



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Jorge Lenin Fernández Díaz

Geração de emaranhamento de polarização entre pares  
de fótons no regime de fentossegundos

Dissertação de mestrado

Recife  
2014

**Jorge Lenin Fernández Díaz**

**Geração de emaranhamento de polarização entre pares  
de fótons no regime de femtossegundos**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador:

**Prof. Dr. Daniel Felinto Pires Barbosa**

Co-orientadora:

**Prof.<sup>a</sup> Dra. Katiúscia Nadyne Cassemiro**

Recife  
2014

Catálogo na fonte  
Bibliotecária Joana D'Arc Leão Salvador CRB4-572

F235g      Fernández Díaz, Jorge Lenin.  
              Geração de emaranhamento de polarização entre pares de fótons no regime de femtossegundos / Jorge Lenin Fernández Díaz. – Recife: O Autor, 2014.  
              67 f.: fig.

              Orientador: Daniel Felinto Pires Barbosa.  
              Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCEN. Física, 2014.  
              Inclui referências e apêndices.

              1. Óptica quântica. 2. Emaranhamento. 3. Desigualdades de Bell. I Barbosa, Daniel Felinto Pires (Orientador). II. Título.

              535.2            CDD (22. ed.)            UFPE-FQ 2015-42



Universidade Federal de Pernambuco  
Departamento de Física - CCEN  
Programa de Pós-Graduação em Física  
Cidade Universitária - 50670-901 Recife PE Brasil  
Fone ( ++ 55 81 ) 2126-7640/2126-8449  
<http://www.ufpe.br/ppgfisica> e-mail: [posgrad@df.ufpe.br](mailto:posgrad@df.ufpe.br)

---

## Parecer da Banca Examinadora de Defesa de Dissertação de Mestrado

---

**Jorge Lenin Fernández Díaz**

### GERAÇÃO DE EMARANHAMENTO DE POLARIZAÇÃO ENTRE PARES DE FÓTONS NO REGIME DE FENTOSSEGUNDOS

A Banca Examinadora composta pelos Professores Daniel Felinto Pires Barbosa (Presidente e Orientador), Fernando Roberto de Luna Parisio Filho, ambos do Departamento de Física da Universidade Federal de Pernambuco e Marcos César Santos Oriá, do Departamento de Física da Universidade Federal da Paraíba, consideram o candidato:

( X ) Aprovado                      ( ) Reprovado                      ( ) Em exigência

Secretaria do Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal de Pernambuco, em vinte e sete de março de dois mil e catorze.

---

Prof. Daniel Felinto Pires Barbosa  
Presidente e Orientador

---

Prof. Fernando Roberto de Luna Parisio Filho

---

Prof. Marcos César Santos Oriá

*A mis padres...*

## AGRADECIMENTOS

A meus orientadores Daniel Felinto e Katiúscia Cassemiro, pelos ensinamentos e pela infinita paciência ao longo de todo este tempo de mestrado.

A todos os membros do grupo de óptica, professores e alunos, agradeço por esse ambiente de trabalho tão acolhedor. Em especial, gostaria agradecer ao Prof. Lucio Acioli pela disponibilização da estrutura, pelo auxílio para manter o laser funcionando, pelas sugestões e contribuições no dia-dia. A Marco Bellini, do Istituto Nazionale di Ottica Applicata, por compartilhar seu conhecimento, nos auxiliando a resolver diversos problemas no desenvolvimento do experimento. E, as palavras sobram para expressar minha infinita gratidão a Milrian Mendes, por estar-me orientando desde meu primeiro dia no laboratório.

A mis padres, Teófila y Beto, y a todos mis hermanos por el cariño de siempre.

A meu professor de pre-grado, Whualkuer Lozano, por me incentivar no trabalho na óptica; a Hugo, Leslie, Albert, Lucero, Alberto, Cesar, Allan, Obed, Shirley.. a Ronaldo de Luna e a Rayanne de Lima pela amizade, pelo afeto, e por mostrar-me a maravilhosa cultura do Nordeste e do Brasil.

«... Y pensé en un laberinto, en un sinuoso laberinto creciente que abarcara el pasado y el porvenir y que implicara de algún modo los astros.»

*J.L.B. - Ficciones: El jardín de senderos que se bifurcan.*

## Resumo

A criação de estados emaranhados em polarização permite testar experimentalmente questões fundamentais da mecânica quântica, tais como os argumentos de EPR sobre a incompletude da teoria quântica, através da desigualdade CHSH. Além disso, esses estados emaranhados, têm potenciais de aplicações como, por exemplo, em computação quântica e criptografia quântica. Neste trabalho, se estuda uma fonte muito eficiente para a produção de estados de fótons emaranhados em polarização baseada em um interferômetro de tipo Sagnac. Estes fótons correlacionados são criados em um cristal não linear PPKTP mediante o processo de conversão paramétrica descendente (PDC) tipo-II, quando o cristal é bombeado por pulsos de femtossegundos. Verificando as correlações das medidas de polarização produzidas por esta fonte, observamos fortes violações das desigualdades de Bell para estados de polarização, isto é, verificamos a desigualdade CHSH.

**Palavras Chave:** Estados emaranhados. Desigualdades de Bell. Conversão paramétrica descendente.

## Abstract

Creation of polarization entangled states allows experimentally to test fundamental properties of quantum mechanics, such as the EPR argument about the incompleteness of the quantum theory, through CHSH inequality; in addition to potential applications as in quantum computing and quantum cryptography. This work studies a very efficient source of photon entangled states of polarization based on a Sagnac interferometer. These photons are created from a nonlinear PPKTP crystal pumped by femtosecond pulses by the process of parametric down-conversion (PDC) type-II pumped by femtosecond pulses. Analysing correlations of polarization measurements produced by this source we observed strong violations of Bell inequalities for the polarization states, i.e, CHSH inequality.

**Keywords:** Entangled states. Bell inequalities. Parametric down conversion.

# Lista de Figuras

- 2.1 **Experimento mental EPR usando pares de fótons com polarizações correlacionadas.** As polarizações dos fótons  $\nu_1$  e  $\nu_2$ , do mesmo par, são analisadas nas direções  $\hat{\mathbf{a}}$  e  $\hat{\mathbf{b}}$  pelos polarizadores I e II. Os vetores  $\hat{\mathbf{a}}$  e  $\hat{\mathbf{b}}$ , que caracterizam as orientações dos polarizadores são perpendiculares ao eixo  $\mathbf{0z}$ ). Os resultados das medidas revelam a existência de fortes correlações. . . . . 25
- 2.2 **Máxima violação das desigualdades de Bell.** Para o grupo de orientações  $(\hat{\mathbf{a}}_0, \hat{\mathbf{a}}'_0, \hat{\mathbf{b}}_0, \hat{\mathbf{b}}'_0)$  dos polarizadores I e II obedecendo  $(\hat{\mathbf{a}}_0, \hat{\mathbf{b}}_0) = (\hat{\mathbf{b}}_0, \hat{\mathbf{a}}'_0) = (\hat{\mathbf{a}}'_0, \hat{\mathbf{b}}'_0) = \frac{\pi}{8}$ , o parâmetro  $S_{QM}$  predito pela mecânica quântica é  $-2\sqrt{2}$ , bem abaixo do limite inferior da desigualdade (2.9). . . . . 27
- 2.3 **Esquema do processo de conversão paramétrica descendente dentro de um cristal não linear.** Um único fóton com frequência angular  $\omega_p$ , cria simultaneamente um par de fótons sinal e complementar com frequências angulares  $\omega_s$  e  $\omega_i$  respectivamente. . . . . 28
- 2.4 **Geração de pares de fótons emaranhados em polarização mediante PDC tipo - II para o caso degenerado.** (a) Esquema experimental usando um feixe de bombeio na região ultravioleta e um cristal BBO. A condição de casamento de fase requer que os fótons gerados emerjam em cones de polarização oposta. (b) Fotografia dos cones de fótons gerados [13]. 29
- 2.5 Os fótons criados emergem do cristal colinearmente ao feixe de bombeio; nesta situação, os cones são tangentes a uma linha. . . . . 30
- 2.6 Esquema do processo de conversão paramétrica descendente tipo-II e de detecção de polarização. Um pulso de bombeio ( $\lambda = 400nm$ ) passa através de um cristal não linear e cada fóton de bombeio tem uma pequena probabilidade de decair em dois fótons ( $\lambda = 800nm$ ) com polarizações ortogonais. Estes fótons são logo divididos por um PBS. Figura retirada de [23]. . . . . 32

3.1	<b>Interferômetro Sagnac utilizado como base de uma fonte de estados emaranhados em polarização.</b> Mostramos as configurações para as componentes de bombeio azul entrando com polarizações (a) horizontal $E_H$ e (b) vertical $E_V$ , no sentido anti-horário e horário, respectivamente. Fótons ortogonalmente polarizados, sinal e complementar, são criados no cristal PPKTP para recombinar-se posteriormente e dar origem a um estado emaranhado em polarização. HWP-Dual, indica placa de meia onda dual necessária na propagação horaria ; DM, espelho dicróico; PBS, divisor de feixes polarizador. Figura reproduzida da referencia [27]. . . . .	38
3.2	Representação de um laser pulsado no dominio temporal. . . . .	40
3.3	Espectro óptico típico do laser de Ti:Safira de femtosegundos. . . . .	41
3.4	<b>Esquema da montagem experimental indicando os componentes ópticos e eletrônicos usados.</b> HWP3 e QWP2 são usados para ajustar os parâmetros $\phi$ e $\beta$ do estado bi-fóton gerado. Com QWP1 corrigimos os efeitos de elipticidade dos fóton ao interagir com certos componentes ópticos. HWP indica placas de meia onda; QWP, placas de quartos de onda; L, lentes; DM, espelhos dicróico; I, iris; E, espelhos; PBS, divisor de feixes polarizador; F, acopladores em fibra; FGB37-A, filtro passa banda com alta transmissão em [335-610]nm; FGL665, filtro espectral com alta transmissão em [665-1800]nm; FELH0550, filtro espectral centrado em 550nm; FI, filtro interferométrico de 10nm de largura de banda centrado em 800nm; A, atenuador; OI, isolador óptico. . . . .	42
3.5	Fotografia da montagem experimental. Se mostra o Laser de femtosegundo, o cristal BBO, Interferômetro Sagnac, cristal PPKTP, acopladores em fibra e os caminhos percorridos pelo bombeio e pelos fótons gerados. . . . .	44
3.6	(a) Acoplamento do feixe de referência na transmissão na fibra F2, usando os espelhos “1” e “2”. (b) Acoplamento da luz proveniente de “F3”, conectada em “F2”, na fibra “F1”, usando os espelhos “3” e “4”. (c) Uma vez colocado o cubo, acoplamos a reflexão no PBS; mexendo apenas o cubo, acoplamos a luz em “F1” mexendo os espelhos “3” e “4”. (d) Finalmente, acoplamos as reflexões da luz proveniente de “F3”, conectada em “F2”, na fibra “F1”, usando os espelhos “3” e “4”. . . . .	46
3.7	Esquema do sistema de detecção de fótons em coincidências. . . . .	47
3.8	Configurações dos analisadores de polarização e medida de coincidências. . . . .	49

4.1	Configurações dos ângulos, $\theta_1$ e $\theta_2$ , das placas de meia onda HWP1 e HWP2, respectivamente, para obter (a) valores máximos de contagens de coincidências e (b) valores mínimos de contagens de coincidências. . . . .	52
4.2	Valores máximos de contagens de coincidências para quatro configurações diferentes dos ângulos $\theta_1$ e $\theta_2$ , respectivamente. Para as configurações $(\theta_1, \theta_2) = (0^\circ, 45^\circ), (45^\circ, 0^\circ), (22.5^\circ, 67.5^\circ)$ e $(67.5^\circ, 22.5^\circ)$ temos 1323, 1217, 1276, 1278 contagens, respectivamente. Para encontrar estes valores se fez uma integração em apenas 3 ns em torno do ponto máximo de contagens. Os pontos fora deste intervalo correspondem ao background. As medidas foram tomadas num tempo de 10 s. Se usou uma linha de atraso de 38 ns do fóton complementar com respeito ao sinal. . . . .	53
4.3	(a) Contagens mínimas de coincidências para quatro configurações diferentes dos ângulos $\theta_1$ e $\theta_2$ das placas de meia onda HWP1 e HWP2 respectivamente. (b) Para as configurações $(\theta_1, \theta_2) = (0^\circ, 0^\circ), (22.5^\circ, 22.5^\circ), (45^\circ, 45^\circ)$ e $(67.5^\circ, 67.5^\circ)$ temos 17, 32, 13, 23 contagens, respectivamente. Para encontrar estes valores se fez uma integração em, apenas, 3 ns em torno do ponto máximo de contagens. As medidas foram tomadas durante 10 s. . . . .	54
4.4	Curvas de visibilidade indicando: (a) falta de alinhamento fino do sistema com respeito à indistinguibilidade dos fótons para $\theta_2 = 0^\circ, 45^\circ$ e $90^\circ$ (b) falta de compensação das componentes de bombeio nas duas direções do Sagnac, além do controle do ruído para $\theta_2 = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ e $135^\circ$ . Medidas tomadas em 30 segundos e 32 mW de potência. . . . .	57
4.5	<b>Curvas de visibilidade:</b> Contagem de coincidências em função do ângulo $\theta_1$ do analisador de polarização dos fótons sinal quando o ângulo do analisador de polarização dos fótons complementares, $\theta_2$ , é fixado em 4 orientações diferentes: $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ e $135^\circ$ . O estado criado na saída do interferômetro é um estado singleto. As curvas contínuas são os ajustes senoidais dos dados e representam a probabilidade de detecção de coincidências. Cada ponto foi encontrado num tempo de 10 segundos e com uma potência de bombeio de 32mW. . . . .	58

# Sumário

<b>Capítulo 1 – Introdução</b>	<b>14</b>
<b>Capítulo 2 – Emaranhamento</b>	<b>18</b>
2.1 Paradoxo EPR . . . . .	18
2.2 Teorema de Bell . . . . .	21
2.3 Desigualdade CHSH . . . . .	23
2.4 Pares de fótons correlacionados e medidas conjuntas de polarização . . . . .	24
2.5 Geração de pares de fótons emaranhados . . . . .	28
2.6 Conversão paramétrica descendente . . . . .	31
<b>Capítulo 3 – Experimento</b>	<b>36</b>
3.1 Interferômetro Sagnac . . . . .	36
3.2 Aparato . . . . .	40
3.3 Alinhamento . . . . .	45
3.4 Aquisição . . . . .	47
3.4.1 Aparato de detecção . . . . .	47
3.4.2 Configurações e mapeamento . . . . .	48
<b>Capítulo 4 – Resultados</b>	<b>51</b>
4.1 Medidas de coincidências e ruído . . . . .	51
4.2 Curvas de visibilidade . . . . .	56
4.3 Medida do parâmetro de Bell, S . . . . .	59
<b>Capítulo 5 – Conclusões e perspectivas</b>	<b>61</b>

Referências .....	62
Apêndice A – Desigualdade de Bell .....	65
Apêndice B – Desigualdade CHSH .....	66

# Capítulo 1

## Introdução

Na década de 1930, as bases da mecânica quântica estavam estabelecidas, embora que nem todos os físicos da época tenham ficado satisfeitos. Nesse contexto, um resultado paradoxal é que o fóton, conceito elucidado no início do século XX por Albert Einstein (um dos críticos mais notáveis da teoria quântica), desempenhe um papel tão destacado na comprovação de que a família de teorias realistas locais não podem dar uma descrição adequada da natureza. Está bem documentada a tenaz resistência de Einstein para aceitar a interpretação de Copenhague da teoria quântica proposta por Niels Bohr e outros. O ponto de inflexão para este desacordo foi o paradoxo EPR, explicitado num famoso artigo [1] publicado em 1935 por Einstein e seus colaboradores, Boris Podolsky e Nathan Rosen. Nele os autores através de um experimento mental muito bem elaborado, e fazendo uso das propriedades do emaranhamento quântico, concluem - seguindo o ponto de vista do realismo local onde (i) um objeto tem propriedades bem definidas, seja ou não observado por um agente externo e (ii) quando se observa uma propriedade do objeto, eventos suficientemente afastados não afetam o resultado da medida - que se a mecânica quântica fosse local não poderia descrever a realidade física de forma completa, isto é, a mecânica quântica fornece apenas uma descrição aproximada de uma realidade física mais profunda, que pelo momento permanece oculta.

Três meses depois da aparição deste artigo que contestava as próprias bases da mecânica quântica, Niels Bohr, publica uma resposta em favor da interpretação de Copenhague [2]. Sua explicação não logrou apaziguar a polêmica que perdurou até a aparição de novos personagens, que deram um grande impulso para uma melhor compreensão do problema. Ao final da década do 50 David Bohm e Yakir Aharonov [3] reformulam o paradoxo EPR em termos de partículas de spin  $1/2$  usando analisadores de Stern-Gerlach

---

orientáveis como aparatos de medida. As variáveis usadas por EPR na proposta original são variáveis de posição e momentum (variáveis contínuas). Com a nova formulação a essência do problema se mantém, mas a descrição do mesmo se torna menos complexa, no sentido que se tem apenas duas variáveis discretas. No mesmo trabalho [3], Bohm e Aharonov propõem pela primeira vez o uso de fótons polarizados como alternativa aos sistemas de duas partículas de spin  $1/2$ . Desde então, imensa maioria dos experimentos realizados para testar efeitos não locais se baseiam no uso de pares de fótons emaranhados.

Em 1965, John Bell demonstra a primeira versão do chamado Teorema de Bell [4]. Ele mostra que nenhuma teoria determinista local pode reproduzir todos os resultados da mecânica quântica. Nos anos seguintes aparece uma versão mais geral do teorema de Bell, a desigualdade CHSH, deduzida por Clauser, Horne, Shimony e Holt [5]. Esta desigualdade não assume correlação perfeita e representa uma restrição relativa a uma quantidade: o parâmetro de Bell,  $S$ , que pode ser determinado experimentalmente. Esta restrição deve ser satisfeita por toda teoria realista local, e violada pela mecânica quântica, o qual faz ser possível distinguir experimentalmente ambas as teorias.

A primeira geração de experimentos para testar as desigualdades de Bell foi realizada na primeira metade da década de 70 em Berkeley [6, 7], Harvard [8] e na Universidade do Texas [9]. Nestes experimentos, se criaram pares de fótons correlacionados a partir de certos decaimentos atômicos em cascata. A maioria deles confirmou as previsões da mecânica quântica por uma margem aceitável. No início da década de 80, em uma série de três experiências famosas [10–12], o grupo de Alain Aspect, da Universidade de Paris - Sud, convenceu a comunidade científica de que o realismo local é incompatível com as observações empíricas. Em [11] Aspect atacou o problema da possível comunicação entre as diferentes estações de medida, separando as mesmas por vários metros e escolhendo o tipo de medida em tempo real, enquanto os fótons estavam já em vôo. Em [12] se usaram analisadores de polarização de dois canais, análogos a medidas de spin por analisadores de Stern - Gerlach, e se verificou pela primeira vez a violação da desigualdade CHSH por vários desvios padrões. Alain Aspect e equipe são considerados os primeiros a obter resultados conclusivos na verificação dos argumentos de EPR através de violações de desigualdades de Bell.

Uma nova geração de experimentos surge na década de 1990 com pares de fótons correlacionados obtidos a partir de processos de conversão paramétrica descendente (PDC) em um cristal com não-linearidade de segunda ordem, explorando  $\chi^{(2)}$  [13,14]. Estes fótons são emitidos em direções controláveis bem definidas, o que permite enviá-los a locais

---

remotos através de fibras ópticas, tendo em mente o desenvolvimento das comunicações ópticas, criptografia quântica, etc.

Neste trabalho, usamos um cristal não-linear PPKTP tipo-II para criar pares de fótons correlacionados. Os fótons criados emergem do cristal colinearmente com o feixe de bombeio (incidente em pulsos de femtossegundos) com polarizações ortogonais. Mediante o uso de um interferômetro Sagnac, bombeamos o cristal com feixes contra-propagantes. Na saída do Sagnac, devido à indistinguibilidade do processo nas duas direções de propagação no interferômetro, se gera um estado emaranhado de polarização. Mapeamos este estado medindo as correlações das medidas de polarização para um grupo de direções nas quais a desigualdade CHSH se viola maximamente encontrando-se, assim, o valor do parâmetro de Bell  $S$ .

Esta dissertação se estende por mais quatro capítulos:

- No Segundo Capítulo, se analisam os argumentos apresentados por EPR fazendo uso de observáveis de spin. Apresenta-se, sem entrar em detalhes, o Teorema de Bell, baseado nas hipóteses de determinismo e localidade, e estudamos uma versão mais geral desta desigualdade: a desigualdade CHSH. A partir de uma fonte que emite fótons em estado emaranhado de tipo singleto, estudamos as correlações das medidas de polarização e encontramos o valor teórico predito pela mecânica quântica para o parâmetro de Bell,  $S$ , em orientações dos analisadores onde a desigualdade CHSH se viola maximamente. Em seguida, descreve-se o processo de criação de pares de fótons correlacionados a partir do processo de conversão paramétrica descendente (PDC) em um cristal não-linear.
- No Terceiro Capítulo, se explica o processo de geração de estados emaranhados de polarização baseados em um interferômetro Sagnac, assim como todo o aparato experimental desenvolvido ao longo da experiência. Se inclui uma descrição pormenorizada da montagem do experimento, da metodologia de alinhamento, do aparato de aquisição, assim como das configurações nos analisadores de polarização no processo de medida.
- No Quarto Capítulo, discutimos os resultados obtidos. A partir das contagens de coincidências mantendo um analisador fixo em quatro configurações diferentes, e fazendo uma varredura no outro, construímos curvas de visibilidade. Encontramos o valor experimental do parâmetro de Bell,  $S$ , a partir das correlações das medidas de polarização para quatro pares de orientações diferentes. Demostramos a violação

---

por mais de três desvios padrão do limite clássico da desigualdade CHSH para esse parâmetro.

- Por fim, no Quinto e último capítulo, discutimos as conclusões e as perspectivas futuras da pesquisa.

# Capítulo 2

## Emaranhamento

Emaranhamento é um dos fenômenos mais contra-intuitivos do mundo quântico. Contudo, foi apenas nas últimas décadas do século XX que sua plena importância foi entendida e percebeu-se que este entendimento poderia levar a aplicações revolucionárias, particularmente na ciência da informação quântica. Foram Albert Einstein, Boris Podolsky e Nathan Rosen que apontaram as extraordinárias propriedades dos estados não-fatoráveis de duas partículas, quando buscavam demonstrar que o formalismo da mecânica quântica é incompleto. Eles apresentaram suas descobertas no famoso artigo publicado em 1935 [1]. Logo depois, Schrödinger, cunhou o termo “estado emaranhado” para enfatizar o fato de que as propriedades das duas partículas estão inextricavelmente ligadas uma com a outra.

### 2.1 Paradoxo EPR

O paradoxo EPR consiste em um experimento de pensamento proposto por Einstein, Podolsky e Rosen (EPR) [1]. O experimento proposto é relevante historicamente pois revela uma aparente inconsistência da teoria quântica. Para Einstein (e para muitos outros cientistas), a idéia de entrelaçamento quântico era extremadamente perturbadora. Esta característica particular da mecânica quântica implica que há mais informação contida no sistema físico completo do que na soma das informações contidas em cada uma de suas partes; o estado total não pode ser escrito como um produto de estados individuais. Por outro lado, em um estado entrelaçado, operar com uma das partículas supõe modificar o estado total; isto é, operando sobre uma das partículas se poderia modificar o estado da outra à distância e de maneira instantânea.

A seguir seram apresentados os argumentos de EPR em uma versão simplificada. Eles foram introduzidos por David Bohm em 1951 [15] e está baseada em medidas das componentes de spin  $1/2$  de duas partículas (sistema de variáveis discretas, análogo à medidas de polarização em pares de fótons).

Para ganhar clareza nos raciocínios posteriores, são necessárias algumas definições preliminares [1]:

### Elemento de realidade física

*“Existe um elemento de realidade física correspondendo a uma quantidade física se, sem perturbar o sistema, pudermos prever com certeza o valor desta quantidade física.”*

### Completeza

*“Cada elemento de realidade física deve ter um correspondente na teoria física”*

### Localidade

*“Uma teoria local é aquela que exclui a possibilidade de ação instantânea à distância. Às vezes se anuncia a mesma ideia como Princípio de Localidade, indicando, em termos relativísticos, que dois eventos com separação do tipo espacial não admitem conexão local.”*

Na versão de Bohm deste experimento se considera um par de partículas que se afastam entre si e que estão preparadas no estado singleto,

$$|\Psi_s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle - |-+\rangle) \otimes |\Phi\rangle \quad (2.1)$$

o qual é um estado maximamente emaranhado. O ket  $|\Phi\rangle$  faz referencia aos graus de liberdade externos. O ket  $|+\rangle$  representa o spin da partícula apontando para cima na direção espacial  $\vec{z}$ , e o ket  $|-\rangle$  representa o spin apontando para baixo na mesma direção. Para simplificar a notação, usamos  $\hbar/2$  como unidade de spin.

Depois dos átomos serem separados (seguindo o eixo  $y$ ), dois observadores  $A$  (analisa o estado da primeira partícula representado pelo primeiro ket do produto) e  $B$  (analisa o estado da segunda partícula representado pelo segundo ket do produto), equipados com dispositivos Stern-Gerlach, recebem cada um deles. O analisador de  $A$  se pode girar de  $90^\circ$  e permite medir a componente de spin em uma ou outra de duas direções ortogonais ( $z$  ou  $x$ ). O analisador de  $B$  é fixo, e só mede spin na direção  $z$ . O observador  $A$  realiza sua medida de spin escolhendo uma das duas direções ortogonais ( $z$  ou  $x$ ). Um instante

## 2.1 Paradoxo EPR

---

depois, o observador  $B$  pode medir a componente  $z$  de spin do átomo 2. Se  $A$  escolhe medir  $S_{1z}$  e obtêm  $+1$ , o estado singleto 2.1 se reduz a:

$$|\Psi\rangle \longrightarrow |+-\rangle$$

Ou seja, o emaranhamento se perdeu, e ambas as componentes de spin tem agora valores bem definidos. Em particular se  $B$  mede  $S_{2z}$  vai obter  $-1$  com *certeza* e sem afetar o sistema. Portanto  $S_{2z}$  tem realidade física para o observador  $B$ .

Suponhamos agora que, dado o mesmo estado  $|\Psi_s\rangle$  da equação 2.1,  $A$  escolha medir a componente  $S_{1x}$ . Usando a relação recíproca que expressa os autoestados de  $S_z$  na base de autoestados de  $S_x$ ,

$$|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+\rangle_x \pm |-\rangle_x)$$

expressamos  $|\Psi_s\rangle$  em termos de autoestados de  $S_{1x}$

$$|\Psi_s\rangle = \frac{1}{2} [ |+\rangle_x \otimes (|-\rangle_z - |+\rangle_z) + |-\rangle_x \otimes (|-\rangle_z + |+\rangle_z) ] \quad (2.2)$$

suponhamos que  $A$  obtêm  $-1$ , então o estado conjunto se reduz a

$$|\Psi\rangle = |-\rangle_x \otimes \frac{(|-\rangle_z + |+\rangle_z)}{\sqrt{2}} = |-+\rangle_x$$

Neste estado, a componente  $S_{2x}$  do spin do átomo tem um valor bem definido, mas não a componente  $S_{2z}$ . Neste caso, a *realidade física* do observador  $B$  inclui  $S_{2x}$  mas não  $S_{2z}$ .

O “paradoxo” tem lugar tomando em conta os critérios de (i) Elemento de realidade física (ii) Completeza e (iii) Localidade, já enunciadas anteriormente. A realidade física de  $B$  esta sendo afetada instantaneamente pela escolha de  $A$  na forma de como ele orienta seu aparelho de medida, o qual sugere abandonar a localidade. A outra possibilidade, defendida por EPR, é que o estado  $|\Psi\rangle$  não seja uma descrição completa da realidade. Neste caso, ambas componentes,  $S_{2x}$  e  $S_{2z}$ , estariam bem definidas na realidade física de  $B$  (que não muda), mas não no estado  $|\Psi\rangle$ . No debate que se seguiu, este ponto de vista ficou conhecido como “Realismo Local”.

A alternativa EPR de considerar a teoria quântica como uma imagem incompleta da realidade física, implica na necessidade de uma teoria alternativa que seja local, completa e realista. Este tipo de teoria se denomina genericamente de “Teoria de variáveis ocultas”.

Dado que existe um considerável conjunto de evidências experimentais em favor da mecânica quântica, uma teoria de variáveis ocultas deveria, apenas, “complementar” a descrição da função de onda  $\Psi$ , reproduzindo os mesmos resultados que a mecânica quântica ora produz. A função de onda, resultaria de se tomar a média sobre um ensemble de valores de variáveis ocultas, no mesmo sentido em que a termodinâmica pode considerar-se uma descrição média de um sistema de muitas partículas descrito em detalhe pela mecânica estatística.

A teoria realista local que, segundo as expectativas de alguns físicos, poderia complementar a descrição quântica da realidade não chegou a plasmar-se em algo concreto. Foi John Bell quem mostrou que havia casos em que as teorias locais realistas e a mecânica quântica davam previsões discrepantes para o mesmo experimento. Este é o tema da próxima seção. O trabalho de Bell, junto com os resultados de um conjunto ainda crescente de experimentos, são consistentes com as previsões da mecânica quântica e descartam uma teoria de variáveis ocultas.

## 2.2 Teorema de Bell

As desigualdades de Bell [4] foram deduzidas a partir da versão de Bohm do paradoxo EPR, e são satisfeitas por qualquer teoria determinista local de variáveis ocultas.

O sistema usado na versão de Bohm do paradoxo EPR consiste, como já se mencionou na seção anterior, de um par de partículas com spin  $1/2$  preparado em um estado singlete (equação 2.1). Estas partículas são separadas e, uma vez que elas não mais interagem, dois observadores “A” e “B” medem as componentes de spin de cada uma delas de forma simultânea em duas direções quaisquer  $(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}})$ . Chamamos  $A(\hat{\mathbf{a}})$ , o resultado da medida de  $A$  do spin da partícula 1 na direção  $\hat{\mathbf{a}}$  e,  $B(\hat{\mathbf{b}})$ , o resultado da medida de  $B$  do spin da partícula 2 na direção  $\hat{\mathbf{b}}$ .

Segundo os argumentos de EPR, a mecânica quântica não pode descrever de forma completa a realidade física; se define, então, um parâmetro  $\lambda$ , que representa o conjunto de variáveis ocultas necessário para descrever o estado completo do sistema. Estas variáveis podem ter valores discretos ou contínuos<sup>1</sup>. Consideremos um ensemble de pares de partículas preparadas em estados que são completamente especificados por um valor

---

<sup>1</sup> Sem perda de generalidade, escrevemos as equações para uma variável contínua  $\lambda$ . Um estado quântico  $\Psi$  representaria uma média sobre um ensemble de estados descritos por vários valores da variável oculta  $\lambda$ .

$\lambda \in \Lambda$ . Se representa a função de distribuição para os estados  $\lambda$  no espaço  $\Lambda$  pelo símbolo  $\rho$ , onde  $d\rho = \rho(\lambda)d\lambda$  é a probabilidade de que o estado esteja no intervalo  $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ . A densidade de estados  $\rho$  é normalizada,

$$\int_{\Lambda} \rho(\lambda)d\lambda = \int_{\Lambda} d\rho = 1, \quad (2.3)$$

tirando a média sobre os possíveis valores da variável oculta  $\lambda$  que descreve cada par de partículas emitido pela fonte. O resultado de uma medida depende da orientação do analisador e da variável<sup>2</sup>  $\lambda$ . Tomando  $\hbar/2$  como unidade de spin, os possíveis resultados das medidas de  $A$  e  $B$  são

$$A(\hat{\mathbf{a}}; \lambda) = \pm 1 \quad ; \quad B(\hat{\mathbf{b}}; \lambda) = \pm 1. \quad (2.4)$$

O produto de ambos observáveis vai depender, em geral, do estado do par e das orientações de ambos os aparelhos de medida,  $AB = [AB](\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}; \lambda)$ . A hipótese de localidade assumida por Bell em [4], implica que a dependência de  $AB$  é da forma

$$[AB](\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}; \lambda) = A(\hat{\mathbf{a}}; \lambda)B(\hat{\mathbf{b}}; \lambda) \quad (2.5)$$

em outras palavras, o resultado da medida de  $B$ ,  $B(\hat{\mathbf{b}}; \lambda)$ , depende exclusivamente do estado  $\lambda$  e da orientação do seu analisador, e não da orientação do analisador de  $A$ . Toda teoria física que exclui a possibilidade de ação a distância será local nesse sentido. Esta hipótese de localidade implica que a correlação entre ambas as medidas de spin (isto é, o valor médio do observável conjunto  $AB$ ) é:

$$E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}) = \int_{\Lambda} A(\hat{\mathbf{a}}; \lambda)B(\hat{\mathbf{b}}; \lambda)\rho(\lambda)d\lambda \quad (2.6)$$

Seguindo o exemplo de Bohm, podemos supor que o par é preparado num estado singlete (eq. (2.1)), na qual as componentes de spin (em qualquer direção espacial) estão perfeitamente anti-correlacionadas, de modo que, o resultado de duas medidas na mesma direção resulta em

$$A(\hat{\mathbf{a}}) + B(\hat{\mathbf{a}}) = 0. \quad (2.7)$$

---

<sup>2</sup> Se supõe que, se conhecemos  $\lambda$  uma vez emitido o par, haverá alguma regra de evolução especificada na teoria para obter seu valor em tempos posteriores.

Isto é, a partir do resultado da medida de  $A$  se pode prever com *certeza* qual será o resultado da medida de  $B$  na mesma direção espacial. Para estados perfeitamente correlacionados, das equações (2.4) e (2.7), se obtêm  $E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{a}}) = -1$ . O determinismo se manifesta aqui claramente.

Suponhamos que  $A$  orienta seu aparelho de medida na direção  $\hat{\mathbf{a}}$ , mas  $B$  pode optar por alinhar seu analisador em duas alternativas  $\hat{\mathbf{b}}$  ou  $\hat{\mathbf{b}}'$ . Bell demonstrou [4] que as correlações associadas a estas medidas satisfazem a desigualdade

$$|E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}) - E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}')| - E(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{b}}') \leq 1 \quad (2.8)$$

A desigualdade (2.8) é a primeira de uma família de desigualdades, as quais são chamadas em conjunto como “desigualdades de Bell”

A importância do resultado de Bell reside em colocar, pela primeira vez, o argumento filosófico proposto pelo paradoxo EPR em termos quantitativos que conduzem à formulações que proporcionam - pelo menos em princípio - previsões experimentais diretas para sistemas que podem ser produzidos no laboratório. Por si, as derivações acima são insuficientes para fazer isso, devido a sua dependência da existência de um par de orientações dos analisadores para os quais exista correlação perfeita. As correlações perfeitas não se podem manter exatamente em um experimento real. Qualquer detector real tem menos do que 100% de eficiência, e qualquer analisador real tem alguma atenuação, bem como alguma fuga no seu canal ortogonal.

## 2.3 Desigualdade CHSH

Em 1969, Clauser, Horne, Shimony e Holt (CHSH) [5] deram um passo significativo para a realização experimental do paradoxo EPR. CHSH demonstraram uma versão mais geral do teorema de Bell, na qual se mantem as suposições básicas de determinismo (i) e localidade (ii), mas não se assume correlação perfeita<sup>3</sup>. A desigualdade obtida por eles é equivalente a forma mais conhecida da desigualdade de Bell, válida para toda teoria de variáveis ocultas locais e aplicável para estados de polarização:

$$-2 \leq S(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{a}}', \hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{b}}') \leq 2. \quad (2.9)$$

---

<sup>3</sup> se precisa só de uma correlação mínima.

Esta desigualdade é referida na literatura como “desigualdade CHSH”, onde  $S$  é o parâmetro de Bell, e é definido como uma combinação linear de correlações para dois pares de orientações dos analisadores de  $A$  ( $\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{a}}'$ ) e  $B$  ( $\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{b}}'$ ), assim

$$S \equiv E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}) - E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}') + E(\hat{\mathbf{a}}', \hat{\mathbf{b}}) + E(\hat{\mathbf{a}}', \hat{\mathbf{b}}'). \quad (2.10)$$

CHSH propõem um experimento concreto que permite testar a desigualdade formulada. Sua proposta está baseada em uma generalização da primeira experiência com polarizações de pares de fótons correlacionados criados em um decaimento atômico em cascata, realizada pouco tempo antes por Kocher e Commings, em Berkeley [18]. Esta proposta foi realizada pouco tempo depois em Berkeley por Freedman e Clauser, resultando na primeira refutação experimental do realismo local [6].

## 2.4 Pares de fótons correlacionados e medidas conjuntas de polarização

Nas seções anteriores, vínhamos tratando com graus de liberdade de spin seguindo o desenvolvimento histórico das deduções das desigualdades de Bell. Nesta parte vamos tratar com graus de liberdade de polarização [19].

Suponhamos um par de fótons,  $\nu_1$  e  $\nu_2$ , que são emitidos simultaneamente ao longo das direções  $\mathbf{0z}$  e  $-\mathbf{0z}$  e com polarizações  $H$  e  $V$  ao longo dos eixos  $\mathbf{0x}$  e  $\mathbf{0y}$  respectivamente (figura 2.1). O estado de polarização em cada fóton não é especificado. O estado de polarização do par é descrito por um ket no espaço de polarização, o qual é o produto tensorial  $\varepsilon = \varepsilon_1 \otimes \varepsilon_2$  dos espaços bi-dimensionais  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$ , que descrevem as polarizações de  $\nu_1$  e  $\nu_2$ , respectivamente.

O espaço  $\varepsilon$  é quadri-dimensional. A base para este espaço é dada por quatro kets.

$$\varepsilon = \{|H_1, H_2\rangle; |H_1, V_2\rangle; |V_1, H_2\rangle; |V_1, V_2\rangle\} \quad (2.11)$$

E as propriedades do par são descritas por um vetor  $|\psi\rangle$  neste espaço. Consideremos hipoteticamente um vetor de estado como sendo o seguinte:

$$|\psi_{EPR}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H_1, V_2\rangle - |V_1, H_2\rangle). \quad (2.12)$$

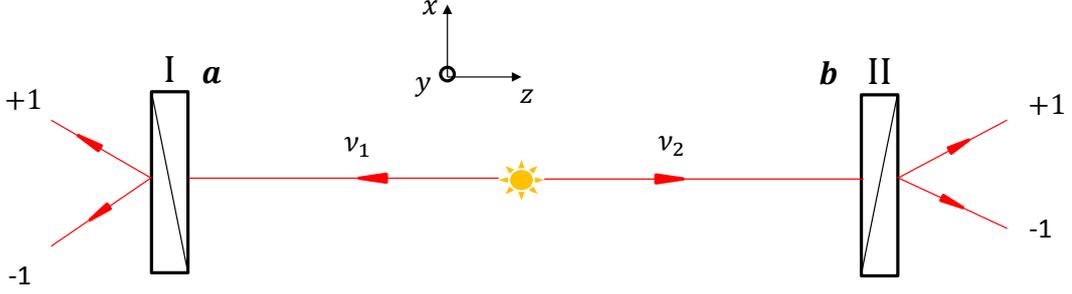


Figura 2.1: **Experimento mental EPR usando pares de fótons com polarizações correlacionadas.** As polarizações dos fótons  $\nu_1$  e  $\nu_2$ , do mesmo par, são analisadas nas direções  $\hat{\mathbf{a}}$  e  $\hat{\mathbf{b}}$  pelos polarizadores I e II. Os vetores  $\hat{\mathbf{a}}$  e  $\hat{\mathbf{b}}$ , que caracterizam as orientações dos polarizadores são perpendiculares ao eixo  $\mathbf{0z}$ ). Os resultados das medidas revelam a existência de fortes correlações.

Depois dos fótons serem criados e separados, podemos fazer medidas das suas componentes de polarização ao longo de direções arbitrárias com os polarizadores I e II orientados em  $\hat{\mathbf{a}}$  e  $\hat{\mathbf{b}}$ , e fazendo ângulos  $\theta_{\hat{\mathbf{a}}}$  e  $\theta_{\hat{\mathbf{b}}}$  com o eixo  $\mathbf{0x}$ , respectivamente. Cada medida pode levar a dois resultados, denotados por  $\pm 1$ ; uma medida ao longo da direção  $\hat{\mathbf{a}}$  leva ao resultado  $+1$  se a polarização encontrada é paralela a  $\hat{\mathbf{a}}$ , e  $-1$  se a polarização encontrada é perpendicular. Para o estado da equação (2.12), a mecânica quântica prediz correlações entre tais medidas sobre os dois fótons<sup>4</sup>. Vamos denotar por  $P_{\pm\mp}(\theta_{\hat{\mathbf{a}}}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}})$ <sup>5</sup> as probabilidades de obter o resultado  $\pm 1$  ao longo da direção  $\hat{\mathbf{a}}$  (fóton 1) e  $\pm 1$  ao longo da direção  $\hat{\mathbf{b}}$  (fóton 2).

Estas probabilidades são dadas por:

$$P_{++}(\theta_{\hat{\mathbf{a}}}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}}) = |\langle +_{\hat{\mathbf{a}}}, +_{\hat{\mathbf{b}}} | \psi_{EPR} \rangle|^2 = \frac{1}{2} \sin^2(\theta_{\hat{\mathbf{a}}} - \theta_{\hat{\mathbf{b}}}). \quad (2.13)$$

Aqui usamos as polarizações em uma direção arbitrária  $\hat{\mathbf{a}}$ , que forma um ângulo  $\theta_{\hat{\mathbf{a}}}$  com o eixo  $\mathbf{0x}$  e que são descritas na base  $(H, V)$  por:

$$|+_{\hat{\mathbf{a}}}\rangle = \cos(\theta_{\hat{\mathbf{a}}})|H\rangle + \sin(\theta_{\hat{\mathbf{a}}})|V\rangle, \quad (2.14)$$

<sup>4</sup> Uma medida conjunta do mesmo par de fótons leva a um destes quatro resultados  $(+1,+1)$ ,  $(+1,-1)$ ,  $(-1,+1)$  ou  $(-1,-1)$ .

<sup>5</sup> Estas probabilidades são encontradas experimentalmente colocando-se detectores de fótons nas saídas correspondentes dos polarizadores e medindo, taxas de coincidências como será explicado no capítulo 3.

$$|-\hat{\mathbf{a}}\rangle = -\sin(\theta_{\hat{\mathbf{a}}})|H\rangle + \cos(\theta_{\hat{\mathbf{a}}})|V\rangle. \quad (2.15)$$

Da mesma forma, para as outras três probabilidades de detecção conjunta, temos

$$P_{--}(\theta_{\hat{\mathbf{a}}}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}}) = \frac{1}{2} \sin^2(\theta_{\hat{\mathbf{a}}} - \theta_{\hat{\mathbf{b}}}), \quad (2.16)$$

$$P_{+-}(\theta_{\hat{\mathbf{a}}}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}}) = P_{-+}(\theta_{\hat{\mathbf{a}}}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}}) = \frac{1}{2} \cos^2(\theta_{\hat{\mathbf{a}}} - \theta_{\hat{\mathbf{b}}}). \quad (2.17)$$

Notamos, que estas probabilidades dependem só do ângulo,  $(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}) = \theta_{\hat{\mathbf{a}}} - \theta_{\hat{\mathbf{b}}}$ , entre os polarizadores, e não das orientações absolutas.

O coeficiente de correlação para as polarizações no estado EPR preditas pela teoria quântica é dado por,

$$E_{QM}(\theta_{\hat{\mathbf{a}}}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}}) = P_{++}(\theta_{\hat{\mathbf{a}}}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}}) + P_{--}(\theta_{\hat{\mathbf{a}}}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}}) - P_{+-}(\theta_{\hat{\mathbf{a}}}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}}) - P_{-+}(\theta_{\hat{\mathbf{a}}}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}}) \quad (2.18)$$

isto é, o valor médio do produto dos resultados.

Tomando em conta os resultados das equações (2.13), (2.16) e (2.17), temos

$$E_{QM}(\theta_{\hat{\mathbf{a}}}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}}) = -\cos [2(\theta_{\hat{\mathbf{a}}} - \theta_{\hat{\mathbf{b}}})] \quad (2.19)$$

aqui vemos que, se os polarizadores I e II são orientados na mesma direção, isto é, para  $(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}) = \theta_{\hat{\mathbf{a}}} - \theta_{\hat{\mathbf{b}}} = \mathbf{0}$ , o coeficiente de correlação toma o valor -1. Isto corresponde a uma *correlação perfeita*. O nível de correlação do resultado (2.19) depende do ângulo entre os polarizadores.

Por outro lado, é fácil mostrar que as correlações das medidas de polarização (2.19) preditas pela mecânica quântica, para fótons no estado EPR dado em (2.12), violam as desigualdades de Bell para certas orientações dos polarizadores.

De fato, se consideramos as orientações  $(\hat{\mathbf{a}}_0, \hat{\mathbf{a}}'_0, \hat{\mathbf{b}}_0, \hat{\mathbf{b}}'_0)$  como se mostra na figura (2.2), onde

$$(\hat{\mathbf{a}}_0, \hat{\mathbf{b}}_0) = (\hat{\mathbf{b}}_0, \hat{\mathbf{a}}'_0) = (\hat{\mathbf{a}}'_0, \hat{\mathbf{b}}'_0) = \frac{\pi}{8} \quad (2.20)$$

e, conseqüentemente,

$$(\hat{\mathbf{a}}_0, \hat{\mathbf{b}}'_0) = \frac{3\pi}{8}, \quad (2.21)$$

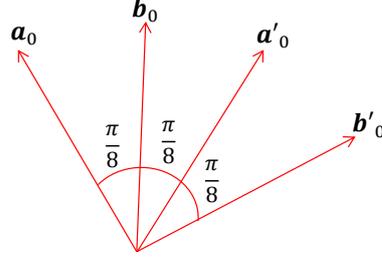


Figura 2.2: **Máxima violação das desigualdades de Bell.** Para o grupo de orientações  $(\hat{\mathbf{a}}_0, \hat{\mathbf{a}}'_0, \hat{\mathbf{b}}_0, \hat{\mathbf{b}}'_0)$  dos polarizadores I e II obedecendo  $(\hat{\mathbf{a}}_0, \hat{\mathbf{b}}_0) = (\hat{\mathbf{b}}_0, \hat{\mathbf{a}}'_0) = (\hat{\mathbf{a}}'_0, \hat{\mathbf{b}}'_0) = \frac{\pi}{8}$ , o parâmetro  $S_{QM}$  predito pela mecânica quântica é  $-2\sqrt{2}$ , bem abaixo do limite inferior da desigualdade (2.9).

usando (2.19) encontramos que, para o estado EPR, a mecânica quântica prediz um valor para o parâmetro de Bell  $S$  dado por

$$S_{QM}(\theta_{\hat{\mathbf{a}}_0}, \theta_{\hat{\mathbf{a}}'_0}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}_0}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}'_0}) = E_{QM}(\theta_{\hat{\mathbf{a}}_0}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}_0}) - E(\theta_{\hat{\mathbf{a}}_0}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}'_0}) + E(\theta_{\hat{\mathbf{a}}'_0}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}_0}) + E(\theta_{\hat{\mathbf{a}}'_0}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}'_0}) \quad (2.22)$$

$$S_{QM}(\theta_{\hat{\mathbf{a}}_0}, \theta_{\hat{\mathbf{a}}'_0}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}_0}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}'_0}) = -\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \quad (2.23)$$

$$S_{QM}(\theta_{\hat{\mathbf{a}}_0}, \theta_{\hat{\mathbf{a}}'_0}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}_0}, \theta_{\hat{\mathbf{b}}'_0}) = -2\sqrt{2} = -2.828... \quad (2.24)$$

Comparando o resultado (2.24) com a desigualdade (2.9), encontramos que esta é violada por uma ampla margem. A busca de violações das desigualdades de Bell fornece-nos, assim, uma forma clara para testar a não localidade da mecânica quântica no laboratório, encontrando as correlações das medidas de polarização de pares de fótons criados simultaneamente.

## 2.5 Geração de pares de fótons emaranhados

A geração de pares de partículas com um alto grau de correlação, permite explorar um comportamento que expõe muitas características interessantes da mecânica quântica. Um método comum para criar pares de fótons altamente correlacionados é mediante o processo de Conversão Paramétrica Descendente (PDC, do inglês “Parametric Down Conversion”).

Muitos dos primeiros experimentos sobre estados emaranhados, nas décadas de 60 e 70, usaram cascatas atômicas para gerar pares de fótons correlacionados [12,18]. Tempos depois, nos anos 80 e 90, aparecem novas fontes de pares de fótons correlacionados baseadas em técnicas de óptica não-linear. Pares de fótons começaram, então, a ser gerados mediante o processo de PDC. Neste processo um único fóton proveniente de um laser de bombeio com frequência angular  $\omega_b$  é convertido em um par de fótons: sinal e complementar, com frequências angulares  $\omega_s$  e  $\omega_c$ , respectivamente, como se mostra na figura 2.3. A conservação da energia e o momento linear, exige que:

$$\omega_b = \omega_s + \omega_c \quad (2.25)$$

$$\boldsymbol{\kappa}_b = \boldsymbol{\kappa}_s + \boldsymbol{\kappa}_c \quad (2.26)$$

onde  $\boldsymbol{\kappa}_\mu$  é o vetor de onda do fóton  $\mu$  no cristal. A segunda destas condições é equivalente ao requerimento de que as ondas não-lineares e o feixe fundamental permaneçam em

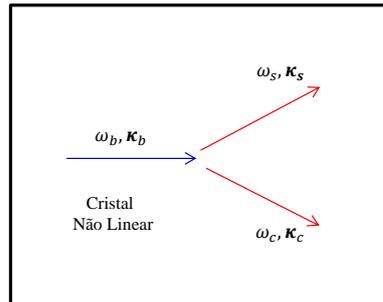


Figura 2.3: **Esquema do processo de conversão paramétrica descendente dentro de um cristal não linear.** Um único fóton com frequência angular  $\omega_p$ , cria simultaneamente um par de fótons sinal e complementar com frequências angulares  $\omega_s$  e  $\omega_i$  respectivamente.

fase ao longo do meio não linear. Por esta razão, as circunstâncias na qual as equações (2.25) e (2.26) são satisfeitas simultaneamente são chamadas de condições de casamento

## 2.5 Geração de pares de fótons emaranhados

de fase. O processo de conversão paramétrica descendente é chamado degenerado quando  $\omega_s = \omega_c = \omega_b/2$ .

Existem duas versões do processo PDC: Tipo-I e tipo-II. No casamento de fase de tipo-I, as polarizações dos fótons criados são paralelas uma com a outra e ortogonais ao feixe de bombeio, enquanto que no casamento de fase tipo-II, os fótons criados têm polarizações ortogonais entre si.

A figura 2.4(a) ilustra o processo de geração de pares de fótons correlacionados mediante PDC tipo-II para o caso degenerado [13]. Fótons na região ultravioleta, provenientes de um laser, são focalizados num cristal não linear, por exemplo BBO (Beta-Barium Borate), e a partir do processo de PDC, dois fótons com a metade da frequência são criados (região vermelha). A condição de casamento de fase determina que os fótons gerados vão emergir em cones de polarizações opostas [20], um com polarização ordinária (complementar) e o outro com polarização extraordinária (sinal). A configuração das direções dos cones vai depender do ângulo entre o eixo óptico do cristal e o feixe de bombeio. Se o ângulo decresce, os dois cones vão se separar um do outro inteiramente. Não obstante, se o ângulo aumenta, os dois cones se juntam na direção do feixe de bombeio, causando uma interseção ao longo de duas linhas (ver figura 2.4(b)). Ao longo das duas direções onde os

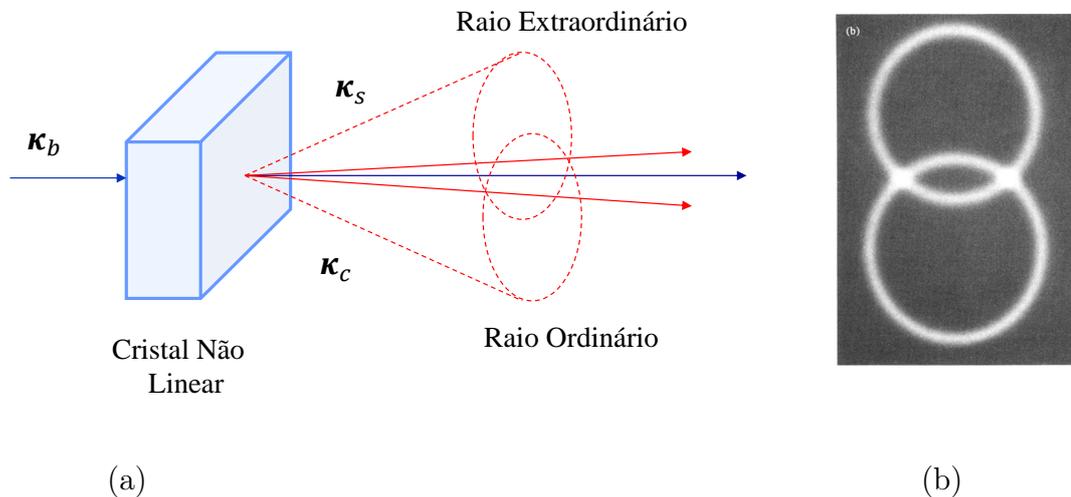


Figura 2.4: **Geração de pares de fótons emaranhados em polarização mediante PDC tipo - II para o caso degenerado.** (a) Esquema experimental usando um feixe de bombeio na região ultravioleta e um cristal BBO. A condição de casamento de fase requer que os fótons gerados emergjam em cones de polarização oposta. (b) Fotografia dos cones de fótons gerados [13].

cones se sobrepõem, a luz pode ser essencialmente descrita por um estado emaranhado;

## 2.5 Geração de pares de fótons emaranhados

aqui, os fótons se encontram em um estado de superposição com as duas alternativas possíveis de polarização.

Mantendo-se a intensidade do bombeio baixa, em qualquer instante de tempo, a probabilidade de gerar o par de fótons é muito pequena, no entanto, no evento de uma detecção simultânea dos dois fótons, o estado efetivo gerado pode ser muito bem aproximado por [13]

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H_s\rangle|V_c\rangle + e^{i\alpha}|V_s\rangle|H_c\rangle), \quad (2.27)$$

onde os subscritos ‘s’ e ‘c’, corresponde a os fótons sinal e complementar, e as direções de polarização ortogonais se indicam como  $(H, V)$ . A fase relativa  $\alpha$  pode ser ajustada experimentalmente. Por exemplo, selecionando  $\alpha = \pi$  se obtêm um estado singleto, análogo aos estados das equações (2.1) e (2.12).

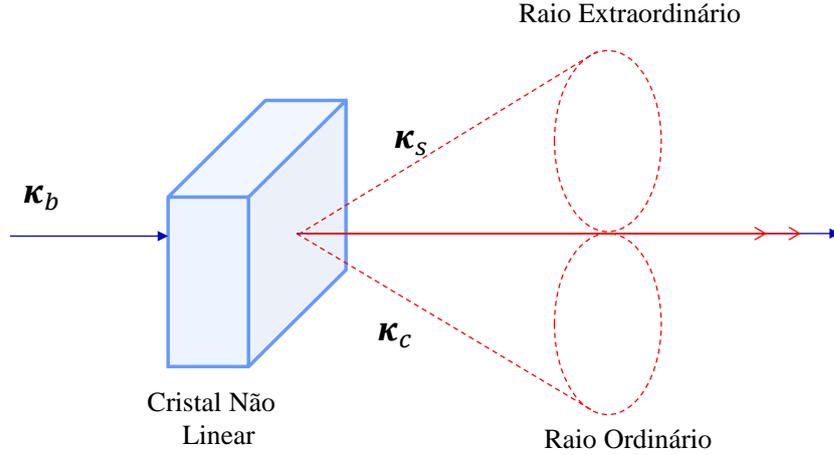


Figura 2.5: Os fótons criados emergem do cristal colinearmente ao feixe de bombeio; nesta situação, os cones são tangentes a uma linha.

Na figura 2.5 se apresenta o caso onde os dois fótons saem colineares ao feixe de bombeio, isto acontece quando os cones são tangentes um ao outro exatamente em uma linha [21, 22]. Um cristal com estas características será usado no nosso experimento. O estado gerado, neste caso, é dado por

$$|\phi\rangle = |H_s\rangle|V_c\rangle \quad (2.28)$$

## 2.6 Conversão paramétrica descendente

Na seção anterior se fez menção, em termos genéricos, ao processo de criação de pares de fótons mediante PDC. Aqui, apresentaremos uma dedução padrão de um estado de dois fótons criados a partir de PDC.

PDC pode ocorrer em dois regimes: espontâneo e estimulado. No processo de PDC espontâneo, os campos criados são alimentados só pelas flutuações do vácuo do campo eletromagnético. Neste caso, o ganho paramétrico é baixo e como consequência a probabilidade de gerar pares de fótons é baixa. Por outro lado, o processo de PDC estimulado é de alto ganho: o primeiro par é gerado espontaneamente, mas devido à alta amplificação, este par, logo, age como um alimentador, e muitos mais pares são gerados concorrentemente.

Claramente, com a finalidade de ter fontes de fótons únicos de alta qualidade, a probabilidade de criar pares ao mesmo tempo deve ser baixa, e, em consequência, a produção de pares deve ser inevitavelmente espontânea, e a intensidade de bombeio baixa.

Nesta seção apresentaremos um modelo descrevendo o estado dos dois fótons produzidos por um processo de conversão paramétrica descendente [24]. Para isso, consideramos uma fonte de bombeio banda larga e a restrição dos fótons criados serem colineares com o feixe de bombeio. Também restringimos a análise para o PDC tipo-II, onde os fótons gerados têm polarizações ortogonais; isto é mais prático para experimentos nos quais os dois fótons são manipulados independentemente (ver figura 2.6).

O processo de conversão paramétrica descendente pode ser estudado na representação de interação, onde a evolução do vetor de estado é dada por

$$|\psi(t)\rangle = \exp\left[\frac{1}{2}\int_{t_0}^t dt' \hat{H}_I(t')\right] |\psi_0\rangle \quad (2.29)$$

onde  $|\psi_0\rangle$  é o estado em  $t_0$  e  $\hat{H}_I(t)$  é o hamiltoniano de interação. A forma geral deste hamiltoniano para um processo não linear de segunda ordem pode ser escrita como a integral sobre o volume  $V$  de interação das contribuições de segunda ordem na densidade de energia do campo eletromagnético. Para campos de bombeio  $E_b(\vec{r}, t)$  e polarização de dipolo  $P_b(\vec{r}, t)$ , este hamiltoniano é da forma

$$H_I(t) = \frac{1}{2} \int_{\nu} d^3r E_b(\vec{r}, t) P_b(\vec{r}, t), \quad (2.30)$$

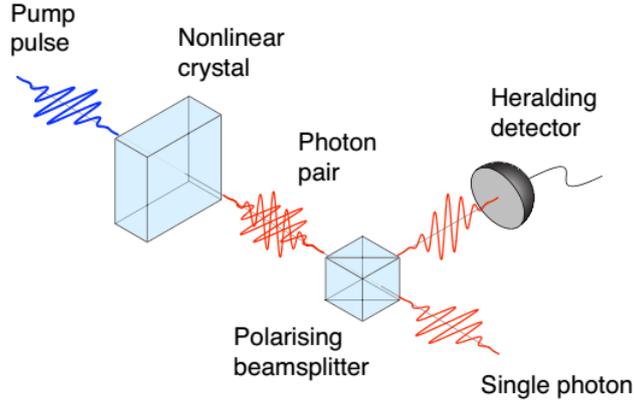


Figura 2.6: Esquema do processo de conversão paramétrica descendente tipo-II e de detecção de polarização. Um pulso de bombeio ( $\lambda = 400nm$ ) passa através de um cristal não linear e cada fóton de bombeio tem uma pequena probabilidade de decair em dois fótons ( $\lambda = 800nm$ ) com polarizações ortogonais. Estes fótons são logo divididos por um PBS. Figura retirada de [23].

onde os campos decorrentes desta polarização, em um meio com alta não linearidade de segunda ordem, são descritos pela seguinte equação

$$P_b^{(2)}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \sum_{m,n} \chi_{bmn}^{(2)} E_m(\vec{r}, t) E_n(\vec{r}, t) \quad (2.31)$$

A quantidade  $\chi_{bmn}^{(2)}$  é o tensor de susceptibilidade não linear de segunda ordem e os subscritos  $b, m, n$  correspondem às três direções das coordenadas cartesianas. A forma geral de  $\chi_{bmn}^{(2)}$  para um grupo de três campos é um tensor de dimensões  $3 \times 3 \times 3$ . Contudo, a simetria de permutação dos elementos juntamente com as propriedades de simetria dos cristais uniaxiais podem ser utilizadas para reduzir esse número significativamente. O tensor deslocamento,  $d_{bmn} = \frac{1}{2} \chi_{bmn}^{(2)}$ , pode então ser rerepresentado em forma matricial, e para um grupo de três campos, ele é definido como um coeficiente de acoplamento não linear efetivo de segunda ordem,  $d_{eff}$ , o qual é dependente da direção de propagação e do tipo do cristal. Não vamos nos preocupar excessivamente com a forma deste coeficiente, pois este só aparece como uma constante influenciando a eficiência da conversão de frequência. Após a quantização do campo, o hamiltoniano de interação  $\hat{H}_I$  para PDC espontâneo pode ser escrito como

$$\hat{H}_I(t) = \varepsilon_0 d_{eff} \int_{\nu} d^3 r \hat{E}_b(\vec{r}, t) \hat{E}_s(\vec{r}, t) \hat{E}_c(\vec{r}, t) \quad (2.32)$$

onde  $\hat{E}_\mu(\vec{r}, t)$  é o operador para o campo quantizado para campos  $\mu = b, s, c$  que denotam bombeio, sinal e complementar, respectivamente. Decompondo estes operadores de campo nas suas componentes de frequência positiva e negativa,  $\hat{E}_\mu(\vec{r}, t) = \hat{E}_\mu^{(+)}(\vec{r}, t) + \hat{E}_\mu^{(-)}(\vec{r}, t)$ , e desprezando termos que não conservam a energia, o hamiltoniano pode então expressar-se como

$$\hat{H}_I(t) = \varepsilon_0 d_{eff} \int_{\nu} d^3 r \hat{E}_b^{(+)}(\vec{r}, t) \hat{E}_s^{(-)}(\vec{r}, t) \hat{E}_c^{(-)}(\vec{r}, t) + H.c. \quad (2.33)$$

Como se mencionou, para simplificar a análise, os fótons criados são considerados colineares com o feixe de bombeio. Então, a integral de volume na equação (2.33) se torna uma integral sobre uma direção só, o eixo  $z$ . As componentes de frequência positiva e negativa de  $\hat{E}_\mu(z, t)$  são [25]

$$\hat{E}_\mu^{(+)}(z, t) = \int d\omega_\mu A(\omega_\mu) \hat{a}_\mu(\omega_\mu) e^{i[k_\mu(\omega_\mu)z - \omega_\mu t]} \quad (2.34)$$

$$\hat{E}_\mu^{(-)}(z, t) = \int d\omega_\mu A^\dagger(\omega_\mu) \hat{a}_\mu^\dagger(\omega_\mu) e^{-i[k_\mu(\omega_\mu)z - \omega_\mu t]} \quad (2.35)$$

onde  $\hat{a}_\mu(\omega_\mu)$  é o operador de aniquilação para um modo definido pela frequência  $\omega_\mu$ , a direção  $z$ , e a polarização associada com o índice  $\mu$ .  $A(\omega_\mu) = i \left[ \frac{\hbar \omega_\mu}{2\epsilon_0 n^2(\omega_\mu)} \right]^{1/2}$  é uma função da frequência que varia lentamente e pode ser levada para fora da integral. Das equações (2.34) e (2.35), podemos ver que  $\hat{E}_\mu^{(-)}(z, t)$  e  $\hat{E}_\mu^{(+)}(z, t)$  estão relacionadas por  $\hat{E}_\mu^{(-)}(z, t) = \left[ \hat{E}_\mu^{(+)}(z, t) \right]^\dagger$ . O campo de bombeio deve ser intenso <sup>6</sup>, já que o PDC espontâneo é um processo muito ineficiente. Modelamos o campo de bombeio como sendo um campo clássico, então substituímos  $\hat{E}_b^{(+)}(\vec{r}, t)$  por

$$\hat{E}_b^{(+)}(\vec{r}, t) \implies E_b(\vec{r}, t) = \tilde{\alpha}(t) e^{i\kappa_b(\omega_b)z} \quad (2.36)$$

---

<sup>6</sup> Apontamos aqui que o campo de bombeio deve ser “intenso” com relação à energia de um fóton, uma vez que na produção de pares estamos usando intensidades baixas, como temos enunciado no início da seção.

A partir daí, a nova expressão para o hamiltoniano fica

$$\hat{H}_I(t) = A \int_{-L/2}^{L/2} dz \int d\omega_s \int d\omega_c \hat{a}_s^\dagger(\omega_s) \hat{a}_c^\dagger(\omega_c) \tilde{\alpha}(t) e^{-i\{[\kappa_s(\omega_s) + \kappa_c(\omega_c) - \kappa_b(\omega_b)]z - [\omega_s + \omega_c]t\}} + H.c \quad (2.37)$$

onde  $L$  é o comprimento do cristal e os  $A(\omega_\mu)$  foram agrupados no parâmetro  $A$ , juntamente com várias constantes.

Da equação 2.37, vemos que a parte dependente do tempo nas integrais do hamiltoniano de interação é do tipo  $\tilde{\alpha}(t)e^{i(\omega_s + \omega_c)t}$ . Esta expressão vai a zero sempre que o campo de bombeio vai para zero. No caso em que o processo é bombeado por um laser pulsado, a interação é diferente de zero só por um período de tempo curto, e é determinada pela duração do pulso. Se assume que num tempo  $t_0$  o campo de bombeio é zero dentro do cristal e que o pulso entra no cristal um certo tempo depois. Restringimos nossa atenção a tempos  $t$  após a interação ter sido completada, isto é, após o pulso sair do cristal. Em consequência, o hamiltoniano de interação é zero antes de  $t_0$  e após  $t$ . Os limites de integração na equação (2.29), podem, portanto, ser estendidos ao infinito. Com os limites de integração estabelecidos, é mais fácil de lidar com a integral se representamos o campo de bombeio como uma decomposição de Fourier, isto é, tomamos a transformada inversa de Fourier da expressão  $\tilde{\alpha}(t)$ :

$$\tilde{\alpha}(t) = \int d\omega_b \alpha(\omega_b) \exp[-i\omega_b t], \quad (2.38)$$

onde  $\alpha(\omega)$  é a transformada de Fourier de  $\tilde{\alpha}(t)$ . A integral na equação 2.29 se torna

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t dt' \hat{H}_I(t') &= A \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{-L/2}^{L/2} dz \int d\omega_s \int d\omega_c \hat{a}_s^\dagger(\omega_s) \hat{a}_c^\dagger(\omega_c) \\ &\times \int d\omega_b \alpha(\omega_b) e^{-i\{[\kappa_s(\omega_s) + \kappa_c(\omega_c) - \kappa_b(\omega_b)]z - [\omega_s + \omega_c - \omega_b]t'\}} + H.C. \end{aligned} \quad (2.39)$$

a partir daí, a integral dependente do tempo fica

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\omega_s + \omega_c - \omega_b)t} dt = 2\pi\delta(\omega_s + \omega_c - \omega_b). \quad (2.40)$$

Substituindo a equação (2.40) em (2.39) e resolvendo a integral em frequência, obtemos

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^t dt' \hat{H}_I(t') &= 2\pi A \int_{-L/2}^{L/2} dz \int d\omega_s \int d\omega_c \hat{a}_s^\dagger(\omega_s) \hat{a}_c^\dagger(\omega_c) \alpha(\omega_s + \omega_c) \\ &\times e^{-i\{\kappa_s(\omega_s) + \kappa_c(\omega_c) - \kappa_b(\omega_s + \omega_c)\}z} + H.c. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Integrando sobre o comprimento do cristal, temos

$$\int_{t_0}^t dt' \hat{H}_I(t') = 2\pi A \int d\omega_s \int d\omega_c \hat{a}_s^\dagger(\omega_s) \hat{a}_c^\dagger(\omega_c) \alpha(\omega_s + \omega_c) \Phi(\omega_s, \omega_c) + H.c. \quad (2.42)$$

onde

$$\Phi(\omega_s, \omega_c) = \frac{\sin\{\kappa_s(\omega_s) + \kappa_c(\omega_c) - \kappa_b(\omega_s + \omega_c)\} L}{[\kappa_s(\omega_s) + \kappa_c(\omega_c) - \kappa_b(\omega_s + \omega_c)] L}. \quad (2.43)$$

Uma vez que a interação é bastante fraca, o operador de evolução temporal na equação (2.29) pode ser aproximado pelos dois primeiros termos de uma expansão perturbativa. O primeiro termo é simplesmente o estado inicial, o qual é assumido como sendo o vácuo. O termo de interesse é o segundo termo:

$$|\psi_2\rangle = \frac{2\pi A}{i\hbar} \int d\omega_s \int d\omega_c \alpha(\omega_s + \omega_c) \Phi(\omega_s, \omega_c) |\omega_s\rangle |\omega_c\rangle \quad (2.44)$$

onde  $|\omega_\mu\rangle$  é o estado de o fóton  $\mu$ . A equação (2.44) representa uma superposição de um estado de dois fótons em que o fóton sinal tem frequência  $\omega_s$  e o complementar tem frequência  $\omega_c$ .

# Capítulo 3

## Experimento

Neste capítulo, se descreve um dispositivo experimental eficiente para a geração de estados de fótons emaranhados em polarização criados simultaneamente por PDC dentro de um interferômetro Sagnac. Se faz uma descrição teórica da geração do estado EPR, similar aos estados gerados a partir das equações (2.1) e (2.12), descritos no capítulo anterior. Posteriormente, se faz referência ao aparato experimental montado no Laboratório de Fenômenos Ultrarrápidos do DF-UFPE, procedendo-se a uma descrição detalhada dos componentes ópticos e dispositivos eletrônicos usados tanto para a criação como para a detecção dos fótons. Estamos interessados em medir as correlações entre pares de fótons criados a partir do bombeio de um cristal PPKTP (Periodically poled potassium titanyl phosphate), utilizando feixes contrapropagantes que circulam pelo interferômetro Sagnac. Uma vez criado o estado EPR na saída do Sagnac, se configura o sistema de modo a ter medidas de correlações das polarizações dos fótons em quatro orientações diferentes dos analisadores de polarização, com a finalidade de encontrar o valor do parâmetro  $S$  e testar a violação da desigualdade de Bell (ver seção 2.4). Tais correlações são dadas pela soma de probabilidades de detecção conjunta em diferentes polarizações lineares, as mesmas que são encontradas experimentalmente fazendo-se medidas de coincidências entre pares de fótons para direções fixas.

### 3.1 Interferômetro Sagnac

Como se mencionou no capítulo anterior, uma técnica muito eficiente para produzir pares de fótons correlacionados é o processo de conversão paramétrica descendente tipo-II em um cristal com não-linearidade tipo  $\chi^{(2)}$ . No nosso experimento, aplicamos esta técnica

fazendo uso de um cristal PPKTP, o qual é muito utilizado em aplicações de óptica não-linear e para conversão de frequências. Os fótons gerados no cristal são colineares ao feixe de bombeio. Em nossa montagem, o cristal está em uma configuração de forma tal que para ocorrer PDC, o feixe de bombeio incidente tem que estar polarizado horizontalmente. Daí o uso de uma placa de meia onda no feixe de bombeio com polarização vertical, como mostra a figura 3.1. No que segue desta seção, se expõe a forma como um interferômetro Sagnac nos permite bombear o cristal não-linear com feixes contra-propagantes e a partir daí, na saída do mesmo, obter um estado emaranhado do tipo EPR em polarização.

Um interferômetro Sagnac básico, consiste de um divisor de feixe (BS, do inglês “Beam Splitter”) ou de um divisor de feixes polarizador (PBS, do inglês “Polarizing Beam Splitter”) e de dois espelhos formando assim um circuito fechado (ver figura 3.1). Quando a luz chega, no BS ou PBS, é dividida em duas partes iguais: uma parte indo no sentido horário, enquanto a outra se propaga no sentido anti-horário. Estas duas partes finalmente chegam no BS (PBS) novamente. Se o interferômetro Sagnac não for muito grande, as perturbações introduzidas pelo ambiente sobre estes dois caminhos são as mesmas. Isto significa que os caminhos, horário e anti-horário, são automaticamente compensados, já que eles tem igual comprimento; a diferença de fase entre o percurso horário e anti-horário se mantém estável, resultando, em consequência, em uma interferência estável [26]. A figura 3.1 ilustra o funcionamento do interferômetro Sagnac montado no laboratório, no qual um cristal PPKTP está colocado no seu interior.

Considere-se um campo de bombeio clássico com uma frequência  $\omega_b$  dado por

$$\vec{E}_b = E_H \hat{e}_H + e^{i\phi_b} E_V \hat{e}_V \quad (3.1)$$

onde  $\hat{e}_H$  e  $\hat{e}_V$  são os vetores unitários das componentes horizontal ( $H$ ) e vertical ( $V$ ) respectivamente, e  $\phi_b$  é a fase relativa entre as componentes dos campos  $H$  e  $V$ . O interferômetro consiste de um PBS que permite dividir o feixe de bombeio em suas componentes horizontal e vertical (de tal forma que os caminhos sejam percorridos em ambos sentidos horário e anti-horário), dois espelhos altamente reflectivos, um cristal não-linear com casamento de fase tipo-II (PPKTP) e uma placa de meia onda dual (HWP-Dual). O campo de bombeio é dirigido para dentro do interferômetro através de um espelho dicróico (DM), o qual tem um grande coeficiente de reflexão para o campo de bombeio, assim como tem grande transmitividade para os fótons sinal e complementar gerados no cristal. Em

### 3.1 Interferômetro Sagnac

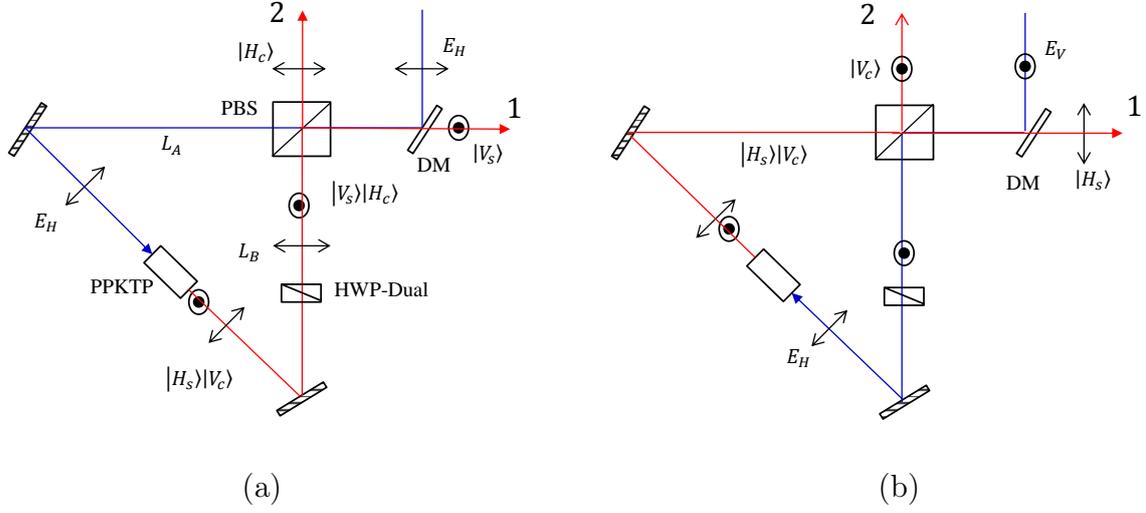


Figura 3.1: **Interferômetro Sagnac utilizado como base de uma fonte de estados emaranhados em polarização.** Mostramos as configurações para as componentes de bombeio azul entrando com polarizações (a) horizontal  $E_H$  e (b) vertical  $E_V$ , no sentido anti-horário e horário, respectivamente. Fótons ortogonalmente polarizados, sinal e complementar, são criados no cristal PPKTP para recombinar-se posteriormente e dar origem a um estado emaranhado em polarização. HWP-Dual, indica placa de meia onda dual necessária na propagação horária ; DM, espelho dicrótico; PBS, divisor de feixes polarizador. Figura reproduzida da referencia [27].

nossa realização experimental, a frequência dos fótons se situa perto da degenerescência,  $\omega_s \approx \omega_c$ , deste modo, em princípio, assumimos que as componentes ópticas são apropriadamente escolhidas para interagirem com os dois comprimentos de onda utilizados no experimento. Nesse sentido, usamos a placa de meia onda dual que funciona em ambos os comprimentos de onda do bombeio (400 nm) e dos fótons gerados (800 nm). Detalhes de todos os componentes se darão na descrição da montagem do experimento.

A figura 3.1(a) mostra a componente horizontal do feixe de bombeio entrando no interferômetro no sentido anti-horário e que gera no cristal um estado de saída não normalizado dado por [27]

$$\exp(i\kappa_b L_A) E_H |H_s\rangle |V_c\rangle \quad (3.2)$$

o qual representa o par de fótons colinearmente propagantes polarizados horizontal (sinal) e verticalmente (complementar). Uma característica importante do processo espontâneo de conversão paramétrica descendente é que a soma das fases de saída dos fótons criados

### 3.1 Interferômetro Sagnac

---

no cristal é igual à fase de bombeio incidente [28]. Portanto, a propagação no sentido anti-horário leva à fase adquirida pelo bombeio, enquanto ele viaja do PBS até atingir o cristal. Após o estado (3.2) ser formado, ele sofre uma rotação de  $\pi/2$  na polarização devido ao HWP-Dual, então o estado na saída do PBS é dado por

$$|\Psi_H\rangle = e^{i[\kappa_b L_A + (\kappa_s + \kappa_c)L_B + \theta_s + \theta_c]} \eta_H E_H |V_s\rangle_1 |H_c\rangle_2. \quad (3.3)$$

Os subscritos ,“1” e “2”, refere-se às duas portas de saída rotuladas na figura 3.1, isto indica que os fótons sinal e complementar são separados no PBS. As fases , $\theta_s$  e  $\theta_c$ , são adquiridas pelos fótons criados, sinal e complementar, quando eles passam pelo HWP;  $\eta_H^2$  é a eficiência de geração, incluindo perdas de absorção e propagação.

A componente do bombeio com polarização vertical segue o caminho no sentido horário do interferômetro, como mostra a figura 3.1(b). Como se mencionou no início da seção, para uma adaptação adequada do casamento de fase no cristal não linear, a componente vertical do feixe de bombeio é girada de um ângulo de  $\pi/2$  pela HWP-Dual, bombeando, assim, o cristal com polarização horizontal, como é requerido. Neste processo, a propagação do bombeio pela HWP leva a uma fase de  $\theta_b$ . Como para o estado criado pela componente horizontal, o estado gerado na saída do PBS pela componente de bombeio vertical é dado por

$$|\Psi_V\rangle = e^{i[\phi_b + \kappa_b L_B + \theta_b + (\kappa_s + \kappa_c)L_A]} \eta_V E_V |H_s\rangle_1 |V_c\rangle_2. \quad (3.4)$$

Temos que a eficiência de geração,  $\eta_V^2$ , para a propagação horária não é, necessariamente, igual para o caso da propagação anti-horária.  $\phi_b$  é a fase relativa entre as duas polarizações do bombeio.

Reconhecendo que no espaço livre se cumpre a condição

$$\kappa_b = \kappa_s + \kappa_c, \quad (3.5)$$

a recombinação dos estados na saída do PBS (equações 3.3 e 3.4), devido à indistinguibilidade do processo, resulta em um estado bi-fóton do tipo

$$|\Psi\rangle \propto (|H_s\rangle_1 |V_c\rangle_2 + e^{i\phi} \beta |V_s\rangle_1 |H_c\rangle_2) \quad (3.6)$$

## 3.2 Aparato

---

onde

$$\phi = \theta_s + \theta_c - \theta_b - \phi_b \quad , \quad \beta = \frac{\eta_H E_H}{\eta_V E_V}. \quad (3.7)$$

O estado da equação 3.6 é um estado emaranhado em polarização similar ao estado da equação (2.12), referido na seção (2.4). A amplitude relativa,  $\beta$ , pode ser ajustada para a unidade mudando a taxa  $E_H/E_V$  das componentes do feixe de bombeio, de tal forma que a desigualdade nas eficiências de geração nas duas direções fique compensada. Entre as causas desta desigualdade está, por exemplo, os diferentes coeficientes de transmissão e reflexão das componentes horizontal ( $H$ ) e vertical ( $V$ ) no PBS. O interferômetro Sagnac é vantajoso, já que a fase relativa  $\phi$  entre as duas componentes de saída é independente do comprimento dos dois caminhos  $L_A$  e  $L_B$ . O termo  $\theta_s + \theta_c - \theta_b$  em  $\phi$  é uma função que só depende da dispersão do material do HWP e não varia no tempo. Além disso,  $\phi$  é totalmente ajustável variando a fase de bombeio  $\phi_b$ . Configurando  $\phi$  convenientemente se pode gerar um estado singleto fazendo  $\phi = \pi$ ; ou um estado tripleto com  $\phi = 0$ , como se explicará em mais detalhes na seção seguinte.

## 3.2 Aparato

A nossa fonte de luz é um laser de Ti:Safira de fentosegundos comercial (Tsunami - Spectra Physics). O mesmo, é bombeado por um laser CW (Verdi 6W - Coherent) operando em 532 nm de comprimento de onda. A radiação de um laser de fentosegundos pode ser descrita no domínio temporal como uma sequência periódica de pulsos idênticos, onde o intervalo temporal entre dois pulsos é dado pelo tempo de repetição,  $T_{rep}$ , do laser, de acordo com a figura 3.2.

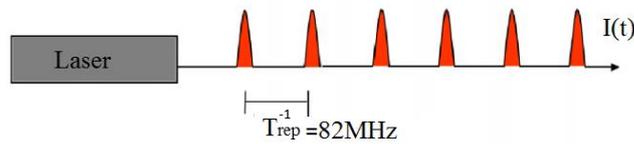


Figura 3.2: Representação de um laser pulsado no domínio temporal.

A taxa de repetição do sistema é de 82 MHz e a duração do pulso é da ordem de  $\tau \approx 100$  fs. A figura 3.3 mostra o espectro óptico típico do laser de fentosegundos, onde o comprimento de onda central está em 800 nm, com um espectro de largura completa a meia altura  $\Delta\lambda \sim 12$  nm. O espectro é obtido com um espectrômetro Ocean Optics

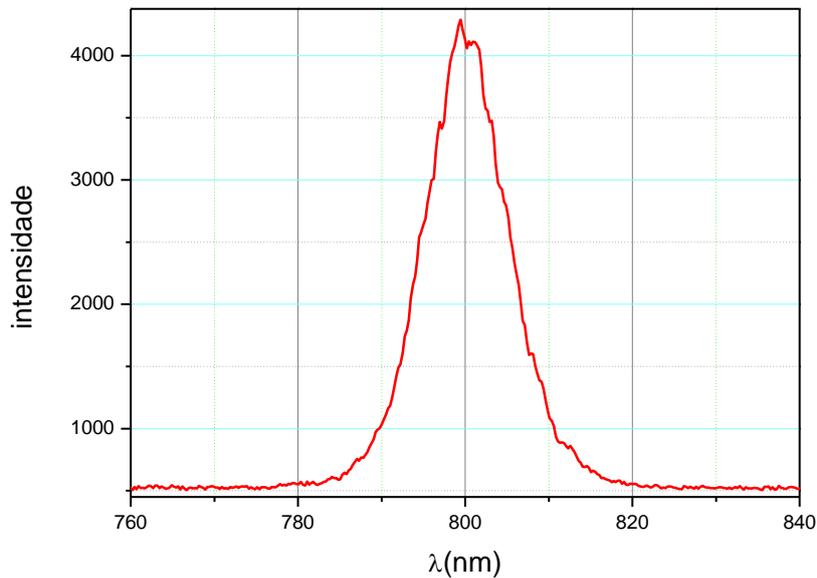


Figura 3.3: Espectro óptico típico do laser de Ti:Safira de femtossegundos.

(HR4000). Uma vez que a luz, potência média de 880 mW, é emitida do laser com polarização vertical, ela é dirigida a um cristal não-linear BBO ( $BaB_2O_4$ ) para geração do segundo harmônico, passando por uma série de componentes ópticos (ver figura 3.4): um par de lentes cilíndricas (L1 e L2,  $f=100$  mm) para melhorar o modo espectral do feixe, um par de iris (I) para alinhar o sistema e uma placa de meia onda (HWP6-800 nm).

Com esta placa de meia onda se gira em  $90^\circ$  a polarização do feixe proveniente do laser, já que a geração do segundo harmônico no cristal é otimizada bombeando-o com luz polarizada horizontalmente. Também se usam duas lentes em torno do cristal de BBO (New Light 500-Mícrons); a primeira (L3) com foco de 50 mm projetada para interagir no comprimento de onda de 800 nm, e a segunda (L4) com focal de 75 mm projetada para interagir com comprimentos de onda de 400 nm. Com estas lentes se focaliza o feixe de bombeio no cristal BBO, e a partir de um processo não-linear no cristal, vai se gerar uma nova frequência que é o dobro da frequência de bombeio; fenômeno chamado de geração de segundo harmônico. Então, uma fração do feixe de bombeio vai ser dobrado em frequência. Em nossa experiência se gerou em torno de 70 mW de potência média, o qual representa o 8% da potência do feixe incidente no cristal. A luz com a frequência dobrada (azul), sai do cristal junto com o feixe que não interagiu com o mesmo. Estes feixes são separados por um espelho dicróico (DM1) que transmite em 800 nm e reflete

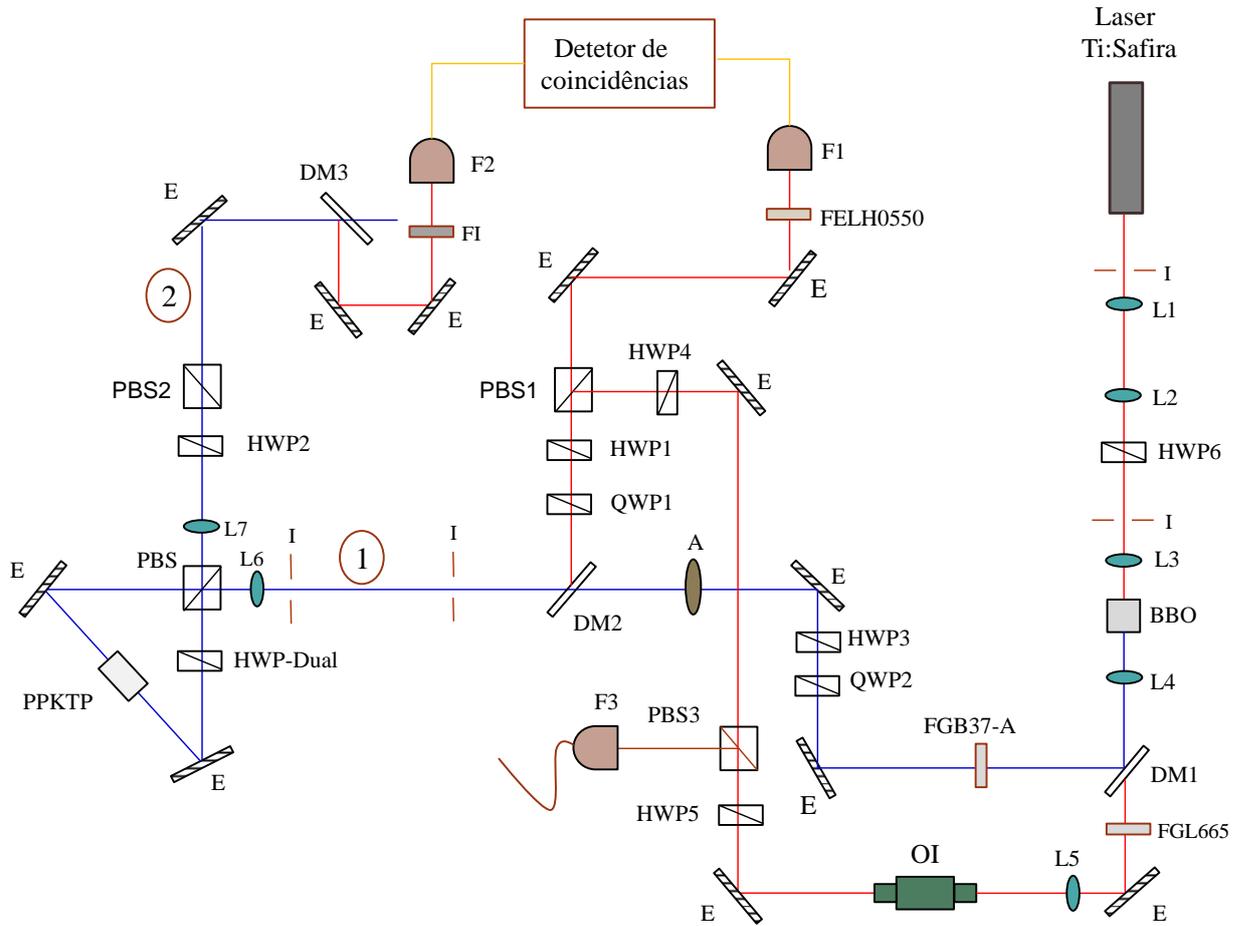


Figura 3.4: **Esquema da montagem experimental indicando os componentes ópticos e eletrônicos usados.** HWP3 e QWP2 são usados para ajustar os parâmetros  $\phi$  e  $\beta$  do estado bi-fóton gerado. Com QWP1 corrigimos os efeitos de elipticidade dos fótons ao interagir com certos componentes ópticos. HWP indica placas de meia onda; QWP, placas de quartos de onda; L, lentes; DM, espelhos dicrômico; I, iris; E, espelhos; PBS, divisor de feixes polarizador; F, acopladores em fibra; FGB37-A, filtro passa banda com alta transmissão em [335-610]nm; FGL665, filtro espectral com alta transmissão em [665-1800]nm; FELH0550, filtro espectral centrado em 550nm; FI, filtro interferométrico de 10nm de largura de banda centrado em 800nm; A, atenuador; OI, isolador óptico.

em 400 nm. Uma vez separados, o feixe azul de 400 nm é usado como fonte de bombeio para a geração dos fótons correlacionados no cristal PPKTP no interferômetro Sagnac, e o feixe vermelho em 800 nm é usado para alinhar o sistema como será discutido na seção 3.3. Devido à imperfeições do espelho dicrômico, temos luz com comprimentos de onda em 400 nm sendo transmitida e luz em 800 nm sendo refletida. Para aumentar a pureza dos campos colocamos filtros espectrais nos caminhos de cada feixe.

Seguindo o caminho do feixe azul, depois de ser refletido no espelho dicróico e passar por uma série de filtros (FGB37-A) passa-banda com alta transmissão no intervalo [335-610] nm, ele incide em um espelho e passa, em seguida, por uma placa de quarto onda (QWP2) e uma de meia onda (HWP3). Estas placas de onda servem para balancear a potência e fase das componentes de bombeio transmitida e refletida no PBS do interferômetro Sagnac, com a finalidade de controlar os parâmetros  $\beta$  e  $\phi$  da equação 3.6, ao fazer as medidas de coincidências, o que será discutido com mais detalhes na seção 3.4. Finalmente, o feixe é dirigido à entrada do interferômetro, passando antes por um segundo espelho dicróico (DM2) que, diferentemente do primeiro, transmite em 400 nm e reflete em 800 nm; e por um par de iris (I) que servem para alinhar o interferômetro. Na entrada e saída do interferômetro usa-se um par de lentes (L6 e L7) com focas de 250 mm, cuja finalidade é focalizar os feixes no cristal PPKTP e desta maneira maximizar a geração de pares de fótons. Na seção anterior, já se discutiu o processo de geração de pares de fótons com feixes contra-propagantes e o estado emaranhado em polarização formado por estes fótons na saída do interferômetro. O interferômetro Sagnac consiste de um cubo polarizador de 10 mm que interage com comprimentos de onda entre 620 - 1000 nm, dois espelhos altamente refletivos em 400 e 800 nm, uma placa de meia onda dual (HWP-Dual) que funciona bem nos comprimento de onda do feixe de bombeio e dos fótons gerados por PDC, e um cristal não linear PPKTP tipo-II de 0.5 mm de espessura.

Uma vez separados os fótons na saída do interferômetro Sagnac, como já foi discutido na seção anterior, se usa uma placa de meia onda (HWP1, HWP2 - CASIX Acromática) seguida de um cubo polarizador (PBS1, PBS2), como analisadores de polarização, em cada caminho dos fótons sinal (caminho 1) e complementar (caminho 2). Na seção 3.4 discutiremos com todos os pormenores as configurações dos analisadores para obter as direções nas quais as desigualdades de Bell são violadas. No caminho “2” do fóton “complementar”, o feixe de bombeio e os fótons criados seguem o mesmo caminho, no final ambos são separados por um outro espelho dicróico (DM3), o feixe de bombeio azul é transmitido e jogado fora, enquanto o fóton criado em 800 nm entra no acoplador em fibra F2, passando antes por um filtro interferométrico (FI) de 10 nm de largura de banda e centrado em 800 nm. Os fótons tipo sinal na saída do interferômetro Sagnac, percorrem o caminho 1 do feixe de bombeio, mas são refletidos no espelho dicróico (DM2) e passam logo pelos analisadores de polarização. Se faz menção aqui do uso de uma placa de quarto de onda (QWP1) para corrigir a elipticidade na polarização dos fótons com polarização vertical, este efeito de elipticidade é devido à passagem do fóton pelo espelho

## 3.2 Aparato

dicróico (DM2). Como no caso dos fótons “complementares”, uma vez configurada a placa de meia onda (HWP1) para deixar passar os fótons numa orientação particular, estes são direcionados por um par de espelhos para entrar, por último, no acoplador em fibra F1, passando antes por uma série de filtros (FELH0550) centrados em 550 nm. Estes filtros “filtram” os comprimentos de onda não desejados devido à fluorescência dos componentes ópticos na interação com o feixe intenso de bombeio. O processo de deteção dos fótons e os detalhes dos componentes eletrônicos, detetores, etc. serão discutidos na seção 3.4.

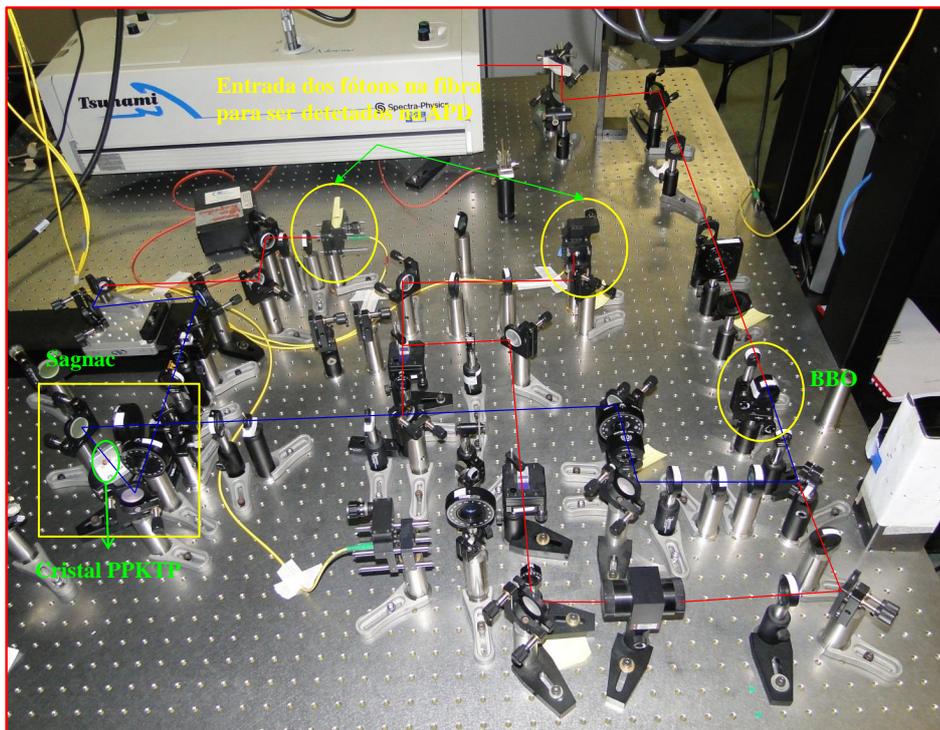


Figura 3.5: Fotografia da montagem experimental. Se mostra o Laser de femtosegundo, o cristal BBO, Interferômetro Sagnac, cristal PPKTP, acopladores em fibra e os caminhos percorridos pelo bombeio e pelos fótons gerados.

No caminho do feixe usado para alinhar o sistema se colocou uma lente (L5) com foco de 1000 mm para colimar o feixe e deixá-lo com a forma do feixe azul, filtros (FGL665) com alta transmissão no intervalo [665-1800]nm para filtrar o azul, e também se colocou um isolador óptico (IO), ISOWAVE-780 nm, para evitar, no momento do alinhamento, o retorno da luz para o laser. No experimento se faz todo o possível para evitar luz voltando para o laser para este não ficar instável. Neste caso, os efeitos de instabilidade são percebidos como mudanças bruscas de potência, mudanças no espectro, etc, que prejudicam

o desenvolvimento do experimento. O acoplador em fibra “F3” é usado como referência para acoplar os fótons nos acopladores em fibra “F1” e “F2”, respectivamente. Na figura 3.5 mostramos uma foto do aparato esquematizado na figura 3.4.

## 3.3 Alinhamento

Após montado o aparato óptico para a geração de estados emaranhados, passamos aos procedimentos de detecção, mas antes disso precisamos ter o sistema muito bem alinhado ao longo do caminho percorrido pelos fótons gerados. No desenvolvimento do experimento, alinhar o sistema foi difícil no sentido que se tem que ter em conta muitos detalhes que só foram tornando-se mais claros ao longo do tempo. Como foi mostrado na figura 3.4, usamos o feixe em 800 nm transmitido no espelho dicróico 1 (DM1) para alinhar o sistema. Isto, porque os fótons gerados, os quais queremos detetar, estão nesse comprimento de onda. Para fazer o alinhamento seguimos a metodologia esquematizada na figura 3.6.

O primeiro passo é acoplar o feixe de referência (800 nm) na transmissão do Sagnac na fibra “F2”, mexendo nos espelhos “1” e “2” (ver figura 3.6(a)). Com isso, nos asseguramos que os fótons gerados nessa direção vão ser detetados. Logo conectamos a fibra de referência “F3” (ver figura 3.4) na fibra “F2” para emitir luz que será acoplada na fibra “F1”, mexendo nos espelhos “3” e “4”, como se mostra na figura 3.6(b). Ambos procedimentos são feitos sem o cubo PBS no Sagnac, de modo a ter sempre a transmissão. Desta forma, estamos alinhando os fótons gerados nas duas direções do cristal. No terceiro passo colocamos o cubo PBS, olhamos a reflexão no PBS e depois, trocando a polaridade do feixe com o HWP-dual, olhamos a transmissão voltando e acoplamos na fibra “F1”, mexendo apenas o cubo (ver figura 3.6(c)). Ao fazer e seguir estes passos deve se ter em conta que os feixes referenciais que simulam os fótons criados  $H_s$  e  $V_s$  indo pelo caminho “1” e  $H_c$  e  $V_c$  indo pelo caminho “2”, no sentido dos acopladores em fibra “F1” e “F2”, respectivamente, tem que interferir, para se ter indistinguibilidade dos fótons.

No experimento, resultou um pouco complicado acoplar os feixes que vão pelo caminho “1”, mas isso se resolve mexendo os distintos graus de liberdade do cubo PBS, do Sagnac. No quarto passo, se acopla o feixe da fibra “F2”, (conectada ao feixe de referência da fibra “F3”) na fibra “F1”, isto, para garantir que os feixes criados nessa direção estão sendo acoplados em “F1”. Os acoplamentos nas fibras se fizeram com eficiência em torno de 60%. Uma vez feitos estes passos o sistema já deve estar alinhado corretamente. Finalmente, colocamos o cristal PPKTP no interior do interferômetro. Bombeamos o sistema com

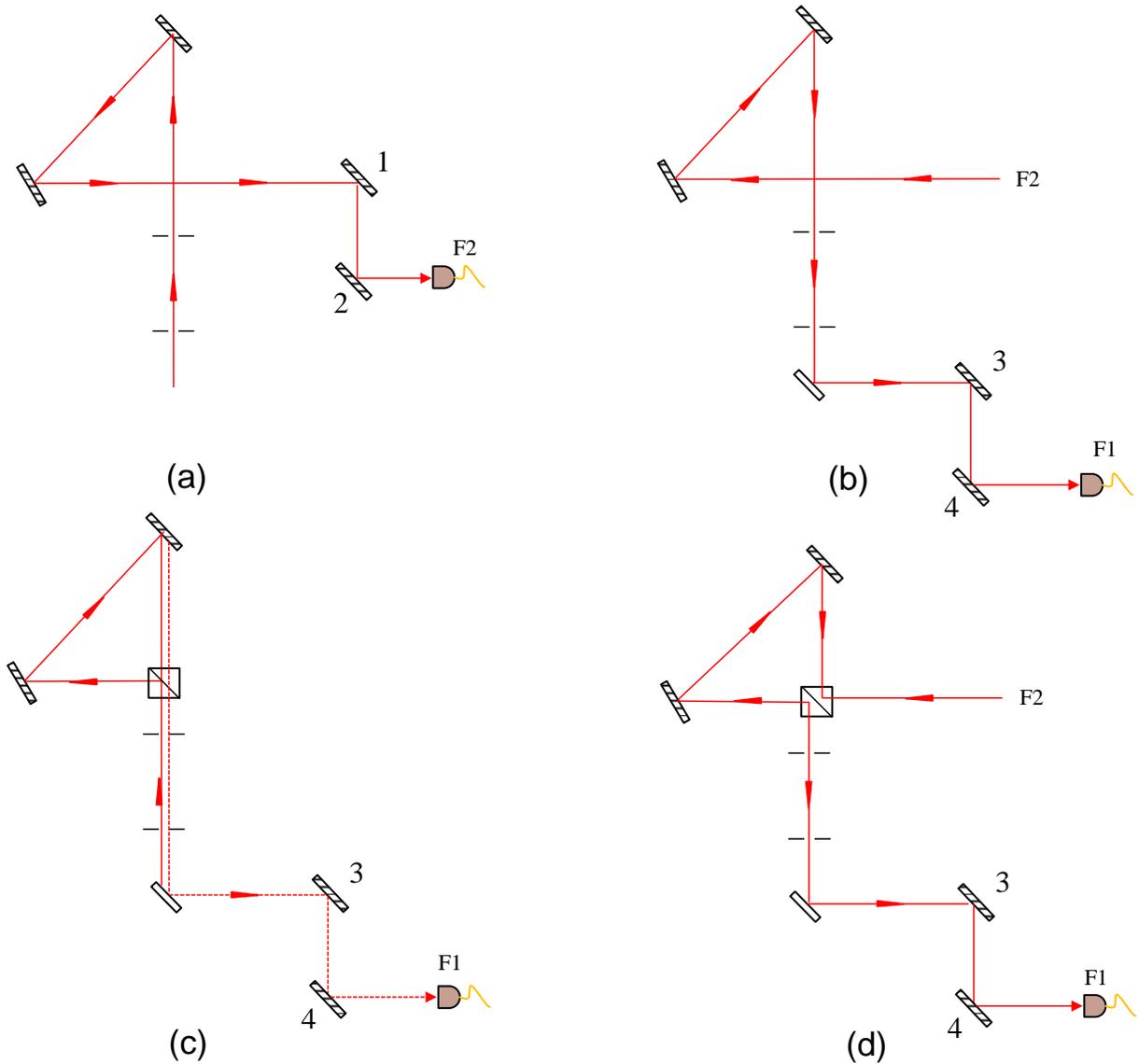


Figura 3.6: (a) Acoplamento do feixe de referência na transmissão na fibra F2, usando os espelhos “1” e “2”. (b) Acoplamento da luz proveniente de “F3”, conectada em “F2”, na fibra “F1”, usando os espelhos “3” e “4”. (c) Uma vez colocado o cubo, acoplamos a reflexão no PBS; mexendo apenas o cubo, acoplamos a luz em “F1” mexendo os espelhos “3” e “4”. (d) Finalmente, acoplamos as reflexões da luz proveniente de “F3”, conectada em “F2”, na fibra “F1”, usando os espelhos “3” e “4”.

o feixe azul, com uma potência não otimizada (só para testar as coincidências) e, em

seguida, fazemos otimizações finas usando os espelhos 1,2 ,3 e 4, sempre maximizando as coincidências no monitor. O aparato de detecção será tratado na seção seguinte.

## 3.4 Aquisição

### 3.4.1 Aparato de detecção

Uma vez alinhado o sistema, selecionamos os ângulos,  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , das placas de meia onda HWP1 e HWP2, respectivamente, para estabelecer as orientações nas quais as medidas de coincidências serão feitas. Os fótons, sinal e complementar, são acoplados nas fibras “1” e “2” do tipo monomodo (SM - do inglês “Single-Mode”) para serem, logo, detetados por dois fotodetetores de avalanche - APD (“Avalanche Photodetector”) independentes, cuja probabilidade de detecção de fótons, em 800 nm, é de cerca de 50%. O esquema do sistema de detecção dos fótons é mostrado na figura 3.7. Os fótons detetados são convertidos em pulsos TTL (Transistor–transistor logic ), na saída de cada APD.

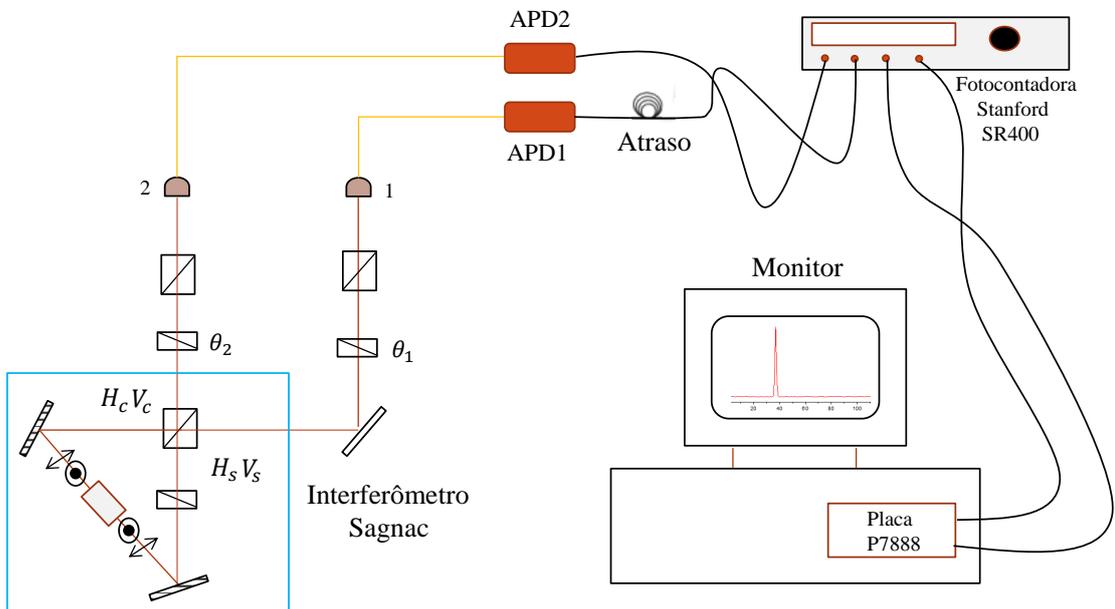


Figura 3.7: Esquema do sistema de detecção de fótons em coincidências.

Para uma melhor visualização das contagens de coincidências no monitor, separamos temporalmente os fótons provenientes das duas APD's. Colocamos uma linha de atraso eletrônico no caminho do sinal dos fótons que saiam da APD1 e, deste modo, o fóton

complementar é atrasado em uma quantidade de mais o menos 38 ns com relação ao sinal, como será mostrado nos gráficos das coincidências mais a frente nesta seção.

Os sinais TTL da APD1 (com atraso) e da APD2 são enviados à fotocontadora SR400 (Stanford). Esta etapa é necessária pois contamos, apenas, com dois canais eletrônicos na entrada da SR400, que fará a integração inicial em 1 s de todas as fotocontagens. Tais contagens, são monitoradas em tempo real durante a tomada de dados. Este é um fator crucial para acompanharmos a estabilidade do sistema. Além disso, a contadora SR400 transforma os sinais TTL para sinais do tipo NIM (do inglês “Nuclear Instrumentation Module”, que especifica um padrão de propriedades eletrônicas e mecânicas para alguns módulos eletrônicos), que são então direcionados para uma placa contadora (Modelo P7888 da Fast Com Tech), que guarda toda a sequência de contagens com resolução de 1 ns.

Na sequência de contagens, condicionamos a detecção do fóton “sinal” à detecção do fóton “complementar”, isto é, com a detecção do fóton complementar abre-se uma janela de detecção por um tempo pré-determinado. Neste intervalo de tempo, o fóton sinal gerado na mesma amostragem é detectado com maior probabilidade do que o esperado para eventos descorrelacionados. Este processo de coincidências implica em uma filtragem temporal, por conta da placa, e é repetido em uma sequência acumulativa de contagens, até atingirmos uma amostragem estatística satisfatória.

#### 3.4.2 Configurações e mapeamento

O nosso interesse é medir correlações entre pares de fótons criados por PDC no cristal não linear. Uma vez que os fótons ortogonalmente polarizados são separados na saída do PBS no interferômetro Sagnac (gerando assim um estado emaranhado), o passo seguinte é medir as correlações que existem entre as medidas de polarização entre os pares, definindo as orientações dos analisadores de polarização. Como já foi discutido na seção 2.4, para encontrar estas correlações precisamos fazer medidas conjuntas de polarização de dois fótons do mesmo par. Os PBS colocados depois das placas de meia onda têm duas saídas: fótons com polarização horizontal são transmitidos (porta +1) e fótons com polarização vertical são refletidos (porta -1). As medidas conjuntas dos pares de fótons levam a 4 resultados (+1,+1), (+1,-1), (-1,+1), (-1,-1). As probabilidades de obter estes resultados ( $P_{++}, P_{+-}, P_{-+}, P_{--}$ ) são medidas pelos fotodetetores APD, usando circuitos de coincidências capazes de identificar detecções que são simultâneas dentro de alguns nanosegundos.

### 3.4 Aquisição

Para testar a máxima violação das desigualdades de Bell (discutida na seção 2.4), se precisa das medidas de correlações em 4 de direções diferentes. Tais direções são configuradas com as placas de meia onda, HWP1 e HWP2, através dos seus respectivos ângulos,  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , tomando como referência os eixos das mesmas. Especificamente as direções nas quais as medidas serão feitas são  $(\hat{\mathbf{a}}_0, \hat{\mathbf{b}}_0) = (\hat{\mathbf{b}}_0, \hat{\mathbf{a}}'_0) = (\hat{\mathbf{a}}'_0, \hat{\mathbf{b}}'_0) = 22.5^\circ$ ,  $(\hat{\mathbf{a}}_0, \hat{\mathbf{b}}'_0) = 67.5^\circ$ .

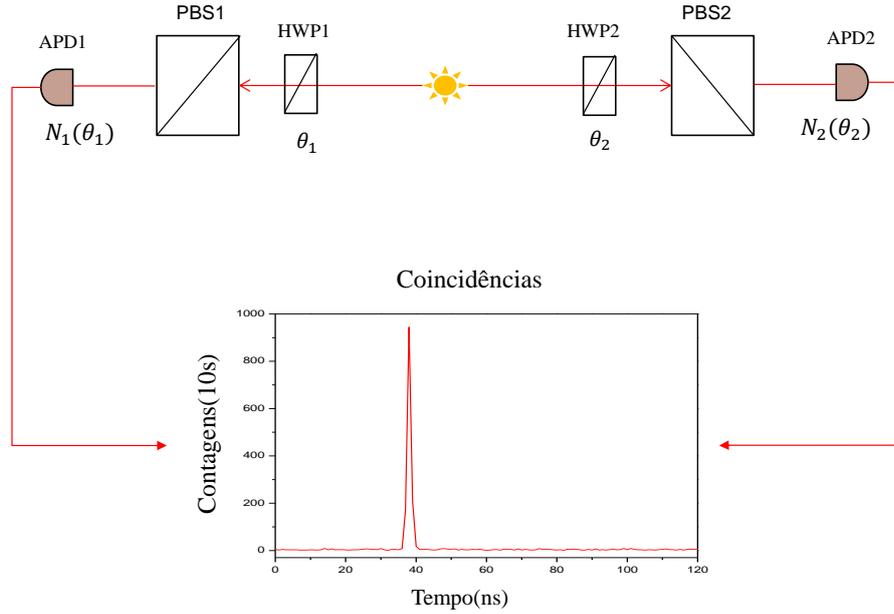


Figura 3.8: Configurações dos analisadores de polarização e medida de coincidências.

O esquema geral da obtenção das curvas de coincidências é mostrado na figura 3.8. Durante o experimento, a fonte emite  $N$  pares de fótons, a APD1 detecta  $N_1(\theta_1)$  e a APD2 detecta  $N_2(\theta_2)$ . Estas são as leituras acumuladas dos respectivos detectores. Os eventos de interesse para avaliar correlações, são aqueles em que existe coincidência na detecção de ambas partículas,  $N_{12}(\theta_1, \theta_2)$ . Inicialmente, para medir as correlações, se precisa só das coincidências em umas quantas configurações,  $(\theta_1, \theta_2)$ , mas para se ter certeza que o sistema está bem alinhado, e que os fótons estão em um estado de indistinguibilidade, se constrói curvas de visibilidade (este ponto será tratado com mais detalhes no seguinte capítulo).

A curva de coincidências da figura 3.8 foi tomada com uma potência de bombeio de 32 mW, e ela mostra uma seqüência acumulativa de contagens por um tempo de 10 s. A taxa de geração de contagens totais (coincidências + ruído) é de 47 KHz. Uma

### 3.4 Aquisição

---

vez o fóton complementar é detetado, ele “atua” como um gatilho do sistema e abre-se, então, uma janela de detecção por um tempo de 120 ns. O tempo de repetição do laser é aproximadamente 12 ns. Como mencionamos na seção anterior, as coincidências para uma mesma amostragem são bem mais frequentes que eventos descorrelacionados, o que leva ao pico pronunciado dentro da janela de detecção. O tempo de atraso do fóton complementar com respeito ao sinal é de 38 ns. As contagens descorrelacionadas, contribuem para o patamar de coincidências dentro da janela de 120 ns. É importante apontar que a curva de coincidências mostrada, já indica a existência de correlações não clássicas em número de fótons. Adiante, mostraremos a presença de correlações não clássicas em polarização a partir da formação de um estado emaranhado.

# Capítulo 4

## Resultados

Neste capítulo, se apresentam os resultados obtidos a partir do arranjo experimental descrito no capítulo anterior. A partir da construção das curvas de visibilidade, encontramos correlações das medidas de polarização e, em consequência, o valor do parâmetro,  $S$ , de Bell. As direções dos polarizadores nas quais obtemos as correlações correspondem ao caso em que a desigualdade CHSH é violada no seu valor máximo.

### 4.1 Medidas de coincidências e ruído

Na obtenção dos resultados a seguir, a potência média do laser pulsado é estável e fixa em 880 mW e com um comprimento de onda central de  $\lambda = 800$  nm. O feixe de bombeio no azul, do interferômetro Sagnac, proveniente da geração de segundo harmônico no cristal BBO, é fixado com uma potência de 32 mW usando-se um atenuador (Ver figura 3.4). A eficiência (razão entre o número de coincidências e o número de contagens do fóton complementar) de acoplamento dos fótons criados pelos feixes com polarização horizontal e vertical é aproximadamente 4%. A baixa eficiência deve-se à presença de fluorescência nas contagens totais acumuladas (singles). O tempo de medida é de 10 s.

A figura 4.1(a) ilustra o caso em que as configurações dos ângulos das placas de meia onda HWP1 e HWP2 (cujos eixos rápidos apontam em  $0^\circ$ ) são  $\theta_1 = 45^\circ$  e  $\theta_2 = 0^\circ$ , respectivamente. Estas configurações correspondem a contagens de coincidências máximas, neste caso, a fótons criados pela componente horizontal do feixe de bombeio. Se fixamos o ângulo  $\theta_2$  no eixo rápido, ou seja em  $0^\circ$ , as polarizações horizontal ( $H_c$ ) e vertical ( $V_c$ ) dos fótons complementares que vão pelo caminho “2” são mantidas. O fóton complementar com polarização horizontal é detetado pela APD2, no sentido que ele é transmitido no

#### 4.1 Medidas de coincidências e ruído

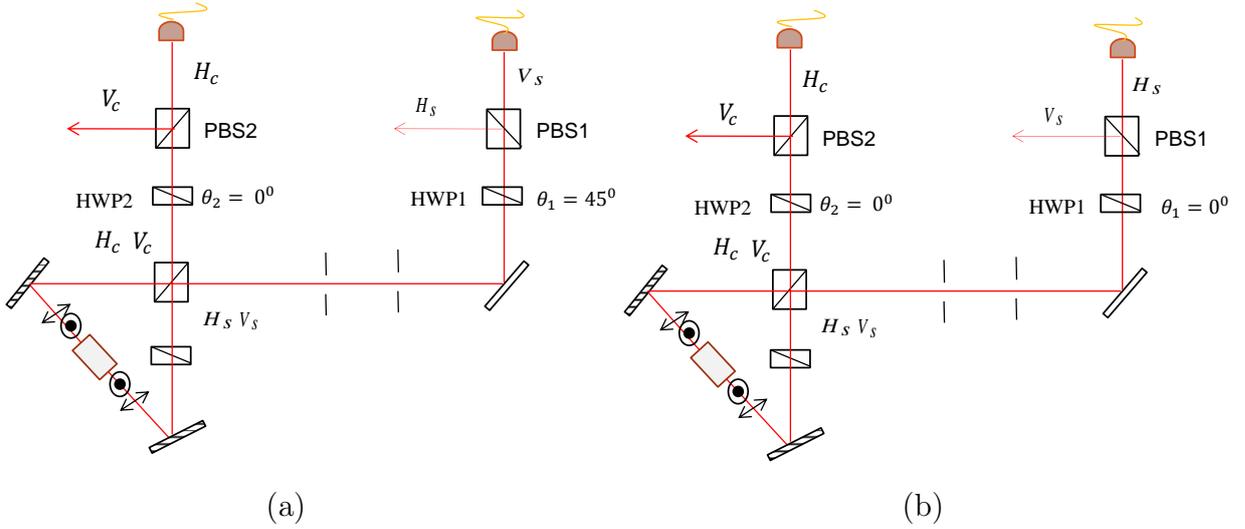


Figura 4.1: Configurações dos ângulos,  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , das placas de meia onda HWP1 e HWP2, respectivamente, para obter (a) valores máximos de contagens de coincidências e (b) valores mínimos de contagens de coincidências.

PBS2, enquanto o fóton complementar com polarização vertical é refletido e descartado. Daqui vemos que, para obter uma medida de coincidência, necessariamente o outro fóton a detetar na APD1 tem que ser o fóton sinal com polarização vertical ( $V_s$ ). Assim, se configuramos o HWP1 em  $45^\circ$ , a polarização deste fóton vai ser girada; então, o fóton sai da placa de meia onda com polarização horizontal. Este mesmo fóton vai ser transmitido pelo PBS1 e detetado na APD1. O outro fóton sinal com polarização horizontal ( $H_s$ ) que vai pelo caminho “1” junto com o fóton  $V_s$ , é jogado fora ao ser refletido pelo PBS1 devido a que sua polarização foi girada de  $90^\circ$  e convertida em vertical pela placa de meia onda. O número de coincidências para esta configuração é de 1217 contagens. Este e todos os valores de coincidências para as outras configurações dos ângulos se encontraram fazendo uma integração em, apenas, 3 ns em torno do ponto máximo de contagens, isto é, ao redor do tempo  $t = 38(\pm 1)$  ns do pico de coincidências, ou seja, fazemos uma filtragem temporal para eliminar as contagens descorrelacionadas provenientes da fluorescência.

Seguindo a mesma lógica, para o caso em que  $\theta_1 = 0^\circ$  e  $\theta_2 = 45^\circ$ , o pico de coincidências corresponde aos fótons criados pela componente vertical do feixe de bombeio. Neste caso se obteve 1323 contagens.

As configurações dos HWP1 e HWP2 com os ângulos  $(\theta_1, \theta_2) = (0^\circ, 45^\circ)$  e  $(\theta_1, \theta_2) = (45^\circ, 0^\circ)$ , tratados anteriormente, correspondem a casos em que as disposições dos ângulos,  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , nos permitem, apenas, obter coincidências dos fótons criados por um sentido de

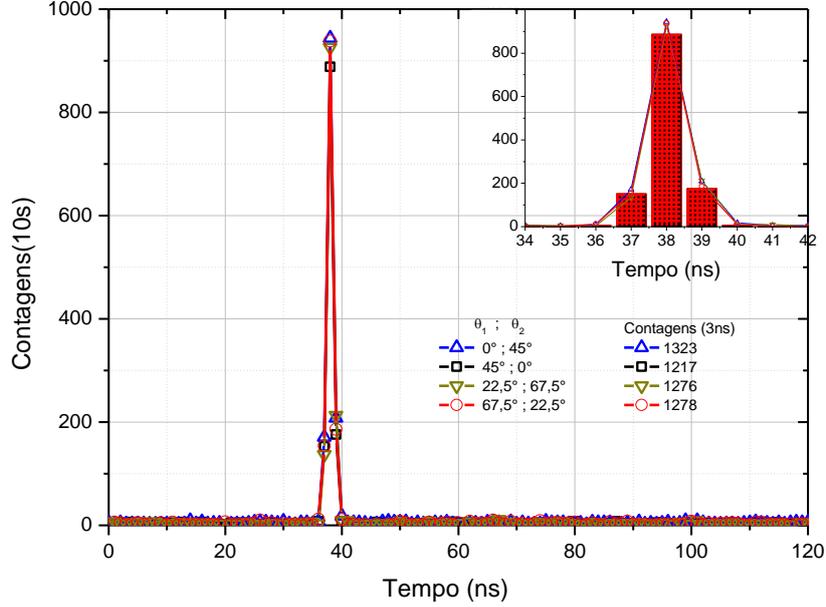


Figura 4.2: Valores máximos de contagens de coincidências para quatro configurações diferentes dos ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , respectivamente. Para as configurações  $(\theta_1, \theta_2) = (0^\circ, 45^\circ)$ ,  $(45^\circ, 0^\circ)$ ,  $(22.5^\circ, 67.5^\circ)$  e  $(67.5^\circ, 22.5^\circ)$  temos 1323, 1217, 1276, 1278 contagens, respectivamente. Para encontrar estes valores se fez uma integração em apenas 3 ns em torno do ponto máximo de contagens. Os pontos fora deste intervalo correspondem ao background. As medidas foram tomadas num tempo de 10 s. Se usou uma linha de atraso de 38 ns do fóton complementar com respeito ao sinal.

circulação no Sagnac, isto é, bombeando o cristal com a componente horizontal ou vertical do feixe de bombeio entrando no interferômetro Sagnac. Estas configurações não nos permitem verificar se o sistema está funcionando corretamente em termos de alinhamento fino com respeito à indistinguibilidade dos fótons que percorrem ambos os caminhos.

As contagens de coincidências nos ângulos onde podemos realmente ver se os fótons são indistinguíveis são feitas na base diagonal  $(\theta_1, \theta_2) = (22.5^\circ, 67.5^\circ)$  e  $(\theta_1, \theta_2) = (67.5^\circ, 22.5^\circ)$ . Aqui, as contagens de coincidências correspondem a pares de fótons que podem ser criados em uma direção ou outra do bombeamento do cristal em forma indistinguível. O número de coincidências obtidas para as configurações dos ângulos referidos são, então, 1276 e 1278 contagens, respectivamente; como se mostra na legenda amarela e vermelha da figura 4.2.

A figura 4.3, mostra as curvas para as quais as configurações dos ângulos,  $\theta_1$  e  $\theta_2$ , não permitiriam contagens de coincidências, já que temos PDC Tipo-II. A figura 4.1(b), ilustra o caso em que as configurações dos ângulos das placas de meia onda são  $(\theta_1, \theta_2) = (0^\circ, 0^\circ)$ , e

#### 4.1 Medidas de coincidências e ruído

correspondem a contagens mínimas. Neste caso, as duas placas de meia onda estão no seu eixo rápido, e as polarizações dos fótons que as atravessam não são afetadas. A APD1 vai detetar o fóton complementar polarizado horizontalmente, e a APD2, do mesmo modo, um fóton sinal com polarização horizontal. Coincidências nessa configuração só podem surgir de imperfeções do aparato. No aparato experimental temos muitos tipos de imperfeções: fótons criados a partir da interação da luz com os componentes ópticos, luz das lâmpadas, contagens escuras, falta de controle perfeito na polarização da deteção, etc. Nas figuras 4.3(a) e (b), se apresenta as curvas do ruído detetado num intervalo de tempo de 120 ns para  $\theta_1 = \theta_2 = 0^\circ$ ,  $\theta_1 = \theta_2 = 22.5^\circ$ ,  $\theta_1 = \theta_2 = 45^\circ$  e  $\theta_1 = \theta_2 = 67.5^\circ$ . As contagens mínimas em 3 ns em torno do pico máximo de coincidências  $t = 38(\pm 1)ns$ , como se pode ver, para  $\theta_1 = \theta_2 = 0^\circ$  é de 17 contagens, para  $\theta_1 = \theta_2 = 45^\circ$  é de 13, para  $\theta_1 = \theta_2 = 22.5^\circ$  é de 32 e para  $\theta_1 = \theta_2 = 67.5^\circ$  é de 23 contagens, respectivamente. Nas duas últimas configurações

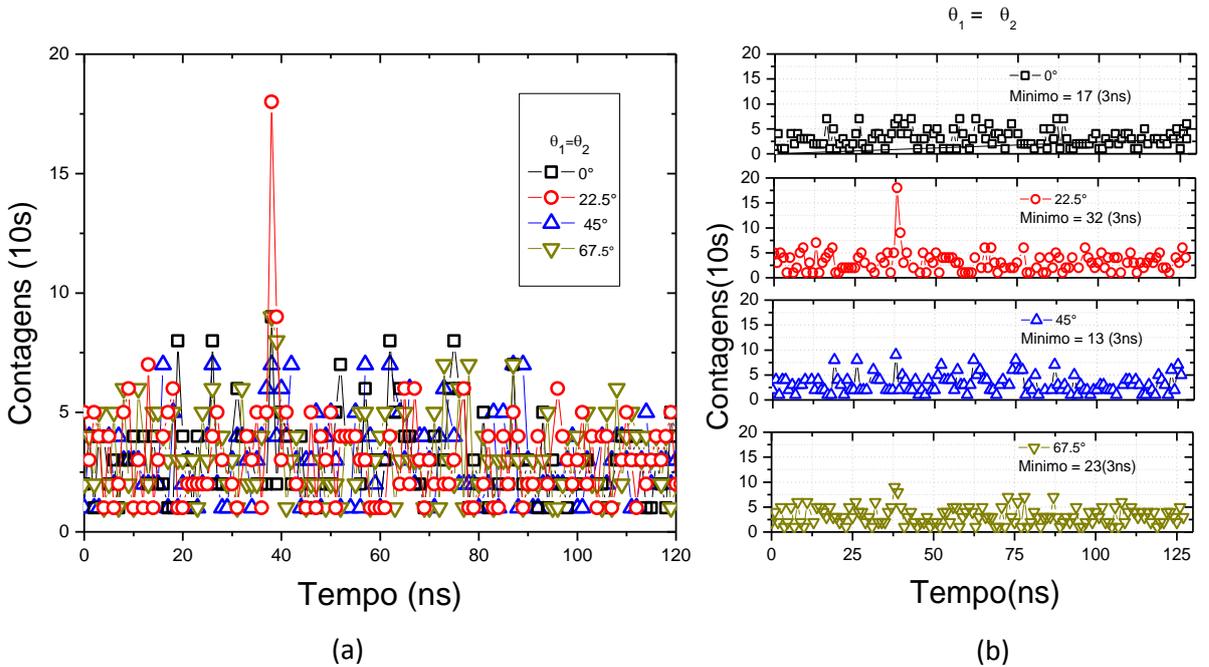


Figura 4.3: (a) Contagens mínimas de coincidências para quatro configurações diferentes dos ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$  das placas de meia onda HWP1 e HWP2 respectivamente. (b) Para as configurações  $(\theta_1, \theta_2) = (0^\circ, 0^\circ)$ ,  $(22.5^\circ, 22.5^\circ)$ ,  $(45^\circ, 45^\circ)$  e  $(67.5^\circ, 67.5^\circ)$  temos 17, 32, 13, 23 contagens, respectivamente. Para encontrar estes valores se fez uma integração em, apenas, 3 ns em torno do ponto máximo de contagens. As medidas foram tomadas durante 10 s.

ainda temos algumas contagens acima do ruído de fundo, isto se deve à imperfeições nos

componentes ópticos e a efeitos de elipticidade das polarizações dos fótons ao interagir com certos elementos.

A principal dificuldade no processo experimental foi nivelar as contagens máximas assim como também “minimizar” as contagens mínimas de coincidências nas configurações onde só se deveria existir ruído. Nos quisemos atingir uma configuração ótima do sistema com a finalidade de construir curvas de visibilidade simétricas (este assunto será tratado com mais profundidade na seção seguinte). Como já se mencionou no capítulo 3, uma vez alinhado o sistema, usamos as placas QWP1, QWP2 e HWP3 para fixar a fase  $\phi$ , e ajustar a amplitude relativa  $\beta$  do estado bi-fóton, da equação 3.6, na saída do PBS, de tal forma que a geração em ambas as direções do cristal ficassem niveladas em taxas de coincidências. Ao equilibrar as componentes de bombeio nas duas direções do Sagnac, é de esperar-se que as coincidências no máximo estejam niveladas, isto se logrou mexendo cuidadosamente as placas HWP3 e QWP2. Na figura 4.2, podemos ver pequenas diferenças entre uma e outra configuração de ângulos. Por exemplo, para  $(\theta_1, \theta_2) = (0^\circ, 45^\circ)$ , se tem 1323 contagens, mais do que nas outras configurações. Isto se deve ao alinhamento otimizado nesta direção mais do que nas outras. Então, uma vez tendo as contagens máximas mais ou menos num mesmo limite para as quatro configurações de ângulos, olhamos para os mínimos. Ao olhar para os mínimos, se percebeu que ainda se tinha contagens de coincidências. As imperfeições dos componentes ópticos deixam passar fótons nas polarizações erradas, em consequência, se tem algumas contagens de coincidências. Se colocou a placa de quarto de onda QWP1 para eliminar a elipticidade dos fótons com polarização horizontal devido à interação com o espelho dicróico DM2, com isto se pôde controlar e reduzir em grande quantidade os picos de coincidências no mínimo. O interferômetro Sagnac é estável por construção, mas existem assimetrias entre os caminhos horário e anti-horário devido ao uso de duas cores. Para eliminar esta assimetria, colocamos uma outra placa de meia onda no outro braço do Sagnac. Este elemento ajudou a reduzir os picos de coincidências devido a que compensa a dispersão temporal dos fótons, isto é, compensa o atraso dos fótons ao passar pelo HWP-Dual da componente vertical do bombeio. A placa é ajustada de seu eixo rápido de tal forma que não afeta a polarização dos fótons. Se colocaram caixas pretas nas entradas dos acopladores em fibra para minimizar ao máximo o ruído externo.

## 4.2 Curvas de visibilidade

Como se mencionou na seção anterior, usamos as placas de quartos de onda QWP1, QWP2 e HWP3, para fixar a fase  $\phi$ , e ajustar a amplitude relativa  $\beta$  do estado criado. Com os valores dos parâmetros  $\beta = 1$  e  $\phi = \pi$ , criamos um estado de tipo singlete. Um estado deste tipo já foi estudado na seção 2.4.

No experimento, cada analisador de polarização é uma combinação de uma placa de meia onda e um PBS, que transmite, apenas, os fótons com polarização horizontal. Em nossa configuração com duas APD's, o único resultado interessante, dado um par de ângulos,  $(\theta_1, \theta_2)$ , das placas HWP1 e HWP2, são as detecções dos fótons com polarização horizontal. De acordo com a equação 2.13, da seção 2.4, a probabilidade de detetar estes fótons, isto é, a probabilidade de detecção de coincidências para um estado EPR de tipo singlete é:

$$P_{++}(\theta_1, \theta_2) = |\langle +, + | \psi_{EPR} \rangle|^2 = \frac{1}{2} \sin^2(\theta_1 - \theta_2) \quad (4.1)$$

Esta probabilidade de detecção, no experimento, pode ser identificada com a frequência relativa de detecção de pares. Um teste experimental típico da função senoidal é fixar um ângulo (por exemplo  $\theta_2$ ), enquanto fazemos uma varredura com o outro ângulo,  $\theta_1$ , medindo em cada configuração o número de pares de fótons detetados, isto é, medindo as coincidências. Em outras palavras, o emaranhamento em polarização pode manifestar-se como uma variação na taxa de coincidências em função do ângulo relativo entre os analisadores de polarização. A base de polarização é selecionada pelo ângulo fixo.

Na ausência de ruído, as correlações detetadas devem ser descritas por uma curva senoidal com um contraste perfeito. O efeito primário do ruído é provocar a detecção de pares de fótons onde não se deveria, reduzindo o contraste da curva. A qualidade do estado é determinado pela relação entre o número de pares detetados  $C_{max}$  (Contagens máxima de coincidências) e  $C_{min}$  (contagem mínima de coincidências), onde para  $C_{min} = 0$  os pares de fótons descrevem um estado de Bell puro. Esta relação é também conhecida como visibilidade  $V$ :

$$V = \frac{C_{max} - C_{min}}{C_{max} + C_{min}}. \quad (4.2)$$

Para um estado maximamente emaranhado, a visibilidade é unitária; este é o caso, ideal, quando todas as condições experimentais são perfeitas; assim, na prática, a visibilidade é sempre menor do que 100 %. Para ilustrar a questão do alinhamento do sistema e a

## 4.2 Curvas de visibilidade

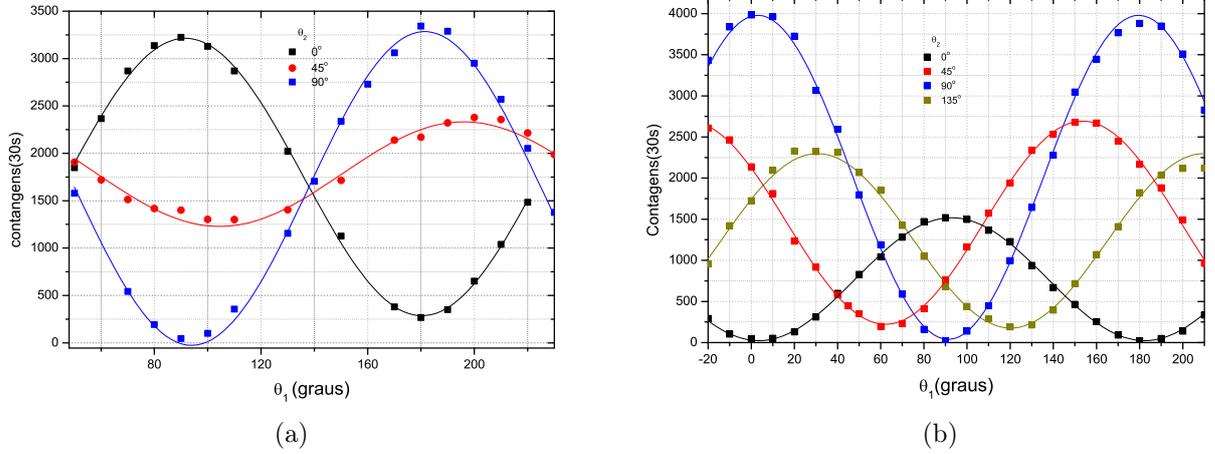


Figura 4.4: Curvas de visibilidade indicando: (a) falta de alinhamento fino do sistema com respeito à indistinguibilidade dos fótons para  $\theta_2 = 0^\circ, 45^\circ$  e  $90^\circ$  (b) falta de compensação das componentes de bombeio nas duas direções do Sagnac, além do controle do ruído para  $\theta_2 = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  e  $135^\circ$ . Medidas tomadas em 30 segundos e 32 mW de potencia.

importância das placas QWP1, QWP2 e HWP3, que usamos para fixar a fase  $\phi$  e a amplitude relativa  $\beta$  do estado bi-fóton gerado, mostramos, aqui, uma sequência de curvas que demonstram a evolução do trabalho realizado. A figura 4.4a, mostra as contagens de coincidências como função do ângulo  $\theta_1$ , do analisador de polarização(HWP1) dos fótons sinal, quando o ângulo do analisador de polarização(HWP2) dos fótons complementares,  $\theta_2$ , é fixado em três direções diferentes  $0^\circ, 45^\circ$  e  $90^\circ$ . As curvas, mostram uma simetria relativa entre as bases, horizontal e vertical, escolhidas com  $\theta_1 = 0^\circ$  e  $\theta_1 = 90^\circ$ , com visibilidades de  $80 \pm 4\%$  e  $97 \pm 4\%$ , respectivamente. Mas, como já se mencionou anteriormente, as curvas nestas bases não são apropriadas para saber se o alinhamento do sistema é fino com respeito à indistinguibilidade dos fótons, para isso, é necessário construir as curvas de visibilidade escolhendo a base diagonal do fóton complementar ( $\theta_1 = 45^\circ$ ). A visibilidade para esta configuração é  $29 \pm 3\%$ , o que indica que os fótons não estão sendo completamente indistinguíveis nesta base, isto é, o sistema não está alinhado corretamente. A figura 4.4b, indica um ótimo alinhamento, pois, a visibilidade para estes quatro grupos de medidas é:  $V_{0^\circ} = 94 \pm 6\%$ ,  $V_{45^\circ} = 86 \pm 4\%$ ,  $V_{90^\circ} = 99 \pm 3\%$  e  $V_{135^\circ} = 86 \pm 4\%$ . As baixas medidas de visibilidade na base diagonal, se deve a presença de ruído e outras imperfeições sistemáticas já discutidas, e a assimetria observada nas curvas corresponde à falta de compensação na geração de fótons por ambos os lados do cristal, isto é falta

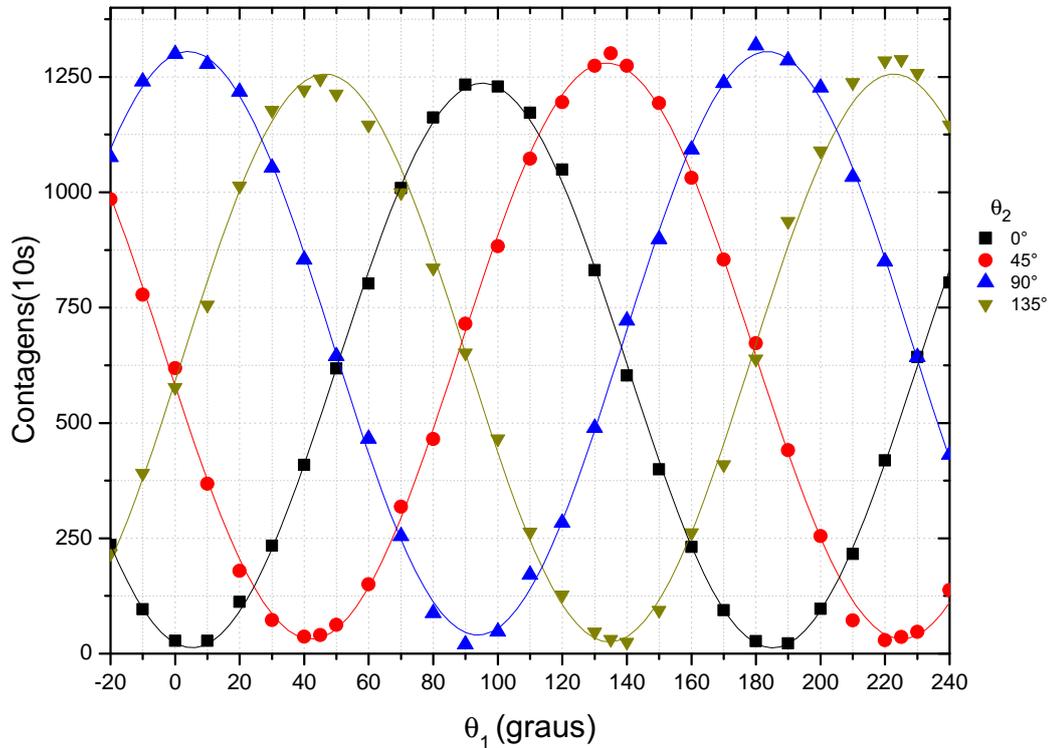


Figura 4.5: **Curvas de visibilidade:** Contagem de coincidências em função do ângulo  $\theta_1$  do analisador de polarização dos fótons sinal quando o ângulo do analisador de polarização dos fótons complementares,  $\theta_2$ , é fixado em 4 orientações diferentes:  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  e  $135^\circ$ . O estado criado na saída do interferômetro é um estado singleto. As curvas contínuas são os ajustes senoidais dos dados e representam a probabilidade de detecção de coincidências. Cada ponto foi encontrado num tempo de 10 segundos e com uma potência de bombeio de 32mW.

de compensação entre as componentes de bombeio nas duas direções do Sagnac. Este problema é resolvido com as placas HWP3, QWP1 e QWP2. As curvas 4.4a e 4.4b, foram tomadas com uma potência de bombeio (depois do atenuador) de 4 mW em um tempo de 30 segundos.

As Curvas finais da figura 4.5, mostram as contagens de coincidências como função do ângulo  $\theta_1$ , quando o ângulo  $\theta_2$  é fixado em 4 direções diferentes  $0^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$  e  $135^\circ$ , uma vez colocados os componentes de controle, indicados no parágrafo anterior. Também, se colocou um filtro interferométrico de 10 nm de largura de banda na entrada da Fibra F1, dos fótons complementar, que serve para eliminar a fluorescência e, em consequência, para aumentar as visibilidades. Se fez uma varredura do ângulo  $\theta_1$  desde  $-20^\circ$  até  $240^\circ$ , rotacionando o HWP1 com um passo de  $10^\circ$ . Calculamos as visibilidades para os 4 grupos

de medidas:  $V_{0^\circ} = 97 \pm 1\%$ ,  $V_{45^\circ} = 95 \pm 2\%$ ,  $V_{90^\circ} = 98 \pm 2\%$  e  $V_{135^\circ} = 96 \pm 3\%$ . Os valores altos das visibilidades implicam que, o estado mapeado está muito próximo do estado bi-fóton emaranhado em polarização de tipo singlete estudado na teoria, e que, a fonte é de alta qualidade. As visibilidades na base diagonal são mais baixas do que na base horizontal e vertical, isto é devido a limitações no alinhamento experimental e a outros erros de compensação. As linhas contínuas são os ajustes dos pontos experimentais. A curva de ajuste é a função  $y = A + B \text{sen}^2[C(x - x_c)]$ , e a relação dos parâmetros, desta função, com a visibilidade é:  $V = \frac{B}{B+2A}$ .

### 4.3 Medida do parâmetro de Bell, S

Os altos valores das visibilidades permite-nos encontrar violações das desigualdades de Bell. Em particular, de acordo com a desigualdade CHSH [5],  $-2 \leq S \leq 2$ , para qualquer teoria realista local, onde

$$S = E(\theta_1, \theta_2) - E(\theta'_1, \theta'_2) + E(\theta'_1, \theta_2) + E(\theta_1, \theta'_2). \quad (4.3)$$

Seguindo o mesmo método descrito nas referencias [11, 12], a função de correlação,  $E$ , para a configuração  $(\theta_1, \theta_2)$  pode ser calculada tirando a media do produto das duas medidas dos caminhos 1 e 2. Cada uma das duas medições resulta em um de dois possíveis resultados:  $+1$ , quando a medida da polarização ocorre no ângulo do analisador de polarização, e  $-1$ , quando a polarização é perpendicular ao dito ângulo. O produto dá  $+1$ , se as duas medidas de polarização correspondem a  $(\theta_1, \theta_2)$  ou  $(\theta_1 + 90^\circ, \theta_2 + 90^\circ)$ , e  $-1$ , se as medidas correspondem a  $(\theta_1 + 90^\circ, \theta_2)$  ou  $(\theta_1, \theta_2 + 90^\circ)$ . Idealmente, poderíamos usar quatro detetores de fótons únicos e simultaneamente contar as quatro coincidências para cada par gerado. No entanto, devido a limitações no nosso aparato, medimos só um tipo de coincidência por vez. Portanto, construímos  $E$  a partir de quatro medidas de coincidências,

$$E(\theta_1, \theta_2) = \frac{C_{++}(\theta_1, \theta_2) + C_{--}(\theta_1 + 90^\circ, \theta_2 + 90^\circ) - C_{+-}(\theta_1, \theta_2 + 90^\circ) - C_{-+}(\theta_1 + 90^\circ, \theta_2)}{C_{++}(\theta_1, \theta_2) + C_{--}(\theta_1 + 90^\circ, \theta_2 + 90^\circ) + C_{+-}(\theta_1, \theta_2 + 90^\circ) + C_{-+}(\theta_1 + 90^\circ, \theta_2)}. \quad (4.4)$$

### 4.3 Medida do parâmetro de Bell, $S$

---

Na seção 2.4 se demonstrou que o maior conflito entre as predições da mecânica quântica e as desigualdades CHSH, se dão no grupo de orientações  $(\theta_2 - \theta_1) = (\theta'_2 - \theta_1) = (\theta'_2 - \theta'_1) = 22.5^\circ$ ,  $(\theta_2 - \theta'_1) = 67.5^\circ$ . O parâmetro  $S$ , então, toma a forma:

$$S = E(22.5^\circ, 0^\circ) - E(67.5^\circ, 45^\circ) + E(67.5^\circ, 0^\circ) + E(22.5^\circ, 45^\circ) \quad (4.5)$$

Esta quantidade requer quatro medidas diferentes de  $E$ , totalizando um conjunto de 16 medidas de coincidências. Nas linhas seguintes, se deduz o valor de  $E(22.5^\circ, 0^\circ)$  a partir da equação 4.4:

$$E(22.5^\circ, 0^\circ) = \frac{C_{++}(22.5^\circ, 0^\circ) + C_{--}(112.5^\circ, 90^\circ) - C_{+-}(22.5^\circ, 90^\circ) - C_{-+}(112.5^\circ, 0^\circ)}{C_{++}(22.5^\circ, 0^\circ) + C_{--}(112.5^\circ, 90^\circ) + C_{+-}(22.5^\circ, 90^\circ) + C_{-+}(112.5^\circ, 0^\circ)} \quad (4.6)$$

Das curvas de visibilidade, figura 4.5, temos:

$$E(22.5^\circ, 0^\circ) = \frac{120 + 170 - 1177 - 1127}{120 + 170 + 1177 + 1127} = -0.77 \pm 0.06. \quad (4.7)$$

Da mesma forma calculamos as outras três correlações, os resultados são:  $E(67.5^\circ, 45^\circ) = 0.67 \pm 0.06$ ,  $E(67.5^\circ, 0^\circ) = -0.56 \pm 0.06$ ,  $E(22.5^\circ, 45^\circ) = -0.7 \pm 0.06$ . Substituindo estes resultados na equação 4.5, encontramos o valor do parâmetro  $S$ :

$$S = -2.7 \pm 0.2 \quad (4.8)$$

o qual corresponde a uma violação do limite clássico de 2, por mais de 3 desvios padrão.

# Capítulo 5

## Conclusões e perspectivas

Neste trabalho, se logrou testar experimentalmente os argumentos em favor de uma teoria realista de variáveis ocultas locais através da violação da desigualdade de Bell para estados de polarização, isto é, da desigualdade CHSH. Se geraram estados emaranhados em polarização de forma controlável e reprodutível, usando como fonte um cristal de PPKTP dentro de um interferômetro Sagnac. Esta fonte revelou muitas vantagens no seu uso: alta estabilidade, relativamente fácil alinhamento, etc. Se utilizou um laser de femtosegundos como fonte de bombeio. O sistema se configurou de tal forma que os estados criados foram do tipo singlete. Mapeamos os estados, conseguindo curvas de visibilidade altamente simétricas para cada varredura de um dos analisadores mantendo o outro fixo. Conseguimos visibilidades acima de 95%. Finalmente, o valor encontrado para o parâmetro de Bell,  $S$ , configurando o sistema nas orientações onde a desigualdade CHSH se viola maximamente foi de  $S = -2.7 \pm 0.2$ . Este resultado viola o limite clássico por mais de três desvios padrões. O valor teórico deste parâmetro predito pela mecânica quântica é  $-2.828\dots$  para um estado ideal.

Como perspectiva na continuidade da pesquisa, se quer entender o efeito do atraso entre as componentes horizontal e vertical do feixe de bombeio sobre a desigualdade de Bell. Também pretende-se implementar o esquema da referência [29] para testar um possível tempo de colapso da função de onda durante o processo de medida.

# Referências

- [1] A. Einstein, B. Podolsky e N. Rosen, “Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete?”, *Phys. Rev.*, 47:777, 1935.
- [2] N. Bohr, “Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?”, *Phys. Rev.*, 48:696, 1935.
- [3] D. Bohm e Y. Aharonov, “Discussion of experimental proof for the paradox of Einstein, Rosen and Podolsky”, *Phys. Rev.*, 108:1070, 1957.
- [4] J. Bell, “On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox”, *Physics*, 1:195-200, 1965.
- [5] J.F. Clauser, M.A. Horne, A. Shimony e R.A. Holt, “Proposed experiment to test local hidden-variable theories”, *Phys. Rev. Lett.*, 23:880, 1969.
- [6] S.J. Freedman e J.F. Clauser, “Experimental test of local hidden-variable theories”, *Phys. Rev. Lett.*, 28:938, 1972.
- [7] J.F. Clauser, “Experimental Investigation of a Polarization Correlation Anomaly”, *Phys. Rev. Lett.*, 36:1223, 1976.
- [8] R.A. Holt e F.M. Pipkin, Unpublished preprint, Harvard University. Holt, R.A. PhD thesis, Harvard University, 1973.
- [9] E.S. Fry e R.C. Thomson, “Experimental test of local hiddenvariable theories”, *Phys. Rev. Lett.*, 37:465–8, 1976.
- [10] A. Aspect, P. Grangier, and R. Roger, “Experimental tests of realistic local theories via Bell’s theorem”, *Phys. Rev. Lett.*, 47:460, 1981.
- [11] A. Aspect, P. Grangier e R. Roger, “Experimental test of Bell’s inequalities using time-varying analyzers”, *Phys. Rev. Lett.*, 49:1804, 1982.

## REFERÊNCIAS

---

- [12] A. Aspect, P. Grangier e G. Roger, “Experimental Realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: A New Violation of Bell’s Inequalities”, *Phys. Rev. Lett.* 49:2, 1982.
- [13] P. G. Kwiat, K. Mattle, H. eifurter e A. Zeilinger, “New High-Intensity Source of Polarization-Entangled Photon Pairs”, *Phys. Rev. Lett.*, 75:24, 1995.
- [14] D.C. Burnham e D.L. Weinberg, “Observation of Simultaneity in Parametric Production of Optical Photon Pairs”, *Phys. Rev. Lett.*, 25:84, 1970.
- [15] D., Bohm, “Quantum Theory”, Prentice Hall, New York, 1951.
- [16] D. Bohm e J. Bub, “A proposed solution of the measurement problem in quantum mechanics by hidden variable theory”, *Rev. Mod. Phys.*,38:453, 1966.
- [17] D. Bohm, “A suggested interpretation of the quantum theory in terms of “hidden” variables”, *Phys. Rev.*, 85:166-193, 1952.
- [18] C.A. Kocher e E.D. Commins, “Polarization correlation of photons emitted in atomic cascade”, *Phys. Rev. Lett.*, 18:575, 1967.
- [19] G. Grynberg, A. Aspect e C. Fabre, “Introduction to quantum optics”, Cambridge university press, 2010.
- [20] P. G. Kwiat, P. H. Eberhard, A. M. Steinberg e R. Y. Chiao, “Proposal for a loophole-free Bell inequality experiment”, *Phys. Rev. A*, 49:3209, 1994.
- [21] Y. H. Shih e A. V. Sergienko, “Observation of quantum beating in a simple beam-splitting experiment: Two-particle entanglement in spin and space-time”, *Phys. Rev. A*, 50:2564, 1994.
- [22] T. B. Pittman, Y. H. Shih, A. V. Sergienko e M. H. Rubin, “Optical imaging by means of two -photon quantum entanglement”, *Phys. Rev. A*, 51:3495, 1995.
- [23] P.J. Mosley, “Generation of Heralded Single Photons in Pure Quantum States”. Tese (Doutorado em física, University of Oxford, 2007.)
- [24] W. P. Grice e I. A. Walmsley, “Spectral information and distinguishability in type-II down-conversion with a broadband pump”, *Phys. Rev. A*, 56:2, 1997.
- [25] R. Loudon, “The Quantum Theory of Light”, Oxford University Press, 2000.

## REFERÊNCIAS

---

- [26] B. Shi e A. Tomita, “Generation of a pulsed polarization entangled photon pair using a Sagnac interferometer”, *Phys. Rev. A*, 69:013803, 2004.
- [27] T. Kim, M. Fiorentino, N.C. Wong, “Phase-stable source of polarization-entangled photons using a polarization Sagnac interferometer”, *Phys. Rev. A*, 73:012316, 2006.
- [28] R. Graham e H. Haken, “The quantum fluctuations of the optical parametric oscillator I”, *Phys.*, 210:276, 1968.
- [29] M.G.M. Moreno e Fernando Parisio, “Investigation of the collapse of quantum states using entangled photons”, *Phys. Rev. A.*, 88:012118, 2013.

# Apêndice A

## Desigualdade de Bell

As correlações entre as medidas de spin, do sistema descrito na seção 2.2, é dada pela equação 2.6, assim

$$E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}) = \int_{\Lambda} A(\hat{\mathbf{a}}; \lambda)B(\hat{\mathbf{b}}; \lambda)\rho(\lambda)d\lambda. \quad (\text{A.1})$$

Partindo da diferença de correlações  $E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}) - E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}')$ , usando as equações 2.4 e 2.7 se obtém:

$$\begin{aligned} E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}) - E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}') &= \int_{\Lambda} \left[ A(\hat{\mathbf{a}}; \lambda)B(\hat{\mathbf{b}}; \lambda) - A(\hat{\mathbf{a}}; \lambda)B(\hat{\mathbf{b}}'; \lambda) \right] \rho(\lambda)d\lambda \\ &= - \int_{\Lambda} \left[ A(\hat{\mathbf{a}}; \lambda)A(\hat{\mathbf{b}}; \lambda) - A(\hat{\mathbf{a}}; \lambda)A(\hat{\mathbf{b}}'; \lambda) \right] \rho(\lambda)d\lambda \\ &= - \int_{\Lambda} A(\hat{\mathbf{a}}; \lambda)A(\hat{\mathbf{b}}; \lambda) \left[ 1 - \frac{A(\hat{\mathbf{b}}'; \lambda)}{A(\hat{\mathbf{b}}; \lambda)} \right] \rho(\lambda)d\lambda \\ &= - \int_{\Lambda} \left[ A(\hat{\mathbf{a}}; \lambda)A(\hat{\mathbf{b}}; \lambda) - A(\hat{\mathbf{b}}; \lambda)A(\hat{\mathbf{b}}'; \lambda) \right] \rho(\lambda)d\lambda. \quad (\text{A.2}) \end{aligned}$$

Dado que os produtos da forma  $A(\hat{\mathbf{a}}; \lambda)B(\hat{\mathbf{b}}; \lambda)$  são  $\pm 1$ , usando a condição de normalização 2.3, temos:

$$\begin{aligned} |E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}) - E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}')| &\leq \int_{\Lambda} \left[ 1 - A(\hat{\mathbf{b}}; \lambda)A(\hat{\mathbf{b}}'; \lambda) \right] \rho(\lambda)d\lambda \quad (\text{A.3}) \\ &= 1 + E(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{b}}') \end{aligned}$$

$$|E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}) - E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}')| \leq 1 + E(\hat{\mathbf{b}}, \hat{\mathbf{b}}') \dots (\text{Desigualdade de Bell!}) \quad (\text{A.4})$$

# Apêndice B

## Desigualdade CHSH

Nesta desigualdade se mantém o esquema geral do desenvolvimento da desigualdade deduzida no apêndice A. Tendo em conta que o estado dos aparelhos de medida poderiam influenciar as correlações, o mesmo se inclui na descrição do sistema por variáveis ocultas. Isto implica, que o valor médio 2.6, tomado sobre os estados  $\lambda$  das partículas, se redefine em termos de  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  as observações promediadas nos graus de liberdade (ocultos) dos instrumentos. Estas variáveis já não são mais binárias, como na equação 2.4, senão tomam valores no intervalo:

$$-1 \leq \bar{A} \leq 1 \quad , \quad -1 \leq \bar{B} \leq 1 \quad (\text{B.1})$$

Assim, a correlação entre um par de medidas é agora,

$$E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}) = \int_{\Gamma} \bar{A}(\hat{\mathbf{a}}; \lambda) \bar{B}(\hat{\mathbf{b}}; \lambda) \rho(\lambda) d\lambda. \quad (\text{B.2})$$

Nesta expressão,  $\Gamma$  representa (como antes) o conjunto de estados  $\lambda$  associado às partículas. A hipótese de localidade está implícita em B.2, a qual é uma generalização da equação 2.6. A possibilidade de NO deteção de uma partícula fica automaticamente contemplada supondo que o resultado de uma medida de uma componente de spin pode ser 0 se por alguma razão não há deteção nos canais.

Consideremos dois conjuntos de orientações,  $(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}})$  e  $(\hat{\mathbf{a}}', \hat{\mathbf{b}}')$ , dos aparatos de medida como descrito na seção 2.2. Consideremos, também, a diferença de correlações

$$E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}) - E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}') = \int_{\Gamma} \left[ \bar{A}(\hat{\mathbf{a}}; \lambda) \bar{B}(\hat{\mathbf{b}}; \lambda) - \bar{A}(\hat{\mathbf{a}}; \lambda) \bar{B}(\hat{\mathbf{b}}'; \lambda) \right] \rho(\lambda) d\lambda \quad (\text{B.3})$$

---

Usando a notação compacta  $\bar{A}(\hat{\mathbf{a}}; \lambda) \rightarrow A_a$ , etc., escrevemos a identidade algebraica,

$$\begin{aligned} A_a B_b - A_a B_{b'} &= A_a B_b \pm A_a B_b A_{a'} B_{b'} - A_a B_{b'} \mp A_a B_b A_{a'} B_{b'} \\ &= A_a B_b [1 \pm A_{a'} B_{b'}] - A_a B_{b'} [1 \pm A_{a'} B_b]. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

A partir de B.1 temos:  $|\bar{A}\bar{B}| \leq 1$ , assim  $1 \pm \bar{A}\bar{B} \geq 0$  e, usando a identidade algebraica anterior, o valor absoluto da diferença B.3 satisfaz a desigualdade

$$\begin{aligned} |E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}})| &\leq \int_{\Gamma} |\bar{A}(\hat{\mathbf{a}}, \lambda) \bar{B}(\hat{\mathbf{b}}, \lambda)| \left[ 1 \pm \bar{A}(\hat{\mathbf{a}}', \lambda) \bar{B}(\hat{\mathbf{b}}', \lambda) \right] \rho(\lambda) d\lambda \\ &+ \int_{\Gamma} |\bar{A}(\hat{\mathbf{a}}, \lambda) \bar{B}(\hat{\mathbf{b}}', \lambda)| \left[ 1 \pm \bar{A}(\hat{\mathbf{a}}', \lambda) \bar{B}(\hat{\mathbf{b}}, \lambda) \right] \rho(\lambda) d\lambda \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{aligned} &= \int_{\Gamma} \left[ 1 \pm \bar{A}(\hat{\mathbf{a}}', \lambda) \bar{B}(\hat{\mathbf{b}}', \lambda) \right] \rho(\lambda) d\lambda \\ &+ \int_{\Gamma} \left[ 1 \pm \bar{A}(\hat{\mathbf{a}}', \lambda) \bar{B}(\hat{\mathbf{b}}, \lambda) \right] \rho(\lambda) d\lambda \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Tendo em conta a condição de normalização 2.3, temos

$$|E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}) - E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}')| + |E(\hat{\mathbf{a}}', \hat{\mathbf{b}}') + E(\hat{\mathbf{a}}', \hat{\mathbf{b}})| \leq 2 \quad (\text{B.7})$$

Em termos do parâmetro  $S$  fica

$$-2 \leq S \equiv E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}) - E(\hat{\mathbf{a}}, \hat{\mathbf{b}}') + E(\hat{\mathbf{a}}', \hat{\mathbf{b}}) + E(\hat{\mathbf{a}}', \hat{\mathbf{b}}') \leq 2. \quad (\text{B.8})$$

Então, a desigualdade CHSH fica demonstrada.