

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE ENERGIA NUCLEAR**

**COMISSÃO NACIONAL DE ENERGIA NUCLEAR
CENTRO REGIONAL DE CIÊNCIAS NUCLEARES DO NORDESTE**

Programa de Pós-Graduação em Tecnologias Energéticas e Nucleares

**RECONSTRUÇÃO TOMOGRÁFICA DINÂMICA
INDUSTRIAL**

ERIC FERREIRA DE OLIVEIRA

Orientador: Carlos Costa Dantas

Coorientadores: Silvio Barros Melo

Margarida Mizue Hamada

**Recife, PE
Fevereiro, 2016**

ERIC FERREIRA DE OLIVEIRA

RECONSTRUÇÃO TOMOGRÁFICA DINÂMICA INDUSTRIAL

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em
Tecnologias Energéticas e Nucleares para obtenção do
título de Doutor em Ciências, Área de Concentração:
**RADIAÇÕES NUCLEARES E SUAS
APLICAÇÕES.**

Orientador: Carlos Costa Dantas
Coorientadores: Silvio Barros Melo
Margarida Mizue Hamada

Recife, PE
Fevereiro, 2016

Catálogo na fonte
Bibliotecário Carlos Moura, CRB-4 / 1502

- O48r Oliveira, Eric Ferreira de.
Reconstrução tomográfica dinâmica industrial. / Eric Ferreira de Oliveira. - Recife: O Autor, 2016.
98 f. : il., tabs.
- Orientador: Carlos Costa Dantas.
Coorientador: Sílvio Barros Melo.
Coorientadora: Margarida Mizue Hamada.
- Tese (doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco.
CTG. Programa de Pós-Graduação em Tecnologias Energéticas e Nucleares, 2016.
Inclui referências bibliográficas e anexo.
1. Reconstrução tomográfica. 2. Reconstrução dinâmica.
3. Tomografia. 4. CFD. 5. MCNP. I. Dantas, Carlos Costa, orientador. II. Melo, Sílvio Barros, coorientador. III. Hamada, Margarida Mizue, coorientadora. IV. Título.

CDD 621.48 (21. ed.)

UFPE
BDEN/2016-18

Reconstrução Tomográfica Dinâmica Industrial

Eric Ferreira de Oliveira

Aprovada em 29.02.2016

Orientador: Prof. Dr. Carlos Costa Dantas

Co-orientador: Prof. Dr. Silvio de Barros Melo

COMISSÃO EXAMINADORA:

Dr. Carlos Costa Dantas – DEN-UFPE

Dr. Aluizio Fausto Ribeiro Araujo – CIN-UFPE

Dr. José Wilson Vieira – UPE

Dr. Emerson Alexandre de Oliveira Lima

Dr. Carlos Alberto Brayner de Oliveira Lira

Visto e permitida a impressão

Coordenador do PROTEN/DEN/UFPE

Aos meus pais
João Batista, Verônica Ferreira,
Juraci Oliveira, José Machado
e Isaias Oliveira (in memoriam)

Minha homenagem

Dedico.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos professores orientadores, Dr. Carlos Costa Dantas e Dr. Sílvio Barros Melo, que me orientam desde dos tempos de iniciação científica, contribuindo significativamente para minha formação.

A Dr^a. Margarida Hamada e o Dr. Carlos Mesquita pela orientação e ajuda no início deste trabalho.

A Comissão Nacional de Pesquisa Nuclear- CNEN pelo financiamento da pesquisa.

E a todos que de alguma forma contribuíram para realização deste trabalho.

RESUMO

O estado da arte dos métodos aplicados para processos industriais é atualmente baseado em princípios de reconstruções tomográficas clássicas desenvolvidos para padrões tomográficos de distribuições estáticas, ou seja, são limitados a processos de pouca variabilidade. Ruídos e artefatos de movimento são os principais problemas causados pela incompatibilidade nos dados gerada pelo movimento. Além disso, em processos tomográficos industriais é comum um número limitado de dados podendo produzir ruído, artefatos e não concordância com a distribuição em estudo. Um dos objetivos do presente trabalho é discutir as dificuldades que surgem da implementação de algoritmos de reconstrução em tomografia dinâmica que foram originalmente desenvolvidos para distribuições estáticas. Outro objetivo é propor soluções que visam reduzir a perda de informação temporal devido a utilização de técnicas estáticas em processos dinâmicos. No que diz respeito à reconstrução de imagem dinâmica foi realizada uma comparação entre diferentes métodos de reconstrução estáticos, como MART e FBP, quando usado para cenários dinâmicos. Esta comparação foi baseada em simulações por MCNPX, e também analiticamente, de um cilindro de alumínio que se move durante o processo de aquisição, e também com base em imagens de cortes transversais de técnicas de CFD. Outra contribuição foi aproveitar o canal triplo de cores necessário para exibir imagens coloridas na maioria dos monitores, de modo que, dimensionando adequadamente os valores adquiridos de cada vista no sistema linear de reconstrução, foi possível imprimir traços temporais na imagem tradicionalmente reconstruída. Finalmente, uma técnica de correção de movimento usado no campo da medicina foi proposto para aplicações industriais, considerando-se que a distribuição de densidade nestes cenários pode apresentar variações compatíveis com movimentos rígidos ou alterações na escala de certos objetos. A ideia é usar dados conhecidos a priori ou durante o processo, como vetor deslocamento, e então usar essas informações para melhorar a qualidade da reconstrução. Isto é feito através da manipulação adequada da matriz peso no método algébrico, isto é, ajustando-se os valores para refletir o movimento objeto do previsto ou deformação. Os resultados de todas essas técnicas aplicadas em vários experimentos e simulações são discutidos neste trabalho.

PALAVRAS-CHAVE: Reconstrução Tomográfica, Reconstrução Dinâmica, Tomografia, CFD, MCNP.

ABSTRACT

The state of the art methods applied to industrial processes is currently based on the principles of classical tomographic reconstructions developed for tomographic patterns of static distributions, or is limited to cases of low variability of the density distribution function of the tomographed object. Noise and motion artifacts are the main problems caused by a mismatch in the data from views acquired in different instants. All of these add to the known fact that using a limited amount of data can result in the presence of noise, artifacts and some inconsistencies with the distribution under study. One of the objectives of the present work is to discuss the difficulties that arise from implementing reconstruction algorithms in dynamic tomography that were originally developed for static distributions. Another objective is to propose solutions that aim at reducing a temporal type of information loss caused by employing regular acquisition systems to dynamic processes. With respect to dynamic image reconstruction it was conducted a comparison between different static reconstruction methods, like MART and FBP, when used for dynamic scenarios. This comparison was based on a MCNPx simulation as well as an analytical setup of an aluminum cylinder that moves along the section of a riser during the process of acquisition, and also based on cross section images from CFD techniques. As for the adaptation of current tomographic acquisition systems for dynamic processes, this work established a sequence of tomographic views in a just-in-time fashion for visualization purposes, a form of visually disposing density information as soon as it becomes amenable to image reconstruction. A third contribution was to take advantage of the triple color channel necessary to display colored images in most displays, so that, by appropriately scaling the acquired values of each view in the linear system of the reconstruction, it was possible to imprint a temporal trace into the regularly reconstructed image, where the temporal trace utilizes a channel and the regular reconstruction utilizes a different one. Finally, a motion correction technique used in the medical field was proposed for industrial applications, considering that the density distribution in these scenarios may present variations compatible with rigid motions or changes in scale of certain objects. The idea is to identify in some configurations of the temporarily distributed data clues of the type of motion or deformation suffered by the object during the data acquisition, and then use this information to improve the quality of the reconstruction. This is done by appropriately manipulating the weight matrix in the algebraic method, i.e., by adjusting the values to reflect the predicted object motion or deformation. The results of all these techniques applied in several experiments and simulations are discussed in this work.

Keywords: Industrial Dynamic Tomography, Flow Dynamics, Dynamic Process Simulation, Dynamic Tomographic Reconstruction.

Lista de Figuras

Figura 1: Atenuação da Radiação pela matéria.....	16
Figura 2: Discretização de I	18
Figura 3: Sinograma constituído de 180 vistas (construído com a função radon do matlab).....	19
Figura 4: Discretização da secção irradiada.....	22
Figura 5: Gerações Tomográficas.....	27
Figura 6: Gerações Tomográficas.....	28
Figura 7: Phantom de Sheep-Logan.....	29
Figura 8: Discretização da secção irradiada.....	30
Figura 9: Distribuição de velocidades e de fração de sólido para diferentes alturas.....	32
Figura 10: Secção com distribuição de sólido que será utilizada como Phantom Matemático.....	33
Figura 11: Visão 3D de uma distribuição de fração de sólido feito por CFD.....	33
Figura 12: Sistema RGB.....	35
Figura 13: Sistema de Coordenadas.....	39
Figura 14: reta r sendo mapeada por.....	39
Figura 15: Projeções 1D sem mudança de frame.....	43
Figura 16: Projeções 1D com mudança de frame.....	44
Figura 17: Mais de uma vista por frame.....	45
Figura 18: Mais de um frame por vista.....	46
Figura 19: Mais de um frame durante a aquisição.....	46
Figura 20: Software Desenvolvido.....	50
Figura 21: 8 frames - círculo transladando - 1 vista por frame.....	52
Figura 22: Média Aritmética dos 8 frames.....	52
Figura 23: Tomograma e sinograma – círculo transladando – 1 vista por frame.....	53
Figura 24: Sinogramas: círculo transladando – 1 vista por frame.....	54
Figura 25: Reconstruções: círculo transladando – 1 vista por frame.....	54
Figura 26: Tomograma e Sinograma - disco transladando - 8 vistas por frame.....	55
Figura 27: Sinogramas: Círculo Transladando -Oito vistas por frame.....	56
Figura 28: Reconstruções: Círculo Transladando -Oito vistas por frame.....	56
Figura 29: 8 frames - círculo crescente - 1 vista por frame.....	57
Figura 30: Média Aritmética dos 8 frames.....	57
Figura 31: Tomograma e sinograma - círculo crescente - 1 vista por frame.....	58
Figura 32: Imagem do sinograma - círculo crescente - 1 vista por frame.....	59
Figura 33: Reconstruções círculo crescente – 1 vista por frame.....	59
Figura 34: Tomograma e sinograma - círculo crescente - 8 vista por frame.....	60
Figura 35: Sinogramas círculo crescente – 8 vistas por frame.....	61
Figura 36: Reconstruções círculo crescente – 8 vistas por frame.....	61
Figura 37: Reconstruções disco transladando - 1 Vista por frame - Vistas sucessivas e alternadas..	62
Figura 38: Reconstruções disco transladando - 2 Vistas por frame - Vistas sucessivas e alternadas.	63
Figura 39: Reconstruções disco transladando - 4 Vistas por frame - Vistas sucessivas e alternadas.	64
Figura 40: Reconstruções disco crescente - 1 Vista por frame - Vistas sucessivas e alternadas.....	64
Figura 41: Reconstruções disco crescente - 2 Vistas por frame - Vistas sucessivas e alternadas.....	65
Figura 42: Reconstrução RGB - Círculo transladando - 1 vista por frame.....	66
Figura 43: Reconstrução RGB - Círculo transladando - 2 vistas por frame.....	67
Figura 44: Reconstrução RGB - Círculo transladando - 4 vistas por frame.....	68
Figura 45: Reconstrução RGB - Círculo transladando - 4 vistas por frame.....	68
Figura 46: Reconstrução RGB - Círculo transladando - 2 vistas por frame.....	69
Figura 47: Reconstrução RGB - Círculo crescente - 2 vistas por frame.....	69
Figura 48: Geometria Círculo Transladando - 1 vista por frame.....	71

Figura 49: Tomograma via MCNPX - 1 Vista por frame.....	71
Figura 50: Sinograma MCNPX - 1 vista por frame.....	72
Figura 51: Imagem de sinograma MCNPX - 1 vista por frame.....	72
Figura 52: Reconstruções MART e FBP – MCNPX – 1 vista por frame.....	73
Figura 53: Geometria circulo transladando - 2 vistas por frame.....	73
Figura 54: Tomograma MCNPX - 2 vistas por frame.....	74
Figura 55: Sinograma MCNPX - 2 vistas por frame.....	74
Figura 56: Imagem de sinograma MCNPX – 2 vistas por frame.....	75
Figura 57: Reconstrução MART - MCNPX - 2 vistas por frame.....	75
Figura 58: Redução na resolução: 899x999 para 64x64.....	76
Figura 59: CFD - Frames 1 ao 8.....	77
Figura 60: Média Aritmética dos 8 frames.....	77
Figura 61: Sinogramas: CFD – 1 vista por frame.....	78
Figura 62: Reconstruções: CFD – 1 vista por frame.....	78
Figura 63: Frames 1 ao 8: CFD – 8 vistas por frame.....	79
Figura 64: Média Aritmética dos 8 frames.....	79
Figura 65: Sinogramas: CFD - 8 vistas por frame.....	80
Figura 66: Reconstruções: CFD - 8 vistas por frame.....	80
Figura 67: Correção de movimento - Reconstrução para o primeiro instante de tempo.....	81
Figura 68: Correção de movimento - Reconstrução para o segundo instante de tempo.....	81
Figura 69: Correção de movimento - Reconstrução para o primeiro instante de tempo.....	82
Figura 70: Correção de movimento - Reconstrução para o segundo instante de tempo.....	82
Figura 71: Correção de movimento - Reconstrução para o primeiro instante de tempo.....	83
Figura 72: Correção de movimento - Reconstrução para o primeiro instante de tempo.....	83
Figura 73: Correção de movimento - Reconstrução para o primeiro instante de tempo.....	84

LISTA DE TABELAS

Tabela 1:

Associação de vistas e quadros para disco transladando com 1 vista por frame.....62

Tabela 2:

Associação de vistas e quadros para disco transladando com 2 vistas por frame.....63

Tabela 3:

Associação de vistas e quadros para disco transladando com 4 vistas por frame.....63

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DEN – Departamento de Energia Nuclear.

UFPE – Universidade Federal de Pernambuco.

TC – Tomografia Computadorizada.

ART – Algebraic Reconstruction Technique.

MART – Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique.

SIRT – Simultaneous Iterative Reconstruction Technique.

FBP – Filtered Back Projection.

AM – Alternating Minimization.

CFD – Computer Fluid Dynamics.

MCNP - Monte Carlo N-Particle.

PET - Positron Emission Tomography.

SPECT - Single Photon Emission Tomography.

CST – Central Slice Theorem.

Sumário

1. INTRODUÇÃO.....	13
2. TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA.....	16
2.1 A Lei de Beer-Lambert.....	16
2.2 Algoritmos de Reconstrução.....	20
2.2.1 Filtered Back Projection (FBP).....	20
2.2.2 ART (Técnica de Reconstrução Algébrica).....	21
2.2.3 MART (Técnica de Reconstrução Algébrica com Correção Multiplicativa).....	23
2.3 O Caso Dinâmico.....	24
2.4 Reconstrução com Correção de Movimento.....	25
2.5 Gerações de Tomógrafos.....	26
2.6 Simulação de Sinogramas.....	28
2.7 Fluidodinâmica Computacional - CFD.....	31
2.8 Tempo de Aquisição ou Integração.....	33
2.9 Sistema de cores RGB.....	33
2.1 0MCNP.....	35
3. METODOLOGIA.....	37
3.1 A Transformada de Radon Temporal.....	38
3.2 Lei de Beer-Lambert temporal.....	41
3.3 Simulação de aquisições Tomográficas.....	42
3.3.1 Aquisição por Tomografia de 1ª Geração.....	42
3.3.2 Aquisição por tomografia de 3ª geração.....	45
3.3.3 Aquisição por tomografia de 5ª geração.....	46
3.4 Posicionamento angular.....	47
3.5 Utilização de um canal de cores para visualizar a dinâmica do processo: Reconstrução RGB47	
3.6 Reconstrução utilizando dados do CFD.....	48
3.7 Avaliação dos algoritmos de reconstrução com RMSE.....	49
3.8 Algoritmos e Software Desenvolvidos.....	50
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	51
4.1 Resultados das Reconstruções MART e FBP.....	51
4.1.1 Primitiva Círculo Transladando: 1 vista por <i>frame</i>	51
4.1.2 Primitiva Círculo Transladando: Oito vistas por <i>frame</i>	55
4.1.3 Primitiva Círculo Crescente: Uma vista por <i>frame</i>	57
4.1.4 Primitiva Círculo Crescente: Oito vistas por <i>frame</i>	60
4.2 Vistas Alternadas.....	62
4.3 Resultados com RGB.....	65
4.4 Simulações com MCNPX.....	70
4.4.1 Círculo Transladando – 1 vista por <i>frame</i>	70

4.4.2 Circulo Transladando – 2 vistas por <i>frame</i>	73
4.5 Resultados com CFD.....	76
4.5.1 CFD-1 vista por <i>frame</i>	76
4.5.2 CFD-8 vistas por <i>frame</i>	79
4.6 Reconstruções com correção de movimento.....	81
5. CONCLUSÕES.....	85
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	88
ANEXO – I.....	92

1. INTRODUÇÃO

A Tomografia Computadorizada (TC) consiste em duas etapas:

- a) O objeto é verificado (escaneado) com relação a alguma propriedade como densidade, capacitância, resistividade elétrica, ressonância magnética, etc;
- b) A propriedade é então reconstruída por meio de uma técnica de reconstrução adequada.

Dessa forma, a tomografia tem como objetivo reconstruir os detalhes geométricos do objeto subjacente e também obter os valores da propriedade escolhida. Normalmente, é classificada como uma técnica de ensaios não destrutivos (END) e, portanto, é de uso imenso em colunas/reatores industriais para detectar a distribuição de fases ou qualquer tipo de não uniformidade no interior do objeto.

Para o registro de qualquer mudança no objeto, otimiza-se o sistema em alta resolução temporal (baixo tempo de aquisição), ou seja, permitir várias imagens, resultando em centenas de quadros por segundo. A tomografia que concretiza essa configuração de aquisição é chamada de instantânea ou de 5ª geração onde várias fontes são arranjadas diametralmente opostas a um leque de detetores de radiação e, conseqüentemente, a colimação de uma fonte é limitada por outra, reduzindo a resolução espacial do sistema.

Quando a distribuição tem baixa variabilidade ao longo do tempo, ou quando limitações técnicas impedem o uso da tomografia instantânea, propõe-se a tomografia com baixa resolução temporal com tomógrafos de 1ª e 3ª gerações. O alto tempo de aquisição destes tomógrafos prejudica a reconstrução quando o objeto em estudo muda suas propriedades no decorrer do tempo. Esta foi classificada por vários autores como reconstrução dinâmica (ARTEMIEV, V. M.; NAUMOV, A. O., 2006), (BUTALA, 2009), (DESBAT, L. et al, 2006). Já é uma área muito ativa em medicina nuclear onde movimentos do paciente devem ser tomados em consideração. Tais como em SPECT ou PET, mas também em tomografia computadorizada (TC de transmissão) para órgãos de movimento rápido, como o coração (GRAMMEL, B.M. et al, 2012).

De um modo geral, o imageamento dinâmico TC tem como objetivo reconstruir sequências de imagens em que a natureza dinâmica do objeto tomografado é de interesse primário, permitindo o registro de mudanças temporais na distribuição do coeficiente de atenuação linear $\mu(x, y, t)$ podendo identificar o estado inicial e o final do processo.

O estado da arte dos métodos aplicados para processos industriais é atualmente baseado em princípios de reconstruções tomográficas clássicas desenvolvidos para padrões TC de distribuições estáticas, como pode ser visto em diversos artigos da área de tomografia industrial

(DAHAN, A. et al, 2007; DUDUKOVIC, 2007; HALE et al, 2007; JOHANSEN et al, 2005; KUMAR et al, 1997; DANTAS, C.C. et al, 2007; SALVADOR, P. A. V., 2010; MESQUITA, C. et al 2011). Essas abordagens assumem que as propriedades da imagem são constantes durante o processo de aquisição. Os algoritmos de reconstrução mais comuns ao contexto são os iterativos, onde se destacam: técnicas de reconstrução algébrica (ART, SIRT, MART, SMART) e técnicas de reconstrução estatísticas como o de Minimização Alternante (AM) e o Esperança - Maximização (EM). A imagem reconstruída passa a ser uma aproximação das propriedades ao longo do tempo. A aproximação é devida a projeções não compatíveis no sinograma (BONNET, S., 2003). As projeções tornam-se incompatíveis devido as diferentes distribuições que ocorreram durante o intervalo de tempo utilizado para coleta de dados. Ruídos e artefatos de movimento são os principais problemas causados pela incompatibilidade.

Além disso, em processos tomográficos industriais é comum um número limitado de dados devido a inviabilidades técnicas como arranjar todo um aparato de fontes e detetores ao redor de uma coluna industrial. Um baixo número de dados pode produzir ruído, artefatos e não concordância com a distribuição em estudo.

Por estes motivos, é necessário um estudo dos melhores métodos de reconstrução e também o desenvolvimento de novas táticas, ou a utilização de métodos já consagrados em outros contextos como a área médica.

Este trabalho inova quando discute um tema já comum à área médica em um contexto tomográfico industrial.

O método proposto consiste em descobrir inicialmente as limitações oriundas da aplicação de algoritmos de reconstrução que foram desenvolvidos para distribuições estáticas e são utilizados em tomografia dinâmica. Estas podem aparecer em forma de ruído, artefatos estrela e/ou de movimento. Para alcançar tais propósitos foram utilizados dados simulados analiticamente e por MCNPX de um cilindro de alumínio transladando durante o processo aquisição e imagens da secção transversal de um rise piloto por meio da técnica CFD (*Computational Fluid Dynamics*). O cilindro, ou círculo para uma secção, é uma escolha pautada na literatura industrial pois simula bolhas em reatores e também distribuições agrupadas em forma de núcleo por exemplo (DUDUKOVIC, M. et al, 1997), (AZZI, M., 1991). Com os dados simulados foram realizadas e comparadas as reconstruções pelos métodos FBP (*Filtered Back Projection*) e MART (*Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique*).

Descobertas as limitações, novas estratégias são apresentadas como: a escolha da ordem do posicionamento angular (vistas alternadas ou sucessivas), o desenvolvimento de um

método para a visualização temporal do processo (Reconstrução RGB) e a correção de movimento.

A reconstrução RGB foi desenvolvida com o propósito de visualizar a evolução temporal do processo. Consiste em uma inovação na visualização de imagens tomográficas de processos dinâmicos pois utiliza o canal *red* do sistema de cores RGB para visualizar a evolução do movimento. Uma nova reconstrução é realizada utilizando dados penalizados com o tempo e associada ao canal R. Aos outros canais é associada a reconstrução tradicional para posterior visualização do conjunto.

Também é proposta uma técnica de correção de movimento utilizada na área médica que manipula a matriz de pesos do método algébrico deslocando seus elementos com a mesma quantidade de movimento identificada. Neste trabalho é definido o vetor deslocamento a priori.

O Capítulo dois trata da revisão bibliográfica da tese. Contém a lei de Beer-Lambert, a formação de dados tomográficos para posterior reconstrução. Explica os algoritmos algébricos, a visualização RGB, dados do CFD e gerações tomográficas. No Capítulo três são expostos os métodos desenvolvidos como: aquisições simuladas analiticamente de 1^a e 5^a gerações tomográficas, simulações tomográficas por MCNPX, reconstrução RGB, correção de movimento, algoritmos implementados e desenvolvidos. No capítulo quatro são mostrados os resultados de todos os métodos propostos.

Espera-se que esse trabalho contribua para uma análise mais efetiva de tomografias dinâmicas industriais, bem como o diagnóstico de problemas de otimização de operação de tomógrafos e obtenção de dados para novos projetos bem como contribuir com novos algoritmos de reconstrução específicos para esta aplicação.

2. TOMOGRAFIA COMPUTADORIZADA

2.1 A Lei de Beer-Lambert

A medida da probabilidade por unidade de percurso do feixe de radiação interagir com a matéria (efeito fotoelétrico, efeito Compton e produção de pares) é denominado coeficiente de atenuação total ou linear do material (μ). Encontrar a função que represente a distribuição das atenuações dentro de uma região de interesse é o objetivo da tomografia. Ao atravessar um material, a intensidade da radiação sofre uma queda exponencial descrita pela relação de Beer-Lambert. Entende-se como intensidade de radiação neste caso, como o número de contagens registrado pelo detector em uma faixa de energia de interesse para um certo intervalo de tempo.

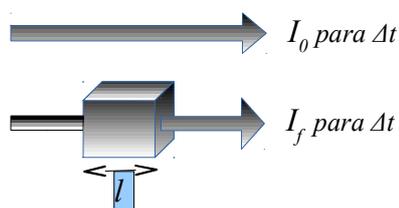
Entende-se como caso estático a situação em que o objeto tem distribuição de atenuações fixa na região de estudo ao longo do tempo, ou seja:

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

O processo unidimensional para determinação da atenuação linear pode ser resumido em um detector de radiação diametralmente oposto a uma fonte de radiação, onde:

- Estabelece-se um tempo Δt para o intervalo de contagens, Figura 2.1;
- Um número de contagens inicial (I_0) do *background* é obtido no intervalo de tempo Δt sem objeto algum entre fonte e detector;
- Coloca-se um objeto de comprimento fixo l com distribuição de atenuações desconhecida mas com valores fixos ao longo de l ;
- Afere-se o número de contagens (I_f) para Δt com o objeto presente.

Figura 1: Atenuação da Radiação pela matéria



A lei de Beer-Lambert mostra que: a absorção, mais precisamente a atenuação da radiação mede a queda da intensidade quando a radiação passa pela matéria. A transmissão T ,

$$T = \frac{I_f}{I_0} \quad (2)$$

I_0 : Taxa de contagem inicial, I_f : Taxa de contagem após o absorvedor

caracteriza a permeabilidade do material absorvente para a radiação. Quanto maior for a transmissão, menor é o efeito atenuante. A transmissão depende da espessura l do absorvedor. Se a espessura l é reforçada pela pequena quantidade dl , o T de transmissão é diminuída pela pequena quantidade dT . A diminuição relativa da transmissão é proporcional ao aumento absoluto da espessura:

$$-\frac{dT}{T} = \mu \cdot dl \quad (3)$$

O fator de proporcionalidade é chamado o coeficiente de atenuação linear μ . A integração da equação 2.4 conduz à lei de Beer-Lambert.

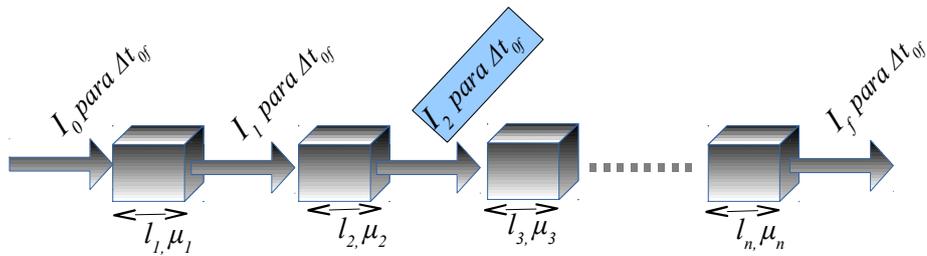
$$\begin{aligned} \int_{I_0}^{I_f} \frac{1}{T} dT &= - \int_{l_0}^{l_f} \mu dl \\ \ln(I_f) - \ln(I_0) &= -\mu(l_f - l_0) \\ I_f &= I_0 e^{-\mu \cdot l} \end{aligned} \quad (4)$$

Para facilitar a notação em desenvolvimentos adiante, chamamos μ de $\bar{\mu}$ que é o coeficiente de atenuação linear médio e l a distância percorrida pelo raio no absorvedor. Então $\bar{\mu}$ é determinado por:

$$\bar{\mu} = \frac{1}{l} \ln\left(\frac{I_0}{I_f}\right) \quad (5)$$

Para o caso de um objeto homogêneo tem-se $\bar{\mu} = \mu$ independente de l . E para um detalhamento maior das atenuações ao longo do feixe discretiza-se l . O somatório dos produtos das atenuações com as distâncias surge da discretização de l assumindo que todas as partições atenuam o feixe **no mesmo intervalo de tempo** Δt_{0f} . Esta condição implica também no particionamento de I_f no mesmo intervalo Δt_{0f} . Fazendo com que a intensidade final de uma partição i seja a inicial da subsequente $i+1$. Ou seja, não é estabelecida uma discretização do tempo.

Figura 2: Discretização de l



$$I_f = I_0 e^{-(\mu_1 l_1 + \mu_2 l_2 + \mu_3 l_3 + \dots + \mu_n l_n)} \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n \mu_n \cdot l_n = \ln \frac{I_0}{I_f} \quad (6)$$

De maneira geral, a soma na Equação 6 torna-se uma integral e, definindo o eixo x ao longo da trajetória do feixe, l torna-se o elemento de linha dx , onde o coeficiente de atenuação é função da trajetória da linha.

$$\int_{linha} \mu(x) \cdot dx = \ln \frac{I_0}{I_f} \quad (7)$$

A integral ao longo da linha é conhecida como projeção unidimensional $P(x)$ da distribuição de densidades $\mu(x)$, definida matematicamente por Johann Radon em 1917 e

conhecida como a transformada de Radon $\mathfrak{R}(\mu(x))$ da função.

Como as projeções são o resultado das transformadas de Radon ao longo dos caminhos dos feixes, pode-se dizer que o objetivo da tomografia é obter a sua inversa, ou seja, a imagem reconstruída ou, como no caso unidimensional, a curva $\mu(x)$.

$$\mu(x) = \mathfrak{R}^{-1}P(x) \quad (8)$$

Os diversos modelos utilizados para encontrar a inversa são chamados de algoritmos de reconstrução e como todos operam com as projeções como entrada de dados, um estudo mais detalhado da transformada de Radon temporal e como essas projeções variam deve ser realizado para os casos em que a distribuição de coeficientes de atenuação varia também com o tempo (caso dinâmico seção).

O conjunto de todas as projeções para um dado ângulo θ é a projeção bidimensional $P_{\theta}(s)$, geralmente chamada de perfil, ou vista do corte. O processo de aquisição dos perfis é chamado de escaneamento ou varredura e o conjunto de projeções adquiridas é denominado sinograma, a Erro: Origem da referência não encontrada representa o sinograma de uma imagem de teste com um disco central.

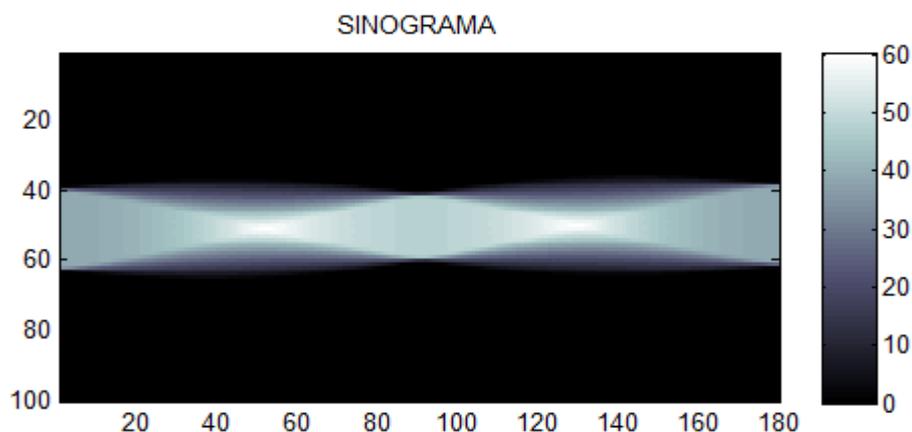


Figura 3: Sinograma constituído de 180 vistas (construído com a função `radon` do `matlab`)

O escaneamento pode ser feito através de aquisições paralelas de um único feixe

(*Parallel Beam*) ou com as trajetórias em forma de leque (*Fan Beam*). Como o sinograma é resultado das transformadas de Radon ao longo dos raios, pode-se dizer que o objetivo da tomografia é obter a sua inversa, ou seja, a imagem reconstruída.

$$\bar{\mu}(x,y) = \mathfrak{R}^{-1} \mathbf{P}(\mathbf{s}, \theta) \text{ onde } \mathbf{P}(\mathbf{s}, \theta) \text{ representa todas as projeções} \quad (9)$$

$$\bar{\mu}(x,y) = \text{Imagem Reconstruída} \approx \text{Imagem Original}$$

2.2 Algoritmos de Reconstrução

2.2.1 Filtered Back Projection (FBP)

Bracewell e Riddle, em 1967, introduziram o método chamado retroprojeção filtrada (FBP), método baseado na transformada de Fourier. O FBP é muito utilizado devido ao baixo tempo de processamento. O teorema das projeções, também chamado de teorema do corte central (*Central Slice Theorem* - CST) facilita o processo. Esse diz que uma transformada 1D de Fourier da transformada de Radon da função corresponde à transformada 2D de Fourier da função. Ou seja, realizando a transformada de Fourier das projeções, chega-se ao espaço de frequências da distribuição de densidades que se desejam descobrir. No espaço de frequências são realizadas as operações de filtragem e a transformada 2D inversa retorna a imagem reconstruída. O FBP é resumido nos seguintes passos:

1. Calcular a transformada de Fourier unidimensional das projeções chegando ao domínio de frequências;
2. Filtrar as projeções transformadas com um filtro passa baixa (Shepp-Logan, Hann, Hamming, etc.);
3. Colocar as projeções filtradas em um grid polar. Cada projeção em seu ângulo correspondente;
4. Reamostrar estas em um grid cartesiano com interpolação (linear, nearest, Splines, etc.);
5. Calcular a transformada 2D de Fourier inversa, chegando-se à imagem reconstruída.

2.2.2 ART (Técnica de Reconstrução Algébrica)

Os primeiros estudos sobre técnicas algébricas em TC foram feitos por Gordon e Herman (HERMAN G. T.; GORDON R., 1971). Apesar de ser mais intuitiva e simples que os métodos de transformada, essa técnica deixa a desejar no que se refere a precisão e tempo de processamento. Fazendo com que os métodos de transformada fossem inicialmente mais utilizados, principalmente na área médica, onde um grande número de dados é processado. No entanto, para experimentos em que o número de projeções é limitado ou tenha uma distribuição não uniforme, o método de transformada torna-se inviável.

Métodos algébricos, ou de expansão de séries, discretizam a secção irradiada em uma matriz de incógnitas (pixels) que representam a função de distribuição de densidades $\mu(x, y)$, como ilustra a Figura 4. Após as varreduras, um sistema de equações resultantes da relação de Beer-Lambert é criado e sua resolução corresponde à inversa de Radon. Devido às características desse sistema, métodos indiretos são aconselhados, e dentre os indiretos, o método das projeções de Kaczmarz tem convergência garantida (KACZMARZ, 1937). As técnicas iterativas são resumidas basicamente em quatro passos: criação da imagem inicial, cálculo das correções, aplicação das correções e o teste de convergência. Estes algoritmos diferem na maneira como as correções são calculadas e aplicadas (SUBBARAO, 1997). Neste trabalho, é utilizada a técnica algébrica ART. Nessa representação, um raio corresponde a uma faixa com largura que na maioria das vezes coincide com a largura de um pixel.

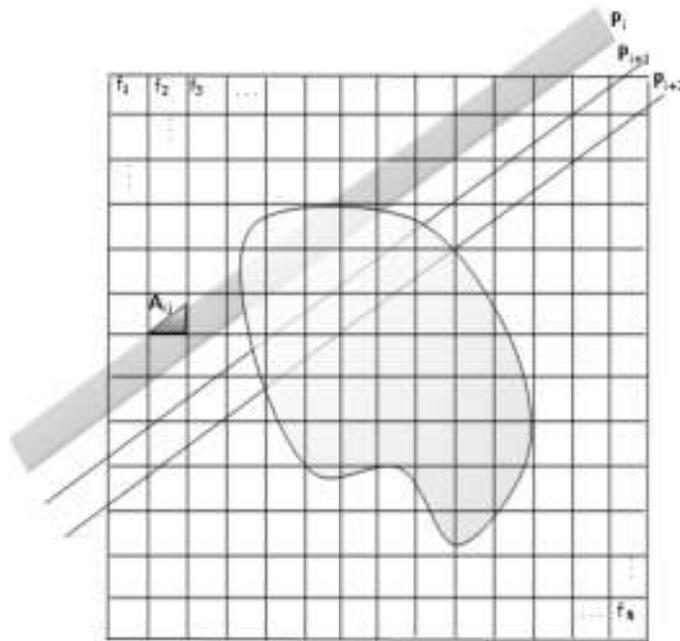


Figura 4: Discretização da seção irradiada

O processo pode ser resumido em:

- 1) Criar uma matriz imagem inicial com N elementos parametrizados em j , geralmente aleatórios ou nulos. Esse é o início da 1ª iteração ($k=1$).
- 2) Calcular as projeções $P'(i)$ para todos os raios através da fórmula:

$$\sum_{j=1}^N f'(j) \cdot w_{ij} = P'_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, M \quad (10)$$

- 3) Para cada raio i calcular a diferença entre a projeção original $P(i)$ e a reconstruída $P'(i)$.
- 4) Calcular o somatório de todos pesos ao longo de cada raio.

$$W_i = \sum_{j=1}^N w_{ij}^2 \quad (11)$$

- 5) Obter a correção para cada raio i .

$$\alpha_i = \frac{\Delta P_i}{W_i} \quad (12)$$

6) Aplicar a correção a cada célula j ao longo do raio i .

$$f'_k(j) = f'_{k-1}(j) + \lambda \cdot w_{ij} \cdot \alpha_i \quad (13)$$

onde λ é um parâmetro de relaxação entre 0 e 2.

7) Repetir os passos 2 ao 6 para todos os raios.

8) Achar a soma da convergência de todos os pixels da imagem.

$$\Delta f = \sum_{j=1}^N \frac{f_j^k - f_j^{k-1}}{f_j^k} \quad (14)$$

9) Finalizar a iteração k .

As iterações são finalizadas quando Δf chegar a um valor pré - estabelecido. Muitos autores estabelecem um critério de $\Delta f \leq 0,01\%$. Caso o critério não tenha sido cumprido, uma nova iteração é iniciada no passo 2.

O ART frequentemente sofre de ruídos tipo *sal e pimenta* (salt and pepper noise), causados pelas inconsistências introduzidas no conjunto de equações por aproximações nos w_{ij} . O efeito é exacerbado porque cada pixel ao longo de um raio é alterado assim que a projeção é calculada, mudando seus valores antes que outro raio o faça. Tanto o ruído, quando a taxa de convergência do método, dependem do parâmetro de relaxação utilizado, escolhido empiricamente (geralmente entre 0 e 2) (KAK, 1989).

2.2.3 MART (Técnica de Reconstrução Algébrica com Correção Multiplicativa)

Vários estudos apontam o método como rápido, mais flexível e de melhor acurácia que o ART. Sendo indicado principalmente para casos de um número limitado de dados (VERHOEVEN, 1993). A técnica é semelhante ao ART, com mudança apenas no fator de correção

expresso pela equação 15, relativo ao raio i .

$$\alpha_i = \frac{\Delta P_i}{P_i \cdot W_i} \quad (15)$$

2.3 O Caso Dinâmico

De um modo geral, imagiologia dinâmica CT tem como objetivo reconstruir sequências de imagens em que a natureza dinâmica do objeto tomografado é de interesse primário, permitindo o registro de mudanças temporais na distribuição do coeficiente de atenuação linear. Entende-se como caso estático a situação em que o objeto tem distribuição de atenuações $\mu(x, y)$ fixa na região de estudo ao longo do tempo. Algoritmos de reconstrução tomográfica utilizam como dados de entrada as projeções unidimensionais tomográficas P_s . Cada projeção é adquirida através das aquisições de intensidades inicial e final ao longo do raio na direção s :

O escaneamento pode ser feito através de aquisições paralelas de um único feixe (Parallel Beam) ou com as trajetórias em forma de leque (Fan Beam). Como o sinograma é resultado das transformadas de Radon ao longo dos raios, pode-se dizer que o objetivo da tomografia é obter a sua inversa, ou seja, a imagem reconstruída ou, como no caso unidimensional, a curva $\mu(x, t)$ (KAK, A. C.; SLANEY, M., 1999).

$$\bar{\mu}(x, y, t) = \mathfrak{R}^{-1} \mathbf{P}(\mathbf{x}, \theta, \mathbf{t}) \quad (16)$$

Historicamente, a CT dinâmica no contexto médico refere-se a algoritmos de imagem que tentam corrigir movimentos, formando uma imagem de alta qualidade estática através da remoção do componente dinâmico. Diferentemente da área médica, as imagens reconstruídas de fluxos multifásicos oriundas de relativa baixa resolução temporal trazem informações importantes da mudança do fluxo ao longo do tempo (Myers, G. R., Kingston, A. M., 2011). O objetivo da tomografia neste caso é determinar a função de distribuição de atenuação $\mu(x, y, t)$.

No caso CT de 1ª, 3ª gerações aplicados a distribuições dinâmicas uma única imagem representativa de todo o processo (reconstruída por processos desenvolvidos para distribuições

estáticas) é o resultado final da tomografia (BARTHOLOMEW, CASAGRANDE, 1957), (AZZI et al., 1991), (YIN et al, 2002)(DAHAN, A. et al, 2007), (DUDUKOVIC, 2007); (DANTAS, C.C. et al, 2007); (SALVADOR, P. A. V., 2010); (MESQUITA, C. et al, 2011). A função de distribuição de atenuações passa a ser uma aproximação.

$$\mu_{Reconstruido}(x, y, t) = \bar{\mu}(x, y, t) \simeq \mu(x, y, t)$$

Esta aproximação é devido a projeções não compatíveis no sinograma (também chamado de *sino-lino-gram*) (BONNET, S, 2003). As projeções, agora $\mathbf{P}(\mathbf{x}, \theta, t)$, tornam-se incompatíveis devido as diferentes distribuições $\mu(x, y, t)$ que ocorreram durante o intervalo de tempo $[0, t]$.

2.4 Reconstrução com Correção de Movimento

A redução de artefatos de movimento em imagens tomográficas é um problema crucial em órgãos de um forte caráter dinâmico, como por exemplo, os pulmões ou o coração. Uma maneira simples de reduzir esses artefatos é limitar o tempo de aquisição usando tomografia ultra – rápida (5ª geração).

Aqui, considera-se uma outra abordagem, em que os modelos de movimento são integrados diretamente ao processo de reconstrução e onde a resolução temporal pode, assim, ser significativamente aumentada. Os métodos podem ser algébricos (GILLAND et al 2002, 1996 DE MURCIA, BLONDE et al 2003) ou analíticos (BONNET et al, 2003).

A técnica de compensação de movimento, utilizada neste estudo, utiliza um modelo de transformação da matriz de pesos \mathbf{A} , dividindo-a em submatrizes, tendo suas colunas deslocadas adequadamente de acordo com o modelo de movimento obtido a cada projeção (PENGPAN et al., 2011). Por esse motivo, o vetor deslocamento do movimento deve ser calculado a cada projeção.

Para uma grande quantidade de dados necessários em estudos dinâmicos na área médica, abordagens analíticas que levam a algoritmos de reconstrução diretos são mais apropriadas. Alguns métodos são aproximações adaptadas para uso geral do tipo de movimento, mas amplitude moderada (RITCHIE et al 1996, GRANGEAT et al 2002).

No trabalho desenvolvido, foca-se a situação em que um pequeno número de dados é

disponibilizado devido a natureza da aplicação. Salienta-se que a compensação de movimento ocorre com a aplicação da mesma quantidade de movimento (obtida previamente ou durante a reconstrução) à matriz A .

A função em um instante de tempo t pode ser encontrada com a aplicação da deformação Γ à seu valor inicial f_0 .

$$f_t(\vec{x}) = f_0(\Gamma(\vec{x})) \quad (17)$$

A deformação pode apresentar rotação e translação:

$$\Gamma_t(\vec{x}) = A_t \vec{x} + \vec{b}_t \quad A_t = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) \end{bmatrix} \quad \vec{b}_t = \begin{bmatrix} b_1(t) \\ b_2(t) \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_t(\vec{x}) = A_t \vec{x} + \vec{b}_t \quad (18)$$

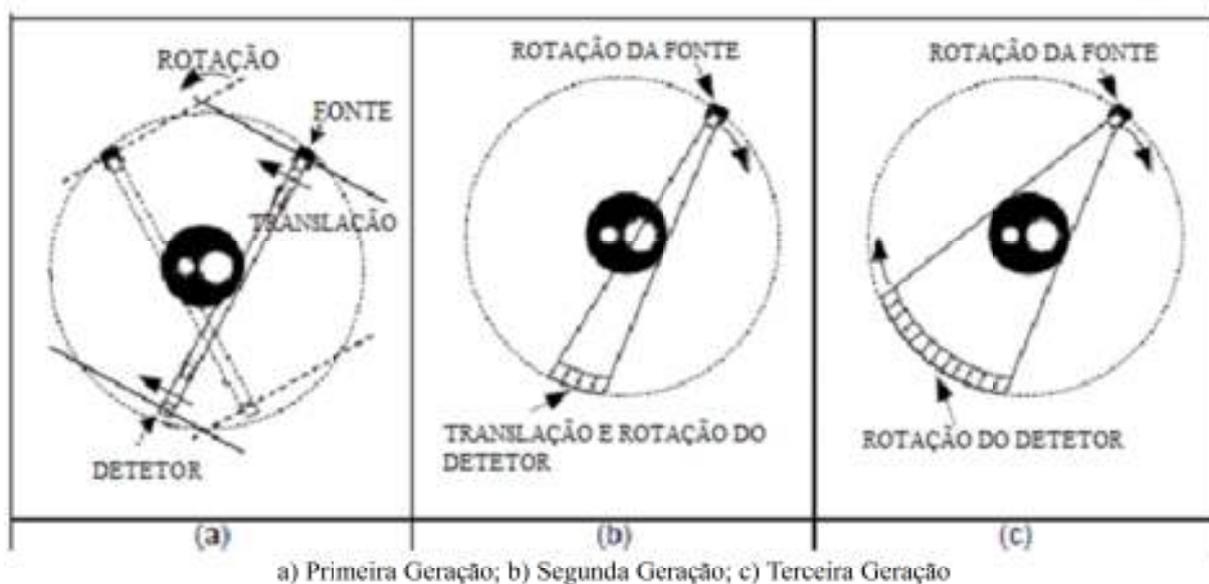
2.5 Gerações de Tomógrafos

A primeira geração de tomógrafos foi produzida pela EMI Mark em 1973, tendo como desenvolvedor o engenheiro Hounsfield. O sistema era composto por um único tubo de raios X, o qual produzia um único feixe cilíndrico que atravessava o objeto em estudo, o paciente, atingindo o único detector que media a intensidade do mesmo. O sistema ainda contava com um par de colimadores (dois pequenos tubos metálicos colocados após o feixe deixar a fonte e antes do mesmo atingir o detector) para minimizar o espalhamento do feixe. A fonte de raios X e o detector se movem em sincronia e em lados opostos do paciente executando um escaneamento linear sobre a seção em estudo seguido de uma rotação de 1 grau e um novo escaneamento linear é efetuado, como ilustra a Figura 3 a).

Os tomógrafos de segunda geração foram desenvolvidos visando reduzir o tempo de escaneamento minimizando a exposição do paciente à radiação e ampliando a gama de órgãos que podem ter a seção transversal reconstruída. Os tomógrafos ainda mantiveram o movimento de varredura linear seguida de uma rotação. Entretanto o feixe de raios X deixou de ser cilíndrico e passou a ter formato de leque. Ao invés de um único detector o sistema passou a contar com vários

detectores alinhados de forma que possam receber todos os raios do feixe. Dessa maneira, o tempo de obtenção de dados de uma seção foi reduzido de acordo com o número de detectores e com o ângulo de abertura empregado como pode ser visto na Figura 3b). A terceira geração de aparelhos abandonou de vez os movimentos de translação do tubo de raios X e dos detectores e passou a contar com um leque com um ângulo maior e uma base de detectores mais ampla em formato semi-circular. O sistema passou a efetuar um movimento de 360 graus em torno da seção. Também eram usados colimadores antes do feixe atingir os detectores a fim de minimizar o espalhamento dos raios X e garantir a qualidade das imagens. O tempo de cada varredura em alguns modelos comerciais passou a ser de apenas meio segundo, ilustrado pela Figura 3 c).

Figura 5: Gerações Tomográficas

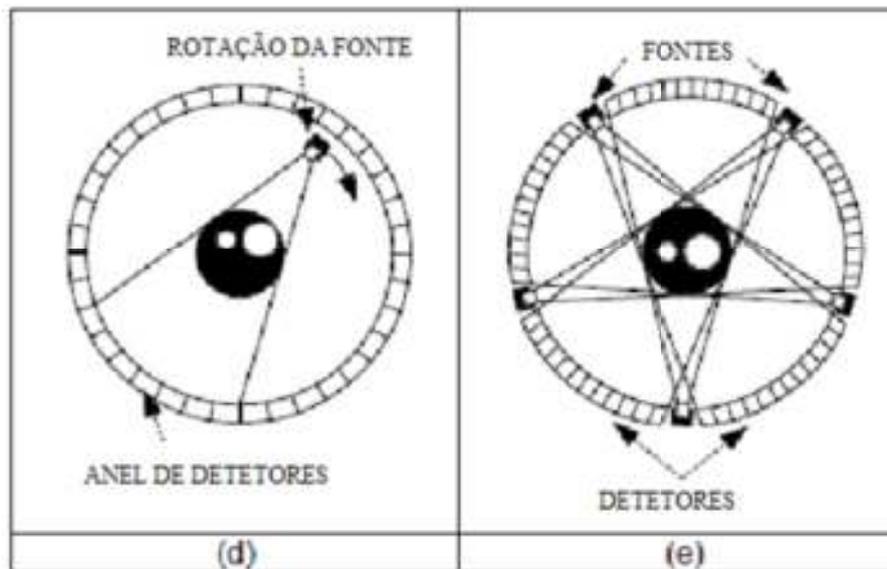


A quarta geração de aparelhos passou a contar com um anel de detectores que circundam toda a seção que possibilitou aumentar mais ainda o ângulo do feixe de radiação. Os detectores são fixos e a fonte de radiação rotaciona dentro do anel de detectores e ao redor do corpo irradiado. Um problema desta geração diz respeito à recepção dos feixes que não são fixos e dependendo do ângulo um feixe pode atingir dois detectores ou acertar um detector apenas em uma fração, ilustrado pela Figura 6d).

Como o tempo despendido para realização de movimentos mecânicos é a principal

limitação para reduzir ainda mais os tempos de escaneamento a quinta geração de aparelhos acabou com os movimentos de translação e rotação da fonte e dos detectores. Rachid Maad, em MAAD R, 2009, evita utilizar essa classificação para tomógrafos sem rotação e translação utilizados industrialmente, ficando essa classificação mais utilizada em aplicações médicas. Esse utiliza o termo geração de tomografia instantânea para tais aparelhos representados na Figura 6e).

Figura 6: Gerações Tomográficas



d) Quarta Geração; e) Tomografia Instantânea

Na configuração instantânea um anel de detectores estacionários e as fontes de radiação rodeiam o objeto, fornecendo um arranjo fixo (sem varreduras) e medições instantâneas¹. Esta técnica é muito rápida e pode ser usada na geração de imagens em tempo real. A desvantagem é o custo e o problema da radiação dispersa causada pela presença de múltiplas fontes.

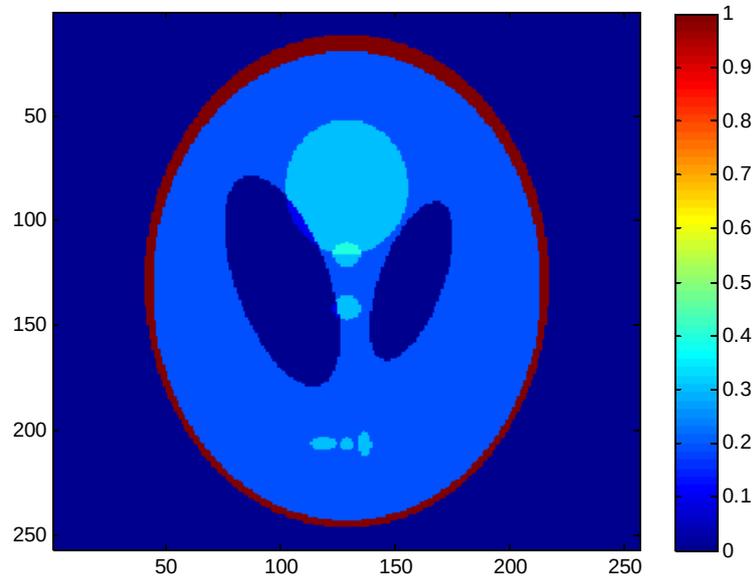
2.6 Simulação de Sinogramas

Phantoms matemáticos ou imagens de teste são frequentemente utilizados para avaliar a precisão dos algoritmos de reconstrução. São descritos precisamente por funções matemáticas e suas transformadas de Radon simulam as projeções tomográficas. Seus pixels são as regiões discretizadas e seus valores, ou cores, representam as densidades ou coeficientes de atenuação linear. A imagem de teste (*phantom*) mais conhecida em reconstrução tomográfica é o

¹ O termo instantâneo, aqui utilizado, negligencia o tempo de aquisição para as contagens de intensidade de radiação devido ao seu baixo valor, décimos de segundo.

phantom de Sheep – Logan, Figura 7.

Figura 7: Phantom de Sheep-Logan

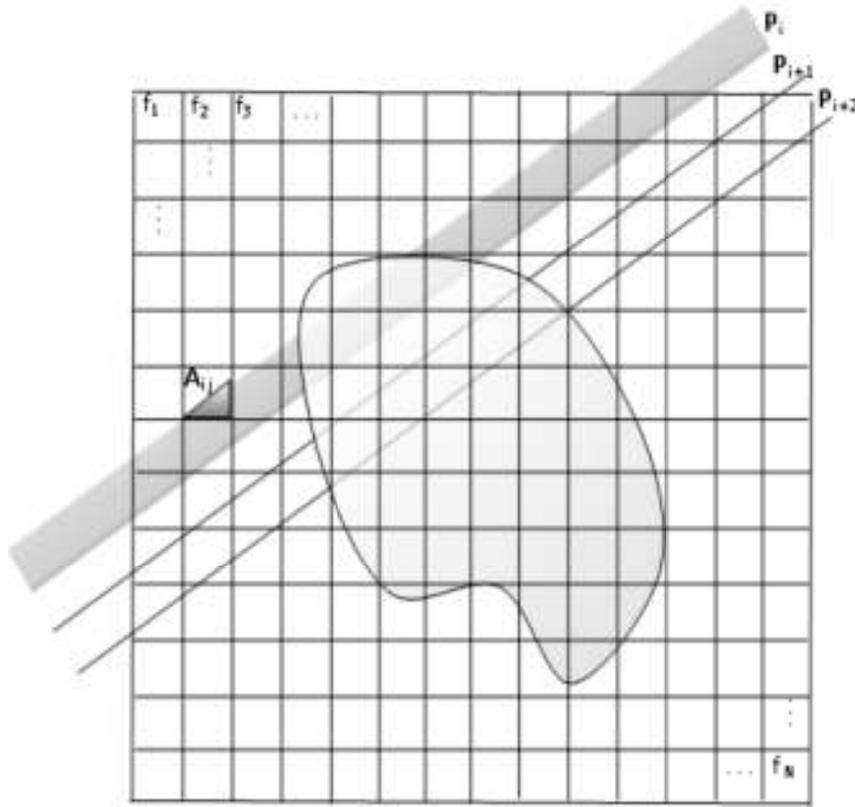


Para calcular a projeção simulada, somam-se os produtos das distâncias percorridas pelo raio em cada pixel pelo seu valor. Parâmetros do experimento tomográfico que se deseja simular, como a área a ser varrida, densidades reais, adição de ruído e fotos da secção do objeto podem ser incorporadas para dar mais realidade ao modelo (SUBBARAO P.M.V. et al, 1997). O ruído obedece ao desvio padrão de Poisson. (IAEA-TECDOC-1589, 2008)

A secção irradiada é representada por uma matriz de incógnitas que representam a distribuição de densidades que se deseja descobrir. As incógnitas são os pixels da imagem reconstruída, como ilustrado na Figura 8.

Nessa representação, um raio corresponde a uma faixa com largura que na maioria das vezes coincide com a largura de um pixel.

Figura 8: Discretização da secção irradiada



Parametrizando os pixels com j variando de 1 a N e os raios com i de 1 a M , podemos escrever a transformada de Radon ao longo do raio i como:

$$\sum_{j=1}^N f_j \cdot W_{ij} = P_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, M, \quad (19)$$

onde W_{ij} é o peso que diz o percentual de contribuição de um pixel j para o raio i , definido como:

$$W_{ij} = \frac{A_{ij}}{A_{Pixel}}, \quad (20)$$

Uma boa aproximação é o modelo em que a largura do feixe é reduzida a uma linha reta fazendo W_{ij} a distância percorrida por este feixe dentro do pixel.

Para calcular a intensidade final para uma projeção i faz-se:

$$I_{fi} = I_{0i} e^{-\sum_{j=1}^N f_j \cdot W_{ij}} \quad (21)$$

Com $\sum_{j=1}^N f_j \cdot W_{ij}$ calculado da figura e I_0 de média fixa variando a cada projeção

com o desvio padrão de Poisson $\sqrt{\bar{I}_0}$ para todas as projeções.

O sinograma simulado é construído fazendo cada elemento de sua matriz igual a

$$\ln \frac{I_{0i}}{I_{fi}}$$

2.7 Fluidodinâmica Computacional - CFD

Fluidodinâmica computacional (*Computational Fluid Dynamics* - CFD) é o termo dado ao grupo de técnicas matemáticas, numéricas e computacionais usadas para obter, visualizar e interpretar soluções para as equações de conservação de grandezas físicas de interesse em um dado escoamento. A origem destas equações de conservação é a teoria de Fenômenos de Transporte. Assim, pode-se resumir CFD como o conjunto das técnicas de simulação computacional usadas para predizer os fenômenos físicos ou físico-químicos que ocorrem em escoamentos.

A Fluidodinâmica computacional é uma área de grande interesse para a solução de muitos problemas práticos. Como exemplo, podem ser citados problemas de aerodinâmica, termodinâmica, hidráulica, dentre outros. As análises nesta área de pesquisa podem ser desenvolvidas com base em experimentos bem como em métodos teóricos. Dentro dos métodos teóricos destacam-se os métodos computacionais utilizados para simulação numérica aplicada à Dinâmica dos Fluidos (HERCKERT, M. G. R.).

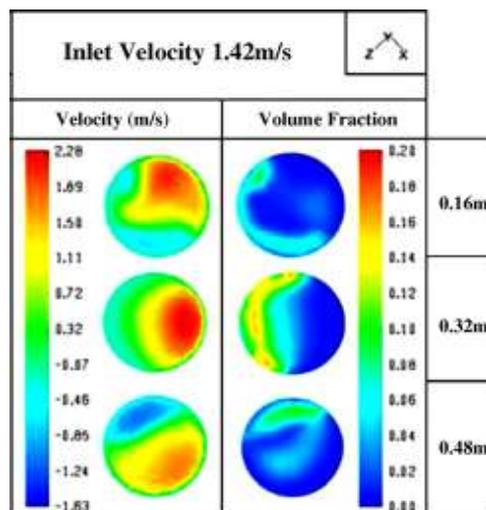
Para os escoamentos de fluidos, o modelo matemático é estabelecido com base nas equações de conservação da quantidade de movimento, da massa e da energia. Estas equações, quando submetidas a condições de contorno e iniciais apropriadas, representam, matematicamente, um problema particular (SHAMES, I. H., 1973). A solução analítica destas equações somente é possível para escoamentos muito simples. Para se analisar problemas reais, lança-se mão do uso dos chamados métodos numéricos.

Nos casos de escoamentos laminares, os modelos são relativamente simples, pois as

equações de Navier-Stokes², conservação da massa e conservação de energia são resolvidas. Contudo, como a maioria dos escoamentos que acontecem na natureza e no meio industrial são turbulentos, estes tem um alto grau de complexidade, e portanto deve-se lançar mão de modelos matemáticos de turbulência, acrescentando termos as equações anteriormente citadas. Os modelos de turbulência levam em conta variáveis estatísticas, pois escoamentos turbulentos são altamente caóticos, e com isto há a necessidade de ferramentas estatísticas para representar os escoamentos turbulentos.

A Figura 9, mostra campos de velocidade e distribuição de sólido dentro do riser com o regime de fluxo feito por CFD (ARMSTRONG L, M, 2010). Uma única velocidade de injeção e diferentes alturas ao longo do riser. Outros exemplos são ilustrados nas Figuras 10 e 11.

Figura 9: Distribuição de velocidades e de fração de sólido para diferentes alturas



² são equações diferenciais que descrevem o escoamento de fluidos. Permitem determinar os campos de velocidade e de pressão num escoamento.

Figura 10: Secção com distribuição de sólido que será utilizada como Phantom Matemático

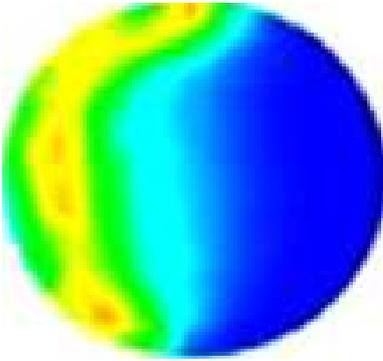
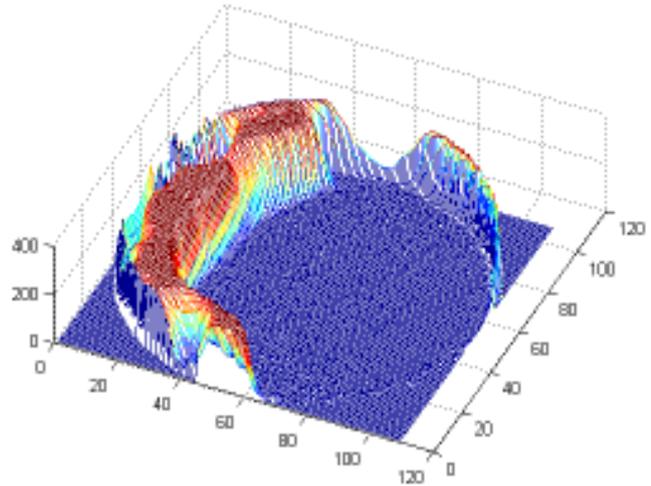


Figura 11: Visão 3D de uma distribuição de fração de sólido feito por CFD



2.8 Tempo de Aquisição ou Integração

Detectores de radiação precisam sempre de um certo tempo (tempo de integração) para obter sinal razoável dos fótons incidentes. Isto é devido à estatística de Poisson que regula o processo de contagem de fótons e pode aumentar consideravelmente a incerteza do sinal detectado, no caso de um tempo de integração baixo. No domínio da frequência, a medição de sinal com um tempo de integração é aproximadamente equivalente a multiplicar o sinal original por um filtro passa - baixa. Quando uma amostra está em repouso no interior do tomógrafo, é vantajosa a utilização de um tempo de integração alto para rejeitar ruído de alta frequência. Para a escolha do tempo de integração ideal deve-se estabelecer um equilíbrio entre a velocidade da amostra e o ruído Poisson (MAAD, 2009).

2.9 Sistema de cores RGB

RGB é a abreviatura do sistema de cores aditivas formado por Vermelho (Red), Verde (Green) e Azul (Blue). O propósito principal do sistema RGB é a reprodução de cores em dispositivos eletrônicos como monitores de TV e computador, *datashows*, *scanners* e câmeras digitais, assim como na fotografia tradicional. Em contraposição, impressoras utilizam o modelo

CMYK de cores subtrativas. Modelos aditivos de luzes são combinados de várias maneiras para reproduzir outras cores.

O modelo de cores RGB é baseado na teoria de visão colorida tricromática, de Young-Helmholtz, e no triângulo de cores de Maxwell. O uso do modelo RGB como padrão para apresentação de cores na Internet tem suas raízes nos padrões de cores de televisões RCA de 1953 e no uso do padrão RGB nas câmeras *Land/Polaroid*, pós Edwin Land.

Estas três cores não devem ser confundidas com os pigmentos primários Ciano, Magenta e Amarelo, conhecidos no mundo das artes como “cores primárias”, já que se combinam baseadas na reflexão e absorção de fótons visto que o RGB depende da emissão de fótons de um componente excitado a um estado de energia mais elevado (fonte emissora, por exemplo, o tubo de raios catódicos).

O modelo de cores RGB, por si só, não define o que significa “vermelho”, “verde” ou “azul” (espectroscopicamente), e então os resultados de misturá-los não são tão exatos (e sim relativos, na média da percepção do olho humano).

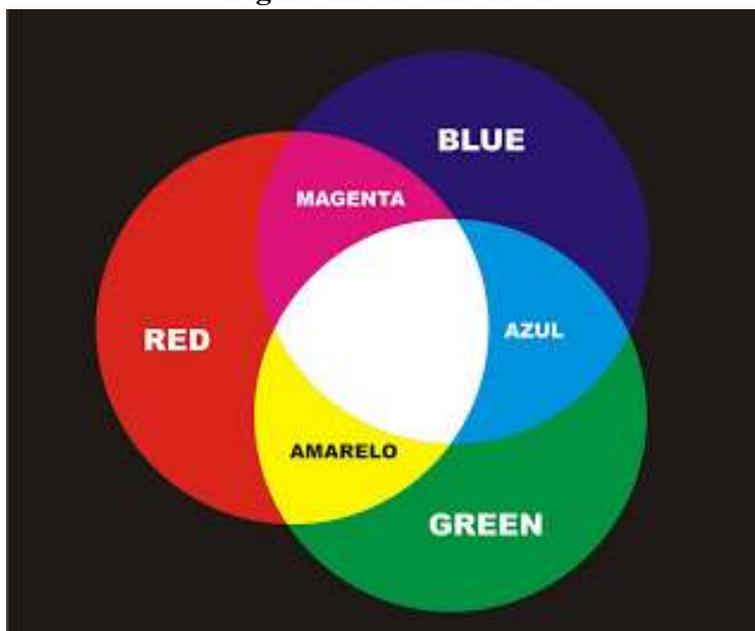
Uma cor no modelo de cores RGB pode ser descrita pela indicação da quantidade de vermelho, verde e azul que contém. Cada uma pode variar entre o mínimo (completamente escuro) e máximo (completamente intenso). Quando todas as cores estão no mínimo, o resultado é preto. Se todas estão no máximo, o resultado é branco (GONZALES, 2014).

Uma das representações mais usuais para as cores é a utilização da escala de 0 à 255, bastante encontrada na computação pela conveniência de se guardar cada valor de cor em 1 byte (8 bits). Assim, o vermelho completamente intenso é representado por 255, 0, 0.

Branco - RGB (255, 255, 255); Azul - RGB (0, 0, 255); Vermelho - RGB (255, 0, 0);

Verde - RGB (0, 255, 0); Amarelo - RGB (255, 255, 0); Magenta - RGB (255, 0, 255);

Ciano - RGB (0, 255, 255); Preto - RGB (0, 0, 0).

Figura 12: Sistema RGB

As cores são complementares às do sistema CMYK - Ciano (*Cyan*), Magenta (*Magenta*), Amarelo (*Yellow*) e Preto (*black/Key*) - e a sua mistura forma a cor branca.

2.10 MCNP

O método Monte Carlo é um algoritmo numérico capaz de resolver problemas físicos e matemáticos por meio de simulação de variáveis aleatórias (SOBOL, 1994; BIELAJEW, 1998). Hoje em dia, o MCNP é uma ferramenta matemática comumente utilizada em diversos segmentos da ciência e da engenharia para simular problemas que podem ser representados por processos estocásticos. Simulações do transporte de radiação por meio deste método e, em particular, na Física Médica, têm passado por um rápido crescimento nas últimas décadas (YORIYAZ, 2009).

O processo Monte Carlo pode ser compreendido como um método de geração de números aleatórios (ROBERT & CASELLA, 2004). Um gerador uniforme de números pseudoaleatórios é um algoritmo que começando com um valor inicial e uma transformação, produz uma sequência de valores no intervalo $[0, 1]$ tendo esta sequência um comportamento de uma variável aleatória uniforme quando comparada com um conjunto de testes, além de ser independente e identicamente distribuída (ROBERT & CASELLA, 2004). Em termos de transporte de radiação, o processo estocástico pode ser visto como uma família de partículas cujas coordenadas individuais só mudam aleatoriamente em cada colisão. O comportamento médio dessas partículas é descrito em termos de

grandezas macroscópicas, como fluxo ou densidade de partículas (YORIYAZ, 2009).

O *Monte Carlo N Particle* – MCNP - foi criado desde a década de 50 nos Estados Unidos sendo desenvolvido por meio do laboratório *Los Alamos National Laboratory*. O MCNP continua até hoje sendo aperfeiçoado tornando-se assim mais confiável e usado por muitos pesquisadores no mundo inteiro. É um código que realiza o transporte de partículas utilizando o método Monte Carlo, com capacidade para simular nêutrons com energias entre 10⁻¹¹ MeV a 20 MeV, enquanto que a faixa de energia para os fótons e elétrons vai de 1 keV a 1000 MeV. (BRIESMEISTER, 2000). O código MCNP tem a capacidade de simular sistemas com geometrias que vão de superfícies pré-determinadas como esferas, planos, parabolóides de revolução, cilindros, elipsóides, até superfícies bem elaboradas utilizando conjunto de pontos no espaço.

O pesquisador ao utilizar o MCNP constrói um arquivo de entrada no código que pode ser organizado em blocos descrevendo regiões envolvidas no modelo; especificação da geometria por meio de superfícies geométricas e suas intersecções; posição e distribuição energética da fonte, descrição dos materiais e todos os parâmetros físicos agregados com algumas técnicas de redução de variância para melhorar a eficiência e obter melhores resultados (BRIESMEISTER, 2000). A versatilidade somado ao aspecto funcional do código MCNP para diferentes tipos de problemas faz com que este seja bem aceito na comunidade científica que trabalham com transporte de radiações e cálculos de dose.

3. METODOLOGIA

Para descobrir até onde processos tomográficos de baixa resolução temporal aliados a algoritmos de reconstrução estática são compatíveis com o regime em estudo, foram avaliadas aquisições simuladas de 1^a, 3^a e 5^a gerações tomográficas. A variação da distribuição de densidades durante a aquisição faz necessário o desenvolvimento de uma versão da lei de Beer-Lambert para casos dinâmicos seguida de sua aplicação para realizar as simulações. O método é separado em duas fases:

1^a Fase

A metodologia desenvolvida aplica primeiro o modelo de simulação de sinogramas desenvolvida analiticamente à primitivas matemáticas e posteriormente a dados do MCNPX e CFD.

1) É criado um modelo de simulação de sinogramas para distribuições dinâmicas utilizando a versão temporal desenvolvida da lei de Beer-Lambert e da transformada de Radon também temporal;

2) A simulação é testada com primitivas matemáticas dinâmicas, como um círculo crescente, ou trasladando, ou ambos. A escolha é pautada em sua representação precisa por funções matemáticas e por representar diversos processos industriais(A simulação com o disco representa a secção de um cilindro ou bolha);

3) Os resultados são apresentados em forma de imagens e gráficos. A visualização do sinograma é bastante utilizada para determinação de características do objeto.

4) O modelo de simulação é ao aplicado a dados do CFD;

2^a Fase

O método desenvolvido propõe uma inovação na visualização de imagens tomográficas de processos dinâmicos pois utiliza canais de cores para mostrar a evolução temporal do processo. O algoritmo de reconstrução utilizado é o MART devido a sua boa performance com número limitado de dados.

Nesta fase é realizada a reconstrução tradicional que é associada aos canais verde (G) e azul (B) enquanto que o canal vermelho (R) fica responsável pela evolução temporal do processo. O método é descrito na seção 3.3.

A reconstrução com correção de movimento é utilizada com conhecimento do vetor deslocamento médio ou sua estimativa. O método escolhido modifica a matriz de pesos do algoritmo algébrico deslocando suas colunas de acordo com o modelo de movimento estimado (ARTEMIEV, V. M.; NAUMOV, A. O., 2006), (BUTALA, 2009), (DESBAT, L. et al, 2006).

Com o resultado das simulações o sistema tomográfico pode ser otimizado (diminuição do número de projeções e vistas).

3.1 A Transformada de Radon Temporal

Dado $\Omega \supseteq \mathfrak{R}^2$ região (espaço de medida) na qual será feita a aquisição de dados, considere a função densidade $\mu : \Omega \rightarrow \mathfrak{R}$ e o sistema $(x, y) \mapsto \mu(x, y)$ de coordenadas (s, ξ) onde $s \in \mathfrak{R}$ e $\xi = (\cos\theta, \sin\theta)$ com $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Neste sistema, um ponto $(x, y) \in \Omega$ pode ser mapeado por $(x, y) = s\xi + \tau\xi'$ com τ variável percorrendo os reais e $\xi' = (-\sin\theta, \cos\theta)$ como complemento unitário perpendicular a ξ .

Classicamente a transformada de Radon de μ ao longo da reta $r(\tau)$ é dada por:

$$R_{\mu}(s, \xi) = \int \mu(s\xi + \tau\xi') dt \quad (22)$$

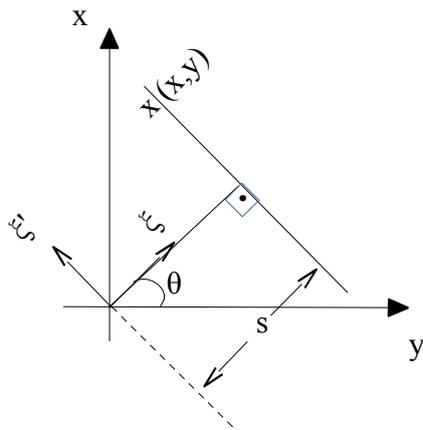


Figura 13: Sistema de Coordenadas

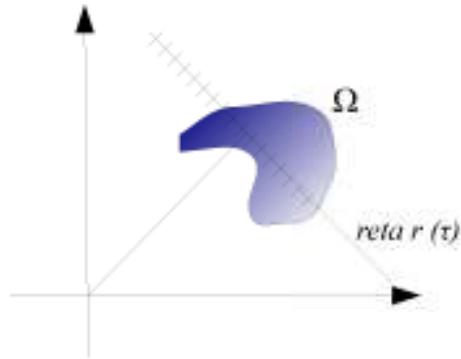


Figura 14: reta r sendo mapeada por
 $r(t) = s\xi + \tau\xi'$ com $-\infty < \tau < \infty$

Considere agora que μ depende não apenas de x e y mas de x, y e T com T sendo a variável tempo. Definimos então:

$$\bar{R}_\mu(s, \xi) = \frac{1}{t_f - t_i} \int_{t_i}^{t_f} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \mu(s\xi + \tau\xi'; \gamma) dt \right) d\gamma, \quad (23)$$

onde t_i é o tempo inicial da medida do raio $r(\tau)$ e t_f o tempo final da mesma medida.

Lema 1: Se $\mu(x, y; T) = \mu(x, y)$, ou seja $\frac{\partial \mu}{\partial T} = 0$, temos que $\bar{R}_\mu(s, \xi) \equiv R(s, \xi)$, ou seja, se μ é estático ao longo do tempo, a transformada dinâmica reduz-se a convencional.

Demonstração:

$$\begin{aligned} \bar{R}_\mu(s, \xi) &= \frac{1}{t_f - t_i} \int_{t_i}^{t_f} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \mu(s\xi + \tau\xi'; \gamma) dt \right) d\gamma \\ &= \frac{1}{t_f - t_i} \int_{t_i}^{t_f} \left(\int_{-\infty}^{\infty} \mu(s\xi + \tau\xi') dt \right) d\gamma \\ &= \frac{\left(\int_{-\infty}^{\infty} \mu(s\xi + \tau\xi') dt \right)}{t_f - t_i} \int_{t_i}^{t_f} d\gamma \\ &= \frac{(t_f - t_i) \int_{-\infty}^{\infty} \mu(s\xi + \tau\xi') dt}{t_f - t_i} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \mu(s\xi + \tau\xi') dt \\ &= R(s, \xi) \end{aligned}$$

Lema 2: Se $t_f \rightarrow t_i$, ou seja, a leitura é instantânea, temos $\bar{R}(s, \xi) \equiv R(s, \xi)$ e, portanto, se a leitura for “rápida”, o caso dinâmico mais uma vez reduz-se ao caso estático.

Demonstração:

Pelo teorema do valor médio integral (TVMI), temos que se f é contínua então:

$$\int_a^b f(\tau) dt = (b-a)f(\tau^*) \text{ para algum } \tau^* \text{ tal que } a \leq \tau^* \leq b$$

$$\lim_{t_f \rightarrow t_i} \bar{R}(s, \xi) = \lim_{t_f \rightarrow t_i} \frac{1}{t_f - t_i} \int_{t_i}^{t_f} \underbrace{\left(\int_{-\infty}^{\infty} \mu(s\xi + \tau\xi'; \gamma) dt \right)}_{K(\gamma)} d\gamma,$$

usando o TVMI:

$$= \lim_{t_f \rightarrow t_i} \frac{1}{t_f - t_i} (t_f - t_i) K(\gamma^*) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(s\xi + \tau\xi'; t_i) dt$$

$t_i \leq \gamma \leq t_f$

3.2 Lei de Beer-Lambert temporal

Como a natureza da lei exige que os tempos de contagens sejam iguais para que estas sejam comparadas, apenas a variação da intensidade da radiação com a distância é geralmente explorada. Sabendo que esses intervalos de tempo de contagem são desprezíveis em relação ao tempo de meia vida da fonte e que a probabilidade de emissão se mantém constante ao longo do mesmo tempo, pode-se supor que a intensidade seja diretamente proporcional ao tempo. Ou seja,

$$I_f(t) = K \cdot t \quad (24)$$

Neste caso, a distribuição de coeficientes de atenuações varia também com o tempo, ou seja, torna-se $\bar{\mu}(t)$.

$$I_f(t) = I_0(t) e^{-\bar{\mu}(t) \cdot l(t)} \quad (25)$$

ou

$$I_f(t) = \int_0^t I_0(t) \cdot e^{-\int_{x_0}^{x_f} \mu(x,t) dx} dt \quad (26)$$

O modelo discreto aplica a lei de Beer-Lambert em sua forma estática para cada partição de tempo assumindo que, durante o infinitesimal dt de tempo, o coeficiente e a distância percorrida permanecem constantes.

$$I_f(t) = \int_0^t I_0(t) \cdot e^{\bar{\mu}(t)l(t)} dt \quad (27)$$

e para a discretização de um intervalo de tempo Δt_{0n} em intervalos Δt_0 até Δt_n

$$I_f(\Delta t_{0n}) = I_f(\Delta t_0) + I_f(\Delta t_1) + \dots + I_f(\Delta t_n) \quad (28)$$

3.3 Simulação de aquisições Tomográficas

O processo de aquisição tomográfica consiste em coletar intensidades iniciais e finais em determinados caminhos percorridos pelos feixes de radiação. Os dados podem ser tratados com filtros, etc. Optou-se em não realizar tratamento para não inserir mais variáveis ao processo garantindo que os resultados sejam alcançados só pelo método proposto.

Como já foi dito na seção 2.6, para calcular a intensidade final para um caminho i , faz-se:

$$I_{fi} = I_{0i} e^{-\sum_{j=1}^N f_j \cdot W_{ij}} \quad (29)$$

A função f_j é representada pelas imagens de testes, chamadas neste trabalho de quadros ou frames configurados pela distribuição de densidades escolhida. Em todos os casos optou-se por densidades unitárias para qualquer distribuição, ou seja, dois valores são possíveis em uma imagem de teste: 0 ou 1. Um pixel com valor 0 corresponde a uma região sem atenuação e os pixels que compõem o objeto simulado tem valor 1.

Com $\sum_{j=1}^N f_j \cdot W_{ij}$ calculado da figura e I_0 de média fixa variando a cada projeção

com o desvio padrão de Poisson $\sqrt{I_0}$ para todas as projeções, as projeções são calculadas com

$\ln \frac{I_{0i}}{I_{fi}}$. O conjunto de todas as projeções é ordenado em uma matriz chamada de sinograma.

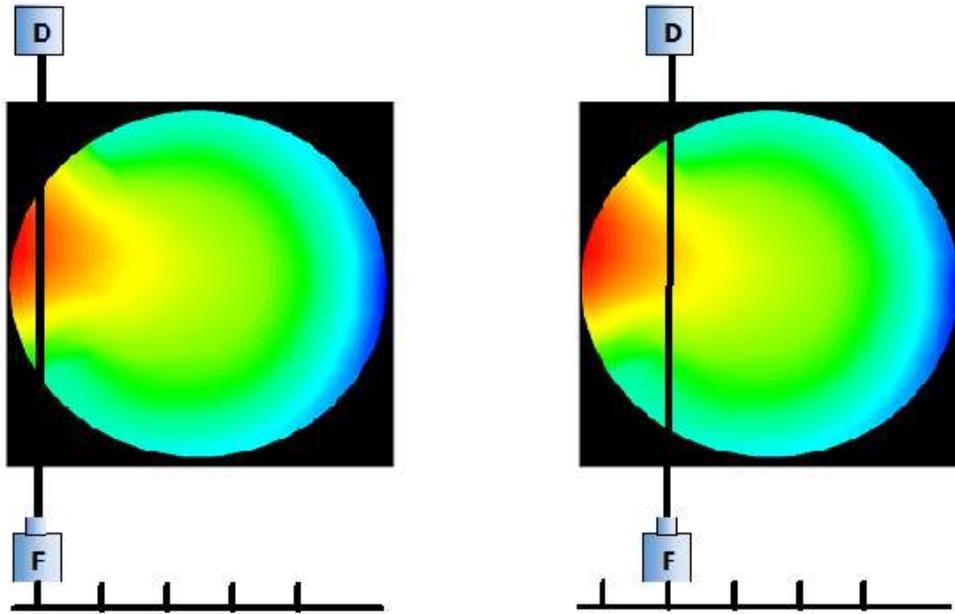
3.3.1 Aquisição por Tomografia de 1ª Geração

Dois tipos de situações podem ocorrer:

1) Uma única projeção 1D é realizada e durante todo o tempo de integração nenhuma mudança ocorre na distribuição ao longo do raio, podendo mais de uma aquisição 1D ser aferida para mesma distribuição ou *frame*. Neste caso, a intensidade final é calculada utilizando a lei de

Beer-Lambert durante todo o tempo de integração para cada raio, como ilustrado na Figura 15.

Figura 15: Projeções 1D sem mudança de frame

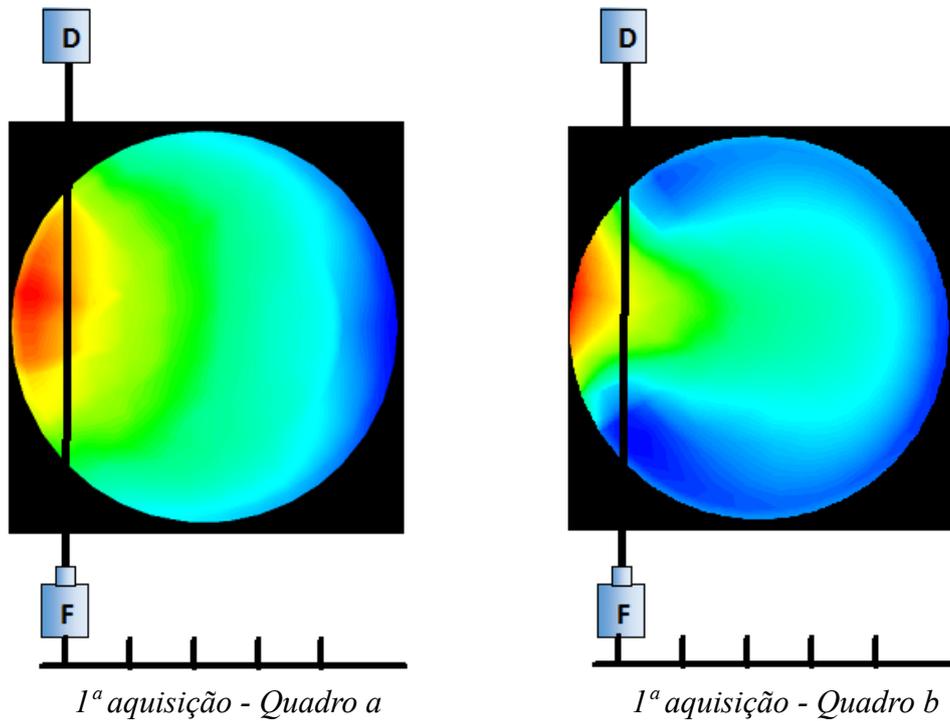


Para calcular a intensidade final para uma projeção i faz-se:

$$I_{fi} = I_{0i} e^{-\sum_{j=1}^N f_j \cdot W_{ij}} \quad (30)$$

2) Durante a aquisição ocorre mudança na distribuição de densidades ao longo do feixe. Como foi exposto na seção 3.1, o somatório de intensidades finais do raio em cada quadro (*frame*) retorna a intensidade final total para um certo tempo de aquisição, Figura 16.

Figura 16: Projeções 1D com mudança de frame



Então para cada *frame* é feita:

$$I_{fi} = I_{0i} e^{-\sum_{j=1}^N f_j \cdot W_{ij}}$$

e para a discretização de um intervalo de tempo Δt_{0n} em intervalos Δt_0 até Δt_n

$$I_f(\Delta t_{0n}) = I_f(\Delta t_0) + I_f(\Delta t_1) + \dots + I_f(\Delta t_n)$$

No exemplo ilustrado na Figura 16 a intensidade final depois do tempo de integração correspondente ao *frame b* fica:

$$I_f(\Delta t_{ab}) = I_f(\Delta t_a) + I_f(\Delta t_b)$$

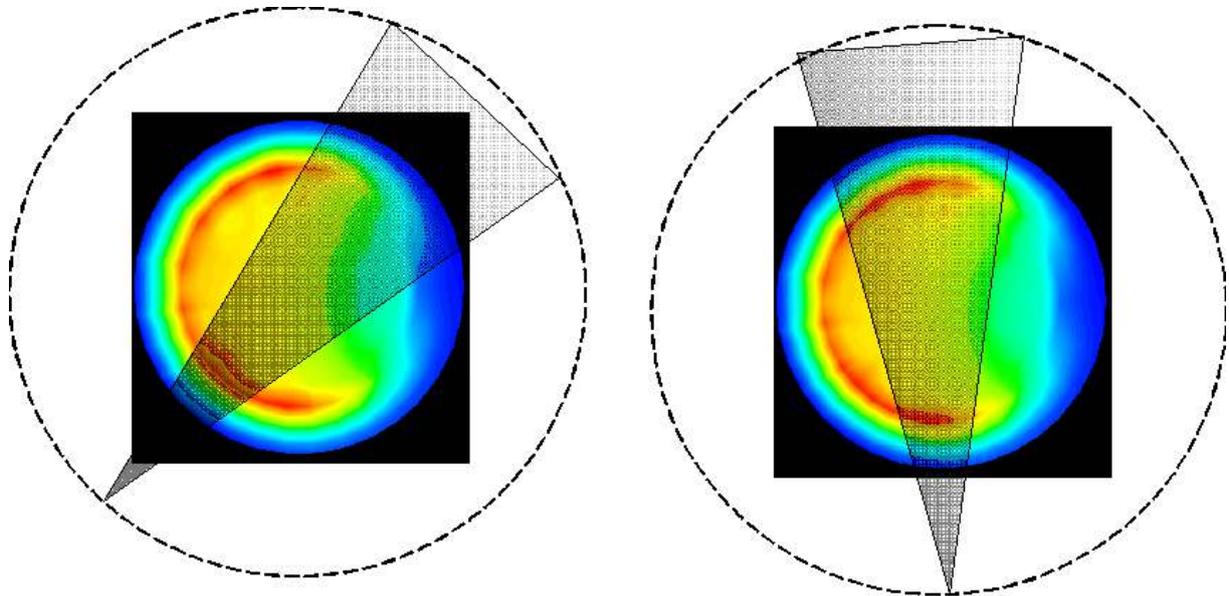
- 3) Não ocorre mudança na distribuição durante toda a coleta de aquisições 1D em uma vista.
- 4) Não ocorre mudança durante a aquisição de todas as vistas. Neste caso, a distribuição pode ser tratada como estática.

3.3.2 Aquisição por tomografia de 3ª geração

A vantagem do método é adquirir várias projeções 1D ao mesmo tempo. Possibilitando um maior volume de dados em um tempo menor quando comparado ao de 1ª geração. Dois casos são possíveis:

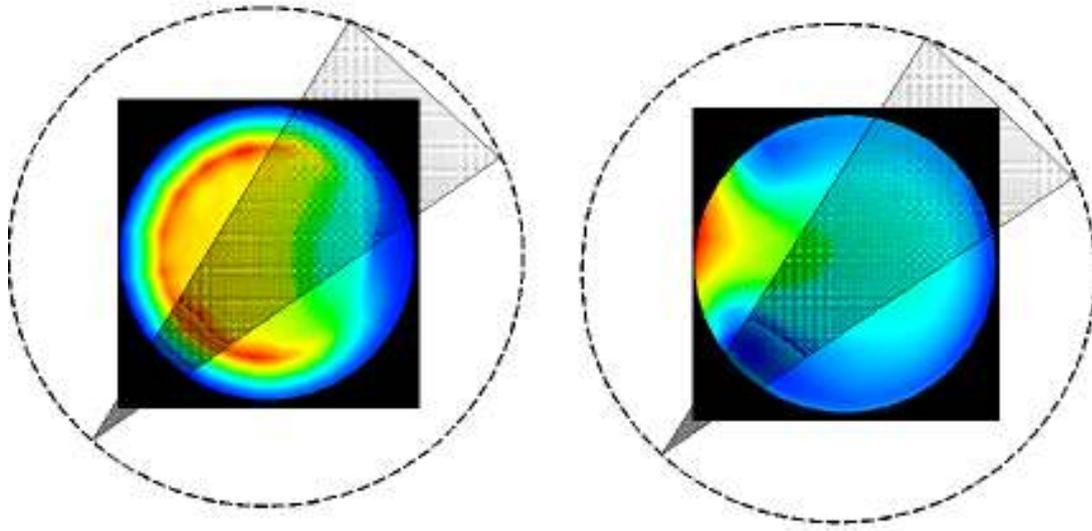
1) O tempo de integração é suficiente para realizar uma vista completa ou mais por quadro ou *frame*, Figura 17.

Figura 17: Mais de uma vista por frame



2) Mais de um quadro por vista, Figura 18.

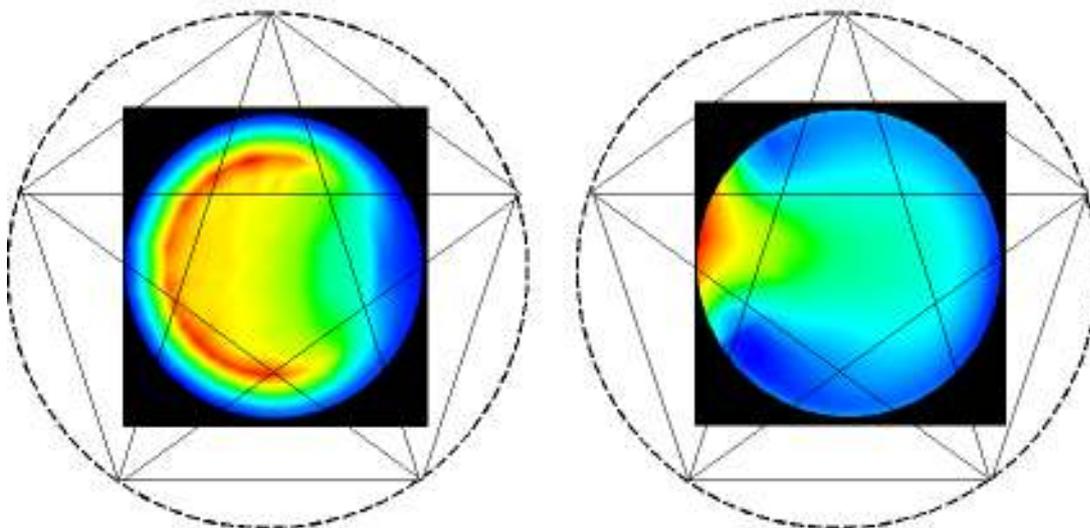
Figura 18: Mais de um frame por vista



3.3.3 Aquisição por tomografia de 5ª geração

Nesta situação, várias vistas são adquiridas durante a mudança da distribuição, Figura 19.

Figura 19: Mais de um frame durante a aquisição



3.4 Posicionamento angular

O posicionamento angular tradicionalmente é feito com um conjunto de ângulos igualmente espaçados ordenados de forma crescente cobrindo o intervalo de 0° a 180° ou 360° . A ordem em que as projeções ou vistas são adquiridas não importa porque o objeto em estudo é estático.

A proposta para tomografia dinâmica de 1ª e 3ª gerações é que o posicionamento seja feito em subconjuntos que completem um ciclo. Por exemplo: o conjunto de vistas posicionadas consecutivamente em 0° , 45° , 90° , 135° , 180° , 225° , 270° , 315° pode ser reordenada em ciclos como:

0° , 90° , 180° , 270° : Primeiro ciclo.

45° , 135° , 225° , 315° : Segundo ciclo.

A vantagem desse arranjo é que, num determinado momento, ao se preferir um sinograma completo mas esparso em contraposição a um sinograma incompleto mas denso, é que as informações vão ser disponibilizadas na forma de imagem reconstruída mais cedo durante o processo, facilitando a interpretação das informações. É uma escolha entre análise global esparsa versus análise local densa.

A nova ordenação gera uma imagem reconstruída mais próxima do objeto dinâmico e abre a possibilidade de reconstruções parciais com os subconjuntos de dados mais consistentes com a dinâmica do processo.

3.5 Utilização de um canal de cores para visualizar a dinâmica do processo: Reconstrução RGB

Uma característica da imagem reconstruída tradicionalmente em processos industriais dinâmicos é a falta de informação temporal, ou seja, obtêm-se informações da média da distribuição mas não se sabe em que tempo ocorreram as mudanças de padrão de fluxo. A proposta desenvolvida neste trabalho pondera cada perfil adquirido com um fator dependente do tempo criando esta distinção.

O método desenvolvido propõe uma inovação na visualização de imagens tomográficas de processos dinâmicos pois utiliza canais de cores para mostrar a evolução temporal do processo. Nesta fase é realizada a reconstrução tradicional e a mesma é associada aos canais verde (G) e azul (B) enquanto que ao canal vermelho (R) é associada a evolução temporal do processo. Uma cor no modelo de cores RGB pode ser descrita pela indicação da quantidade de

vermelho, verde e azul que contém. Cada uma pode variar entre o mínimo (completamente escuro) e máximo (completamente intenso). Quando todas as cores estão no mínimo, o resultado é preto. Se todas estão no máximo, o resultado é branco. Uma das representações mais usuais para os canais é a utilização da escala de 0 à 255 (GONZALES, 2014).

O método consiste em:

- 1) Simular as projeções que equivalem, na utilização real de um experimento, à coleta de dados de intensidades finais e iniciais pelo detetor;
- 2) Reconstruir com esses dados a distribuição de densidades. Foi utilizado o MART com relaxação 0.2 e critério de parada 1 %;
- 3) Associar esta reconstrução aos canais G e B;
- 4) Binarizar a imagem reconstruída entre 0 e 150. O limiar (threshold) utilizado foi empírico e de 50% do maior valor da imagem;
- 5) Penalizar as projeções da primeira à última com um fator empírico crescente com o tempo. Normalizar as projeções de cada vista por 105;
- 6) Realizar a retroprojeção nos pixels com suas respectivas projeções;
- 7) Associar ao canal R.
- 8) Juntar todos os canais em uma única imagem. A reconstrução tradicional e a reconstrução RGB são visualizadas em uma única imagem onde os tons de vermelho correspondem à evolução temporal da dinâmica do processo.

3.6 Reconstrução utilizando dados do CFD

Dados da simulação de fluxo bifásico são gerados em forma de imagens 2D da distribuição em secções transversais ao longo do tubo. Os dados são coletados para uma única altura, ou seja, secção. As diversas imagens de uma única secção representam a evolução temporal do fluxo naquela região. O conjunto de 8 imagens exemplificam o comportamento do fluxo em intervalos de tempo de 0,0025s.

A altura da secção em m, o tipo de injetor, a vazão volumétrica em L/min e o fluxo de catalisador são dados de entrada na simulação do CFD mas não fazem parte das simulações de aquisições tomográficas utilizadas nesse estudo. As imagens portam as informações que serão utilizadas nas simulações de aquisição das projeções.

3.7 Avaliação dos algoritmos de reconstrução com RMSE

As técnicas de avaliação de algoritmos de reconstrução mais utilizadas na literatura são: raiz do erro quadrático médio, erro médio relativo absoluto e erros baseados em entropia. Para o caso de simulações com figuras de testes bem definidas (phantoms matemáticos), as técnicas podem ser aplicadas comparando a imagem reconstruída com a imagem original. O mesmo procedimento repete-se para phantoms reais, onde a distribuição de densidades é bem conhecida. Os sinogramas também podem ser avaliados.

Gordon e Herman (GORDON, 1974; HERMAN, 1973; HERMAN, 1976) usaram a raiz do erro quadrático médio para avaliar o quanto a figura reconstruída aproxima-se da original. A definição do erro é:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (f(j) - f'(j))^2}{\sum_{j=1}^N f(j)}} \quad (31)$$

Onde:

$f(j)$ é o valor original do pixel;

$f'(j)$ o pixel reconstruído;

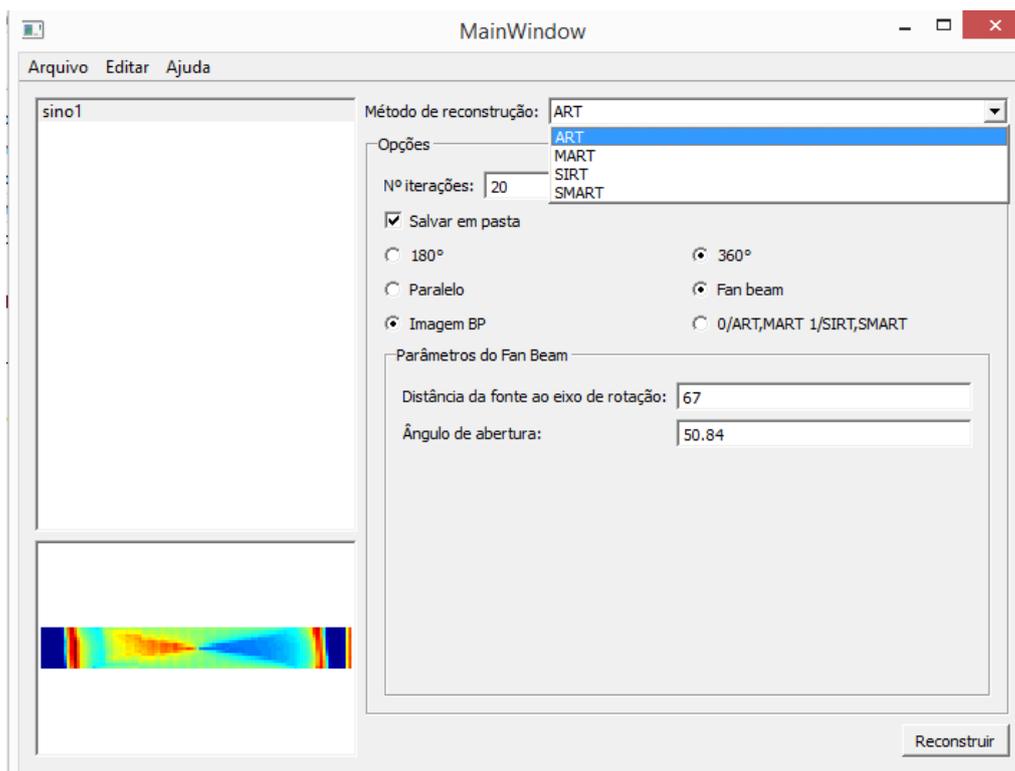
N o número total de pixels da imagem ou sinograma.

3.8 Algoritmos e Software Desenvolvidos

Diversas rotinas foram implementadas no Matlab. Suas funções são para cálculo de projeções, sinogramas, resolução por ART, MART, cálculo da Matriz de pesos, resolução de sistemas. Além das já disponíveis no programa como: Resolução por FBP, filtros de imagem, operação com matrizes, visualização de gráficos, etc. As rotinas estão disponíveis no Anexo-I.

Devido à grande dimensão da matriz de pesos nos algoritmos algébricos, ficou inviável sua operação em alguns casos no Matlab. O software *Tomography Workstation-TW* foi desenvolvido em C# com este propósito. Apresenta opções de reconstrução: ART, MART, SIRT e SART, Figura 3.9. Também tem as funções para carregar tomogramas e sinogramas.

Figura 20: Software Desenvolvido



4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados foram divididos nas seguintes seções:

- Aumento do número de iterações na Reconstrução Algébrica Dinâmica;
- Resultados das reconstruções MART e FBP;
- Escolha do posicionamento angular (vistas alternadas);
- Resultados com reconstrução RGB;
- Simulações com MCNP;
- Reconstrução com correção de movimento;
- Simulações tomográficas a partir do CFD.

4.1 Resultados das Reconstruções MART e FBP

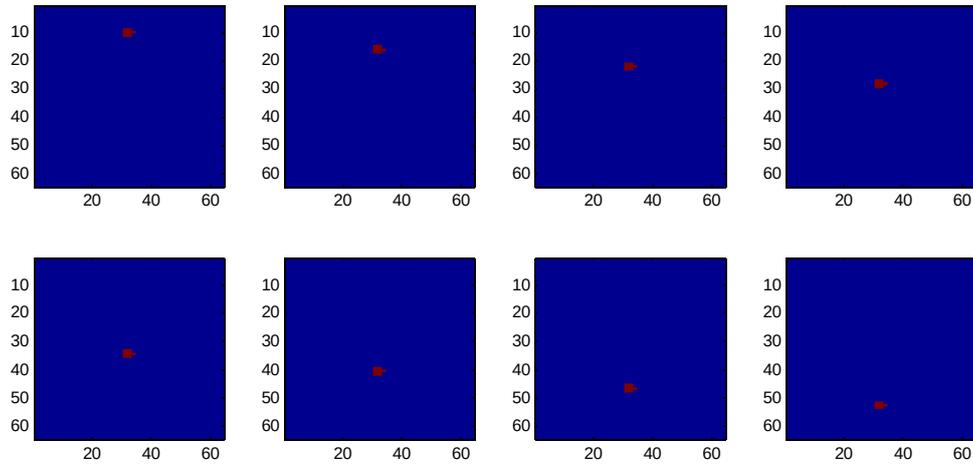
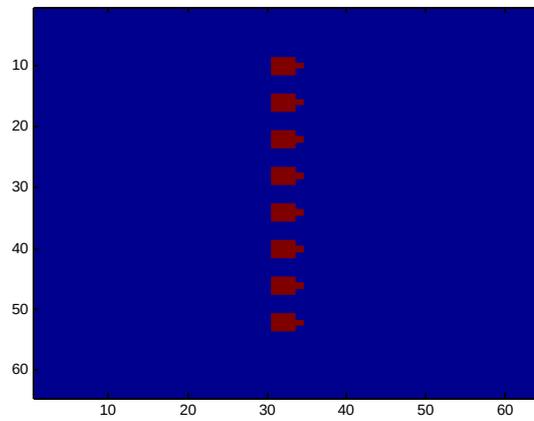
As imagens de teste (*phantoms*) foram utilizadas para avaliar os resultados das reconstruções MART e FBP.

4.1.1 Primitiva Círculo Transladando: 1 vista por *frame*

A simulação consiste em oito distribuições representadas por imagens (quadros ou *frames*) de 64x64 pixels com um disco de densidade unitária e raio fixo. Não ocorre mudança durante a simulação de uma aquisição ou varredura. Esta aplicação simula as tomografias de 1ª e 3ª geração.

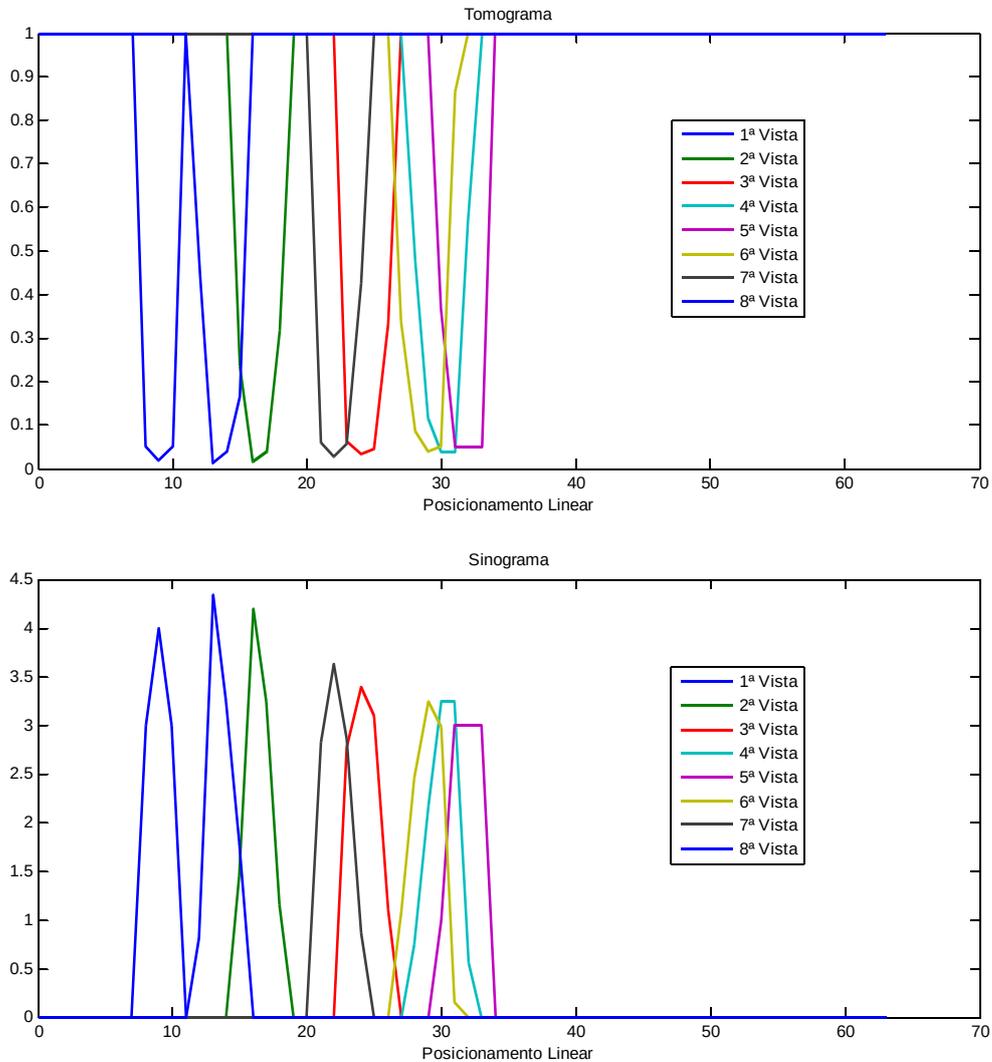
O disco Raio = 2 pixels, deslocamento de 7 pixels entre os centros dos discos de quadros consecutivos. A imagem é reconstruída por FBP e MART.

Os frames são ilustrados na Figura 21 e a média dos oito na Figura 22. Cada imagem é ilustrada na escala de 64 x 64 pixels.

Figura 21: 8 frames - círculo transladando - 1 vista por frame**Figura 22: Média Aritmética dos 8 frames**

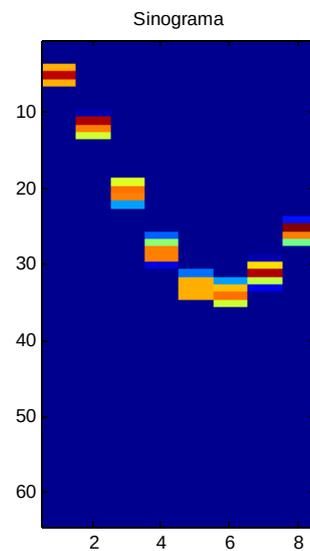
Os oito picos do sinograma, Figura 23, ilustram a captura do disco em diferentes posições.

Figura 23: Tomograma e sinograma – círculo transladando – 1 vista por frame



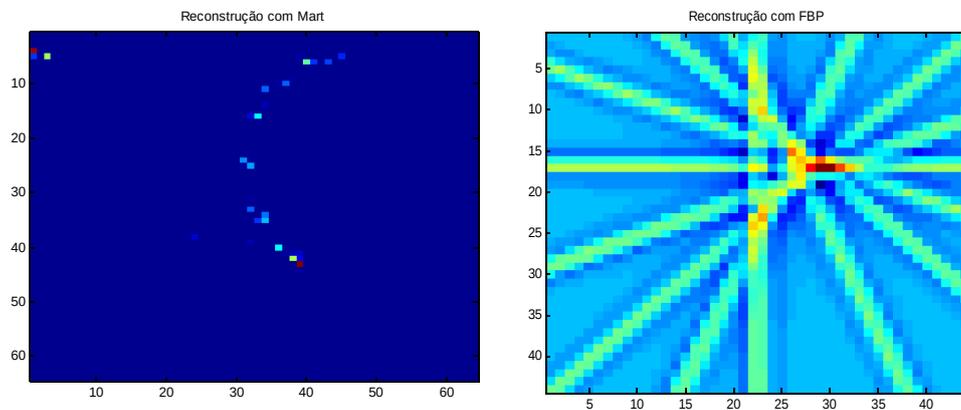
A Figura 24 ilustra o sinograma em forma de imagem onde cada valor de pixel é convertido para uma escala de cor. O eixo vertical (linhas do sinograma) representa a passo linear (posição das trajetórias dos feixes) e o horizontal o passo angular (Número de vistas).

Figura 24: Sinogramas:circulo transladando – 1 vista por frame



Os resultados das reconstruções FBP e MART são ilustrados na Figura 25.

Figura 25: Reconstruções: círculo transladando – 1 vista por frame



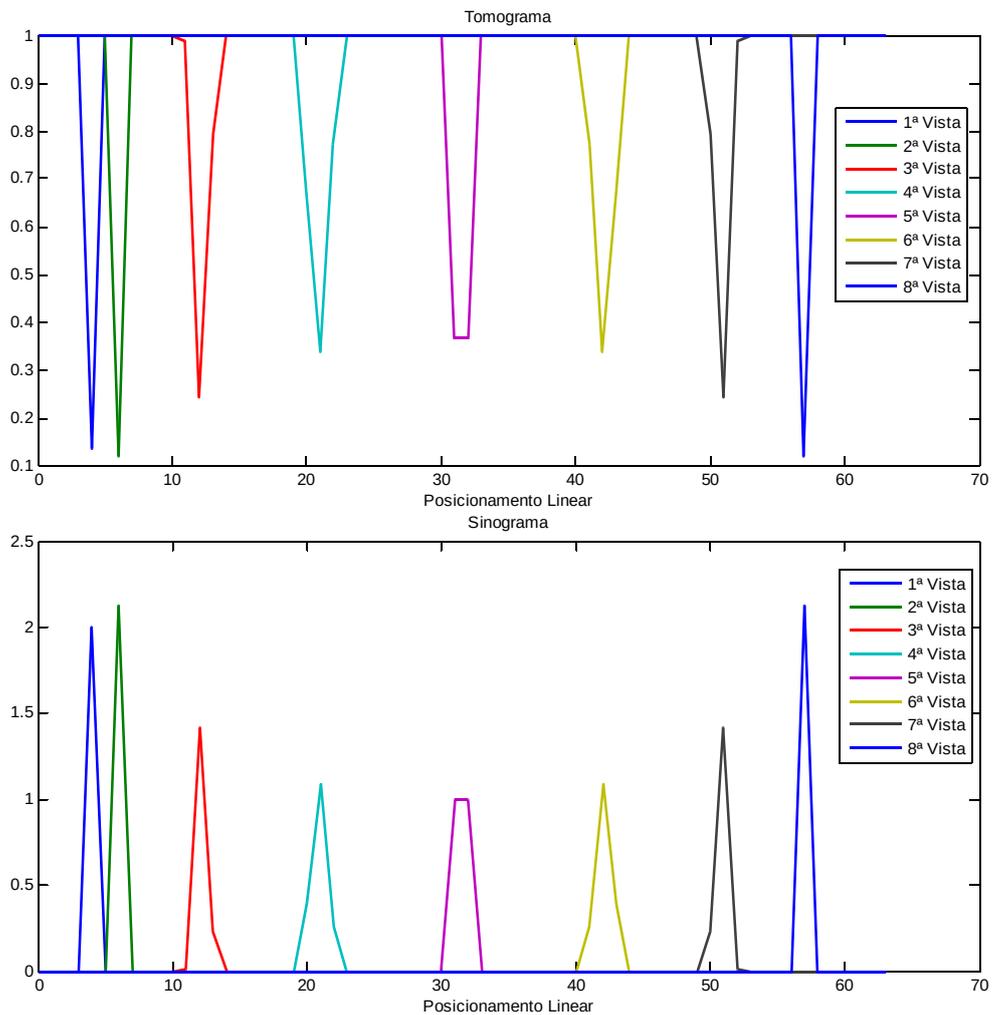
A reconstrução por FBP mostra diversos artefatos, não dando para identificar o núcleo nem a tendência de movimento. Os artefatos formam oito faixas, um para cada vista ou projeção. Estes artefatos em faixa são comuns no FBP para um baixo número de vistas

O MART difere da imagem média mostrando um arqueamento para direita devido ao movimento simulado e o sentido anti-horário das aquisições. É um artefato de movimento.

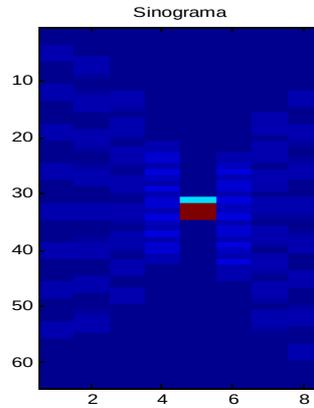
4.1.2 Primitiva Círculo Transladando: Oito vistas por *frame*

O objetivo desta simulação é descobrir como se comportam os algoritmos em uma tomografia de 5ª geração onde todas as aquisições são realizadas ao mesmo tempo. Nesta situação as oito vistas são realizadas simultaneamente enquanto ocorre a mudança das distribuições (Figura 19). Figuras com 64x64 pixels, raio fixo de 2 pixels, deslocamento de 5 pixels.

Figura 26: Tomograma e Sinograma - disco transladando - 8 vistas por frame

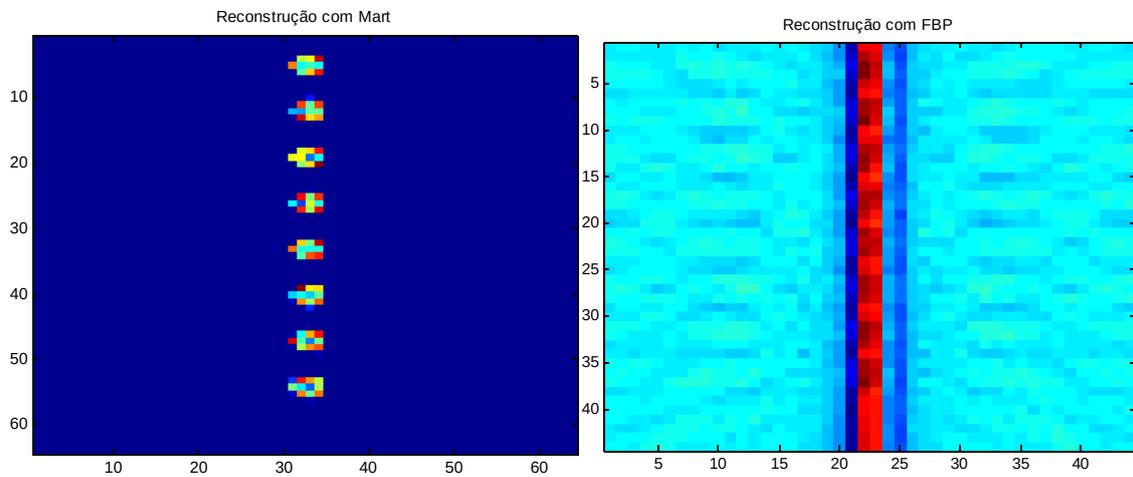


**Figura 27: Sinogramas: Círculo
Transladando -Oito vistas por frame**



Os resultados das reconstruções são ilustrados na Figura 28.

Figura 28: Reconstruções: Círculo Transladando -Oito vistas por frame

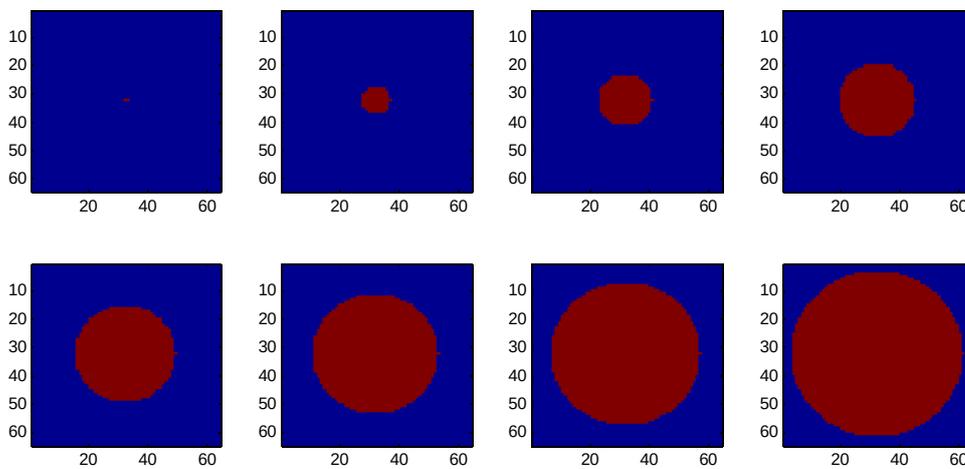


As reconstruções ficam mais próximas da imagem média porque todas as vistas são adquiridas ao mesmo tempo durante todo o processo. O FBP perde a definição dos discos e forma um artefato central vertical. O MART reconstrói o disco nas oito posições. Cada disco é reconstruído ilustrando os oito instantes de tempo que foram simulados.

4.1.3 Primitiva Circulo Crescente: Uma vista por *frame*

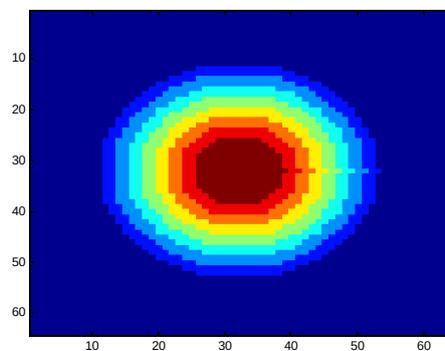
A simulação consiste em oito distribuições em forma de círculo concêntricas com um aumento 2 pixels entre distribuições consecutivas (Figura 29). Oito vistas são adquiridas simultaneamente para simular a tomografia de 5ª geração.

Figura 29: 8 frames - circulo crescente - 1 vista por frame



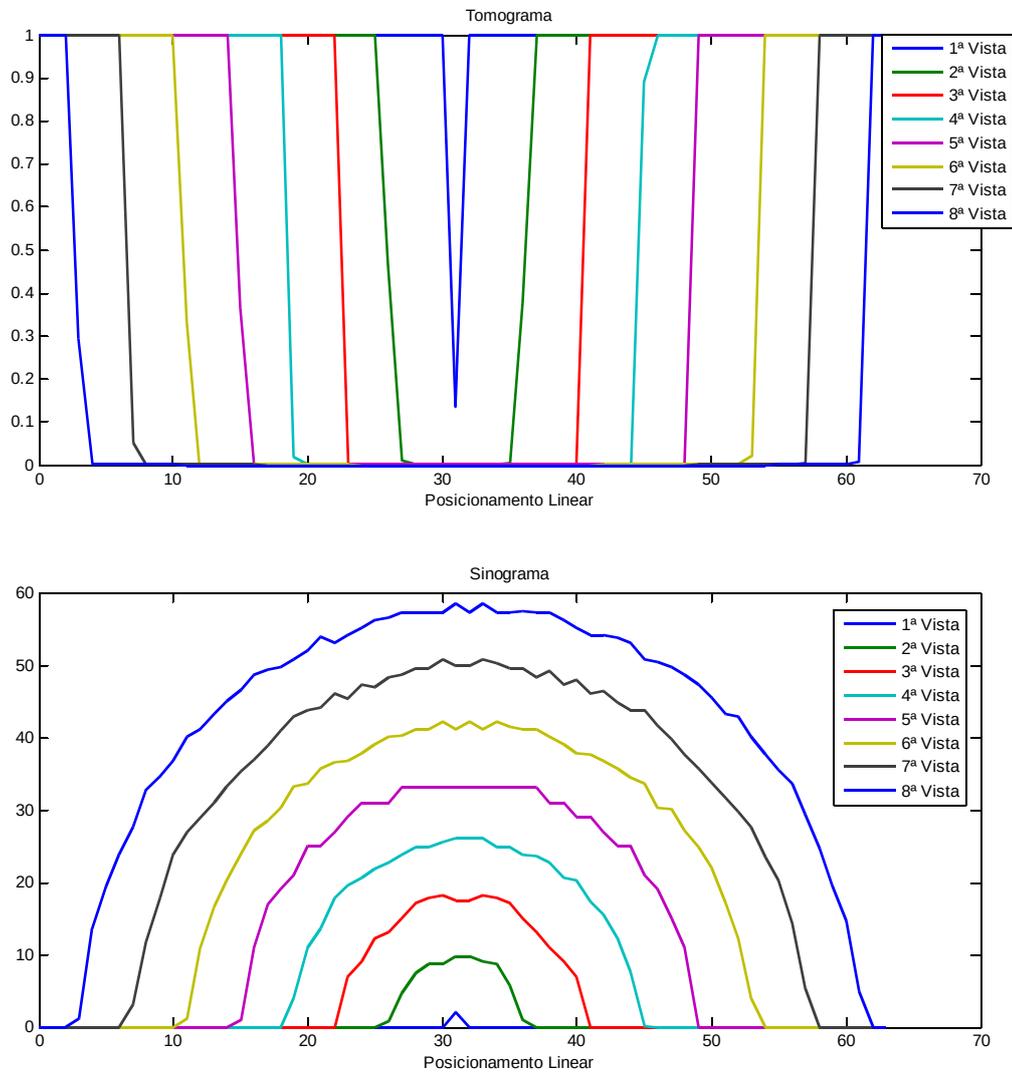
Abaixo a imagem média aritmética das oito distribuições é ilustrada na Figura 29. A área central é mais escura porque é coincidente para os oito círculos.

Figura 30: Média Aritmética dos 8 frames



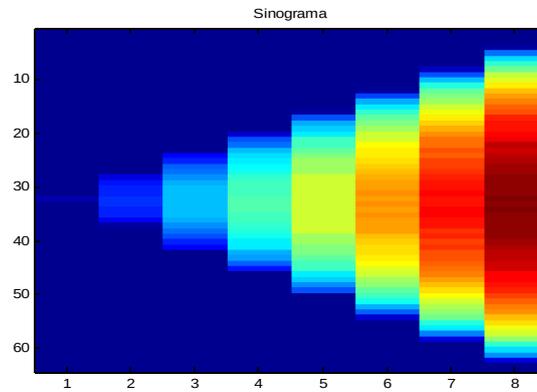
Tanto o sinograma quanto o tomograma ilustram o crescimento do disco, Figura 4.11.

Figura 31: Tomograma e sinograma - círculo crescente - 1 vista por frame



O sinograma em forma de imagem é mostrado abaixo (Figura 32).

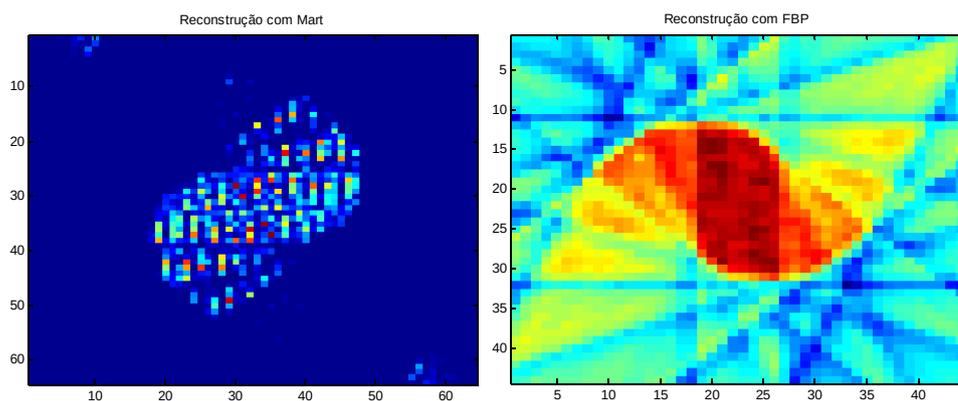
Figura 32: Imagem do sinograma - círculo crescente - 1 vista por frame



O aumento vertical das faixas é devido ao crescimento do disco.

As duas reconstruções apresentam artefatos de rotação que dificultam a identificação da tendência de movimento ou da distribuição espacial dos discos (Figura 33).

Figura 33: Reconstruções círculo crescente – 1 vista por frame



4.1.4 Primitiva Circulo Crescente: Oito vistas por *frame*

Neste caso ocorre mudança de *frame* com a vista. Para cada distribuição tem-se uma vista diferente, Figura 34.

Figura 34: Tomograma e sinograma - circulo crescente - 8 vista por frame

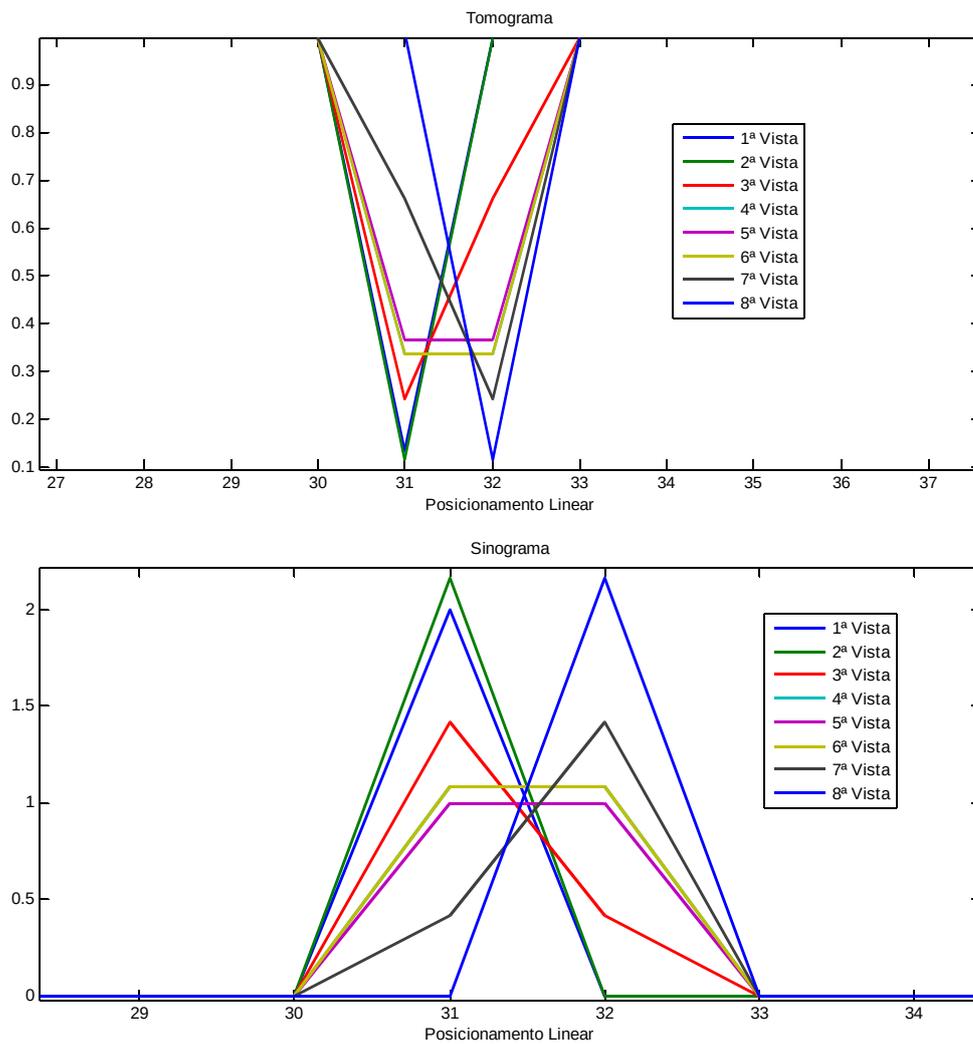
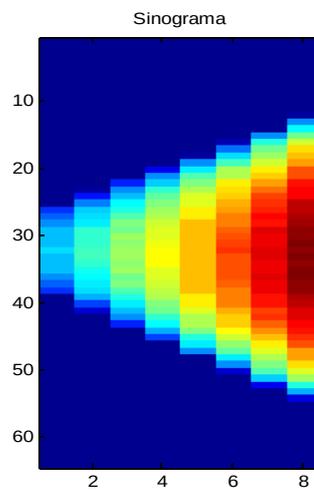
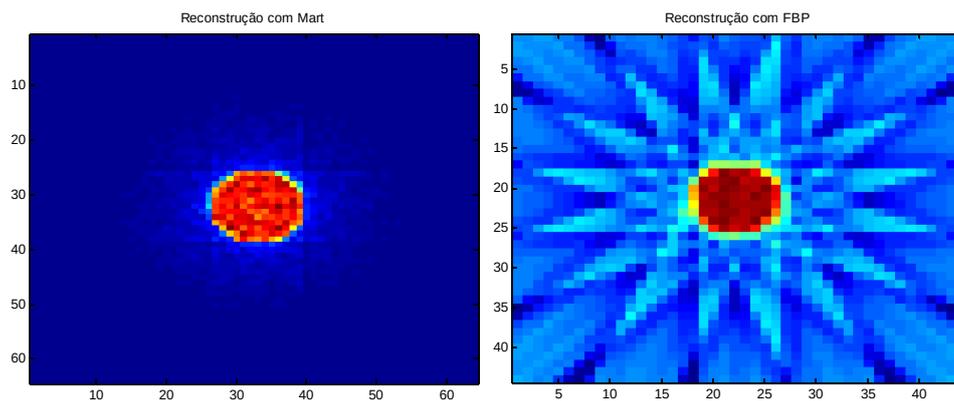


Figura 35: Sinogramas círculo crescente – 8 vistas por frame



A posição central, que é comum a todos os *frames*, é reconstruída nos dois casos. O FBP mostra a presença de artefatos de Moiré (Figura 36). O MART mostra poucos artefatos e mostra uma região borrada ao redor do círculo central indicando os discos maiores.

Figura 36: Reconstruções círculo crescente – 8 vistas por frame



4.2 Vistas Alternadas

Alguns testes foram realizados para estudar o posicionamento angular quando ordenado de forma sequencial e alternada. O conjunto de vistas posicionadas consecutivamente em 0° , 45° , 90° , 135° , 180° , 225° , 270° , 315° foram reordenadas em dois ciclos:

0° , 90° , 180° , 270° : para o primeiro ciclo.

45° , 135° , 225° , 315° : para o segundo ciclo.

As seguintes situações foram exploradas:

Disco transladando - 1 Vista por frame

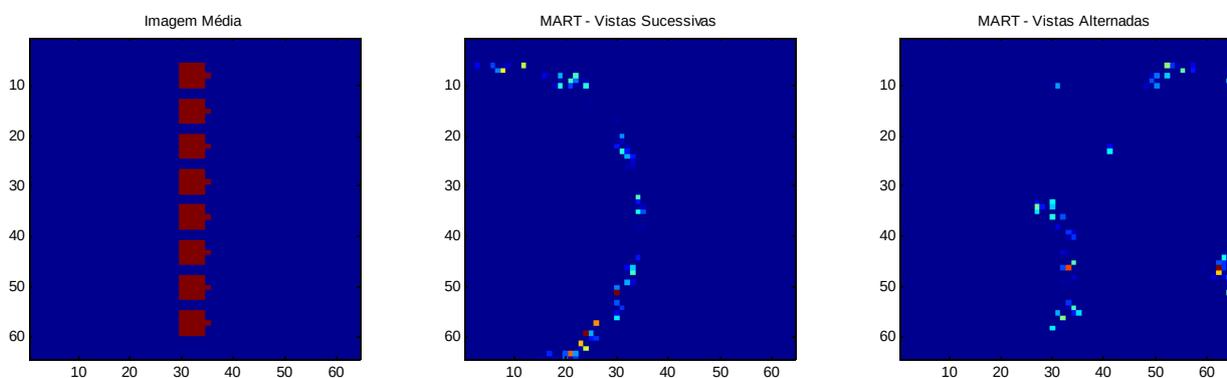
Cada distribuição (quadro) é capturado em um instante de tempo diferente. Os ângulos utilizados em cada quadro são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Associação de vistas e quadros para disco transladando com 1 vista por frame.

Quadro	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
Vista	0°	90°	180°	270°	45°	135°	225°	315°

Reconstruções:

Figura 37: Reconstruções disco transladando - 1 Vista por frame - Vistas sucessivas e alternadas



Dois ciclos são suficientes para não formação do artefato de rotação (arqueamento). A reconstrução com vistas alternadas mostra-se mais coerente com a imagem média (Figura 37).

Disco transladando - 2 Vistas por frame

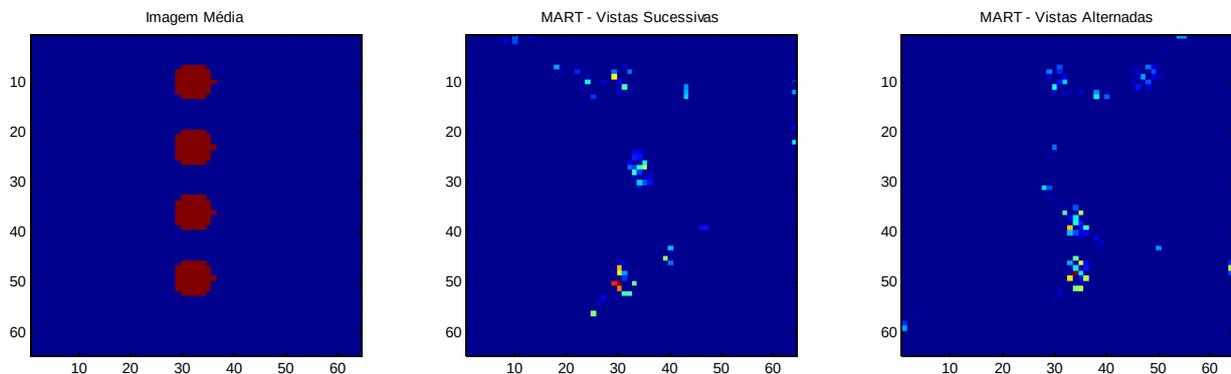
Com duas vistas por quadro totaliza-se quatro quadros. A associação é ilustrada na Tabela 2.

Tabela 2: Associação de vistas e quadros para disco transladando com 2 vistas por frame.

Quadro	1°	2°	3°	4°
Vista	0° e 45°	90° e 135°	180° e 225°	270° e 315°

A reconstrução encontra-se mais próxima da imagem média do que na situação com vista sucessivas (Figura 38).

Figura 38: Reconstruções disco transladando - 2 Vistas por frame - Vistas sucessivas e alternadas



Disco Transladando - 4 Vistas por frame

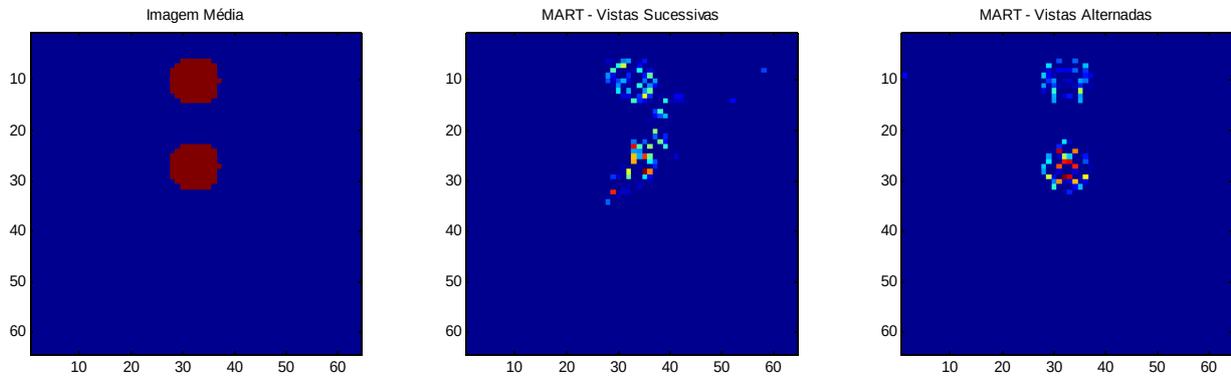
Apenas dois quadros são suficientes, Tabela 3.

Tabela 3: Associação de vistas e quadros para disco transladando com 4 vistas por frame.

Quadro	1°	2°
Vista	0° , 90°, 180° e 270°	45°, 135°, 225°, 315°

Reconstruções:

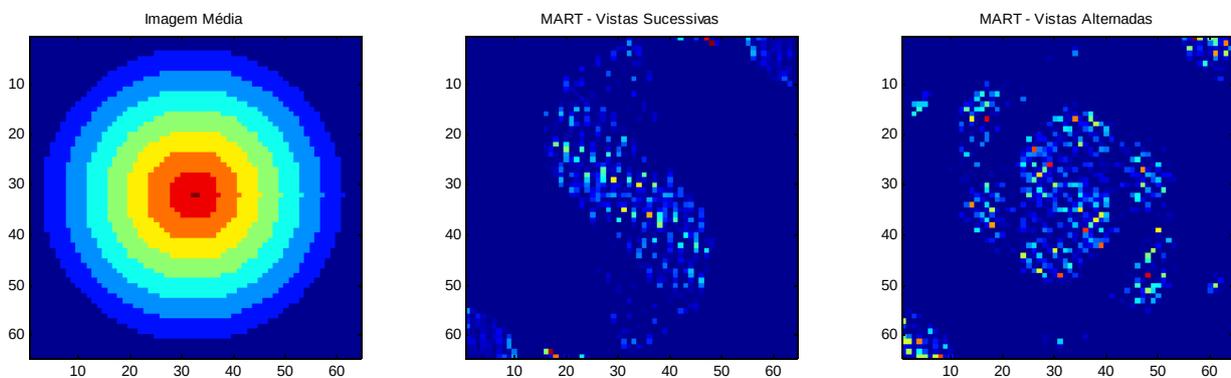
Figura 39: Reconstruções disco transladando - 4 Vistas por frame - Vistas sucessivas e alternadas



Disco crescente - 1 Vista por frame

A configuração das vistas é a mesma utilizada na Tabela 1, uma vista por frame.

Figura 40: Reconstruções disco crescente - 1 Vista por frame - Vistas sucessivas e alternadas

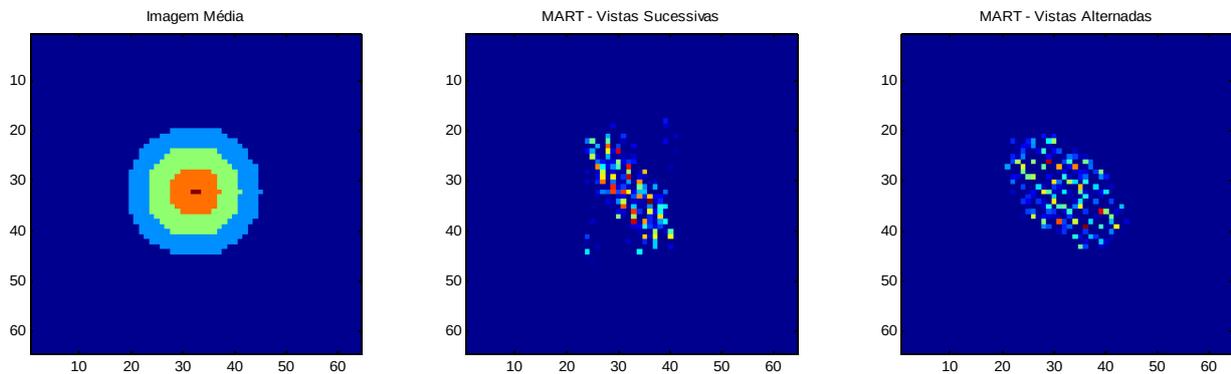


A reconstrução com vistas alternadas, Figura 40, apresenta uma redução nos artefatos de rotação mostrando uma distribuição espacial mais próxima da imagem média (Figura 40).

Disco crescente - 2 Vistas por frame

A configuração das vistas é mesma da Tabela-2.

Figura 41: Reconstruções disco crescente - 2 Vistas por frame - Vistas sucessivas e alternadas



Com o aumento do número de vistas, a distribuição torna-se mais central aproximando-se da imagem média (Figura 41).

4.3 Resultados com RGB

As situações já utilizadas nas seções 4.1 e 4.2 são testadas com visualização RGB. Para todos os casos, a primeira reconstrução (MART) é realizada com matriz inicial de valores unitários, relaxação 0.2 e número de iterações definido pela convergência de 0,5% e em seguida a normalizada por 150.

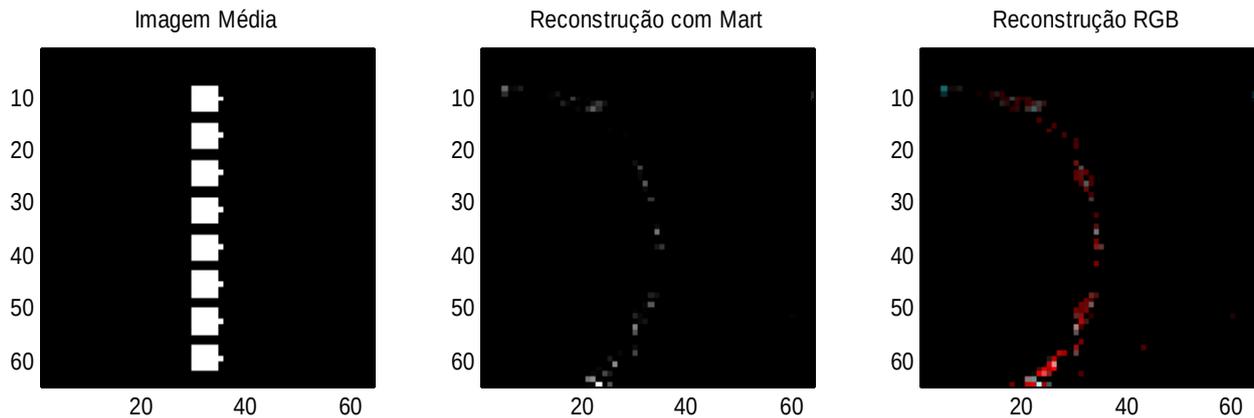
Os sinogramas são ponderados pelo conjunto de fatores que variam de 0,1 a 0,9 linearmente espaçados. Os valores foram escolhidos empiricamente.

Em seguida é realizada a reconstrução com o sinograma já ponderado e seus valores normalizados no intervalo de 150 a 255.

- **Círculo transladando – 1 Vista por frame**

Um disco para cada instante de tempo totalizando oito distribuições, Figura 42.

Figura 42: Reconstrução RGB - Círculo transladando - 1 vista por frame



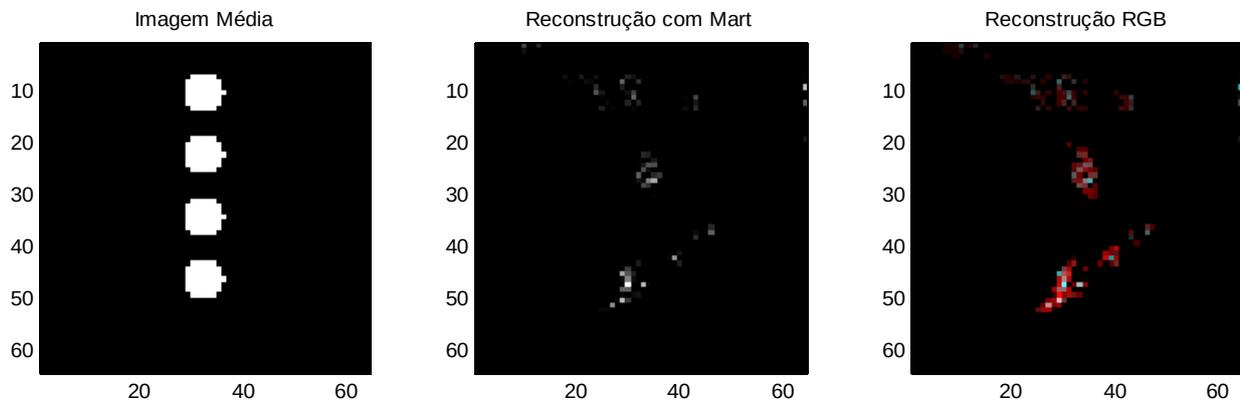
Para o círculo transladando verticalmente com 1 vista por frame, temos um clareamento na parte inferior da distribuição indicando que esta região traz informações mais recentes (Figura 42).

A reconstrução com MART RGB, por usar como base a distribuição espacial da reconstrução MART, mostra o clareamento vermelho na parte inferior da figura indicando que ocorreu movimento nesse sentido.

- **Círculo transladando – 2 Vistas por frame**

São quatro distribuições, uma para cada instante de tempo configurando duas vistas por frame.

Figura 43: Reconstrução RGB - Círculo transladando - 2 vistas por frame



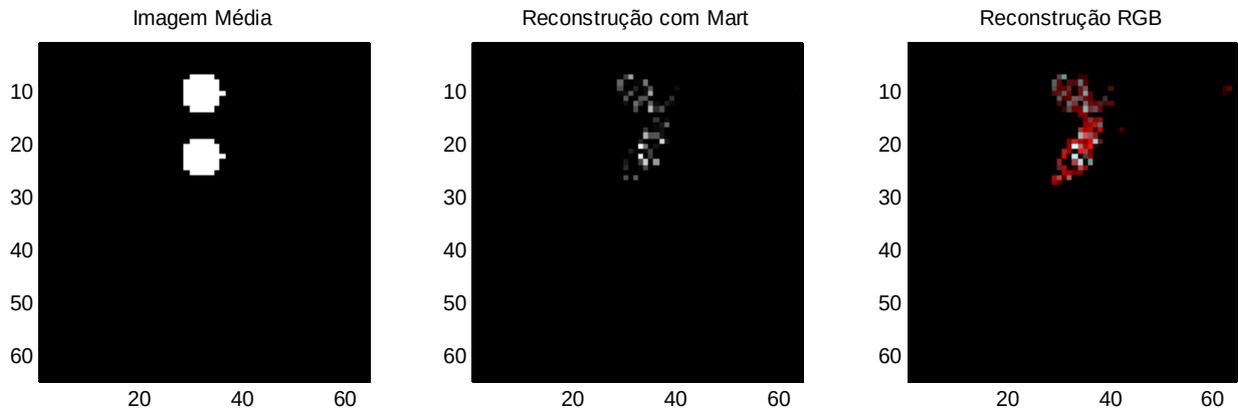
O clareamento do vermelho na reconstrução RGB indica que a parte inferior da reconstrução corresponde ao último instante de tempo

- **Círculo transladando – 4 Vistas por frame**

Quatro vistas por frame foram utilizadas na configuração das próximas três situações (Figura 44, Figura 45, Figura 46). O deslocamento para o disco vertical é utilizado com três valores distintos.

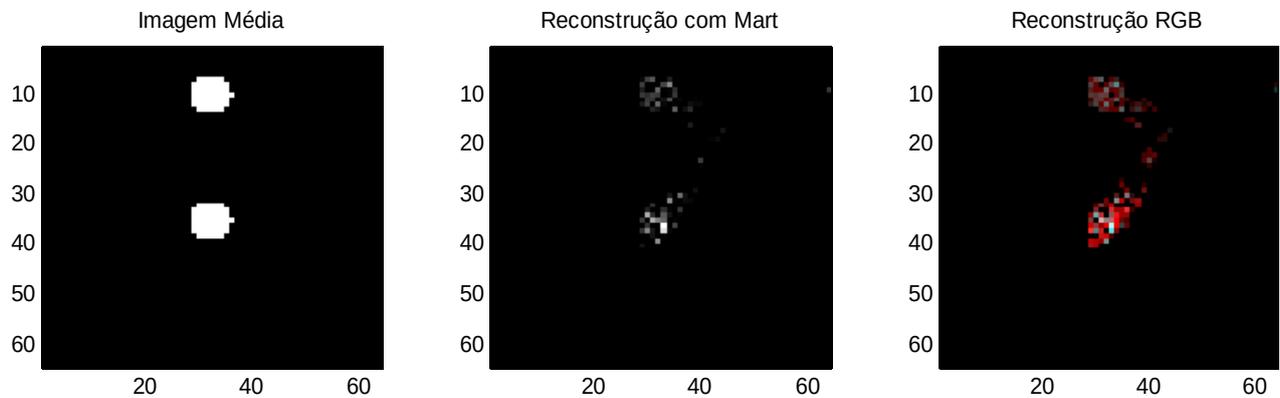
A primeira situação ilustra dois instantes de tempo com dois diâmetros de distância entre os centros dos discos, Figura 44.

Figura 44: Reconstrução RGB - Círculo transladando - 4 vistas por frame



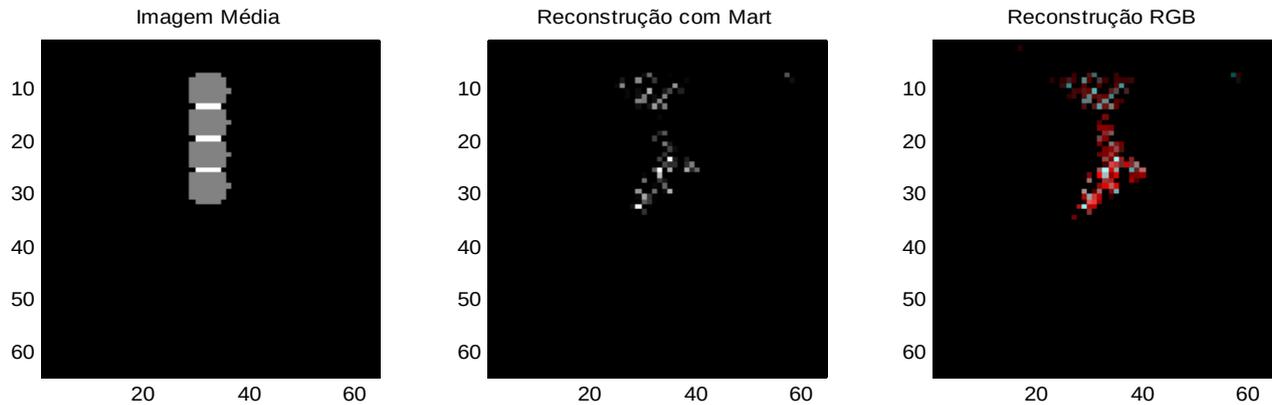
A próxima situação é criada com 4 diâmetros de distância entre centros entre o primeiro e segundo instantes de tempo, Figura 45. Cada disco corresponde a distribuição exata em um instante.

Figura 45: Reconstrução RGB - Círculo transladando - 4 vistas por frame



A terceira situação visa estudar o comportamento da reconstrução proposta quando há coincidência em parte da distribuição espacial. São quatro instantes de tempo e uma distância com menos de um diâmetro de distância entre centros consecutivos, Figura 46.

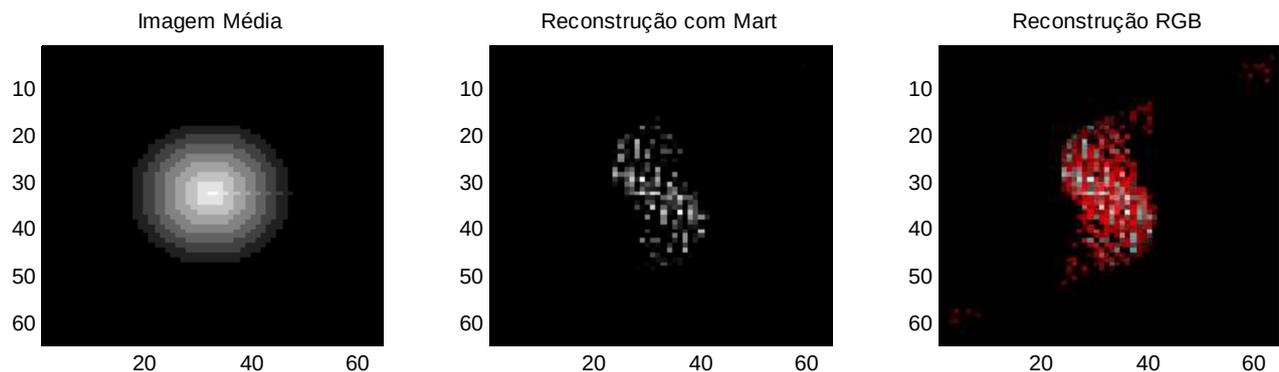
Figura 46: Reconstrução RGB - círculo transladando - 2 vistas por frame



- **Círculo crescente – duas vistas por frame**

A simulação totaliza 4 frames e oito vistas consecutivas. Duas por frame.

Figura 47: Reconstrução RGB - círculo crescente - 2 vistas por frame



Apesar da situação com círculo crescente e duas vistas por frame não mostrar boa reconstrução, a imagem reconstruída difere bastante da original como já mostrado na seção 4.1.3, também mostra concordância com os outros resultados RGB pois mostra uma região central com

vermelho mais claro. O clareamento deve-se a região que é coincidente para todos os círculos.

O problema que surge é que para esta situação o clareamento para o vermelho criado pela reconstrução RGB se confunde com a superposição dos círculos da reconstrução tradicional criado na região central.

4.4 Simulações com MCNPX

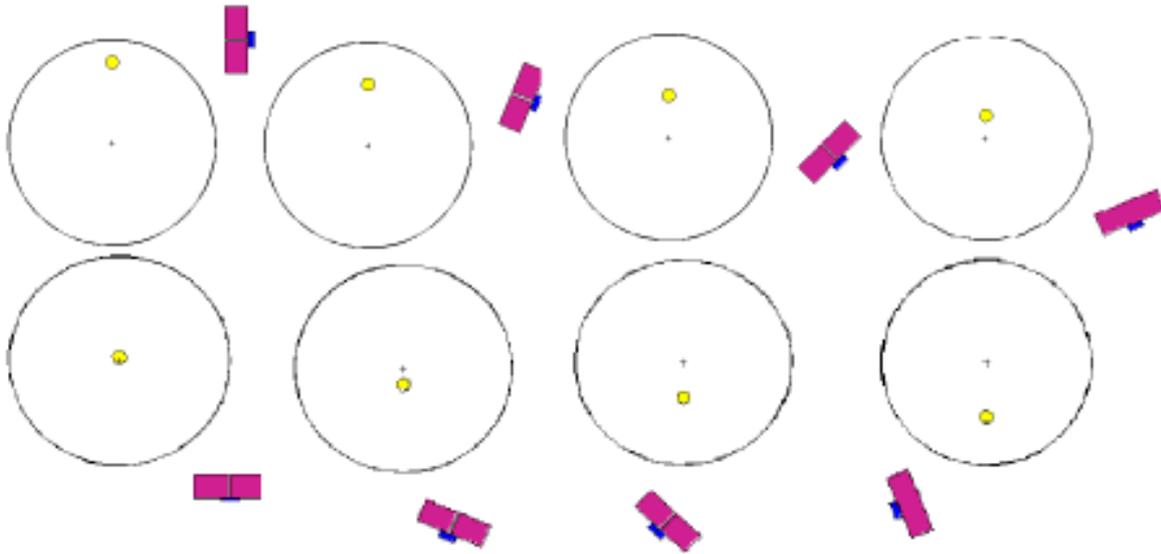
Os *frames*, que anteriormente foram obtidos analiticamente com o objetivo de encontrar as projeções, agora são representados por cartões de entrada para o MCNPX. A simulação gera como saída a intensidade relativa. Foram criadas as situações já expostas na seção 4.1. A configuração das simulações é:

- Objeto: Cilindro, Raio = 5cm, Material: Al, $\mu = 0,00746 \text{ cm}^{-1}$.
- Fonte: ^{137}Cs , Atividade: 5 mCi.
- Colimação Pb fonte - detetor: 5vmm
- Número de histórias: 100.000

4.4.1 Circulo Transladando – 1vista por *frame*

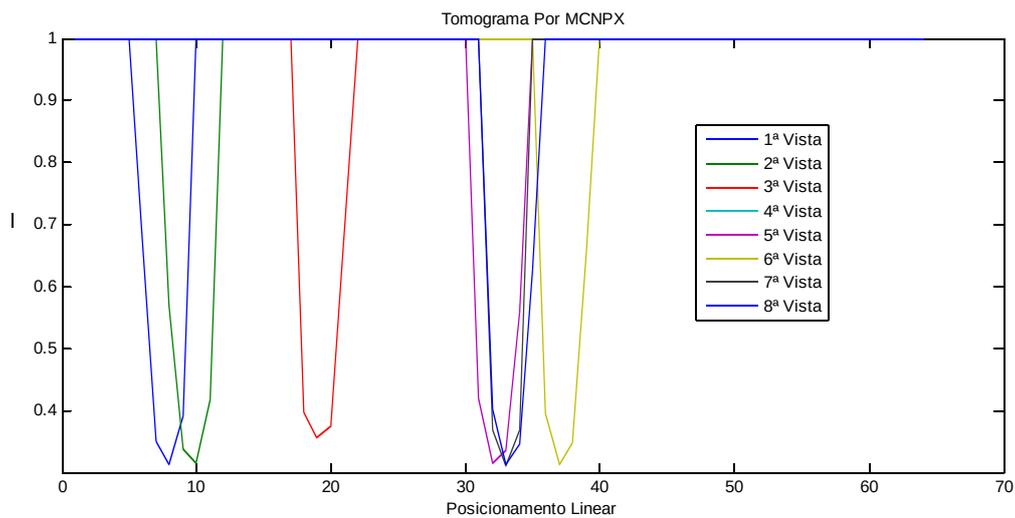
Oito geometrias foram simuladas com o objetivo de encontrar as projeções equivalentes as 8 vistas. Cada vista captura o disco em um instante de tempo diferente totalizando oito frames. Na Figura 48 ilustra-se o disco (em amarelo) em diferentes posições com e as respectivas a posições da fonte colimada indicando mudança angular (em roxo e azul).

Figura 48: Geometria Circulo Transladando - 1 vista por frame



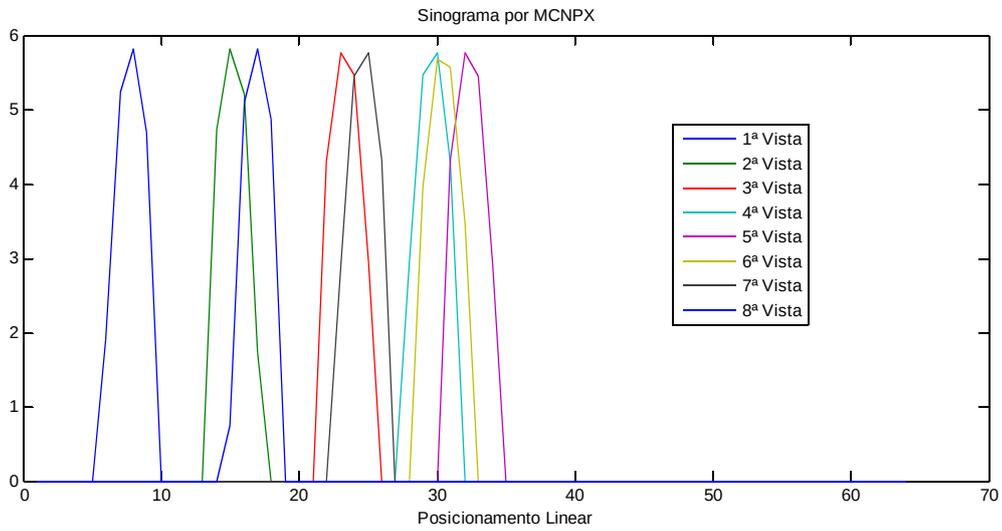
O método retorna o (relação entre I_{final} e o I_{inicial}). A matriz de intensidades relativas é denominada tomograma e tem as suas colunas ordenadas por vista(Figura 49).

Figura 49: Tomograma via MCNPX - 1 Vista por frame



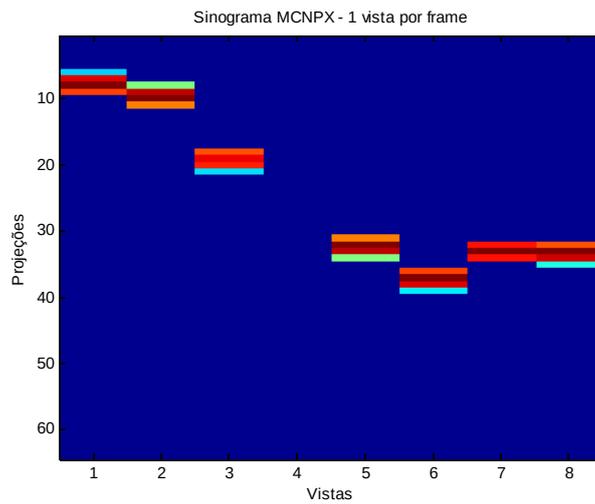
As projeções são encontradas fazendo $P = \ln(I_{\text{relativo}})$ e o conjunto de vistas ordenadas em colunas é denominado sinograma(Figura 50).

Figura 50: Sinograma MCNPX - 1 vista por frame



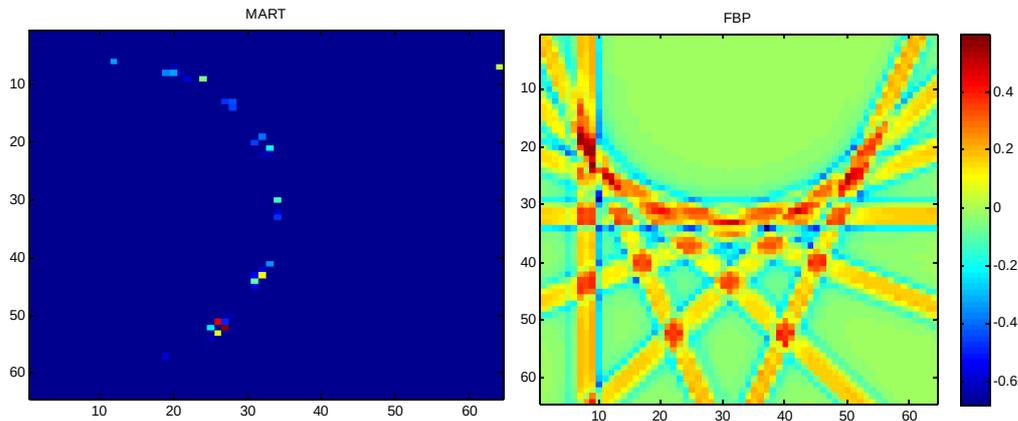
A apresentação do sinograma em forma de imagem é ilustrada na Figura 51.

Figura 51: Imagem de sinograma MCNPX - 1 vista por frame



As reconstruções apresentaram-se similares as feitas analiticamente na seção 4.1. Formação de oito artefatos em faixa no FBP e o arqueamento para esquerda indicando o sentido da rotação do tomógrafo (Figura 52).

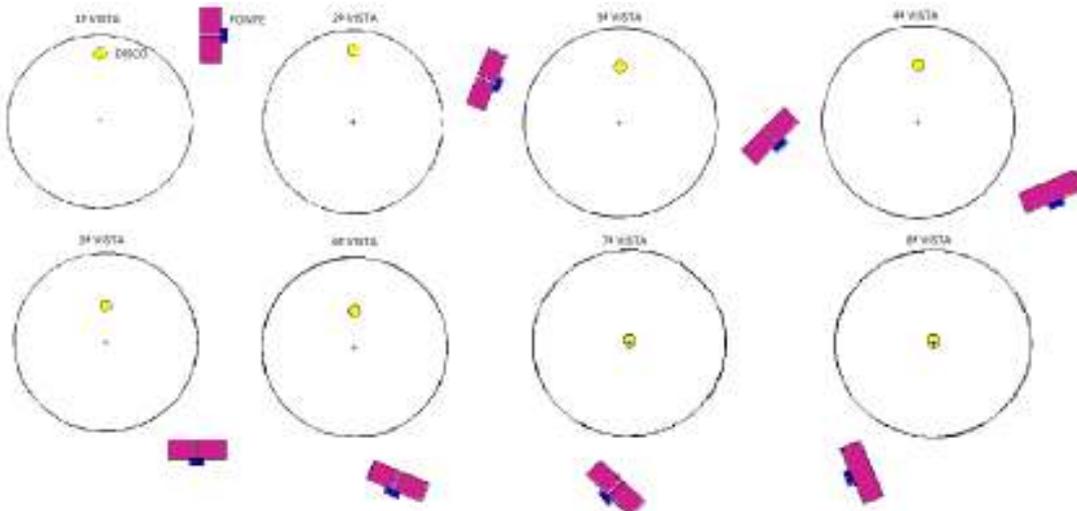
Figura 52: Reconstruções MART e FBP – MCNPX – 1 vista por frame



4.4.2 Circulo Transladando – 2 vistas por *frame*

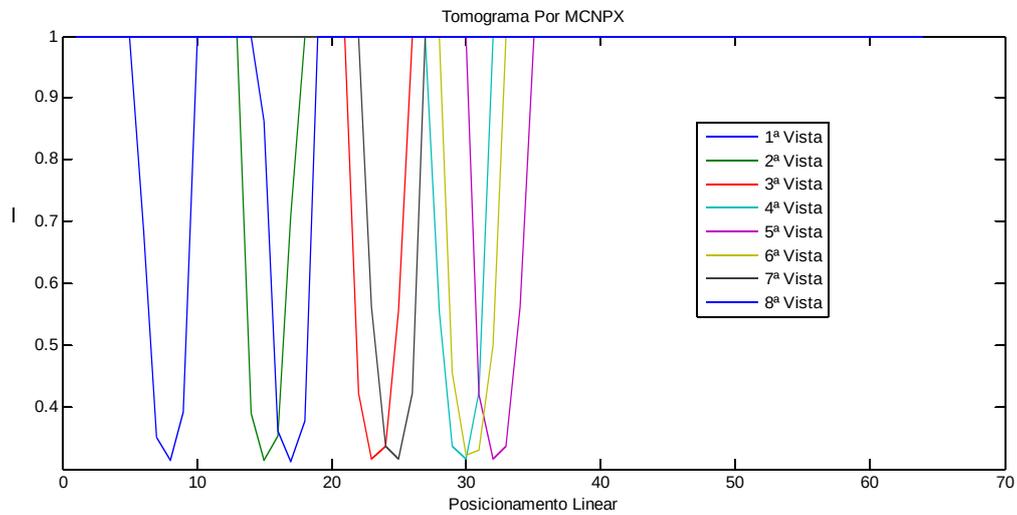
Oito geometrias foram simuladas com mudança no posicionamento angular apenas quando o disco muda de posição. Duas vistas capturam o disco na mesma posição. A geometria simulada no MCNPX é mostrada na Figura 53.

Figura 53: Geometria circulo transladando - 2 vistas por frame



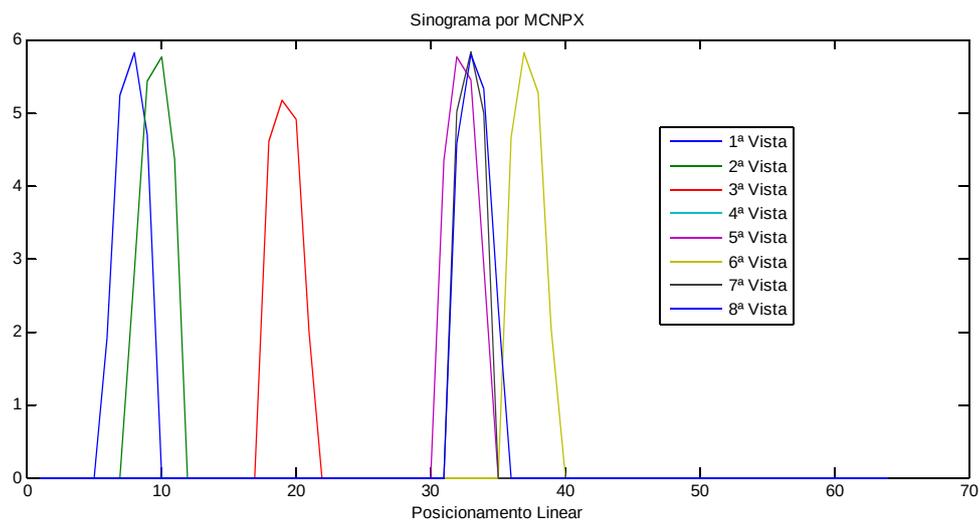
A simulação retorna o seguinte tomograma, Figura 54.

Figura 54: Tomograma MCNPX - 2 vistas por frame



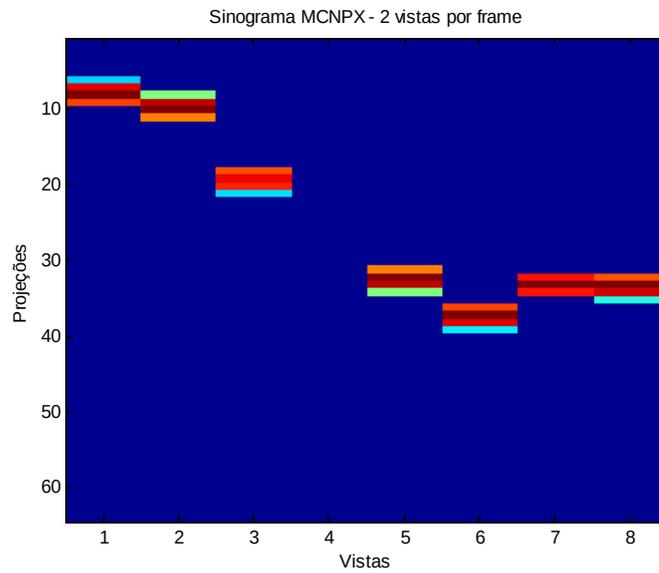
Calculando as projeções, temos o sinograma ilustrado na Figura 55.

Figura 55: Sinograma MCNPX - 2 vistas por frame



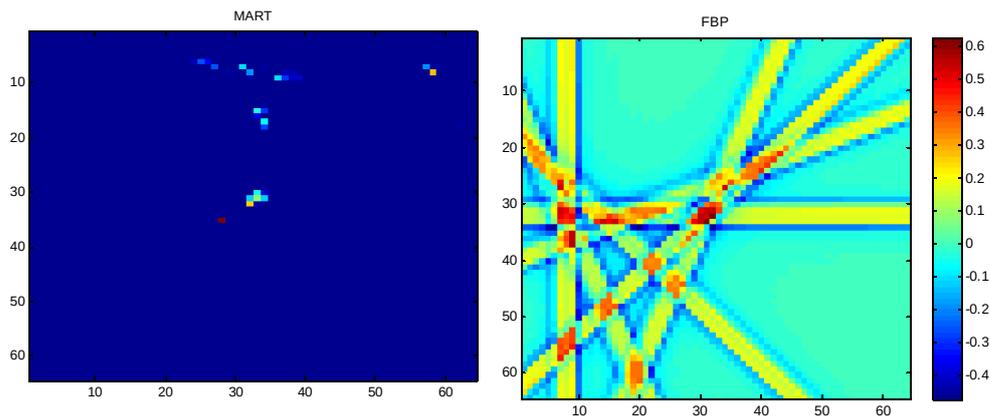
Que visualizado em formato de imagem fica ilustrado na Figura 56.

Figura 56: Imagem de sinograma MCNPX – 2 vistas por frame



As reconstruções corresponderam as expectativas quando coincidem com as reconstruções simuladas analiticamente(Figura 57).

Figura 57: Reconstrução MART - MCNPX - 2 vistas por frame



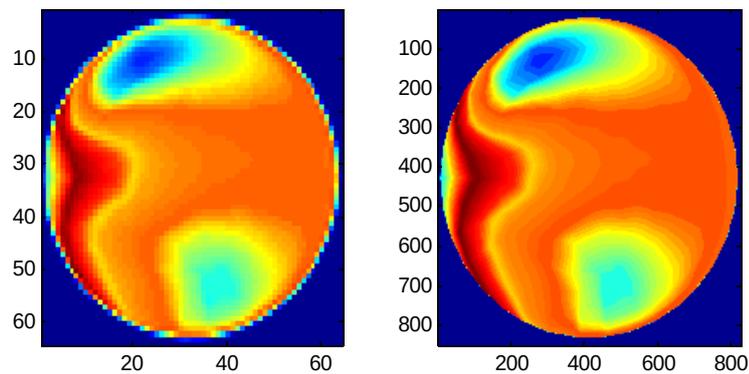
4.5 Resultados com CFD

As condições da simulação foram vazão volumétrica de ar é 500 L/min e o fluxo de catalisador é de $180 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$. O tempo de processo foi de 10 segundos com passo de 0,0025 segundos.

O local de leituras da fração volumétrica foi se encontra a uma altura de 0,650 metros da base do riser feita a cada 0,0375 segundos durante o tempo de processo de fluidização, resultando em 268 imagens. Séries de oito a nove imagens da secção transversal são utilizadas.

Devido a alta resolução das imagens vindas do CFD uma redução foi realizada para figuras com 64×64 pixels, *Figura 58*.

Figura 58: Redução na resolução: 899x999 para 64x64



4.5.1 CFD-1 vista por *frame*

A sequência de oito imagens em intervalos de tempos consecutivos é ilustrada na Figura 59 e a imagem média na Figura 60.

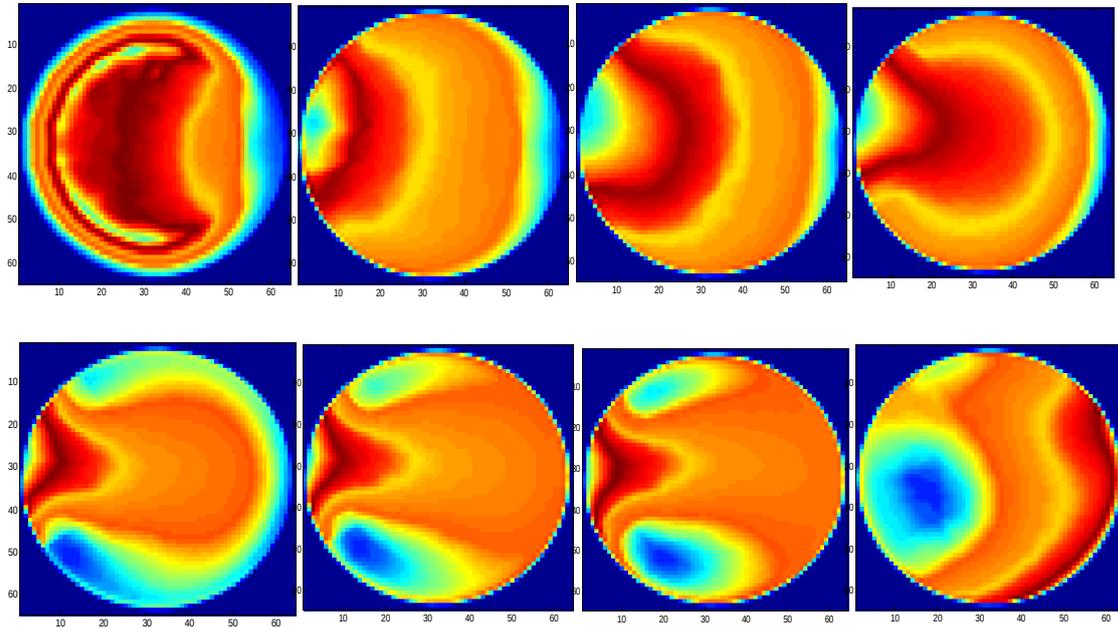
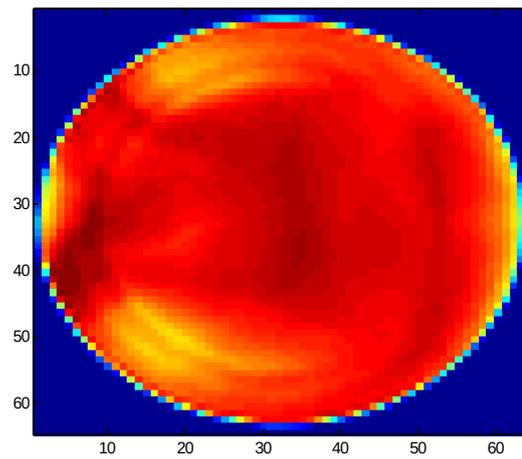
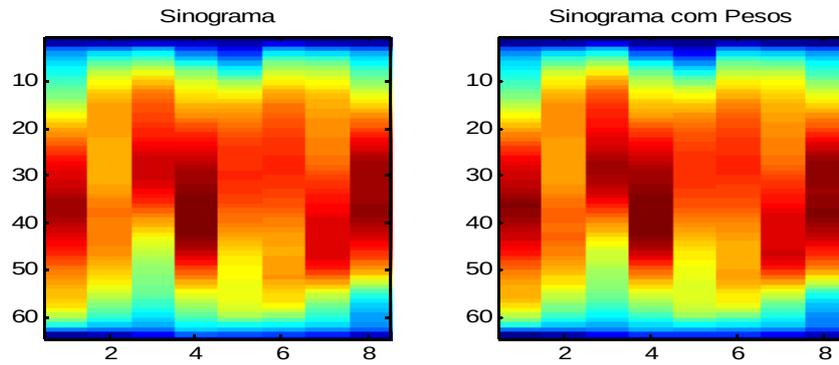
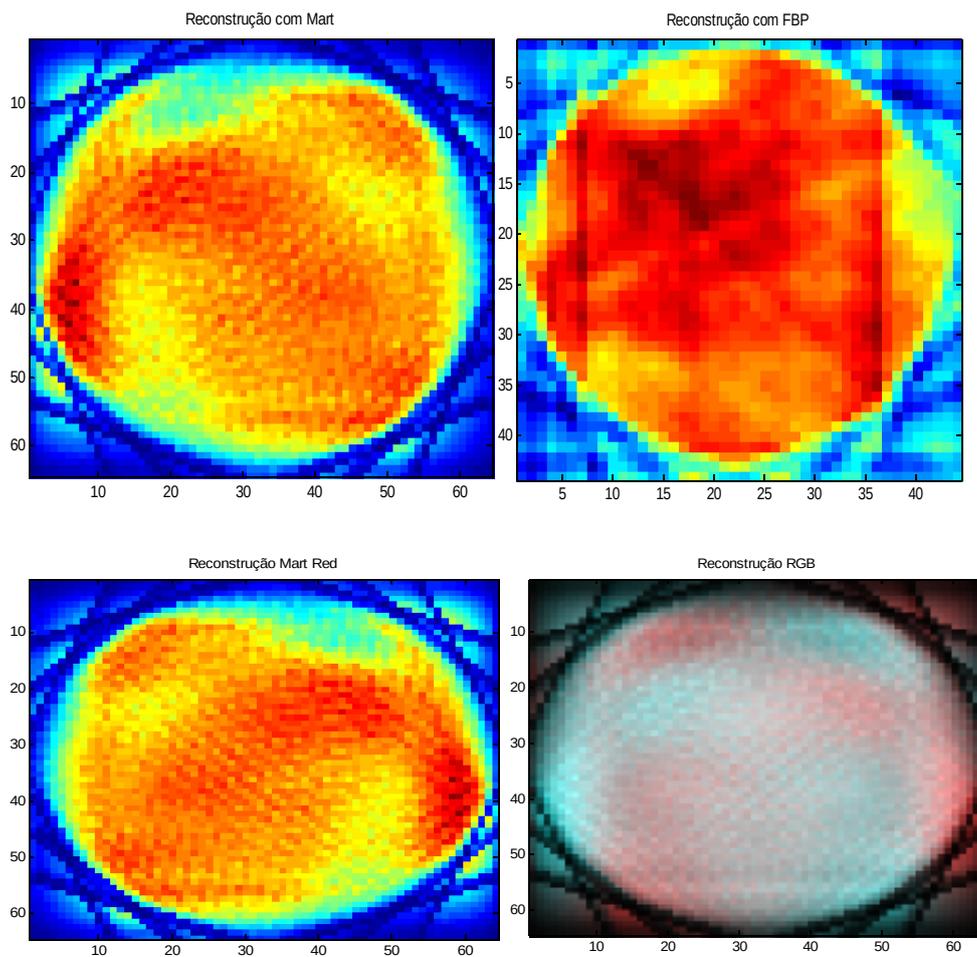
Figura 59: CFD - Frames 1 ao 8**Figura 60: Média Aritmética dos 8 frames**

Figura 61: Sinogramas: CFD – 1 vista por frame



Reconstruções:

Figura 62: Reconstruções: CFD – 1 vista por frame



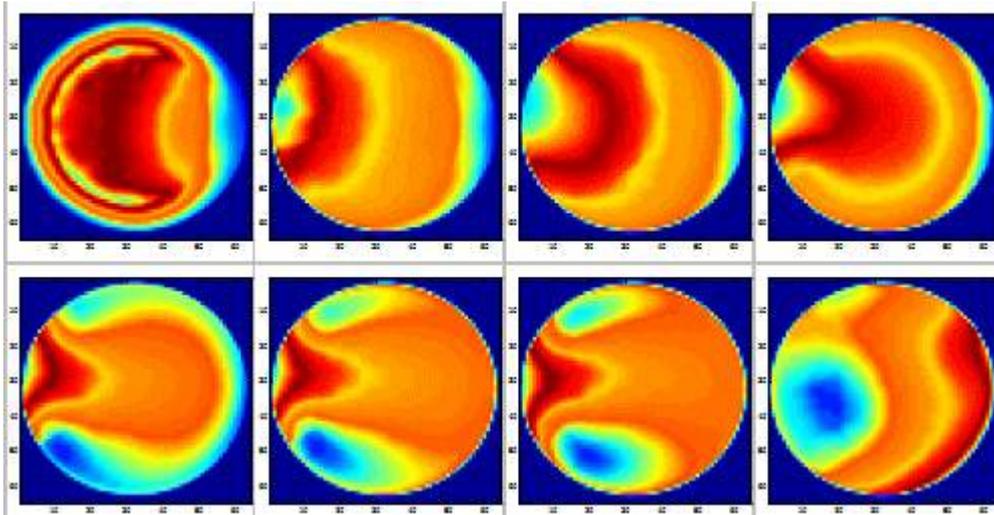
As reconstruções para uma vista por frame não correspondem à realidade prevista

pelo CFD. O pequeno número de vistas aliado a complexidade da figura dificultam a reconstrução.

4.5.2 CFD-8 vistas por *frame*

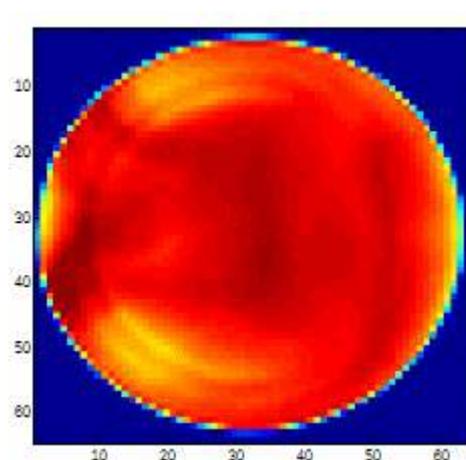
A sequência de oito imagens em intervalos de tempo consecutivos é ilustrada na Figura 63.

Figura 63: Frames 1 ao 8: CFD – 8 vistas por frame



A média das oito imagens, Figura 63.

Figura 64: Média Aritmética dos 8 frames



O sinograma simulado e o mesmo ponderado são mostrados na Figura 65

Figura 65: Sinogramas: CFD - 8 vistas por frame

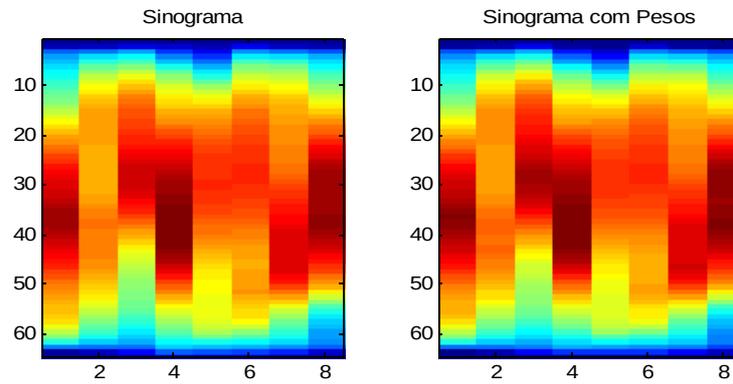
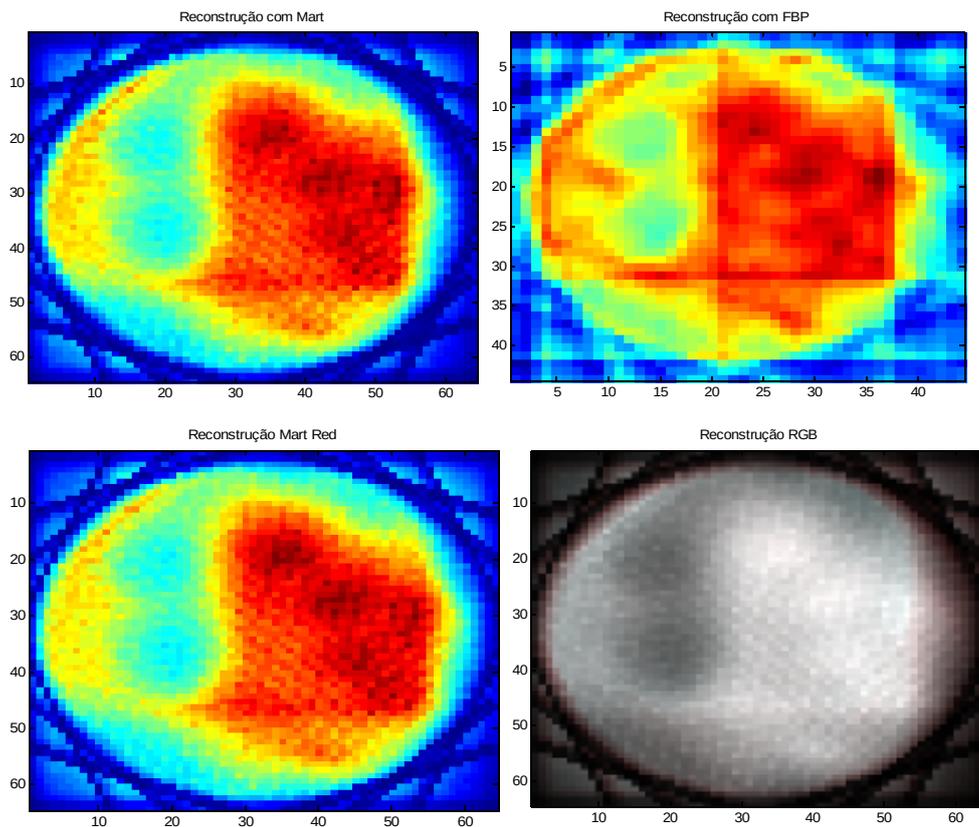


Figura 66: Reconstruções: CFD - 8 vistas por frame



As reconstruções concordam com as distribuições quando apresentam maior concentração de sólido do lado direito da imagem. A maior concentração de pigmentação vermelha

do lado direito da imagem reconstruída em RGB mostra que a distribuição nesta região é mais recente. O resultado tem concordância com a mudança de lado da distribuição ao longo dos oito frames.

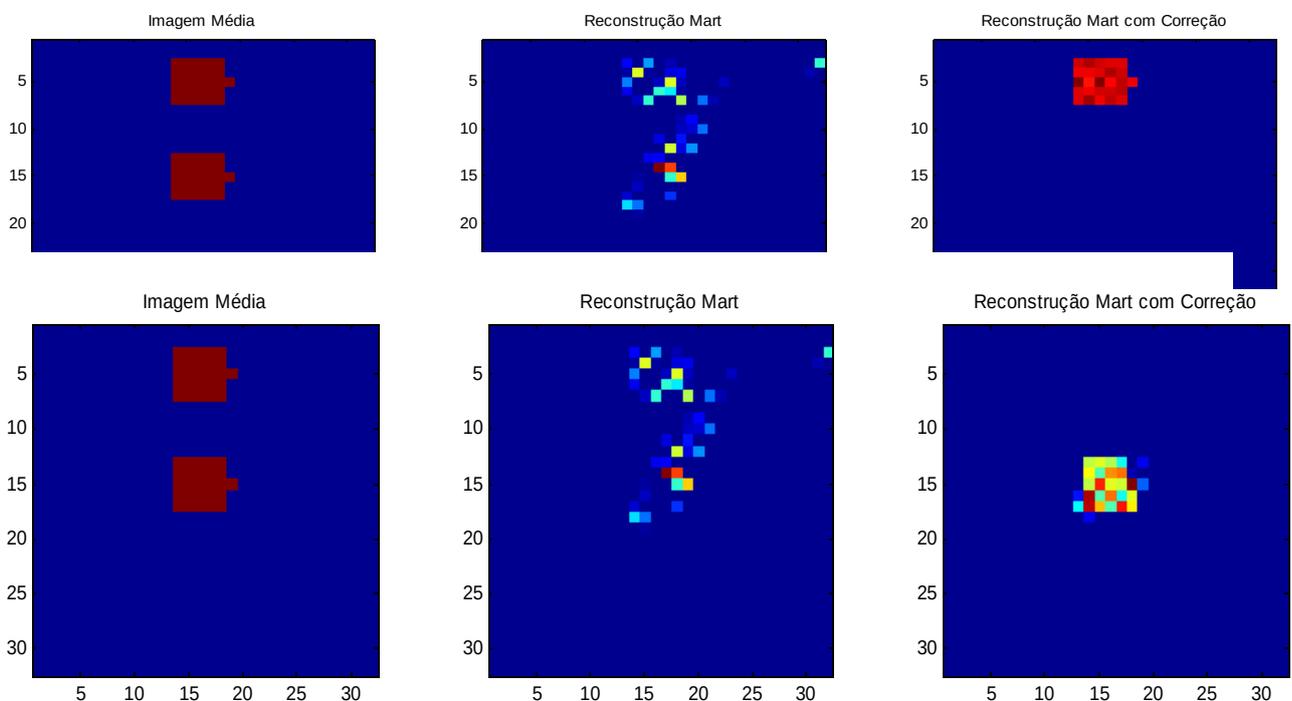
4.6 Reconstruções com correção de movimento

Como a reconstrução com vistas alternadas é superior a tradicional com vistas sucessivas, utilizou-se para todas as simulações com correção de movimento o posicionamento angular sucessivo. O objetivo da escolha é verificar os resultados gerados só por correção da matriz de pesos. As simulações foram ordenadas de acordo com as situações já exploradas e para um instante de tempo específico.

Abaixo (Figura 67, Figura 68), tem-se a configuração de 4 vistas por frame resultando em dois quadros, cada um com o disco em uma posição diferente. A imagem tem 32x32 pixels e o deslocamento foi vertical de 5 pixels. Como o número de colunas da matriz de pesos é definido pela resolução da imagem, o deslocamento na matriz de pesos corresponde ao vertical x número de elementos em uma linha. então , $5 \times 32 = 60$ colunas para esquerda quando se quer recuperar o primeiro instante e 60 colunas para direita no caso do segundo.

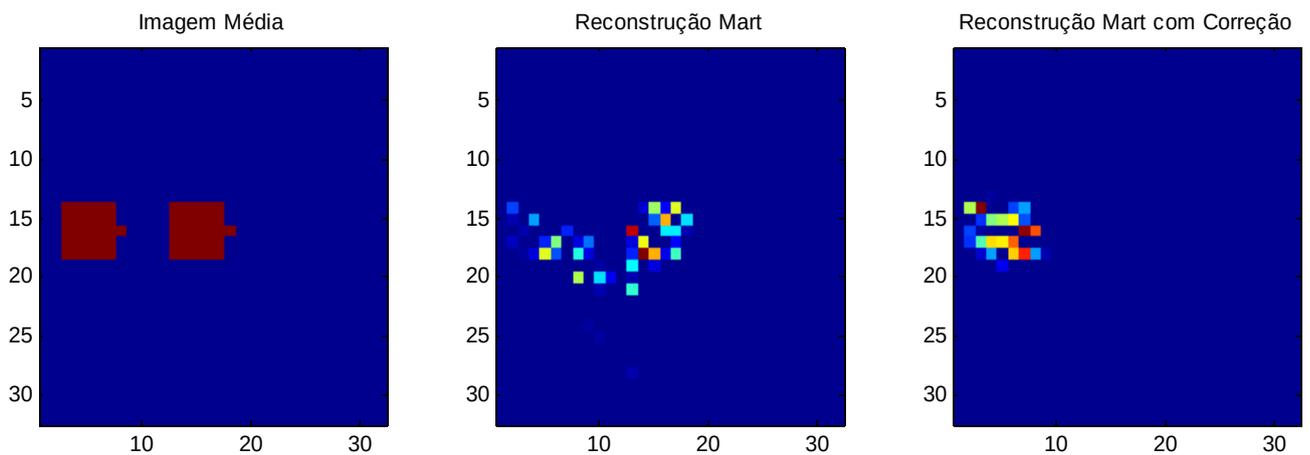
Para o primeiro instante a correção mostra-se eficaz, reconstruindo por completo a distribuição no primeiro instante de tempo, Figura 67.

Figura 67: Correção de movimento - Reconstrução para o primeiro instante de tempo



A situação com translado horizontal é ilustrada na Figura 69 e Figura 70. A reconstrução no primeiro instante de tempo mostra-se mais precisa, Figura 69. Quatro vistas foram utilizados por quadro com um deslocamento de 5 pixels entre eles. O deslocamento de colunas é realizado com o mesmo número.

Figura 69: Correção de movimento - Reconstrução para o primeiro instante de tempo



Para o segundo instante, Figura 70:

Figura 70: Correção de movimento - Reconstrução para o segundo instante de tempo

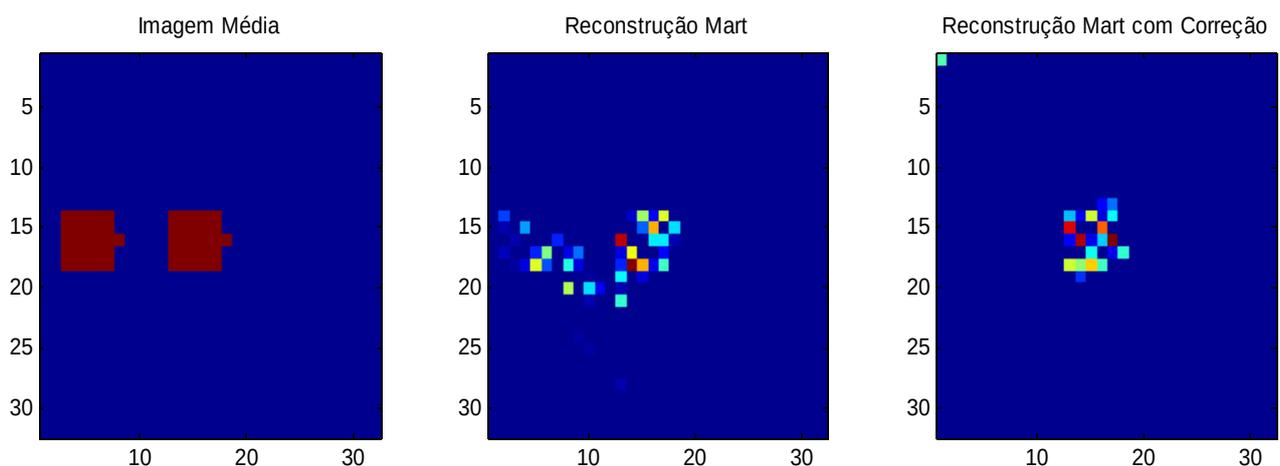
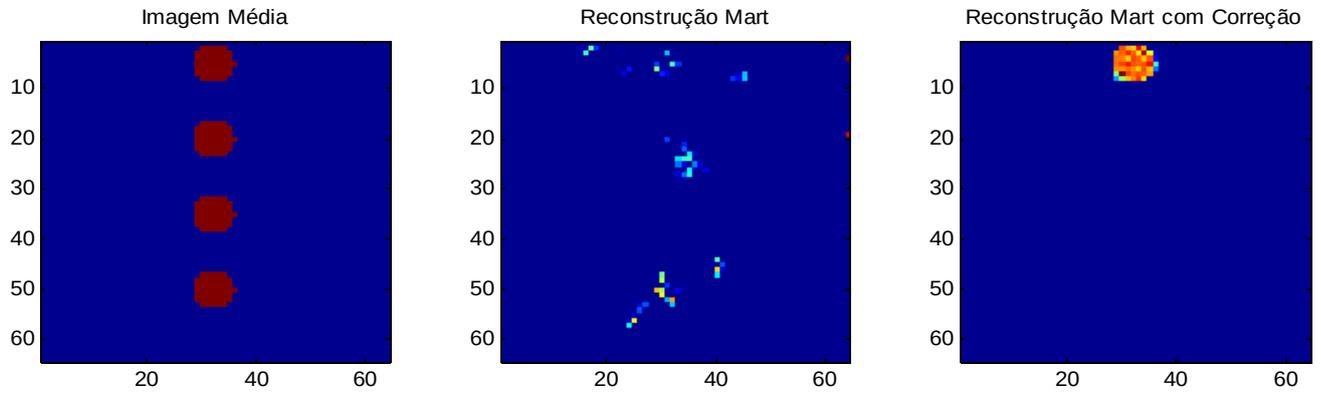


Figura 72, Figura 73. A imagem tem 64x64 pixels e o deslocamento foi vertical de 5 pixels resultando em um deslocamento de $5 \times 64 = 320$ para as colunas.

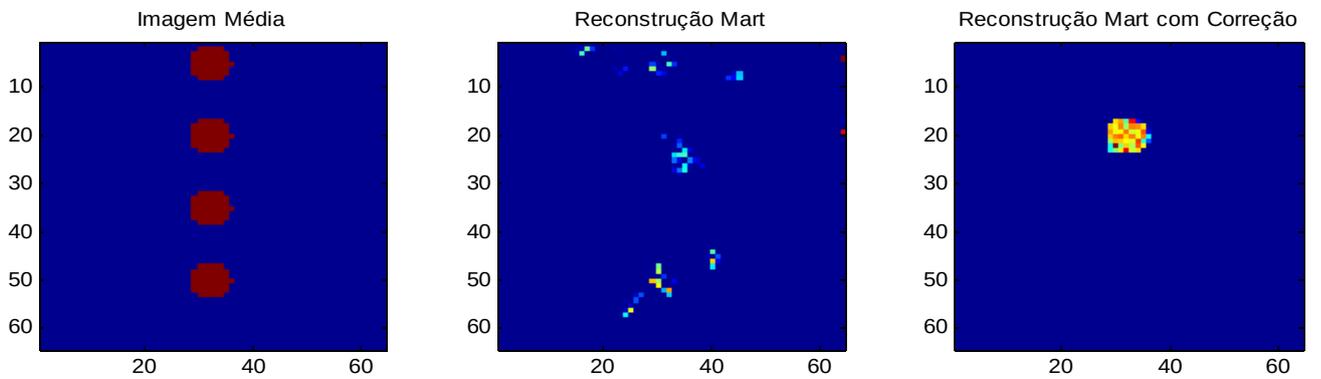
Para o primeiro instante de tempo, temos:

Figura 71: Correção de movimento - Reconstrução para o primeiro instante de tempo



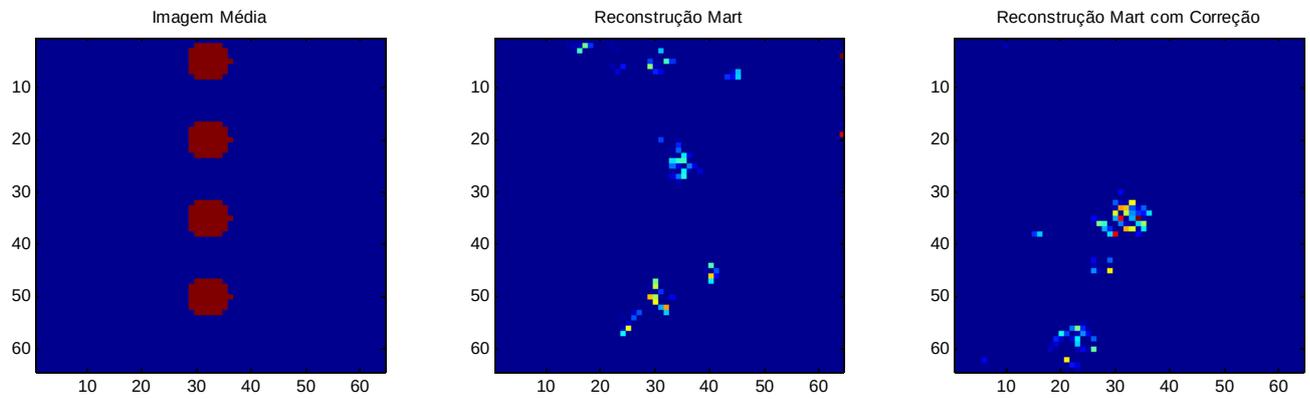
Para o segundo instante:

Figura 72: Correção de movimento - Reconstrução para o primeiro instante de tempo



e para o terceiro instante:

Figura 73: Correção de movimento - Reconstrução para o primeiro instante de tempo



Ocorre o aparecimento de ruído nas reconstruções com o aumento do tempo. Este efeito é devido a extrapolação do deslocamento nos elementos próximo as bordas da matriz de pesos.

5. CONCLUSÕES

As simulações analíticas de primitivas matemáticas foram validadas com êxito quando comparadas com as mesmas realizadas por MCNPX. As aquisições tomográficas foram simuladas mostrando a superioridade da tomografia de 5ª geração (8 vistas por *frame*) quando comparada à de 3ª geração (uma, duas e quatro vistas por *frame*), seções 4.1 e 4.2. As reconstruções ficam mais próximas da imagem média porque todas as vistas são adquiridas ao mesmo tempo durante todo o processo. O FBP perde a definição dos discos e forma um artefato central vertical. O MART reconstrói perfeitamente o disco nas oito posições mostrando a sua preferência para um número limitado de dados (8 vistas). O FBP é bastante utilizado em tomografias médicas (360 vistas ou mais) devido a baixa complexidade computacional quando comparado aos métodos algébricos.

Tanto o disco transladando quanto o crescente apresentam melhor performance com o aumento do número de vistas por distribuição, como pode ser visto na seção 4.1. A situação em que foi simulada uma vista por *frame* apresenta um artefato de movimento indicando o sentido de rotação do arranjo simulado.

Os oito perfis encontrados nas simulações com círculo crescente mostram o aumento do disco, seção 4.1.3 e 4.1.4. As simulações para este caso reconstroem uma distribuição central distorcida pela incompatibilidade das projeções (adquiridas em diferentes instantes de tempo). As reconstruções com FBP mostram-se inferiores ao MART formando artefatos de Moiré (artefatos estrela) em todas as reconstruções. Confirmando que estes artefatos são comuns quando se utiliza o FBP com um número limitado de dados.

Os testes com vistas alternadas mostram que essa configuração é superior ao arranjo sucessivo pois cobre uma área maior em um tempo menor, capturando mais informações relativas ao movimento (seção 4.2).

A reconstrução RGB inova porque mostra a evolução temporal do processo com áreas mais claras (vermelho claro) indicando proximidade temporal enquanto que áreas mais escuras indicam tempo passado. O método mostra o clareamento no vermelho em regiões da figura indicando que ocorreu movimento neste sentido. Os testes com círculo transladando mostram coerência quando indicam com o vermelho mais claro as regiões correspondentes aos últimos quadros. O mesmo resultado é obtido com os dados do CFD para simulação da TC de 5ª geração. O

lado direito da imagem tem valores maiores para o vermelho coincidindo com a sequência de distribuições utilizada onde ocorre mudança na concentração do lado esquerdo para o direito. Para o círculo crescente a eficácia do método pode ser questionada pois ocorre superposição das regiões centrais de cada disco. A aplicação a dados do CFD com apenas uma vista por frame é ineficiente pois a reconstrução RGB não consegue mostrar tendência de movimento. A reconstrução tradicional MART também não coincide com a média dos frames, ou seja, como o método proposto utiliza esta distribuição espacial, não pode-se afirmar que a ineficiência do processo seja devido unicamente a reconstrução RGB.

O MCNPX foi utilizado com êxito nas duas simulações propostas. Sinogramas e tomogramas são coincidentes, com exceção da escala, com os mesmos encontrados por técnicas analíticas.

A reconstrução com correção de movimento foi utilizada com êxito para determinação da distribuição no instante inicial de tempo. Ocorre aparecimento de ruído com o aumento do tempo. Este efeito é devido a extrapolação do deslocamento nos elementos próximo as bordas da matriz de pesos. Salienta-se que o vetor deslocamento deve ser conhecido ou calculado previamente. Este trabalho utiliza valores já determinados anteriormente nas simulações (distância entre discos).

O trabalho contribui para tomografia industrial porque utiliza casos comuns à área como o disco transladando, que é simulador de bolhas em colunas industriais, e imagens do CFD como *phantoms* para predileção dos perfis experimentais. Contribui também para a otimização de parâmetros de operação tomográfica quando simula as aquisições, prevendo resultados para o experimento. Indica o MART como superior ao FBP neste conjunto de dados. As simulações analíticas de sinogramas foram validadas com êxito pelo MCNPX, ou seja, ambas podem ser utilizadas para simulação de fenômenos industriais. Sugere também que a TC com vistas alternadas corresponde mais a realidade dinâmica de uma distribuição. Propõe um novo método, a reconstrução RGB, obtendo bons resultados apenas nas situações em que não ocorre coincidência entre as distribuições de diferentes instantes de tempo.

Um estudo mais detalhado dos valores empíricos deve ser feito para um entendimento maior da penalização das projeções e das situações em que ocorra superposição de distribuições.

A baixa performance do FBP, esperada para um baixo número de aquisições, indica que testes com um número maior de vistas devem ser realizados para o estudo dos métodos

propostos nestas situações.

Outro trabalho futuro é utilizar soluções já propostas na literatura médica para diminuição de ruídos e artefatos na reconstrução com correção de movimento, identificando o vetor deslocamento durante o processo.

Espera-se dar continuidade ao trabalho validando também experimentalmente as simulações com translado do disco (Laboratório de Radioquímica – DEN – UFPE).

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALEXANDER, B.; DIMITRY, V.; VITALY, V.; KISELEV, A.N. **Algebraic reconstruction and post-processing in incomplete data computed tomography.** *From X-rays to Laser Beams*, Jun., 2007.

ANDERSEN, A.H. **Algebraic reconstruction in CT from limited views.** *IEEE transactions on medical imaging*, v. 8(1), p.50–55, Jan.1989.

ANGELI, S.; EFSTAHIOS, S., **An Accelerated Algebraic Reconstruction Technique based on the Newton-Raphson, Scheme.** *Ieee Nuclear Science Symposium Conference Record*, 2:3382–3387, 2009.

AZZI, M.; TULIER, P.; BERNARD, J. R.; GARNERO, L. **Mapping Solid Concentration in a Circulating Fluid Bed Using Gammametry,** *Powder Technology*, p.27-36, 1991.

BENDER, R.; GORDON, R; HERMAN, G.T. **Algebraic reconstruction techniques(art) for three dimensional electron microscopy and x-ray photography.** *J. Theor. Biol.*, v.29, p.759–768, 1971.

BROOKS, R.A.; CHIRO, G., **Principles of Computer Assisted Tomography (CAT) in Radiographic and Radioisotopic Imaging.** *Phis. Med. Biol.*, v.21, N. 5, p.689-732, 1976.

BUTALA, M. D.; KAMALABADI, F. ; FRAZIN, R. A.; Chen Y.,“Dynamic tomographic imaging of the solar corona,” *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, vol. 2, pp. 755–766,2008.

CENSOR, Y. **Finite Series-Expansion Reconstruction Methods.** *proceedings of the ieee*, p.71, 1983.

CEZARO, A.; CEZARO, F.T., **Problemas Inversos e a matemática da tomografia computadorizada,** *V Bienal da SBM - Sociedade Brasileira de Matemática*, 2010.

CRUVINEL, P. E. **Mini tomógrafo de raio-x e raio gama computadorizado para aplicações multidisciplinares.** *PhD thesis, Unicamp*, 1987.

DANTAS, C.C. ; MELO,S.,M. ; OLIVEIRA, E. F. ; MAGALHÃES, F. P. ; SANTOS, M. G. **Measurement of density distribution of a cracking catalyst in experimental riser with a sampling procedure for gamma ray tomography.** *Nuclear Instruments & Methods in Physics Research. Section B, Beam Interactions with Materials and Atoms (Print)* , v. 266, p. 841-848, 2008.

DE PIERRO, A. R. **Problemas Matemáticos em Tomografia por Emissão**, Notas, UNICAMP, 2004.

DESBAT, L. ; RIT, S.; CLACKDOYLE, R.; MENNESSIER, C.; PROMAYON, E.; NTALAMPEKI, S., “**Algebraic and analytic reconstruction methods for dynamic tomography**,” *Proceedings of the 29th Annual International Conference of the IEEE EMBS Cité Internationale, Lyon, France August 23-26, 2007. ThP2B1.1*, 2007, pp. 726-730.

DESBAT, L.; ROUX, S.; GRANGEAT, P., “**Compensation of some time dependent deformations in tomography 2 Deformations preserving the projection geometry**” *IEEE transactions on medical imaging*, vol. 26, 2007, pp. 1-20.

EARLY, D. S.; LONG D.G. **Image Reconstruction and Enhanced Resolution Imaging from Irregular Samples**. *IEEE transactions on geosciences and remote sensing*, 3v.9(2):291–302, 2001.

FARIN G., **Curves and Surfaces for CAGD: a Practical Guide**. 4th edition, *Academic Press*-1996.

FORSYTHE, G.E. **Solving linear algebraic equations can be interesting**. *Bulletin of the American Mathematical Society*, v.59(4), P.299–330, Jul 1953.

GORDON, R. **A tutorial on art (algebraic reconstruction techniques)**. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, v. NS-21, p.78–93, 1974.

GORDON, R.; GUAN H. **A projection access order for speedy convergence of art: a multilevel scheme for computed tomography**. *Physics in medicine and biology*, p.39, 1994.

GUAN, H.; HERMAN, G. T.; ZHU Y. **Combining various projection access schemes with the algebraic reconstruction technique for low-contrast detection in computed tomography**. *Physics in medicine and biology*, 43(8):2413–21, August 1998.

HANSON, K. M.; WECKSONG, G.VW. **Local basis approach to computed tomography**, *Appl.Opt*, v.24, p.4028-2039, 1985

HERFFERNAN, P. B.; Robb, A. R. **Difference image reconstruction from a few projections for nondestructive materials inspection**. *Applied optics*,

HERMAN, G. T. **Iterative reconstruction algorithms**. *Comput. Biol. Med.*, v6, p.273 – 294, 1976.

HERMAN, G. T.; GORDON, R. **Reconstruction of pictures from their projections**. *Commun. Assoc. Comput. Mach.*, v14, p.759–768, 1971.

HERMAN, G.T.; MEYER, L. B. **Algebraic Reconstruction Techniques Can Be Made**

Computationally Efficient. *IEEE transactions on medical imaging*, v. 12(3), 1993.

IAEA-TECDOC-1589, **INDUSTRIAL PROCESS GAMMA TOMOGRAPHY**, *Final report of a coordinated research project, 2003–2007, May 2008*

KACZMARZ, S., **Angenaherte auflösung von systemen linearer gleichungen**, *Bull. Acad. Pol. Sci. Lett. A*, vol. 6-8A, pp. 355-357, 1937.

KAK, A. C.; SLANEY, M. **Principles of Computerized tomographic imaging**, *IEEE PRESS*. 1999.

KALAGA, D. V.; KULKARNI, A. V.; ACHARYA, R.; KUMAR, U.; SINGH, G.; JOSHI, J.B., **Some industrial applications of gamma-ray tomography**, *Journal of the Taiwan Institute of Chemical Engineers* 40 (2009) 602–612, www.elsevier.com/locate/jtice

KNOLL, G. F. **Nuclear Counters, Radiation-Measurement.** *Book*. 2006.

LUTZ, P.H. **Relaxation Methods for Image Reconstruction.** *Communications of the ACM*, v.21(2), p.282–288, 1978.

MARTINEZ, A.G. **Detecção de descontinuidades e reconstrução de funções a partir de dados espectrais: filtros splines e metodos iterativos**, *tese - UNICAMP*, 2006.

MELO, S.M.; DANTAS, C.C.; OLIVEIRA E.A.L. , MAGALHÃES F.P.; OLIVEIRA, E.F. **A FCC catalyst gamma ray tomographic reconstruction by using non negative non parametric bezier triangles**, *Proceedings In: 4 th International Symposion on Process Tomography in Poland*, p. 165, Washaw, 2006.

MESQUITA, J.;; MATELA, N.; OLIVEIRA, N.; MARTINS, M. V. **Choosing the ART relaxation parameter for Clear-PEM 2D image reconstruction.** *Computer methods and programs in biomedicine*, May, 2010.

MYERS, G. R.; KINGSTON, A. M.; VARSLLOT, T. K.; TURNER, M. L.; SHEPPARD, A. P. , **“Dynamic tomography with a priori information”**, *Applied Optics*, vol. 50, 2011, pp. 3685-3690.

OLIVEIRA, E.F.; DANTAS, C.C., MELO S. B., VASCONCELOS, D. A. A., **“COMPARISON AMONG TOMOGRAPHIC RECONSTRUCTION ALGORITHMS,”** *internetal nuclear conference-INAC2011*.

OLIVEIRA, E.F.; DANTAS, C.; MELO S. B., VASCONCELOS, D. A. A., **“TOMOGRAPHIC RECONSTRUCTION WITH B-SPLINES SURFACES”** *internetal nuclear conference-INAC2011*.

RAMACHANDRAM, G. N.; LAKSHMINARAYANAN, A. V., **Three-dimensional reconstruction from radiographs and electron micrographs II. application of convolutions instead of Fourier transforms**, *Proc Natl Acad Sci US*, v.68 p.2236-2240, 1971.

KACZMARZ S., **Angenaherte auflosung von systemen linearer gleichungen**. *Acad. Pol. Sci. Lett.* v. 6-8A, p.355–357, 1937.

SALINA, F. V.; MASCARENHAS, N.D.A.; CRUVINEL, P.E. **A Comparison of POCS Algorithms for Tomographic Reconstruction Under Noise and Limited View**. *Computer Graphics and Image Processing*, 2002.

SALVADOR, P. A. V., **Análise de sistemas multifásicos utilizando tomografia computadorizada gama monoenergética e polienergética**, *Tese, IPEN-USP*, 2008.

SERGIO, N.; QUORIN, R. **Diagnóstico de defeitos em madeira por tomografia de raios x**. *PhD thesis, UFPR*, 2004.

SUBBARAO, P. M. V.; MUNSHI, P.; MURALIDHAR, K. **Performance of iterative tomographic algorithms applied to non-destructive evaluation with limited data**. *NDT & Internacional*, v.30(6), p.359–370, 1997.

TANABE, K. **Projection method for solving a singular system**. *Numer. Math.*, 17:203–214, 1971.

TIRUNELVELI G.; HERMAN G. T. **Comparison of Square-Pixel and Hexagonal-Pixel Resolution in Image Processing**. *Test*, pages 867–872, 2002.

VERHOEVEN D. **Limited-data computed tomography algorithms for the physical sciences**. *Applied Optics*, jul.,1993.

WENKAI, L. **Adaptive algebraic reconstruction technique**. *Image (Rochester, N.Y.)*, v.31(12), p.3222–3230, 2004.

ANEXO – I

ROTINAS DESENVOLVIDAS NO MATLAB

%Rotina responsável por criar os phantoms e calcular o sinograma. Também reconstrói.;

```

clear
d=64;
Nproj=8;
Ntraj=d;Npixel=d;
r=0.2;
Nit=30;
display('MART');
chute=1;
I0=10^8;
x=1;
fig3=zeros(d);
teta=linspace(0,180-(180/Nproj),Nproj);
inc=3;
cont=1;
z=zeros(Nproj*Ntraj,1);zt=z;zt1=z;zt2=z;ztgb=z;
cont=1;c=0;
teta=[teta teta];
clear fig

vpf=1;raio=3;inc=7;c=5;
%vpf=2;raio=4;inc=8;c=5;
%vpf=4;raio=5;inc=17;c=10;

%vpf=8;raio=1;inc=4;
%vpf=4;inc=1;cc=0;inc2=25;c=10;
%vpf=4;raio=3;inc=15;c=0;

%fator=(1/Nproj):(1/Nproj):1;fator=flipud(fator);
fator=linspace(0.05,0.9,Nproj);
a=0;
for n=1:Nproj
    a=a+1;
    %circ(:,n)=Circulo(d,(d/2),(d/2),(1+c));if a==vpf,a=0;c=c+inc;end %crescente
    circ(:,n)=Circulo(d,5+c,(d/2),raio);if a==vpf,a=0;c=c+inc;end %translado vertical
    fig=circ(:,n);
    [z]=sinograma(fig, teta(n));
    zr=radon(fig, teta(n),Ntraj);
    fig3=(fig3+fig);
    ltred(:,cont)=(I0*exp(-z*x));%*n;%((Nproj+inc+1)-n);%(n/Nproj);%olhar sempre
    lt(:,cont)=I0*exp(-z*x);
    lr(:,cont)=I0*exp(-zr);
    cont=cont+1;
end
fig3=fig3/(max(max(fig3))*Nproj);%tira a sobreposição
sinot=log((I0)/lt);%importante retirar fator caso seja utilizado tomo de 3ª
sinot=(ZeraNeg(sinot));
rect=Mat2(MatparaCol(real(sinot')),teta,1,0.2);[c d]=size(rect);
rect=ColparaMat(rect(:,d),Npixel,Npixel);
figure, subplot(1,3,1),imagesc(fig3),title('Imagem Média')
    subplot(1,3,2),imagesc(rect),title('MART Vistas Sucessivas')
    subplot(1,3,3),imagesc(rect),title('MART Vistas Alternadas')

```

```
%Rotina para Testes com reconstruções
```

```
clear
```

```
%load meialuanotubo2,
```

```
%load dadosdinamico
```

```
load dadosdinamico2
```

```
dados2=dados3;
```

```
[Ntraj Nproj]=size(dados2');
```

```
for a=1:Nproj
```

```
    for b=1:Ntraj
```

```
        if dados2(a,b)>1 || dados2(a,b)<10^-2
```

```
            dados2(a,b)=1;
```

```
        end
```

```
    end
```

```
end
```

```
sinograma=-(1/0.2)*log(dados2');
```

```
sinograma=ZeraNeg(sinograma);
```

```
teta=linspace(0,180-(180/Nproj),Nproj);
```

```
display('FBP');
```

```
teta=linspace(0,180-(180/Nproj),Nproj);
```

```
z=sinograma;recfbp=iradon(z,teta,Ntraj);
```

```
x=1:64;
```

```
%figsino(x,dados2)
```

```
figsino(x,sinograma)
```

```
figure,imagesc(sinograma),title('Sinograma MCNPX - 1 vista por frame')
```

```
xlabel('Vistas'),ylabel('Projeções')
```

```
% % _____ MART _____
```

```
% x=[0.2];
```

```
% Nit=20;r=1;recmart=zeros(Npixel^2,Nit,length(x));
```

```
% display('MART com pesos');display(x);
```

```
% z=MatparaCol(sinograma');
```

```
% [ix iy]=GridAlg(Nproj,Ntraj,Ntraj,pi);
```

```
% [A]=pesosart(ix,iy,Nproj,Ntraj,Ntraj);
```

```
% rec=Art(A,z,Nproj,Ntraj,50,0.2);
```

```
% figure, imagesc(rec),title('ART')
```

```
% end
```

```
% recfinal=ColparaMat(recmart(:,Nit),Npixel,Npixel);
```

```
% figure,surf(recfinal),figure,imagesc(recfinal),colorbar,title('Mart')
```

```
% durou=etime(clock,liga)/60
```

```
%save phantomacrilicoMart x durou recmart A
```

```
% % _____ ART _____
```

```
% x=[0.2];
```

```
% Nit=10;r=1;recart=zeros(Npixel);
```

```
% display('ART com pesos');display(x);
```

```
% z=MatparaCol(sinograma);
```

```
% rec=Mart(A,z,Nproj,Ntraj,Nit,x);
```

```
% recart=ColparaMat(rec(:,Nit),Npixel,Npixel);r=r+1;
```

```
% figure,imagesc(recart);colorbar,title('art')
```

```
% % _____
```

```
% rotina para cálculo do sinograma.
```

```
function [matriz]=sinograma(fig, teta)
[a b]=size(fig);Ntraj=a;Nproj=size(teta,2);
sino=zeros(Ntraj,Nproj);
%teta=linspace(0,180-(180/Nproj),Nproj);
for i=1:Nproj
    for j=1:b
        sino(j,i)=Project(fig,teta(i),j);
    end
end
matriz=sino';
```

```
function [bijtemp erromat]=Mart2(z,teta,chute,relax)
```

```
[a b]=size(z);
Nproj=size(teta,2);Ntraj=a/Nproj;Npixel=Ntraj;
bijtemp=ones(Npixel^2,50);
bijtemp(:,1)=chute;

%pij=ones(size(sino));
lte=50;
erro=1;cont=1;erromat=zeros(1,49);
for Nitera=1:lte
    if Nitera==25, Nitera, end
    for i=1:Nproj
        W=Wproj(teta(i),Npixel);
        pij=W*bijtemp(:,Nitera);
        for j=1:Ntraj
            cor=(z(Ntraj*(i-1)+j)-pij(j))/pij(j);
            if (pij(j)==0),cor=0.000000001;end
            ind=find(W(j,:));
            cor=cor*relax;
            bijtemp(ind,Nitera)=bijtemp(ind,Nitera) + (cor*bijtemp(ind,Nitera).*W(j,ind)');
        end
    end
    if erro<=0.05,break, end
    if Nitera>=2,
        erro=100*sqrt(sum(sum(((bijtemp(:,Nitera)-bijtemp(:,Nitera-1)).^2)))/sum(sum(bijtemp(:,Nitera))));
        erromat(cont)=erro;cont=cont+1;
    end
    if (Nitera ~= lte),bijtemp(:,Nitera+1)=bijtemp(:,Nitera);end
end
bijtemp=bijtemp(:,1:Nitera);
erro
```

```
function [bijtemp erromat]=Mart2(z,teta,chute,relax)
```

```
[a b]=size(z);
Nproj=size(teta,2);Ntraj=a/Nproj;Npixel=Ntraj;
bijtemp=ones(Npixel^2,50);
bijtemp(:,1)=chute;
```

```

%pij=ones(size(sino));
lte=50;
erro=1;cont=1;erromat=zeros(1,49);
for Nitera=1:lte
    if Nitera==25, Nitera, end
    for i=1:Nproj
        W=Wproj(teta(i),Npixel);
        pij=W*bijtemp(:,Nitera);
        for j=1:Ntraj
            cor=(z(Ntraj*(i-1)+j)-pij(j))/pij(j);
            if (pij(j)==0),cor=0.000000001;end
            ind=find(W(j,:));
            cor=cor*relax(i);
            bijtemp(ind,Nitera)=bijtemp(ind,Nitera) + (cor*bijtemp(ind,Nitera).*W(j,ind)');
        end
    end
    if erro<=0.05,break, end
    if Nitera>=2,
        erro=100*sqrt(sum(sum(((bijtemp(:,Nitera)-bijtemp(:,Nitera-1)).^2)))/sum(sum(bijtemp(:,Nitera))));
        erromat(cont)=erro;cont=cont+1;
    end
    if (Nitera ~= lte),bijtemp(:,Nitera+1)=bijtemp(:,Nitera);end
end
bijtemp=bijtemp(:,1:Nitera);
erro

```

```

function [figtemp]=BP (Nproj,Ntraj,Npixel,z,interX,interY,figura)
%Back projection
c=max(size(figura));
Ntraj=c;
Npixel=c;%aumenta a dimenssão da figura para eliminar artefatos de rotação
figtemp=zeros(c);
inter=ones(2,2*(Npixel+1))*696969;

for i=1:Nproj
    for j=1:Ntraj
        inter(1,:)=interX(((i-1)*Npixel)+j,:);
        inter(2,:)=interY(((i-1)*Npixel)+j,:);
        for a=1:2*(Npixel+1)
            if (inter(1,a)>=0 && inter(1,a)<Npixel) && (inter(2,a)>=0 &&
inter(2,a)<Npixel) && (inter(1,a+1)>=0 && inter(1,a+1)<=Npixel) &&
(inter(2,a+1)>=0 && inter(2,a+1)<=Npixel)
                dist=sqrt(((inter(1,a+1)-inter(1,a))^2)+((inter(2,a+1)-
inter(2,a))^2));
                x=fix(inter(1,a));y=fix(inter(2,a));
                if (figura(x+1,y+1))> 10^-1,
                    figtemp(x+1,y+1)=figtemp(x+1,y+1)+z(Ntraj*(i-1)+j)*dist;
                end
            end
        end
    end
end
end

```

```

function [bijtemp]=Art (A,z,Nproj,Ntraj,Nit,relax)
% ART aditivo com opção de relaxação

```

```

[c d]=size(A);a=sqrt(d);b=a;
bijtemp=zeros(b^2,Nit)*10;
pij=zeros(b,1);pijtemp=zeros(Ntraj,1);convergencia=zeros(1,Nit);
Projection=Nproj
for Nitera=1:Nit
    interaction=Nitera;
    for i=1:Nproj
        pijtemp=A((Ntraj*(i-1)+1):(Ntraj*(i-1)+Ntraj),:)*bijtemp(:,Nitera);
        for j=1:Ntraj
            soma=sum(A(Ntraj*(i-1)+j,:).^2);
            cor=(z(Ntraj*(i-1)+j)-pijtemp(j));
            ind=find(A(Ntraj*(i-1)+j,:));
            cor=cor*relax/soma;
            bijtemp(ind,Nitera)=(bijtemp(ind,Nitera) + cor*A(Ntraj*(i-
1)+j,ind)');
            for ii=ind
                if bijtemp(ii,Nitera)<0,bijtemp(ii,Nitera)=0;end
            end
        end
    end
    if (Nitera ~= Nit),bijtemp(:,Nitera+1)=bijtemp(:,Nitera);end
    % if (Nitera ~= 1),convergencia(Nit)=sqrt(sum(sum(bijtemp(:,Nitera-1).^2
-bijtemp(:,Nitera).^2))/sum(sum(bijtemp(:,Nitera).^2)));end
end

```

```

function [bijtemp]=Artfast(A,z,Nproj,Ntraj,Nit,relax)
% ART aditivo com opção de relaxação

[c d]=size(A);a=sqrt(d);b=a;
bijtemp=ones(b^2,Nit);
pij=zeros(b,1);pijtemp=zeros(Ntraj,1);
Projection=Nproj;
for Nitera=1:Nit
    Nitera
    for i=1:Nproj
        pijtemp=A((Ntraj*(i-1)+1):(Ntraj*(i-1)+Ntraj),:)*bijtemp(:,Nitera);
        for j=1:Ntraj
            soma=sum(A(Ntraj*(i-1)+j,:).^2);
            cor=(z(Ntraj*(i-1)+j)-pijtemp(j));
            ind=find(A(Ntraj*(i-1)+j,:));
            cor=cor*relax/soma;
            bijtemp(ind,Nitera)=bijtemp(ind,Nitera) + (cor*A(Ntraj*(i-
1)+j,ind)');
            for ii=ind
                if bijtemp(ii,Nitera)<0,bijtemp(ii,Nitera)=0;end
            end
        end
    end
    if (Nitera ~= Nit),bijtemp(:,Nitera+1)=bijtemp(:,Nitera);end
end

```

```

function [interX interY]=GridAlg(Nproj,Ntraj,Npixel,RangeAngular)
RangeAngular=pi;
%display('vc olhou pi?')
rxvetor=zeros(Nproj,1);
ryvetor=zeros(Nproj,1);
rxpontos=zeros(Ntraj,Nproj);

```

```

rypontos=zeros(Ntraj,Nproj);
rxpontos(:,1)=linspace(0+(Npixel/Ntraj)/2,Npixel-(Npixel/Ntraj)/2,Ntraj)';
%rypontos=flipud(rypontos);
rypontos(:,1)=0;
rxvetor(:,1)=0;
ryvetor(:,1)=1;
teta=RangeAngular/Nproj;
rot=[cos(teta) -sin(teta);sin(teta) cos(teta)]';

for b=2:Nproj
    vet=rot*[rxvetor(b-1); ryvetor(b-1)];
    rxvetor(b)=vet(1);
    ryvetor(b)=vet(2);
end
for b=2:Nproj
    for a=1:Ntraj
        pontos=rot*[rxpontos(a,b-1)-(Npixel/2);rypontos(a,b-1)-(Npixel/2)];
        rxpontos(a,b)=pontos(1)+(Npixel/2);
        rypontos(a,b)=pontos(2)+(Npixel/2);
    end
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
clear FIG
interX=zeros(Ntraj*Nproj,2*(Npixel+1));interY=interX;

for i=1:Nproj
    for j=1:Ntraj
        ind=1;
        inter=ones(2,2*(Npixel+1))*696969;
        if rxvetor(i)<-10^-5 || rxvetor(i)>10^-5
            for x=0:Npixel
                inter(2,x+1)=(ryvetor(i)/rxvetor(i))*(x-rxpontos(j,i))
+rypontos(j,i);
                inter(1,x+1)=x;
                ind=ind+1;
            end
        end
        if rxvetor(i)>=-10^-5 && rxvetor(i)<=10^-5,x=-1;end
        if ryvetor(i)<-10^-5 || ryvetor(i)>10^-5
            for y=0:Npixel
                inter(1,x+2+y)=(rxvetor(i)/ryvetor(i))*(y-rypontos(j,i))
+rxpontos(j,i);
                inter(2,x+2+y)=y;
                ind=ind+1;
            end
        end
        [inter(1,:) B]=sort(inter(1,:));
        inter(2,:)=inter(2,B);
        interX((i-1)*Ntraj+j,:)=inter(1,:);
        interY((i-1)*Ntraj+j,:)=inter(2,:);
    end
end
end

```

```

function [A]=pesosart(interX,interY,Nproj,Npixel,Ntraj)
%(Nproj*Ntraj)x(Npixel^2)<=70000000 out of memory with space free 56000000

```

```

[a b]=size(interX);
Atemp=sparse(zeros(Ntraj,Npixel^2));
inter=ones(2,2*(Npixel+1))*696969;
for i=1:Nproj
    for j=1:Ntraj
        inter(1,:)=interX((i-1)*Ntraj+j,:);
        inter(2,:)=interY((i-1)*Ntraj+j,:);
        for a=1:2*(Npixel+1)
            if (inter(1,a)>=0 && inter(1,a)<Npixel) && (inter(2,a)>=0 &&
inter(2,a)<Npixel) && (inter(1,a+1)>=0 && inter(1,a+1)<=Npixel) &&
(inter(2,a+1)>=0 && inter(2,a+1)<=Npixel)
                dist=sqrt(((inter(1,a+1)-inter(1,a))^2)+((inter(2,a+1)-
inter(2,a))^2));
                if inter(2,a+1)<inter(2,a)
                    y=fix(inter(2,a+1));
                else
                    y=fix(inter(2,a));
                end
                x=fix(inter(1,a));
                Atemp(j,Npixel*(Npixel-y-1)+x+1)=dist;
            end
        end
    end
end
if i==1
    A=Atemp;
else
    A=[A;Atemp];
end
Atemp=sparse(zeros(Ntraj,Npixel^2));
end

```