UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA – CCEN
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

GABRIEL DA CRUZ BORBA DE ANDRADE

ARMAZENAMENTO DE LUZ POR NÃO-LINEARIDADES DE ALTA ORDEM EM UM MEIO ATÔMICO

Recife
2014

GABRIEL DA CRUZ BORBA DE ANDRADE

ARMAZENAMENTO DE LUZ POR NÃO-LINEARIDADES DE ALTA ORDEM EM UM MEIO ATÔMICO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Dr. Daniel Felinto Pires Barbosa

Recife
2014

Catalogação na fonte
Bibliotecária Alice Maria dos Santos Costa CRB4-711

A553a Andrade, Gabriel da Cruz Borba de.
Armazenamento de luz por não-linearidades de alta ordem em um meio atômico / Gabriel da Cruz Borba de Andrade. – Recife: O Autor, 2014.
85 p. : fig..

Orientador: Daniel Felinto Pires Barbosa.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCEN. Física, 2014.
Inclui referências e apêndices.

1. Óptica. 2. Óptica não-linear. I. Barbosa, Daniel Felinto Pires (Orientador). II. Titulo.

535.2 CDD (22. ed.) UFPE-FQ 2015-05

GABRIEL DA CRUZ BORBA DE ANDRADE

ARMAZENAMENTO DE LUZ POR NÃO-LINEARIDADES DE ALTA ORDEM EM UM MEIO ATÔMICO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Aprovada em: 25/09/2014.

BANCA EXAMINADORA

_____

Profº. Dr. Daniel Felinto Pires Barbosa (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Profº. Dr. José Wellington Rocha Tabosa (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Profº. Dr. . Márcio Heraclyto Gonçalves de Miranda (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Profº. Dr. Antonio Zelaquett Khoury (Examinador Externo)
Universidade Federal Fluminense

A Deus.

Resumo

Nesta dissertação apresentamos uma investigação teórica e experimental do armazenamento e extração de diversas ordens de não linearidades na interação átomo-luz, utilizando grades de coerência de um ensemble de átomos frios de Césio aprisionados em uma armadilha magneto-ótica. As diversas ordens são exploradas na condição de casamento de fase, modificando apenas o ângulo do feixe leitura em relação ao eixo de definido por um dos feixes da escrita. Elaboramos um modelo teórico consistindo em um sistema atômico de quatro níveis interagindo com campos clássicos com polarizações lineares ortogonais. Ele nos fornece uma expressão analítica para o campo elétrico do feixe gerado na direção de deteção, nos permitindo comparar diversos aspectos experimentais e teóricos e fornecendo um entendimento mais claro acerca do problema. Abordamos particularmente as primeiras três ordens de não linearidade existentes no nosso sistema, a saber, $\chi^{(3)}$, $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$. Dentre os aspectos do sinal estudados estão as polarizações dos feixes gerados, que demonstram clara dependência com a ordem de não linearidade. Analisamos ainda formas de pulso e curvas de saturação com as intensidades dos feixes envolvidos, e os tempos de coerência do sistema, que determinariam até quando seria possível retirar a informação armazenada no meio.

Palavras-Chave: Átomos frios. Memórias quânticas. Grade de coerência. Casamento de fase.

Abstract

In this dissertation we present a theoretical and experimental investigation of the storage and retrieval of several orders of non-linearity in the light-atom interaction, using coherence gratings of cold cesium atoms ensemble trapped with a magnetic-optical trap. The orders are explored in the phase match condition, modifying only the angle between the reading beam and the axis defined by one of the writing beams. We elaborated a theoretical model of four level system interacting with the classical fields with orthogonal linear polarizations. It provides us an analytical expression from the generated electrical field, allowing us to compare several theoretical and experimental features, clarifying the problem. Particularly, we investigated the first three orders of non-linearity existent in our system, namely $\chi^{(3)}$, $\chi^{(5)}$ and $\chi^{(7)}$. We analyzed the pulses shapes, the saturation curves with the intensity of the beams involved, and the system coherence times which determine how long would be possible to recover the stored information in the atomic medium.

Keywords: Cold atoms. Quantum memories. Coherence grating. Phase matching.

Lista de Figuras

1.1 Os feixes de escrita interagem com o meio produzindo uma distribuição espacial de máximos e mínimos da coerência ou da população. Esses máximos e mínimos podem ser vistos como as partes sólidas e as fendas, respectivamente, de uma grade difração. Os feixes W e W' que possuem um ângulo θ entre si, escrevem a grade enquanto o feixe R é difratado na direção de D com um ângulo ϕ que dependerá de α. Todos os feixes estão ligados simultaneamente. 15

1.2 Diagrama de casamento de fase para (a) terceira, (b) quinta e (c) sétima ordem de não linearidade. 15

2.1 Geometria espacial para criação da grade de coerência. (a) Os feixes W e W' incidem sobre a amostra com um ângulo de 2θ entre eles, formando a grade. 21

2.2 Sistema de quatro níveis. Os campos W e W' acomplam em transições ortogonais $\hat{x}$ e $\hat{y}$ respectivamente. A diferença de energia entre os níveis fundamentais e excitados são as mesmas. 22

2.3 Gráfico de σ_{cf} ao longo do eixo z. 29

2.4 Geometria espacial para difração da grade de coerência. O feixe de leitura R escolhe angularmente a ordem de não linearidade devido a condição de casamento de fase. Para cada ângulo temos uma ordem diferente sendo acessada. Para o $\chi^{(3)}$ a leitura deve ser contrapropagante a W. Para o $\chi^{(5)}$, deve fazer um ângulo θ com a leitura do $\chi^{(3)}$. Para o $\chi^{(7)}$, deve fazer um ângulo de 2θ, e assim sucessivamente. 32

3.1 Esquema de níveis da linha D_2 do césio. 48

3.2 Princípio do melaço ótico. a) Átomo em repouso interagindo com dois feixes de laser contrapropagantes de mesma frequência, não observa diferenças de frequência. b) Átomo com velocidade v interagindo com dois feixes de mesma frequência, observa desvios de frequência e sente uma força resultante na direção contrária ao movimento atômico. 50
3.3 Esquema da armadilha utilizada no experimento. Os três feixes são conduzidos por fibras óticas até a região do experimento e são retrofletidos por três espelhos (E), passando por placas de quarto de onda ($\lambda/4$). A nuvem atômica é formada na região onde os três feixes se encontram. A bobina que produz o campo quadrupolar está localizada ao longo do eixo z. 51
3.4 Esquema de travamento e sintonização dos lasers utilizados no experimento. 53
3.5 Disposição temporal dos pulsos do experimento. 53
3.6 Esquema espacial para escrita e leitura de diversas ordens. As leituras do $\chi^{(3)}$ (em preto), $\chi^{(5)}$ (em vermelho) e $\chi^{(7)}$ (em azul) possuem ângulos de $0°, 1° e\ 2°$, produzindo em determinada direção apenas a ordem lida. As medidas de cada ordem são feitas individualmente, ou seja, apenas um feixe de leitura é ligado por vez. Os pulsos são observados nos detetores D1, D2 e D3, onde o pulso de $\chi^{(3)}$ passa por dentro de um divisor de feixes, ocasionando uma diminuição de 50% da intensidade. Todos os feixes envolvidos possuem uma polarização bem definida ao passarem por cubos polarizadores (PBS). 54
3.7 Medidas preliminares dos pulsos difratados para as três ordens de não linearidade. O pulso de $\chi^{(3)}$ foi observado em um detetor de 10 MHz (PDA 55 da Thorlabs), enquanto os de $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$ em uma APD para muitos fótons de 50 MHz (APD 110A/M da Thorlabs). O pulso de $\chi^{(3)}$ está alargado por este ter sido medido em um detetor mais lento que os outros dois. As medidas apresentadas no capítulo 4 foram realizadas em outra configuração de detecção (representada na figura 3.11) usando apenas as duas APDs da Thorlabs citadas. A escala temporal do osciloscópio é de 500 ns por divisão. 55
3.8 Esquema para controle de forma, direção e polarização dos feixes W e W' . 56
3.9 Esquema da leitura para as três ordens de não linearidade. O feixe saído da fibra ótica (em verde), passa por um PBS produzindo duas parcelas que serão utilizadas para os feixes de $\chi^{(3)}$ e $\chi^{(5)}$ (em preto e vermelho, respectivamente) e $\chi^{(7)}$ (em azul escuro). 57
3.10 Esquema da preparação do feixe de escrita antes da fibra. 59

3.11 Esquema para o sistema de deteção. O sinal de $\chi^{(3)}$ entra pela porta 2 do PBS, enquanto os sinais de $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$ entram pela porta 1. O espelho que parece bloquear o sinal de $\chi^{(5)}$ está em uma montagem retrátil. 60
3.12 Tela 1 do sistema de aquisição. 62
3.13 Tela 3 do sistema de aquisição. 62
3.14 Tela 2 do sistema de aquisição. 63

4.1 Gráfico da intensidade de pico recuperada em função de I_W para as três ordens de não linearidade: $\chi^{(3)}$ (quadrado preto), $\chi^{(5)}$ (círculo vermelho) e $\chi^{(7)}$ (triângulo azul). Os três gráficos foram obtidos com $I_{W'} = 31,8 mW/cm^2$ constante, $\Delta = 0$ tanto para a escrita como para a leitura. 66
4.2 Gráfico log-log do início da curva da figura 4.1. Os coeficientes do ajuste linear foram $1,3 \pm 0,1$, $1,8 \pm 0,2$ e $2,8 \pm 0,1$ para o $\chi^{(3)}$ (quadrado preto), $\chi^{(5)}$ (círculo vermelho) e $\chi^{(7)}$ (triângulo azul), respectivamente. 67
4.3 Pulsos dos sinais de $\chi^{(3)}$, $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$ para diferentes intensidades de W. Observe que a forma temporal se mantêm aproximadamente constante em todas as ordens, variando apenas a aplitude do sinal à medida que aumentamos a intensidade. 68
4.4 Pulsos dos sinais de $\chi^{(3)}$ e $\chi^{(7)}$ teóricos e experimentais. 69
4.5 Gráfico da intensidade de pico recuperada em função de I_R para as três ordens de não linearidade: $\chi^{(3)}$ (quadrado preto), $\chi^{(5)}$ (círculo vermelho) e $\chi^{(7)}$ (triângulo azul). Os gráficos do $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$ foram multiplicados por um fator de 50. 70
4.6 Gráfico log-log do início da curva da figura 4.5. Os quadrados pretos representam o $\chi^{(3)}$, os círculos vermelhos o $\chi^{(5)}$ e os triângulos azuis o $\chi^{(7)}$. Os coeficientes do ajuste linear foram $0,8 \pm 0,1$, $1,0 \pm 0,1$, $0,9 \pm 0,2$ para o $\chi^{(3)}$, $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$, respectivamente. 70
4.7 Pulsos dos sinais de $\chi^{(3)}$, $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$ para diferentes intensidades de R. Observe que a forma temporal se modifica em todas as ordens, variando a amplitude e sua largura, além de notarmos o aparecimento de estruturas internas do sinal à medida que aumentamos a intensidade. 71

4.8 Gráfico da intensidade de pico em função do tempo de armazenamento t_s para o $\chi^{(3)}$ (quadrado preto), $\chi^{(5)}$ (círculo vermelho) e $\chi^{(7)}$ (triângulo azul). As linhas sólidas representam os ajustes para cada curva com a função $y_0 + e^{-\frac{t}{\tau}}$. Os tempos de decaimento foram $10,2 \pm 0,3\mu s$, $8,3 \pm 0,3\mu s$, $4,34 \pm 0,09\mu s$ para o $\chi^{(3)}$, $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$, respectivamente. 72

Sumário

1 Introdução **13**

2 Modelo Teórico **18**

2.1 Introdução 18
2.2 A matriz densidade 19
2.3 Armazenamento 20
2.4 Estado estacionário e formação da grade 26
2.5 Estado Armazenado 30
2.6 Leitura 32
2.6.1 Leitura com polarização paralela a W 32
2.6.2 Coerências 35
2.6.3 Leitura com polarização ortogonal a W 36
2.7 Expansão da coerência fundamental em série de potências, e termos de casamento de fase 37
2.8 Emissão do sinal 40

3 Experimento **46**

3.1 Estrutura Hiperfina do Césio 46
3.2 Armadilha magneto-ótica 49
3.3 Sintonia e sincronização dos feixes do experimento 52
3.4 Configuração espacial 55
3.4.1 Preparação dos feixes de escrita e leitura antes das respectivas fibras óticas 58
3.4.2 Deteção do sinal 60
3.4.3 Sistema de aquisição 61

4 Resultados e Análise **64**
4.1 Investigação das polarizações 64
4.2 Curvas de saturação, variação do tempo de armazenamento e formas de pulso 65
4.2.1 Variando o campo E_W 66
4.2.2 Variando o campo E_R 69
4.2.3 Variando o tempo de armazenamento t_s 71

5 Conclusões e Perspectivas **73**
5.1 Conclusões 73
5.2 Perspectivas 74

Referências **75**

Apêndices **78**

A Solução do Sistema 2 na leitura **78**

B Obtenção da equação de quarto grau **82**

C Solução para polinômios de terceiro e quarto grau **84**

Capítulo 1

Introdução

É bem conhecido dos cursos básicos de eletromagnetismo, que a polarização $\vec{P}$ induzida no meio pode ser vista como uma expansão de Taylor em potências do campo elétrico $\vec{E}$ que a induz [1, 2]. Caso o campo seja fraco o suficiente é possível retermos apenas o primeiro termo linear, onde a polarização do meio obedecerá a expressão $\vec{P} \propto \chi\vec{E}$, com χ sendo a susceptibilidade linear do meio. Materiais que possuem este tipo de comportamento são ditos lineares. Entretanto, para intensidades suficientemente altas é possível modificar as propriedades óticas do meio tornando relevantes também os termos maiores na série da polarização, levando a observação de novos efeitos [3]. O campo da ótica não linear se preocupa exatamente em estudar esses fenômenos decorrentes da existência de ordens não lineares na polarização [3].

O início da ótica não linear é geralmente atribuído ao trabalho pioneiro de Franken, em 1961, demonstrando a geração de segundo harmônico [4]. Desde então muitos outros efeitos não lineares foram observados e estudados em detalhes, como conversão paramétrica ascendente, conversão paramétrica descendente, oscilação paramétrica, geração de terceiro harmônico, efeito Kerr, etc [5]. Entre esses vários processos está o de mistura de quatro ondas. Em sua configuração mais geral, três campos independentes de frequências ω_1, ω_2 e ω_3 interagem com um meio produzindo um quarto campo de frequência $\omega_4 = \omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_3$ [5, 6]. Caso os três campos possuam a mesma frequência com $\omega_{DFWM} = \omega - \omega + \omega$ teremos o que se denomina mistura de quatro ondas degenerada, ou degenerate four-wave

mixing (DFWM) em inglês [5].

A maioria esmagadora dos trabalhos realizados inicialmente em ótica não linear eram em cristais [7–10]. Contudo, com a expansão da área surgiram trabalhos que observavam esses mesmos processos, em especial a mistura de quatro ondas, em outros meios como vapores atômicos [11] e armadilhas magneto-óticas [12], entre outros. Nesse contexto surgiu a ótica não linear em física atômica.

Com o estabelecimento das observações em ordens mais baixas de não linearidade, surgiu o interesse natural de ir para ordens mais altas. Neste caso vários grupos empreenderam esforços com este fim. Em especial destacamos o trabalho realizado pelo grupo dos professores Martial Ducloy e Daniel Bloch, que consistia em resolver angularmente, na configuração de casamento de fase, a emissão devida às diversas ordens de não linearidade [13].

Nesta técnica, dois feixes de escrita, W e W' interferem em um meio ressonante criando uma modulação na população (*grade de população*) ou na coerência (*grade de coerência*). O resultado desta interação com o meio será uma distribuição espacial periódica semelhante a uma grade de difração, onde os máximos correspondem às partes concretas e os mínimos às fendas. Simultaneamente, um feixe R incidente é difratado de maneira que cada ordem de difração está associada a uma determinada ordem de não linearidade e sua propagação é determinada pela condição de casamento de fase. A notável semelhança com a difração de raios X em um cristal leva esse tipo de processo a ser chamado na literatura de difração de Bragg [14–16].

Para a primeira ordem é necessário apenas uma baixa potência dos dois feixes W e W'. Entretanto, para que as ordens mais altas sejam vistas é preciso que os feixes de escrita sejam intensos o suficiente para saturar o meio, induzindo neste uma grade anarmônica. A existência de ordens superiores é resultado de múltiplas interações dos átomos com os feixes W e W', como veremos em breve. À medida que aumentamos a intensidade desses feixes, as difrações dos sinais com susceptibilidades $\chi^{(2n+1)}$ mais altas vão sendo contempladas (lembrando que o meio em questão, um conjunto de átomos presos na armadilha magneto-ótica, é simétrico, e, portanto só existem as ordens $2n+1$), onde n = 1, 2, 3, etc. Caso os feixes estejam em um regime extremamente saturado, todas as 2n + 1 ordens de não

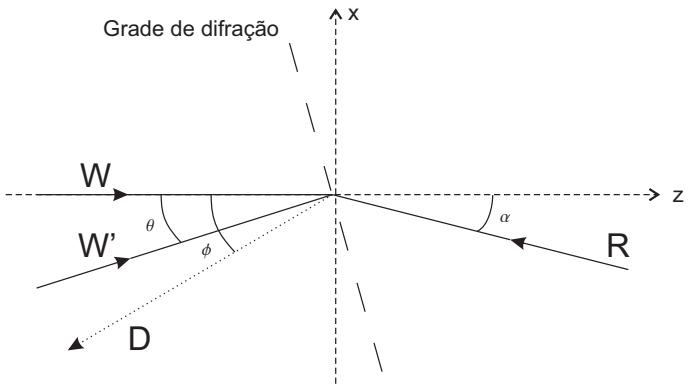

Figura 1.1 Os feixes de escrita interagem com o meio produzindo uma distribuição espacial de máximos e mínimos da coerência ou da população. Esses máximos e mínimos podem ser vistos como as partes sólidas e as fendas, respectivamente, de uma grade difração. Os feixes W e W' que possuem um ângulo θ entre si, escrevem a grade enquanto o feixe R é difratado na direção de D com um ângulo ϕ que dependerá de α. Todos os feixes estão ligados simultaneamente.

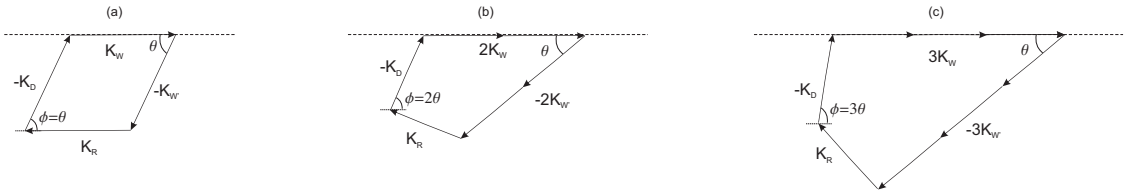

Figura 1.2 Diagrama de casamento de fase para (a) terceira, (b) quinta e (c) sétima ordem de não linearidade.

linearidade serão induzidas. O processo descrito aqui pode ser visto como absorções e emissões de n de fótons de W e W', respectivamente, e de absorção e emissão de um fóton de R e D, respectivamente, submetidas à condição de casamento de fase $\vec{k}_D = \vec{k}_R + n(\vec{k}_W - \vec{k}_{W'})$ ou $sen\phi = nsen\alpha$ (onde ϕ e α são os mesmo da figura 1.1. Mais explicitamente, para o $\chi^{(3)}$ temos a condição $\vec{k}_D = \vec{k}_R + (\vec{k}_W - \vec{k}_{W'})$, para o $\chi^{(5)}$ temos $\vec{k}_D = \vec{k}_R + 2(\vec{k}_W - \vec{k}_{W'})$, para o $\chi^{(7)}$ temos $\vec{k}_D = \vec{k}_R + 3(\vec{k}_W - \vec{k}_{W'})$, e assim sucessivamente. Os diagramas vetoriais dessas três ordens estão esquematizados na figura 1.2.

Esse tipo de configuração foi utilizado em diversos trabalhos nas três últimas décadas para processos de mistura de onda [14, 15, 17], onda a rede de difração era criada e lida concomitantemente. Entretanto, ao imprimir uma grade de coerência entre os níveis fundamentais Zeeman, por exemplo, a grade criada quando o sistema atinge um estágio estacio-

nário persiste por um determinado tempo mesmo após o desligamento dos feixes de escrita, por ter sido armazenada em uma coerência com um tempo de vida longo. Esta será a ideia básica por trás da nossa configuração experimental, onde procuramos combinar memórias atômicas com os processos de alta não linearidade no meio.

Desta forma, precisamos apresentar o problema de memórias atômicas. A literatura normalmente introduz o tema historicamente com o estudo de sistemas coerentemente preparados [18], em particular o *Coherent Population Trapping* (CPT) [19]. No CPT, dois lasers interagem com o átomo criando um estado que é uma superposição coerente dos dois níveis fundamentais, tal que, para certas condições do campo incidente, o estado do átomo é invariante no tempo, isto é, a população fica presa nos estados fundamentais. Para um estado como esse, não existe absorção de um campo eletromagnético ainda que este seja ressonante com a transição [18]. Este é o mecanismo básico para entedimento de outro fenômeno denominado EIT (Eletromagnetically Induced Transparency). Enquanto que o CPT envolve modificações apenas no meio, EIT causa tanto modificações nos estados do meio como no dos campos [20]. Esta interação entre luz e matéria possibilitaria transferir estados quânticos da luz para os átomos, e vice-versa, como explicado mais detalhadamente em [21]. Desta forma, os átomos poderiam servir como um lugar onde seríamos capazes de guardar e recuperar uma informação.

Um passo nessa direção foi dado pelo Michael Fleischhauer e Mikhail Lukin [22], que demonstraram ser possível "desacelerar" um pulso de luz em um meio "reacelerando-o" após certo tempo a partir de uma nova excitação. Nesse sentido o meio atuaria como uma memória quântica, especialmente no regime de fótons individuais [20]. Trabalhos nessa linha exploram memórias através de processos similares à mistura de quatro ondas, e consequentemente, à não linearidades de terceira ordem [23].

As memórias quânticas de maneira mais genérica são objetos de interesse dos grupos que trabalham com informação quântica, em especial com computação quântica. A razão disto é clara. Qualquer pretensão de transformar a computação quântica em realidade, precisa de algum tipo de memória. Por isso, as diversas propostas feitas presumem, no seu âmago, a existência delas. Entre essas propostas está a de uma implementação de redes quânticas

através de memórias atômicas [24, 25]. A proposta do chamado protocolo DLCZ encontrou diversos adeptos devido a sua proximidade com a realidade experimental [25]. Entretanto esbarra em uma dificuldade prática: a necessidade de fontes de fótons individuais eficientes e escalonáveis. Diversos esforços foram empreendidos na obtenção dessas fontes, alcançando o devido êxito [26, 27]. Esses trabalhos também envolvem em sua maioria processos tipo $\chi^{(3)}$.

Neste trabalho procuramos combinar memórias atômicas com processos de alta ordem de não linearidade no meio, proporcionando tanto o estudo de diversos fenômenos no regime semiclássico como oferecendo um novo caminho na geração de pares ou trios de fótons correlacionados, o que pode levar a novas perspectivas para o processamento de informação quântica.

A dissertação está estruturada da seguinte forma. No Capítulo 2 introduziremos um modelo teórico com um sistema de quatro níveis, menor sistema capaz de descrever ordens de não linearidade mais altas com memória. Veremos que neste momento nosso modelo nos fornece apenas os termos de $\chi^{(3)}$, $\chi^{(7)}$, $\chi^{(11)}$, etc. Entretanto, a partir da nossa modelagem conseguimos identificar quais seriam as possíveis modificações que resolveriam os demais termos. Isso ficará bastante claro no final da seção 2.7.

No capítulo 3 descreveremos o arranjo experimental, fazendo no início do capítulo uma pequena revisão da estrutura hiperfina do Césio e das ideias básicas do funcionamento de uma armadilha magneto-ótica, que serão essenciais para a compreensão de alguns pontos do experimento detalhado mais a frente. Após isso, descreveremos o experimento propriamente dito, explicando a sintonia e sincronização dos feixes envolvidos, a configuração espacial do experimento, a deteção do sinal e o sistema de aquisição.

O capítulo 4 destina-se a apresentação e análise dos resultados, comparando sempre que possível com a teoria. Também são pontuadas as principais discrepâncias com o modelo proposto no capítulo 2, que no final mostrou-se simplificado demais em alguns pontos, necessitando de futuras correções.

Finalmente, no capítulo 5 faremos as considerações finais, expondo as conclusões e perspectivas para os próximos anos.

Capítulo 2

Modelo Teórico

2.1 Introdução

Neste capítulo apresentaremos o nosso modelo teórico que servirá de base para a interpretação do problema. Desejamos descrever a dinâmica do armazenamento e extração de diversas ordens de não linearidades da interação átomo-luz na coerência de um ensemble de átomos frios de césio, aprisionados em uma armadilha magneto-ótica, usando feixes de potência mediana (na faixa de centenas μW para a escrita, e de alguns mW para a leitura) e de diâmetro muito maior que as dimensões atômicas. Desta forma, uma abordagem semiclássica parece ser adequada.

Em trabalhos anteriores, que analisavam sinais de $\chi^{(3)}$, um sistema tipo Λ era usado para descrever o sistema de subníveis Zeeman [23, 28, 29]. Entretanto, nesse tipo de aproximação a única não linearidade que surge ao se realizar uma expansão pertubativa ao final, é a de terceira ordem. O primeiro sistema mais simples de onde emergiriam as outras ordens seria em um sistema de quatro níveis degenerados (dois fundamentais e dois excitados). Este, portanto, será o nosso modelo base para descrição do sistema atômico.

Na seção 2.3 descreveremos o processo de escrita, enquanto os dois feixes de escrita estão ligados. Em seguida trataremos da etapa em que o sistema atinge um estado estacionário, onde ocorre a formação da grade (seção 2.4), e do momento em que os feixes de escrita são desligados, deixando o sistema evoluir livremente (seção 2.5). Na seção 2.6 ana-

lisaremos o processo de leitura para duas polarizações lineares ortogonais, que dependendo do ângulo interagirá com um dos diversos termos responsáveis pelas diversas ordens de não linearidade (seção 2.7), culminando na extração de sinal que obedece as condições de casamento de fase (seção 2.8). O formalismo utilizado será o da matriz densidade, sobre o qual faremos um suscinta revisão, apenas para lembrar dos conceitos básicos que usaremos nas nossas passagens.

2.2 A matriz densidade

Na maioria dos livros de mecânica quântica o principal formalismo empregado realiza predições sobre um ensemble de sistemas identicamente preparados cujos estados são perfeitamente conhecidos [30, 31]. Para ensembles que são uma mistura estatística de vários estados utilizamos o operador densidade ρ que é definido como

$$\rho \equiv \sum_i w_i \left|\Psi^{(i)}\right\rangle \left\langle\Psi^{(i)}\right| \tag{2.1}$$

onde $\left|\Psi^{(i)}\right\rangle$ é o ket que define o i-ésimo estado e w_i o peso probabilístico.

Através deste operador podemos calcular o valor esperados dos observáveis, que é normalmente o que podemos medir. Seja X o observável desejado, temos que seu valor esperado será

$$\begin{aligned}\langle X\rangle &= \sum_\alpha \sum_{\alpha'} \left\langle\alpha'\right| \rho \left|\alpha\right\rangle \left\langle\alpha\right| X \left|\alpha'\right\rangle \\ &= tr(\rho X)\end{aligned} \tag{2.2}$$

Em grande parte dos experimentos de ótica lidamos com situações dinâmicas, e, por conseguinte estamos interessados na evolução temporal das populações e coerências. Desta forma, precisamos encontrar a variação de ρ no tempo. Como nesta situação o ket de estado passa a variar com o tempo, temos na representação de Schrödinger $\left|\Psi^{(i)}\right\rangle \longrightarrow \left|\Psi^{(i)}(t)\right\rangle$.

Este último ket satisfaz a equação de Schrödinger, e portanto

$$\begin{aligned} i\hbar\frac{\partial\rho}{\partial t} &= \sum_i w_i \left(H\left|\Psi^{(i)}(t)\right\rangle\left\langle\Psi^{(i)}(t)\right| - \left|\Psi^{(i)}(t)\right\rangle\left\langle\Psi^{(i)}(t)\right| H \right) \\ &= -\left[\rho, H\right] \end{aligned} \tag{2.3}$$

Buscando mais especificamente a evolução temporal de cada elemento ρ_{ij} individualmente, chegamos a

$$i\hbar\frac{\partial\rho_{ij}}{\partial t} = \langle i|\left[\rho, H\right]|j\rangle \tag{2.4}$$

Esta é a equação de Liouville ou a equação Mestra. Os termos de relaxação $\left(\frac{\partial\rho_{ij}}{\partial t}\right)_{rel}$ como o decaimento espontâneo das populações do estado excitado e os termos de descoerência são normalmente incluídos a posteriori.

$$\frac{\partial\rho_{ij}}{\partial t} = \frac{1}{i\hbar}\langle i|\left[\rho, H\right]|j\rangle + \left(\frac{\partial\rho_{ij}}{\partial t}\right)_{rel} \tag{2.5}$$

Em geral, as diversas equações diferenciais dos termos ρ_{ij} estão acopladas, formando um sistema de equações diferenciais. A este último sistema de equações diferenciais dá-se o nome especial de equações óticas de Bloch, em homenagem ao físico Felix Bloch, que empregou pela primeira vez um sistema semelhante na solução das equações de movimento da magnetização nuclear. Este será o nosso ponto de partida para as manipulações algébricas do nosso modelo teórico.

2.3 Armazenamento

Consideremos um átomo excitado por dois feixes de laser com um dos feixes, $\vec{E}_W$, propagando na direção z e o segundo feixe, $\vec{E}_{W'}$ formando um ângulo 2θ com $\vec{E}_W$ (fig. 2.1). Os campos $\vec{E}_W$ e $\vec{E}_{W'}$ têm polarizações lineares ortogonais ($\hat{z}$ e $\hat{y}$, respectivamente). Podemos

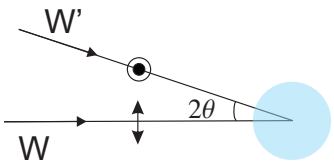

Figura 2.1 Geometria espacial para criação da grade de coerência. (a) Os feixes W e W' incidem sobre a amostra com um ângulo de 2θ entre eles, formando a grade.

então escrever

$$\vec{E}_W = \frac{1}{2}[\mathscr{E}_W(\vec{r},t)e^{i(k_W z-\omega_W t)} + \mathscr{E}^*_W(\vec{r},t)e^{-i(k_W z-\omega_W t)}]\hat{z}\,, \tag{2.6a}$$

$$\vec{E}_{W'} = \frac{1}{2}[\mathscr{E}_{W'}(\vec{r},t)e^{i(\vec{k}_{W'}\cdot\vec{r}-\omega_{W'}t)} + \mathscr{E}^*_{W'}(\vec{r},t)e^{-i(\vec{k}_{W'}\cdot\vec{r}-\omega_{W'}t)}]\hat{y}\,. \tag{2.6b}$$

onde $\mathscr{E}_W(\vec{r},t)$ e $\mathscr{E}_{W'}(\vec{r},t)$, ω_W e $\omega_{W'}$, $\vec{k}_W$ e $\vec{k}_{W'}$, representam os modos espaciais dos campos, suas frequências e vetores de onda, respectivamente.

Consideraremos o átomo como um sistema de quatro níveis, com dois níveis excitados e dois fundamentais, ambos degenerados. Chamamos $|2a\rangle, |2b\rangle$ os níveis excitados e $|1a\rangle, |1b\rangle$ os estados fundamentais, sendo a degenerescência correspondente à estrutura Zeeman dos níveis hiperfinos. Desta forma, as transições $1a \to 2a$ e $1b \to 2b$ correspondem a uma transição $m_F \to m_{F'}$, e a transição $1a \to 2b$ corresponde a uma transição $m_F \to F' + 1$. A figura 2.2 mostra como os campos acomplam os vários níveis. A diferença de energia entre os níveis é $\hbar\omega_0$. Posteriormente veremos que o experimento se processa na estrutura Zeeman dos níveis F = 3 (estado fundamental) e F' = 2 (estado excitado) do césio. Sabemos que a transição mencionada possui degenerescências Zeeman iguais a 7 e 5 para os estados fundamentais e excitados, respectivamente. Todavia um sistema de quatro níveis representa bem o problema.

O hamiltoniano total do sistema pode então ser escrito como

$$\hat{H}(t) = \hat{H}_0 + \hat{V}(t)\,, \tag{2.7}$$

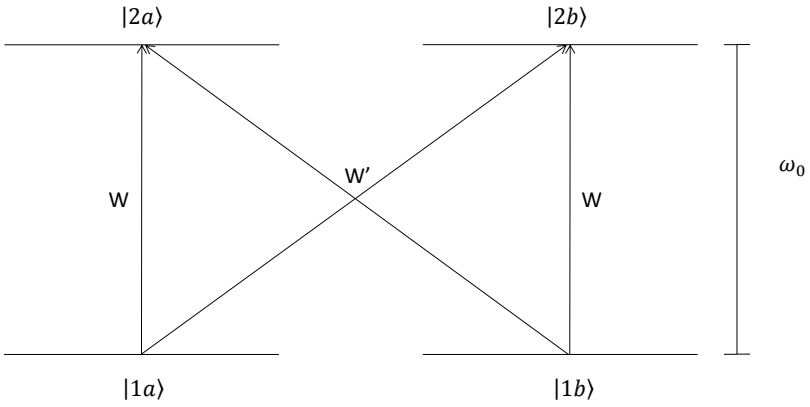

Figura 2.2 Sistema de quatro níveis. Os campos W e W' acomplam em transições ortogonais $\hat{x}$ e $\hat{y}$ respectivamente. A diferença de energia entre os níveis fundamentais e excitados são as mesmas.

onde

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_0 \left(|2a\rangle\langle 2a| + |2b\rangle\langle 2b|\right) \tag{2.8}$$

é o hamiltoniano do átomo livre e

$$\begin{aligned}\hat{V}(t) = &- \vec{d}_{1a,2a}\cdot\vec{E}(t)\,|1a\rangle\langle 2a| - \vec{d}_{1b,2b}\cdot\vec{E}(t)\,|1b\rangle\langle 2b| \\ &- \vec{d}_{1a,2b}\cdot\vec{E}(t)\,|1a\rangle\langle 2b| - \vec{d}_{1b,2a}\cdot\vec{E}(t)\,|1b\rangle\langle 2a| + h.c.\end{aligned} \tag{2.9}$$

é o hamiltoniano de interação, com

$$\vec{E} = \vec{E}_W + \vec{E}_{W'}\,, \tag{2.10}$$

e $\vec{d}_{ij}$ o dipolo atômico para transições $i \to j$. Da definição das polarizações dos campos,

podemos então escrever

$$-\vec{d}_{1a,2a}\cdot\vec{E}(t) = -\frac{1}{2}d_{1a,2a}[\mathscr{E}_W(\vec{r},t)e^{i(k_W z-\omega_W t)} + \mathscr{E}^*_W(\vec{r},t)e^{-i(k_W z-\omega_W t)}]\,, \tag{2.11a}$$

$$-\vec{d}_{1b,2b}\cdot\vec{E}(t) = -\frac{1}{2}d_{1b,2b}[\mathscr{E}_W(\vec{r},t)e^{i(k_W z-\omega_W t)} + \mathscr{E}^*_W(\vec{r},t)e^{-i(k_W z-\omega_W t)}]\,, \tag{2.11b}$$

$$-\vec{d}_{1a,2b}\cdot\vec{E}(t) = -\frac{1}{2}d_{1a,2b}[\mathscr{E}_{W'}(\vec{r},t)e^{i(\vec{k}_{W'}\cdot\vec{r}-\omega_{W'}t)} + \mathscr{E}^*_{W'}(\vec{r},t)e^{-i(\vec{k}_{W'}\cdot\vec{r}-\omega_{W'}t)}]\,, \tag{2.11c}$$

$$-\vec{d}_{1b,2a}\cdot\vec{E}(t) = -\frac{1}{2}d_{1b,2a}[\mathscr{E}_{W'}(\vec{r},t)e^{i(\vec{k}_{W'}\cdot\vec{r}-\omega_{W'}t)} + \mathscr{E}^*_{W'}(\vec{r},t)e^{-i(\vec{k}_{W'}\cdot\vec{r}-\omega_{W'}t)}]\,. \tag{2.11d}$$

Substituindo as Eqs. (2.11) na Eq. (2.9), e fazendo a aproximação de onda girante ficamos com

$$\begin{aligned}\hat{V}(t) = &- d_{1a,2a}\mathscr{E}^*_W(\vec{r},t)e^{-i(k_W z-\omega_W t)}|1a\rangle\langle 2a| \\ &- d_{1b,2b}\mathscr{E}^*_W(\vec{r},t)e^{-i(k_W z-\omega_W t)}|1b\rangle\langle 2b| \\ &- d_{1a,2b}\mathscr{E}^*_{W'}(\vec{r},t)e^{-i(\vec{k}_{W'}\cdot\vec{r}-\omega_{W'}t)}|1a\rangle\langle 2b| \\ &- d_{1b,2a}\mathscr{E}^*_{W'}(\vec{r},t)e^{-i(\vec{k}_{W'}\cdot\vec{r}-\omega_{W'}t)}|1b\rangle\langle 2a| + h.c.\end{aligned} \tag{2.12}$$

Observando esta equação, torna-se natural a definição das frequências de Rabi como

$$\Omega_{W_1}(\vec{r},t) = \frac{id_{2a,1a}\mathscr{E}_W(\vec{r},t)e^{ik_W z}}{4\hbar}\,, \tag{2.13a}$$

$$\Omega_{W_2}(\vec{r},t) = \frac{id_{2b,1b}\mathscr{E}_W(\vec{r},t)e^{ik_W z}}{4\hbar}\,, \tag{2.13b}$$

$$\Omega_{W'_1}(\vec{r},t) = \frac{id_{2a,1b}\mathscr{E}_{W'}(\vec{r},t)e^{i\vec{k}_{W'}\cdot\vec{r}}}{4\hbar}\,, \tag{2.13c}$$

$$\Omega_{W'_2}(\vec{r},t) = \frac{id_{2b,1a}\mathscr{E}_{W'}(\vec{r},t)e^{i\vec{k}_{W'}\cdot\vec{r}}}{4\hbar}\,, \tag{2.13d}$$

As Equações de Bloch para o sistema são então dadas por

$$\frac{d\rho_{kl}}{dt} = -\frac{i}{\hbar}\langle k|[\hat{H},\hat{\rho}]|l\rangle - \Gamma_{kl}\rho_{kl} + \Gamma'_{kl}\rho_{2a,2a} + \Gamma''_{kl}\rho_{2b,2b} - \gamma_{kl}\rho_{kl}\,, \tag{2.14}$$

onde Γ_{kl} representa o decaimento espontâneo do elemento ρ_{kl}, Γ'_{kl} e Γ''_{kl} as taxas com que

as populações $\rho_{2a,2a}$ e $\rho_{2b,2b}$, respectivamente, decaem no elemento ρ_{kl}, e γ_{kl} indica outras taxas de relaxação das coerências. Assumiremos que os únicos γ_{kl} diferentes de zero são $\gamma_{1a,1b} = \gamma_{1b,1a} = \gamma$. A taxa de relaxação da coerência entre os estado fundamentais modela, de forma efetiva, campos magnéticos espúrios, principais responsáveis pela descoerência no nosso sistema.

Assumiremos um modelo simplificado, onde consideraremos os coeficientes de Clebsch Gordan dos níveis a e b idênticos, o que nos leva a $\Omega_{W_1} = \Omega_{W_2}$ e $\Omega_{W_1'} = \Omega_{W_2'}$. Observe que essa aproximação impõe certa simetria ao sistema. Isso fica mais claro observando atentamente a figura 2.2. Também suporemos a condição:

$$\omega_W = \omega_{W'} = \omega \tag{2.15}$$

Com isso segue que as equações de Bloch ficam:

$$\begin{aligned}
\frac{d\rho_{2a,2a}}{dt} &= -\frac{i}{\hbar}\langle 2a|[\hat{H},\hat{\rho}]|2a\rangle - \Gamma\rho_{2a,2a} \\
&= \left[\Omega_W e^{-i\omega t}\rho_{1a,2a} + \Omega_{W'} e^{-i\omega t}\rho_{1b,2a} + c.c.\right] - \Gamma\rho_{2a,2a}\,, && \text{(2.16a)} \\
\frac{d\rho_{2b,2b}}{dt} &= -\frac{i}{\hbar}\langle 2b|[\hat{H},\hat{\rho}]|2b\rangle - \Gamma\rho_{2b,2b} \\
&= \left[\Omega_{W'} e^{-i\omega t}\rho_{1a,2b} + \Omega_W e^{-i\omega t}\rho_{1b,2b} + c.c.\right] - \Gamma\rho_{2b,2b}\,, && \text{(2.16b)} \\
\frac{d\rho_{1a,1a}}{dt} &= -\frac{i}{\hbar}\langle 1a|[\hat{H},\hat{\rho}]|1a\rangle + \frac{\Gamma}{2}(\rho_{2a,2a} + \rho_{2b,2b}) \\
&= -\left[\Omega_W e^{-i\omega t}\rho_{1a,2a} + \Omega_{W'} e^{-i\omega t}\rho_{1a,2b} + c.c.\right] + \frac{\Gamma}{2}(\rho_{2a,2a} + \rho_{2b,2b})\,, && \text{(2.16c)} \\
\frac{d\rho_{1b,1b}}{dt} &= -\frac{i}{\hbar}\langle 1b|[\hat{H},\hat{\rho}]|1b\rangle + \frac{\Gamma}{2}(\rho_{2a,2a} + \rho_{2b,2b}) \\
&= -\left[\Omega_W e^{-i\omega t}\rho_{1b,2b} + \Omega_{W'} e^{-i\omega t}\rho_{1b,2a} + c.c.\right] + \frac{\Gamma}{2}(\rho_{2a,2a} + \rho_{2b,2b})\,, && \text{(2.16d)} \\
\frac{d\rho_{1a,2a}}{dt} &= -\frac{i}{\hbar}\langle 1a|[\hat{H},\hat{\rho}]|2a\rangle - \frac{\Gamma}{2}\rho_{1a,2a} \\
&= \Omega_W^* e^{i\omega t}\rho_{1a,1a} + \Omega_{W'}^* e^{i\omega t}\rho_{1a,1b} - \Omega_W^* e^{i\omega t}\rho_{2a,2a} - \Omega_{W'}^* e^{i\omega t}\rho_{2b,2a} && \text{(2.16e)} \\
&\quad + i\omega\rho_{1a,2a} - \frac{\Gamma}{2}\rho_{1a,2a}\,, \\
\frac{d\rho_{1b,2b}}{dt} &= -\frac{i}{\hbar}\langle 1b|[\hat{H},\hat{\rho}]|2b\rangle - \frac{\Gamma}{2}\rho_{1b,2b}
\end{aligned}$$

$$= \Omega_W^* e^{i\omega t}\rho_{1b,1b} + \Omega_{W'}^* e^{i\omega t}\rho_{1b,1a} - \Omega_W^* e^{i\omega t}\rho_{2b,2b} - \Omega_{W'}^* e^{i\omega t}\rho_{2a,2b} \tag{2.16f}$$
$$+ i\omega\rho_{1b,2b} - \frac{\Gamma}{2}\rho_{1b,2b} ,$$
$$\frac{d\rho_{1a,2b}}{dt} = -\frac{i}{\hbar}\langle 1a|[\hat{H},\hat{\rho}]|2b\rangle - \frac{\Gamma}{2}\rho_{1a,2b}$$
$$= \Omega_{W'}^* e^{i\omega t}\rho_{1a,1a} + \Omega_W^* e^{i\omega t}\rho_{1a,1b} - \Omega_W^* e^{i\omega t}\rho_{2a,2b} - \Omega_{W'}^* e^{i\omega t}\rho_{2b,2b} \tag{2.16g}$$
$$+ i\omega\rho_{1a,2b} - \frac{\Gamma}{2}\rho_{1a,2b} ,$$
$$\frac{d\rho_{1b,2a}}{dt} = -\frac{i}{\hbar}\langle 1b|[\hat{H},\hat{\rho}]|2a\rangle - \frac{\Gamma}{2}\rho_{1b,2a}$$
$$= \Omega_{W'}^* e^{i\omega t}\rho_{1b,1b} + \Omega_W^* e^{i\omega t}\rho_{1b,1a} - \Omega_W^* e^{i\omega t}\rho_{2b,2a} - \Omega_{W'}^* e^{i\omega t}\rho_{2a,2a} \tag{2.16h}$$
$$+ i\omega\rho_{1b,2a} - \frac{\Gamma}{2}\rho_{1b,2a} ,$$
$$\frac{d\rho_{1a,1b}}{dt} = -\frac{i}{\hbar}\langle 1a|[\hat{H},\hat{\rho}]|1b\rangle - \gamma\rho_{1a,1b}$$
$$= -\Omega_W^* e^{i\omega t}\rho_{2a,1b} - \Omega_{W'}^* e^{i\omega t}\rho_{2b,1b} - \Omega_W e^{-i\omega t}\rho_{1a,2b} - \Omega_{W'} e^{-i\omega t}\rho_{1a,2a} \tag{2.16i}$$
$$- \gamma\rho_{1a,1b} ,$$
$$\frac{d\rho_{2a,2b}}{dt} = -\frac{i}{\hbar}\langle 2a|[\hat{H},\hat{\rho}]|2b\rangle - \Gamma\rho_{2a,2b}$$
$$= \Omega_W e^{-i\omega t}\rho_{1a,2b} + \Omega_{W'} e^{-i\omega t}\rho_{1b,2b} + \Omega_W^* e^{i\omega t}\rho_{2a,1b} + \Omega_{W'}^* e^{i\omega t}\rho_{2a,1a} \tag{2.16j}$$
$$- \Gamma\rho_{2a,2b} .$$

onde fizemos $\Gamma'_{kl} = \Gamma''_{kl} = \Gamma$. Note que nas expressões acima suprimimos, por simplicidade, a dependência com $\vec{r}$ e t tanto em Ω_W como em $\Omega_{W'}$. Podemos reescrever o sistema 2.16 em termos das variáveis lentas

$$\sigma_{1a,2a} = \rho_{1a,2a} e^{-i\omega t} , \tag{2.17a}$$
$$\sigma_{1b,2b} = \rho_{1b,2b} e^{-i\omega t} , \tag{2.17b}$$
$$\sigma_{1a,2b} = \rho_{1a,2b} e^{-i\omega t} , \tag{2.17c}$$
$$\sigma_{1b,2a} = \rho_{1b,2a} e^{-i\omega t} . \tag{2.17d}$$

o que leva a escrevermos

$$\frac{d\rho_{2a,2a}}{dt} = \left[\Omega_W \sigma_{1a,2a} + \Omega_{W'} \sigma_{1b,2a} + c.c.\right] - \Gamma \rho_{2a,2a} \,, \tag{2.18a}$$

$$\frac{d\rho_{2b,2b}}{dt} = \left[\Omega_W \sigma_{1b,2b} + \Omega_{W'} \sigma_{1a,2b} + c.c.\right] - \Gamma \rho_{2b,2b} \,, \tag{2.18b}$$

$$\frac{d\rho_{1a,1a}}{dt} = -\left[\Omega_W \sigma_{1a,2a} + \Omega_{W'} \sigma_{1a,2b} + c.c.\right] + \frac{\Gamma}{2}(\rho_{2a,2a} + \rho_{2b,2b}) \,, \tag{2.18c}$$

$$\frac{d\rho_{1b,1b}}{dt} = -\left[\Omega_W \sigma_{1b,2b} + \Omega_{W'} \sigma_{1b,2a} + c.c.\right] + \frac{\Gamma}{2}(\rho_{2a,2a} + \rho_{2b,2b}) \,, \tag{2.18d}$$

$$\frac{d\sigma_{1a,2a}}{dt} = \Omega_W^* \rho_{1a,1a} + \Omega_{W'}^* \sigma_{1a,1b} - \Omega_W^* \rho_{2a,2a} - \Omega_{W'}^* \sigma_{2b,2a} - \left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta\right) \sigma_{1a,2a} \,, \tag{2.18e}$$

$$\frac{d\sigma_{1b,2b}}{dt} = \Omega_W^* \rho_{1b,1b} + \Omega_{W'}^* \sigma_{1b,1a} - \Omega_W^* \rho_{2b,2b} - \Omega_{W'}^* \sigma_{2a,2b} - \left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta\right) \sigma_{1b,2b} \,, \tag{2.18f}$$

$$\frac{d\sigma_{1a,2b}}{dt} = \Omega_{W'}^* \rho_{1a,1a} + \Omega_W^* \sigma_{1a,1b} - \Omega_W^* \sigma_{2a,2b} - \Omega_{W'}^* \rho_{2b,2b} - \left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta\right) \sigma_{1a,2b} \,, \tag{2.18g}$$

$$\frac{d\sigma_{1b,2a}}{dt} = \Omega_{W'}^* \rho_{1b,1b} + \Omega_W^* \sigma_{1b,1a} - \Omega_W^* \sigma_{2b,2a} - \Omega_{W'}^* \rho_{2a,2a} - \left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta\right) \sigma_{1b,2a} \,, \tag{2.18h}$$

$$\frac{d\sigma_{1a,1b}}{dt} = -\Omega_W^* \sigma_{2a,1b} - \Omega_{W'}^* \sigma_{2b,1b} - \Omega_W \sigma_{1a,2b} - \Omega_{W'} \sigma_{1a,2a} - \gamma \sigma_{1a,1b} \,, \tag{2.18i}$$

$$\frac{d\sigma_{2a,2b}}{dt} = \Omega_W \sigma_{1a,2b} + \Omega_{W'} \sigma_{1b,2b} + \Omega_W^* \sigma_{2a,1b} + \Omega_{W'}^* \sigma_{2a,1a} - \Gamma \sigma_{2a,2b} \,. \tag{2.18j}$$

onde $\Delta = \omega - \omega_0$.

2.4 Estado estacionário e formação da grade

Neste ponto nos deparamos com um problema de ordem prática. É muito difícil resolver um sistema de EDOs acopladas do porte de 2.18. Na verdade, existem situações em que nem mesmo há um solução analítica. Todavia, fisicamente sabemos que se deixarmos os feixes (sendo eles cw e de mesma frequência) interagindo com os átomos por um tempo suficientemente longo ($t >> \frac{1}{\Gamma}$), o bombeio ótico levará o sistema a atingir um estado estacionário. Isso é facilmente obtido experimentalmente deixando os pulsos ligados por alguns microsegundos. Neste caso as equações se tornam muito mais fáceis de resolver, pois transformamos o problema de resolver um conjunto de equações diferenciais acopladas em um

problema de resolver um conjunto de equações algébricas. Teremos então a situação:

$$\frac{d\rho_{1a,1a}}{dt} = \frac{d\rho_{1b,1b}}{dt} = \frac{d\sigma_{1a,2a}}{dt} = \frac{d\sigma_{1b,2b}}{dt} = \frac{d\sigma_{1a,2b}}{dt} = \frac{d\sigma_{1b,2a}}{dt} = \frac{d\rho_{1a,1b}}{dt} = 0\,. \tag{2.19}$$

Antes de tentarmos resolver qualquer equação, façamos primeiro uma substituição de variáveis

$$\sigma_{||} = \sigma_{1a,2a} + \sigma_{1b,2b}\,, \tag{2.20a}$$
$$\sigma_{\perp} = \sigma_{1a,2b} + \sigma_{1b,2a}\,, \tag{2.20b}$$
$$\sigma_{ce} = \sigma_{2a,2b} + \sigma_{2b,2a}\,, \tag{2.20c}$$
$$\sigma_{cf} = \sigma_{1a,1b} + \sigma_{1b,1a}\,, \tag{2.20d}$$
$$\rho_2 = \rho_{2a,2a} + \rho_{2b,2b}\,, \tag{2.20e}$$
$$\rho_1 = \rho_{1a,1a} + \rho_{1b,1b}\,. \tag{2.20f}$$

e

$$\tilde{\sigma}_{||} = \sigma_{1a,2a} - \sigma_{1b,2b}\,, \tag{2.21a}$$
$$\tilde{\sigma}_{\perp} = \sigma_{1a,2b} - \sigma_{1b,2a}\,, \tag{2.21b}$$
$$\tilde{\sigma}_{ce} = \sigma_{2a,2b} - \sigma_{2b,2a}\,, \tag{2.21c}$$
$$\tilde{\sigma}_{cf} = \sigma_{1a,1b} - \sigma_{1b,1a}\,, \tag{2.21d}$$
$$\tilde{\rho}_2 = \rho_{2a,2a} - \rho_{2b,2b}\,, \tag{2.21e}$$
$$\tilde{\rho}_1 = \rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b}\,. \tag{2.21f}$$

Com isso, desacoplamos as equações (2.18) em dois sistemas

Sistema 1

$$\dot{\sigma}_{||} = -(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta)\sigma_{||} - 2\Omega^*_W\rho_2 - \Omega^*_{W'}\sigma_{ce} + \Omega^*_{W'}\sigma_{cf} + \Omega^*_W\,, \tag{2.22a}$$
$$\dot{\sigma}^*_{||} = -(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta)\sigma^*_{||} - 2\Omega_W\rho_2 - \Omega_{W'}\sigma_{ce} + \Omega_{W'}\sigma_{cf} + \Omega_W\,, \tag{2.22b}$$

$$\dot{\sigma}_{\perp} = -(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta)\sigma_{\perp} - 2\Omega^{*}_{W'}\rho_2 - \Omega^{*}_{W}\sigma_{ce} + \Omega^{*}_{W}\sigma_{cf} + \Omega^{*}_{W'} \,, \tag{2.22c}$$

$$\dot{\sigma}^{*}_{\perp} = -(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta)\sigma^{*}_{\perp} - 2\Omega_{W'}\rho_2 - \Omega_{W}\sigma_{ce} + \Omega_{W}\sigma_{cf} + \Omega_{W'} \,, \tag{2.22d}$$

$$\dot{\rho}_2 = \Omega_W\sigma_{||} + \Omega^{*}_{W}\sigma^{*}_{||} + \Omega_{W'}\sigma_{\perp} + \Omega^{*}_{W'}\sigma^{*}_{\perp} - \Gamma\rho_2 \,, \tag{2.22e}$$

$$\dot{\sigma}_{ce} = \Omega_{W'}\sigma_{||} + \Omega^{*}_{W'}\sigma^{*}_{||} + \Omega_{W}\sigma_{\perp} + \Omega^{*}_{W}\sigma^{*}_{\perp} - \Gamma\sigma_{ce} \,, \tag{2.22f}$$

$$\dot{\sigma}_{cf} = -\Omega_{W'}\sigma_{||} - \Omega^{*}_{W'}\sigma^{*}_{||} - \Omega_{W}\sigma_{\perp} - \Omega^{*}_{W}\sigma^{*}_{\perp} - \gamma\sigma_{cf} \,. \tag{2.22g}$$

Sistema 2

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{||} = -(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta)\tilde{\sigma}_{||} - \Omega^{*}_{W}\left(\tilde{\rho}_2 - \tilde{\rho}_1\right) + \Omega^{*}_{W'}\tilde{\sigma}_{ce} + \Omega^{*}_{W'}\tilde{\sigma}_{cf} \,, \tag{2.23a}$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}^{*}_{||} = -(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta)\tilde{\sigma}^{*}_{||} - \Omega_{W}\left(\tilde{\rho}_2 - \tilde{\rho}_1\right) - \Omega_{W'}\tilde{\sigma}_{ce} - \Omega_{W'}\tilde{\sigma}_{cf} \,, \tag{2.23b}$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{\perp} = -(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta)\tilde{\sigma}_{\perp} + \Omega^{*}_{W'}\left(\tilde{\rho}_2 + \tilde{\rho}_1\right) - \Omega^{*}_{W}\tilde{\sigma}_{ce} - \Omega^{*}_{W}\tilde{\sigma}_{cf} \,, \tag{2.23c}$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}^{*}_{\perp} = -(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta)\tilde{\sigma}^{*}_{\perp} + \Omega^{*}_{W'}\left(\tilde{\rho}_2 + \tilde{\rho}_1\right) + \Omega_{W}\tilde{\sigma}_{ce} - \Omega_{W}\tilde{\sigma}_{cf} \,, \tag{2.23d}$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_2 = \Omega_W\tilde{\sigma}_{||} + \Omega^{*}_{W}\sigma^{*}_{||} - \Omega_{W'}\tilde{\sigma}_{\perp} - \Omega^{*}_{W'}\tilde{\sigma}^{*}_{\perp} - \Gamma\tilde{\rho}_2 \,, \tag{2.23e}$$

$$\dot{\tilde{\rho}}_1 = -\Omega_W\tilde{\sigma}_{||} - \Omega^{*}_{W}\sigma^{*}_{||} - \Omega_{W'}\tilde{\sigma}_{\perp} - \Omega^{*}_{W'}\tilde{\sigma}^{*}_{\perp} \,, \tag{2.23f}$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{ce} = -\Omega_{W'}\tilde{\tilde{\sigma}}_{||} + \Omega^{*}_{W'}\tilde{\sigma}^{*}_{||} + \Omega_{W}\tilde{\sigma}_{\perp} - \Omega^{*}_{W}\tilde{\sigma}^{*}_{\perp} - \Gamma\tilde{\sigma}_{ce} \,, \tag{2.23g}$$

$$\dot{\tilde{\sigma}}_{cf} = -\Omega_{W'}\tilde{\sigma}_{||} + \Omega^{*}_{W'}\sigma^{*}_{||} - \Omega_{W}\sigma_{\perp} + \Omega^{*}_{W}\sigma^{*}_{\perp} - \gamma\tilde{\sigma}_{cf} \,. \tag{2.23h}$$

onde usamos que $\rho_1 = 1 - \rho_2$ no Sistema 1, supondo um sistema fechado. Essa suposição é bastante razoável para átomos aprisionados em uma armadilha magneto-ótica. Faremos também $\Delta = 0$ nos dois subsistemas. Após resolvermos o Sistema 1 encontramos as soluções para a coerência fundamental e populações fundamentais, no estado estacionário, iguais a:

$$\sigma^{e}_{cf} = \frac{-\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2\left(\Omega_W\Omega^{*}_{W'} + \Omega^{*}_{W}\Omega_{W'}\right)}{\left[\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + 2|\Omega_T|^2\right]\left(\frac{\gamma\Gamma}{4}\right) + \left(1 + \frac{\gamma}{\Gamma}\right)\left\{|\Omega_T|^2\left[\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + 2|\Omega_T|^2\right] - 2\left(\Omega_W\Omega^{*}_{W'} + \Omega^{*}_{W}\Omega_{W'}\right)^2\right\}} \,, \tag{2.24a}$$

$$\rho^{e}_{1} = \frac{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + |\Omega_T|^2 - \left(\Omega_W\Omega^{*}_{W'} + \Omega^{*}_{W}\Omega_{W'}\right)\frac{1}{\Gamma}\left[\Gamma + \gamma\right]\sigma_{cf}}{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + 2|\Omega_T|^2} \,. \tag{2.24b}$$

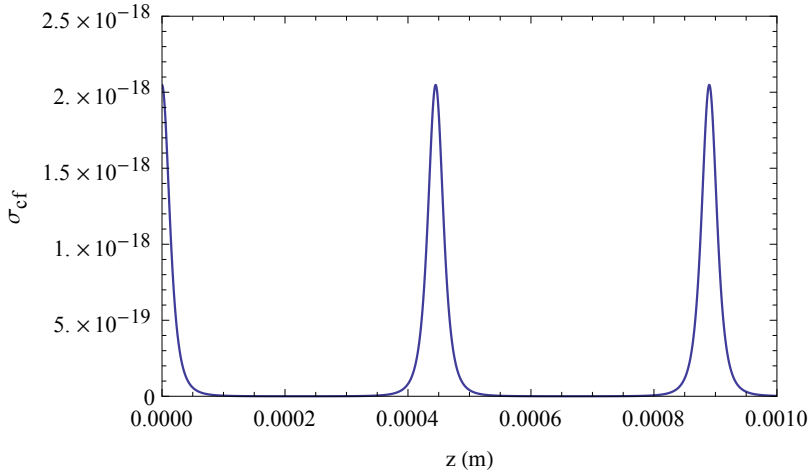

Figura 2.3 Gráfico de σ_{cf} ao longo do eixo z.

onde $|\Omega_T|^2 = |\Omega_W|^2 + |\Omega_{W'}|^2$. Observe que as informações de fase dos campos de escrita, presentes nas frequências de Rabi, ficaram registradas nas coerências e populações dos estados fundamentais. Essa é a nossa grade. Observe na figura 2.3 que a coerência é de fato periódica ao longo do ensemble, como esperávamos.

Já para o Sistema 2, encontramos como solução todas as variáveis sendo identicamente nulas. Isto é:

$$\tilde{\sigma}^e_{||} = 0\,, \tag{2.25a}$$

$$\tilde{\sigma}^e_{\perp} = 0\,, \tag{2.25b}$$

$$\tilde{\rho}^e_2 = 0\,, \tag{2.25c}$$

$$\tilde{\rho}^e_1 = 0\,, \tag{2.25d}$$

$$\tilde{\sigma}^e_{ce} = 0\,, \tag{2.25e}$$

$$\tilde{\sigma}^e_{cf} = 0\,. \tag{2.25f}$$

Isso diz que todas as populações dos estados fundamentais são idênticas, $\rho_{1a,1a} = \rho_{1b,1b}$. Isso era esperado por conta da simetria do sistema, pois os campos E_W e $E_{W'}$ atuam de forma idêntica nos dois níveis (ver figura 2.2). O mesmo serve para as outras quantidades, $\rho_{2a,2a} = \rho_{2b,2b}$, $\sigma_{1a,1b} = \sigma_{1b,1a}$, $\sigma_{1a,2a} = \sigma_{1b,2b}$ e $\sigma_{1a,2b} = \sigma_{1b,2a}$.

2.5 Estado Armazenado

Depois do sistema chegar ao estado estacionário, os campos de escrita são desligados e o sistema passa a evoluir livremente. Nesta etapa os efeitos de descoerência entrarão em atividade para apagar a grade armazenada na etapa anterior. As equações que descrevem a evolução livre são:

$$\frac{d\rho_{1a,1a}}{dt} = \frac{\Gamma}{2}(1-\rho_{1a,1a}-\rho_{1b,1b}) \,, \tag{2.26a}$$

$$\frac{d\rho_{1b,1b}}{dt} = \frac{\Gamma}{2}(1-\rho_{1a,1a}-\rho_{1b,1b}) \,, \tag{2.26b}$$

$$\frac{d\sigma_{1a,2a}}{dt} = -\frac{\Gamma}{2}\sigma_{1a,2a} \,, \tag{2.26c}$$

$$\frac{d\sigma_{1b,2b}}{dt} = -\frac{\Gamma}{2}\sigma_{1b,2b} \,, \tag{2.26d}$$

$$\frac{d\sigma_{1a,2b}}{dt} = -\frac{\Gamma}{2}\sigma_{1a,2b} \,, \tag{2.26e}$$

$$\frac{d\sigma_{1b,2a}}{dt} = -\frac{\Gamma}{2}\sigma_{1b,2a} \,, \tag{2.26f}$$

$$\frac{d\sigma_{1a,1b}}{dt} = -\gamma\sigma_{1a,1b} \,. \tag{2.26g}$$

Considerando que o estado estacionário obtido na seção anterior corresponde ao estado inicial da evolução das equações de Bloch dadas acima, temos como solução para essas equações

$$\rho_{1a,1a}(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(\rho^e_{1a,1a}-\rho^e_{1b,1b}) - \frac{1}{2}(1-\rho^e_{1a,1a}-\rho^e_{1b,1b})e^{-2\Gamma t} \,, \tag{2.27a}$$

$$\rho_{1b,1b}(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(\rho^e_{1a,1a}-\rho^e_{1b,1b}) - \frac{1}{2}(1-\rho^e_{1a,1a}-\rho^e_{1b,1b})e^{-2\Gamma t} \,, \tag{2.27b}$$

$$\sigma_{1a,2a}(t) = \sigma^e_{1a,2a}e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \,, \tag{2.27c}$$

$$\sigma_{1b,2b}(t) = \sigma^e_{1b,2b}e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \,, \tag{2.27d}$$

$$\sigma_{1a,2b}(t) = \sigma^e_{1a,2b}e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \,, \tag{2.27e}$$

$$\sigma_{1b,2a}(t) = \sigma^e_{1b,2a}e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \,, \tag{2.27f}$$

$$\sigma_{1a,1b}(t) = \sigma^e_{1a,1b}e^{-\gamma t} \,. \tag{2.27g}$$

No entanto, estamos interessados mais especificamente em ler o sistema após um tempo longo, quando $t >> 1/\Gamma$. Nesta situação, o estado armazenado, que designaremos por ρ^a, é descrito mais simplesmente por

$$\rho^a_{1a,1a}(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(\rho^e_{1a,1a} - \rho^e_{1b,1b}) \,, \tag{2.28a}$$

$$\rho^a_{1b,1b}(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(\rho^e_{1a,1a} - \rho^e_{1b,1b}) \,, \tag{2.28b}$$

$$\sigma^a_{1a,2a}(t) = 0 \,, \tag{2.28c}$$

$$\sigma^a_{1b,2b}(t) = 0 \,, \tag{2.28d}$$

$$\sigma^a_{1a,2b}(t) = 0 \,, \tag{2.28e}$$

$$\sigma^a_{1b,2a}(t) = 0 \,, \tag{2.28f}$$

$$\sigma^a_{1a,1b}(t) = \sigma^e_{1a,1b} e^{-\gamma t} \,. \tag{2.28g}$$

Em termo das variáveis definidas na seção anterior

$$\rho^a_1(t) = 1 \,, \tag{2.29a}$$

$$\rho^a_2(t) = 0 \,, \tag{2.29b}$$

$$\sigma^a_{||}(t) = 0 \,, \tag{2.29c}$$

$$\sigma^a_{\perp}(t) = 0 \,, \tag{2.29d}$$

$$\sigma^a_{ce}(t) = 0 \,, \tag{2.29e}$$

$$\sigma^a_{cf}(t) = \sigma^e_{cf} e^{-\gamma t} \,. \tag{2.29f}$$

A inomogeniedade será um fator relevante na amplitude do sinal de saída, pois para um γ grande, $e^{-\gamma t}$ será diminuto mesmo para tempos t pequenos. Como veremos mais adiante na leitura, a intensidade do sinal está intrinsecamente ligada ao módulo de σ_{cf}. Note que a grade ficou armazenada e persistirá até que a envoltória exponencial a faça ficar desprezível.

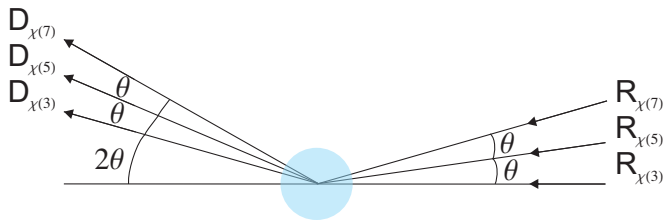

Figura 2.4 Geometria espacial para difração da grade de coerência. O feixe de leitura R escolhe angularmente a ordem de não linearidade devido a condição de casamento de fase. Para cada ângulo temos uma ordem diferente sendo acessada. Para o $\chi^{(3)}$ a leitura deve ser contrapropagante a W. Para o $\chi^{(5)}$, deve fazer um ângulo θ com a leitura do $\chi^{(3)}$. Para o $\chi^{(7)}$, deve fazer um ângulo de 2θ, e assim sucessivamente.

2.6 Leitura

O processo de leitura ocorre após a ligação de um novo campo $\vec{E}_R$ propagando na direção $\vec{k}'_r$ em sentido oposto aos campos de escrita e fazendo um ângulo que dependerá da ordem escolhida (ver figura 2.4). Como já argumentamos anteriormente, é neste momento que o campo difratado $\vec{E}_D$ é gerado. Consideraremos este campo produzido pelo meio como sendo fraco o suficiente para podermos desprezá-lo das equações de Bloch. Além disso, suporemos que o meio é fino de maneira que desprezaremos efeitos de reabsorção. Este último comentário ficará mais claro na seção 2.8. O campo $\vec{E}_R$ têm polarização linear ortogonal ou paralela com respeito ao feixe W.

2.6.1 Leitura com polarização paralela a W

Analisemos primeiramente o caso paralelo. Podemos escrever

$$\vec{E}_R = \frac{1}{2}[\mathscr{E}_R(\vec{r}',t)e^{i(\vec{k}_R\cdot\vec{r}'-\omega_R t)} + \mathscr{E}_R^*(\vec{r}',t)e^{-i(\vec{k}_R\cdot\vec{r}'-\omega_R t)}]\hat{z}\,. \tag{2.30a}$$

onde $\mathscr{E}_R(\vec{r}',t)$, ω_R e $\vec{k}_R$ especificam o modo transversal e o envelope temporal, a frequência e o vetor de onda, respectivamente, do campo $\vec{E}_R$. Podemos, então, definir a seguinte

frequência de Rabi da leitura

$$\Omega_R(\vec{r}',t) = \frac{id_{2a,1a}\mathscr{E}_R(\vec{r}',t)e^{i\vec{k}_R\cdot\vec{r}'}}{4\hbar} = \frac{id_{2b,1b}\mathscr{E}_R(\vec{r}',t)e^{i\vec{k}_R\cdot\vec{r}'}}{4\hbar} . \tag{2.31}$$

Não assumiremos a condição de ressonância desta vez. As equações de Bloch (nas variáveis lentas) que descrevem a dinâmica temporal do sistema ficam então

$$\frac{d\rho_{1a,1a}}{dt} = -\left[\Omega_R\,\sigma_{1a,2a} + c.c.\right] + \frac{\Gamma}{2}(\rho_{2a,2a} + \rho_{2b,2b}) , \tag{2.32a}$$

$$\frac{d\rho_{1b,1b}}{dt} = -\left[\Omega_R\,\sigma_{1b,2b} + c.c.\right] + \frac{\Gamma}{2}(\rho_{2a,2a} + \rho_{2b,2b}) , \tag{2.32b}$$

$$\frac{d\rho_{2a,2a}}{dt} = \left[\Omega_R\,\sigma_{1a,2a} + c.c.\right] - \Gamma\rho_{2a,2a} , \tag{2.32c}$$

$$\frac{d\rho_{2b,2b}}{dt} = \left[\Omega_R\,\sigma_{1b,2b} + c.c.\right] - \Gamma\rho_{2b,2b} , \tag{2.32d}$$

$$\frac{d\sigma_{1a,2a}}{dt} = -\Omega_R^*\rho_{2a,2a} + \Omega_R^*\rho_{1a,1a} - (\frac{\Gamma}{2} + i\Delta)\sigma_{1a,2a} , \tag{2.32e}$$

$$\frac{d\sigma_{1b,2b}}{dt} = -\Omega_R^*\rho_{2b,2b} + \Omega_R^*\rho_{1b,1b} - (\frac{\Gamma}{2} + i\Delta)\sigma_{1b,2b} , \tag{2.32f}$$

$$\frac{d\sigma_{1a,2b}}{dt} = -\Omega_R^*\sigma_{2a,2b} + \Omega_R^*\sigma_{1a,1b} - (\frac{\Gamma}{2} + i\Delta)\sigma_{1a,2b} , \tag{2.32g}$$

$$\frac{d\sigma_{1b,2a}}{dt} = -\Omega_R^*\sigma_{2b,2a} + \Omega_R^*\sigma_{1b,1a} - (\frac{\Gamma}{2} + i\Delta)\sigma_{1b,2a} , \tag{2.32h}$$

$$\frac{d\sigma_{2a,2b}}{dt} = \Omega_R\sigma_{1a,2b} + \Omega_R^*\sigma_{2a,1b} - \Gamma\sigma_{2a,2b} , \tag{2.32i}$$

$$\frac{d\sigma_{1a,1b}}{dt} = -\Omega_R\sigma_{1a,2b} - \Omega_R^*\sigma_{2a,1b} . \tag{2.32j}$$

onde desprezamos a taxa γ de relaxação, por estarmos interessados apenas no caso de uma leitura rápida do estado armazenado.

Definindo as mesmas variáveis e mais α

$$\sigma_{||} = \sigma_{1a,2a} + \sigma_{1b,2b} , \tag{2.33a}$$

$$\sigma_{\perp} = \sigma_{1a,2b} + \sigma_{1b,2a} , \tag{2.33b}$$

$$\sigma_{ce} = \sigma_{2a,2b} + \sigma_{2b,2a} , \tag{2.33c}$$

$$\sigma_{cf} = \sigma_{1a,1b} + \sigma_{1b,1a} , \tag{2.33d}$$

$$\rho_2 = \rho_{2a,2a} + \rho_{2b,2b} \,, \tag{2.33e}$$

$$\rho_1 = \rho_{1a,1a} + \rho_{1b,1b} \,, \tag{2.33f}$$

$$\alpha = \frac{\Gamma}{2} + i\Delta \,, \tag{2.33g}$$

e

$$\tilde{\sigma_{||}} = \sigma_{1a,2a} - \sigma_{1b,2b} \,, \tag{2.34a}$$

$$\tilde{\sigma_{\perp}} = \sigma_{1a,2b} - \sigma_{1b,2a} \,, \tag{2.34b}$$

$$\tilde{\sigma_{ce}} = \sigma_{2a,2b} - \sigma_{2b,2a} \,, \tag{2.34c}$$

$$\tilde{\sigma_{cf}} = \sigma_{1a,1b} - \sigma_{1b,1a} \,, \tag{2.34d}$$

$$\tilde{\rho_2} = \rho_{2a,2a} - \rho_{2b,2b} \,, \tag{2.34e}$$

$$\tilde{\rho_1} = \rho_{1a,1a} - \rho_{1b,1b} \,, \tag{2.34f}$$

chegamos aos seguintes sistemas de equações desacopladas:

Sistema 1

$$\frac{d\sigma_{||}}{dt} = -\alpha\sigma_{||} - 2\Omega_R^*\rho_2 + \Omega_R^* \tag{2.35a}$$

$$\frac{d\sigma_{||}^*}{dt} = -\alpha^*\sigma_{||}^* - 2\Omega_R\rho_2 + \Omega_R \tag{2.35b}$$

$$\frac{d\rho_2}{dt} = \Omega_R\sigma_{||} + \Omega_R^*\sigma_{||}^* - \Gamma\rho_2 \tag{2.35c}$$

Sistema 2

$$\frac{d\sigma_{\perp}}{dt} = -\alpha\sigma_{\perp} - \Omega_R^*\sigma_{ce} + \Omega_R^*\sigma_{cf} \tag{2.36a}$$

$$\frac{d\sigma_{\perp}^*}{dt} = -\alpha^*\sigma_{\perp}^* - \Omega_R\sigma_{ce} + \Omega_R\sigma_{cf} \tag{2.36b}$$

$$\frac{d\sigma_{ce}}{dt} = \Omega_R\sigma_{\perp} + \Omega_R^*\sigma_{\perp}^* - \Gamma\sigma_{ce} \tag{2.36c}$$

$$\frac{d\sigma_{cf}}{dt} = -\Omega_R\sigma_{\perp} - \Omega_R^*\sigma_{\perp}^* \tag{2.36d}$$

Lembrando que o outro sistema de equações com as variáveis com til, também se anula como no caso da escrita. Observe que a coerência fundamental, que contêm a informação armazenada, está presente apenas no Sistema 2. Com isso, precisamos resolver unicamente este sistema para obter as informações desejadas, como a forma do pulso, por exemplo. O Sistema 1 descreve a formação do novo estado estacionário do sistema, após o apagamento do estado inicial.

2.6.2 Coerências

Resolvendo o sistema de EDOs acima (Apêndice A) a soma das corências das transições $1a \rightarrow 2b$ e $1b \rightarrow 2a$ como função do tempo são finalmente dadas por

$$\begin{aligned}\sigma_{1a,2b}+\sigma_{1b,2a} = \Bigg\{ & A'\left[e^{r_1 t}-i\Delta\frac{\left(e^{r_1 t}-e^{\frac{-\Gamma}{2}t}\right)}{\left(r_1+\frac{\Gamma}{2}\right)}\right]+B'\left[e^{r_2 t}-i\Delta\frac{\left(e^{r_2 t}-e^{-\frac{\Gamma}{2}t}\right)}{\left(r_2+\frac{\Gamma}{2}\right)}\right] \\ & +C'\left[e^{r_3 t}-i\Delta\frac{\left(e^{r_3 t}-e^{-\frac{\Gamma}{2}t}\right)}{\left(r_3+\frac{\Gamma}{2}\right)}\right]+D'\left[e^{r_4 t}-i\Delta\frac{\left(e^{r_4 t}-e^{-\frac{\Gamma}{2}t}\right)}{\left(r_4+\frac{\Gamma}{2}\right)}\right]\Bigg\}\frac{\sigma_{cf}(0)}{\Omega_R}\end{aligned} \tag{2.37}$$

ou

$$\sigma_{1a,2b}+\sigma_{1b,2a} = f_r(t)\frac{\sigma_{cf}(0)}{\Omega_R} \tag{2.38}$$

ou ainda

$$\sigma_{1a,2b}+\sigma_{1b,2a} = f_r(t)\frac{\sigma_{cf}(0)\Omega_R^*}{|\Omega_R|^2} \tag{2.39}$$

onde

$$\begin{aligned}f_r(t) = & A'\left[e^{r_1 t}-i\Delta\frac{\left(e^{r_1 t}-e^{-\frac{\Gamma}{2}t}\right)}{\left(r_1+\frac{\Gamma}{2}\right)}\right]+B'\left[e^{r_2 t}-i\Delta\frac{\left(e^{r_2 t}-e^{-\frac{\Gamma}{2}t}\right)}{\left(r_2+\frac{\Gamma}{2}\right)}\right] \\ & +C'\left[e^{r_3 t}-i\Delta\frac{\left(e^{r_3 t}-e^{-\frac{\Gamma}{2}t}\right)}{\left(r_3+\frac{\Gamma}{2}\right)}\right]+D'\left[e^{r_4 t}-i\Delta\frac{\left(e^{r_4 t}-e^{-\frac{\Gamma}{2}t}\right)}{\left(r_4+\frac{\Gamma}{2}\right)}\right]\end{aligned} \tag{2.40}$$

e

$$A = A'\sigma_{cf}(0)\,, \tag{2.41a}$$

$$B = B'\sigma_{cf}(0)\,, \tag{2.41b}$$

$$C = C'\sigma_{cf}(0)\,, \tag{2.41c}$$

$$D = D'\sigma_{cf}(0)\,. \tag{2.41d}$$

As constantes A', B', C' e D' são apenas A, B, C e D (definidas no Apêndice A) com $\sigma_{cf}(0)$ posto em evidência. Por isso, $f_r(t)$ é uma função que não possui nenhuma dependência das fases espaciais. Ela define apenas a forma temporal da função. Por outro lado, o termo $\sigma_{cf}\Omega_R^*$ carrega toda a dependência com os vetores de onda, e é exatamente deste termo que sairá a condição de casamento de fase como veremos no final deste capítulo.

2.6.3 Leitura com polarização ortogonal a W

Para o caso da leitura com polarização ortogonal temos o seguinte campo

$$\vec{E}_R = \frac{1}{2}[\mathscr{E}_R(\vec{r}',t)e^{i(\vec{k}_R\cdot\vec{r}'-\omega_R t)} + \mathscr{E}_R^*(\vec{r}',t)e^{-i(\vec{k}_R\cdot\vec{r}'-\omega_R t)}]\hat{y}\,, \tag{2.42a}$$

e chegamos ao seguinte conjunto de equações desacopladas:

Sistema 1

$$\frac{d\sigma_\perp}{dt} = -\alpha\sigma_\perp - 2\Omega_R^*\rho_2 + \Omega_R^* \tag{2.43a}$$

$$\frac{d\sigma_\perp^*}{dt} = -\alpha^*\sigma_\perp^* - 2\Omega_R\rho_2 + \Omega_R \tag{2.43b}$$

$$\frac{d\rho_2}{dt} = \Omega_R\sigma_\perp + \Omega_R^*\sigma_\perp^* - \Gamma\rho_2 \tag{2.43c}$$

Sistema 2

$$\frac{d\sigma_{||}}{dt} = -\alpha\sigma_{||} - \Omega_R^*\sigma_{ce} + \Omega_R^*\sigma_{cf} \tag{2.44a}$$

$$\frac{d\sigma_{||}^*}{dt} = -\alpha^*\sigma_{||}^* - \Omega_R\sigma_{ce} + \Omega_R\sigma_{cf} \tag{2.44b}$$

$$\frac{d\sigma_{ce}}{dt} = \Omega_R\sigma_{||} + \Omega_R^*\sigma_{||}^* - \Gamma\sigma_{ce} \tag{2.44c}$$

$$\frac{d\sigma_{cf}}{dt} = -\Omega_R\sigma_{||} - \Omega_R^*\sigma_{||}^* \tag{2.44d}$$

observe que é exatamente a mesma solução da leitura com polarização paralela com $\sigma_\perp$ e $\sigma_{||}$ trocados. Obtemos então

$$\sigma_{1a,2a} + \sigma_{1b,2b} = \left\{ A' \left[e^{r_1 t} - i\Delta \frac{\left(e^{r_1 t} - e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \right)}{\left(r_1 + \frac{\Gamma}{2} \right)} \right] + B' \left[e^{r_2 t} - i\Delta \frac{\left(e^{r_2 t} - e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \right)}{\left(r_2 + \frac{\Gamma}{2} \right)} \right] \right. \tag{2.45}$$
$$\left. + C' \left[e^{r_3 t} - i\Delta \frac{\left(e^{r_3 t} - e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \right)}{\left(r_3 + \frac{\Gamma}{2} \right)} \right] + D' \left[e^{r_4 t} - i\Delta \frac{\left(e^{r_4 t} - e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \right)}{\left(r_4 + \frac{\Gamma}{2} \right)} \right] \right\} \frac{\sigma_{cf}(0)}{\Omega_R}$$

ou

$$\sigma_{1a,2a} + \sigma_{1b,2b} = f_r(t) \frac{\sigma_{cf}(0)\Omega_R^*}{|\Omega_R|^2} \, . \tag{2.46}$$

2.7 Expansão da coerência fundamental em série de potências, e termos de casamento de fase

A equação para a polarização (e consequentemente do campo elétrico) induzida no meio atômico durante a leitura, é proporcional à coerência $\sigma_\perp$, no caso da leitura paralela ao feixe W, e a $\sigma_{||}$ no caso da leitura ortogonal ao feixe W. Essas coerências escondem uma pequena sutileza. Dentro do termo σ_{cf} que guarda toda a informação das fases espaciais do campo, existem diferentes termos, que ao serem multiplicados por Ω_R, produzirão campos em diferentes direções através da condição de casamento de fase. Podemos ver isso claramente quanto expandimos a equação (2.24a) em uma série perturbativa e agrupamos

estes diferentes termos. Isto é, termos com $\Omega_W\Omega^*_{W'}$, por exemplo, produzirão um sinal de $\chi^{(3)}$ que se propagará em uma direção específica, onde ele será o único sinal a se propagar nela, exatamente como esquematizado na figura 2.4. O mesmo é válido para os termos $\left(\Omega_W\Omega^*_{W'}\right)^2$ ($\chi^{(5)}$), $\left(\Omega_W\Omega^*_{W'}\right)^3$ ($\chi^{(7)}$), etc.

Iremos isolar o termo com Ω_W, pois pretendemos futuramente realizar medidas de saturação variando a intensidade do feixe W. Sendo assim, expandindo a equação (2.24a)

$$\sigma_{cf} \approx -\frac{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 \Omega_W\Omega^*_{W'} + \Omega^*_W\Omega_{W'}}{A}\left(1-x+x^2-x^3\right) \tag{2.47}$$

onde

$$A = \left(\frac{\gamma\Gamma}{4}\right)\left[\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + 2|\Omega_{W'}|^2\right] + \left(1+\frac{\gamma}{\Gamma}\right)\left[\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2|\Omega_{W'}|^2 + 2|\Omega_{W'}|^4\right], \tag{2.48}$$

$$x = \frac{\left(\frac{\gamma\Gamma}{2}\right)|\Omega_W|^2 + \left(1+\frac{\gamma}{\Gamma}\right)\left[\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2|\Omega_W|^2 + 2|\Omega_W|^4 - 2\left(\Omega_W\Omega^*_{W'}\right)^2 - 2\left(\Omega^*_W\Omega_{W'}\right)^2\right]}{A}. \tag{2.49}$$

Alternativamente, podemos escrever

$$x = \frac{D - \left[\left(\Omega_W\Omega^*_{W'}\right)^2 - \left(\Omega^*_W\Omega_{W'}\right)^2\right]}{B} \tag{2.50}$$

onde

$$D = \frac{\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\gamma\Gamma}{2}\right)|\Omega_W|^2 + \left(1+\frac{\gamma}{\Gamma}\right)\left[\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2|\Omega_W|^2 + 2|\Omega_W|^4\right]\right\}}{\left(1+\frac{\gamma}{\Gamma}\right)}, \tag{2.51}$$

$$B = \frac{A}{2\left(1+\frac{\gamma}{\Gamma}\right)}. \tag{2.52}$$

Agrupando os termos apropriados, temos

$$\sigma_{cf} \approx -\frac{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}{A}\left\{\left(\Omega_W\Omega^*_{W'}\right)\left[1 - \frac{D-|\Omega_W|^2|\Omega_{W'}|^2}{B} + \frac{D^2-2D|\Omega_W|^2|\Omega_{W'}|^2}{B^2}\right.\right. \tag{2.53}$$

$$+\frac{2|\Omega_W|^4|\Omega_{W'}|^4}{B^2}-\frac{D^3-3D^2|\Omega_W|^2|\Omega_{W'}|^2+6D|\Omega_W|^4|\Omega_{W'}|^4-3|\Omega_W|^6|\Omega_{W'}|^6}{B^3}\Bigg]$$
$$+(\Omega_W\Omega_{W'}^*)^3\left[\frac{1}{B}+\frac{|\Omega_W|^2|\Omega_{W'}|^2-2D}{B^2}+\frac{3D^2-3D|\Omega_W|^2|\Omega_{W'}|^2+3|\Omega_W|^4|\Omega_{W'}|^4}{B^3}\right]$$
$$+(\Omega_W\Omega_{W'}^*)^5\left[\frac{1}{B^2}-\frac{3D-|\Omega_W|^2|\Omega_{W'}|^2}{B^3}\right]$$
$$+(\Omega_W\Omega_{W'}^*)^7\left[\frac{1}{B^3}\right]+c.c.\Bigg\}.$$

Para esclarecer o significado de cada termo, observaremos $\sigma_{cf}\Omega_R^*$ ao invés de apenas σ_{cf}, pois é aquela multiplicação que aparece nas expressões das coerências (equações 2.39 e 2.46) que produzirá o sinal difratado, já que a polarização será proporcional a uma delas. Os termos que irão surgir serão $\Omega_W\Omega_{W'}^*\Omega_R^*$, $\left(\Omega_W\Omega_{W'}^*\right)^3\Omega_R^*$, etc. Lembrando das definições das coerências de Rabi temos que:

$$\Omega_W\Omega_{W'}^*\Omega_R^* \propto e^{i\left(k_W z-\vec{k}_{W'}\cdot\vec{r}-\vec{k}_R\cdot\vec{r'}\right)}. \tag{2.54}$$

Como $\vec{k}_D=\vec{k}_W-\vec{k}_{W'}-\vec{k}_R$, temos que esse termo dará exatamente na direção do sinal de $\chi^{(3)}$. Similarmente,

$$\left(\Omega_W\Omega_{W'}^*\right)^2\Omega_R^* \propto e^{i\left(2\left(k_W z-\vec{k}_{W'}\cdot\vec{r}\right)-\vec{k}_R\cdot\vec{r'}\right)}. \tag{2.55}$$

é o termo de $\chi^{(5)}$, e

$$\left(\Omega_W\Omega_{W'}^*\right)^n\Omega_R^* \propto e^{i\left(n\left(k_W z-\vec{k}_{W'}\cdot\vec{r}\right)-\vec{k}_R\cdot\vec{r'}\right)}. \tag{2.56}$$

é o termo de $\chi^{(2n+1)}$.

Observe que na coerência fundamental (equação 2.53) existe apenas a metade da série dos termos não lineares. Isto significa que os termos $\chi^{(5)}$, $\chi^{(9)}$, etc., não poderiam, nesta configuração específica, ser armazenados na coerência dos estados fundamentais. Entretanto, se compararmos a equação acima com a (2.24b), observaremos que o termo $\left(\Omega_W\Omega_{W'}^*\right)$ multiplicando σ_{cf} nos dará exatamente termos $\left(\Omega_W\Omega_{W'}^*\right)^2$, $\left(\Omega_W\Omega_{W'}^*\right)^4$, $\left(\Omega_W\Omega_{W'}^*\right)^6$, e ou-

tros expoentes pares, que são exatamente os termos da série complementar que faltava. Além disso, se atentarmos para o sistema (2.35), notaremos que ele possui as populações fundamentais acopladas com as coerências óticas paralelas ($\sigma_{||} = \sigma_{1a,2a} + \sigma_{1b,2b}$), que seriam as responsáveis pela emissão de um sinal paralelo à leitura. Isto é, assim como todos os sinais da expansão da coerência são ortogonais ao campo de leitura, todos os sinais da expansão das populações fundamentais deveriam ser paralelos à leitura. Isso parece ser uma forte indicação de que os outros sinais que não surgem de uma grade de coerência, existiriam em uma grade de população. A razão de nosso modelo não prever isso, se deve ao fato de que não supomos nenhum mecanismo que mantenha essa modulação após o desligamento dos campos de escrita (ver as equações (2.27a) e (2.27b)).

Caso isso nos leve de fato a uma grade de população com sinais cujas polarizações são paralelas à leitura, e uma grade de coerência com sinais cujas polarizações são ortogonais à leitura, poderíamos enxergar um possível processo paramétrico. Na figura 2.2, vemos que, para uma leitura paralela a W, os sinais da série de expoente par, precisariam ter uma polarização paralela para serem paramétricos. Enquanto que os termos da série de expoente ímpar, precisariam ter uma polarização ortogonal para serem paramétricos (voltarem para o estado inicial). Desta forma, teríamos um processo que seria condizente com o que já é conhecido em mistura de ondas.

2.8 Emissão do sinal

Estamos interessados em calcular os diferentes campos difratados $\vec{E}_D$ que satisfaçam a condição de casamento de fase nas diversas direções relacionadas às diversas ordens de não linearidade, como mostrado na figura 2.4. Este campo é gerado pelo meio durante a excitação da coerência $\sigma_{||}$ no processo de leitura (ou $\sigma_{\perp}$, dependendo da polarização da leitura). Vale lembrar o comentário feito no início da seção 2.6, onde supusemos um campo $\vec{E}_D$ fraco e o meio como sendo fino e homogêneo. Por isso, o cálculo abaixo não incluirá reabsorções. Os movimentos atômicos também serão desprezados. No nosso tratamento faremos uma conjectura tradicional. Um problema quase unidimensional, onde o campo difratado

se propaga na direção x [5].

Partiremos das equações de Maxwell

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} , \tag{2.57a}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} , \tag{2.57b}$$

com a seguinte relação constitutiva

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P} . \tag{2.58}$$

onde ε_0 e μ_0 são as permissividades elétrica e magnética do vácuo, respectivamente, e $\vec{P}$ é a polarização do meio. Tirando o rotacional em (2.57b) e usando a identidade $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{\nabla}\left(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}\right) - \nabla^2 \vec{E}$, obtemos

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \tag{2.59}$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo e $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ e $\vec{J} = 0$, devido a ausência de cargas livres e correntes.

Considere que o campo $\vec{E}_D$ pode ser escrito da forma

$$\vec{E}_D = \frac{1}{2}[\mathscr{E}_D(\vec{r},t) e^{i(k_D x - \omega_D t)} + \mathscr{E}_D^*(\vec{r},t) e^{-i(k_D x - \omega_D t)}]\hat{y} \tag{2.60}$$

onde $\mathscr{E}_D(\vec{r},t)$, ω_D e $k_D\hat{x}$ representam o modo espacial e envelope temporal do campo, sua frequência e vetor de onda, respectivamente. Também consideramos que o eixo x é agora definido na direção de D, diferindo da notação usada na escrita.

Iremos considerar que a polarização da leitura é paralela a do feixe W. Neste caso a polarização do meio (momento de dipolo por unidade de volume) será dada pela equação 2.2,

nos fornecendo

$$\begin{aligned}\vec{P} = \nu \langle \vec{p} \rangle &= \nu tr(\rho \vec{p}) \\ &= \nu \left(\vec{d}_{1a,2b} \rho_{2b,1a} + \vec{d}_{1b,2a} \rho_{2a,1b} + c.c \right) \\ &= \nu \left(\vec{d}_{1a,2b} \sigma_{2b,1a} e^{-i\omega_D t} + \vec{d}_{2a,1b} \sigma_{2a,1b} e^{-i\omega_D t} + c.c \right)\end{aligned} \tag{2.61}$$

onde $\nu = \frac{N_{atomos}}{V}$ é a densidade volumétrica de dipolos, N_{atomos} é o número de átomos, V é o volume e ω_D é a frequência do laser. Na expressão acima assumimos que todos os N_{atomos} existentes no volume V acomplam igualmente com o campo eletromagnético. Usamos ω_D em vez de ω como em 2.17 porque reservaremos ω para as transformadas de Fourier que serão executadas mais adiante.

Na nossa aproximação feita no início do capítulo $\vec{d}_{1a,2b} = \vec{d}_{1b,2a}$, então

$$\vec{P} = \nu \langle \vec{p} \rangle = \nu \left(\vec{d}_{2b,1a} \sigma_{\perp}^{*} e^{-i\omega_D t} + c.c \right) . \tag{2.62}$$

Executando as diferenciações em 2.59, realizando a aproximação de onda girante e assumindo que a variação da amplitude do campo em relação a x e t é pequena, tal que

$$\frac{\partial^2 \mathscr{E}_D(x,t)}{\partial^2 x} << k_D \frac{\partial \mathscr{E}_D(x,t)}{\partial x}, k_D^2 \mathscr{E}_D(x,t) , \tag{2.63a}$$

$$\frac{\partial^2 \mathscr{E}_D(x,t)}{\partial^2 t} << \omega_D \frac{\partial \mathscr{E}_D(x,t)}{\partial t}, \omega_D^2 \mathscr{E}_D(x,t) , \tag{2.63b}$$

$$\omega_D^2 \sigma_{\perp}^{*}(x,t) >> \frac{\partial^2 \sigma_{\perp}^{*}(x,t)}{\partial^2 t}, \omega_D \frac{\partial \sigma_{\perp}^{*}(x,t)}{\partial t} , \tag{2.63c}$$

obtemos

$$\left(\frac{\partial \mathscr{E}_D(x,t)}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathscr{E}_D(x,t)}{\partial t} \right) e^{ik_D x} = i\nu \mu_0 \omega_D c d_{2b,1a} \sigma_{\perp}^{*}(x,t) \tag{2.64}$$

ou

$$\frac{\partial \mathscr{E}_D(x,t)}{\partial x} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathscr{E}_D(x,t)}{\partial t} = \beta \frac{f_r(t) \sigma_{cf}(0) \Omega_R e^{-ik_D x}}{|\Omega_R|^2} \tag{2.65}$$

onde $\beta = i\nu\mu_0\omega_D c d_{1a,2b}$. Tomando a transformada de Fourier e usando que $\mathscr{F}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = i\omega\mathscr{F}[f(t)]$ obtemos

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}+\frac{i\omega}{c}\right)\tilde{\mathscr{E}}_D(x,\omega) = \beta\frac{\sigma_{cf}(0)\Omega_R e^{-ik_D x}}{|\Omega_R|^2}\int_{-\infty}^{\infty} f_r(t)e^{-i\omega t}dt = \beta\frac{\sigma_{cf}(0)\Omega_R e^{-ik_D x}}{|\Omega_R|^2}F_r(\omega)\,, \tag{2.66}$$

onde usamos as relações

$$\tilde{\mathscr{E}}_D(x,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty}\mathscr{E}_D(x,t)e^{-i\omega t}dt\,, \tag{2.67a}$$

$$\mathscr{E}_D(x,t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{\mathscr{E}}_D(x,\omega)e^{i\omega t}d\omega\,. \tag{2.67b}$$

e que

$$\begin{aligned}
F_r(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_r(t)e^{-i\omega t}dt \\
&= A'\left[\frac{1}{|r_1|+i\omega} - i\frac{\Delta}{r_1+\frac{\Gamma}{2}}\left(\frac{1}{|r_1|+i\omega}-\frac{1}{\frac{\Gamma}{2}+i\omega}\right)\right] \\
&+ B'\left[\frac{1}{|r_2|+i\omega} - i\frac{\Delta}{r_2+\frac{\Gamma}{2}}\left(\frac{1}{|r_2|+i\omega}-\frac{1}{\frac{\Gamma}{2}+i\omega}\right)\right] \\
&+ C'\left[\frac{1}{|r_3|+i\omega} - i\frac{\Delta}{r_3+\frac{\Gamma}{2}}\left(\frac{1}{|r_3|+i\omega}-\frac{1}{\frac{\Gamma}{2}+i\omega}\right)\right] \\
&+ D'\left[\frac{1}{|r_4|+i\omega} - i\frac{\Delta}{r_4+\frac{\Gamma}{2}}\left(\frac{1}{|r_4|+i\omega}-\frac{1}{\frac{\Gamma}{2}+i\omega}\right)\right]
\end{aligned} \tag{2.68}$$

onde assumimos que r_1, r_2, r_3 e $r_4 < 0$, e usamos que

$$f_r(t) = \begin{cases} 0 & \text{para } t<0 \\ A'\left[e^{r_1 t} - i\Delta\frac{\left(e^{r_1 t}-e^{-\frac{\Gamma}{2}t}\right)}{\left(r_1+\frac{\Gamma}{2}\right)}\right] + B'\left[e^{r_2 t} - i\Delta\frac{\left(e^{r_2 t}-e^{-\frac{\Gamma}{2}t}\right)}{\left(r_2+\frac{\Gamma}{2}\right)}\right] & \\ +C'\left[e^{r_3 t} - i\Delta\frac{\left(e^{r_3 t}-e^{-\frac{\Gamma}{2}t}\right)}{\left(r_3+\frac{\Gamma}{2}\right)}\right] + D'\left[e^{r_4 t} - i\Delta\frac{\left(e^{r_4 t}-e^{\frac{-\Gamma}{2}t}\right)}{\left(r_4+\frac{\Gamma}{2}\right)}\right] & \text{para } t\geq 0 \end{cases} \tag{2.69}$$

e portanto

$$A' \int_{-\infty}^{\infty} e^{r_1 t} e^{-i\omega t} d\omega = A' \int_{0}^{\infty} e^{r_1 t} e^{-i\omega t} d\omega = \frac{A'}{-|r_1| - i\omega} \left(e^{-\infty} - 1 \right) . \tag{2.70}$$

Multiplicando pelo fator integrante $e^{i\frac{\omega}{c}x}$ podemos reescrever a equação 2.66 da seguinte maneira

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\tilde{\mathscr{E}}_D(x,\omega) e^{i\frac{\omega}{c}x} \right] = \beta \frac{\sigma_{cf}(0) \Omega_R e^{-ik_D x}}{|\Omega_R|^2} F_r(\omega) e^{i\frac{\omega}{c}x} . \tag{2.71}$$

Estamos interessados apenas nos termos que possuem casamento de fase, isto é, termos que possuam $(nk_W - nk_{W'}) + k_R - k_D = 0$, onde n é um número inteiro e positivo. Na expressão $\sigma_{cf} \Omega_R e^{-ik_D x}$ existe uma soma de termos dos quais apenas alguns satisfazem a condição. Estaremos mantendo apenas estes. Neste caso, a dependência de fase espacial em σ_{cf} desaparece, e ficamos com a expressão

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\tilde{\mathscr{E}}_D(x,\omega) e^{i\frac{\omega}{c}x} \right] = i\beta \frac{|\sigma_{pm}||\Omega_R|}{|\Omega_R|^2} F_r(\omega) e^{i\frac{\omega}{c}x} , \tag{2.72}$$

onde σ_{pm} é apenas o termo com casamento de fase (*phase matching*). Resolvemos a equação diferencial com uma integração de 0 a x, obtendo

$$\tilde{\mathscr{E}}_D(x,\omega) = i\beta \frac{|\sigma_{pm}| F_r(\omega)}{|\Omega_R|} \frac{1}{i\frac{\omega}{c}} \left[e^{i\frac{\omega}{c}x} - 1 \right] , \tag{2.73}$$

onde usamos que $\tilde{\mathscr{E}}_D(0,\omega) = 0$.

Tomaremos a transformada de Fourier inversa na equação 2.73 a fim de reavermos $\mathscr{E}_D$ no domínio do tempo e obtermos a forma do pulso. Então,

$$\begin{aligned} \mathscr{E}_D(x,t) = i\beta \frac{|\sigma_{pm}|}{|\Omega_R|} \Bigg\{ A' \Bigg[& e^{r_1 t} \left(1 - e^{r_1 \frac{x}{c}} \right) - i \frac{\Delta}{r_1 + \frac{\Gamma}{2}} \left(e^{r_1 t} \left(1 - e^{r_1 \frac{x}{c}} \right) \right. \\ & \left. - e^{-\frac{\Gamma}{2} t} \left(1 - e^{\frac{\Gamma}{2} \frac{x}{c}} \right) \right) \Bigg] \\ & + B' \Bigg[e^{r_2 t} \left(1 - e^{r_2 \frac{x}{c}} \right) - i \frac{\Delta}{r_2 + \frac{\Gamma}{2}} \left(e^{r_2 t} \left(1 - e^{r_2 \frac{x}{c}} \right) \right. \end{aligned} \tag{2.74}$$

$$
\begin{aligned}
&\left. - -e^{-\frac{\Gamma}{2}t}\left(1-e^{\frac{\Gamma}{2}\frac{x}{c}}\right)\right)\Bigg] \\
&+C'\Bigg[e^{r_3 t}\left(1-e^{r_3\frac{x}{c}}\right)-i\frac{\Delta}{r_3+\frac{\Gamma}{2}}\left(e^{r_3 t}\left(1-e^{r_3\frac{x}{c}}\right)\right. \\
&\left. -e^{-\frac{\Gamma}{2}t}\left(1-e^{\frac{\Gamma}{2}\frac{x}{c}}\right)\right)\Bigg] \\
&+D'\Bigg[e^{r_4 t}\left(1-e^{r_4\frac{x}{c}}\right)-i\frac{\Delta}{r_4+\frac{\Gamma}{2}}\left(e^{r_4 t}\left(1-e^{r_4\frac{x}{c}}\right)\right. \\
&\left.\left. -e^{-\frac{\Gamma}{2}t}\left(1-e^{\frac{\Gamma}{2}\frac{x}{c}}\right)\right)\Bigg]\right\}
\end{aligned}
$$

Capítulo 3

Experimento

Descreveremos o arranjo experimental utilizado para armazenar diversas ordens de não linearidade, de acordo com o que foi proposto no capítulo anterior. No nosso caso particular, utilizamos como *ensemble* uma amostra de átomos frios de césio. O vapor atômico é resfriado através de uma armadilha magneto-ótica, construída com feixes provenientes de lasers de diodo e com um campo magnético quadrupolar obtido a partir de um par de bobinas na configuração anti-helmholtz. Faremos uma breve digressão sobre os níveis atômicos do césio e sobre a técnica de aprisionamento através da armadilha magneto-ótica, a fim de explicarmos como é feita a preparação do sistema. A partir daí, discorreremos sobre o experimento propriamente dito de armazenamento, para as diversas ordens de não linearidade na configuração sugerida em [13].

3.1 Estrutura Hiperfina do Césio

Em muitos experimentos de física atômica e ótica quântica os metais alcalinos possuem um papel predominante. Por possuirem um único elétron em sua camada de valência, tais átomos podem ser modelados a partir de correções do átomo de hidrogênio. Isso permite uma imensa simplificação teórica que viabiliza a compreensão do comportamento de tais átomos. É compreensível, então, o uso preferencial pela comunidade científica de tais elementos em virtude das facilidades teóricas e experimentais que esses oferecem. Em particular, o césio,

cujo número atômico é $Z = 55$, possui como único isótopo estável o ^{133}Cs . Sua configuração eletrônica no estado fundamental é:

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^{10} 4p^6 5s^2 4d^{10} 5p^6 6s^1 . \tag{3.1}$$

O último elétron, localizado na camada 6*s* será o responsável pelos diversos processos de nosso interesse, por ser ele oticamente ativo e, portanto, o que sofrerá as transições para os outros níveis. Como resultado da interação entre o momento angular L do elétron mais externo com seu momento angular de spin S, é criado um desdobramento dos níveis chamado de *estrutura fina*. O momento angular final J será a soma

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S} , \tag{3.2}$$

cujo módulo reside no intervalo

$$|L - S| \leq J \leq L + S . \tag{3.3}$$

Para o estado fundamental do césio, $L = 0$ e $S = 1/2$, e, por conseguinte $J = 1/2$, sendo esse nível denominado de $6S_{1/2}$. Para o primeiro estado excitado $L = 1$, portanto, $J = 1/2$ ou $3/2$. Assim o nível 6P original é desdobrado em dois, $6^2P_{1/2}$ e $6^2P_{3/2}$. Usamos a notação $[N]^{(2S+1)}[L]_{(J)}$, onde N é o número quântico principal, L é o momento angular orbital e J é o momento angular total do elétron. As transições correspondentes aos níveis $6^2S_{1/2} \longrightarrow 6^2P_{1/2}$ e $6^2S_{1/2} \longrightarrow 6^2P_{3/2}$ são denominadas linhas D_1 (895nm) e D_2 (852nm) do césio, respectivamente. Além da interação spin-órbita (como é chamado o acoplamento entre o momento angular orbital e o spin do elétron), existe também a interação devido ao momento angular eletrônico total J com o momento de spin nuclear I ($= \frac{7}{2}$), produzindo o momento angular âtomico total F dado por

$$\mathbf{F} = \mathbf{J} + \mathbf{I} . \tag{3.4}$$

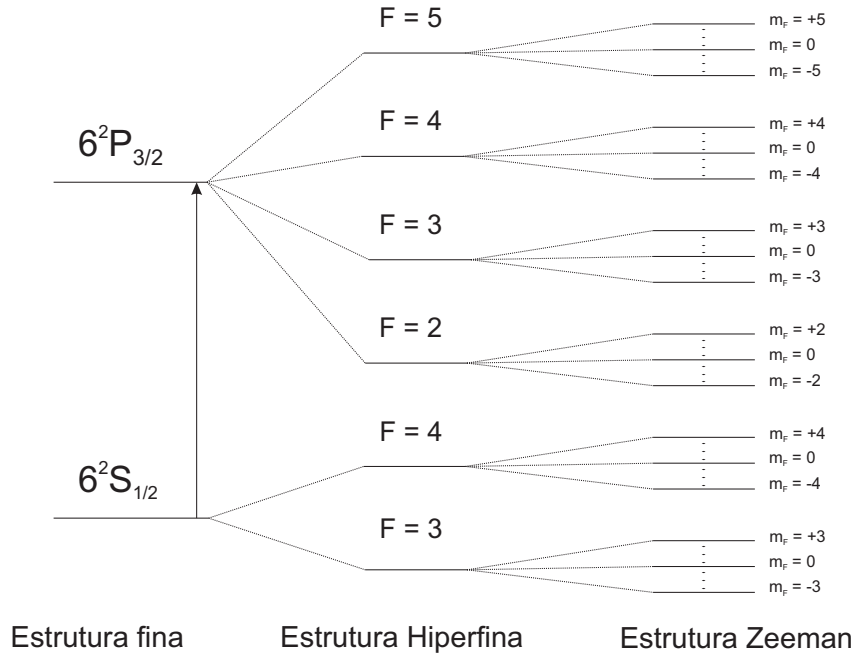

Figura 3.1 Esquema de níveis da linha D_2 do césio.

cujo módulo reside no intervalo

$$|J-I| \leq F \leq J+I\,. \tag{3.5}$$

Como consequência, os níveis $6^2S_{1/2}$, $6^2P_{1/2}$ e $6^2P_{3/2}$ se desdobram em 2, 2 e 4 níveis, respectivamente. Essa é a chamada *estrutura hiperfina*. Em especial, a linha D_2 é detalhada na figura 3.1.

Das duas linhas, a D_2 é de maior importância para nossos experimentos, por esta possuir transições cíclicas que são usadas para o resfriando e aprisionamento de átomos. As transições cíclicas são transições cujo único decaimento do estado excitado permitido é para o estado fundamental de origem, como no caso $F = 4 \rightarrow F' = 5$ da figura 3.1. A interação de cada um dos níveis hiperfinos com campos magnéticos pode ainda separar esses nos chamados *subníveis Zeeman*. Cada um dos níveis F se divide em $2F+1$ subníveis ($-F \leq m_F \leq F$), como ilustrado na figura 3.1.

3.2 Armadilha magneto-ótica

A maneira mais natural e conhecida de efetuar o resfriamento de determinada amostra seria o que encontramos nos problemas clássicos da primeira lei da termodinâmica. Dois corpos, um de temperatura mais alta, que desejamos resfriar, e outro de temperatura mais baixa, são postos em contatos até que o equilíbrio térmico seja atingido. Entretanto, na década de 70 os físicos Theodor Hänsch e Arthur Schawlow [32], propuseram uma maneira um tanto contraintuitiva de reduzir a temperatura de amostras atômicas usando lasers. A interação entre o átomo e a luz pode não somente alterar os níveis de energia internos do átomo, como também seus graus de liberdade externos. Desta forma, a resposta resultante desta interação seria uma força efetiva sobre o átomo. E mais, dependendo de como a interação é mediada, esta força pode ter um caráter desacelerador. O resfriamento de ensembles atômicos por lasers é baseado nesse princípio. Contudo, o resfriamento é insuficiente para apriosionar os átomos em determinada região. Para tal é necessário também um potencial confinante que produzirá uma força restauradora de volta para a região de confinamento sobre átomos que estiverem escapando.

Na configuração proposta por Hänsch e Schawlow, dois feixes de lasers contrapropagantes, sintonizados um pouco abaixo da ressonância, incidem sobre um vapor atômico. Apesar dos dois feixes serem idênticos e possuírem a mesma frequência ω, terão efeitos distintos sobre um átomo com velocidade v, na direção de um dos feixes, devido ao efeito Doppler. O feixe que se propaga na mesma direção do átomo será visto por este com uma frequência menor $\omega - kv$, enquanto o que se propaga na direção contrária será visto com uma frequência maior $\omega + kv$, onde k é o vetor de onda da luz. Assim, o primeiro feixe terá uma menor taxa de absorção enquanto o segundo terá uma maior taxa de absorção (fig. 3.2). A transferência de momento dos fótons implica numa força resultante sempre apontando na direção contrária ao movimento atômico, produzindo uma desaceleração e, portanto, um resfriamento. A medida que os átomos vão esfriando o papel do efeito Doppler vai diminuindo até que, próximo do repouso, os átomos vêem os dois feixes com a mesma frequência. Nesta condição as forças estarão balanceadas, levando o átomo a um estado de equilíbrio. A técnica

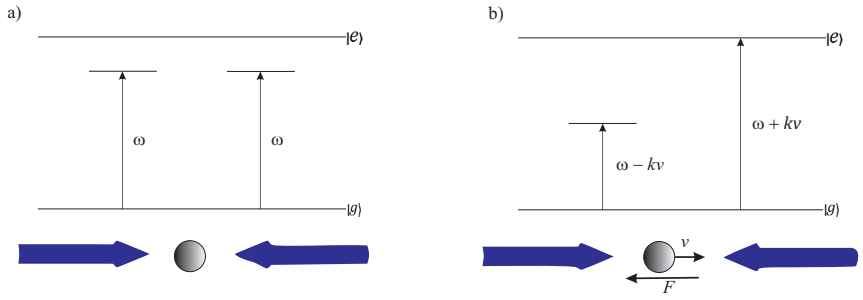

Figura 3.2 Princípio do melaço ótico. a) Átomo em repouso interagindo com dois feixes de laser contrapropagantes de mesma frequência, não observa diferenças de frequência. b) Átomo com velocidade v interagindo com dois feixes de mesma frequência, observa desvios de frequência e sente uma força resultante na direção contrária ao movimento atômico.

descrita até aqui é capaz de resfriar os átomos, contudo é incapaz de aprisioná-los. Basta que os átomos saiam da região de interação dos feixes, para que eles escapem. Este estado do ensemble atômico frio, mas não aprisionado, é tipicamente chamado de melaço ótico.

Para aprisionar os átomos em determinada região, precisamos criar uma força restauradora que impeça os átomos de saírem da região de confinamento. Mais especificamente, precisamos que a força seja nula na região de confinamento, mas que atue sobre toda a vizinhança impedindo rotas de fuga. Com uma escolha adequada de parâmetros, podemos construir uma armadilha utilizando um gradiente de campo magnético que desloca os níveis atômicos de forma proporcional à distância de um certo ponto do espaço, o centro da armadilha. Duas bobinas com correntes em direções opostas produzem um campo quadrupolar na região entre elas, responsável pelo gradiente desejado.

A implementação desta técnica no nosso aparato experimental tem se mostrado bastante eficaz. Os feixes de armadilhamento são conduzidos à região do experimento por meio de três fibras óticas posicionadas em cada eixo cartesiano. Na saída de cabra fibra existe uma lente de f = 100 mm que colima o feixe em um diâmetro de aproximadamente 1 cm, além de uma placa de quarto de onda, $\lambda/4$, que transforma a polarização de saída linear em circular. Na direção oposta de cada fibra estão posicionadas placas $\lambda/4$ e espelhos que retrorefletem os feixes, produzindo assim dois feixes contrapropagantes de polarizações circulares opostas no referencial do átomo (figura 3.3).

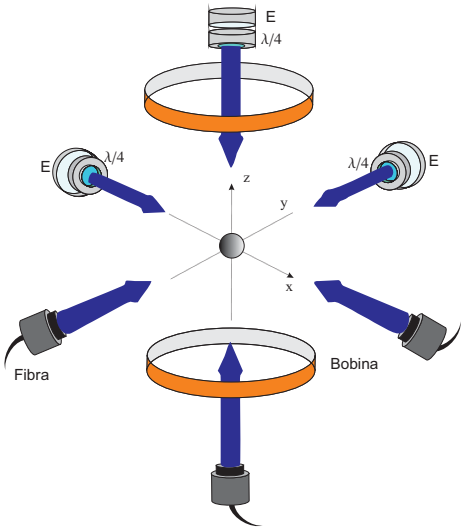

Figura 3.3 Esquema da armadilha utilizada no experimento. Os três feixes são conduzidos por fibras óticas até a região do experimento e são retrofletidos por três espelhos (E), passando por placas de quarto de onda ($\lambda/4$). A nuvem atômica é formada na região onde os três feixes se encontram. A bobina que produz o campo quadrupolar está localizada ao longo do eixo z.

Existe um detalhe prático, que não está claro na explicação do melaço ótico, que se não for devidamente tratado frustrará o armadilhamento. Toda análise feita acima reduziu-se a um sistema de dois níveis, onde um átomo ao ser excitado por um fóton só poderia retornar ao nível fundamental. Entretanto, na prática lidamos com átomos com uma estrutura hiperfina, que podem decair para diversos níveis atômicos que terão transições com frequências diferentes da frequência do laser, gerando assim a interrupção do seu resfriamento e da armadilha. Esse contratempo pode ser em grande parte solucionado utilizando uma transição fechada para o resfriamento, isto é, uma transição em que o átomo excitado a partir de um nível fundamental decaia necessariamente para seu estado inicial. Por regra de seleção, o átomo só realiza transições com $\Delta F = 0, \pm 1$. Um laser na frequência $F = 4 \rightarrow F' = 5$ do césio se encaixaria, então, perfeitamente bem, pois de $F' = 5$ o átomo não poderia decair para o outro nível fundamental, $F = 3$. Entretanto, existe uma pequena probabilidade de excitação da transição $F = 4 \rightarrow F' = 4$, criando a possibilidade do átomo decair para qualquer um dos dois níveis fundamentais, $F = 4$ e $F = 3$. Caso a segunda possibilidade ocorra o ciclo de resfriamente seria quebrado, e a armadilha desfeita. O vazamento pode ser

contornado por um outro feixe, denominado feixe de rebombeio, sintonizado exatamente na ressonância $F = 3 \rightarrow F' = 3$. Os átomos que decaissem para o nível indesejado seriam novamente rebombeados mantendo o ciclo de resfriamento.

Os feixes de armadilhamento são provenientes de um mesmo laser que é travado no crossover entre as transições $F = 4 \rightarrow F' = 4$ e $F = 4 \rightarrow F' = 5$, e depois deslocado, com o auxílio de moduladores acusto-óticos, para 25 MHz abaixo da frequência da transição $F = 4 \rightarrow F' = 5$ (fig. 3.4a). O feixe que sai do laser passa por um amplificador (Boosta Toptica) cuja potência de saída máxima é de 500 mW. Sua frequência é deslocada para a posição desejada com o auxílio de um modulador acusto-ótico (localizado antes do amplificador) que é acionado através de um pulso controlado eletronicamente. Essa configuração possibilita um desligamento prático da armadilha com perda de potência mínima, necessário para não interferir no experimento, com a simples interrupção da alimentação de RF do modulador, cortando assim a alimentação do amplificador. O feixe de rebombeio procede de outro laser, sendo travado no crossover entre as transições $F = 3 \rightarrow F' = 2$ e $F = 3 \rightarrow F' = 3$ e sintonizado na ressonância da transição $F = 3 \rightarrow F' = 3$ também por um modulador acusto-ótico (fig. 3.4b). A razão pela qual não acionamos a transição $F = 3 \rightarrow F' = 4$, deve-se ao fato de usarmos o mesmo laser para produzirmos os feixes do experimento na transição $F = 3 \rightarrow F' = 2$. Para preparar todos os átomos no nível fundamental $F = 3$, precisamos realizar um bombeio ótico por meio das disposições temporais dos feixes que serão descritas abaixo.

3.3 Sintonia e sincronização dos feixes do experimento

Todos os tempos envolvidos, tanto dos feixes da armadilha, como do campo magnético, como dos feixes de escrita e leitura são minunciosamente controlados por uma placa da National Instruments, modelo NI PCI 6602 de 80 MHz, operada por um software feito em Labview. Primeiramente, a partir de um pulso de gatilho ligamos os feixes da armadilha e do rebombeio por 21ms e 20ms, respectivamente. O campo magnético responsável pelo armadilhamento fica em operação também por 20ms contados a partir do gatilho. Como o

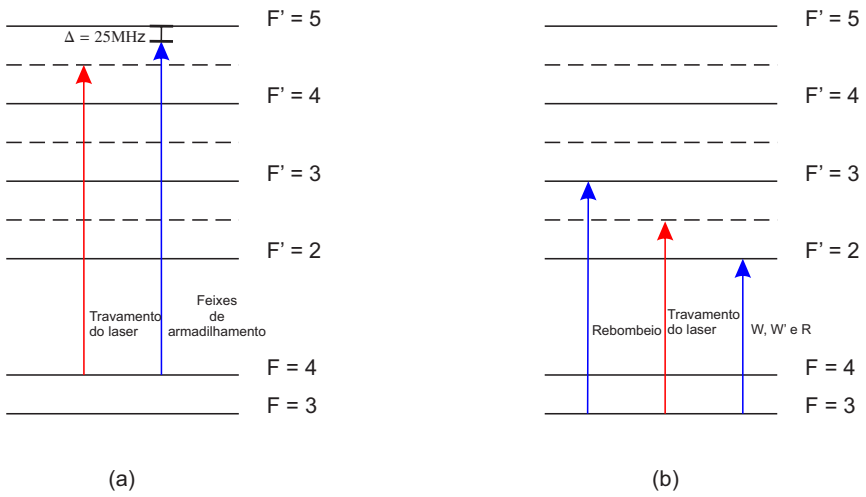

Figura 3.4 Esquema de travamento e sintonização dos lasers utilizados no experimento.

laser de rebombeio fica desligado por 1ms antes do feixe da armadilha desligar, observamos da figura 3.4 que os átomos que decaem do nível $F' = 5$ para o $F = 4$ são novamente bombeados para o $F' = 5$, porém os que são excitados para $F' = 4$, podem decair para o $F = 3$ ou 4. Como o laser de bombeio está sintonizado numa transição a partir de $F = 4$, os átomos que decaem para esse nível são novamente jogados para o ciclo da armadilha. Contudo, os que decaem para o $F = 3$ permancem neste estado. Fica fácil perceber que, após um tempo suficientemente longo ($t >> \frac{1}{\Gamma}$), os átomos serão todos bombeados para o nível fundamental $F = 3$. Desta forma preparamos o nosso *ensemble* atômico no estado fundamental pretendido.

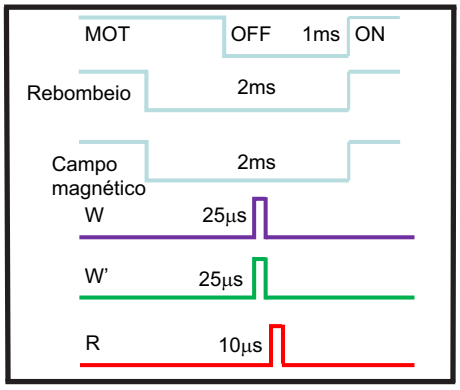

Figura 3.5 Disposição temporal dos pulsos do experimento.

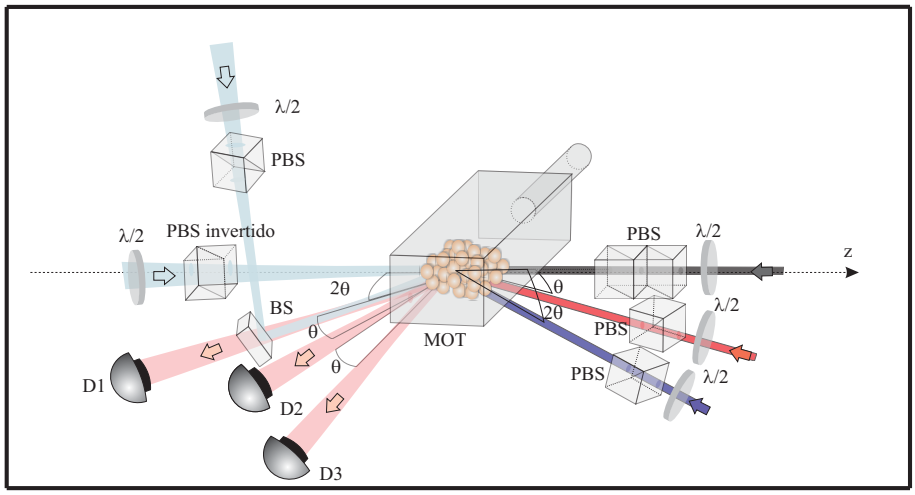

Figura 3.6 Esquema espacial para escrita e leitura de diversas ordens. As leituras do $\chi^{(3)}$ (em preto), $\chi^{(5)}$ (em vermelho) e $\chi^{(7)}$ (em azul) possuem ângulos de $0°, 1°e\ 2°$, produzindo em determinada direção apenas a ordem lida. As medidas de cada ordem são feitas individualmente, ou seja, apenas um feixe de leitura é ligado por vez. Os pulsos são observados nos detetores D1, D2 e D3, onde o pulso de $\chi^{(3)}$ passa por dentro de um divisor de feixes, ocasionando uma diminuição de 50% da intensidade. Todos os feixes envolvidos possuem uma polarização bem definida ao passarem por cubos polarizadores (PBS).

O experimento propriamente dito ocorre nos 800 μs finais de um período do experimento, na janela de tempo existente entre o desligamento do pulso de armadilhamento e o início de um novo ciclo (fig. 3.5). Os pulsos que controlam os feixes de escrita são gerados 1,2 ms após o desligamento do feixe de rebombeio para eliminar transientes de campo magnético e contaminação das medidas pelos feixes de armadilhamento. Este intervalo é curto o suficiente para garantir que a nuvem atômica ficará retida na região de confinamento. Um cálculo direto mostra isso com clareza. Considerando um átomo na parte de cima da armadilha podemos calcular o seu tempo de queda, partindo do repouso, de uma altura $h = 2$ mm, que é o tamanho médio da nuvem atômica. Encontramos $t \approx 20$ ms. Isso corresponde a um tempo aproximadamente 500 vezes maior que o tempo total de aproximadamente 40 μs em que o experimento é realizado.

Os feixes de escrita W e W' permanecem ligados por um tempo de 25 μs e atravessam a amostra com um ângulo de 2θ (com $\theta \approx 1°$), deixando armazenada informação no meio. A configuração espacial dos feixes está esquematizada na figura 3.6. O tempo de escrita

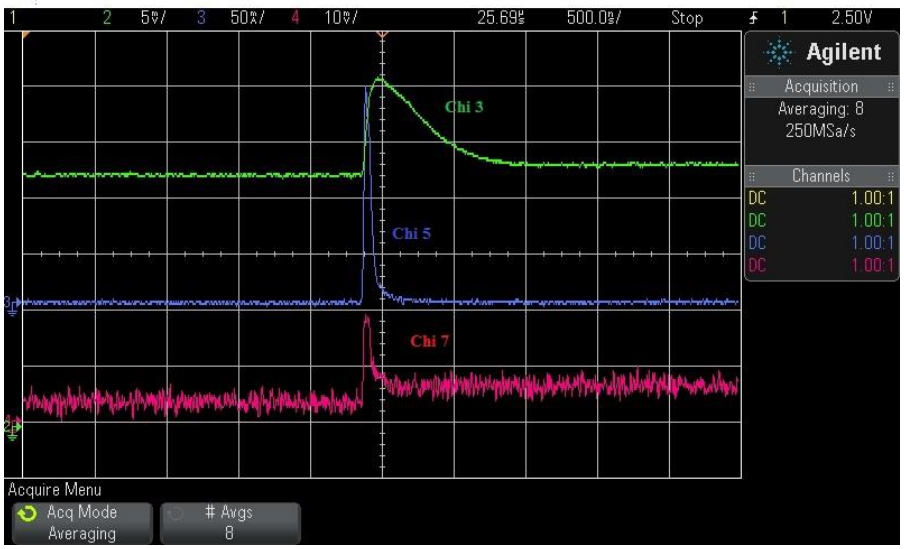

Figura 3.7 Medidas preliminares dos pulsos difratados para as três ordens de não linearidade. O pulso de $\chi^{(3)}$ foi observado em um detetor de 10 MHz (PDA 55 da Thorlabs), enquanto os de $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$ em uma APD para muitos fótons de 50 MHz (APD 110A/M da Thorlabs). O pulso de $\chi^{(3)}$ está alargado por este ter sido medido em um detetor mais lento que os outros dois. As medidas apresentadas no capítulo 4 foram realizadas em outra configuração de deteção (representada na figura 3.11) usando apenas as duas APDs da Thorlabs citadas. A escala temporal do osciloscópio é de 500 ns por divisão.

está visivelmente exagerado. A mesma informação poderia ser guardada com um tempo menor. Na seção 2.4, vimos que um tempo $t >> \frac{1}{\Gamma} \approx 0.03\mu$s é suficientemente longo para que o sistema atinja um estado estacionário, como susposto no modelo teórico introduzido no capítulo anterior. Após um tempo de armazenamento t_s escolhido pelo experimentador (tipicamente de 200 ns, exceto na medida em que variamos o tempo de armazenamento), o feixe de leitura atravessa a armadilha por um tempo de 10 μs, recuperando a informação depositada na coerência atômica em forma de um pulso observado no detetor (figura 3.7).

3.4 Configuração espacial

Todos os feixes do experimento (os dois de escrita e o de leitura) são conduzidos ao local do experimento por fibras óticas mantenedoras de polarização, conforme esquematizado na figura 3.8. Esse detalhe é importante, pois os feixes de escrita e leitura entram em contato com alguns componentes óticos no trajeto em espaço livre entre as fibras e a célula de

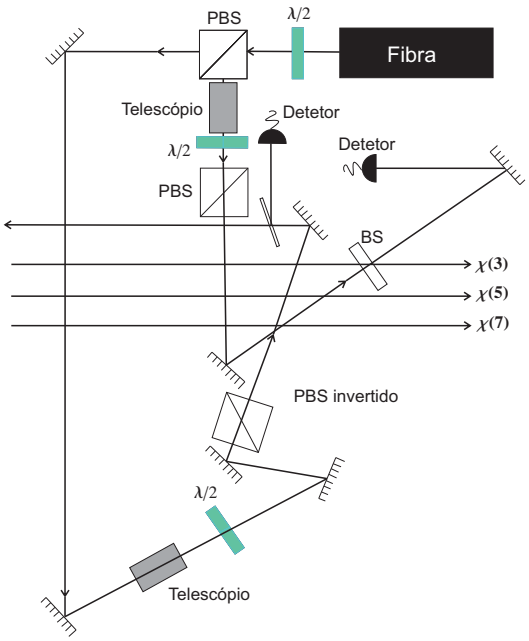

Figura 3.8 Esquema para controle de forma, direção e polarização dos feixes W e W'

vácuo. O feixe de escrita deixa a fibra passando por uma $\lambda/2$ e logo em seguida por um cubo polarizador, onde é dividido em dois. A transmissão do cubo definimos como W', e a reflexão como W. Após separados, os feixes passam por telescópios que os colimarão e ajustarão seus diâmetros para determinados valores.

Aqui reside um detalhe de suma importância. O feixe que sai do telescópio não pode ter um diâmetro arbitrário. Como estamos tentando observar ordens mais altas de não linearidade, o volume de interação na amostra é absolutamente crucial. Precisamos excitar a nuvem atômica praticamente inteira se quisermos obter uma boa relação sinal ruído. Além de aumentar o sinal, a forma aproximadamente esférica da nuvem colabora para o casamento de fase em diferentes ordens de difração.

O diâmetro do feixe não é importante apenas para uma melhoraria do sinal. Caso se tente gerar o sinal de $\chi^{(5)}$, por exemplo, com um diâmetro de algumas centenas de micrômetros, tudo o que poderá ser observado no osciloscópio será o ruído da sala. Caso o diâmetro de feixe seja grande demais, acima de 3 mm, por exemplo, teríamos uma intensidade baixa demais para sair de um regime linear, além de estarmos com um feixe maior que a armadilha.

Portanto, o valor preferencial deve ser entre 1 e 3 mm de diâmetro[1]. No nosso caso em particular, o feixe W possuia aproximadamente 1,3 mm de diâmetro e o W' aproximadamente 1,2 mm. Esses valores foram obtidos observando o feixe em um câmera CCD cuja imagem era capturada e analisada. Finalmente, após passar pelo telescópio, o campo W' tem sua polarização girada de 90° por uma $\lambda/2$ e melhor definida por um cubo invertido. Logo em seguida é refletido em dois espelhos, atravessa uma pequena lâmina de vidro, cuja reflexão é usada como referência para medir indiretamente a potência que chega no ensemble, e vai para a armadilha. O campo W, após ser refletido no PBS na saída da fibra, passa por um

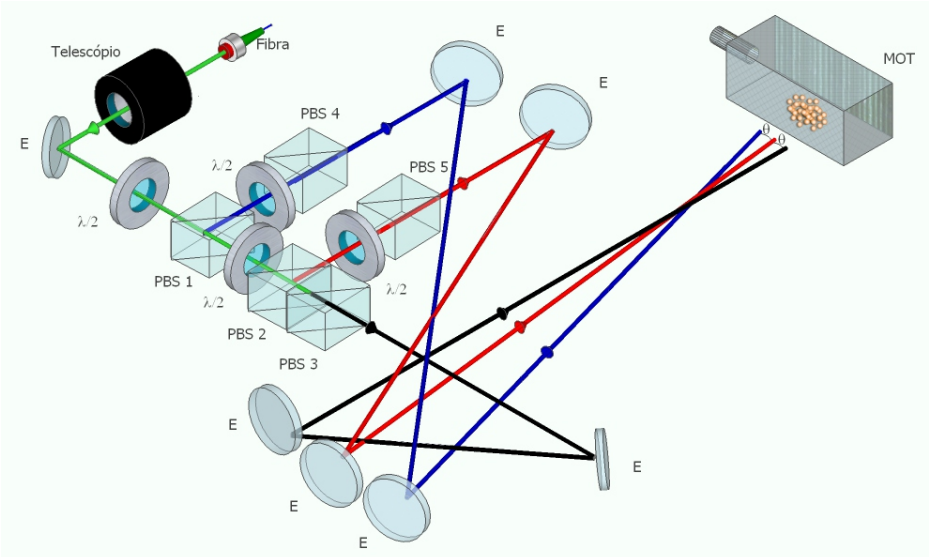

Figura 3.9 Esquema da leitura para as três ordens de não linearidade. O feixe saído da fibra ótica (em verde), passa por um PBS produzindo duas parcelas que serão utilizadas para os feixes de $\chi^{(3)}$ e $\chi^{(5)}$ (em preto e vermelho, respectivamente) e $\chi^{(7)}$ (em azul escuro).

outro telescópio. Uma $\lambda/2$ é então usada para girar sua polarização e controlar a transmissão em um cubo polarizador. Os dois últimos componentes óticos para esse feixe são um espelho e um divisor de feixe, que são usados para desviar o feixe em direção à MOT. A utilização do divisor de feixe ao invés de outro espelho se dá pela seguinte razão. Como o sinal de $\chi^{(3)}$ é gerado exatamente na direção conjugada desse feixe, se usássemos um espelho jamais poderíamos observá-lo no detetor. Assim, esse divisor de feixe reflete aproximados

[1]Esse intervalo foi obtido empiricamente. Primeiramente, tentamos observar o sinal de $\chi^{(5)}$ com um feixe de algumas centenas de micrômetros, sem sucesso. Porém, no mesmo dia que trocamos os diâmetros dos feixes para aproximadamente 1 mm, conseguimos observar o sinal.

50% do feixe W para a MOT e transmite o restante que é utilizado como referência para medir indiretamente a potência incidente na armadilha, além de transmitir metade do sinal de $\chi^{(3)}$ difratado (ver figura 3.8).

Os diferentes campos Rs são conduzidos por outra fibra ótica originando feixes na direção oposta aos de escrita (figura 3.9). O feixe que deixa a fibra é colimado em um telescópio, ficando com um diâmetro na saída de aproximadamente 1,5 mm. O feixe passa por uma placa de meia onda ($\lambda/2$) e é transmitido em um PBS (não colocado na figura). Após isso é refletido por um espelho em direção a mais uma placa de meia onda e outro PBS que chamaremos de cubo 1. Aqui, a transmissão será utilizada para produzir os feixes de leitura na direção do $\chi^{(3)}$ e $\chi^{(5)}$, e a reflexão na direção do $\chi^{(7)}$. A reflexão tem sua polarização girada de 90° por uma $\lambda/2$ e definida pela transmissão de um PBS (cubo 4). A transmissão do cubo 1, passa por uma placa de meia onda e por um outro PBS (cubo 2). A transmissão deste último é transmitido novamente por outro PBS (cubo 3) sendo refletido por mais dois espelhos na direção do $\chi^{(3)}$. Já a reflexão do cubo 2 atravessa uma placa de meia onda, e mais um PBS (cubo 5). Esse último transmite o feixe que será desviado por mais dois espelhos na direção do $\chi^{(5)}$. Com isso todos os feixes de leitura para as diferentes ordens possuem exatamente a mesma polarização.

3.4.1 Preparação dos feixes de escrita e leitura antes das respectivas fibras óticas

Toda a sequência temporal e sintonização dos feixes são feitas antes da entrada em fibra, por meio de moduladores acusto-óticos. Faremos uma suscinta descrição da configuração espacial desta etapa de geração dos pulsos. Ambos os feixes de escrita são proveninentes de um mesmo laser, a fim de evitarmos trabalhar com campos de fases descorrelacionadas. Lembrando que o casamento de fase é uma das principais condições responsáveis pela extração do pulso do ensemble. O feixe que sai do laser de rebombeio é divido em três partes para produzir o feixe de rebombeio da armadilha magneto-ótica, o feixe de escrita e o feixe de leitura. A parcela destinada para o feixe de escrita é refletida em dois espelhos, tendo

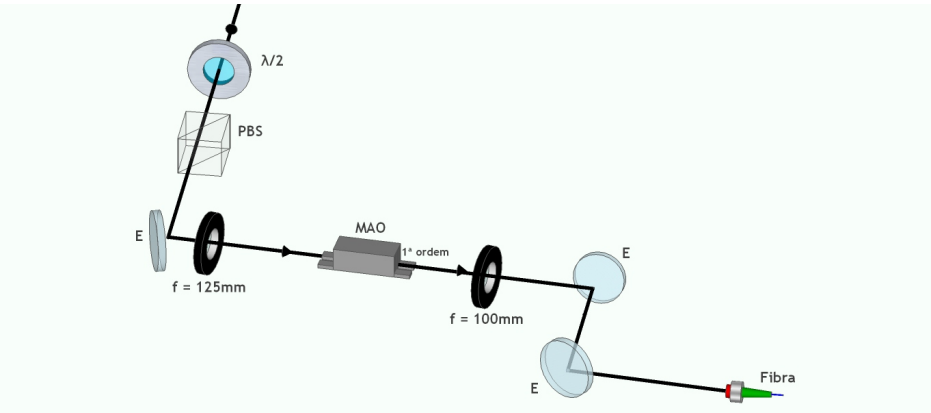

Figura 3.10 Esquema da preparação do feixe de escrita antes da fibra.

entre eles uma $\lambda/2$ e um PBS a fim de deixar sua polarização bem definida. O último dos espelhos citados acima desvia o feixe para um modulador acusto-ótico que fará o chaveamento do feixe (figura 3.10). O modulador também serve para sintonizarmos a frequência do feixe que está 75,5 MHz acima da transição $F = 3 \rightarrow F' = 2$. Uma lente está situada antes do modulador, por este ter sua melhor eficiência limitada a feixes de pequenas cinturas. A placa geradora de pulsos eletrônicos da National Instruments, e o Software em Labview que a configura, controla este e os outros moduladores da mesa. Com uma segunda lente selecionamos a primeira ordem de difração, a colimamos e a desviamos por mais dois espelhos para o acoplador de fibra. Encaixado na frente do acoplador existe uma placa de meia onda que fará o ajuste de polarização na fibra[2], essencial para evitar flutuações de polarização. Caso esse passo seja desprezado, o que veremos na saída para o experimento será uma grande flutuação de polarização que será mapeada em uma flutuação de potência à medida que o feixe atravessar os diversos componentes óticos de polarização, como cubos polarizadores. Os dois últimos espelhos mencionados são usados para acoplar na fibra o feixe que se propaga no espaço livre. O acoplamento em fibra, em geral, é superior a 50%. As parcelas do arranjo destinadas para o feixe de leitura e rebombeio possuem estruturas similares.

[2] A fibra é fabricada com buracos em forma de oito, de tal maneira que ela só consegue manter a polarização do feixe caso ela esteja no eixo desses buracos.

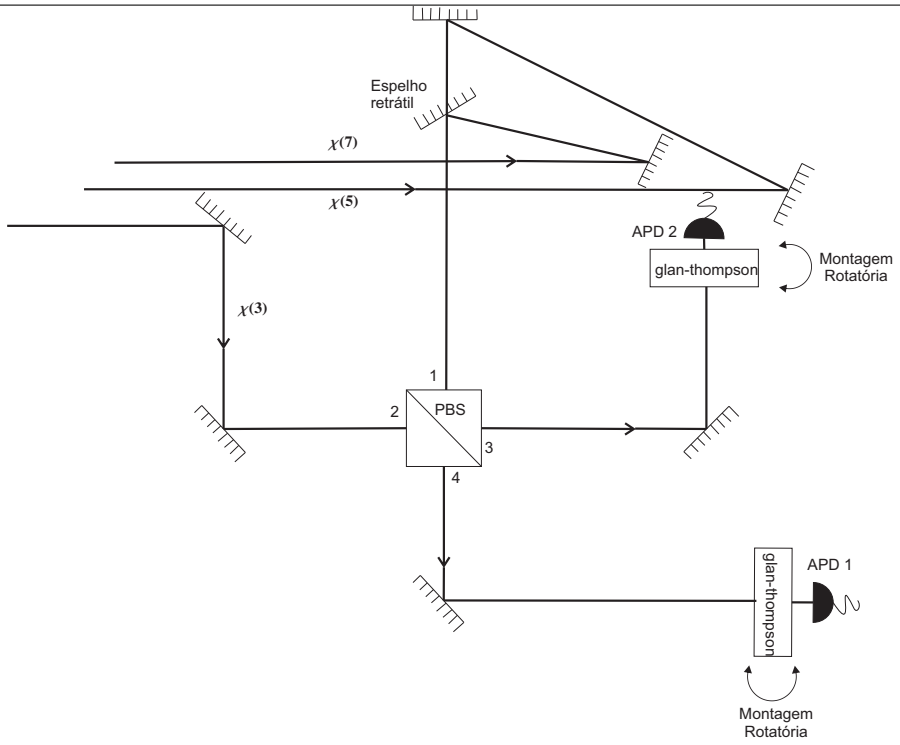

Figura 3.11 Esquema para o sistema de deteção. O sinal de $\chi^{(3)}$ entra pela porta 2 do PBS, enquanto os sinais de $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$ entram pela porta 1. O espelho que parece bloquear o sinal de $\chi^{(5)}$ está em uma montagem retrátil.

3.4.2 Deteção do sinal

A deteção foi montada de maneira que fosse capaz de identificar com exatidão a polarização do sinal detetado. As polarizações nesta seção são definidas em relação à leitura.

Cada sinal entra em um cubo polarizador tendo uma parte transmitida e outra refletida para duas APDs de muitos fótons de 50 MHz (APD 110A/M da Thorlabs) como ilustrado na figura 3.11. Um Glan-Thompson colocado sobre uma montagem rotatória, após ser devidamente calibrado, isto é, observar em que posição da montagem ele permite passar somente uma das duas polarizações lineares envolvidas no experimento (transmissão e reflexão do cubo polarizador), foi posto defronte de cada detetor para permitir que somente a polarização desejada possa atingi-lo. Os sinais de $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$ entram pela porta 1, onde suas componentes paralelas e ortogonais são levadas para as APDs 1 e 2. O sinal máximo de $\chi^{(7)}$ é observado no detetor 2, como previsto no modelo teórico, enquanto que o de $\chi^{(5)}$ é observado no detetor 1. O sinal de $\chi^{(3)}$ adentra pela porta 2 tendo sua componente para-

lela transmitida no cubo para a APD 2 e a ortogonal sendo refletida na APD 1. A maior amplitude do sinal total de $\chi^{(3)}$ é observado no detetor 1, conforme previsto na teoria.

Com essa montagem as relações entre cada componente de polarização de cada sinal foram bem determinadas. O $\chi^{(3)}$ apresentou uma proporção de 300 para 1 (para a componente ortogonal e paralela, respectivamente), o $\chi^{(5)}$ de 100 para 1 (paralela e ortogonal, respectivamente) e o $\chi^{(7)}$ também de 100 para 1 (ortogonal e paralela, respectivamente).

3.4.3 Sistema de aquisição

Cada uma das APDs usadas para detetar o sinal estão devidamente conectadas a um canal do osciloscópio de 100 MHz, que por sua vez está ligado a um computador por um cabo usb. O sistema de aquisição captura os dados vistos na tela do equipamento e os reproduz na tela do programa em tempo real. As duas telas (com curvas em azul e vermelho) vistas na figura 3.12 exibem o que está sendo visualizado no canal escolhido do osciloscópio, que no caso ilustrado são os canais 3 e 4. Os outros dois canais estão reservados para os detetores de calibração da potência dos campos W e W'. Como já mencionado no início deste capítulo, parte das potências dos dois feixes de escrita são desviadas a fim de obter uma referência capaz de fornecer indiretamente as potências que estão chegando na armadilha em tempo real. Os dois detetores são previamente calibrados com um ajuste linear relacionando a potência real com a amplitude vista no osciloscópio. Os parâmetros do ajuste linear são colocados nas caixas Slop e Intercept como ilustrado na figura 3.13, que são usados internamente para fazer a conversão e exibição em tempo real. As vantagens de realizar essa automação residem no oferecimento de monitoramento contínuo do experimento e na prevenção e deteção de possíveis flutuações no sistema durante uma medida.

O software também salva todos esses dados em um arquivo txt com diversas colunas, cada uma contendo um parâmetro, ao apertar o botão save. O gráfico da medida também é feito em tempo real. A cada novo clique uma nova linha é adicionada no arquivo txt e um ponto é adicionado no gráfico (figura 3.14). Os pulsos exibidos na tela 1 (figura 3.12) são salvos em um arquivo a parte.

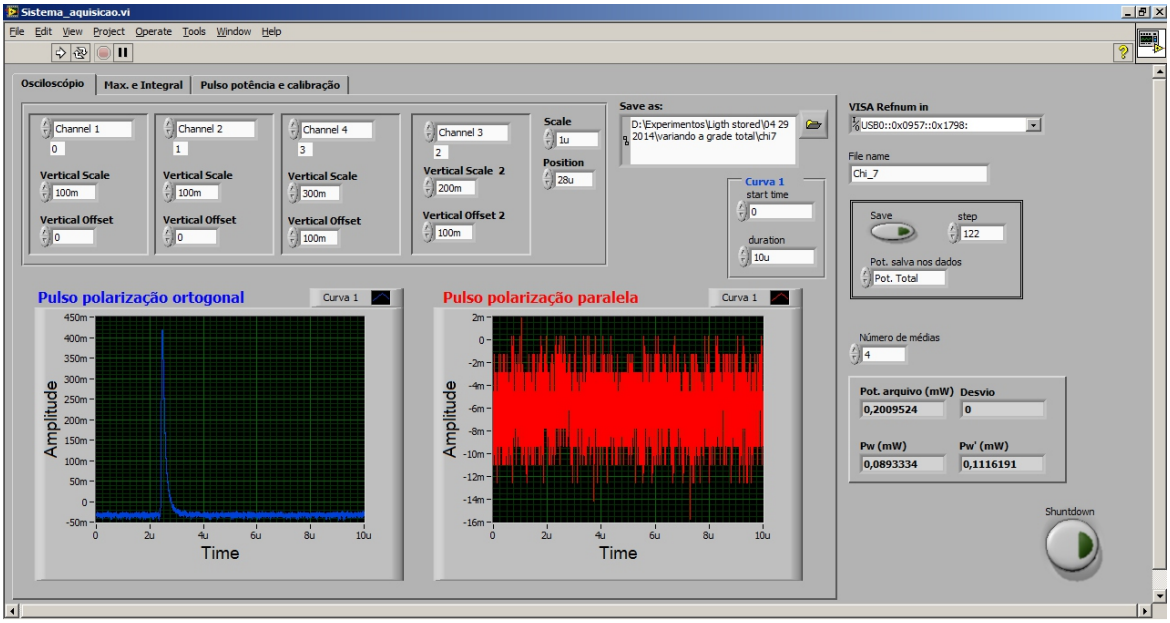

Figura 3.12 Tela 1 do sistema de aquisição.

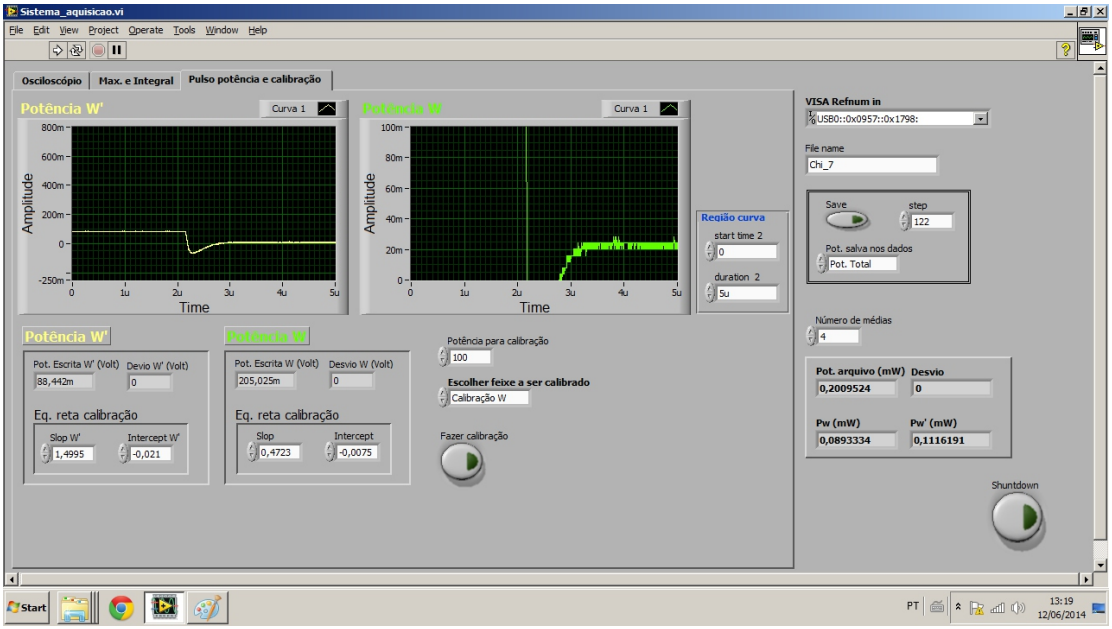

Figura 3.13 Tela 3 do sistema de aquisição.

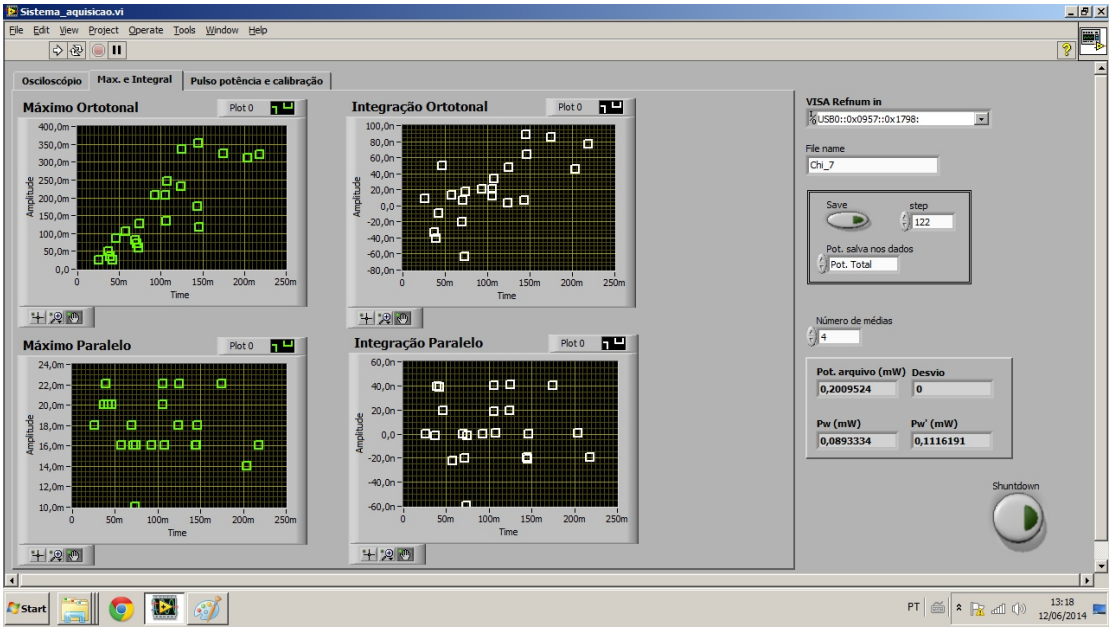

Figura 3.14 Tela 2 do sistema de aquisição.

Capítulo 4

Resultados e Análise

Nos capítulos anteriores explicamos o modelo teórico, bem como o arranjo experimental envolvido no armazenamento de luz. Neste capítulo apresentamos as medidas feitas sistematicamente. Os resultados consistiram na análise da forma dos pulsos, bem como de suas intensidades de pico em função dos parâmetros existentes, como intensidade dos feixes e tempo de armazenamento, procurando comparar sempre que possível com o modelo teórico do capítulo 2.

4.1 Investigação das polarizações

As polarizações dos pulsos difratados dependem da ordem de não linearidade que está sendo explorada. Os sinais de $\chi^{(3)}$ e $\chi^{(7)}$ possuem polarizações lineares e ortogonais à de leitura, enquanto o de $\chi^{(5)}$ possui polarização linear paralela à de leitura. Isso sugere que para a série $\chi^{(3)}$, $\chi^{(7)}$, $\chi^{(11)}$, etc., teremos um sinal produzido por uma grade de coerência cuja polarização é ortogonal ao campo de leitura, enquanto que para a série complementar, $\chi^{(5)}$, $\chi^{(9)}$, $\chi^{(13)}$, etc., teremos um sinal produzido por outro processo cuja polarização é paralela ao campo de leitura. A física do processo parece ser compelida a mudar a fim de que o processo se mantenha paramétrico e que a indistinguibilidade dos caminhos seja preservada. Para o $\chi^{(3)}$ e $\chi^{(7)}$, as polarizações são as esperadas pela teoria do capítulo 2.

Para assegurarmos a existência de um processo paramétrico, também precisamos cons-

tatar a presença ou ausência do sinal para outras polarizações da escrita e leitura. Fixando duas $\lambda/4$ imediatamente antes dos dois lados da célula de vidro, por onde entram os dois feixes de escrita e leitura, transformamos as polarizações da escrita e leitura de lineares em circulares. Os resultados para as três ordens foram os impostos por um processo fechado. No caso do $\chi^{(3)}$ foram observados sinais com as mesmas intensidades que os medidos com campos lineares nas mesmas condições, mas com os detetores invertidos. O sinal que sai da nuvem atômica também passa pela $\lambda/4$ da escrita no sentido inverso ficando com uma polarização linear rotacionada de 90° se comparado com o sinal difratado nas condições de feixes lineares armazenados. O armazenamento desta ordem com polarizações circulares pode ser explicado através de um modelo efetivo de três níveis, e já foi observada em [23].

Entretanto, para as duas ordens mais altas os resultados foram bastante diferentes. Para o sinal de $\chi^{(5)}$ foi observado um sinal de 20 mV na componente paralela, enquanto a ortogonal ficou nula. Nas mesmas condições com os feixes lineares observamos a componente paralela do sinal medindo 2 V.

Para o $\chi^{(7)}$ simplesmente não observamos sinal algum em nenhuma das duas polarizações com a leitura circular. Os sinais de ordens mais altas não conseguem voltar ao estado inicial com feixes de escrita circulares, mostrando a necessidade teórica de utilizar um sistema de níveis mais complexo que um tipo Λ, como fizemos no capítulo 2.

4.2 Curvas de saturação, variação do tempo de armazenamento e formas de pulso

Apresentaremos nesta seção as curvas de saturação com as intensidades de escrita e leitura, as formas de pulsos com as variações desses dois parâmetros, e algumas comparações teóricas. Por fim, analisaremos a variação da intensidade de pico com o tempo de armazenamento para as três ordens.

4.2.1 Variando o campo E_W

Como primeiro resultado estudado, analisaremos a variação da intensidade de pico em função da intensidade do campo E_W. A razão desta escolha deve-se ao fato de que toda a não linearidade do processo está na escrita. Observando as condições de casamento de fase, podemos separar cada uma das ordens, identificando os termos $\Omega_W\Omega^*_{W'}$, $\left(\Omega_W\Omega^*_{W'}\right)^2$, $\left(\Omega_W\Omega^*_{W'}\right)^3$ para o $\chi^{(3)}$, $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$, respectivamente. Sendo assim, variando um dos campos apenas (a escolha de qual deles é irrelevante para este fim) deveríamos observar um resultado linear para o $\chi^{(3)}$, quadrático para o $\chi^{(5)}$ e cúbico para o $\chi^{(7)}$, caracterizando de forma clara cada um das ordens. O gráfico 4.1 mostra os resultados para intensidade de pico do pulso para as três ordens.

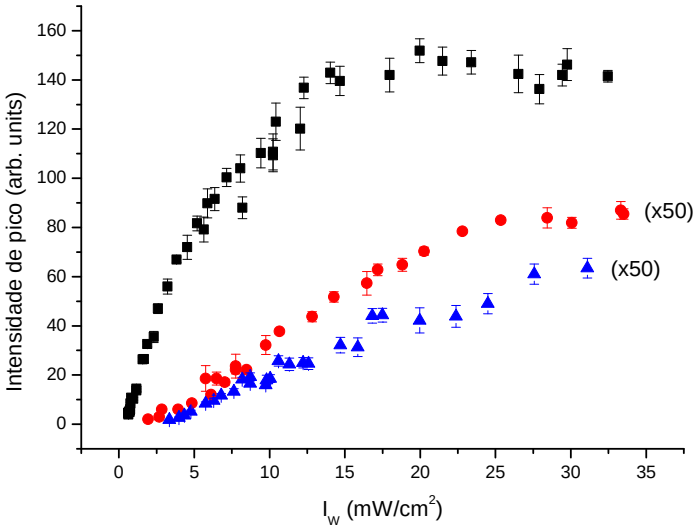

Figura 4.1 Gráfico da intensidade de pico recuperada em função de I_W para as três ordens de não linearidade: $\chi^{(3)}$ (quadrado preto), $\chi^{(5)}$ (círculo vermelho) e $\chi^{(7)}$ (triângulo azul). Os três gráficos foram obtidos com $I_{W'} = 31,8mW/cm^2$ constante, $\Delta = 0$ tanto para a escrita como para a leitura.

Observe bem que as três curvas possuem comportamentos bastante distintos. O sinal de $\chi^{(3)}$ atinge a saturação mais rapidamente que o $\chi^{(5)}$, enquanto o $\chi^{(7)}$ se mantêm crescendo. Esse é um resultado esperado, pois o sinal de uma ordem superior é obtido após a saturação da anterior. O gráfico da figura 4.1 revela algo mais interessante quando nos atemos apenas ao início de cada curva. É somente a baixas potências que podemos distinguir com clareza a função que descreve cada curva. Por isso, tomando apenas os primeiros pontos, e colocando-

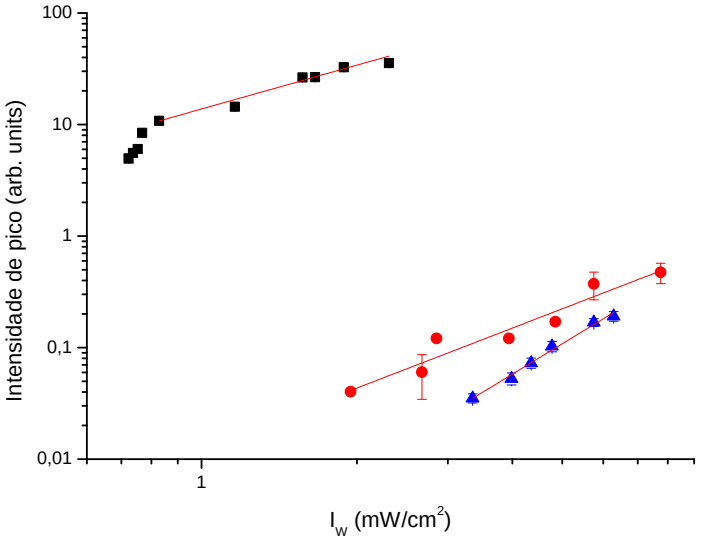

Figura 4.2 Gráfico log-log do início da curva da figura 4.1. Os coeficientes do ajuste linear foram $1,3 \pm 0,1$, $1,8 \pm 0,2$ e $2,8 \pm 0,1$ para o $\chi^{(3)}$ (quadrado preto), $\chi^{(5)}$ (círculo vermelho) e $\chi^{(7)}$ (triângulo azul), respectivamente.

os em um gráfico log-log, deveríamos obter aproximadamente os coeficientes 1, 2 e 3 para o ajuste linear do $\chi^{(3)}$, $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$, respectivamente. Os valores obtidos experimentalmente foram $1,3 \pm 0,1$, $1,8 \pm 0,2$ e $2,8 \pm 0,1$ para o $\chi^{(3)}$, $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$, respectivamente.

Neste gráfico log-log os quatro primeiros pontos do $\chi^{(3)}$ não foram incluídos no seu fit, pois suas intensidades eram baixas demais tal que estavam demasiadamente próximas do background do detetor usado para medir as potências de escrita. Lembrando que na seção 3.4.3, explicamos que a medição da potência de escrita era feita em tempo real através de um detetor calibrado.

O modelo teórico apresentado no capítulo 2 prevê que toda a dependência temporal do pulso está relacionada com a leitura, deixando a escrita responsável apenas pela amplitude do sinal. A expressão encontrada para a intensidade do sinal extraído, I_s, para uma leitura paralela a W foi:

$$I_s \propto |\sigma_{2b,1a} + \sigma_{2a,1b}|^2 = |f_r(t)\frac{\sigma_{cf}(0)}{\Omega_R^*}|^2 \tag{4.1}$$

onde $\sigma_{cf}(0)$ é a soma das coerências dos estados fundamentais e $f_r(t)$ é uma função que independe da escrita. Dessa forma, esperamos que à medida que variamos a intensidade

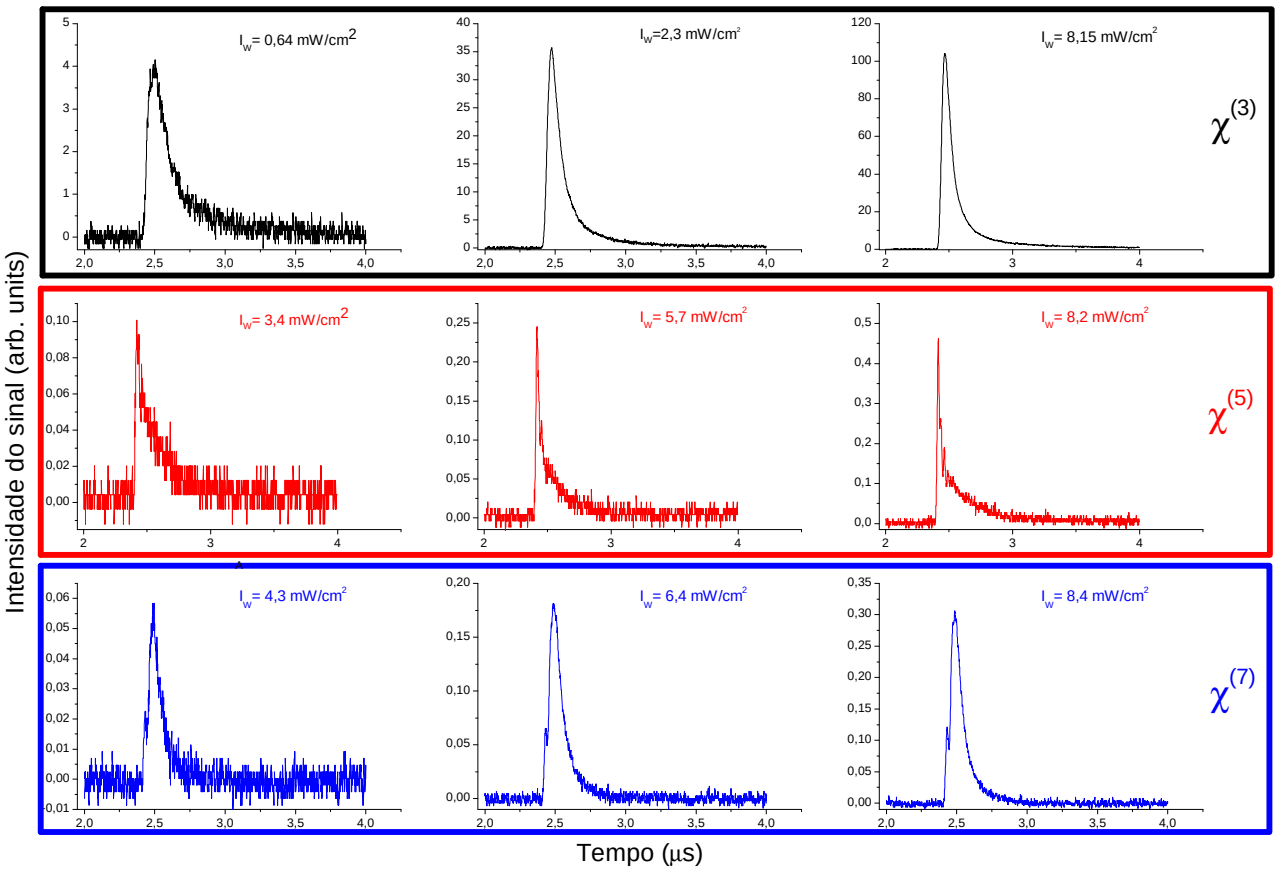

Figura 4.3 Pulsos dos sinais de $\chi^{(3)}$, $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$ para diferentes intensidades de W. Observe que a forma temporal se mantêm aproximadamente constante em todas as ordens, variando apenas a aplitude do sinal à medida que aumentamos a intensidade.

de escrita, a amplitude do sinal mude mantendo a forma temporal do pulso constante. A figura 4.3 mostra os pulsos dos sinais de $\chi^{(3)}$, $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$ para diferentes intensidades de W.

O modelo teórico prevê apenas uma forma de pulso para $\chi^{(3)}$ e $\chi^{(7)}$, todavia experimentalmente é observada uma pequena diferença entre os pulsos, com a presença de oscilações no sinal de maior ordem. Outrossim, observamos experimentalmente um decaimento mais lento do sinal, gerando uma espécie de "cauda"que não é observada no pulso teórico, que provavelmente está relacionada com o tempo de resposta do detetor. A figura 4.4 mostra os pulsos teóricos e experimentais para os sinais de $\chi^{(3)}$ e $\chi^{(7)}$.

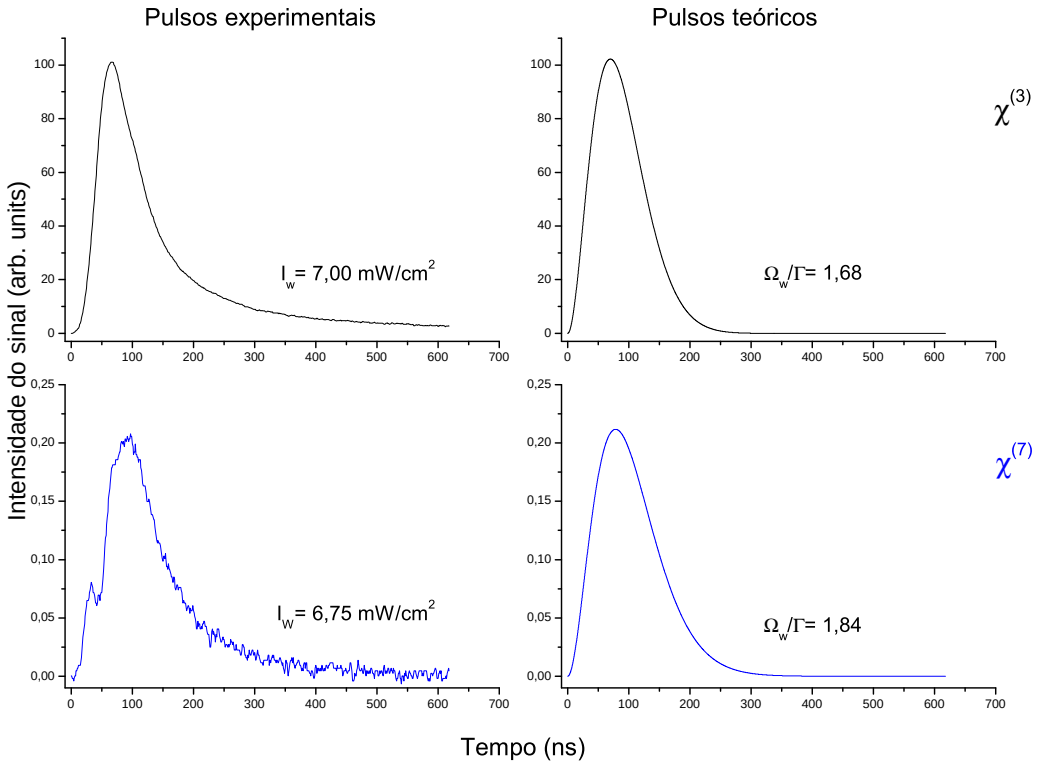

Figura 4.4 Pulsos dos sinais de $\chi^{(3)}$ e $\chi^{(7)}$ teóricos e experimentais.

4.2.2 Variando o campo E_R

Se variando I_W podemos observar diferentes coeficientes para um ajuste linear em um gráfico log-log dos três sinais, o mesmo não pode ser dito para I_R. Como todos os sinais dependem linearmente de I_R, deveríamos observar um comportamento linear nos gráficos em função da leitura. Intuitivamente também esperamos que para altas intensidades de leitura o sinal simplesmente sature, pois não poderíamos retirar mais do que armazenamos. Os gráficos 4.5 e 4.6 mostram com clareza essa dependência. Os pulsos extraídos do ensemble vão crescendo, estreitando e modificando sua forma temporal à medida que aumentamos a intensidade de leitura (figura 4.7).

Também realizamos uma comparação teórica e experimental da variação da intensidade de pico em relação a intensidade de leitura que está representada na figura 4.5. Os quadrados e a linha preta representam os pontos experimentais e teóricos, respectivamente, para o $\chi^{(3)}$, enquanto que os triângulos e a linha azul representam os pontos experimentais e teóricos,

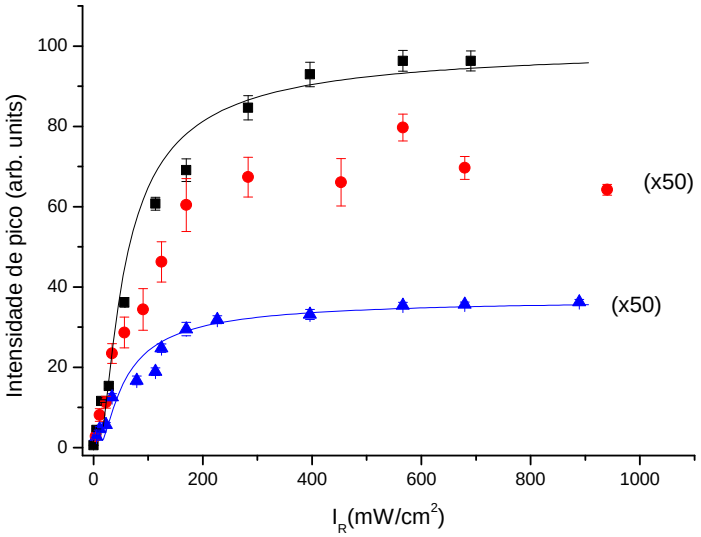

Figura 4.5 Gráfico da intensidade de pico recuperada em função de I_R para as três ordens de não linearidade: $\chi^{(3)}$ (quadrado preto), $\chi^{(5)}$ (círculo vermelho) e $\chi^{(7)}$ (triângulo azul). Os gráficos do $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$ foram multiplicados por um fator de 50.

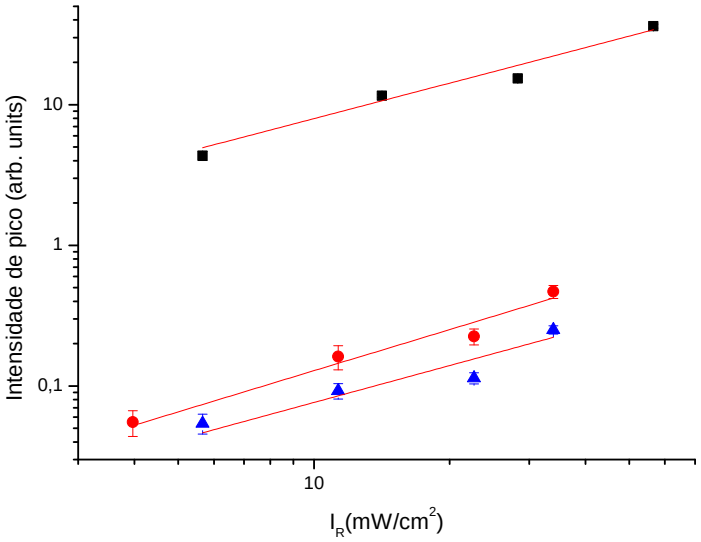

Figura 4.6 Gráfico log-log do início da curva da figura 4.5. Os quadrados pretos representam o $\chi^{(3)}$, os círculos vermelhos o $\chi^{(5)}$ e os triângulos azuis o $\chi^{(7)}$. Os coeficientes do ajuste linear foram $0,8 \pm 0,1$, $1,0 \pm 0,1$, $0,9 \pm 0,2$ para o $\chi^{(3)}$, $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$, respectivamente.

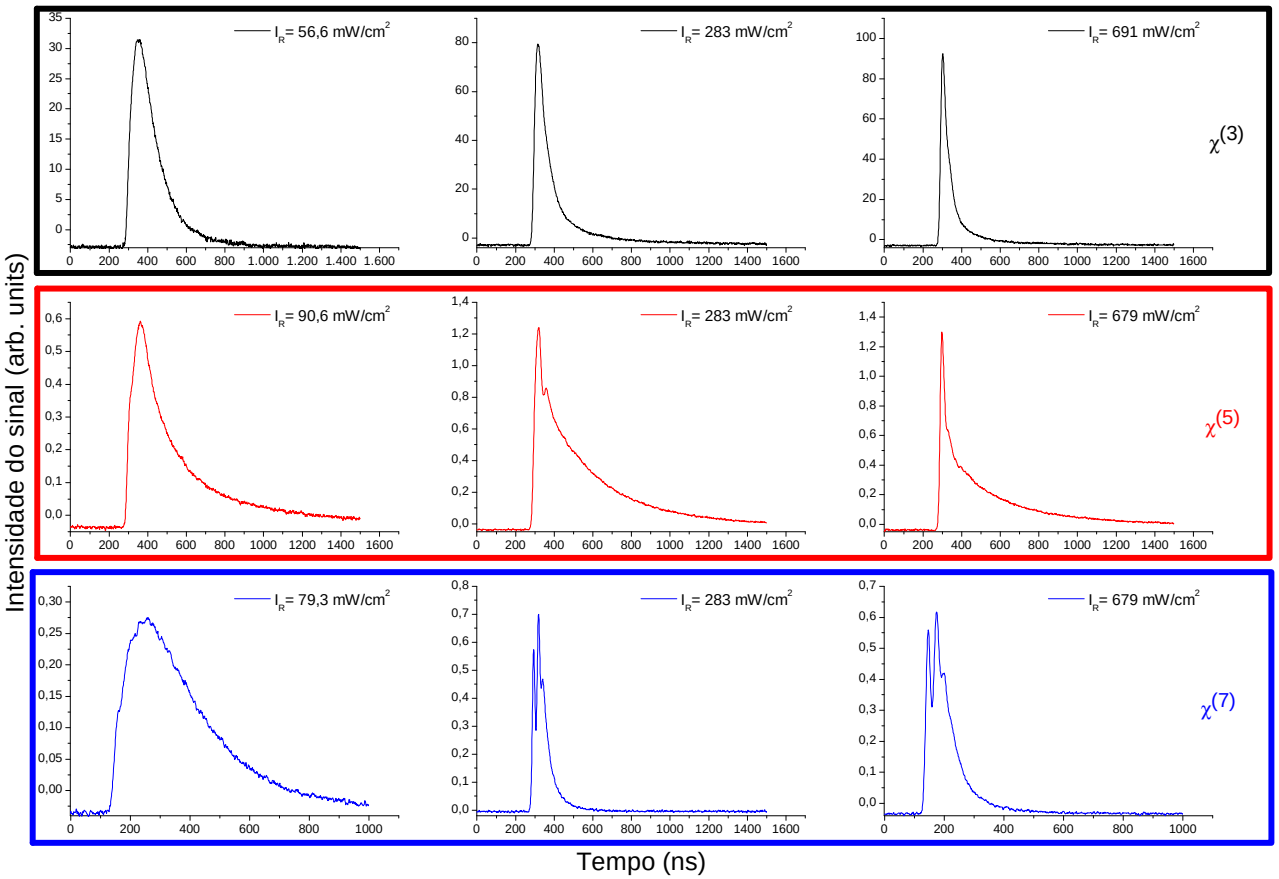

Figura 4.7 Pulsos dos sinais de $\chi^{(3)}$, $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$ para diferentes intensidades de R. Observe que a forma temporal se modifica em todas as ordens, variando a amplitude e sua largura, além de notarmos o aparecimento de estruturas internas do sinal à medida que aumentamos a intensidade.

respectivamente, para o $\chi^{(7)}$. Na curva teórica para o $\chi^{(3)}$ utilizamos um parâmetro de ajuste vertical $A = 5,8$.

4.2.3 Variando o tempo de armazenamento t_s

O nosso modelo prevê um único tempo de armazenamento para todas as ordens, como vemos na expressão para a evolução livre da coerência dos estados fundamentais deduzida na seção 2.5.

$$\sigma_{cf}^{a}(t) = \sigma_{cf}^{e} e^{-\gamma t} \tag{4.2}$$

Porém, os tempos de decaimento encontrados nos ajustes foram $10,2 \pm 0,3\mu s$, $8,3 \pm$

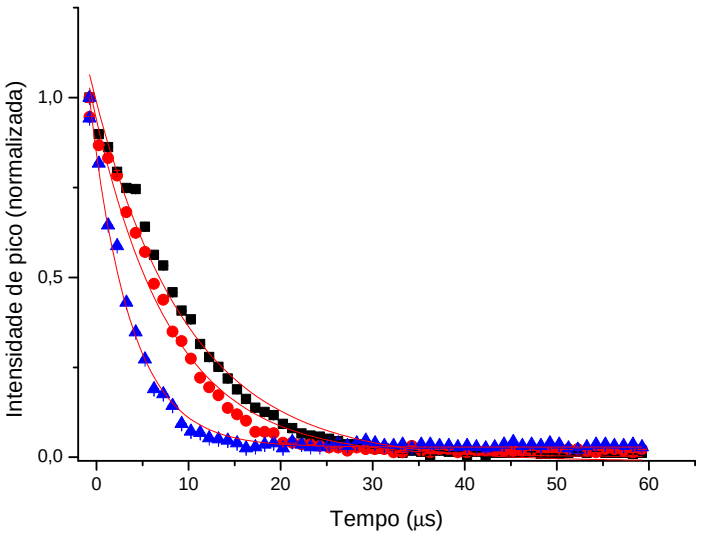

Figura 4.8 Gráfico da intensidade de pico em função do tempo de armazenamento t_s para o $\chi^{(3)}$ (quadrado preto), $\chi^{(5)}$ (círculo vermelho) e $\chi^{(7)}$ (triângulo azul). As linhas sólidas representam os ajustes para cada curva com a função $y_0 + e^{-\frac{t}{\tau}}$. Os tempos de decaimento foram $10,2 \pm 0,3\mu s$, $8,3 \pm 0,3\mu s$, $4,34 \pm 0,09\mu s$ para o $\chi^{(3)}$, $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$, respectivamente.

$0,3\mu s$, $4,34 \pm 0,09\mu s$ para o $\chi^{(3)}$, $\chi^{(5)}$ e $\chi^{(7)}$, respectivamente.

Podemos tentar explicar o resultado qualitativamente baseado em trabalhos anteriores. O armazenamento de luz nessa configuração pode ser visto como o armazenamento de uma grade de coerência. Esta grade possui um período que seria inversamente proporcional ao ângulo entre os feixes. Sendo assim, o período dessa grade deveria variar com o ângulo, e consequentemente com a ordem da não linearidade conforme sugerido em [33].

Devido a efeitos de movimento atômico, onde os átomos se moveriam com diferentes velocidades, veríamos um borramento desta grade. Como cada ordem de não linearidade possuiria um período diferente, teríamos diferentes tempos de armazenamento para diferentes ordens de não linearidade.

Capítulo 5

Conclusões e Perspectivas

5.1 Conclusões

Nesta dissertação apresentamos uma investigação teórica e experimental do armazenamento e extração de diversas ordens de não linearidades na interação átomo-luz, utilizando grades de coerência de um ensemble de átomos frios de Césio aprisionados em uma armadilha magneto-ótica. As diversas ordens foram exploradas na condição de casamento de fase, modificando apenas o ângulo do feixe de leitura em relação ao eixo definido por um dos feixes da escrita. O modelo teórico que elaboramos, consistindo em um sistema de quatro níveis, nos fornece uma expressão analítica para o campo elétrico do feixe gerado na direção de deteção, nos permitindo comparar alguns aspectos experimentais com teóricos, fornecendo um entendimento mais geral acerca do problema. As polarizações dos feixes gerados nos casos do $\chi^{(3)}$ e $\chi^{(7)}$, suas curvas de saturação com a leitura, bem como a dependência linear e cúbica da intensidade de pico do sinal para uma baixa intensidade de escrita, por exemplo, são bem explicadas pela teoria. Entretanto, esse modelo falha na explicação de outros detalhes do experimento, como a falta do sinal da série envolvendo $\chi^{(5)}$, etc., os diferentes tempos de armazenamento para todas as ordens de não linearidade medidas, e as variadas formas de pulso para todas as ordens aferidas.

Contudo, apesar das lacunas o modelo aponta para uma direção por onde devemos trilhar para solucionar suas falhas. No caso da ausência dos sinais da série contendo o $\chi^{(5)}$, por

exemplo, por conta da aparição de termos pares na expansão pertubativa da população fundamental do estado estacionário, temos um forte indício de que, nesta série, estamos lidando com um processo diferente. Mais provavelmente, uma grade de população, que necessitaria de um mecanismo para manter sua modulação após o desligamento dos feixes de escrita, coisa que não consideramos na modelagem inicial. A princípio, pensávamos ser possível armanezar todas as não linearidades em uma grade de coerência. Entretanto, a drástica mudança da forma de pulso do $\chi^{(5)}$ para o $\chi^{(3)}$ e $\chi^{(7)}$, e a semelhança no que se diz respeito a largura de meia altura entre esses dois últimos, nos leva a presumir que, de fato estamos lidando com processos diferentes, que deveriam nos levar a resultados completamente distintos. Isso parece estar indicado nos dois sistemas de equações diferenciais da leitura, onde um deles possui populações e coerências óticas (paralelas a excitação da leitura) acopladas entre si e desacopladas do restante das variáveis. Enquanto que no outro sistema temos as coerências fundamentais, excitadas e óticas (ortogonais a leitura) acopladas entre si e desacopladas do restante. Isso nos leva a concluir que, caso seja possível manter a modulação na população, teremos para a série par do expoente de $(\Omega_W \Omega_{W'})^n$, sempre um sinal paralelo a leitura fruto de uma grade de população, e para a série ímpar, sempre um sinal ortogonal a leitura fruto de uma grade de coerência. Essa suposição é corroborada pelos resultados experimentais apresentados nesta dissertação.

5.2 Perspectivas

Dentre as perspectivas futuras deste trabalho, temos de imediato a de expandir a teoria a fim de incluir os termos com n par da série de $(\Omega_W \Omega_{W'})^n$. Esperamos também que surjam com as modificações a explicação das diferenças entre as formas de pulso do $\chi^{(3)}$ e $\chi^{(7)}$. A teoria também pode nos dar alguma direção para uma quantização completa do problema, isto é, realizar o mesmo experimento e modelo no regime de fótons individuais, com o fito de uma aplicação em informação quântica.

Referências

[1] David J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics* Third Edition, 1999: Addison-Wesley

[2] John David Jakcson. *Classical Electrodynamics*. Wiley, third edition, 1999.

[3] Robert W. Boyd. *Nonlinear Optics*. Academic Press, second edition, 2003.

[4] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, and G. Weinreich, "Generation of Optical Harmonics," Phys. Rev. Lett. **7** 118 (1961)

[5] Amnon Yariv. *Quantum Electronics*. Wiley, third edition, 1989.

[6] Frank Träger. *Handbook of Lasers and Optics*. Springer, New York, 2007.

[7] J. A. Giordmaine, and R. C. Miller, "Tunable Coherent Parametric Oscillation in $LiNbO_3$ at Optical Frequencies," Phys. Rev. Lett. **14**, 973 (1965).

[8] F. R. Nash, G. D. Boyd, M. Sargent III, and P. M. Bridenraugh, "Effect of Optical Inhomogeneities on Phase Matching in Nonlinear Crystals," J. Appl. Phys. **41**, 2564 (1965).

[9] Robert C. Eckardt, C. D. Nabors, William J. Kozlovsky, and Robert L. Byer. "Optical parametric oscillator frequency tuning and control," J. Opt. Soc. Am. B **8**, 646 (1991).

[10] D. Fekete, J. AuYeung, and A. Yariv, "Phase-conjugate reflection by degenerate four-wave mixing in a nematic liquid crystal in the isotropic phase," Opt. Lett. **5**, 51 (1979).

[11] D. M. Bloom, P. F. Liao, and N. P. Economou, "Observation of amplified reflection by degenerate four-wave mixing in atomic sodium vapor," Opt. Lett. **2**, 58 (1978).

[12] J. W. R. Tabosa, G. Chen, Z. Hu, R. B. Lee, and H. J. Kimble, "Nonlinear spectroscopy of cold atoms in a spontaneous-force optical trap," Phys. Rev. Lett. **66**, 3245 (1991).

[13] R. K. Raj, Q. F. Gao, D. Bloch, M. Ducloy. "Direct observation of high-order optical susceptibilities via angularly-resolved multiwave mixing," Opt. Commun. **51**, 117 (1984).

[14] George C. Cardoso and J.W.R. Tabosa. "Saturated lineshapes and high-order susceptibilities of cold cesium atoms observed via a transferred population grating," Opt. Commun. **210**, 271 (2002).

[15] Sylvie Le Boiteux, Pierre Simoneau, Daniel Bloch, Fernando A. M. de Oliveira and Martial Ducloy. "Saturation behavior of resonant degenerate four-wave and multiwave mixing in the doppler-broadened regime: Experimental analysis on a low-pressure Ne discharge," IEEE Journal of Quantum Electronics, **QE-22**, 1229 (1986).

[16] J.W.R. Tabosa, S. Le Boiteux, P. Simoneau, D. Bloch and M. Ducloy. "Optical stark splitting in doppler-broadened, nondegenerate multiwave mixing," Europhys. Lett. **4**, 433 (1987).

[17] C. A. Benevides, M. Oria ; S. S. Vianna and J. W. R. Tabosa. "Population transfer via optical pumping in cold cesium atoms," Opt. Commun. **147**, 51 (1998).

[18] Marlan O. Scully and M. Suhail Zubairy. *Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1997.

[19] G. Alzetta, A. Gozzini, L. Moi, and G. Orriols. "An experimental method for the observation of r. f. transitions and laser beat resonances in oriented na vapour," Nuovo Cimento B **36**, 5 (1976).

[20] M. Fleischahuer, A. Imamoglu, , and J. P. Marangos. "Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media," Rev. Mod. Phys. **77**, 633 (2005).

[21] M. D. Lukin, "Colloquium: Trapping and manipulating photon states in atomic ensembles," Rev. Mod. Phys. **75**, 457 (2003).

[22] M. Fleischhauer and M. D. Lukin. "Dark-state polaritons in electromagnetically induced transparency," Phys. Rev. Lett. **84**, 5094 (2000).

[23] D. Moretti, N. Gonzalez, D. Felinto, J.W.R. Tabosa. "Dynamics of bragg diffraction in a stored light grating in cold atoms," Phys. Rev. A **78**, 923811 (2008).

[24] H. J. Kimble. "The quantum internet," Nature **453**, 1023 (2008).

[25] L.-M Duan, M. D. Lukin, J. I. Cirac, and P. Zoller. "Long-distance quantum communication with atomic ensembles and linear optics," Nature **414**, 413 (2001).

[26] A. Kuzmich, W. P. Bowen, A. D. Boozer, A. Boca, C. W. Chou, L.-M. Duan, and H. J. Kimble. "Generation of nonclassical photon pairs for scalable quantum communication with atomic ensembles," Nature **423**, 731 (2005).

[27] M. S. Mendes, P. L. Saldanha, J.W. R. Tabosa, and D. Felinto. "Dynamics of the reading process of a quantum memory," New J. Phys **15**, 075030 (2013).

[28] R. A. de Oliveira, D. Moretti, D. Felinto, and J.W.R. Tabosa. "Readout spectroscopy of an atomic memory," Phys. Rev. A **86**, 1 (2012).

[29] R. A. de Oliveira, D. Felinto, and J.W.R. Tabosa. "Nonlinear coupling between two zeeman coherence gratings stored in cold atoms," Phys. Rev. A **88**, 023844 (2013).

[30] J.J. Sakurai and Jim Napolitano. *Modern Quantum Mechanics*. Addison-Wesley, second edition, 2011.

[31] Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu, and Franck Laloë. *Quantum Mechanics*. Wiley-VCH, 2005.

[32] T. Hansch and A. Schawlow. "Cooling of gases by laser radiation," Opt. Comm. **13**, 68 (1975).

[33] J.W.R. Tabosa, A. Lezama, G. C. Cardoso. "Transient bragg diffraction by a transferred population grating: application for cold atoms velocimetry," Opt. Commun. **165**, 59 (1999).

Apêndice A

Solução do Sistema 2 na leitura

Consideraremos Ω_R constante. Multiplicando (2.36a) e (2.36b) por Ω_R e Ω_R^* respectivamente, e definindo

$$S = \Omega_R \sigma_\perp \, . \tag{A.1}$$

as Eqs. (2.36) podem ser colocadas na forma

$$(\frac{d}{dt} + \alpha)S = -|\Omega_R|^2(\sigma_{ce} - \sigma_{cf}) \, , \tag{A.2a}$$

$$(\frac{d}{dt} + \alpha^*)S^* = -|\Omega_R|^2(\sigma_{ce} - \sigma_{cf}) \, , \tag{A.2b}$$

$$(\frac{d}{dt} + \Gamma)\sigma_{ce} = (S + S^*) \, , \tag{A.2c}$$

$$\frac{d\sigma_{cf}}{dt} = -(S + S^*) \, . \tag{A.2d}$$

Definimos ainda as novas variáveis

$$S_r = \frac{S + S^*}{2} \, , \tag{A.3a}$$

$$S_i = \frac{S - S^*}{2i} \, . \tag{A.3b}$$

Somando (A.2a) e (A.2b) obtemos

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(S+S^*) + \overbrace{\alpha S}^{(\frac{\Gamma}{2}+i\Delta)S} + \overbrace{\alpha^* S^*}^{(\frac{\Gamma}{2}-i\Delta)S^*} &= 2|\Omega_R|^2(\sigma_{cf}-\sigma_{ce}) \\
\frac{d}{dt}(\overbrace{S+S^*}^{2S_r}) + \frac{\Gamma}{2}(\overbrace{S+S^*}^{2S_r}) + \underbrace{i\Delta(\overbrace{S-S^*}^{2iS_i})}_{-2\Delta S_i} &= 2|\Omega_R|^2(\sigma_{cf}-\sigma_{ce}) \\
\frac{d}{dt}S_r + \frac{\Gamma}{2}S_r &= \Delta S_i + |\Omega_R|^2(\sigma_{cf}-\sigma_{ce}) \\
\left(\frac{d}{dt}+\frac{\Gamma}{2}\right)S_r &= \Delta S_i + |\Omega_R|^2(\sigma_{cf}-\sigma_{ce}) \qquad \text{(A.4)}
\end{aligned}$$

e subtraindo (A.2b) de (A.2a) obtemos

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}(S-S^*) + \overbrace{\alpha S}^{(\frac{\Gamma}{2}+i\Delta)S} - \overbrace{\alpha^* S^*}^{(\frac{\Gamma}{2}-i\Delta)S^*} &= 0 \\
\frac{d}{dt}(\overbrace{S-S^*}^{2iS_i}) + \frac{\Gamma}{2}(\overbrace{S-S^*}^{2iS_i}) + i\Delta(\overbrace{S+S^*}^{2S_r}) &= 0 \\
2i\frac{dS_i}{dt} + 2i\frac{\Gamma}{2}S_i &= -2i\Delta S_r \\
\left(\frac{d}{dt}+\frac{\Gamma}{2}\right)S_i &= -\Delta S_r \qquad \text{(A.5)}
\end{aligned}$$

o que resulta no sistema

$$(\frac{d}{dt}+\frac{\Gamma}{2})S_r = \Delta S_i + |\Omega_R|^2(\sigma_{cf}-\sigma_{ce})\ , \qquad \text{(A.6a)}$$

$$(\frac{d}{dt}+\frac{\Gamma}{2})S_i = -\Delta S_r\ , \qquad \text{(A.6b)}$$

$$(\frac{d}{dt}+\Gamma)\sigma_{ce} = 2S_r\ , \qquad \text{(A.6c)}$$

$$\frac{d\sigma_{cf}}{dt} = -2S_r\ . \qquad \text{(A.6d)}$$

Aplicando $(\frac{d}{dt}+\frac{\Gamma}{2})$ em (A.6a)

$$\left(\frac{d}{dt}+\frac{\Gamma}{2}\right)\left(\frac{d}{dt}+\frac{\Gamma}{2}\right)S_r = \Delta\left(\frac{d}{dt}+\frac{\Gamma}{2}\right)S_i + |\Omega_R|^2\left(\frac{d}{dt}+\frac{\Gamma}{2}\right)(\sigma_{cf}-\sigma_{ce})\ , \qquad \text{(A.7)}$$

usando (A.6b) e aplicando $\frac{d}{dt}$ e $(\frac{d}{dt}+\Gamma)$, obtemos

$$\frac{d}{dt}(\frac{d}{dt}+\Gamma)(\frac{d}{dt}+\frac{\Gamma}{2})^2 S_r = -\Delta^2 \frac{d}{dt}(\frac{d}{dt}+\Gamma)S_r + |\Omega_R|^2(\frac{d}{dt}+\frac{\Gamma}{2})\left[(\frac{d}{dt}+\Gamma)(-2S_r) - \frac{d}{dt}(2S_r)\right]$$
$$\frac{d}{dt}(\frac{d}{dt}+\Gamma)(\frac{d}{dt}+\frac{\Gamma}{2})^2 S_r = -\Delta^2 \frac{d}{dt}(\frac{d}{dt}+\Gamma)S_r - 2|\Omega_R|^2(\frac{d}{dt}+\frac{\Gamma}{2})\left[2\frac{d}{dt}+\Gamma\right]S_r$$
$$\frac{d}{dt}(\frac{d}{dt}+\Gamma)(\frac{d}{dt}+\frac{\Gamma}{2})^2 S_r + \Delta^2 \frac{d}{dt}(\frac{d}{dt}+\Gamma)S_r + 2|\Omega_R|^2(\frac{d}{dt}+\frac{\Gamma}{2})\left[2\frac{d}{dt}+\Gamma\right]S_r = 0 \qquad \text{(A.8)}$$

que é uma E.D.O apenas de S_r. Expandindo a equação (A.8) (Apêndice B), ficamos finalmente com

$$\frac{d^4S_r}{dt^4} + 2\Gamma\frac{d^3S_r}{dt^3} + \left[\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + \Delta^2 + \Gamma^2 + 4|\Omega_R|^2\right]\frac{d^2S_r}{dt^2} + \Gamma\left[\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 + \Delta^2 + 4|\Omega_R|^2\right]\frac{dS_r}{dt} + |\Omega_R|^2\Gamma^2 S_r = 0 \qquad \text{(A.9)}$$

Definindo a_0, a_1, a_2 *e* a_3 tal que

$$\frac{d^4S_r}{dt^4} + a_3\frac{d^3S_r}{dt^3} + a_2\frac{d^2S_r}{dt^2} + a_1\frac{dS_r}{dt} + a_0 S_r = 0\,, \qquad \text{(A.10)}$$

a solução geral para $S_r(t)$ tem a forma

$$S_r(t) = Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t} + Ce^{r_3 t} + De^{r_4 t} \qquad \text{(A.11)}$$

onde A, B, C *e* D são constantes e r_1, r_2, r_3 *e* r_4 são as raízes do polinômio

$$f(x) = x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0\,. \qquad \text{(A.12)}$$

As formas dessas raízes são complicadas demais, por isso apenas suas fórmulas serão dadas no Apêndice C. Já a solução para S_i é dada por uma integração simples ao multiplicarmos a equação (A.6b) pelo fator integrante $e^{\frac{\Gamma t}{2}}$

$$(e^{\frac{\Gamma}{2}t}\frac{d}{dt} + e^{\frac{\Gamma}{2}t}\frac{\Gamma}{2})S_i(t) = -\Delta e^{\frac{\Gamma}{2}t}S_r(t)$$
$$\frac{d(e^{\frac{\Gamma t}{2}}S_i(t))}{dt} = -\Delta e^{\frac{\Gamma t}{2}}S_r(t)$$
$$e^{\frac{\Gamma t}{2}}S_i(t) - S_i(0) = -\Delta\int_0^t e^{\frac{\Gamma t'}{2}}(Ae^{r_1 t'} + Be^{r_2 t'} + Ce^{r_3 t'} + De^{r_4 t'})dt'\,. \qquad \text{(A.13)}$$

Então

$$S_i(t) = -\Delta\left[A\frac{(e^{r_1 t} - e^{-\frac{\Gamma}{2}t})}{(r_1+\frac{\Gamma}{2})} + B\frac{(e^{r_2 t} - e^{-\frac{\Gamma}{2}t})}{(r_2+\frac{\Gamma}{2})} + C\frac{(e^{r_3 t} - e^{-\frac{\Gamma}{2}t})}{(r_3+\frac{\Gamma}{2})} + D\frac{(e^{r_4 t} - e^{-\frac{\Gamma}{2}t})}{(r_4+\frac{\Gamma}{2})}\right] . \tag{A.14}$$

Para determinar as constantes A, B, C *e* D, precisamos considerar as condições iniciais e resolver o seguinte sistema de equações:

$$S_r(0) = A + B + C + D \tag{A.15a}$$

$$\dot{S}_r\,(0) = r_1 A + r_2 B + r_3 C + r_4 D \tag{A.15b}$$

$$\ddot{S}_r\,(0) = r_1^2 A + r_2^2 B + r_3^2 C + r_4^2 D \tag{A.15c}$$

$$\dddot{S}_r\,(0) = r_1^3 A + r_2^3 B + r_3^3 C + r_4^3 D \tag{A.15d}$$

onde

$$S_r(0) = 0\,, \tag{A.16a}$$

$$\dot{S}_r\,(0) = |\Omega_R|^2 \sigma_{cf}(0)\,, \tag{A.16b}$$

$$\ddot{S}_r\,(0) = -\frac{\Gamma}{2}|\Omega_R|^2 \sigma_{cf}(0) = -\frac{\Gamma}{2}\,\dot{S}_r\,(0)\,, \tag{A.16c}$$

$$\dddot{S}_r\,(0) = |\Omega_R|^2\left[\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 - \Delta^2 - 4|\Omega_R|^2\right]\sigma_{cf}(0) = \left[\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 - \Delta^2 - 4|\Omega_R|^2\right]\dot{S}_r\,(0)\,. \tag{A.16d}$$

As soluções para as constantes A, B, C e D são:

$$A = -(B + C + D)\,, \tag{A.17a}$$

$$B = \frac{\dddot{S}_r\,(0) - (r_4 + r_3 + r_1)\,\ddot{S}_r\,(0) + [r_1(r_3 + r_4) + r_3 r_4]\,\dot{S}_r\,(0)}{(r_2 - r_4)(r_2 - r_3)(r_2 - r_1)}\,, \tag{A.17b}$$

$$C = \frac{\dddot{S}_r\,(0) - (r_4 + r_2 + r_1)\,\ddot{S}_r\,(0) + [r_4(r_2 + r_1) + r_1 r_2]\,\dot{S}_r\,(0)}{(r_4 - r_3)(r_4 - r_2)(r_4 - r_1)}\,, \tag{A.17c}$$

$$D = \frac{\dddot{S}_r\,(0) - (r_3 + r_2 + r_1)\,\ddot{S}_r\,(0) + [r_3(r_2 + r_1) + r_1 r_2]\,\dot{S}_r\,(0)}{(r_4 - r_3)(r_4 - r_2)(r_4 - r_1)}\,. \tag{A.17d}$$

Apêndice B

Obtenção da equação de quarto grau

Aqui apresentamos com detalhes o algebrismo para a obtenção da equação de quarta ordem no processo de leitura.

1.

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}+\Gamma\right)\left(\frac{d}{dt}+\frac{\Gamma}{2}\right)^2 &= \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}+\Gamma\right)\left[\frac{d^2}{dt^2}+\Gamma\frac{d}{dt}+\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2\right] \\
&= \frac{d}{dt}\left[\frac{d^3}{dt^3}+\Gamma\frac{d^2}{dt^2}+\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2\frac{d}{dt}+\Gamma\frac{d^2}{dt^2}+\Gamma^2\frac{d}{dt}+\Gamma\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2\right] \\
&= \frac{d}{dt}\left\{\frac{d^3}{dt^3}+2\Gamma\frac{d^2}{dt^2}+\left[\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2+\Gamma^2\right]\frac{d}{dt}+\Gamma\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2\right\} \\
&= \frac{d^4}{dt^4}+2\Gamma\frac{d^3}{dt^3}+\left[\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2+\Gamma^2\right]\frac{d^2}{dt^2}+\Gamma\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2\frac{d}{dt} \qquad \text{(B.1)}
\end{aligned}$$

2.

$$\Delta^2\frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}+\Gamma\right)=\Delta^2\left(\frac{d^2}{dt^2}+\Gamma\frac{d}{dt}\right) \qquad \text{(B.2)}$$

3.

$$2|\Omega_R|^2\left(\frac{d}{dt}+\frac{\Gamma}{2}\right)\left[2\frac{d}{dt}+\Gamma\right]=2|\Omega_R|^2\left(2\frac{d^2}{dt^2}+2\Gamma\frac{d}{dt}+\frac{\Gamma^2}{2}\right)$$
$$=4|\Omega_R|^2\left[\frac{d^2}{dt^2}+\Gamma\frac{d}{dt}+\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2\right] \tag{B.3}$$

4. Somando as três equações

$$\frac{d^4}{dt^4}+2\Gamma\frac{d^3}{dt^3}+\left\{\left[\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2+\Gamma^2\right]+\Delta^2+4|\Omega_R|^2\right\}\frac{d^2}{dt^2}+\Gamma\left[\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2+\Delta^2+4|\Omega_R|^2\right]\frac{d}{dt} \tag{B.4}$$
$$+|\Omega_R|^2\Gamma^2$$

Apêndice C

Solução para polinômios de terceiro e quarto grau

A fim de dispensarmos tabelas, apresentaremos as soluções quárticas e cúbidas necessárias na determinação de r_1, r_2, r_3 e r_4 definidas no Apêndice A. Dado o polinômio

$$f(x) = x^4 + px^3 + qx^2 + sx + t = y^4 + a^2 + by + c = 0\,, \tag{C.1}$$

com a substituição

$$x = y - \frac{p}{4}\,, \tag{C.2}$$

onde

$$a = q - \frac{3p^2}{8}\,, b = s + \frac{p^3}{8} - \frac{pq}{2}\,, c = t - \frac{3p^4}{256} + \frac{p^2 q}{16} - \frac{pr}{4}\,. \tag{C.3a}$$

A equação quártica pode ser fatorada sobre certas condições. A equação que precisa ser resolvida para torná-la fatorável é denominada de *cúbica resolvente*:

$$z^3 - qz^2 + (ps - 4t)z + (4qt - s^2 - p^2 t) = 0\,. \tag{C.4}$$

Seja z_1 a raíz real da cúbica acima. Então, as quatro raízes da equação quártica original são:

$$r_1 = -\frac{p}{4} + \frac{1}{2}(R + D)\,, \tag{C.5a}$$

$$r_2 = -\frac{p}{4} + \frac{1}{2}(R - D)\,, \tag{C.5b}$$

$$r_3 = -\frac{p}{4} - \frac{1}{2}(R - E)\,, \tag{C.5c}$$

$$r_4 = -\frac{p}{4} - \frac{1}{2}(R + E)\,, \tag{C.5d}$$

onde

$$R = \sqrt{\frac{p^2}{4} - q + z_1}\,, \tag{C.6a}$$

$$D = \begin{cases} \sqrt{\frac{3p^2}{4} - R^2 - 2q + \frac{1}{4}(4pq - 8s - p^3)R^{-1}} & \text{se } R \neq 0 \\ \sqrt{\frac{3p^2}{4} 2q + 2\sqrt{z_1^2 - 4t}} & \text{se } R = 0 \end{cases} \tag{C.6b}$$

$$E = \begin{cases} \sqrt{\frac{3p^2}{4} - R^2 - 2q - \frac{1}{4}(4pq - 8s - p^3)R^{-1}} & \text{se } R \neq 0 \\ \sqrt{\frac{3p^2}{4} 2q - 2\sqrt{z_1^2 - 4t}} & \text{se } R = 0 \end{cases} \tag{C.6c}$$

Já para a equação cúbica temos que, dado o polinômio

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d = a(x - r_1)(x - r_2)(x - r_3)\,, \tag{C.7}$$

e definindo as funções auxiliares

$$q = \frac{9abc - 27a^2d - 2b^3}{54a^3}\,, r = \sqrt{\left(\frac{3ac - b^2}{9a^2}\right)^3 + q^2}\,, s = \sqrt[3]{q + r}\,, t = \sqrt[3]{q - r}\,, \tag{C.8a}$$

as raízes r_1, r_2 e r_3 do polinômio são dadas por

$$r_1 = (s + t) - \frac{b}{3a}\,, \tag{C.9a}$$

$$r_2 = -\frac{1}{2}(s + t) - \frac{b}{3a} + \frac{\sqrt{3}}{2}(s - t)i\,, \tag{C.9b}$$

$$r_3 = -\frac{1}{2}(s + t) - \frac{b}{3a} - \frac{\sqrt{3}}{2}(s - t)i\,. \tag{C.9c}$$