



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**ESTUDO NUMÉRICO DO PROCESSO DE CALCINAÇÃO DA
GIPSITA EM FORNOS ROTATIVOS COM AQUECIMENTO
INDIRETO A ÓLEO**

**TESE SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO PARA
OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA**

DOUTORANDO: JOSÉ JUNIO URBANO

ORIENTADOR: JORGE RECARTE HENRIQUEZ GUERRERO

CO-ORIENTADORA: ANA ROSA MENDES PRIMO

Recife, 16 de Agosto de 2013.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**ESTUDO NUMÉRICO DO PROCESSO DE CALCINAÇÃO DA
GIPSITA EM FORNOS ROTATIVOS COM AQUECIMENTO
INDIRETO A ÓLEO**

**TESE SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO PARA
OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA**

ORIENTADOR: JORGE RECARTE HENRIQUEZ GUERRERO

CO-ORIENTADORA: ANA ROSA MENDES PRIMO

Recife, 16 de Agosto de 2013.

Catálogo na fonte

Bibliotecário Vimário Carvalho da Silva, CRB-4 / 1204

U72e

Urbano, José Junio.

Estudo numérico do processo de calcinação da Gipsita em fornos rotativos com aquecimento indireto a óleo. / José Junio Urbano. - Recife: O Autor, 2013.

Xv, 120 folhas, il., gráfs., tabs., color.

Orientador: Prof^o. Jorge Recarte Henriquez Guerrero.

Co-orientadora: Prof.^a Ana Rosa Mendes Primo.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, 2013.

Inclui Referências bibliográficas, listas de figuras, de tabelas e de siglas e símbolos, além de apêndices.

1. Engenharia Mecânica. 2. Calcinação. 3. Sistema de Aquecimento. 4. Gipsita. 5. Gesso. I. Guerrero, Jorge Recarte Henriquez (orientador). II. Primo, Ana Rosa Mendes. III. Título.

UFPE

621 CDD (22. ed.)

BCTG/2013-317

“ESTUDO NUMÉRICO DO PROCESSO DE CALCINAÇÃO DA GIPSITA EM
FORNOS ROTATIVOS COM AQUECIMENTO INDIRETO A ÓLEO”

JOSÉ JUNIO URBANO

ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
DOUTOR EM ENGENHARIA MECÂNICA

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ENERGIA

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
MECÂNICA/CTG/EEP/UFPE

Prof. Dr. JORGE RECARTE HENRIQUEZ GUERRERO
ORIENTADOR/PRESIDENTE

Prof^a Dr^a ANA ROSA MENDES PRIMO
CO-ORIENTADORA

Prof. Dr. CEZAR HENRIQUE GONZALEZ
VICE-COORDENADOR DO PROGRAMA

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. JORGE RECARTE HENRIQUEZ GUERRERO (UFPE/DEMEC)

Prof^a Dr^a RITA DE CÁSSIA FERNANDES DE LIMA (UFPE/DEMEC)

Prof. Dr. JOSÉ CARLOS CHARAMBA DUTRA (UFPE/DEMEC)

Prof. Dr. FERNANDO ROBERTO DE ANDRADE LIMA (CNEN)

Prof. Dr. ALCIDES CODECEIRA NETO (UPE)

AGRADECIMENTO

Agradeço a Deus por mais um sonho realizado. À minha família pelo apoio e compreensão, em especial minha amada esposa Keila Ferreira. Aos meus orientadores pela paciência e pela dedicação durante esses anos de trabalho. Aos meus amigos pelo apoio técnico e principalmente pelo companheirismo.

“Para alcançar algo que até hoje não conseguimos, talvez seja importante fazer algo que até hoje não fizemos”.

Maharaji

RESUMO

A desidratação da gipsita entre 100 e 160°C produz o sulfato de cálcio $\text{CaSO}_4 \cdot 0,5\text{H}_2\text{O}$ conhecido como gesso. Esse processo, conhecido por calcinação da gipsita, pode ser realizado em fornos rotativos de queima direta ou indireta por meio da queima de um combustível tal como a lenha, coque de petróleo e o óleo BPF. Entretanto, se temperaturas acima de 160°C forem atingidas a gipsita se transformará em produtos com características e aplicações diferentes às do gesso. Dessa maneira, torna-se importante a previsão do comportamento dos perfis de temperatura ao longo do forno, assim como suas taxas de aquecimento. O presente trabalho propõe uma modelagem matemática e uma simulação numérica de um forno rotativo com aquecimento indireto a óleo considerando dois casos distintos: a calcinação sem a homogeneização do leito e a condição de homogeneização do leito. Foram analisadas as influências dessas condições nos campos de temperaturas e no tempo de calcinação. Os resultados da simulação numérica revelam boa concordância com resultados reais do processo de calcinação.

Palavras – chaves: Calcinação, gipsita, gesso, sistema de aquecimento a óleo.

ABSTRACT

The dehydration of gypsum between 100 and 160°C produces calcium sulfate $\text{CaSO}_4 \cdot 0,5\text{H}_2\text{O}$ known as gypsum. This process, known by gypsum calcination, can be accomplished in rotary kilns of directly or indirectly burn, by burning a fuel such as fuel, petroleum coke and BPF. However, if temperatures above 160°C are reached the gypsum will turn into products with different characteristics and applications to the plaster. Thus, it becomes very important to predict the behavior of the temperature profile along the kiln, as well as their rates of heating. This work proposes a mathematical modeling and numerical simulation of a rotary kiln with indirect heating oil considering two distinct cases: calcination without homogenization of the bed and the condition of homogeneity of the bed. It was analysed the influence of these conditions in the fields of temperature and calcination time. The results of numerical simulation show a good agreement with real results of the calcination process.

Keywords: Calcination, gypsum, plaster, Oil heating system.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTO	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	iv
SUMÁRIO.....	v
LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS	xi
LISTA DE SIGLAS E SÍMBOLOS.....	xii
1. INTRODUÇÃO – O POLO GESSEIRO DO ARARIPE	16
1.1. O polo gesso do Araripe e a sua influência econômica	16
1.2. A obtenção do gesso mediante o tratamento da gipsita	18
1.3. Etapas da produção do gesso	18
1.4. Condições de calcinação da gipsita.....	20
1.5. Tipos e características dos fornos de calcinação.....	22
1.5.1. Forno tipo panela.....	22
1.5.2. Forno tipo marmitta.....	24
1.5.3. Forno tipo rotativo.....	26
1.5.4. Forno tipo tubular paralelo	28
1.5.5. Forno tipo barriga quente	29
1.6. Comparativo entre os fornos do tipo panela, marmitta e rotativo.....	30
1.7. Produtos obtidos da calcinação da gipsita	30
1.8. A matriz energética da região do Araripe	31
1.9. A lenha no processo de calcinação da gipsita.....	31
1.10. Objetivo geral do trabalho e sua importância	33
1.11. Estrutura do trabalho.....	33
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	35

2.1. A calcinação da gipsita e o gesso.....	35
2.2. Fluidos térmicos.....	37
2.2.1. Aplicações e características dos principais fluidos térmicos	37
2.2.2. Classificação dos óleos.....	42
2.3. Sistemas que operam com óleo como fluido térmico	46
2.3.1. Componentes de um sistema de aquecimento indireto	46
2.3.2. Transferência de calor em sistemas que utilizam fluidos térmicos para fins de transferência de calor	48
2.4. Transferência de calor em fornos rotativos.....	51
2.5. O consumo da lenha como fonte energética	53
2.6. A gipsita e o gesso	60
2.6.1. A história do gesso	60
2.6.2. Origem e mineração da gipsita.....	61
3. MODELAGEM MATEMÁTICA.....	65
3.1. Modelagem matemática	65
3.1.1. Região 1 – óleo aquecido	65
3.1.2. Região 2 – cilindro menor munido de baixa velocidade de rotação	67
3.1.3. Região 3 – região formada pelo leito de gipsita.....	70
3.1.4. Região 4 – região formada pelo ar e gases provenientes do processo de calcinação	72
3.2. Outras correlações empíricas para a convecção natural	73
3.2.1. Cilindros concêntricos.....	73
3.2.2. Convecção interna ao cilindro.....	74
3.3. Movimento transversal do leito em fornos rotativos	75
3.4. Movimento axial do leito em fornos rotativos.....	79
3.5. Discretização da equação do balanço de energia para os volumes de controle... 80	
3.5.1. Pontos na interface ar-óleo.....	81
3.5.2. Pontos em contato com o óleo.....	83

3.5.3. Pontos em contato com o ar externo	83
3.5.4. Pontos internos ao cilindro	84
3.5.5. Pontos no cilindro em contato com o ar interno.....	85
3.5.6. Pontos na interface aço-gipsita.....	85
3.5.7. Pontos na interface aço-gipsita-ar	86
3.5.8. Pontos superficiais não centrais na gipsita	88
3.5.9. Pontos superficiais centrais na gipsita.....	88
3.5.10. Pontos internos na gipsita.....	89
3.6. Critério de estabilidade para as equações de balanço de energia	90
3.7. Considerações finais sobre a modelagem matemática do forno rotativo.....	92
3.8. Estabilidade de malha	93
3.9. Teste de simetria	94
4. RESULTADOS.....	96
4.1. Validação do modelo matemático.....	96
4.2. Modelo inicial – forno rotativo sem homogeneização.....	97
4.3. Modelo com homogeneização do leito	105
5. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	107
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	109
APÊNDICE - DEDUÇÃO DAS EQUAÇÕES DOS VOLUMES DE CONTROLE ..	114

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-1 - Representação geográfica do Polo Gesseiro do Araripe – PE.....	17
Figura 1-2 - Processo de britagem da gipsita – Calcinadora AM Gesso.....	18
Figura 1-3 - Processo de moagem da gipsita – Calcinadora AM Gesso.	19
Figura 1-4 - Processo de embalagem da gipsita – Calcinadora AM Gesso.....	19
Figura 1-5 - Condições possíveis de calcinação da gipsita.	20
Figura 1-6 - Câmara de combustão de um forno rotativo – Calcinadora Calmina.....	21
Figura 1-7 - Aplicação do gesso α na confecção de prótese dentária – Calcinadora Supergesso.....	22
Figura 1-8 - Forno tipo panela.....	23
Figura 1-9 – Representação esquemática de uma fábrica que utiliza forno do tipo panela.	24
Figura 1-10 - Forno do tipo marmita vertical.....	24
Figura 1-11 - Representação esquemática de uma fábrica que utiliza forno do tipo marmita vertical.....	25
Figura 1-12 - Forno do tipo marmita horizontal.....	26
Figura 1-13 - Forno do tipo marmita rotativo.....	27
Figura 1-14 - Filtro de mangas para retenção de particulados – Calcinadora AM Gesso.	27
Figura 1-15 – Representação esquemática de uma fábrica que utiliza forno do tipo rotativo.....	28
Figura 1-16 - Forno do tipo tubular paralelo – Calcinadora Calmina.	29
Figura 1-17 - Forno do tipo barriga quente – Calcinadora Supergesso.....	29
Figura 1-18 - Coque utilizado como fonte energética na calcinação da gipsita.....	31
Figura 1-19 - Forno rotativo danificado pelo uso do coque de petróleo como fonte energética para calcinação da gipsita.....	32
Figura 1-20 - Lenha utilizada em uma calcinadora localizada em Araripina, PE.....	33
Figura 2-1 - Sistema típico de transferência de calor.	46
Figura 2-2 - Cavaco de lenha utilizada como fonte energética na calcinação da gipsita. Calcinadora AM Gesso.....	57
Figura 2-3 - Lenha utilizada como fonte energética na calcinação da gipsita.....	58
Figura 2-4 – Histórico de consumo de lenha (10 ⁶ toneladas) em vários setores.....	59

Figura 2-5 – Histórico de consumo final de energia (10^6 toneladas).	59
Figura 2-6 - Variedades da gipsita do Araripe conhecidas como Cocadinha (a), Johnson + Estrelinha (b), Selenita (c), Alabastro (d) e Anidrita (e).	61
Figura 2-7 - Frente de lavra de gipsita em Araripina – Pernambuco.	63
Figura 3-1 - Representação esquemática das condições de contorno do sistema de aquecimento para a calcinação de gipsita.	66
Figura 3-2 - Regiões do domínio do forno rotativo. O plano z é normal ao plano da página.	67
Figura 3-3 - Calorímetro diferencial (Universidade Federal de Pernambuco).	71
Figura 3-4 - Encapsulamento e medição da massa das amostras de gipsita.	71
Figura 3-5 - Variação da taxa de energia para uma amostra de gipsita.	72
Figura 3-6 - Representação da malha e dos volumes de controle em coordenadas cilíndricas.	73
Figura 3-7 - Classificação dos movimentos transversais de leito em fornos rotativos. .	75
Figura 3-8 - Movimento de leito rolante.	77
Figura 3-9 - Movimento de leito rolante.	77
Figura 3-10 - Geometria do leito com movimento deslizante.	78
Figura 3-11 - Representação da malha de pontos em coordenadas cilíndricas. Δr , $\Delta \theta$ e Δz são os espaçamentos radial, angular e longitudinal respectivamente. A componente Δz é normal ao plano da página.	80
Figura 3-12 - Identificação dos dez tipos de pontos na malha em coordenadas cilíndricas.	81
Figura 3-13 - Volume de controle para pontos superficiais externos ao cilindro de aço na interface ar/óleo.	82
Figura 3-14 - Volume de controle para pontos internos ao cilindro de aço.	84
Figura 3-15 - Volume de controle para pontos superficiais internos ao cilindro de aço.	85
Figura 3-16 - Volume de controle para pontos internos na interface aço/gipsita.	86
Figura 3-17 - Volume de controle para pontos internos na interface aço/gipsita superficial.	87
Figura 3-18 - Volume de controle para pontos superficiais não centrais na gipsita.	88
Figura 3-19 - Volume de controle para pontos superficiais centrais na gipsita.	89
Figura 3-20 - Volume de controle para pontos internos na gipsita.	89
Figura 3-21 - Perfis de temperatura de uma seção transversal superficial do forno: refino de malha na coordenada radial.	93

Figura 3-22 - Perfis de temperatura de uma seção transversal superficial do forno: refino de malha na coordenada angular.	94
Figura 3-24 - Teste de simetria dos perfis esquerdo e direito.	95
Figura 4-1 - Forno rotativo de queima indireta (Calcinadora Supergesso).	96
Figura 4-2 - Curva de aquecimento para diferentes temperaturas de chama dos queimadores.....	97
Figura 4-3 - Perfis de temperatura para o tempo de residência de 8,5 minutos.	98
Figura 4-4 - Curvas de aquecimento para o ponto central e para um ponto extremo.....	99
Figura 4-5 - Distribuição de temperatura para um perfil intermediário (tempo de residência de 8,5 minutos).	99
Figura 4-6 - Distribuição longitudinal de temperatura para o óleo, ar interno e gipsita (tempo de residência: 8,5 minutos).	100
Figura 4-7 - Perfis de temperatura para um tempo de residência de 2 horas.	101
Figura 4-8 - Curvas de aquecimento do ponto central, ar e ponto situado a $\frac{3}{4}$ do centro. Tempo de residência: 2 horas.	101
Figura 4-9 - Distribuição de temperatura para um perfil intermediário (tempo de residência de 2 horas).	102
Figura 4-10 - Curvas de aquecimento do ponto central para três rotações diferentes para um tempo de residência de 2 horas.....	103
Figura 4-11 - Distribuição longitudinal de temperatura para o óleo, ar interno e gipsita (tempo de residência: 2 horas).	103
Figura 4-12 - Influência da vazão mássica de óleo no tempo de calcinação do ponto mais próximo à parede do forno.	104
Figura 4-13 - Temperatura da gipsita para algumas vazões mássicas.	105
Figura 4-14 - Comportamento da curva de aquecimento da gipsita em função da temperatura do óleo de entrada.....	106

LISTA DE TABELAS

Tabela 1-1 - Produção de gipsita em 2008.	17
Tabela 1-2 - Consumo per capita de gesso em alguns países da América do Sul.	18
Tabela 1-3- Característica do forno tipo panela para produção do gesso.	23
Tabela 1-4 - Característica do forno tipo marmita vertical para produção do gesso.	26
Tabela 1-5 - Característica do forno tipo rotativo para produção do gesso.	28
Tabela 1-6 - Característica dos fornos empregados para a produção do gesso no Araripe.	30
Tabela 2-1 - Fluidos térmicos e temperaturas usuais de trabalho.	39
Tabela 2-2 - Principais fluidos térmicos e suas vantagens e desvantagens.	41
Tabela 2-3 - Classificação e Aplicação dos Fluidos Térmicos.	43
Tabela 2-4 - Principais divergências nas características dos óleos parafínicos e naftênicos.	44
Tabela 2-5 - Produção mundial de lenha em milhões de metros cúbicos.	53
Tabela 2-6 - Recursos florestais mundial em 2000.	54
Tabela 2-7 - Recursos florestais e de biomassa.	54
Tabela 2-8 - Produção de lenha de matas nativas em região de campos.	55
Tabela 2-9 - Análise química elementar de lenha de eucalipto.	56
Tabela 2-10 - Análise imediata de lenha de eucalipto.	56
Tabela 2-11 - Temperaturas teóricas de combustão.	56
Tabela 2-12 - Consumo de lenha (tep/ano) no setor industrial do polo gesseiro do Araripe.	60
Tabela 2-13 - Percentual de distribuição da gipsita encontrada na Região do Araripe. .	61
Tabela 2-14 - Percentual da composição química média para o depósito de gipsita do Araripe.	62
Tabela 2-15 - Propriedades físicas do mineral gipsita.	62
Tabela 3-1 - Dados das amostras de gipsita.	71
Tabela 3-2 - Resultados obtidos por meio dos testes no calorímetro diferencial.	72
Tabela 3-3 - Faixas do número de Froude para cada movimento de leito em fornos rotativos.	76

LISTA DE SIGLAS E SÍMBOLOS

Siglas:

<i>ABNT</i>	Associação Brasileira de Normas Técnicas
<i>APL</i>	Arranjo Produtivo Local do Gesso
<i>ASTM</i>	<i>American Society for Testing and Materials</i>
<i>BEN</i>	Balanço Energético Nacional
<i>BPF</i>	Baixo Ponto de Fusão
<i>CFD</i>	Dinâmica de Fluidos Computacional
<i>DSS</i>	Sistema de Simulação Dinâmica
<i>GLP</i>	Gás Liquefeito de Petróleo
<i>HEATRAN</i>	Heat Transfer Technology
<i>ITEP</i>	Instituto Tecnológico de Pernambuco
<i>MVF</i>	Método dos Volumes Finitos
<i>ND</i>	Não determinada
<i>PCI</i>	Poder Calorífico Inferior [kcal/kg]
<i>PCM</i>	Material de mudança de fase (<i>Phase Change Material</i>)
<i>tep</i>	Tonelada equivalente de petróleo

Símbolos:

D_h	Diâmetro hidráulico [m]
$\dot{E}$	Taxa de energia [W]
Gr_L	Número de Grashof
$\dot{m}$	Vazão mássica [kg/s]
$\dot{q}$	Taxa de transferência de calor [W]
Bi	Número de Biot
C	Capacidade térmica [kJ/K]
c_p	Calor específico a pressão constante [kJ/kg.K]
D	Diâmetro [m]
E	Energia de calcinação [mW]
F	Fator de forma
F_C	Fator geométrico de concentricidade de cilindros

f_c	Fração de preenchimento
$ Fo$	Número de Fourier
$ Fr$	Número de Froude
$ h$	Hora; Coeficiente de transferência de calor por convecção [W/m ² .K]
$ H$	Profundidade do leito [m]
$ hab.$	Habitante
$ h_{gp}$	Coeficiente de transferência de calor por convecção entre o gás e a parede interna do forno [W/m ² .K]
$ h_{gs}$	Coeficiente de transferência de calor por convecção entre o gás e o leito [W/m ² .K]
$ h_{r_cc}$	Coeficiente de transferência de calor por radiação em cilindros concêntricos [W/m ² .K]
$ K$	Constante de aumento percentual de volume para fluidos aromáticos
$ k$	Condutividade térmica [W/m.K]
$ kcal$	Quilocaloria
$ k_g$	Condutividade térmica do gás [W/m.K]
$ L$	Comprimento longitudinal do forno [m]
$ L_C$	Comprimento característico de espaçamento entre cilindros [m]
$ m$	Contador de volumes na direção radial
$ n$	Contador de volumes na direção angular, velocidade de rotação do forno
$ N_C$	Número de cascata por revolução
$ N_{mix}$	Coeficiente de mistura
$ Nu$	Número de Nusselt
$ o$	Contador de volumes na direção longitudinal
$ p$	Passo temporal [s]
$ Pr$	Número de Prandtl
$ Q$	Calor [kJ] [kcal]
$ q_{cond}$	Taxa de transferência de calor por condução [W]
$ q_{conv}$	Taxa de transferência de calor por convecção [W]
$ q_{rad}$	Taxa de transferência de calor por radiação [W]
$ r, R$	Raio [m]
$ r_0$	Distância do centro até a superfície livre do leito
$ Ra$	Número de Rayleigh

Re	Número de Reynolds
Re_D	Número de Reynolds axial
Re_w	Número de Reynolds angular
r_m	Representação do contador de volume na direção radial
$St.$	Estéril
T	Temperatura [°C] [K]
t	Tempo [s]
T_{inf}	Temperatura do ambiente adjacente [K]
T_{inf_ar}	Temperatura do ar [K]
t_{mix}	Tempo de mistura [s]
$T_{óleo}$	Temperatura do óleo [K]
t_R	Tempo crítico [s]
T_{sup}	Temperatura da superfície [K]
T_{viz}	Temperatura da vizinhança [K]
u_{ax}	Velocidade média de transporte axial [m/s]
u_g	Velocidade axial do gás [rad/s]
V	Volume [m ³]
z	Eixo longitudinal
Z_0	Movimento axial por cascata

Letras gregas:

α	Gesso tipo alfa
β	Gesso tipo beta
Δ	Intervalo
μ	Viscosidade dinâmica [kg/m.s]
ρ	Massa específica [kg/m ³]
σ	Constante de Stefan-Boltzmann [W/m ² .K ⁴]
ε	Emissividade
$\emptyset$	Ângulo
θ	Metade do ângulo da superfície livre
η	Fator de preenchimento do leito
∂	Derivada parcial

ν_g	Viscosidade cinemática do gás [m ² /s]
ξ	Ângulo de repouso do leito
Ψ	Ângulo do leito em relação ao plano axial

Índices subscritos:

<i>1</i>	Cilindro interno
<i>2</i>	Cilindro externo
<i>aço</i>	Propriedades e constantes relacionadas ao aço
<i>aço_gip</i>	Propriedades e constantes equivalentes relacionadas ao aço e à gipsita
<i>aço_óleo</i>	Propriedades e constantes equivalentes relacionadas ao aço e ao óleo
<i>ext</i>	Externo
<i>gip</i>	Propriedades e constantes relacionadas à gipsita
<i>int</i>	Interno
<i>m</i>	Contador de volumes na direção radial
<i>n</i>	Contador de volumes na direção angular, velocidade de rotação do forno
<i>o</i>	Contador de volumes na direção longitudinal
<i>óleo</i>	Propriedades e constantes relacionadas ao óleo

1. INTRODUÇÃO – O POLO GESSEIRO DO ARARIPE

Neste capítulo introdutório será abordada a importância do gesso na cadeia econômica da região do Polo Gesseiro do Araripe e a descrição do processo de obtenção do gesso mediante o tratamento da gipsita. Na parte final do capítulo serão descritos os objetivos principais e secundários e a estrutura geral desse trabalho.

1.1. O polo gesseiro do Araripe e a sua influência econômica

O Polo Gesseiro de Pernambuco possui uma reserva estimada em 1,22 bilhões de toneladas, sendo, portanto, uma das mais importantes e expressivas reservas do mundo. Além disso, o gesso fabricado nesta região possui elevada pureza. A região do Araripe é composta por dez municípios localizados no extremo oeste do Estado de Pernambuco (Figura 1-1), sendo equidistante, em um raio de 800 km, de sete capitais do Nordeste (Recife, Salvador, Fortaleza, Aracaju, Maceió, João Pessoa e Natal). Esta região contempla 42 minas de gipsita totalizando aproximadamente 80% das minas do país, além de 139 fábricas de calcinação de gesso e aproximadamente 726 fábricas de pré-moldados. A geração de empregos é estimada em 13.200 empregos diretos e mais de 66.000 empregos indiretos. A cadeia produtiva do gesso envolve, naquela região, empresas de mineração da gipsita, indústrias de beneficiamento, empresas de transformação, comercialização e distribuição do gesso e produtos derivados, além de empresas do setor de construção civil, indústrias de máquinas e ferramentas, fabricantes de explosivos, transportadoras, oficinas mecânicas, hotéis, indústria química e fabricantes de embalagens. Esta cadeia produtiva do setor configura o chamado Arranjo Produtivo Local do Gesso (APL). (Sindusgesso, 2012).

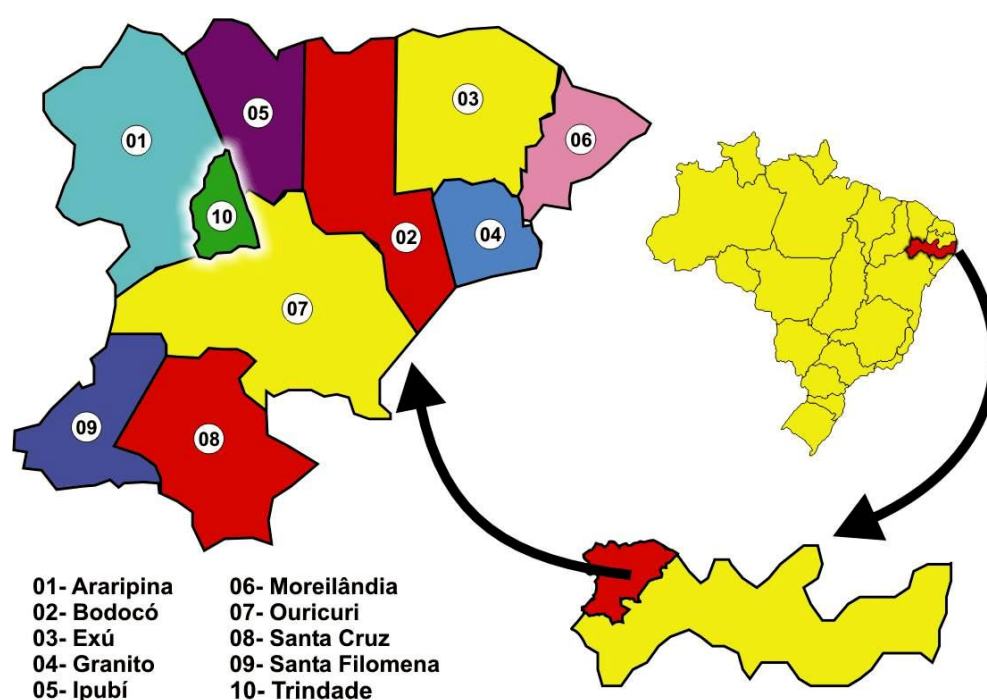
Ainda de acordo com o Sindicato das Indústrias de Gesso do estado de Pernambuco (Sindusgesso, 2012), o Polo Gesseiro de Pernambuco produz em média cerca de 800 mil toneladas de gipsita usada pela indústria de cimento e 200 mil toneladas de gesso agrícola. A capacidade de produção é cerca de 1,2 milhões de toneladas com previsão para 600 anos e o faturamento anual é de US\$ 300 milhões/ano. A Tabela 1-1 mostra a produção anual da gipsita em toneladas para os principais Estados produtores.

Tabela 1-1 - Produção de gipsita em 2008.

Estado	Toneladas	Produção nacional
Pernambuco	1.393.113	92%
Ceará	65.303	4,3%
Maranhão	42.162	2,8%
Tocantins	11.674	0,8%
Amazonas	2.363	0,2%
TOTAL	1.514.615	100%

(Sindugesso, 2012)

Figura 1-1 - Representação geográfica do Polo Gessero do Araripe – PE.



(Adaptado de Cunha et al. 2008).

Os Estados Unidos da América são os maiores produtores e consumidores mundiais de gipsita. Em termos mundiais, a indústria de cimento é a maior consumidora, enquanto nos países desenvolvidos a indústria de gesso e seus derivados absorvem a maior parte da gipsita produzida. O consumo per capita de gesso no Brasil é bastante baixo (apesar do crescimento dos últimos anos) se comparado com o que ocorre em outros países da América do Sul, sendo esse um indicador importante do potencial de crescimento de consumo no país nos próximos anos. A Tabela 1-2 mostra o consumo per capita do gesso em alguns países da América do Sul. (Baltar *et al.*, 2005).

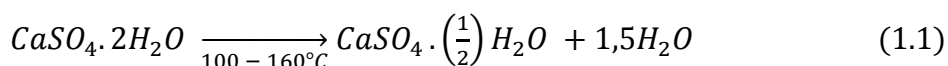
Tabela 1-2 - Consumo per capita de gesso em alguns países da América do Sul.

País	Consumo anual (kg/hab.)
Chile	41
Argentina	21
Brasil	9,3

(Adaptado de Baltar et al., 2005)

1.2. A obtenção do gesso mediante o tratamento da gipsita

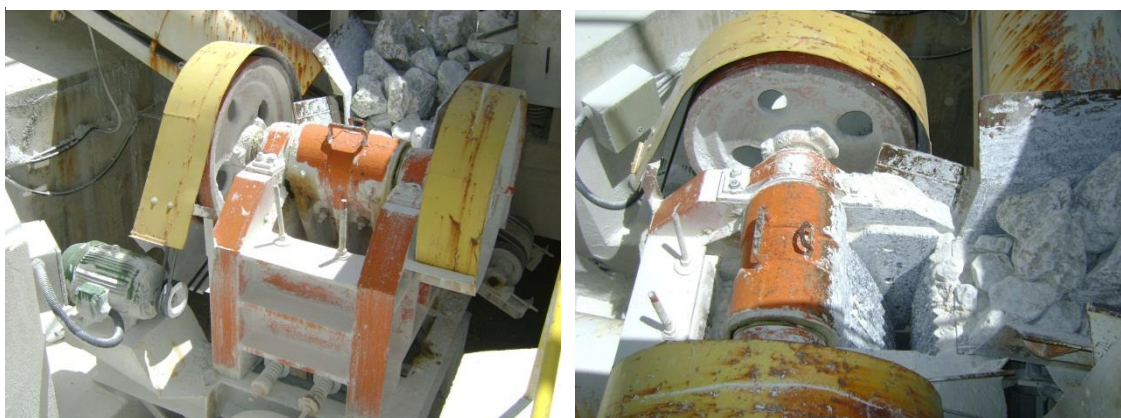
O sulfato de cálcio duplamente hidratado ($\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$), também conhecido como gipsita, é um mineral encontrado em diversas regiões do mundo e apresenta um amplo campo de utilização. Este minério possui grande facilidade de desidratação e reidratação. Aproximadamente 75% da água de cristalização, durante o processo de calcinação, são perdidas e a gipsita é convertida, conforme a Equação (1.1), em um sulfato hemidratado de cálcio: o gesso ($\text{CaSO}_4 \cdot 1/2\text{H}_2\text{O}$). Este sulfato, quando misturado com água pode ser moldado e trabalhado adquirindo consistência mecânica. A forma de utilização da gipsita pode ser natural ou calcinada. A forma natural é usada na agricultura e na indústria de cimento, enquanto a forma calcinada, conhecida como gesso, possui várias utilizações na construção civil. (Baltar et al., 2005).



1.3. Etapas da produção do gesso

O processo de obtenção do gesso compreende várias operações: a britagem (Figura 1-2) consiste na fragmentação do minério de gipsita; na moagem (Figura 1-3) a gipsita britada pode ser moída em moinhos de martelo e isso depende do tipo de forno a ser utilizado.

Figura 1-2 - Processo de britagem da gipsita – Calcinadora AM Gesso.



No peneiramento, dependendo do uso específico, a gipsita moída pode ser peneirada (peneiras vibratórias) e separadas em frações. A calcinação é o processo na qual a gipsita é transformada em gesso pela ação do calor transferido à gipsita em fornos de calcinação.

Figura 1-3 - Processo de moagem da gipsita – Calcinadora AM Gesso.



Essa calcinação da gipsita pode ser realizada à pressão atmosférica (obtenção do gesso tipo β) ou em equipamentos fechados com pressão maior que a atmosférica (obtenção do gesso tipo α). Na pulverização, após a calcinação, o gesso é moído (moinho de martelo) para a obtenção de uma granulometria especificada por normas da ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas. Na etapa da estabilização, o gesso, dependendo das condições de calcinação, pode passar por um período de ensilamento ou estabilização para obtenção de maior homogeneidade na sua composição final. E por fim, na etapa da embalagem (Figura 1-4) o gesso é embalado em sacos multifoliados de papel, sacos plásticos ou em embalagens pré-definidas. (Peres *et al.*, 2001).

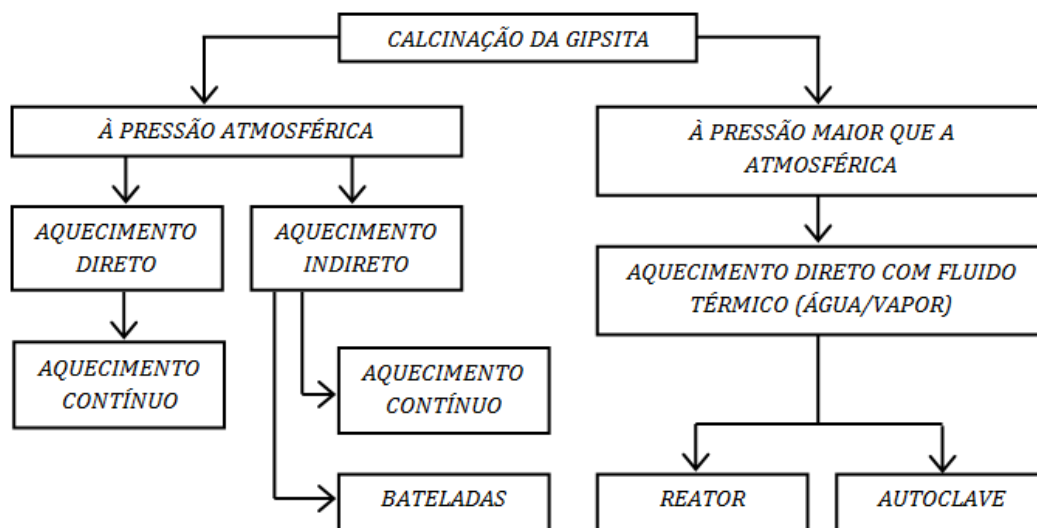
Figura 1-4 - Processo de embalagem da gipsita – Calcinadora AM Gesso.



1.4. Condições de calcinação da gipsita

A Figura 1-5 mostra um fluxograma das condições possíveis de calcinação da gipsita.

Figura 1-5 - Condições possíveis de calcinação da gipsita.



Adaptado de Peres et al., (2001)

A calcinação da gipsita à pressão atmosférica é realizada em fornos rotativos tubulares. Nestes tipos de fornos o diâmetro pode variar de 1 a 3 m e seu comprimento pode variar de 12 a 20 m. A gipsita moída é introduzida logo após a câmara de combustão e transita pelo forno até a outra extremidade onde é separada dos gases da combustão (Figura 1-6). No aquecimento direto, os gases da combustão entram em contato com o minério; já no aquecimento indireto, o calor é primeiro transmitido pelo metal antes de alcançar a gipsita. Na condição de aquecimento indireto e contínuo, a calcinação é realizada normalmente em fornos tubulares de duplo casco, onde os gases quentes transitam pela capa interna enquanto o minério da gipsita transita pela capa externa ou por tubos inseridos nessa segunda capa. Na condição de aquecimento indireto por batelada, a calcinação é realizada em fornos do tipo marmita horizontal (rotativo) e vertical (estático), as dimensões desses fornos e sua capacidade de produção variam bastante e dependem do seu fabricante. O gesso β consiste em cristais mal formados e porosos resultando em um produto de forma irregular e natureza esponjosa. O gesso β é ainda dividido em duas categorias: A e B. Na categoria A destacam-se os gessos de fundição (gesso utilizado na produção industrial ou artesanal de componentes pré-moldados de gesso, destinados à construção civil como blocos e placas ou

elementos decorativos) e a categoria B é utilizada em revestimento manual. A diferença entre as categorias A e B está no tempo de pega¹. Este tempo de pega desejado é controlado através do processo de calcinação. (Peres *et al.*, 2001).

Figura 1-6 - Câmara de combustão de um forno rotativo – Calcinadora Calmina.



Já a calcinação da gipsita a uma pressão maior que a atmosférica é realizada por aquecimento direto mediante um fluido térmico (vapor). No Brasil é utilizado o processo autoclavado com injeção de vapor e em outro processo que consiste na desidratação da gipsita em um meio aquoso; entretanto, a literatura é ainda bastante escassa sobre este processo. A pressão superior à atmosférica é obtida mediante a injeção de vapor sobre pressão. Ambos os tipos de gesso possuem amplo campo de aplicação na indústria, porém, o preço do gesso α é cerca de seis vezes maior que o do gesso β . O gesso α é caracterizado por apresentar cristais regulares, compactos e resistentes. A estrutura cristalina do gesso α é mais homogênea e menos porosa (Figura 1-7). Após a mistura com água obtém-se um produto mais duro, com maior resistência mecânica. (Peres *et al.*, 2001).

¹ **Tempo de Pega:** é definido com o tempo necessário para que o gesso ao ser misturado com a água complete seu ciclo de endurecimento.

Figura 1-7 - Aplicação do gesso α na confecção de prótese dentária – Calcinadora Supergesso.



1.5. Tipos e características dos fornos de calcinação

A região do Polo Gesseiro do Araripe é composto por vários tipos de plantas de fabricação de gesso e estas são caracterizadas pelo tipo de forno empregado, sendo assim, o principal equipamento do processo de obtenção do gesso mediante a calcinação da gipsita. Os tipos de fornos são: panela, marmita vertical, marmita rotativa, rotativo tubular e barriga quente. A seguir são mostradas algumas das principais características de tais fornos.

1.5.1. Forno tipo panela

Este tipo de forno utiliza a lenha como combustível e é encontrado em grande quantidade na região do Araripe. É uma adaptação dos antigos fornos de casas de farinha e estes possuem a forma de uma grande panela de aço. São circulares e abertos, apresentando pequena altura e grande diâmetro. A Figura 1-8 mostra um forno, tipo panela, encontrado na região do Araripe. O aquecimento é indireto, ou seja, a chama não entra em contato com a gipsita e existem pás agitadoras que homogeneízam a calcinação. Por ser um forno de construção rudimentar, o controle de temperatura e o tempo de residência do material são feitos de forma empírica através da observação visual. (Peres *et al.*, 2001 e Santana, 2008).

Figura 1-8 - Forno tipo panela.*(Santana, 2008)*

A Tabela 1-3 mostra as características do forno de panela, coeficientes técnicos e de consumo. O forno do tipo panela apresenta algumas vantagens em relação aos outros tipos de fornos: são operados sem a necessidade de instrumentos para controle de temperatura, é possível a obtenção dos tipos de gesso β , possui uma manutenção simples e possui baixo custo de reposição. A Figura 1-9 mostra um fluxograma de fábricas que utilizam fornos de panela.

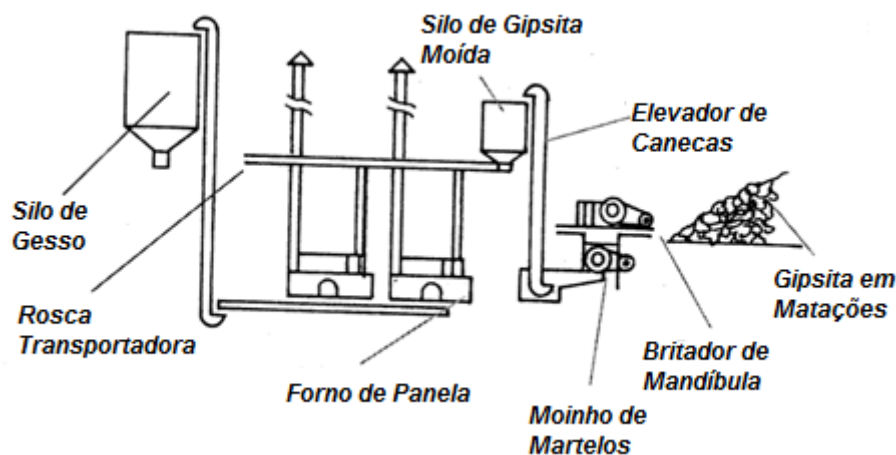
Tabela 1-3- Característica do forno tipo panela para produção do gesso.

Características	Unidade	Lenha²
Consumo de combustível	kg/ toneladas	525
Poder calorífico inferior da lenha	kcal/ toneladas	3.131,2
Consumo de calorias por tonelada de gesso	kcal/ toneladas	1.643.800
Consumo teórico de energia por tonelada de gesso	kcal/ toneladas	154.000
Eficiência térmica	%	9,4

(Adaptado de Peres et al., 2001)

² A densidade volumétrica da lenha é de 350 kg/St e a umidade é 20% p.p.

Figura 1-9 – Representação esquemática de uma fábrica que utiliza forno do tipo panela.



(Peres et al., 2001)

1.5.2. Forno tipo marmita

O forno do tipo marmita vertical foi introduzido na região com o apoio do ITEP (Instituto Tecnológico de Pernambuco). Este tipo de forno pode operar com óleo BPF (óleo preto); porém, muitos ainda utilizam a lenha como combustível. Para a aplicação desse tipo de forno, são realizadas as operações de britagem, através de britadores de mandíbulas, moagem realizada em moinhos de martelos flutuantes; a calcinação ou desidratação é conduzida no forno tipo marmita; a moagem fina é realizada em moinhos de martelo flutuantes e, por fim, o gesso é embalado. (Peres et al., 2001).

A Figura 1-10 mostra um forno marmita vertical. A Figura 1-11 representa um fluxograma de uma fábrica que utiliza fornos marmita vertical.

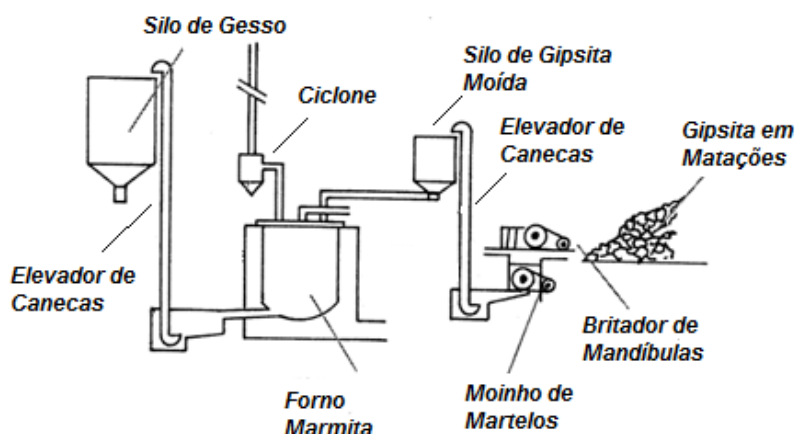
Figura 1-10 - Forno do tipo marmita vertical.



(Baltar et al., 2005)

Neste tipo de forno a chama não entra em contato direto com o material, a temperatura pode ser monitorada através de pirômetros e o tempo de residência também pode ser controlado. No interior do forno existem palhetas que garantem a homogeneidade do material. (Santana, 2008).

Figura 1-11 - Representação esquemática de uma fábrica que utiliza forno do tipo marmitta vertical.



(Peres et al., 2001).

Ainda de acordo com Peres *et al.* (2001), o forno do tipo marmitta vertical apresenta algumas vantagens quando comparado com outros modelos de fornos de calcinação. Possui maior produtividade, produzindo de uma só vez o que produziria cerca de cinco fornos do tipo panela, além de utilizar menos operários por tonelada de gesso produzido. Permite a utilização de combustível alternativo (lenha ou BPF) sem a necessidade de grandes alterações da fornalha. Possui maior rendimento do combustível, pois, consome menor quantidade de lenha por tonelada de gesso produzido e menor poluição ambiental devido à retenção do pó que é liberado durante a calcinação. Neste tipo de forno são produzidos 700 kg/h de gesso com um ciclo de calcinação de aproximadamente 3 horas.

A Tabela 1-4 mostra as principais características dos fornos do tipo marmitta vertical operando com lenha e óleo BPF na produção de gesso.

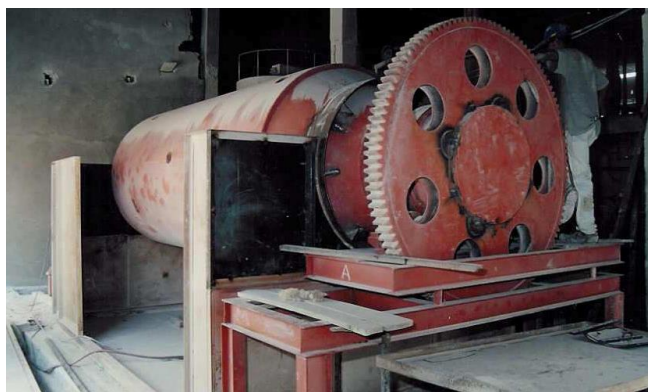
Tabela 1-4 - Característica do forno tipo marmita vertical para produção do gesso.

Características	Unidade	Lenha³	Óleo⁴
Consumo de Combustível	kg/ toneladas	350	45
Poder Calorífico	kcal/ toneladas	3.131	9.770
Consumo de Calorias por tonelada de gesso	kcal/ toneladas	1.095.950	439.650
Consumo Teórico de Energia por tonelada de gesso	kcal/ toneladas	154.000	154.000
Eficiência Térmica	%	14	35

(Adaptado de Peres et al., 2001)

Também são encontrados na Região do Araripe fornos do tipo marmita horizontal. A Figura 1-12 mostra este tipo de forno. O forno marmita horizontal é rotativo, enquanto o forno marmita vertical é estático.

Figura 1-12 - Forno do tipo marmita horizontal.



(Baltar et al., 2005).

1.5.3. Forno tipo rotativo

Os fornos do tipo rotativo são adaptações da indústria de cimento e são caracterizados por apresentarem a forma de um tubo giratório de aço de grande extensão (comprimento de 20 m e diâmetro de 1,8 m em média) com revestimento de material refratário e possuem pequena inclinação. Neste forno o material entra em contato direto com uma chama proveniente de um maçarico na entrada do tubo e o material percorre toda a extensão do forno por gravidade ou de forma forçada por intermédio de palhetas. O tempo de residência e a temperatura da chama podem ser controlados e monitorados. A Figura 1-13 mostra um forno do tipo rotativo. (Santana, 2008).

³ A densidade volumétrica da lenha é de 350 kg/St (estério) e a umidade é 20% p.p.

⁴ Óleo Preto (BPF) com densidade volumétrica de 0,974 kg/litro e enxofre de 4,8% p.p.

Figura 1-13 - Forno do tipo marmitta rotativo.



(Santana, 2008).

Os fornos rotativos, segundo Peres *et al.* (2001), podem produzir cerca de 3 a 4 toneladas de gesso por hora. Este tipo de forno necessita de mecanismo de retenção de poeira quando trabalhando com o minério moído com granulação muito fina, e por isso, são empregados ciclones ou filtros de manga (Figura 1-14).

Figura 1-14 - Filtro de mangas para retenção de particulados – Calcinadora AM Gesso.



As etapas de obtenção do gesso nos fornos rotativos são as mesmas citadas para o forno do tipo marmitta. As principais características dos fornos rotativos, quando comparados com outros fornos de calcinação são: produção contínua (o que facilita a obtenção de gesso com características uniformes), maior rendimento térmico devido ao aquecimento direto, fornalha independente facilitando as manutenções e, por fim, a

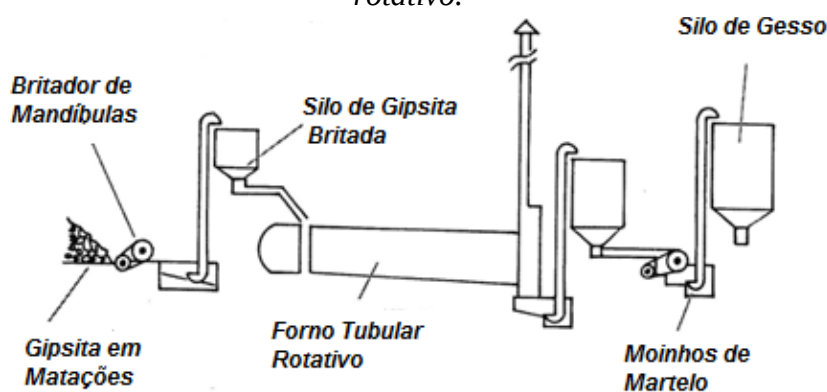
facilidade de automação devido ao processo ser contínuo, trazendo ganhos de qualidade e diminuição de custos. A Tabela 1-5 mostra as principais características dos fornos rotativos quando utilizando óleo BPF. A Figura 1-15 mostra um fluxograma típico de uma fábrica que utiliza fornos do tipo rotativo.

Tabela 1-5 - Característica do forno tipo rotativo para produção do gesso.

Combustível	Unidade	Óleo
Consumo de Óleo	kg/toneladas	35
Poder Calorífico	kcal/ toneladas	9.495
Consumo de Calorias por tonelada de gesso	kcal/ toneladas	332.320
Consumo Teórico de Energia por tonelada de gesso	kcal/ toneladas	154.000
Eficiência Térmica	%	45

(Adaptado de Peres et al., 2001)

Figura 1-15 – Representação esquemática de uma fábrica que utiliza forno do tipo rotativo.



(Peres et al., 2001)

1.5.4. Forno tipo tubular paralelo

Os fornos do tipo tubular paralelo apresentam uma tecnologia europeia que teve pouco desenvolvimento na região do Araripe. É caracterizado por apresentar um tubo central e tubos periféricos por onde os gases quentes circulam. O material não entra em contato direto com a chama e é possível controlar o tempo de permanência, a velocidade de rotação e a inclinação do forno. A Figura 1-16 mostra um forno do tipo tubular paralelo. (Santana, 2008).

Figura 1-16 - Forno do tipo tubular paralelo – Calcinadora Calmina.



1.5.5. Forno tipo barriga quente

Este tipo de forno é caracterizado por apresentar a forma tubular, tronco-cônica em aço especial. A fabricação do gesso em fornos do tipo barriga quente é intermitente, em bateladas, tendo os seus controles automatizados. O material não entra em contato com a chama e o controle do tempo de residência é baseado na perda de massa. Alguns destes fornos podem apresentar controle da pressão interna. A Figura 1-17 mostra um forno do tipo barriga quente da Calcinadora Supergesso S/A. Apesar de ser um forno muito utilizado na calcinação da gipsita, a literatura é ainda muito escassa sobre este tipo de forno.

Figura 1-17 - Forno do tipo barriga quente – Calcinadora Supergesso.



1.6. Comparativo entre os fornos do tipo panela, marmita e rotativo

A Tabela 1-6 descreve as características mais importantes dos diversos tipos de fornos encontrados em operação no Araripe. Para os fornos rotativos a dificuldade de se controlar o tempo de pega é causada pela distribuição granulométrica do material. O consumo de combustível de cada forno está relacionado aos seus projetos construtivos. Os fornos do tipo panela são equipamentos baratos, porém, com baixa durabilidade devido à baixa qualidade e à inadequação dos materiais utilizados na sua fabricação. (Peres, *et al.*, 2001).

Tabela 1-6 - Característica dos fornos empregados para a produção do gesso no Araripe.

Características	Rotativo	Marmita	Panela
<i>Tipo de gesso produzido</i>	<i>Fundição</i>	<i>Fundição e Revestimento</i>	<i>Fundição e Revestimento</i>
<i>Facilidade de controle do tempo de pega</i>	<i>Não</i>	<i>Sim</i>	<i>Sim</i>
<i>Poluição do ambiente interno</i>	<i>Pouca</i>	<i>Pouca</i>	<i>Muita</i>
<i>Combustível utilizado</i>	<i>BPF</i>	<i>Lenha ou BPF</i>	<i>Lenha</i>
<i>Consumo de combustível (1000 Kcal/Tonelada de gesso)</i>	<i>332</i>	<i>1.096/440</i>	<i>1.643</i>
<i>Investimento</i>	<i>Grande</i>	<i>Médio</i>	<i>Pequeno</i>
<i>Capacidade produtiva (tonelada/h)</i>	<i>2,3 – 3,5</i>	<i>0,6 – 0,8</i>	<i>0,1 – 0,2</i>
<i>Manutenção</i>	<i>Média</i>	<i>Média</i>	<i>Grande</i>
<i>Durabilidade (anos)</i>	<i>ND⁵</i>	<i>ND</i>	<i>0,5 – 0,6</i>

(Adaptado de Peres *et al.*, 2001)

1.7. Produtos obtidos da calcinação da gipsita

A desidratação da gipsita ocorre a temperaturas acima de 100 °C, resultando em diferentes formas de anidrita (CaSO_4). Entre 110 a 160 °C parte da água de cristalização é perdida e a gipsita se transforma em hemidratado de cálcio ($\text{CaSO}_4 \cdot 1/2\text{H}_2\text{O}$), o gesso. Esse hemidratado de cálcio se transforma em anidrita (CaSO_4), instável e muito higroscópica entre 170 e 250 °C (também conhecida por Anidrita Ativa ou Anidrita Tipo III). Este produto é utilizado como mistura na produção do gesso rápido (gesso com baixo tempo de pega ou tempo de presa). Na temperatura de 300 a 700 °C é obtida a anidrita totalmente desidratada com natureza mineralógica semelhante à anidrita natural; esse tipo de anidrita é utilizado na produção de gesso para revestimento. Na temperatura de 700 a 900 °C forma-se um produto inerte sem aplicações industriais (não

⁵ **ND** – Não Determinada.

apresenta o fenômeno de pega). Acima de 900 °C ocorre a dissociação do sulfato de cálcio com formação do CaO livre. (Peres *et al.*, 2001 e Baltar *et al.*, 2005).

1.8. A matriz energética da região do Araripe

A economia da região do Araripe era baseada em atividades agrárias, entretanto, por volta da década de 70, a economia foi impulsionada pela extração, mineração e beneficiamento da gipsita, sendo esta a base econômica predominante na região, atualmente. Apesar do alto potencial produtivo de gesso na região do Araripe, ainda existe um grande percentual de empresas de calcinação da gipsita (aproximadamente 70%) que trabalham com capacidade ociosa.

A eletricidade, derivados do petróleo e a biomassa (principalmente a lenha) formam a matriz energética do polo gesso do Araripe. A eletricidade está presente praticamente em todas as etapas do processo produtivo do gesso, entretanto, sua contribuição no consumo total de energético é de apenas 3%. Por outro lado, a lenha é utilizada apenas na etapa de calcinação, mas, contribui com a maior parcela (73%) na matriz energética da região. O coque (Figura 1-18) representa 10% da matriz energética seguido do BPF com 8%, sendo ambos também utilizados na calcinação da gipsita. O diesel representa 5% e é utilizado muito restritamente na etapa da mineração de algumas calcinadoras.

Figura 1-18 - Coque utilizado como fonte energética na calcinação da gipsita.



1.9. A lenha no processo de calcinação da gipsita

O processo de geração de calor utilizado nos fornos da região do Araripe é primitivo, poluidor, danoso ao meio ambiente e energeticamente ineficiente. Além

disso, o processo de calcinação do gesso não requer temperaturas elevadas, no máximo 160 a 180 °C. Após o aquecimento da estrutura metálica do forno, os gases quentes saem pela chaminé da fornalha com temperatura ainda bastante elevada, sem qualquer reaproveitamento energético. Algumas calcinadoras também têm utilizado o coque de petróleo nas fornalhas, porém, este é muito mais danoso ao meio ambiente que a lenha devido à alta taxa de emissão de poluentes; além disso, promove a diminuição drástica da vida útil do forno (Figura 1-19).

A Figura 1-20 mostra o tipo de lenha utilizado por uma calcinadora de Araripina, indicando que a lenha, muitas vezes ilegal, provém da caatinga. A lenha da caatinga é atualmente utilizada em grande parte das calcinadoras do Polo Gesso do Araripe, sendo uma preocupação significativa para o meio ambiente e pode vir a comprometer a sustentabilidade econômica da indústria gesseira, que é vital para o desenvolvimento do sertão nordestino.

Figura 1-19 - Forno rotativo danificado pelo uso do coque de petróleo como fonte energética para calcinação da gipsita.



Portanto, os principais problemas atuais na produção do gesso são a ineficiência energética no processo de calcinação da gipsita, o processo de desertificação quando a lenha é utilizada (principalmente porque enormes quantidades de madeiras são necessárias, sendo retiradas de áreas próximas aos locais de produção de gesso, que estão geralmente localizados em regiões semiáridas sujeitas a processos de desertificação) e a poluição atmosférica ocasionada pela utilização de combustíveis poluentes como a madeira e os derivados do petróleo.

Figura 1-20 - Lenha utilizada em uma calcinadora localizada em Araripina, PE.



1.10. Objetivo geral do trabalho e sua importância

O objetivo geral desse trabalho é desenvolver um modelo matemático e uma simulação numérica de um novo sistema para a calcinação da gipsita baseado no aquecimento de óleo mineral/sintético. Atualmente, o processo de calcinação da gipsita é controlado apenas pelo monitoramento da temperatura do leito, alguns fatores como a homogeneização do leito, a rotação do forno e a temperatura dos gases de combustão não são levadas em consideração. Nessa simulação numérica é possível prever os campos de temperatura ao longo do forno (seus gradientes de temperatura), a taxa de aquecimento de cada ponto, além de identificar as influências da rotação, da temperatura e da vazão mássica do óleo do sistema e da homogeneização do leito. Todos esses fatores podem ter influência no tempo de residência da gipsita durante seu processo de calcinação.

1.11. Estrutura do trabalho

Os capítulos deste presente trabalho estão organizados da seguinte maneira:

- ✓ O Primeiro Capítulo traz um breve histórico do gesso e a sua importância econômica para o polo gessífero do Araripe. Também são descritas as etapas de fabricação do gesso mediante o beneficiamento e calcinação do minério gipsita. O capítulo é finalizado com os impactos ambientais causados pela exploração devastadora da lenha e os objetivos gerais, principais e secundários.

- ✓ O Segundo Capítulo traz uma revisão bibliográfica do tema abordando os principais trabalhos relacionados a sistemas de aquecimento, calcinação da gipsita, fluidos térmicos e combustíveis utilizados na calcinação da gipsita.
- ✓ O Terceiro Capítulo é voltado para o modelo matemático e para a simulação numérica.
- ✓ No Quarto Capítulo são abordados os resultados.
- ✓ O Quinto Capítulo inclui as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

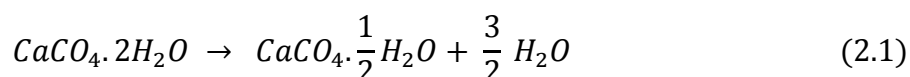
E, por fim, são mostradas as Referências Bibliográficas e o Apêndice onde são mostradas as deduções das equações discretizadas para cada volume de controle.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

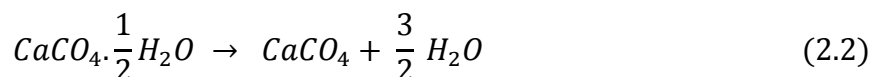
Este capítulo é destinado à revisão bibliográfica relativa aos trabalhos mais recentes e relevantes sobre a calcinação da gipsita, o uso de fluidos térmicos em sistemas de aquecimento, transferência de calor em fornos rotativos e a utilização da lenha em processos de calcinação da gipsita.

2.1. A calcinação da gipsita e o gesso

Belmiloudi e Meur (2005) fizeram um estudo matemático e numérico do comportamento térmico de placas de gesso expostas ao fogo. A análise numérica é uma boa opção, pois, o custo da instalação experimental e a dificuldade de execução do experimento são elevados. Além disso, testes em escala piloto, não permitem a exata reprodução das condições reais de exposição ao fogo. Os estudos foram realizados em placas de gesso que continham 21% de água combinada quimicamente (em peso). Ao atingir a temperatura de 100°C uma reação de desidratação ocorre no material a qual, juntamente com a vaporização da água, absorvem certa quantidade de energia contribuindo para o retardamento do aquecimento do material. Durante o aquecimento a gipsita sofre duas reações endotérmicas de decomposição. A primeira reação de desidratação ocorre na faixa de temperatura de 100 a 120 °C, quando o sulfato de cálcio duplamente hidratado é convertido em sulfato de cálcio hemidratado e a reação é completada a 160°C conforme a Equação (2.1):



Ainda de acordo com Belmiloudi e Meur (2005), a segunda equação de desidratação ocorre quando o sulfato de cálcio hemidratado é convertido em sulfato de cálcio anidro conforme a Equação (2.2). Entretanto, existe uma divergência quanto à temperatura de ocorrência desta segunda reação: alguns autores afirmam que esta reação ocorre entre 210 e 300°C. Já outros afirmam que esta reação ocorre imediatamente após a primeira. A quantidade de energia necessária para a primeira desidratação é de 500 kJ por kg de gesso e a quantidade de energia exigida para a segunda equação de desidratação é de 169 kJ por kg de gesso.



Singh e Middendorf (2007) estudaram as características e os mecanismos de hidratação dos hemidratados de cálcio (gesso) do tipo α e do tipo β . Eles também estudaram o crescimento dos cristais de gesso e a utilização de aditivos que modificam a microestrutura destes cristais. Para este fim foram realizados estudos sobre a cinética de crescimento utilizando cristais de uma gama de propriedades diferentes, incluindo cristais de diferentes dimensões e de diferentes morfologias cristalográficas. Estes aditivos podem atuar como retardantes, aceleradores, espessantes e plastificantes. A cristalização ocorre mediante a hidratação do gesso e o endurecimento resulta em um material altamente poroso constituído por cristais entrelaçados em forma de placas e agulhas. A reação de hidratação dos hemidratos do tipo α e do tipo β mostrada na Equação (2.3) é altamente exotérmica e o calor desenvolvido na reação (Q) depende de fatores tais como: área superficial do cristal, tamanho do cristal e imperfeições presentes na superfície do cristal.



A morfologia dos cristais hemidratado de cálcio depende das condições de formação, assim como a presença de aditivos químicos. Na presença de aditivos químicos (ácidos carboxílicos) os processos de nucleação e de crescimento dos cristais são alterados e estas mudanças na microestrutura diminuem as propriedades físico-mecânicas.

Ang e Wang (2009) realizaram uma análise numérica, combinada de transferência de calor e massa, em placas de gesso expostas ao fogo e obtiveram como resultado dessa análise a temperatura, o teor de umidade e a distribuição de pressão na placa de gesso. Essa análise exige uma grande quantidade de propriedades térmicas do gesso tais como a condutividade térmica, calor específico, densidade, porosidade e permeabilidade. Esses resultados foram utilizados para obter um valor aproximado do calor específico de placas de gesso para ser utilizado na análise de transferência de calor. Ang e Wang concluíram que o valor do calor específico para a análise de transferência de calor é função apenas da permeabilidade do material e quanto menor a permeabilidade do gesso maior o calor específico.

Kontogeorgos e Founti (2010) efetuaram um estudo semelhante ao de Belmiloudi e Meur (2005) e Ang e Wang (2009). Eles também investigaram simultaneamente a transferência de calor e massa em placas de gesso submetidas ao

fogo e, para este fim, foi desenvolvido um código na plataforma HEATTRAN (*Heat Transfer Technology* – programa destinado à análise e projeto de sistemas e equipamentos térmicos (www.heatran.com/Library/PDF/E_presentation.pdf)). Este código resolve numericamente um conjunto de equações para o balanço de massa e para o balanço de energia em materiais porosos assumindo homogeneidade, equilíbrio termodinâmico local e transferência de massa devido à difusão e gradientes de pressão. Os resultados obtidos pela simulação juntamente com os resultados experimentais mostraram que a transferência de massa é um mecanismo crucial e deve ser levado em consideração nas simulações numéricas. Além disso, o vapor liberado devido ao processo de desidratação preenche os poros e induz a concentração e gradientes de pressão (máximo 0,5 atmosfera); a força do vapor da água avança em ambos os sentidos, afetando o campo de temperatura no interior da placa de gesso. E, por fim, concluiu-se que a desidratação move-se diante do "lado do fogo" para o lado do ambiente, inicialmente com uma velocidade elevada, devido ao alto fluxo de calor do "lado do fogo", e diminui à medida que a frente segue em direção ao lado do ambiente.

Lai *et al.*(2010) estudaram propriedades físicas, térmicas e o comportamento de armazenamento térmico em placas de gesso com micro encapsulamento de material de mudança de fase (PCM). Neste estudo foram medidas as densidades, calores específicos e temperaturas de fusão em amostras com 23%, 30% e 40% de PCM em placas de gesso. Os parâmetros de controle foram as temperaturas de parede e a porcentagem em peso de PCM nas placas de gesso. A partir dos resultados de medição de um calorímetro diferencial de varredura, constatou-se que o calor específico e o calor latente das placas de gesso aumentam com o acréscimo de PCM inseridas nas mesmas. Por outro lado, as temperaturas de fusão e congelamento não apresentaram mudanças significativas.

2.2. Fluidos térmicos

Neste item serão descritas as características e aplicações dos principais fluidos térmicos. Também são descritos a classificação dos óleos e os componentes do sistema de aquecimento utilizando óleo como fluido térmico.

2.2.1. Aplicações e características dos principais fluidos térmicos

De acordo com Torreira (2002), os requisitos que as substâncias devem satisfazer para serem empregadas como fluidos térmicos são: ser de fácil obtenção e de baixo custo; ter boa estabilidade térmica de modo que, trabalhando por longos períodos

na temperatura de regime, suas propriedades permaneçam praticamente inalteradas e não produzam resíduos capazes de impedir a transferência de calor; possuir compatibilidade química com os metais do sistema na qual trabalham; permanecer líquido nas menores temperaturas ambientes encontráveis e possuir viscosidade suficiente baixa para permitir fácil bombeamento nas partidas a frio; ter baixa volatilidade, caso contrário, em altas temperaturas o sistema pode ser pressurizado; possuir boas propriedades de transferência de calor, o que são favorecidas por um alto calor específico e uma baixa viscosidade.

Segundo Tataroglu e Mansoori (2007), os fluidos térmicos usados na transferência de calor são encontrados em um grande número de aplicações industriais e domésticas. A indústria química utiliza fluidos líquidos em sistemas de transferência de calor para aquecimento, compensação de temperatura e resfriamento. As indústrias de alimentos, automobilística, madeireiras, têxteis, papel e celulose aproveitam a baixa pressão de vapor dos óleos térmicos para os processos de alta temperatura. Anteriormente, todos os óleos térmicos eram usados na faixa de temperatura de 0 a 350 °C e estes eram baseados em compostos orgânicos aromáticos alifáticos ou frações petroquímicas; entretanto, os óleos tendem a se decompor mais rapidamente quando trabalham em temperaturas acima de 300°C e quando em contato com oxigênio e umidade atmosférica.

Ainda de acordo com Tataroglu e Mansoori (2007), os óleos sintéticos foram desenvolvidos para serem quimicamente mais estáveis e terem um período de vida médio maior. A sua boa estabilidade térmica é justificada pela composição química. O uso crescente de óleos sintéticos em transferência de calor não é apenas devido à sua alta estabilidade térmica (o que prolonga a durabilidade do sistema), mas, também por uma série de outras propriedades físicas, por exemplo, sua baixa viscosidade a baixas temperaturas é agradável tanto para o sistema e, naturalmente, para o emprego de bombas, pois, há menores perdas de energia. Além disso, óleos usados como fluidos térmicos devem ter alta estabilidade contra a oxidação, baixo ponto de congelamento, alta temperatura de trabalho e baixa pressão de vapor. Óleos térmicos sintéticos são adequados para trabalhar em temperaturas de até 340 °C.

Os principais fluidos térmicos utilizados na transferência de calor conhecidos atualmente e suas respectivas temperaturas usuais são mostrados na Tabela 2-1.

Tabela 2-1 - Fluidos térmicos e temperaturas usuais de trabalho.

Fluido térmico	Temperatura usual (°C)
Água (líquida ou vapor)	200
Misturas de sais inorgânicos	550
Mercúrio	540
Misturas difenil/óxido difenílico	370
Compostos orgânicos halogenados	325
Silicatos orgânicos	350
Óleos minerais	315

Torreira (2002)

Ainda segundo Torreira (2002), a água é o fluido térmico de maior emprego na maior parte dos processos industriais; ela tem sido ultimamente muito valorizada devido às questões ambientais (diminuição dos recursos naturais e fenômenos de estiagem normal e prolongada). Em algumas indústrias a água é o elemento básico para a obtenção do produto final, por exemplo, nas indústrias de bebidas, e em outras, é um veículo intermediário na cadeia produtiva como na indústria do papel, por exemplo. A água é também empregada como fluido de troca de calor em torres de resfriamento e em trocadores de calor. Por outro lado, os óleos para transferência de calor não são uma invenção recente, mas uma técnica termodinâmica dominada há várias décadas e sua aplicação se estende na distribuição de calor em indústrias químicas, petroquímicas, tintas, vernizes e óleos vegetais, por exemplo. O aquecimento em processos industriais pode ser aplicado de forma direta ou indireta. Em muitos destes processos o uso do aquecimento direto é indesejável devido a algumas razões, por exemplo, quando o material que está sendo aquecido é inflamável há riscos de incêndio; já em muitos casos, o superaquecimento localizado pode causar gradientes elevados de temperatura, que influencia na transformação não homogênea do material.

O aquecimento indireto pode superar as desvantagens do aquecimento direto. Neste sistema, segundo Torreira (2002), o fluido térmico é aquecido em um gerador central e circula por meio de uma bomba até a instalação onde se fará uso do calor. Após a troca de calor o fluido retorna ao gerador central. Neste tipo de sistema de aquecimento o fluido transfere calor a temperaturas muito mais baixas do que quando se emprega o aquecimento direto e isso pode eliminar o superaquecimento local reduzindo assim o risco de decomposição térmica quando se aquecem produtos instáveis. O risco

de incêndio quando se aquece materiais inflamáveis é eliminada, pois, a unidade geradora não está localizada nas proximidades da instalação. O calor pode ser enviado para qualquer instalação, não importando sua forma ou distribuição. Para o caso de materiais quimicamente inativos e de baixa volatilidade, a transferência de calor deve ser realizada em sistema totalmente fechado. Grande parte dos meios de transferências de calor tem forte tendência a oxidar-se; por isso, o ar deve ser eliminado dos sistemas fechados. A Tabela 2-2 apresenta um resumo das principais vantagens e desvantagens dos principais fluidos térmicos de maior utilização em processos industriais.

Segundo Macintyre (1996), para se atingir temperaturas elevadas (em torno de 300°C) utilizando-se vapor de água são necessárias pressões elevadas, o que exige maior segurança na instalação e, conseqüentemente, maior custo. Para resolver este inconveniente são normalmente utilizados óleos térmicos (fluidos térmicos). Os fluidos térmicos são fluidos orgânicos sintéticos que possuem elevado calor específico, baixo peso específico, elevada condutividade térmica, alto ponto de ebulição, são quimicamente inertes e possuem pequena elevação de pressão com o aumento da temperatura. Os principais tipos de fluidos orgânicos térmicos são os hidrocarbonetos sintéticos usados para temperaturas de até 400 °C, os ésteres poliaromáticos para temperaturas de até 400 °C, ésteres orgânicos para temperaturas de até 232 °C, glicóis polialquilênicos para temperaturas de até 260 °C e ésteres de silicato para temperaturas de até 350 °C. O critério fundamental na escolha de um fluido térmico é o da máxima temperatura de operação e do ponto de ebulição.

Inaba (2000) realizou estudos no transporte de energia térmica utilizando fluidos térmicos e classificou os fluidos térmicos em Fluidos de Calor Sensível e Fluidos de Calor Latente. A Tabela 2-3 mostra a classificação e a aplicação dos fluidos térmicos. Segundo Inaba, a redução do arraste no escoamento do fluido pela laminarização de um escoamento turbulento com a adição de polímero e surfactante na água é muito eficaz na redução da potência de bombeamento e na redução da energia de transporte de longas distâncias. É também possível reduzir o arraste fluido em tubulação de água através da mistura de substâncias fibrosas (uma vez que a energia turbulenta acompanhada de redemoinhos em uma camada limite turbulenta é absorvida pela deformação de substâncias fibrosas), pela injeção de fluxo de bolhas de ar na camada limite de velocidade (resultando em uma diminuição da intensidade turbulenta) e pela mistura de

substâncias de alta intensidade magnética na camada limite turbulenta, resultando assim, na deterioração dos redemoinhos de turbulência.

Tabela 2-2 - Principais fluidos térmicos e suas vantagens e desvantagens.

Ar	
Vantagens	Desvantagens
Não é tóxico nem inflamável.	Baixo coeficiente de transferência de calor.
Possui boa estabilidade térmica.	Exige circulação forçada.
Baixo custo.	Exige depósito de expansão para evitar o aumento excessivo de pressão.
Água líquida	
Vantagens	Desvantagens
Não é tóxico nem inflamável.	Pressão de vapor elevada.
Possui boa estabilidade térmica.	Causa problemas de corrosão.
Possui elevado coeficiente de transferência de calor.	Necessita de depósito de expansão.
	Necessita de uma bomba para promover sua circulação.
	Exige tratamento químico.
Vapor de água	
Vantagens	Desvantagens
Possui elevado coeficiente de transferência de calor.	É mais corrosivo que a água.
Possui boa estabilidade térmica.	Exige tratamento químico.
Não é tóxico nem inflamável.	Exige altas pressões para altas temperaturas.
	Exige sistema de recuperação de condensado para diminuir as perdas térmicas.
Boa relação Temperatura – Pressão.	Possui perdas térmicas elevadas.
Não exige depósito de expansão.	Exige manutenção periódica da caldeira.
Óleos térmicos	
Vantagens	Desvantagens
Possui baixa pressão de vapor.	Baixo coeficiente de transferência de calor.
Não causa problema de corrosão.	É inflamável.
	Viscosidade e densidade variam significativamente com a temperatura.
	Exige bomba de circulação.
	Exige depósito de expansão.
	É relativamente mais caro.

Adaptado de Torreira (2002)

Além disso, substâncias magnéticas como o ferro-liga têm a sua dependência da intensidade magnética em função da temperatura, isto é, sua intensidade magnética aumenta com a diminuição da temperatura.

Ainda conforme Inaba (2000), a mistura de líquidos com finas partículas sólidas resulta em um acentuado efeito de transferência de calor, pois, devido ao aumento na camada de sólidos há um aumento na condutividade térmica aparente e na capacidade térmica da mistura. Esse aumento da condutividade térmica k aparente e da capacidade térmica C é obtido mediante a mistura de partículas sólidas que possuam maior condutividade térmica e capacidade térmica que o fluido térmico de transporte.

2.2.2. Classificação dos óleos

Carreteiro e Belmiro (2006) classificam os óleos como: óleos minerais, óleos graxos (orgânicos), óleos compostos e óleos sintéticos.

(a) ÓLEOS MINERAIS

Os óleos minerais são obtidos do petróleo e, conseqüentemente, suas propriedades relacionam-se à natureza do óleo cru que lhes deu origem e ao processo de refino empregado. O petróleo consiste fundamentalmente de carbono e hidrogênio sob a forma de hidrocarbonetos. Cada série diferente de hidrocarbonetos é caracterizada por sua própria relação numérica entre átomos de carbono e hidrogênio. Assim, temos, por exemplo:

- (a) Compostos da série *parafínica* (alcanos): C_nH_{2n+2}
- (b) Compostos da série *naftênica* (cicloparafinas): C_nH_{2n}
- (c) *Oleofinas*: C_nH_{2n-2}
- (d) *Aromáticos*: C_nH_{2n-6}

Os *óleos aromáticos* não são adequados para fins de lubrificação. Os óleos lubrificantes *minerais* podem ser classificados, de acordo com sua origem, em *naftênicos* e *parafínicos*. A Tabela 2-4 mostra as principais diferenças entre os óleos parafínicos e naftênicos.

Tabela 2-3 - Classificação e Aplicação dos Fluidos Térmicos.

Fluido	Aplicação
Fluidos Térmico do Tipo Calor Sensível	
Água quente (40 – 200°C, água saturada)	Fornecimento de água quente, lavagem com água quente, secagem.
Água fria	Refrigeração, Ar condicionado
Refrigerante (0 – 50°C, álcool, água salgada)	Refrigeração
Absorventes de equipamentos de refrigeração por absorção (40 – 100°C, solução aquosa de brometo de lítio)	Fornecimento de água quente, ar condicionado
Aditivos para redução da resistência ao arraste fluido (polímeros, surfactante, material fibroso, bolhas de ar, material eletromagnético)	Redução de potência de bombeamento
Fluxo sanguíneo e transferência de calor (fluxo sanguíneo em vasos sanguíneos, transferência de calor em vasos capilares sanguíneos)	Distribuição de sangue no corpo
Mistura de líquido e finas partículas sólidas	Aprimoramento de transferência de calor, redução da resistência do fluxo
Fluidos Térmico do Tipo Calor Latente	
(a) Materiais de mudança de fase Sólido-Líquido	
Solução de água e gelo (Água, solução de água)	Refrigeração
Micro-emulsão calor latente (material de mudança de fase, cera de parafina, etc.)	Ar condicionado
Micro-cápsula de calor latente (material de mudança de fase, cera de parafina, etc.)	Ar condicionado
Hidratos (Gás ou Líquido, Refrigerante)	Ar condicionado
Material calor latente de forma estabilizada (superfície de polietileno reticulado, cera de parafina com ligação interna transversal, cristal de transição de calor)	Aquecimento, Água quente
(b) Materiais de mudança de fase Vapor-Líquido	
Vapor (100 – 200°C, alta pressão de transporte)	Aquecimento, Água quente
Vapor refrigerante (-40 – 20°C, circulação forçada ou natural)	Ar condicionado, Refrigeração

Adaptado de Inaba (2000)

Tabela 2-4 - Principais divergências nas características dos óleos parafínicos e naftênicos.

Característica	Parafínicos	Naftênicos
<i>Ponto de Fluidez</i>	<i>Alto</i>	<i>Baixo</i>
<i>Índice de Viscosidade</i>	<i>Alto</i>	<i>Baixo</i>
<i>Resistência à Oxidação</i>	<i>Grande</i>	<i>Pequena</i>
<i>Oleosidade</i>	<i>Pequena</i>	<i>Grande</i>
<i>Resíduo de Carbono</i>	<i>Grande</i>	<i>Pequeno</i>
<i>Emulsibilidade</i>	<i>Pequena</i>	<i>Grande</i>

Adaptado de Carreteiro e Belmiro (2006)

(b) ÓLEOS GRAXOS (ORGÂNICOS)

São os *óleos orgânicos*, tanto vegetais como animais. Atualmente, foram quase totalmente substituídos pelos *óleos minerais*, pois, estes são mais baratos, não sofrem hidrólise e não se tornam ácidos ou corrosivos pelo uso. A principal desvantagem dos *óleos graxos* está na sua quase inexistente resistência à oxidação, tornando-se rançosos e com formação de gomosidades. Ainda são usados alguns tipos de *óleos orgânicos* em aplicações restritas de lubrificação, como por exemplo, o óleo de mamona.

(c) ÓLEOS COMPOSTOS

São de grande importância no campo da lubrificação. Os *óleos compostos* são originados da utilização de *óleos graxos* adicionados a *óleos minerais*, ou seja, os *óleos compostos* são, portanto, *óleos minerais* nos quais foram adicionados certa quantidade de *óleo orgânico* (em geral de 1 a 25%, podendo chegar a 30%).

(d) ÓLEOS SINTÉTICOS

Os *óleos sintéticos* são obtidos por síntese química. Os principais *óleos sintéticos* em uso atualmente podem ser classificados em cinco grupos:

✓ *Ésteres de ácidos dibásicos*

São menos voláteis e superiores na relação viscosidade–temperatura se comparados aos óleos de petróleo. Propriedades como lubrificação, estabilidade térmica e resistência à oxidação são comparáveis a um bom lubrificante de petróleo. Não são

corrosivos para metais, porém, possuem um elevado efeito solvente sobre borrachas, vernizes e plásticos. São empregados como lubrificantes de motores a jato.

✓ *Ésteres de organofosfatos*

Não são inflamáveis como os óleos de petróleo. Possuem baixa volatilidade e sua relação viscosidade – temperatura é ligeiramente melhor que a dos óleos de petróleo. Também possuem boa resistência à corrosão, porém, sua estabilidade só é satisfatória até 150°C. Alguns ésteres de organofosfatos têm tendência a hidrolisar e os produtos da hidrólise podem formar ácidos fosfóricos corrosivos. São usados como fluidos hidráulicos.

✓ *Ésteres de silicato*

Possuem qualidades de baixa volatilidade e relação viscosidade – temperatura, as quais os colocam entre os melhores *óleos sintéticos*. Por outro lado, suas estabilidades térmicas e hidrolíticas são ruins. Acima de 200°C podem formar depósitos abrasivos. Na presença de água os silicatos se decompõem formando um gel e sílica abrasiva. Seu campo de aplicação está voltado para fluidos térmicos, fluidos hidráulicos de alta temperatura e como constituintes de graxas especiais de baixa volatilidade.

✓ *Silicones*

O nome de silicone é empregado para designar fluidos que são polímeros de metil-siloxano, polímeros de fenil-siloxano ou polímeros de metil-fenil-siloxano. O aumento no teor de fenil aumenta a estabilidade ao calor, mas diminui o índice de viscosidade, embora sempre permanecendo acima do nível dos óleos de petróleo. A relação viscosidade-temperatura do silicone é superior não apenas ao dos óleos minerais, mas à de todos os outros sintéticos. Sua volatilidade é muito baixa, sua resistência à oxidação é muito alta e suas estabilidades térmicas e hidrolíticas são muito boas. Porém, seu custo é bastante elevado (problema em comum aos outros sintéticos). Apesar de sua boa estabilidade térmica, a oxidação em elevada temperatura provoca a formação de gel. Os óleos de silicone são aplicados onde se exigem a mínima variação possível de viscosidade com a temperatura.

✓ *Compostos de ésteres de poliglicol*

Os ésteres de poliglicol têm sido usados como lubrificantes em diversas aplicações e também como fluidos hidráulicos especiais. Possuem excelente relação viscosidade-temperatura e superam os óleos minerais em baixa volatilidade, estabilidade térmica, resistência à inflamação e poder lubrificante. Entretanto, perdem na resistência à oxidação, mas os produtos de sua oxidação não tendem a formar borra.

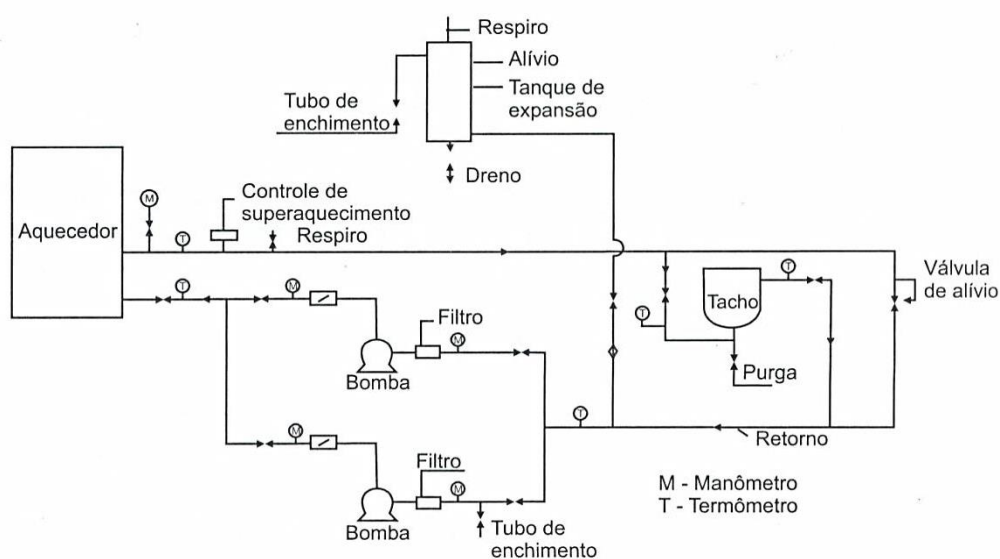
2.3. Sistemas que operam com óleo como fluido térmico

Segundo Carreteiro e Belmiro (2006), em sistemas de transferência de calor ou em processos de aquecimento indireto, o calor é transferido através de um fluido: fluido térmico. Este fluido deve apresentar as seguintes características: resistir à decomposição térmica; excelente transferência de calor; adequada viscosidade para minimizar o atrito interno; capacidade de resistir à oxidação; não ser tóxico; ter compatibilidade com os materiais do sistema e possuir uma baixa pressão de vapor. Os óleos de origem aromática são os que melhores se adaptam a essas exigências.

2.3.1. Componentes de um sistema de aquecimento indireto

Um sistema de aquecimento indireto para operar com fluido aromático possui os seguintes componentes básicos: aquecedor, tanque de expansão, bomba, tubulação e acessórios, conforme a Figura 2-1.

Figura 2-1 - Sistema típico de transferência de calor.



Carreteiro e Belmiro (2006)

(a) AQUECEDOR:

É o principal equipamento do sistema. Um superaquecimento do fluido pode permitir a formação de resíduos de carbono. O coeficiente de transferência de calor é função da diferença de temperatura entre o fluido e a área externa da tubulação e da resistência do metal ao fluxo de calor que envolve a condutividade térmica do metal da tubulação e do filme fluido. Um dos fatores primordiais para o projeto do aquecedor é o conhecimento da temperatura máxima do filme fluido sobre a superfície da tubulação.

(b) TANQUE DE EXPANSÃO:

O projeto deste tanque deve permitir a expansão do fluido, logo que aquecido, sem, no entanto, expor o fluido ao ar, funcionando como um selo. Este tanque deve ser geometricamente calculado analisando-se o fluido frio e prevendo-se o aumento de volume. Normalmente, na prática, usa-se a seguinte equação para determinação do aumento do volume:

$$\text{Aumento \% de volume} = K \times (\text{aumento da temperatura})$$

O valor de K para fluidos aromáticos varia de 0,025 a 0,050 (número adimensional) e o fluido frio não deve ocupar mais de um quarto do volume total do aquecedor. Todo tanque deve possuir um respiro para o escape do ar que possa ter contaminado o sistema bem, como estar situado em um plano superior em relação ao sistema.

(c) BOMBA:

O projeto da bomba leva em consideração o fluxo de calor e a temperatura operacional. Os selos mecânicos e as gaxetas devem possuir resistência ao ataque solvente dos fluidos aromáticos. Geralmente a bomba é centrífuga com filtro na área de sucção para remover contaminantes sólidos.

(d) TUBULAÇÃO:

O aço deve ser utilizado no lugar do cobre e suas ligas, pois, estes podem provocar depósitos de oxidação. Deve promover uma boa transferência de calor, bem como uma excelente expansão térmica.

(e) INSTRUMENTAÇÃO:

Os controles e instrumentos de segurança para o sistema podem ser classificados em: controles de chama; controles de temperatura; controles de pressão; controles do nível de fluido no tanque de expansão; controles do funcionamento da bomba e controles do coeficiente de transferência de calor.

Segundo Carreteiro e Belmiro (2006), algumas recomendações técnicas devem ser seguidas na instalação de um sistema de aquecimento indireto. As tubulações devem ser de aço sem costura, tipo ASTM A-53; as válvulas devem ser de aço forjado; antes de colocar o fluido, deve-se verificar o funcionamento de toda a instrumentação; no teste de verificação de vazamento ao longo da tubulação, deve-se evitar a utilização de água, devendo-se, portanto, utilizar ar e espuma nas conexões; ao encher o sistema com o fluido, deve-se sangrar todo o ar existente e para este fim o fluido deve circular de 2 a 5 horas com a inspeção dos filtros e, por fim, no início de operação, deve-se ajustar para que o aquecimento seja lento e constante, em torno de 25 a 50°C por hora, até atingir a temperatura operacional.

2.3.2. Transferência de calor em sistemas que utilizam fluidos térmicos para fins de transferência de calor

Nesta seção serão citados os principais trabalhos mais relevantes referentes aos fluidos térmicos para sistema de aquecimento e resfriamento.

Royon e Guiffant (2001) estudaram o comportamento da mistura de hidrocarbonetos alifáticos (mistura de alcanos) e água para fins de armazenamento e transporte de energia térmica. Foram feitas investigações da transferência de calor da emulsão dentro de um tanque de agitação de diâmetro interno de 80 mm e altura de 70 mm imerso dentro de um banho com isolamento térmico (com precisão de controle de temperatura de 0,1°C) usado para estudar o resfriamento da emulsão. O líquido é agitado continuamente por meio de um sistema rotativo a uma velocidade constante de 250 rotações por minuto a fim de garantir a homogeneização da temperatura. O diâmetro médio das partículas é 2 µm com desvio padrão de $\pm 5,5\%$. As propriedades termofísicas apontaram para reais potencialidades do material e transporte para acumulação de grande quantidade de energia térmica no intervalo de temperatura de 0 a 15°C. Esse material parece bem adaptado para uma ampla variedade de sistemas onde a

produção envolve intervalos de baixa temperatura, tais como processos de resfriamento e condicionamento de ar.

Skripov *et al.* (2003) investigaram as propriedades termofísicas, dentre elas a condutividade térmica de uma solução óleo/refrigerante pelo método de aquecimento por pulsos. A essência do método consiste no aquecimento por efeito Joule de uma sonda (esta sonda possui um fio de platina de diâmetro de 20 μm) imersa no fluido em estudo com um pulso de amplitude de corrente elétrica selecionada. Foram utilizados os óleos sintéticos Mobil EAL Arctic 22, PLANETELF ACD22, XMPA e o refrigerante utilizado foi o dióxido de carbono (CO_2). O trabalho proposto por Skripov *et al.* sugere novas oportunidades de estudo de óleos e fluidos térmicos para equipamentos frigoríficos numa faixa de parâmetros inacessíveis para métodos de quase equilíbrio.

Sukmarg *et al.* (2003) e Krishna *et al.* (2002) estudaram a transferência de calor em fluidos orgânicos. Os fluidos orgânicos apresentam como grande vantagem sua baixa pressão de vapor e podem ser utilizados em uma ampla gama de temperatura de trabalho. Por outro lado, mesmo quando em temperatura abaixo de seu ponto de inflamação, os fluidos orgânicos apresentam riscos de incêndios e explosões devido aos seus aerossóis formados. Este perigo é ainda mais agravado pela ausência de dados experimentais sobre a formação e o comportamento desses aerossóis. A fim de suprir esta deficiência, Sukmarg *et al.* estudaram os tamanhos das gotas, seu desenvolvimento, e as distâncias a formação de aerossóis para um aerossol alquilado aromático gerados mecanicamente por meio de um vazamento de um recipiente pressurizado em contato com o ar ambiente, em função da temperatura e pressão do fluido orgânico e do tamanho do orifício de vazamento.

Hosny (2004) investigou experimentalmente as características térmicas de alguns óleos em contato com peças a altas temperaturas em motores de combustão interna. Os óleos foram testados e analisados segundo as normas ASTM para a determinação da concentração de aditivos e obtenção de propriedades termofísicas. A quantidade de aditivo é um fator de grande influência nas características de transferência de calor nos óleos. Um óleo com concentração adequada de aditivos pode aumentar sua taxa de transferência de calor até quatro vezes. De acordo com os estudos realizados por Hosny, os óleos com maior concentração de boro, magnésio, fósforo, zinco e com baixa concentração de cálcio produzem melhores características de

transferência de calor comparados com outros óleos. Esses aditivos fornecem maiores características detergentes e dispersantes refletidas na grande alcalinidade e baixa corrosividade do óleo. Por outro lado, o cálcio tem uma interação negativa com outros aditivos e produz um efeito adverso sobre as características de transferência de calor, mesmo quando ela existe em óleo com grandes concentrações de boro, magnésio, fósforo e zinco.

Kearney *et al.* (2004) realizaram um estudo de viabilidade do uso de sal fundido como fluido de transferência de calor e de armazenamento térmico em um concentrador parabólico no campo de coletores solar a fim de melhorar o desempenho do sistema e reduzir os custos de eletricidade. Atualmente, para o uso em larga escala em concentradores parabólicos é utilizado óleo sintético (mistura eutética de óxido de difenil e bifenil) a alta temperatura. Os sais utilizados no estudo foram o “*sal solar*” (um sal binário formado por 60% de NaNO_3 e 40% de KNO_3) e o “*sal comercial*” (uma mistura ternária composta de 48% de $\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$, 7% de NaNO_3 , e 45% KNO_3). Como resultado dos estudos foram obtidos um significativo aumento no rendimento do sistema e uma redução atraente nos custos com energia elétrica.

Wakil *et al.* (2006) realizaram um estudo numérico relativo à transferência de calor em transformadores que trabalham com óleo mineral com o objetivo de otimizar sua refrigeração e, conseqüentemente, aumentar seu tempo de vida. Para isto foram tomadas seis diferentes configurações geométricas com seis diferentes taxas de vazões de óleo de arrefecimento na entrada e as propriedades termofísicas do óleo mineral (massa específica – ρ , condutividade térmica – k , calor específico a pressão constante – c_p e viscosidade – μ). Resultados satisfatórios foram obtidos utilizando-se óleo mineral a uma velocidade de entrada de 1,7 m/s.

Tataroglu e Mansoori (2007) estudaram a produção de um novo óleo térmico com melhores propriedades tais como: estabilidade térmica, pressão de vapor, temperatura de operação, relação viscosidade – temperatura, além de não formação de espumas. Isso foi possível mediante a adição de pequenas quantidades de antioxidante (0,005 - 2,000% em massa) e antiespumante (0,003% em massa) para polialquiloglicóis que foram obtidos a partir de dietileno glicol e óxido de propileno na proporção molar de se obter boas propriedades físicas e índice de viscosidade – temperatura. A preparação de óleos térmicos parafínicos também tem sido estudada. Neste trabalho foi

mostrado também que uma emulsão de óleo de parafina/água pode ser considerada como um material de armazenamento térmico envolvendo fenômenos de superesfriamento.

Zhang *et al.* (2008) estudaram experimentalmente e realizaram uma modelagem da transferência de calor em óleo de transformador com dutos de resfriamento em ziguezague. Este estudo foi realizado para uma variedade de condições de escoamento, taxas de geração de calor e geometrias do enrolamento do transformador. Também foi desenvolvido um acoplamento térmico-hidráulico para a investigação do campo bidimensional de temperatura nos componentes aquecidos (enrolamentos do transformador) e campos hidráulicos e térmicos na rede de dutos de resfriamento de óleo. O modelo apresentou uma boa concordância com os dados experimentais e tem sido usado para a verificação e validação de modelos de simulação térmica existentes para enrolamentos de transformadores.

2.4. Transferência de calor em fornos rotativos

Nesta seção serão citados os principais trabalhos mais relevantes referentes à transferência de calor em fornos rotativos.

Boateng e Barr (1995) propuseram um modelo matemático para prever a transferência de calor a partir da superfície livre de um leito de um forno rotativo e um gás. O modelo térmico incorpora uma representação bidimensional do plano transversal do leito de um forno rotativo. O resultado desse modelo “quase tridimensional” melhora significativamente a capacidade de simular as condições no interior do leito, sem a necessidade da representação do escoamento e de fenômenos de combustão. O modelo combinado é capaz de prever a distribuição de temperatura no interior do leito e da parede refratária em qualquer posição axial do forno.

Ortiz *et al.* (2005) desenvolveram um sistema de simulação dinâmica DSS e uma simulação do estudo de um forno rotativo em escala piloto para a fabricação de carvão ativado. Essa simulação dinâmica foi desenvolvida utilizando o Simulink do Matlab, com base num modelo matemático dinâmico. O modelo consiste num conjunto de equações diferenciais parciais não lineares, representando os balanços de massa e de energia no forno.

Finnie *et al.* (2005) estudaram a mistura transversal e longitudinal em fornos rotativos por meio do Método de Elementos Discretos. Foi estudada a influência das principais condições de operação, ou seja, o grau de enchimento, velocidade de rotação do forno rotativo.

Mujumdar e Ranade (2006) apresentaram um modelo unidimensional e estacionário para a simulação dos principais processos que ocorrem no leito sólido em fornos de cimento. Nesse modelo foram consideradas as trocas de calor por convecção e radiação no interior do forno, além da consideração das condições pseudo-homogêneas das reações inerentes ao processo. O modelo também foi utilizado para explorar a possibilidade de manipulação do perfil de temperatura dentro do forno para a redução do consumo de energia no forno por tonelada de cimento produzido.

Shi *et al.* (2008) empregaram uma técnica computacional que une o método dos elementos discretos (DEM), dinâmica de fluidos computacional (CFD) e cálculos de transferência de calor para simular a transferência de calor realista num forno rotativo. Para manter a simplicidade, durante a simulação do forno rotativo cilíndrico, foi utilizada uma malha não uniforme. Diferentes materiais, tamanhos de partículas e velocidades de rotação foram usados para monitorar a transferência de calor.

Specht *et al.* (2010) estudaram a influência da profundidade de leito na descarga de fornos rotativos, assim como diferentes fluxos de massa, velocidades de rotação, ângulo de inclinação. Para isso, foram construídos dois fornos rotativos em escala.

Caputo *et al.* (2011) desenvolveram um modelo matemático para o dimensionamento e estimativa da performance de um trocador de calor, construído na superfície externa do forno, com o objetivo de reaproveitamento do calor residual perdido através da superfície do forno. O equipamento foi configurado com uma matriz de tubos longitudinais, contendo água pressurizada, sobre a superfície de uma concha cilíndrica coaxial, exterior com o forno rotativo.

Herz *et al.* (2012) estudaram experimentalmente a transferência de calor por contato entre a superfície da parede interior de um forno rotativo coberto por um leito sólido. Para essa finalidade foi construído um forno rotativo com 600 mm de diâmetro e 450 mm de comprimento. Assim, os gradientes de temperatura radial dentro do leito foram medidos e a transferência de calor por contato foi determinada a partir do

aquecimento do leito. O efeito sobre o coeficiente de transferência de calor por contato foi estimado para os parâmetros de funcionamento do forno para velocidade de rotação (1, 3, 6 rpm) grau de enchimento (10%, 15%, 20%), diâmetro de partícula (0,7, 1,3, 2,0 mm). Como materiais de teste foram utilizados areia de quartzo, esferas de vidro e de cobre.

2.5. O consumo da lenha como fonte energética

A lenha é um dos combustíveis mais antigos utilizados pela civilização humana. Seu uso de forma sustentável visa assegurar a sua disponibilidade em períodos futuros. Infelizmente, a maioria dos combustíveis derivados da madeira ainda não é gerida de acordo com os princípios de sustentabilidade; por isso, em muitos países desenvolvidos são regulamentadas leis de combate ao desmatamento predatório e leis de incentivo ao reflorestamento e ao replantio após o corte. Muitos fatores favorecem o uso da lenha como fonte energética, por exemplo, o aumento do preço do petróleo, principalmente em 2004 e 2005, devido a vários fatores, tais como o aumento global da demanda, capacidade limitada das refinarias de petróleo, violência política em importantes áreas de produção como o Oriente Médio e catástrofes naturais. A Tabela 2-5 mostra a produção mundial de lenha em milhões de metros cúbicos por continentes, (Hillring e Trossero, 2006).

Tabela 2-5 - Produção mundial de lenha em milhões de metros cúbicos.

Região	2000		2001		2002	
	<i>Quantidade</i>	<i>%</i>	<i>Quantidade</i>	<i>%</i>	<i>Quantidade</i>	<i>%</i>
<i>África</i>	527,5	29,5	534,5	29,9	552,4	30,7
<i>Ásia</i>	797,7	44,5	795,5	44,5	782,2	43,4
<i>Europa</i>	109,2	6,1	101,4	5,7	105,7	5,9
<i>América do Norte e Central</i>	155,6	8,7	156,3	8,7	158,6	8,8
<i>Oceania</i>	12,2	0,7	12,6	0,7	13,0	0,7
<i>América do Sul</i>	188,5	10,5	189,2	10,6	189,4	10,5
Mundo	1.790,7	100,0	178,5	100,0	1.801,3	100,0

Adaptado de Hillring e Trossero (2006)

De acordo com Parikka (2003), estima-se que existem 3.870×10^6 hectares de floresta mundial ou 30% da área de terra do planeta, dos quais aproximadamente 95% são florestas naturais e 5% são plantações (Tabela 2-6). Florestas tropicais e

subtropicais compreendem 56% das florestas do mundo, enquanto as florestas temperadas e boreais assumem 44%.

Tabela 2-6 - Recursos florestais mundial em 2000.

<i>Continente</i>	<i>Área total (ha)x(10⁶)</i>	<i>Área florestal (há) x(10⁶)</i>	<i>%</i>	<i>Plantação (ha)x(10⁶)</i>	<i>Área florestal per capita (ha)</i>
<i>África</i>	2.978	649	21,8	8	0,8
<i>Ásia</i>	3.084	547	17,8	115	0,2
<i>Europa</i>	2.259	1.039	46,0	32	1,4
<i>América</i>					
<i>Central e do</i>	2.136	549	25,7	2	1,1
<i>Norte</i>					
<i>Oceania</i>	849	197	23,3	3	6,6
<i>América do Sul</i>	1.754	885	50,5	10	2,6
Mundo	1.3063	3.869	29,6	171	0,6

Adaptado de Parikka (2003)

A área média de floresta e matas por habitantes varia regionalmente, indicando que o potencial de contribuição da lenha para o abastecimento de energia também varia de país para país. A Tabela 2-7 mostra os recursos florestais e de biomassa em metros cúbicos e em toneladas.

Tabela 2-7 - Recursos florestais e de biomassa.

<i>Continente</i>	<i>Área floresta (ha) (10⁹)</i>	<i>Volume (m³/ha)</i>	<i>Volume (m³)(10⁹)</i>	<i>Biomassa lenhosa (ton/hab)</i>	<i>Biomassa lenhosa (ton) (10⁹)</i>
<i>África</i>	649	72	46	109	70
<i>Ásia</i>	547	63	34	82	44
<i>Europa</i>	1.039	112	116	59	61
<i>América</i>					
<i>Central e do</i>	549	123	67	95	52
<i>Norte</i>					
<i>América do</i>	885	125	110	203	179
<i>Sul</i>					
<i>Oceania</i>	197	55	10	64	12
Mundo	3.869	100	386	109	421

Adaptado de Parikka (2003)

Ainda conforme Parikka (2003) estima-se que a produção global de madeira e lenha chegou a $3.268 \times 10^6 \text{ m}^3$ em 1999. Cerca de 90% foi produzido e consumido por países em desenvolvimento. Por outro lado, a produção de madeira industrial totalizou em 1999 aproximadamente $1.515 \times 10^6 \text{ m}^3$ sendo dominada pelos países desenvolvidos,

representando 79% da produção mundial. O consumo global de lenha e madeira é de aproximadamente $3.271 \times 10^6 \text{ m}^3$ por ano, sendo 55% usado diretamente como combustível (principalmente nos países em desenvolvimento). São utilizados 45% como matéria-prima industrial, onde destes, 40% é usado como fonte primária ou secundária para processos de geração de energia como, por exemplo, para a produção de biocombustíveis. Entre 70 a 75% da colheita mundial de madeira é usada (ou está potencialmente disponível) como fonte de energia renovável. Este montante não inclui a grande quantidade de resíduos de exploração madeireira e outras biomassas lenhosas deixadas no local após a extração. Em geral, menos de 66% do volume de madeira disponível são removidos das florestas e a quantidade restante é deixada no local ou queimada. Após o processamento da madeira apenas 28% torna-se madeira serrada e o restante torna-se resíduo.

Atualmente, a lenha ainda possui um papel importante no balanço energético do Brasil. A lenha é usada como combustível doméstico e industrial (desde fábricas de cimento até o uso em caldeiras). Além disso, é a matéria-prima na fabricação de carvão vegetal. A produção da lenha é fortemente influenciada pelo terreno, clima predominante, espécie da árvore e manejo da floresta. A produção de lenha na floresta amazônica, por exemplo, é cerca de 180 a 200 st/ha, considerando-se apenas lenha com diâmetro médio de 15 cm. A produção de lenha em matas nativas em região de campos (grande parte da Bahia, Minas Gerais e Goiás) é mostrada na Tabela 2-8, (Garcia, 2002).

Tabela 2-8 - Produção de lenha de matas nativas em região de campos.

Tipologia	Produção (st/ha)	Incrementos na regeneração (st/ha.anos)	Intervalos entre cortes (anos)
<i>Mata Úmida</i>	270	15	18 a 20
<i>Mata Seca</i>	240	15	18 a 20
<i>Cerradão</i>	200	12	16 a 20
<i>Cerrado</i>	100	8	12 a 15
<i>Cerradinho</i>	50	5	10
<i>Gerais</i>	10	-	-

Adaptado de Garcia (2002)

Garcia (2002) descreve importantes características da lenha como a composição, densidade, Poder Calorífico Inferior (PCI) e temperatura teórica de combustão. Uma

análise química elementar típica de lenha de eucalipto é mostrada na Tabela 2-9 e a análise imediata é mostrada na Tabela 2-10.

Tabela 2-9 - Análise química elementar de lenha de eucalipto.

Componente	% massa
Carbono	49,7
Oxigênio	42,3
Hidrogênio	5,8
Nitrogênio	1,4
Enxofre	0,1
Cinzas	0,8

Adaptado de Garcia (2002)

Tabela 2-10 - Análise imediata de lenha de eucalipto.

Item	% massa
Matéria Volátil	82,2
Carbono Fixo	17,0
Cinzas	0,8

Adaptado de Garcia (2002)

Outra característica importante também citada por Garcia (2002) é que a lenha possui temperatura de combustão relativamente baixa se comparado com a dos óleos combustíveis por exemplo. Essas temperaturas são mostradas na Tabela 2-11. Além disso, para evitar a ocorrência de combustão espontânea nas pilhas de cavaco de madeira, recomenda-se que o empilhamento não ultrapasse 18 metros de altura.

Tabela 2-11 - Temperaturas teóricas de combustão.

Umidade (% massa)	Temperatura de combustão (°C)
0	1.620
1	1.580
20	1.540
30	1.490
40	1.420
50	1.320
60	1.190
70	990

Adaptado de Garcia (2002)

Uma forma de utilização da madeira, já evidenciada na região do Araripe, foi estudada por Paulrud *et al.* (2001). Neste trabalho foram realizados estudos com

serragem de madeira obtida mediante o processo de esmagamento, moagem e secagem da lenha (Figura 2-2). Como resultado destes processos, a lenha se torna um combustível com propriedades de queima mais eficiente. A serragem de madeira pode ser obtida em *moinhos de impacto*, onde são utilizados discos, martelos ou batedores para esmagar a lenha e, em *moinhos de facas*, onde o material sofre uma redução granulométrica ao passar pelos estágios de facas. As propriedades físicas da serragem de madeira podem ser diversificadas variando-se a distribuição granulométrica, forma dos grãos e o teor de umidade. O tipo de madeira empregado como matéria-prima e o tipo de moinho empregado na obtenção da serragem afetam as propriedades finais do combustível e também influenciam no processo da combustão. Um grande inconveniente no uso desse tipo de combustível está relacionado ao transporte e ao armazenamento.

Figura 2-2 - Cavaco de lenha utilizada como fonte energética na calcinação da gipsita. Calcinadora AM Gesso.



A lenha, por sua vez, é um energético muito utilizado mundialmente em lareiras, fornalhas, fogões e em caldeiras industriais. Além disso, a lenha é uma fonte de baixo custo, fácil extração e em grande parte de sua aplicação envolve baixo conteúdo tecnológico. O uso intensivo da lenha como fonte energética tem comprometido o desenvolvimento do polo gesseiro. A mata nativa tem sido usada como fonte de abastecimento de lenha (Figura 2-3).

Figura 2-3 - Lenha utilizada como fonte energética na calcinação da gipsita.



A forma devastadora como a lenha vem sendo explorada vem deixando em alerta a região, pois, consequências relacionadas à degradação do solo, alteração do regime de chuvas e o processo de desertificação já são visíveis. O polo gesseiro do Araripe responde pelo maior consumo de lenha entre as indústrias pernambucanas e esta é utilizada exclusivamente no processo de calcinação da gipsita. De acordo com a Secretaria de Ciências, Tecnologia e Meio Ambiente de Pernambuco (2010), a demanda destes energéticos foi de 197.833 tep (tonelada equivalente de petróleo) em 2004 e a produção do gesso é responsável por 93% do consumo de todos energéticos florestais na região do polo gesseiro.

De acordo com o BEN – Balanço Energético Nacional (2012), no Brasil, o setor de transformação é o responsável pelo maior consumo de lenha, seguido do setor residencial, industrial e agropecuário, como mostrado no histórico da Figura 2-4. No histórico da Figura 2-5 é mostrado que a lenha e a eletricidade também têm participação importante.

De acordo com a Secretaria de Ciências, Tecnologia e Meio Ambiente de Pernambuco (2010), a calcinação da gipsita é responsável pelo consumo de mais de 93% de todo o consumo de energéticos florestais na região do polo gesseiro e o estoque total de material lenhoso existente nos municípios da região do polo gesseiro é estimado em 111.650.130 m³ st. Além disso, o consumo da lenha na produção do gesso tende a aumentar em relação aos níveis atuais, devido à diminuição dos níveis de utilização do GLP, BPF, gás natural e coque de petróleo.

Figura 2-4 – Histórico de consumo de lenha (10^6 toneladas) em vários setores.

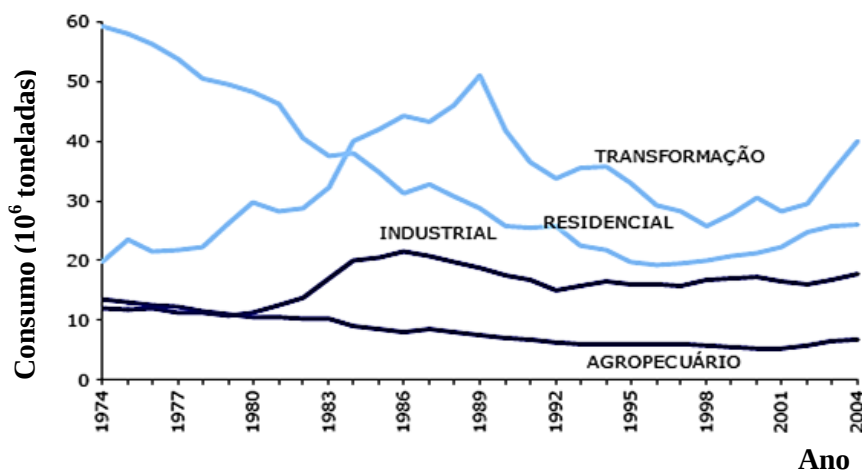
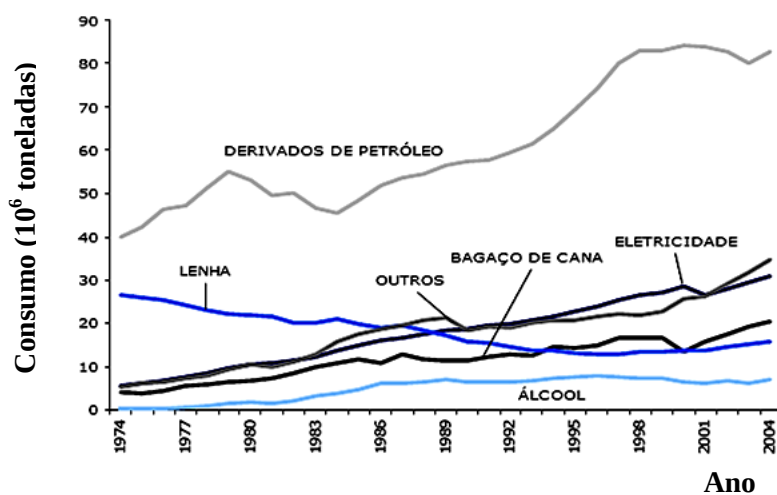


Figura 2-5 – Histórico de consumo final de energia (10^6 toneladas).



(BEN, 2012).

A diminuição do consumo destes produtos está relacionada às questões de ordem técnica, econômica e ambiental. O aumento do consumo de lenha também é impulsionado diante dos aumentos constantes dos preços dos combustíveis derivados do petróleo. A Tabela 2-12 mostra o consumo de lenha (tep/ano) no setor industrial do polo gesseiro do Araripe.

Tabela 2-12 - Consumo de lenha (tep/ano) no setor industrial do polo gesseiro do Araripe.

Municípios	Domiciliar	Industrial/Serviços	Total
Araripina	9.063	45.611	54.674
Bodocó	9.120	1.638	10.758
Ipubi	4.078	15.141	19.219
Ouricuri	12.499	74.755	87.254
Trindade	3.489	474	3.963
TOTAL	38.249	136.619	175.868

Secretaria de Ciências, Tecnologia e Meio Ambiente de Pernambuco (2010)

2.6. A gipsita e o gesso

Nesta seção será descrito um breve histórico da utilização do gesso e questões relacionadas à obtenção do mesmo mediante o tratamento da gipsita.

2.6.1. A história do gesso

Juntamente com a cal e a terra cota, o gesso é um dos materiais de construção mais antigo fabricado e utilizado na história da humanidade. Sua obtenção através do tratamento da gipsita é relativamente simples, consistindo em um aquecimento em torno de 160 °C e uma posterior redução granulométrica do material resultante: o gesso. Através de descobertas arqueológicas recentes constatou-se a utilização do gesso no oitavo milênio antes de Cristo nas ruínas da Síria e na Turquia: o gesso, juntamente com a cal, era utilizado na fabricação de recipientes, revestimento de pisos e na fabricação de objetos decorativos. Descobertas arqueológicas também evidenciam que o gesso foi utilizado em moldagens e modelagens em Jericó no sexto milênio antes de Cristo. Entre os séculos III e IV antes de Cristo, o filósofo Theophraste citou a existência de polos gesseiros em Chipre, Fenícia e na Síria. Ele também indicou a utilização do gesso, como argamassa, para a ornamentação e na confecção de estátuas. Na África, os bárbaros construíram barragens e canais de irrigação além de erguerem suas próprias habitações com o gesso de altíssima resistência. (Peres *et al.*, 2001).

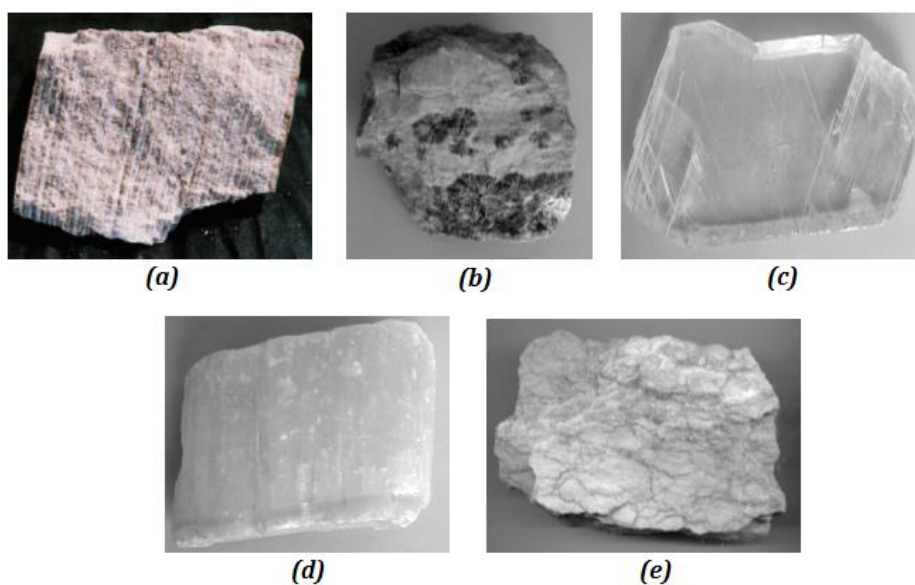
Ainda, conforme citado por Peres *et al.* (2001), no Século XVIII o gesso foi largamente utilizado em construções totalizando em 75% dos hotéis e prédios públicos. Entretanto, a fabricação do gesso ainda era empírica e rudimentar. Porém, em 1768, Lavoisier apresentou o primeiro estudo científico dos fenômenos que são à base da preparação do gesso. No século XIX trabalhos científicos de Van t'Hoff e Lê Chatelier

permitiram um melhor entendimento sobre a desidratação da gipsita. No Século XX a fabricação do gesso deixou de ser rudimentar e passou a agregar maior tecnologia.

2.6.2. Origem e mineração da gipsita

De acordo com Baltar *et al.* (2005), nas jazidas do Araripe ocorrem diversas variedades mineralógicas de gipsita, conhecidas na região com os nomes de: *cocadinha*, *rapadura*, *johnson*, *estrelinha*, *selenita* e *alabastro*, além da *anidrita* (Figura 2-6). A utilização de cada uma dessas variedades depende do produto que se deseja obter. A Tabela 2-13 mostra a distribuição dos principais tipos de gipsita (Peres *et al.*, 2001) e a Tabela 2-14 mostra a composição química média para o depósito de gipsita do Araripe (Peres *et al.*, 2001).

Figura 2-6 - Variedades da gipsita do Araripe conhecidas como Cocadinha (a), Johnson + Estrelinha (b), Selenita (c), Alabastro (d) e Anidrita (e).



(Baltar *et al.*, 2005)

Tabela 2-13 - Percentual de distribuição da gipsita encontrada na Região do Araripe.

Tipo de gipsita	Distribuição (%)
<i>Pedra Branca</i>	31
<i>Rapadura</i>	30
<i>Cocadinha</i>	7
<i>Alabastro</i>	10
<i>Pedra Ruim</i>	22

(Adaptado de Peres *et al.*, 2001)

Tabela 2-14 - Percentual da composição química média para o depósito de gipsita do Araripe.

Determinações	Valores (%)
Umidade (a 60°C)	0,08
Água Combinada (a 200°C)	19,58
Perda ao Fogo (a 1.000°C)	1,62
Resíduos Insolúveis	0,28
Sílica (em SiO ₂)	0,32
Ferro e Alumínio	0,20
Cálcio (em CaO)	32,43
Magnésio (em MgO)	0,31
Sulfatos (em SO ₃)	45,04
Cloretos (em NaCl)	0,15
Teor de Gipsita	93,65

(Adaptado de Peres et al., 2001)

A Tabela 2-15 fornece algumas das principais propriedades físicas do mineral gipsita, conforme citado por Baltar et al. (2005).

Tabela 2-15 - Propriedades físicas do mineral gipsita.

Propriedade física	Características
Cor	Variável, podendo ser incolor, branca, cinza e outras (dependendo das impurezas)
Brilho	Vítreo, nacarado ou sedoso
Dureza (Escala de Mohs)	2
Densidade	2,3
Hábito	Prismático
Clivagem	Em quatro direções
Morfologia e Tamanho dos Cristais	Varia de acordo com as condições e ambientes de formação

(Adaptado de Baltar et al., 2005)

De acordo com Sobrinho et al. (2001), a gipsita é encontrada em granulação fina, estratificada ou maciça. São conhecidas três formas de ocorrências da gipsita: cristais monoclinicos prismáticos ou tubulares, que constitui a variedade chamada selenita; agregado de fibras paralelas, que é denominada de gipsita fibrosa e, finalmente, a forma maciça ou compacta de granulação muito fina, sendo esta última a mais frequente e mais importante economicamente.

Ainda de acordo com Sobrinho *et al.* (2001) o minério de gipsita se origina-se em bacias sedimentares, por evaporação da fase líquida, constituindo depósitos em forma de camadas, lentes e bolsões, intercalados em sequências sedimentares, cujas idades geológicas podem variar do Paleozóico ao Cenozóico. No Brasil, os principais depósitos de gipsita ocorrem associados às bacias sedimentares conhecidas como Bacia Amazônica (Amazonas e Pará); Bacia do Meio Norte ou Bacia do Parnaíba (Maranhão e Tocantins); Bacia Potiguar (Rio Grande do Norte); Bacia Sedimentar do Araripe (Piauí, Ceará e Pernambuco); e Bacia do Recôncavo (Bahia). As jazidas do Araripe são consideradas as de minério de melhor qualidade no mundo (relação estéril/minério e geomorfologia da jazida) e apresentam excelentes condições de mineração. O minério gipsífero do Polo Gesseiro do Araripe classifica-se como de excelente qualidade industrial, em face de uma consistente concentração de sulfatos, da ordem de 90 a 95%, enquanto as impurezas de origem terrígena se apresentam em quantidades desprezíveis, raras vezes ultrapassando a 0,5% da rocha total.

A mineração da gipsita na Região do Araripe é feita a céu aberto, também conhecida como “*open pit*”. Esta é feita mediante frentes de lavra na forma de anfiteatros com bancadas variando em torno de 15 metros de espessura (Figura 2-7). A mineração é feita de forma semimecanizada através da utilização de equipamento como rompedores hidráulicos, marteletes hidráulicos, *Vagon drill*, tratores de esteira e pás mecânicas. (Peres *et al.*, 2001).

Figura 2-7 - Frente de lavra de gipsita em Araripina – Pernambuco.



(Baltar *et al.*, 2005)

A gipsita absorve grande parte da energia causada pelos explosivos, por isso, os furos possuem diâmetros entre 50 a 100 mm e com pequenos espaçamentos entre eles, possibilitando assim uma distribuição mais densa de explosivos. (Baltar *et al.*, 2005).

3. MODELAGEM MATEMÁTICA

Este capítulo é destinado à modelagem matemática do sistema de aquecimento para a calcinação da gipsita utilizando óleo como fluido térmico. O modelo matemático é baseado na Lei de Fourier como relação constitutiva e no princípio da conservação da energia – Primeira Lei da Termodinâmica – aplicado a um volume de controle em coordenadas cilíndricas.

3.1. Modelagem matemática

Na Figura 3-1 é mostrado esquematicamente o sistema de aquecimento a óleo proposto. Este sistema é formado por dois cilindros concêntricos, nos quais, o menor possui metade do seu volume preenchido com gipsita moída. O cilindro maior é estático e isolado termicamente do ambiente em todas as suas faces. Óleo aquecido em movimento preenche a metade inferior do volume existente entre os cilindros concêntricos. Pela análise da figura, nota-se que haverá troca de calor por convecção forçada entre o óleo e a parede externa do cilindro menor para $0 \leq \varnothing \leq 180^\circ$ e $0 \leq z \leq L$, onde L é o comprimento axial do forno. Troca de calor por condução ocorrerá nas paredes desse cilindro. Haverá troca de calor por radiação e convecção natural acima do leito formado pela gipsita, assim como na metade superior da cavidade concêntrica dos cilindros. Dentro do leito da gipsita ocorrerá troca de calor por condução e parte desta energia promoverá a sua calcinação. O cilindro menor possui baixa rotação (até 4 rpm).

Esse domínio pode ser dividido em cinco regiões: (1) região composta pelo óleo aquecido; (2) região formada pelo cilindro menor munido de baixa velocidade de rotação; (3) região formada pelo leito de gipsita; (4) região formada pelo volume acima do leito de gipsita, composta pelo ar e gases do processo de calcinação; (5) região formada pelo volume acima do óleo aquecido da região dos cilindros concêntricos, composta pelo ar e vapores do óleo.

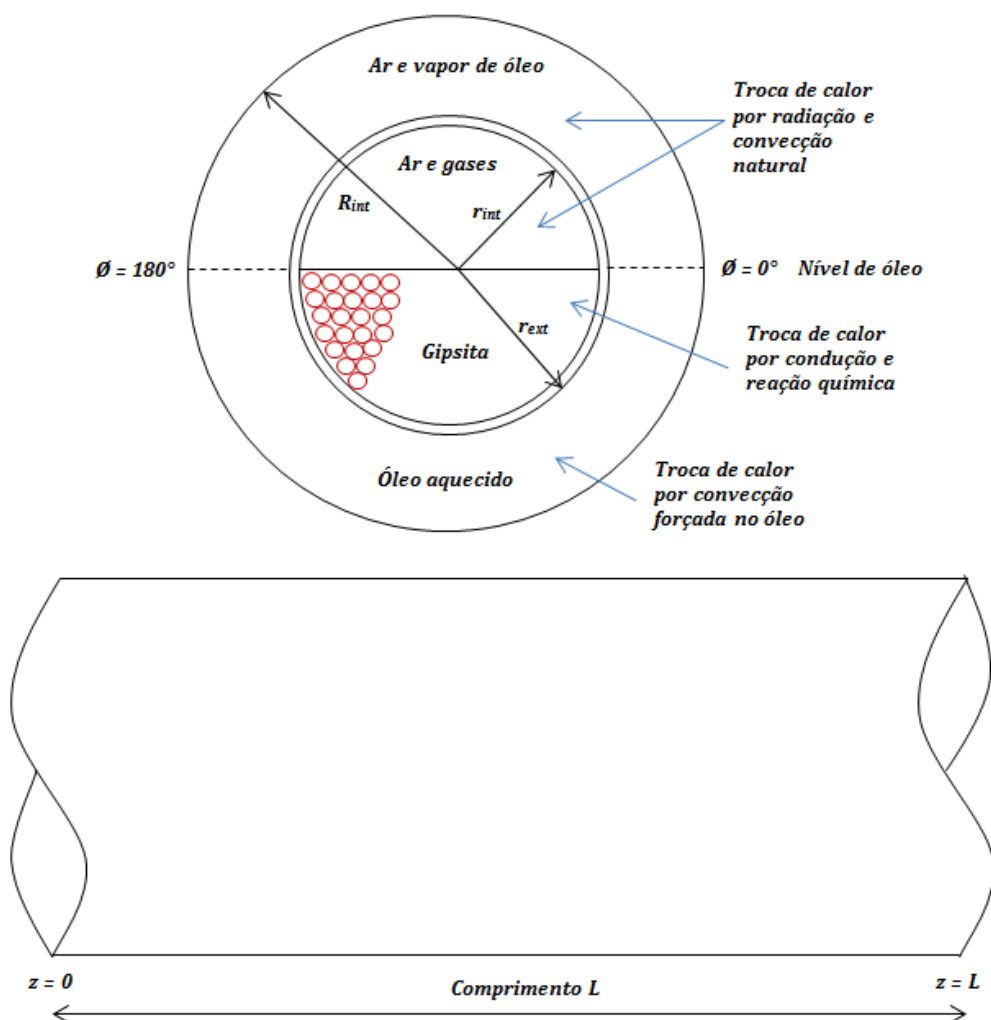
3.1.1. Região 1 – óleo aquecido

Aplicando o balanço de energia na região (1) do domínio (composta pelo óleo aquecido), situado em $0 \leq \varnothing \leq 180^\circ$, $0 \leq z \leq L$ e $r_{ext} \leq r \leq R_{int}$, e considerando um volume diferencial na direção do escoamento (direção axial), conforme a Figura 3-2 obtém-se:

$$m_{\text{óleo}} c_p \frac{\partial T_{\text{óleo}}}{\partial t} = (\dot{m}_e c_p T_{e_{\text{óleo}}} - \dot{m}_s c_p T_{s_{\text{óleo}}}) + hA(T_p - T_{\text{óleo}}) \quad (3.1)$$

Nessa equação, $m_{\text{óleo}}$ representa a massa de óleo [kg] no volume de controle, $T_{e_{\text{óleo}}}$ e $T_{s_{\text{óleo}}}$ as temperaturas de entrada e saída do óleo [°C] respectivamente, T_p e $T_{\text{óleo}}$ são as temperaturas da parede externa do cilindro e a temperatura do óleo [°C] respectivamente, A é a área de troca de calor [m²], h é o coeficiente de troca de calor por convecção (forçada) entre o óleo aquecido e a parede do cilindro [W/m²K] e c_p é o calor específico à pressão constante do óleo [J/kg.K].

Figura 3-1 - Representação esquemática das condições de contorno do sistema de aquecimento para a calcinação de gipsita.

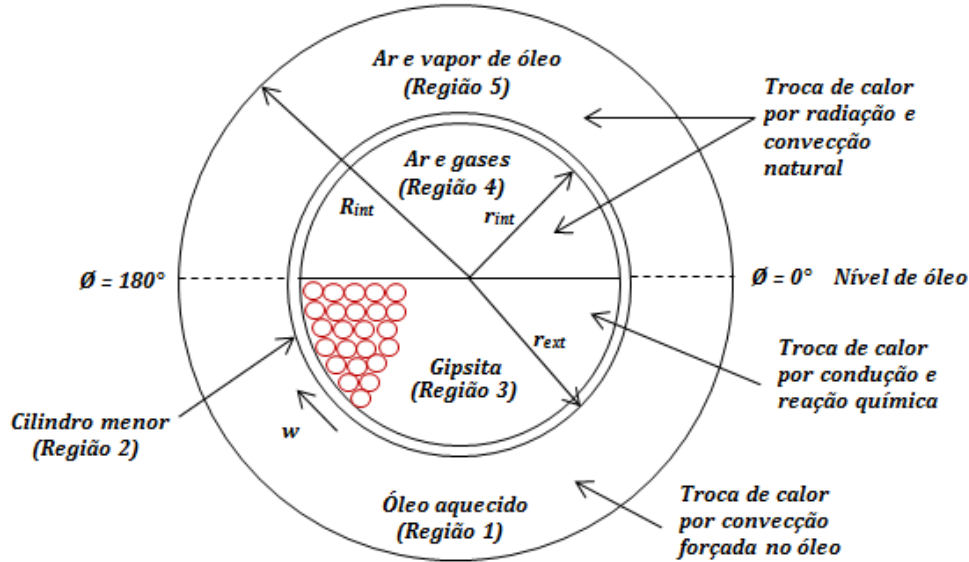


No domínio (1), formado pelo óleo aquecido, haverá troca calor por convecção forçada com a parede do cilindro menor. A correlação utilizada para o cálculo do coeficiente de transferência de calor por convecção é dada por:

$$Nu_{\text{óleo}} = \frac{\bar{h}D_h}{k_{\text{óleo}}} = 0,0296 \cdot Re^{4/5} \cdot Pr^{1/3} \quad (3.2)$$

Essa correlação corresponde ao escoamento sobre uma placa isotérmica e é válida para $Re \leq 10^8$ e $0,6 \leq Pr \leq 60$. Na Equação (3.2), D_h é o diâmetro hidráulico [m], definido como a diferença entre o raio do cilindro externo e o raio do cilindro interno ($D_h = R_{\text{int}} - r_{\text{ext}}$), $k_{\text{óleo}}$ representa a condutividade térmica do óleo [W/m.K], Re representa o Número de Reynolds, Pr o Número de Prandtl e $Nu_{\text{óleo}}$ representa o número de Nusselt.

Figura 3-2 - Regiões do domínio do forno rotativo. O plano z é normal ao plano da página.



3.1.2. Região 2 – cilindro menor munido de baixa velocidade de rotação

Aplicando o balanço de energia num elemento diferencial do domínio (2), região formada pelo cilindro interno de aço, para $0 \leq \varnothing \leq 360^\circ$, $0 \leq z \leq L$ e $r_{\text{int}} \leq r \leq r_{\text{ext}}$, conforme a Figura 3-2, tem-se:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_{\text{aço}} r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varnothing} \left(k_{\text{aço}} \frac{\partial T}{\partial \varnothing} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{\text{aço}} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho_{\text{aço}} c_{p_{\text{aço}}} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.3)$$

Nesta equação, $k_{\text{aço}}$ representa a condutividade térmica do aço [W/m.K], r a coordenada radial [m], z a coordenada longitudinal [m] e $\varnothing$ a coordenada angular [radianos], $\rho_{\text{aço}}$ a massa específica do aço [kg/m³], $c_{p_{\text{aço}}}$ o calor específico à pressão constante do aço [J/kg.K], t o tempo [s] e T é a temperatura [K]. Nesse domínio $\dot{q} = 0$,

uma vez que não há geração de energia. Os primeiros três termos do lado esquerdo da Equação (3.3) estão associados à difusão de calor nas direções radial, angular e longitudinal respectivamente e o termo à direita está associada à taxa de variação de energia interna, por unidade de volume, dentro do volume de controle. Um elemento diferencial pertencente à metade inferior desse domínio (na interface gipsita-aço) é formado por dois materiais diferentes: aço, correspondente ao domínio (2) e gipsita correspondente ao domínio (3).

Esse domínio (2) troca calor por convecção natural com o ar e os gases formados pelo processo de calcinação da gipsita em $180 \leq \varnothing \leq 360^\circ$, $0 \leq z \leq L$ e $r = r_{int}$, conforme a Figura 3-2. Conforme Boateng (2008), essa componente de troca de calor por convecção, para aplicações em fornos rotativos, é pequena e a correlação aqui utilizada refere-se à convecção natural de um fluido sobre uma placa aquecida, Equação (3.4).

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = 0,54Ra_L^{1/4} \quad (3.4)$$

onde,

$$Ra_L = Gr_L Pr = \frac{g\beta(T_s - T_{inf})L_c^3}{\nu^2} Pr \quad (3.5)$$

Nesta equação o termo Ra_L representa o número de Rayleigh que é o produto dos números de Grashof (Gr_L) e de Prandtl (Pr), g representa a aceleração da gravidade, β o coeficiente de expansão volumétrica térmica [K^{-1}], T_s a temperatura da superfície acima do leito [K], T_{inf} a temperatura do ar e gases da calcinação da gipsita [K], L_c o comprimento característico [m], o qual é dado pela razão entre a área superficial e o perímetro, e ν é a viscosidade cinemática [m^2/s].

Entretanto, a Equação (3.4) é válida apenas para $10^4 \leq Ra_L \leq 10^7$. Para $10^7 \leq Ra_L \leq 10^{11}$ a correlação recomendada para o número de Nusselt médio é:

$$\overline{Nu}_L = \frac{\bar{h}L}{k} = 0,15Ra_L^{1/4} \quad (3.6)$$

Também nesse domínio ($180 \leq \varnothing \leq 360^\circ$, $0 \leq z \leq L$ e $r = r_{int}$) haverá troca de calor por radiação com a superfície formada pela gipsita, domínio (3), conforme a Equação (3.7):

$$q_{rad} = \frac{\sigma(T_{cil}^4 - T_{gip}^4)}{\frac{1 - \varepsilon_{gip}}{\varepsilon_{gip}A_{gip}} + \frac{1}{A_{gip}F_{cil_gip}} + \frac{1 - \varepsilon_{cil}}{\varepsilon_{cil}A_{cil}}} \quad (3.7)$$

Nessa equação T_{cil} e T_{gip} são as temperaturas [K] do cilindro interno e da superfície formada pela gipsita respectivamente, F_{cil_gip} é o fator de forma, ($F_{cil_gip} = 1$), σ representa a constante de Stefan-Boltzmann ($\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$), ε_{gip} e ε_{cil} são as emissividades da superfície da gipsita e do cilindro interno respectivamente ($0 \leq \varepsilon \leq 1$), A_{cil} e A_{gip} são as áreas [m^2] de troca de calor. Na verdade o valor numérico do fator de forma não é 1, entretanto, devido à influência da radiação nesse processo de aquecimento ser praticamente desprezível, adotou-se o valor 1 como uma aproximação simplificada.

A região compreendida por $180 \leq \varnothing \leq 360^\circ$, $0 \leq z \leq L$ e $r = r_{ext}$ do domínio (2), Figura 3-2, trocará calor por convecção natural (cilindros concêntricos) com o ar e vapores de óleo. A condutividade térmica efetiva de um fluido fictício estacionário irá transferir a mesma quantidade de calor que um fluido real em movimento. A correlação sugerida para k_{ef} , conforme Raithby e Hollands (1975) é:

$$\frac{k_{ef}}{k} = 0,386 \left(\frac{Pr}{0,861 + Pr} \right)^{\frac{1}{4}} (F_C Ra_c)^{1/4} \quad (3.8)$$

Ra_c é o número de Rayleigh dado pela Equação (3.5) e F_C é o fator geométrico de concentricidade dos cilindros dado por:

$$F_C = \frac{[\ln(D_o/D_i)]^4}{L_C^3 \left(D_i^{-\frac{3}{5}} + D_o^{-\frac{3}{5}} \right)^5} \quad (3.9)$$

O termo D_o representa o diâmetro do cilindro maior [m] e D_i o diâmetro do cilindro menor [m]. O termo L_C é chamado de comprimento característico de espaçamento entre os cilindros e é dado por $L_C = (D_o - D_i)/2$.

Assim, $k_{ef} = kNu$, onde o número Nusselt (Nu) é dado pelo lado direito da Equação (3.8). Para o caso especial de $Nu = 1$ temos a condição $k_{ef} = k$. Essa condição representa que as correntes de convecção natural são insignificantes.

Algumas considerações devem ser observadas referentes à Equação (3.8): esta só pode ser utilizada para $0,7 \leq Pr \leq 6000$ e $10^2 \leq F_c Ra_c \leq 10^7$. Para $F_c Ra_c < 10^2$ a corrente de convecção natural pode ser negligenciada e $k_{ef} = k$. As propriedades do fluido devem ser avaliadas na temperatura média $(T_1 + T_2)/2$. T_1 e T_2 são as temperaturas [K] dos cilindros interno e externo respectivamente.

Nessa mesma região do domínio (2), $180 \leq \varnothing \leq 360^\circ$, $0 \leq z \leq L$ e $r = r_{ext}$, haverá troca de calor por radiação (cavidade de cilindros concêntricos), conforme Equação (3.10). Nessa equação r_1 é o raio do cilindro menor [m], r_2 é o raio do cilindro maior [m].

$$q_{rad} = - \frac{\sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \quad (3.10)$$

3.1.3. Região 3 – região formada pelo leito de gipsita

A equação resultante do balanço de energia em um elemento diferencial da região (3), formada pelo leito de gipsita, para $0 \leq \varnothing \leq 180^\circ$, $0 \leq z \leq L$ e $0 \leq r \leq r_{int}$ é idêntica à Equação (3.3).

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k_{gip} r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varnothing} \left(k_{gip} \frac{\partial T}{\partial \varnothing} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_{gip} \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho_{gip} c_{p_{gip}} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.11)$$

Nessa equação k_{gip} representará a condutividade térmica da gipsita [W/m.K], ρ_{gip} a massa específica da gipsita [kg/m³], $c_{p_{gip}}$ o calor específico à pressão constante da gipsita [J/kg.K] e o fator $\dot{q}$ corresponderá à taxa de energia associada à calcinação da gipsita. Entretanto, tornou-se necessário conhecer o comportamento da energia durante todo o processo de calcinação (entre 100 e 160 °C). Com essa finalidade, foram realizados testes em um calorímetro diferencial, onde foram coletadas as massas das amostras de gipsita e as mesmas foram inseridas dentro de uma cápsula para a realização do experimento (Figura 3-3 e Figura 3-4). Como resultados dos testes, foram obtidos tabelas e gráficos relacionando a taxa de energia [mW] e a temperatura [°C], conforme podem ser visto na Tabela 3-1 e

Tabela 3-2, assim como na Figura 3-5. Foi realizado um ajuste dos pontos por meio de um polinômio de grau 3. Dessa maneira tem-se o termo fonte como uma função da temperatura, $\dot{q} = f(T)$. O valor negativo da energia está associado ao fato da calcinação da gipsita ser uma reação exotérmica.

Figura 3-3 - Calorímetro diferencial (Universidade Federal de Pernambuco).



Figura 3-4 - Encapsulamento e medição da massa das amostras de gipsita.



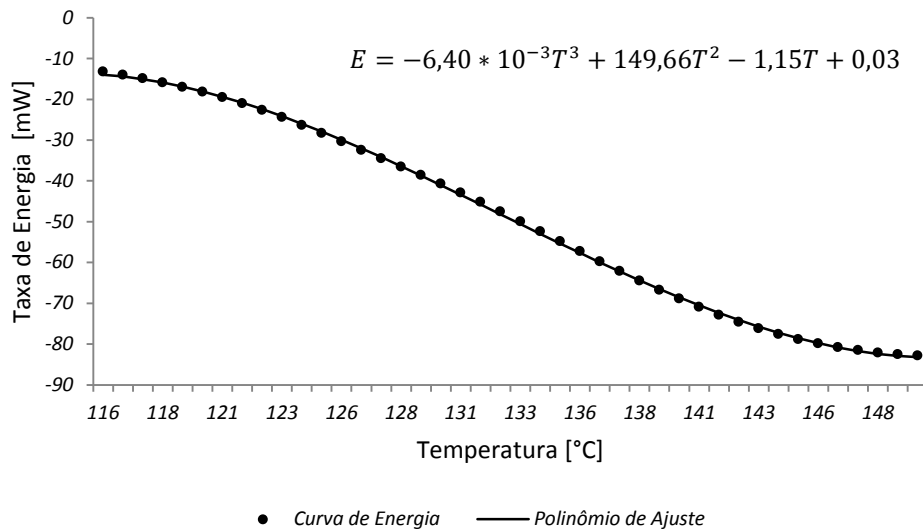
Tabela 3-1 - Dados das amostras de gipsita.

<i>Amostra</i>	<i>Taxa de aquecimento (°C/min)</i>	<i>Massa da cápsula (mg)</i>	<i>Massa da amostra (mg)</i>	<i>Massa total (mg)</i>
1	5	62	85	147
2	10	62	77	139
3	10	62	83	145

Tabela 3-2 - Resultados obtidos por meio dos testes no calorímetro diferencial.

Amostra/massa (mg)	Taxa de aquecimento (°C/min)	Faixa de temperatura de transformação (°C)	Taxa de energia associada (W)	Tempo de transformação (s)
1/85	5	105-152	-0,072	603
2/77	10	110-168	-0,104	379
3/83	10	110-170	-0,104	390

Figura 3-5 - Variação da taxa de energia para uma amostra de gipsita.

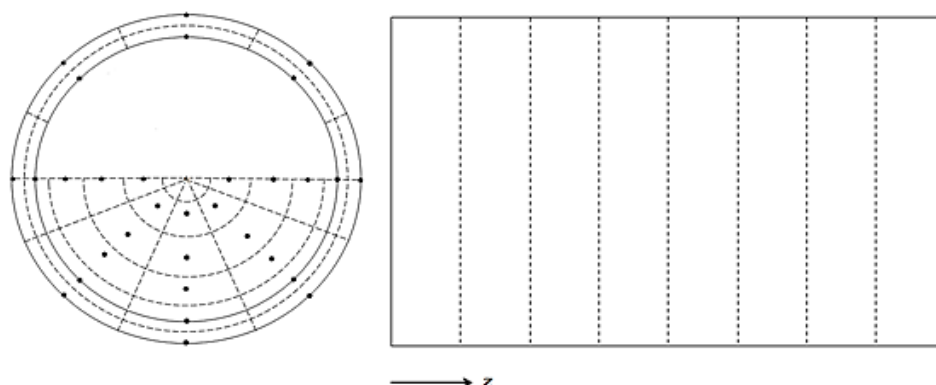


3.1.4. Região 4 – região formada pelo ar e gases provenientes do processo de calcinação

Aplicando o balanço de energia na região (4), formada pelo ar e os gases provenientes do processo de calcinação, para $180 \leq \varnothing \leq 360^\circ$, $0 \leq z \leq L$ e $0 \leq r \leq r_{int}$ obtém-se a Equação (3.12). Nessa equação m_{ar} representa a massa de ar [kg], $c_{p_{ar}}$ o calor específico à pressão constante do ar [J/kg.K], T_{ar} a temperatura do ar, T_{gip} a temperatura da superfície livre da gipsita, T_p a temperatura da superfície interna livre do cilindro menor; todas as temperaturas são medidas em kelvin [K]. O termo A representa a área de troca de calor [m²] e h é dado pela Equação (3.4) e (3.6).

$$m_{ar}c_{p_{ar}} \frac{\partial T_{ar}}{\partial t} = hA(T_p - T_{ar}) - hA(T_{ar} - T_{gip}) \quad (3.12)$$

Figura 3-6 - Representação da malha e dos volumes de controle em coordenadas cilíndricas.



3.2. Outras correlações empíricas para a convecção natural

Nesta seção serão mostradas outras correlações empíricas de convecção natural com possibilidade de aplicação em fornos rotativos para calcinação.

3.2.1. Cilindros concêntricos

Itoh *et al.* (1970) estudaram experimentalmente uma correlação empírica para a troca de calor por convecção natural em cilindros concêntricos. Problemas relacionados à solução numérica e analítica foram encontrados nesta época devido ao uso ainda recente e limitado dos computadores nas soluções numéricas. A equação obtida experimentalmente, utilizando dados para a água é válida para $Pr \geq 0,71$ e $Gr_m \geq 10^4$ e é dada por:

$$\overline{Nu} = 0,18 Gr_m^{1/4} \quad (3.13)$$

$$Gr_m = \frac{g\beta(T_1 - T_2) \left[r_m \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) \right]}{\nu^2} \quad (3.14)$$

Nesta equação, $r_m = \sqrt{r_1 r_2}$ é a média geométrica dos raios dos cilindros e o número de Rayleigh é dado por:

$$Ra_m = Pr \cdot Gr_m \quad (3.15)$$

Entretanto, as correlações encontradas por Raithby e Hollands (1975) são as mais utilizadas para descrever o fenômeno de troca de calor por convecção natural em cilindros concêntricos e diversos trabalhos ao longo dos anos citam tais autores: Kumar

(1988), Ragavarao e Sanyasiraju (1994), Yeh (2002), Padilla e Neto (2008) e Atayilmaz (2011).

Atayilmaz (2011) realizou um estudo numérico e experimental da transferência de calor por convecção natural em cilindros horizontais concêntricos construídos com cobre. O espaço radial entre os cilindros foi preenchido com água; já o cilindro interno foi mantido a uma temperatura constante e o cilindro externo foi mantido em contato com o ar atmosférico. A *condutividade térmica efetiva*, k_{ef} , foi calculada por meio de dados experimentais e numéricos, e foi comparada com a correlação já conhecida na literatura.

3.2.2. Convecção interna ao cilindro

Conforme citado por Martins *et al.* (2001) e Mujumdar e Ranade (2006), Tscheng e Watkinson (1979) estudaram a influência do escoamento axial de um gás na transferência de calor em um forno de rotação piloto utilizando areia e cal. As correlações empíricas encontradas para o coeficiente de troca de calor por convecção entre o gás e o leito e entre o gás e a parede interna do forno são dadas respectivamente por:

$$h_{gs} = 0,46 \frac{k_g}{D_h} Re_D^{0,535} Re_\omega^{0,104} \eta^{-0,341} \quad (3.16)$$

$$h_{gp} = 0,54 \frac{k_g}{D_h} Re_D^{0,575} Re_\omega^{-0,292} \quad (3.17)$$

Nestas equações h_{gs} e h_{gp} são os coeficientes de troca de calor por convecção [$W/m^2.K$] entre o gás e o leito e entre o gás e a parede interna do forno respectivamente, k_g é a condutividade térmica do gás, D_h é o diâmetro hidráulico (Equação 3.21), Re_D e Re_ω são os números de Reynolds axial e angular respectivamente (Equações 3.18 e 3.19) e η é o fator de preenchimento do leito (Equação 3.19).

$$Re_D = \frac{u_g D_h}{\nu_g} \quad (3.18)$$

$$Re_\omega = \frac{\omega D_h^2}{\nu_g} \quad (3.19)$$

$$\eta = \frac{2\theta - \sin(2\theta)}{2\pi} \quad (3.20)$$

$$D_h = \frac{0,5D[2\pi - 2\theta + \sin(2\theta)]}{[\pi - \theta + \sin\theta]} \quad (3.21)$$

Nestas equações acima, θ é metade do ângulo da superfície livre (ver Figura 3-10), ω é a velocidade angular do forno [radianos/s], u_g é a velocidade axial do gás [m/s] e ν_g é a viscosidade cinemática do gás [m²/s].

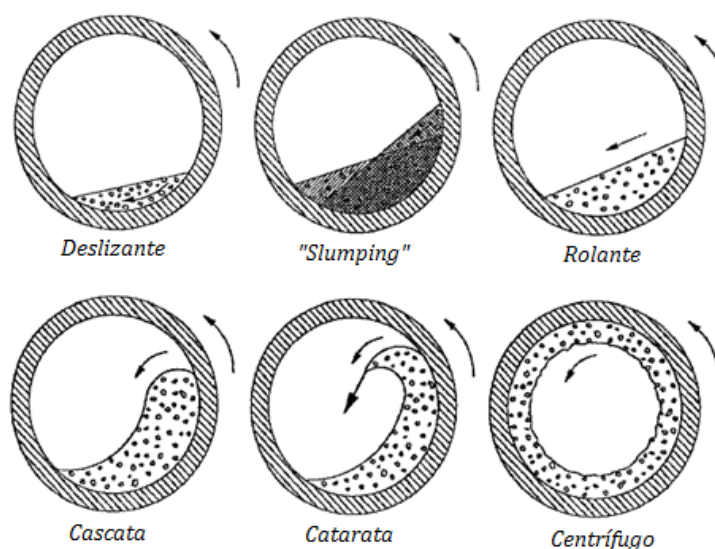
3.3. Movimento transversal do leito em fornos rotativos

De acordo com Boateng (2008), a classificação dos movimentos transversais do leito em fornos rotativos é influenciada pelo *número rotacional de Froude* (Fr), o qual é definido por:

$$Fr = \frac{\omega^2 R}{g} \quad (3.22)$$

Nesta equação, ω é a velocidade angular [radianos/s], R é o raio do cilindro [m] e g é a aceleração da gravidade [m/s²]. A condição crítica é dada para $Fr = 1$ que se aplica ao movimento centrífugo. Na Figura 3-7 são mostrados os tipos de movimentos de leito em fornos rotativos e na Tabela 3-3 é mostrada a faixa do número rotacional de Froude para cada tipo de movimento.

Figura 3-7 - Classificação dos movimentos transversais de leito em fornos rotativos.



Adaptado de Boateng (2008)

O movimento centrífugo ocorre em altas velocidades de rotação e é caracterizado pelo movimento do leito agregado à parede interna do cilindro. O movimento em cascata também ocorre em rotações relativamente altas e neste tipo de movimento a altura da extremidade principal (cunha de cisalhamento) do leito se eleva e retorna para a superfície livre em forma de cascata. No movimento deslizante o leito desliza contra a parede do cilindro. No movimento “slumping” o leito toma a forma de uma cunha instável que desliza sob a parede do cilindro. No movimento “slumping” o ângulo dinâmico de repouso varia em uma maneira cíclica, enquanto que no movimento de rolante o ângulo de repouso permanece constante e o leito assume uma forma estável.

Tabela 3-3 - Faixas do número de Froude para cada movimento de leito em fornos rotativos.

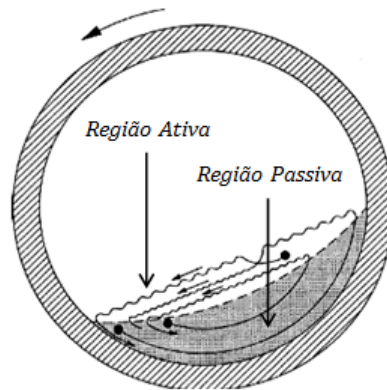
Movimento	Número de Froude
<i>Deslizante</i>	$Fr < 1,0 \times 10^{-5}$
<i>Slumping</i>	$1,0 \times 10^{-5} < Fr < 0,3 \times 10^{-3}$
<i>Rolante</i>	$0,5 \times 10^{-3} < Fr < 0,2 \times 10^{-1}$
<i>Cascata</i>	$0,4 \times 10^{-1} < Fr < 0,8 \times 10^{-1}$
<i>Catarata</i>	$0,9 \times 10^{-1} < Fr < 1$
<i>Centrífugo</i>	$Fr > 1$

Adaptado de Boateng (2008)

No movimento rolante a mistura do leito dentro do cilindro é máxima e duas regiões podem ser definidas: região ativa (região de corte) formada pelas partículas próximas à superfície livre e a região de fluxo passivo formado pelas partículas da região inferior à passiva onde a taxa de cisalhamento é zero (Figura 3-8). A região ativa é mais estreita que a região passiva, pois esta possui maior velocidade e tais regiões não estão restritas ao movimento (lei da conservação da massa); além disso, quanto maior a espessura da camada ativa, maior será a mistura do leito nesta região. A espessura da *camada ativa* pode ser aumentada pelo aumento da velocidade de rotação do forno.

Henein (1980) realizou um estudo em um forno rotativo piloto utilizando areia com material de leito. Através de um diagrama construído (Figura 3-9) é possível estimar com uma precisão razoável o comportamento do leito para cada condição de operação do forno.

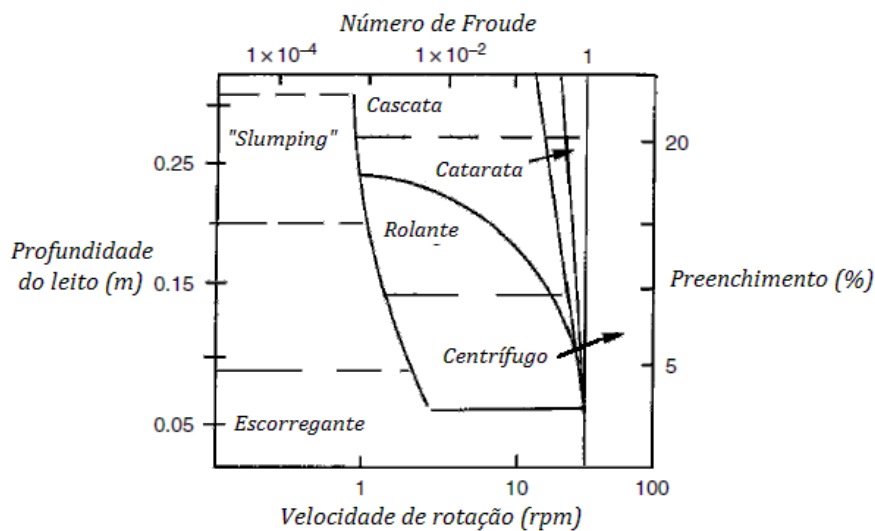
Figura 3-8 - Movimento de leito rolante.



Adaptado de Boateng (2008).

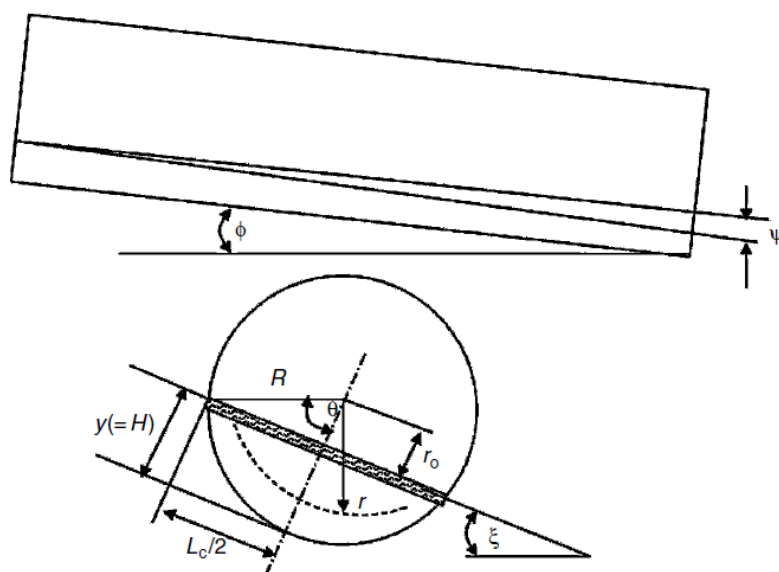
Ainda conforme Boateng (2008), a geometria do leito dotado de movimento deslizante pode ser representada pela Figura 3-10. O ângulo de repouso do leito (ξ) é considerando constante e a superfície livre é descrita por 2θ . O comprimento L_C é a maior distância que uma partícula pode percorrer na superfície livre. O ângulo $\emptyset$ representa a inclinação ou declive do forno e Ψ é o ângulo do leito em relação ao plano axial. H é a profundidade do leito, R é o raio do forno e r_0 representa a distância do centro até a superfície livre do leito.

Figura 3-9 - Movimento de leito rolante.



Adaptado de Henein (1980).

Figura 3-10 - Geometria do leito com movimento deslizante.



Boateng (2008)

A carga de material no forno é normalmente definida como a porcentagem de volume ocupado pelo material. Admitindo que o comprimento do forno seja constante, então o grau de preenchimento é a porcentagem da área da seção transversal ocupada pelo material. Assim, a fração de preenchimento f_c (%) relaciona os ângulos de qualquer seção transversal da seguinte maneira:

$$f_c = \frac{1}{2\pi} \left\{ 2\cos^{-1} \left(\frac{R}{R-H} \right) - \sin \left[2\cos^{-1} \left(\frac{R}{R-H} \right) \right] \right\} \quad (3.23)$$

A inclinação longitudinal de fornos rotativos é geralmente pequena (3 a 4°), comparada com o ângulo de repouso do leito (tipicamente 36 a 40°), por este motivo, o movimento axial do leito não é mantido pela componente da força gravitacional. A inclinação do forno apenas ajuda, mas não é o fator determinante para este movimento.

Conforme Coutinho (2006), os fornos rotativos para calcinação de gesso possuem baixas velocidades de rotação e operam normalmente entre 1,0 e 3,5 rotações por minuto. Para esta faixa de rotação, o leito formado por gipsita adquire o movimento do tipo “slumping”.

De acordo com Devahastin e Mujumdar (2006) existe um tempo crítico para que um leito sofra uma mistura perfeita. O tempo crítico no qual a mistura pode ser considerada perfeita é dado pela Equação (3.24).

$$t_R = N_{mix} t_{mix} \quad (3.24)$$

O termo N_{mix} representa o coeficiente de mistura e é dado por $N_{mix} = C Fr^x$, onde para equipamentos rotativos $C = 16$ e $x = 0,20$. Fr é o número rotacional de Froude dado por $Fr = \omega^2 R / g$, onde ω é a velocidade de rotação do forno [radianos/s] e R é o raio interno do cilindro [m]. O termo t_{mix} representa o tempo necessário para uma revolução completa do forno rotativo, como a velocidade de rotação do forno é conhecida o tempo para uma revolução também é conhecida. A temperatura, após a mistura perfeita da gipsita dentro do forno, foi considerada como sendo a média ponderada da temperatura de cada volume de controle, $T_{média} = \sum_{i=1}^N m_i T_i / \sum_{i=1}^N m_i$. Com essa aproximação para a mistura, teremos uma temperatura representativa, em função do tempo, para o processo de calcinação.

3.4. Movimento axial do leito em fornos rotativos

De acordo com Boateng (2008), o movimento axial do leito em fornos rotativos é influenciado pelo movimento transversal. Uma partícula da superfície livre pode realizar movimentos para frente ou para trás e isso é devido à natureza aleatória do fluxo dentro da camada ativa. O avanço para frente tem influência do declive do cilindro na direção axial. Para pequenos ângulos de inclinação $\emptyset$ e para um ângulo dinâmico de repouso ξ , a expressão para o movimento axial por cascata Z_0 é:

$$Z_0 = L_c \frac{(\emptyset + \Psi \cos \xi)}{\sin \xi} \quad (3.24)$$

O número de cascatas por revolução do forno pode ser estimada por:

$$N_c = \frac{\pi}{\sin^{-1} \left(\frac{L_c}{2r} \right)} \quad (3.25)$$

Nesta equação, r é o raio da trajetória das partículas no leito.

Multiplicando-se a distância por transporte axial pelo número de cascatas por revolução do forno e pela velocidade de rotação do forno n teremos a velocidade média de transporte axial u_{ax} :

$$u_{ax} = n L_c \frac{(\emptyset + \Psi \cos \xi)}{\sin \xi} \left[\frac{\pi}{\sin^{-1} \left(\frac{L_c}{2r} \right)} \right] \quad (3.26)$$

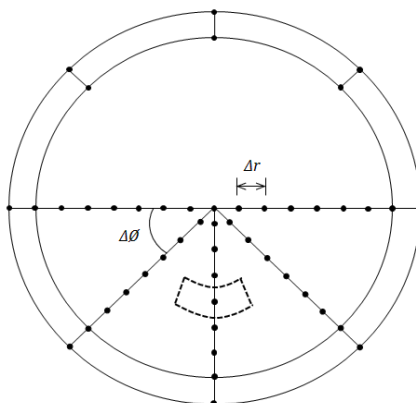
Na simulação numérica computacional do forno rotativo, a rotação foi inserida da seguinte maneira: foi considerado o forno estático e suas condições de contorno mudando conforme o tempo de rotação do forno; isso porque o tempo de permanência de um volume de controle numa determinada condição de contorno é conhecida.

3.5. Discretização da equação do balanço de energia para os volumes de controle

Para a discretização das equações foi utilizado o Método dos Volumes Finitos (MVF) na formulação explícita para um sistema de coordenadas cilíndricas. Na Figura 3-11 é mostrada a representação da malha bidimensional de pontos em coordenadas cilíndricas. O espaçamento na direção z é normal ao plano da página. A fim de facilitar a identificação dos pontos da malha, estes foram identificados da seguinte maneira, conforme Figura 3-12:

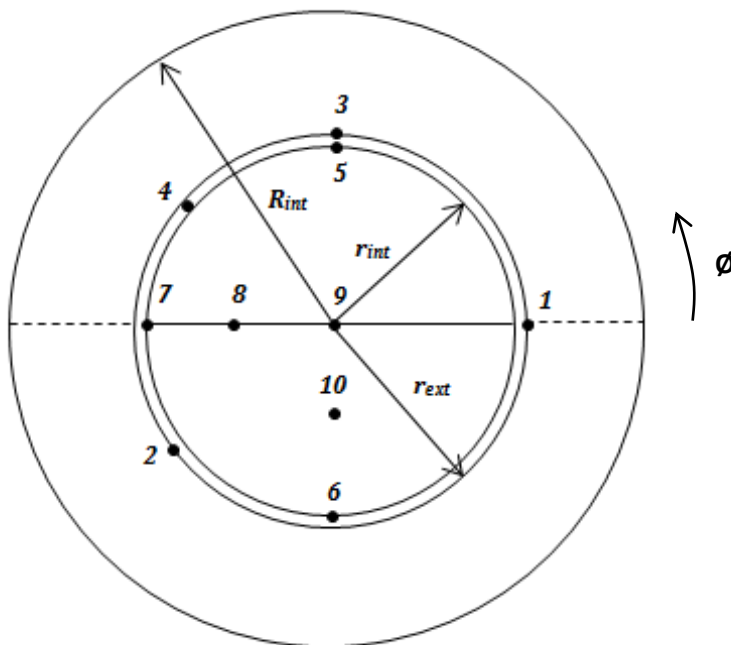
1. Pontos na interface ar-óleo ($r = r_{ext}, \phi = 0^\circ$ e $\phi = 180^\circ, 0 \leq z \leq L$)
2. Pontos em contato com o óleo ($r = r_{ext}, 0 < \phi < 180^\circ, 0 \leq z \leq L$)
3. Pontos em contato com o ar externo ($r = r_{ext}, 180 < \phi < 360^\circ, 0 \leq z \leq L$)
4. Pontos internos ao cilindro ($r_{int} < r < r_{ext}, 0 \leq \phi \leq 360^\circ, 0 \leq z \leq L$)
5. Pontos no cilindro em contato com o ar interno ($r = r_{int}, 180 < \phi < 360^\circ, 0 \leq z \leq L$)
6. Pontos na interface aço-gipsita ($r = r_{int}, 0 < \phi < 180^\circ, 0 \leq z \leq L$)
7. Pontos na interface aço-gipsita-ar ($r = r_{int}, \phi = 0^\circ$ e $\phi = 180^\circ, 0 \leq z \leq L$)
8. Pontos superficiais não centrais na gipsita ($0 < r < r_{int}, \phi = 0^\circ$ e $\phi = 180^\circ, 0 \leq z \leq L$)
9. Pontos superficiais centrais na gipsita ($r = 0, \phi = 0^\circ$ e $\phi = 180^\circ, 0 \leq z \leq L$)
10. Pontos internos na gipsita ($0 < r < r_{int}, 0 < \phi < 180^\circ, 0 \leq z \leq L$)

Figura 3-11 - Representação da malha de pontos em coordenadas cilíndricas. Δr , $\Delta\phi$ e Δz são os espaçamentos radial, angular e longitudinal respectivamente. A componente Δz é normal ao plano da página.



As equações foram deduzidas para este conjunto de pontos situados nas extremidades iniciais e finais do cilindro (meios volumes de controles) e para os pontos intermediários da malha (volumes de controle inteiros).

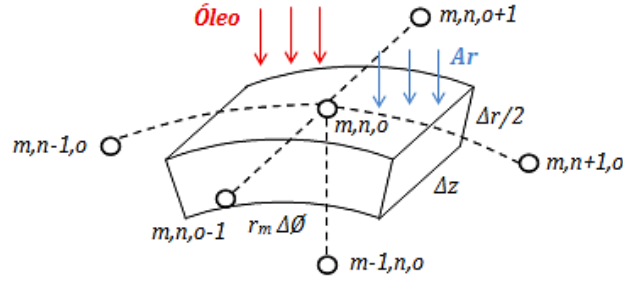
Figura 3-12 - Identificação dos dez tipos de pontos na malha em coordenadas cilíndricas.



3.5.1. Pontos na interface ar-óleo

O volume de controle correspondente aos pontos intermediários superficiais externos ao cilindro de aço na interface ar/óleo (forno e óleo estáticos) é mostrado na Figura 3-13. Metade deste volume está em contato com o óleo aquecido e a outra metade está em contato com o ar. Este volume de controle possui um volume $V = r_m \Delta \phi \Delta z \Delta r / 2$. O termo r_m é um contador dos volumes de controles na direção radial $r_m = m \Delta r$, $\Delta \phi$, Δz e Δr são os espaçamentos angulares, longitudinais e radiais respectivamente. Para os volumes de controle dos pontos superficiais externos ao cilindro de aço na interface ar/óleo situados nas extremidades não haverá troca de calor com o ponto imediatamente à frente ou atrás da coordenada z (as faces $z = 0$ e $z = \text{comprimento do cilindro}$ são isoladas termicamente) e o volume será a metade do volume na região intermediária $V = r_m \Delta \phi \Delta z \Delta r / 4$.

Figura 3-13 - Volume de controle para pontos superficiais externos ao cilindro de aço na interface ar/óleo.



Aplicando o balanço de energia neste volume de controle e aproximando as equações pelo *Método dos Volumes Finitos* (MVF) com a *formulação explícita* com as devidas simplificações obtém-se a Equação (3.27).

Nesta equação o termo Fo é o *número de Fourier* e Bi é o *número de Biot* e estes são definidos pelas Equações (3.28) e (3.29) respectivamente. O termo Δt é o intervalo de tempo [s] definido pelo critério de estabilidade. Os termos m , n e o referem-se aos índices das direções radial (Δr), angular ($\Delta \phi$) e longitudinal (Δz) respectivamente. O índice p refere-se ao contador de passo no tempo.

$$\begin{aligned}
 & T_{m,n,o}^{p+1} \\
 & = Fo \left[2 \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m-1,n,o}^p + Bi_{\delta_{leo}} T_{inf_leo}^p + Bi_{ar} T_{inf_ar}^p + Bi_{r_cc} T_{inf_ar}^p \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n-1,o}^p + \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n+1,o}^p + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p \right] \\
 & \quad + \left\{ -Fo \left[2 \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) + Bi_{\delta_{leo}} + Bi_{ar} + Bi_{r_cc} + \frac{2}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] \right. \\
 & \quad \left. + 1 \right\} T_{m,n,o}^p
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

$$Fo = \frac{k\Delta t}{\rho c_p \Delta r^2} \tag{3.28}$$

$$Bi = \frac{h\Delta r}{k} \tag{3.29}$$

O termo Bi_{ar} está relacionado com a troca convectiva de calor entre o ar e a superfície externa do cilindro e, por sua vez, $Bi_{r_{cc}}$ é o número de Biot relacionado à taxa de transferência de calor por radiação relacionado ao coeficiente $h_{r_{cc}}$.

3.5.2. Pontos em contato com o óleo

O volume de controle dos pontos superficiais externos intermediários ao cilindro de aço em contato com o óleo é o mesmo representado na Figura 3-13. A equação resultante da aplicação do balanço de energia é dada pela Equação (3.30). Para um volume de controle situado na extremidade ($V = r_m \Delta \phi \Delta z \Delta r / 4$).

$$\begin{aligned}
 & T_{m,n,o}^{p+1} \\
 &= Fo_{aço} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m-1,n,o}^p \right] + Fo_{óleo} \left[\left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m+1,n,o}^p \right] \\
 &+ Fo_{aço-óleo} \left[\frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n-1,o}^p + \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n+1,o}^p + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p \right. \\
 &\left. + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p \right] \\
 &+ \left\{ -Fo_{aço} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) \right] - Fo_{óleo} \left[\left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) \right] - Fo_{aço-óleo} \left[\frac{2}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] \right. \\
 &\left. + 1 \right\} T_{m,n,o}^p
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

3.5.3. Pontos em contato com o ar externo

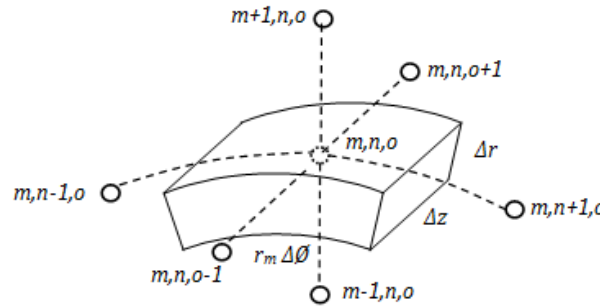
O volume de controle dos pontos superficiais externos intermediários ao cilindro de aço em contato com o ar é o mesmo representado na Figura 3-13. A equação resultante da aplicação do balanço de energia é dada pela Equação (3.31).

$$\begin{aligned}
 & T_{m,n,o}^{p+1} \\
 &= Fo_{aço} \left[2 \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m-1,n,o}^p + \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n-1,o}^p + \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n+1,o}^p \right. \\
 &+ \left. \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p \right] + Fo_{aço,ar} [2Bi_{ar} T_{inf_ar}^p + 2Bi_{r_cc} T_{inf_ar}^p] \\
 &+ \left\{ -Fo_{aço} \left[2 \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) + \frac{2}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] - Fo_{aço,ar} [2Bi_{ar} + 2Bi_{r_cc}] \right. \\
 &+ \left. 1 \right\} T_{m,n,o}^p \tag{3.31}
 \end{aligned}$$

3.5.4. Pontos internos ao cilindro

Na Figura 3-14 é mostrado o volume de controle para os pontos internos ao cilindro de aço. Este volume de controle possui um volume $V = r_m \Delta\phi \Delta z \Delta r$. A equação resultante da aplicação do balanço de energia é dada pela Equação (3.32). Os volumes de controle situados na extremidade possuem volumes $V = r_m \Delta\phi \Delta z \Delta r / 2$.

Figura 3-14 - Volume de controle para pontos internos ao cilindro de aço.

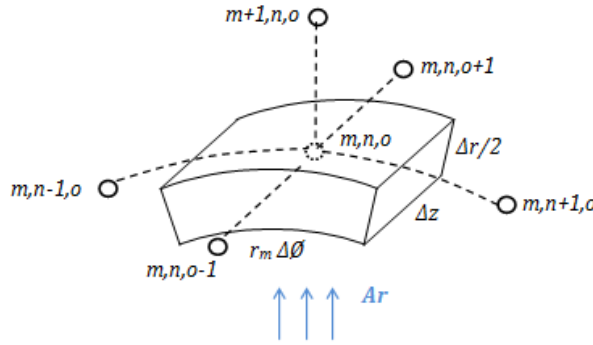


$$\begin{aligned}
 T_{m,n,o}^{p+1} &= Fo_{aço} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m-1,n,o}^p + \left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m+1,n,o}^p + \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n-1,o}^p \right. \\
 &+ \left. \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n+1,o}^p + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p \right] \\
 &+ \left\{ -Fo_{aço} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) + \left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) + \frac{2}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] \right. \\
 &+ \left. 1 \right\} T_{m,n,o}^p \tag{3.32}
 \end{aligned}$$

3.5.5. Pontos no cilindro em contato com o ar interno

Na Figura 3-15 é mostrado o volume de controle para os pontos superficiais internos ao cilindro de aço. Este volume de controle possui um volume $V = r_m \Delta \phi \Delta z \Delta r / 2$. A equação resultante da aplicação do balanço de energia é dada pela Equação (3.33).

Figura 3-15 - Volume de controle para pontos superficiais internos ao cilindro de aço.



$$\begin{aligned}
 & T_{m,n,o}^{p+1} \\
 &= Fo_{aço} \left[2 \left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m+1,n,o}^p + \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n-1,o}^p + \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n+1,o}^p \right. \\
 &+ \frac{1}{(\Delta z / \Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p + \left. \frac{1}{(\Delta z / \Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p \right] + Fo_{aço_ar} [2Bi_{ar} T_{inf_ar}^p \\
 &+ 2Bi_{r_aço} T_{inf_ar}^p] \\
 &+ \left\{ -Fo_{aço} \left[\left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) + \frac{2}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z / \Delta r)^2} \right] - Fo_{aço_ar} [2Bi_{ar} + 2Bi_r] \right. \\
 &+ \left. 1 \right\} T_{m,n,o}^p \tag{3.33}
 \end{aligned}$$

3.5.6. Pontos na interface aço-gipsita

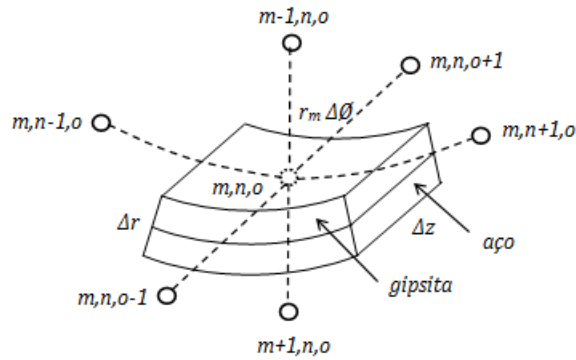
Na Figura 3-16 é mostrado o volume de controle para os pontos internos na interface aço/gipsita. Metade deste volume é composto pelo aço (região inferior) e a outra metade é composta pela gipsita (região superior). Este volume de controle possui um volume $V = r_m \Delta \phi \Delta z \Delta r$. A equação resultante da aplicação do balanço de energia é dada pela Equação (3.34). Nesta equação o termo Fo_{gip} refere-se ao número de Fourier

da gipsita associado à troca de calor por condução na direção radial que contém a gipsita e, analogamente, o termo $Fo_{aço}$ refere-se ao número de Fourier do aço associado à troca de calor por condução na direção radial que contém o aço. O termo fonte $\dot{q}$ refere-se à reação química de calcinação que ocorre na gipsita entre 100 a 160°C.

$$\begin{aligned}
 & T_{m,n,o}^{p+1} \\
 &= Fo_{gip} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m-1,n,o}^p \right] + Fo_{aço} \left[\left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m+1,n,o}^p \right] \\
 &+ Fo_{gip_aço} \left[\frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n-1,o}^p + \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n+1,o}^p + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p \right. \\
 &\left. + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p + \frac{\dot{q}^p}{2k} \Delta r^2 \right] \\
 &+ \left\{ -Fo_{gip} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) \right] - Fo_{aço} \left[\left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) \right] - Fo_{gip_aço} \left[\frac{2}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] \right. \\
 &\left. + 1 \right\} T_{m,n,o}^p \tag{3.34}
 \end{aligned}$$

Os volumes de controle situados na extremidade possuem volumes $V = r_m \Delta\phi \Delta z \Delta r/2$.

Figura 3-16 - Volume de controle para pontos internos na interface aço/gipsita.



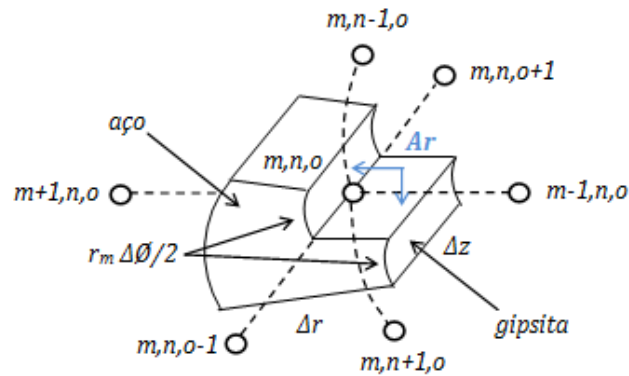
3.5.7. Pontos na interface aço-gipsita-ar

Na Figura 3-17 é mostrado o volume de controle para os pontos internos na interface aço/gipsita superficial. Este volume de controle possui um volume $V = 3r_m \Delta\phi \Delta z \Delta r/4$. Este volume de controle é composto por uma parcela de gipsita e por

uma parcela maior de aço. A equação resultante da aplicação do balanço de energia é dada pela Equação (3.35).

$$\begin{aligned}
 & T_{m,n,o}^{p+1} \\
 &= Fo_{gip} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m-1,n,o}^p + \frac{\dot{q}^p}{3k} \Delta r^2 \right] + Fo_{aço} \left[\frac{4}{3} \left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m+1,n,o}^p \right] \\
 &+ Fo_{gip_aço} \left[\frac{4}{3} \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n+1,o}^p + \frac{2}{3} \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n-1,o}^p + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p \right. \\
 &\left. + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p \right] \\
 &+ Fo_{gip_aço_ar} \left[\frac{2}{3} Bi_r T_{inf_ar}^p \frac{(1 + m\Delta\phi)}{m\Delta\phi} + \frac{2}{3} Bi_{ar} T_{inf_ar}^p \frac{(1 + m\Delta\phi)}{m\Delta\phi} \right] \\
 &+ \left\{ -Fo_{gip} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) \right] - Fo_{aço} \left[\frac{4}{3} \left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) \right] \right. \\
 &- Fo_{gip_aço} \left[\frac{4}{3} \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{3} \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] \\
 &- Fo_{gip_aço_ar} \left[\frac{2}{3} Bi_r \frac{(1 + m\Delta\phi)}{m\Delta\phi} + \frac{2}{3} Bi_{ar} \frac{(1 + m\Delta\phi)}{m\Delta\phi} \right] \\
 &\left. + 1 \right\} T_{m,n,o}^p
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

Figura 3-17 - Volume de controle para pontos internos na interface aço/gipsita superficial.

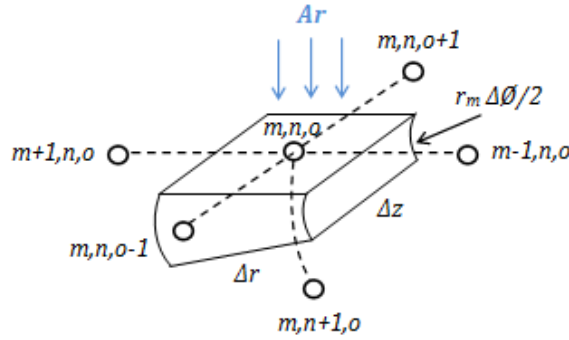


3.5.8. Pontos superficiais não centrais na gipsita

Na Figura 3-18 é mostrado o volume de controle para os pontos superficiais não centrais na gipsita. Este volume de controle possui um volume $V = r_m \Delta \phi \Delta z \Delta r / 2$. A equação resultante da aplicação do balanço de energia é dada pela Equação (3.36).

$$\begin{aligned}
 T_{m,n,o}^{p+1} = & F_{O_{gip}} \left[\left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m+1,n,o}^p + \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m-1,n,o}^p + \frac{2}{(m \Delta \phi)^2} T_{m,n-1,o}^p \right. \\
 & + \frac{1}{(\Delta z / \Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p + \frac{1}{(\Delta z / \Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p + \left. \frac{\dot{q}^p}{2k} \Delta r^2 \right] \\
 & + F_{O_{gip_aço}} \left[\frac{2Bi_{ar} T_{inf_ar}^p}{m \Delta \phi} + \frac{2Bi_{r_gip} T_{inf_ar}^p}{m \Delta \phi} \right] \\
 & + \left\{ -F_{O_{gip}} \left[\left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) + \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) + \frac{2}{(m \Delta \phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z / \Delta r)^2} \right] \right. \\
 & - F_{O_{gip_aço}} \left[\frac{2Bi_{ar}}{m \Delta \phi} + \frac{2Bi_{r_gip}}{m \Delta \phi} \right] \\
 & + \left. 1 \right\} T_{m,n,o}^p
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

Figura 3-18 - Volume de controle para pontos superficiais não centrais na gipsita.



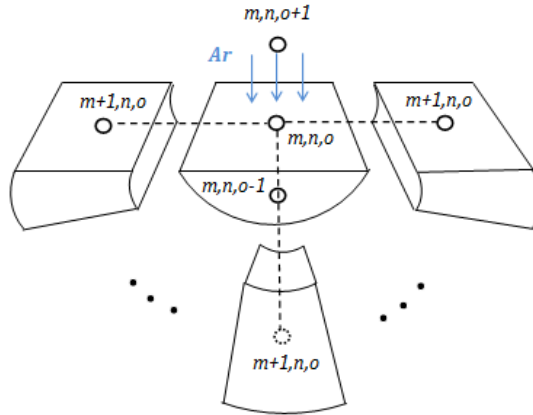
3.5.9. Pontos superficiais centrais na gipsita

Na Figura 3-19 é mostrado o volume de controle para os pontos superficiais centrais na gipsita. Este volume de controle possui um volume $V = \pi \Delta r^2 \Delta z / 8$ e este troca calor na direção radial com dois meios volumes de controle imediatamente à esquerda e à direita e com $\left[\frac{\pi}{\Delta \phi} - 1 \right]$ volumes inteiros (também na direção radial), $\Delta \phi$ é

dado em radianos. A equação resultante da aplicação do balanço de energia é dada pela Equação (3.37).

$$\begin{aligned}
 & T_{m,n,o}^{p+1} \\
 &= Fo_{gip} \left[4T_{m+1,n,o}^p + \frac{4}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p + \frac{4}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p + \frac{\dot{q}^p}{k} \Delta r^2 \right] \\
 &+ Fo_{gip_ar} \left[\frac{8}{\pi} Bi_{ar} T_{inf_ar}^p + \frac{8}{\pi} Bi_{r_gip} T_{inf_ar}^p \right] \\
 &+ \left\{ -Fo_{gip} \left[4 + \frac{8}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] - Fo_{gip_ar} \left[\frac{8}{\pi} Bi_{ar} + \frac{8}{\pi} Bi_{r_gip} \right] \right. \\
 &\left. + 1 \right\} T_{m,n,o}^p \tag{3.37}
 \end{aligned}$$

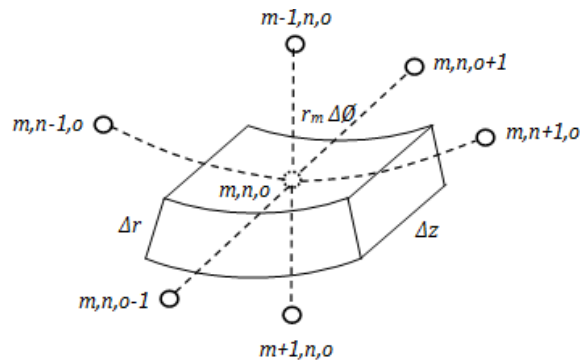
Figura 3-19 - Volume de controle para pontos superficiais centrais na gipsita.



3.5.10. Pontos internos na gipsita

Na Figura 3-20 é mostrado o volume de controle para os pontos internos na gipsita. Este volume de controle possui um volume $V = r_m \Delta \theta \Delta z \Delta r$. A equação resultante da aplicação do balanço de energia é dada pela Equação (3.38).

Figura 3-20 - Volume de controle para pontos internos na gipsita.



$$\begin{aligned}
 T_{m,n,o}^{p+1} = & Fo_{gip} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m-1,n,o}^p + \left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m+1,n,o}^p + \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n-1,o}^p \right. \\
 & + \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n+1,o}^p + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p \\
 & \left. + \frac{\dot{q}^p}{k} \Delta r^2 \right] \\
 & + \left\{ -Fo_{gip} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) + \left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) + \frac{2}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] \right. \\
 & \left. + 1 \right\} T_{m,n,o}^p \quad (3.38)
 \end{aligned}$$

3.6. Critério de estabilidade para as equações de balanço de energia

O Método dos Volumes Finitos (MVF) na formulação explícita necessita satisfazer um critério de estabilidade. Desta forma, os termos entre chaves das equações de balanço de energia para os volumes de controles Equações (3.27) a (3.38) devem ser positivos ou no mínimo iguais à zero. Assim, é possível definir o máximo intervalo de tempo Δt para garantir a positividade do último termo das equações de balanço de energia. Para os pontos superficiais externos ao cilindro de aço na interface ar/óleo extremos e intermediários, o critério de estabilidade exige que:

$$\begin{aligned}
 & -Fo_{aço} \left[\frac{4}{3} \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) + \frac{2}{3} \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{3} Bi_{ar} + \frac{2}{3} Bi_{r-cc} \right] - Fo_{óleo} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) \right] \\
 & - Fo_{aço-óleo} \left[\frac{4}{3} \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] + 1 \\
 & \geq 0 \quad (3.39)
 \end{aligned}$$

Para os pontos superficiais externos ao cilindro em contato com o óleo (extremos e intermediários), o critério de estabilidade é:

$$\begin{aligned}
 & -Fo_{aço} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) \right] - Fo_{óleo} \left[\left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) \right] - Fo_{aço-óleo} \left[\frac{2}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] + 1 \\
 & \geq 0 \quad (3.40)
 \end{aligned}$$

Para os pontos superficiais externos ao cilindro de aço em contato com o ar (extremos e intermediários), o critério de estabilidade exige que:

$$-Fo_{aço} \left[2 \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) + \frac{2}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z / \Delta r)^2} \right] - Fo_{aço_ar} [2Bi_{ar} + 2Bi_{r_cc}] + 1 \geq 0 \quad (3.41)$$

Para os pontos internos ao cilindro de aço (extremos e intermediários), o critério de estabilidade é dado por:

$$-Fo_{aço} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) + \left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) + \frac{2}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z / \Delta r)^2} \right] + 1 \geq 0 \quad (3.42)$$

Para os pontos superficiais internos ao cilindro de aço (extremos e intermediários), o critério de estabilidade é:

$$-Fo_{aço} \left[\left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) + \frac{2}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z / \Delta r)^2} \right] - Fo_{aço_ar} [2Bi_{ar} + 2Bi_r] + 1 \geq 0 \quad (3.43)$$

Para os pontos internos na interface aço/gipsita extremos e intermediários, o critério de estabilidade é dado por:

$$-Fo_{gip} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) \right] - Fo_{aço} \left[\left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) \right] - Fo_{gip_aço} \left[\frac{2}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z / \Delta r)^2} \right] + 1 \geq 0 \quad (3.44)$$

Para os pontos internos na interface aço/gipsita superficial (extremos e intermediários), o critério de estabilidade exige que:

$$\begin{aligned} & -Fo_{gip} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) \right] - Fo_{aço} \left[\frac{4}{3} \left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) \right] - Fo_{gip_aço} \left[\frac{4}{3} \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{3} \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z / \Delta r)^2} \right] \\ & - Fo_{gip_aço_ar} \left[\frac{2}{3} Bi_r \frac{(1 + m\Delta\phi)}{m\Delta\phi} + \frac{2}{3} Bi_{ar} \frac{(1 + m\Delta\phi)}{m\Delta\phi} \right] \geq 0 \end{aligned} \quad (3.45)$$

Para os pontos superficiais não centrais na gipsita (extremos e intermediários), o critério de estabilidade é:

$$-Fo_{gip} \left[\left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) + \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) + \frac{2}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] - Fo_{gip_{aço}} \left[\frac{2Bi_{ar}}{m\Delta\phi} + \frac{2Bi_{r_{gip}}}{m\Delta\phi} \right] + 1 \geq 0 \quad (3.46)$$

Para os pontos superficiais centrais na gipsita (extremos e intermediários), o critério de estabilidade exige que:

$$-Fo_{gip} \left[4 + \frac{8}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] - Fo_{gip_{ar}} \left[\frac{8}{\pi} Bi_{ar} + \frac{8}{\pi} Bi_{r_{gip}} \right] + 1 \geq 0 \quad (3.47)$$

E, por fim, para os pontos internos na gipsita (extremos e intermediários), o critério de estabilidade é dado por:

$$-Fo_{gip} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) + \left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) + \frac{2}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] + 1 \geq 0 \quad (3.48)$$

3.7. Considerações finais sobre a modelagem matemática do forno rotativo

A literatura relacionada à troca de calor por convecção no interior de fornos rotativos é bem escassa. Até o presente momento não há correlações relacionadas à troca de calor por convecção natural na região interna de fornos rotativos. As correlações existentes na literatura estão voltadas para um escoamento de gás na direção axial e estão enquadradas na condição de escoamento numa placa. Neste sentido, torna-se evidente a importância de trabalhos futuros relacionados à troca de calor por convecção natural no interior de fornos rotativos.

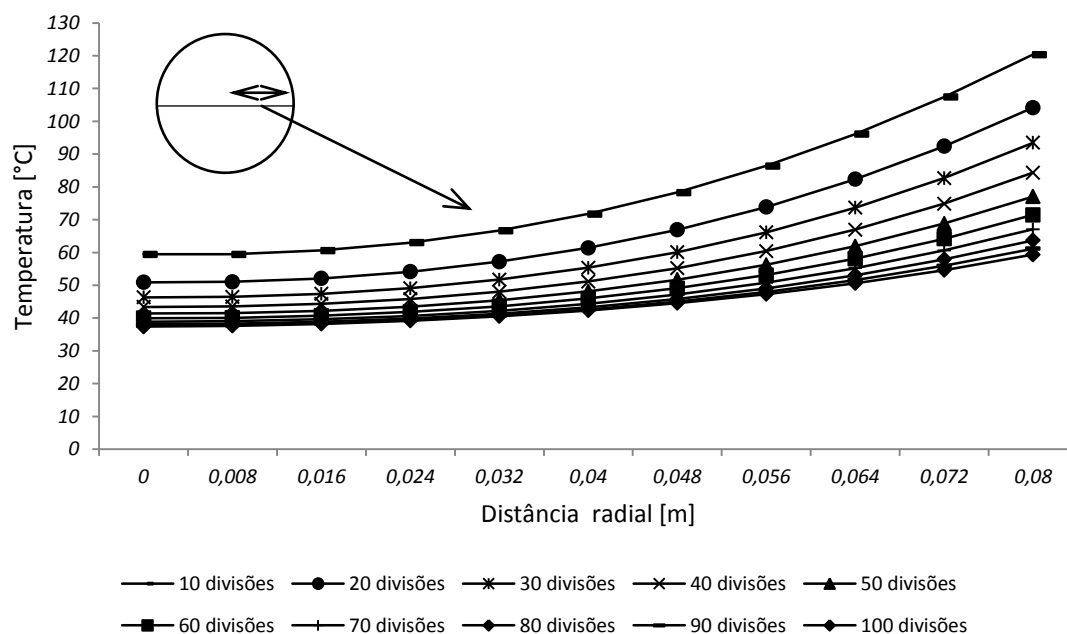
Outro aspecto importante está relacionado à rotação dos fornos de calcinação da região do Araripe: estes possuem grandes dimensões (20 metros de comprimentos e 1,8 metros de diâmetro em média) e como consequência possuem baixas velocidades de rotação (3 rotações por minuto em média). A inclinação dos fornos rotativos, por outro lado, é muito pequena e pode ser desprezada, segundo Coutinho (2006) e Boateng (2008) essa inclinação é em torno de 4% em média (equivalente a 3 a 4°) e o ângulo de repouso do material do leito varia entre 36 a 40°.

3.8. Estabilidade de malha

O teste de estabilidade de malha foi inicialmente aplicado à coordenada radial. Para esse fim, foram utilizadas na análise malhas com 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 e com 100 divisões radiais. Todos os testes realizados utilizaram o mesmo Δt (0,2379 s) e o mesmo número de passos no tempo (10.000 passos no tempo); dessa maneira, todos os perfis de temperatura foram comparados no mesmo instante de tempo. A escolha do $\Delta t = 0,2379$ s se deu pela análise do menor intervalo de tempo calculado pelo critério de estabilidade temporal das malhas analisadas. Na Figura 3-21 são mostrados os perfis de temperaturas horizontais superficiais de uma seção transversal do forno (região que vai do centro até o raio interno do cilindro que contém a gipsita).

Pela análise da Figura 3-21, nota-se que a malha a partir de 80 divisões radiais apresenta um perfil de temperatura praticamente inalterado (variação de 3% em relação à malha de 90 divisões radiais). Dessa maneira, foi utilizada nas análises a malha com 100 divisões radiais.

Figura 3-21 - Perfis de temperatura de uma seção transversal superficial do forno: refino de malha na coordenada radial.

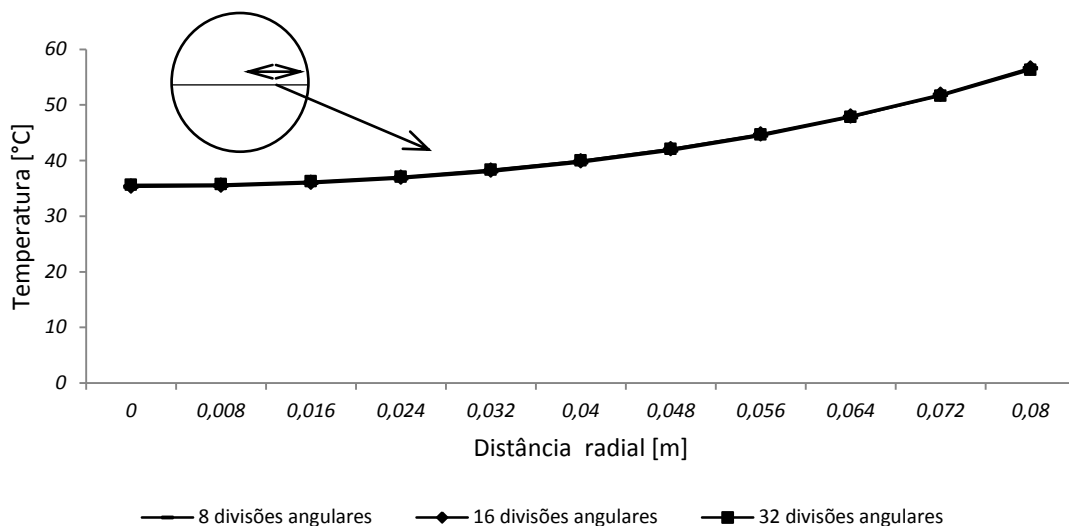


Por outro lado, nos testes de malhas na coordenada angular foram utilizadas as seguintes divisões angulares: 8, 16 e 32. O Δt foi de 0,0234 s (escolhido pela análise do menor intervalo de tempo calculado pelo critério de estabilidade temporal das malhas analisadas) e o número de passos no tempo foi 100.000. Vale lembrar que as malhas

analisadas possuem 100 divisões radiais. Na Figura 3-22 são mostrados os perfis de temperatura horizontais superficiais de uma seção transversal do forno (região que vai do centro até o raio interno do cilindro que contém a gipsita) para as malhas de 8, 16 e 32 divisões angulares.

Pela análise da Figura 3-22 nota-se uma boa concordância entre os valores dos perfis de temperatura para as três malhas angulares. A variação máxima entre a malha de 32 divisões angulares e a de 8 divisões angulares é de 0,6%; portanto, a malha angular escolhida foi a de 8 divisões angulares.

Figura 3-22 - Perfis de temperatura de uma seção transversal superficial do forno: refino de malha na coordenada angular.

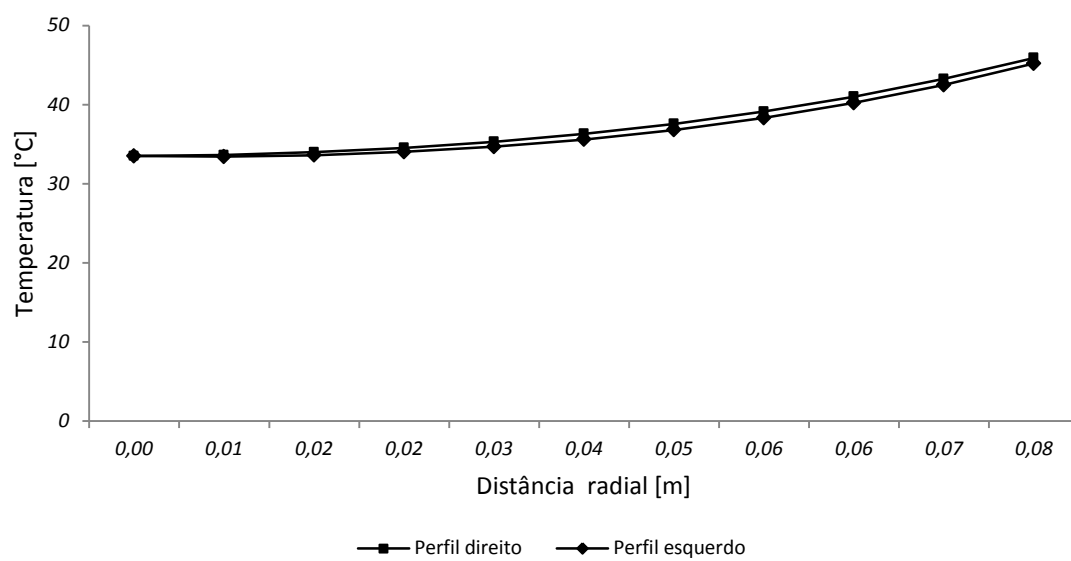


3.9. Teste de simetria

Para a condição em que, tanto o forno quanto o óleo encontram-se estáticos, o comportamento de transferência de calor (distribuição de temperatura) será simétrico e bidimensional, uma vez que a taxa de transferência de energia ao longo do forno é uniforme. A Figura 3-23 mostra os perfis de temperaturas horizontais superficiais (esquerdo e direito) de uma seção transversal do forno (região que vai do centro até o raio interno do cilindro que contém a gipsita) para um mesmo instante de tempo.

A variação máxima entre as temperaturas dos perfis direito e esquerdo foi de 1,5%.

Figura 3-23 - Teste de simetria dos perfis esquerdo e direito.



4. RESULTADOS

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos da simulação numérica para o sistema de aquecimento indireto a óleo.

4.1. Validação do modelo matemático

A validação do modelo matemático do sistema de aquecimento a óleo se deu pela simulação de condições reais de calcinação da gipsita tais como: massa de gipsita (por batelada), dimensões geométricas do forno rotativo e temperatura de chama dos queimadores de um forno rotativo de queima indireta encontrado na região do Araripe. Na Figura 4-1 é mostrado o forno utilizado na validação da simulação numérica.

Figura 4-1 - Forno rotativo de queima indireta (Calcinadora Supergesso).

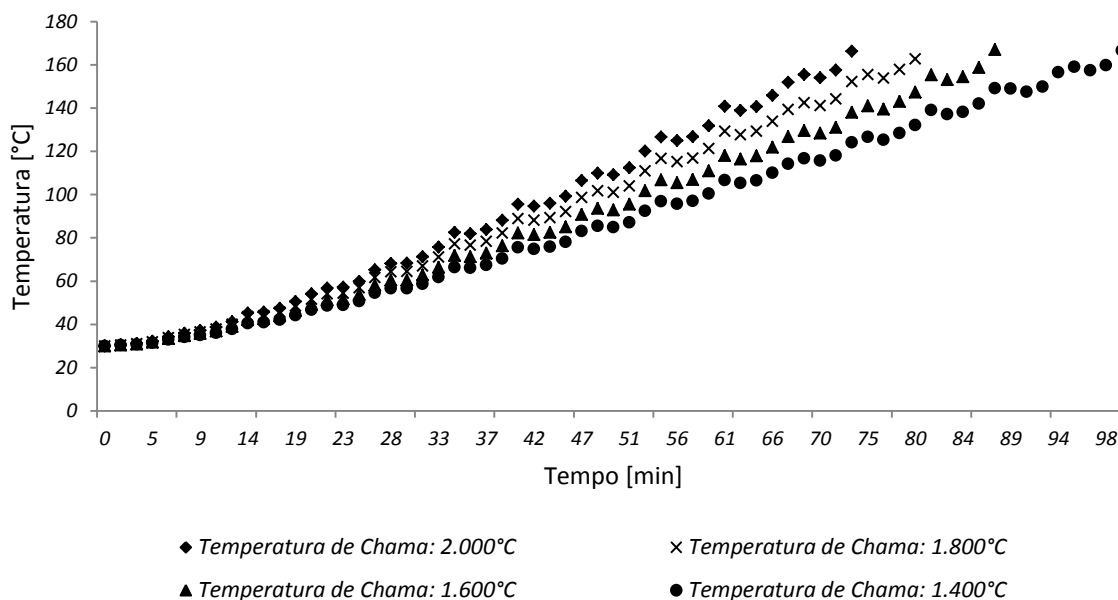


Esse forno rotativo possui dez queimadores (cinco em cada lado) distribuídos lateralmente ao longo do seu comprimento. O combustível utilizado nos queimadores é o óleo combustível. A massa de gipsita, que é calcinada por batelada, é de 15.000 kg e seu tempo de residência é controlado por meio do monitoramento da temperatura da massa contida dentro do forno. Ao atingir 160 °C, o forno é descarregado e alimentado novamente para a próxima batelada. O tempo de calcinação por batelada é de aproximadamente 60 minutos (dado fornecido pela calcinadora Supergesso).

Assim, além dos ajustes de massa de gipsita (por batelada), dimensões geométricas do forno rotativo e temperatura de chama dos queimadores, o óleo foi considerado estático e com temperatura uniforme igual à temperatura de chama dos queimadores. Na Figura 4-2 são mostradas quatro curvas de aquecimento da gipsita para quatro temperaturas de chama diferentes (1.400, 1.600, 1.800 e 2.000 °C) e seus

respectivos tempos de calcinação. Essas curvas foram obtidas por meio das Equações (3.27) a (3.38) admitindo a homogeneização do leito após o tempo crítico de mistura.

Figura 4-2 - Curva de aquecimento para diferentes temperaturas de chama dos queimadores.



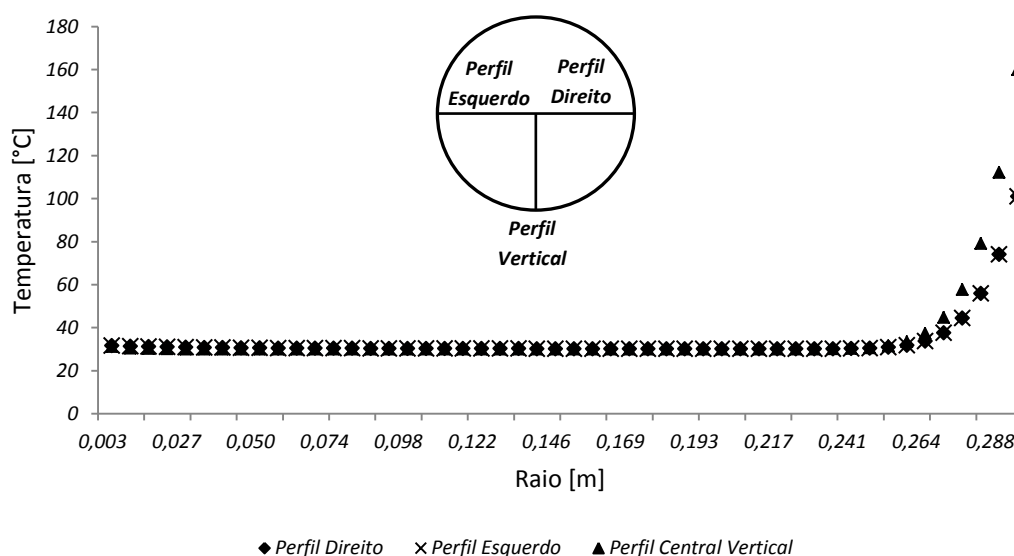
Para a temperatura de chama de 2.000 °C, o tempo de calcinação foi de aproximadamente 70 minutos, mostrando uma razoável aproximação com as condições reais (60 minutos). Para a temperatura de chama de 1.800 °C, o tempo de calcinação foi de aproximadamente de 80 minutos. Por outro lado, o tempo de calcinação para as temperaturas de chama de 1.600 e 1.400 °C foram 87 e 100 minutos respectivamente. Como já era esperado, aumentando-se a temperatura de chama reduz-se o tempo de calcinação.

4.2. Modelo inicial – forno rotativo sem homogeneização

Na modelagem matemática inicial, foi assumido que a gipsita possui movimento deslizante em relação à parede do forno rotativo e não houve a ocorrência de mistura da mesma ao longo do forno rotativo. Esse fenômeno de deslizamento ocorre, conforme Boateng (2008), em baixas rotações (até 5 rpm) e está diretamente relacionada ao número rotacional de Froude. Na Figura 4-3 são mostradas as curvas de temperatura versus raio do forno para o perfil superficial direito, esquerdo e vertical, para o instante de tempo em que o primeiro ponto mais próximo da parede do forno atinge a temperatura final de calcinação, 160 °C. Esses perfis de temperaturas são para uma

seção localizada numa região intermediária do forno. Essas curvas foram obtidas com um tempo de residência de 8,5 minutos e com as seguintes condições: rotação de 4 rpm, 500 °C de temperatura de entrada do óleo e 30 kg/s de vazão mássica de óleo.

Figura 4-3 - Perfis de temperatura para o tempo de residência de 8,5 minutos.



Nota-se que os pontos localizados próximo à parede do forno possuem temperaturas mais altas e suas taxas de aumento de temperatura também são maiores, uma vez que estão mais próximos da fonte de calor. A taxa de transferência de calor por condução dentro da gipsita é lenta, devido à sua baixa condutividade térmica; por isso, a curva de temperatura do perfil vertical central, próxima ao centro, permanece inicialmente abaixo das curvas de temperatura dos perfis direito e esquerdo (isso é mais bem evidenciado para maiores tempos de residência como poderá ser visto na Figura 4-7), uma vez que a superfície livre está sob a ação de troca de calor por radiação e convecção. Também se verifica a simetria nos perfis de temperatura direito e esquerdo. O ponto do perfil vertical mais próximo da parede atingiu a temperatura de 160 °C (em um tempo de residência de 8,5 minutos), enquanto os pontos situados próximos ao centro possuem temperaturas próximas de 31 °C.

Na Figura 4-4 são mostradas as curvas de aquecimento, em função do tempo, para o ponto central, para o ar interno e para o ponto mais próximo da parede do forno quando este último atinge 160 °C. O ponto extremo atinge a temperatura final de calcinação em aproximadamente 8,5 minutos, enquanto o ponto central teve sua temperatura elevada em pouco menos de 2 °C. Na Figura 4-5 é mostrada a distribuição

de temperatura numa seção intermediária do forno. Nota-se, conforme já citado, que a região mais próxima à parede possui uma temperatura elevada, se comparada aos pontos mais afastados da parede, devido à proximidade da fonte térmica.

Figura 4-4 - Curvas de aquecimento para o ponto central e para um ponto extremo.

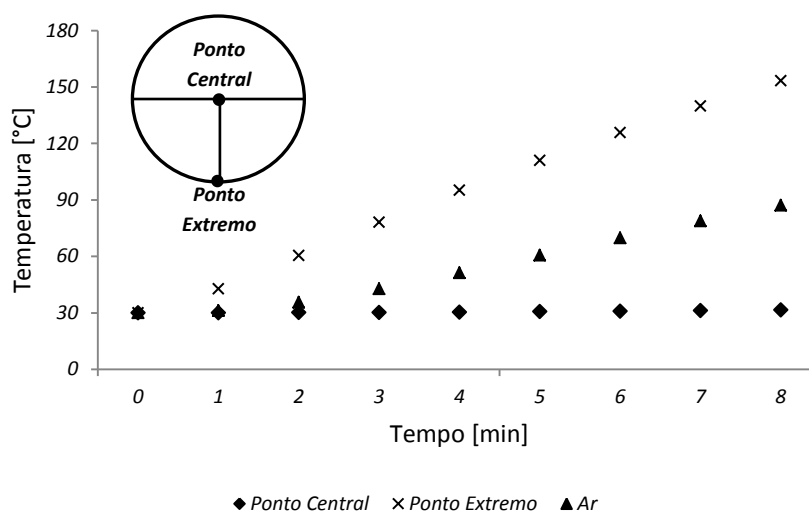
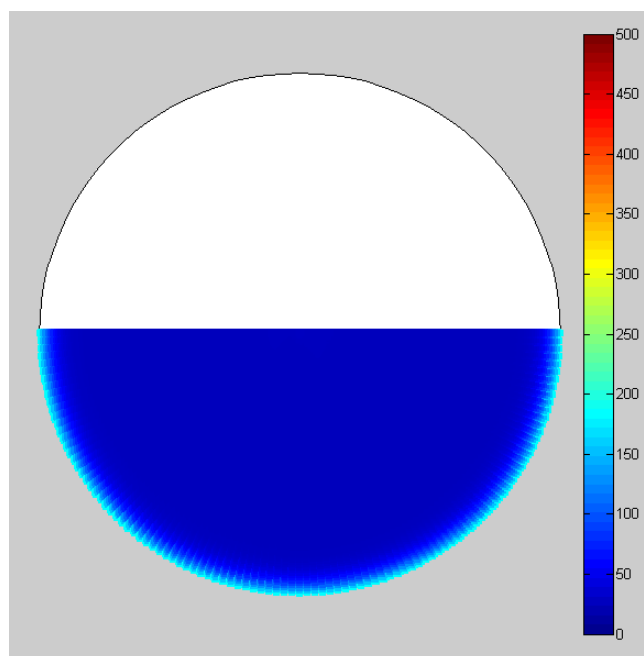


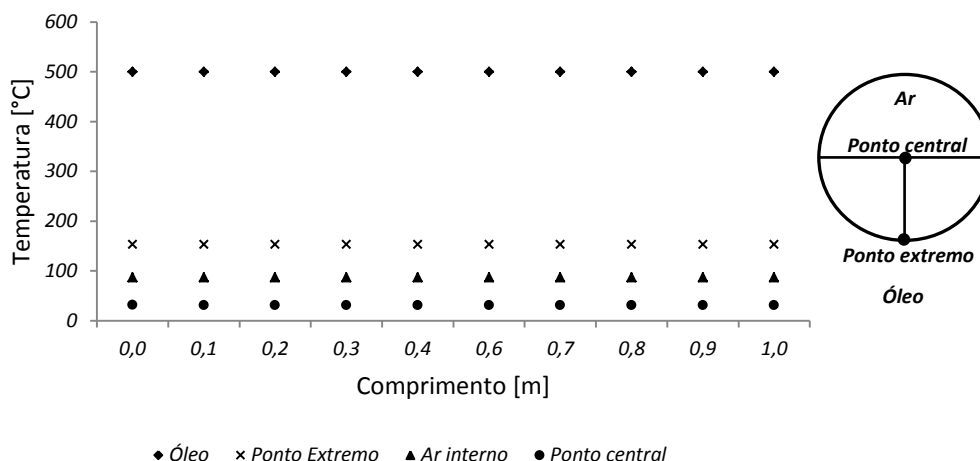
Figura 4-5 - Distribuição de temperatura para um perfil intermediário (tempo de residência de 8,5 minutos).



Outro aspecto importante está relacionado à distribuição de temperatura ao longo do forno (direção longitudinal). Na Figura 4-6 são mostradas as distribuições de temperaturas longitudinais do óleo, dos pontos na gipsita mais próximo à parede (perfil

vertical) e dos pontos na gipsita localizados nos centros, além da temperatura do ar interno no instante de tempo em que o ponto mais próximo da parede do forno atinge 160 °C. Percebe-se que o comportamento de distribuição de temperatura é praticamente bidimensional, apresentando uma variação inferior a 2 °C.

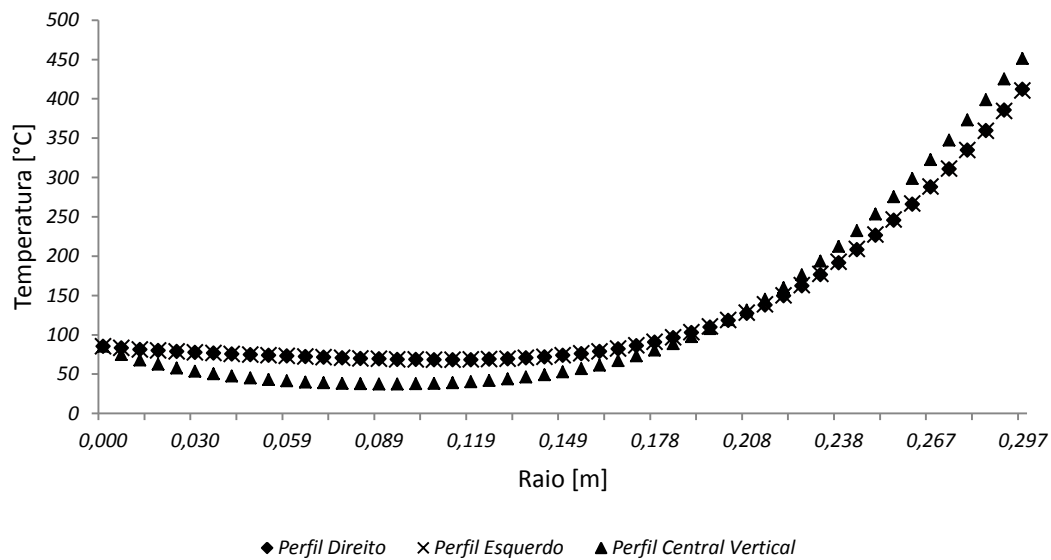
Figura 4-6 - Distribuição longitudinal de temperatura para o óleo, ar interno e gipsita (tempo de residência: 8,5 minutos).



A Figura 4-7 mostra os mesmos perfis de temperaturas da Figura 4-3 quando um ponto situado a $\frac{3}{4}$ de raio do centro atinge a temperatura final de calcinação, 160 °C, com as mesmas condições de rotação, vazão mássica de óleo e temperatura de entrada do óleo.

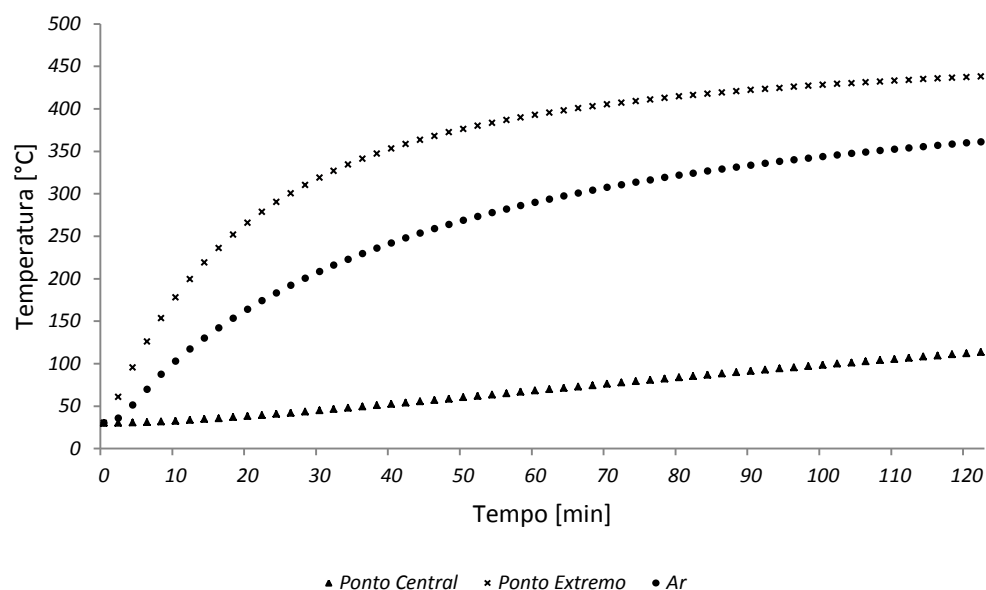
Percebe-se, pela análise da Figura 4-7, que a região final do perfil de temperatura vertical, assim como nos perfis direito e esquerdo, atingiu temperaturas muito acima da temperatura final de calcinação, 450°C e 410°C respectivamente, enquanto os pontos localizados próximos ao centro encontram-se com temperaturas relativamente baixas, aproximadamente 80°C. A taxa de transferência de calor por condução dentro da gipsita é lenta devido à sua baixa condutividade térmica; por isso, a curva de temperatura do perfil vertical central, próxima ao centro, permanece inicialmente abaixo das curvas de temperaturas dos perfis direito e esquerdo. O tempo de residência foi de 2 horas.

Figura 4-7 - Perfis de temperatura para um tempo de residência de 2 horas.



Na Figura 4-8 são mostradas as curvas de aquecimento para o ponto central, ar interno e para o ponto situado a $\frac{3}{4}$ de raio do centro quando esse atinge a temperatura final de calcinação, 160 °C. Pela análise da Figura 4-8, nota-se que o ponto a $\frac{3}{4}$ do centro atingiu temperatura de 438°C, enquanto que a temperatura do ponto central atingiu 113°C. A temperatura do ar interno atingiu 360°C. Fica evidenciado o elevado gradiente de temperatura entre os pontos próximos ao centro e os próximos à parede do forno.

Figura 4-8 - Curvas de aquecimento do ponto central, ar e ponto situado a $\frac{3}{4}$ do centro. Tempo de residência: 2 horas.



Na Figura 4-9 é mostrada a distribuição de temperatura numa seção transversal do forno. Nota-se, mais uma vez, a existência de um elevado gradiente de temperatura na seção, tornando a transformação da gipsita em gesso num processo não uniforme ao longo do forno.

Na Figura 4-10 é mostrada a curva de aquecimento versus tempo do ponto central para as seguintes condições de rotação: 0, 2 e 4 rpm. Percebe-se que praticamente não há influência da velocidade de rotação, na faixa estudada, sobre a taxa de aquecimento. Para as três rotações foram adotadas as seguintes condições: 500 °C para temperatura de entrada do óleo e uma vazão mássica de óleo de 30 kg/s. Velocidades de rotação acima de 5 rpm resulta em um comportamento no leito diferente do deslizamento.

Figura 4-9 - Distribuição de temperatura para um perfil intermediário (tempo de residência de 2 horas).

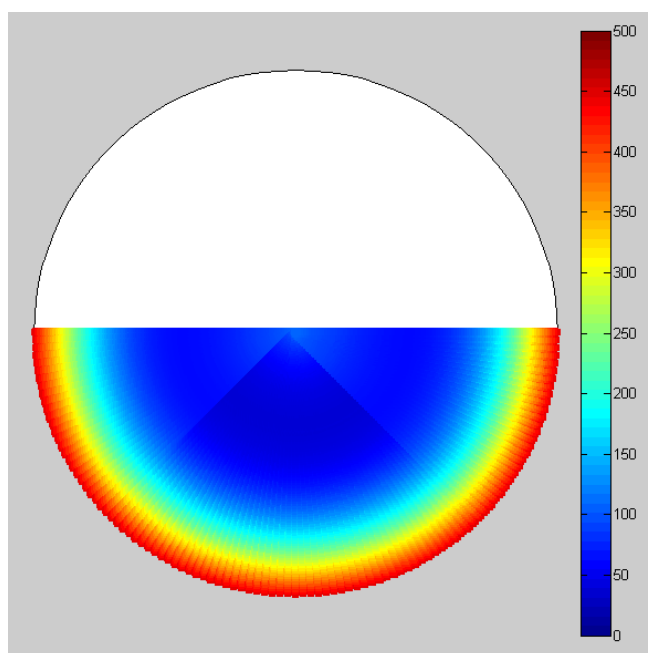
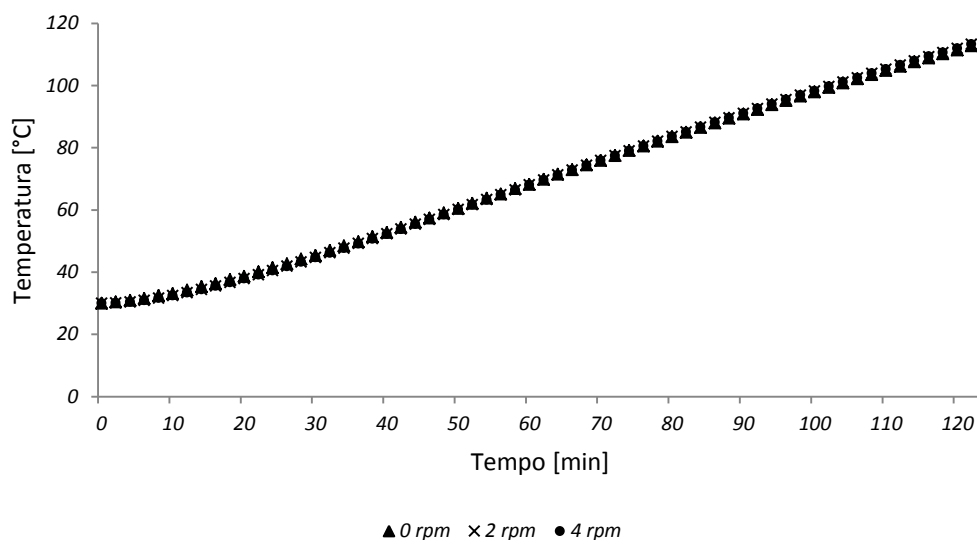
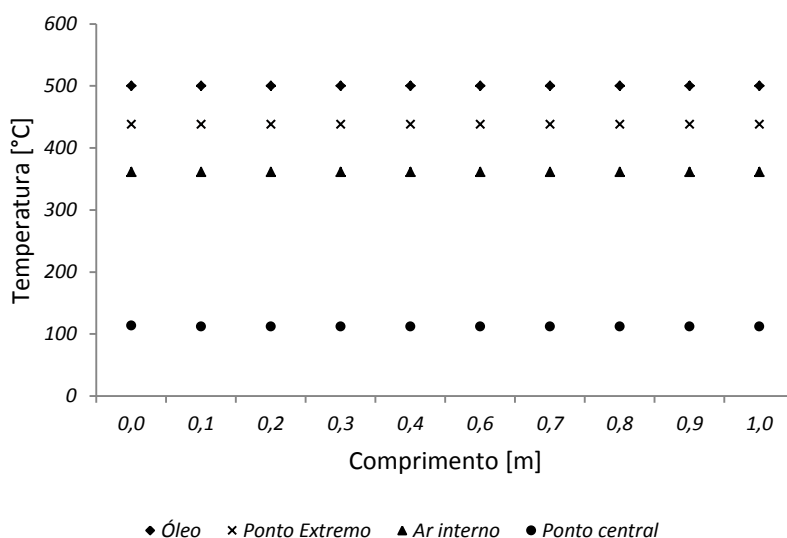


Figura 4-10 - Curvas de aquecimento do ponto central para três rotações diferentes para um tempo de residência de 2 horas.



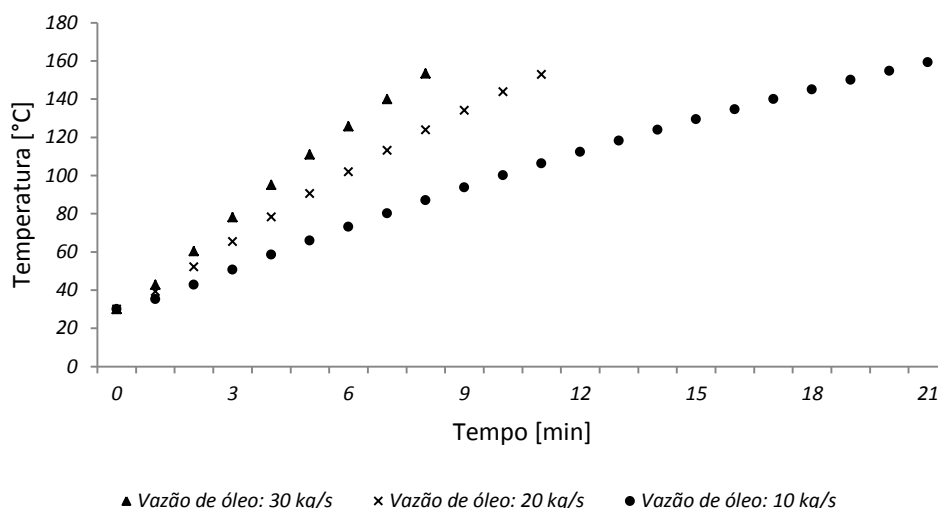
Na Figura 4-11 é mostrada a distribuição de temperatura longitudinal do óleo, dos pontos na gipsita mais próximos à parede (perfil vertical) e dos pontos na gipsita localizados nos centros, além da temperatura do ar interno no instante de tempo em que o ponto mais próximo da parede do forno atinge 160 °C (tempo de residência de 2 horas). Nessa figura nota-se que os pontos centrais de gipsita atingiram temperaturas um pouco acima de 110 °C, enquanto os pontos situados ao longo da parede atingiram temperaturas acima de 430 °C.

Figura 4-11 - Distribuição longitudinal de temperatura para o óleo, ar interno e gipsita (tempo de residência: 2 horas).



Na Figura 4-12 é mostrada a influência da vazão mássica de óleo no tempo de calcinação do ponto mais próximo à parede do forno.

Figura 4-12 - Influência da vazão mássica de óleo no tempo de calcinação do ponto mais próximo à parede do forno.



Nota-se que para a vazão mássica de 30 kg/s o tempo de calcinação do ponto mais próximo à parede do forno foi de aproximadamente 8,5 minutos; por outro lado, para a vazão mássica mais baixa, 10 kg/s, o tempo de calcinação foi de 21 minutos. Isso está relacionado à troca de calor por convecção forçada do óleo com a parede do forno, que aumenta à medida que a vazão mássica também aumenta, (transporte de energia por meio de fluxo mássico).

Pela análise dos resultados iniciais, verifica-se a inviabilidade térmica desse processo de aquecimento devido ao elevado gradiente de temperatura existente ao longo do forno: a transformação química da gipsita em gesso não é uniforme ao longo do forno. Isso é um grave problema, pois entre 170 e 250 °C a gipsita calcinada (gesso) se transforma em anidrita ativa (CaSO_4). A anidrita ativa possui características físicas e mecânicas distintas do gesso. Além disso, seria necessário um elevado tempo de residência do material para o ponto central alcançar a temperatura final de calcinação, tornando o processo, sob o ponto de vista produtivo, também inviável. O próximo modelo considera a homogeneização do leito por meio de sua mistura.

4.3. Modelo com homogeneização do leito

Na Figura 4-13 é mostrado o comportamento da curva de aquecimento da gipsita para algumas vazões mássicas de óleo. Para a vazão mássica de 30 kg/s toda a gipsita calcinou em 160 minutos; por outro lado, para a menor vazão mássica, 10 kg/s, todo o material calcinou em 215 minutos (3,5 horas). À medida que a vazão mássica de óleo diminui, aumenta-se o tempo de calcinação da gipsita. Ou seja, com o aumento da velocidade de escoamento do óleo maior será o coeficiente de troca de calor por convecção. As curvas foram obtidas com as seguintes condições: rotação de 4 rpm, 500 °C e 20 kg/s de temperatura de entrada do óleo e vazão mássica de óleo, respectivamente.

Na Figura 4-14 é mostrado o comportamento da curva de aquecimento para as temperaturas de entrada do óleo de 400, 450 e 500 °C. Para a temperatura de entrada do óleo de 400 °C o tempo de calcinação foi de 180 minutos (3 horas); por outro lado, para a temperatura de 500 °C o tempo de calcinação foi de 140 minutos. Assim, aumentando-se a temperatura de entrada do óleo, diminui-se o tempo de calcinação. Isso é devido à diferença de temperatura entre o óleo e a parede do forno: quanto maior essa diferença, maior a troca de calor por convecção.

Figura 4-13 - Temperatura da gipsita para algumas vazões mássicas.

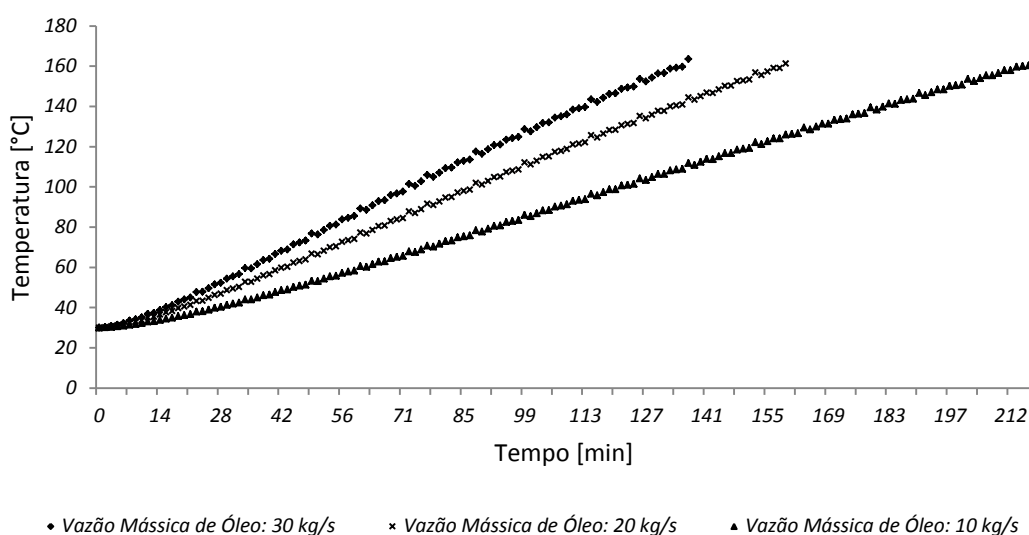
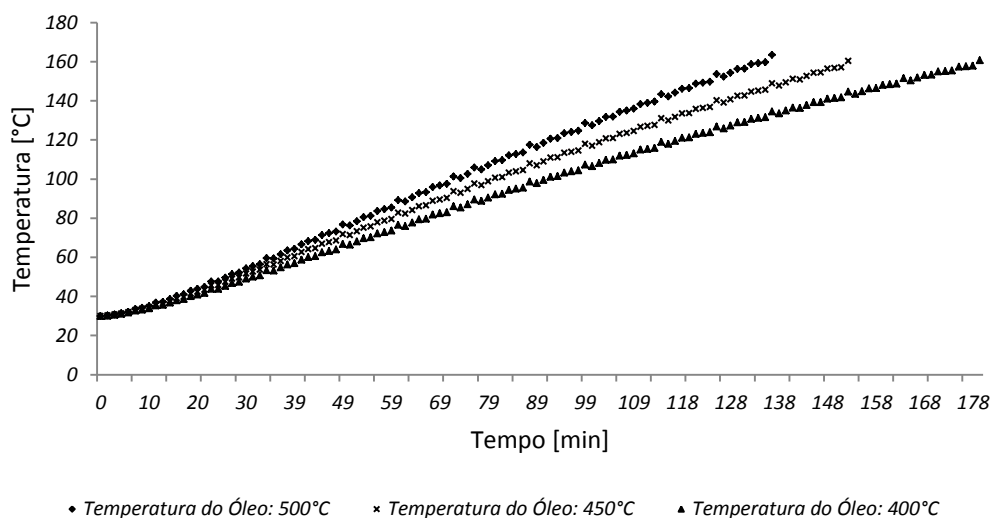


Figura 4-14 - Comportamento da curva de aquecimento da gipsita em função da temperatura do óleo de entrada.



Esse modelo de homogeneização do leito representa a condição mais realística do fenômeno físico, uma vez que alguns fornos rotativos possuem aletas internas que visam à homogeneização da gipsita durante a calcinação. Além disso, esse modelo simplifica consideravelmente a simulação numérica do processo de calcinação, pois seria necessária a utilização de métodos estatísticos para descrever o percurso da gipsita durante a rotação do forno.

Outro aspecto relevante é o tempo necessário para a ocorrência da homogeneização completa do leito, que deve ser determinado para que a aplicação do modelo de homogeneização do leito seja aplicada de maneira consistente. Vale lembrar que o tempo necessário para a ocorrência da completa homogeneização do leito é função da velocidade de rotação do forno, ou seja, quanto maior a rotação menor será o tempo de homogeneização completa do leito.

5. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Pela análise dos resultados para a condição do forno rotativo sem homogeneização do leito, verificou-se a inviabilidade térmica desse processo de aquecimento, devido ao elevado gradiente de temperatura existente ao longo do forno: a transformação química da gipsita em gesso não é uniforme durante todo o processo. Isso é um grave problema, pois entre 170 e 250 °C a gipsita calcinada (gesso) se transforma em anidrita ativa (CaSO_4). A anidrita ativa é instável e muito higroscópica e possui características físicas e mecânicas distintas do gesso. Além disso, seria necessário um elevado tempo de residência do material para os pontos mais afastados do centro alcançarem a temperatura final de calcinação, tornando o processo, sob o ponto de vista produtivo, também inviável.

A temperatura de entrada do óleo tem grande influência no tempo de residência (tempo de calcinação) do material, pois quanto maior a temperatura de entrada do óleo menor será o tempo de calcinação. Assim, temperaturas do óleo próximas às da temperatura de calcinação da gipsita acarretarão em tempos de residência proibitivos sob o ponto de vista produtivo e, conseqüentemente, sob o ponto de vista econômico.

O calor rejeitado por algum processo interno pode ser utilizado no aquecimento do óleo. Atualmente, todo o rejeito de calor dos processos de calcinação da gipsita é lançado na atmosfera. Esse calor rejeitado pode ser utilizado tanto no aquecimento do óleo, quanto no pré-aquecimento da gipsita; assim, a gipsita entraria no processo de calcinação numa temperatura mais alta.

Por outro lado, o modelo considerando a homogeneização apresentou resultados satisfatórios, no que diz respeito ao tempo de calcinação, se comparado com o modelo anterior. Toda a massa de gipsita calcina de forma uniforme e não há a presença de elevados gradientes de temperatura na gipsita. Esse último modelo apresentou resultados que indicam que quanto maior a temperatura do óleo de entrada e maior sua vazão mássica, menor será o tempo de calcinação da gipsita. Esses resultados são independentes da faixa de rotação analisada.

Como sugestão de trabalhos futuros:

- ✓ Construção de um protótipo de um sistema rotativo com aquecimento indireto a óleo, em escala, para a avaliação de parâmetros operacionais, tais como: rotação, temperatura de entrada do óleo e vazão mássica de óleo.
- ✓ Simular um modelo de mistura baseado em métodos estocásticos para uma melhor avaliação das regiões de mistura ativa e passiva.
- ✓ Estudar a influência dos tipos de gipsitas, seu grau de pureza, seu teor de umidade e sua granulometria no processo de calcinação.
- ✓ Avaliar outras correlações de transferência de calor por convecção em fornos rotativos com leito fixo e móvel.
- ✓ Fazer um estudo de viabilidade econômica da utilização de fornos rotativos com aquecimento indireto a óleo no processo de calcinação da gipsita.

Aspectos relacionados ao trabalho:

O presente trabalho apresenta uma simulação numérica de um forno rotativo para calcinação da gipsita, algo antes inédito. Além disso, é possível a análise de outras fontes térmicas, convencionais ou não, para a calcinação da gipsita, tais como o óleo, combustão da lenha, do óleo e de gás combustível. Além disso, a simulação pode reproduzir as condições reais de funcionamento dos fornos encontrados nos polos gesseiros. Nesse trabalho também foi estudado o comportamento energético da gipsita durante o processo de calcinação, ou seja, é possível quantificar a energia empregada durante a calcinação da gipsita em função da temperatura, algo também inédito. Sob o ponto de vista geral, o presente trabalho apresenta uma significativa contribuição científica, direcionando para novos trabalhos relacionados ao tema e sendo um ponto de partida no processo de otimização do processo de calcinação em fornos já existentes ou no projeto de novos fornos para tal fim.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ang C., Wang Y.: “Effect of moisture transfer on specific heat of gypsum plasterboard at high temperatures”. **Construction and Building Materials**, No. 23 675 – 686 (2009).
- Atayılmaz S.: “Experimental and numerical study of natural convection heat transfer from horizontal concentric cylinders”. **International Journal of Thermal Sciences**, No. 50 1472 – 1483 (2011).
- Baltar C., Bastos F., Luz A.: “Gipsita”. **Rochas e Minerais Industriais**, CETEM 449 – 470 (2005).
- Belmiloudi A., Meur G.: “Mathematical and numerical analysis of dehydration of gypsum plasterboards exposed to fire”. **Applied Mathematics and Computation**, No. 163 1023 – 1041 (2005).
- BEN – **Balanco Energético Nacional**. Disponível em www.mme.gov.br. Acesso em janeiro de 2012.
- Boateng A., Barr P.: “A thermal model for the rotary kiln including heat transfer within the bed”. **Heat Mass Transfer**, No. 10 2131-2147 (1995).
- Boateng A.: “**Rotary Kilns Transport Phenomena and Transport Processes**”. Elsevier, United States of America (2008).
- Caputo A., Pelagagge P., Salini P.: “Performance modeling of radiant heat recovery exchangers for rotary kilns”. **Applied Thermal Engineering**, No. 31 2578-2589 (2011).
- Carreteiro R., Belmiro P.: “**Lubrificantes e lubrificação industrial**”. Editora Interciência, Rio de Janeiro (2006).
- Coutinho J.: “**Materiais de construção**”. Universidade do Porto, Portugal (2006).
- Cunha A., Barbosa M., Felismino D., Dantas I.: “Consumo da lenha na calcinação da gipsita e impactos ambientais no polo gesso da mesorregião do Araripe - PE”. **Revista de Biologia e Farmácia**, No. 1 Vol. 2 (2008).
- Devahastin S., Mujumdar A.: “**Indirect Dryers**”. Taylor and Francis Group, United States of America (2006).

- Finnie G., Kruyt N., Ye M., Zeilstra C., Kuipers J.: “Longitudinal and transverse mixing in rotary kilns: A discrete element method approach”. **Chemical Engineering Science**, No. 60 4083 – 4091 (2005).
- Garcia R.: “**Combustíveis e Combustão Industrial**”. Editora Interciência, Rio de Janeiro (2002).
- Henein H.: “**Bed Behavior in Rotary Cylinders with Applications to Rotary Kilns**”. PhD Dissertation, University of British Columbia, Vancouver, (1980).
- Herz F., Mitov I., Specht E., Stanev R.: “Influence of operational parameters and material properties on the contact heat transfer in rotary kilns”. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, No. 55 7941–7948 (2012).
- Hillring B., Trossero M.: “International Wood-Fuel Trade – An Overview”. **Energy for Sustainable Development**, Volume X, No. 1 (2006).
- Hosny Z.: “Heat transfer characteristics of some oils used for engine cooling”. **Energy Conversion and Management**, No. 45 2553–2569 (2004).
- Inaba H.: “**New challenge in advanced thermal energy transportation using functionally thermal fluids**”. Division of Energy Conversion Science, Okayama University, No. 39 991–1003 (2000).
- Itoh M., Fujita T., Nishiwaki N., Hirata M.: “A new method of correlating heat-transfer coefficients for natural convection in horizontal cylindrical annuli”. **Heat Mass Transfer**, No. 13 1364 -1368 (1970).
- Kearney D., Kelly B., Herrmann U., Cable R., Pacheco J., Mahoney R., Price H., Blake D., Nava P., Potrovitza N.: “Engineering aspects of a molten salt heat transfer fluid in a troughsolar field”. **Energy**, No. 29 861–870 (2004).
- Kontogeorgos D., Founti M.: “Numerical investigation of simultaneous heat and mass transfer mechanisms occurring in a gypsum board exposed to fire conditions”. **Applied Thermal Engineering**, No. 30 1461-1469 (2010).
- Krishna K., Sukmarg P., Rogers W., Kihm K., Mannan M.: “Non-intrusive characterization of heat transfer fluid aerosol sprays released from an orifice”. **Journal of Loss Prevention in the Process Industries**, No. 15 19–27 (2002).
- Kumar R.: “Study of natural convection in horizontal annuli”. **Heat Mass Transfer**, No. 6 1148-1148 (1988).

- Lai C., Chen R., Lin C.: “Heat transfer and thermal storage behaviour of gypsum boards incorporating micro-encapsulated PCM”. **Energy and Buildings**, No. 42 1259–1266 (2010).
- Mancintyre A.: “**Instalações hidráulicas prediais e industriais**”. Editora LTC, Rio de Janeiro (1996).
- Martins M., Oliveira L., Franca A.: “Modeling and simulation of petroleum coke calcination in rotary kilns”. **Fuel**, No. 80 1611-1622 (2001).
- Mujumdar K., Ranade V.: “Simulation of rotary cement kilns using a one-dimensional model”. **Chemical Engineering Research and Design**, No. 84 165-177 (2006).
- Ortiz O., Suárez G., Nelson A.: “Dynamic simulation of a pilot rotary kiln for charcoal activation”. **Computers and Chemical Engineering**, No. 29 1837–1848 (2005).
- Padilla E., Neto A.: “Large-eddy simulation of transition to turbulence in natural convection in a horizontal annular cavity”. **Heat and Mass Transfer**, No. 51 3656–3668 (2008).
- Parikka M.: “Global biomass fuel resources”. **Biomass and Bioenergy**, No. 27 613–620 (2003).
- Paulrud S., Mattsson J., Nilsson C.: “Particle and handling characteristics of wood fuel powder: effects of different mills”. **Fuel Processing Technology**, No. 76 23 – 39 (2002).
- Peres L., Benachour M., Santos W.: “**O Gesso Produção e Utilização na Construção Civil**”. Editora Bagaço, Recife (2001).
- Ragavarao C., Sanyasiraju Y.: “Natural convection heat transfer of cold water between concentric cylinders for high rayleigh numbers – a numerical study”. **Heat Mass Transfer**, No. 9 1437-1450 (1994).
- Raithby G. D., Hollands K. G.: “A general method of obtaining approximate solutions to laminar and turbulent free convection problems”. In **Advances heat transfer**, vol. II, pp. 265-315, New York: Academic Press, (1975).
- Raithby G. D., Hollands K. G.: “Laminar and turbulent heat transfer by natural convection”. **Heat Mass Transfer**, No. 17 1620-1622 (1975).

- Royon L., Guiffant G.: “Heat transfer in paraffin oil/water emulsion involving supercooling phenomenon”. **Energy Conversion and Management**, No. 42 2155 – 2161 (2001).
- Santana D.: “**Estudo de obtenção de água do processo de desidratação da gipsita na produção de gesso**”. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Pernambuco, Recife (2008).
- Shi D., Vargas W., McCarthy J.: “Heat transfer in rotary kilns with interstitial gases”. **Chemical Engineering Science**, No. 63 4506 – 4516 (2008).
- Singh N., Middendorf B.: “Calcium sulphate hemihydrate hydration leading to gypsum crystallization”. **Progress in Crystal Growth and Characterization of Materials**, No. 53 57-77 (2007).
- Skripov P., Starostin A., Volosnikov D., Zhelezny V.: “Comparison of thermophysical properties for oil/refrigerant mixtures by use of the pulse heating method”. **International Journal of Refrigeration**, No. 26 721–728 (2003).
- Sobrinho A., Amaral A., Dantas J. O., Dantas J. R.: “**Gipsita**”. Balanço Mineral Brasileiro (2001).
- Specht E., Shi Y., Woche H., Knabbe J., Sprinz U.: “Experimental investigation of solid bed depth at the discharge end of rotary kilns”. **Powder Technology**, No. 197 17–24 (2010).
- Sukmarg P., Krishna K., Rogers W., Mannan M.: “The use of aerosol formation, flammability, and explosion information for heat-transfer fluid selection”. **Journal of Hazardous Materials**, No. 104 215–226 (2003).
- Tataroglu F., Mansoori Y.: “Synthetic Heat Carrier Oil Compositions Based on Polyalkylene Glycols”. **Energy Conversion and Management**, No. 48 703–708 (2007).
- Torreira F.: “**Fluidos Térmicos – Água, Vapor e Óleos Térmicos**”. Editora Hemus, São Paulo (2002).
- Tscheng S., Watkinson A.: “Convective heat transfer in rotary kilns”. **Can. J. Chem. Eng.**, No. 57 433–443 (1979).
- Wakil N., Chereches N., Padet J.: “Numerical study of heat transfer and fluid flow in a power transformer”. **International Journal of Thermal Sciences**, No. 45 615–626 (2006).

- Yeh C.: “Numerical investigation of the three-dimensional natural convection inside horizontal concentric annulus with specified wall temperature or heat flux”. **Heat Mass Transfer**, No. 45 775 – 784 (2002).
- Zhang J., Li X., Vance M.: “Experiments and modeling of heat transfer in oil transformer winding with zigzag cooling ducts”. **Applied Thermal Engineering**, No. 28 36–48 (2008).

Páginas visitadas:

- Secretaria de Ciência, Tecnologia e Meio Ambiente de Pernambuco. Disponível em www.sectma.pe.gov.br. Acesso em janeiro de 2010.
- Sindugesso – Sindicato da Indústria do Gesso do Estado de Pernambuco. Disponível em www.sindugesso.org.br. Acesso em janeiro de 2012.

APÊNDICE - DEDUÇÃO DAS EQUAÇÕES DOS VOLUMES DE CONTROLE

Nesta seção serão demonstradas as equações para os volumes de controle com características especiais de dimensão e condição de contorno.

✓ Pontos na interface ar-óleo

Aplicando o balanço de energia no volume de controle em contato com a interface ar-óleo tem-se:

$$\begin{aligned}
 & -k_{aço} \left(m - \frac{1}{2} \right) \Delta r \Delta \phi \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m-1,n,o}^p)}{\Delta r} - h_{óleo} m \frac{\Delta r}{2} \Delta \phi \Delta z (T_{m,n,o}^p - T_{inf_óleo}^p) \\
 & - h_{r_cc} m \frac{\Delta r}{2} \Delta \phi \Delta z (T_{m,n,o}^p - T_{inf_ar}^p) - k_{aço} \frac{\Delta r}{2} \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n-1,o}^p)}{m \Delta r \Delta \phi} \\
 & - k_{aço} \frac{\Delta r}{2} \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n-1,o}^p)}{m \Delta r \Delta \phi} - k_{aço} m \Delta r \Delta \phi \frac{\Delta r}{2} \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o-1}^p)}{\Delta z} \\
 & - k_{aço} m \Delta r \Delta \phi \frac{\Delta r}{2} \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o+1}^p)}{\Delta z} = \rho c_p m \Delta \phi \Delta z \frac{\Delta r^2}{2} \frac{(T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p)}{\Delta t}
 \end{aligned}$$

Reagrupando os termos:

$$\begin{aligned}
 T_{m,n,o}^{p+1} = Fo & \left[2 \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m-1,n,o}^p + Bi_{óleo} T_{inf_óleo}^p + Bi_{ar} T_{inf_ar}^p + Bi_{r_cc} T_{inf_ar}^p + \frac{1}{(m \Delta \phi)^2} T_{m,n-1,o}^p \right. \\
 & + \frac{1}{(m \Delta \phi)^2} T_{m,n+1,o}^p + \frac{1}{(\Delta z / \Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p + \left. \frac{1}{(\Delta z / \Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p \right] \\
 & + \left\{ -Fo \left[2 \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) + Bi_{óleo} + Bi_{ar} + Bi_{r_cc} + \frac{2}{(m \Delta \phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z / \Delta r)^2} \right] \right. \\
 & \left. + 1 \right\} T_{m,n,o}^p
 \end{aligned}$$

✓ Pontos em contato com o óleo

Aplicando o balanço de energia no volume de controle em contato com o óleo tem-se:

$$\begin{aligned}
 & -k_{aço} \left(m - \frac{1}{2} \right) \Delta r \Delta \phi \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m-1,n,o}^p)}{\Delta r} - h_{óleo} m \Delta r \Delta \phi \Delta z (T_{m,n,o}^p - T_{óleo}^p) \\
 & - k_{aço} \frac{\Delta r}{2} \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n-1,o}^p)}{m \Delta r \Delta \phi} - k_{aço} \frac{\Delta r}{2} \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n-1,o}^p)}{m \Delta r \Delta \phi} \\
 & - k_{aço} m \Delta r \Delta \phi \frac{\Delta r}{2} \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o-1}^p)}{\Delta z} - k_{aço} m \Delta r \Delta \phi \frac{\Delta r}{2} \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o+1}^p)}{\Delta z} \\
 & = \rho c_p \Delta z \Delta \phi \frac{\Delta r^2}{2} \frac{(T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p)}{\Delta t}
 \end{aligned}$$

Reagrupando os termos:

$$\begin{aligned}
 T_{m,n,o}^{p+1} &= Fo_{aço} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m-1,n,o}^p \right] + Fo_{óleo} \left[\left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m,n,o}^p \right] \\
 &+ Fo_{aço-óleo} \left[\frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n-1,o}^p + \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n+1,o}^p + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p \right] \\
 &+ \left\{ -Fo_{aço} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) \right] - Fo_{óleo} \left[\left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) \right] - Fo_{aço-óleo} \left[\frac{2}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] \right. \\
 &\left. + 1 \right\} T_{m,n,o}^p
 \end{aligned}$$

✓ **Pontos em contato com o ar externo**

Aplicando o balanço de energia no volume de controle em contato com o ar externo tem-se:

$$\begin{aligned}
 -k_{aço} \left(m - \frac{1}{2} \right) \Delta r \Delta \phi \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m-1,n,o}^p)}{\Delta r} - h_{ar} m \Delta r \Delta \phi \Delta z (T_{m,n,o}^p - T_{inf_ar}^p) \\
 - h_{r_cc} m \Delta r \Delta \phi \Delta z (T_{m,n,o}^p - T_{inf_ar}^p) - k_{aço} \frac{\Delta r}{2} \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n-1,o}^p)}{m \Delta r \Delta \phi} \\
 - k_{aço} \frac{\Delta r}{2} \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n-1,o}^p)}{m \Delta r \Delta \phi} - k_{aço} m \Delta r \Delta \phi \frac{\Delta r}{2} \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o-1}^p)}{\Delta z} \\
 - k_{aço} m \Delta r \Delta \phi \frac{\Delta r}{2} \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o+1}^p)}{\Delta z} = \rho c_p \Delta z \Delta \phi \frac{\Delta r^2}{2} \frac{(T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p)}{\Delta t}
 \end{aligned}$$

Reagrupando os termos:

$$\begin{aligned}
 T_{m,n,o}^{p+1} &= Fo_{aço} \left[2 \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m-1,n,o}^p + \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n-1,o}^p + \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n+1,o}^p + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p \right. \\
 &\left. + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p \right] + Fo_{aço_ar} [2Bi_{ar} T_{inf_ar}^p + 2Bi_{r_cc} T_{inf_ar}^p] \\
 &+ \left\{ -Fo_{aço} \left[2 \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) + \frac{2}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] - Fo_{aço_ar} [2Bi_{ar} + 2Bi_{r_cc}] \right. \\
 &\left. + 1 \right\} T_{m,n,o}^p
 \end{aligned}$$

✓ **Pontos internos ao cilindro**

Aplicando o balanço de energia no volume de controle para os pontos internos ao cilindro tem-se:

$$\begin{aligned}
 & -k_{a\zeta o} \left(m - \frac{1}{2}\right) \Delta r \Delta \emptyset \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m-1,n,o}^p)}{\Delta r} - k_{a\zeta o} \left(m + \frac{1}{2}\right) \Delta r \Delta \emptyset \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m+1,n,o}^p)}{\Delta r} \\
 & - k_{a\zeta o} \Delta r \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n-1,o}^p)}{m \Delta r \Delta \emptyset} - k_{a\zeta o} \Delta r \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n+1,o}^p)}{m \Delta r \Delta \emptyset} \\
 & - k_{a\zeta o} m \Delta r \Delta \emptyset \Delta r \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o-1}^p)}{\Delta z} - k_{a\zeta o} m \Delta r \Delta \emptyset \Delta r \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o+1}^p)}{\Delta z} \\
 & = \rho c_p \Delta z \Delta \emptyset \frac{\Delta r^2}{2} \frac{(T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p)}{\Delta t}
 \end{aligned}$$

Reagrupando os termos:

$$\begin{aligned}
 T_{m,n,o}^{p+1} = Fo_{a\zeta o} & \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m}\right) T_{m-1,n,o}^p + \left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m}\right) T_{m+1,n,o}^p + \frac{1}{(m \Delta \emptyset)^2} T_{m,n-1,o}^p + \frac{1}{(m \Delta \emptyset)^2} T_{m,n+1,o}^p \right. \\
 & \left. + \frac{1}{(\Delta z / \Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p + \frac{1}{(\Delta z / \Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p \right] \\
 & + \left\{ -Fo_{a\zeta o} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m}\right) + \left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m}\right) + \frac{2}{(m \Delta \emptyset)^2} + \frac{2}{(\Delta z / \Delta r)^2} \right] \right. \\
 & \left. + 1 \right\} T_{m,n,o}^p
 \end{aligned}$$

✓ **Pontos no cilindro em contato com o ar interno**

Aplicando o balanço de energia no volume de controle para os pontos no cilindro em contato com o ar interno tem-se:

$$\begin{aligned}
 & -k_{a\zeta o} \left(m + \frac{1}{2}\right) \Delta r \Delta \emptyset \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m+1,n,o}^p)}{\Delta r} - h_{ar} m \Delta r \Delta \emptyset \Delta z (T_{m,n,o}^p - T_{inf_ar}^p) \\
 & - k_{a\zeta o} \frac{\Delta r}{2} \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n-1,o}^p)}{m \Delta r \Delta \emptyset} - k_{a\zeta o} \frac{\Delta r}{2} \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n+1,o}^p)}{m \Delta r \Delta \emptyset} \\
 & - k_{a\zeta o} m \Delta r \Delta \emptyset \frac{\Delta r}{2} \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o-1}^p)}{\Delta z} - k_{a\zeta o} m \Delta r \Delta \emptyset \frac{\Delta r}{2} \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o+1}^p)}{\Delta z} \\
 & = \rho c_p \Delta z \Delta \emptyset \frac{\Delta r^2}{2} \frac{(T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p)}{\Delta t}
 \end{aligned}$$

Reagrupando os termos:

$$\begin{aligned}
& T_{m,n,o}^{p+1} \\
& = Fo_{aço} \left[2 \left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m+1,n,o}^p + \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n-1,o}^p + \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n+1,o}^p + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p \right] + Fo_{aço_ar} [2Bi_{ar} T_{inf_ar}^p + 2Bi_{r_aço} T_{inf_ar}^p] \\
& \quad + \left\{ -Fo_{aço} \left[\left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) + \frac{2}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] - Fo_{aço_ar} [2Bi_{ar} + 2Bi_r] \right. \\
& \quad \left. + 1 \right\} T_{m,n,o}^p
\end{aligned}$$

✓ Pontos na interface aço-gipsita

Aplicando o balanço de energia no volume de controle para os pontos na interface aço-gipsita tem-se:

$$\begin{aligned}
& -k_{gip} \left(m - \frac{1}{2} \right) \Delta r \Delta \phi \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m-1,n,o}^p)}{\Delta r} - k_{aço} \left(m + \frac{1}{2} \right) \Delta r \Delta \phi \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m+1,n,o}^p)}{\Delta r} \\
& \quad - k_{aço_gip} \Delta r \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n-1,o}^p)}{m\Delta r \Delta \phi} - k_{aço_gip} \Delta r \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n+1,o}^p)}{m\Delta r \Delta \phi} \\
& \quad - k_{aço_gip} m\Delta r \Delta \phi \Delta r \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o-1}^p)}{\Delta z} - k_{aço_gip} m\Delta r \Delta \phi \Delta r \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o+1}^p)}{\Delta z} \\
& \quad - \dot{q}(m\Delta r^2 \Delta \phi \Delta z) = \rho c_p \Delta z \Delta \phi \frac{\Delta r^2}{2} \frac{(T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p)}{\Delta t}
\end{aligned}$$

Reagrupando os termos:

$$\begin{aligned}
T_{m,n,o}^{p+1} & = Fo_{gip} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m-1,n,o}^p \right] + Fo_{aço} \left[\left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m+1,n,o}^p \right] \\
& \quad + Fo_{gip_aço} \left[\frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n-1,o}^p + \frac{1}{(m\Delta\phi)^2} T_{m,n+1,o}^p + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p + \frac{\dot{q}^p}{2k} \Delta r^2 \right] \\
& \quad + \left\{ -Fo_{gip} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) \right] - Fo_{aço} \left[\left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) \right] - Fo_{gip_aço} \left[\frac{2}{(m\Delta\phi)^2} + \frac{2}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] \right. \\
& \quad \left. + 1 \right\} T_{m,n,o}^p
\end{aligned}$$

✓ **Pontos na interface aço-gipsita-ar**

Aplicando o balanço de energia no volume de controle para os pontos na interface aço-gipsita-ar tem-se:

$$\begin{aligned}
 & -k_{gip} \left(m - \frac{1}{2} \right) \Delta r \frac{\Delta \emptyset}{2} \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m-1,n,o}^p)}{\Delta r} - k_{aço} \left(m + \frac{1}{2} \right) \Delta r \Delta \emptyset \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m+1,n,o}^p)}{\Delta r} \\
 & - k_{aço_{gip}} \Delta r \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n-1,o}^p)}{m \Delta r \Delta \emptyset} - k_{aço} \frac{\Delta r}{2} \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n+1,o}^p)}{m \Delta r \Delta \emptyset} \\
 & - k_{aço_{gip}} \left[m \Delta r \Delta \emptyset \frac{\Delta r}{2} + m \frac{\Delta r}{2} \Delta \emptyset \frac{\Delta r}{2} \right] \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o-1}^p)}{\Delta z} \\
 & - k_{aço_{gip}} \left[m \Delta r \Delta \emptyset \frac{\Delta r}{2} + m \frac{\Delta r}{2} \Delta \emptyset \frac{\Delta r}{2} \right] \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o+1}^p)}{\Delta z} \\
 & - h_{ar} \left[\Delta z \frac{\Delta r}{2} + m \Delta r \Delta \emptyset \frac{\Delta z}{2} \right] (T_{m,n,o}^p - T_{ar}^p) \\
 & - h_r \left[\Delta z \frac{\Delta r}{2} + m \Delta r \Delta \emptyset \frac{\Delta z}{2} \right] (T_{m,n,o}^p - T_{ar}^p) - \dot{q} \frac{(m \Delta r^2 \Delta \emptyset \Delta z)}{2} \\
 & = \rho c_p \Delta z \Delta \emptyset \frac{\Delta r^2}{2} \frac{(T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p)}{\Delta t}
 \end{aligned}$$

Reagrupando os termos:

$$\begin{aligned}
 T_{m,n,o}^{p+1} = & Fo_{gip} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m-1,n,o}^p + \frac{\dot{q}^p}{3k} \Delta r^2 \right] + Fo_{aço} \left[\frac{4}{3} \left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m+1,n,o}^p \right] \\
 & + Fo_{gip_{aço}} \left[\frac{4}{3} \frac{1}{(m \Delta \emptyset)^2} T_{m,n+1,o}^p + \frac{2}{3} \frac{1}{(m \Delta \emptyset)^2} T_{m,n-1,o}^p + \frac{1}{(\Delta z / \Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p \right. \\
 & \left. + \frac{1}{(\Delta z / \Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p \right] \\
 & + Fo_{gip_{aço_{ar}}} \left[\frac{2}{3} Bi_r T_{inf_ar}^p \frac{(1 + m \Delta \emptyset)}{m \Delta \emptyset} + \frac{2}{3} Bi_{ar} T_{inf_ar}^p \frac{(1 + m \Delta \emptyset)}{m \Delta \emptyset} \right] \\
 & + \left\{ -Fo_{gip} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) \right] - Fo_{aço} \left[\frac{4}{3} \left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) \right] \right. \\
 & - Fo_{gip_{aço}} \left[\frac{4}{3} \frac{1}{(m \Delta \emptyset)^2} + \frac{2}{3} \frac{1}{(m \Delta \emptyset)^2} + \frac{2}{(\Delta z / \Delta r)^2} \right] \\
 & - Fo_{gip_{aço_{ar}}} \left[\frac{2}{3} Bi_r \frac{(1 + m \Delta \emptyset)}{m \Delta \emptyset} + \frac{2}{3} Bi_{ar} \frac{(1 + m \Delta \emptyset)}{m \Delta \emptyset} \right] \\
 & \left. + 1 \right\} T_{m,n,o}^p
 \end{aligned}$$

✓ **Pontos superficiais não centrais na gipsita**

Aplicando o balanço de energia no volume de controle para os pontos não centrais na gipsita tem-se:

$$\begin{aligned}
 & -k_{gip} \left(m - \frac{1}{2} \right) \Delta r \frac{\Delta \emptyset}{2} \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m-1,n,o}^p)}{\Delta r} - k_{gip} \left(m + \frac{1}{2} \right) \Delta r \frac{\Delta \emptyset}{2} \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m+1,n,o}^p)}{\Delta r} \\
 & - h_{ar} \Delta r \Delta z (T_{m,n,o}^p - T_{inf_ar}^p) - k_{aço} \frac{\Delta r}{2} \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n+1,o}^p)}{m \Delta r \Delta \emptyset} \\
 & - k_{gip} m \Delta r \Delta \emptyset \frac{\Delta r}{2} \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o-1}^p)}{\Delta z} - k_{gip} m \Delta r \Delta \emptyset \frac{\Delta r}{2} \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o+1}^p)}{\Delta z} \\
 & - \dot{q} \frac{(m \Delta r^2 \Delta \emptyset \Delta z)}{4} = \rho c_p \Delta z \Delta \emptyset \frac{\Delta r^2}{2} \frac{(T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p)}{\Delta t}
 \end{aligned}$$

Reagrupando os termos:

$$\begin{aligned}
 & T_{m,n,o}^{p+1} \\
 & = Fo_{gip} \left[\left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m+1,n,o}^p + \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m-1,n,o}^p + \frac{2}{(m \Delta \emptyset)^2} T_{m,n-1,o}^p + \frac{1}{(\Delta z / \Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p \right. \\
 & \left. + \frac{1}{(\Delta z / \Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p + \frac{\dot{q}^p}{k} \Delta r^2 \right] + Fo_{gip_aço} \left[\frac{2 Bi_{ar} T_{inf_ar}^p}{m \Delta \emptyset} + \frac{2 Bi_{r_gip} T_{inf_ar}^p}{m \Delta \emptyset} \right] \\
 & + \left\{ -Fo_{gip} \left[\left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) + \left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) + \frac{2}{(m \Delta \emptyset)^2} + \frac{2}{(\Delta z / \Delta r)^2} \right] - Fo_{gip_aço} \left[\frac{2 Bi_{ar}}{m \Delta \emptyset} + \frac{2 Bi_{r_gip}}{m \Delta \emptyset} \right] \right. \\
 & \left. + 1 \right\} T_{m,n,o}^p
 \end{aligned}$$

✓ **Pontos superficiais centrais na gipsita**

Aplicando o balanço de energia no volume de controle para os pontos superficiais centrais na gipsita tem-se:

$$\begin{aligned}
 & -h_{ar} \Delta r \Delta z (T_{m,n,o}^p - T_{inf_ar}^p) - 2k_{gip} \frac{\Delta r \Delta \emptyset}{2} \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m+1,n,o}^p)}{\Delta r} \\
 & - \left[\frac{\pi}{\Delta \emptyset} - 1 \right] k_{gip} \frac{\Delta r}{2} \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m+1,n,o}^p)}{\Delta r} - k_{gip} \Delta r \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n-1,o}^p)}{m \Delta r \Delta \emptyset} \\
 & - k_{gip} \left(\frac{\Delta r}{2} \right)^2 \frac{\pi}{2} \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o-1}^p)}{\Delta z} - k_{gip} \left(\frac{\Delta r}{2} \right)^2 \frac{\pi}{2} \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o+1}^p)}{\Delta z} \\
 & - \dot{q} \left(\frac{\pi \Delta r^2 \Delta z}{8} \right) = \rho c_p \frac{\pi}{2} \Delta z (\Delta r / 2)^2 \frac{(T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p)}{\Delta t}
 \end{aligned}$$

Reagrupando os termos:

$$\begin{aligned}
 T_{m,n,o}^{p+1} = & Fo_{gip} \left[4T_{m+1,n,o}^p + \frac{4}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p + \frac{4}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p + \frac{\dot{q}^p}{k} \Delta r^2 \right] \\
 & + Fo_{gip_ar} \left[\frac{8}{\pi} Bi_{ar} T_{inf_ar}^p + \frac{8}{\pi} Bi_{r_gip} T_{inf_ar}^p \right] \\
 & + \left\{ -Fo_{gip} \left[4 + \frac{8}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] - Fo_{gip_ar} \left[\frac{8}{\pi} Bi_{ar} + \frac{8}{\pi} Bi_{r_gip} \right] \right. \\
 & \left. + 1 \right\} T_{m,n,o}^p
 \end{aligned}$$

✓ Pontos internos na gipsita

Aplicando o balanço de energia no volume de controle para os pontos internos na gipsita tem-se:

$$\begin{aligned}
 -k_{gip} \left(m - \frac{1}{2} \right) \Delta r \Delta \emptyset \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m-1,n,o}^p)}{\Delta r} - k_{gip} \left(m + \frac{1}{2} \right) \Delta r \Delta \emptyset \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m+1,n,o}^p)}{\Delta r} \\
 - k_{gip} \Delta r \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n-1,o}^p)}{m \Delta r \Delta \emptyset} - k_{gip} \Delta r \Delta z \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n+1,o}^p)}{m \Delta r \Delta \emptyset} \\
 - k_{gip} m \Delta r \Delta \emptyset \Delta r \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o-1}^p)}{\Delta z} - k_{gip} m \Delta r \Delta \emptyset \Delta r \frac{(T_{m,n,o}^p - T_{m,n,o+1}^p)}{\Delta z} \\
 - \dot{q} (m \Delta r^2 \Delta \emptyset \Delta z) = \rho c_p \Delta z \Delta \emptyset \frac{\Delta r^2}{2} \frac{(T_{m,n,o}^{p+1} - T_{m,n,o}^p)}{\Delta t}
 \end{aligned}$$

Reagrupando os termos:

$$\begin{aligned}
 T_{m,n,o}^{p+1} = & Fo_{gip} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m-1,n,o}^p + \left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) T_{m+1,n,o}^p + \frac{1}{(m \Delta \emptyset)^2} T_{m,n-1,o}^p + \frac{1}{(m \Delta \emptyset)^2} T_{m,n+1,o}^p \right. \\
 & \left. + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o-1}^p + \frac{1}{(\Delta z/\Delta r)^2} T_{m,n,o+1}^p + \frac{\dot{q}^p}{k} \Delta r^2 \right] \\
 & + \left\{ -Fo_{gip} \left[\left(\frac{m - \frac{1}{2}}{m} \right) + \left(\frac{m + \frac{1}{2}}{m} \right) + \frac{2}{(m \Delta \emptyset)^2} + \frac{2}{(\Delta z/\Delta r)^2} \right] + 1 \right\} T_{m,n,o}^p
 \end{aligned}$$