste caso, a Mutação é aplicada em  $P$  após a substituição.

#### 5.3.6 Mutação

A etapa de Mutação consiste na mudança do conteúdo de uma posição no fenótipo do indivíduo. Se uma posição  $j$  é selecionada de acordo com a probabilidade de mutação predefinida ( $p_m$ ), seu conteúdo é substituído por um inteiro aleatório uniformemente gerado nos intervalos definidos conforme seção 4.4.1. Assim como no *crossover*, esta etapa pode gerar indivíduos inviáveis, manter um indivíduo inviável (oriundo das etapas de *crossover* e substituição) ou tornar viável um indivíduo inviável.

O algoritmo é repetido  $N_{gen}$  vezes, com exceção da geração da população inicial, a qual ocorre apenas uma vez.  $N_{gen}$  é o número predefinido de gerações, o qual também corresponde ao critério de parada do algoritmo. Os indivíduos inviáveis são retirados apenas nas etapas de atualização de  $P_{aux}$  (seção 4.4.3). No fim, o algoritmo retorna os indivíduos não dominados de  $P_{aux}$ , que também são viáveis, devido à penalização aplicada. A seção seguinte descreve o algoritmo da Simulação Discreta de Eventos aplicada para avaliação de *fitness*.

## 5.4 Simulação Discreta de Eventos

A solução do modelo multiobjetivo apresentado neste capítulo acopla o Algoritmo Genético Multiobjetivo, visto na seção anterior, com técnicas de Simulação Discreta de Eventos (SDE), mais necessariamente a Simulação Monte Carlo (SMC). A SMC é uma técnica de SDE utilizada para analisar o comportamento do sistema a partir da geração aleatória de eventos discretos com o objetivo de criar os cenários típicos do problema e avaliar características de interesse (probabilidades e tempos esperados) para o cálculo das funções objetivo de um indivíduo  $P[i]$  previamente definido. Esta hibridização ocorre no momento da avaliação do *fitness* dos indivíduos, na etapa de seleção e atualização de  $P_{aux}$ .

Devido ao comportamento dinâmico do estado do sistema ser modelado por um PRG, não é possível obter uma formulação analítica para todas as funções objetivo do modelo, devido à dificuldade de se obter uma forma fechada que represente as probabilidades e tempos esperados presentes nas funções, já que as distribuições de probabilidade dos tempos das falhas são condicionadas ao instante da falha anterior e ao tempo do reparo. As subseções seguintes apresentam a geração dos números aleatórios e o processo de estimação de cada elemento de probabilidade e de tempo esperado presente no modelo. Tal técnica de simulação é baseada nos conceitos de Simulação Monte Carlo (Kaminskiy & Krivtsov, 1998).

### 5.4.1 Geração dos tempos de falha

Para uma dada geração no processo de evolução do AG, os valores das funções objetivos são estimados para cada indivíduo no vetor de soluções candidatas ( $P[i]$ ,  $i=1, 2, \dots, N$ ) via SDE (com exceção da função investimento que tem uma forma analítica simples e, portanto, não necessita ser simulada). O primeiro passo do processo de simulação é a geração dos instantes de falha do equipamento. Pela definição do problema, o equipamento pode

sofrer, no máximo,  $m$  falhas a cada ciclo, logo, são gerados apenas os instantes das  $m$  possíveis falhas.

Os tempos entre falhas de um PRG com parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $q$  podem ser gerados pelo método da Transformada Inversa conforme demonstrado em Yañez *et al* (2002) para o modelo *Kijima Tipo I*. O tempo da primeira falha é gerado conforme a Equação (5.10), que se trata do método clássico da transformada Inversa para a distribuição Weibull. Os tempos das demais  $m-1$  falhas são gerados de acordo com a Equação (5.11), onde  $u$  é um número gerado aleatoriamente segundo uma distribuição uniforme no intervalo  $[0, 1]$ .

$$x_1 = \alpha^\beta [-\ln(1 - u)]^{1/\beta} \quad (5.10)$$

$$x_i = \alpha \left[ \left( \frac{q}{\alpha} \sum_{j=1}^{i-1} x_j \right)^\beta - \ln(u) \right]^{1/\beta} - q \sum_{j=1}^{i-1} x_j, \quad i = 2, \dots, m \quad (5.11)$$

Das Equações (4.13) e (4.14) geram-se os tempos operacionais entre falhas ( $x_i$ ) do sistema, desconsiderando-se o tempo do reparo, ou seja, o tempo entre o reinício de operação e a falha seguinte. Para obter os tempos reais entre falhas, é, ainda, gerado o tempo de duração dos reparos, também, pelo método da Transformação Inversa assumindo que seguem uma distribuição exponencial, segundo Equação (5.12). A hipótese de distribuição exponencial para o tempo de reparo ( $x_{rep}$ ) é utilizada, pois, em geral, os tempos do reparo, em condições normais (recursos e materiais), variam apenas por razões de aleatoriedade, tendo uma taxa de reparo ( $\mu$ ) constante. Além disso, o tempo médio do reparo (MTTRr), parâmetro dado do problema, é suficiente para gerar os tempos do reparo pelo método da transformação inversa, conforme visto na Equação (5.12), uma vez que  $MTTRr = 1/\mu$ , de forma que não é necessário estimar a taxa de reparo ( $\mu$ ) a partir de dados coletados ou com informação de especialista.

$$x_{rep} = \frac{1}{\mu} [-\ln(1 - u)] = MTTR [-\ln(1 - u)] \quad (5.12)$$

O algoritmo utilizado no modelo para a geração dos tempos de falha é ilustrado no pseudocódigo da Figura 5.4. A variável *operationalAge* acumula a idade real de operação do sistema, ou seja, o tempo em que o sistema esteve ligado e operando desde o seu início até à falha recorrente, desconsiderando os tempos de reparo, correspondendo, portanto, ao somatório  $\sum_{j=1}^{i-1} x_j$ . Assim,  $q \cdot \text{operationalAge}$  representa a idade virtual de operação do sistema. O vetor  $x[]$ , de tamanho  $m$ , armazena, na posição  $i-1$  a idade real operacional do sistema na  $i$ -ésima falha.

```

ENQUANTO m > counterFailures
  AMOSTRE u ~ U[0, 1];
  SE counterFailures = 0
    FAÇA xi =  $\alpha * (-\ln(1 - u)^{1/\beta})$ ;
  SE NÃO
    FAÇA a = (q /  $\alpha$ ) * operationalAge;
    FAÇA b = a $\beta$ ;
    FAÇA xi =  $\alpha * (b - \ln(u)^{1/\beta}) - q * \text{operationalAge}$ ;
  FAÇA operationalAge = operationalAge + xi;
  FAÇA x[counterFailures] = operationalAge;
  AMOSTRE u ~ U[0, 1];
  FAÇA Ri = MTTRr * (-ln(1 - u));
  FAÇA actualAge = actualAge + xi + Ri;
  FAÇA t[counterFailures] = actualAge - Ri;
  FAÇA counterFailures = counterFailures + 1;

```

Figura 5.4 – Pseudocódigo da geração dos tempos de falha

A variável *actualAge* acumula a idade real de calendário do sistema, somando-se à idade real de operação o tempo do reparo imperfeito da falha anterior ( $R_{i-1}$ ), gerado conforme citado anteriormente. Na posição  $i-1$  do vetor  $t[]$ , de tamanho  $m$ , é armazenada a idade real de calendário do sistema no instante da  $i$ -ésima falha.

Este modelo de geração dos instantes de falha do sistema é flexível para qualquer distribuição de probabilidade desejada ou ajustada por um conjunto de dados, bastando-se conhecer a Transformação Inversa da distribuição de interesse. A subseção seguinte apresenta o algoritmo de simulação dos valores das funções objetivo para um indivíduo.

#### 5.4.2 Estimação das Funções Objetivo

Um indivíduo  $P[i]$  é caracterizado pelos valores que assume para as três variáveis de decisão ( $m$ ,  $T$  e  $y$ ). Comparando-se as previsões dos instantes das  $m$  falhas com os valores de  $T$  e  $y$  é possível caracterizar o cenário do sistema a cada ciclo, incluindo o número de falhas, o instante de substituição, o tempo de indisponibilidade e a vida útil desperdiçada na substituição. Repetindo o processo e analisando cada ciclo até que o tempo total ultrapasse o horizonte de planejamento, pode-se, também, identificar os casos em que não há sobressalentes em estoque.

O nível de incerteza associado à geração dos tempos de falha produz resultados diferentes para cada horizonte simulado. Realizando uma quantidade suficientemente grande de simulações, é possível estimar as probabilidades e tempos esperados de interesse pela proporção dos cenários correlatos em relação ao número total de cenários simulados. O algoritmo utilizado para estimar cada probabilidade e o valor esperado do modelo pode ser visto no pseudocódigo da Figura 5.5.

Os  $m$  tempos de falha são gerados conforme explicitado na subseção anterior e são comparados com o intervalo de substituição  $T$  (nos comandos *SE*). Os tempos das substituições são gerados da mesma forma que os tempos de reparo (explicitado na subseção anterior) e armazenados na variável  $S$ , onde  $MTTRs1$ ,  $MTTRs2$ ,  $MTTRp1$  e  $MTTRp2$  são os tempos médios das substituições corretiva e preventiva com e sem sobressalente em estoque.

Contadores são incrementados para cada caso de interesse. O processo é repetido até simular um horizonte completo, pelo loop *ENQUANTO*, onde *cicloAcum* contém o tempo acumulado de cada ciclo, armazenado na variável  $TC$ . A constante  $N_s$  define quantas vezes o horizonte será simulado e a variável  $N$  contabiliza a quantidade de ciclos ocorridos no horizonte em simulação, enquanto que  $Nt$  contabiliza a quantidade total de ciclos que foram simulados nas  $N_s$  simulações.

Os resíduos são acumulados na variável  $res$  e o tempo de operação do sistema quando da  $m$ -ésima falha, para os casos em que ela ocorre antes de  $T$ , é acumulado na variável  $tm$ . A variável  $p$  acumula a proporção do número de ciclos em que a substituição foi realizada sem sobressalente em estoque. Em  $cont[j]$  contabiliza-se a ocorrência do evento  $\{t_{j+1} \geq T \cap t_j < T\}$ . Semelhantemente,  $cont\_tm$  representa o número de vezes em que  $t_m < T$ . É possível, então, obter uma estimativa para as probabilidades e esperanças presentes nas funções objetivo como segue:

- $P(t_i < T \cap t_{i+1} \geq T) = cont[j]/Nt, \quad j = 0, \dots, m - 1;$
- $P(t_m < T) = cont\_tm/Nt;$
- $P_{est} = 1 - p/N_s;$
- $\tau_m = E(t_m | t_m < T) = tm/cont\_tm;$
- $E(t_m - T | t_m \geq T) = res / \sum_{j=0}^{m-1} cont[j] = res / (Nt - cont\_tm);$

```

PARA k = 1 até Ns
  FAÇA N = - 1;
  FAÇA cicloAcum = 0;
  ENQUANTO cicloAcum <= H
    FAÇA Nt = Nt + 1;
    FAÇA N = N + 1;
    GERE m TEMPOS DE FALHA;
    PARA j = 0 até m-1
      SE t [m - 1] < T
        FAÇA cont_tm = cont_tm + 1;
        FAÇA tm = tm + t [m - 1];
        AMOSTRE u ~ U [0, 1];
        SE N >= y FAÇA a = MTTRs2 SE NÃO FAÇA a = MTTRs1;
        FAÇA S = a*(1 - ln (u - 1));
        FAÇA TC = t [m - 1] + S;
        PARE;
      SE NÃO SE t [j] >= T
        FAÇA cont [j] = cont [j] + 1;
        FAÇA res = res + t [j] - T;
        AMOSTRE u ~ U [0, 1];
        SE N >= y FAÇA a = MTTRp2 SE NÃO FAÇA a = MTTRp1;
        FAÇA S = a*(1 - ln (u - 1));
        FAÇA TC = T + S;
        PARE;
    FAÇA cicloAcum = cicloAcum + TC;
  SE y < N FAÇA p = p + (N - y) / N;

```

Figura 5.5 – Pseudocódigo da simulação das probabilidades e valores esperados

Com tais estimadores é possível, então, estimar os valores das funções do modelo, já que, além das probabilidades e esperanças acima, há apenas parâmetros de tempo e custo, previamente definidos, na composição das funções de interesse. Dessa forma, é possível inferir os elementos (probabilidades e tempos esperados) do modelo que sofrem influência do PRG. Vale ressaltar que a probabilidade  $P(t_m \geq T)$  pode ser obtida fazendo  $P(t_m \geq T) = 1 - P(t_m < T) = \sum_{i=0}^{m-1} P(t_i < T \cap t_{i+1} \geq T)$  (como discutido no apêndice A).

Uma vez que  $t_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , é amostrado aleatoriamente segundo uma distribuição de interesse, os estimadores de  $\tau_m$ ,  $P(t_i < T \cap t_{i+1} \geq T)$ ,  $P(t_m < T)$  e  $E(t_m - T | t_m \geq T)$  são não viesados, considerando que  $u$  é realmente amostrado aleatoriamente entre 0 e 1.  $P_{est}$ , por sua vez, não é obtido a partir da geração de números aleatórios. Apesar de que, em Nossohi & Hejazi (2011),  $P_{est}$  assume um modelo exponencial, no modelo aqui proposto, a presença de sobressalente no estoque, quando da substituição, segue uma distribuição Bernoulli com parâmetro  $p = P_{est}$ , conforme discutido no Apêndice A, sendo mais adequado à situação real, e, portanto, o estimador de  $P_{est}$  é, também, não viesado.

Espera-se que quanto maior for o número de horizontes simulados ( $N_s$ ), melhor será a aproximação feita para as probabilidades e tempos esperado. De posse dessas estimativas é possível obter os valores das funções objetivo por operações matemáticas simples, conforme as Equações (4.3), (4.4), (4.5), (4.6) e (4.7). Como já dito, a função Investimento não necessita de nenhuma estimação, sendo obtida diretamente por uma relação linear entre  $y$  e alguns parâmetros de custo de compra do sobressalente.

Vale salientar que, durante a simulação do *fitness* de um indivíduo, há a possibilidade de não ocorrer nenhuma vez o caso em que a  $m$ -ésima falha ocorra antes de  $T$ , sendo o sistema sempre substituído em  $T$ , ou o contrário, onde a  $m$ -ésima falha sempre ocorre antes de  $T$ , levando o contador  $cont\_tm$  a assumir o valor 0 (zero) ou  $Nt$ , gerando um denominador nulo em algumas das equações citadas anteriormente. Nesses casos, vale admitir que  $P(t_m < T)$  ou  $P(t_m \geq T)$  é pequeno o suficiente para considerá-lo aproximadamente zero.

Assim, quando,  $cont\_tm = 0$ , define-se que  $\tau_m = 0$  e, da mesma forma, se  $cont\_tm = Nt$ , ou seja, se não há resíduo observado na simulação, pode-se definir que  $E(t_m - T | t_m \geq T) = 0$ , representando, respectivamente, os casos em que o sistema quase sempre será substituído em  $T$  e quando o sistema é quase sempre substituído antes de  $T$  (quando, praticamente, não há desperdício de vida útil). Esta definição não altera a confiabilidade das estimações, uma vez que, se  $P(t_m < T) \cong 0$ , as parcelas que contêm  $\tau_m$  também serão praticamente nulas e, por simulação, tais parcelas são iguais a zero. Além disso, se não há, praticamente, resíduo, é válida a definição de  $E(t_m - T | t_m \geq T) = 0$ . A Figura 5.6 resume o modelo híbrido de solução do modelo multiobjetivo descrito nas seções 5.3 e 5.4 destacando a ponte entre o AG Multiobjetivo e a SDE.

O método de resolução do problema, utilizando o modelo de otimização proposto neste capítulo, pode, então, ser resumido e sistematizado pela Figura 5.7. O modelo de otimização (AG + SDE) recebe como entrada os parâmetros de custo e tempo de manutenção do sistema, os parâmetros do algoritmo computacional e os parâmetros do PRG. Estes últimos podem ser obtidos a partir dos dados dos tempos operacionais entre falhas a partir de algum método de estimação discutido na seção 3.2.2.

O capítulo a seguir apresenta os exemplos de aplicação do modelo proposto neste capítulo, incluindo um exemplo de validação do modelo. Análises posteriores são realizadas para comparação dos diferentes tipos de reparo e definição de uma solução única dentro do conjunto de soluções não dominadas obtido pelo AG Multiobjetivo.

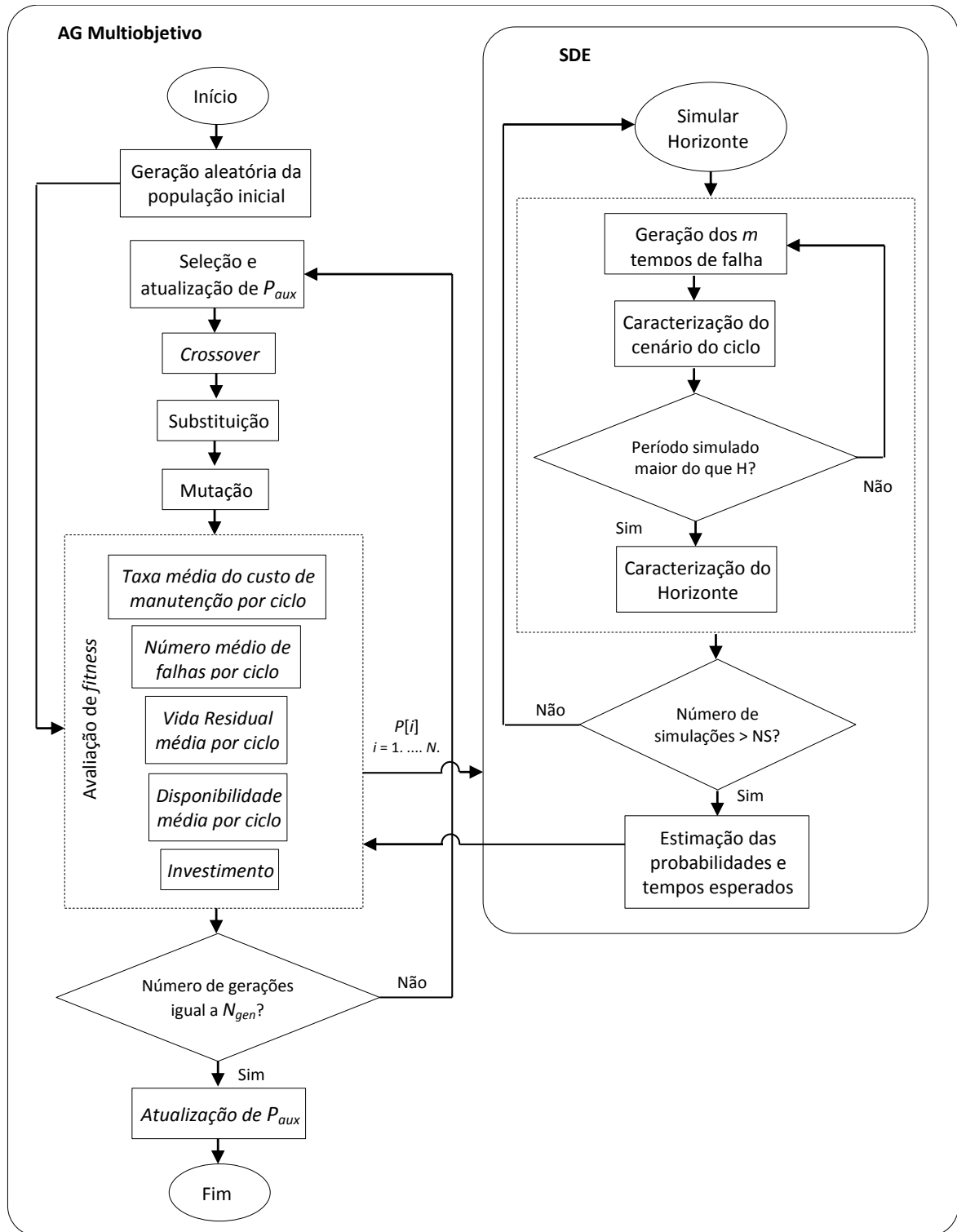


Figura 5.6 – AG Multiobjetivo + SDE.

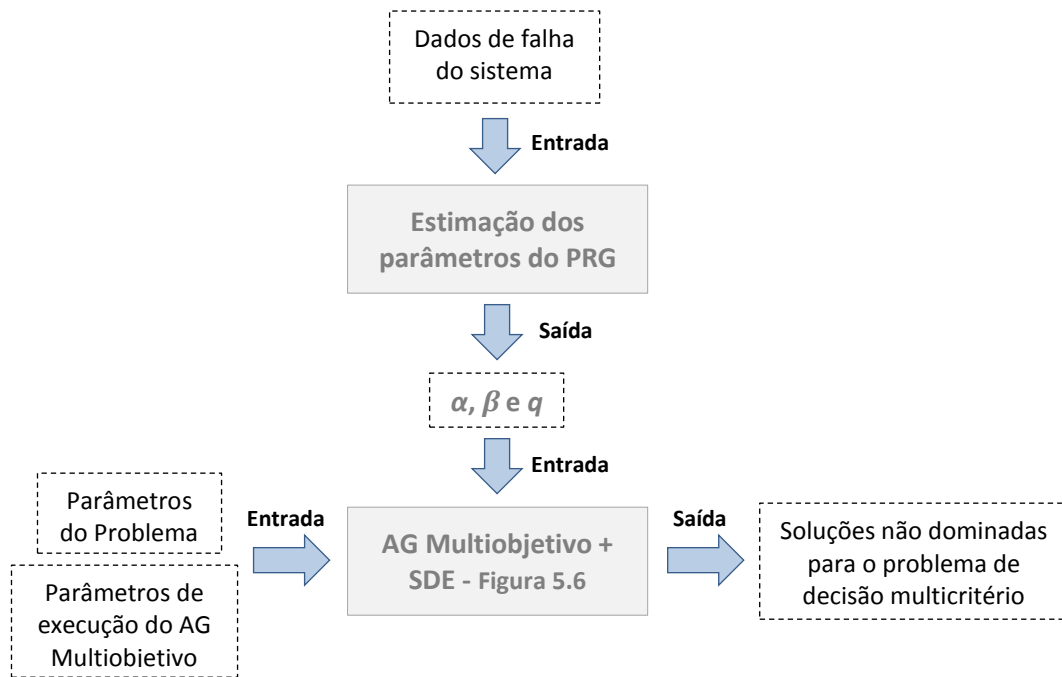


Figura 5.7 – Parâmetros e interação dos modelos.

## 6 Aplicação do Modelo e Análise dos Resultados

Este capítulo apresenta aplicações do modelo proposto no capítulo 5. Primeiramente, na seção 6.1, um exemplo simplório é analisado para validação do modelo. Em seguida, exemplos utilizando dados reais são aplicados para realização de análises mais profundas. Ainda, análises sobre o impacto da qualidade do reparo e sobre a busca de solução única dentro do conjunto de soluções não dominadas são, também, realizadas.

### 6.1 Validação do Modelo

A avaliação do desempenho do AG Multiobjetivo e da SDE pode ser realizada comparando-se a fronteira simulada (ou amostrada) de Pareto com a fronteira exata, obtida por um algoritmo exaustivo. Tal comparação requer o uso de métricas que podem, ainda que heurísticamente, representar a convergência da fronteira simulada para a fronteira exata. Isis & Droguett (2011) aplicaram, para um problema com duas funções objetivo, métricas de distâncias ponderadas ponto a ponto e distâncias coordenadas a uma curva que representa a fronteira exata de Pareto.

A fim de comparar as soluções não dominadas obtidas do modelo proposto com as reais soluções não dominadas, um exemplo simples foi aplicado. Hipóteses simplificadoras foram conjecturadas para ser possível a resolução analítica do problema. Assim, foi adotado que  $m \in [1, 1]$ , ou seja, é tomada a política de substituição por idade pura, já que  $m$  sempre é igual a 1. Dessa forma, não há a possibilidade de reparos, sendo o sistema substituído na primeira falha, e os parâmetros  $C_R(n)$  e  $Rep$ , bem como o parâmetro de rejuvenescimento  $q$ , não são incluídos no modelo. Os demais parâmetros do problema são explicitados a seguir

$$\begin{aligned} \alpha &= 7,5; \quad \beta = 1; \quad C_y = 8000\$; \quad L = 25000\$; \quad d = 0,8; \quad C_{S1} = 40000\$; \\ C_{S2} &= 65000\$; \quad C_{P1} = 20000\$; \quad C_{P2} = 45000\$; \quad s = 0; \\ H &= 30; \quad S_{P1} = S_{P2} = \bar{S}_P = 0,27; \quad S_{C1} = S_{C2} = \bar{S}_C = 0,66. \end{aligned}$$

Com os parâmetros acima os intervalos para representação de  $T$  e  $y$  podem ser dados como segue:  $T \in [1, 30]$  e  $y \in [0, 3]$ . Dada a natureza inteira das variáveis de decisão e seus respectivos intervalos de representação, totalizam-se 120 combinações possíveis de soluções pela tríade  $(T, y, m)$ ,  $T \in [1, 30]$ ,  $y \in [0, 3]$  e  $m \in [1, 1]$ , sem discriminar a viabilidade das soluções. O fato de  $m$  ser sempre igual a 1 facilita a realização de cálculos analíticos. Assim,

tem-se o seguinte modelo multiobjetivo, onde  $F(t) = 1 - \exp(-t/\alpha)$ ,  $R(t) = 1 - F(t)$  e  $f(t) = dF(t)/dt$ :

$$\text{Min } F1 = \frac{(20000P_{est} + 45000\bar{P}_{est})R(t) + (40000P_{est} + 65000\bar{P}_{est})F(t)}{(T + 0,27)R(t) + (\tau_m + 0,66)F(t)}$$

$$\text{Min } F2 = F(t)$$

$$\text{Min } F3 = \int_T^\infty (t - T)f(t)dt$$

$$\text{Max } F4 = \frac{T \times R(t) + E(t|t < T)F(t)}{(T + 0,27)R(t) + (\tau_m + 0,66)F(t)}$$

$$\text{Min } F5 = 8000y$$

S/A:

$$y \geq \text{menor inteiro da razão } 30/(T + 0,27)$$

$$8000y \leq 25.000$$

$$\frac{T \times R(t) + E(t|t < T)F(t)}{(T + 0,27)R(t) + (\tau_m + 0,66)F(t)} \geq 0,80$$

$$T, m > 0; y \geq 0$$

O valor das funções objetivo de cada uma das 120 combinações de soluções possíveis foi calculado analiticamente em uma planilha eletrônica, utilizando um modelo exponencial, como apresentado Nossahi & Hejazi (2011), para estimação de  $P_{est}$  ( $P_{est} = 1 - e^{y \cdot (T + MTTRp)/H}$ ). Foi observada a viabilidade das soluções, sendo 61 delas satisfatória, atendendo às restrições do problema, ou seja, o problema possui 61 soluções viáveis. Os valores, obtidos analiticamente, das funções objetivo de cada solução foram comparados e detectou-se que nenhuma das soluções viáveis é dominada por qualquer das outras 60 soluções viáveis. Ou seja, o problema real possui 61 soluções não dominadas que formam a fronteira real de Pareto.

O mesmo problema foi, então, resolvido utilizando o algoritmo de busca baseado em AG Multiobjetivo e SDE, conforme explanado no capítulo 4. O algoritmo foi aplicada 3 vezes, utilizando valores diferentes para o tamanho da população ( $P$ ) e o número de gerações ( $N_{gen}$ ) do AG. Foi utilizada a linguagem de programação C++. Em todos os casos, nenhuma das soluções dominadas (do método analítico) foi obtida pelo algoritmo proposto como sendo parte do conjunto de soluções não dominadas. A Tabela 6.1 ilustra os demais parâmetros de

alimentação do AG Multiobjetivo e da SDE e a Tabela 6.2 apresenta a proporção das 61 soluções não dominadas que foram encontradas para cada caso.

Tabela 6.1 – Parâmetros do GA Multiobjetivo e da SDE para o exemplo de validação.

| Parâmetro                                           | Valor |
|-----------------------------------------------------|-------|
| Tamanho da População ( $P$ )                        | 30    |
| Número de Gerações ( $N_{gen}$ )                    | 50    |
| Probabilidade de Crossover ( $p_{cr}$ )             | 0,95  |
| Número de variáveis submetidas ao Crossover ( $k$ ) | 1     |
| Probabilidade de Mutação ( $p_m$ )                  | 0,1   |
| Número de horizontes simulados ( $N_s$ )            | 1000  |

Tabela 6.2 – Proporção da fronteira exata de Pareto amostrada pelo algoritmo proposto para diferentes valores de  $P$  e  $N_{gen}$ .

| $(P, N_{gen})$ | Número de soluções reais não dominadas encontradas | Proporção de soluções reais não dominadas encontradas |
|----------------|----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| (30, 50)       | 43                                                 | 70,5 %                                                |
| (100, 200)     | 54                                                 | 88,52 %                                               |
| (150, 250)     | 61                                                 | 100 %                                                 |

Do método analítico obtêm-se a fronteira exata de Pareto para o problema estudado, enquanto que, a utilização do AG Multiobjetivo e da SDE retorna uma amostra da fronteira exata de Pareto, denominada de fronteira simulada de Pareto, a qual deve convergir otimamente para a fronteira exata de Pareto. Da Tabela 6.2 observou-se que, para  $P = 150$  e  $N_{gen} = 250$ , obteve-se 100% das soluções não dominadas utilizando o algoritmo de busca de soluções proposto no capítulo 4. No algoritmo proposto, o valor das funções objetivo de cada solução é obtido por SDE. Logo, é, também, válido comparar os valores das funções objetivos de uma mesma solução entre cada método de cálculo para avaliar a convergência da fronteira simulada de Pareto para com a fronteira exata.

A Tabela 6.3 ilustra 10 das 61 soluções não dominadas e os respectivos valores das funções objetivos para cada método aplicado, onde F1, F2, F3 e F4 são, respectivamente, as funções taxa de custo de manutenção, nº esperado de falhas por ciclo, vida residual média e disponibilidade. Os valores são apresentados em uma escala normalizada, na qual foi utilizado o maior e o menor valor viável entre os métodos para normalização. A função investimento

não é mostrada, pois possui o mesmo valor para ambos os métodos. Ainda, a Tabela 6.4 ilustra as diferenças absolutas e o desvio médio absoluto, nas escalas normalizadas, entre os valores das funções objetivo em cada método, onde  $F_i'$  e  $F_i''$  correspondem, respectivamente, ao valor normalizado da  $i$ -ésima função objetivo do modelo proposto e do modelo analítico.

Tabela 6.3 – Comparação das soluções analíticas e por SDE.

| Solução<br>( $T, y, m$ ) | Valor de <i>fitness</i> por SDE ( $P = 150, N_{\text{gen}} = 250$ ) |          |             |          | Valor de <i>fitness</i> pelo método analítico |          |             |          |
|--------------------------|---------------------------------------------------------------------|----------|-------------|----------|-----------------------------------------------|----------|-------------|----------|
|                          | F1                                                                  | F2       | F3          | F4       | F1                                            | F2       | F3          | F4       |
| (8, 3, 1)                | 0,950551                                                            | 0,009406 | 0,972611053 | 0        | 0,983287                                      | 0        | 0,999999836 | 0,056628 |
| (10, 2, 1)               | 0,905799                                                            | 0,2556   | 0,755943411 | 0,389482 | 0,888415                                      | 0,247229 | 0,752771161 | 0,347789 |
| (11, 2, 1)               | 0,781184                                                            | 0,344081 | 0,654969348 | 0,513359 | 0,774828                                      | 0,348212 | 0,65178851  | 0,449943 |
| (14, 3, 1)               | 0,343703                                                            | 0,577194 | 0,428966232 | 0,647971 | 0,356373                                      | 0,581626 | 0,418375284 | 0,656733 |
| (16, 1, 1)               | 0,803923                                                            | 0,682389 | 0,342902119 | 0,812561 | 0,707466                                      | 0,692712 | 0,307288115 | 0,743096 |
| (20, 2, 1)               | 0,387985                                                            | 0,825336 | 0,18812613  | 0,907317 | 0,272711                                      | 0,842966 | 0,157034444 | 0,849599 |
| (23, 1, 1)               | 0,63176                                                             | 0,905821 | 0,098244222 | 0,963639 | 0,464609                                      | 0,913268 | 0,086731746 | 0,895805 |
| (26, 2, 1)               | 0,299647                                                            | 0,95409  | 0,035219811 | 1,012205 | 0,141178                                      | 0,960394 | 0,039606438 | 0,925596 |
| (29, 1, 1)               | 0,615955                                                            | 0,989099 | 0,001565239 | 0,945638 | 0,361329                                      | 0,982822 | 0,017178326 | 0,939456 |
| (30, 0, 1)               | 0,952756                                                            | 0,993043 | 0,004192308 | 1        | 1                                             | 1        | 0           | 0,949937 |

Tabela 6.4 – Diferenças absolutas normalizadas entre os valores das funções objetivo de cada método.

| Solução<br>( $T, y, m$ ) | $ F1' - F1'' $ | $ F2' - F2'' $ | $ F3' - F3'' $ | $ F4' - F4'' $ |
|--------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| (8, 3, 1)                | 0,032736       | 0,009406       | 0,027389       | 0,056628       |
| (10, 2, 1)               | 0,017384       | 0,008371       | 0,003172       | 0,041693       |
| (11, 2, 1)               | 0,006356       | 0,004131       | 0,003181       | 0,063416       |
| (14, 3, 1)               | 0,01267        | 0,004432       | 0,010591       | 0,008763       |
| (16, 1, 1)               | 0,096456       | 0,010323       | 0,035614       | 0,069465       |
| (20, 2, 1)               | 0,115275       | 0,017629       | 0,031092       | 0,057718       |
| (23, 1, 1)               | 0,167151       | 0,007447       | 0,011512       | 0,067835       |
| (26, 2, 1)               | 0,158469       | 0,006304       | 0,004387       | 0,086609       |
| (29, 1, 1)               | 0,254626       | 0,006278       | 0,015613       | 0,006182       |
| (30, 0, 1)               | 0,047244       | 0,006957       | 0,004192       | 0,050063       |
| Média                    | 0,090837       | 0,008128       | 0,014674       | 0,050837       |

Da Tabela 6.4 observa-se que as diferenças absolutas médias normalizadas entre os métodos de avaliação das funções objetivo são, em geral, da ordem de  $10^{-2}$  para baixo, inclusive nas diferenças individuais. Apenas 4 soluções apresentaram uma diferença na ordem de  $10^{-1}$  para a função taxa de custo de manutenção, a qual foi, também, a função objetivo que

apresentou a maior diferença média. Isto pode ser explicado pela variação inerente à geração dos números aleatórios e pela variação resultante da diferença conceitual da estimação da probabilidade *Pest*, presente na função taxa média de custo de manutenção. Enquanto que, no método analítico, *Pest* é obtido por um modelo exponencial, na SDE é estimado pela razão entre o número de vezes em que houve substituição com sobressalente em estoque e o número total de substituições.

Dos resultados obtidos nesta seção é possível validar o modelo de busca proposto, assegurando a eficiência do acoplamento entre AG Multiobjetivo e SDE para amostragem da fronteira de Pareto, considerando valores maiores do que 100 e 200 para o tamanho da população e o número de soluções do AG, bem como da utilização de penalizações para impedir a consideração de soluções dominadas. A seção seguinte ilustra um exemplo mais complexo para aplicação do modelo proposto e discussões aprofundadas.

## 6.2 Exemplo de aplicação

Esta seção apresenta um exemplo de aplicação mais completo para análise de resultados fornecidos pelo modelo proposto no capítulo 5. A natureza dos dados requeridos para aplicação do modelo torna abstrusa a coleta completa de reais para a aplicação. Por exemplo, não é factível coletar informações de custos de médios de reparos e substituição (além da diferenciação de custos e tempos da manutenção com e sem sobressalente em estoque). A aplicação do modelo em casos reais exige uma experiência prévia do problema para que se tenham dados suficientes. Não se espera que uma organização possua indicadores de tempo e custo dos reparos e das substituições, preventivas e corretivas, de um mesmo sistema se tais ações não ocorrem. Assim, o exemplo desta seção apenas utiliza dados externos relacionados aos tempos entre falhas de um sistema reparado por reparos imperfeitos. As demais informações necessárias ao modelo são supostas aleatoriamente.

A avaliação do grau de eficácia da equipe de manutenção e da distribuição de probabilidade dos tempos entre falhas foi realizada pelo estimador de máxima verossimilhança (Yañez, 2002), a partir dos dados coletados dos tempos entre falhas do sistema. A fronteira de Pareto do problema foi obtida pelo modelo integrado de AG Multiobjetivo e SDE, proposto nas seções 5.3 e 5.4. Ainda, alguns caminhos para seleção e escolha de uma solução única serão discutidos, apesar disto não ser objetivo do estudo.

### 6.2.1 Parâmetros PRG

Como citado a estimação dos parâmetros do PRG foi efetuada pelos EMV's. Para o exemplo deste capítulo, foram utilizados os dados disponíveis em Yañez *et al* (2002) para um compressor. Assim, o problema consiste em determinar a política de substituições e a quantidade de sobressalentes a ser comprada para o subsistema/item do compressor que está sujeito a falhas. A Tabela 6.5 apresenta os dados dos tempos operacionais entre falhas do compressor em horas e em dias. A Figura 6.1 mostra os dados da Tabela 6.5 plotados num gráfico de número de falhas pelo tempo real operacional acumulado em horas.

Considerando que a distribuição do tempo da primeira falha do compressor pode ser representada por uma Weibull, a estimação dos parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $q$  por EMV's consiste na resolução do sistema formado pelas Equações (6.1), (6.2) e (6.3) as quais surgem a partir da derivação da verossimilhança em relação aos parâmetros  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $q$ . A flexibilidade da distribuição de Weibull a torna um modelo apropriado para uma grande variedade de problemas encontrados na prática, inclusive quando nos deparamos com componentes/sistemas sujeitos ao desgaste.

$$\frac{\beta}{\alpha^{\beta+1}} \left\{ \sum_{i=2}^n \left[ \left( x_i + q \sum_{j=1}^{i-1} x_j \right)^{\beta} - \left( q \sum_{j=1}^{i-1} x_j \right)^{\beta} \right] \right\} + \frac{\beta}{\alpha} \left[ \left( \frac{x_1}{\alpha} \right)^{\beta} - (n) \right] = 0 \quad (6.1)$$

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{n}{\beta} + \ln(x_1) - n \ln(\alpha) - \left( \frac{x_1}{\alpha} \right)^{\beta} \ln \left( \frac{x_1}{\alpha} \right) \right] \\ & + \sum_{i=2}^n \left[ \ln \left( x_i + q \sum_{j=1}^{i-1} x_j \right) - \left( \frac{x_i + q \sum_{j=1}^{i-1} x_j}{\alpha} \right)^{\beta} \ln \left( \frac{x_i + q \sum_{j=1}^{i-1} x_j}{\alpha} \right) \right. \\ & \left. + \left( \frac{q \sum_{j=1}^{i-1} x_j}{\alpha} \right)^{\beta} \ln \left( \frac{q \sum_{j=1}^{i-1} x_j}{\alpha} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (6.2)$$

O sistema foi solucionado pelo método do enxame de partículas (Kennedy & Eberhart, 1995) e obteve-se  $\alpha = 3072$  horas, ou  $\alpha = 128$  dias,  $\beta = 1,62$  e  $q = 0,7$ . O valor de  $\beta$  sugere um crescimento na taxa de ocorrência de falhas (ROCOF) do compressor, adequado para equipamentos sujeitos à processos de desgaste, como um compressor, e o valor de  $q$

sugere que a atividade de reparo torna o equipamento a uma condição melhor do que no instante da falha, mas pior do que novo.

$$\begin{aligned}
 &(\beta - 1) \sum_{i=2}^n \left( \frac{\sum_{j=1}^{i-1} x_j}{x_i + q \sum_{j=1}^{i-1} x_j} \right) + \frac{\beta q^{\beta-1}}{\alpha^{\beta}} \sum_{i=2}^n \left( \sum_{j=1}^{i-1} x_j \right)^{\beta} \\
 &\quad - \frac{\beta}{\alpha^{\beta}} \sum_{i=2}^n \left( x_i + q \sum_{j=1}^{i-1} x_j \right)^{\beta-1} \left( \sum_{j=1}^{i-1} x_j \right) = 0
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

Tabela 6.5 – Tempos de falha do compressor

| Nº de falhas | Tempo entre falhas |          | Tempo acumulado |          | Nº de falhas | Tempo entre falhas |          | Tempo acumulado |          |
|--------------|--------------------|----------|-----------------|----------|--------------|--------------------|----------|-----------------|----------|
|              | horas              | dias     | horas           | dias     |              | horas              | dias     | horas           | dias     |
| 1            | 3456               | 144      | 3456            | 144      | 13           | 360                | 15       | 16056           | 669      |
| 2            | 1584               | 66       | 5040            | 210      | 14           | 998                | 41,58333 | 17054           | 710,5833 |
| 3            | 236                | 9,833333 | 5276            | 219,8333 | 15           | 656                | 27,33333 | 17710           | 737,9167 |
| 4            | 516                | 21,5     | 5792            | 241,3333 | 16           | 180                | 7,5      | 17890           | 745,4167 |
| 5            | 1820               | 75,83333 | 7612            | 317,1667 | 17           | 244                | 10,16667 | 18134           | 755,5833 |
| 6            | 452                | 18,83333 | 8064            | 336      | 18           | 1528               | 63,66667 | 19662           | 819,25   |
| 7            | 432                | 18       | 8496            | 354      | 19           | 44                 | 1,833333 | 19706           | 821,0833 |
| 8            | 1264               | 52,66667 | 9760            | 406,6667 | 20           | 3064               | 127,6667 | 22770           | 948,75   |
| 9            | 3072               | 128      | 12832           | 534,6667 | 21           | 324                | 13,5     | 23094           | 962,25   |
| 10           | 384                | 16       | 13216           | 550,6667 | 22           | 1528               | 63,66667 | 24622           | 1025,917 |
| 11           | 2448               | 102      | 15664           | 652,6667 | 23           | 348                | 14,5     | 24970           | 1040,417 |
| 12           | 32                 | 1,333333 | 15696           | 654      | 24           | 336                | 14       | 25306           | 1054,417 |

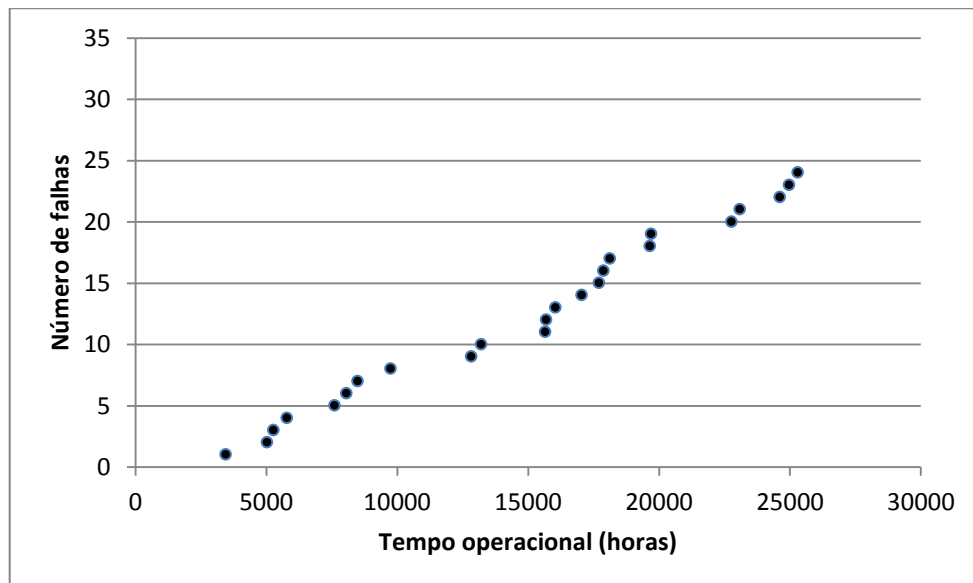


Figura 6.1 – Número de falhas x tempo operacional do compressor

Os parâmetros de escala ( $\alpha$ ) e de forma ( $\beta$ ), correspondem a características do projeto de equipamento e de operação, enquanto que o parâmetro  $q$  corresponde ao nível de melhoria que a atividade de reparo insere ao desempenho do equipamento. A depender da análise de falha (modo de falha, mecanismo da falha, classe de severidade, etc.) e da expectativa sobre a atividade de reparo realizada, pode-se, também, concluir sobre a eficácia da equipe de manutenção a partir do valor de  $q$ . Em geral, o gestor de manutenção não pode alterar  $\alpha$  e  $\beta$  (a não ser por alteração de projeto), mas pode tentar mudar o parâmetro  $q$ , bem como os tempos médios de reparo, com intervenções na equipe de manutenção.

A princípio, estes resultados são apenas parâmetros de entrada do modelo de decisão multiobjetivo. Análises de sensibilidade posteriores podem avaliar o quanto seria interessante gastar em melhorias na equipe de manutenção (mão-de-obra, treinamento, máquinas e materiais) a fim de melhorar os objetivos definidos. Para isso, é preciso se ter uma previsão confiável da mudança do parâmetro  $q$  e dos tempos de manutenção em função dos gastos para melhoria da equipe de manutenção.

As seções seguintes demonstram a aplicação do algoritmo de busca para o modelo de decisão da política de substituição e da quantidade de sobressalente do compressor analisado. Os parâmetros do PRG estimados nesta seção, bem como os parâmetros do problema e de execução AG Multiobjetivo, alimentam o algoritmo de busca de solução.

### 6.2.2 Modelo Multiobjetivo

A formulação das funções objetivo e das restrições do modelo multiobjetivo consiste na definição do problema de decisão multicritério. O problema é definido da seguinte maneira: Pretende-se definir a política de substituição ( $T$  e  $m$ ), e a quantidade de sobressalentes ( $y$ ) a ser comprada no início de um horizonte de missão para um equipamento com cujo comportamento de falha/reparo imperfeito é governado por um PRG com os parâmetros obtidos na seção anterior ( $\alpha = 3072 \text{ hrs} = 4,2667 \text{ meses}$ ,  $\beta = 1,62$  e  $q = 0,7$ ). O tempo de missão do equipamento é de um 4 anos e determinou-se que  $m \in [1, 10]$ . Os valores de cada parâmetro do problema são apresentados na Tabela 6.6. O custo do reparo imperfeito varia com o número de reparos realizados no equipamento, conforme citado em Love *et al* (2000).

Tabela 6.6 – Parâmetros do problema ( modelo multiobjetivo)

| Parâmetro | Valor         |
|-----------|---------------|
| $H$       | 48 meses      |
| $C_{S1}$  | \$ 1.500,00   |
| $C_{S2}$  | \$ 1.900,00   |
| $C_{P1}$  | \$ 1.300,00   |
| $C_{P2}$  | \$ 1.700,00   |
| $C_y$     | \$ 800,00     |
| $g$       | \$ 00,00      |
| $Rep$     | 0,025 meses   |
| $S_{C1}$  | 0,05 meses    |
| $S_{C2}$  | 0,08 meses    |
| $S_{P1}$  | 0,04 meses    |
| $S_{P2}$  | 0,05667 meses |
| $L$       | \$ 10.000     |
| $d$       | 0,9           |

Ainda, o custo do reparo imperfeito varia com a ordem do reparo que está sendo realizado no equipamento. É assumida uma função do custo do reparo imperfeito semelhante à de Love *et al* (2000) com  $C_r(n) = (0,1n^{1,05} + 1)500$ , onde  $C_r(n)$  é o custo do  $n$ -ésimo reparo imperfeito ( $n = 1, \dots, m-1$ ). Uma vez que  $m \in [1, 10]$ , em um ciclo despende-se-á, com reparos imperfeitos, no máximo, o custo de 10 reparos, se for definido que  $m = 10$ . A Tabela 6.7 ilustra o custo do reparo imperfeito, para  $n = 1, \dots, 10$ , e o custo acumulado. Assim, tem-se o modelo multiobjetivo a seguir:

$$\begin{aligned} \text{Min } F1 = & \frac{\sum_{i=1}^{m-1} [(0,1i^{1,05} + 1)500 + (1.300P_{est} + 1.700\bar{P}_{est})] P(t_i < T \cap t_{i+1} \geq T)}{[T + (1,2P_{est} + 1,7\bar{P}_{est})]P(t_m \geq T) + [\tau_m + (1,5P_{est} + 2,4\bar{P}_{est})]P(t_m < T)} \\ & + \frac{\{[0,1(m-1)^{1,05} + 1]500 + (1.5000P_{est} + 1.9000\bar{P}_{est})\}P(t_m < T)}{[T + (1,2P_{est} + 1,7\bar{P}_{est})]P(t_m \geq T) + [\tau_m + (1,5P_{est} + 2,4\bar{P}_{est})]P(t_m < T)} \\ & + (1.300P_{est} + 1.700\bar{P}_{est})P(t_1 \geq T) \end{aligned}$$

$$\text{Min } F2 = \sum_{i=0}^{m-1} i \times P(t_{i+1} \geq T \cap t_i < T) + m \times P(t_m < T)$$

$$\text{Min } F3 = \int_T^{\infty} (t - T)f_{t_m}(t)dt$$

$$\text{Max } F4 = \frac{\sum_{i=0}^{m-1} (T - 0,75i)P(t_i < T \cap t_{i+1} \geq T) + [\tau_m - (m-1)\bar{R}]P(t_m < T)}{[T + (1,2P_{est} + 1,7\bar{P}_{est})]P(t_m \geq T) + [\tau_m + (1,5P_{est} + 2,4\bar{P}_{est})]P(t_m < T)}$$

$$\text{Min } F5 = 800y$$

S/A:

$$y \geq \text{menor inteiro da razão } 30/T + 1,5$$

$$800y \leq 10.000$$

$$\frac{\sum_{i=0}^{m-1} (T - i2)P(t_i < T \cap t_{i+1} \geq T) + [\tau_m - (m-1)\bar{R}]P(t_m < T)}{[T + (1,2P_{est} + 1,7\bar{P}_{est})]P(t_m \geq T) + [\tau_m + (1,5P_{est} + 2,4\bar{P}_{est})]P(t_m < T)} \geq 0,85$$

$$T, m > 0; y \geq 0$$

Tabela 6.7 – Custos dos reparos imperfeitos para o problema proposto.

| Nº de reparos | Custo unitário do reparo | Custo acumulado |
|---------------|--------------------------|-----------------|
| 1             | 550                      | 550             |
| 2             | 603,5264924              | 1153,526492     |
| 3             | 658,4700963              | 1811,996589     |
| 4             | 714,3546925              | 2526,351281     |
| 5             | 770,9495967              | 3297,300878     |
| 6             | 828,1170643              | 4125,417942     |
| 7             | 885,7651104              | 5011,183053     |
| 8             | 943,8277888              | 5955,010841     |
| 9             | 1002,255428              | 6957,26627      |

### 6.2.3 Solução por Simulação e Algoritmo Genético

O algoritmo de busca de solução pela combinação de Algoritmos Genéticos com Simulação Discreta de Eventos, apresentado nas seções 5.3 e 5.4, foi aplicado para o problema definido na seção anterior. O algoritmo foi implementadas em linguagem de programação C++ e os parâmetros de execução são apresentados na Tabela 6.8. Para geração da população inicial foi considerado os seguintes intervalos para as variáveis de decisão:

- $1 \leq T \leq 48$ : O tempo de missão é de 4 anos, mas pretende-se definir intervalos de substituição em meses. Quando  $T$  é muito próximo de 48, tem-se uma política de substituição por falha, já que, provavelmente, o equipamento sempre será substituído em  $tm$ , ou seja, na  $m$ -ésima falha;

- $0 \leq y \leq 12$ : O custo de compra dos sobressalentes não pode ser superior ao valor em caixa ( $L = \$ 10.000,00$ ). Como  $(L - s)/C_y = 12,5$ , então  $y$  não pode ser superior a 12. Esta definição para o intervalo de busca de  $y$  garante que todas as soluções avaliadas atendam à restrição de orçamento;
- $1 \leq m \leq 10$ : Observando os parâmetros do PRG, valores de  $m$  superiores a 10 corresponderia ao problema clássico de substituição com itens sujeitos a reparos imperfeitos, como em Kijima (1988), já que o equipamento sempre seria substituído em  $T$ . Se  $m = 1$ , tem-se uma política clássica de substituição por idade.

Tabela 6.8 – Parâmetros do AG Multiobjetivo

| Parâmetros de alimentação do AG Multiobjetivo e da SDE | Valor |
|--------------------------------------------------------|-------|
| Tamanho da população                                   | 200   |
| Número de gerações                                     | 400   |
| Probabilidade de Crossover                             | 0,95  |
| Probabilidade de Mutação                               | 0,1   |
| Número de variáveis submetidas ao Crossover            | 1     |
| Número de simulações                                   | 1000  |

O algoritmo encontrou 288 soluções não dominadas. No Apêndice B é possível visualizar todas as soluções não dominadas obtidas e os respectivos valores das funções objetivo. Devido ao grande número de funções objetivo, não é possível mostrar visualmente a fronteira de Pareto obtida, ou seja, a plotagem das soluções não dominadas no espaço das funções objetivos pertencente ao  $\Re^5$ . Todavia, é possível plotar, em um gráfico de dispersão bidimensional, cinco pares ordenados por solução, onde cada ponto representa o valor de uma função objetivo daquela solução. Isto pode ser observado na Figura 6.2, com valores normalizados para as funções objetivo, onde o melhor valor é 1 e o pior é 0, tanto para objetivos de minimização como maximização.

Do gráfico da Figura 6.2 observa-se que as soluções possuem ou bons ou ruins valores para a Taxa Média de Custo de Manutenção, com poucos valores intermediários. Nota-se que as funções F1 e F4 possuem uma correlação direta, assim como as funções F2 e F3. Porém, a medida que a taxa de Custo e a Disponibilidade crescem, a Vida Residual e o N° Esperado de Falhas decrescem suavemente. Quanto ao valor da função orçamento, não há um padrão de comportamento aparente com valores bem distribuídos entre as soluções.

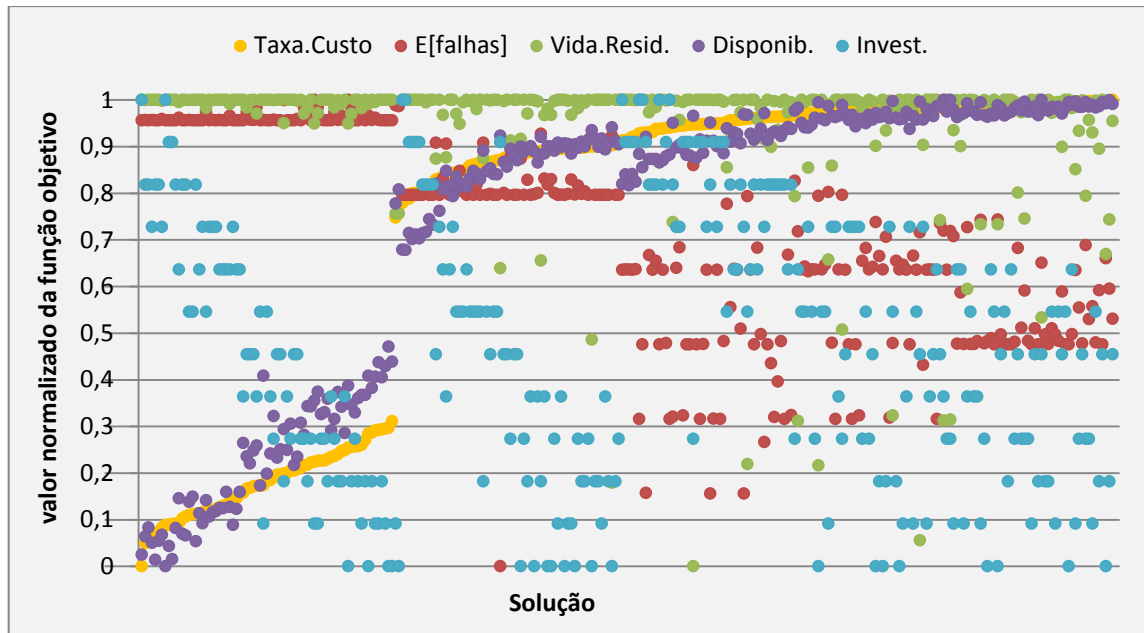


Figura 6.2 – Valores normalizados das funções objetivo para cada uma das 288 soluções não dominadas.

#### 6.2.3.1 Análise da influência da qualidade do reparo

A fim de analisar o impacto de diferentes tipos de ação de manutenção corretiva nas decisões, o mesmo exemplo de aplicação foi resolvido três vezes cada um considerando um tipo de reparo (mínimo, imperfeito e perfeito) como mencionado em capítulos anteriores o parâmetro de rejuvenescimento é a 1 quando o equipamento é sujeito a um reparo mínimo e igual a zero quando há reparos perfeitos. Para o reparo imperfeito foi-se adotado  $q = 0,5$ . A Tabela 6.9 mostra o número de soluções não dominadas em cada situação e a Tabela 6.10 ilustra os parâmetros do AG Multiobjetivo. As Figura 6.3, Figura 6.4 e Figura 6.5 mostram o mesmo tipo de gráfico da Figura 6.2 para os três novos exemplos. A fim de compara os gráficos foi-se determinado o mesmo parâmetro de normalização para os três casos, que correspondem os melhores e piores valores de cada função objetivo comparando-se os três conjuntos de soluções, é plotou-se os pontos de forma crescente para a função custo.

Tabela 6.9 – Resultados do exemplo de aplicação considerando diferentes tipos de reparo.

| $q$ | número de soluções não dominadas |
|-----|----------------------------------|
| 0   | 356                              |
| 0,5 | 144                              |
| 1   | 139                              |

Tabela 6.10 – Parâmetros do AG Multiobjetivo para o exemplo de aplicação considerando diferentes tipos de reparo.

| Parâmetros de alimentação do AG Multiobjetivo e da SDE | Valor |
|--------------------------------------------------------|-------|
| Tamanho da população                                   | 100   |
| Número de gerações                                     | 200   |
| Probabilidade de Crossover                             | 0,95  |
| Probabilidade de Mutação                               | 0,1   |
| Número de variáveis submetidas ao Crossover            | 1     |
| Número de simulações                                   | 1000  |

Na maioria dos trabalhos correlatos observa-se que a consideração de um maior grau de eficácia da manutenção conduz a um maior número de soluções não dominadas para o mesmo problema, como se verificou na Tabela 6.9, apesar desta relação não ser logicamente provada para todos os tipos de problema de otimização da manutenção multiobjetivo. Todavia, para um mesmo valor de  $T$ ,  $y$  e  $m$  espera-se que os valores das funções Taxa Média de Custo de Manutenção e N° Médio de falhas sejam menores quanto melhor for a eficácia do reparo (mais próximo de zero) enquanto que a disponibilidade e a vida residual sejam maiores, já que os intervalos entre falhas são maiores, resultando em menos eventos de falhas e consequentes paradas e custos com reparo. Todavia o tempo da  $m$ -ésima falha tende a ser maior, aumentando a função Vida Residual. Logicamente, o padrão aleatório dos valores de orçamento deve permanecer, dependendo apenas de  $y$  e não da eficácia do reparo.

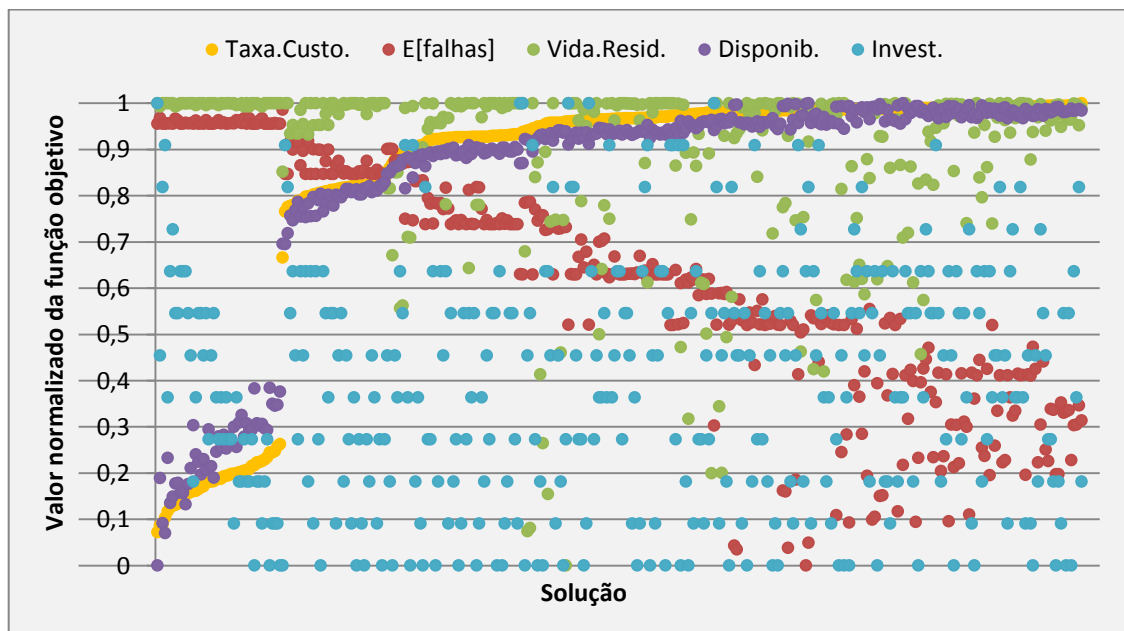


Figura 6.3 - Valores normalizados das funções objetivo para as soluções do problema com  $q = 0$ .

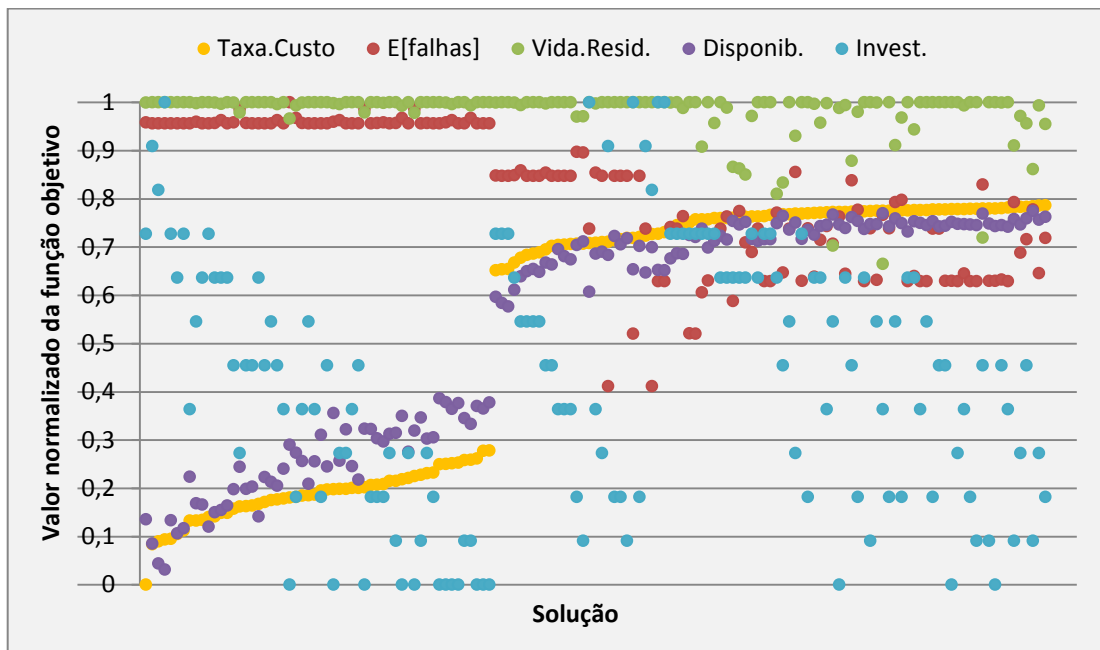


Figura 6.4 – Valores normalizados das funções objetivo para as soluções do problema com  $q = 1$ .

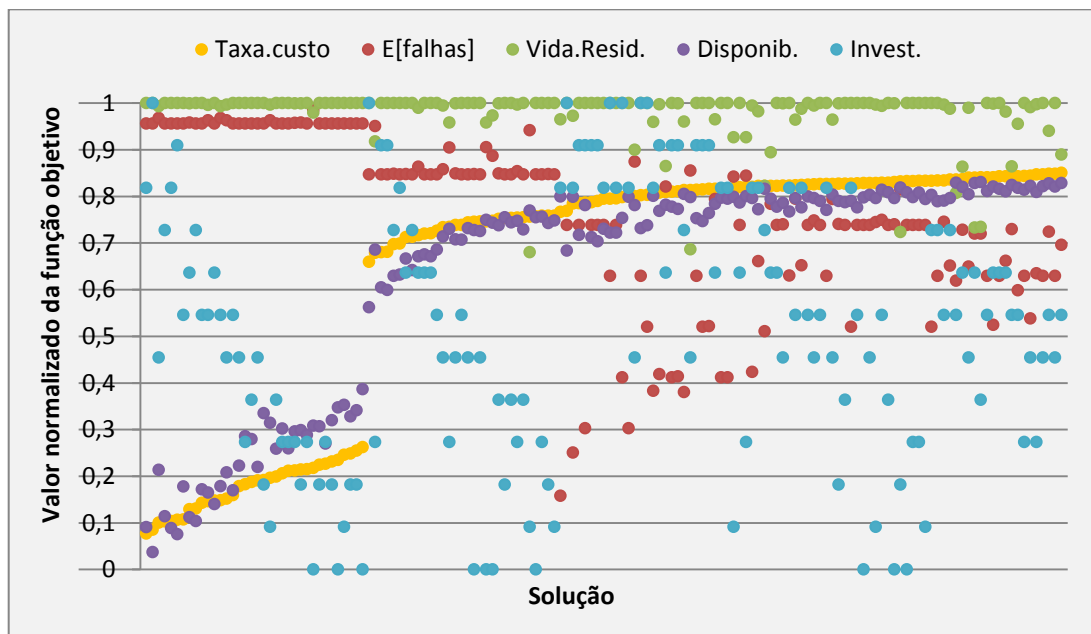


Figura 6.5 – Valores normalizados das funções objetivo para as soluções do problema com  $q = 0,5$ .

Das Figura 6.3, Figura 6.4 e Figura 6.5 pode-se verificar essas a expectativa citada, com melhores valores de custo e disponibilidade para o problema com  $q = 0$ , enquanto que, o problema com  $q = 1$  possui melhores valores de vida residual e piores valores de custo e disponibilidade, não ultrapassando 0,8. Ainda, os parâmetros utilizados para a normalização das escalas também são indícios dos comportamentos das funções objetivo em relação à eficácia do reparo conforme citado, já que os melhores valores de taxa de custo e disponibilidade ocorreram para o reparo perfeito, assim como o pior valor de vida residual. O oposto ocorreu para o problema com reparos mínimos. Para o reparo imperfeito observou-se um comportamento intermediário e os valores de orçamento foram os mesmos para os três casos, como esperado. Também se notam as mesmas correlações observadas no exemplo de aplicação.

Vale frisar que, em situações reais, se for possível realizar diferentes ações de reparo para uma mesma falha ou influenciar a qualidade da ação realizada (treinamento, contratação ou demissão de mão-de-obra, compra de novos materiais e ferramentas, etc.) de forma a alterar a eficácia do reparo realizado, espera-se que a eficiência também seja alterada. Ou seja, boas ações de reparo tendem a ser mais demoradas, enquanto que reparos mínimos são realizados mais rapidamente. Desta forma, as variações dos valores das funções objetivo podem não ser verificadas na prática. Todavia, a análise é válida para demonstrar possíveis desvios das soluções reais que podem ser obtidos com hipóteses irreais sobre o impacto do reparo no sistema.

Se for possível obter uma estimação da mudança do parâmetro  $q$  e dos tempos de manutenção em função dos gastos despendidos para melhoria da equipe de manutenção (mão-de-obra, treinamento, máquinas e materiais), pode-se executar novamente o modelo multiobjetivo, considerando os novos parâmetros, a fim de realizar análises de sensibilidade para avaliar o quanto seria interessante gastar em melhorias na equipe de manutenção a fim de melhorar os objetivos definidos.

#### 6.2.4 Análises e seleção das soluções

Deb (2001) aponta as duas etapas necessárias para resolver problemas de tomada de decisão multicritério, quando o conhecimento acerca das preferências do tomador de decisão é limitado: (I) obter um conjunto finito de soluções não dominadas, aproximando a fronteira de Pareto; e (II) escolher, dentre as soluções obtidas, aquela mais adequada em relação às preferências do tomador de decisão.

De fato os processos de avaliação de preferências são complexos por incluir processos subjetivos e psicológicos ao modelo, havendo diversas controvérsias que põe em dúvida a qualidade dos pesos e utilidades eduzidos. Esta é uma das razões para qual há autores, como Deb (2001), que defendem a aplicação das preferências após a obtenção de uma amostra da fronteira de Pareto, a fim de evitar soluções ruins e “arrependimentos” devido às complicações dos processos de educação das preferências. Diversas técnicas têm sido estudadas na literatura para selecionar e escolher soluções dentro da fronteira de Pareto.

Não é objetivo, desta dissertação, propor ou avaliar métodos de escolha de solução única. Todavia, para o problema proposto, algumas considerações podem ser adotadas para “enxugar” o conjunto de soluções não dominadas e facilitar o processo de escolha de solução, que são úteis para casos práticos, sem comprometer a qualidade dos resultados. Por exemplo, podem-se excluir as soluções com valores de Taxa de Custo abaixo de 0,5, na escala normalizada, garantindo apenas boas soluções em termos de custo de manutenção e disponibilidade sem afetar os objetivos de mínimo nº esperado de falhas e mínima vida residual, conforme comportamento observado nos gráficos da seção 6.2.3. Também, pode-se executar o algoritmo  $n$  vezes e considerar apenas as soluções que se repetem, no mínimo,  $(n/2 + 1)$  vezes, diminuindo o conjunto Pareto-Ótimo obtido e evitando a seleção de soluções dominadas cuja relação de dominância não é verificada em uma execução do algoritmo devido à natureza probabilística do AG ou à influência da SDE.

No problema estudado, a função disponibilidade e a função orçamento são, ao mesmo tempo, objetivos e restrições. Esta característica traz algumas particularidades ao processo de busca de soluções e podem ser analisadas para escolha de soluções dentro do conjunto ótimo de Pareto, conforme discussão da subseção a seguir.

#### 6.2.4.1 Análises sobre a Disponibilidade e o Investimento

No modelo proposto, a disponibilidade e o investimento são critérios de otimização e restrições do problema. De fato, em casos reais pretende-se gastar o mínimo possível e manter o sistema disponível o máximo possível. Todavia, pode não ser tolerável, para os prazos e níveis de demanda do sistema, que o mesmo opere a um baixo nível de disponibilidade, mesmo que isto signifique melhores soluções para os demais objetivos. Da mesma forma, pode-se não ter fundo suficiente para comprar mais do que determinada quantidade de sobressalente no início do horizonte de planejamento. Para o AG Multiobjetivo, isto significa restringir o espaço de busca e avaliação de *fitness*.

Naturalmente, podem existir soluções que são não dominadas, e, portanto, pertencente ao conjunto Pareto-Ótimo, por apresentarem um valor alto de disponibilidade ou um valor baixo de investimento. Entretanto, a depender do motivo em se definir os limites toleráveis de tais funções, todas as soluções com valor de disponibilidade acima do mínimo aceitável e com orçamento abaixo do máximo disponíveis podem ser consideradas como boas soluções, em termos de disponibilidade e investimento.

Por exemplo, suponha uma solução viável com  $y = 0$ . Obviamente, soluções com  $y > 0$  não podem dominar soluções em que  $y = 0$ , assim, tal solução só pode ser dominada por outras soluções viáveis em que  $y = 0$ . Pode existir, todavia, uma solução muito melhor, avaliando-se os demais objetivos, mas com  $y = 1$ . Logicamente, esta segunda solução deve ser preferida. Da mesma forma, pode existir uma solução com valor de disponibilidade muito próximo a 100%, mas com valores ruins para os demais objetivos. Se for considerado, por exemplo, que uma disponibilidade superior a 90% satisfaz ao desempenho necessário da operação, tal solução pode ser abandonada.

Em resumo, quando uma função objetivo possui limitações de busca dentro do domínio da função, é preferível defini-las apenas como restrições, a fim de otimizar o processo de busca de soluções e melhorar a qualidade do conjunto ótimo de Pareto, onde, para o lado direito da restrição, deve-se determinar valores de modo que as soluções viáveis possam ser consideradas indiferentes dentro deste intervalos, avaliando-se os critérios restritivos, e diminuindo, assim, o número de objetivos e soluções não dominadas do modelo. Se não há, no momento da decisão, uma oportunidade muito boa de investir o valor monetário restante da compra de sobressalente e se a disponibilidade mínima tolerável ser suficiente para a missão do sistema, então, no problema estudado, a disponibilidade e o orçamento podem ser tratados apenas como restrições sem comprometer a qualidade das soluções.

O modelo proposto foi aplicado mais três vezes para o exemplo estudado (com  $q = 0,7$ ), retirando-se as funções disponibilidade e orçamento dentre os critérios de otimização, ou uma, ou outra, ou ambas. Foram utilizados os mesmos parâmetros da Tabela 6.10. A Tabela 6.11 resume os resultados e as Figura 6.6 e Figura 6.7 e Figura 6.8 ilustram os gráficos das soluções não dominadas, respectivamente, para os casos em que ou a função disponibilidade (Caso 1) ou a função investimento (Caso 2), ou ambas as funções (Caso 3), não é considerada critério de otimização. Quando ambas as funções são desconsideradas, na avaliação de dominância, a fronteira de Pareto, então ser observada visualmente, já que corresponde a um gráfico tridimensional. A Figura 6.9 ilustra a fronteira de Pareto para o caso 3.

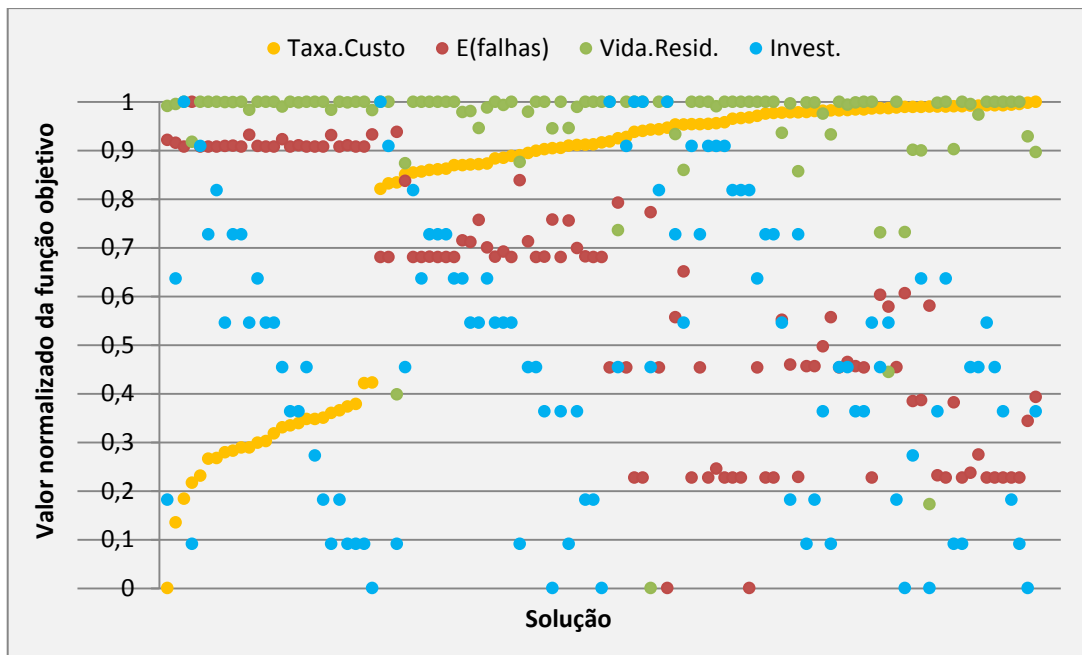


Figura 6.6 – Valores normalizados das funções objetivo para as soluções do Caso1.

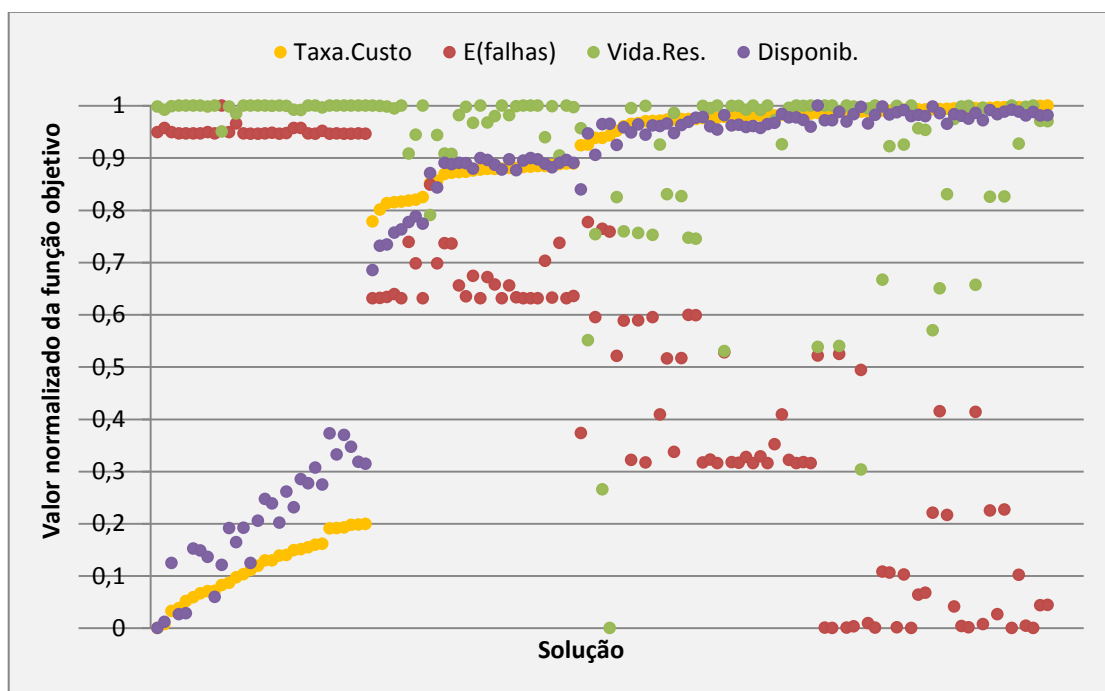


Figura 6.7 – Valores normalizados das funções objetivo para as soluções do Caso 2.

O padrão do comportamento dos valores das funções objetivo permaneceu o mesmo em comparação com o problema original, com a taxa de custo e a disponibilidade,

aproximadamente, diretamente proporcionais entre si e inversamente proporcionais com o nº esperado de falhas e a vida residual, enquanto que o investimento permanece bem distribuído. Esta última constatação deve ser a principal razão que explica a menor redução do conjunto ótimo de Pareto em relação ao problema original no caso em que o investimento não é critério de otimização, já que o seu comportamento dispersivo não deve alterar relevantemente as relações de dominância quando da sua desconsideração conquanto critério de otimização.

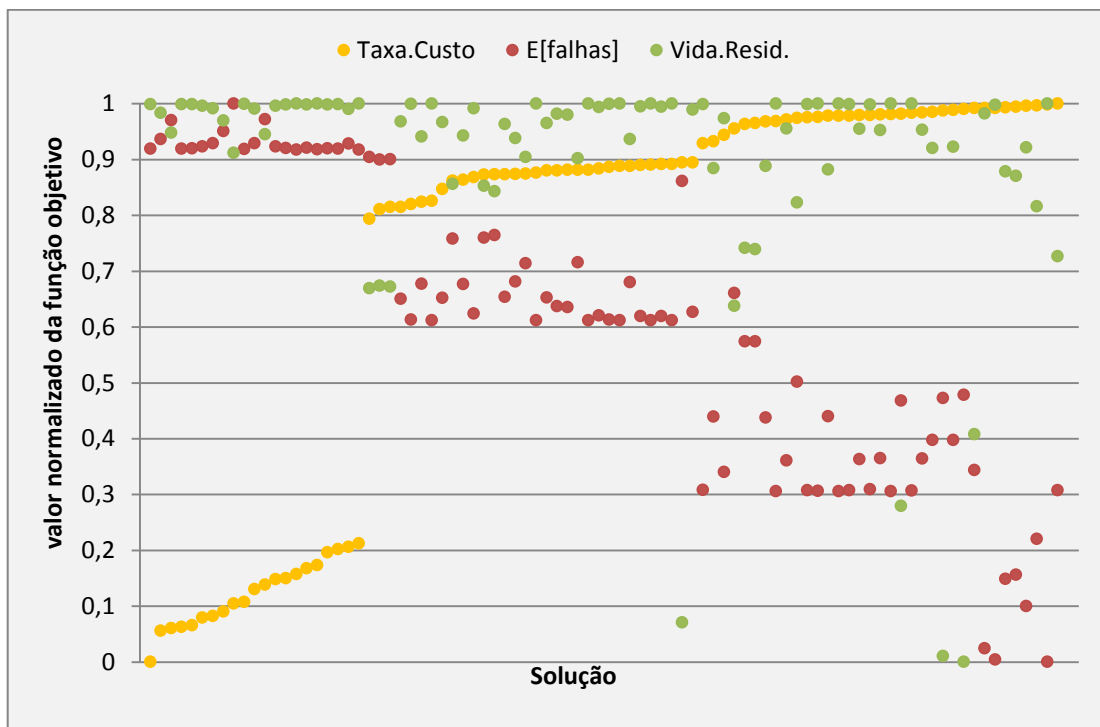


Figura 6.8 - Valores normalizados das funções objetivo para as soluções do Caso 3.

Tabela 6.11 – Resultados para os casos em que a disponibilidade e/ou o orçamento não são critérios de otimização.

| Critérios desconsiderados      | Soluções não dominadas | Redução do conjunto Pareto-Ótimo em relação ao problema original |
|--------------------------------|------------------------|------------------------------------------------------------------|
| Investimento                   | 125                    | $288 - 125 = 163$                                                |
| Disponibilidade                | 107                    | $288 - 107 = 181$                                                |
| Disponibilidade e investimento | 88                     | $288 - 88 = 200$                                                 |

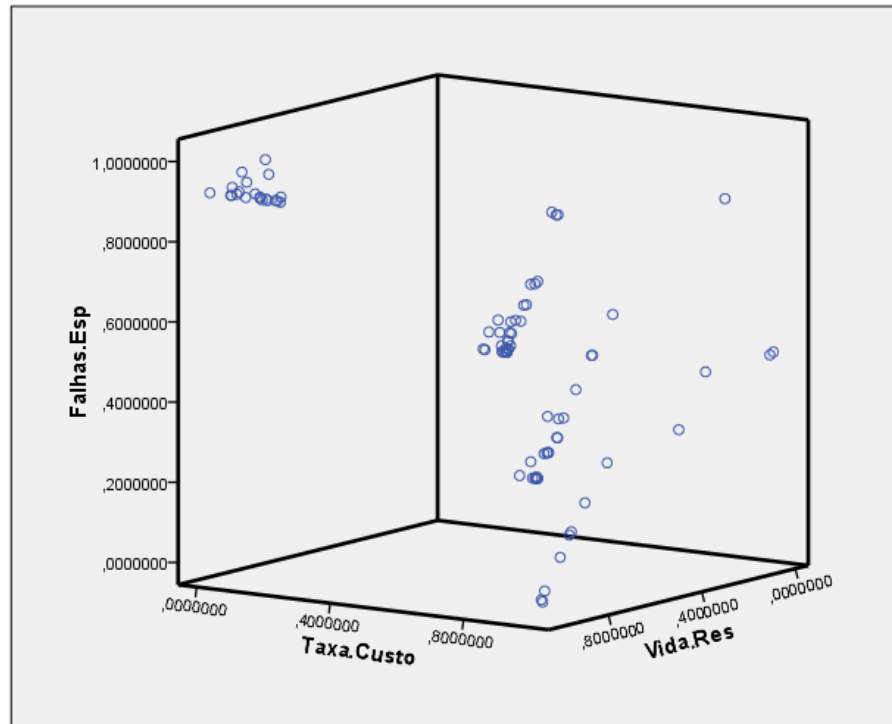


Figura 6.9 – Fronteira de Pareto do Caso 3.

#### 6.2.4.2 Escolha de uma solução única

De posse do conjunto de soluções não dominadas diversas técnicas podem ser aplicadas, considerando ou não as preferências do decisor, a fim de selecionar uma solução única. No setor de investimento, estudam-se técnicas de tomada de decisão sequencial, de modo que a escolha de hoje influencie nas alternativas do futuro. Nossohi & Hejazi (2011) aplicaram um método MinMax para evitar soluções ruins, onde seleciona-se o pior valor de cada solução, dentre os valores normalizados das funções objetivos, e escolhe-se a solução com o maior valor entre os valores anteriormente selecionados. É possível, também, aplicar os métodos clássicos de pesos e utilidades.

Retirando a disponibilidade e o investimento dos objetivos, como nos resultados da subseção anterior, pode-se, posteriormente, escolher a melhor solução com base na máxima disponibilidade ou no mínimo orçamento. Esta lógica de escolha de uma única solução foi aplicada para o conjunto ótimo de Pareto obtido na subseção 6.2.4.1 para o caso em que a disponibilidade e o investimento, ambos, não correspondem a critérios de decisão. Uma vez que os valores do investimento são proporcionais a  $y$ , diversas soluções podem ter o investimento mínimo, assim, a solução única foi obtida de duas maneiras: (i) obtendo o

conjunto das soluções de investimento mínimo e, em seguida, escolhendo a solução com máxima disponibilidade (**Solução 1**) e (ii) escolhendo, diretamente do conjunto Pareto-Ótimo, a solução de máxima disponibilidade (**Solução 2**).

A Tabela 6.12 resume os resultados para cada lógica de solução. Naturalmente, a **Solução 1** é melhor em termos de investimento do que a **Solução 2**, mas é pior com relação à disponibilidade. Por fim, as soluções poderiam, então, ser analisadas pelo decisor para escolha da solução final, sem a necessidade de estimação de pesos ou utilidades, já que são apenas duas soluções. Todos os experimentos foram realizados em um PC com sistema operacional Windows®, processador 2.5 GHz e 3GB de memória RAM.

*Tabela 6.12 – Soluções com base no investimento mínimo e na disponibilidade máxima.*

| Solução     | Variáveis de decisão |     |     | Funções Objetivo |             |             | Disponib.   | Invest. |
|-------------|----------------------|-----|-----|------------------|-------------|-------------|-------------|---------|
|             | $T$                  | $y$ | $m$ | Taxa.Custo       | E(falhas)   | Vida.Resid. |             |         |
| (Solução 1) | 18                   | 3   | 3   | 378,0427548      | 2,993238786 | 0,007814908 | 0,9839168   | 2400    |
| (Solução 2) | 9                    | 12  | 5   | 346,9039011      | 2,876700962 | 3,551494833 | 0,987278432 | 9600    |

## 7 Conclusões

O objetivo geral principal deste trabalho consiste em mostrar caminhos robustos para a modelagem de problemas de otimização da manutenção, em termos de representatividade do modelo e qualidade da solução final. Para tanto, foi exibida uma abordagem multiobjetivo para decisão simultânea da política e de manutenção e da quantidade de sobressalentes a ser comprada no início de um horizonte de planejamento para sistemas sujeitos a reparos imperfeitos modelados segundo um Processo de Renovação Generalizado. A solução foi obtida pela combinação emergente de Algoritmos Genéticos com a Simulação Discreta de Eventos, mais especificamente a técnica de Simulação Monte Carlo.

A princípio, cinco objetivos foram considerados, representando funções de interesse para o decisor em casos reais. A taxa de custo de manutenção e a disponibilidade do sistema estão entre os principais critérios de decisão em manutenção por se relacionarem com os objetivos diretos das atividades de manutenção. A minimização do número de falhas traduz objetivos de segurança e desempenho. A utilização de modelos de idade virtual, e considerando taxas de falha crescentes (adequado a sistemas sujeitos a desgaste), a grande ocorrência de falhas pode significar baixo desempenho, além de que a grande quantidade de paradas pode traduzir em atrasos e de entrega. A vida residual fala de custos de desperdício de oportunidade e o investimento, além de minimizar o orçamento, reflete na diminuição de custos de manutenção do estoque de sobressalente. O intervalo de substituição, o número limite de reparos imperfeitos e a quantidade de sobressalente foram considerados como variáveis de decisão.

No capítulo 2 foram expostos conceitos básicos necessários à compreensão do modelo desenvolvido. Objetivando realizar uma revisão bibliográfica sobre o tratamento de problemas semelhantes ao estudado, o capítulo 3 trouxe uma discussão sobre a modelagem de sistemas reparáveis e modelos de otimização da manutenção, destacando tendências, adequações e inadequações para cenários reais, que serviram de base para a elaboração do modelo proposto. O capítulo 4 apresenta o modelo desenvolvido demonstrando sua adequação ao problema definido. As seções 4.1 e 4.2 apresentaram o problema definido e as funções de interesse. A seção 4.3 apresenta o método de estimação dos parâmetros do PRG. As seções 4.4 e 4.5 apresentam o algoritmo de busca de soluções não dominadas via AG e SDE. A seção 4.6 e o capítulo 5 apresentaram exemplos numéricos para integração e validação do modelo e discussão de resultados.

Em se tratando de sistemas reparáveis, a maior parte dos modelos de reparo imperfeito mais comumente utilizados, como o *Quasi-Renewal Process* e a regra  $(p, q)$  não tratam de forma adequada este tipo de reparo. De uma forma geral, possuem limitações que se resumem ao fato de serem binários em relação ao impacto do reparo no desempenho do sistema, considerando que são ou perfeitos ou mínimos, tendo aplicações restritas em sistemas complexos por não representar fidedignamente as políticas de manutenção. Modelos de idade virtual, como o PRG, conseguem representar reparos imperfeitos propriamente ditos.

Entre as principais vantagens do PRG pode-se citar sua flexibilidade para tratar os diferentes tipos de reparo (inclusive os reparos mínimo e perfeito), além de agregar estimativas de eficácia do serviço prestado pela equipe de manutenção para um reparo específico. Deve-se ter bem claro que a eficácia da manutenção está relacionada ao tipo de reparo e, portanto, uma análise de falhas e modos de falha deve ser realizada para comparar equipes de manutenção, de modo que a mesma intensidade de falha seja considerada na previsão dos eventos futuros.

Jacopino (2005) e Mettas & Zhao (2005) citam que, a depender do nível de complexidade do sistema, existe um modelo de PRG mais adequado. Convencionalmente, o modelo *Kijima Tipo I* é mais adequado a equipamentos, enquanto que o *Kijima Tipo II* é mais adequado a sistemas complexos. Ainda, há diferentes métodos de estimação dos parâmetros do PRG, com aplicações adequadas em diferentes ponderações e qualidade de dados disponíveis. Recente ênfase no uso de análises baseadas no desempenho para operação e regulação de sistemas complexos de engenharia, como nas indústrias de processo, requer o uso de modelos sólidos para predição de falhas baseado em desempenhos passados. A solução do PRG em função da máxima verossimilhança é uma eficiente abordagem.

Dentro do âmbito das análises RAM, é também importante e emergente realizar análises de falhas, classificando e identificando possíveis modos de falha, suas causas e mecanismos, bem como suas consequências deletérias, a fim de obter uma mais detalhada análise de confiabilidade e disponibilidade dos sistemas, principalmente os multicomponentes, a fim de aplicar adequadamente cada modelo de estimação de parâmetros e de decisão. Esse tipo de técnica é chamado, na gestão da manutenção, de Manutenção Centrada em Confiabilidade, sendo, também útil para dirigir melhores ações de manutenção, além de simplesmente avaliar o estado futuro do sistema.

O tratamento das hipóteses irreais para modelar o comportamento da confiabilidade dos sistemas, como a utilização do PRG, a inexistência de hipóteses simplificadoras e a grande

quantidade de variáveis e de funções objetivo, exige um maior grau de complexidade na modelagem e na busca de soluções para problemas de decisão da manutenção. Problemas complexos podem representar mais fidedignamente o cenário real, mas tendem ser difíceis de modelar e de obter uma expressão analítica para encontrar a solução ótima. Neste sentido, uma combinação de SDE e AG tem se mostrado importante, mudando a visão da otimização da manutenção (Sharma, 2011).

A utilização da SDE permite obter boas aproximações das funções e expressões presentes no modelo sem uma forma analítica de resolução (a técnica Monte Carlo, especialmente, é muito utilizada para estimar valores de funções complexas). Algoritmos de SDE utilizados para inferência dos valores das funções objetivo possuem boa interface com o AG, já que este último depende apenas do valor de *fitness* de cada indivíduo da população, o que pode ser otimamente aproximado por SDE para. A utilização da simulação dispensa a necessidade de assumir hipóteses simplificadoras como o desprezo dos atrasos de manutenção, intervalo entre falha e detecção, além de hipóteses de reparo mínimo ou perfeito, permitindo replicar diversas situações difíceis de modelar matematicamente, resultando em modelos mais próximos da realidade.

A utilização de modelos com grande quantidade de funções objetivo e restrições, bem como variáveis, necessita de técnicas de busca de solução que amostram otimamente a fronteira de Pareto, dada uma quantidade finita de recursos computacionais. Amostragem otimamente implica em obter e manter soluções não dominadas que se distribuam uniformemente por toda a fronteira de Pareto. Esta é a principal razão pela qual as heurísticas populacionais probabilísticas são reconhecidas como as mais adequadas para a busca de solução de problemas de otimização multiobjetivo de elevada dimensão, dentre as quais o AG Multiobjetivo está entre as mais competitivas.

Como demonstrado no caso de validação, o AG multiobjetivo proposto foi capaz de fornecer soluções muito próximas da fronteira real de Pareto, amostrando cerca de 90 % das soluções exatas de Pareto para população ( $P$ ) de tamanho 100 e número de gerações ( $N_{gen}$ ) igual a 200, chegando à amostragem de 100% das soluções não dominadas quando  $P = 150$  e  $N_{gen} = 250$ . Além disso, foi também afirmada a eficiência do algoritmo de SDE, mais especificamente a técnica Monte Carlo, e do método de penalização, utilizado para aproximar os valores da função objetivo, pela exatidão do conjunto Pareto-Ótimo obtido e pelo desvio absoluto observado em relação aos valores reais.

Os exemplos de aplicação do capítulo 5 demonstraram que, para os parâmetros do problema considerados, a disponibilidade cresce à medida que a taxa de custo de manutenção também cresce, para cada solução não dominada, enquanto que a vida residual esperada e o  $n^\circ$  esperado de falhas decrescem suavemente, principalmente o segundo, mas, a maioria das soluções não dominadas possui um bom valor de vida residual esperada. A função investimento varia dispersamente entre as soluções de acordo com o valor de  $y$ , não tendo um padrão aparente de comportamento em relação aos demais objetivos.

Foi observado que, a consideração de reparos perfeitos conduz a soluções com melhores valores de taxa de custo e disponibilidade, porém em piores valores para a vida residual esperada. Para o reparo mínimo ocorre o oposto e o reparo imperfeito se encontra em uma posição intermediária. A função investimento permanece com um comportamento disperso para cada tipo de reparo, dependendo apenas da quantidade de sobressalente. Também foi observado que o número de soluções não dominadas aumenta quanto melhor for a eficácia das atividades de reparo.

Como analisado no capítulo 5, vale ressaltar que, na otimização multicritério da manutenção, algumas funções, como a disponibilidade e o investimento, podem ser consideradas como objetivos e/ou restrição. A consideração de ambos restringe o espaço de busca, aumentando a velocidade do algoritmo. Ainda, se a diferenças de valores para tais funções dentro do conjunto admissível for possível de ser considerado indiferente, em termos de preferência, para o decisor, é preferível considerar tais funções apenas como restrições do modelo, pois, dessa forma, é possível “enxugar” o conjunto de soluções não dominadas, de forma a facilitar o processo de aplicação da preferência do decisor dentre as soluções não dominadas do conjunto Pareto-Ótimo.

## 7.1 Propostas de Trabalhos Futuros

Para trabalhos futuros propõe-se obter algoritmos para simulação de reparos imperfeitos do *Tipo II*, modelar as funções objetivo considerando múltiplos modos de falha, considerar intervalos de manutenções preventivas, incluir outras variáveis de decisão que podem ser interessantes para decisões em políticas de substituição com reparos imperfeitos, como o dimensionamento de equipes de manutenção e a alocação de redundâncias.

Para modelar reparos imperfeitos do *Tipo II*, basta utilizar um método de estimação dos parâmetros PRG para modelos *Kijima Tipo II*, como o trabalho de Mettas e Zhao (2005), os quais desenvolveram um modelo baseado em Estimadores de Máxima Verossimilhança para

solucionar reparos imperfeitos do *Tipo II*, ou propor um método de estimação, a depender das características dos dados disponíveis, por exemplo, para os modelos bayesianos desenvolvidos por Groen (2002) e Moura *et al* (2007). Além disso, é também preciso modificar a equação da Transformação Inversa para geração dos tempos de falha, de forma que a atuação do parâmetro  $q$  esteja relacionada ao modelo *Kijima Tipo II*.

A consideração de distintos modos de falha pode ser feita gerando tempos de falha para cada modo de falha considerado. Os tempos gerados devem ser comparados entre si e com o intervalo de substituição. Se os modos de falha forem dependentes, deve-se considerar diversos parâmetros de rejuvenescimento para um modo de falha,  $q_{MFij}$ , o qual corresponde à redução à distribuição de probabilidade do modo de falha  $i$  devido ao reparo realizado para correção do modo de falha  $j$ , onde  $i = 1, \dots, k$  e  $j = 1, \dots, k$  ( $k$  é o número de modos de falha considerados). Uma alternativa é estimar as probabilidades de falha via riscos competitivos considerando reparos imperfeitos. A consideração de mais de um modo de falha é mais adequada para modelos de substituição com reparos imperfeitos, pois modos de falha incipientes e degradantes podem não necessitar de substituição, sendo esta mais aconselhada para falhas críticas.

Se for considerada a possibilidade de manutenções preventivas, os tempos de falha gerados devem ser comparados, primeira, com os instantes de prevenção antes da substituição. Podem-se considerar manutenções preventivas imperfeitas, devendo-se estimar os parâmetros  $q_{mp}$  e  $q_{mc}$ , que correspondem, respectivamente, à eficácia da manutenção preventiva e da manutenção corretiva. Intervalos de inspeção podem ser considerados, neste caso  $q_{mp}$  assume o valor 1, normalmente. Para inspeções, deve-se também incluir o nível de deterioração observado, o qual deve ser utilizado para uma nova estimação do instante da falha e possível modificação do intervalo de substituição. Os intervalos das manutenções preventivas e/ou inspeções podem ser considerados como variáveis de decisão do modelo.

O dimensionamento de equipes de manutenção deve incluir estimações dos tempos médios das manutenções e do parâmetro  $q$  para cada solução de dimensionamento possível. Um valor de retorno de investimento em mão-de-obra, ou um objetivo de minimização dos custos de mão-de-obra, pode ser incluído no modelo. Para a alocação de redundâncias, basta-se gerar os tempos dos  $m$  equipamentos em redundância para se caracterizar a falha. Nestes casos, os tempos de reparo e/ou substituição podem não corresponder às paradas do sistema, mas podem ser considerados como o tempo em que os equipamentos não falhos devem permanecer operando para que o sistema não falhe.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- ALMEIDA, A. T.; SOUZA, F. M. C., org. Gestão da Manutenção; Na direção da competitividade. Recife, PE, Brasil, Editora Universitária/UFPE, 2001.
- ASCHER, H.; FEINGOLD, H. *Repairable Systems Reliability; Modeling, Inference, Misconceptions and Their Causes*. New York, Marcel Dekker, 1984. (Lecture Notes in Statistics, v. 7).
- AVEN, T.; JENSEN, U. *Stochastic models in Reliability*. New York, Springer, 1999.
- AZEVEDO, R. V. Elaboração de um Banco de Dados de Confiabilidade para a indústria do Refino. Pernambuco, Brasil, 2011. (Graduação – Departamento de Engenharia de Produção da Universidade Federal de Pernambuco, DEP/UFPE)
- BAHRAMI, G. K.; PRICE, J. W. H.; MATHEW, J. The constant-interval replacement model for preventive maintenance: a new perspective. *Journal of Quality in Reliability Management*, v. 17, n. 8, p. 822-838, 2000.
- BANKS, J. *et al. Discrete Event System Simulation*, 3ª ed. Upper Saddle River, Prentice Hall, 2001.
- BARLOW, R. E.; PROSCHAN, F. *Mathematical Theory of Reliability*. New York, Wiley, 1965.
- BEN-DAYA, M.; DUFFUAA, S.O. Maintenance and quality: the missing link. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, [s.l.], v. 1, n. 1, p. 20-26, 1995.
- BLICKLE, T.; THIELE, L. *A Comparison of Selection Schemes used in Genetic Algorithms*. Report No. 11, Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK), Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich, 1995.
- CASTRO, R. E. Otimização de Estruturas com Multi-objetivos Via Algoritmos Genéticos de Pareto. Rio de Janeiro, Brasil, 2001. (Doutorado – Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharias da Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE/UFRJ)

- CHAREONSUK, C.; NAGARURAND, N.; TABUCANON, M. T. A multi criteria approach to the selection of preventive maintenance intervals. *Int. J. Prod. Econ*, v. 49, p. 55–64, 1997.
- CHIB, S.; GREENBERG, E. Understanding the Metropolis-Hastings Algorithm. *The American Statistician*, [s.l.], v. 49, n. 4, p. 327-335, 1995.
- CHIEN, Y. H. A general age-replacement model with minimal repair under renewing free-replacement warranty. *European Journal Operational Research*, [s.l.], v. 186, p. 1046–1058, 2008.
- COOK, R.; BEDFORD, T. Reliability Databases in Perspective. *IEEE Transactions on Reliability*, [s.l.], v. 51, n. 3, p. 294-310, September, 2002
- DAGPUNAR, J. S. Renewal-type equations for a general repair process. *Quality and Reliability Engineering International*, [s.l.], v. 13, n. 4, p. 234-245, 1997.
- DEB, K. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. Wiley, 2001.
- DEKKER, R. Applications of maintenance optimization models: a review and analysis. *Reliability Engineering & System Safety*, [s.l.], v. 51 n. 3, p. 229-240 1996.
- DOYEN, L.; GAUDOIN, O. Classes of imperfect repair models based on reduction of failure intensity or virtual age. *Reliability Engineering and System Safety*, [s.l.], v. 84, p. 45-56, 2004.
- EBELING C. E. *An Introduction to Reliability and Maintainability Engineering*, Boston, McGraw-Hill Companies, 1997.
- ELVEBAKK, G.; LINDQVIST, B. H.; HEGGLAND, K.; The trend-renewal process for statistical analysis of repairable systems. *Thecnometrics*, [s.l.], v. 45, n. 1, p. 31-44, Fevereiro, 2003.
- GARG, A. AND DESHMUKH, S.G. Maintenance management: literature review and directions. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, v. 12, n. 3, p. 205-38, 2006.
- GOLDBERG, D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley, Reading, 1989.

- GROEN, F. *Bayesian Framework for General Renewal Process Modeling Report*. University of Maryland, Maryland. 2002.
- HOLLAND, J. H. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
- IRESON, W. G.; COOMBS, C. F. ed. *Handbook of Reliability Engineering and Management*. New York, McGraw-Hill, 1988.
- ISO 14224. *Indústrias de petróleo e gás natural - Coleta e intercâmbio de dados de confiabilidade e manutenção para equipamentos*; INTERNATIONAL STANDARD ISO 14224. Brasil, 2011.
- JARDINE, A. K. S. *et al.* Optimal replacement policy and the structure of software for condition-based maintenance. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, v. 3, n. 2, p. 109-119, 1997.
- JACK, N. Age-reduction models for imperfect maintenance. *IMA Journal of Mathematics Applied in Business & Industry*, [s.l.], v. 9, p. 347-354, 1998.
- JACOPINO, A. G. Generalization and Bayesian solution of the general renewal process for modeling the reliability effects of imperfect inspection and maintenance based on imprecise data. Maryland, USA, 2005. 215. (PhD - Faculty of the Graduate School of the University of Maryland)
- JHANG, J. P.; SHEU, S. H. Opportunity-based age policy with minimal repair. *Reliability Engineering and System Safety*, v. 73, p. 293-301, 1999.
- JIANG, R.; JI, P. Age replacement policy: a multi-attribute value model. *Reliability Engineering and System Safety*, [s.l.], v. 76, p. 311-318, 2002.
- KABIR, A. B.; FARRASH, S. H. Simulation of an integrated age replacement and spare provisioning policy using SLAM. *Reliability Engineering and System Safety*, v. 63, p. 133-140, 1999.
- KAMINSKIY, M.; KRIVTSOV, V. A Monte Carlo approach to repairable system reliability analysis, *Probabilistic Safety Assessment and Management*, New York: Springer, p. 1063-1068, 1998.

- KENNEDY, J.; EBERHART, R. C. Particle Swarm Optimization. *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks*, v. 4, p. 1942-1948, 1995.
- KIJIMA, M.; SUMITA, N. A useful generalization of renewal theory: counting processes governed by non-negative markovian increments. *Journal of Applied Probability*, [s.l.], v. 23, p. 71-78, 1986.
- KIJIMA, M.; MORIMURA, H.; SUZUKI, Y. Periodical replacement problem without assuming minimal repair, *European Journal of Operational Research*, v. 37, p. 194-203, 1988.
- KONAK, A.; COIT, D.W.; SMITH, A.E. Multi-objective optimization using genetic algorithm: a tutorial. *Reliability Engineering & System Safety*, v. 91, n. 9, p. 1658-72, 2006.
- LINS, I. D.; DROGUETT, E. A. L. Multiobjective optimization of availability and cost in repairable systems design via genetic algorithms and discrete event simulation. *Pesquisa Operacional*, [s.l.], v. 29, p. 43–66, 2009.
- LINS, I. D.; DROGUETT, E. A. L. Redundancy allocation problems considering systems with imperfect repairs using multi-objective genetic algorithms and discrete event simulation. *Simulation Modelling Practice and Theory*, [s.l.], v. 19, p. 362–381, 2011.
- LOVE, C.; ZHANG, Z.; ZITRON, M.; GUO, R. A discrete semi-Markov decision model to determine the optimal repair/replacement policy under general repairs, *European Journal of Operational Research*, [s.l.], v. 125, p. 398-409, 2000.
- MAKIS, V.; JARDINE, A. K. S. A note on optimal replacement policy under general repair. *European Journal of Operational Research*, [s.l.], v. 69, p. 75-82, 1993.
- MARSEGUERRA, M.; ZIO, E.; PODOFILLINI, L. Condition based maintenance optimization by means of genetic algorithm and Monte Carlo simulation. *Reliability Engineering & System Safety*, [s.l.], v. 77, n. 1, p. 151-66, 2002.
- MCCALL, J. J. Maintenance policies for stochastically failing equipment: a survey. *Management Science*, v. 11, n. 5, p. 493-524, 1965.
- METTAS, A.; ZHAO, W. Modeling and Analysis of Reliability of Repairable Systems with General Repair. In: ANNUAL RELIABILITY AND MAINTAINABILITY SYMPOSIUM, Alexandria, VA, US, 2005. p. 176-182.

- MODARRES, M.; KAMINSKIY, M.; KRIVTSOV, V. *Reliability Engineering and Risk Analysis; A Practical Guide*. New York, Marcel Dekker, 1999.
- MOURA, M.; ROCHA, S.; DROGUETT, E.; JACINTO, C. Avaliação bayesiana da eficácia da manutenção via processo de renovação generalizado. *Pesquisa Operacional*, Rio de Janeiro, Brasil, v. 27, n. 3, p. 569-589, 2007.
- NEAL, R.M. Slice Sampling. *The annals of Statistics*, [s.l.], v. 31, n. 3, p. 705-767, 2003.
- NOSSOHI, I.; HEJAZI, S. R. A multi-objective approach to simultaneous determination of spare part numbers and preventive replacement times. *Applied Mathematical Modelling*, [s.l.], v. 35, p. 1157–1166, 2011.
- OREDA. *Offshore Reliability Data Handbook*, 4th edition; SINTEF. 2004.
- PHAM, H.; WANG, H. Imperfect Maintenance. *European Journal of Operational Research*, [s.l.], v. 94, p. 425-438, 1996.
- PIERSKALLA, W. P.; VOELKER, J. A. A survey of maintenance models: the control and surveillance of deteriorating systems. *Naval Research Logistics Quarterly*, v. 23, n. 3, p. 353-88, 1979.
- PINTO, A.K. *Manutenção; Função Estratégica*. Rio de Janeiro, Qualitymark, 1999.
- RAUSAND, M.; OIEN, K. The basic concepts of failure analysis. *Reliability Engineering and System Safety*, Northern Ireland, v. 53, p. 73-83, 1996.
- RIGDOM, S.E; BASU, A.P. *Statistical methods for the reliability of repairable systems*. New York, Wiley, 2000.
- ROCHA, S. V. da. Um modelo integrado de inferência bayesiana e processos markovianos para análises de sistemas reparáveis sujeitos a reparos imperfeitos via processo de renovação generalizado. Recife, PE, Brasil, 2006. 120. (Mestrado – PPGEP/UFPE)
- SAMET, S. et al. *Optimal availability of failure-prone systems under imperfect maintenance actions*. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, [s.l.], v. 16, n. 4, p. 395-412, 2010.

- SHARMA, A.; YADAVA, G.S.; DESHMUKH, S.G. Reviews and Case Studies: a literature review and future perspectives on maintenance optimization. *Journal of Quality in Maintenance Engineering*. [s.l.], v. 17, n. 1, p. 5-25, 2011.
- SIQUEIRA, I. P. *Manutenção Centrada na Confiabilidade*; Manual de Implantação. Rio de Janeiro, Qualitymark, 2005.
- WANG, H.; PHAM, H. A quasi renewal process and its applications in imperfect maintenance. *International Journal of Systems Science*, [s.l.], v. 27, p. 1055-1062, 1996.
- YÁÑEZ, M.; JOGLAR, F. E MODARRES, M. Generalized renewal process for analysis of repairable systems with limited failure experience. *Reliability Engineering and System Safety*, [s.l.], v. 77, p. 167-180, 2002.

## APÊNDICE A – Demonstrações sobre as probabilidades presentes no modelo

### A.1 – $P(t_{n+1} \geq T \cap t_n < T)$ :

O tipo de problema de decisão em manutenção, definido na seção 4.1, possui genericamente dois eventos principais,  $\{t_m \geq T\}$  e  $\{t_m < T\}$ , representando os casos em que o sistema é substituído em  $T$  e em  $t_m$ . Obviamente, tais eventos são complementares dentro do domínio de  $t_m$  e, portanto,  $P(t_m \geq T) = 1 - P(t_m < T)$ . As funções Taxa média de Custo de Manutenção, N° Esperado de Falhas por Ciclo e Disponibilidade são formuladas em função destas probabilidades.

Todavia, o evento  $t_m \geq T$  pode ocorrer de  $m$  diferentes formas, basta que algum  $t_i \geq T$ ,  $i = 1, \dots, m$ . Supondo,  $m = 2$ , o tempo da segunda falha ( $t_m = t_2$ ) será maior ou igual a  $T$  se o tempo da primeira falha for maior ou igual a  $T$  ( $t_1 \geq T$ ) ou se o tempo da primeira falha for menor do que  $T$ , mas o tempo da segunda falha seja maior ou igual a  $T$  ( $t_1 < T$  e  $t_2 \geq T$ ). Em termos de probabilidade isto pode ser expresso da seguinte forma:

- Caso 1: Probabilidade de que o tempo da primeira falha seja maior ou igual a  $T$ , ou seja,  $P(t_1 \geq T)$ . Esta probabilidade é suficiente para representar o primeiro caso, já que apenas o comportamento de  $t_1$  é de interesse. Se for possível obter a PDF de  $t_1$ ,  $f_{t_1}(t)$ , a probabilidade deste primeiro caso pode ser representado por:

$$P(t_1 \geq T) = \int_T^{\infty} f_{t_1}(t) dt = R_{t_1}(t) = 1 - F_{t_1}(t)$$

onde  $R_{t_1}(t)$  e  $F_{t_1}(t)$  são, respectivamente, a função confiabilidade e a CDF da distribuição de  $t_1$ ;

- Caso 2: Probabilidade de que o tempo da primeira falha seja menor do que  $T$ , mas o tempo da segunda falha seja maior ou igual a  $T$ . Em outras palavras, esta é a probabilidade de que o tempo da primeira falha seja menor do que  $T$  e de que o tempo da segunda falha seja maior ou igual a  $T$ , dado que a primeira falha foi menor do que  $T$ , ou seja,  $P(t_1 < T) \cap P(t_2 \geq T | t_1 < T)$ . Obviamente, os eventos  $\{t_2 \geq T\}$  e  $\{t_1 < T\}$  não são independentes, ainda que os tempos entre falhas o sejam, já que  $t_2$

tende a aumentar quanto maior for  $t_1$ . Todavia,  $P(t_2 \geq T | t_1 < T)$  é independente da  $P(t_1 < T)$ , uma vez que a inclusão da condição altera o espaço amostral para qual a probabilidade do evento é avaliada. A probabilidade  $P(t_2 \geq T | t_1 < T)$  é definida no espaço amostral  $\Omega = \{t_1 < T\}$ . Neste espaço, a probabilidade  $P(t_1 < T)$  corresponde ao próprio conjunto universo, ou seja, à totalidade do espaço amostral, e, portanto, não particiona o espaço amostral de modo a influenciar  $P(t_2 \geq T | t_1 < T)$ . Logo, se os eventos  $\{t_1 < T\}$  e  $\{t_2 \geq T | t_1 < T\}$  são independentes, então  $P(t_1 < T) \cap P(t_2 \geq T | t_1 < T) = P(t_1 < T) \times P(t_2 \geq T | t_1 < T)$ , que, pela definição da probabilidade condicional ( $P(A|B) = P(A \cap B)/P(B)$ ), pode ser reescrita por:

$$P(t_1 < T) \cap P(t_2 \geq T | t_1 < T) = P(t_1 < T) \cap P(t_2 \geq T)$$

Assim, para  $m = 2$ , a probabilidade de que a  $m$ -ésima falha seja depois de  $T$  é dada por:

$$P(t_m \geq T) = P(t_2 \geq T) = P(t_1 \geq T) + P(t_1 < T) \cap P(t_2 \geq T)$$

Utilizando o mesmo raciocínio para  $m = 3$ , é possível definir que  $P(t_m \geq T) = P(t_3 \geq T) = P(t_1 \geq T) + P(t_1 < T) \cap P(t_2 \geq T) + P(t_1 < T) \cap P(t_2 < T) \cap P(t_3 \geq T)$ . Como,  $P(t_1 < T) \cap P(t_2 < T) = P(t_2 < T)$ , então  $P(t_3 \geq T) = P(t_1 \geq T) + P(t_1 < T) \cap P(t_2 \geq T) + P(t_2 < T) \cap P(t_3 \geq T)$ . Logo, genericamente, a probabilidade de que o instante  $T$  ocorra antes da  $m$ -ésima falha é dada por:

$$P(t_m \geq T) = \sum_{i=0}^{m-1} P(t_i < T) \cap P(t_{i+1} \geq T) = \sum_{i=0}^{m-1} P(t_i < T \cap t_{i+1} \geq T)$$

Uma vez que  $P(t_m \geq T) = 1 - P(t_m < T)$ , então  $P(t_m \geq T)$  pode, também ser entendida por:  $P(t_m < T) = \sum_{i=m}^{\infty} P(t_i < T \cap t_{i+1} \geq T)$ . De fato, o evento  $\{t_m < T\}$  corresponde a união dos eventos  $\{t_i < T \cap t_{i+1} \geq T\}$ , com  $i = m, m+1, \dots, \infty$ , e, portanto a probabilidade de que a  $m$ -ésima falha ocorra antes de  $T$  é a probabilidade de que qualquer das  $i$ -ésimas falhas (com  $i \geq m$ ) ocorra antes de  $T$ .

## A.2 – Pest:

No problema estudado, o custo e o tempo de uma substituição são diferentes para os casos em que existem ou não sobressalentes em estoque. Sendo  $N$  o número total de

substituições durante o horizonte de planejamento, percebe-se que, se  $y \geq N$ , a substituição sempre terá custo  $C_{S1}$  e o custo total de substituição será  $N \times C_{S1}$ . Se  $y < N$ , as  $y$  primeiras substituições terão custo  $C_{S1}$  e as  $N-y$  substituições restantes terão custo  $C_{S2}$ , sendo o custo total com a substituição, em todo horizonte de planejamento, igual a  $yC_{S1} + (N - y)C_{S2}$ .

É possível modelar a probabilidade de haver sobressalente em estoque no instante da substituição por uma distribuição de Bernoulli com  $P(X) = p^x(1 - p)^{1-x}$ , onde  $x=1$  representa os eventos em que existe sobressalente em estoque e  $x=0$  representa os eventos em que não existe sobressalente em estoque. Assim,  $p$  representa a probabilidade de ter sobressalente em estoque no instante da substituição, ou seja,  $p = P_{est}$ , podendo ser compreendida como a proporção do total de substituições em que ocorre o custo  $C_{S1}$ . Logo,  $1 - p = \bar{P}_{est}$ , é a proporção do total de substituições em que ocorre o custo  $C_{S2}$ . Dessa forma, é fácil observar que  $p$  depende dos valores definidos para  $T$ ,  $y$  e  $m$ .

É importante lembrar que  $N$  está associada ao horizonte de planejamento e não a um ciclo. O problema considerado abriga diversos ciclos de substituição, porém apenas um horizonte de planejamento, e, portanto, os custos médios de substituição  $C'_p = C_{P1}P_{est} + C_{P2}\bar{P}_{est}$  e  $C'_s = C_{S1}P_{est} + C_{S2}\bar{P}_{est}$  não poderão observados na prática como um custo médio. Todavia, entende-se  $\bar{P}_{est}$  como a probabilidade de  $N$  ser maior do que  $y$ , dada uma escolha para  $T$ ,  $y$  e  $m$  e, portanto, espera-se despendar com a substituição os custos  $C'_p$  ou  $C'_s$  em cada ciclo. Como visto  $P_{est}$  é a probabilidade de que  $N \leq y$ , ou seja,  $P(N \leq y)$ , consequentemente,  $\bar{P}_{est} = P(N > y)$ . Sendo  $TC$  a variável aleatória que determina o tempo de um ciclo, tem-se que:

$$TC = \begin{cases} T + MTTR_p, & t_m \geq T \\ t_m + MTTR_s, & t_m < T \end{cases}$$

e, portanto:

$$f(TC) = \begin{cases} P(t_m \geq T), & TC = T + MTTR_p \\ P(t_m < T), & TC = t_m + MTTR_s \end{cases}$$

O número de substituições durante o horizonte de planejamento é definido por:

$$N = \frac{H}{TC}.$$

O menor valor que  $N$  pode assumir refere-se ao caso em que todos os ciclos do horizonte de planejamento tiveram amplitude  $T$ , enquanto que o maior valor refere-se ao caso em que todos

os ciclos do horizonte de planejamento tiveram amplitude  $t_m$ . Todavia,  $t_m$  é uma variável aleatória, de modo que  $N$  pode assumir qualquer valor inteiro dentro do intervalo  $\left[\text{inteiro de } \frac{H}{T}; M\right]$ , onde  $M$  é suficientemente grande. Se fosse possível obter as combinações de  $TC$  que podem resultar em cada valor possível de  $N$ , seria possível definir a distribuição de  $N$  a partir de  $f(TC)$ , todavia, este processo não é trivial devida à natureza contínua e aleatória de  $t_m$ .

Entretanto, a utilização da simulação Monte Carlo tem sido muito utilizada para estimar funções cuja forma analítica é difícil de ser obtida. Assim, pode-se estimar  $\bar{P}_{est} = P(N > y)$  a partir das técnicas de SMC, gerando números aleatórios e contabilizando os eventos de interesse, no caso  $\{N > y\}$ . A seção 4.5 descreve em detalhes o procedimento baseado em SMC para estimar  $P_{est}$ , dada uma solução  $\langle T, y, m \rangle$ .

**APÊNDICE B – Soluções não dominadas do exemplo de aplicação**

| Solução | Variáveis |          |          | Funções objetivo |          |          |          |      |
|---------|-----------|----------|----------|------------------|----------|----------|----------|------|
|         | <i>T</i>  | <i>y</i> | <i>m</i> | F1               | F2       | F3       | F4       | F5   |
| 1       | 29        | 11       | 3        | 352,5372         | 3        | 0        | 0,987034 | 8800 |
| 2       | 39        | 1        | 4        | 376,8989         | 4        | 0        | 0,984745 | 800  |
| 3       | 45        | 2        | 5        | 371,4767         | 5        | 0        | 0,985737 | 1600 |
| 4       | 44        | 3        | 4        | 363,9682         | 4        | 0        | 0,985719 | 2400 |
| 5       | 13        | 9        | 1        | 785,7315         | 0,997718 | 0,003161 | 0,973533 | 7200 |
| 6       | 43        | 1        | 5        | 382,1629         | 5        | 0        | 0,985111 | 800  |
| 7       | 12        | 6        | 2        | 426,975          | 1,954287 | 0,062064 | 0,983811 | 4800 |
| 8       | 18        | 8        | 1        | 788,606          | 0,999924 | 8,08E-06 | 0,972413 | 6400 |
| 9       | 14        | 7        | 2        | 417,0143         | 1,986655 | 0,020628 | 0,984489 | 5600 |
| 10      | 20        | 9        | 4        | 347,9555         | 3,990331 | 0,010357 | 0,986774 | 7200 |
| 11      | 13        | 8        | 1        | 812,4188         | 0,997948 | 0,002149 | 0,97272  | 6400 |
| 12      | 23        | 8        | 2        | 397,6131         | 2        | 0        | 0,985302 | 6400 |
| 13      | 46        | 4        | 6        | 365,6382         | 6        | 0        | 0,986803 | 3200 |
| 14      | 43        | 1        | 1        | 850,7593         | 1        | 0        | 0,967432 | 800  |
| 15      | 8         | 6        | 2        | 428,7537         | 1,675169 | 0,560034 | 0,983691 | 4800 |
| 16      | 32        | 9        | 2        | 398,1793         | 2        | 0        | 0,985719 | 7200 |
| 17      | 18        | 8        | 3        | 355,6714         | 2,995743 | 0,003698 | 0,986748 | 6400 |
| 18      | 7         | 11       | 4        | 356,2892         | 1,958783 | 3,730878 | 0,987169 | 8800 |
| 19      | 22        | 6        | 4        | 348,3017         | 3,998234 | 0,001225 | 0,986967 | 4800 |
| 20      | 15        | 7        | 3        | 354,7886         | 2,963187 | 0,042358 | 0,986586 | 5600 |
| 21      | 8         | 5        | 7        | 360,2113         | 2,487014 | 7,493478 | 0,98709  | 4000 |
| 22      | 14        | 8        | 1        | 796,8517         | 0,99891  | 0,000991 | 0,972267 | 6400 |
| 23      | 8         | 11       | 4        | 3,48E+02         | 2,334566 | 2,905392 | 0,987318 | 8800 |
| 24      | 6         | 8        | 1        | 803,8904         | 0,822942 | 0,32068  | 0,972611 | 6400 |
| 25      | 43        | 3        | 1        | 837,2948         | 1        | 0        | 0,968497 | 2400 |
| 26      | 15        | 7        | 4        | 346,8446         | 3,86743  | 0,181867 | 0,987085 | 5600 |
| 27      | 20        | 9        | 2        | 406,7447         | 1,999628 | 5,98E-05 | 0,985196 | 7200 |
| 28      | 40        | 2        | 4        | 371,5372         | 4        | 0        | 0,984952 | 1600 |
| 29      | 20        | 8        | 4        | 348,2899         | 3,995485 | 0,006806 | 0,986924 | 6400 |
| 30      | 8         | 12       | 4        | 3,47E+02         | 2,327    | 2,907218 | 0,9872   | 9600 |
| 31      | 12        | 4        | 5        | 356,161          | 3,977796 | 1,542415 | 0,986731 | 3200 |
| 32      | 46        | 2        | 2        | 453,7893         | 2        | 0        | 0,981467 | 1600 |
| 33      | 36        | 1        | 3        | 390,806          | 3        | 0        | 0,983822 | 800  |
| 34      | 36        | 5        | 5        | 352,3701         | 5        | 0        | 0,987163 | 4000 |
| 35      | 12        | 3        | 1        | 872,6054         | 0,993423 | 0,008762 | 0,968703 | 2400 |
| 36      | 12        | 5        | 1        | 829,5399         | 0,995822 | 0,004439 | 0,96993  | 4000 |
| 37      | 12        | 4        | 1        | 833,3183         | 0,995461 | 0,006107 | 0,969751 | 3200 |
| 38      | 20        | 10       | 2        | 395,3877         | 2        | 0        | 0,985681 | 8000 |
| 39      | 44        | 12       | 1        | 734,5715         | 1        | 0        | 0,976847 | 9600 |

|    |    |    |   |          |          |          |          |      |
|----|----|----|---|----------|----------|----------|----------|------|
| 40 | 7  | 11 | 1 | 755,0514 | 0,890904 | 0,193115 | 0,974779 | 8800 |
| 41 | 19 | 2  | 5 | 3,73E+02 | 4,954916 | 0,053481 | 0,985328 | 1600 |
| 42 | 34 | 9  | 3 | 351,3389 | 3        | 0        | 0,986929 | 7200 |
| 43 | 19 | 12 | 2 | 400,3527 | 1,999875 | 0,000168 | 0,98557  | 9600 |
| 44 | 13 | 7  | 2 | 412,2419 | 1,974837 | 0,032148 | 0,984763 | 5600 |
| 45 | 24 | 9  | 2 | 394,8742 | 2        | 0        | 0,985528 | 7200 |
| 46 | 30 | 5  | 2 | 430,3267 | 2        | 0        | 0,983749 | 4000 |
| 47 | 7  | 9  | 2 | 410,0392 | 1,490676 | 0,947899 | 0,985335 | 7200 |
| 48 | 32 | 3  | 2 | 447,9642 | 2        | 0        | 0,982309 | 2400 |
| 49 | 24 | 1  | 4 | 381,5784 | 3,999605 | 0,000357 | 0,984539 | 800  |
| 50 | 8  | 6  | 3 | 368,6745 | 2,120915 | 1,574527 | 0,986214 | 4800 |
| 51 | 7  | 10 | 1 | 778,7092 | 0,892695 | 0,188111 | 0,974295 | 8000 |
| 52 | 8  | 8  | 7 | 351,3463 | 2,480344 | 7,484719 | 0,987427 | 6400 |
| 53 | 43 | 4  | 4 | 353,1629 | 4        | 0        | 0,986185 | 3200 |
| 54 | 13 | 8  | 2 | 404,2262 | 1,973087 | 0,03666  | 0,984746 | 6400 |
| 55 | 19 | 3  | 5 | 361,4115 | 4,950486 | 0,064001 | 0,986181 | 2400 |
| 56 | 34 | 11 | 1 | 735,4907 | 1        | 0        | 0,976017 | 8800 |
| 57 | 14 | 12 | 2 | 4,05E+02 | 1,988757 | 0,013077 | 0,985225 | 9600 |
| 58 | 44 | 3  | 1 | 848,9756 | 1        | 0        | 0,969059 | 2400 |
| 59 | 13 | 9  | 4 | 343,7301 | 3,662994 | 0,472639 | 0,987145 | 7200 |
| 60 | 12 | 11 | 4 | 343,6873 | 3,491169 | 0,765727 | 0,987208 | 8800 |
| 61 | 13 | 5  | 1 | 836,9253 | 0,998464 | 0,001498 | 0,969699 | 4000 |
| 62 | 7  | 12 | 2 | 408,5516 | 1,512272 | 0,913911 | 0,985424 | 9600 |
| 63 | 20 | 2  | 4 | 371,2076 | 3,995668 | 0,004534 | 0,985153 | 1600 |
| 64 | 13 | 11 | 1 | 737,0716 | 0,997239 | 0,003897 | 0,976177 | 8800 |
| 65 | 30 | 5  | 1 | 813,9006 | 1        | 0        | 0,970608 | 4000 |
| 66 | 6  | 9  | 1 | 779,5032 | 0,829135 | 0,321752 | 0,973052 | 7200 |
| 67 | 22 | 2  | 5 | 370,7069 | 4,99525  | 0,007227 | 0,985679 | 1600 |
| 68 | 7  | 9  | 1 | 768,1142 | 0,89419  | 0,181807 | 0,973743 | 7200 |
| 69 | 12 | 10 | 1 | 765,8211 | 0,99407  | 0,008205 | 0,974897 | 8000 |
| 70 | 9  | 5  | 1 | 848,7576 | 0,963583 | 0,054872 | 0,97034  | 4000 |
| 71 | 17 | 3  | 4 | 362,0981 | 3,956204 | 0,055477 | 0,985881 | 2400 |
| 72 | 6  | 10 | 1 | 757,4767 | 0,82265  | 0,330386 | 0,974343 | 8000 |
| 73 | 46 | 4  | 4 | 355,4423 | 4        | 0        | 0,986566 | 3200 |
| 74 | 21 | 5  | 1 | 826,589  | 1        | 0        | 0,970621 | 4000 |
| 75 | 15 | 10 | 1 | 756,5353 | 0,999693 | 0,00017  | 0,974643 | 8000 |
| 76 | 18 | 2  | 3 | 385,9877 | 2,993736 | 0,009526 | 0,983917 | 1600 |
| 77 | 36 | 12 | 1 | 726,4127 | 1        | 0        | 0,976197 | 9600 |
| 78 | 13 | 7  | 4 | 342,0325 | 3,657099 | 0,494036 | 0,987256 | 5600 |
| 79 | 7  | 7  | 1 | 807,4051 | 0,89322  | 0,179838 | 0,972145 | 5600 |
| 80 | 12 | 9  | 1 | 773,7599 | 0,995109 | 0,005718 | 0,973951 | 7200 |
| 81 | 46 | 3  | 1 | 842,8092 | 1        | 0        | 0,968812 | 2400 |
| 82 | 8  | 7  | 4 | 351,8218 | 2,378354 | 2,811919 | 0,987142 | 5600 |
| 83 | 13 | 3  | 5 | 362,6283 | 4,255975 | 1,096022 | 0,985981 | 2400 |
| 84 | 15 | 4  | 1 | 835,7532 | 0,999694 | 0,000179 | 0,969266 | 3200 |
| 85 | 13 | 6  | 2 | 421,0642 | 1,973882 | 0,032913 | 0,984071 | 4800 |

|     |    |    |   |          |          |          |          |      |
|-----|----|----|---|----------|----------|----------|----------|------|
| 86  | 39 | 2  | 1 | 849,5982 | 1        | 0        | 0,967727 | 1600 |
| 87  | 8  | 7  | 9 | 352,9559 | 2,502083 | 10,27071 | 0,987346 | 5600 |
| 88  | 8  | 12 | 1 | 741,4744 | 0,935385 | 0,100461 | 0,975593 | 9600 |
| 89  | 18 | 9  | 4 | 346,4121 | 3,967761 | 0,04411  | 0,987071 | 7200 |
| 90  | 23 | 2  | 3 | 3,89E+02 | 2,999835 | 1,98E-05 | 0,98376  | 1600 |
| 91  | 30 | 7  | 4 | 3,43E+02 | 4        | 0        | 0,987339 | 5600 |
| 92  | 18 | 3  | 1 | 870,3791 | 1        | 0        | 0,969089 | 2400 |
| 93  | 17 | 3  | 1 | 859,082  | 0,999923 | 8,53E-05 | 0,968521 | 2400 |
| 94  | 5  | 10 | 3 | 403,5236 | 1,179505 | 3,74616  | 0,985839 | 8000 |
| 95  | 11 | 7  | 1 | 806,3619 | 0,990768 | 0,012134 | 0,971838 | 5600 |
| 96  | 7  | 9  | 5 | 355,5484 | 1,998022 | 5,363808 | 0,987209 | 7200 |
| 97  | 27 | 2  | 4 | 372,089  | 4        | 0        | 0,985043 | 1600 |
| 98  | 15 | 12 | 2 | 400,0621 | 1,992944 | 0,011163 | 0,98553  | 9600 |
| 99  | 11 | 5  | 4 | 349,6995 | 3,308589 | 1,084067 | 0,986782 | 4000 |
| 100 | 14 | 3  | 5 | 362,2607 | 4,496445 | 0,70069  | 0,986052 | 2400 |
| 101 | 17 | 9  | 1 | 782,3911 | 0,999847 | 0,000111 | 0,973576 | 7200 |
| 102 | 11 | 6  | 9 | 353,8854 | 3,9832   | 7,363554 | 0,987376 | 4800 |
| 103 | 18 | 2  | 1 | 850,6306 | 1        | 0        | 0,9683   | 1600 |
| 104 | 15 | 7  | 1 | 7,91E+02 | 0,999618 | 0,000819 | 0,972082 | 5600 |
| 105 | 14 | 10 | 1 | 771,8586 | 0,998849 | 0,001665 | 0,974606 | 8000 |
| 106 | 24 | 2  | 6 | 381,4569 | 5,991188 | 0,010966 | 0,985841 | 1600 |
| 107 | 14 | 6  | 3 | 356,6213 | 2,93316  | 0,091252 | 0,986551 | 4800 |
| 108 | 13 | 9  | 2 | 401,6374 | 1,974503 | 0,035684 | 0,985255 | 7200 |
| 109 | 25 | 11 | 2 | 397,7555 | 2        | 0        | 0,985773 | 8800 |
| 110 | 12 | 6  | 1 | 838,8264 | 0,99564  | 0,00647  | 0,970194 | 4800 |
| 111 | 5  | 10 | 1 | 789,0796 | 0,729574 | 0,55065  | 0,973309 | 8000 |
| 112 | 14 | 6  | 4 | 345,2373 | 3,786914 | 0,308243 | 0,987132 | 4800 |
| 113 | 13 | 3  | 7 | 374,4137 | 4,970257 | 2,853185 | 0,986441 | 2400 |
| 114 | 17 | 10 | 2 | 397,0106 | 1,998361 | 0,002187 | 0,985573 | 8000 |
| 115 | 43 | 4  | 5 | 355,3564 | 5        | 0        | 0,986792 | 3200 |
| 116 | 14 | 6  | 1 | 837,8022 | 0,998771 | 0,001392 | 0,970407 | 4800 |
| 117 | 44 | 1  | 2 | 465,7478 | 2        | 0        | 0,981012 | 800  |
| 118 | 13 | 3  | 3 | 377,0366 | 2,880592 | 0,171703 | 0,984893 | 2400 |
| 119 | 12 | 3  | 3 | 380,7754 | 2,804757 | 0,291317 | 0,98489  | 2400 |
| 120 | 6  | 10 | 2 | 417,8747 | 1,298577 | 1,36438  | 0,985255 | 8000 |
| 121 | 12 | 3  | 2 | 448,0274 | 1,956652 | 0,060381 | 0,981761 | 2400 |
| 122 | 43 | 4  | 3 | 370,888  | 3        | 0        | 0,98567  | 3200 |
| 123 | 20 | 3  | 5 | 3,62E+02 | 4,975643 | 0,031508 | 0,986072 | 2400 |
| 124 | 14 | 5  | 1 | 818,7096 | 0,998853 | 0,000973 | 0,969886 | 4000 |
| 125 | 21 | 10 | 4 | 345,4353 | 3,99484  | 0,005849 | 0,986966 | 8000 |
| 126 | 39 | 5  | 3 | 364,5022 | 3        | 0        | 0,985978 | 4000 |
| 127 | 21 | 9  | 3 | 357,0032 | 2,999674 | 0,000309 | 0,986664 | 7200 |
| 128 | 15 | 4  | 6 | 363,3667 | 5,308263 | 0,921775 | 0,986853 | 3200 |
| 129 | 12 | 9  | 4 | 344,1044 | 3,507029 | 0,726803 | 0,987127 | 7200 |
| 130 | 8  | 8  | 5 | 348,8295 | 2,433637 | 4,412964 | 0,987275 | 6400 |
| 131 | 13 | 4  | 1 | 866,1823 | 0,996786 | 0,004302 | 0,968428 | 3200 |

|     |    |    |   |          |          |          |          |      |
|-----|----|----|---|----------|----------|----------|----------|------|
| 132 | 12 | 5  | 3 | 361,5616 | 2,800869 | 0,290855 | 0,986268 | 4000 |
| 133 | 10 | 4  | 1 | 854,1614 | 0,980548 | 0,027943 | 0,968776 | 3200 |
| 134 | 43 | 9  | 1 | 756,6352 | 1        | 0        | 0,974022 | 7200 |
| 135 | 23 | 10 | 4 | 3,47E+02 | 3,999213 | 0,001029 | 0,986856 | 8000 |
| 136 | 10 | 4  | 4 | 358,1617 | 3,022762 | 1,584324 | 0,986237 | 3200 |
| 137 | 35 | 9  | 1 | 773,6038 | 1        | 0        | 0,974037 | 7200 |
| 138 | 8  | 5  | 1 | 822,9018 | 0,937954 | 0,101381 | 0,969969 | 4000 |
| 139 | 17 | 4  | 1 | 831,5342 | 1        | 0        | 0,969794 | 3200 |
| 140 | 10 | 7  | 1 | 784,1136 | 0,981103 | 0,025989 | 0,972119 | 5600 |
| 141 | 43 | 12 | 4 | 344,585  | 4        | 0        | 0,987339 | 9600 |
| 142 | 15 | 3  | 4 | 363,5593 | 3,864384 | 0,182988 | 0,986201 | 2400 |
| 143 | 5  | 11 | 1 | 775,0059 | 0,724175 | 0,558181 | 0,974529 | 8800 |
| 144 | 39 | 9  | 1 | 776,135  | 1        | 0        | 0,974274 | 7200 |
| 145 | 46 | 7  | 1 | 785,5339 | 1        | 0        | 0,971765 | 5600 |
| 146 | 14 | 9  | 4 | 346,2372 | 3,78015  | 0,296794 | 0,986981 | 7200 |
| 147 | 8  | 10 | 1 | 762,1891 | 0,936567 | 0,101479 | 0,974265 | 8000 |
| 148 | 45 | 3  | 2 | 4,45E+02 | 2        | 0        | 0,982075 | 2400 |
| 149 | 26 | 10 | 4 | 345,782  | 3,999802 | 0,000173 | 0,986778 | 8000 |
| 150 | 6  | 11 | 1 | 773,8633 | 0,828575 | 0,312224 | 0,974913 | 8800 |
| 151 | 7  | 6  | 7 | 364,5822 | 2,013996 | 8,499467 | 0,986783 | 4800 |
| 152 | 35 | 3  | 6 | 370,8206 | 6        | 0        | 0,986459 | 2400 |
| 153 | 6  | 7  | 2 | 437,6672 | 1,299329 | 1,373486 | 0,983834 | 5600 |
| 154 | 22 | 6  | 2 | 414,6288 | 2        | 0        | 0,98423  | 4800 |
| 155 | 7  | 6  | 1 | 835,0617 | 0,887597 | 0,186163 | 0,970253 | 4800 |
| 156 | 6  | 8  | 2 | 430,7711 | 1,31281  | 1,348034 | 0,984383 | 6400 |
| 157 | 45 | 6  | 2 | 419,7394 | 2        | 0        | 0,984381 | 4800 |
| 158 | 5  | 12 | 6 | 396,519  | 1,2044   | 8,929512 | 0,986258 | 9600 |
| 159 | 7  | 9  | 3 | 360,7851 | 1,809687 | 2,252836 | 0,986966 | 7200 |
| 160 | 22 | 2  | 3 | 390,2308 | 2,999672 | 0,000139 | 0,984234 | 1600 |
| 161 | 17 | 5  | 3 | 366,6074 | 2,991175 | 0,009655 | 0,98603  | 4000 |
| 162 | 17 | 12 | 4 | 347,558  | 3,957401 | 0,047226 | 0,986704 | 9600 |
| 163 | 13 | 9  | 3 | 355,141  | 2,881244 | 0,170666 | 0,986614 | 7200 |
| 164 | 39 | 8  | 2 | 404,9705 | 2        | 0        | 0,98544  | 6400 |
| 165 | 20 | 7  | 2 | 4,10E+02 | 1,999874 | 0,000388 | 0,984834 | 5600 |
| 166 | 9  | 12 | 5 | 343,4871 | 2,847063 | 3,599868 | 0,987278 | 9600 |
| 167 | 18 | 4  | 1 | 833,3195 | 0,999923 | 8,12E-06 | 0,969565 | 3200 |
| 168 | 45 | 8  | 1 | 769,5208 | 1        | 0        | 0,973248 | 6400 |
| 169 | 9  | 11 | 1 | 737,4788 | 0,965444 | 0,053843 | 0,975552 | 8800 |
| 170 | 45 | 5  | 3 | 366,2924 | 3        | 0        | 0,985978 | 4000 |
| 171 | 45 | 4  | 1 | 821,5179 | 1        | 0        | 0,969196 | 3200 |
| 172 | 12 | 11 | 1 | 803,2122 | 0,994862 | 0,005701 | 0,975602 | 8800 |
| 173 | 5  | 12 | 4 | 398,0797 | 1,207572 | 5,596164 | 0,986134 | 9600 |
| 174 | 18 | 6  | 4 | 343,6763 | 3,976877 | 0,023364 | 0,987104 | 4800 |
| 175 | 12 | 3  | 4 | 366,8237 | 3,503604 | 0,737915 | 0,985635 | 2400 |
| 176 | 10 | 11 | 4 | 344,2714 | 3,004954 | 1,621676 | 0,987357 | 8800 |
| 177 | 9  | 5  | 2 | 433,9757 | 1,780675 | 0,356126 | 0,983602 | 4000 |

|     |    |    |   |          |          |          |          |      |
|-----|----|----|---|----------|----------|----------|----------|------|
| 178 | 47 | 1  | 5 | 3,75E+02 | 5        | 0        | 0,98509  | 800  |
| 179 | 46 | 6  | 2 | 417,515  | 2        | 0        | 0,984373 | 4800 |
| 180 | 37 | 5  | 4 | 346,6235 | 4        | 0        | 0,986912 | 4000 |
| 181 | 6  | 9  | 8 | 371,7257 | 1,601125 | 10,87814 | 0,986753 | 7200 |
| 182 | 9  | 7  | 4 | 346,4005 | 2,71096  | 2,167119 | 0,98719  | 5600 |
| 183 | 37 | 8  | 1 | 761,4301 | 1        | 0        | 0,973147 | 6400 |
| 184 | 27 | 1  | 2 | 461,3472 | 2        | 0        | 0,981    | 800  |
| 185 | 37 | 3  | 3 | 376,6717 | 3        | 0        | 0,984832 | 2400 |
| 186 | 13 | 10 | 1 | 740,5139 | 0,997565 | 0,002596 | 0,975079 | 8000 |
| 187 | 37 | 3  | 5 | 362,0667 | 5        | 0        | 0,98613  | 2400 |
| 188 | 16 | 10 | 1 | 749,1467 | 0,999923 | 0,000163 | 0,974775 | 8000 |
| 189 | 21 | 4  | 5 | 354,0254 | 4,981313 | 0,021752 | 0,986632 | 3200 |
| 190 | 31 | 7  | 1 | 790,339  | 1        | 0        | 0,972446 | 5600 |
| 191 | 24 | 4  | 5 | 356,126  | 4,99864  | 0,0015   | 0,986685 | 3200 |
| 192 | 44 | 1  | 1 | 899,9681 | 1        | 0        | 0,967925 | 800  |
| 193 | 37 | 6  | 3 | 352,9612 | 3        | 0        | 0,986586 | 4800 |
| 194 | 10 | 9  | 5 | 3,46E+02 | 3,282141 | 2,773627 | 0,987347 | 7200 |
| 195 | 13 | 4  | 5 | 352,565  | 4,277261 | 1,055887 | 0,986575 | 3200 |
| 196 | 14 | 7  | 4 | 345,8087 | 3,785632 | 0,30841  | 0,987148 | 5600 |
| 197 | 33 | 4  | 2 | 4,29E+02 | 2        | 0        | 0,983303 | 3200 |
| 198 | 35 | 5  | 2 | 424,7573 | 2        | 0        | 0,983714 | 4000 |
| 199 | 9  | 9  | 4 | 343,8871 | 2,673723 | 2,239406 | 0,987331 | 7200 |
| 200 | 16 | 5  | 1 | 827,9358 | 0,999769 | 0,000122 | 0,96992  | 4000 |
| 201 | 19 | 6  | 3 | 356,7849 | 2,998025 | 0,002088 | 0,986629 | 4800 |
| 202 | 32 | 2  | 4 | 372,2015 | 4        | 0        | 0,985074 | 1600 |
| 203 | 13 | 10 | 3 | 353,6899 | 2,881397 | 0,168091 | 0,986657 | 8000 |
| 204 | 17 | 6  | 4 | 345,0981 | 3,954322 | 0,057853 | 0,987137 | 4800 |
| 205 | 35 | 3  | 4 | 362,9207 | 4        | 0        | 0,985705 | 2400 |
| 206 | 35 | 3  | 1 | 840,6847 | 1        | 0        | 0,968753 | 2400 |
| 207 | 24 | 6  | 3 | 359,7376 | 2,999836 | 0,000255 | 0,986439 | 4800 |
| 208 | 23 | 6  | 2 | 415,8376 | 2        | 0        | 0,984253 | 4800 |
| 209 | 5  | 12 | 1 | 758,3024 | 0,725247 | 0,556304 | 0,975172 | 9600 |
| 210 | 19 | 2  | 4 | 375,852  | 3,982708 | 0,017799 | 0,984997 | 1600 |
| 211 | 17 | 2  | 4 | 370,1024 | 3,958555 | 0,045753 | 0,985138 | 1600 |
| 212 | 9  | 8  | 2 | 403,2678 | 1,782082 | 0,3581   | 0,985122 | 6400 |
| 213 | 23 | 6  | 4 | 347,3991 | 3,999802 | 5,16E-05 | 0,986766 | 4800 |
| 214 | 20 | 5  | 4 | 349,7045 | 3,990923 | 0,011597 | 0,986691 | 4000 |
| 215 | 30 | 7  | 3 | 355,4625 | 3        | 0        | 0,986824 | 5600 |
| 216 | 15 | 10 | 4 | 345,6158 | 3,866108 | 0,18535  | 0,987014 | 8000 |
| 217 | 16 | 8  | 2 | 400,7442 | 1,996344 | 0,003858 | 0,985402 | 6400 |
| 218 | 23 | 6  | 3 | 357,7757 | 2,999673 | 5,25E-05 | 0,986355 | 4800 |
| 219 | 19 | 4  | 5 | 355,3236 | 4,951671 | 0,051934 | 0,986606 | 3200 |
| 220 | 16 | 4  | 3 | 373,9626 | 2,976957 | 0,026921 | 0,985388 | 3200 |
| 221 | 23 | 3  | 3 | 380,72   | 3        | 0        | 0,984892 | 2400 |
| 222 | 19 | 7  | 4 | 344,0339 | 3,986604 | 0,013591 | 0,987136 | 5600 |
| 223 | 11 | 4  | 3 | 373,1092 | 2,700629 | 0,472002 | 0,985498 | 3200 |

|     |    |    |    |          |          |          |          |      |
|-----|----|----|----|----------|----------|----------|----------|------|
| 224 | 20 | 6  | 2  | 418,446  | 1,999746 | 0,000177 | 0,984024 | 4800 |
| 225 | 15 | 11 | 4  | 345,1666 | 3,869963 | 0,182132 | 0,987062 | 8800 |
| 226 | 19 | 10 | 2  | 397,844  | 1,999875 | 0,000427 | 0,985418 | 8000 |
| 227 | 34 | 10 | 2  | 397,8998 | 2        | 0        | 0,985764 | 8000 |
| 228 | 14 | 10 | 2  | 399,6262 | 1,984866 | 0,01998  | 0,985636 | 8000 |
| 229 | 14 | 3  | 4  | 3,66E+02 | 3,790131 | 0,290005 | 0,985567 | 2400 |
| 230 | 9  | 7  | 6  | 345,6955 | 2,909515 | 5,076034 | 0,987436 | 5600 |
| 231 | 10 | 9  | 2  | 399,6666 | 1,873517 | 0,199114 | 0,985379 | 7200 |
| 232 | 12 | 11 | 3  | 3,53E+02 | 2,812851 | 0,289051 | 0,986734 | 8800 |
| 233 | 22 | 11 | 4  | 349,5256 | 3,998031 | 0,001548 | 0,986852 | 8800 |
| 234 | 9  | 11 | 2  | 400,0645 | 1,791826 | 0,352994 | 0,985128 | 8800 |
| 235 | 12 | 10 | 2  | 399,0669 | 1,95341  | 0,070096 | 0,98543  | 8000 |
| 236 | 8  | 9  | 7  | 351,3373 | 2,48536  | 7,460247 | 0,987426 | 7200 |
| 237 | 40 | 6  | 4  | 344,6182 | 4        | 0        | 0,987104 | 4800 |
| 238 | 15 | 6  | 3  | 359,7039 | 2,960052 | 0,055046 | 0,986248 | 4800 |
| 239 | 11 | 5  | 3  | 363,8178 | 2,708131 | 0,453155 | 0,9859   | 4000 |
| 240 | 12 | 10 | 3  | 3,54E+02 | 2,817628 | 0,283835 | 0,986688 | 8000 |
| 241 | 10 | 10 | 3  | 354,0542 | 2,558904 | 0,71785  | 0,986914 | 8000 |
| 242 | 11 | 9  | 1  | 794,3453 | 0,990257 | 0,01224  | 0,973872 | 7200 |
| 243 | 9  | 12 | 3  | 354,693  | 2,365356 | 1,077033 | 0,986862 | 9600 |
| 244 | 9  | 12 | 2  | 402,2086 | 1,790336 | 0,351534 | 0,985432 | 9600 |
| 245 | 4  | 12 | 2  | 477,9079 | 0,811254 | 2,653634 | 0,983593 | 9600 |
| 246 | 24 | 11 | 4  | 345,9818 | 3,999802 | 0,000205 | 0,986964 | 8800 |
| 247 | 35 | 2  | 5  | 3,70E+02 | 5        | 0        | 0,985536 | 1600 |
| 248 | 17 | 8  | 4  | 348,2381 | 3,956735 | 0,053497 | 0,986781 | 6400 |
| 249 | 11 | 6  | 3  | 355,0132 | 2,712463 | 0,430478 | 0,986435 | 4800 |
| 250 | 10 | 11 | 3  | 350,182  | 2,552298 | 0,709523 | 0,987005 | 8800 |
| 251 | 15 | 6  | 1  | 8,04E+02 | 0,999537 | 0,00046  | 0,970891 | 4800 |
| 252 | 11 | 7  | 4  | 344,6985 | 3,294786 | 1,098923 | 0,986846 | 5600 |
| 253 | 23 | 12 | 3  | 353,6892 | 2,999835 | 0,000337 | 0,986601 | 9600 |
| 254 | 16 | 2  | 10 | 414,1788 | 6,971831 | 3,926272 | 0,98589  | 1600 |
| 255 | 20 | 8  | 3  | 352,45   | 2,999007 | 0,000742 | 0,986792 | 6400 |
| 256 | 10 | 6  | 2  | 418,5345 | 1,860882 | 0,220415 | 0,984274 | 4800 |
| 257 | 9  | 6  | 2  | 4,29E+02 | 1,794436 | 0,331494 | 0,984124 | 4800 |
| 258 | 14 | 11 | 3  | 3,53E+02 | 2,933964 | 0,092477 | 0,986623 | 8800 |
| 259 | 10 | 12 | 2  | 402,8421 | 1,862695 | 0,211599 | 0,985437 | 9600 |
| 260 | 16 | 2  | 2  | 4,54E+02 | 1,996721 | 0,003245 | 0,981649 | 1600 |
| 261 | 16 | 4  | 2  | 436,4617 | 1,99697  | 0,002921 | 0,982667 | 3200 |
| 262 | 10 | 10 | 5  | 343,2842 | 3,252996 | 2,795208 | 0,987421 | 8000 |
| 263 | 21 | 2  | 2  | 453,3091 | 1,999749 | 0,000227 | 0,981487 | 1600 |
| 264 | 17 | 9  | 4  | 346,0749 | 3,953456 | 0,06173  | 0,986925 | 7200 |
| 265 | 16 | 3  | 1  | 862,1738 | 0,99977  | 0,000156 | 0,96771  | 2400 |
| 266 | 4  | 11 | 2  | 482,9591 | 0,796984 | 2,661671 | 0,982987 | 8800 |
| 267 | 26 | 4  | 4  | 355,3469 | 4        | 0        | 0,986294 | 3200 |
| 268 | 25 | 8  | 3  | 353,367  | 3        | 0        | 0,986907 | 6400 |
| 269 | 33 | 6  | 1  | 797,5264 | 1        | 0        | 0,971402 | 4800 |

---

|     |    |    |   |          |          |          |          |      |
|-----|----|----|---|----------|----------|----------|----------|------|
| 270 | 21 | 7  | 2 | 410,4722 | 1,999875 | 0,000137 | 0,984558 | 5600 |
| 271 | 9  | 10 | 2 | 4,05E+02 | 1,796652 | 0,323974 | 0,985328 | 8000 |
| 272 | 32 | 2  | 2 | 460,3574 | 2        | 0        | 0,981715 | 1600 |
| 273 | 15 | 5  | 4 | 344,3785 | 3,864875 | 0,193737 | 0,987233 | 4000 |
| 274 | 26 | 10 | 1 | 736,4179 | 1        | 0        | 0,975536 | 8000 |
| 275 | 11 | 10 | 4 | 343,5198 | 3,274833 | 1,142111 | 0,987156 | 8000 |
| 276 | 19 | 11 | 2 | 4,01E+02 | 1,999875 | 8,29E-05 | 0,985586 | 8800 |
| 277 | 14 | 11 | 2 | 400,1656 | 1,983812 | 0,021824 | 0,985541 | 8800 |
| 278 | 25 | 6  | 4 | 346,6536 | 3,999605 | 0,000469 | 0,986753 | 4800 |
| 279 | 19 | 9  | 3 | 354,8819 | 2,996719 | 0,002955 | 0,986783 | 7200 |
| 280 | 27 | 7  | 3 | 352,4472 | 3        | 0        | 0,986729 | 5600 |
| 281 | 17 | 3  | 2 | 453,0408 | 1,997506 | 0,003544 | 0,981701 | 2400 |
| 282 | 20 | 12 | 3 | 354,2769 | 2,997857 | 0,001816 | 0,986732 | 9600 |
| 283 | 29 | 2  | 3 | 386,5519 | 3        | 0        | 0,984242 | 1600 |
| 284 | 36 | 7  | 2 | 409,691  | 2        | 0        | 0,985025 | 5600 |
| 285 | 16 | 5  | 4 | 347,5025 | 3,918935 | 0,105782 | 0,986825 | 4000 |
| 286 | 7  | 12 | 7 | 356,8591 | 2,013704 | 8,528693 | 0,987323 | 9600 |
| 287 | 13 | 7  | 1 | 804,5535 | 0,997622 | 0,001854 | 0,972391 | 5600 |
| 288 | 31 | 4  | 3 | 370,6618 | 3        | 0        | 0,985444 | 3200 |