

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTATÍSTICA

TESTES QUASI- t EM MODELOS
LINEARES HETEROSCEDÁSTICOS DE
REGRESSÃO SOB AUTOCORRELAÇÃO

WANESSA WERIDIANA DA LUZ FREITAS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO



Recife
2015

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA

WANESSA WERIDIANA DA LUZ FREITAS

TESTES QUASI- t EM MODELOS
LINEARES HETEROSCEDÁSTICOS DE
REGRESSÃO SOB AUTOCORRELAÇÃO

ORIENTADOR: PROF. DR. FRANCISCO CRIBARI NETO

Área de Concentração: Estatística Aplicada

Dissertação apresentada ao programa de Pós-graduação em Estatística da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Estatística**.

Recife
2015

Catálogo na fonte
Bibliotecária Joana D'Arc Leão Salvador CRB4-532

F866t Freitas, Wanessa Weridiana da Luz.
Testes Quasi-t em modelos lineares heteroscedásticos de regressão
sob autocorrelação / Wanessa Weridiana da Luz Freitas. – Recife: O Autor,
2015.
88 f.: fig., tab.

Orientador: Francisco Cribari Neto.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco.
CCEN, Estatística, 2015.
Inclui referências e apêndice.

1. Estatística matemática. 2. Análise de regressão. I. Cribari, Francisco
(Orientador). II. Título.

519.536 CDD (22. ed.) UFPE-MEI 2015-096

WANEISSA WERIDIANA DA LUZ FREITAS

**TESTES QUASI-T EM MODELOS LINEARES HETEROSCEDÁSTICOS DE
REGRESSÃO SOB AUTOCORRELAÇÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Estatística da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Estatística.

Aprovada em: 09 de julho de 2015.

BANCA EXAMINADORA

Prof. PhD. Francisco Cribari Neto
UFPE

Prof.^a Dra. Patrícia Leone Espinheira Ospina (Examinador Interno)
UFPE

Prof.^a Dra. Tatiene Correia de Souza (Examinador Externo)
UFPB

A minha querida mãe e ao meu noivo.

Agradecimentos

Primeiramente a Deus, por todas as graças a mim concedidas.

Ao professor Francisco Cribari pela excelente orientação nesta dissertação, pela paciência e dedicação.

À minha mãe, pela estima dedicação, carinho, confiança, paciência e amor incondicional.

A Márcio de Moura, pelo carinho, amor, dedicação, companheirismo, paciência e por sempre acreditar em mim.

À minha avó, Luzia, e minha tia, Verônica, pela confiança e apoio que sempre me deram.

Ao Bob, por ter suportado a minha ausência durante o mestrado.

A Germana, Fel e Vó Rosa, pela acolhida em Recife.

À minha grande amiga, Laura, pelo companheirismo e orientações; Rapha pelas horas de estudos compartilhadas; Evelyne por todos os "porquês" e ao Renan "Bakaninha" por sua paciência e bom humor.

A Terezinha e Fernanda por todos os momentos inesquecíveis que passamos juntas.

Aos amigos que conquistei durante o mestrado: Cris, Renata, Telma, Raquel, Jenyffer, Stênio, Pedro, Rodrigo, Calixto, Jonas, pela amizade, carinho e pelos momentos de alegria compartilhados.

Aos meus significativos amigos Alisson, Luana e Jodavid.

Aos professores da Universidade Federal de Pernambuco que contribuíram para minha formação.

Aos professores do Departamento de Estatística da UFPB pelo incentivo, em especial ao Ronei, Izabel e Hemílio.

Aos funcionários do Departamento de Estatística da UFPE, em especial a Valéria Bittencourt e Antônio pelo carinho.

À FACEPE, pelo apoio financeiro.

"A sabedoria suprema é ter sonhos bastante grandes para não se perderem de vista enquanto os perseguimos." William Faulkner

Resumo

O modelo linear de regressão é amplamente utilizado em aplicações práticas. Duas suposições que são comumente violadas são as de homoscedasticidade e não autocorrelação. Vários autores avaliaram os desempenhos de testes que usam erros-padrão consistentes quando há heteroscedasticidade de forma desconhecida. Na presente dissertação nós avaliamos os desempenhos de tais testes quando adicionalmente há correlação serial nos erros. Várias simulações de Monte Carlo foram realizadas em que os desempenhos de diferentes testes são avaliados tanto sob a hipótese nula quanto sob a hipótese alternativa. Uma aplicação prática é apresentada e discutida.

Palavras-chave: Autocorrelação. Heteroscedasticidade. Homoscedasticidade. Regressão Linear. Teste Quasi- t .

Abstract

The linear regression model is commonly used by practitioners. Two assumptions are commonly violated, namely: homoskedasticity and no autocorrelation. Several authors have investigated the finite sample behavior of tests that use heteroskedasticity-consistent standard errors. In this thesis, we numerically evaluate the finite sample behavior of such tests under heteroskedasticity and autocorrelation. Monte Carlo simulation results under both the null and alternative hypotheses are presented. We also present and discuss an empirical application.

Keywords: Autocorrelation. Heteroskedasticity. Homoskedasticity. Linear Regression. Quasi- t Test.

Sumário

1	Introdução	10
1.1	Considerações iniciais	10
1.2	Modelo e estimadores	11
1.3	Organização da dissertação	19
1.4	Suporte computacional	19
2	Avaliação Numérica	21
2.1	Testes de significância	21
2.2	Simulações de Poder	60
3	Aplicação	66
3.1	Análise Descritiva	66
3.2	Análise de Regressão	69
4	Considerações finais	72
	Referências	74
A	Códigos	76
A.1	Código Ox usado na simulação de tamanho	76
A.2	Código Ox usado na simulação de poder	80
A.3	Código Ox usado quando há valores defasados	84

1.1 Considerações iniciais

Em diversas situações práticas, sejam experimentais ou observacionais, pesquisadores de diversas áreas deparam-se com problemas cujo objetivo principal é estudar a relação entre uma variável aleatória de interesse, denominada de variável resposta (Y), e um conjunto de variáveis explicativas ($X_1, \dots, X_p$), as quais se acredita serem responsáveis pela variabilidade de Y . Os modelos de regressão permitem estudar o relacionamento da variável de interesse Y com as variáveis explicativas. Um dos mais importantes modelos de regressão, conhecido como modelo de regressão linear, assume uma relação linear entre a variável resposta e os parâmetros de regressão.

A inferência estatística tradicional sobre os parâmetros que indexam o modelo de regressão linear está fundamentada em suposições muito estritas sobre a componente aleatória, que na prática são frequentemente violadas. Em particular, ao se utilizar o modelo de regressão clássico é usual assumir que os erros têm variância constante, no entanto esta suposição não é verificada em muitas situações práticas.

Sendo válidas as suposições para este modelo, a estimação dos parâmetros é usualmente feita utilizando o estimador de mínimos quadrados ordinários (EMQO). Este método é de fácil implementação computacional e fornece estimadores que possuem propriedades desejáveis como não viés, consistência e eficiência. Sob violação da suposição de homoscedasticidade, ou seja, quando a variância dos erros não é constante, dizemos que há heteroscedasticidade no modelo.

Na presença de heteroscedasticidade, o EMQO mantém algumas propriedades desejáveis, entretanto torna-se ineficiente, i.e., não é mais o melhor estimador linear não-viesado de menor variância (*BLUE- Best Linear Unbiased Estimator*). Adicionalmente, o estima-

dor usual da matriz de covariâncias deste estimador passa a ser viesado e não-consistente, tornando pouco confiáveis estimativas intervalares e testes de hipóteses que o utilizam. Uma forma de solucionar este problema é obter estimadores que sejam melhores que o usual. Uma possível solução é usar estimadores consistentes da matriz de variâncias e covariâncias, os estimadores $HC's$, que apresentam bom desempenho tanto sob homoscedasticidade quanto sob heteroscedasticidade (LONG; ERVIN, 2000).

Nosso objetivo é realizar uma comparação dos testes de hipóteses baseados em diferentes estimadores da matriz de variâncias e covariâncias do estimador do vetor de parâmetros quando há violação de duas suposições no modelo de regressão linear.

1.2 Modelo e estimadores

O modelo considerado é o de regressão linear e é dado por

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}, \quad (1.1)$$

em que $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)^\top$ é um vetor $n \times 1$ de observações da variável dependente, $\mathbf{X}$ é uma matriz de dimensão $n \times p$ com $(p < n)$ de regressores fixos de posto completo, $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)^\top$ é um vetor $p \times 1$ de parâmetros desconhecidos e $\mathbf{u}$ é um vetor de erros, cujo o i -ésimo elemento possui média zero e variância σ_i^2 .

As suposições usualmente feitas são:

- (i) $E(u_i) = 0, \quad i = 1, \dots, n;$
- (ii) $E(u_i^2) = \sigma_i^2, \quad 0 < \sigma_i^2 < \infty, \quad i = 1, \dots, n;$
- (iii) $E(u_i u_s) = 0, \quad \forall i \neq s;$
- (iv) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\mathbf{X}^\top \mathbf{X})}{n} = \mathbf{L}, \quad \text{sendo } \mathbf{L} \text{ uma matriz positiva definida.}$
- (v) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\mathbf{X}^\top \boldsymbol{\Psi} \mathbf{X})}{n} = \mathbf{S}, \quad \text{em que } \mathbf{S} \text{ é uma matriz finita positiva definida.}$

As suposições (i)-(iii) garantem que o vetor de erros do modelo u tem média zero e matriz de variâncias e covariâncias diagonal definida como $\text{cov}[u] = \boldsymbol{\Omega} = \text{diag}\{\sigma_1^2, \dots, \sigma_n^2\}$, em que cada elemento σ_i^2 é a i -ésima variância, $i = 1, \dots, n$. Quando os erros são homoscedásticos $\sigma_i^2 = \sigma^2$, todos os elementos diagonais da matriz $\boldsymbol{\Psi}$ são iguais, ou seja $\boldsymbol{\Omega} = \sigma^2 \mathbf{I}_n$.

O vetor de parâmetros desconhecidos $\boldsymbol{\beta}$ representa os efeitos dos regressores considerados sobre a média da variável dependente. Uma análise de regressão tem como objetivo fazer inferência sobre $\boldsymbol{\beta}$, uma vez que este vetor representa o efeito dos regressores considerados sobre a média da variável resposta. Uma das formas utilizadas para estimação dos

parâmetros do modelo de regressão (1.1) é o estimador de mínimos quadrados ordinários (EMQO). O interesse é estimar β minimizando a soma de quadrados dos erros do modelo, dada por

$$u^\top u = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta)^\top (\mathbf{y} - \mathbf{X}\beta).$$

Dessa maneira, o EMQO é dado por

$$\begin{aligned}\hat{\beta} &= (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{y} \\ &= (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top (\mathbf{X}\beta + \mathbf{u}) \\ &= (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{X}\beta + (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{u} \\ &= \beta + (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{u}.\end{aligned}\tag{1.2}$$

Sendo $\mathbf{X}$ uma matriz de regressores fixos e sob a suposição (i), podemos obter o valor esperado de $\hat{\beta}$:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(\hat{\beta}) &= \mathbb{E}[\beta + (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{u}] \\ &= \beta + (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbb{E}(\mathbf{u}) \\ &= \beta.\end{aligned}\tag{1.3}$$

Ou seja, o EMQO é não-viesado para β , dado que sua média é igual ao verdadeiro valor do parâmetro.

Para estabelecer a propriedade de não-viés do EMQO não foi necessário assumir homoscedasticidade, assumimos apenas que os erros têm média zero, e que o modelo sendo o estimado é o correto. Sob heteroscedasticidade, o estimador $\hat{\sigma}^2(\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1}$ não é mais consistente nem não-viesado. Nesse caso, a matriz de variância e covariância de $\hat{\beta}$ não é mais igual a $\sigma^2(\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1}$. O EMQO por outro lado, é consistente para β , i.e., quando o tamanho amostral n aumenta, $\hat{\beta}$ converge em probabilidade para β , denotado $\text{plim}(\hat{\beta}) = \beta$, em que "plim" representa o limite em probabilidade. É possível verificar este resultado utilizando o teorema que garante que se $g(\cdot)$ é uma função contínua e z_n é qualquer sequência de vetores aleatórios, então

$$\text{plim } g(z_n) = g[\text{plim}(z_n)]$$

se $\text{plim}(z_n)$ existe (Rao, 1973). De (1.2), temos que

$$\begin{aligned}\text{plim}(\hat{\beta}) &= \text{plim}[\beta + (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{u}] \\ &= \beta + \text{plim} \left(\frac{1}{n} \mathbf{X}^\top \mathbf{X} \right)^{-1} \text{plim} \left(\frac{1}{n} \mathbf{X}^\top \mathbf{u} \right).\end{aligned}\tag{1.4}$$

Levando em consideração o fato de que o limite em probabilidade de uma sequência não-estocástica é igual a seu limite e aplicando o teorema citado, tem-se que

$$\begin{aligned} \text{plim} \left(\frac{1}{n} \mathbf{X}^\top \mathbf{X} \right)^{-1} &= \left(\text{plim} \frac{1}{n} \mathbf{X}^\top \mathbf{X} \right)^{-1} \\ &= \left(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \mathbf{X}^\top \mathbf{X} \right)^{-1} \\ &= \mathbf{L}^{-1}. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Entretanto, $\mathbf{u}$ é um vetor de variáveis aleatórias não correlacionadas que possuem variâncias finitas e $\mathbf{X}^\top \mathbf{u} = \sum_{i=1}^n \mathbf{X}_{(i)}^\top u_i$, em que $\mathbf{X}_{(i)}^\top$ é a i -ésima linha da matriz $\mathbf{X}$ e u_i é o i -ésimo elemento do vetor $\mathbf{u}$, em que $\mathbb{E}(\mathbf{X}^\top \mathbf{u}) = 0$. Dessa forma, temos pela *Lei Fraca de Chebyshev* (RAO, 1973) que

$$\text{plim} \left(\frac{1}{n} \mathbf{X}^\top \mathbf{u} \right) = 0. \quad (1.6)$$

Logo, por (1.5) e (1.6) temos que $\text{plim}(\hat{\beta}) = \beta$, ou seja $\hat{\beta}$ é consistente para β .

Para avaliar a precisão do EMQO no modelo proposto, será obtida sua matriz de variâncias e covariâncias:

$$\begin{aligned} \Psi &= \text{cov}[\hat{\beta}] \\ &= \text{cov}[\beta + (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{u}], \\ &= \text{cov}[(\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{u}] \\ &= (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \text{cov}[\mathbf{u}] \mathbf{X} (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \\ &= (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \Omega \mathbf{X} (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1}, \end{aligned} \quad (1.7)$$

Quando o modelo é homoscedástico, $\Omega = \sigma^2 \mathbf{I}_n$. Dessa forma, sob homoscedasticidade,

$$\begin{aligned} \Psi &= (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \sigma^2 \mathbf{I}_n \mathbf{X} (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \\ &= \sigma^2 (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{X} (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \\ &= \sigma^2 (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1}. \end{aligned} \quad (1.8)$$

O Teorema de Gauss-Markov, citado a seguir, garante que a matriz em (1.8) é mínima, ou seja, garante a eficiência de $\hat{\beta}$ dentro da classe de estimadores lineares e não-viesados para β .

Teorema 1 (Gauss-Markov). Seja $\beta^* = \mathbf{C}^\top \mathbf{y}$, em que $\mathbf{C}$ é uma matriz $(p \times n)$ de constantes tais que $\mathbf{C}^\top \mathbf{X} = \mathbf{I}_n$, e sejam válidas as suposições (i)-(iii). Dessa maneira, $\hat{\beta}$ é mais preciso do que β^* se $\hat{\beta} \neq \beta^*$, ou seja,

$$\text{cov}(\beta^*) = \text{cov}(\hat{\beta}) + \mathbf{B},$$

em que $\mathbf{B}$ é uma matriz positiva definida.

Uma implicação do Teorema de Gauss-Markov é que, quando há homoscedasticidade, o EMQO apresenta propriedades amostrais superiores a qualquer outro estimador para β que seja linear e não-viesado.

O nosso objetivo agora reside em verificar o que ocorre quando a suposição (ii) é satisfeita, ou seja, queremos analisar agora as consequências de erros heteroscedásticos sobre o processo de estimação de β . O primeiro passo a seguir é transformar o modelo (1.1), multiplicando ambos os lados da igualdade por uma matriz $\mathbf{P}$ de dimensão $n \times n$ tal que

$$\mathbf{P}\mathbf{\Omega}\mathbf{P}^\top = \mathbf{I}_n. \quad (1.9)$$

Como $\mathbf{\Omega}$ é positiva definida, a matriz $\mathbf{P}$ que satisfaz (1.9) sempre existe. Temos assim que

$$\mathbf{\Omega}^{-1} = \mathbf{P}^\top \mathbf{P}.$$

Utilizando a matriz $\mathbf{P}$ para transformar o modelo (1.1), temos

$$\mathbf{P}\mathbf{y} = \mathbf{P}\mathbf{X}\beta + \mathbf{P}\mathbf{u}$$

ou

$$\mathbf{y}^* = \mathbf{X}^*\beta + \mathbf{u}^*, \quad (1.10)$$

em que $\mathbf{y}^* = \mathbf{P}\mathbf{y}$, $\mathbf{X}^* = \mathbf{P}\mathbf{X}$ e $\mathbf{u}^* = \mathbf{P}\mathbf{u}$. Dessa maneira, o vetor de erro transformado $\mathbf{u}^*$ tem média e matriz de covariâncias respectivamente expressas por

$$\mathbb{E}(\mathbf{u}^*) = \mathbb{E}(\mathbf{P}\mathbf{u}) = \mathbf{P}\mathbb{E}(\mathbf{u}) = \mathbf{0}.$$

$$\mathbb{E}(\mathbf{u}^* \mathbf{u}^{*\top}) = \mathbb{E}(\mathbf{P}\mathbf{u} \mathbf{u}^\top \mathbf{P}^\top) = \mathbf{P}\mathbb{E}(\mathbf{u} \mathbf{u}^\top) \mathbf{P}^\top = \sigma^2 \mathbf{P}\mathbf{\Omega}\mathbf{P}^\top = \sigma^2 \mathbf{I}_n.$$

Assim, a única diferença entre o modelo inicial e o transformado está na estrutura homoscedástica dos erros do segundo. Pelo critério de mínimos quadrados, o estimador para o vetor de parâmetros no modelo transformado é dado por

$$\hat{\beta}_G = (\mathbf{X}^{*\top} \mathbf{X}^*)^{-1} \mathbf{X}^{*\top} \mathbf{y}^*,$$

podendo ser escrito da forma

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_G &= (\mathbf{X}^\top \mathbf{P}^\top \mathbf{P} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{P}^\top \mathbf{P} \mathbf{y} \\ &= (\mathbf{X}^\top \mathbf{\Omega}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{\Omega}^{-1} \mathbf{y}. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Utilizando as suposições do modelo, pode-se mostrar que $\hat{\beta}_G$ é não viesado para β , ou seja,

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(\hat{\beta}_G) &= (\mathbf{X}^\top \mathbf{\Omega}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{\Omega}^{-1} \mathbb{E}(\mathbf{y}) \\ &= (\mathbf{X}^\top \mathbf{\Omega}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \mathbf{\Omega}^{-1} \mathbf{X} \beta, \\ &= \beta. \end{aligned}$$

Adicionalmente

$$\Psi_G = \text{cov}(\hat{\beta}_G) = \sigma^2(\mathbf{X}^\top \mathbf{\Omega}^{-1} \mathbf{X})^{-1}.$$

Este estimador é conhecido como estimador de mínimos quadrados generalizados (EMQG) e é um bom estimador linear não-viesado de β no modelo (1.1), pois $\mathbb{E}(\mathbf{u}) = 0$ e $\mathbb{E}(\mathbf{u}\mathbf{u}^\top) = \sigma^2 \mathbf{\Omega}$, sendo válido o teorema de Gauss-Markov, considerando que a matriz de covariâncias $\mathbf{\Omega}$ é conhecida.

No entanto, uma limitação deste estimador reside no fato de que, na maioria dos casos, a matriz $\mathbf{\Omega}$ é desconhecida. Temos assim que fazer alguma suposição sobre a forma de heteroscedasticidade. Uma solução é substituir a matriz de covariância $\mathbf{\Omega}$ por algum estimador consistente $\hat{\mathbf{\Omega}}$, obtendo um novo estimador que é conhecido por mínimos quadrados generalizados viável (EMQGV):

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}^\top \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \mathbf{y}. \quad (1.12)$$

Neste caso supõe-se que os elementos de $\mathbf{\Omega}$ são funções de um pequeno número de parâmetros desconhecidos e, desse modo, ao considerarmos um modelo heteroscedástico, $\hat{\mathbf{\Omega}}$ é obtido através da estimação destes parâmetros. Vale ressaltar que as propriedades desse estimador não são facilmente estabelecidas. A dificuldade do cálculo reside no fato de $\hat{\mathbf{\Omega}}$ e $\mathbf{y}$ serem correlacionados, visto que qualquer estimador de $\mathbf{\Omega}$ depende das observações amostrais, não sendo possível considerar $\hat{\mathbf{\Omega}}^{-1}$ como uma matriz de elementos fixos, o que dificulta até a obtenção e seu valor esperado. Observe que o Teorema de Gauss-Markov não se aplica pois $\hat{\beta}$ não é linear. Entretanto, para vários estimadores de $\mathbf{\Omega}$, $\hat{\beta}$ é consistente, ou seja, $\text{plim}(\hat{\beta}) = \beta$. Assim, em grandes amostras $\hat{\beta}$ se comporta de forma semelhante a $\hat{\beta}_G$.

Uma alternativa para a estimação dos parâmetros do modelo de regressão linear na presença de heteroscedasticidade de forma desconhecida é o uso do EMQO, pois $\hat{\beta}$ permanece não-viesado e consistente. Neste caso, deve-se usar um estimador de sua matriz de covariâncias que possua propriedades assintóticas desejáveis.

Ao considerarmos um modelo com homoscedasticidade, temos que $\sigma_i^2 = \sigma^2 > 0 \forall i$, isto é, $\mathbf{\Omega} = \sigma^2 \mathbf{I}$. Dessa forma, a matriz de covariância de $\hat{\beta}$ é dada por $\sigma^2(\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1}$ e pode ser facilmente estimada por $\hat{\sigma}^2(\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1}$, em que $\hat{\sigma}^2 = \hat{\mathbf{u}}^\top \hat{\mathbf{u}} / (n - p)$, em que $\hat{\mathbf{u}} = [\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top] \mathbf{y}$ é o vetor n -dimensional de resíduos de mínimos quadrados. No entanto, na presença de heteroscedasticidade, o estimador $\hat{\sigma}^2(\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1}$ não é adequado. Como na prática a maioria das aplicações são feitas utilizando dados transversais, e estes apresentam alguma forma de heteroscedasticidade, ou seja, as variações dos erros não são as mesmas para todas as observações. Nesse caso é muito importante considerar estimadores mais confiáveis para a variância de $\hat{\beta}$.

Um estimador comumente utilizado para a matriz de covariância quando temos heteroscedasticidade foi proposto por White (1980). Este estimador é conhecido como *HC0* e está implementado em vários *software* estatísticos. O estimador de White é obtido substituindo o i -ésimo elemento diagonal de $\mathbf{\Omega}$ pelo i -ésimo resíduo ao quadrado, sendo expresso por

$$HC0 = (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \hat{\mathbf{\Omega}}_0 \mathbf{X} (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1}, \quad (1.13)$$

em que $\hat{\mathbf{\Omega}}_0 = \text{diag}\{\hat{u}_1^2, \dots, \hat{u}_n^2\}$. Mesmo sendo um estimador consistente da matriz de covariância tanto sob homoscedasticidade como sob heteroscedasticidade, o estimador *HC0* é em geral tendencioso em amostras finitas (CRIBARI-NETO; ZARKOS, 1999), tendendo a subestimar as verdadeiras variâncias.

Em amostras de tamanho finito o estimador *HC0* tende a subestimar o verdadeiro valor e pode levar a inferências errôneas. Outros estimadores foram propostos na literatura buscando alcançar melhor desempenho em pequenas amostras. MacKinnon e White (1985) consideraram outras formas para estimar a matriz de covariância de $\hat{\beta}$. O estimador *HC1*, sugerido por Hinkley (1977), é obtido utilizando uma correção no estimador *HC0*: multiplica-se o estimador *HC0* por $n/(n-p)$. Dessa forma, obtém-se a versão conhecida como *HC1*, dada por

$$HC1 = \frac{n}{n-p} (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \hat{\mathbf{\Omega}}_0 \mathbf{X} (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1}. \quad (1.14)$$

O ajustamento para obtenção do *HC1* pelos graus de liberdade não é a única forma para compensar o fato de que os resíduos de mínimos quadrados ordinários tendem a subestimar os erros verdadeiros. Na ausência de heteroscedasticidade, temos que

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{u}}^\top] &= \mathbb{E}[(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}})^\top] \\ &= \mathbb{E}\{(\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{y}[(\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{y}]^\top\} \\ &= \mathbb{E}[(\mathbf{I} - \mathbf{H})\mathbf{y}\mathbf{y}^\top(\mathbf{I} - \mathbf{H})^\top] \\ &= \mathbf{M}\mathbb{E}[\mathbf{y}\mathbf{y}^\top]\mathbf{M}^\top \\ &= \sigma^2\mathbf{M}, \end{aligned}$$

em que $\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top$ e $\mathbf{M} = (\mathbf{I} - \mathbf{H})$, usando o fato de que a matriz $\mathbf{M}$ é simétrica e idempotente. Dessa maneira

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\hat{u}_i^2] &= \sigma^2 m_i \\ &= \sigma^2(1 - h_i), \end{aligned}$$

em que m_i e h_i são, respectivamente, os elementos diagonais de $\mathbf{M}$ e $\mathbf{H}$. Sendo assim, Horn *et al.* (1975) sugeriram usar

$$\hat{\sigma}_i^2 = \hat{u}_i^2 / (1 - h_i).$$

Dessa maneira, um outro estimador é obtido e conhecido como *HC2*. Esse estimador é definido da seguinte forma:

$$HC2 = (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \hat{\mathbf{\Omega}}_2 \mathbf{X} (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1}, \quad (1.15)$$

em que

$$\hat{\mathbf{\Omega}}_2 = \text{diag} \left\{ \frac{\hat{u}_1^2}{1 - h_1}, \dots, \frac{\hat{u}_n^2}{1 - h_n} \right\}.$$

Uma outra proposta utilizando o estimador *HC0* é baseada na técnica denominada 'jackknife'. Davidson e MacKinnon (1993) denotam este estimador como *HC3*, no qual é incluído um termo de correção que leva em consideração o efeito do grau de alavancagem. O estimador *HC3* é dado por

$$HC3 = (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \hat{\mathbf{\Omega}}_3 \mathbf{X} (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1}, \quad (1.16)$$

em que

$$\hat{\mathbf{\Omega}}_3 = \text{diag} \left\{ \frac{\hat{u}_1^2}{(1 - h_1)^2}, \dots, \frac{\hat{u}_n^2}{(1 - h_n)^2} \right\}. \quad (1.17)$$

Uma outra forma proposta por Cribari-Neto (2004) inclui uma modificação do estimador *HC3*, denominada *HC4*, que leva em consideração o impacto de observações com alta alavancagem em amostras finitas. O estimador *HC4* tem um bom desempenho em amostras finitas independentemente dos dados conterem ou não observações de alta alavancagem. Tais pontos são tipicamente mais decisivos para o comportamento de estimadores consistentes para a matriz de covariâncias de $\hat{\beta}$ em amostras finitas do que o próprio grau de heteroscedasticidade. O estimador *HC4* é definido da seguinte forma:

$$HC4 = (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \hat{\mathbf{\Omega}}_4 \mathbf{X} (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1}, \quad (1.18)$$

em que

$$\hat{\mathbf{\Omega}}_4 = \text{diag} \left\{ \frac{\hat{u}_1^2}{(1 - h_1)^{\delta_1}}, \dots, \frac{\hat{u}_n^2}{(1 - h_n)^{\delta_n}} \right\}$$

e

$$\delta_i = \min \left\{ 4, \frac{h_i}{\bar{h}} \right\} = \min \left\{ 4, \frac{nh_i}{\sum_{j=1}^n h_j} \right\}, \quad (1.19)$$

com $\bar{h} = n^{-1} \sum_{j=1}^n h_j$ i.e., $\bar{h}$ é a média dos h_i 's. Ou seja,

$$\delta_i = \min \left\{ 4, \frac{nh_i}{p} \right\}$$

O valor de p é igual à soma de todos os níveis individuais de alavancagem, ou seja,

$$\sum_{j=1}^n h_j = \text{tr}(\mathbf{H}) = \text{tr}(\mathbf{X}(\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top) = \text{tr}[\mathbf{X}^\top \mathbf{X}(\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1}] = \text{tr}(I_p) = p.$$

O nível de desconto do i -ésimo resíduo quadrado é controlado pelo expoente, no qual esse valor é determinado pela razão entre h_i e a média dos h'_i s, $\hat{h}$. Temos que $0 < 1 - h_i < 1$ e $\delta_i > 0$, seguindo que $0 < (1 - h_i)^{\delta_i} < 1$. Quanto maior for h_i em relação a $\bar{h}$ mais fortemente inflacionado será o i -ésimo resíduo ao quadrado. Este desconto linear é truncado em 4, que equivale a duas vezes o grau de desconto utilizado no estimador *HC3*. Dessa maneira, utiliza-se $\delta_i = 4$ se $h_i > 4\bar{h} = 4p/n$.

Com o intuito de melhorar a confiabilidade de inferências realizadas a partir do estimador *HC4*, uma nova versão deste estimador, denominado por *HC4m* foi proposto na literatura por Cribari-Neto e Silva (2011). A modificação foi feita apenas na estrutura do expoente do termo $(1 - h_i)$, utilizado como fator de inflação dos resíduos ao quadrado no estimador *HC4*. No estimador *HC4m* usa-se a estrutura

$$\delta_i = \min\{\gamma_1, nh_i/p\} + \min\{\gamma_2, nh_i/p\}, \quad (1.20)$$

em que γ_1 e γ_2 são constantes reais positivas pré-especificadas. Sendo assim, o novo estimador é dado por

$$HC4m = (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \hat{\mathbf{\Psi}}_{4m} \mathbf{X} (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \quad (1.21)$$

em que $\hat{\mathbf{\Omega}}_{4m} = \text{diag} \left\{ \frac{\hat{u}_1^2}{(1-h_1)^{\delta_1}}, \dots, \frac{\hat{u}_n^2}{(1-h_n)^{\delta_n}} \right\}$, sendo δ_i conforme estabelecido em (1.20).

É importante lembrar que, sendo $\bar{h}$ a média dos h'_i s, temos $\bar{h} = p/n$. O expoente δ_i controla o nível de desconto aplicado ao quadrado do i -ésimo resíduo. Como no estimador *HC4*, o desconto aplicado dependerá do valor de cada h_i relativamente a média ($\bar{h}$). Considerando os casos em que $\delta_1 \neq \delta_2$, os valores possíveis para δ_i são: $2h_i/\bar{h}$, se $0 < h_i/\bar{h} \leq \min\{\gamma_1, \gamma_2\}$; $\min\{\gamma_1, \gamma_2\} + h_i/\bar{h}$, se $\min\{\gamma_1, \gamma_2\} < h_i/\bar{h} < \max\{\gamma_1, \gamma_2\}$ e $\gamma_1 + \gamma_2$ se $h_i/\bar{h} \geq \max\{\gamma_1, \gamma_2\}$. Se $\gamma_1 = \gamma_2$, então $\delta_i = 2\min\{\gamma_1, h_i/\bar{h}\}$. São de maior interesse os casos em que os γ'_i s são distintos, pois nesses casos há uma alteração nos descontos para valores de $h_i/\bar{h}$ em um dado intervalo, conforme podemos observar com os possíveis valores de $h_i/\bar{h}$ em um dado intervalo.

Um outro estimador proposto é denominado de *HC5* (CRIBARI-NETO *et al.*, 2008). Esse estimador é resultante da modificação da estrutura do termo $(1 - h_i)$ utilizado na definição do *HC4*. No estimador *HC5*, temos que

$$\alpha_i = \min \left\{ \frac{h_i}{\bar{h}}, \max \left\{ 4, \frac{kh_{\max}}{\bar{h}} \right\} \right\}$$

em que k é uma constante pré-especificada, $0 \leq k \leq 1$. Dessa maneira, o estimador *HC5* é definido da seguinte maneira

$$HC5 = (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^\top \hat{\mathbf{\Omega}}_5 \mathbf{X} (\mathbf{X}^\top \mathbf{X})^{-1}, \quad (1.22)$$

em que

$$\hat{\Omega}_5 = \text{diag} \left\{ \frac{\hat{u}_1^2}{\sqrt{(1-h_1)^{\alpha_1}}}, \dots, \frac{\hat{u}_n^2}{\sqrt{(1-h_n)^{\alpha_n}}} \right\}$$

e

$$\alpha_i = \min \left\{ \frac{h_i}{\bar{h}}, \max \left\{ 4, \frac{kh_{\max}}{\bar{h}} \right\} \right\} = \min \left\{ \frac{nh_i}{p}, \max \left\{ 4, \frac{nk h_{\max}}{p} \right\} \right\},$$

sendo $\bar{h} = n^{-1} \sum_{i=1}^n h_i$, i.e., é a média dos h'_i s, $h_{\max}$ sendo o h_i máximo. Note que $\bar{h} = \frac{p}{n}$, o que conduz à segunda igualdade acima. O valor do expoente é responsável por controlar o nível de desconto da observação e é determinado pela razão entre $h_{\max}$ e a média $\bar{h}$ dos h_i e pela razão entre h_i e $\bar{h}$. Como $0 < (1-h_i) < 1$ e $\alpha_i > 0$, temos que $0 < (1-h_i)^{\alpha_i} < 1$. Ao considerarmos $k = 1$, temos também $\alpha_i = h_i/\bar{h} = nh_i/p$.

A diferença entre o *HC5* e *HC4* reside no fato de que o estimador *HC5* leva em consideração não apenas a razão entre a i -ésima medida de alavancagem (h_i) e o nível médio de alavancagem ($\bar{h}$), mas também o impacto que o nível máximo de alavancagem ($h_{\max}$) exerce sobre a inferência resultante.

Dessa forma, o estimador *HC5* é o primeiro estimador na classe de estimadores consistentes da matriz de covariâncias de $\hat{\beta}$ a incorporar em sua definição termos de descontos dos quadrados dos resíduos que se ajustam a variações no grau máximo de alavancagem. Estes termos são adaptáveis, definindo-se apropriadamente o valor da constante k . Em geral, toma-se $k = 0.7$.

1.3 Organização da dissertação

A presente dissertação de mestrado está dividida em quatro capítulos. No primeiro capítulo é apresentado formalmente o modelo de regressão linear e algumas de suas propriedades quando tem-se estrutura de variância homoscedástica e heteroscedástica. No segundo capítulo são apresentadas as avaliações numéricas, onde é feita uma comparação entre os desempenhos dos testes baseados nos diferentes estimadores da matriz de variâncias e covariâncias: *HC0*, *HC3*, *HC4*, *HC4m* e *HC5*, quando há violação de duas suposições do modelo de regressão. Uma aplicação prática é apresentada e discutida no terceiro capítulo. No quarto capítulo são apresentadas as conclusões obtidas ao longo desta dissertação.

1.4 Suporte computacional

As avaliações numéricas realizadas para o desenvolvimento desta dissertação foram feitas através da linguagem de programação matricial **Ox** em sua versão 6.21 para o sistema operacional Windows. O **Ox** é uma linguagem de programação com orientação a

objetos, com sintaxe semelhante a C e C++, possuindo uma ampla biblioteca numérica. Esta linguagem foi criada e desenvolvida por Jurgen Doornik em 1994 na Universidade de Oxford (Inglaterra), sendo distribuída gratuitamente para uso acadêmico e se encontra disponível em <http://www.doornik.com>. Maiores detalhes sobre esta linguagem de programação podem ser encontrados em Doornik (2009).

Esta dissertação de mestrado foi digitada utilizando o sistema de tipografia $\text{\LaTeX}$ desenvolvido por Lamport e $\text{\LaTeX}$ (1986), que consiste em uma série de macros ou rotinas do sistema $\text{\TeX}$ (criado por Donald Knuth na Universidade de Stanford) que facilitam o desenvolvimento da edição do texto. Detalhes sobre o sistema de tipografia $\text{\LaTeX}$ podem ser encontrados no site <http://www.tex.ac.uk/CTAN/latex>.

Como visto anteriormente, o estimador de mínimos quadrados usual da matriz de variâncias e covariâncias de $\hat{\beta}$ é viesado e inconsistente. É comum usar $\hat{\beta}$ em aplicações empíricas em conjunto com um estimador consistente de tal matriz. Testes quasi- t são realizados utilizando erros-padrão obtidos do estimador consistente selecionado. Os desempenhos em amostras finitas de tais testes já foram avaliados numericamente em vários artigos, por exemplo, (CRIBARI-NETO, 2004) e (LONG; ERVIN, 2000).

Nosso objetivo na presente dissertação é responder à seguinte pergunta: Quão afetados são os desempenhos de testes quasi- t quando, além de heteroscedasticidade, há correlação serial entre os erros? Ou seja, objetivamos lidar simultaneamente com a violação de duas suposições. A seguir avaliaremos os desempenhos de testes quasi- t tanto sob a hipótese nula (tamanho) quanto sob a hipótese alternativa (poder). A avaliação será feita via simulações de Monte Carlo.

2.1 Testes de significância

O modelo considerado para descrever a relação entre a variável dependente e as variáveis independentes é dado por

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + u_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

Aqui, u_i é um erro aleatório com média 0 e variância σ_i^2 . A estrutura de autocorrelação é dada por $u_i = \rho u_{i-1} + \epsilon_i$, onde ϵ_i é um erro que possui média zero e variância σ_ϵ^2 e é não correlacionado. Os valores dos regressores foram obtidos aleatoriamente como realizações das distribuições lognormal e t_5 , respectivamente. Cada valor dos regressores foi repetido duas, quatro, seis, oito e vinte vezes para formar amostras de tamanhos $n = 25, 50, 100$,

150, 200 e 500, que são mantidas constantes durante todo o experimento. Nosso objetivo reside em testar $\mathcal{H}_0 : \beta_2 = 0$ versus $\mathcal{H}_1 : \beta_2 \neq 0$. Foram utilizadas 100000 réplicas de Monte Carlo e dois níveis de significância, a saber: 10% e 5%. Utilizou-se os seguintes valores de ρ : $-0.9, -0.8, -0.7, -0.6, -0.5, -0.4, -0.3, -0.2, -0.1, 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$.

O procedimento utilizado para a geração das amostras garante que $\lambda = \max(\sigma_i^2)/\min(\sigma_i^2)$, ou seja, o grau de heteroscedasticidade, mantém-se constante para os diferentes tamanhos amostrais. Em nossos estudos de simulação de tamanho utilizamos $\beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 1$. Sob homoscedasticidade, $\lambda = 1$; sob heteroscedasticidade, o valor de λ depende da função cedástica, tendo-se $\lambda > 1$.

A função cedástica utilizada foi especificada como

$$\sigma_i^2 = \exp\{c_1 + c_2 x_i\}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Simulações sob homoscedasticidade foram realizadas com $c_1 = c_2 = 0$. Para dados heteroscedásticos, consideramos $c_1 = 0$ e $c_2 = 1.3$, o que resulta em $\lambda = 95.48$. Os desempenhos dos testes baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$ considerados no experimento de Monte Carlo foram avaliados com base em seus tamanhos e poderes.

Com esse modelo realizou-se simulações de Monte Carlo considerando três distribuições para os erros, a saber: $\mathcal{N}(0, 1)$, $\mathcal{X}_{(2)}^2$ e $t_{(3)}$. O gerador de números uniformes pseudo-aleatórios utilizado foi o *multiply-with-carry* (GM), desenvolvido por George Marsaglia, com período aproximadamente igual a 2^{60} .

A seguir apresentaremos apenas os resultados das simulações em que os erros têm distribuição normal, pois os demais resultados são semelhantes, havendo apenas pequenas diferenças nas casas decimais.

Nas simulações de tamanho, a variável resposta foi gerada impondo-se a hipótese nula, $\mathcal{H}_0 : \beta_2 = 0$. Foram calculadas taxas de rejeição dos diferentes testes quasi- t aos níveis nominais de 10% e 5% (ou seja, as frequências de rejeição da hipótese nula quando esta de fato é verdadeira), sob homoscedasticidade e heteroscedasticidade. Os valores críticos utilizados para definir as regiões de rejeição na simulação de tamanho foram obtidos da distribuição normal. Rejeitamos $\mathcal{H}_0$ quando a estatística de teste é menor do que $-z_{1-\alpha/2}$ ou maior $z_{1-\alpha/2}$, em que $z_{1-\alpha/2}$ é o quantil $1 - \alpha/2$ da distribuição normal padrão.

Na Tabela 2.1, estão apresentadas as taxas de rejeição para o caso em que os erros são homoscedásticos e n é pequeno. Resultados correspondentes para erros heteroscedásticos encontram-se na Tabela 2.2.

Tabela 2.1: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 25$, homoscedasticidade ($\lambda = 1$).

$n = 25$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	22.72	11.98	5.84	9.74	20.10
	5%	13.75	5.88	2.71	4.58	11.64
-0.8	10%	19.09	10.35	4.75	8.41	16.80
	5%	12.11	5.63	2.48	4.44	10.32
-0.7	10%	18.19	9.98	4.52	8.19	16.05
	5%	11.77	5.72	2.42	4.44	10.12
-0.6	10%	17.98	10.03	4.54	8.21	15.89
	5%	11.73	5.77	2.43	4.49	10.13
-0.5	10%	17.94	10.07	4.47	8.23	15.87
	5%	11.82	5.83	2.42	4.60	10.17
-0.4	10%	17.92	9.94	4.45	8.14	15.87
	5%	11.80	5.75	2.41	4.51	10.10
-0.3	10%	17.94	9.87	4.38	8.00	15.83
	5%	11.78	5.67	2.36	4.44	10.06
-0.2	10%	17.84	9.81	4.28	7.90	15.76
	5%	11.67	5.61	2.29	4.39	10.01
-0.1	10%	17.78	9.71	4.26	7.83	15.65
	5%	11.57	5.52	2.26	4.33	9.90
0.0	10%	17.80	9.70	4.20	7.82	15.65
	5%	11.54	5.53	2.26	4.31	9.87
0.1	10%	17.90	9.85	4.21	7.90	15.71
	5%	11.71	5.57	2.25	4.30	10.00
0.2	10%	18.28	10.11	4.31	8.12	16.10
	5%	12.01	5.72	2.32	4.43	10.27
0.3	10%	18.83	10.47	4.45	8.43	16.65
	5%	12.48	5.99	2.39	4.71	10.73
0.4	10%	19.74	11.00	4.73	8.94	17.44
	5%	13.20	6.42	2.58	5.04	11.26
0.5	10%	20.90	11.96	5.19	9.77	18.53
	5%	14.12	7.06	2.86	5.55	12.19
0.6	10%	22.57	13.27	5.85	10.88	20.17
	5%	15.51	7.99	3.32	6.38	13.47
0.7	10%	24.70	15.00	6.78	12.48	22.32
	5%	17.35	9.37	3.96	7.47	15.26
0.8	10%	27.27	17.13	7.92	14.43	24.70
	5%	19.57	11.03	4.75	8.94	17.37
0.9	10%	29.40	19.09	9.07	16.21	26.97
	5%	21.49	12.44	5.49	10.25	19.25

Tabela 2.2: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 25$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 25$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	31.40	17.52	9.74	14.56	28.30
	5%	19.72	8.36	4.43	6.53	16.83
-0.8	10%	24.39	14.27	8.63	12.25	22.05
	5%	15.83	7.79	4.45	6.41	13.86
-0.7	10%	21.54	13.06	8.58	11.45	19.59
	5%	14.10	7.48	4.63	6.34	12.53
-0.6	10%	19.60	12.07	7.96	10.61	17.91
	5%	12.80	6.93	4.35	5.98	11.45
-0.5	10%	18.22	10.87	6.90	9.49	16.57
	5%	11.51	6.07	3.54	5.19	10.24
-0.4	10%	16.98	9.68	5.65	8.28	15.33
	5%	10.41	5.09	2.67	4.18	9.08
-0.3	10%	16.13	8.69	4.81	7.22	14.43
	5%	9.51	4.19	2.09	3.33	8.20
-0.2	10%	15.60	8.14	4.37	6.66	13.85
	5%	8.99	3.73	1.87	2.88	7.70
-0.1	10%	15.37	7.77	4.17	6.41	13.61
	5%	8.76	3.66	1.79	2.84	7.42
0.0	10%	15.25	7.80	4.00	6.29	13.46
	5%	8.79	3.64	1.75	2.84	7.44
0.1	10%	15.18	7.75	3.91	6.22	13.38
	5%	8.76	3.63	1.72	2.80	7.41
0.2	10%	15.18	7.66	3.75	6.16	13.33
	5%	8.72	3.58	1.64	2.77	7.36
0.3	10%	15.28	7.68	3.68	6.17	13.38
	5%	8.78	3.60	1.56	2.77	7.41
0.4	10%	15.72	8.06	3.75	6.49	13.80
	5%	9.19	3.86	1.60	2.96	7.78
0.5	10%	16.97	9.00	4.00	7.35	15.07
	5%	10.24	4.63	1.82	3.58	8.74
0.6	10%	19.18	10.87	4.81	8.89	17.24
	5%	12.23	5.88	2.30	4.60	10.63
0.7	10%	22.85	13.59	6.19	11.31	20.60
	5%	15.13	7.76	3.06	6.17	13.36
0.8	10%	27.54	17.18	8.38	14.56	25.18
	5%	19.16	10.38	4.45	8.33	16.97
0.9	10%	30.16	19.72	10.21	16.97	27.83
	5%	21.81	12.43	5.75	10.28	19.53

Um primeiro fator a ser observado em ambos os casos é que as taxas de rejeição nulas do teste $HC4$ aproximam-se dos níveis nominais (10% e 5%) independente do valor da correlação. Entretanto, quando os valores dos coeficiente de correlação aproximam-se de zero, essas taxas tendem a se aproximar mais rapidamente dos níveis de significância.

Segundo, o teste $HC4m$, semelhantemente ao teste $HC4$, também apresenta bom desempenho quando $-0.5 \leq \rho \leq 0.5$, tanto sob homoscedasticidade quanto sob heteroscedasticidade. No entanto, na presença de correlação próxima de ± 1 e sob heteroscedasticidade, o teste é liberal.

Terceiro, o teste baseado no estimador $HC3$ apresenta distorções de tamanho menores do que as do teste baseado no estimador de White. No entanto, na ausência de correlação o teste $HC3$ apresenta bons resultados tanto sob homoscedasticidade quanto sob heteroscedasticidade.

Quarto, o teste baseado no estimador $HC5$ apresenta taxas de rejeição menores que as taxas apresentadas pelo teste $HC0$. Entretanto, apesar do teste $HC5$ ter apresentado menores distorções de tamanho do que o teste $HC0$ sob homoscedasticidade ou heteroscedasticidade, suas taxas de rejeição ficaram sempre acima dos níveis de significância correspondentes, sendo estes testes, portanto, liberais.

Quinto, podemos verificar que na ausência de correlação entre os erros os testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$ e $HC5$ são os mais liberais, os testes baseados nos estimadores $HC4$ e $HC4m$ sendo tipicamente os mais confiáveis.

Sob esta configuração podemos concluir que o teste $HC4$ é o mais confiável tanto sob homoscedasticidade quanto sob heteroscedasticidade. Além disso, podemos observar que à medida que a correlação serial torna-se mais forte, todos os testes tendem a rejeitar a hipótese nula com maior frequência.

Com o intuito de avaliar os comportamentos dos testes baseados nesses estimadores à medida que o tamanho amostral aumenta, foram realizadas várias simulações adicionais tanto sob homoscedasticidade quanto sob heteroscedasticidade.

Os resultados apresentados nas tabelas a seguir conduzem a importantes conclusões. Um primeiro fator observado é que à medida que o tamanho da amostra aumenta, sob homoscedasticidade ou heteroscedasticidade, o teste $HC0$ é o mais liberal, seguido do teste $HC5$.

De acordo com a Tabela 2.3 podemos observar que os testes quasi- t considerados apresentam taxas de rejeição superiores aos níveis nominais para quase todos os valores de ρ . Além disso, na presença de correlação serial, os testes baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$ e $HC5$ sempre apresentam taxas de rejeição superiores aos níveis de significância utilizados.

Ao observarmos os resultados sob heteroscedasticidade (ver Tabela 2.4), é possível

notar que ao considerarmos um valor positivo de inferior a 0.5, há uma redução nas taxas de rejeição dos testes $HC3$, $HC4$ e $HC4m$, quando comparadas com os resultados da Tabela 2.3. Entretanto, vale ressaltar que os testes quasi- t que utilizam os estimadores $HC0$ e $HC5$ são altamente liberais. Nessa mesma Tabela, podemos verificar que quando $\rho = -0.9$, o teste $HC0$ rejeita a hipótese nula 25.37% das vezes e o teste $HC5$ 24.22%, ou seja, mais que o dobro do nível nominal selecionado.

Ao compararmos os resultados apresentados na Tabela 2.3 com os da Tabela 2.4, percebe-se que quando $\rho \leq -0.5$ os testes quasi- t passam a ser ainda mais liberais sob heteroscedasticidade.

Nas Tabelas 2.5, 2.7, 2.9 e 2.11, são apresentadas as taxas de rejeição de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$ sob homoscedasticidade e correlação serial. De acordo com esses resultados podemos observar que à medida que o tamanho amostral aumenta os tamanhos dos testes se aproximam dos níveis nominais.

Notamos ainda que quando $-0.2 \leq \rho \leq 0.2$, as distorções de tamanho dos testes são semelhantes às do caso de ausência de correlação serial. Além disso, verifica-se que as distorções de tamanhos tendem a diminuir para todos os testes quando os valores negativos de ρ se aproximam de zero. Esse mesmo comportamento não pode ser observado quando a correlação serial é positiva, pois para $\rho = 0.9$ e $\rho = 0.7$ na Tabela 2.9, ao nível nominal de 10%, o teste $HC3$ apresenta taxas de rejeição de 13.08% e 7.81%, respectivamente.

Nota-se ainda que as distorções de tamanho tendem a ser maiores quando a correlação entre os erros é mais forte. O teste que utiliza o estimador $HC0$ é o mais liberal tanto na presença de correlação serial quanto em sua ausência.

De forma geral, sob este cenário, podemos concluir que quando $\rho = 0.9$ e o tamanho amostral cresce, todos os testes passam a apresentar taxas de rejeição menores que os níveis nominais adotados. Dessa maneira, observa-se que as menores taxas de rejeição são obtidas quando se utiliza esta configuração.

Quando os erros são heteroscedásticos (ver Tabelas 2.6, 2.8, 2.10 e 2.12), os testes quasi- t passam a apresentar maiores distorções de tamanho. Um outro ponto a ser observado é que na presença de heteroscedasticidade e quando a correlação entre os erros é positiva e menor que 0.5, os testes analisados tendem a rejeitar com menor frequência a hipótese nula do que ao considerarmos outros valores para esta correlação. É possível verificar esta relação ao considerarmos que as taxas de rejeição para estes coeficientes de correlação estão próximas aos níveis nominais analisados. Esse fato pode ser verificado na Tabela 2.6, em que o teste $HC4m$ ao nível nominal de 10% apresenta taxa de rejeição de 9.27% quando $\rho = 0.4$ e quando $\rho = -0.4$ essa taxa é de 11.36%. O mesmo comportamento pode ser observado para os demais testes nessa mesma tabela.

Tabela 2.3: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 50$, homoscedasticidade ($\lambda = 1$).

$n = 50$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	18.39	14.13	13.43	13.41	17.29
	5%	11.27	8.01	7.58	7.50	10.41
-0.8	10%	16.96	13.05	12.34	12.36	15.91
	5%	10.43	7.40	6.90	6.93	9.59
-0.7	10%	16.25	12.41	11.68	11.71	15.20
	5%	9.96	7.02	6.51	6.51	9.20
-0.6	10%	15.87	12.09	11.34	11.37	14.87
	5%	9.63	6.81	6.28	6.32	8.86
-0.5	10%	15.39	11.64	10.92	10.96	14.42
	5%	9.35	6.64	6.08	6.13	8.63
-0.4	10%	14.95	11.20	10.49	10.56	13.98
	5%	9.00	6.30	5.79	5.82	8.32
-0.3	10%	14.52	10.89	10.18	10.23	13.60
	5%	8.69	6.00	5.53	5.56	7.97
-0.2	10%	14.22	10.62	9.88	9.96	13.26
	5%	8.39	5.74	5.26	5.32	7.66
-0.1	10%	13.96	10.40	9.68	9.73	13.00
	5%	8.20	5.58	5.12	5.14	7.48
0.0	10%	13.80	10.30	9.57	9.66	12.86
	5%	8.07	5.47	4.98	5.02	7.39
0.1	10%	13.85	10.27	9.52	9.65	12.90
	5%	8.06	5.47	4.96	5.02	7.34
0.2	10%	13.96	10.37	9.64	9.76	12.99
	5%	8.19	5.57	5.11	5.18	7.45
0.3	10%	14.23	10.59	9.87	9.96	13.26
	5%	8.41	5.83	5.30	5.41	7.70
0.4	10%	14.83	11.12	10.40	10.48	13.84
	5%	8.87	6.21	5.66	5.77	8.16
0.5	10%	15.78	11.93	11.19	11.26	14.72
	5%	9.60	6.79	6.20	6.28	8.86
0.6	10%	17.06	13.05	12.24	12.30	15.97
	5%	10.57	7.59	7.01	7.04	9.75
0.7	10%	18.56	14.41	13.50	13.62	17.44
	5%	11.80	8.58	7.94	8.00	10.93
0.8	10%	19.47	15.28	14.40	14.56	18.40
	5%	12.69	9.28	8.62	8.73	11.74
0.9	10%	17.89	13.85	13.01	13.14	16.80
	5%	11.43	8.38	7.78	7.86	10.63

Tabela 2.4: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 50$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$.)

$n = 50$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	25.37	20.51	19.94	19.64	24.22
	5%	17.05	12.93	12.51	12.22	16.01
-0.8	10%	21.64	17.24	17.01	16.46	20.59
	5%	13.97	10.40	10.28	9.82	13.05
-0.7	10%	18.66	14.80	14.86	14.18	17.78
	5%	11.87	8.80	8.87	8.31	11.17
-0.6	10%	16.86	13.22	13.47	12.72	16.09
	5%	10.27	7.54	7.75	7.14	9.64
-0.5	10%	15.39	12.05	12.38	11.51	14.66
	5%	9.01	6.51	6.73	6.14	8.45
-0.4	10%	14.27	11.02	11.39	10.52	13.61
	5%	8.09	5.73	5.98	5.43	7.57
-0.3	10%	13.61	10.38	10.76	9.90	12.95
	5%	7.45	5.17	5.42	4.83	6.95
-0.2	10%	13.05	9.92	10.30	9.46	12.35
	5%	7.03	4.84	5.05	4.56	6.59
-0.1	10%	12.75	9.66	10.04	9.22	12.07
	5%	6.89	4.73	4.93	4.43	6.39
0.0	10%	12.62	9.57	9.87	9.12	11.96
	5%	6.81	4.65	4.88	4.39	6.33
0.1	10%	12.51	9.46	9.80	9.02	11.89
	5%	6.77	4.67	4.87	4.36	6.33
0.2	10%	12.39	9.39	9.68	8.96	11.72
	5%	6.69	4.60	4.82	4.32	6.23
0.3	10%	12.34	9.29	9.61	8.87	11.70
	5%	6.67	4.61	4.77	4.32	6.17
0.4	10%	12.52	9.46	9.75	8.99	11.89
	5%	6.77	4.64	4.79	4.35	6.31
0.5	10%	13.14	10.04	10.21	9.53	12.48
	5%	7.29	5.08	5.21	4.79	6.79
0.6	10%	14.62	11.25	11.38	10.77	13.85
	5%	8.50	6.11	6.17	5.75	7.93
0.7	10%	17.16	13.42	13.41	12.84	16.30
	5%	10.44	7.69	7.67	7.26	9.78
0.8	10%	19.61	15.54	15.24	14.83	18.63
	5%	12.56	9.31	9.12	8.80	11.77
0.9	10%	18.66	14.64	14.07	13.94	17.60
	5%	12.01	8.84	8.46	8.29	11.21

Tabela 2.5: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 100$, homoscedasticidade ($\lambda = 1$).

$n = 100$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	15.02	13.04	12.92	12.72	14.51
	5%	8.65	7.24	7.18	7.03	8.26
-0.8	10%	15.48	13.51	13.39	13.12	15.01
	5%	9.11	7.61	7.56	7.40	8.69
-0.7	10%	15.16	13.13	13.00	12.79	14.62
	5%	8.84	7.31	7.22	7.05	8.43
-0.6	10%	14.60	12.69	12.57	12.38	14.11
	5%	8.48	7.05	6.96	6.81	8.10
-0.5	10%	14.03	12.15	12.04	11.83	13.54
	5%	8.14	6.72	6.64	6.50	7.78
-0.4	10%	13.40	11.63	11.53	11.32	12.92
	5%	7.70	6.35	6.24	6.13	7.36
-0.3	10%	12.85	11.06	10.96	10.78	12.36
	5%	7.30	6.02	5.95	5.83	6.95
-0.2	10%	12.36	10.64	10.51	10.32	11.92
	5%	6.93	5.69	5.61	5.50	6.60
-0.1	10%	12.04	10.33	10.21	10.03	11.60
	5%	6.65	5.42	5.34	5.21	6.34
0.0	10%	11.81	10.09	9.99	9.79	11.38
	5%	6.46	5.26	5.19	5.07	6.15
0.1	10%	11.73	10.02	9.89	9.69	11.25
	5%	6.40	5.20	5.12	5.00	6.08
0.2	10%	11.83	10.10	9.99	9.81	11.38
	5%	6.41	5.24	5.19	5.08	6.09
0.3	10%	12.08	10.35	10.22	10.04	11.62
	5%	6.60	5.42	5.34	5.22	6.29
0.4	10%	12.52	10.75	10.64	10.43	12.07
	5%	7.01	5.74	5.65	5.53	6.69
0.5	10%	13.27	11.47	11.33	11.11	12.82
	5%	7.54	6.21	6.12	6.01	7.18
0.6	10%	14.30	12.42	12.32	12.11	13.80
	5%	8.29	6.90	6.82	6.66	7.94
0.7	10%	15.43	13.39	13.26	13.04	14.92
	5%	9.11	7.67	7.58	7.43	8.75
0.8	10%	15.41	13.56	13.42	13.20	14.91
	5%	9.25	7.75	7.67	7.52	8.82
0.9	10%	11.60	9.95	9.83	9.65	11.15
	5%	6.47	5.33	5.25	5.13	6.19

Tabela 2.6: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 100$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 100$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	20.95	18.78	18.67	18.40	20.39
	5%	13.66	11.80	11.71	11.46	13.18
-0.8	10%	19.19	17.13	17.13	16.78	18.70
	5%	12.18	10.46	10.47	10.17	11.75
-0.7	10%	16.84	14.95	15.07	14.62	16.40
	5%	10.29	8.86	8.97	8.61	9.97
-0.6	10%	15.19	13.51	13.72	13.24	14.84
	5%	9.02	7.72	7.87	7.51	8.74
-0.5	10%	14.03	12.39	12.65	12.16	13.69
	5%	8.05	6.83	7.05	6.65	7.80
-0.4	10%	13.15	11.61	11.89	11.36	12.81
	5%	7.19	6.11	6.31	5.96	6.96
-0.3	10%	12.33	10.85	11.13	10.65	12.03
	5%	6.63	5.55	5.74	5.40	6.41
-0.2	10%	11.87	10.40	10.67	10.17	11.57
	5%	6.21	5.17	5.37	5.04	6.01
-0.1	10%	11.49	10.02	10.30	9.81	11.19
	5%	6.00	5.03	5.23	4.89	5.82
0.0	10%	11.31	9.81	10.10	9.59	11.01
	5%	5.96	4.94	5.13	4.83	5.74
0.1	10%	11.16	9.74	10.01	9.54	10.84
	5%	5.84	4.90	5.06	4.76	5.63
0.2	10%	11.00	9.62	9.90	9.42	10.74
	5%	5.74	4.81	4.98	4.68	5.55
0.3	10%	10.87	9.47	9.76	9.29	10.61
	5%	5.68	4.71	4.91	4.58	5.49
0.4	10%	10.94	9.49	9.75	9.27	10.64
	5%	5.65	4.68	4.86	4.56	5.45
0.5	10%	11.34	9.88	10.10	9.66	11.00
	5%	5.98	4.94	5.10	4.80	5.77
0.6	10%	12.46	10.85	11.03	10.60	12.11
	5%	6.81	5.66	5.78	5.46	6.55
0.7	10%	14.22	12.44	12.54	12.13	13.81
	5%	8.08	6.84	6.93	6.64	7.76
0.8	10%	15.29	13.46	13.47	13.14	14.87
	5%	9.09	7.66	7.66	7.42	8.76
0.9	10%	12.04	10.35	10.24	10.05	11.59
	5%	6.78	5.59	5.55	5.42	6.49

Tabela 2.7: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 150$, homoscedasticidade ($\lambda = 1$).

$n = 150$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	13.55	12.36	12.32	12.14	13.26
	5%	7.79	6.90	6.89	6.73	7.57
-0.8	10%	15.04	13.67	13.65	13.45	14.69
	5%	8.66	7.74	7.71	7.57	8.41
-0.7	10%	14.68	13.43	13.39	13.20	14.38
	5%	8.43	7.48	7.45	7.32	8.21
-0.6	10%	14.18	12.89	12.86	12.68	13.84
	5%	8.05	7.13	7.11	6.99	7.80
-0.5	10%	13.57	12.35	12.31	12.14	13.27
	5%	7.67	6.74	6.69	6.59	7.44
-0.4	10%	12.95	11.75	11.72	11.56	12.65
	5%	7.17	6.35	6.33	6.22	6.95
-0.3	10%	12.36	11.15	11.12	10.94	12.03
	5%	6.74	5.94	5.92	5.79	6.54
-0.2	10%	11.78	10.67	10.63	10.45	11.50
	5%	6.43	5.61	5.59	5.47	6.22
-0.1	10%	11.37	10.25	10.22	10.06	11.07
	5%	6.16	5.38	5.36	5.25	5.95
0.0	10%	11.14	10.02	9.99	9.84	10.84
	5%	6.03	5.26	5.23	5.12	5.82
0.1	10%	11.08	9.98	9.94	9.80	10.79
	5%	5.90	5.12	5.10	4.99	5.72
0.2	10%	11.10	10.03	9.99	9.82	10.81
	5%	5.91	5.14	5.10	5.00	5.74
0.3	10%	11.28	10.16	10.10	9.98	11.01
	5%	5.98	5.21	5.18	5.08	5.78
0.4	10%	11.71	10.56	10.50	10.36	11.40
	5%	6.25	5.49	5.46	5.35	6.03
0.5	10%	12.36	11.17	11.15	10.98	12.07
	5%	6.74	5.90	5.89	5.78	6.52
0.6	10%	13.29	12.06	12.03	11.85	12.97
	5%	7.48	6.55	6.53	6.41	7.24
0.7	10%	14.23	12.90	12.86	12.65	13.89
	5%	8.20	7.23	7.19	7.08	7.94
0.8	10%	13.97	12.73	12.68	12.48	13.66
	5%	8.08	7.15	7.12	7.00	7.82
0.9	10%	9.49	8.45	8.40	8.28	9.23
	5%	4.98	4.29	4.27	4.18	4.82

Tabela 2.8: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 150$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 150$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	19.53	18.02	17.97	17.79	19.14
	5%	12.43	11.23	11.21	11.03	12.12
-0.8	10%	18.59	17.21	17.26	16.98	18.28
	5%	11.56	10.49	10.52	10.30	11.30
-0.7	10%	16.41	15.20	15.29	14.99	16.13
	5%	9.88	8.87	8.96	8.71	9.65
-0.6	10%	14.85	13.68	13.82	13.50	14.59
	5%	8.57	7.69	7.80	7.56	8.36
-0.5	10%	13.63	12.49	12.68	12.33	13.42
	5%	7.54	6.82	6.94	6.70	7.39
-0.4	10%	12.58	11.57	11.78	11.44	12.37
	5%	6.85	6.18	6.30	6.07	6.71
-0.3	10%	11.80	10.85	11.05	10.72	11.61
	5%	6.33	5.66	5.80	5.54	6.19
-0.2	10%	11.33	10.41	10.60	10.29	11.15
	5%	5.95	5.26	5.42	5.17	5.82
-0.1	10%	11.10	10.14	10.32	10.01	10.91
	5%	5.71	5.08	5.21	4.98	5.60
0.0	10%	10.97	10.07	10.25	9.93	10.80
	5%	5.64	4.96	5.09	4.88	5.49
0.1	10%	10.85	9.90	10.11	9.77	10.67
	5%	5.57	4.91	5.03	4.81	5.44
0.2	10%	10.67	9.75	9.95	9.62	10.51
	5%	5.46	4.80	4.95	4.71	5.34
0.3	10%	10.48	9.59	9.77	9.46	10.31
	5%	5.29	4.67	4.80	4.58	5.16
0.4	10%	10.48	9.58	9.78	9.43	10.31
	5%	5.24	4.61	4.74	4.52	5.12
0.5	10%	10.78	9.77	9.96	9.61	10.57
	5%	5.44	4.81	4.94	4.72	5.32
0.6	10%	11.66	10.58	10.74	10.43	11.42
	5%	6.16	5.42	5.52	5.32	6.01
0.7	10%	13.11	11.99	12.07	11.83	12.85
	5%	7.30	6.49	6.55	6.36	7.12
0.8	10%	13.74	12.56	12.58	12.34	13.45
	5%	7.88	6.94	6.96	6.79	7.65
0.9	10%	9.68	8.66	8.63	8.48	9.43
	5%	5.11	4.39	4.37	4.29	4.91

Tabela 2.9: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 200$, homoscedasticidade ($\lambda = 1$).

$n = 200$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	12.90	12.01	12.00	11.87	12.70
	5%	7.19	6.55	6.54	6.44	7.02
-0.8	10%	14.62	13.67	13.67	13.50	14.38
	5%	8.49	7.76	7.76	7.65	8.32
-0.7	10%	14.38	13.44	13.43	13.29	14.14
	5%	8.30	7.56	7.54	7.42	8.10
-0.6	10%	13.94	13.02	12.99	12.83	13.71
	5%	7.91	7.21	7.20	7.10	7.75
-0.5	10%	13.33	12.44	12.42	12.25	13.10
	5%	7.45	6.82	6.80	6.72	7.28
-0.4	10%	12.68	11.76	11.76	11.60	12.46
	5%	7.02	6.35	6.34	6.22	6.85
-0.3	10%	12.11	11.23	11.21	11.08	11.90
	5%	6.58	5.96	5.94	5.85	6.43
-0.2	10%	11.58	10.68	10.67	10.53	11.34
	5%	6.22	5.66	5.64	5.55	6.08
-0.1	10%	11.13	10.29	10.26	10.14	10.92
	5%	5.93	5.37	5.36	5.27	5.78
0.0	10%	10.93	10.04	10.01	9.89	10.73
	5%	5.73	5.19	5.18	5.09	5.59
0.1	10%	10.83	10.00	9.98	9.85	10.61
	5%	5.68	5.08	5.07	4.99	5.54
0.2	10%	10.91	10.09	10.07	9.93	10.70
	5%	5.71	5.12	5.11	5.01	5.56
0.3	10%	11.17	10.30	10.28	10.16	10.94
	5%	5.86	5.29	5.28	5.19	5.72
0.4	10%	11.55	10.72	10.69	10.55	11.32
	5%	6.21	5.60	5.59	5.49	6.05
0.5	10%	12.19	11.30	11.28	11.14	11.98
	5%	6.70	6.08	6.08	5.96	6.54
0.6	10%	13.11	12.14	12.13	12.00	12.86
	5%	7.33	6.68	6.68	6.58	7.18
0.7	10%	14.06	13.12	13.08	12.96	13.81
	5%	7.95	7.27	7.25	7.15	7.76
0.8	10%	13.58	12.67	12.65	12.51	13.35
	5%	7.64	6.96	6.93	6.82	7.47
0.9	10%	8.55	7.82	7.81	7.69	8.35
	5%	4.23	3.77	3.77	3.70	4.11

Tabela 2.10: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 200$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 200$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	18.77	17.67	17.64	17.49	18.49
	5%	11.70	10.83	10.81	10.69	11.48
-0.8	10%	18.23	17.19	17.21	16.99	17.96
	5%	11.19	10.30	10.32	10.16	10.96
-0.7	10%	16.08	15.14	15.21	14.95	15.85
	5%	9.60	8.88	8.95	8.75	9.43
-0.6	10%	14.44	13.57	13.69	13.44	14.26
	5%	8.40	7.74	7.82	7.63	8.27
-0.5	10%	13.37	12.55	12.71	12.41	13.20
	5%	7.38	6.80	6.90	6.71	7.26
-0.4	10%	12.47	11.70	11.88	11.60	12.32
	5%	6.68	6.15	6.26	6.09	6.58
-0.3	10%	11.79	11.00	11.18	10.90	11.64
	5%	6.14	5.64	5.74	5.57	6.04
-0.2	10%	11.21	10.48	10.63	10.38	11.07
	5%	5.80	5.30	5.40	5.24	5.70
-0.1	10%	10.89	10.19	10.35	10.10	10.75
	5%	5.58	5.13	5.23	5.05	5.49
0.0	10%	10.65	9.96	10.12	9.89	10.53
	5%	5.46	4.98	5.09	4.91	5.38
0.1	10%	10.51	9.85	10.00	9.75	10.38
	5%	5.38	4.93	5.03	4.88	5.28
0.2	10%	10.44	9.73	9.88	9.64	10.28
	5%	5.28	4.84	4.93	4.78	5.20
0.3	10%	10.21	9.55	9.69	9.47	10.09
	5%	5.17	4.72	4.81	4.65	5.07
0.4	10%	10.12	9.48	9.61	9.40	10.00
	5%	5.08	4.61	4.70	4.54	4.97
0.5	10%	10.31	9.59	9.71	9.50	10.15
	5%	5.27	4.78	4.87	4.69	5.16
0.6	10%	11.15	10.36	10.46	10.24	10.99
	5%	5.84	5.32	5.40	5.24	5.71
0.7	10%	12.55	11.66	11.72	11.51	12.35
	5%	6.80	6.19	6.25	6.12	6.66
0.8	10%	12.96	12.08	12.11	11.94	12.74
	5%	7.30	6.63	6.64	6.50	7.14
0.9	10%	8.47	7.76	7.76	7.65	8.31
	5%	4.34	3.90	3.90	3.82	4.21

Tabela 2.11: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 500$, homoscedasticidade ($\lambda = 1$).

$n = 500$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	11.54	11.19	11.19	11.13	11.45
	5%	6.22	5.97	5.97	5.93	6.15
-0.8	10%	14.03	13.64	13.64	13.56	13.92
	5%	7.94	7.66	7.66	7.61	7.85
-0.7	10%	13.94	13.57	13.57	13.51	13.84
	5%	8.00	7.69	7.69	7.64	7.91
-0.6	10%	13.54	13.16	13.16	13.09	13.44
	5%	7.55	7.27	7.27	7.21	7.46
-0.5	10%	12.91	12.55	12.55	12.48	12.82
	5%	7.16	6.86	6.86	6.81	7.08
-0.4	10%	12.32	12.00	11.99	11.91	12.24
	5%	6.63	6.37	6.37	6.32	6.56
-0.3	10%	11.67	11.34	11.34	11.29	11.59
	5%	6.17	5.91	5.91	5.87	6.10
-0.2	10%	11.11	10.77	10.78	10.72	11.04
	5%	5.83	5.60	5.61	5.56	5.77
-0.1	10%	10.69	10.33	10.34	10.27	10.60
	5%	5.52	5.29	5.29	5.25	5.46
0.0	10%	10.34	10.03	10.03	9.97	10.28
	5%	5.36	5.11	5.11	5.08	5.30
0.1	10%	10.19	9.88	9.88	9.82	10.11
	5%	5.26	5.02	5.02	4.98	5.18
0.2	10%	10.21	9.87	9.87	9.82	10.12
	5%	5.21	4.98	4.98	4.95	5.14
0.3	10%	10.37	10.03	10.03	9.98	10.28
	5%	5.32	5.12	5.12	5.08	5.27
0.4	10%	10.69	10.36	10.36	10.30	10.61
	5%	5.57	5.33	5.33	5.28	5.51
0.5	10%	11.30	10.99	11.00	10.93	11.21
	5%	5.96	5.73	5.73	5.70	5.91
0.6	10%	12.13	11.77	11.78	11.71	12.03
	5%	6.53	6.27	6.26	6.22	6.47
0.7	10%	12.89	12.50	12.50	12.42	12.78
	5%	7.07	6.82	6.82	6.77	7.00
0.8	10%	12.26	11.90	11.89	11.82	12.15
	5%	6.54	6.31	6.31	6.26	6.48
0.9	10%	6.65	6.39	6.39	6.35	6.58
	5%	2.97	2.81	2.81	2.77	2.93

Tabela 2.12: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 500$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 500$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	17.36	16.95	16.95	16.87	17.26
	5%	10.56	10.24	10.23	10.17	10.47
-0.8	10%	17.45	17.01	17.02	16.94	17.33
	5%	10.63	10.34	10.35	10.27	10.55
-0.7	10%	15.69	15.32	15.34	15.25	15.59
	5%	9.26	8.97	9.00	8.93	9.20
-0.6	10%	14.18	13.84	13.89	13.79	14.10
	5%	8.13	7.88	7.92	7.84	8.09
-0.5	10%	13.13	12.79	12.85	12.74	13.06
	5%	7.28	7.07	7.11	7.03	7.24
-0.4	10%	12.21	11.92	11.98	11.88	12.15
	5%	6.56	6.36	6.41	6.33	6.52
-0.3	10%	11.46	11.19	11.25	11.16	11.41
	5%	6.01	5.83	5.88	5.79	5.98
-0.2	10%	10.95	10.69	10.75	10.64	10.89
	5%	5.65	5.47	5.51	5.43	5.61
-0.1	10%	10.60	10.34	10.40	10.30	10.55
	5%	5.40	5.19	5.25	5.17	5.37
0.0	10%	10.40	10.11	10.19	10.08	10.35
	5%	5.23	5.06	5.09	5.04	5.21
0.1	10%	10.20	9.92	9.98	9.88	10.16
	5%	5.13	5.00	5.03	4.98	5.11
0.2	10%	9.98	9.71	9.78	9.68	9.93
	5%	5.07	4.87	4.92	4.85	5.03
0.3	10%	9.78	9.51	9.57	9.48	9.72
	5%	4.93	4.77	4.81	4.75	4.90
0.4	10%	9.67	9.42	9.47	9.38	9.62
	5%	4.81	4.64	4.66	4.61	4.77
0.5	10%	9.87	9.58	9.62	9.54	9.82
	5%	4.95	4.76	4.79	4.73	4.91
0.6	10%	10.71	10.40	10.44	10.35	10.63
	5%	5.39	5.20	5.23	5.17	5.35
0.7	10%	11.85	11.48	11.51	11.42	11.76
	5%	6.26	6.03	6.05	5.98	6.22
0.8	10%	11.96	11.60	11.61	11.55	11.88
	5%	6.42	6.14	6.14	6.08	6.35
0.9	10%	6.75	6.48	6.47	6.41	6.68
	5%	3.07	2.91	2.91	2.87	3.04

Um outro fator observado é que quando os erros são não-correlacionados as taxas de rejeição dos testes são semelhantes tanto sob homoscedasticidade quanto sob heteroscedasticidade.

Na presença de heteroscedasticidade e quando $\rho \leq -0.7$, os testes considerados são altamente liberais. Além disso, a correlação positiva entre os erros menor ou igual a 0.4, contribui para menores taxas de rejeição nas simulações de tamanho, do que na ausência de correlação serial para todos os testes, sob esta configuração.

Dessa maneira, as taxas de rejeição dos testes são menores quando há correlação serial positiva e o tamanho amostral aumenta. Além disso, podemos observar que quando $n \geq 150$, as menores taxas de rejeição são obtidas para $\rho = 0.9$.

De forma geral, verifica-se que tanto sob homoscedasticidade quanto sob heteroscedasticidade, e quando $n \geq 150$, as menores taxas de rejeição são obtidas quando $\rho = 0.9$.

Uma prática comum em análises empíricas em que há dependência temporal é a inclusão no preditor linear de valores defasados da resposta. Para avaliar os desempenhos dos testes neste cenário, consideramos o modelo

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \phi y_{i-1} + u_i, \quad i = 2, \dots, n,$$

onde u_i é um erro aleatório com média 0 e variância σ_i^2 . A estrutura de autocorrelação é dada por $u_i = \rho u_{i-1} + \epsilon_i$, em que ϵ_i é um erro que possui média zero e variância σ_ϵ^2 , além de ser não correlacionado. Os valores dos regressores foram obtidos aleatoriamente das distribuições lognormal e t_5 , respectivamente. Consideramos os seguintes valores de ϕ : 0.2, 0.5, 0.7, 0.9.

Nosso objetivo reside em testar $\mathcal{H}_0 : \beta_2 = 0$ versus $\mathcal{H}_1 : \beta_2 \neq 0$. Consideramos os mesmos valores de ρ utilizados nas simulações anteriores. Nas simulações de tamanho consideramos $n = 25, 50, 100, 150, 200$ e 500. Foram utilizados 100000 réplicas e dois níveis de significância, a saber: 5% e 10%.

Os valores dos parâmetros do modelo de regressão foram fixados em $\beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 1$ e a função cedástica foi especificada como

$$\sigma_i^2 = \exp\{c_1 + c_2 x_i\}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Para dados heteroscedásticos, consideramos $c_1 = 0$ e $c_2 = 1.3$, o que resulta em $\lambda = 95.48$. Quarenta e oito simulações foram realizadas, vinte e quatro sob homoscedasticidade e vinte e quatro sob heteroscedasticidade; realizamos 12 simulações para cada valor de ϕ . A seguir são apresentados os resultados relativos às taxas de rejeição dos diferentes testes quasi- t aos níveis nominais de 5% e 10%. Nessas simulações, utilizamos diversos valores para o coeficiente de correlação e apenas três valores para ϕ . Além disso, apresentaremos apenas os resultados nos quais os erros são heteroscedásticos.

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 2.13, em que o tamanho amostral é pequeno, verifica-se de maneira geral que a inclusão de valores defasados da resposta no modelo contribui de forma positiva para os desempenhos dos testes quasi- t considerados.

Nessa mesma tabela, é possível verificar que os testes quasi- t baseados nos estimadores $HC4$ e $HC4m$ apresentam taxas de rejeição inferiores aos níveis de significância considerados (10% e 5%). Além disso, o teste $HC3$ apresenta taxas de rejeição inferiores aos níveis nominais, quando o valor do coeficiente de correlação está entre -0.4 e 0.8 .

Um outro fator interessante é que os testes baseados nos estimadores $HC0$ e $HC5$ continuaram apresentando as maiores taxas de rejeição. Entretanto, a introdução da variável resposta defasada no preditor linear com coeficiente $\phi = 0.2$, contribui de forma positiva para a redução das distorções de tamanho desses testes. É possível observar que a taxa de rejeição do teste $HC0$ na Tabela 2.2 quando consideramos $\rho = -0.9$ é 31.40%; já na Tabela 2.13 a taxa passa para 17.99%. Esse comportamento também pode ser observado ao considerarmos o teste $HC5$. Vale ressaltar que a redução nas taxas de rejeição nas simulações de tamanho é mais visível quando utilizamos valores de $0.5 \leq |\rho| \leq 0.9$.

Sob este cenário, os testes que apresentaram os melhores desempenhos foram $HC4$ e $HC4m$, respectivamente. Além disso, os testes $HC0$ e $HC5$ tendem a ser mais liberais à medida que a correlação serial torna-se mais forte.

Tabela 2.13: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 25$ e $\phi = 0.2$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 25$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	17.99	10.89	6.78	9.56	16.31
	5%	11.42	6.20	3.63	5.25	10.15
-0.8	10%	18.08	10.78	6.74	9.44	16.48
	5%	11.42	6.10	3.58	5.18	10.09
-0.7	10%	18.07	10.68	6.44	9.25	16.44
	5%	11.34	5.91	3.34	4.96	10.05
-0.6	10%	17.93	10.35	6.00	8.89	16.26
	5%	11.15	5.57	3.00	4.64	9.78
-0.5	10%	17.70	10.00	5.61	8.45	15.94
	5%	10.90	5.18	2.70	4.20	9.48
-0.4	10%	17.37	9.59	5.24	8.00	15.55
	5%	10.57	4.84	2.49	3.86	9.16
-0.3	10%	17.02	9.18	4.96	7.60	15.18
	5%	10.20	4.49	2.28	3.54	8.80
-0.2	10%	16.70	8.87	4.79	7.29	14.85
	5%	9.92	4.26	2.11	3.35	8.50
-0.1	10%	16.46	8.62	4.59	7.07	14.59
	5%	9.67	4.16	2.02	3.23	8.28
0.0	10%	16.27	8.51	4.47	6.97	14.42
	5%	9.60	4.10	1.99	3.17	8.18
0.1	10%	16.17	8.44	4.38	6.92	14.35
	5%	9.55	4.07	1.95	3.15	8.16
0.2	10%	16.15	8.47	4.31	6.90	14.33
	5%	9.53	4.09	1.92	3.16	8.15
0.3	10%	16.18	8.47	4.24	6.88	14.28
	5%	9.54	4.10	1.92	3.16	8.17
0.4	10%	16.17	8.48	4.22	6.90	14.32
	5%	9.59	4.11	1.88	3.20	8.16
0.5	10%	16.19	8.53	4.21	6.97	14.37
	5%	9.63	4.20	1.90	3.28	8.22
0.6	10%	16.33	8.66	4.21	7.14	14.47
	5%	9.80	4.33	1.96	3.41	8.39
0.7	10%	16.68	9.00	4.39	7.34	14.81
	5%	10.07	4.59	2.06	3.59	8.68
0.8	10%	17.34	9.56	4.66	7.96	15.52
	5%	10.70	4.92	2.20	3.91	9.18
0.9	10%	18.27	10.24	4.95	8.49	16.44
	5%	11.43	5.44	2.39	4.33	9.87

Ao aumentarmos o tamanho amostral e quando $\phi = 0.2$, sob heteroscedasticidade, verificou-se uma redução nas taxas de rejeição de todos os testes independente do tamanho amostral. Além disso, podemos observar que as taxas de rejeição estão aproximando-se dos níveis nominais dos testes à medida em que o tamanho amostral cresce.

Um outro fator a ser observado é que quando a correlação positiva entre os erros é forte, todos os testes apresentam taxas mais confiáveis que na ausência de correlação. Verifica-se isso nos resultados apresentados na Tabela 2.14. Por exemplo, quando o coeficiente de correlação é igual a 0.5 e o nível nominal de 10%, a taxa de rejeição do teste baseado no estimador $HC4$ é 9.89%, e ao utilizarmos $\rho = 0$, ou seja sem correlação serial, este teste rejeita a hipótese nula 10.34% das vezes. Esse mesmo comportamento, quando há correlação negativa forte entre os erros, só pode ser observado se $n \geq 200$.

Sob este cenário observa-se que houve uma redução nas taxas de rejeição dos testes para valores negativos do coeficiente de correlação, com as taxas de rejeição tornando-se mais homogêneas. Verifica-se esse comportamento ao compararmos os resultados do teste $HC3$ e $\rho = -0.9$ da Tabela 2.4 com a Tabela 2.14, que resulta em taxas de rejeição iguais a 20.51% e 11.35%, respectivamente.

Um fator a ser observado nos resultados obtidos destas simulações, à medida que n aumenta e ρ é positivo, é que as taxas de rejeição dos testes tendem a diminuir gradativamente quando a correlação serial torna-se mais forte. Comportamento bem diferente daqueles verificados nas simulações iniciais, visto que há um aumento nas taxas de rejeição à medida em que ρ aumenta, com exceção de $\rho = 0.9$.

Sob este cenário, todos os testes tendem a apresentar melhor desempenho. Entretanto, na ausência de correlação, nenhum teste apresentou taxas de rejeição inferiores aos níveis nominais para todos os tamanhos amostrais.

Com a finalidade de verificar a influência do valor de ϕ , foram realizadas novas simulações de tamanho, mantendo os mesmos cenários anteriores, mas considerando agora $\phi = 0.5$.

Tabela 2.14: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 50$ e $\phi = 0.2$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

n=50						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	14.49	11.35	11.58	10.91	13.83
	5%	8.49	6.26	6.40	5.93	8.01
-0.8	10%	14.80	11.59	11.85	11.14	14.12
	5%	8.72	6.40	6.59	6.08	8.18
-0.7	10%	14.79	11.52	11.84	11.01	14.13
	5%	8.63	6.25	6.45	5.91	8.11
-0.6	10%	14.58	11.27	11.64	10.78	13.89
	5%	8.35	5.97	6.17	5.65	7.80
-0.5	10%	14.32	10.97	11.34	10.47	13.65
	5%	8.08	5.76	5.98	5.43	7.57
-0.4	10%	14.01	10.77	11.15	10.24	13.32
	5%	7.81	5.49	5.75	5.18	7.34
-0.3	10%	13.80	10.51	10.86	10.08	13.12
	5%	7.56	5.31	5.53	4.95	7.09
-0.2	10%	13.51	10.31	10.66	9.86	12.85
	5%	7.42	5.15	5.36	4.83	6.91
-0.1	10%	13.32	10.17	10.50	9.71	12.63
	5%	7.28	5.05	5.27	4.75	6.79
0.0	10%	13.17	10.03	10.34	9.57	12.51
	5%	7.17	5.01	5.22	4.69	6.72
0.1	10%	12.98	9.93	10.28	9.49	12.34
	5%	7.13	4.94	5.15	4.66	6.68
0.2	10%	12.89	9.84	10.17	9.42	12.26
	5%	7.07	4.90	5.09	4.59	6.60
0.3	10%	12.79	9.78	10.08	9.33	12.17
	5%	7.01	4.84	5.06	4.55	6.58
0.4	10%	12.69	9.71	10.01	9.23	12.06
	5%	6.93	4.81	5.01	4.52	6.51
0.5	10%	12.55	9.58	9.89	9.14	11.98
	5%	6.88	4.78	5.00	4.51	6.43
0.6	10%	12.59	9.54	9.81	9.10	11.90
	5%	6.87	4.77	4.98	4.49	6.41
0.7	10%	12.65	9.56	9.87	9.12	12.01
	5%	6.91	4.83	4.99	4.53	6.45
0.8	10%	12.87	9.75	10.04	9.31	12.20
	5%	7.02	4.98	5.13	4.67	6.57
0.9	10%	12.72	9.74	9.99	9.30	12.07
	5%	7.00	4.91	5.06	4.65	6.54

Tabela 2.15: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 100$ e $\phi = 0.2$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 100$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	12.07	10.65	10.86	10.44	11.73
	5%	6.72	5.73	5.87	5.58	6.52
-0.8	10%	12.91	11.31	11.54	11.09	12.54
	5%	7.21	6.16	6.31	6.03	6.99
-0.7	10%	13.02	11.42	11.70	11.19	12.69
	5%	7.21	6.16	6.34	6.02	6.99
-0.6	10%	12.85	11.33	11.59	11.10	12.54
	5%	7.06	6.01	6.19	5.85	6.83
-0.5	10%	12.66	11.03	11.34	10.82	12.35
	5%	6.86	5.75	5.96	5.61	6.63
-0.4	10%	12.36	10.82	11.10	10.63	12.06
	5%	6.66	5.58	5.77	5.42	6.43
-0.3	10%	12.08	10.61	10.89	10.38	11.80
	5%	6.43	5.41	5.61	5.27	6.24
-0.2	10%	11.88	10.40	10.69	10.19	11.59
	5%	6.30	5.28	5.48	5.13	6.11
-0.1	10%	11.72	10.20	10.49	10.01	11.40
	5%	6.23	5.17	5.37	5.05	6.01
0.0	10%	11.60	10.03	10.30	9.84	11.27
	5%	6.14	5.12	5.31	4.97	5.94
0.1	10%	11.44	9.96	10.24	9.75	11.16
	5%	6.04	5.07	5.24	4.94	5.81
0.2	10%	11.35	9.85	10.15	9.67	11.05
	5%	5.95	4.99	5.17	4.86	5.73
0.3	10%	11.18	9.79	10.04	9.59	10.91
	5%	5.83	4.89	5.07	4.76	5.64
0.4	10%	11.06	9.70	9.96	9.50	10.78
	5%	5.76	4.79	4.97	4.68	5.56
0.5	10%	10.94	9.53	9.84	9.32	10.66
	5%	5.66	4.70	4.87	4.56	5.46
0.6	10%	10.85	9.41	9.71	9.23	10.56
	5%	5.58	4.62	4.81	4.50	5.40
0.7	10%	10.72	9.34	9.61	9.16	10.44
	5%	5.56	4.62	4.77	4.48	5.36
0.8	10%	10.66	9.25	9.52	9.08	10.38
	5%	5.52	4.60	4.76	4.47	5.35
0.9	10%	10.23	8.87	9.14	8.72	9.97
	5%	5.26	4.39	4.53	4.28	5.06

Tabela 2.16: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 150$ e $\phi = 0.2$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 150$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	11.34	10.37	10.56	10.22	11.14
	5%	6.02	5.39	5.52	5.30	5.89
-0.8	10%	12.30	11.31	11.50	11.15	12.10
	5%	6.69	5.96	6.09	5.87	6.52
-0.7	10%	12.46	11.40	11.60	11.26	12.23
	5%	6.70	5.94	6.09	5.85	6.54
-0.6	10%	12.26	11.25	11.43	11.09	12.05
	5%	6.52	5.80	5.91	5.70	6.37
-0.5	10%	11.99	11.01	11.21	10.86	11.79
	5%	6.35	5.64	5.78	5.53	6.19
-0.4	10%	11.73	10.71	10.92	10.57	11.52
	5%	6.21	5.48	5.62	5.38	6.04
-0.3	10%	11.52	10.52	10.71	10.38	11.31
	5%	6.07	5.36	5.51	5.26	5.94
-0.2	10%	11.31	10.39	10.61	10.23	11.15
	5%	5.91	5.25	5.39	5.16	5.78
-0.1	10%	11.19	10.27	10.47	10.13	11.02
	5%	5.83	5.18	5.32	5.09	5.72
0.0	10%	11.12	10.22	10.40	10.10	10.95
	5%	5.78	5.09	5.24	5.00	5.66
0.1	10%	11.07	10.13	10.33	9.99	10.86
	5%	5.73	5.07	5.19	4.98	5.59
0.2	10%	10.98	10.01	10.24	9.87	10.81
	5%	5.66	5.00	5.14	4.90	5.54
0.3	10%	10.82	9.89	10.08	9.76	10.66
	5%	5.57	4.91	5.05	4.83	5.44
0.4	10%	10.66	9.73	9.92	9.61	10.48
	5%	5.45	4.80	4.92	4.71	5.31
0.5	10%	10.50	9.55	9.77	9.43	10.32
	5%	5.32	4.70	4.83	4.61	5.18
0.6	10%	10.32	9.38	9.60	9.26	10.12
	5%	5.22	4.59	4.73	4.51	5.09
0.7	10%	10.19	9.33	9.52	9.21	10.01
	5%	5.14	4.52	4.66	4.43	5.02
0.8	10%	10.05	9.18	9.38	9.06	9.87
	5%	5.03	4.42	4.55	4.34	4.91
0.9	10%	9.55	8.71	8.87	8.57	9.40
	5%	4.73	4.14	4.27	4.08	4.60

Tabela 2.17: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 200$ e $\phi = 0.2$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 200$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	10.80	10.11	10.24	10.02	10.66
	5%	5.66	5.18	5.26	5.12	5.57
-0.8	10%	11.89	11.14	11.28	11.05	11.73
	5%	6.38	5.88	5.96	5.82	6.28
-0.7	10%	12.07	11.29	11.44	11.18	11.93
	5%	6.50	5.90	6.03	5.82	6.36
-0.6	10%	11.97	11.22	11.37	11.12	11.81
	5%	6.33	5.76	5.88	5.70	6.23
-0.5	10%	11.78	11.07	11.22	10.95	11.64
	5%	6.13	5.58	5.68	5.50	6.01
-0.4	10%	11.56	10.85	11.01	10.76	11.44
	5%	5.96	5.45	5.55	5.38	5.85
-0.3	10%	11.31	10.60	10.75	10.49	11.15
	5%	5.84	5.37	5.46	5.30	5.74
-0.2	10%	11.10	10.36	10.53	10.25	10.96
	5%	5.73	5.24	5.36	5.18	5.64
-0.1	10%	10.96	10.22	10.39	10.11	10.83
	5%	5.66	5.19	5.31	5.13	5.57
0.0	10%	10.81	10.12	10.28	10.02	10.68
	5%	5.60	5.13	5.23	5.06	5.51
0.1	10%	10.71	10.01	10.17	9.91	10.59
	5%	5.50	5.08	5.16	5.01	5.41
0.2	10%	10.62	9.89	10.06	9.80	10.47
	5%	5.45	4.98	5.10	4.93	5.36
0.3	10%	10.48	9.81	9.96	9.71	10.34
	5%	5.37	4.89	4.99	4.83	5.27
0.4	10%	10.36	9.66	9.83	9.57	10.23
	5%	5.26	4.79	4.88	4.73	5.17
0.5	10%	10.21	9.53	9.67	9.44	10.07
	5%	5.17	4.69	4.80	4.64	5.09
0.6	10%	10.06	9.33	9.50	9.26	9.92
	5%	5.05	4.61	4.69	4.54	4.96
0.7	10%	9.91	9.27	9.44	9.18	9.80
	5%	4.94	4.52	4.61	4.45	4.85
0.8	10%	9.75	9.13	9.28	9.04	9.64
	5%	4.81	4.38	4.47	4.33	4.72
0.9	10%	9.24	8.64	8.78	8.55	9.11
	5%	4.50	4.06	4.16	4.01	4.41

Tabela 2.18: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 500$ e $\phi = 0.2$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 500$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	10.20	9.91	9.96	9.87	10.13
	5%	5.16	4.98	5.02	4.95	5.12
-0.8	10%	11.48	11.17	11.22	11.13	11.42
	5%	6.02	5.82	5.85	5.79	5.98
-0.7	10%	11.63	11.34	11.40	11.30	11.57
	5%	6.15	5.96	6.00	5.93	6.12
-0.6	10%	11.52	11.21	11.27	11.17	11.46
	5%	6.03	5.83	5.87	5.79	5.98
-0.5	10%	11.31	11.03	11.10	10.98	11.25
	5%	5.88	5.66	5.71	5.63	5.85
-0.4	10%	11.03	10.80	10.86	10.76	10.98
	5%	5.70	5.49	5.54	5.45	5.66
-0.3	10%	10.84	10.57	10.65	10.54	10.79
	5%	5.54	5.36	5.39	5.32	5.51
-0.2	10%	10.68	10.41	10.48	10.37	10.63
	5%	5.45	5.24	5.29	5.22	5.41
-0.1	10%	10.56	10.28	10.35	10.24	10.50
	5%	5.36	5.18	5.23	5.16	5.33
0.0	10%	10.44	10.19	10.25	10.15	10.40
	5%	5.29	5.09	5.14	5.06	5.25
0.1	10%	10.38	10.08	10.16	10.04	10.32
	5%	5.23	5.03	5.07	5.01	5.19
0.2	10%	10.25	9.97	10.03	9.93	10.20
	5%	5.18	5.00	5.03	4.97	5.15
0.3	10%	10.10	9.79	9.86	9.74	10.03
	5%	5.10	4.91	4.96	4.89	5.06
0.4	10%	9.91	9.64	9.71	9.61	9.87
	5%	5.01	4.84	4.87	4.81	4.99
0.5	10%	9.71	9.47	9.53	9.44	9.66
	5%	4.91	4.73	4.79	4.71	4.88
0.6	10%	9.56	9.32	9.37	9.28	9.51
	5%	4.79	4.61	4.65	4.58	4.76
0.7	10%	9.41	9.16	9.22	9.12	9.37
	5%	4.68	4.50	4.55	4.47	4.65
0.8	10%	9.19	8.94	9.00	8.91	9.13
	5%	4.51	4.35	4.38	4.33	4.48
0.9	10%	8.77	8.52	8.58	8.48	8.72
	5%	4.20	4.01	4.07	4.00	4.17

Nas Tabelas 2.19, 2.20, 2.21, 2.22, 2.23 e 2.24, estão apresentadas as taxas de rejeição de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$ sob heteroscedasticidade e correlação serial. De acordo com esses resultados podemos observar que à medida em que o tamanho amostral aumenta e com o valor de $\phi = 0.5$, os testes apresentam desempenhos diferentes.

Um fator a ser observado é que quando o tamanho amostral cresce e a correlação assume valores negativos menores -0.5 , os testes tendem a ser liberais. De acordo com a Tabela 2.24, ao utilizarmos $\rho = -0.9$ ao nível de 10%, o teste $HC5$ rejeita a hipótese nula 51,32% das vezes, cinco vezes mais que o nível nominal considerado. Além disso, podemos observar nessa mesma tabela que sob esta configuração todos os testes quasi- t apresentam taxas de rejeição maiores que os níveis de significância adotados quando os erros são correlacionados. Na ausência de correlação, os testes $HC3$, $HC4$ e $HC4m$ apresentam taxas de rejeição confiáveis, ou seja, menores ou iguais aos níveis de significância.

Ao compararmos estes resultados com aqueles apresentados anteriormente ($\phi = 0.2$), (Tabelas 2.13, 2.14, 2.15, 2.16, 2.17, 2.18), para os mesmos tamanhos amostrais, observa-se que na presença de correlação serial há um aumento nas taxas de rejeição de todos os testes quando $\phi = 0.5$. Além disso, na ausência de correlação, as menores taxas de rejeição são obtidas ao utilizarmos $\phi = 0.5$, no entanto, os testes são liberais na maioria das vezes.

Tabela 2.19: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 25$ e $\phi = 0.5$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 25$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	22.26	14.94	10.18	13.50	20.67
	5%	15.46	9.40	6.10	8.31	14.15
-0.8	10%	21.54	13.85	9.38	12.45	19.89
	5%	14.59	8.56	5.48	7.50	13.19
-0.7	10%	20.72	13.21	8.49	11.67	19.06
	5%	13.94	7.94	4.80	6.87	12.55
-0.6	10%	19.86	12.35	7.46	10.78	18.19
	5%	13.11	7.23	3.96	6.15	11.74
-0.5	10%	18.94	11.38	6.47	9.82	17.21
	5%	12.22	6.44	3.23	5.34	10.84
-0.4	10%	18.06	10.40	5.56	8.78	16.29
	5%	11.30	5.60	2.67	4.49	9.93
-0.3	10%	17.19	9.55	4.97	7.92	15.38
	5%	10.55	4.79	2.28	3.79	9.16
-0.2	10%	16.63	8.87	4.55	7.28	14.76
	5%	9.90	4.29	2.01	3.35	8.53
-0.1	10%	16.26	8.47	4.33	6.93	14.43
	5%	9.54	4.13	1.92	3.20	8.16
0.0	10%	16.06	8.33	4.17	6.83	14.23
	5%	9.46	4.08	1.88	3.14	8.03
0.1	10%	15.99	8.38	4.14	6.84	14.19
	5%	9.46	4.13	1.89	3.18	8.10
0.2	10%	15.96	8.47	4.10	6.85	14.15
	5%	9.52	4.20	1.87	3.26	8.15
0.3	10%	15.94	8.44	4.05	6.82	14.10
	5%	9.58	4.19	1.83	3.24	8.19
0.4	10%	16.01	8.40	3.95	6.79	14.11
	5%	9.54	4.15	1.82	3.23	8.17
0.5	10%	16.05	8.32	3.85	6.75	14.14
	5%	9.49	4.10	1.77	3.20	8.08
0.6	10%	16.13	8.36	3.90	6.74	14.24
	5%	9.56	4.22	1.83	3.26	8.10
0.7	10%	16.63	8.78	4.12	7.14	14.69
	5%	9.94	4.51	1.94	3.54	8.51
0.8	10%	17.87	9.76	4.57	8.07	15.94
	5%	11.00	5.09	2.24	4.05	9.44
0.9	10%	19.89	11.27	5.25	9.33	17.87
	5%	12.62	6.10	2.61	4.80	10.96

Tabela 2.20: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 50$ e $\phi = 0.5$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 50$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	20.30	16.60	16.60	16.00	19.43
	5%	13.53	10.47	10.49	10.05	12.82
-0.8	10%	19.31	15.56	15.62	14.95	18.48
	5%	12.59	9.59	9.64	9.15	11.85
-0.7	10%	18.14	14.52	14.63	13.92	17.33
	5%	11.55	8.62	8.76	8.19	10.90
-0.6	10%	16.99	13.46	13.72	12.89	16.19
	5%	10.39	7.75	7.92	7.32	9.81
-0.5	10%	15.90	12.42	12.75	11.88	15.17
	5%	9.41	6.81	7.04	6.46	8.86
-0.4	10%	15.00	11.59	11.95	11.08	14.24
	5%	8.50	6.04	6.26	5.72	7.94
-0.3	10%	14.12	10.84	11.19	10.37	13.44
	5%	7.79	5.48	5.72	5.16	7.32
-0.2	10%	13.51	10.25	10.62	9.79	12.85
	5%	7.37	5.07	5.27	4.76	6.87
-0.1	10%	12.98	9.93	10.25	9.48	12.31
	5%	7.09	4.83	5.06	4.55	6.57
0.0	10%	12.73	9.63	9.95	9.19	12.10
	5%	6.94	4.75	4.96	4.47	6.46
0.1	10%	12.59	9.59	9.88	9.18	11.94
	5%	6.90	4.76	4.95	4.44	6.40
0.2	10%	12.53	9.52	9.83	9.10	11.91
	5%	6.86	4.74	4.91	4.46	6.41
0.3	10%	12.50	9.48	9.80	9.08	11.81
	5%	6.85	4.75	4.90	4.46	6.36
0.4	10%	12.33	9.49	9.77	9.08	11.72
	5%	6.77	4.66	4.82	4.40	6.29
0.5	10%	12.28	9.43	9.64	9.00	11.61
	5%	6.72	4.58	4.73	4.30	6.25
0.6	10%	12.30	9.36	9.59	8.99	11.66
	5%	6.73	4.57	4.71	4.30	6.22
0.7	10%	12.65	9.59	9.83	9.17	11.99
	5%	6.91	4.80	4.93	4.51	6.42
0.8	10%	13.46	10.30	10.53	9.86	12.77
	5%	7.49	5.29	5.43	5.01	7.03
0.9	10%	14.40	11.09	11.36	10.66	13.70
	5%	8.17	5.79	5.95	5.47	7.64

Tabela 2.21: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 100$ e $\phi = 0.5$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 100$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	22.10	19.98	20.09	19.64	21.61
	5%	14.43	12.66	12.78	12.37	14.00
-0.8	10%	19.92	17.85	18.01	17.54	19.46
	5%	12.72	11.03	11.14	10.77	12.33
-0.7	10%	17.89	16.02	16.19	15.73	17.44
	5%	11.09	9.59	9.73	9.38	10.74
-0.6	10%	16.30	14.49	14.74	14.21	15.91
	5%	9.82	8.40	8.60	8.19	9.51
-0.5	10%	14.89	13.21	13.49	12.93	14.53
	5%	8.73	7.41	7.61	7.21	8.45
-0.4	10%	13.72	12.11	12.40	11.88	13.36
	5%	7.72	6.53	6.71	6.37	7.47
-0.3	10%	12.81	11.29	11.55	11.04	12.50
	5%	6.94	5.83	6.05	5.69	6.70
-0.2	10%	12.05	10.57	10.86	10.36	11.74
	5%	6.33	5.34	5.54	5.22	6.15
-0.1	10%	11.59	10.01	10.30	9.81	11.23
	5%	6.04	5.03	5.25	4.89	5.83
0.0	10%	11.19	9.74	10.05	9.55	10.90
	5%	5.84	4.85	5.04	4.72	5.64
0.1	10%	11.13	9.67	9.95	9.46	10.85
	5%	5.77	4.81	4.99	4.68	5.56
0.2	10%	11.11	9.71	10.01	9.50	10.85
	5%	5.80	4.85	5.02	4.72	5.59
0.3	10%	11.14	9.72	10.00	9.53	10.83
	5%	5.83	4.87	5.06	4.75	5.62
0.4	10%	11.19	9.76	10.03	9.55	10.92
	5%	5.84	4.85	5.06	4.72	5.65
0.5	10%	11.31	9.84	10.13	9.66	11.03
	5%	5.87	4.85	5.04	4.72	5.65
0.6	10%	11.46	10.03	10.28	9.83	11.14
	5%	5.98	4.90	5.09	4.77	5.75
0.7	10%	11.87	10.39	10.67	10.23	11.59
	5%	6.23	5.20	5.38	5.08	5.97
0.8	10%	12.77	11.21	11.49	11.02	12.46
	5%	6.85	5.73	5.92	5.59	6.62
0.9	10%	13.66	12.00	12.27	11.77	13.32
	5%	7.48	6.35	6.56	6.19	7.24

Tabela 2.22: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 150$ e $\phi = 0.5$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 150$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	25.61	24.06	24.21	23.79	25.27
	5%	16.94	15.60	15.71	15.38	16.65
-0.8	10%	21.67	20.28	20.36	20.04	21.34
	5%	14.02	12.86	12.94	12.64	13.74
-0.7	10%	18.88	17.63	17.74	17.40	18.57
	5%	11.87	10.81	10.91	10.63	11.62
-0.6	10%	16.77	15.62	15.80	15.41	16.54
	5%	10.11	9.17	9.30	9.00	9.90
-0.5	10%	15.07	13.94	14.14	13.76	14.83
	5%	8.70	7.84	7.99	7.70	8.52
-0.4	10%	13.61	12.51	12.74	12.37	13.40
	5%	7.60	6.82	6.97	6.72	7.44
-0.3	10%	12.45	11.46	11.65	11.31	12.26
	5%	6.72	6.00	6.14	5.90	6.57
-0.2	10%	11.62	10.65	10.84	10.50	11.43
	5%	6.14	5.48	5.62	5.38	6.01
-0.1	10%	11.07	10.13	10.33	9.98	10.87
	5%	5.75	5.09	5.23	5.00	5.61
0.0	10%	10.75	9.88	10.07	9.76	10.59
	5%	5.54	4.88	5.01	4.79	5.40
0.1	10%	10.71	9.79	9.99	9.65	10.51
	5%	5.47	4.86	4.98	4.76	5.33
0.2	10%	10.77	9.87	10.07	9.75	10.59
	5%	5.53	4.87	5.00	4.78	5.39
0.3	10%	10.85	9.97	10.14	9.85	10.68
	5%	5.62	4.98	5.10	4.90	5.49
0.4	10%	11.02	10.11	10.30	9.98	10.85
	5%	5.74	5.07	5.22	4.99	5.61
0.5	10%	11.23	10.27	10.47	10.14	11.03
	5%	5.88	5.23	5.38	5.15	5.75
0.6	10%	11.58	10.61	10.79	10.47	11.37
	5%	6.14	5.45	5.59	5.36	6.00
0.7	10%	12.22	11.22	11.44	11.08	12.02
	5%	6.49	5.78	5.94	5.69	6.38
0.8	10%	13.33	12.25	12.45	12.11	13.13
	5%	7.22	6.47	6.62	6.36	7.08
0.9	10%	14.39	13.26	13.48	13.10	14.12
	5%	8.04	7.22	7.38	7.11	7.87

Tabela 2.23: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 200$ e $\phi = 0.5$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 200$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	29.20	27.98	28.08	27.80	28.91
	5%	19.88	18.70	18.80	18.53	19.63
-0.8	10%	23.70	22.66	22.75	22.51	23.49
	5%	15.63	14.64	14.72	14.47	15.40
-0.7	10%	20.19	19.16	19.27	18.99	19.95
	5%	12.71	11.88	11.98	11.74	12.51
-0.6	10%	17.52	16.56	16.70	16.42	17.33
	5%	10.64	9.92	10.02	9.80	10.49
-0.5	10%	15.50	14.62	14.77	14.48	15.33
	5%	9.05	8.34	8.44	8.24	8.90
-0.4	10%	13.81	12.96	13.11	12.84	13.64
	5%	7.67	7.13	7.25	7.04	7.56
-0.3	10%	12.51	11.75	11.90	11.64	12.36
	5%	6.75	6.20	6.29	6.13	6.64
-0.2	10%	11.49	10.75	10.91	10.65	11.35
	5%	6.02	5.50	5.62	5.45	5.92
-0.1	10%	10.85	10.16	10.31	10.05	10.71
	5%	5.60	5.13	5.25	5.07	5.51
0.0	10%	10.56	9.85	10.00	9.74	10.42
	5%	5.35	4.87	4.98	4.79	5.27
0.1	10%	10.49	9.81	9.96	9.70	10.35
	5%	5.37	4.88	4.99	4.82	5.27
0.2	10%	10.57	9.87	10.05	9.77	10.42
	5%	5.45	4.98	5.09	4.91	5.35
0.3	10%	10.83	10.15	10.31	10.04	10.71
	5%	5.63	5.16	5.26	5.10	5.53
0.4	10%	11.23	10.54	10.70	10.44	11.09
	5%	5.86	5.37	5.46	5.30	5.75
0.5	10%	11.65	10.92	11.07	10.82	11.50
	5%	6.11	5.61	5.70	5.54	6.00
0.6	10%	12.19	11.46	11.61	11.35	12.04
	5%	6.49	5.94	6.06	5.88	6.39
0.7	10%	13.00	12.21	12.38	12.10	12.84
	5%	7.05	6.48	6.61	6.41	6.93
0.8	10%	14.24	13.42	13.59	13.32	14.09
	5%	7.95	7.34	7.47	7.28	7.84
0.9	10%	15.69	14.83	15.04	14.71	15.53
	5%	8.97	8.29	8.44	8.21	8.85

Tabela 2.24: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 500$ e $\phi = 0.5$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 500$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	51.46	50.83	50.88	50.73	51.32
	5%	39.00	38.33	38.40	38.20	38.85
-0.8	10%	37.28	36.73	36.78	36.63	37.16
	5%	26.76	26.17	26.22	26.07	26.65
-0.7	10%	29.20	28.72	28.76	28.63	29.09
	5%	19.94	19.48	19.54	19.39	19.84
-0.6	10%	23.67	23.24	23.31	23.18	23.57
	5%	15.35	15.01	15.05	14.95	15.28
-0.5	10%	19.44	19.04	19.10	18.98	19.35
	5%	11.98	11.63	11.69	11.58	11.90
-0.4	10%	16.11	15.77	15.85	15.72	16.05
	5%	9.45	9.20	9.25	9.16	9.40
-0.3	10%	13.63	13.31	13.36	13.25	13.55
	5%	7.50	7.27	7.33	7.25	7.47
-0.2	10%	11.77	11.45	11.51	11.40	11.70
	5%	6.25	6.03	6.07	6.00	6.20
-0.1	10%	10.69	10.43	10.49	10.40	10.64
	5%	5.51	5.32	5.35	5.28	5.47
0.0	10%	10.16	9.89	9.95	9.85	10.12
	5%	5.12	4.95	5.00	4.92	5.08
0.1	10%	10.33	10.04	10.11	10.00	10.27
	5%	5.21	5.05	5.09	5.02	5.18
0.2	10%	10.86	10.57	10.64	10.54	10.81
	5%	5.61	5.41	5.46	5.38	5.56
0.3	10%	11.84	11.57	11.63	11.54	11.77
	5%	6.32	6.10	6.16	6.08	6.28
0.4	10%	13.26	12.92	13.00	12.89	13.19
	5%	7.18	6.94	7.00	6.91	7.13
0.5	10%	14.87	14.54	14.61	14.50	14.79
	5%	8.34	8.07	8.13	8.02	8.28
0.6	10%	16.83	16.51	16.58	16.46	16.77
	5%	9.79	9.52	9.59	9.49	9.75
0.7	10%	19.22	18.79	18.90	18.73	19.14
	5%	11.51	11.16	11.24	11.11	11.46
0.8	10%	22.02	21.58	21.67	21.54	21.93
	5%	13.50	13.18	13.25	13.14	13.43
0.9	10%	24.80	24.39	24.48	24.32	24.73
	5%	15.85	15.44	15.52	15.39	15.77

As Tabelas 2.25, 2.26, 2.27, 2.28, 2.29 e 2.30, contêm as taxas de rejeição dos testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$ sob heteroscedasticidade e correlação serial, com $\phi = 0.9$. Observa-se sob esta configuração que o teste $HC4$ apresentou as menores taxas de rejeição, ao considerarmos $n = 25$ (ver Tabela 2.25). Verifica-se também que os testes baseados nos estimadores $HC3$ e $HC4m$ apresentaram bons resultados quando $-0.3 < \rho \leq 0.3$, os testes $HC0$ e $HC5$ apresentam as maiores taxas de rejeição, independentemente do coeficiente de correlação.

À medida em que o tamanho amostral aumenta as taxas de rejeição dos testes quasi- t tendem a diminuir na maioria dos casos. Vale ressaltar que quando $-0.2 \leq \rho \leq 0.3$ os testes $HC3$, $HC4$ e $HC4m$ apresentam taxas de rejeição próximas aos níveis nominais, quando o tamanho da amostra não é pequeno.

Nessas simulações de tamanho é possível verificar que quando $0 < \rho \leq 0.4$ os testes baseados nos estimadores $HC3$, $HC4$ e $HC4m$ apresentam taxas de rejeição inferiores ou próximas aos níveis de significância (10% e 5%).

Um outro fator a ser observado é que o teste $HC5$ identificado ao longo do estudo como sendo um dos mais liberais passou a apresentar menores distorções de tamanho, embora suas taxas de rejeição permaneçam superiores aos níveis de significância. Além disso, podemos observar que à medida que o valor de ϕ aumenta e o valor de ρ é menor que -0.5 , há uma redução nas distorções de tamanho dos testes. Observamos isto ao comparar as taxas de rejeição do teste $HC4m$ na Tabela 2.22 com aquelas apresentadas na Tabela 2.30. Observa-se que houve uma redução nas distorções de tamanho, embora essas distorções de tamanhos ainda sejam consideradas altas.

Na ausência de correlação serial todos os testes analisados apresentam taxas de rejeição aproximando-se para os níveis de significância correspondentes à medida em que o tamanho amostral aumenta, o teste $HC4m$ sempre apresentando as menores distorções. Entretanto, na presença de uma correlação positiva menor que 0.3, todos os testes passam a ter taxas de rejeição inferiores do que na ausência de correlação, para no mínimo um único valor de ρ .

Ao compararmos os resultados dessa simulação em que $\phi = 0.9$ com os resultados da simulação inicial, sob heteroscedasticidade e correlação negativa, observamos que os testes apresentam melhor desempenho neste último cenário. Assim, o uso de valores defasados da resposta no preditor linear contribui para menores distorções de tamanhos, resultando em testes mais precisos. Em seguida serão apresentados simulações de poder. Nessas simulações, os valores críticos utilizados foram obtidos a partir das simulações de tamanho.

Tabela 2.25: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 25$ e $\phi = 0.9$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 25$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	27.50	15.51	8.89	13.31	24.64
	5%	16.96	8.23	4.38	6.81	14.78
-0.8	10%	24.18	14.44	8.98	12.56	21.91
	5%	15.78	8.34	4.82	7.02	13.96
-0.7	10%	22.32	13.94	9.35	12.33	20.41
	5%	14.95	8.31	5.25	7.18	13.38
-0.6	10%	21.06	13.30	8.98	11.80	19.36
	5%	14.04	8.02	5.12	6.99	12.65
-0.5	10%	19.97	12.45	8.11	11.01	18.28
	5%	13.09	7.38	4.42	6.37	11.76
-0.4	10%	18.94	11.41	6.92	9.95	17.29
	5%	12.16	6.48	3.49	5.40	10.80
-0.3	10%	18.18	10.46	5.94	8.86	16.43
	5%	11.28	5.56	2.78	4.49	9.88
-0.2	10%	17.62	9.69	5.20	8.12	15.81
	5%	10.61	4.93	2.40	3.95	9.22
-0.1	10%	17.29	9.31	4.92	7.72	15.49
	5%	10.33	4.63	2.22	3.63	8.91
0.0	10%	17.19	9.23	4.72	7.53	15.31
	5%	10.35	4.51	2.14	3.54	8.83
0.1	10%	17.22	9.20	4.51	7.45	15.32
	5%	10.42	4.52	2.04	3.54	8.89
0.2	10%	17.51	9.30	4.41	7.56	15.57
	5%	10.59	4.59	2.01	3.58	9.04
0.3	10%	18.07	9.62	4.47	7.78	16.03
	5%	10.94	4.81	2.04	3.72	9.34
0.4	10%	18.88	10.27	4.67	8.35	16.78
	5%	11.67	5.29	2.22	4.13	10.02
0.5	10%	20.47	11.38	5.13	9.29	18.30
	5%	12.91	6.12	2.51	4.81	11.17
0.6	10%	22.94	13.25	5.97	10.93	20.62
	5%	15.06	7.49	3.01	5.94	13.08
0.7	10%	27.04	16.29	7.51	13.62	24.44
	5%	18.32	9.59	3.92	7.69	16.19
0.8	10%	32.73	21.11	10.12	17.97	30.08
	5%	23.56	13.03	5.49	10.53	20.97
0.9	10%	39.87	27.47	13.94	23.88	37.16
	5%	30.17	18.09	8.02	15.00	27.35

Tabela 2.26: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 50$ e $\phi = 0.9$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 50$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	22.99	18.28	17.79	17.48	21.84
	5%	14.83	10.83	10.60	10.21	13.81
-0.8	10%	21.08	16.69	16.46	15.91	20.05
	5%	13.51	10.02	9.89	9.47	12.66
-0.7	10%	19.02	15.08	15.11	14.47	18.10
	5%	12.08	9.01	9.05	8.49	11.33
-0.6	10%	17.51	13.83	14.05	13.30	16.70
	5%	10.87	8.07	8.24	7.65	10.25
-0.5	10%	16.29	12.86	13.13	12.31	15.57
	5%	9.78	7.16	7.39	6.79	9.21
-0.4	10%	15.25	11.86	12.23	11.38	14.53
	5%	8.90	6.42	6.63	6.07	8.31
-0.3	10%	14.50	11.16	11.53	10.68	13.84
	5%	8.20	5.76	6.01	5.43	7.71
-0.2	10%	13.92	10.64	11.00	10.14	13.28
	5%	7.70	5.38	5.64	5.08	7.19
-0.1	10%	13.49	10.25	10.60	9.78	12.80
	5%	7.46	5.16	5.36	4.84	6.94
0.0	10%	13.22	10.10	10.42	9.59	12.55
	5%	7.31	5.10	5.29	4.75	6.80
0.1	10%	13.17	10.00	10.29	9.53	12.50
	5%	7.29	5.06	5.24	4.76	6.83
0.2	10%	13.14	10.03	10.28	9.58	12.42
	5%	7.32	5.10	5.27	4.78	6.85
0.3	10%	13.27	10.07	10.34	9.63	12.59
	5%	7.47	5.15	5.30	4.85	6.94
0.4	10%	13.68	10.48	10.71	10.01	12.98
	5%	7.68	5.38	5.52	5.07	7.18
0.5	10%	14.54	11.22	11.41	10.75	13.80
	5%	8.34	5.91	6.02	5.53	7.80
0.6	10%	16.15	12.61	12.77	12.06	15.32
	5%	9.55	6.89	7.00	6.49	9.01
0.7	10%	18.82	14.92	14.98	14.30	17.97
	5%	11.65	8.56	8.62	8.13	10.98
0.8	10%	21.99	17.82	17.67	17.09	20.96
	5%	14.45	10.93	10.86	10.38	13.61
0.9	10%	23.80	19.27	18.83	18.48	22.69
	5%	16.07	12.27	12.01	11.67	15.14

Tabela 2.27: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 100$ e $\phi = 0.9$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 100$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	18.68	16.48	16.40	16.10	18.12
	5%	11.68	9.93	9.87	9.64	11.26
-0.8	10%	18.54	16.36	16.34	15.98	18.00
	5%	11.45	9.78	9.79	9.52	11.04
-0.7	10%	16.93	14.88	14.98	14.53	16.43
	5%	10.31	8.86	8.95	8.61	9.98
-0.6	10%	15.63	13.83	13.98	13.54	15.22
	5%	9.35	8.00	8.13	7.81	9.04
-0.5	10%	14.59	12.90	13.13	12.65	14.23
	5%	8.50	7.23	7.39	7.04	8.20
-0.4	10%	13.69	12.13	12.40	11.90	13.36
	5%	7.70	6.54	6.72	6.38	7.47
-0.3	10%	12.93	11.35	11.63	11.15	12.63
	5%	7.05	5.92	6.14	5.78	6.83
-0.2	10%	12.34	10.79	11.08	10.55	12.06
	5%	6.57	5.47	5.68	5.34	6.35
-0.1	10%	11.80	10.34	10.60	10.13	11.51
	5%	6.28	5.25	5.46	5.10	6.09
0.0	10%	11.55	10.04	10.35	9.86	11.23
	5%	6.14	5.15	5.31	5.00	5.94
0.1	10%	11.45	9.97	10.23	9.79	11.16
	5%	6.04	5.05	5.26	4.93	5.84
0.2	10%	11.43	9.91	10.21	9.73	11.11
	5%	6.03	5.01	5.22	4.88	5.83
0.3	10%	11.44	9.95	10.23	9.74	11.14
	5%	6.04	5.08	5.27	4.92	5.85
0.4	10%	11.65	10.18	10.44	9.97	11.34
	5%	6.14	5.17	5.33	5.04	5.92
0.5	10%	12.23	10.76	10.97	10.54	11.90
	5%	6.61	5.55	5.71	5.38	6.38
0.6	10%	13.53	11.91	12.13	11.67	13.20
	5%	7.58	6.37	6.54	6.20	7.31
0.7	10%	15.68	13.89	14.07	13.59	15.30
	5%	9.17	7.79	7.96	7.62	8.85
0.8	10%	18.19	16.22	16.32	15.89	17.75
	5%	11.11	9.55	9.66	9.32	10.76
0.9	10%	18.04	16.01	16.01	15.63	17.52
	5%	11.20	9.54	9.56	9.29	10.80

Tabela 2.28: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 150$ e $\phi = 0.9$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 150$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	17.18	15.72	15.70	15.48	16.80
	5%	10.46	9.35	9.31	9.16	10.17
-0.8	10%	17.73	16.34	16.33	16.07	17.39
	5%	10.91	9.78	9.78	9.59	10.61
-0.7	10%	16.44	15.11	15.19	14.89	16.13
	5%	9.81	8.76	8.85	8.59	9.57
-0.6	10%	15.09	13.93	14.06	13.76	14.82
	5%	8.85	7.91	8.01	7.77	8.65
-0.5	10%	14.05	12.94	13.11	12.77	13.81
	5%	7.94	7.06	7.21	6.94	7.75
-0.4	10%	13.05	12.04	12.22	11.88	12.85
	5%	7.21	6.43	6.57	6.32	7.04
-0.3	10%	12.24	11.23	11.40	11.10	12.00
	5%	6.59	5.90	6.04	5.80	6.45
-0.2	10%	11.62	10.65	10.88	10.53	11.43
	5%	6.11	5.49	5.63	5.39	5.99
-0.1	10%	11.30	10.30	10.51	10.16	11.10
	5%	5.87	5.21	5.34	5.10	5.75
0.0	10%	11.10	10.16	10.37	10.02	10.92
	5%	5.75	5.06	5.19	4.97	5.60
0.1	10%	11.02	10.08	10.28	9.94	10.84
	5%	5.69	5.06	5.18	4.94	5.58
0.2	10%	10.97	10.04	10.22	9.89	10.78
	5%	5.68	5.01	5.15	4.91	5.55
0.3	10%	10.99	10.10	10.27	9.97	10.80
	5%	5.61	4.96	5.10	4.87	5.48
0.4	10%	11.14	10.17	10.38	10.04	10.94
	5%	5.71	5.08	5.21	4.98	5.58
0.5	10%	11.61	10.65	10.85	10.51	11.42
	5%	6.15	5.41	5.57	5.31	5.99
0.6	10%	12.76	11.73	11.90	11.58	12.55
	5%	6.93	6.17	6.28	6.05	6.76
0.7	10%	14.82	13.64	13.79	13.46	14.57
	5%	8.49	7.67	7.76	7.54	8.32
0.8	10%	17.11	15.84	15.94	15.64	16.80
	5%	10.31	9.28	9.37	9.12	10.08
0.9	10%	16.56	15.23	15.25	14.99	16.26
	5%	9.93	8.89	8.91	8.72	9.69

Tabela 2.29: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 200$ e $\phi = 0.9$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 200$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	16.33	15.31	15.28	15.12	16.07
	5%	9.83	9.02	8.99	8.86	9.61
-0.8	10%	17.13	16.11	16.11	15.92	16.87
	5%	10.42	9.62	9.62	9.46	10.22
-0.7	10%	15.89	14.94	14.99	14.77	15.68
	5%	9.55	8.81	8.86	8.69	9.38
-0.6	10%	14.67	13.82	13.91	13.67	14.49
	5%	8.62	7.95	8.02	7.83	8.45
-0.5	10%	13.71	12.90	13.01	12.76	13.54
	5%	7.67	7.07	7.15	6.97	7.55
-0.4	10%	12.84	12.05	12.21	11.93	12.69
	5%	6.97	6.40	6.52	6.33	6.86
-0.3	10%	12.06	11.32	11.49	11.21	11.91
	5%	6.37	5.83	5.94	5.75	6.27
-0.2	10%	11.39	10.66	10.81	10.55	11.24
	5%	5.97	5.47	5.57	5.39	5.87
-0.1	10%	10.98	10.31	10.45	10.21	10.85
	5%	5.65	5.18	5.28	5.11	5.56
0.0	10%	10.78	10.09	10.22	10.00	10.66
	5%	5.52	5.03	5.13	4.96	5.43
0.1	10%	10.66	9.96	10.13	9.84	10.53
	5%	5.51	5.01	5.11	4.94	5.39
0.2	10%	10.67	9.97	10.11	9.88	10.54
	5%	5.48	5.01	5.10	4.95	5.38
0.3	10%	10.67	10.01	10.14	9.92	10.52
	5%	5.46	5.03	5.10	4.96	5.38
0.4	10%	10.79	10.08	10.24	9.99	10.66
	5%	5.56	5.08	5.18	5.01	5.46
0.5	10%	11.25	10.53	10.67	10.43	11.11
	5%	5.88	5.38	5.49	5.31	5.79
0.6	10%	12.32	11.56	11.68	11.44	12.15
	5%	6.73	6.17	6.26	6.08	6.61
0.7	10%	14.31	13.45	13.57	13.32	14.14
	5%	8.19	7.54	7.63	7.45	8.06
0.8	10%	16.50	15.58	15.68	15.44	16.29
	5%	9.77	9.04	9.10	8.91	9.60
0.9	10%	15.78	14.76	14.78	14.59	15.52
	5%	9.32	8.58	8.59	8.44	9.13

Tabela 2.30: Taxas de rejeição (%) de testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 500$ e $\phi = 0.9$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

$n = 500$						
ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.9	10%	14.99	14.59	14.58	14.52	14.90
	5%	8.73	8.38	8.38	8.33	8.65
-0.8	10%	16.40	15.96	15.97	15.90	16.27
	5%	9.88	9.55	9.55	9.50	9.78
-0.7	10%	15.43	15.06	15.09	15.01	15.35
	5%	9.18	8.85	8.87	8.79	9.10
-0.6	10%	14.41	14.04	14.08	13.98	14.34
	5%	8.27	7.99	8.02	7.94	8.20
-0.5	10%	13.41	13.09	13.13	13.05	13.34
	5%	7.52	7.28	7.31	7.23	7.47
-0.4	10%	12.56	12.24	12.31	12.20	12.50
	5%	6.78	6.55	6.59	6.52	6.72
-0.3	10%	11.66	11.38	11.44	11.34	11.60
	5%	6.18	5.96	6.02	5.93	6.14
-0.2	10%	11.10	10.81	10.88	10.78	11.04
	5%	5.71	5.52	5.56	5.49	5.68
-0.1	10%	10.67	10.40	10.47	10.34	10.62
	5%	5.41	5.24	5.28	5.21	5.38
0.0	10%	10.44	10.15	10.22	10.11	10.39
	5%	5.27	5.06	5.12	5.03	5.22
0.1	10%	10.31	10.05	10.10	10.01	10.24
	5%	5.22	5.05	5.10	5.02	5.19
0.2	10%	10.28	10.01	10.06	9.96	10.21
	5%	5.25	5.07	5.12	5.04	5.21
0.3	10%	10.28	10.02	10.08	9.98	10.22
	5%	5.31	5.12	5.16	5.10	5.27
0.4	10%	10.44	10.17	10.24	10.14	10.38
	5%	5.38	5.21	5.24	5.18	5.34
0.5	10%	10.98	10.70	10.76	10.66	10.93
	5%	5.69	5.50	5.53	5.46	5.65
0.6	10%	12.03	11.74	11.79	11.71	11.96
	5%	6.37	6.18	6.21	6.15	6.33
0.7	10%	14.00	13.64	13.68	13.58	13.92
	5%	7.83	7.55	7.60	7.51	7.78
0.8	10%	16.04	15.67	15.71	15.60	15.96
	5%	9.37	9.07	9.10	9.02	9.30
0.9	10%	13.30	14.58	14.59	14.51	14.92
	5%	8.68	8.41	8.42	8.35	8.63

2.2 Simulações de Poder

O poder de um teste é dado por $1 - P(\text{erro tipo II})$. Assim, quanto maior for o poder do teste menor será a probabilidade de não rejeitar H_0 quando H_0 é falsa.

Com a finalidade de avaliar os poderes dos testes foram realizadas simulações de poder, nas quais a variável resposta foi gerada considerando o modelo

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + u_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

em que u_i é um erro aleatório com média 0 e variância σ_i^2 . A estrutura de autocorrelação é dada por $u_i = \rho u_{i-1} + \epsilon_i$, em que ϵ_i é um erro que possui média zero e variância σ_ϵ^2 e é não correlacionado.

Foram realizadas diversas simulações de poder, considerando diferentes valores para β_2 no processo gerador de dados: $\beta_2 = 0.5, 1.5, 2, 2.5, 3$. A hipótese testada foi $\mathcal{H}_0 : \beta_2 = 0$ versus $\mathcal{H}_1 : \beta_2 \neq 0$. Considerou-se dois tamanhos amostrais ($n = 50, 200$) com 100000 réplicas de Monte Carlo e apenas cinco valores distintos para o coeficiente de correlação.

O procedimento utilizado para a geração das amostras garante que $\lambda = \max(\sigma_i^2)/\min(\sigma_i^2)$, ou seja, o grau de heteroscedasticidade mantém-se constante para os diferentes tamanhos amostrais. Sob homoscedasticidade $\lambda = 1$ e sob heteroscedasticidade o valor de λ depende da função cedástica, tendo-se $\lambda > 1$. A função cedástica foi especificada como

$$\sigma_i^2 = \exp\{c_1 + c_2 x_i\}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Para dados heteroscedásticos, consideramos $c_1 = 0$ e $c_2 = 1.3$, o que resulta em $\lambda = 95.48$. Os poderes dos testes baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$ foram avaliados tomando como referência valores críticos empíricos obtidos a partir da simulação de tamanho nas Tabelas 2.4 e 2.10, visto que só foram realizadas simulações de poder para dois tamanhos amostrais.

As Tabelas a seguir apresentam taxas de rejeição para as simulações de poder nos casos em que os valores regressores foram obtidos como realizações das distribuições lognormal e t_5 , respectivamente. É notável que as taxas de rejeição aumentam à medida em que β_2 cresce, aproximando-se cada vez mais de 100%, como esperado.

De acordo com a Tabela 2.31, é possível perceber que os poderes dos testes aproximam-se de 100% à medida que ρ se aproxima de zero para quase todos os testes, com exceção do teste $HC4m$. Além disso, podemos verificar que os testes baseados nos estimadores $HC0$ e $HC4$ apresentam os maiores poderes quando o coeficiente de correlação serial é 0.3. Também podemos visualizar nessa mesma tabela que o poder do teste $HC4m$ é menos quando a correlação é positiva. Um outro fator a ser observado é que o teste $HC5$ é o mais poderoso na ausência de correlação.

Tabela 2.31: Poderes dos testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$ quando $\beta_2 = 0.5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 50$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.7	10%	60.76	41.66	63.97	21.43	93.57
	5%	60.62	41.46	63.83	21.26	93.55
-0.3	10%	72.80	55.86	76.06	32.29	95.96
	5%	72.69	55.66	75.95	32.05	95.94
0.0	10%	75.16	58.23	78.22	34.05	96.45
	5%	75.06	58.01	78.13	33.80	96.43
0.3	10%	90.21	81.79	91.51	3.23	91.48
	5%	90.19	81.73	91.48	3.14	91.46
0.7	10%	61.88	42.81	64.97	21.98	93.76
	5%	61.78	42.60	64.82	21.81	93.74

Nota-se na Tabela 2.32 que quando a correlação serial aproxima-se de zero os poderes dos testes baseados nos estimadores $HC0$ e $HC3$ tendem a se aproximar mais rapidamente de 100%, ou seja, menor será a probabilidade de não rejeitar H_0 quando H_0 é falsa. Um critério a ser observado nessa tabela é que o poder do teste $HC4m$ tende a aumentar a medida que o valor de ρ distancia-se de zero. Além disso, podemos verificar que o teste baseado no estimador $HC5$ é o mais poderoso quando a correlação serial existente é positiva. Comportamentos semelhantes podem ser vistos nas Tabelas 2.33, 2.34, 2.35.

De maneira geral ao utilizarmos $\rho = 0.3$, todos os testes tendem a apresentar um bom desempenho, com exceção do teste $HC4m$ que é o menos poderoso tanto na presença quanto na ausência de correlação.

Tabela 2.32: Poderes dos testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$ quando $\beta_2 = 1.5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 50$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.7	10%	80.49	65.51	95.04	47.60	40.89
	5%	80.41	65.39	95.02	47.41	40.71
-0.3	10%	98.26	88.31	83.29	9.26	65.90
	5%	98.26	88.29	83.23	9.03	65.81
0.0	10%	98.63	91.07	81.84	3.21	78.92
	5%	98.62	91.04	81.77	3.11	78.87
0.3	10%	90.13	81.83	91.49	3.37	91.47
	5%	90.09	81.77	91.46	3.28	91.45
0.7	10%	62.39	43.08	65.41	22.04	93.85
	5%	62.26	42.90	65.31	21.86	93.83

Tabela 2.33: Poderes dos testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$ quando $\beta_2 = 2.0$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 50$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.7	10%	94.41	88.59	98.69	78.47	73.47
	5%	94.39	88.55	98.69	78.34	73.37
-0.3	10%	99.91	99.30	98.81	50.90	95.81
	5%	99.91	99.29	98.81	50.41	95.79
0.0	10%	99.97	99.67	98.96	33.51	98.64
	5%	99.96	99.66	98.95	33.00	98.63
0.3	10%	99.57	98.89	99.64	32.95	99.64
	5%	99.56	98.89	99.64	32.47	99.64
0.7	10%	88.98	78.01	90.25	57.34	98.68
	5%	88.93	77.87	90.19	57.09	98.68

Tabela 2.34: Poderes dos testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$ quando $\beta_2 = 2.5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 50$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.7	10%	99.27	98.18	99.84	95.19	93.32
	5%	99.27	98.17	99.84	95.15	93.28
-0.3	10%	100.00	100.00	99.99	87.58	99.84
	5%	100.00	100.00	99.99	87.32	99.84
0.0	10%	100.00	100.00	99.99	77.30	99.98
	5%	100.00	100.00	99.99	76.89	99.98
0.3	10%	100.00	99.99	100.00	76.77	100.00
	5%	100.00	99.99	100.00	76.36	100.00
0.7	10%	98.60	95.62	98.86	86.11	99.91
	5%	98.59	95.58	98.85	85.96	99.91

Tabela 2.35: Poderes dos testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$ quando $\beta_2 = 3.0$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 50$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.7	10%	99.96	99.85	99.99	99.42	99.09
	5%	99.96	99.85	99.99	99.41	99.08
-0.3	10%	100.00	100.00	100.00	98.36	100.00
	5%	100.00	100.00	100.00	98.31	100.00
0.0	10%	100.00	100.00	100.00	95.93	100.00
	5%	100.00	100.00	100.00	95.78	100.00
0.3	10%	100.00	100.00	100.00	95.87	100.00
	5%	100.00	100.00	100.00	95.74	100.00
0.7	10%	99.89	99.56	99.92	97.49	100.00
	5%	99.89	99.56	99.92	97.44	100.00

Foram realizadas novas simulações de poder considerando $n = 200$, mantendo o mesmo cenário anterior, a fim de verificar o impacto do aumento do número observações sobre os desempenhos dos testes. Os poderes estimados estão apresentados nas Tabelas 2.36, 2.37, 2.38, 2.39 e 2.40. De acordo com os resultados obtidos nestas simulações podemos perceber na Tabela 2.36 que o teste que utiliza o estimador HC5 é o mais poderoso tanto na presença quanto na ausência de correlação serial. O teste HC4m passa a apresentar melhor desempenho à medida em que o tamanho amostral aumenta. Um outro fator a ser observado é quando aumentamos o tamanho amostral, todos os testes tendem a apresentar maiores poderes quando a correlação serial existente é fraca, ou seja -0.3 ou 0.3 .

Os resultados obtidos sob este cenário apresentam o teste HC5 como sendo o mais poderoso independentemente da correlação serial. Um outro fator a ser observado é o aumento de poder do teste HC4m quando $n = 200$, visto que no cenário anterior o mesmo apresentou as menores taxas. De maneira geral, as taxas de todos os testes aproximam-se de 100% à medida em que n aumenta, entretanto, mais rapidamente do que o cenário anterior.

Tabela 2.36: Poderes dos testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$ quando $\beta_2 = 0.5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 200$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.7	10%	60.88	66.69	33.17	72.03	99.70
	5%	60.84	66.65	33.11	72.00	99.70
-0.3	10%	87.46	95.66	89.13	99.79	99.22
	5%	87.44	95.66	89.11	99.79	99.22
0.0	10%	89.00	99.12	97.78	99.28	99.64
	5%	88.98	99.12	97.78	99.28	99.63
0.3	10%	81.29	99.34	98.28	98.70	99.81
	5%	81.26	99.34	98.28	98.69	99.81
0.7	10%	50.70	88.59	69.78	91.68	98.98
	5%	50.64	88.59	69.73	91.67	98.98

Tabela 2.37: Poderes dos testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$ quando $\beta_2 = 1.5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 200$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.7	10%	60.94	66.72	33.41	72.10	99.69
	5%	60.89	66.69	33.34	72.06	99.69
-0.3	10%	87.34	95.64	89.06	99.80	99.22
	5%	87.32	95.64	89.04	99.80	99.22
0.0	10%	88.96	99.13	97.74	99.28	99.64
	5%	88.95	99.13	97.74	99.28	99.64
0.3	10%	81.21	99.35	98.30	98.71	99.81
	5%	81.17	99.35	98.30	98.71	99.81
0.7	10%	50.28	88.59	69.75	91.56	98.92
	5%	50.22	88.58	69.72	91.55	98.92

Tabela 2.38: Poderes dos testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$ quando $\beta_2 = 2.0$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 200$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.7	10%	98.08	98.72	90.78	99.13	100.00
	5%	98.07	98.71	90.75	99.13	100.00
-0.3	10%	99.99	100.00	99.99	100.00	100.00
	5%	99.99	100.00	99.99	100.00	100.00
0.0	10%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
	5%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
0.3	10%	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00
	5%	99.99	100.00	100.00	100.00	100.00
0.7	10%	97.48	99.94	99.37	99.97	100.00
	5%	97.47	99.94	99.37	99.97	100.00

Tabela 2.39: Poderes dos testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$ quando $\beta_2 = 2.5$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 200$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.7	10%	100.00	100.00	99.88	100.00	100.00
	5%	100.00	100.00	99.88	100.00	100.00
-0.3	10%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
	5%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
0.0	10%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
	5%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
0.3	10%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
	5%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
0.7	10%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
	5%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

Tabela 2.40: Poderes dos testes quasi- t baseados nos estimadores $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$ quando $\beta_2 = 3.0$. Os níveis nominais considerados são 5% e 10%, $n = 200$, heteroscedasticidade ($\lambda = 95.48$).

ρ	α	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
-0.7	10%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
	5%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
-0.3	10%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
	5%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
0.0	10%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
	5%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
0.3	10%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
	5%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
0.7	10%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
	5%	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

Neste capítulo apresentaremos um exemplo empírico onde as variâncias dos estimadores de MQO dos coeficientes de um modelo de regressão linear são estimadas a partir dos distintos procedimentos considerados nesta dissertação. Os dados utilizados nesta aplicação foram extraídos do pacote Ecdat do R. O banco de dados (Electricity) é referente ao custo da produção de eletricidade nos Estados Unidos em 1970. A variável dependente (y) representa o custo total para a produção de eletricidade e as variáveis independentes (x_1, x_2, x_3 e x_4) correspondem a produção total, custo compartilhado de mão de obra, custo para o capital e preço do combustível, respectivamente. Os dados encontram-se apresentados na Tabela 3.1.

3.1 Análise Descritiva

Para analisar o custo da produção de eletricidade nos Estados Unidos em 1970, torna-se fundamental realizar preliminarmente uma análise exploratória dos dados, a fim de observar as principais características inerentes a estes custos.

A Tabela 3.2 contém algumas estatísticas descritivas da variável resposta (custo da produção de eletricidade) e das variáveis independentes. Na amostra de 158 observações, o valor médio do custo da produção de eletricidade foi de 53.2699 com desvio padrão de aproximadamente 87.0593. O coeficiente de variação foi aproximadamente 163.43%, indicando que a média não é representativa para o custo da produção. Os valores extremos verificados na amostra foram, respectivamente, 0.1304 e 737.4088.

Tabela 3.1: Dados referente ao custo da produção de eletricidade nos Estados Unidos em 1970.

local	y	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	local	y	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄
1	0.21	8.00	0.33	0.42	18.00	80	76.25	11667.00	0.11	0.17	46.07
2	3.04	869.00	0.10	0.29	21.07	81	134.23	19445.00	0.18	0.18	38.80
3	9.41	1412.00	0.09	0.16	41.53	82	168.38	34212.00	0.07	0.14	40.53
4	0.76	65.00	0.28	0.13	28.54	83	125.34	24001.00	0.10	0.25	33.09
5	2.26	295.00	0.18	0.16	39.20	84	191.56	30958.00	0.16	0.15	36.31
6	1.34	183.00	0.10	0.26	35.51	85	240.51	29613.00	0.16	0.20	41.89
7	0.62	50.00	0.30	0.10	32.07	86	0.13	4.00	0.20	0.13	33.20
8	0.49	14.00	0.30	0.46	34.15	87	0.73	60.00	0.15	0.30	33.71
9	1.15	90.00	0.29	0.21	21.50	88	1.77	153.00	0.26	0.19	46.16
10	7.55	2969.00	0.24	0.40	9.00	89	2.24	198.00	0.22	0.20	38.00
11	2.05	374.00	0.21	0.12	26.30	90	2.56	243.00	0.17	0.19	33.44
12	0.64	67.00	0.24	0.37	25.40	91	2.04	617.00	0.12	0.30	18.49
13	3.15	378.00	0.10	0.20	42.47	92	7.62	1340.00	0.09	0.19	38.15
14	10.31	1886.00	0.08	0.41	25.60	93	11.11	1961.00	0.13	0.32	28.26
15	5.85	1025.00	0.22	0.25	22.28	94	9.47	2233.00	0.10	0.30	22.69
16	4.50	467.00	0.25	0.19	26.85	95	13.83	2582.00	0.10	0.23	34.18
17	5.60	938.00	0.16	0.23	25.40	96	17.29	2763.00	0.10	0.20	45.66
18	3.73	643.00	0.27	0.24	21.16	97	16.17	2863.00	0.18	0.20	30.24
19	6.01	1328.00	0.11	0.26	25.23	98	24.40	3490.00	0.19	0.23	38.00
20	12.78	2632.00	0.08	0.26	30.97	99	27.24	4568.00	0.17	0.23	35.66
21	6.62	856.00	0.15	0.21	39.58	100	29.49	5292.00	0.22	0.25	22.84
22	9.64	2689.00	0.08	0.21	23.49	101	35.11	5699.00	0.13	0.21	42.64
23	8.69	1627.00	0.11	0.21	31.68	102	25.48	5702.00	0.18	0.25	24.26
24	8.64	1090.00	0.24	0.18	33.90	103	42.41	8650.00	0.15	0.24	27.87
25	11.24	2258.00	0.10	0.23	29.10	104	72.04	12724.00	0.13	0.20	37.52
26	6.62	1500.00	0.12	0.32	21.40	105	146.99	25147.00	0.09	0.33	33.47
27	10.97	2506.00	0.12	0.22	27.42	106	51.74	10361.00	0.19	0.24	28.14
28	13.63	2437.00	0.12	0.26	30.67	107	21.56	3886.00	0.13	0.20	30.89
29	7.44	1293.00	0.20	0.33	21.43	108	14.27	1901.00	0.21	0.16	36.00
30	9.78	1627.00	0.15	0.24	31.34	109	66.10	11837.00	0.16	0.21	31.33
31	20.87	3965.00	0.12	0.22	33.20	110	113.26	22522.00	0.20	0.26	25.03
32	19.71	2682.00	0.11	0.20	50.45	111	90.37	21956.00	0.12	0.30	22.91
33	14.04	2001.00	0.07	0.16	30.64	112	240.49	53918.00	0.10	0.18	31.20
34	10.19	2764.00	0.17	0.23	21.20	113	277.30	72247.00	0.11	0.26	25.09
35	16.18	2487.00	0.14	0.20	32.62	114	107.98	18455.00	0.15	0.21	32.97
36	42.25	7320.00	0.09	0.21	39.21	115	269.77	46870.00	0.16	0.22	33.20
37	22.56	3571.00	0.11	0.18	41.60	116	79.62	16508.00	0.15	0.16	42.21
38	33.02	6837.00	0.12	0.25	28.44	117	33.88	7382.00	0.14	0.25	25.90
39	18.90	2020.00	0.18	0.16	46.90	118	14.95	2325.00	0.15	0.13	38.92
40	13.27	2445.00	0.13	0.24	28.36	119	33.97	5708.00	0.10	0.18	42.17
41	21.55	3981.00	0.11	0.23	35.20	120	78.70	17132.00	0.16	0.26	25.54
42	35.53	6770.00	0.11	0.28	29.82	121	19.44	4560.00	0.15	0.26	23.78
43	29.80	4187.00	0.11	0.18	47.43	122	282.25	48240.00	0.14	0.16	36.51
44	30.88	5643.00	0.17	0.22	27.85	123	282.94	53760.00	0.17	0.20	34.64
45	24.36	6793.00	0.13	0.33	18.59	124	469.19	66490.00	0.14	0.20	41.01
46	17.48	4148.00	0.12	0.20	24.58	125	737.41	115500.00	0.13	0.20	38.85
47	19.90	5785.00	0.11	0.22	22.24	126	20.88	6259.00	0.10	0.22	21.29
48	28.79	9660.00	0.07	0.24	20.26	127	21.78	6746.00	0.13	0.24	20.10
49	27.08	7896.00	0.12	0.25	20.11	128	22.84	3789.00	0.11	0.22	34.26
50	22.44	5648.00	0.08	0.21	25.92	129	31.64	4617.00	0.18	0.16	41.99
51	30.21	5286.00	0.09	0.20	38.34	130	48.17	9326.00	0.16	0.24	26.89
52	30.17	9602.00	0.09	0.22	20.20	131	5.93	723.00	0.21	0.12	43.88
53	32.58	7930.00	0.12	0.28	22.84	132	25.61	6604.00	0.13	0.28	21.27
54	47.39	9530.00	0.13	0.21	31.58	133	17.46	3972.00	0.12	0.34	23.47
55	24.29	5316.00	0.19	0.17	27.84	134	1.36	154.00	0.27	0.16	35.78
56	31.29	7484.00	0.17	0.25	23.53	135	46.80	11226.00	0.12	0.13	23.63
57	31.99	10149.00	0.12	0.24	18.53	136	50.21	13030.00	0.12	0.24	26.16
58	41.90	12954.00	0.09	0.22	21.75	137	40.89	9553.00	0.13	0.26	26.85
59	58.12	17875.00	0.07	0.28	20.62	138	24.72	5331.00	0.05	0.39	28.48
60	40.53	6891.00	0.09	0.24	35.97	139	30.22	6904.00	0.09	0.36	25.18
61	37.07	6754.00	0.21	0.24	25.62	140	31.22	9057.00	0.11	0.30	21.58
62	25.17	6779.00	0.14	0.27	20.28	141	106.27	28372.00	0.12	0.23	24.44
63	45.18	12936.00	0.10	0.20	22.03	142	55.36	13073.00	0.17	0.17	26.28
64	55.18	10855.00	0.12	0.24	31.76	143	23.48	4906.00	0.08	0.26	28.72
65	41.18	9275.00	0.10	0.33	24.58	144	22.26	5601.00	0.10	0.21	26.61
66	80.36	16311.00	0.05	0.13	40.97	145	30.47	8060.00	0.06	0.18	30.77
67	68.48	12542.00	0.13	0.17	35.79	146	113.59	22277.00	0.10	0.17	36.04
68	97.39	13846.00	0.10	0.21	44.16	147	88.10	26521.00	0.11	0.23	20.52
69	52.76	9145.00	0.20	0.20	35.81	148	111.92	31908.00	0.08	0.23	23.09
70	38.85	10057.00	0.08	0.22	25.82	149	119.37	33820.00	0.10	0.23	22.15
71	48.11	11114.00	0.13	0.30	22.55	150	12.32	2816.00	0.09	0.29	30.59
72	79.07	12706.00	0.11	0.20	37.25	151	0.32	16.30	0.17	0.18	33.46
73	111.89	23217.00	0.08	0.20	33.39	152	10.53	1823.00	0.08	0.17	36.00
74	77.88	13702.00	0.12	0.21	34.96	153	22.20	4800.00	0.12	0.17	32.25
75	87.10	27708.00	0.11	0.23	20.30	154	6.83	946.60	0.09	0.19	51.46
76	57.73	10004.00	0.18	0.24	28.10	155	3.76	377.00	0.21	0.23	33.44
77	90.72	17280.00	0.09	0.18	36.88	156	3.98	391.00	0.19	0.09	44.63
78	183.23	27118.00	0.13	0.23	41.76	157	30.19	5317.00	0.08	0.20	41.84
79	169.24	38343.00	0.07	0.22	31.59	158	67.86	15220.00	0.15	0.26	25.66

A Figura 3.1 apresenta o histograma da variável resposta y , juntamente com o *box-plot*. Verifica-se que essa variável é possivelmente assimétrica, assim a suposição de normalidade da variável resposta pode não ser apropriada. No entanto, vale salientar que neste gráfico não são levadas em consideração as informações das variáveis explicativas. Adicionalmente o *box-plot* da variável y evidencia a existência de *outliers*.

Figura 3.1: Histograma e *box-plot* da variável resposta y .

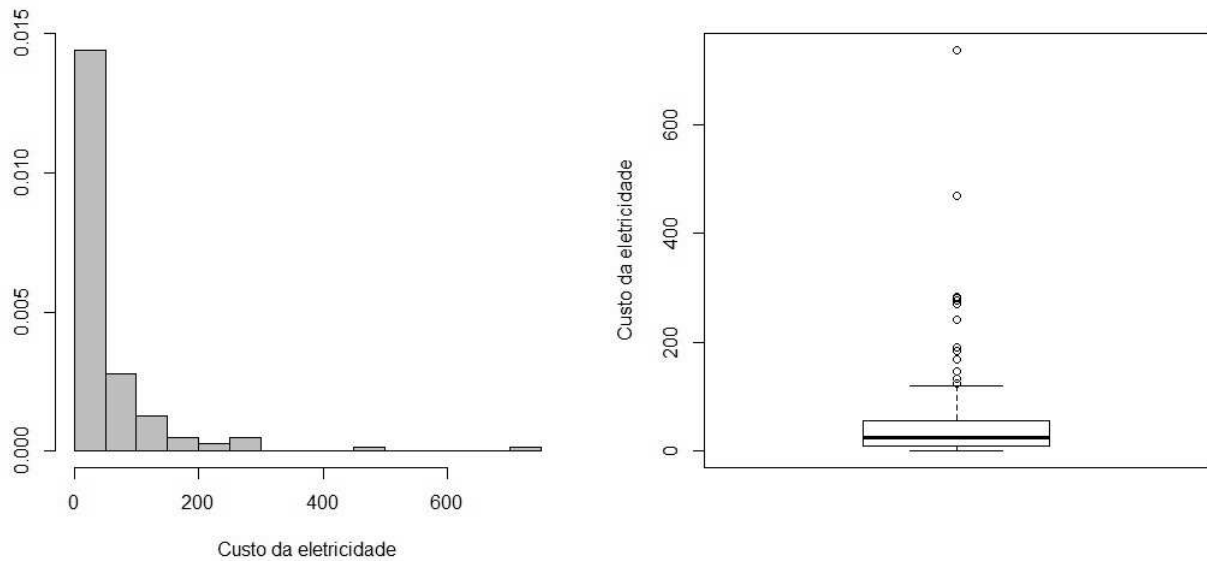


Tabela 3.2: Estatísticas descritivas das variáveis utilizadas.

Estatísticas	y	x_1	x_2	x_3	x_4
Mínimo	0.1304	400	0.0459	0.0924	9
Máximo	737.4088	116×10^{11}	0.3291	0.4571	51.4630
Média	53.2699	1.05×10^{10}	0.1389	0.2263	30.7457
Mediana	25.5454	5.65×10^9	0.1231	0.2186	30.6579
Variância	7579.3261	2.31×10^{14}	0.0029	0.0037	63.0926
Desvio-padrão	87.0593	1.52×10^{10}	0.0547	0.0608	7.9430
Assimetria	4.3691	3.42×10^6	1.0934	0.9287	0.2856
Curtose	26.0040	1.60×10^7	0.9425	1.7184	-0.5229

3.2 Análise de Regressão

Para verificar de forma mais precisa a relação existente entre a variável resposta e as variáveis explicativas faz-se necessária a utilização da análise de regressão. Inicialmente, a estimação do modelo para o custo da produção de eletricidade nos Estados Unidos em 1970 foi realizada com base no modelo de regressão linear, considerando a variável y como variável dependente e as demais variáveis descritas como variáveis explicativas.

O modelo proposto inicialmente para descrever a relação entre a variável dependente e os regressores é da forma

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \beta_4 x_{i4} + \epsilon_i, \quad (3.1)$$

$i = 1, \dots, 158$. De início, é útil investigar se há heteroscedasticidade, o que pode ser feito aplicando-se um teste de heteroscedasticidade. O teste aqui empregado foi o teste de Koenker (KOENKER, 1981), considerando-se a hipótese nula de homoscedasticidade. Este teste rejeitou a hipótese de que as variâncias dos erros são constantes aos níveis usuais de significância.

Com a finalidade de verificar a presença de autocorrelação utilizou-se o teste de Durbin-Watson, cuja hipótese nula é de não autocorrelação. Este teste rejeitou a hipótese nula de não há autocorrelação aos níveis usuais de significância.

Após ajustar o modelo, obtivemos os coeficientes estimados com seus respectivos erros-padrão. Além disso, testamos as hipóteses $\mathcal{H}_0 : \beta_i = 0$ versus $\mathcal{H}_1 : \beta_i \neq 0$, $i = 0, \dots, 4$, utilizando seus respectivos valores- p que estão apresentadas na Tabela 3.3. Percebe-se que ao nível de 5% todas as covariáveis são significativas. Para este modelo obteve-se um R^2 de 0.9529 e um R^2 ajustado de 0.9516, o que indica que 95.29% da variabilidade da variável resposta y é explicada por essas covariáveis.

Tabela 3.3: Estimativas dos parâmetros do modelo.

Parâmetros	Estimativa	Erro-padrão	valor- p
β_0 (Intecepto)	-82.0607	13.1711	0.0000
$\beta_1(x_1)$	0.0055	0.0001	0.0000
$\beta_2(x_2)$	103.5519	28.5601	0.0003
$\beta_3(x_3)$	64.9976	29.7459	0.0304
$\beta_4(x_4)$	1.5528	0.2276	0.0000

Alternativamente ao modelo inicial, várias outras estratégias foram utilizadas como, por exemplo, o uso de cada covariável na escala logarítmica. Além disso, modelos com a variável resposta transformada como $\log(y)$ e $\sqrt{y}$ foram considerados. No entanto, tais modelos não apresentaram ajustes satisfatórios comparativamente ao modelo inicial.

Dada a indicação da presença de heteroscedasticidade e de correlação serial, a realização de testes de hipóteses sobre os parâmetros lineares do modelo será conduzida empregando-se estatísticas de teste quasi- t associadas a estimadores para as matrizes de covariâncias dos estimadores de MQO que sejam consistentes sob heteroscedasticidade de forma desconhecida.

Tabela 3.4: Erros-padrão.

Estimador	$HC0$	$HC3$	$HC4$	$HC4m$	$HC5$
$\sqrt{\widehat{var}(\hat{\beta}_0)}$	16.908	20.815	26.3765	22.033	24.674
$\sqrt{\widehat{var}(\hat{\beta}_1)}$	0.0003	0.0004	0.0006	0.0005	0.0006
$\sqrt{\widehat{var}(\hat{\beta}_2)}$	26.105	32.562	41.9745	34.610	39.265
$\sqrt{\widehat{var}(\hat{\beta}_3)}$	26.711	32.400	39.8189	34.088	37.199
$\sqrt{\widehat{var}(\hat{\beta}_4)}$	0.2555	0.2902	0.3326	0.3005	0.3147

Na Tabela 3.4 encontram-se os erros-padrão dos estimadores de $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ obtidos a partir dos diferentes estimadores consistentes apresentados anteriormente. Observa-se que os maiores erros-padrão são provenientes dos estimadores $HC4$ e $HC5$ e o menor do $HC0$.

De acordo com os testes baseados nos estimadores $HC0$ e $HC3$ todas as covariáveis são significantes ao nível nominal de 5%. Em contrastes de acordo com os testes $HC4$, $HC4m$ e $HC5$ a variável independente x_3 não é significativa ao mesmo nível nominal, os respectivos valores- p sendo 0.1040, 0.0584 e 0.0825.

As observações 8 e 125 são identificadas como pontos de alavanca e apresentam as maiores diferenças nas estimativas quando retiradas do modelo. Dessa forma, realizamos testes quasi- t sem estas observações. A variação percentual do erro-padrão para os testes encontram-se nas Tabelas 3.5 e 3.6. De acordo com ambas as tabelas é possível observar que há uma redução nestes valores.

Dessa maneira, na presença de heteroscedasticidade e correlação serial, observa-se que quando fazemos inferências via teste $HC0$ e $HC3$ o modelo é dado por

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \beta_4 x_{i4} + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, 158,$$

entretanto, nas inferências via os testes $HC4$, $HC4m$ e $HC5$ a variável x_3 não é significativa, resultando no modelo expresso por

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_4 x_{i4} + \epsilon_i, \quad i = 1, \dots, 158.$$

Tabela 3.5: Variação percentual nos erros-padrão sem a observação 8.

	<i>HC0</i>	<i>HC3</i>	<i>HC4</i>	<i>HC4m</i>	<i>HC5</i>
$\sqrt{\hat{var}(\hat{\beta}_0)}$	0.1685	18.910	36.0070	23.3929	31.5909
$\sqrt{\hat{var}(\hat{\beta}_1)}$	0.7119	24.6225	44.5340	30.0537	39.8591
$\sqrt{\hat{var}(\hat{\beta}_2)}$	2.2104	18.0601	36.4336	22.9070	32.0465
$\sqrt{\hat{var}(\hat{\beta}_3)}$	9.8725	25.6955	39.5404	29.3767	35.2819
$\sqrt{\hat{var}(\hat{\beta}_4)}$	1.5706	10.5883	21.9759	13.5644	17.4206

Tabela 3.6: Variação percentual nos erros-padrão sem a observação 125.

	<i>HC0</i>	<i>HC3</i>	<i>HC4</i>	<i>HC4m</i>	<i>HC5</i>
$\sqrt{\hat{var}(\hat{\beta}_0)}$	1.7568	3.8114	11.6520	5.5712	17.08
$\sqrt{\hat{var}(\hat{\beta}_1)}$	2.0215	8.8107	21.1140	11.8431	25.2008
$\sqrt{\hat{var}(\hat{\beta}_2)}$	3.4494	10.7023	20.3201	12.8815	24.6702
$\sqrt{\hat{var}(\hat{\beta}_3)}$	4.1689	5.7262	8.1705	6.2493	15.5980
$\sqrt{\hat{var}(\hat{\beta}_4)}$	3.0761	1.9570	0.9226	1.4414	5.0841

CAPÍTULO 4

Considerações finais

O estimador de mínimos quadrados ordinários é comumente utilizado na estimação dos parâmetros do modelo de regressão linear. Em particular, ao se utilizar o modelo de regressão clássico é usual assumir que os erros têm variância constante, caso em que se diz haver homoscedasticidade e que a covariância entre os mesmos é zero. Contudo, tal suposição não é verificada em muitas situações práticas.

Na presença de heteroscedasticidade de forma desconhecida a estimativa de MQO da matriz de covariâncias dos estimadores dos parâmetros de regressão torna-se imprecisa, podendo conduzir a conclusões errôneas a respeito da relação entre a variável dependente e as variáveis explicativas. Uma possível solução é usar estimadores consistentes da matriz de covariâncias, HC's, que funcionam bem tanto sob homoscedasticidade quanto sob heteroscedasticidade. Diante disto, o objetivo desta dissertação foi realizar uma comparação dos testes de hipótese baseados nos diferentes estimadores da matriz de variâncias e covariâncias do estimador do vetor de parâmetros quando há violação de duas suposições no modelo de regressão linear.

No que diz respeito aos testes $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$ foram realizados estudos de simulação de Monte Carlo para verificar o desempenho dos testes quasi- t quando além de heteroscedasticidade, há correlação serial entre os erros. Adicionalmente, avaliamos o poder do teste em diversos cenários.

A avaliação foi realizada tanto sob homoscedasticidade quanto sob heteroscedasticidade e os resultados revelaram que à medida que o tamanho da amostra aumenta, sob homoscedasticidade ou heteroscedasticidade, o teste baseado no estimador $HC0$ é o mais liberal, seguido do teste baseado no estimador $HC5$. Além disso, as taxas de rejeição dos testes são menores quando há correlação serial positiva e o tamanho amostral aumenta. Um outro fator observado é que quando os erros são não-correlacionados as taxas de rejei-

ção dos testes são semelhantes em ambos os casos. De forma geral, verificou-se que tanto sob homoscedasticidade quanto sob heteroscedasticidade, e quando $n \geq 150$, as menores taxas de rejeição são obtidas quando $\rho = 0.9$

Além disso, utilizou-se a inclusão no preditor linear de valores defasados da resposta para verificar o impacto dessa constante no modelo. De acordo com os resultados obtidos foi possível verificar que valores pequenos para a constante utilizada no modelo, a saber $\phi = 0.2$, contribuem para a redução das taxas de rejeição dos testes. Entretanto, na ausência de correlação, nenhum teste apresentou taxas de rejeição inferiores aos níveis nominais para todos os tamanhos amostrais. Esse mesmo comportamento não pode ser observado ao utilizarmos $\phi = 0.5$, visto que as menores taxas de rejeição são obtidas na ausência de correlação serial. No entanto, os testes são liberais na maioria das vezes.

Nas simulações de poder todos os testes tendem a apresentar um bom desempenho ao utilizarmos $\rho = 0.3$, com exceção do teste $HC4m$ que é o menos poderoso tanto na presença quanto na ausência de correlação. Entretanto, ao aumentarmos o tamanho amostral o teste $HC4m$ passa a apresentar um melhor desempenho. O teste $HC5$ configurou-se como sendo o mais poderoso.

Com base nos resultados apresentados observou-se que a depender do valor da correlação serial existente os testes analisados podem apresentar melhores desempenhos. Além disso é sugerido usar valores defasados pequenos no preditor linear quando se têm uma correlação serial positiva, uma vez que este valor defasado contribui na redução das taxas de rejeição dos testes $HC0$, $HC3$, $HC4$, $HC4m$ e $HC5$.

- CRIBARI-NETO, F. Asymptotic inference under heteroskedasticity of unknown form. *Computational Statistics & Data Analysis*, v. 45, n. 2, p. 215–233, 2004.
- CRIBARI-NETO, F.; SILVA, W. B. da. A new heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator for the linear regression model. *ASTA Advances in Statistical Analysis*, v. 95, n. 2, p. 129–146, 2011.
- CRIBARI-NETO, F.; SOUZA, T. C.; VASCONCELLOS, K. L. Errata: Inference under heteroskedasticity and leveraged data, communications in statistics, theory and methods, 36, 1877–1888, 2007. 2008.
- CRIBARI-NETO, F.; ZARKOS, S. G. Bootstrap methods for heteroskedastic regression models: evidence on estimation and testing. *Econometric Reviews*, v. 18, n. 2, p. 211–228, 1999.
- DAVIDSON, R.; MACKINNON, J. G. Estimation and inference in econometrics. 1993.
- DOORNIK, J. A. An object-oriented matrix programming language ox 6. 2009.
- HINKLEY, D. V. Jackknifing in unbalanced situations. *Technometrics*, v. 19, n. 3, p. 285–292, 1977.
- HORN, S. D.; HORN, R. A.; DUNCAN, D. B. Estimating heteroscedastic variances in linear models. *Journal of the American Statistical Association*, v. 70, n. 350, p. 380–385, 1975.
- KOENKER, R. A note on studentizing a test for heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, v. 17, n. 1, p. 107–112, 1981.
- LAMPORT, L.; LATEX, A. *Document Preparation System*. 1986.
- LONG, J. S.; ERVIN, L. H. Using heteroscedasticity consistent standard errors in the linear regression model. *The American Statistician*, v. 54, n. 3, p. 217–224, 2000.
- MACKINNON, J. G.; WHITE, H. Some heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimators with improved finite sample properties. *Journal of Econometrics*, v. 29, n. 3, p. 305–325, 1985.

RAO, C. R. Linear statistical inference and its applications. *New York: John*, 1973.

WHITE, H. A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity. *Econometrica*, p. 817–838, 1980.

A.1 Código Ox usado na simulação de tamanho

Neste apêndice encontra-se o código escrito em linguagem Ox utilizado em uma das simulações de tamanho consideradas.

```

/*-----
Programa: Avaliação dos testes HC0, HC3, HC4, HC4m e HC5 sob homoscedasticidade e
correlação serial.

Descrição: Simulação de Monte Carlo para avaliar os desempenhos dos testes HC0, HC3,
HC4, HC4m e HC5 na presença de heteroscedasticidade e correlação serial no modelo
de regressão.

Autora: Wanessa Weridiana da L. Freitas.

-----*/

#include <oxstd.h>
#include <oxprob.h>

//Variáveis Globais
const decl nrep = 100000; //número de réplicas de MC
const decl samplesize = 1; //tamanho da amostra: 1 (n=25), 2 (n=50), 3 (n=75), 4
//(n=100), 5 (n=125), 6 (n=150), 7 (n=175), 8 (n=200) e 20 (n=500).
const decl p = 3; //número de regressores (incluindo o intercepto)
const decl hetero = 1; //0 for homoscedasticidade e 1 heteroscedasticidade
const decl distribution = 1; //Distribuição: 1, normal; 2, t(3); 3, Qui-quadrado(2)
const decl rho = 0.9; //valor de rho utilizado

//corpo principal do programa
main(){
//Declaração de variáveis usadas no programa
decl i, myseed, betahat, beta, X,X1,X2, y, eta, temp, epsilon, exectime, tratio,
cvz10, rejz, rejz, sigma2hat, df, resid2, iXX, cvt5, cvz5, cvt10, P, Pt, a, H,
sigma, sigma2, HC0, HC3, HC4,HC4m, HC5, weight3, weight4, weight4m, weight5, Z,
mx1, mx2, gnew5, g, g1, g2, g4, g5, gnew2, gnew6, g4m, g5m, gtemp, h, hmax, u, j,

```

```
diff, matrixtemp;

decl nobs = 25; //número de observações
ranseed("MWV_52"); //gerador de números aleatórios
myseed = 2000; ranseed(myseed); //definir a semente RNG original

Z = ranlogn(nobs, 1); //regressor usado para função cedástica
myseed = 65000; ranseed(myseed); //semente inicial

exectime = timer(); //inicia o cronômetro
a = (hetero == 0) ? 0.00 : 1.300; //constante usada para função cedástica
beta = ones(p, 1); //valores do parâmetros (1,1,1)

X1 = ranlogn(nobs, 1);
X2 = rant(nobs, 1, 5);

X = 1-X1-X2; //matriz de regressores

//replica os valores das covariáveis
if(samplesize == 1){
X = X;
nobs = nobs;
}
    else if(samplesize == 2){
X = X|X;
Z = Z|Z;
nobs *= 2;
}
    else if(samplesize == 3){
X = X|X|X;
Z = Z|Z|Z;
nobs *= 3;
}
    else if(samplesize == 4){
X = X|X|X|X;
Z = Z|Z|Z|Z;
nobs *= 4;
}
    else if(samplesize == 5){
X = X|X|X|X|X;
Z = Z|Z|Z|Z|Z;
nobs *= 5;
}
    else if(samplesize == 6){
X = X|X|X|X|X|X;
Z = Z|Z|Z|Z|Z|Z;
nobs *= 6;
}
    else if(samplesize == 7){
X = X|X|X|X|X|X|X;
Z = Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z;
nobs *= 7;
}

    else if(samplesize == 8){
X = X|X|X|X|X|X|X|X;
Z = Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z;
nobs *= 8;
}
    else{
X = X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X;
Z = Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z;
nobs *= 20;
}

eta = X*beta; //preditor linear
P = invertsym(X'X)*X'; //P = (X'X)-1*X'
Pt = P'; //Pt = transposta de P

H = X*P; //H = X(X'X)-1X' Matriz chapéu
h = (diagonal(H))';
hmax = double(maxc(h));
```

```

weight3 = 1.0 ./ ((1.0-h) .^ 2); //usado para o teste HC3
g = (nobs/p) * h;
g4 = g .> 4 .? 4 .: g; //usado para o teste HC4
weight4 = 1.0 ./ ((1.0-h) .^ g4); //usado para o teste HC4
gtemp = nobs*0.7*hmax/p > 4 ? nobs*0.7*hmax/p : 4;
mx1 = max(1.0, (nobs*0.1*hmax)/p);
mx2 = max(1.5, (nobs*0.5*hmax)/p);
g1 = g .> mx1 .? mx1 .: g;
g2 = g .> mx2 .? mx2 .: g;
g5 = g .< gtemp .? g .: gtemp;
gnew2 = g .> 1.0 .? 1.0 .: g; //max{1.0, (h_t)/(p/n)}
gnew6 = g .> 1.5 .? 1.5 .: g; //max{1.5, (h_t)/(p/n)}
g4m = gnew2 + gnew6;
g5m = g1./2 + g2./2;

weight5 = sqrt( 1.0 ./ (sqrt((1.0-h) .^ g5)) ); //usado para o teste HC5
weight4m = 1.0 ./ ((1.0-h) .^ g4m); //usado para o teste HC4m

sigma2 = exp(a*Z); //vetor de variâncias
sigma = sqrt(sigma2); //vetor de desvio-padrão

lambda = double(maxc(sigma2)/minc(sigma2)); //razão: variância max com variância
//min

betahat = zeros(p, nrep); //vetor usado para armazenar as estimativas

iXX = zeros(p,p); //(X'X)^{-1}
tratio = zeros(5, nrep); //matriz usada para a estatística t
df = nobs-p; //número de graus de liberdade

//Valores críticos
cvt5 = quant(0.975,df); //valor crítico da t, ao nível nominal de 5%
cvz5 = quann(0.975); //valor crítico da normal (z), ao nível nominal de 5%
cvt10 = quant(0.95, df); //valor crítico da t, ao nível nominal de 10%
cvz10 = quann(0.95); //valor crítico da normal (z), ao nível nominal de 10%
rejt = zeros(2, 5); //matriz para armazenar as taxas de rejeição
rejz = zeros(2, 5); //matriz para armazenar as taxas de rejeição

u= zeros(nobs+1,1);
u[0]=0.0;

//Loop de Monte Carlo
for(i=0; i<nrep; i++)
{
    if(distribution == 1)
    {
        for(j=0; j<nobs; j++){
            u[j+1]= rho*u[j] + sigma[j]*rann(1, 1);
        }
        y = eta + u[1:nobs]; //resposta
    }
    else if(distribution == 2)
    {
        for(j=0; j<nobs; j++){
            u[j+1]= rho*u[j] + sigma[j]* (rant(1, 1, 3) / sqrt(1.5));
        }
        y = eta + u[1:nobs]; //resposta
    }
    else
    {
        for(j=0; j<nobs; j++){
            u[j+1]= rho*u[j] + sigma[j]*(ranchi(1, 1, 2) - 2)/2;
        }
        y = eta + u[1:nobs]; //resposta
    }
}

ols2c(y, X, &temp, &iXX); //executar a regressão
betahat[i][i] = temp; //guardar as estimativas
resid2 = (y - X*temp).^2; //quadrado dos resíduos
sigma2hat = sumc(resid2)/df; //estimativa de sigma^2
diff = (betahat[p-1][i]-1);

```

```

matrixtemp = resid2 .* Pt;
HC0 = P * matrixtemp; //HC0
tratio[0][i] = diff/sqrt(HC0[p-1][p-1]); //estatísticas HC0
HC3 = P * (matrixtemp .* weight3); //HC3
tratio[1][i] = diff/sqrt(HC3[p-1][p-1]); //estatísticas HC3
HC4 = P * (matrixtemp .* weight4); //HC4
tratio[2][i] = diff/sqrt(HC4[p-1][p-1]); //estatísticas HC4
HC4m = P*(matrixtemp .* weight4m); // HC4m
tratio[3][i] = diff/sqrt(HC4m[p-1][p-1]); //estatísticas HC4m
HC5 = P * (matrixtemp .* weight5); // HC5
tratio[4][i] = diff/sqrt(HC5[p-1][p-1]); //estatísticas HC5
}

//taxas de rejeição ao nível nominal de 10% : valor crítico t
rejt[0][0] = sumr(fabs(tratio[0] [])) .> cvt10)/nrep*100; //HC0
rejt[0][1] = sumr(fabs(tratio[1] [])) .> cvt10)/nrep*100; //HC3
rejt[0][2] = sumr(fabs(tratio[2] [])) .> cvt10)/nrep*100; //HC4
rejt[0][3] = sumr(fabs(tratio[3] [])) .> cvt10)/nrep*100; //HC4m
rejt[0][4] = sumr(fabs(tratio[4] [])) .> cvt10)/nrep*100; //HC5

//taxas de rejeição ao nível nominal de 10% : valor crítico normal
rejz[0][0] = sumr(fabs(tratio[0] [])) .> cvz10)/nrep*100; //HC0
rejz[0][1] = sumr(fabs(tratio[1] [])) .> cvz10)/nrep*100; //HC3
rejz[0][2] = sumr(fabs(tratio[2] [])) .> cvz10)/nrep*100; //HC4
rejz[0][3] = sumr(fabs(tratio[3] [])) .> cvz10)/nrep*100; //HC4m
rejz[0][4] = sumr(fabs(tratio[4] [])) .> cvz10)/nrep*100; //HC5

//taxas de rejeição ao nível nominal de 5% : valor crítico t
rejt[1][0] = sumr(fabs(tratio[0] [])) .> cvt5)/nrep*100; //HC0
rejt[1][1] = sumr(fabs(tratio[1] [])) .> cvt5)/nrep*100; //HC3
rejt[1][2] = sumr(fabs(tratio[2] [])) .> cvt5)/nrep*100; //HC4
rejt[1][3] = sumr(fabs(tratio[3] [])) .> cvt5)/nrep*100; //HC4m
rejt[1][4] = sumr(fabs(tratio[4] [])) .> cvt5)/nrep*100; //HC5

//taxas de rejeição ao nível nominal de 5% : valor crítico normal
rejz[1][0] = sumr(fabs(tratio[0] [])) .> cvz5)/nrep*100; //HC0
rejz[1][1] = sumr(fabs(tratio[1] [])) .> cvz5)/nrep*100; //HC3
rejz[1][2] = sumr(fabs(tratio[2] [])) .> cvz5)/nrep*100; //HC4
rejz[1][3] = sumr(fabs(tratio[3] [])) .> cvz5)/nrep*100; //HC4m
rejz[1][4] = sumr(fabs(tratio[4] [])) .> cvz5)/nrep*100; //HC5

//Salvar os resultados obtidos do programa
decl file=fopen("saidas1.txt", "a");
print("\n");

fprintf(file, "\t\t OX PROGRAM: ", oxfilename(0));
fprintf(file, "\t\t OX VERSION: ", oxversion());
fprintf(file, "\t\t LAMBDA: ", "%6.2f", lambda);
fprintf( file, "\t\t NUM. REPLICATIONS: ", nrep);
fprintf( file, "\t\t NUM. OBSERVATIONS: ", nobs);
fprintf( file, "\t\t VALUR OF RH0: ", "%6.2f", rho);
fprintf(file, "\t\t DATE: ", date() );
fprintf( file, "\t\t TIME: ", time() );

print("\n");
if(distribution == 1)
fprintf(file,"ERROR DISTRIBUTION: normal");
else if(distribution == 2)
fprintf(file,"ERROR DISTRIBUTION: t(3)");
else
fprintf(file,"ERROR DISTRIBUTION: chi-squared(2)");
fprintf(file,"SAMPLE SIZE (NOBS): ", nobs);
fprintf(file,"NUM. REPLICATIONS.: ", nrep);
fprintf(file,"NUMBER OF PARAMETERS: ", p);
fprintf(file,"seed: ", myseed);
fprintf(file,"MAXIMAL LEVERAGE: ", "%6.4f", hmax);
fprintf(file,"RATIO: ", "%6.4f", hmax/(3*p/nobs));
fprintf(file,"THRESHOLD (3*p/n): ", "%6.4f", 3*p/nobs);
print("\n");
fprintf(file,"MONENTS: ", "%c", {"mean", "std.dev.", "skewness", "kurtosis"}, "%r",
{ "HC0", "HC3", "HC4", "HC4m", "HC5"}, "%10.6f", (moments(tratio', 4)[1:4] []))';
print("\n");
fprintf(file,"NULL REJECTION RATES t CV (10% and 5%): ", "%c", { "HC0", "HC3",

```

```

"HC4","HC4m","HC5"}, "%r", {"10%", " 5%"}, "%8.2f", rejt);
print("\n");
fprintf(file,"NULL REJECTION RATES z CV (10% and 5%): ", "%c", { "HC0", "HC3",
"HC4","HC4m", "HC5"}, "%r", {"10%", " 5%"}, "%8.2f", rejt);

print("\n");
fprintf(file,"EXECUTION TIME: #####", timespan(exectime));
print("\n");
fclose(file);
}

```

A.2 Código Ox usado na simulação de poder

Neste apêndice encontra-se o código escrito em linguagem Ox de uma simulação de poder. Esse programa foi utilizado para avaliar os desempenhos dos testes HC0, HC3, HC4, HC4m e HC5 quando há heteroscedasticidade e correlação serial.

```

#include <oxstd.h>
#include <oxprob.h>

//Variáveis globais
const decl nrep = 100000; //número de réplicas de MC
const decl samplesize = 1; //tamanho da amostra: 1 (n=25), 2 (n=50), 3 (n=75), 4
//(n=100), 5 (n=125), 6 (n=150), 8 (n=200) e 20 (n=500)
const decl p = 3; //número de regressores (incluindo o intercepto)
const decl hetero = 1; //0 for homoscedasticidade e 1 heteroscedasticidade
const decl distribution = 1; //Distribuição: 1, normal; 2, t(3); 3, Qui-quadrado(2)
const decl RHO = <-0.7>; //Valor de RHO -0.3;0.0;0.3;0.7;

//Corpo principal do programa
main(){

//Declaração de variáveis usadas no programa
decl i, myseed, betahat, beta, X,X1,X2, y, eta, temp, epsilon, exectime, tratio,
iXX, cvt5, cvz5, cvt10, cvz10, rejt, rejz, sigma2hat, df, resid2, P, Pt,sigma,
lambda, sigma2, a, H, HCO, HC3, HC4,HC4m, HC5,HC5m, weight3, weight4,weight4m,
weight5m, weight5, mx1, mx2, gnew5, g, g1, g2, g4, g5, gnew2, gnew6, g4m, g5m,
gtemp, h, hmax, diff, matrixtemp, Z, u, j;

decl nobs = 25; //número de observações
ranseed("MWV_52"); //escolha do gerador
myseed = 2000; ranseed(myseed); //definir a semente RNG original

Z = ranlogn(nobs, 1); //regressor usado para função cedástica
myseed = 65000; ranseed(myseed); //semente inicial
exectime = timer(); //inicia o cronômetro

a = (hetero == 0) ? 0.00 : 1.300; //constante usada para função cedástica

beta = ones(p, 1);

decl betadgp = beta;
//valor de beta2 no processo de geração dos dados
betadgp[p-1] = 3;
X1 = ranlogn(nobs, 1);
X2 = rant(nobs, 1, 5);

X = 1-X1-X2; //matriz de regressores

//replica os valores das covariáveis
if(samplesize == 1){
X = X;
nobs = nobs;
}
else if(samplesize == 2){
X = X|X;
Z = Z|Z;
nobs *= 2;
}
}

```



```

//valores críticos empíricos
cvt5 = quant(0.975, df); //valor crítico t, ao nível nominal de 5%
cvz5 = quann(0.975); //valor crítico normal (z), ao nível nominal de 5%
cvt10 = quant(0.95, df); //valor crítico t, ao nível nominal de 10%
cvz10 = quann(0.95); //valor crítico normal (z), ao nível nominal de 10%
rejt = zeros(2, 5); //matriz para armazenar as taxas de rejeição
rejz = zeros(2, 5); //matriz para armazenar as taxas de rejeição

u= zeros(nobs+1,1);
u[0]=0.0;

decl perc;
//Monte Carlo loop
for(i=0; i<nrep; i++)
{
if(distribution == 1)
{
for(j=0; j<nobs; j++){
u[j+1]= RHO*u[j] + sigma[j]*rann(1, 1);
}
y = etanew + u[1:nobs]; //resposta
}
else if(distribution == 2)
{
y = etanew + sigma .* (rant(nobs, 1, 3) / sqrt(1.5)); //resposta
}
else
{
y = etanew + sigma .* (ranchi(nobs, 1, 2) - 2)/2; //resposta
}

ols2c(y, X, &temp, &iXX); //executar a regressão
betahat[] [i] = temp; //guarda as estimativas
resid2 = (y - X*temp).^2; //quadrado dos resíduos
sigma2hat = sumc(resid2)/df; //estimativa de sigma^2

diff = (betahat[p-1][i]-1);
matrixtemp = resid2 .* Pt;
HCO = P * matrixtemp; //HCO
tratio[0][i] = diff/sqrt(HCO[p-1][p-1]); //estatísticas HCO
HC3 = P * (matrixtemp .* weight3); //HC3
tratio[1][i] = diff/sqrt(HC3[p-1][p-1]); //estatísticas HC3
HC4 = P * (matrixtemp .* weight4); //HC4
tratio[2][i] = diff/sqrt(HC4[p-1][p-1]); //estatísticas HC4
HC4m = P*(matrixtemp .* weight4m); //HC4m
tratio[3][i] = diff/sqrt(HC4m[p-1][p-1]); //estatísticas HC4m
HC5 = P * (matrixtemp .* weight5); //HC5
tratio[4][i] = diff/sqrt(HC5[p-1][p-1]); //estatísticas HC5
}

//Considerando rho=-0.7
if(RHO== -0.7){

//taxas de rejeição ao utilizando o valor empírico
rejz[0][0] = sumr(fabs(tratio[0][])) .> 0.4607)/nrep*100; //HCO
rejz[0][1] = sumr(fabs(tratio[1][])) .> 0.7559)/nrep*100; //HC3
rejz[0][2] = sumr(fabs(tratio[2][])) .> 0.1052)/nrep*100; //HC4
rejz[0][3] = sumr(fabs(tratio[3][])) .> 1.1680)/nrep*100; //HC4m
rejz[0][4] = sumr(fabs(tratio[4][])) .> 1.4709)/nrep*100; //HC5

rejz[1][0] = sumr(fabs(tratio[0][])) .> 0.4624)/nrep*100; //HCO
rejz[1][1] = sumr(fabs(tratio[1][])) .> 0.7585)/nrep*100; //HC3
rejz[1][2] = sumr(fabs(tratio[2][])) .> 0.1056)/nrep*100; //HC4
rejz[1][3] = sumr(fabs(tratio[3][])) .> 1.1729)/nrep*100; //HC4m
rejz[1][4] = sumr(fabs(tratio[4][])) .> 1.4755)/nrep*100; //HC5
}

//Considerando rho=-0.3
else if(RHO== -0.3){
//taxas de rejeição ao utilizando o valor empírico
rejz[0][0] = sumr(fabs(tratio[0][])) .> 0.0653)/nrep*100; //HCO
rejz[0][1] = sumr(fabs(tratio[2][])) .> 0.3955)/nrep*100; //HC3

```

```

rejz[0][2] = sumr(fabs(tratio[3][ ]) .> 0.5661)/nrep*100; //HC4
rejz[0][3] = sumr(fabs(tratio[4][ ]) .> 2.9194)/nrep*100; //HC4m
rejz[0][4] = sumr(fabs(tratio[5][ ]) .> 1.1465)/nrep*100; //HC5

//taxas de rejeição ao utilizando o valor empírico
rejz[1][0] = sumr(fabs(tratio[0][ ]) .> 0.0654)/nrep*100; //HC0
rejz[1][1] = sumr(fabs(tratio[1][ ]) .> 0.3965)/nrep*100; //HC3
rejz[1][2] = sumr(fabs(tratio[2][ ]) .> 0.5681)/nrep*100; //HC4
rejz[1][3] = sumr(fabs(tratio[3][ ]) .> 2.9338)/nrep*100; //HC4m
rejz[1][4] = sumr(fabs(tratio[4][ ]) .> 1.1486)/nrep*100; //HC5
}

//Considerando rho=0.0
else if(RHO==0.0){
  //taxas de rejeição ao utilizando o valor empírico
  rejz[0][0] = sumr(fabs(tratio[0][ ]) .> 0.0591)/nrep*100; //HC0
  rejz[0][1] = sumr(fabs(tratio[1][ ]) .> 0.3413)/nrep*100; //HC3
  rejz[0][2] = sumr(fabs(tratio[2][ ]) .> 0.6716)/nrep*100; //HC4
  rejz[0][3] = sumr(fabs(tratio[3][ ]) .> 3.5864)/nrep*100; //HC4m
  rejz[0][4] = sumr(fabs(tratio[4][ ]) .> 0.8100)/nrep*100; //HC5

  //taxas de rejeição ao utilizando o valor empírico
  rejz[1][0] = sumr(fabs(tratio[0][ ]) .> 0.0592)/nrep*100; //HC0
  rejz[1][1] = sumr(fabs(tratio[1][ ]) .> 0.3421)/nrep*100; //HC3
  rejz[1][2] = sumr(fabs(tratio[2][ ]) .> 0.6737)/nrep*100; //HC4
  rejz[1][3] = sumr(fabs(tratio[3][ ]) .> 3.6038)/nrep*100; //HC4m
  rejz[1][4] = sumr(fabs(tratio[4][ ]) .> 0.8114)/nrep*100; //HC5
}

//Considerando rho=0.3
else if(RHO==0.3){
  //taxas de rejeição ao utilizando um valor empírico
  rejz[0][0] = sumr(fabs(tratio[0][ ]) .> 0.3882)/nrep*100; //HC0
  rejz[0][1] = sumr(fabs(tratio[1][ ]) .> 0.6284)/nrep*100; //HC3
  rejz[0][2] = sumr(fabs(tratio[2][ ]) .> 0.3130)/nrep*100; //HC4
  rejz[0][3] = sumr(fabs(tratio[3][ ]) .> 3.4695)/nrep*100; //HC4m
  rejz[0][4] = sumr(fabs(tratio[4][ ]) .> 0.3326)/nrep*100; //HC5

  //taxas de rejeição ao utilizando um valor empírico
  rejz[1][0] = sumr(fabs(tratio[0][ ]) .> 0.3892)/nrep*100; //HC0
  rejz[1][1] = sumr(fabs(tratio[1][ ]) .> 0.6300)/nrep*100; //HC3
  rejz[1][2] = sumr(fabs(tratio[2][ ]) .> 0.3140)/nrep*100; //HC4
  rejz[1][3] = sumr(fabs(tratio[3][ ]) .> 3.4851)/nrep*100; //HC4m
  rejz[1][4] = sumr(fabs(tratio[4][ ]) .> 0.3334)/nrep*100; //HC5
}

//Considerando rho=0.7
else{
  //taxas de rejeição ao utilizando um valor empírico
  rejz[0][0] = sumr(fabs(tratio[0][ ]) .> 0.9448)/nrep*100; //HC0
  rejz[0][1] = sumr(fabs(tratio[1][ ]) .> 1.3327)/nrep*100; //HC3
  rejz[0][2] = sumr(fabs(tratio[2][ ]) .> 0.7843)/nrep*100; //HC4
  rejz[0][3] = sumr(fabs(tratio[3][ ]) .> 1.9596)/nrep*100; //HC4m
  rejz[0][4] = sumr(fabs(tratio[4][ ]) .> 0.1481)/nrep*100; //HC5

  //taxas de rejeição ao utilizando um valor empírico
  rejz[1][0] = sumr(fabs(tratio[0][ ]) .> 0.9480)/nrep*100; //HC0
  rejz[1][1] = sumr(fabs(tratio[1][ ]) .> 1.3381)/nrep*100; //HC3
  rejz[1][2] = sumr(fabs(tratio[2][ ]) .> 0.7871)/nrep*100; //HC4
  rejz[1][3] = sumr(fabs(tratio[3][ ]) .> 1.9669)/nrep*100; //HC4m
  rejz[1][4] = sumr(fabs(tratio[4][ ]) .> 0.1487)/nrep*100; //HC5
}

//Salvando os resultados do programa
decl file=fopen("Saidas2.txt", "a");
print("\n");

fprintf(file, "\t\t OX PROGRAM: ", oxfilename(0) );
fprintf(file, "\t\t OX VERSION: ", oxversion(0) );
fprintf(file, "\t\t LAMBDA: ", "%6.2f", lambda );

```

```

        fprintf( file, "\t\t NUM. REPLICATIONS: ", nrep );
        fprintf( file, "\t\t NUM. OBSERVATIONS: ", nobs );
        fprintf( file, "\t\t VALUR OF RHO: ", "%6.2f", RHO );
        fprintf( file, "\t\t VALUR OF BETADGP: ", betadgp[p-1]);
        fprintf( file, "\t\t DATE: ", date() );
        fprintf( file, "\t\t TIME: ", time() );
    print("\n");
    if(distribution == 1)
        fprintf(file, "ERROR DISTRIBUTION: normal");
    else if(distribution == 2)
        fprintf(file, "ERROR DISTRIBUTION: t(3)");
    else
        fprintf(file, "ERROR DISTRIBUTION: chi-squared(2)");
    fprintf(file, "SAMPLE SIZE (NOBS): ", nobs);
    fprintf(file, "NUM. REPLICATIONS.: ", nrep);
        fprintf(file, "NUMBER OF PARAMETERS: ", p);

    print("\n");
    fprintf(file, "POWER: ", "%c", { "HC0", "HC3",
    "HC4", "HC4m", "HC5"}, "%r", {"10%", " 5%"}, "%8.2f", rejz);

    // salvando o tempo de execução
    print("\n");
    fprintf(file, "EXECUTION TIME: #####", timespan(exectime));
    fprintf(file, "\n");
    fclose(file);
}

```

A.3 Código Ox usado quando há valores defasados

Neste apêndice encontra-se o código escrito em linguagem Ox de uma simulação de tamanho. Esse programa foi utilizado para avaliar os desempenhos dos testes HC0, HC3, HC4, HC4m e HC5 quando há heteroscedasticidade e correlação serial.

```

/*-----

Programa: Simulação de tamanho

Descrição: Simulação de Monte Carlo para avaliar o desempenho dos testes HC0, HC3,
HC4, HC4m e HC5 na presença de heteroscedasticidade e correlação serial, no modelo
de regressão, quando há uma covariável defasada.

Autora: Wanessa Weridiana da L. Freitas.

-----*/

#include <oxstd.h>
#include <oxprob.h>

//Variáveis globais
const decl nrep = 100000; //número de réplicas
const decl samplesize = 1; //tamanho da amostra: 1 (n=25), 2 (n=50), 4 (n=100), 5
// (n=125), 6 (n=150), 8 (n=200) e 20 (n=500)
const decl p = 3; //número de regressores (incluindo o intercepto)
const decl hetero = 1; //0 for homoscedasticidade e 1 heteroscedasticidade
const decl distribution = 1; //Distribuição: 1, normal; 2, t(3); 3, Qui-quadrado(2)
const decl VRHO = <-0.9;-0.8;-0.7;-0.6;-0.5;-0.4;-0.3;-0.2;-0.1; 0.0; 0.1; 0.2; 0.3;
0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9>; //valores de rho utilizados
decl PHI= <0.2>; //valor de phi utilizado

//corpo principal do programa
main(){

    for(r=0;r<sizer(VRHO);r++){
        RH0=VRHO[r];

        decl i, myseed, betahat, beta, X,X1,X2, y, eta, temp, epsilon, exectime, tratio,

```

```

iXX, cvt5, cvz5, cvt10, cvz10, rejz, rejz, sigma2hat, df, resid2, P, Pt, sigma,
lambda, sigma2, a, H, HC0, HC3, HC4,HC4m, HC5, weight3, weight4,weight4m, hmax,
weight5, mx1, mx2, gnew5, g, g1, g2, g4, g5, gnew2, gnew6, g4m, g5m, gtemp, h,
diff, matrixtemp, Z, Xnova, u, j, N, RH0, n, r, k;

decl nobs = 25; //número de observações
ranseed("MWV_52"); //gerador de números aleatórios
myseed = 2000; ranseed(myseed); //definir a semente

Z = ranlogn(nobs, 1); //regressor usado para a função cedástica
myseed = 65000; ranseed(myseed); //semente inicial

exectime = timer(); //inicia o cronômetro
a = (hetero == 0) ? 0.00 : 1.300; //constante usada para a função cedástica
beta = ones(p, 1); //valores do parâmetros (1,1,1)

X1 = ranlogn(nobs, 1);
X2 = rant(nobs, 1, 5);
X = 1-X1-X2; //matriz de regressores

//replica os valores das covariaveis
if(samplesize == 1){
X = X;
nobs = nobs;
}
else if(samplesize == 2){
X = X|X;
Z = Z|Z;
nobs *= 2;
}
else if(samplesize == 3){
X = X|X|X;
Z = Z|Z|Z;
nobs *= 3;
}
else if(samplesize == 4){
X = X|X|X|X;
Z = Z|Z|Z|Z;
nobs *= 4;
}
else if(samplesize == 5){
X = X|X|X|X|X;
Z = Z|Z|Z|Z|Z;
nobs *= 5;
}
else if(samplesize == 6){
X = X|X|X|X|X|X;
Z = Z|Z|Z|Z|Z|Z;
nobs *= 6;
}
else if(samplesize == 7){
X = X|X|X|X|X|X|X;
Z = Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z;
nobs *= 7;
}

else if(samplesize == 8){
X = X|X|X|X|X|X|X|X;
Z = Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z;
nobs *= 8;
}
else{
X = X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X|X;
Z = Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z|Z;
nobs *= 20;
}

eta = X*beta; //preditor linear
P = invertsym(X'X)*X'; //P = (X'X)^{-1}*X'
Pt = P'; //Pt = transposta de P
H = X*P; //H = X(X'X)^{-1}X' Matriz chapéu
h = (diagonal(H))';
hmax = double(maxc(h));

```

```

weight3 = 1.0 ./ ((1.0-h) .^ 2); //usado para o teste HC3
g = (nobs/p) * h;
g4 = g .> 4 .? 4 .: g; //usado para o teste HC4
weight4 = 1.0 ./ ((1.0-h) .^ g4); //usado para o teste HC4
gtemp = nobs*0.7*hmax/p > 4 ? nobs*0.7*hmax/p : 4;
mx1 = max(1.0, (nobs*0.1*hmax)/p);
mx2 = max(1.5, (nobs*0.5*hmax)/p);
g1 = g .> mx1 .? mx1 .: g;
g2 = g .> mx2 .? mx2 .: g;
g5 = g .< gtemp .? g .: gtemp;
gnew2 = g .> 1.0 .? 1.0 .: g; //max{1.0, (h_t)/(p/n)}
gnew6 = g .> 1.5 .? 1.5 .: g; //max{1.5, (h_t)/(p/n)}
g4m = gnew2 + gnew6;
g5m = g1./2 + g2./2;

weight5 = sqrt( 1.0 ./ (sqrt((1.0-h) .^ g5)) ); //usado para o teste HC5
weight4m = 1.0 ./ ((1.0-h) .^ g4m); //usado para o teste HC4m

sigma2 = exp(a*Z); //vetor de variâncias
sigma = sqrt(sigma2); //vetor de desvio-padrão

lambda = double( maxc(sigma2)/minc(sigma2) ); //razão: variância max pela
//variância min

betahat = zeros(p, nrep); //vetor usado para armazenar as estimativas

iXX = zeros(p,p); //(X'X)^{-1}
tratio = zeros(5, nrep); //matriz usada para a estatística t
df = nobs-p; //número de graus de liberdade

/* valores críticos*/
cvt5 = quant(0.975, df); //valor crítico da t, ao nível nominal de 5%
cvz5 = quann(0.975); //valor crítico da normal (z), ao nível nominal de 5%
cvt10 = quant(0.95, df); //valor crítico da t, ao nível nominal de 10%
cvz10 = quann(0.95); //valor crítico da normal (z), ao nível nominal de 10%
rejt = zeros(2, 5); //matriz para armazenar as taxas de rejeição da t
rejt = zeros(2, 5); //matriz para armazenar as taxas de rejeição da z

u= zeros(nobs+1,1);
u[0]=0.0;

    decl perc;
//Loop de Monte Carlo
for(i=0; i<nrep; i++)
{
    perc=(i+1)/nrep;
    if(perc==0.25||perc==0.5||perc==0.75||perc==1){
        print("Perc. Replicas MC=",perc*100,"%","\n");
    }

    if(distribution == 1)
    {
        for(j=0; j<nobs; j++){
            u[j+1]= RHO*u[j] + sigma[j]*rann(1, 1);
        }
        y=(zeros(nobs,1));
        y[0] = eta[0] + u[1]; //resposta

        for(k=1; k<nobs; k++)//
        {
            y[k] = eta[k] +u[k+1] + PHI*y[k-1];
        }
    }

    else if(distribution == 2)
    {
        for(j=0; j<nobs; j++){
            u[j+1]= RHO*u[j] + sigma[j]* (rant(1, 1, 3) / sqrt(1.5));
        }
        y=(zeros(nobs,1));
        y[0] = eta[0] + u[1];
        for(k=1; k<nobs; k++)

```

```

    {
        y[k] = eta[k] + u[k+1] + PHI*y[k-1];
    }

}
else
{
    for(j=0; j<nobs; j++){
        u[j+1]= RH0*u[j] + sigma[j]*(ranchi(1, 1, 2) - 2)/2;
    }

    y=(zeros(nobs,1));
    y[0] = eta[0] + u[1];

    for(k=1; k<nobs; k++)
    {
        y[k] = eta[k] + u[k+1] + PHI*y[k-1];
    }
}

Xnova = X ~ (0|y[0:(nobs-2)]);
ols2c(y, Xnova, &temp, &iXX); //executar a regressão
betahat[] [i] = temp; //guardar as estimativas
resid2 = (y - Xnova*temp).^2; //quadrado dos resíduos
sigma2hat = sumc(resid2)/df; //estimativas de sigma^2

diff = (betahat[p-1][i]-1);
matrixtemp = resid2 .* Pt;
HC0 = P * matrixtemp; //HC0
tratio[0][i] = diff/sqrt(HC0[p-1][p-1]); //estatísticas HC0
HC3 = P * (matrixtemp .* weight3); //HC3
tratio[1][i] = diff/sqrt(HC3[p-1][p-1]); //estatísticas HC3
HC4 = P * (matrixtemp .* weight4); //HC4
tratio[2][i] = diff/sqrt(HC4[p-1][p-1]); //estatísticas HC4
HC4m = P*(matrixtemp .* weight4m); //HC4m
tratio[3][i] = diff/sqrt(HC4m[p-1][p-1]); //estatísticas HC4m
HC5 = P * (matrixtemp .* weight5); //HC5
tratio[4][i] = diff/sqrt(HC5[p-1][p-1]); //estatísticas HC5
}

//taxas de rejeição ao nível nominal de 10%: valor crítico t
rejt[0][0] = sumr(fabs(tratio[0][])) .> cvt10)/nrep*100; //HC0
rejt[0][1] = sumr(fabs(tratio[1][])) .> cvt10)/nrep*100; //HC3
rejt[0][2] = sumr(fabs(tratio[2][])) .> cvt10)/nrep*100; //HC4
rejt[0][3] = sumr(fabs(tratio[3][])) .> cvt10)/nrep*100; //HC4m
rejt[0][4] = sumr(fabs(tratio[4][])) .> cvt10)/nrep*100; //HC5

//taxas de rejeição ao nível nominal de 10%: valor crítico normal
rejz[0][0] = sumr(fabs(tratio[0][])) .> cvz10)/nrep*100; //HC0
rejz[0][1] = sumr(fabs(tratio[1][])) .> cvz10)/nrep*100; //HC3
rejz[0][2] = sumr(fabs(tratio[2][])) .> cvz10)/nrep*100; //HC4
rejz[0][3] = sumr(fabs(tratio[3][])) .> cvz10)/nrep*100; //HC4m
rejz[0][4] = sumr(fabs(tratio[4][])) .> cvz10)/nrep*100; //HC5

//taxas de rejeição ao nível nominal de 5%: valor crítico t
rejt[1][0] = sumr(fabs(tratio[0][])) .> cvt5)/nrep*100; //HC0
rejt[1][1] = sumr(fabs(tratio[1][])) .> cvt5)/nrep*100; //HC3
rejt[1][2] = sumr(fabs(tratio[2][])) .> cvt5)/nrep*100; //HC4
rejt[1][3] = sumr(fabs(tratio[3][])) .> cvt5)/nrep*100; //HC4m
rejt[1][4] = sumr(fabs(tratio[4][])) .> cvt5)/nrep*100; //HC5

//taxas de rejeição ao nível nominal de 5%: valor crítico normal
rejz[1][0] = sumr(fabs(tratio[0][])) .> cvz5)/nrep*100; //HC0
rejz[1][1] = sumr(fabs(tratio[1][])) .> cvz5)/nrep*100; //HC3
rejz[1][2] = sumr(fabs(tratio[2][])) .> cvz5)/nrep*100; //HC4
rejz[1][3] = sumr(fabs(tratio[3][])) .> cvz5)/nrep*100; //HC4m
rejz[1][4] = sumr(fabs(tratio[4][])) .> cvz5)/nrep*100; //HC5

//Salvar os resultados obtidos do programa
decl file=fopen("saidash_n200_rho09.txt", "a");
print("\n");
fprintf(file, "\t\t OX PROGRAM: ", oxfilename(0) );

```

```

        fprintf(file, "\t\t OX VERSION: ", oxversion() );
        fprintf(file, "\t\t LAMBDA: ", "%6.2f", lambda );
        fprintf(file, "\t\t NUM. REPLICATIONS: ", nrep );
        fprintf(file, "\t\t NUM. OBSERVATIONS: ", nobs );
        fprintf(file, "\t\t VALUR OF RHO: ", "%6.2f", RHO );
        fprintf(file, "\t\t VALUR OF PHI: ", "%6.2f", PHI );
        fprintf(file, "\t\t DATE: ", date() );
        fprintf(file, "\t\t TIME: ", time() );

    print("\n");
    if(distribution == 1)
        fprintf(file, "ERROR DISTRIBUTION: normal");
    else if(distribution == 2)
        fprintf(file, "ERROR DISTRIBUTION: t(3)");
    else
        fprintf(file, "ERROR DISTRIBUTION: chi-squared(2)");
    fprintf(file, "SAMPLE SIZE (NOBS): ", nobs);
    fprintf(file, "NUM. REPLICATIONS.: ", nrep);
    fprintf(file, "NUMBER OF PARAMETERS: ", p);
    fprintf(file, "seed: ", myseed);
    fprintf(file, "MAXIMAL LEVERAGE: ", "%6.4f", hmax);
    fprintf(file, "RATIO: ", "%6.4f", hmax/(3*p/nobs));
    fprintf(file, "THRESHOLD (3*p/n): ", "%6.4f", 3*p/nobs);
    print("\n");
    fprintf(file, "MONENTS: ", "%c", {"mean", "std.dev.", "skewness", "kurtosis"}, "%r",
    {"HCO", "HC3", "HC4", "HC4m", "HC5"}, "%10.6f", (moments(tratio', 4)[1:4] [])' );
    print("\n");
    fprintf(file, "NULL REJECTION RATES t CV (10% and 5%): ", "%c", {"HCO", "HC3",
    "HC4", "HC4m", "HC5"}, "%r", {"10%", "5%"}, "%8.2f", rejt);
    print("\n");
    fprintf(file, "NULL REJECTION RATES z CV (10% and 5%): ", "%c", {"HCO", "HC3",
    "HC4", "HC4m", "HC5"}, "%r", {"10%", "5%"}, "%8.2f", rejz);

    //salvar o tempo de execução
    print("\n");
    fprintf(file, "EXECUTION TIME: #####", timespan(exectime));
    print("\n");
    fclose(file);

} //fim do laço de rho

}

```