

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**ABORDAGEM DE DECISÃO EM GRUPO BASEADA EM
AVALIAÇÕES LINGÜÍSTICAS COM UMA APLICAÇÃO EM
ORÇAMENTO PARTICIPATIVO**

TESE SUBMETIDA À UFPE
PARA OBTENÇÃO DE GRAU DE DOUTOR
POR

VANESSA BATISTA DE SOUSA SILVA

Orientadora: Profa. Danielle Costa Moraes, Doutor.

RECIFE, FEVEREIRO / 2013

Catálogo na fonte
Bibliotecária: Rosineide Mesquita Gonçalves Luz / CRB4-1361 (BCTG)

S586a Silva, Vanessa Batista de Sousa.
Abordagem de Decisão em Grupo Baseada em Avaliações Linguísticas
com uma Aplicação em Orçamento Participativo / Vanessa Batista de
Sousa Silva. – Recife: O Autor, 2013.
x, 121f., il., figs., gráf., tabs.

Orientadora: Profa. Dra. Danielle Costa Moraes.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco.
CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2013.
Inclui Referências Bibliográficas.

1. Engenharia de Produção. 2. Modelagem Linguística. 3. Decisão em
Grupo. 4. Análise de Decisão Linguística. 5. Escala Linguística. 6.
Orçamento Participativo. I. Moraes, Danielle Costa (Orientadora). II.
Título.

658.5 CDD (22.ed.) UFPE/BCTG-2013 / 033



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA
DE DEFESA DE TESE DE
DOUTORADO DE

VANESSA BATISTA DE SOUSA SILVA

***“ABORDAGEM DE DECISÃO EM GRUPO BASEADO EM AVALIAÇÕES
LINGÜÍSTICAS COM UMA APLICAÇÃO EM ORÇAMENTO PARTICIPATIVO”***

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: PESQUISA OPERACIONAL

A comissão examinadora, composta pelos professores abaixo, sob a presidência do(a) primeiro(a), considera a candidata **VANESSA BATISTA DE SOUSA SILVA APROVADA.**

Recife, 05 de fevereiro de 2013.

Profª. DÂNIELLE COSTA MORAIS, Doutor (UFPE)

Profª. DENISE DUMKE DE MEDEIROS, Docteur (UFPE)

Prof. ADIEL TEIXEIRA DE ALMEIDA, PhD (UFPE)

Prof. ANDRÉ MARQUES CAVALCANTI, Doutor (UFPE)

Prof. PETR YAKOVLEVITCH EKEL, PhD (PUC-MG)

*Dedico este trabalho aos meus
pais Vanderlan e Justa.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a meu esposo, companheiro e grande parceiro profissional, Fernando Schramm, pelo apoio dado em todas as etapas da construção deste trabalho.

Agradeço à Profa. Danielle Costa Morais pela relação de confiança estabelecida durante o processo de orientação, prestando-me completa autonomia para o desenvolvimento da tese.

Agradeço ao Prof. Adiel Teixeira de Almeida, cujas provocações, sugestões e orientações foram de grande importância para a melhoria deste trabalho e para o meu crescimento profissional. À Profa. Denise Dumke de Medeiros, que fez parte do meu comitê de acompanhamento durante o doutorado.

Agradeço ao Prof. Petr Iakovlevitch Ekel, que gentilmente aceitou o convite para participar da minha pré-defesa, trazendo grandes contribuições e ao Prof. André Marques Cavalcanti, que junto aos já citados compuseram a banca examinadora da defesa de minha tese.

Agradeço às minhas irmãs Vânia e Viviane pelas contribuições feitas na elaboração do texto.

A Deus toda graça, sempre.

For a large class of cases – though not for all – in which we employ the word "meaning" it can be defined thus: the meaning of a word is its use in the language.

Ludwig Wittgenstein

RESUMO

Na maioria dos procedimentos de votação, a avaliação de um candidato é obtida a partir de uma contagem de votos, sem levar em consideração qualquer informação sobre intensidade de preferência. O uso de expressões linguísticas em votações torna o processo de avaliação mais amigável e permite a consideração de informações sobre intensidade de preferência nas estruturas de preferência dos decisores, além de melhorar a captura de informações subjetivas e de incertezas intrínsecas aos julgamentos humanos. A qualidade da decisão irá depender da qualidade da informação capturada através dos termos e expressões linguísticas utilizadas nas avaliações, cujos valores semânticos devem ser representativos da interpretação dada à linguagem pelos decisores dentro do contexto onde ela está sendo aplicada. A abordagem de decisão em grupo proposta contempla um método para construção de uma escala linguística, onde os indivíduos e o contexto da decisão são inseridos no processo de modelagem para determinação dos significados matemáticos dos termos da escala. A abordagem contempla também um procedimento de votação baseado no uso da escala linguística construída para um grupo e um contexto específicos. A abordagem é bastante apropriada para apoiar decisões com grupos de decisores heterogêneos, tais como decisões envolvendo a participação da sociedade de uma forma geral. Para verificar o funcionamento, a abordagem foi utilizada para simular uma das etapas de votação do Orçamento Participativo do Município de Recife, Pernambuco, onde a população decide sobre as prioridades de ações públicas a serem implementadas pelo governo local dentro do orçamento planejado para o ano seguinte. A abordagem proporcionou uma forma simples, completa e transparente de avaliação das prioridades das ações.

PALAVRAS CHAVE: Modelagem Linguística; Decisão em Grupo; Análise de Decisão Linguísticas; Escala Linguística; Orçamento Participativo.

ABSTRACT

In most voting procedures, the evaluation of a candidate is obtained by counting the votes, without considering any information on the intensity of preference. The use of linguistic expressions in voting makes the evaluation process more friendly and allows for consideration of intensity of preference in the preference structure of decision makers, and also captures better the subjective information and intrinsic uncertainties, which are inherent to human judgments. The quality of the decision will depend on the quality of the information obtained from the linguistic terms and expressions used in the evaluations, whose semantic values should be representative of the interpretation by decision makers within the context in which it is being applied. The proposed group decision approach includes a method for construction of a linguistic scale, in which the individuals and the decision context are inserted into the modeling process for determining the mathematical meaning of the scale terms. The approach also includes a voting procedure based on the linguistic scale constructed for a specific group and context. The approach is appropriate for supporting decisions with heterogeneous groups, such as decisions involving society in general. To verify the effectiveness of the method, the approach was applied to one of the voting steps of the Participatory Budgeting process of the city of Recife in Brazil, in which the population decides the priorities of public actions to be implemented by the local government based on the available budgeting for the next year. This approach provided a simple, complete and transparent assessment of priority actions.

KEYWORDS: Linguistic Modeling; Group Decision; Linguistic Decision Analysis; Linguistic Scale; Participatory Budgeting.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	JUSTIFICATIVA.....	3
1.2	OBJETIVOS	7
1.3	METODOLOGIA	8
1.4	ESTRUTURA DA TESE.....	9
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA.....	11
2.1	MODELAGEM LINGUÍSTICA	11
2.1.1	CONJUNTO DE TERMOS LINGUÍSTICOS	13
2.1.2	MODELAGEM LINGUÍSTICA BASEADA NA TEORIA DOS CONJUNTOS <i>FUZZY</i>	15
2.1.3	<i>LABEL SEMANTICS</i>	18
2.2	DECISÃO EM GRUPO.....	27
2.3	PROCEDIMENTOS DE VOTAÇÃO	33
2.3.1	VOTAÇÕES COM DOIS CANDIDATOS	35
2.3.2	SISTEMA PLURALISTA E <i>APPROVAL VOTING</i>	36
2.3.3	PROCEDIMENTOS DE CONDORCET	38
2.3.4	PROCEDIMENTOS DE BORDA	41
2.3.5	OUTROS PROCEDIMENTOS DE VOTAÇÃO BASEADOS EM PONTUAÇÃO	43
2.3.6	CONSIDERAÇÕES SOBRE OS PROCEDIMENTOS DE VOTAÇÃO	45
2.4	ANÁLISE DE DECISÃO LINGUÍSTICA.....	47
2.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO.....	52
3	ABORDAGEM DE DECISÃO EM GRUPO BASEADA EM AVALIAÇÕES LINGUÍSTICAS.....	55
3.1	CALIBRAÇÃO.....	56
3.1.1	PREPARAÇÃO DO EXPERIMENTO.....	56
3.1.2	SELEÇÃO DOS INDIVÍDUOS.....	57
3.1.3	EXPLANAÇÃO E REALIZAÇÃO DO EXPERIMENTO	59
3.1.4	FORMULAÇÃO DO CONJUNTO DE EXPRESSÕES	60
3.1.5	EXEMPLO (CALIBRAÇÃO)	61
3.2	CONVERSÃO	64
3.2.1	EXEMPLO (CONVERSÃO).....	67
3.3	CONSIDERAÇÕES SOBRE A ESCALA.....	68
3.4	PROCEDIMENTO DE VOTAÇÃO LINGUÍSTICO.....	70
3.4.1	CONSIDERAÇÕES	73
3.4.2	SIMULAÇÃO DE VOTAÇÃO	74

3.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	80
4	A ABORDAGEM APOIANDO ORÇAMENTOS PARTICIPATIVOS	81
4.1	ORÇAMENTO PARTICIPATIVO DE RECIFE	82
4.1.1	INFORMAÇÕES SOBRE O ORÇAMENTO PARTICIPATIVO DE 2013	84
4.2	APLICAÇÃO DA ABORDAGEM	90
4.2.1	CONSTRUÇÃO DA ESCALA LINGÜÍSTICA	91
4.2.2	EDIÇÃO DO QUESTIONÁRIO.....	97
4.2.3	RESULTADO DA VOTAÇÃO.....	98
4.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	107
5	CONCLUSÕES	109
5.1	LIMITAÇÕES DA ABORDAGEM.....	111
5.2	PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS.....	112
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	114

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1- Variável Linguística “Altura”	12
Figura 2.2 - Determinação dos graus de adequação a partir dos indivíduos.....	21
Figura 2.3 - Determinando o grau de adequação a partir da atribuição de massa.....	23
Figura 2.4 - Método de agregação em nível de entrada	31
Figura 2.5 - Método de agregação em nível de saída.....	31
Figura 2.6 - Categorização dos procedimentos de votação.....	35
Figura 3.1 - Fluxograma da abordagem de decisão em grupo	56
Figura 3.2 - Criação de uma amostra estratificada.....	59
Figura 3.3 - Gráfico das funções de pertinência dos termos básicos	63
Figura 3.4 – Número fuzzy trapezoidal $T(a,b,c,d)$	66
Figura 3.5 - Exemplo de escala desbalanceada.....	67
Figura 4.1 - Votação políticas públicas na Internet (tela com ações temáticas)	89
Figura 4.2 - Ações vinculadas à temática “Pessoas com deficiência).....	89
Figura 4.3 - Tela de voto	90
Figura 4.4 - Tela de confirmação do voto	90
Figura 4.5 - Funções de pertinência dos termos básicos (OP de Recife).....	95
Figura 4.6 – Escala Linguística (OP de Recife).....	96

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Matriz de votação com 3 alternativas e 13 eleitores	39
Tabela 3.1 - Resultados dos experimentos	60
Tabela 3.2 - Exemplo de dados coletados na calibração	62
Tabela 3.3 - Conversão das expressões em valores numéricos.....	67
Tabela 3.4 - Perfil de preferência e resultado – Sistema pluralista	75
Tabela 3.5 - Perfil de preferência – Procedimento de Condorcet	76
Tabela 3.6 - Perfil de preferência e resultado – Procedimento de Borda.....	77
Tabela 3.7 - Perfil de preferência e resultado – Procedimento majority judgement.....	77
Tabela 3.8 - Procedimento majority judgemt (resolução dos casos de empates).....	78
Tabela 3.9 – Escala linguística utilizada na simulação	78
Tabela 3.10 - Perfil de preferência e resultado – Procedimento de votação linguístico .	79
Tabela 4.1 - Ações da Microrregião 4.3 do OP de Recife 2013	85
Tabela 4.2 - Ações temáticas do OP de Recife 2013	85
Tabela 4.3 - Ações temáticas do OP de Recife 2013 (continuação)	86
Tabela 4.4 - Ações temáticas do OP de Recife 2013 (continuação)	87
Tabela 4.5 - Ações temáticas do OP de Recife 2013 (continuação)	88
Tabela 4.6 - Dados coletados	92
Tabela 4.7 - Ordem de adequação dos termos	93
Tabela 4.8 – Conversão da escala linguística.....	96
Tabela 4.9 – Resumo da votação com o procedimento.....	99
Tabela 4.10 – Resumo da votação com o procedimento (continuação).....	100
Tabela 4.11 – Resultado da votação com o procedimento.....	101
Tabela 4.12 - Escala linguística ordinária	104
Tabela 4.13 - Resultado da votação com a escala ordinária	105
Tabela 4.14 – Escala linguística desbalanceada.....	106
Tabela 4.15 - Resultado da votação com outra escala desbalanceada	106

1 INTRODUÇÃO

Os estudos sistematizados sobre decisão em grupo tiveram início na segunda metade do século XVIII com os trabalhos de Jean-Charles de Borda (1733-1799) e Marie Jean Antoine Nicolas Caritat, o Marquês de Condorcet (1743-1794), membros da Academia de Ciências de Paris (Black, 1958). O foco do trabalho de Condorcet era apoiar tomadas de decisão em júris, as quais envolviam questões do tipo “*esta pessoa é culpada ou não*”. Nesse contexto, Condorcet assumiu que os membros do júri possuem uma probabilidade maior que 0,5 de estarem corretos em seus julgamentos. Consequentemente, o resultado escolhido pela maioria apresenta uma probabilidade maior que 0,5 de estar correto, aproximando-se de 1 a medida que o número de membros do júri aumenta (Young, 1988; Young, 1990).

Nos casos de sentenças de júris, que foi o contexto estudado por Condorcet, o conceito de certo e errado se aplica bem: o réu é culpado ou inocente, ou seja, o réu pertence ou não ao conjunto dos culpados. Portanto, a pertinência de um elemento a um conjunto fica bem definida, podendo ser representado pela teoria clássica dos conjuntos. No entanto, em outros tipos de decisões é possível que os decisores não tenham condição de avaliar as alternativas de forma dicotômica (certo/errado, melhor/pior), o que exige uma forma mais ampla para definir a pertinência dos elementos a um determinado conjunto. Nestes casos, a teoria dos conjuntos *fuzzy* (Zadeh, 1965) é mais adequada para traduzir em termos matemáticos as informações vagas ou imprecisas resultantes deste tipo de avaliação.

Nurmi (2008) também defende o uso da teoria dos conjuntos *fuzzy* argumentando que o teorema de Condorcet é o primeiro exemplo da utilização de conceitos imprecisos em decisão em grupo. Segundo o autor, o termo “*a probabilidade de estarem corretos*” é fraseado em termos probabilísticos, mas apresenta também uma interpretação *fuzzy*.

A combinação de métodos da teoria da escolha social com conceitos da teoria dos conjuntos *fuzzy* dá origem a uma nova abordagem denominada por muitos autores de escolha social *fuzzy* (Tang, 1998; Nurmi, 2008; Abdelaziz *et al.*, 2008). Nesta nova abordagem, os conceitos da teoria dos conjuntos *fuzzy* são utilizados para prover uma melhor modelagem das preferências dos decisores, de modo a mitigar possíveis inconsistências resultantes da agregação de tais preferências, tal como o paradoxo da votação, também conhecido como efeito Condorcet, que se refere à situação em que um resultado de uma votação apresenta o seguinte comportamento: a_1 derrota a_2 ; a_2 derrota a_3 ; e a_3 derrota a_1 . De acordo com Nurmi (2008), os primeiros artigos sobre escolha social *fuzzy* apareceram na década de 70, motivados

pelos casos em que as relações de preferência não são suficientes para capturar as intensidades de preferências dos decisores.

Na teoria clássica dos conjuntos, a pertinência de um elemento a um dado conjunto é bem definida: o elemento pertence ou não pertence ao conjunto, o que é representado por 1 e 0, respectivamente. A teoria dos conjuntos *fuzzy* (Zadeh, 1965) ampliou a função característica da teoria clássica dos conjuntos, permitindo-a assumir infinitos valores no intervalo $[0, 1]$, os quais representam graus de pertinência de um elemento x em um dado conjunto A . Desta forma, a teoria dos conjuntos *fuzzy* pode ser usada para ampliar as escalas de avaliação utilizadas em julgamentos humanos e, conseqüentemente, tornar possível a consideração de informações sobre intensidade de preferência nas estruturas de preferência dos decisores.

Na maioria dos procedimentos de votação, a avaliação de um candidato (alternativa) é obtida a partir de uma contagem de votos, que corresponde ao número de eleitores (decisores) que votaram no candidato, sem levar em consideração qualquer informação sobre a intensidade de preferência com a qual os eleitores a escolheram. A utilização de conceitos da teoria dos conjuntos *fuzzy* permite que o procedimento de votação leve em consideração, além da quantidade de eleitores que favorecem a um determinado candidato, o nível de intensidade com que isso é feito. A dicotomia existente nos perfis de preferências da maioria dos procedimentos de votação, onde cada decisor só consegue expressar se prefere ou não uma determinada alternativa, o que é representado por 1 e 0, respectivamente, poderia dar lugar a uma forma mais flexível de votação, permitindo aos decisores expressarem diferentes níveis de preferências no intervalo $[0,1]$. Com isso, o uso de expressões linguísticas para expressar as preferências passa a ser uma tendência natural dos decisores.

A abordagem linguística é adequada em diferentes situações, principalmente, quando dizem respeito a qualificação de fenômenos relacionados à percepção humana. O uso de expressões linguísticas pode tornar o processo de avaliação de alternativas mais amigável, além de melhorar a captura de informações subjetivas e incertezas intrínsecas aos julgamentos humanos (García-Lapresta *et al.*, 2009). Entretanto, passa-se a lidar com informações imperfeitas (Ma, 2006), caracterizando uma decisão com informações incompletas (Weber, 1987). Isso é decorrente da imprecisão, causada pelo uso de expressões linguísticas na definição de valores para atributos, e da incerteza, relacionada ao grau de confiança com o qual esses valores são atribuídos, que, segundo Almeida (2011), está relacionado à dificuldade do decisor em expressar suas preferências de forma completa. Existe ainda a incerteza decorrente do modelo usado para representar matematicamente a linguagem. De outro ponto

de vista, pode-se dizer que, ao invés de inserir imprecisão e incerteza nas avaliações, a abordagem linguística torna possível a consideração destes aspectos que são inerentes às decisões envolvendo seres humanos. Gärdenfors and Sahlin (1988) *apud* Danielson *et al.* (2007) defendem a consideração de informações imprecisas na entrada de modelos de decisão analíticos argumentando que este tipo de informação pode carregar diferentes graus de confiabilidade epistêmica, o que não acontece quando o modelo é alimentado apenas com estimativas precisas. Danielson *et al.* (2008) acrescenta que a consideração da imprecisão nos julgamentos é uma característica desejável às ferramentas de análise de decisão aplicadas ao contexto de decisão pública. Danielson *et al.* (2007) lista algumas ferramentas para análise de decisão que adotam estimativas imprecisas em suas entradas.

Na abordagem linguística, é preciso identificar o quão adequado um termo ou expressão linguística é para transmitir a informação que se tem dentro do contexto no qual a linguagem está sendo utilizada; em outras palavras, é preciso entender como um agente inteligente, que pode ser um humano ou um programa de inteligência artificial, usa a linguagem para transmitir a informação mais adequada à estratégia definida a partir do processo cognitivo humano ou de um algoritmo. O entendimento comum do significado da linguagem é determinante para uma boa comunicação, que por sua vez é condição necessária para uma boa decisão em grupo (Beyth-Marom, 1982). Este aspecto torna-se mais relevante quando o grupo contempla decisores com características que os diferem muito entre si, decorrentes das experiências de vida de cada um, da cultura na qual eles estão inseridos, bem como da língua nativa dos mesmos.

Este estudo busca o desenvolvimento de uma abordagem para apoiar decisões em grupo, que contemple um procedimento de votação, onde os decisores possam expressar suas preferências por meio de uma escala linguística, construída especificamente para esta finalidade, por meio de uma técnica que permita inserir os decisores e o contexto da decisão no processo de modelagem da linguagem, de modo que os valores semânticos dos termos linguísticos representem bem a forma como os indivíduos interpretam a linguagem no contexto onde a decisão está sendo tomada.

1.1 Justificativa

Na literatura uma nova área de pesquisa denominada análise de decisão linguística é destinada aos estudos que tratam do uso da abordagem linguística em processos decisórios. De acordo com os pesquisadores desta área, a abordagem linguística reproduz melhor a forma como os indivíduos tomam decisões no cotidiano, além de permitir a consideração de

incertezas inerentes a algumas decisões. O uso da abordagem linguística em decisões em grupo e análise multicritério de decisão é objeto de estudo de diversos artigos científicos recentes encontrados na literatura:

- Herrera *et al.* (1995) criaram um procedimento de decisão em grupo, onde as preferências são agregadas por um operador média ponderada, cujos pesos são determinados a partir de uma abordagem *fuzzy*.
- Herrera & Herrera-Viedma (2000) analisaram as etapas que constituem um processo decisório baseado em avaliações linguísticas.
- Herrera *et al.* (2005) propuseram um procedimento para agregar informações heterogêneas (valores numéricos, intervalares ou linguísticos), que são unificadas em um único domínio, onde todas as informações são convertidas em conjuntos *fuzzy* e, em seguida, são agregadas.
- Xu (2004) e Xu (2006) desenvolveram um conjunto de operadores para agregação de informações linguísticas e propôs dois procedimentos para apoiar decisões em grupo baseados em alguns destes operadores.
- Gu & Zhu (2006) desenvolveram um algoritmo baseado na versão *fuzzy* do método multicritério AHP (*Analytic Hierarchy Process*).
- García-Lapresta (2006) propôs um procedimento de votação baseado em maioria simples, onde as alternativas são avaliadas par a par com base em expressões linguísticas representadas por números *fuzzy* trapezoidais.
- García-Lapresta *et al.* (2009) fez uma adaptação do método de Borda, onde a relação de preferência de cada decisor é construída a partir da avaliação par a par das alternativas, com base em expressões linguísticas representadas por números *fuzzy* trapezoidais.
- García-Lapresta & Martínez-Panero (2009) propôs um procedimento de votação baseado no uso de um conjunto pré-definido de expressões linguísticas, cujos valores semânticos são dados por conjuntos *fuzzy*, que são convertidos em dois índices para serem agregados por meio do operador média ponderada ordenada.
- Parreiras *et al.* (2010) propôs um procedimento para apoiar decisões em grupo, onde as avaliações podem ser realizadas através de diferentes conjuntos de termos linguísticos, organizados em uma hierarquia linguística; é proposto também um esquema para reduzir o nível de discordância entre os decisores.

- Silva & Morais (2011) propuseram um modelo de decisão baseado em avaliações linguísticas para apoiar orçamentos participativos, onde as informações linguísticas são representadas por conjuntos *fuzzy*, que são convertidos em valores numéricos para serem agregados através de um operador média ponderada.

Nessas propostas, os decisores expressam seus julgamentos por meio de um conjunto pré-definido de termos, cujos valores semânticos são dados por conjuntos *fuzzy*. Em seguida, as avaliações são agregadas, o que pode ser feito de forma direta ou indireta, utilizando representações para os números *fuzzy*, que visam facilitar as operações e exploração dos dados. A forma como as preferências dos decisores são consideradas e a função de agregação utilizada determinam as características e propriedades dos procedimentos propostos, que, por sua vez, determinam a condição na qual um ou outro é mais apropriado.

Um aspecto importante verificado nesses procedimentos é que o significado matemático dos termos não leva em consideração o contexto no qual a decisão está sendo tomada, bem como o ponto de vista dos indivíduos que terão suas preferências consideradas através desses termos. De uma forma geral, isso acontece com todas as escalas linguísticas utilizadas para avaliação qualitativa. Na prática, a consequência disso é que os indivíduos podem vir a utilizar um mesmo termo linguístico para representar opiniões diferentes, podendo comprometer a consistência do resultado. Isso é decorrente da técnica de modelagem utilizada para determinar os valores semânticos, ou seja, o significado dos termos. Na lógica *fuzzy*, o que normalmente faz-se é atribuir padrões pré-definidos aos termos básicos e realizar operações recursivas para determinar os valores semânticos de expressões compostas, resultantes da aplicação de conectivos da lógica Booleana.

O pesquisador da Universidade de Bristol, Reino Unido, Jonathan Lawry propôs uma técnica para modelagem de conceitos vagos e imprecisos que relaciona conjuntos *fuzzy* a conjuntos aleatórios (Lawry, 2004; Qin & Lawry 2005; Lawry, 2006; Lawry, 2008; Qin & Lawry, 2008; Lawry & Tanh, 2009). Existem outras técnicas de modelagem linguísticas baseadas em conjuntos aleatórios, porém Lawry adotou um ponto de vista diferente. As técnicas tradicionais consideram os eventos como sendo subconjuntos de uma escala numérica de referência, enquanto na técnica de Lawry, os eventos são subconjuntos de um conjunto de termos básicos pré-definido, usados por indivíduos na descrição de valores numéricos conhecidos. Em outras palavras, na proposta de Lawry, um experimento aleatório consiste em pedir que um indivíduo selecione termos de um conjunto pré-definido, considerados por ele adequados para descrever cada elemento de um conjunto de valores

numéricos, logo, os resultados são subconjuntos deste conjunto de termos; nas demais técnicas baseadas em conjuntos aleatórios, o inverso ocorre, isto é, os indivíduos selecionam os valores numéricos que podem ser descritos por um determinado termo, logo, os resultados são subconjuntos numéricos. Esta diferença sutil pode reduzir significativamente a complexidade das operações matemáticas.

No entanto, o grande diferencial da técnica de Lawry é que o processo de modelagem tenta reproduzir o mecanismo heurístico usado pelos humanos para decidir se um conceito é ou não adequado para transmitir uma determinada informação. Para isso, a técnica insere os indivíduos no processo de modelagem e tenta inferir deles medidas de graus de adequação de termos linguísticos básicos, quando utilizados na descrição de valores numéricos conhecidos. A partir dos dados coletados, determina-se o conjunto que irá representar matematicamente o termo. O resultado é valores semânticos que se aproximam mais do verdadeiro significado matemático da linguagem atribuído pelos decisores no contexto onde a linguagem será utilizada. Consequentemente, tem-se o aumento da qualidade da informação capturada através da linguagem, o que pode implicar no aumento da qualidade do resultado final, resultante da agregação das avaliações individuais. Este aspecto é particularmente útil em decisões envolvendo indivíduos oriundos de regiões com diferentes idiomas, pois também estimula o aprendizado sobre os termos linguísticos da língua oficial adotada no processo decisório.

Outra característica comum verificada nos procedimentos de análise de decisão linguística é que a maioria deles é baseado na avaliação par a par das alternativas de decisão. Particularmente, para decisões em grupo, isso impacta diretamente no número de decisores que podem participar do processo decisório, pois aumenta a complexidade das análises e também da implementação computacional do procedimento. Portanto, embora a abordagem linguística seja bastante apropriada para ser utilizada em decisões, cujos decisores possuem características heterogêneas, os procedimentos existentes não se adequam a essas situações, que normalmente envolve um número elevado de decisores.

Herrera *et al.* (2009) apontam outras tendências de pesquisa na área de análise de decisão linguística, a saber: (i) desenvolver modelos que considerem o uso de escalas linguísticas multi-granulares; (ii) desenvolver modelos com escalas linguísticas não simétricas ou desbalanceadas; (iii) desenvolver modelos que permitam a integração de informações linguísticas e numéricas no perfis de preferências; (iv) investigar a consistência das preferências linguísticas; (v) tratar a perda de informação; (vi) desenvolver modelos computacionais baseados em relações de preferências *fuzzy*; (vii) desenvolver aplicativos de decisão linguística para web e tecnologia móvel; (viii) desenvolver modelos computacionais

baseados no paradigma das expressões linguísticas; e (ix) desenvolver novas abordagens de consenso.

As lacunas verificadas na análise de decisão linguística, bem como algumas das tendências de pesquisa apontadas para esta área, motivou o desenvolvimento de um método para a construção de uma escala de avaliação linguística e de um procedimento de votação baseado em avaliações linguísticas das alternativas de decisão. Para a construção da escala será utilizada uma técnica de modelagem que seja capaz de inferir do próprio grupo de decisores o significado da linguagem quando utilizada em um contexto similar ao da decisão, podendo resultar em uma escala assimétrica de acordo com as características do grupo. As expressões linguísticas serão convertidas em informações numéricas para fins de operação e exploração dos dados, o que torna possível a combinação com dados puramente quantitativos, viabilizando a agregação de informações heterogêneas. No procedimento de votação, a escala linguística será utilizada para representar as preferências dos decisores na avaliação de todas as alternativas consideradas no processo decisório, sendo permitido a eles se absterem de avaliar uma ou mais alternativas ou ainda expressarem indiferença, conforme a conveniência deles.

A motivação também é fruto da necessidade de um procedimento de votação que contemple a construção de um perfil de preferências dos decisores o mais completo possível, mas que, ao mesmo tempo, proporcione um processo simples e não exaustivo para avaliação das alternativas de decisão, de modo que ele seja efetivamente útil para aplicações práticas, com decisores ordinários.

Neste sentido, o procedimento de votação, bem como o método para construção da escala de avaliação linguística, será particularmente útil para apoiar decisões em grupo envolvendo a participação da sociedade, tais como as decisões decorrentes da política de orçamento participativo (Shah, 2007), implementada na administração pública direta brasileira, onde a sociedade participa diretamente da decisão envolvendo a utilização de orçamentos públicos. Portanto, uma aplicação da proposta neste tipo de processo decisório é fundamental para verificar a efetividade da abordagem.

1.2 Objetivos

Desenvolver uma abordagem de decisão em grupo, que contemple um método para construção de escala linguística, baseada nos decisores e no contexto da decisão, e um procedimento de votação. Para isso os seguintes objetivos específicos devem ser atendidos:

- Propor um método para a construção de uma escala de avaliação linguística, com correspondente numérica, que leve em consideração o contexto e os indivíduos envolvidos na decisão;
- Propor um procedimento de votação baseado em avaliações linguísticas;
- Simular uma votação e comparar os resultados obtidos com o procedimento proposto e com diferentes procedimentos de votação;
- Efetuar uma aplicação da abordagem (método para a construção da escala e procedimento de votação) no contexto da política de orçamento participativo.

1.3 Metodologia

Inicialmente, foi realizado um estudo sobre abordagem linguística, com ênfase nas técnicas existentes para modelagem linguística. O estudo permitiu identificar os principais aspectos da lógica *fuzzy* (Zadeh, 1975), bem como alguns problemas, que motivaram o desenvolvimento de uma nova abordagem de modelagem, denominada na literatura de *Labels Semantics* (Lawry, 2004). A técnica *Labels Semantics*, baseada no conceito de conjuntos aleatórios, se fundamenta no mecanismo heurístico usado pelos humanos para decidir se um conceito é ou não adequado para transmitir uma determinada informação. Esta técnica se mostrou bastante apropriada à proposta do método para construção de uma escala linguística, por permitir inserir os indivíduos no processo de modelagem da linguagem. Portanto, um estudo detalhado sobre a técnica de modelagem *Labels Semantics* foi realizado, a fim de entender suas definições, princípios e propriedades.

Foi realizado um estudo sobre decisão em grupo, no qual buscou-se levantar os principais conceitos e características, bem como as principais abordagens indicadas para apoiar este tipo de processo decisório. A partir deste estudo, verificou-se que os sistemas de votação são mais apropriados para o tipo de processo decisório (Almeida *et al.*, 2012), que se deseja apoiar com a abordagem proposta, cujas principais características são: (i) a forma como as preferências individuais são agregadas – agregação em nível de saída (Leyva-López & Fernández-González, 2003) e (ii) não importa a forma como os resultados individuais são construídos. Foi realizado também um estudo sobre os principais procedimentos de votação discutidos na literatura, a partir do qual levantou-se as principais características destes procedimentos.

Em seguida, foi realizada uma revisão da literatura sobre os estudos envolvendo análise de decisão linguística no contexto de decisão em grupo.

A partir das informações coletadas, a proposta inicial, que orientou os estudos, foi redefinida e os objetivos específicos foram estabelecidos. Em seguida, a abordagem de decisão em grupo foi proposta, contemplando duas partes: (i) método para construção de escala linguística e (ii) procedimento de votação.

Por fim, foi realizada uma simulação de votação, onde diferentes procedimentos de votação foram utilizados, incluindo o procedimento de votação proposto, a fim de testá-los, compará-los e evidenciar as características de cada um. A simulação de votação foi realizada pela Internet, por meio da ferramenta *Google Docs*, que viabilizou a edição de um questionário *on line*, cujas questões permitiam, a cada respondente, expressar suas preferências por meio de cinco formas diferentes: (i) escolher um dentre os seis candidatos; (ii) criar um *ranking* de candidatos de acordo com a ordem de preferência; (iii) avaliar as alternativas através de uma escala linguística com cardinalidade igual a cinco; e (iv) pontuar as alternativas através de uma escala de 1 a 6, onde 1 é a pior avaliação e 6 é a melhor. Com os dados coletados, os seguintes procedimentos de votação foram aplicados e comparados: (i) sistema pluralista; (ii) procedimento de Condorcet; (iii) procedimento de Borda; (iv) *majority judgement*; e (v) procedimento de votação proposto.

Por meio da mesma ferramenta, foi feita uma aplicação da abordagem para apoiar a priorização das ações de políticas públicas setoriais referentes ao Orçamento Participativo do Município de Recife, para 2013. A aplicação da abordagem requereu um estudo prévio sobre o Orçamento Participativo de Recife.

1.4 Estrutura da Tese

A tese está estruturada da seguinte forma:

O Capítulo II apresenta a fundamentação teórica para o desenvolvimento do trabalho. Inicialmente é realizado um estudo sobre a abordagem linguística, enfatizando a modelagem de conceitos vagos e imprecisos, que contempla a apresentação de uma nova técnica de modelagem baseada em conjuntos aleatórios. Em seguida, é apresentado um estudo sobre decisão em grupo, onde são discutidos aspectos importantes dos principais procedimentos de votação encontrados na literatura. Finalmente, é apresentada uma revisão na literatura do uso da abordagem linguística no contexto de decisão em grupo.

No Capítulo III, é apresentada a proposta de uma abordagem para apoiar decisão em grupo baseado no uso de uma escala linguística para avaliação das alternativas, que é dividido em duas partes: (i) método para construção da escala linguística e (ii) procedimento de votação. Na primeira parte, é utilizada uma técnica de modelagem baseada em conjuntos

aleatórios para determinar os valores semânticos dos termos de uma escala linguística, de acordo com os indivíduos e o contexto no qual a escala será utilizada. Na segunda parte é apresentada a proposta de um procedimento de votação, baseado no uso da escala linguística construída e algumas considerações. É apresentada também a simulação de uma votação envolvendo candidatos e eleitores reais na qual são utilizados diferentes procedimentos, incluindo o procedimento proposto.

O Capítulo IV traz uma aplicação numérica da abordagem à política de orçamento participativo.

O Capítulo V traz as conclusões do estudo, as limitações da abordagem e algumas propostas para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA

2.1 Modelagem Linguística

Sempre que os dados, a serem explorados de um conjunto de ações, não podem ser expressos quantitativamente, quer seja pela natureza qualitativa ou pela dificuldade em se estimar um valor quantitativo para os mesmos, o uso de uma abordagem linguística para avaliar tais ações é mais apropriado. Por exemplo, a avaliação do aspecto qualidade de um carro pode ser feita por meio de termos como *baixa*, *média*, *alta*. Nestes casos, segundo a teoria dos conjuntos *fuzzy* (Zadeh, 1965), cada ação é uma variável linguística e as palavras ou expressões usadas nas avaliações são os valores que podem ser atribuídos à variável.

Uma variável linguística é uma variável cujos valores são palavras ou sentenças de uma linguagem natural ou artificial. Idade é uma variável linguística se os valores atribuídos a ela forem linguísticos ao invés de numéricos, por exemplo, jovem, velho, muito jovem, muito velho, ao invés de 25, 70, 20, 90; pode-se afirmar que o termo jovem desempenha o mesmo papel que o valor numérico 25, porém, é um conceito vago e impreciso.

A principal função das variáveis linguísticas é fornecer, através de uma descrição linguística, uma maneira sistemática para a caracterização aproximada de fenômenos complexos ou mal definidos, que inviabilizam a análise através de termos matemáticos convencionais. Segundo Martínez *et al.* (2010), um valor linguístico é menos preciso que um número, porém, é mais próximo do processo cognitivo humano, usado, com sucesso, para tratar problemas que envolvem incerteza.

Formalmente, uma variável linguística é caracterizada por uma quintupla $(L, T(L), U, G, M)$, onde L representa o nome da variável; $T(L)$ é o conjunto de termos de L , ou seja, o conjunto de valores que podem ser atribuídos a L ; U é o universo de discurso; G é a regra sintática que gera os termos de $T(L)$ a partir de um conjunto de termos primários finito; e M é a regra semântica que atribui um significado (valor semântico) a cada termo $t \in T$, este valor semântico, $M(t)$, corresponde a um conjunto *fuzzy* (Zadeh, 1965) do universo U (Zadeh, 1975). A Figura 2.1 apresenta um exemplo de uma variável linguística $L = \textit{Altura}$, cujo conjunto de termos linguísticos é $T(\textit{Altura}) = \{\textit{baixo}, \textit{médio}, \textit{alto}\}$.

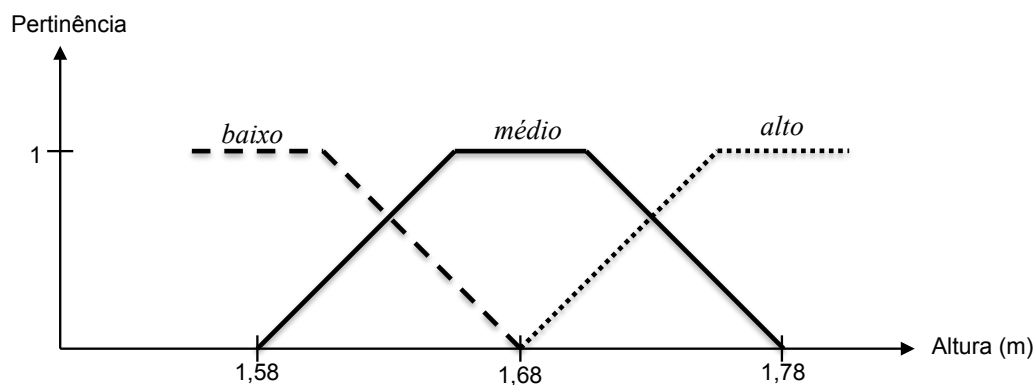


Figura 2.1- Variável Linguística “Altura”

O conceito de variável linguística é a base para o chamado raciocínio aproximado (Zadeh, 1975), e consequentemente, a base para a lógica *fuzzy*, que é capaz de representar, de forma mais realista que a lógica dicotômica tradicional, a lógica existente no raciocínio humano, particularmente aquela usada nas tomadas de decisões. A lógica *fuzzy* é uma extensão da lógica Booleana tradicional e, comumente, é referenciada como teoria dos conjuntos *fuzzy*, que é um conceito mais amplo.

As principais aplicações da abordagem linguística dão-se em sistemas especialistas humanísticos, os quais envolvem inteligência artificial, linguísticas, processos decisórios, reconhecimento de padrões, psicologia, leis, diagnósticos médicos, recuperação de informação, economia e áreas afins (Zadeh, 1975).

Cada elemento do conjunto de termos $T(L)$ é composto por um valor sintático e um valor semântico associado. O valor sintático diz respeito a uma palavra ou sentença usada para expressar uma opinião que deve possuir um significado intrínseco, o qual é representado pelo valor semântico. Segundo Herrera & Herrera-Viedma (2000), a escolha do conjunto de termos e respectivos valores semânticos deve ser uma das etapas da análise de decisão linguística; neste campo de aplicação, o conjunto de termos estabelece o domínio no qual os decisores irão avaliar as alternativas, de acordo com um ou múltiplos critérios, com base em suas preferências. Para definição do conjunto de termos é preciso definir a cardinalidade (ou granularidade) do conjunto, os valores sintáticos e os valores semânticos dos termos.

As seções seguintes descrevem a construção do conjunto de termos usados para avaliar os atributos de uma variável linguística, enfatizando o processo de modelagem para determinação dos respectivos valores semânticos.

2.1.1 Conjunto de Termos Linguísticos

A totalidade de valores assumidos por uma variável linguística forma o conjunto de termos (Zadeh, 1975). O conjunto de termos estabelece o domínio no qual as avaliações serão realizadas. Portanto, este conjunto deve ser capaz de suprir os decisores com os termos linguísticos necessários para que eles possam expressar suas opiniões acerca das alternativas que estão sendo consideradas. O conjunto de termos pode possuir um número infinito de elementos, entretanto, Herrera & Herrera-Viedma (2000) defendem que a cardinalidade do conjunto de termos $T(L)$ deve ser pequena o suficiente para evitar níveis de precisão desnecessários e grande o suficiente para discriminar as avaliações de acordo com as percepções dos decisores. A cardinalidade (ou granularidade) deve ser compatível com a capacidade cognitiva humana de fazer diferença entre diferentes níveis de avaliação. Geralmente, a cardinalidade é ímpar, com o termo do meio representando uma avaliação aproximada de 0,5 e os demais termos são dispostos simetricamente em torno dele.

Segundo Herrera-Viedma *et al.* (2005), em problemas de decisão em grupo, onde os envolvidos na decisão podem ter diferentes informações sobre o problemas, é interessante admitir diferentes níveis de cardinalidade para o conjuntos de termos linguísticos. Nesses casos, a abordagem linguística é caracterizada como multi-granular.

Definida a cardinalidade, o próximo passo é escolher os termos linguísticos apropriados para compor o conjunto $T(L)$. Usualmente, Zadeh (1975) supõe que os termos são gerados por uma gramática livre de contexto. Isto é, o conjunto de termos corresponde a um conjunto de palavras ou sentenças pertencentes a uma linguagem gerada por uma regra sintática G .

Uma alternativa mais simples para a definição do conjunto de termos é usar uma abordagem baseada numa estrutura ordenada de termos (Herrera & Herrera-Viedma, 2000). A abordagem consiste em considerar todos os termos como sendo básicos (primários), distribuí-los numa escala de ordem completa, onde $l_a < l_b$ se $a < b$. Geralmente, nestes casos, é desejável que o conjunto $T(L)$ satisfaça também as seguintes características:

$\exists$ operador *Neg* | $Neg(l_i) = l_j \forall i, j = m - i$, onde $(m + 1)$ é a cardinalidade de $T(L)$

$\exists$ operador *Max* | $Max(s_i, s_j) = s_i$ se, e somente se, $s_i \geq s_j \forall i, j$

$\exists$ operador *Min* | $Min(s_i, s_j) = s_i$ se, e somente se, $s_i \leq s_j \forall i, j$

Além disso, assume-se que os termos do par (s_i, s_{m-i}) são igualmente informativos. O conjunto de sentenças significa que os termos de $T(L)$ devem ser simetricamente ordenados em torno do termo central.

Um exemplo de um conjunto de termos $T(\text{Idade})$, com cardinalidade 7, é apresentado a seguir:

$$T(L) = \{l_0 = \text{criança}, l_1 = \text{adolescente}, l_2 = \text{jovem}, l_3 = \text{adulto}, l_4 = \text{maduro}, l_5 = \text{idoso}, l_6 = \text{senil}\}$$

Observe que o conjunto de termos acima atende aos operadores Neg, Max e Min. Além disso, pode-se considerar que os termos simétricos são igualmente informativos.

A partir de um conjunto de termos básicos, denotado por LA , é possível gerar um conjunto suficientemente grande de expressões, consideradas relevantes para avaliar os elementos de um universo U . Isso é feito aplicando-se, recursivamente, aos termos básico de LA , conectivos lógicos, tais como conjunção ($\wedge$), disjunção ($\vee$), negação ($\neg$) e implicação ($\rightarrow$).

Definição 1 (Conjunto de Expressões). Um conjunto infinito contável de expressões LE é constituído pelos termos básicos de LA na sua forma original e pela aplicação recursiva de conectivos lógicos aos mesmos:

- i. $l_i \in LE \forall i = 1, 2, \dots, n$
- ii. Se $\theta, \varphi \in LE$ então $\neg\theta, \theta \wedge \varphi, \theta \vee \varphi, \theta \rightarrow \varphi \in LE$

Os elementos do conjunto de expressões LE são os elementos do conjunto de termos básicos LA e as expressões formadas a partir deles.

De acordo com Perez *et al.* (2011), os valores semânticos de termos linguísticos podem ser determinados de três formas diferentes: (i) pela associação de uma escala numérica de forma implícita e direta; (ii) pela operação direta dos dados linguísticos; (iii) ou pela associação de uma escala numérica cujos valores são números *fuzzy*, determinados de forma explícita. Na primeira forma, não é levado em consideração a imprecisão inerente à linguagem. Na segunda forma, os termos linguísticos são operados de forma simbólica. Na terceira forma, aos termos linguísticos são associados conjuntos *fuzzy*, cujas funções admitem diferente níveis de pertinência de elementos ao conjunto, permitindo incorporar o aspecto da imprecisão e, conseqüentemente, representar melhor o significado matemático da linguagem.

Segundo Martínez *et al.* (2010), na terceira forma, o aspecto mais importante da abordagem linguística é a definição das funções de pertinência, que atribuem valores semânticos aos termos. Isso é feito através de um processo denominado de modelagem de conceitos vagos e imprecisos, que é predominantemente realizado através da teoria dos conjuntos *fuzzy* de Zadeh, tratada na seção a seguir.

2.1.2 Modelagem Linguística Baseada na Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*

O valor semântico deve ser capaz de representar a percepção que o decisor (ou, de uma forma geral, o sistema) tem em relação ao termo linguístico, a qual o valor está associado. Por exemplo, considere uma pessoa muito rica descrevendo, com palavras, um conjunto de valores monetários; provavelmente, a percepção que esta pessoa tem sobre os valores é muito diferente da percepção que uma pessoa muito pobre tem, consequentemente, as palavras usadas por ambos para descrever um mesmo valor numérico serão diferentes. Portanto, a linguagem é um conceito vago e impreciso.

A modelagem de conceitos vagos e imprecisos é predominantemente realizada através da teoria dos conjuntos *fuzzy*, proposta por Lofti Zadeh em 1965 (Zadeh, 1965). Conjuntos *fuzzy* são responsáveis por atribuir um significado matemático, isto é, um valor semântico aos termos linguísticos, sendo caracterizados por funções do tipo $\mu_A: U \rightarrow [0,1]$ que determinam a pertinência de cada valor numérico x , de um universo U , ao conjunto *fuzzy* A , ou seja, determinam o quão adequado o termo linguístico é para descrever linguisticamente o valor numérico x . Zadeh (1975) exemplifica isso da seguinte forma: a adequação (compatibilidade) do termo “jovem” à idade 25 anos pode ser 0,7, enquanto que para a idade 35 anos a adequação deste termo deve ser menor, por exemplo 0,2, pois o termo “jovem” é mais adequado a um indivíduo de 25 anos do que a um indivíduo de 35 anos. Se os valores de uma variável numérica fossem representados por pontos num plano, então os valores de uma variável linguística poderiam ser comparados a nuvens de pontos com fronteiras mal definidas, ou seja, nebulosas, cuja tradução para o inglês é *fuzzy*, daí o termo conjuntos *fuzzy*.

Na teoria clássica dos conjuntos, cada conjunto A é caracterizado por uma função de pertinência $\mu_A: U \rightarrow \{0,1\}$, onde $\mu_A(x) = 1$ se, e somente se, $x \in A$ e onde $\mu_A(x) = 0$, caso contrário. Na teoria dos conjuntos *fuzzy* esta definição é ampliada para $\mu_A: U \rightarrow [0,1]$, a qual permite que x possua diferentes (infinitos) níveis de pertinência $\mu_A(x)$ ao conjunto A . Em outras palavras, pode-se dizer que, na teoria dos conjuntos *fuzzy*, a função determina a pertinência de cada valor x à classe representada pelo termo linguístico em questão; como a classe é um conjunto *fuzzy*, existem diferentes níveis de pertinência definidos no intervalo $[0,1]$, ao contrário do que acontece na teoria clássica dos conjuntos onde só há dois níveis: pertence (1) ou não pertence (0). A teoria dos conjuntos *fuzzy* estende todas as operações, relações e funções da matemática clássica para o domínio *fuzzy*, o que convencionou-se chamar de princípio da extensão.

No caso da modelagem do conjunto de termos básicos LA , Zadeh (1975) assume que o significado dos termos é determinado a priori, atribuindo-se diretamente uma função de pertinência *fuzzy* a cada um deles. Essa abordagem requer que sejam definidos inicialmente os conjuntos *fuzzy* associados aos termos primários, assim como a regra semântica que os modifica. Herrera & Herrera-Viedma (2000) observa que nem sempre o usuário tem condição de definir/escolher esses conjuntos.

A aplicação recursiva de conectivos lógicos aos termos de LA pode gerar um número suficientemente grande de expressões. Isso dificulta o processo de modelagem dado o aumento da complexidade do cálculo das funções de pertinência para cada uma das expressões. Do ponto de vista computacional a complexidade atinge também a capacidade de armazenamento dos dados.

Para resolver este problema, a teoria dos conjuntos *fuzzy* propôs um mecanismo para determinação das funções de pertinência de expressões compostas com base apenas nas funções de pertinência dos termos básicos que as compõem. Esse mecanismo consiste na atribuição de funções da teoria clássica a cada um dos conectivos lógicos:

$$f_{\wedge}: [0,1]^2 \rightarrow [0,1], f_{\vee}: [0,1]^2 \rightarrow [0,1], f_{\rightarrow}: [0,1]^2 \rightarrow [0,1], f_{\neg}: [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$$

A função de pertinência $\mu_{\theta}(x)$ para qualquer expressão linguística $\theta \in LE$ e valor $x \in \Omega$ é obtida a partir da aplicação recursiva dessas funções verdade aos termos primários, de acordo com as seguintes regras:

$$\mu_{\theta \wedge \varphi}(x) = f_{\wedge}(\mu_{\theta}(x), \mu_{\varphi}(x)), \forall \theta, \varphi \in LE \quad (2.1)$$

$$\mu_{\theta \vee \varphi}(x) = f_{\vee}(\mu_{\theta}(x), \mu_{\varphi}(x)), \forall \theta, \varphi \in LE \quad (2.2)$$

$$\mu_{\theta \rightarrow \varphi}(x) = f_{\rightarrow}(\mu_{\theta}(x), \mu_{\varphi}(x)), \forall \theta, \varphi \in LE \quad (2.3)$$

$$\mu_{\neg \theta}(x) = f_{\neg}(\mu_{\theta}(x)), \forall \theta \in LE \quad (2.4)$$

Uma suposição assumida pela teoria dos conjuntos *fuzzy* é que as funções acima coincidam com operadores da lógica clássica nos casos limites, quando os valores das funções são iguais a 0 ou 1. Consequentemente, estes operadores devem satisfazer algumas propriedades da lógica clássica, incluindo a propriedade idempotência para os operadores conjunção e disjunção. Para atender a estes requisitos, os operadores conjunção ($\wedge$) e disjunção ($\vee$) ficam restritos às funções $f_{\wedge}(a, b) = \min(a, b)$ e $f_{\vee}(a, b) = \max(a, b)$, respectivamente; no caso do operador negação ($\neg$), há inúmeras possibilidades de funções, porém, optou-se pela função $f_{\neg}(a) = 1 - a$.

O mecanismo adotado por Zadeh para a determinação de funções de pertinência de expressões compostas pode reduzir o número de propriedades da lógica matemática que são satisfeitas por essas funções, o que pode resultar em inconsistências entre valor sintático e valor semântico. Dubois e Prade (1988) *apud* Lawry (2006) provam que as propriedades idempotência e princípio do terceiro excluído não podem ser satisfeitas simultaneamente.

Teorema 1. Se μ é verdade-funcional e satisfaz simultaneamente as propriedades idempotência e princípio do terceiro excluído, então, $\forall \theta \in LE, \forall x \in U, \mu_{\theta}(x) \in \{0,1\}$.

No teorema o termo verdade-funcional (*truth-functionality*) se aplica as funções de pertinência de qualquer expressão $\theta \in LE$, cujo mecanismo adotado para seu cálculo é baseado apenas nas funções de pertinência de termos básicos $\{\mu_l(x): l \in LA\}$. O teorema diz que para uma função de pertinência ser, simultaneamente, verdade-funcional e idempotente, ela só pode assumir os valores 0 e 1; ou seja, esta função de pertinência não é *fuzzy*. A prova para o teorema pode ser vista em Lawry (2006).

Existe também uma lacuna na teoria dos conjuntos *fuzzy* no que concerne ao significado dos graus de pertinência; por exemplo, a afirmação “João é alto num grau de 0,7” transmite a informação de que João não é definitivamente um sujeito alto, embora ele esteja bem próximo disso; porém o significado do valor 0,7 é confuso. Comumente, estas medidas são erroneamente interpretadas como medidas de probabilidade, o que gera bastante críticas por parte dos estudiosos da teoria da probabilidade, por haver um erro conceitual nesta interpretação. A soma dos graus de pertinência de todos os elementos de um conjunto *fuzzy* pode ser maior que 1 (um), portanto, este conjunto não é uma distribuição de probabilidade (Ma, 2006).

Visando preencher essa lacuna Lawry sugere uma abordagem alternativa para a modelagem de conceitos vagos e imprecisos, cuja denominação em inglês é *Label Semantics* (Lawry, 2004; Lawry, 2006). Na literatura, existem outras abordagens para a modelagem de conceitos vagos e imprecisos, sendo a maioria delas baseada no princípio da extensão adotado na lógica *fuzzy* (teoria dos conjuntos *fuzzy*); Martínez *et al.* (2010) fizeram um revisão da literatura, focando nas abordagens que são mais utilizadas em análise de decisão linguística.

Lawry argumenta que os humanos possuem algum mecanismo heurístico com o qual eles decidem se um conceito é ou não adequado para transmitir uma determinada informação. Ele diz também que o mecanismo varia entre indivíduos, mas que a variação é reduzida quando o grupo compartilha a mesma linguagem e o mesmo contexto cultural. O ponto de partida da abordagem de Lawry é a tentativa de reprodução do mecanismo, onde ele busca

medir a percepção dos indivíduos sobre o significado da linguagem, quando utilizada num determinado contexto.

O mecanismo consiste em pedir que os indivíduos selecionem termos, de um conjunto pré-definido LA , que eles consideram adequados para descrever um valor numérico conhecido x . O resultado obtido é convencionado como a forma correta de se usar os termos. Não há certeza sobre quais termos um indivíduo considera apropriados para descrever x , consequentemente, o respectivo conjunto de termos apropriados $D_x \subseteq LA$ é aleatório. Com isso, é possível “codificar” o significado dos símbolos linguísticos de acordo com a forma como indivíduos de uma população utilizam estes símbolos para transmitirem informações.

A seção seguinte apresenta a proposta de Lawry para modelagem linguística (Lawry, 2004; Lawry, 2006).

2.1.3 Label Semantics

As possíveis inconsistências decorrentes da modelagem pela teoria dos conjuntos *fuzzy* motivou o desenvolvimento de uma nova técnica para modelagem de conceitos vagos e imprecisos. Assim, como na proposta de Zadeh, esta nova técnica também associa conjuntos *fuzzy* aos valores semânticos, porém o cálculo é baseado em um modelo de conjunto aleatório que usa graus de adequação dos termos ao descrever linguisticamente uma variável, cujos atributos numéricos são conhecidos.

Inicialmente, é assumido que existe um conjunto de indivíduos que concordam com um conjunto de termos para descrever um determinado atributo; embora, eles possam discordar entre si sobre a forma como os termos serão aplicados aos valores. Para cada valor específico, os indivíduos irão fornecer um subconjunto de termos que eles consideram adequados para descrever a situação.

Seja H uma variável que representa a altura de um sujeito e LA um conjunto finito de termos conhecidos que podem ser usados por um conjunto de indivíduos V para descrever elementos de um universo U . Suponha que um determinado indivíduo I saiba que $H=x$, onde x é um valor numérico pertencente a U , e, portanto, este decisor está apto a identificar um subconjunto de LA , representado por D_x^I , cujos elementos são termos de LA considerados por I adequados para descrever H . Sob a mesma suposição, se variarmos I dentro do conjunto V , será obtido um conjunto aleatório D_x de V em LA ($D_x: V \rightarrow 2^{LA}$), tal que $D_x(I) = D_x^I$.

O experimento “selecionar um indivíduo e pedir que ele identifique termos de LA considerados adequados para descrever x ” pode ser comparado a um experimento de lançar um dado não viciado e anotar a face que ficou voltada para cima. No experimento com dados,

a ação é lançar o dado e o resultado é o nome da face que ficou virada para cima após o lançamento, cujo espaço amostral é $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. No experimento proposto, a ação é selecionar o indivíduo e pedir que ele identifique termos de LA que ele considera adequado para descrever x ; neste caso, o espaço amostral é LA e o resultado é D_x^I . Os dois experimentos podem ser repetidos, pelo menos hipoteticamente, sob as mesmas condições, porém, podem conduzir a diferentes resultados em diferentes tentativas, o que caracteriza a aleatoriedade. Portanto, pode-se afirmar que o conjunto D_x , formado por elementos de LA , é um conjunto aleatório.

A base para a teoria dos conjuntos aleatórios são os seguintes estudos: Kendal (1974) e Matheron (1975).

As três definições seguintes decorrem da teoria dos conjuntos aleatórios, porém são úteis para a compressão da técnica de modelagem apresentada nesta seção.

Definição 2 (Conjunto Aleatório). Seja B uma σ -álgebra de um universo U_1 e A uma σ -álgebra de 2^{U_2} , o conjunto das partes de um segundo universo U_2 , então R é um conjunto aleatório de (U_1, B) em (U_2, A) se $R: U_1 \rightarrow 2^{U_2}$ for uma função B - A mensurável.

Definição 3 (Atribuição de Massa). Se U_2 é finito e P é uma medida de probabilidade em B , então é possível definir uma função atribuição de massa (distribuição de probabilidade do conjunto aleatório R) da seguinte forma:

$$\forall T \subseteq U_2, P(R = T) = m(T) = P(\{x \in U_1 | R(x) = T\}) \quad (2.5)$$

Esta distribuição de probabilidade implica numa medida de probabilidade associada a σ -álgebra de U_2 , a qual é denominada de função de cobertura de ponto fixo.

Definição 4 (Função de Cobertura de Ponto Fixo). Seja R um conjunto aleatório em 2^{U_2} então uma função de cobertura de ponto fixo é dada por:

$$\mu_f(w) = P(w \in R) = \sum_{T \subseteq U_2; w \in T} m(T), \quad \forall w \in U_2 \quad (2.6)$$

No experimento proposto, a escolha dos termos para descrever um determinado valor x é incerta, logo, a definição do conjunto D_x também é. Com as informações fornecidas pelos indivíduos, é possível determinar a função atribuição de massa referente aos subconjuntos de LA usados para descrever os valores numéricos, $m_x(S) = P(\{I \in V | D_x^I = S\}) \forall S \subseteq LA$, onde P é uma medida de probabilidade associada ao conjunto V , que pode estar relacionada à incerteza dos indivíduos durante a escolha dos termos.

Esta função pode ser interpretada como uma distribuição de probabilidade para o conjunto aleatório D_x : $\sum_{S \subseteq LA} m(S) = 1$

Assumindo uma distribuição uniforme para V , que pode estar associada à distribuição das importâncias relativas dos indivíduos no processo, as medidas de atribuição de massa são dadas por:

$$m_x(S) = \frac{|I \in V | D_x^I = S|}{|V|}, \quad \forall S \subseteq LA \quad (2.7)$$

A atribuição de massa m_x representa uma medida da confiança dos indivíduos de que um conjunto de termos (S) é adequado para descrever x . Quanto maior o valor de m_x maior a confiança. $m_x(\emptyset)$ quantifica a confiança dos indivíduos de que nenhum termo de LA é considerado adequado para descrever o valor numérico x , logo $m_x(\emptyset) \geq 0$ e não, necessariamente, $m_x(\emptyset) = 0$.

Exemplo 1 (Atribuição de Massa). Seja $V = \{I_1, I_2, I_3\}$ um conjunto de indivíduos que irão avaliar uma variável Y , através de um conjunto pré-definido de termos $LA = \{baixo, médio, alto\}$. $Y = y$ ($y \in U$) representa o nível de dulçor de uma xícara de chá, que recebeu y medidas de açúcar, onde o universo de discurso é $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. D_y^I representa o subconjunto de LA , usado por I para descrever o dulçor de uma xícara de chá com y medidas de açúcar. Variando I em V , suponha que foram fornecidas as seguintes atribuições:

$$\begin{aligned} D_1^{I_1} &= D_1^{I_2} = D_1^{I_3} = \{baixo\} \\ D_2^{I_1} &= \{baixo, médio\}, D_2^{I_2} = D_2^{I_3} = \{baixo\} \\ D_3^{I_1} &= D_3^{I_2} = \{médio\}, D_3^{I_3} = \{médio, baixo\} \\ D_4^{I_1} &= \{médio, alto\}, D_4^{I_2} = D_4^{I_3} = \{médio\} \\ D_5^{I_1} &= D_5^{I_3} = \{alto\}, D_5^{I_2} = \{médio, alto\} \\ D_6^{I_1} &= D_6^{I_2} = D_6^{I_3} = \{alto\} \end{aligned}$$

No exemplo acima, ambos os termos *baixo* e *médio* são considerados, pelo indivíduo I_1 , como sendo adequados para descrever o nível de dulçor de uma xícara de chá com 2 (duas) medidas de açúcar. Já os indivíduos I_2 e I_3 acham que, para essa quantidade de açúcar, apenas o termo *baixo* é adequado. Para o valor $y=2$ e subconjunto $S = \{baixo, médio\}$, tem-se:

$$m_2(\{baixo, médio\}) = \frac{|I \in V | D_2^I = \{baixo, médio\}|}{|V|} = \frac{|I_1|}{|V|} = \frac{1}{3}$$

As atribuições de massa para cada valor de x são dadas por:

$$\begin{aligned} m_1(\{baixo\}) &= 1 \\ m_2(\{baixo, médio\}) &= 1/3, \quad m_2(\{baixo\}) = 2/3 \\ m_3(\{médio\}) &= 2/3, \quad m_3(\{baixo, médio\}) = 1/3 \\ m_4(\{médio, alto\}) &= 1/3, \quad m_4(\{médio\}) = 2/3 \end{aligned}$$

$$m_5(\{\text{alto}\}) = 2/3, \quad m_5(\{\text{médio}, \text{alto}\}) = 1/3$$

$$m_6(\{\text{alto}\}) = 1$$

As funções de cobertura de ponto fixo para o conjunto aleatório D_x irá representar a probabilidade de se encontrar um indivíduo I que tenha usado um determinado termo l para descrever um valor numérico x : $\forall l \in LA, \mu_l(x) = P(\{I \in V | l \in D_x^I\})$. Aqui, a função é especialmente denominada de grau de adequação, por representar uma medida de adequação de um termo l para descrever um valor numérico x .

Definição 5 (Grau de Adequação).

$$\mu_l(x) = \sum_{S \subseteq LA; l \in S} m(S), \quad \forall x \in U, \forall l \in LA \quad (2.8)$$

Exemplo 2 (Grau de Adequação). Considerando o mesmo exemplo da xícara de chá, tem-se os seguintes graus de adequação dos termos *baixo*, *médio* e *alto* à descrição dos valores $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$:

$$\mu_{baixo}(1) = m_1(\{\text{baixo}\}) = 1$$

$$\mu_{baixo}(2) = m_2(\{\text{baixo}\}) + m_2(\{\text{baixo}, \text{médio}\}) = 1$$

$$\mu_{baixo}(3) = m_3(\{\text{baixo}, \text{médio}\}) = 1/3$$

$$\mu_{baixo}(4) = \mu_{baixo}(5) = \mu_{baixo}(6) = 0$$

$$\mu_{médio}(1) = \mu_{médio}(6) = 0$$

$$\mu_{médio}(2) = m_2(\{\text{baixo}, \text{médio}\}) = 1/3$$

$$\mu_{médio}(3) = m_3(\{\text{médio}\}) + m_3(\{\text{baixo}, \text{médio}\}) = 1$$

$$\mu_{médio}(4) = m_4(\{\text{médio}, \text{alto}\}) + m_4(\{\text{médio}\}) = 1$$

$$\mu_{médio}(5) = m_5(\{\text{médio}, \text{alto}\}) = 1/3$$

$$\mu_{alto}(1) = \mu_{alto}(2) = \mu_{alto}(3) = 0$$

$$\mu_{alto}(4) = m_4(\{\text{médio}, \text{alto}\}) = 1/3$$

$$\mu_{alto}(5) = m_5(\{\text{alto}\}) + m_5(\{\text{médio}, \text{alto}\}) = 1$$

$$\mu_{alto}(6) = m_6(\{\text{alto}\}) = 1$$

A partir do comportamento de um grupo de indivíduos, com relação ao uso da linguagem, é possível determinar o grau de adequação de termos linguísticos à descrição de valores numéricos (Figura 2.2).

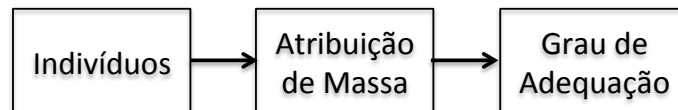


Figura 2.2 - Determinação dos graus de adequação a partir dos indivíduos

Visto que $\mu_l(x): U \rightarrow [0,1]$, onde U é o conjunto universo dos elementos avaliados, é possível interpretar o grau de adequação como uma função que mede a pertinência dos valores x a um conjunto que representa o valor semântico de l . Qin & Lawry (2005) acrescentam que μ_l pode ser tecnicamente vista como uma função de pertinência de um conjunto *fuzzy*.

Durante avaliações, é possível que indivíduos queiram usar expressões mais complexas para representarem suas percepções. Tais expressões podem ser geradas pela adição de conectivos lógicos a termos básicos primários, tais como os elementos de LA . Os conectivos lógicos podem ser interpretados da seguinte forma: $\neg l$ significa que o termo l não é apropriado para descrever uma determinada variável linguística; $l_1 \wedge l_2$ significa que tanto l_1 quanto l_2 são termos apropriados (necessariamente os dois); $l_1 \vee l_2$ significa que l_1 ou l_2 são apropriados (pelo menos um deles é apropriado); e $l_1 \rightarrow l_2$ significa que se l_1 é um termo apropriado então l_2 também é. O conjunto cujos elementos são expressões linguísticas derivadas dos elementos de LA é chamado de conjunto de expressões.

Exemplo 3 (Conjunto de Expressões). Seja Ω um conjunto de automóveis e LA um conjunto de termos básicos usados para descrever os elementos de Ω , tais como $LA = \{\text{vermelho}, \text{preto}, \text{prata}, \text{esportivo}, \text{luxo}, \text{utilitário}\}$. Uma possível expressão formada a partir do conjunto LA e dos conectivos lógicos padrão é $\text{utilitário} \wedge \neg \text{vermelho}$, que significa que o carro é utilitário e não é vermelho.

Assim como nos termos básicos, é preciso saber que informação é carregada por cada expressão linguística, que, no nosso caso, corresponde ao grau de adequação da expressão $\theta \in LE$ para descrever um valor x , isto é, $\mu_\theta(x)$. Esta informação é determinada a partir dos graus de adequação dos termos básicos que compõem as expressões, levando em consideração a informação dos conectivos lógicos. Para cada expressão $\theta \in LE$ é preciso identificar quais subconjuntos de LA que são consistentes com a expressão a fim de compor o conjunto D_x . O conjunto cujos elementos são os subconjuntos de LA considerados consistentes com uma dada expressão é chamado de conjunto de termos apropriados.

Definição 6 (Conjunto de Termos Apropriados). Toda $\theta \in LE$ está associada a um conjunto de subconjuntos de LA denotado por $\lambda(\theta)$ e definido da seguinte forma:

$$\text{i. } \lambda(L_i) = \{S \subseteq LA \mid L_i \in S\} \quad (2.9)$$

$$\text{ii. } \lambda(\theta \wedge \varphi) = \lambda(\theta) \cap \lambda(\varphi) \quad (2.10)$$

$$\text{iii. } \lambda(\theta \vee \varphi) = \lambda(\theta) \cup \lambda(\varphi) \quad (2.11)$$

$$\text{iv. } \lambda(\theta \rightarrow \varphi) = \overline{\lambda(\theta)} \cup \lambda(\varphi) \quad (2.12)$$

$$\vee. \quad \lambda(\neg\theta) = \overline{\lambda(\theta)} \quad (2.13)$$

Exemplo 4 (Conjunto de Termos Apropriados). Seja $LA = \{baixo, médio, alto\}$, então:

$$\lambda(baixo \wedge médio) = \{\{baixo, médio\}, \{baixo, médio, alto\}\}$$

$$\lambda(baixo \vee médio) =$$

$$\{\{baixo\}, \{médio\}, \{baixo, médio\}, \{baixo, alto\}, \{médio, alto\}, \{baixo, médio, alto\}\}$$

A partir das medidas de atribuição de massa m_x é possível calcular os graus de adequação para qualquer expressão θ usada na descrição de x . Para isso, soma-se todos os valores de atribuição de massa m_x através do conjunto de termos apropriados $\lambda(\theta) \subseteq 2^{LA}$ que são compatíveis com θ .

Definição 7 (Grau de Adequação).

$$\mu_\theta(x) = \sum_{S \in \lambda(\theta)} m(S), \quad \forall x \in U, \forall \theta \in LE \quad (2.14)$$

Na lógica *fuzzy*, o cálculo das funções de pertinência das expressões é feito com base apenas nas funções de pertinência dos termos básicos $\{\mu_l(x): l \in LA\}$, o que convencionou-se chamar de cálculo verdade-funcional. De acordo com a Expressão 2.14, na técnica *Labels Semantics*, as funções de pertinência das expressões são determinadas a partir das medidas de atribuição de massa m_x , assim como acontece na determinação das funções de pertinências associadas aos termos básicos (Equação 2.8). Portanto, para que aqui o cálculo seja também verdade-funcional, as medidas de atribuição de massa (m_x) devem ser função dos graus de adequação dos termos básicos $m_x(\{l_1, l_2, \dots, l_n\}) = f(\mu_{l_1}(x), \mu_{l_2}(x), \dots, \mu_{l_n}(x))$. Porém, como mostra a Figura 2.2, os graus de adequação são determinadas unicamente a partir das atribuições em massa, mas não é possível fazer o inverso, isto é, determinar as atribuições em massa a partir dos graus de adequação.

A fim de obter o mapeamento inverso (Figura 2.3), é assumido que a adequação dos termos a um determinado valor $x \in U$ representa uma ordem total e que todos os indivíduos compartilham da mesma ordem. Além disso, a definição de D_x^l para todos os indivíduos deve ser consistente com esta ordem.



Figura 2.3 - Determinando o grau de adequação a partir da atribuição de massa

Formalmente, essa suposição, denominada de consonância, pode ser definida da seguinte forma: suponha que para cada elemento $x \in U$ a população compartilha uma ordem total $\leq_x$ onde $\forall l_i, l_j \in LA$, implica em $l_i \leq_x l_j$, o que significa que o termo l_j é pelo menos tão apropriado quanto o termo l_i para descrever o valor x , logo, $\forall I \in V$, se $l_i \in D_x^I$ então $l_j \in D_x^I \forall l_j \mid l_i \leq_x l_j$.

Exemplo 5 (Consonância). Seja *alto* $\leq_1$ *médio* $\leq_1$ *baixo* uma ordenação dos termos de LA de acordo com a adequação dos mesmos para a descrição do valor numérico $x = 1$; a ordem significa que o termo *baixo* é, no mínimo tão adequado quanto o termo *médio* que, por sua vez, é, no mínimo, tão adequado quanto o termo *alto* para descrever x . Todos os indivíduos compartilham da mesma ordem, logo se um deles diz que o termo *médio* é adequado, então, é entendido que, na opinião dele, o termo *baixo* também é; consequentemente ambos irão compor D_x^I .

É importante destacar que a suposição de consonância resulta numa ordem total dos termos básicos de LA para cada valor de $x \in U$ e não uma única ordem para atender ao conjunto U . Além disso, cada ordem será compartilhada por todos os indivíduos do conjunto V . Na prática, isso significa que todos eles concordam com a mesma ordem de adequação dos termos na descrição de um determinado valor, o que vai variar é o nível de especificidade em seus julgamentos, uns serão mais específicos que outros. No exemplo acima, um indivíduo que responde que *médio* é um termo adequado para descrever $x = 1$, na verdade está dizendo que *médio* e *baixo* são adequados; este indivíduo é menos específico que outro que responda que *baixo* é um termo adequado.

Definição 8 (Atribuição de Massa em Consonância). Seja LA um conjunto de termos básicos indexados de acordo com os graus de adequação de seus elementos, tal que $\mu_{l_i}(x) \geq \mu_{l_{i+1}}(x)$ (para $i = 1, \dots, n$), então m_x é dado por:

$$m_x(\{l_1, l_2, \dots, l_n\}) = \mu_{l_n}(x) \quad (2.15)$$

$$m_x(\{l_1, l_2, \dots, l_i\}) = \mu_{l_i}(x) - \mu_{l_{i+1}}(x), \text{ (para } i = 1, \dots, n) \quad (2.16)$$

$$m_x(\emptyset) = 1 - \mu_{l_1}(x) \quad (2.17)$$

A suposição de consonância representa uma vantagem prática, visto que não será mais necessário conhecer a distribuição da população de indivíduos, P_V , para se determinar as atribuições de massa.

Exemplo 6 (Atribuição de Massa em Consonância). Seja Ω o conjunto de valores de temperatura em graus Celsius e seja $LA = \{\text{muito frio, frio, moderado, quente, muito quente}\}$. Suponha que $x = 23^\circ\text{C}$ e que um decisor ordenou os termos básicos de acordo com os

respectivos graus de adequação, de modo que $\text{muito frio} \leq \text{frio} \leq \text{moderado} \leq \text{muito quente} \leq \text{quente}$, onde $l \leq l'$ significa que l' é pelo menos tão apropriado quanto l para descrever um determinado valor x , de modo que se $l \in D$, então $l' \in D$ (D é o conjunto de termos apropriados para descrever x). A ordem sugerida pelo decisor restringe D_x a um dos seguinte conjuntos de termos: $\emptyset$, $\{\text{quente}\}$, $\{\text{quente}, \text{muito quente}\}$, $\{\text{quente}, \text{muito quente}, \text{moderado}\}$, $\{\text{quente}, \text{muito quente}, \text{moderado}, \text{frio}\}$ e $\{\text{quente}, \text{muito quente}, \text{moderado}, \text{frio}, \text{muito frio}\}$. Agora suponha que o decisor estimou os seguintes graus de adequação para os termos básicos:

$$\mu_{\text{quente}}(23) = 0,9; \mu_{\text{muito quente}}(23) = 0,6; \mu_{\text{moderado}}(23) = 0,3;$$

$$\mu_{\text{frio}}(23) = 0,1; \mu_{\text{muito frio}}(23) = 0,01$$

Note que os valores dos graus de adequação é consistente com a indexação dos termos de LA , isto é, $\mu_{l_i}(x) \geq \mu_{l_{i+1}}(x)$ (para $i = 1, \dots, n$). De posse desses dados, é possível inferir as atribuições de massa de cada conjunto de termos apropriados:

$$m_{23}(\{\text{quente}, \text{muito quente}, \text{moderado}, \text{frio}, \text{muito frio}\}) = \mu_{\text{muito frio}}(23) = 0,01$$

$$\begin{aligned} m_{23}(\{\text{quente}, \text{muito quente}, \text{moderado}, \text{frio}\}) &= \mu_{\text{frio}}(23) - \mu_{\text{muito frio}}(23) \\ &= 0,1 - 0,01 = 0,09 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{23}(\{\text{quente}, \text{muito quente}, \text{moderado}\}) &= \mu_{\text{moderado}}(23) - \mu_{\text{frio}}(23) = 0,3 - 0,1 \\ &= 0,2 \end{aligned}$$

$$m_{23}(\{\text{quente}, \text{muito quente}\}) = \mu_{\text{muito quente}}(23) - \mu_{\text{moderado}}(23) = 0,6 - 0,3 = 0,3$$

$$m_{23}(\{\text{quente}\}) = \mu_{\text{quente}}(23) - \mu_{\text{muito quente}}(23) = 0,9 - 0,6 = 0,3$$

$$m_{23}(\emptyset) = 1 - \mu_{\text{quente}}(23) = 1 - 0,9 = 0,1$$

Sob a suposição de consonância tem-se:

Teorema. Seja $LE^{\wedge, \vee} \subseteq LE$ expressões geradas recursivamente a partir de LA utilizando os conectivos $\wedge$ e $\vee$. Se as medidas de adequação obtidas foram obtidas assumindo uma ordem total para LA então $\forall \theta, \varphi \in LE^{\wedge, \vee}$, tem-se:

$$\mu_{l_1 \wedge l_2 \wedge \dots \wedge l_n}(x) = \min(\mu_{l_1}(x), \mu_{l_2}(x), \dots, \mu_{l_n}(x)) \quad (2.18)$$

$$\mu_{l_1 \vee l_2 \vee \dots \vee l_n}(x) = \max(\mu_{l_1}(x), \mu_{l_2}(x), \dots, \mu_{l_n}(x)) \quad (2.19)$$

Observa-se que, assim como na lógica *fuzzy*, as funções grau de adequação das expressões compostas formadas pelos conectivos conjunção e disjunção dependem apenas das funções grau de adequação dos termos básicos que as compõem. Além disso, as funções associadas aos conectivos conjunção ($\wedge$) e disjunção ($\vee$) são as mesmas da lógica *fuzzy* (min, para conjunção, e max, para disjunção). A única diferença é que qualquer função grau de

adequação, gerada a partir de funções associadas a termos básicos, satisfazerá simultaneamente as propriedades idempotência e princípio do terceiro excluído para todos os valores no intervalo $[0,1]$, ao contrário do que acontece com a função de pertinência da lógica *fuzzy*. Outra propriedade da lógica matemática que é preservada é a não-contradição. Isso acontece para todas as expressões decorrentes da aplicação recursiva de conectivos aos termos básicos.

- Princípio do terceiro excluído: $\forall x \in U, \forall \theta \in LE, \mu_{\theta \vee \neg \theta}(x) = 1$
- Não-contradição: $\forall x \in U, \forall \theta \in LE, \mu_{\theta \wedge \neg \theta}(x) = 0$
- Idempotência: $\forall \theta \in LE, \theta \wedge \theta \equiv \theta$ e $\theta \vee \theta \equiv \theta$

O princípio do terceiro excluído diz que uma expressão pode ser usada ou não para descrever um valor x , não havendo uma terceira possibilidade. O princípio da não-contradição diz que uma expressão adequada nunca vai ser inadequada e vice-versa. Já a idempotência é uma propriedade inerente aos operadores conjunção e disjunção relacionada ao fato de que algumas operações podem ser aplicadas várias vezes sem que o valor do resultado se altere após a aplicação inicial.

A seguir são apresentadas outras propriedades da função grau de adequação sob a suposição de consonância.

- Se $\theta \models \varphi$ então $\forall x \in U, \mu_\theta(x) \leq \mu_\varphi(x)$
- Se $\theta \equiv \varphi$ então $\forall x \in U, \mu_\theta(x) = \mu_\varphi(x)$
- Se θ é uma tautologia então $\forall x \in U, \mu_\theta(x) = 1$
- Se θ é uma contradição então $\forall x \in U, \mu_\theta(x) = 0$
- $\forall x \in U, \mu_{\neg \theta}(x) = 1 - \mu_\theta(x)$

É importante destacar que, embora a abordagem de modelagem *Label Semantics* compartilhe alguns resultados da teoria dos conjuntos *fuzzy* de Zadeh, tal como acontece no cálculo das funções para expressões compostas (secundárias) geradas a partir da aplicação dos conectivos lógicos $\wedge$ e $\vee$ a termos primários, as funções nas duas abordagens têm motivações e interpretações diferentes, além do fato de que todas as funções na técnica de Lawry atendem a um conjunto de propriedades desejáveis que nem sempre são satisfeitas nas funções de pertinência da técnica de Zadeh.

Na literatura há outras abordagens para a modelagem de conceitos vagos e imprecisos que são baseadas em conjuntos aleatórios. A proposta de Lawry (2004) difere das demais na definição do conjunto universo U_2 da teoria dos conjuntos aleatórios; para Lawry, este conjunto corresponde ao conjunto dos termos básicos (LA), enquanto, nas demais abordagens,

U_2 corresponde ao conjunto dos elementos avaliados (U). Consequentemente, nas outras abordagens, os resultados possíveis de um experimento são subconjuntos do conjunto de valores numéricos de referência, enquanto na proposta de Lawry, os resultados possíveis são subconjuntos do conjunto de termos básicos. Na prática, isso significa que os indivíduos irão aplicar termos linguísticos a valores numéricos de referência conhecidos, e não o contrário, tornando o processo de inferência da percepção mais intuitivo e, portanto, mais representativo do uso da linguagem pelos indivíduos. Além disso, esta diferença sutil impacta as operações matemáticas, principalmente quando o conjunto universo U é infinito, embora isso não seja o caso deste estudo.

Outro aspecto importante e inovador do trabalho de Lawry é a discussão detalhada sobre a suposição de cálculo verdade-funcional assumida pela lógica *fuzzy*, além do tratamento matemático que é dado para evidenciar e explicar os problemas associados a esta abordagem.

A técnica vem sendo bastante utilizada em estudos sobre mineração de dados: Qin & Lawry (2005); Qin & Lawry (2008); Qin & Lawry (2011).

Segundo o esquema para resolução de problemas de decisão baseado em avaliações linguísticas proposto por Herrera & Herrera-Viedma (2000), após a escolha do conjunto de termos e respectivos valores semânticos, os próximos passos dizem respeito a agregação e exploração das informações a fim de determinar a decisão final. No entanto, é importante que seja incluída uma etapa intermediária para avaliação da qualidade do processo de modelagem, ou seja, para verificar se os valores semânticos correspondem às ideias que os indivíduos desejam transmitir com os termos e expressões. Neste trabalho, a abordagem linguística será utilizada para apoiar uma decisão em grupo. A seção seguinte apresenta a fundamentação teórica para decisão em grupo.

2.2 Decisão em Grupo

Difícilmente grandes decisões são tomadas por um único indivíduo. Mesmo que a responsabilidade da decisão seja de um indivíduo específico, a decisão em si geralmente é o produto da interação entre as preferências do indivíduo e as preferências de outros (Roy, 1996). Por exemplo, as audiências e consultas públicas são instrumentos utilizados pela administração pública para apoiar seus processos decisórios através da consulta às preferências daqueles que não participam da decisão, mas que são diretamente afetados pelas consequências da decisão, e, portanto, devem ter suas preferências consideradas.

No âmbito da administração pública, embora os processos decisórios sejam interferidos pelo confronto de interesses dos diferentes interessados na decisão, a responsabilidade da decisão final é sempre atribuída a um único indivíduo, identificado como decisor. Em algumas situações, este decisor utiliza os recursos audiências ou consultas públicas para auxiliá-lo em suas decisões, porém sem interferência direta da população. Entretanto, no âmbito das audiências e/ou consultas, a população interfere diretamente na decisão final e, portanto, são considerados decisores no processo; neste caso, a decisão é tomada em grupo.

Uma decisão em grupo é a decisão tomada com base numa preferência coletiva obtida a partir da agregação de diferentes preferências individuais (Silva *et al.*, 2010). Ekel *et al.* (2009) define decisão em grupo como um processo para encontrar uma solução que é baseado em informações provenientes de diferentes indivíduos. Os autores acrescentam que uma decisão em grupo satisfatória é aquela que tem mais aceitação pelo grupo, visto que encontrar a melhor solução, ou seja, a solução que atenda completamente as expectativas de todos, quase nunca é possível. Portanto, a avaliação da qualidade de uma decisão em grupo está diretamente relacionada com a avaliação do nível de satisfação dos indivíduos, que, por sua vez, pode se dar pela avaliação do nível de consenso do grupo. Vários pesquisadores vêm desenvolvendo esquemas para tratar o consenso em decisões em grupo (Herrera-Viedma *et al.*, 2005; Ekel *et al.*, 2009).

Segundo Srdjevic (2007), duas abordagens são comumente utilizadas para tratar de apoio a decisão em grupo. A primeira abordagem utiliza a teoria da escolha social, a qual inclui os sistemas de votação, que é útil quando as informações disponíveis sobre o problema são limitadas, confidenciais e predominantemente qualitativas. A segunda abordagem utiliza o apoio a decisão multicritério, que trata de problemas de decisão envolvendo múltiplos objetivos, muitas vezes conflitantes entre si; esta abordagem é particularmente útil para tratar de problemas estruturados. As características inerentes ao problema é que irão determinar a abordagem e o método mais adequado.

Outra classificação para as abordagens para resolver problemas de decisão em grupo é proposta por Ekel *et al.* (2009), a qual se baseia na análise e tratamento do consenso entre os indivíduos do grupo. Na primeira abordagem, as opiniões individuais são agregadas, formando uma opinião coletiva, o que é conseguido por meio de um operador de agregação que pondera a opinião de cada membro; o tratamento do consenso se dá pelo ajuste dos pesos das opiniões visando reduzir a discrepância entre a opinião coletiva e as opiniões individuais. Na segunda abordagem, uma opinião coletiva também é construída, porém, os pesos das

opiniões individuais são mantidos fixos e o tratamento do consenso se dá por meio da alteração da opinião do indivíduo que apresenta maior discordância em relação a opinião coletiva construída.

Segundo Almeida *et al.* (2012), os sistemas de votação e os métodos multicritérios baseados nas abordagens critério único de síntese (Roy, 1985) ou sobreclassificação (Roy, 1985) são considerados modelos de agregação. Nestes casos, a preferência do grupo é obtida a partir da agregação das diferentes preferências individuais, podendo ou não refletir a opinião dos decisores, individualmente.

A função média ponderada é um dos operadores de agregação mais utilizados, particularmente em problemas de decisão multicritério e outras situações de decisão em grupo envolvendo mais de duas alternativas, nos quais a informação a ser agregada corresponde as avaliações recebidas pelas alternativas, com relação a um conjunto pré-definido de critérios ou de decisores. Segundo Ekel *et al.* (2009), o operador média ponderada é utilizado nas duas abordagens tradicionais definidas pelos autores para resolução de problemas de decisão em grupo.

Na agregação, a função média ponderada realiza uma compensação de desempenho entre os critérios (decisores) envolvidos na agregação – um desempenho baixo de uma alternativa em um dado critério pode ser compensando por um bom desempenho em outro critério. Por este motivo, os métodos que usam essas funções são conhecidos na literatura como métodos compensatórios. Nos métodos compensatórios, a constante k_j carrega outras informações além da importância relativa do critério ou decisor, a qual ela está associada. Estas constantes estão associadas, principalmente, à taxa de substituição, que traduz a ideia de compensação entre critérios, cuja denominação mais apropriada é constante de escala (Almeida, 2011). Porém, comumente, estes parâmetros são erroneamente interpretados como medidas de importância relativa, onde a denominação peso é mais adequada.

Essa diferença impacta diretamente na determinação dos valores das constantes de escala, que deve levar em consideração a extensão do intervalo no qual ocorrem as avaliações das alternativas dentro do critério, isto é, a escala de valores associada ao critério. Como consequência, um critério considerado muito importante pode ter uma constante de escala pequena se as alternativas consideradas tiverem avaliações muito próximas com relação a este critério. O exemplo a seguir ilustra um procedimento para elicitação das constantes de escala (Almeida *et al.*, 2012):

Sejam p e m a pior e melhor alternativas avaliadas, respectivamente, de acordo com o decisor i , e $V_j(.)$ a função valor atribuída ao decisor j . O valor que o decisor j atribui à pior e à

melhor alternativa determina a escala de valores da função V_j . Suponha que $V_j(p)=0$ e $V_j(m)=1$. $V_G(p) = V_G(V_1(p), V_2(p), \dots, V_n(p))$ corresponde a função de agregação da opinião dos n decisores com relação as piores alternativas de acordo com a opinião de cada um deles, ressaltando que a pior consequência para um decisor pode ser diferente da de outro, logo $V_G(p) = V_G(0, 0, \dots, 0) = 0$. Similarmente, $V_G(m) = V_G(V_1(m), V_2(m), \dots, V_n(m))$ representa o valor global quando todos os decisores estão avaliando suas respectivas melhores alternativas, logo, $V_G(m) = V_G(1, 1, \dots, 1) = 1$. A partir da equação do modelo de agregação aditivo, observa-se que $V_G(1, 0, \dots, 0) = k_1$, $V_G(1, 1, \dots, 1) = k_2$ e assim, sucessivamente. Logo, se a primeira consequência é preferível à segunda, então $k_1 > k_2$.

O problema de interpretação dos significados das constantes na agregação aditiva ponderada é ainda mais crítico quando se trata de decisão em grupo, onde a agregação diz respeito a decisores e não a critérios. Matematicamente, não há diferenças se a informação a ser agregada diz respeito a critérios ou a decisores; no entanto, do ponto de vista conceitual há diferenças bastante significativas, que dizem respeito à determinação das constantes de escala. No caso de decisão em grupo, Almeida *et al.* (2012) explica que a atribuição das constantes de escala deve considerar as consequências avaliadas pelos decisores, ao invés dos próprios decisores; como consequência, um decisor considerado muito importante pode ter uma constante de escala pequena se as avaliações realizadas por ele forem muito próximas.

A utilização de uma função de agregação aditiva também requer que os critérios sejam mutuamente independentes em preferência. A independência preferencial entre critérios pode ser verificada da seguinte forma: suponha que a família de critérios pode ser dividida em dois subconjuntos Y e Z , a independência preferencial entre Y e Z ocorre se, e somente se, a estrutura condicional de Y dado z' não depende de z' ; em outras palavras, Y é independente de Z se, e somente se, $(y', z')P(y'', z') \Rightarrow (y', z')P(y'', z) \forall z', z, y', y''$ (Keeney & Raiffa, 1976 *apud* Almeida, 2011; Munda, 2008). Há um problema operacional para se verificar a mútua independência em preferência para um número de critérios acima de três – para n critérios o número de verificações é $n(n-1)/2$ (Almeida, 2011). Em decisão em grupo, a independência preferencial ocorre quando os decisores não influenciam uns aos outros no processo decisório.

Outro aspecto importante referente ao uso da agregação aditiva diz respeito à influência dos procedimentos de normalização, utilizados nos casos em que os critérios são definidos em escalas diferentes. Almeida (2011) apresenta um exemplo mostrando que dependendo do procedimento de normalização escolhido, o resultado de um problema pode ser alterado.

O principal problema associado ao uso de procedimentos de agregação baseados no modelo aditivo é a não observância dos aspectos – constantes de escala e normalização. Quando devidamente utilizada, a agregação aditiva fornece resultados bastante consistentes. Entretanto, quando a avaliação das alternativas dentro de cada critério é feita com base em uma escala ordinal, os métodos de agregação baseados no modelo aditivo não devem ser utilizados. Nestes casos, os métodos ordinais, tais como o método de Condorcet e o método de Borda, fornecem um bom resultado.

A agregação das preferências individuais pode ocorrer em nível de entrada (abordagem indireta) ou em nível de saída (abordagem direta) (Leyva-López & Fernández-González, 2003). Segundo Dias & Clímaco (2005), nos métodos de agregação em nível de entrada, um operador $f(.)$ agrega as preferências individuais dos k decisores (T_k) em um conjunto T de valores aceitos pelo grupo. Em seguida, um operador $e(.)$ obtém o resultado do método R compatível com T , conforme apresentado na Figura 2.4.

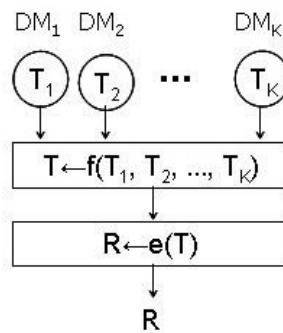


Figura 2.4 - Método de agregação em nível de entrada

(Fonte: Dias & Clímaco, 2005)

Nos métodos de agregação em nível de saída, um operador $e(.)$ obtém os resultados do método R compatível com o T_k de cada decisor. Em seguida, um operador $h(.)$ agrega os resultados individuais R_k em um conjunto R (Figura 2.5).

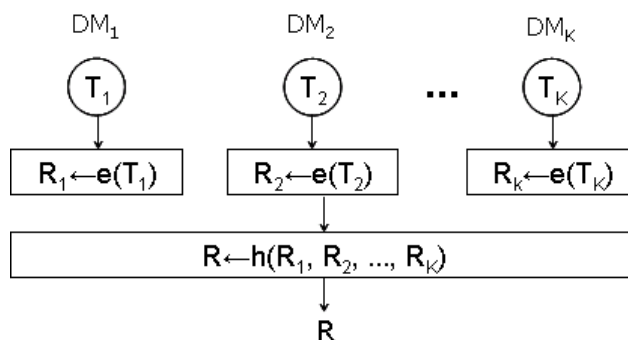


Figura 2.5 - Método de agregação em nível de saída

(Fonte: Dias & Clímaco, 2005)

Na abordagem em nível de entrada, uma relação de preferência coletiva é calculada e é então usada para encontrar a solução (Herrera *et al.*, 2005); este tipo de procedimento pode ser aplicado quando os indivíduos estão dispostos a renunciar às suas próprias preferências (valores, objetivos) para atingir o objetivo final do grupo (Almeida *et al.*, 2012). Na abordagem em nível de entrada, os indivíduos agem em conjunto e agrupam os seus julgamentos de tal modo que o grupo passa a se comportar como se fosse um único indivíduo (Morais, 2006; Ekel *et al.*, 2009). Enquanto que na abordagem em nível de saída, a solução para um problema de decisão em grupo pode derivar diretamente das relações de preferências individuais (Herrera *et al.*, 2005); isto é, cada indivíduo age conforme suas preferências, usando seus próprios sistemas de valores.

Segundo Forman e Peniwati (1998) *apud* Moraes (2006), a escolha da abordagem de agregação de preferências individuais depende da condição do grupo: quando eles agem em conjunto como uma unidade (por exemplo, chefes de departamento reunidos para elaborar políticas corporativas), a abordagem em nível de entrada deve ser utilizada; quando os indivíduos agem apenas como uma junção de indivíduos (por exemplo, representantes de distritos eleitorais que discutem reformas de bem-estar social, com contribuintes, políticos, etc.), a abordagem em nível de saída é mais apropriada. Herrera-Viedma *et. al* (2005) acrescenta que, independente da abordagem adotada para agregação das preferências, é desejável que um alto nível de consenso entre os decisores seja alcançado antes da aplicação do método de apoio a decisão, propriamente dito.

A abordagem em nível de saída pode ser tratada com o uso de métodos multicritério, para a construção da ordenação final de cada decisor, seguido da agregação dos resultados individuais através de um método de agregação ordinal. No entanto, a maioria destes problemas é tratado como procedimentos de votação (Almeida *et al.*, 2012). Em votações, não importa a forma como os resultados individuais são construídos, ou seja, os critérios que foram considerados pelos decisores em suas avaliações, assim como o método utilizado para agregá-las.

Os procedimentos de votação descrevem a maneira como as preferências dos indivíduos são agregadas para construir uma decisão coletiva (Brams & Fishburn, 1998). De acordo com Saari (1999), a votação é a abordagem mais comumente utilizada para a agregação de preferências individuais. Na literatura, existem diferentes procedimentos de votação com diferentes funções de agregação de preferências individuais. Segundo Arrow (1951), para votações envolvendo três ou mais candidatos, nenhuma dessas funções satisfaz simultaneamente algumas condições consideradas desejáveis na construção de uma decisão

coletiva, a saber: domínio irrestrito (condição 1); associação positiva de valores sociais e individuais, conhecida também como eficiência de Pareto (condição 2); independência de alternativas irrelevantes (condição 3); condição de soberania do cidadão (condição 4); e condição de não ditadura (condição 5). A afirmação foi denominada pelo autor como Teorema da Possibilidade Geral, mas ficou conhecida na literatura como Teorema da Impossibilidade de Arrow.

Gibbard (1973) acrescenta que qualquer procedimento de votação, com pelo menos três candidatos, é sujeito à manipulação. Nesse sentido, Brams & Fishburn (1998) dizem que o desafio é propor um procedimento cujo resultado seja o mais fiel possível à vontade coletiva. Os autores elegem um conjunto de requisitos mínimos que eles consideram importante para os procedimentos de votação: (i) o procedimento deve encorajar os decisores a serem honestos em suas avaliações; (ii) deve ser relativamente imune à manipulação de resultados; e (iii) deve evitar grandes anomalias ou paradoxos, tais como o paradoxo da resposta negativa, que ocorre quando o aumento ao apoio a um candidato prejudica-o.

A seção seguinte apresenta um estudo dos principais procedimentos de votação discutidos na literatura.

2.3 Procedimentos de Votação

A partir dos trabalhos Borda (1733-1799) e Condorcet (1743-1794), no final do século XVIII, diversos procedimentos de votação foram propostos. No século XIX, a teoria da escolha social recebeu a contribuição dos seguintes matemáticos: Isaac Todhunter (1820-1884), Morgan Willaim Crofton (1826-1915), Galton (1822-1911), E. J. Nanson (1850-1936), George H. Hallet (Black, 1958). O autor também destaca a contribuição do Reverendo Charles Lutwidge Dodgson (1832-1898), que, utilizando o pseudônimo de Lewis Carrol, escreveu extensivamente sobre comitês e eleições durante o período de 1873 a 1885. Com exceção de Galton, estes estudos partiram da análise dos métodos propostos por Borda (ou Laplace) e Condorcet.

A análise destes procedimentos deu origem a inúmeros artigos científicos, com ênfase aos trabalhos do Professor Duncan Black entre os anos de 1948 e 1951, reunidas no livro *Theory of Committees and Elections* (Black, 1958). Outro importante trabalho publicado na segunda metade do século XX foi o livro *Social Choice and Individual Values* (1951) de Kenneth J. Arrow. Arrow (1951) apresenta um conjunto de condições desejáveis à função de agregação de preferências individuais para os casos de eleições cujos eleitores são membros da sociedade e cujas alternativas têm impacto sobre a sociedade, a qual ele denomina de

função do bem estar social. Por sua vez, o trabalho de Arrow deu origem a diversas publicações que investigaram as condições e o teorema, a exemplo do trabalho de Dummett & Farquharson (1961), que abordaram o aspecto da manipulação em procedimentos de votação baseados em maioria, e o trabalho de Gibbard (1973). Alguns destes trabalhos foram cuidadosamente analisados na revisão bibliográfica realizada por Riker (1961).

A partir da década de 70 o número de publicações sobre eleições e procedimentos de agregação de preferências, de uma forma geral, cresceu significativamente, com destaque para o trabalho de Smith (1973), que apresenta uma definição formal para procedimentos de votação baseados em pontuação para posições de um *ranking* de candidatos e discute algumas propriedades desejáveis a estes procedimentos, tais como neutralidade, separabilidade, homogeneidade, monotonicidade, unanimidade, propriedade arquimediana. O autor também apresenta um conjunto de procedimentos, onde cada eleitor fornece um *ranking* de alternativas, e verifica que propriedades estão sendo satisfeitas. Alguns estudos dedicaram-se à comparação entre os trabalhos de Borda e Condorcet (Young, 1988; Young, 1990; Young, 1995; Saari, 2006).

Brams & Fishburn (1998) analisaram as características e algumas propriedades dos principais procedimentos de votação encontrados na literatura. Os autores definem os procedimentos de acordo com duas características básicas. A primeira característica diz respeito a forma como os decisores votam: os votos podem ser secretos ou não, pode ser a escolha de uma única alternativa, uma lista ordenada delas, ou ainda atribuição de notas a cada uma, etc.; o processo decisório é quem vai determinar qual a forma mais apropriada para os decisores expressarem suas preferências. A segunda característica está relacionada à forma como os votos são agregados para construir a decisão coletiva. No entanto, a forma como os autores realizaram as análises, sugere uma nova classificação dos procedimentos de votação. A partir desta classificação é possível criar uma categorização dos procedimentos, que servirá de base para o estudo das técnicas de votação mais utilizadas em aplicações práticas e, visto que não existe procedimentos ideais, auxiliará na identificação daquele mais adequado a um determinado processo decisório, envolvendo votação (Figura 2.6).

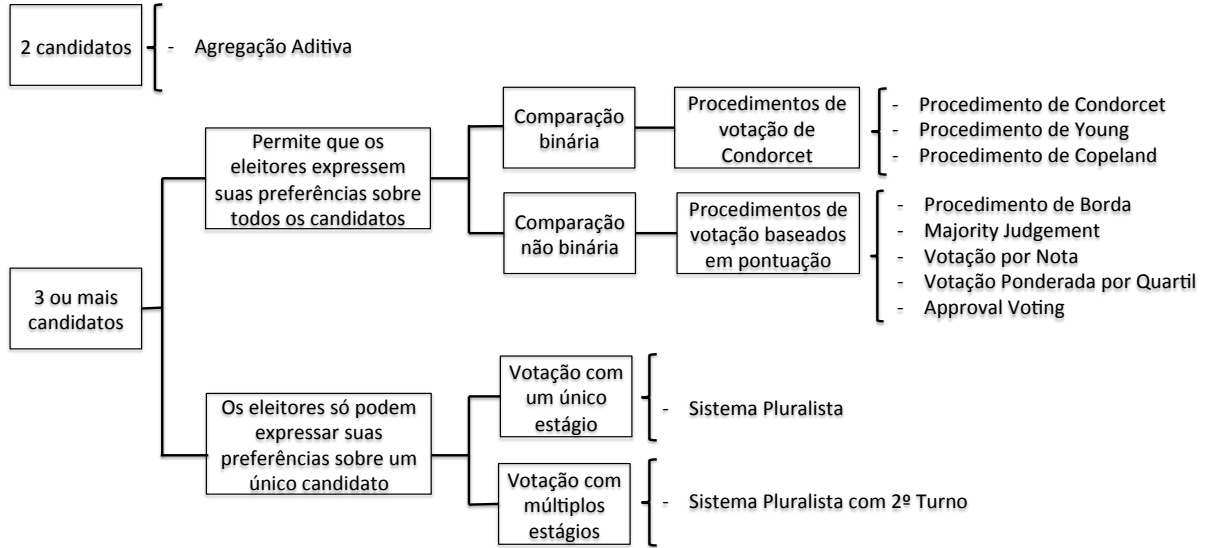


Figura 2.6 - Categorização dos procedimentos de votação

2.3.1 Votações com dois candidatos

Nos procedimentos de votação com apenas duas alternativas $\{a, b\}$, o voto de cada decisor é interpretado algebricamente da seguinte forma: 1, denota que o decisor vota na alternativa a ; 0, denota uma abstenção; e -1 denota que o decisor vota na alternativa b . Logo, o perfil de preferência do grupo é dado por $p = \{1, 0, -1\}^n$, onde n é o número de decisores. A função de agregação F deve converter o perfil nos valores 1, 0 ou -1, que corresponde às situações onde a vence, a e b ficam empatadas e b vence, respectivamente. Quando a função de agregação é dita decisiva não é permitido o empate entre as alternativas, nestes casos, F assume apenas os valores 1 ou -1.

A função de agregação realiza uma soma dos votos recebidos por cada alternativa, e ganha aquela que obtiver maioria dos votos.

$$F(p) = s(\sum_{j=1}^n V_j) \quad (2.20)$$

Onde s é uma função sinal que serve para converter o perfil p em $\{1, 0, -1\}$ de acordo com o resultado da soma dos votos recebidos por uma alternativa: $s(r) = 1, r > 0$; $s(r) = 0, r = 0$; e $s(r) = -1, r < 0$.

Se uma alternativa tem maioria simples dos votos, então $\sum_{j=1}^n V_j > 0$, logo $F(p) = 1$, o que significa que esta alternativa vence; $\sum_{j=1}^n V_j = 0$, representa uma situação de empate; e $\sum_{j=1}^n V_j < 0$, significa que o oponente vence. Por esta razão, a função de agregação é denominada função maioria simples e possui as propriedades anonimidade, neutralidade e monotonicidade forte (Brams & Fishburn, 1998).

Em muitas situações práticas, a propriedade da anonimidade não é satisfeita. Nestes casos, a função de agregação mais utilizada é a função de agregação média ponderada, cujo objetivo é atribuir uma ponderação diferenciada aos votos, de acordo com a importância relativas dos decisores na votação (Brams & Fishburn, 1998).

$$F(p) = s(\sum_{j=1}^n k_j V_j) \quad (2.21)$$

onde k_j representa o peso de decisor j .

As sessões seguintes tratam de outros procedimentos para votações envolvendo mais de duas alternativas. Um aspecto importante deste tipo de votação é a possibilidade de os decisores agirem estrategicamente, no intuito de manipular o resultado. A estratégia corresponde a situação em que o decisor vota desonestamente, ou seja contrário às suas preferências, para beneficiar o candidato que ele realmente prefere. Agindo estrategicamente, o decisor mesmo sem votar de acordo com suas preferências, consegue um resultado que é melhor para ele que o resultado que seria obtido caso ele tivesse agido honestamente. Quando há mais de duas alternativas, nenhum procedimento de votação é imune a estratégias (Brams & Fishburn, 1998). De acordo com os autores, o desafio é encontrar um procedimento que encoraje a honestidade, que seja menos suscetível à manipulação e que evite alguns paradoxos críticos. O aspecto da honestidade é intrínseco aos decisores, tendo o procedimento pouca ou nenhuma influência. No entanto, muitas vezes os decisores não conseguem agir de acordo com suas reais preferências simplesmente porque o procedimento não oferece as condições para isso; consequentemente, é possível que eles, mesmo com a intenção de serem honestos em seus julgamentos, ajam estrategicamente e manipulem um resultado, inconscientemente. Neste sentido, o desafio passa a ser encontrar um procedimento que capture da forma mais fiel possível às preferências dos decisores.

No que concerne à forma como as preferências dos decisores são consideradas, os procedimentos de votação envolvendo 3 ou mais candidatos podem ser classificados em dois grupos: (i) os decisores podem expressar suas preferências sobre todas as alternativas; ou (ii) apenas sobre algumas delas. A seção a seguir apresenta o sistema pluralista, com e sem segundo turno, e o procedimento *approval voting*, que são os principais procedimentos incluídos no primeiro grupo.

2.3.2 Sistema Pluralista e *Approval Voting*

O sistema pluralista é o procedimento de votação mais conhecido e mais utilizado em eleições públicas. Neste procedimento, cada decisor vota em uma única alternativa do conjunto; algebricamente, isso é interpretado da seguinte forma, o decisor atribui a pontuação

1 a alternativa escolhida e 0 as demais. Em seguida, os votos recebidos por cada alternativa são agregados por uma soma simples e aquela que tiver recebido o maior número de votos é a vencedora. Normalmente, o sistema pluralista é aplicado em decisões, com um único vencedor, mas, também pode ser aplicado a decisões com múltiplos vencedores (Brams & Fishburn, 1998).

O principal problema do sistema pluralista é a extrema limitação imposta aos decisores ao expressarem suas preferências. A consequência é a dispersão dos votos que pode haver entre alternativas similares, beneficiando uma alternativa que seja ideologicamente oposta as demais, porém, não necessariamente a melhor opção. Isso encoraja os decisores a votarem em outras alternativas, quando as suas preferidas não têm chance alguma de ganhar (Brams & Fishburn, 1998).

Outro problema do sistema pluralista é que ele permite que uma alternativa vença sem ter recebido a maioria dos votos. Por exemplo, numa disputa com seis alternativas, se uma delas consegue 20% dos votos e as demais conseguem 16% cada, a primeira vence, apesar de 80% dos decisores se mostrarem contrários ao resultado (Smith, 1973).

O sistema pluralista com segundo turno é uma tentativa de reduzir este problema. Este sistema requer que a votação seja realizada em dois estágios: no primeiro estágio, todas as alternativas são consideradas; no segundo, apenas as duas primeiras colocadas são consideradas. Nos casos onde a primeira colocada recebe um percentual suficientemente grande dos votos (maior que 50%), a segunda votação é dispensada.

Outro procedimento classificado no primeiro grupo é o *approval voting*. Este procedimento é similar ao sistema pluralista, com a diferença de que é permitido votar em várias alternativas. No procedimento *approval voting*, os decisores aprovam ou desaprovam alternativas; a aprovação é interpretada como atribuição da pontuação 1 e na desaprovação a pontuação é 0. Em seguida, as pontuações de cada alternativa são somadas e aquela que obtiver o maior número de pontos vence (Brams & Fishburn, 1998).

Brams & Fishburn (1998) apresentam outros procedimentos de votação, nos quais os decisores só podem expressar suas preferências sobre algumas alternativas. Os autores dizem que, dentre esses procedimentos, o *approval voting* é o que encoraja mais os decisores a expressarem suas reais preferências e, portanto, é menos suscetível a estratégias. Além disso, este procedimento tem mais chance de eleger o candidato Condorcet. Os autores também ressaltam que os procedimentos de votação pluralista, com e sem segundo turno, podem violar a propriedade de monotonicidade; isso significa que é possível prejudicar uma alternativa ao aumentar o apoio a ela, o que é um dos paradoxos mais nocivos aos sistemas de votação.

A seção seguinte apresenta o procedimento de votação de Condorcet e algumas variações, nos quais os decisores expressam suas preferências sobre todas as alternativas e cujos desempenhos é avaliado a partir de uma comparação par a par entre elas.

2.3.3 Procedimentos de Condorcet

Em 17 de Julho de 1784, o matemático e filósofo social Maris Jean Antoine Nicolas Caritat (1743-1794), o Marquês de Condorcet apresentou o trabalho *Essai sur l'Application de L'Analyse à La Probabilité des Décisions Rendues à La Pluralité des Voix* à Academia de Ciências de Paris (Académie des Sciences), da qual era membro (Mascart, 1919 *apud* Black, 1958).

Condorcet usou o princípio da maioria para construir o seu método, o que fez com que ficasse conhecido como regra da maioria simples. O argumento usado por ele foi o seguinte: supondo que o número de eleitores que fazem julgamentos corretos é maior que o número de eleitores que erram em seus julgamentos, a escolha feita pela maioria certamente é a melhor. Condorcet utilizou o princípio da máxima verossimilhança para demonstrar sua proposição (Young, 1988; Young, 1990).

O método e sua validade são intuitivamente óbvios quando existem apenas duas alternativas de decisão: um grupo de decisores deve decidir entre duas alternativas, assumindo que cada decisor tem uma probabilidade de escolher certo maior que a probabilidade de escolher errado, logo a escolha com maioria dos votos tem maior probabilidade de estar correta. Certamente, a regra da maioria simples é a melhor regra de decisão para escolha entre duas alternativas (Young, 1995).

Para o caso de mais de duas alternativas, o procedimento apresentado por Condorcet parte da seguinte suposição: cada decisor ao responder a uma questão do tipo “ a é melhor que b ou b é melhor que a ” possui uma probabilidade fixa de estar correto maior que 0,5; ou seja, a probabilidade de ele estar certo em sua resposta é sempre maior que a probabilidade de ele errar (Young, 1988; Young, 1990; Young, 1995). Condorcet provou que, quando existem três alternativas, a ordem com maior probabilidade de ser a correta é aquela que obteve o maior apoio nas comparações par a par (Young, 1995).

Matematicamente, o trabalho de Condorcet pode ser definido da seguinte forma (McLean & Urken, 1995 *apud* Nurmi, 2008):

Suponha um júri, composto de n membros, avaliando um veredicto a ser dado numa corte judicial. Seja α a probabilidade de um membro estar correto em seu julgamento e β a probabilidade dele estar errado ($\beta=1-\alpha$). Condorcet afirma que se o resultado da votação

obteve λ votos, onde $\lambda > n/2$, ou seja, λ representa uma maioria, então a probabilidade deste resultado estar correto é dada por:

$$P(\text{resultado maioria estar correto}) = \frac{\alpha^{\lambda-\mu}}{\alpha^{\lambda-\mu} + \beta^{\lambda-\mu}} \quad (2.22)$$

onde $\lambda + \mu = n$

Considerando $\alpha > 0,5$ e igual para todos os decisores, observa-se que a probabilidade P é estritamente maior que α e se aproxima de 1 a medida que o número de decisores vai para infinito.

A suposição $\alpha > 0,5$ foi expressamente assumida por Condorcet em seu trabalho (Young, 1995). Owen *et al.* (1989) *apud* Nurmi (2008) mostraram que o resultado não muda se os decisores tiverem probabilidades diferentes, desde que a média aritmética destas probabilidades seja maior que 0,5.

Na prática, o método funciona da seguinte forma: cada decisor constrói um *ranking* das alternativas de acordo com a ordem de preferência; em seguida, o desempenho de cada alternativa é medido pela posição relativa de uma sobre a outra nos *rankings* de todos os decisores; para isso, é construída uma matriz de avaliação par a par de alternativas; as células são preenchidas com o número de decisores que ordenou, em seus respectivos *rankings*, a alternativa da linha numa posição superior a alternativa da coluna; finalmente, verifica-se a ordem de alternativas que produziu a maior soma de votos observados, que, segundo Condorcet, representa a ordem com maior probabilidade de estar correta (Young, 1988). No procedimento de Condorcet, a alternativa que derrota todas as outras, nas comparações binárias com maioria simples deve ser a vencedora. Esta alternativa é especialmente denominada de candidato Condorcet (Brams & Fishburn, 1998).

Suponha uma votação com 3 alternativas (a , b e c) e 13 decisores, onde 4 deles votaram na ordem abc , 3 votaram na ordem cab e os demais votaram na ordem bca . A Tabela 2.1 mostra uma matriz de avaliação par a par das alternativas correspondentes.

Tabela 2.1 - Matriz de votação com 3 alternativas e 13 eleitores

	a	b	c
a	-	7	4
b	6	-	10
c	9	3	-

Fonte: Young, 1988.

Uma suposição importante, que deve ter sido considerada por Condorcet, é a de que as preferências individuais são transitivas, ou seja, se um decisor prefere a a b e b a c , então,

certamente, ele prefere a a c . Esta suposição garante que cada eleitor ordene as alternativas de forma consistente, evitando a formação de ciclos transitivos. No entanto, a suposição não impede a formação de ciclos quando as opiniões dos decisores são agregadas. No exemplo da Tabela 2.1, observando as proposições com maioria simples, tem-se a seguinte situação: 7 decisores concordam que a é melhor que b e 6 eleitores discordam, portanto a tem maioria sobre b . A alternativa b tem maioria de 10 a 3 sobre c , que, por sua vez tem maioria de 9 a 4 sobre a . O resultado disso é a formação do ciclo $abca$.

Condorcet foi o primeiro a tratar do problema dos ciclos. Por esta razão, o problema também é conhecido como Efeito Condorcet. A descoberta de Condorcet não ficou conhecida na academia, sendo redescoberta diversas vezes e recebido diferentes nomenclaturas: maioria cíclica, paradoxo da votação (Riker, 1961). O problema se refere à situação em que um resultado de uma eleição apresenta o seguinte comportamento: a_1 derrota a_2 ; a_2 derrota a_3 ; e a_3 derrota a_1 ; portanto não existe uma alternativa que tenha maioria de votos sobre as demais, ou seja, não existe um vencedor Condorcet. Segundo Moraes (2006), o Efeito Condorcet denuncia uma irracionalidade (intransitividade) da decisão coletiva, apurada a partir da agregação das decisões individuais transitivas, que é um dos aspectos abordados no Teorema da Impossibilidade de Arrow (Arrow, 1951).

Para resolver o problema do paradoxo da votação, Condorcet propôs a seguinte modificação no procedimento original: havendo ciclos, a proposição que obteve menor maioria simples deve ser excluída; o procedimento deve ser repetido até que todos os ciclos tenham sido eliminados. Aplicando o método ao ciclo $abca$, formado no exemplo da Tabela 2.1, a proposição com menor maioria deve ser desconsiderada, logo, apaga-se a proposição $a > b$, que recebeu 7 votos, logo o resultado seria bca .

Segundo Young (1988), o resultado é óbvio para o caso de três alternativas, porém, para o caso geral, a instrução para apagar proposições pode gerar problemas. O autor ilustra o problema com o seguinte exemplo:

25 decisores votam em quatro alternativas, tendo as seguintes proposições obtido maioria simples: $c > d$ (18 votos), $a > d$ (17 votos), $b > c$ (16 votos), $a > c$ (15 votos), $d > b$ (14 votos) e $b > a$ (13 votos). De acordo com a instrução para eliminar o ciclo, a proposição que obteve menor maioria ($b > a$) deve ser desconsiderada. Como um ciclo ainda permanece ($b > c > d > b$), a proposição com a segunda menor maioria ($d > b$) é desconsiderada. Com isso, todos os ciclos são eliminados. As proposições restantes formam a ordem $b > c > d$ e informam que $a > d$ e $a > c$. Porém nada é informado com relação à

dominância de a sobre b ou vice-versa. Young (1988) questiona quem deve ficar no topo do *ranking* (a ou b), o que ele considera que fica indeterminado pelo método.

O autor reinterpreta o método de Condorcet com o objetivo de resolver o problema: ao invés de apagar a proposição ele sugere invertê-la. No exemplo apresentado, o resultado é $a > b > c > d$. Analisando o resultado, Young (1988) verifica que a soma de votos observados na ordem $abcd$ é 89, inferior a obtida por $bacd$, 90, o que torna o resultado inconsistente com a premissa de Condorcet. No entanto, a indeterminação em relação à dominância entre a e b pode ser resolvida pelas informações contidas nas proposições originais referentes a estas duas alternativas. Apesar de ter sido apagada para resolver um problema do ciclo, a informação contida na proposição $b > a$, que obteve uma maioria de 13 votos, não deve ser descartada. Portanto, o resultado final deve ser $bacd$, que é justamente o *ranking* que foi apoiado pela maior soma de votos observados. Esta situação evidencia a necessidade de exploração das informações contidas em cada preposição, especialmente aquelas descartadas para eliminação de ciclos, de modo a evitar que a alteração no procedimento não altere as propriedades originais do método de Condorcet.

Outro procedimento do tipo Condorcet é o procedimento de Copeland. O procedimento de Copeland funciona de forma similar ao de Condorcet, porém, o desempenho das alternativa leva em consideração também o número de vezes em que elas são derrotadas pelas outras nas comparações binárias, ou seja o número de vezes em que as alternativas ficam em posições inferiores às demais. No exemplo de votação da Tabela 2.1, o desempenho da alternativa a é medido pelo número de vezes que a alternativa derrotou as demais, subtraído pelo número de vezes em que ela foi derrotada: a derrotou b 7 vezes e derrotou c 4 vezes, totalizando 11, por sua vez ela foi derrotada 15 vezes por ambas, logo o desempenho de a é $11-15 = -4$; o desempenho de b e c é 4 e -2, respectivamente; assim, a alternativa b vence. O procedimento de Copeland sempre elege o candidato Condorcet, quando este existe.

Brams & Fishburn (1998) apresentam outros procedimentos Condorcet. Os autores dizem que muitos deles apresentam propriedades bastante atrativas, porém, possuem fins mais teóricos que práticos.

As seções seguintes apresentam o procedimento de Borda e outros procedimentos baseados em pontuações.

2.3.4 Procedimentos de Borda

Ao avaliar a proposta de Condorcet, Jean-Charles de Borda (1733-1799), que também era membro da Academia de Ciências de Paris, argumentou que, quando existem muitos

candidatos (alternativas), o método pode eleger um candidato que foi apoiado por uma pequena minoria do eleitorado (Young, 1988; Young, 1990). Borda já havia proposto um método onde cada decisor vota num *ranking* de alternativas, que são pontuadas de acordo com suas respectivas posições no *ranking* – quanto maior a posição, maior a pontuação; a pontuação final recebida por uma alternativa corresponde à soma dos pontos recebidos por ela nos *rankings* de todos os decisores, logo, a melhor alternativa, denominada de vencedor de Borda, é aquela com maior pontuação.

A agregação consiste na soma dos pontos recebidos por uma alternativa com relação a todos os decisores. Para efetuar a agregação da avaliação dos decisores com relação a uma dada alternativa a , tem-se a seguinte função:

$$V_G(a) = \sum_{j=1}^n V_j(a) \quad (2.23)$$

onde: $V_G(a)$ corresponde à pontuação global recebida pela alternativa a ; $V_j(a)$ corresponde à pontuação recebida por a de acordo com sua posição no *ranking* construído pelo decisor j ; e n é o número de decisores que avaliaram a alternativa a .

Para a determinação da pontuação associada a cada posição do *ranking*, pode-se adotar a seguinte parametrização: atribuir a última posição do *ranking* (pior alternativa) a pontuação x e para a posição seguinte (segunda pior) a pontuação $x + 2y$, e assim por diante; geralmente atribuindo-se $x = 0$ e $y = 1$, inicialmente.

Suponha uma votação com 4 alternativas (a , b , c e x) e 13 decisores, onde 4 deles votaram na ordem $axbc$, 3 votaram na ordem $caxb$ e os demais votaram na ordem $bcax$. Atribuindo 3, 2, 1 e 0 pontos da melhor a pior posição dos *rankings*, tem-se os seguintes resultados: 24, 22, 21 e 11 para a , b , c e x , respectivamente. Logo, a ordem recomendada pelo procedimento é $abcx$, sendo a o candidato de Borda. A alternativa vencedora não é a mesma indicada pelos procedimentos de Condorcet, que elegeu a alternativa b . No entanto, o procedimento de Borda pode eleger o candidato Condorcet.

Na mesma votação, suponha que a alternativa x seja desqualificada da votação por algum motivo e tenha que ser removida. Com isso, a pontuação total recebida pelas alternativas a , b e c passa a ser 11, 16 e 12, respectivamente. Logo a ordem bca passa a ser a vencedora. Observa-se que, além do candidato de Borda ter mudado, a alternativa a passa a ocupar a última posição do *ranking* final.

Arrow (1951), investigou este problema do procedimento de Borda, o qual denominou de dependência de alternativas irrelevantes. Com a remoção da alternativa x , houve um problema de reversão de ordem entre as alternativas. Este paradoxo torna o procedimento

suscetível à manipulação de resultados. Na teoria da escolha social, a manipulação de resultados corresponde a situação em que um indivíduo, através da representação deturpada de suas preferências, consegue assegurar um resultado melhor para si do que o resultado que seria obtida caso ele tivesse expressado suas preferências de forma honesta (Riker, 1961).

Segundo Almeida *et al.* (2012), o paradoxo da dependência de alternativas irrelevantes atinge a maioria dos procedimentos de votação baseados em pontuação. Dentre os procedimentos baseados em pontuação, Brams & Fishburn (1998) dizem que Borda é superior em muitos aspectos: Borda é menos suscetível à manipulação de resultados que os demais; é mais propenso a eleger o candidato Condorcet; e é mais imune a outros paradoxos.

Young (1988) e Young (1990) analisaram o comportamento do procedimento de Condorcet com relação a esse paradoxo. O autor diz que se as alternativas forem suficientemente relacionadas entre si, o procedimento é independente de alternativas irrelevantes. Esta propriedade, denominada de estabilidade local, nada mais é que uma flexibilização da condição de Arrow que trata do problema.

Black (1958) acrescenta que há mais argumentos a favor do método de Borda do que de qualquer outro método de votação, excluindo da apreciação apenas o procedimento original de Condorcet. É então sugerido o seguinte procedimento, referenciando na literatura como Esquema de Votação de Black: eleger o candidato Condorcet, se ele existir; caso contrário, usa o método de Borda.

A seguir são apresentados outros procedimentos de votação que são bastante adequados para aplicações práticas.

2.3.5 Outros Procedimentos de Votação Baseados em Pontuação

Procedimento de Votação por Nota (Smith, s.d.)

No procedimento votação por nota, os decisores atribuem uma nota de 0 a 99 a cada alternativa, sendo 0 a pior nota e 99 a melhor. Além disso, o método permite que os decisores se abstenham de avaliar uma ou mais alternativas. As notas obtidas por cada alternativa são agregadas pela média. A alternativa com maior média vence. No entanto, foi criada uma exceção para evitar que alternativas desconhecidas, ou seja, votadas por poucos, vençam: candidatos que não obtiverem o número mínimo de votos serão eliminados; para conseguir o número mínimo, o candidato deve ter pelo menos metade da quantidade de votos do candidato mais votado.

Majority Judgment (Balinski & Laraki, 2006)

Majority Judgment é um procedimento de votação baseado em uma escala de pontuação com seis níveis {1, 2, 3, 4, 5, 6}, onde 1 representa a pior avaliação e 6 representa a melhor avaliação. A avaliação global de uma alternativa é determinada pela mediana dos pontos recebidos de acordo com a avaliação de todos os decisores. A alternativa com maior mediana vence.

O uso da mediana garante que a alternativa vencedora tenha maioria no que concerne à sua avaliação ser pelo menos tão boa quanto a pontuação correspondente à mediana, isto é, a maioria dos decisores avaliaram a alternativa com uma pontuação maior ou igual a mediana. Além disso, sob suposições razoáveis referentes ao comportamento estratégico dos eleitores, o procedimento elegerá o vencedor Condorcet, sempre que este existir.

Nos casos em que o número de alternativas é maior que a cardinalidade do conjunto de expressões, o número de empates pode ser muito grande. Para tratar os casos de empate, os autores propuseram um índice, calculado com base no número de decisores que avaliaram a alternativa com pontuações maiores que a mediana e no número de decisores que a avaliaram com pontuações menores que a mediana. A partir deste índice, foram estabelecidas sete situações, nas quais é possível estabelecer uma ordenação entre pares de alternativas. Outra alternativa sugerida pelos autores é remover a mediana dos casos de empates e repetir o procedimento com os valores restantes.

Votação Ponderada por Quartil (Moraes & Almeida, 2012)

No procedimento votação ponderada por quartil, os votos dos decisores correspondem a uma ordenação de todas as alternativas de decisão de acordo com a ordem de preferência. A análise dos votos se baseia na divisão dos *rankings* em três regiões: quartil superior, posição mediana e quartil inferior.

Inicialmente, é feita a contagem do número de vezes em que cada alternativa aparece no quartil superior e no quartil inferior dos *rankings* individuais, Q_i^S e Q_i^I , respectivamente.

$$Q_i^S = \sum_{k=1}^m q_{ik}^S \quad (2.24)$$

$$Q_i^I = \sum_{k=1}^m q_{ik}^I \quad (2.25)$$

onde: q_{ik}^S é igual a 1, se a alternativa i aparece no quartil superior do k -ésimo decisor, e 0, caso contrário; q_{ik}^I é igual a 1, se a alternativa i aparece no quartil inferior do k -ésimo decisor, e 0, caso contrário.

São eliminadas da análise as alternativas que aparecerem no quartil superior em nenhum dos *rankings* ($Q_i^S = 0$) e/ou as alternativas cujos números de vezes no quartil superior foi menor que o número de vezes no quartil inferior.

As alternativas restantes passam para a terceira etapa da análise, onde é realizada a pontuação das alternativas com base nas posições ocupadas nos *rankings* de forma similar a pontuação realizada pelo procedimento de Borda; porém, apenas as alternativas dos quartis superior e inferior são apreciadas. Para as alternativas do quartil superior a pontuação é realizada da seguinte forma: atribui-se maior pontuação para a alternativa que ficou na posição mais alta do quartil superior e decrementa-se um ponto para cada posição abaixo; a soma das pontuações recebidas por uma alternativa i é denominada força da alternativa (F_i). Já a pontuação das alternativas do quartil inferior é realizada da seguinte forma: atribui-se maior pontuação para a alternativa que ficou na posição mais baixa do quartil e incrementa-se um ponto para cada posição acima. Com base nos parâmetros força e fraqueza de uma alternativa, é feita uma análise de discordância da alternativa: $f_i \geq F_i$ é interpretado como uma oposição forte ao posicionamento da alternativa i no quartil superior, logo esta alternativa é vetada.

Segundo os autores, as alternativas que passam no três filtros são consideradas boas alternativas de acordo com o grupo. Estas alternativas são novamente analisadas com base num parâmetro que dá uma medida de intensidade de força da alternativa $\alpha_i = F_i - f_i$. A alternativa com maior intensidade de força vence.

2.3.6 Considerações sobre os Procedimentos de Votação

Numa votação, o procedimento utilizado é tão determinante na escolha de uma alternativa quanto as preferências dos decisores. O mesmo grupo de decisores votando no mesmo conjunto de alternativas pode eleger diferentes alternativas de acordo com o procedimento utilizado para a votação. Nurmi (2012) apresenta um exemplo onde ele mostra que, dependendo do procedimento de votação, o vencedor de uma votação pode ser qualquer um dos candidatos. Isso mostra que o resultado de uma votação não depende apenas das preferências dos decisores, mas também das regras inerentes ao procedimento de votação utilizado.

A essência dos procedimentos de votação está na forma como as preferências dos decisores são consideradas e agregadas a fim de determinar a decisão coletiva. Muitos procedimentos são bastante restritivos quanto a consideração das preferências dos decisores em relação ao conjunto de alternativas de decisão. Em alguns casos, os decisores são

limitados a expressarem uma opinião apenas sobre a alternativa que eles consideram mais preferível, desprezando totalmente a opinião deles sobre as demais. Em votações com apenas duas alternativas, a opinião do decisor sobre a alternativa oponente aquela que ele prefere é irrelevante, no entanto, em decisões envolvendo mais de duas alternativas, esta informação permite construir uma decisão coletiva que reflita melhor as preferências do grupo e, conseqüentemente, aumente a satisfação de seus membros.

Nas votações envolvendo apenas duas alternativas, a regra da maioria simples é sempre utilizada: o decisor escolhe a alternativa que ele prefere e vence aquela que foi escolhida pela maioria deles. Essa é a melhor regra para decisões com apenas duas opções, dada a simplicidade e, principalmente, o fato de resultar numa escolha com maior probabilidade de ser a mais correta. Em votações envolvendo mais de duas alternativas, geralmente, utiliza-se o sistema pluralista, principalmente quando a votação envolve um grande número de decisores. No entanto, a restrição na consideração das preferências dos decisores pode causar uma dispersão muito grande dos votos em um subconjunto das alternativas, consideradas boas pelo grupo e, conseqüentemente, eleger, com uma pequena parcela de votos, outra alternativa que esteja fora deste subconjunto. Além disso, segundo Brams & Fishburn (1998), o sistema pluralista pode violar a propriedade de monotonicidade, que é considerado um dos paradoxos mais nocivos da teoria da votação. O procedimento *approval voting* é melhor que o sistema pluralista, pois permite que os decisores votem em mais de uma alternativa. No entanto, o procedimento ainda é muito limitado, pois diferencia as alternativas apenas em dois grupos, votadas e não votadas, tratando igualmente as alternativas de cada grupo.

Na literatura, existem muitos procedimentos que permitem aos decisores expressarem suas preferências sobre todas as alternativas. Na maioria deles, o voto dos decisores corresponde a um *ranking* das alternativas, ordenado de acordo com a preferência de cada decisor. O que muda nestes procedimentos é a forma como os votos são tratados e agregados. Nos procedimentos de Condorcet, é feita uma avaliação par a par das alternativas com base nas posições relativas dos *rankings* individuais. O procedimento de Condorcet pode ser interpretado como um sistema de pontuação, o qual atribui o valor 1, sempre que uma alternativa estiver numa posição do *ranking* superior a de sua oponente, e 0, caso contrário. Muitos destes procedimentos apresentam propriedades bastante atrativas, porém não são indicados a situações práticas. No procedimento de Borda e variações, tal como a votação ponderada por quartil, são atribuídas pontuações às alternativas, de acordo com suas respectivas posições nos *rankings*. Os procedimentos votação por nota e *majority judgement*

também são baseados em pontuações atribuídas a todas as alternativas de decisão, porém os votos não correspondem a *rankings* das alternativas.

Embora ofereçam mais flexibilidade aos decisores para expressarem suas preferências, procedimentos baseados em pontuação ainda são muito limitados no que concerne a consideração das intensidades de preferência com as quais os decisores desejam cada alternativa, pois codificam as preferências dos decisores em valores discretos. Nos procedimentos de Condorcet isso é ainda mais crítico, pois admite apenas dois valores, 0 e 1. Além disso, com exceção do procedimento votação por nota, estes procedimentos não permitem que os decisores se omitam de avaliar uma ou mais alternativas, mesmo que os decisores se julguem incapazes de efetuarem a avaliação.

Black (1958) diz que nenhuma escala de pontuação é uma forma justa de avaliar o desempenho de alternativas. Nesse sentido, García-Lapresta *et al.* (2009) defendem que a representação de opiniões por meio de preferências *fuzzy* se aproxima mais da forma como os humanos fazem seus julgamentos. Particularmente, o uso de uma abordagem linguística para representar as opiniões dos decisores, além de tornar o processo de avaliação mais amigável, melhora a qualidade da informação capturada, que passa a considerar a incerteza relacionada ao grau de confiança ou dificuldade com o qual os decisores revelam suas preferências.

O uso de uma abordagem linguística para representar preferências no contexto de decisão de uma forma geral deu origem na literatura a uma nova área de estudo denominada de análise de decisão linguística. A seção seguinte apresenta uma revisão da literatura sobre a análise de decisão linguística no contexto de decisão em grupo.

2.4 Análise de Decisão Linguística

A análise de decisão linguística é aplicada na solução de problemas de decisão envolvendo informações linguísticas. É uma forma mais flexível de análise de decisão no sentido de permitir que informações imprecisas sejam representadas de forma mais direta, retirando dos decisores a responsabilidade sobre a quantificação de um conceito qualitativo. Além disso, esta abordagem de análise de decisão é a que mais se aproxima dos processos decisório não estruturados que ocorrem na vida prática.

A análise de decisão linguística é aplicada a problemas de decisão em grupo, apoio à decisão multicritério e consenso. Na literatura, ela é utilizada na resolução de problemas reais em áreas diversas, tais como, marketing, desenvolvimento de software, educação, seleção de material, gerenciamento pessoal, etc. (Herrera & Herrera-Viedma, 2000).

Martínez *et al.* (2010) fizeram um levantamento dos modelos e aplicações baseados em análise de decisão linguística. Com relação as aplicações, os autores investigaram em periódicos especializados, no período de 2007 a 2010, processos decisórios baseados em modelos linguísticos, os quais foram organizados em cinco grandes categorias: (i) aplicações industriais; (ii) Internet; (iii) gerenciamento de recursos; (iv) avaliação de processos; e (v) outras aplicações. Em cada uma das categorias, as áreas de aplicações são bastante diversificadas, evidenciando o amplo alcance da análise de decisão linguística. Em aplicações industriais, os modelos de decisão linguística foram utilizados em processos de seleção complexos, tais como, seleção e avaliação de fornecedores; problemas de localização; seleção de sistemas, materiais e estoque; avaliação de flexibilidade de manufatura. Na categoria Internet, tem-se recuperação de informação, sistemas de recomendação, qualidade de sistemas Web e redes sociais. Na terceira categoria, os modelos são aplicados ao gerenciamento de diferentes recursos (energéticos, humanos, conhecimento) e ao tratamento de situações de risco. A avaliação de processos diz respeito a seleção e avaliação de projetos, avaliação de investimentos, desenvolvimento de novos produtos, etc. Em outras aplicações, os autores incluem os sistemas de votação baseados em abordagem linguística, onde é feita referência ao trabalho de García-Lapresta & Martínez-Panero (2009).

Na proposta de García-Lapresta & Martínez-Panero (2009), denominada procedimento- F_w , um grupo de decisores, $V = \{V_1, \dots, V_m\}$ ($m \geq 2$), avalia um conjunto de alternativas, $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ ($n \geq 2$), através de um conjunto pré-definido de expressões linguísticas $L = \{l_1, \dots, l_g\}$ ($g \geq 2$). As informações linguísticas são representadas por conjuntos *fuzzy*, que, antes de serem agregados, são convertidos em uma outra forma de representação denominada de *2-tuple linguistic representation* (Herrera & Martínez, 2000). Nesta abordagem de representação, as informações linguísticas são transformadas em pares do tipo (l, α) , onde l é o termo linguístico e α é um valor numérico, resultante de uma agregação simbólica; α reflete a diferença entre o índice resultante da agregação dos índices dos termos usados nas avaliações (b) e o índice do conjunto original $i \in \{0, \dots, g\}$ mais próximo a ele.

No procedimento de votação linguístico, proposto por García-Lapresta & Martínez-Panero (2009), os decisores avaliam cada alternativa individualmente; em seguida, as informações são agregadas a fim de obter uma avaliação global de cada alternativa, correspondente a opinião do grupo. O operador de agregação utilizado é o operador medida ponderada ordenado (*Ordered Weighted Averaging* – OWA), proposto por Yager (1988). O operador OWA é similar ao operador média ponderada, com a diferença de que os pesos são

associados às posições das alternativas em um vetor e não às alternativas, como acontece na média ponderada convencional. Os autores dizem que, dependendo da definição do vetor peso, o procedimento proposto por eles pode fornecer resultados similares aos obtidos com as propostas de Balinski & Laraki (2006) e Smith (s.d.).

O modelo de representação de informações linguísticas introduzido por Herrera & Martínez (2000), que é baseado em pares do tipo (l, α) , também aparece no procedimento de decisão em grupo proposto por Herrera *et al.* (2005), o qual permite agregar informações heterogêneas, isto é, informações de diferentes naturezas. Na proposta, para cada decisor, é construída uma relação de preferência binária das alternativas, que pode ser composta de valores numéricos, intervalares ou linguísticos. As informações heterogêneas são unificadas em um único domínio, denominado de conjunto de termos linguísticos básicos (BLTS, cuja tradução em inglês é *Basic Linguistic Term Set*). Neste domínio, todas as informações são convertidas em conjuntos *fuzzy* e, em seguida, são agregadas. Por fim, a informação agregada é transformada em dois índices, conforme a abordagem de Herrera & Martínez (2000), e é explorada.

Parreiras *et al.* (2010) também propôs um procedimento para apoiar decisões em grupo, envolvendo múltiplos critérios de decisão, que admite o tratamento de informações heterogêneas. No entanto, a heterogeneidade diz respeito às diferentes granularidades dos conjuntos de termos linguísticos usados pelos decisores para avaliarem as alternativas, de acordo com os diferentes critérios considerados no processo decisório. A abordagem, onde a informação é fornecida pelo uso de conjuntos de termos linguísticos com diferentes cardinalidades (granularidades) é denominada na literatura de abordagem multi-granular (Herrera *et al.*, 2009). Na literatura, são encontrados outros modelos que usam a abordagem multi-granular (Herrera *et al.*, 2000; Herrera & Martínez, 2001; Herrera-Viedma *et al.*, 2005; Chen e Ben-Arieh, 2006; Jiang *et al.*, 2008; Perez *et al.*, 2011).

No procedimento proposto por Parreiras *et al.* (2010), são disponibilizados conjuntos de termos linguísticos, com cardinalidade ímpares diferentes, organizados em uma hierarquia linguística; os decisores podem escolher que conjuntos irão utilizar em suas avaliações, conforme a conveniência deles. A proposta utiliza a abordagem de representação da informação linguística introduzida por Herrera & Martínez (2000), que reduz a perda de informação durante a agregação. A agregação das avaliações individuais dentro de cada critério é realizada através do operador média ponderada, onde os pesos dos decisores podem ser determinados de duas formas diferentes: com base no nível de discordância ou por um moderador, através da execução de um algoritmo de otimização.

O foco do trabalho de Parreiras *et al.* (2010) é a proposição de um esquema para reduzir o nível de discordância entre os decisores. No entanto, não foi dada a devida atenção ao efeito da compensação que pode haver nas avaliações dos decisores, decorrente do uso do operador média ponderada para agregar as informações. Na prática, o efeito é um decisor com opinião muito divergente dos demais provocar uma compensação nas avaliações e consequentemente implicar em uma decisão final que agrade a nenhum deles. Além disso, o aspecto da compensação não é levado em consideração na determinação das constantes na função de agregação, que no procedimento representam apenas medidas de importâncias relativas dos decisores.

García-Lapresta (2006) utilizou a abordagem linguística na proposta de uma versão linguística dos procedimentos de Condorcet. No procedimento, as alternativas são avaliadas par a par com base em um conjunto de expressões linguísticas pré-definido, simétrico e com o termo central representando uma situação de indiferença. As avaliações dos decisores com relação a um par de alternativas (x, y) são armazenadas em um vetor do tipo $[d_1, d_2, \dots, d_m]$, onde cada d_i ($i = 1, \dots, m$) corresponde a um dos termos do conjunto de expressões. O autor propõe um regra de decisão F que mapeia as avaliações de todos os decisores com relação a um par de alternativas, representada pelo vetor $[d_1, d_2, \dots, d_m]$, em valores numéricos $\{0; 0,5; 1\}$, onde 0 indica que x derrota y , 0,5 indica uma situação de empate e 1 indica que y derrota x . A regra de decisão é baseada nos índices dos termos linguísticos utilizados nas avaliações individuais. Esta abordagem de agregação, denominada de abordagem simbólica (Herrera & Herrera-Viedma, 2000), requer que o conjunto de termos esteja ordenados, de forma que $l_i \geq l_j \Leftrightarrow i \geq j$.

A regra de decisão utilizada é baseada em maioria simples:

$$F(d_1, \dots, d_m) = \begin{cases} 1, & \text{se } \sum_{d_k > l_{\frac{s}{2}}} d_k > \sum_{d_k < l_{\frac{s}{2}}} N(d_k) \\ 0, & \text{se } \sum_{d_k > l_{\frac{s}{2}}} d_k = \sum_{d_k < l_{\frac{s}{2}}} N(d_k) \\ -1, & \text{se } \sum_{d_k > l_{\frac{s}{2}}} d_k < \sum_{d_k < l_{\frac{s}{2}}} N(d_k) \end{cases} \quad (2.26)$$

onde, d_k representa o índice do termo usado pelo decisor d_k e $N(d_k)$ representa o complementar deste termo.

A regra de maioria simples linguística obedece aos mesmos fundamentos da regra de maioria simples clássica: uma alternativa derrota outra quando a soma dos termos linguísticos que expressam uma preferência da primeira sobre a segunda é maior que a soma dos termos linguísticos que expressam uma preferência da segunda sobre a primeira.

Os valores semânticos são representados por números reais, intervalos ou números *fuzzy* triangulares. A ordenação de números *fuzzy* é feita com base em diferentes índices de ordenação encontradas na literatura. No exemplo proposto, o autor usou a seguinte regra para ordenar expressões linguísticas representadas por números *fuzzy* triangulares do tipo $T(a,b,c)$:

$$l > l' \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b + c > a' + 2b' + c' \\ \text{ou} \\ a + 2b + c = a' + 2b' + c, \quad c > c' \\ \text{ou} \\ a + 2b + c = a' + 2b' + c, \quad c = c' \text{ e } a > a' \end{cases} \quad (2.26)$$

A partir das avaliações agregadas, é feita uma ordenação das alternativas. Assim como no método de Condorcet, a proposta de García-Lapresta (2006) está sujeita ao paradoxo da votação, para o caso onde há mais de duas alternativas. Havendo inconsistências, o autor sugere que o método de Copeland seja utilizado para resolvê-las, porém isso não é tratado no artigo.

Em seguida, foi apresentada uma versão linguística para o procedimento de Borda (García-Lapresta *et al.*, 2009). Na proposta, a pontuação recebida pelas alternativas é baseada em expressões linguísticas usadas na avaliação par a par das alternativas. Inicialmente, é definida uma relação de preferência linguística binária que faz o mapeamento de cada avaliação par a par em um conjunto pré-definido de expressões linguísticas, simétrico e com o termo central representando uma situação de indiferença. Os autores definem uma relação de preferência linguística que mapeia as comparações par a par das alternativas em expressões linguísticas. Por exemplo, $r_{ij} = l_s$ se a alternativa x_i for totalmente preferível a alternativa x_j , onde l_s é o termo linguístico que expressa esta opinião; $r_{ij} = l_{s/2}$ se as alternativas x_i e x_j forem indiferentes; e $r_{ij} = l_0$ se a alternativa x_j for totalmente preferível a alternativa x_i . Para cada relação de preferência, há um termo associado, cujo valor semântico é representado por um número *fuzzy* trapezoidal. Em seguida, as avaliações recebidas por cada alternativa são agregadas pelo método de Borda. Assim como na proposta de García-Lapresta (2006), a informação agregada corresponde aos índices dos termos usados nas avaliações. Finalmente, os resultados são convertidos em dois índices reais que são explorados a fim de determinar o resultado final. Os autores propõem duas formas de agregação diferentes, denominadas de Borda amplo e Borda estreito. Na primeira, todas as avaliações são consideradas na agregação, enquanto na segunda, são consideradas apenas as avaliações que favorecem a alternativa, ou seja, aquelas cujos termos são maiores que o termo central $l_{s/2}$. Segundo os autores, a versão linguística do procedimento de Borda apresenta propriedades tão boas quanto o procedimento original.

No trabalho de García-Lapresta *et al.* (2009), a informação agregada é convertida em dois índices reais a fim de simplificar a exploração dos resultados. Os autores usaram a regra de conversão proposta por Delgado (1998), onde cada número *fuzzy* é convertido em dois índices que representam medidas de magnitude e ambiguidade. Esta mesma representação foi utilizada por Silva & Morais (2011) em um modelo para apoiar votações ocorridas em processo decisórios envolvendo a participação da sociedade nas decisões sobre o orçamento público de um município. No entanto, neste trabalho, a conversão foi realizada antes da agregação, a fim de facilitar as operações matemáticas. No modelo de Silva & Morais (2011), os decisores avaliam cada alternativa individualmente, através de um conjunto de expressões linguísticas disponibilizado para o grupo, cujos elementos são simétricos e com o termo central representando uma situação de indiferença. O valor semântico associado a cada expressão corresponde a um número *fuzzy* trapezoidal pré-definido. Em seguida, os números *fuzzy*, correspondentes às avaliações recebidas por uma alternativa, são convertidos em índices numéricos, que representam uma medida de magnitude do conjunto. Finalmente, os valores são agregados por um operador média ponderada a fim de determinar uma avaliação global para a alternativa. Os pesos correspondem à importância relativa de cada decisor dentro do processo decisório. O resultado final é um *ranking* de alternativas ordenado com base nas respectivas avaliações globais. A proposta de Silva & Morais (2011), assim como a proposta de Parreiras *et al.* (2010), também não leva em consideração o efeito da compensação que pode existir entre as avaliações dos decisores decorrente do uso do operador média ponderada na agregação das informações.

Além dos procedimentos baseados em informações linguísticas, foram propostos alguns operadores de agregação específicos para este tipo de informação (Xu, 2004; Xu, 2006).

2.5 Considerações Finais do Capítulo

O capítulo apresentou um estudo sobre uso da abordagem linguística no contexto de tomadas de decisão em grupo.

Inicialmente, foi apresentada a fundamentação teórica na qual se alicerça o conceito de operações com palavras (*computing with words*) (Zadeh, 1996), que trata das operações matemáticas envolvendo a linguagem natural e que é essencial para o desenvolvimento de ferramentas que simule a forma como os humanos tomam decisões. Focando na proposta do trabalho, o assunto foi abordado da seguinte forma: na primeira parte, tratou-se da determinação do conjunto de termos linguísticos, considerando apenas os valores sintáticos dos termos, para fins de avaliação de alternativas em processos decisórios envolvendo seres

humanos; na segunda parte, o enfoque voltou-se para a determinação dos valores semânticos associados aos termos linguísticos, onde se estudou algumas técnicas de modelagem de conceitos vagos e imprecisos.

No estudo sobre modelagem, foi apresentada uma nova técnica, cujo princípio é o mecanismo heurístico usado pelos humanos para decidir se um conceito é ou não adequado para transmitir uma determinada informação. Um aspecto bastante interessante da técnica estudada é que ela permite envolver os indivíduos na determinação dos conjuntos *fuzzy* associados aos valores semânticos dos termos, tornando-os muito mais representativos do verdadeiro significado matemático atribuído a linguagem pelos indivíduos que fazem uso dela. Na prática, isso reduz a possibilidade de um mesmo termo linguístico ser utilizado para expressar ideias diferentes; por exemplo, na região Sul do Brasil, onde a estatura média das pessoas é maior que a de pessoas da região Nordeste, um indivíduo com 1,80 metros pode ser descrito pelos seus pares como sendo um indivíduo de estatura média; enquanto, no Nordeste, o mesmo termo (média) pode ser aplicado para descrever a estatura de um indivíduo com altura bastante inferior a 1,80 metros, por exemplo, 1,70 metros. Além disso, a técnica dá uma nova interpretação para a função de pertinência e evita algumas inconsistências verificadas na lógica *fuzzy*.

Em seguida, foi apresentada a fundamentação teórica para decisão em grupo, onde foi enfatizado o estudo de procedimentos de votação utilizados para agregar preferências de diferentes indivíduos com a finalidade de construir uma decisão coletiva. O estudo foi organizado com base nas principais características dos procedimentos de votação discutidos na literatura, tais como, número de alternativas, forma como as preferências dos indivíduos são consideradas e analisadas. Foi dado também um enfoque nas principais propriedades e nos aspectos negativos de cada procedimento.

Finalmente foi apresentada uma revisão bibliográfica sobre procedimentos para apoiar decisão em grupo baseados no uso de termos linguísticos para avaliar as alternativas de decisão. Os procedimentos estudados diferem entre si essencialmente na forma como as informações são agregadas, que inclui o operador de agregação e abordagem, isto é, se os conjuntos *fuzzy* são agregados diretamente ou se é feita alguma transformação, tais como a representação proposta por Herrera & Martínez (2000) e a regra de conversão de Delgado (1998). Um aspecto comum verificado na maioria dos procedimentos diz respeito a forma como as preferências dos indivíduos são consideradas, que se dá pela avaliação binária do conjunto de alternativas. A avaliação binária não é muito indicada para os casos em que o número de alternativas é grande, pois o número de avaliações passa a ser muito elevado, o

que, conseqüentemente, aumenta a complexidade das análises e da implementação do procedimento.

Outra característica comum aos procedimentos estudados é a utilização de conjuntos de termos linguísticos, cujos valores semânticos dos termos são dados por conjuntos *fuzzy* com formatos pré-definidos, tal como a forma trapezoidal. Desta forma, os valores semânticos dos termos linguísticos, ou seja, o significado matemático atribuído a linguagem, é sempre o mesmo, independente do contexto no qual o procedimento será utilizado e/ou dos indivíduos, cujas preferências serão consideradas. De uma forma geral, isso acontece com todas as escalas linguísticas utilizadas para realizar avaliações qualitativas em diferentes situações (decisão em grupo, avaliação de alternativa com relação a um critério, pesquisa de opinião, etc.).

Esta característica motivou o desenvolvimento de uma abordagem para apoiar decisões em grupo baseada em avaliações linguísticas das alternativas de decisão. Na nova proposta, a escala de avaliação linguística será construída para uma finalidade específica, com base nos indivíduos e no contexto no qual ela será utilizada, o que é conseguido por meio da técnica de modelagem estudada *Labels Semantics*, a qual permite inserir os decisores e o contexto da decisão no processo de modelagem da linguagem, garantindo, com isso, que os valores semânticos dos termos linguísticos representem bem a forma como os indivíduos envolvidos na decisão interpretam a linguagem no contexto onde a decisão está sendo tomada. Portanto, a abordagem será constituída de duas partes: a primeira parte contemplará um método para a construção da escala linguística e a outra parte contemplará o procedimento de votação propriamente dito.

3 ABORDAGEM DE DECISÃO EM GRUPO BASEADA EM AVALIAÇÕES LINGUÍSTICAS

Este capítulo apresenta uma abordagem para apoiar decisões em grupo baseada no uso de uma escala linguística para avaliar as alternativas de decisão, cujos significados matemáticos de seus termos levam em consideração a percepção que os indivíduos, que farão uso da escala, têm sobre a linguagem no contexto onde ela está sendo aplicada, o que torna a escala um instrumento bastante eficiente para representar as preferências do grupo.

A abordagem está dividida em duas partes: (i) Método para construção da escala linguística e (ii) Procedimento de votação linguístico (Figura 3.1). A escala de avaliação linguística será utilizada pelos decisores para expressarem suas preferências em um problema de decisão. Para a construção da escala, são realizadas as etapas calibração e conversão. Na etapa de calibração, é realizado um procedimento para inferir de um subconjunto dos decisores os valores semânticos de termos linguísticos básicos, quando utilizados em um determinado contexto; em seguida, são determinadas as expressões linguísticas que irão compor a escala de avaliação. Na etapa de conversão, as expressões linguísticas são convertidas em índices numéricos representativos dos conjuntos *fuzzy* correspondentes aos valores semânticos das expressões; os índices numéricos irão compor o perfil de preferência dos decisores que será explorado no procedimento de votação. Caso a abordagem já tenha sido utilizada pelo grupo no mesmo contexto de decisão, não é necessário construir uma nova escala, portanto, as etapas referentes a construção da escala podem ser suprimidas. No entanto, é importante destacar que a realização das etapas para construção da escala é necessária, caso o mesmo grupo de indivíduos venha a utilizá-la em um contexto de decisão diferente. A segunda parte da abordagem diz respeito ao procedimento de votação linguístico, que trata da coleta, análise e agregação das preferências individuais a fim de obter uma decisão coletiva que melhor represente a vontade do grupo.

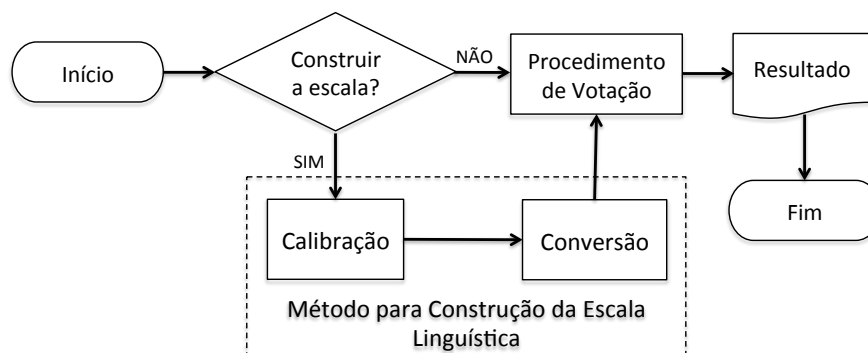


Figura 3.1 - Fluxograma da abordagem de decisão em grupo

As duas partes são independentes entre si e podem ser utilizadas separadamente. Portanto, o método pode ser utilizado para construir uma escala linguística a ser utilizada em outras situações onde uma abordagem linguística se aplica. Da mesma forma, o procedimento de votação também poderá ser utilizado com outras escala de avaliação linguística; no entanto, é feito uma ressalva, visto que o grande diferencial da proposta é que as avaliações linguísticas refletem bem o significado matemático atribuído pelos decisores à linguagem.

3.1 Calibração

Nesta etapa, um subconjunto do conjunto de decisores é selecionado afim de inferir dos mesmos os valores semânticos associados à linguagem quando utilizada no contexto no qual a decisão será tomada. Isso é feito a partir de um procedimento que verifica como os indivíduos usam termos básicos pré-definidos para descrever atributos numéricos conhecidos. Ao final desta etapa, é construído, a partir dos termos básicos, o conjunto de expressões linguísticas que será utilizado pelo grupo para avaliar as alternativas de decisão; para cada expressão é determinado o conjunto *fuzzy* que irá representar o valor semântico da expressão. Esta etapa é dividida em quatro atividades principais: (i) Preparação do experimento; (ii) Seleção dos indivíduos; (iii) Explicação e realização do experimento; (iv) Formulação do conjunto de expressões.

3.1.1 Preparação do Experimento

A etapa de calibração visa inferir do grupo a forma como os indivíduos usam a linguagem, ou seja, o significado matemático da linguagem, quando utilizada para transmitir uma informação. O contexto no qual a linguagem é utilizada pode interferir bastante o seu significado. Por exemplo, provavelmente, um indivíduo será mais cauteloso ao usar termos como $\{baixo, médio, alto\}$ para avaliar serviços de saúde do que quando usa os mesmos

termos para avaliar um serviço de entretenimento; consequentemente, um mesmo termo poderá ter significados matemáticos diferentes dependendo do contexto onde foi usado. Esta diferença pode ser intensificada quando o idioma adotado nas avaliações não é a língua oficial dos indivíduos.

Beyth-Marom (1982) mostrou a importância do contexto no uso e interpretação da linguagem através de um experimento realizado em uma organização, na qual previsões eram dadas através de expressões linguísticas. Foi verificado que existia uma variação muito grande na interpretação dada pelos indivíduos às expressões usadas por eles para fazerem previsões em contextos gerais; a autora verificou também que esta variação era ainda maior, quando as previsões diziam respeito ao contexto no qual eles trabalhavam e, portanto, tinham mais experiência. Assim, para melhorar a qualidade da modelagem matemática da linguagem é importante considerar também o contexto no qual ela será utilizada.

A preparação do experimento, que é realizada pelo analista de decisão, diz respeito a definição da variável, cujos atributos numéricos serão avaliados pelos indivíduos através de um conjunto de termos básicos pré-definido ($LA = \{l_1, l_2, \dots, l_t\}$). O conjunto de avaliações linguísticas obtido é convencionado como a forma correta de usar a linguagem na descrição de conceitos. A variável deve atender a dois requisitos: ser uma variável numérica com valores conhecidos e estar o mais relacionada possível ao contexto no qual a decisão será tomada. A definição da variável é determinante para a qualidade da calibração.

O conjunto de valores numéricos deve contemplar valores que representem bem os termos de LA , garantindo que, para pelo menos um dos valores numéricos, um dos termos sejam totalmente adequados. Em outras palavras, para cada termo do conjunto LA , deve haver pelo menos um valor numérico que seja totalmente pertinente (pertinência igual a 1) ao respectivo conjunto *fuzzy*. Por exemplo, seja $LA = \{baixo, médio, alto\}$ um conjunto de termos e $y = \{1,50, 1,60, 1,70, 1,80, 1,90\}$ um conjunto de valores numéricos de alturas; suponha que todos os indivíduos de um grupo I concordam que o valor 1,50 pode ser descrito pelo termo *baixo*, 1,70 pode ser descrito pelo termo *médio* e 1,90 pode ser descrito pelo termo *alto*, logo, os valores 1,50, 1,70 e 1,90 são totalmente pertinentes aos conjuntos *fuzzy* associados aos termos *baixo*, *médio* e *alto*, respectivamente; portanto, o conjunto y contempla valores que representam bem os termos de LA .

3.1.2 Seleção dos Indivíduos

Para a definição do grupo que participará do procedimento de calibração, o analista de decisão seleciona uma amostragem estratificada da população de indivíduos que participará

do processo decisório. A população é dividida em pelo menos duas classes (estratos) de modo que indivíduos de uma mesma classe possuam características comuns. Em seguida, seleciona-se pelo menos um indivíduo de cada classe para compor a amostra estratificada da população. Esta amostra $I = \{I_1, I_2, \dots, I_m\}$ corresponderá ao grupo de indivíduos que realizará a calibração.

As classes devem refletir características dos indivíduos que os diferenciem uns dos outros e que caracterizem a heterogeneidade do grupo sob diferentes aspectos (sociais, culturais, etc.). Portanto, o analista deve criar estratos heterogêneos mais ou menos específicos, conforme as características da população. O objetivo da divisão dos indivíduos em classes é garantir que o grupo que participará do procedimento de calibração seja o mais heterogêneo possível e, conseqüentemente, garantir que o procedimento leve em consideração pontos de vista de pessoas com oportunidades e experiências cotidianas bastante diferentes. No entanto, a definição das classes deve levar em consideração também o número total de decisores que participará do processo decisório (M), de modo a evitar que o tamanho da amostra (m) seja muito grande e, conseqüentemente, inviabilize o procedimento de calibração, visto que esta atividade requer uma maior interação entre o analista de decisão e os indivíduos. A restrição do tamanho da amostra (m), que é dado pela soma dos elementos de todas as classes, também influencia na quantidade de indivíduos que são selecionados para compor cada classe, porém, deve-se garantir que cada classe possua pelo menos um elemento (indivíduo). Além disso, as classes devem possuir o mesmo número de elementos.

A Figura 3.2 ilustra a criação de uma amostra estratificada (I), a partir da definição de cinco classes (retângulo, pentágono, trapézio, triângulo e círculo) que caracterizam uma população com $M = 30$ elementos. Para representar cada classe, foram selecionados 2 elementos de cada, de modo que o tamanho da amostra (m) foi a igual a 10.

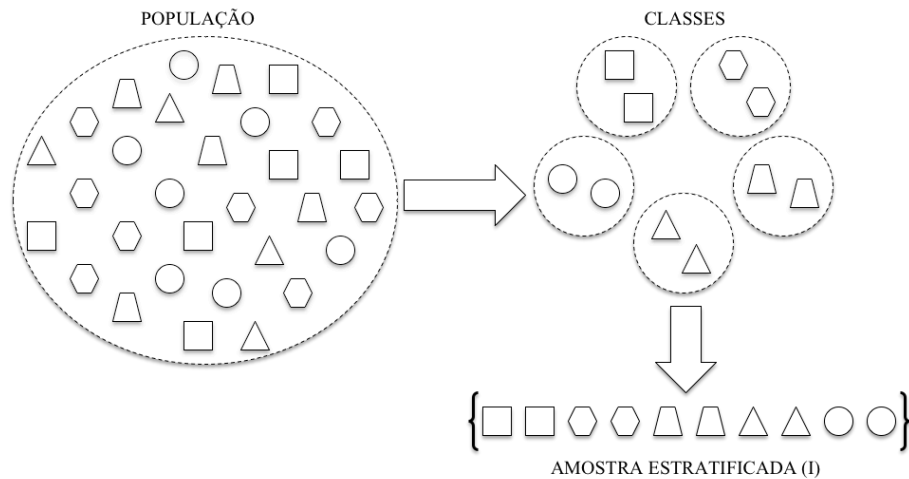


Figura 3.2 - Criação de uma amostra estratificada

3.1.3 Explicação e Realização do Experimento

Após a seleção do conjunto de indivíduos o analista deve explicar sobre o experimento. Cada indivíduo irá avaliar os valores numéricos por meio de termos linguísticos básicos de um conjunto pré-definido $LA = \{l_1, l_2, \dots, l_t\}$, com cardinalidade $t = 3$ ou $t = 5$, com o termo do meio representando uma avaliação aproximada de 0,5 e os demais termos dispostos simetricamente em torno dele, tal como $\{baixo, médio, alto\}$. A cardinalidade, ou granularidade, de LA deve ser pequena o suficiente para evitar níveis de precisão desnecessários e grande o suficiente para discriminar os valores numéricos de acordo com as percepções dos decisores.

Os termos de LA devem ser capazes de modelar as preferências dos decisores no que concerne às avaliações das alternativas consideradas. Portanto, o conjunto LA deve conter termos que sejam capazes de expressar as avaliações que serão realizadas. Neste sentido, a definição dos valores sintáticos dos termos deve levar em consideração as alternativas do processo decisório, de modo que as expressões sejam compatíveis com as avaliações.

As avaliações devem corresponder à percepção que os indivíduos têm sobre o atributo de acordo com a experiência de cada um. Os indivíduos devem ser orientados sobre isso de modo a evitar que eles simplesmente apliquem os termos de forma uniformemente distribuída dentro do intervalo de valores numéricos, sem refletirem sobre quais termos de LA eles consideram adequados para descrever cada valor dentro de um contexto específico.

O experimento é realizado da seguinte forma: o analista se reúne, separadamente, com cada indivíduo do grupo $I = \{I_1, I_2, \dots, I_m\}$ e pede que ele identifique um ou mais termos de LA considerados adequados para descrever o valor numérico x_i ($i = 1, \dots, n$).

É suposto que cada indivíduo possui sua própria regra para decidir se um determinado termo é adequado ou não para descrever um valor numérico; além disso, assume-se que tal regra seja racional, isto é, seja $D_{x_i}^{I_j}$ um subconjunto de LA , cujos elementos são termos de LA usados pelo indivíduo I_j para descrever o valor numérico x_i ; se $D_{x_i}^{I_j} = l_i$, onde $l_i \in LA$, então $D_{x_{i+1}}^{I_j} \geq l_i \forall l_i < l_{i+1}$, dada a suposição de ordem completa para o conjunto de termos básicos. Por exemplo, seja $LA = \{baixo, médio, alto\}$ um conjunto de termos e $y = \{1,50, 1,60, 1,70, 1,80, 1,90\}$ um conjunto de valores numéricos de alturas; suponha que um indivíduo I tenha usado o termo *médio* para descrever o valor numérico 1,60; para que este indivíduo seja racional em suas respostas, os valores numéricos acima de 1,60 (1,70, 1,80, 1,90) não podem ser descritos com o termo *baixo*. O analista deve interferir no processo, caso o indivíduo não esteja sendo racional em suas respostas.

Ao final, terão sido realizados n experimentos, com m repetições cada. As respostas são anotadas pelo analista, onde cada uma delas é um resultado do experimento $D_{x_i}^{I_j}$ ($j = 1, \dots, m$ e $i = 1, \dots, n$), que correspondem a termos de LA , usados por I_j para descrever o valor numérico x_i (Tabela 3.1).

Tabela 3.1 - Resultados dos experimentos

EXPERIMENTO	INDIVÍDUOS			
	I_1	I_2	...	I_m
x_1	$D_{x_1}^{I_1}$	$D_{x_1}^{I_2}$	...	$D_{x_1}^{I_m}$
x_2	$D_{x_2}^{I_1}$	$D_{x_2}^{I_2}$	...	$D_{x_2}^{I_m}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
x_n	$D_{x_n}^{I_1}$	$D_{x_n}^{I_2}$	...	$D_{x_n}^{I_m}$

De posse dos dados, o analista deve definir uma ordem total dos termos básico de LA para cada valor de $x \in U$. Isso pode ser feito com base na frequência com que os termos são utilizados para descrever um determinado valor x nos dados coletados. Será assumido que os indivíduos compartilham das ordens estabelecidas pelo analista. Esta suposição é necessária para a determinação dos conjuntos *fuzzy* associados a expressões compostas.

3.1.4 Formulação do Conjunto de Expressões

A medida de atribuição de massa $m_x(S)$ (Lawry, 2004) é calculada sempre que um valor numérico x é descrito por um subconjunto do conjunto LA , conforme Equação 2.7.

Em seguida, são calculados os graus de adequação $\mu_l(x)$ de cada termo básico $l \in LA$ (Lawry, 2004), quando usados para descrever um valor numérico x , conforme Equação 2.8.; onde $\mu_l(x) = 0$ indica que o termo l não é adequado para descrever o valor x e $\mu_{l_i}(x) > \mu_{l_{i+1}}(x)$ indica que o termo l_i é mais adequado que o termo l_{i+1} .

Grau de adequação pode ser interpretado como sendo uma forma de mensurar a adequação de um determinado termo para descrever a percepção dos indivíduos sobre um determinado conceito, com base na experiência dele com o uso do termo em situações similares. Para isso, é assumido que o experimento reproduz a forma “correta” de usar os termos de LA para descrever os elementos de um universo U .

Com base nos graus de adequação de cada termo l , é realizada uma regressão linear para determinar a função associada ao termo, ou seja, o valor semântico do termo. Se o número de pontos for insuficiente, isto é, poucos valores de graus de adequação de termos para descrever valores numéricos, o analista pode realizar novos experimentos com outros valores numéricos da escala original $x'_k = \frac{x_k + x_{k+1}}{2}$ ($k = 1, \dots, n - 1$).

De acordo com Delgado (1988), a aproximação linear é suficiente visto que os julgamentos linguísticos são apenas aproximações das reais preferências dos decisores, de modo que a obtenção de valores mais precisos é impossível ou desnecessária.

A partir do conjunto de termos básicos LA , é formulada a escala de avaliação linguística simétrica L . A escala pode ter de cinco, sete ou nove níveis de avaliação. Estes valores são compatíveis com a capacidade cognitiva humana de fazer distinção entre diferentes níveis de avaliação (Miller, 1956). Os níveis podem ser os próprios termos linguísticos de LA ou expressões linguísticas obtidas a partir do emprego do conectivo conjunção a dois termos adjacentes de LA , que irá indicar que ambos os termos são adequados na avaliação.

A função grau de adequação de uma expressão composta é dada pela Equação 2.18.

A seguir, é apresentado um exemplo que ilustra o funcionamento da etapa de calibração.

3.1.5 Exemplo (Calibração)

Considere uma amostra estratificada composta por três indivíduos, que irão avaliar medidas de açúcar adicionadas a uma xícara de chá $y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, onde $y = 1$ significa que 1 (uma) medida de açúcar foi adicionada à xícara; $y = 10$ significa que 10 (dez) medidas foram adicionadas.

O analista se reuniu com cada membro do grupo, separadamente, onde foi realizada uma avaliação da percepção individual. Foi perguntado ao indivíduo sobre o nível de dulçor

da xícara de chá, testada por ele, com y medidas de açúcar. Para cada valor de y , os indivíduos expressaram suas percepções por meio do seguinte conjunto de termos $LA=\{\textit{baixo}, \textit{médio}, \textit{alto}\}$. Os dados coletados e a ordem assumida para cada valor numérico estão apresentados na Tabela 3.2. A ordem é determinada pelo analista de decisão com base nas respostas apresentadas pelos indivíduos.

Tabela 3.2 - Exemplo de dados coletados na calibração

VALORES NUMÉRICOS	INDIVÍDUOS			ORDEM DOS TERMOS
	I ₁	I ₂	I ₃	
1	Baixo	Baixo	Baixo	<i>baixo</i> ⋗ ₁ <i>médio</i> ⋗ ₁ <i>alto</i>
2	Baixo	Baixo	Baixo	<i>baixo</i> ⋗ ₂ <i>médio</i> ⋗ ₂ <i>alto</i>
3	Baixo	Baixo	Médio	<i>baixo</i> ⋗ ₃ <i>médio</i> ⋗ ₃ <i>alto</i>
4	Baixo	Médio	Médio	<i>médio</i> ⋗ ₄ <i>baixo</i> ⋗ ₄ <i>alto</i>
5	Médio	Médio	Médio	<i>médio</i> ⋗ ₅ <i>baixo</i> ⋗ ₅ <i>alto</i>
6	Médio	Médio	Médio	<i>médio</i> ⋗ ₆ <i>alto</i> ⋗ ₆ <i>baixo</i>
7	Médio	Médio	Alto	<i>médio</i> ⋗ ₇ <i>alto</i> ⋗ ₇ <i>baixo</i>
8	Médio	Alto	Alto	<i>alto</i> ⋗ ₈ <i>médio</i> ⋗ ₈ <i>baixo</i>
9	Alto	Alto	Alto	<i>alto</i> ⋗ ₉ <i>médio</i> ⋗ ₉ <i>baixo</i>
10	Alto	Alto	Alto	<i>alto</i> ⋗ ₁₀ <i>médio</i> ⋗ ₁₀ <i>baixo</i>

A partir dos dados coletados, as medidas de atribuição de massa $m_x(S)$ são estimadas.

$$D_1^{I_1} = D_1^{I_2} = D_1^{I_3} = \{\textit{baixo}\} \Rightarrow m_1(\{\textit{baixo}\}) = \frac{3}{3} = 1$$

$$D_2^{I_1} = D_2^{I_2} = 2 = \{\textit{baixo}\} \Rightarrow m_2(\{\textit{baixo}\}) = \frac{3}{3} = 1$$

$$D_3^{I_1} = D_3^{I_2} = \{\textit{baixo}\} \Rightarrow m_3(\{\textit{baixo}\}) = \frac{2}{3}$$

$$D_3^{I_3} = \{\textit{médio}, \textit{baixo}\} \Rightarrow m_3(\{\textit{médio}, \textit{baixo}\}) = \frac{1}{3}$$

$$D_4^{I_1} = \{\textit{baixo}, \textit{médio}\} \Rightarrow m_4(\{\textit{baixo}, \textit{médio}\}) = \frac{1}{3}$$

$$D_4^{I_2} = D_4^{I_3} = \{\textit{médio}\} \Rightarrow m_4(\{\textit{médio}\}) = \frac{2}{3}$$

$$D_5^{I_1} = D_5^{I_2} = D_5^{I_3} = \{\textit{médio}\} \Rightarrow m_5(\{\textit{médio}\}) = \frac{3}{3} = 1$$

$$D_6^{I_1} = D_6^{I_2} = D_6^{I_3} = \{\textit{médio}\} \Rightarrow m_6(\{\textit{médio}\}) = \frac{3}{3} = 1$$

$$D_7^{I_1} = D_7^{I_2} = \{\textit{médio}\} \Rightarrow m_7(\{\textit{médio}\}) = \frac{2}{3}$$

$$D_7^{I_3} = \{\textit{alto}, \textit{médio}\} \Rightarrow m_7(\{\textit{alto}, \textit{médio}\}) = \frac{1}{3}$$

$$D_8^{I_1} = \{\textit{médio}, \textit{alto}\} \Rightarrow m_8(\{\textit{médio}, \textit{alto}\}) = \frac{1}{3}$$

$$D_8^{I_2} = D_8^{I_3} = \{\textit{alto}\} \Rightarrow m_8(\{\textit{alto}\}) = \frac{2}{3}$$

$$D_9^{I_1} = D_9^{I_2} = D_9^{I_3} = \{alto\} \Rightarrow m_9(\{alto\}) = \frac{3}{3} = 1$$

$$D_{10}^{I_1} = D_{10}^{I_2} = D_{10}^{I_3} = \{alto\} \Rightarrow m_{10}(\{alto\}) = \frac{3}{3} = 1$$

Em seguida, são determinados os graus de adequação de cada termo aos valores numéricos $\mu_l(x)$.

$$\mu_{baixo}(1) = m_1(\{baixo\}) = 1$$

$$\mu_{baixo}(2) = m_2(\{baixo\}) = 1$$

$$\mu_{baixo}(3) = m_3(\{baixo\}) + m_3(\{médio, baixo\}) = 1$$

$$\mu_{baixo}(4) = m_4(\{baixo, médio\}) = 1/3$$

$$\mu_{baixo}(5) = \mu_{baixo}(6) = \mu_{baixo}(7) = \mu_{baixo}(8) = \mu_{baixo}(9) = \mu_{baixo}(10) = 0$$

$$\mu_{médio}(1) = \mu_{médio}(2) = \mu_{médio}(9) = \mu_{médio}(10) = 0$$

$$\mu_{médio}(3) = m_3(\{médio, baixo\}) = 1/3$$

$$\mu_{médio}(4) = m_4(\{baixo, médio\}) + m_4(\{médio\}) = 1$$

$$\mu_{médio}(5) = m_5(\{médio\}) = 1$$

$$\mu_{médio}(6) = m_6(\{médio\}) = 1$$

$$\mu_{médio}(7) = m_7(\{médio\}) + m_7(\{alto, médio\}) = 1$$

$$\mu_{médio}(8) = m_8(\{médio, alto\}) = 1/3$$

$$\mu_{alto}(1) = \mu_{alto}(2) = \mu_{alto}(3) = \mu_{alto}(4) = \mu_{alto}(5) = \mu_{alto}(6) = 0$$

$$\mu_{alto}(7) = m_7(\{alto, médio\}) = 1/3$$

$$\mu_{alto}(8) = m_8(\{médio, alto\}) + m_8(\{alto\}) = 1$$

$$\mu_{alto}(9) = m_9(\{alto\}) = 1$$

$$\mu_{alto}(10) = m_{10}(\{alto\}) = 1$$

As funções correspondentes a cada um dos termos são obtidas por regressão linear (Figura 3.3):

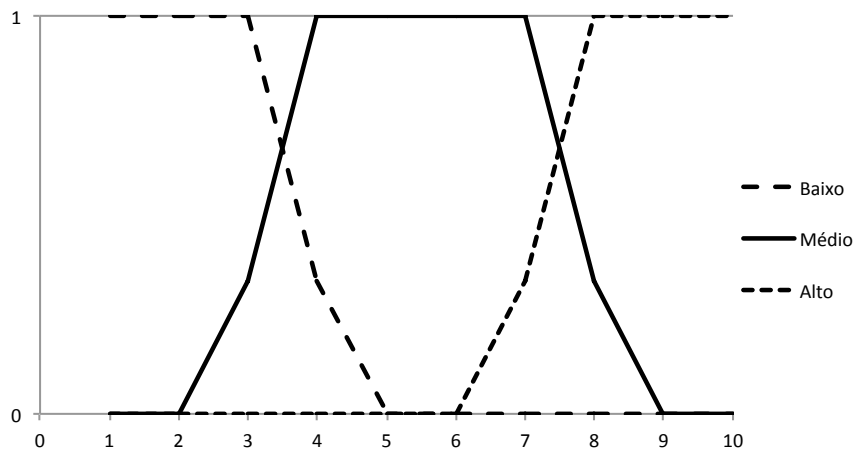


Figura 3.3 - Gráfico das funções de pertinência dos termos básicos

Para este exemplo, a escala de avaliação linguística terá cinco níveis:

- 1 – baixo
- 2 – entre baixo e médio
- 3 – médio
- 4 – entre médio e alto
- 5 – alto

As funções grau de adequação das expressões compostas serão dadas por:

$$\mu_{\text{entre baixo e médio}}(x) = \min(\mu_{\text{baixo}}(x), \mu_{\text{médio}}(x))$$

$$\mu_{\text{entre baixo e médio}}(x) = \min(\mu_{\text{baixo}}(x), \mu_{\text{médio}}(x))$$

3.2 Conversão

As escalas de avaliação linguística possuem um correspondente numérico para fins de cálculos e comparações dos dados. No entanto, nas escalas linguísticas convencionais, as escalas numéricas correspondentes são ordinais: $l_a < l_b$ se $a < b$, portanto, se uma alternativa x_1 é avaliada no nível l_a e uma alternativa x_2 é avaliada no nível l_b , onde $l_a < l_b$, significa que x_2 apresenta um desempenho superior ao de x_1 , embora não seja possível quantificar esta diferença de desempenho.

Na escala proposta, o correspondente numérico é um conjunto *fuzzy*, que irá representar o significado matemático da expressão, o qual foi inferido de uma amostra estratificada do grupo, levando em consideração aspectos cognitivos dos indivíduos. Com o processo de calibração, a diferença entre os níveis da escala é significativa, o que implica numa escala no nível de mensuração intervalar. Segundo Almeida (2011), esta característica é muito relevante para os decisores expressarem suas percepções na comparação entre alternativas.

Geralmente, a exploração de números *fuzzy* é bastante complexa, o que motivou muitos pesquisadores a desenvolverem formas de representação de números *fuzzy* por índices reais que capturam as informações contidas nos números originais e que tornam o processo de operação dos dados mais simples. Wang & Kerre (2001) *apud* Ekel & Schuffner Neto (2006) levantaram mais de 35 índices para conversão de números *fuzzy* em índices reais para fins de ordenação da informação *fuzzy* a partir da ordenação dos respectivos números reais associados; os autores observaram que, nem sempre a ordenação de números *fuzzy* é compatível com a ordenação dos respectivos números reais associados. Por esta razão alguns autores defendem o uso de mais de um índice para a representação de números *fuzzy* (Delgado, 1998; Ekel & Schuffner Neto, 2006)

Delgado (1998) desenvolveu uma representação baseada no uso de dois índices, que capturam, de forma bastante satisfatória, a informação contida no número original (*fuzzy*). O autor justifica o uso de dois índices, denominados de valor e ambiguidade, dizendo que a conversão de um número *fuzzy* em um único valor pode comprometer bastante a qualidade da informação modelada por este número; seria equivalente a descrever uma distribuição de probabilidade apenas pela média.

O autor propôs um procedimento para ordenar números *fuzzy* com base nos dois índices. O índice valor de um número *fuzzy* com função de pertinência μ , representado por $V(\mu)$, pode ser interpretado como um valor central que representa a magnitude de μ ; em uma distribuição de probabilidade, este valor seria a média. A ambiguidade de μ , representada por $A(\mu)$, mede a imprecisão presente em μ , podendo ser comparada à variância de uma distribuição de probabilidade; quanto mais disperso do centro de massa, maior será a ambiguidade. Ele enfatiza que qualquer procedimento de comparação de números *fuzzy* deve considerar os dois parâmetros. O autor propôs um procedimento para ordenar números *fuzzy* com base nos dois índices.

Para a definição dos índices, Delgado (1998) fez uso de uma função crescente $s: [0,1] \rightarrow [0,1]$, onde $s(0) = 0$ e $s(1) = 1$, a qual é chamada de função redução. A função redução realiza uma ponderação dos elementos de um conjunto *fuzzy*, de modo a reduzir a contribuição dos que apresentam maior imperfeição. A consequência do uso da função redução no cálculo da magnitude de um número *fuzzy* é que este parâmetro carrega intrinsecamente a imperfeição associada à informação representada pelo número *fuzzy*.

Para um número *fuzzy* μ e uma função redução $s: [0,1] \rightarrow [0,1]$, a magnitude $V(\mu)$ é dada por:

$$V_s(\mu) = \int_0^1 s(r)[L_T(r) + R_T(r)]dr \quad (3.6)$$

onde $L_T(\cdot)$ e $R_T(\cdot)$ são funções que representam os intervalos do número *fuzzy* μ .

No que concerne à ambiguidade, a função redução é do tipo regular. Uma função redução é dita regular se:

$$\int_0^1 s(r)dr = 0,5 \quad (3.7)$$

A função redução regular possui a propriedade chave de preservar o valor quando o número é real, isto é, se um número considerado é real ($x \in \mathbb{R}$) então $V(x) = x$.

Para um número *fuzzy* μ e uma função redução regular $s: [0,1] \rightarrow [0,1]$: a amplitude $A(\mu)$ é dada por:

$$A_s(\mu) = \int_0^1 s(r)[L_T(r) - R_T(r)]dr \quad (3.8)$$

onde $L_T(\cdot)$ e $R_T(\cdot)$ são funções que representam os intervalos do número *fuzzy* T .

O índice ambiguidade estabelece o máximo desvio que um possível valor de magnitude apresenta com relação ao valor central do número *fuzzy*. Em outras palavras, a ambiguidade mede a dispersão dos demais valores em relação à magnitude do número *fuzzy*, que é representada pelo índice valor.

Para um número *fuzzy* trapezoidal $T(a, b, c, d)$, e função redução $s(r) = r$, ($r \in [0,1]$) o índice valor e o índice ambiguidade de T podem ser definidos por:

$$V(T) = \frac{(c+b)}{2} + \frac{(d-c)-(b-a)}{6} \quad (3.9)$$

$$A(T) = \frac{(c-b)}{2} + \frac{(d-c)+(b-a)}{6} \quad (3.10)$$

A Figura 3.4 apresenta um número trapezoidal $T(a, b, c, d)$.

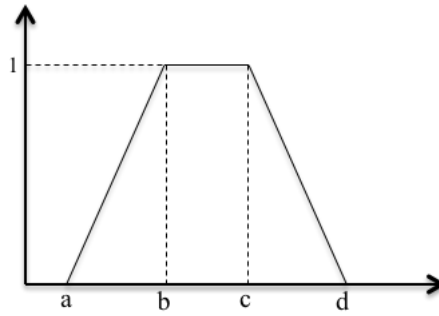


Figura 3.4 – Número *fuzzy* trapezoidal $T(a, b, c, d)$

Números *fuzzy* triangulares, intervalares e unimodais são casos particulares da forma trapezoidal: o número *fuzzy* trapezoidal (a, a, a, a) corresponde ao número real a ; (a, a, b, b) é o intervalo $[a, b]$; e (a, b, b, c) é o número triangular (a, b, c) . Portanto, os índices valor e ambiguidade para as demais formas de números *fuzzy* podem ser obtidos pela expressão acima. Se T é um número *fuzzy* triangular, então $b=c$, que corresponde ao vértice do triângulo, representado por v , logo: $V(T) = v + [(d - v) - (v - a)]/6$ e $A(T) = [(d - v) + (v - a)]/6$. Se T é um número *fuzzy* intervalar, então $a = b$ e $c = d$, logo: $V(T) = (c + b)/2$ e $A(T) = (c - b)/2$. Se T corresponde a um número *fuzzy* unimodal, com moda v , então, $T = \{v\}$, então $V(T) = v$ e $A(T) = 0$.

Na escala proposta, a conversão das expressões linguísticas em valores numéricos será feita com base apenas no índice valor, $V(T)$, proposto por Delgado (1998) (Equação 3.9). Este índice será usado para compor uma avaliação global de cada alternativa de acordo com a avaliação absoluta feita por cada decisor, por meio dos termos da escala linguística. A consequência da interceptação de dois números *fuzzy* associados a termos linguísticos

adjacentes de uma escala é que os respectivos correspondentes numéricos ficam bastante próximos um do outro. Aqui, a proximidade dos valores numéricos indica que os decisores são mais específicos nas avaliações realizadas com os respectivos termos linguísticos correspondentes; enquanto que termos linguísticos adjacentes com funções que não se sobrepõem indica que os decisores são mais generalistas nas avaliações realizadas com estes termos. Em uma mesma escala, os níveis de especificidade com que os decisores usam a linguagem pode variar, resultando em uma escala desbalanceada (Figura 3.5).

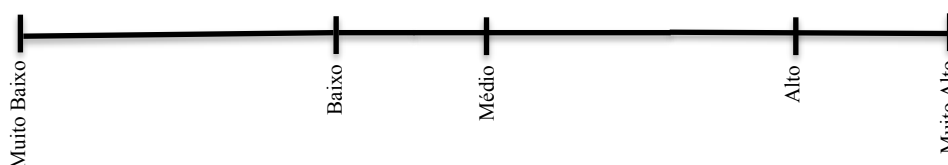


Figura 3.5 - Exemplo de escala desbalanceada

O exemplo a seguir mostra a conversão da escala linguística construída na Seção 3.1.5.

3.2.1 Exemplo (Conversão)

Os termos da escala linguística construída no exemplo de calibração estão associados aos números *fuzzy* trapezoidais, $T(a, b, c, d)$, cujos índices valores estão apresentados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 - Conversão das expressões em valores numéricos

Expressões	$T(a, b, c, d)$				V(T)
	a	b	c	d	
Baixa	1	1	3	5	2,33
Entre Baixa e Média	2	3,5	3,5	5	3,50
Média	2	4	7	9	5,50
Entre Média e Alta	6	7,5	7,5	9	7,50
Alta	6	8	10	10	9,33

Por exemplo, o número $T(1,1,3,5)$ é o número *fuzzy* trapezoidal associado ao termo *Baixa*. O índice valor associado a este número *fuzzy* é calculado através da Equação 3.9, da seguinte forma:

$$V(T) = \frac{(3 + 1)}{2} + \frac{(5 - 3) - (1 - 1)}{6} = \frac{4}{2} + \frac{2 - 0}{6} = 2 + \frac{1}{3} = 2,33$$

A seguir é apresentada a proposta de um procedimento de votação no qual as avaliações das alternativas são realizadas por meio de uma escala de avaliação linguística construída especificamente para o contexto da votação.

3.3 Considerações sobre a Escala

Os termos da escala linguística construída sempre estarão simetricamente dispostos em torno do termo central, porém, os valores semânticos destes termos podem se apresentar de forma desbalanceada na escala, ou seja, não uniformemente distribuídos em torno do valor correspondente ao termo linguístico central (Figura 3.5). Portanto, a distribuição dos valores semânticos pode não obedecer a simetria indicada pelos respectivos valores sintáticos. Isso é decorrente do processo de calibração dos significados matemáticos dos termos, que, por sua vez, depende dos indivíduos que participaram do processo. Segundo Herrera *et al.* (2009), esse tipo de escala, denominada na literatura de escala desbalanceada, é interessante em algumas aplicações práticas. O desenvolvimento de modelos de decisão que consideram o uso de escalas linguísticas desbalanceadas na avaliação das alternativas é apontado pelos autores como uma das linhas de pesquisa que devem ser exploradas na área de análise de decisão linguística.

Os pesquisadores da área de análise de decisão linguística também defendem o uso de escalas linguísticas com granularidades diferentes, de acordo com a necessidade dos decisores. Segundo Parreiras *et al.* (2010), um decisor pode cometer erros se for obrigado a fazer julgamentos mais precisos do que ele é capaz; por outro lado, pode haver desperdício de informação se a granularidade for insuficiente para um decisor que tenha condição de fazer uma avaliação mais precisa. Por exemplo, um decisor pode se sentir mais confortável avaliando as alternativas com uma escala $S_1 = \{\text{baixo}, \text{médio}, \text{alto}\}$, enquanto outro pode preferir uma escala com granularidade maior $S_2 = \{\text{muito baixo}, \text{baixo}, \text{médio}, \text{alto}, \text{muito alto}\}$, por se achar capaz de discriminar melhor suas preferências sobre as alternativas. Esta abordagem, denominada de multi-granular, é uma das tendências apontadas por Herrera *et al.* (2009) na área de análise de decisão linguística. Segundo os autores, em muitas situações reais pode ser necessário definir várias escalas linguísticas, com granularidade, valores sintáticos e correspondentes valores semânticos diferentes, de acordo com os decisores que farão uso das escalas, que, por sua vez, são influenciados por aspectos culturais, sociais, etc.

No método para a construção da escala de avaliação linguística, esses aspectos são levados em consideração na realização da etapa de calibração. No entanto, como a abordagem foi idealizada para apoiar decisões envolvendo um grande número de decisores, por razões práticas, ele contempla a construção de uma única escala que será utilizada por todos os participantes. A escala é bastante satisfatória no que concerne à modelagem das preferências dos decisores, pois a construção é baseada nas informações inferidas de uma amostra

estratificada do grupo que captura a forma convencionada como sendo a forma correta de se usar a linguagem. Para problemas de decisão em grupo envolvendo um número relativamente pequeno de decisores, é possível construir uma escala linguística para cada decisor, cujos valores sintáticos e semânticos garantam uma melhor modelagem das preferências de cada um deles durante as avaliações das alternativas consideradas na decisão. Consequentemente, essas avaliações serão muito mais representativas das preferências dos decisores, implicando no aumento da qualidade dos dados coletados.

O método pode ser utilizado para construção de escalas de avaliações linguísticas para serem utilizadas com finalidades diversas, incluindo outros modelos e métodos de apoio a decisão em grupo e de apoio a decisão multicritério já consolidados na literatura. Geralmente as escalas qualitativas utilizadas nestes modelos e métodos possuem uma correspondente numérica implícita, que atribui os valores semânticos aos termos linguísticos de forma direta, sem levar em consideração o entendimento que os indivíduos têm sobre o significado da linguagem.

Outro aspecto importante da escala de avaliação linguística proposta, que deve ser evidenciado, diz respeito à conversão dos valores linguísticos em valores numéricos, tornando possível a combinação de informações linguísticas e numéricas na modelagem das preferências dos decisores. Portanto, a escala linguística pode ser utilizada em modelos e métodos que admitam o tratamento de informações heterogêneas. Isso é particularmente útil em problemas de decisão multicritério, onde os critérios podem possuir naturezas diferentes, implicando em diferentes formas de avaliação (qualitativa e quantitativa). Em decisões em grupo, esse aspecto também é importante, visto que, em situações práticas, os decisores podem se sentir mais confortáveis usando diferentes perfis de preferências para expressarem seus julgamentos. A integração de informações heterogêneas nas estruturas de preferências dos decisores aparece nas propostas de: Delgado, *et al.* (1998); Meesad & Yen (2003); Sánchez *et al.* (2005); Herrera *et al.* (2005); Ekel *et al.* (2009); Parreiras *et al.* (2010).

Ademais das características e vantagens apresentadas acima, o uso de escalas linguísticas em processos decisórios torna possível a consideração da imprecisão nos julgamentos dos decisores, que, segundo Danielson *et al.* (2008) é um requisito desejável em processos decisórios públicos, que envolvam múltiplos *stakeholders*.

Sobre o esforço despendido pelos decisores na construção da escala, que, a princípio, pode ser interpretado como uma desvantagem da abordagem proposta (método e procedimento), pode-se afirmar que ele é compatível com o esforço que, idealmente, deve ser despendido para que os decisores tenham um entendimento e interpretação comum sobre

qualquer outra escala subjetiva, linguística ou não, que venha a ser usada por eles para expressarem seus julgamentos.

3.4 Procedimento de Votação Linguístico

Embora denominado de procedimento de votação, o procedimento apresentado a seguir pode ser utilizado para apoiar decisões em grupo de uma forma geral, desde que as alternativas possam ser avaliadas através de uma escala linguística; isto é, o procedimento pode ser utilizado para apoiar decisões em grupo que não são baseadas em votações. O termo votação foi propositalmente utilizado para evidenciar a adequação do procedimento a decisões em grupo envolvendo um número grande de decisores, o que normalmente é feito através de uma votação, tal como eleições públicas. Além disso, no procedimento, a agregação das preferências individuais ocorre em nível de saída (Leyva-López & Fernández-González, 2003), não sendo importante a forma como os resultados individuais são construídos, tal como acontece em votações. Segundo Almeida *et al.* (2012), a maioria dos problemas de decisão em grupo, cuja agregação ocorre em nível de saída, é tratado com procedimentos de votação.

O procedimento é indicado para votações envolvendo mais de duas alternativas. Existem diversos procedimentos consolidados, cuja finalidade é apoiar votações com pelo menos três alternativas, no entanto, estes procedimentos são muito restritivos quanto a consideração das preferências dos decisores durante a avaliação das alternativas de decisão. Alguns deles permitem que os decisores expressem uma opinião sobre todas as alternativas, ordenando-as de acordo com as preferências de cada um; porém esta preferência é codificada em valores discretos, que não são muito fiéis a opinião dos decisores, além de não levarem em consideração a intensidade, com a qual eles desejam cada alternativa.

No procedimento proposto, os decisores avaliam cada alternativa a partir de uma escala de avaliação linguística, a qual permite construir uma relação de preferência *fuzzy* que representa melhor a opinião dos decisores, podendo, com isso, evitar grandes inconsistências resultantes da agregação. Além disso, o uso de expressões linguísticas na avaliação encoraja os decisores a serem mais honestos em seus julgamentos e, consequentemente, reduz o comportamento estratégico visando uma manipulação de resultados. Estes três aspectos são apontando por Brams & Fishburn (1998) como requisitos mínimos para um bom procedimento de votação.

Na literatura, existem outros procedimentos de votação que usam uma abordagem linguística na avaliação das alternativas e que apresentam boas propriedades. No entanto, a maioria deles é baseado em uma relação de preferências construída a partir de uma avaliação

par a par das alternativas. A avaliação par a par pode tornar o processo inviável quando se tem muitas alternativas e/ou decisores, tanto do ponto de vista do decisor, que pode considerar o processo cansativo, quanto do ponto de vista operacional, devido ao aumento da complexidade das análises, dificultando a implementação computacional do procedimento. Portanto, esses procedimentos são mais indicados para decisões envolvendo um número pequeno de alternativas e decisores ou para fins teóricos.

No procedimento proposto, os decisores avaliam cada alternativa através da escala de avaliação linguística construída para este fim, sendo permitido a abstenção de julgamento conforme conveniência do decisor. O processo decisório é quem vai determinar se o voto é secreto ou não e o tipo de instrumento utilizado para coletá-los. O procedimento requer apenas que, ao final da votação, um perfil de preferência dos decisores seja construído, a partir do qual será determinada a decisão coletiva. Denota-se por $P^l(A)$ o perfil de preferências linguístico dos M decisores em uma decisão envolvendo um conjunto A de alternativas, onde $A = \{a_1, a_2, \dots, a_N\}$, ($N \geq 3$).

$$P^l(A) = \begin{bmatrix} p_{11}^l & \cdots & p_{1N}^l \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{M1}^l & \cdots & p_{MN}^l \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Cada voto $p_{ij}^l = \{\emptyset, L\}$ ($i = 1, \dots, M; j = 1, \dots, N$). A notação $\emptyset$ representa a opção de abstenção da escala e $L = \{l_1, l_2, \dots, l_k\}$ ($k = 5, 7$ ou 9) corresponde as demais expressões linguísticas da escala. Logo, cada linha da matriz corresponde a um perfil de preferência linguístico individual.

Para o procedimento não importa a forma como os decisores constroem os respectivos perfis de preferências individuais sobre as alternativas. Isto significa que cada decisor pode usar o seu próprio conjunto de critérios para avaliar as alternativas, o que pode ser feito de forma estruturada, com o apoio de um método multicritério, ou não.

Antes de proceder com a agregação das preferências, o perfil de preferência linguístico é convertido em um perfil de preferência numérico de acordo com a regra de conversão V que determina os correspondentes numéricos dos termos linguísticos. Por convenção, $V(\emptyset) = 0$.

$$P^l(A) = \begin{bmatrix} p_{11}^l & \cdots & p_{1N}^l \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{M1}^l & \cdots & p_{MN}^l \end{bmatrix} \xrightarrow{V} P(A) = \begin{bmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{M1} & \cdots & p_{MN} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Cada linha da matriz corresponde a um perfil de preferência numérico individual.

As avaliações recebidas por cada alternativa são agregadas a fim de determinar uma medida de desempenho global das alternativas. A agregação é realizada sobre as avaliações

dos múltiplos decisores, resultando em uma opinião coletiva com relação aos aspetos considerados por cada um deles individualmente.

O decisor que se absteve de avaliar uma dada alternativa não é considerado no cálculo da avaliação global desta alternativa. A agregação consiste na soma de todas as avaliações recebidas por uma alternativa. Porém, para compensar os casos de abstenção, a soma é dividida pelo número de decisores que efetivamente avaliou a alternativa (M').

$$P_C(a_j) = \frac{\sum_{i=1}^M p_{ij}}{M'} \quad (3.13)$$

onde $P_C(a_j)$ corresponde ao desempenho global da a_j .

Ao final da agregação, o perfil de preferência $P(A)$ é convertido em um perfil de preferência coletivo, $P_C(A)$. Cada elemento da matriz representa uma medida de desempenho global de uma alternativa e é determinado a partir da agregação das opiniões de todos os decisores que avaliaram a alternativa. O perfil de preferência coletivo será explorado a fim de determinar o resultado final.

$$P(A) = \begin{bmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{M1} & \cdots & p_{MN} \end{bmatrix} \xrightarrow{P_C} [P_C(a_1) \quad \dots \quad P_C(a_N)] \quad (3.14)$$

A medida de desempenho global é um valor numérico, portanto, a ordenação das alternativas pode ser feita de forma direta, ou seja, na ordem decrescente das respectivas avaliações globais P_C (Herrera & Herrera-Viedma, 2000). Como o resultado final é um *ranking*, o procedimento não limita o número de vencedores, no entanto, estes devem ser priorizados de acordo com a ordem indicada no *ranking*. Portanto, o procedimento pode ser aplicado a decisões onde o resultado final é a escolha de uma alternativa (problemática de escolha) ou a decisões onde o resultado final corresponde a ordenação das alternativas da melhor para a pior (problemática de ordenação).

Como a cardinalidade da escala é limitada a 9 (nove), dada a restrição da capacidade cognitiva humana de fazer distinção entre diferentes níveis de avaliação, é provável que, no voto de um decisor, muitas alternativas recebam a mesma avaliação, principalmente quando o número de alternativas é maior que a cardinalidade da escala, podendo resultar em muitos casos de empate dentro da avaliação deste decisor. No entanto, como as avaliações são agregadas, considerando um número relativamente grande de decisores, boa parte dos casos de empates serão resolvidos após a agregação. Os empates no perfil de preferência coletivo, quando não permitidos, serão resolvidos pela mediana das avaliações recebidas pelas alternativas: a alternativa com maior mediana vence. Na prática, isso significa que a maioria

dos decisores proveu melhores avaliações para uma do que para outra; portanto, a regra da mediana é justa para tratar casos de empates.

Ao procedimento pode ser adicionada uma etapa para análise de consenso entre os decisores. De acordo com as estratégias de agregação apresentadas por Ekel *et al.* (2009), a agregação realizada no procedimento pode ser interpretada como sendo uma agregação das avaliações individuais por critério. Segundo os autores, neste tipo de estratégia de agregação, a avaliação de consenso pode ser feita sobre cada critério individualmente. Portanto, no procedimento de votação linguístico, esta atividade pode ser realizada após a apresentação do resultado final ao grupo.

A seguir são apresentadas algumas considerações sobre o procedimento.

3.4.1 Considerações

Na maioria dos procedimentos de votação encontrados na prática, os decisores só expressam suas preferências sobre uma única alternativa. O procedimento de votação linguístico permite que eles expressem seus julgamentos sobre todas as alternativas consideradas. No entanto, é permitido a eles se omitirem de avaliar uma ou mais alternativas, conforme a necessidade e/ou conveniência. Também é permitido que o decisor avalie igualmente uma ou mais alternativas, ficando as alternativas empatadas, de acordo com a opinião deste decisor.

Isso tudo é realizado por meio de um conjunto de expressões linguísticas que tenta ser o mais fiel possível à forma como os decisores expressam suas opiniões em decisões similares de suas vidas. Além disso, cada expressão possui um significado matemático que representa uma medida de intensidade de preferência. Portanto, a avaliação do desempenho de cada alternativa leva em consideração, além do número de decisores que preferem uma alternativa, o nível de intensidade dessas preferências.

Como a avaliação das alternativas é absoluta, o procedimento é adequado a decisões que envolvam um grande número de alternativas, ao contrário do que acontece em procedimentos baseados em avaliações par a par. Outro aspecto importante é que o procedimento pode ser facilmente implementado em computadores, mais precisamente em urnas eletrônicas, nos casos onde o número de decisores é grande.

Matematicamente, a proposta é similar a de Borda, porém, apresenta diferenças bastante significativas na forma como as alternativas são avaliadas e pontuadas. No procedimento de Borda, os votos dos decisores correspondem a *rankings* das alternativas, que, em seguida, são pontuadas de acordo com suas respectivas posições nos *rankings*. A diferença de desempenho

entre duas alternativas é determinada pela diferença de pontos atribuídos às posições dos *rankings* em que elas se encontram, não refletindo a diferença de desempenho entre elas. No procedimento de votação linguístico, ao invés de construir um *ranking*, os decisores são encorajados a analisarem cada alternativa individualmente e efetuarem um julgamento, sendo permitido a eles se absterem. Isso é feito através de uma escala linguística, que melhora significativamente a qualidade da informação capturada. A pontuação das alternativas é feita com base nos valores semânticos dos termos, os quais expressam os significados matemáticos dos termos; com isso, a diferença de pontos recebidos por duas alternativas, realmente expressam a diferença de desempenho entre elas.

A seguir é apresentado a simulação de uma eleição, na qual foram utilizados diferentes procedimentos de votação a fim de comparar os resultados obtidos em cada um deles.

3.4.2 Simulação de Votação

O caso simulado é a eleição para prefeito do Município de Campina Grande, PB. Este caso foi escolhido por apresentar um número relativamente grande de candidatos, considerados politicamente fortes na região, o que tende a causar uma grande dispersão de votos e, conseqüentemente, um resultado que pode não atender aos anseios da maioria dos eleitores, assumindo-se o uso do sistema pluralista. Outra motivação para a escolha deste caso é o grande envolvimento da população com a eleição, o que torna a simulação mais representativa da realidade.

Uma amostra viesada de 78 eleitores responderam ao questionário, o qual continha quatro formas diferentes de votar: (i) escolher um dentre os seis candidatos; (ii) criar um *ranking* de candidatos de acordo com a ordem de preferência; (iii) avaliar as alternativas através de uma escala linguística com cardinalidade igual a cinco; e (iv) pontuar as alternativas através de uma escala de 1 a 6, onde 1 é a pior avaliação e 6 é a melhor. A realização da pesquisa pela Internet caracteriza o viés da amostra.

Com os dados coletados, os seguintes procedimentos de votação foram utilizados: (i) sistema pluralista; (ii) procedimento de Condorcet; (iii) procedimento de Borda; (iv) *majority judgement*; e (v) procedimento de votação linguístico proposto, com a escala de avaliação linguística construída no exemplo da Seção 3.1.5. Para apresentação dos resultados, as seis opções de votação, onde cada uma contém o candidato a prefeito, o candidato a vice-prefeito e seus respectivos partidos políticos, serão identificadas por chapa 1, chapa 2, chapa 3, chapa 4, chapa 5 e chapa 6.

No sistema pluralista, cada eleitor escolhe um candidato, que corresponde a um voto. O número total de votos recebidos por um candidato representa o número de eleitores que o escolheu. Neste sistema, vence o candidato que obtiver maior parcela dos votos. A Tabela 3.4 apresenta o perfil de preferência e o resultado da votação obtido com o sistema pluralista.

Tabela 3.4 - Perfil de preferência e resultado – Sistema pluralista

Ordem	Candidato	Número Absoluto de Votos	Percentual de Votos (%)
1º	Chapa 4	30	38,5
2º	Chapa 3	23	29,5
3º	Chapa 2	12	15,4
4º	Chapa 1	8	10,3
5º	Chapa 6	4	5,1
6º	Chapa 5	1	1,3
Total		78	100

No sistema pluralista, o candidato Chapa 4 obteve maior percentual dos votos, seguido dos candidatos Chapa 3, Chapa 2, Chapa 1, Chapa 6 e Chapa 5. Em uma votação com múltiplos vencedores, esta ordem deveria ser atendida.

No caso de eleição com um único vencedor, o candidato Chapa 4 venceria a eleição com apenas 38,5% dos votos, enquanto a maioria dos decisores, 61,5%, preferem outra chapa. Como o primeiro colocado não recebeu maioria simples dos votos, na prática, uma nova eleição seria realizada, na qual o sistema pluralista com segundo turno seria utilizado para decidir entre os candidatos Chapa 4 e Chapa 3. Supondo que estes dois candidatos são as piores opções para os eleitores dos candidatos Chapa 1, Chapa 5 e Chapa 6, eles poderiam ter votado estrategicamente no candidato Chapa 2, afim de levá-lo, com 32,1% dos votos, ao segundo turno junto com o candidato Chapa 4, com grandes chances de elegê-lo e, conseqüentemente, obter um resultado melhor para eles, do que obteriam votando honestamente.

O procedimento de Condorcet garante que o vencedor da eleição seja o candidato que obteve maioria simples dos votos. Neste procedimento, os eleitores votam em *rankings* de candidatos. Em seguida, é construído um perfil de preferência com base em uma avaliação par a par dos candidatos, que atribui a pontuação 1 sempre que o candidato estiver numa posição superior a de seu oponente. A Tabela 3.5 apresenta o perfil de preferência construído para a votação simulada utilizando o procedimento de Condorcet.

Tabela 3.5 - Perfil de preferência – Procedimento de Condorcet

Candidatos	Número de eleitores					
	Chapa 1	Chapa 2	Chapa 3	Chapa 4	Chapa 5	Chapa 6
Chapa 1	-	48	32	27	60	62
Chapa 2	30	-	20	26	43	46
Chapa 3	46	58	-	38	66	65
Chapa 4	51	52	40	-	66	68
Chapa 5	18	35	12	12	-	57
Chapa 6	16	32	13	10	21	-

Na tabela, os valores das células representam o número de eleitores que concordam que o candidato da linha é melhor que o candidato da coluna. Por exemplo, 51 eleitores concordam que Chapa 4 é melhor que Chapa 1, enquanto 27 discordam, logo Chapa 4 tem maioria sobre Chapa 1.

Analisando as proposições com maioria simples, tem-se a seguinte situação:

- Chapa 4 tem maioria sobre todos os outros;
- Chapa 3 tem maioria sobre todos os outros, com exceção de Chapa 4;
- Chapa 1 tem maioria sobre Chapa 2, Chapa 5 e Chapa 6;
- Chapa 2 tem maioria sobre Chapa 5 e Chapa 6; e
- Chapa 5 tem maioria sobre Chapa 6.

Logo, em uma votação com múltiplos vencedores, a seguinte ordem deveria ser atendida: Chapa 4 – Chapa 3 – Chapa 1 – Chapa 2 – Chapa 5 – Chapa 6.

Comparando com o resultado obtido com o sistema pluralista, verifica-se que houve uma reversão de ordem entre os candidatos Chapa 1 e Chapa 2 e entre os candidatos Chapa 6 e Chapa 5. O vencedor de Condorcet seria o Candidato Chapa 4.

O procedimento de Borda também requer que os eleitores votem em *rankings* dos candidatos, porém a análise dos dados e, consequentemente, a implementação do procedimento, é mais simples por não requerer uma avaliação par a par entre os candidatos, o que é particularmente útil quando o número de candidatos é relativamente grande. A Tabela 3.6 apresenta o perfil de preferência e o resultado da votação simulada obtido com o procedimento de Borda.

Tabela 3.6 - Perfil de preferência e resultado – Procedimento de Borda

Termos Pontuação	Número de eleitores						Desempenho Global
	1 ^a 5	2 ^a 4	3 ^a 3	4 ^a 2	5 ^a 1	6 ^a 0	
Chapa 1	9	21	20	16	10	2	231
Chapa 2	12	12	10	13	5	26	169
Chapa 3	23	22	18	7	3	5	274
Chapa 4	30	18	11	10	3	6	278
Chapa 5	1	4	9	21	39	4	129
Chapa 6	3	1	10	11	18	35	89

O procedimento de Borda resultou na mesma ordem de candidatos obtida com procedimento de Condorcet. No procedimento de Borda, o primeiro colocado do *ranking*, denominado vencedor de Borda, é o candidato que apresenta o melhor desempenho nos votos de todos os eleitores. No exemplo de votação, o vencedor de Borda, Chapa 4, é também o vencedor de Condorcet, ou seja, o vencedor com maioria dos votos.

O procedimento *majority judgement* (Balinski & Laraki, 2006), que assim como Borda é baseado em pontuação, também foi aplicado aos dados. No *majority judgement*, os eleitores avaliam cada candidato individualmente através de uma escala numérica de 1 a 6, onde 1 representa a pior avaliação e 6 a melhor. O procedimento usa a mediana dos pontos recebidos por cada candidato para determinar sua avaliação global. A essência deste procedimento é que a maioria dos decisores avaliam os candidatos com uma pontuação maior ou igual a mediana, logo o candidato com maior mediana é o melhor.

A Tabela 3.7 apresenta o perfil de preferência e o resultado da votação obtido com esse procedimento *majority judgement*.

Tabela 3.7 - Perfil de preferência e resultado – Procedimento *majority judgement*

Pontuação	Número de eleitores						Mediana
	1	2	3	4	5	6	
Chapa 1	7	16	20	20	7	8	3
Chapa 2	28	13	15	9	11	2	2
Chapa 3	6	10	19	21	15	7	4
Chapa 4	8	12	8	16	20	14	4
Chapa 5	13	31	24	8	2	0	2
Chapa 6	21	31	19	3	3	1	2

Um dos problemas associados ao procedimento *majority judgement* é a possibilidade de ocorrência de muitos empates, quando o número de alternativas é grande. Com a simulação, constata-se que, mesmo com um número relativamente pequeno de alternativas, este

procedimento pode resultar em um grande número de empates. No exemplo, os seguintes casos de empates devem ser resolvidos: Chapa 3 e Chapa 4; Chapa 2, Chapa 5 e Chapa 6.

Uma das formas propostas pelo procedimento para a resolução de casos de empates é remover as pontuações referentes à mediana dos casos de empates e repetir o procedimento com os valores restantes, conforme apresentado na Tabela 3.8.

Tabela 3.8 - Procedimento majority judgmt (resolução dos casos de empates)

Pontuação	Número de eleitores						Mediana
	1	2	3	4	5	6	
Chapa 3	6	10	19	removidos	15	7	3
Chapa 4	8	12	8	removidos	20	14	5
Chapa 2	28	removidos	15	9	11	2	3
Chapa 5	13	removidos	24	8	2	0	3
Chapa 6	21	removidos	19	3	3	1	3

O primeiro empate foi resolvido favorecendo o candidato Chapa 4, que ficou com maior mediana entre os dois. Porém, o empate entre Chapa 2, Chapa 5 e Chapa 6 permaneceu. Com mais duas iterações, a mediana do candidato Chapa 5 foi menor que a dos candidatos Chapa 2 e Chapa 6, porém estes dois permaneceram empatados não sendo possível resolver com o procedimento. Portanto, o resultado da votação deveria obedecer a seguinte ordem: Chapa 4 – Chapa 3 – Chapa 1 – Chapa 2 e Chapa 6 (empatados) – Chapa 5.

Comparando o resultado com aqueles obtidos com os procedimentos de Condorcet e Borda, verifica-se que houve uma mudança no ultimo colocado, que passou a ser o candidato Chapa 5, que no sistema pluralista obteve o menor percentual dos votos.

Finalmente, o procedimento de votação linguístico proposto foi utilizado com a escala de avaliação linguística construída no exemplo da Seção 3.1.5, cujos correspondentes numéricos foram calculados no exemplo da Seção 3.2.1 (Tabela 3.9).

Tabela 3.9 – Escala linguística utilizada na simulação

Escala Linguística	Correspondentes Numéricos
(1) <i>Baixa</i>	2,33
(2) <i>Entre baixa e média</i>	3,50
(3) <i>Média</i>	5,50
(4) <i>Entre média a alta</i>	7,50
(5) <i>Alta</i>	9,33

Matematicamente, este procedimento é similar ao de Borda, porém ele é diferente na forma como os eleitores expressam seus votos, que é feito através de uma escala linguística. Outro aspecto importante deste procedimento é que, ao contrário dos demais, ele permite a abstenção dos votos quando o eleitor não sabe opinar sobre o candidato. A Tabela 3.10 apresenta o perfil de preferência e o resultado da votação simulada obtido com o procedimento de votação linguístico.

Tabela 3.10 - Perfil de preferência e resultado – Procedimento de votação linguístico

Termos Pontuação (valor numérico)	Número de eleitores						Desempenho Global
	Não sei -	Muito boa 9,33	Boa 7,50	Regular 5,50	Ruim 3,50	Muito ruim 2,33	
Chapa 1	14	7	24	24	4	5	6,30
Chapa 2	2	8	14	19	14	21	5,03
Chapa 3	3	12	28	22	7	6	6,42
Chapa 4	4	21	25	14	9	5	6,81
Chapa 5	23	0	4	27	16	8	4,60
Chapa 6	22	2	2	27	17	8	4,65

Em uma votação com múltiplos vencedores, o procedimento de votação linguístico resultaria na seguinte ordem de candidatos: Chapa 4 – Chapa 3 – Chapa 1 – Chapa 2 – Chapa 6 – Chapa 5. Comparando o resultado com aqueles obtidos com os procedimentos de Condorcet e Borda, a única diferença aconteceu na última colocação, que ficou com o candidato Chapa 5, como aconteceu no sistema pluralista e no procedimento *majority judgement*. Esta mudança pode ser decorrente da falta de informação dos eleitores sobre os candidatos Chapa 5 e Chapa 6, especificamente, o que é constatado pelo alto número de abstenções registradas no procedimento de votação linguístico referentes a estes candidatos, especificamente (o número de abstenções foi 23 e 22, respectivamente). Os procedimentos de Condorcet e Borda não admitem abstenção, logo supõe-se que, pelo menos, mais da metade do eleitorado (58%) ordenou os candidatos Chapa 5 e Chapa 6 de forma arbitrária. Neste sentido, o resultado obtido com o procedimento de votação linguístico parece ser mais confiável.

Outro aspecto importante do procedimento de votação linguístico é a possibilidade do eleitor avaliar igualmente mais de um candidato, como também acontece no procedimento *majority judgement*. Porém, ao contrário do que aconteceu no *majority judgement*, isso não implicou em casos de empates no resultado final.

3.5 Considerações Finais do Capítulo

O capítulo apresentou a proposta de uma abordagem para apoiar decisão em grupo baseada em avaliações linguísticas das alternativas, que contempla a construção da própria escala de avaliação e o procedimento de decisão em grupo propriamente dito, no qual são definidas a forma como as preferências dos decisores são consideradas e agregadas a fim de construir a decisão coletiva.

Para a construção da escala foi utilizada a técnica de modelagem de conceitos vagos e imprecisos denominada *Label Semantics* (Lawry, 2004), a qual permite determinar os graus de adequação de termos linguísticos a partir da forma como o grupo usa a linguagem para descrever valores numéricos conhecidos. Com isso, tem-se uma escala linguística, cujos valores semânticos dos termos representam melhor o significado matemático atribuído à linguagem pelos indivíduos no contexto onde a escala será utilizada. Consequentemente, as avaliações linguísticas são mais representativas das preferências dos decisores. No capítulo, foram apresentadas também algumas considerações importantes sobre a escala.

No procedimento de votação, é construído um perfil de preferência para cada decisor que contempla a avaliação absoluta de todas as alternativas por meio da escala linguística, sendo permitido a eles se absterem de avaliar uma ou mais alternativas. A partir dos perfis individuais é construído um perfil coletivo, que é dado pela agregação das avaliações individuais recebidas por cada alternativa. A agregação é feita pela soma de todas as avaliações recebidas por uma alternativa, sendo desconsiderados os casos de abstenções. Algumas considerações importantes sobre o procedimento são apresentadas, bem como a comparação do mesmo com outros procedimentos de votação discutidos na literatura a partir da simulação de uma votação com alternativas e decisores reais.

A seção a seguir apresenta a aplicação da abordagem à política de orçamento participativo, na qual a sociedade decide sobre as prioridades de algumas ações demandadas pela poluição no orçamento público de um Município. A aplicação contempla a construção da escala de avaliação linguística e a aplicação do procedimento de votação a uma das etapas do processo

4 A ABORDAGEM APOIANDO ORÇAMENTOS PARTICIPATIVOS

A partir da década de 90, alguns municípios brasileiros implementaram uma política para promover e efetivar a participação de cidadãos comuns nas decisões dos governos sobre o destino de orçamentos públicos. Esta política ficou conhecida como Orçamento Participativo e até 2005 já havia sido implantada em mais de 300 municípios em todo o mundo. O Orçamento Participativo visa tornar transparente a administração pública, reduzir as possibilidades de corrupção, melhorar a qualidade da gestão pública e promover a democracia (Shah, 2007).

A realização de um Orçamento Participativo consiste em uma decisão em grupo, onde cidadãos comuns decidem juntamente com representantes de poder público e de outras esferas da sociedade sobre como o orçamento público municipal será utilizado no ano seguinte. Os Orçamentos Participativos de diferentes cidades variam em nível e tipo de participação, assim como nos critérios técnicos e instrumentos usados na alocação dos recursos. Entretanto, um aspecto comum a todos é a existência de etapas onde os cidadãos têm suas preferências consideradas através de um procedimento de votação, seja para decidir sobre as prioridades de demandas propriamente ditas ou para escolher os representantes que irão participar efetivamente dos processos decisórios por meio de votos.

Embora a abordagem proposta possa ser aplicada em diferentes contextos de decisão em grupo, essa característica comum aos Orçamentos Participativos foi quem motivou o desenvolvimento da abordagem de decisão em grupo baseada em avaliações linguísticas. Para que os objetivos desta política sejam alcançados, é necessário que os pontos de vista da sociedade sejam efetivamente considerados, o que nem sempre é garantido pelos instrumentos atualmente utilizados. O desenvolvimento da abordagem proposta levou em consideração a possibilidade do grupo ser bastante heterogêneo, principalmente no que concerne a nível de instrução e renda, oferecendo as condições para que todos os decisores tenham efetivamente suas preferências consideradas e, conseqüentemente, garantindo que o resultado final corresponda realmente a uma decisão coletiva. A abordagem pode ser aplicada a qualquer etapa de orçamentos participativos onde haja algum procedimento de votação.

Em setembro de 2012, a política do Orçamento Participativo do Município de Recife, Pernambuco, passou a implementar processos decisórios envolvendo a participação da sociedade por meio de votação via Internet, o que viabiliza bastante a implantação da abordagem proposta em substituição ao sistema pluralista, que é o procedimento de votação

utilizado tanto nas votações virtuais quanto nas presenças ocorridas no Orçamento Participativo de Recife e da maioria dos municípios onde esta política é implementada.

Para ilustrar o funcionamento da abordagem, foi feita uma aplicação da mesma para auxiliar um dos processos decisórios do Orçamento Participativo de Recife realizado através da Internet. Para isso, foi criado um questionário, onde cada item é referente a cada uma das alternativas de decisão presentes em um dos 15 (quinze) processos decisórios disponibilizados na página do Orçamento Participativo na Internet, que podem ser avaliadas por indivíduos da sociedade de forma qualitativa com o auxílio da escala de avaliação linguística proposta pela abordagem e construída especificamente para este fim. O questionário foi editado no aplicativo *Google Docs* e disponibilizado na Internet, permitindo que múltiplos indivíduos o respondam em tempo real, bem como o armazenamento das respostas em um banco de dados do próprio aplicativo, o que facilita a operação dos dados.

Antes de proceder com a aplicação da abordagem, é apresentada a estrutura do Orçamento Participativo, com ênfase nas atividades que envolvem a participação da sociedade através de votações.

4.1 Orçamento Participativo de Recife

No Orçamento Participativo de Recife, a população decide sobre as prioridades de investimentos em obras e serviços a serem realizados a cada ano com os recursos do orçamento da Prefeitura Municipal. O processo é estruturado da seguinte forma: (a) credenciamento das ações; (b) plenárias regionais; (c) plenárias temáticas; (d) votações; e (e) fóruns e conselho do Orçamento Participativo, que contempla a participação do Governo e sociedade.

Inicialmente o Município é dividido em 18 (dezoito) microrregiões (A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, L, M, N, O, P, Q, R, S), que compreendem bairros categorizados com base em critérios de proximidade geográfica, equilíbrio de área e densidade populacional. A população de cada microrregião, reunida em grupos de pelo menos 10 (dez) pessoas, poderá indicar duas ações demandas pela população local para serem implementadas pela Prefeitura. Estas ações devem ser cadastradas em formulário próprio disponibilizado pela Prefeitura.

Após o credenciamento das ações, são realizadas as plenárias regionais em cada uma das microrregiões. Nas plenárias regionais, os participantes, que devem ser moradores da microrregião, realizam uma votação para determinar, dentre as ações já credenciadas, aquelas que são consideradas mais prioritárias. Isso é feito através de uma votação simples, onde cada participante das plenárias regionais vota em uma das ações considerada por ele como sendo a

mais prioritária dentro do conjunto de ações credenciadas para sua respectiva microrregião; o número de votos recebidos por cada ação determina as prioridades das mesmas. Ao final da votação, são selecionadas as dez ações que receberam mais votos em cada plenária regional para formar a lista de prioridades da população de cada microrregião.

Em seguida, são realizadas votações em cada microrregião, onde os cidadãos que não tiveram suas preferências diretamente consideradas (por meio de voto) nas plenárias regionais podem votar em uma das dez ações escolhidas por seus pares como sendo as mais prioritárias para suas respectivas microrregiões. Atualmente, esta votação é realizada por meio de dois instrumentos: (i) urnas eletrônicas, colocadas em locais estratégicos durante períodos pré-determinados; e Internet, através da página www.recife.pe.gov.br/op. Em ambos os casos, para votar, o cidadão precisa informar dados pessoais, tais como nome, documento de identidade, cadastro de pessoa física (CPF), data de nascimento, sexo e endereço. A votação pela Internet é uma iniciativa nova do Orçamento Participativo de Recife, implementada para o orçamento de 2013, e visa aumentar a participação da sociedade, dado a ausência de restrições quanto a horário e local de votação. Além disso, a votação pela Internet reduz os custos do processo.

Os dois instrumentos também são utilizados nas votações referentes às plenárias temáticas, onde a população do Município de uma forma geral (e não organizada em microrregiões) discute e decide sobre políticas públicas setoriais, que devem ser tratadas pelo Governo Municipal dentro do orçamento para o ano seguinte, focando nas demandas do Município como um todo em relação a diferentes setores da sociedade.

Assim como nas votações realizadas durante as plenárias regionais, as votações referentes às políticas públicas setoriais, que também são realizadas com urnas eletrônicas e Internet, adotam o sistema pluralista como procedimento de votação. Um provável motivo para o uso do sistema pluralista é a facilidade de implementação e análise dos resultados e a familiaridade dos decisores com este procedimento, visto que é o procedimento de votação utilizado em todas as eleições públicas do Brasil. No entanto, o sistema pluralista apresenta vários problemas, como apresentado e discutido na Seção 2.3.2. Para essas votações especificamente, o grande problema do sistema pluralista é a limitação imposta aos eleitores de expressarem a intensidade com a qual eles preferem uma determinada ação, bem como a limitação em expressarem suas preferências sobre outras ações do conjunto as quais eles se consideram capazes de realizar uma avaliação.

Outro ponto bastante negativo do uso do sistema pluralista no Orçamento Participativo do Recife diz respeito a impossibilidade dos decisores se absterem de avaliar uma ou mais alternativas de decisão. Este ponto tem mais impacto sobre a votação das ações vinculadas às

políticas públicas setoriais, pois dada a grande abrangência das temáticas que orientam estas políticas, que vão desde desenvolvimento econômico a políticas voltadas para grupos homo afetivos, muitos decisores podem não se sentir familiarizados com os problemas e demandas de alguns setores e, portanto, não têm informação suficiente para avaliar de forma justa muitas das ações consideradas nas diferentes temáticas. Atualmente, na votação das políticas públicas setoriais do Orçamento Participativo do Recife isso não é levado em consideração. Consequentemente, setores, cuja abrangência envolve uma parcela pequena da população, normalmente, não têm suas respectivas ações vinculadas priorizadas dentro do Orçamento Participativo, pois recebem uma quantidade pequena de votos, dado o desconhecimento da causa pela maior parte da população.

Portanto, a abordagem de decisão em grupo proposta pode ser utilizada como uma importante ferramenta para auxiliar esses processos decisórios, pois permite que os eleitores construam de forma bastante simples um perfil de preferência completo, que contempla as intensidades de preferências com as quais eles preferem cada uma das alternativas consideradas na decisão, sendo permitidas também abstenções sempre que os eleitores não tiverem condição de avaliar uma ou mais ações. Com isso, os votos passam a representar melhor os perfis de preferência dos decisores, implicando em um resultado que tende a refletir melhor os anseios da população.

A seguir são apresentadas algumas informações referentes aos processos decisórios decorrentes do orçamento público que será disponibilizado em 2013 para o Município de Recife.

4.1.1 Informações sobre o Orçamento Participativo de 2013

Para o orçamento de 2013, com exceção das microrregiões E, F, H e I, todas as microrregiões fizeram cadastramento de ações na Prefeitura e, durante as plenárias regionais, elegeram uma lista de 10 (dez) ações consideradas pelos representantes da população das respectivas microrregiões como sendo prioritárias. Estas ações, organizadas por microrregião, foram disponibilizadas para a população local para votação por meio de urnas eletrônicas e Internet. Para exemplificar, a Tabela 4.1 apresenta a lista das 10 (dez) ações prioritárias para a microrregião M, que compreende os seguintes bairros: Caxangá, Cidade Universitário e Várzea.

Tabela 4.1 - Ações da Microrregião 4.3 do OP de Recife 2013

Nº da Ação	Descrição
1	CONTENÇÃO DE ENCOSTAS DE MORROS: CONTENÇÃO NA RUA TIGUAÇU Nº 13 BREGA E CHIQUE - UR 7 – VÁRZEA
2	MUNICIPALIZAÇÃO DA ESCOLA DIVINO ESPIRITO SANTO - CAXANGÁ
3	PAVIMENTAÇÃO E DRENAGEM: RUA SIBAÚNA - UR 7 – VÁRZEA
4	PAVIMENTAÇÃO E DRENAGEM: COMPLEMENTAÇÃO DA RUA SÃO VICENTE DE PAULA ATÉ A ESCADARIA DA RUA GUARDIÃO MANOEL PACHECO - JARDIM TERESOPOLIS – VÁRZEA
5	PAVIMENTAÇÃO E DRENAGEM: TERRENO DA ESCOLA DIVINO ESPIRITO SANTO – CAXANGÁ
6	PAVIMENTAÇÃO E DRENAGEM: RUA SÃO FRANCISCO DE PAULA – CAXANGÁ
7	PAVIMENTAÇÃO E DRENAGEM: RUA FRANCISCO CORREIA DE ARAÚJO - CIDADE UNIVERSITÁRIA
8	CONTENÇÃO DE ENCOSTAS DE MORROS: CONTENÇÃO DAS ENCOSTAS DO CANAL DONDON - JARDIM PETRÓPOLIS
9	IMPLANTAÇÃO DE PSF NO TERRENO PRÓXIMO AO HOSPITAL DAS CLÍNICAS - CIDADE UNIVERSITÁRIA
10	PAVIMENTAÇÃO E DRENAGEM: RUA GOVERNADOR LEOPOLDO NEVES - JARDIM PETRÓPOLIS

Com relação às políticas públicas setoriais, foi proposta uma lista de ações vinculadas a um conjunto de 15 (quinze) temáticas (Tabela 4.2, Tabela 4.3, Tabela 4.4 e Tabela 4.5).

Tabela 4.2 - Ações temáticas do OP de Recife 2013

Temática	Nº	Ações Vinculadas
PESSOA COM DEFICIÊNCIA	1	Garantir a pessoa com deficiência, bem como os fóruns do orçamento participativo da pessoa com deficiência para a execução do controle social
	2	Implantação do centro de referência da pessoa com deficiência
	3	Implantação do projeto praia acessível
DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO	4	Execução do projeto anexo do mercado de São José
	5	Propagação, divulgação e valorização dos produtos e serviços comercializados nos mercados, centros e feiras
	6	Reforma da praça e requalificação da feira de artesanato de Boa Viagem, executar a qualificação profissional por meio do PLANTEQ, manter o observatório do trabalho, implantar o projeto básico de requalificação, reformar o centro de economia popular e solidária "Maria Luzinete da Costa" e postos de atendimento do trabalhador, implantar o projeto do parque científico e cultural do jiquia (herbário, planetário, centro vocacional tecnológico e museu de ciência)
ASSISTÊNCIA SOCIAL	7	Promover ações socioeducativas e de convívio sócio-familiar junto às famílias em situação de vulnerabilidade nos territórios
	8	Implantar mais 01 república
	9	Garantir os espaços de participação e controle social dos usuários da política de assistência social, tais como conferências, conselhos, fóruns temáticos do orçamento participativo, etc.

Tabela 4.3 - Ações temáticas do OP de Recife 2013 (continuação)

Temática	Nº	Ações Vinculadas
MEIO AMBIENTE	10	Elaborar e implantar a Política Municipal de Sustentabilidade e Enfrentamento das Mudanças Climáticas, com ênfase no uso do solo, construção sustentáveis e mobilidade urbana
	11	Implantar os núcleos de educação ambiental por RPA com participação e controle social
	12	Revisar e atualizar a legislação Municipal de meio ambiente, ou seja, o código do meio ambiente e do equilíbrio ecológico da cidade do Recife, no que trata o artigo 130, referente à fiscalização ambiental
PESSOA IDOSA	13	Garantir a realização das atividades sócio-culturais: carnaval, são joão e comemoração do dia da pessoa idosa entre outras na perspectiva da socialização, integração, elevação da auto-estima e exercício da cidadania
	14	Sensibilizar e qualificar os profissionais das equipes de saúde da família para realização de avaliação funcional dos idosos acamados
	15	Garantir a realização do fórum do envelhecimento ativo
LGBT	16	Desenvolver ações que incorpore a temática LGBT nas práticas pedagógicas das escolas municipais em parceria com universidades e instituições direta e indireta, visando elaborar estudos e projetos na área de ensino, pesquisa e extensão em todas as etapas e modalidades, de acordo com LDB (lei de Diretrizes e Bases), PCN e a inclusão da orientação sexual como temática transversal
	17	Ampliar e capacitar os profissionais de saúde no atendimento e acolhimento da população LGBT, em especial mulheres lésbicas, travestis e transexuais respeitando seu nome social, visibilizando no meio de comunicação
	18	Garantir a qualificação profissional do seguimento LGBT na área do mundo do trabalho no associativismo, cooperativismos, empreendedorismo através das Secretarias de Desenvolvimento Econômico e Educação
MULHERES	19	Criar uma ouvidoria da mulher
	20	Ampliar a política de habitação para as mulheres em situação de violência
	21	Implementar projetos de apoio a geração de renda para as mulheres
SAÚDE	22	Transformar mais 3 (três) CAPS em 24h garantindo que também estejam prontos para atendimento a crianças e adolescentes, respeitando a peculiaridade de seu desenvolvimento (equipe especializada) garantindo assim a meta de 5 CAPS 24h
	23	Ampliar e qualificar a cobertura da estratégia de saúde da família para 70%, priorizando as áreas com menor cobertura, de acordo com os critérios de risco e vulnerabilidade e com número de pessoas cadastradas, conforme preconiza o Ministério da Saúde
	24	Ampliar e qualificar o laboratório municipal de saúde pública 24h informatizando seus serviços, priorizando as policlínicas

Tabela 4.4 - Ações temáticas do OP de Recife 2013 (continuação)

Temática	Nº	Ações Vinculadas
NEGRAS E NEGROS	25	A prefeitura deve garantir a implementação da Lei 10.639, prestando contas ao fórum temático de negros e negras do OP e ao conselho municipal de igualdade racial para que façam o monitoramento e controle social
	26	Fortalecimento da política municipal de promoção da igualdade racial, com a criação da Secretaria de Igualdade Racial
	27	Propor a criação de uma minuta que altere a subseção ii, artigo 51 e 55 das emissões sonoras do código de meio ambiente e de equilíbrio ecológico da cidade do Recife, proporcionando os mesmos direitos as religiões de matriz africana e afro brasileira que são concedidas a religião católica
JUVENTUDE	28	Ampliar, qualificar e potencializar oferta de atividades sistemáticas de esporte e lazer voltadas à juventude nas comunidades
	29	Garantir a continuidade da Secretaria Municipal de Políticas para Juventude na perspectiva de execução de projetos específicos para o segmento juvenil e fortalecimento do conselho municipal de políticas para juventude como espaços de participação políticas dos programas e projetos de juventude
	30	Ampliar a oferta de cursos de idioma e informática voltados à juventude e outros cursos voltados para novas vocações produtivas do Recife e do Estado
EDUCAÇÃO	31	Construção de novos Centros Municipais de Educação Infantil - CMEI, atendendo prioritariamente as demandas do Orçamento Participativo
	32	Construção de novas unidades educacionais ou novas sedes para as escolas já existentes de acordo com as normas de acessibilidade e demandas do OP, com ampliação dos espaços educacionais (salas de aula, bibliotecas, laboratórios, salas de recursos multifuncionais e outros) e implementação e ampliação de espaços para prática de esportes e atividades de lazer
	33	Ampliação da política de formação continuada para os profissionais de educação com a promoção dos cursos de curta duração em áreas específicas como: letramento e alfabetização, alfabetização matemática, avaliação e planejamento, educação inclusiva e inclusão digital
DIREITOS HUMANOS	34	Identificar ações de caráter preventivo da violência e geradoras de segurança para comunidade, através de um diagnóstico urbano e participativo, relacionando espaços vulneráveis à violência e as potencialidades locais
	35	Promover mensalmente o Cine Direitos Humanos abordando através do cinema temas que envolvam a defesa e orientação em direitos humanos
	36	Programa DOULA comunitária: tem por objetivo acolher e assistir integralmente a gestante e seu bebê antes, durante e depois do parto, através da humanização do pré-natal e nascimento, com estímulo ao parto normal e incentivo ao aleitamento materno nas maternidades municipais

Tabela 4.5 - Ações temáticas do OP de Recife 2013 (continuação)

Temática	Nº	Ações Vinculadas
CULTURA	37	Garantir a continuidade e fortalecer o programa multicultural como principal instrumento de democratização e descentralização da gestão cultural por intermédio de suas atividades (oficinas, cursos de iniciação, curso de produção, curso de extensão, mostras multiculturais, sexta cultural, mercado, seminários, pesquisas, etc.) em todas as RPA's, em conjunto com o CMPC, fórum do OP cultura, fóruns do OP regional e nas rodas de diálogo promovidas pelo programa multicultural. Garantindo recursos para funcionamento na LOA (Lei Orçamentária Anual)
	38	Realizar todos os ciclos culturais anuais reforçando sua descentralização, garantindo os polos oficiais (temáticos e descentralizados nas 6 RPA's), os polos comunitários, corredores e arraiais, bem como o apoio às comunidades, fortalecendo também as festas tradicionais : a exemplo de São José, São Pedro e Santana
	39	Fortalecer o núcleo da cultura afro-brasileira, tendo como principais objetivos a pesquisa e a formação cultural articulada dos grupos afros da cidade e a valorização das manifestações da cultura afro-brasileira no Recife (maracatu, afoxé, hip-hop, capoeira, samba, entre outras), bem como das religiões de matriz africana e afro-brasileira(umbanda, candomblé, entre outras). Garantindo recursos no PPA (Plano Plurianual), na LOA e LDO (Lei de Diretrizes Orçamentárias)
TURISMO	40	Conheça o Recife: proporcionar passeios turísticos, com a finalidade do recifense, visitante e turista conhecerem mais a cidade do Recife
	41	Qualificação: oficinas de manipulação de alimentos, informações turísticas, empreendedorismo, qualidade no atendimento para barraqueiros de coco da praia de Boa Viagem, garçons, cozinheiros, permissionários de mercados públicos e atendentes dos centros de informações turísticas, além de combate a homofobia e exploração sexual infanto-juvenil
	42	Programa Recife te quer: ação de marketing de destino com o objetivo de estimular a vinda de mais turistas ao Recife, através da divulgação direta ao público final
PESSOAS EM SITUAÇÃO DE RUA	43	Ampliar a oferta de acolhimento à população em situação de rua
	44	Implantar CAPS-AD (álcool e drogas) 24 horas e Casa do Meio do Caminho destinada ao público infanto-juvenil e ampliar o atendimento aos usuários de drogas na rede de assistência à saúde
	45	Garantir no programa Brasil sem miséria/qualificação e emprego 10% das vagas dos cursos para população em situação de rua

Na interface dos instrumentos utilizados nessas votações (urnas eletrônicas e Internet), inicialmente são apresentadas as 15 (quinze) temáticas (Figura 4.1). Após escolher uma das temáticas, o decisor tem acesso a três ações vinculadas à temática que ele escolheu (Figura 4.2). Porém, a votação só é efetivamente realizada quando ele escolhe uma das ações vinculadas a todas as temáticas consideradas, ou seja, uma das 45 (quarenta e cinco) ações disponibilizadas para votação e apresentadas na Tabela 4.2, na Tabela 4.3, na Tabela 4.4, e na Tabela 4.5 (Figura 4.3); a categorização das ações dentro das temáticas é apenas uma forma

de organizar as informações. Após confirmar o voto (Figura 4.4), o mesmo indivíduo, identificado pelas informações de acesso, não pode mais votar em outra ação.



Figura 4.1 - Votação políticas públicas na Internet (tela com ações temáticas)

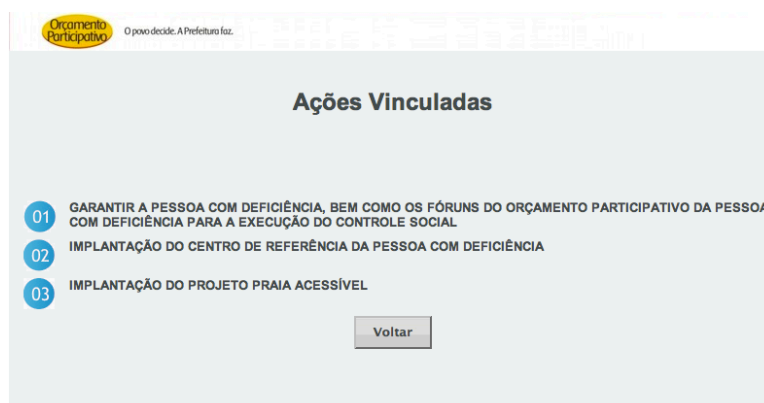


Figura 4.2 - Ações vinculadas à temática “Pessoas com deficiência”

Orçamento Participativo O povo decide. A Prefeitura faz.

Temáticas

Você escolheu votar na ação temática:
"IMPLANTAÇÃO DO CENTRO DE REFERÊNCIA DA PESSOA COM DEFICIÊNCIA"

Para registrar o seu voto digite o código de segurança e clique no botão "Confirma". Caso queira escolher outra opção clique em retorna.

Código de Segurança
KPNCF

Confirma Retorna

Figura 4.3 - Tela de voto

Orçamento Participativo O povo decide. A Prefeitura faz.

Temáticas

Seu voto foi registrado com sucesso
Obrigado pela sua participação!

Início Voltar para

Figura 4.4 - Tela de confirmação do voto

A seguir é apresentada a aplicação da abordagem para apoiar o processo decisório referente a priorização das ações temáticas que serão abordadas dentro do orçamento Municipal de 2013. Este processo decisório foi escolhido porque não restringe os eleitores a uma microrregião específica, visto que as ações temáticas implicam em iniciativas públicas que irão beneficiar o Município como um todo, não sendo restrito a uma região específica, como no caso dos processos decisórios referentes a ações regionais. Nesse sentido, a votação na Internet é mais fácil de ser realizada, pois a população de eleitores é maior e o acesso a ela é mais fácil.

4.2 Aplicação da Abordagem

A aplicação da abordagem contempla a construção da escala de avaliação linguística e a realização da votação pela Internet, a qual requer a edição de um questionário, cujas questões dizem respeito a avaliação das prioridades das alternativas de decisão, isto é, das ações

temáticas, que devem ser respondidas assinalando uma das opções da escala linguística disponibilizadas no questionário juntamente com a opção de abstenção. Portanto, a seção está organizada da seguintes forma: (i) construção da escala linguística; (ii) edição do questionário; e (iii) resultado da votação.

4.2.1 Construção da Escala Linguística

A variável utilizada no procedimento de calibração, definida pelo analista de decisão, está relacionada à abrangência, em termos populacionais, de uma obra de infraestrutura realizada no Município. Cada valor x da variável corresponderá a um percentual da população diretamente beneficiado pela obra, que é dado por $5x$. Por exemplo, $x = 1$ significa que apenas 5% da população é beneficiada pela tal obra de infraestrutura, $x = 5$ significa uma abrangência de 25% e $x = 10$ significa uma abrangência de 50%. De acordo com a percepção do grupo, os percentuais, 5%, 25% e 50% são considerados, definitivamente *baixo*, *médio* e *alto*, respectivamente. Isso significa que os valores $x = 1$, $x = 5$ e $x = 10$ são totalmente pertinentes aos conjuntos *fuzzy* associados aos termos *baixo*, *médio* e *alto*, respectivamente. Estes valores foram determinados pelo analista de decisão através de um procedimento *ad hoc* realizado com uma amostra da população de possíveis eleitores para a votação das ações temáticas do Orçamento Participativo de Recife para 2013. Com isso, o analista definiu o conjunto de valores numéricos $x = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, bem como o conjunto de termos básicos, ordenado e simétrico, com cardinalidade igual a 3, $LA = \{baixo, médio, alto\}$.

O Município de Recife foi dividido em 18 (dezoito) microrregiões (A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, L, M, N, O, P, Q, R, S), com base em critérios de proximidade geográfica, equilíbrio de área e densidade populacional, que implicam também em uma subdivisão com base em aspectos econômicos e sociais. Portanto, a subdivisão realizada para fins de estruturação do Orçamento Participativo representa também uma classificação do Município em estratos; logo a seleção de um ou mais indivíduos destas microrregiões garante uma amostra estratificada da população necessária para a realização da construção da escala linguística. Para que a amostra não ficasse muito grande, foram selecionados 1 (um) representante de cada microrregião, excluindo as microrregiões E, F, H e I, que não fizeram cadastramento de ações na Prefeitura para o Orçamento Participativo do ano de 2013.

A amostra, composta por um representante das microrregiões A, B, C, D, J, L, M, N, O, P, Q e R, se reuniu com o analista para a realização do procedimento de calibração. Na ocasião foi pedido que cada representante, individualmente, identificasse um ou mais termos

do conjuntos LA considerados adequados, na opinião dele, para descrever cada um dos valores numéricos, $x = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, correspondentes a abrangência, em termos populacionais, de uma obra de infraestrutura no Município. Por exemplo, para $x = 5$, cada indivíduo da amostra deve refletir sobre uma obra que beneficia 25% da população de seu Município e expressar sua opinião sobre a abrangência desta obra, usando termos linguísticos pré-definidos, disponibilizados para ele no conjunto LA , sendo permitido a ele usar mais de um termo, desde que não haja inconsistência nas opiniões.

Cada valor numérico da variável corresponde a realização de um experimento, com doze repetições, sendo uma para cada indivíduo. A Tabela 4.6 apresenta os dados coletados, onde B , M e A significam *baixo*, *médio* e *alto*, respectivamente.

Tabela 4.6 - Dados coletados

EXPERIMENTO	INDIVÍDUOS											
	I ₁	I ₂	I ₃	I ₄	I ₅	I ₆	I ₇	I ₈	I ₉	I ₁₀	I ₁₁	I ₁₂
1	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>
2	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>
3	<i>B</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>B</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>
4	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>B</i>	<i>M</i>	<i>M</i>
5	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>B</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>
6	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>	<i>M</i>
7	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>
8	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>
9	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>
10	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>	<i>A</i>

Para cada valor x , o analista também definiu uma ordem de adequação dos termos básico de LA (Tabela 4.7).

Tabela 4.7 - Ordem de adequação dos termos

VALORES	ORDEM MAIS ADEQUADA DOS TERMOS
1	$baixo \succcurlyeq_1 médio \succcurlyeq_1 alto$
2	$baixo \succcurlyeq_2 médio \succcurlyeq_2 alto$
3	$baixo \succcurlyeq_3 médio \succcurlyeq_3 alto$
4	$médio \succcurlyeq_4 baixo \succcurlyeq_4 alto$
5	$médio \succcurlyeq_5 baixo \succcurlyeq_5 alto$
6	$médio \succcurlyeq_6 alto \succcurlyeq_6 baixo$
7	$alto \succcurlyeq_7 médio \succcurlyeq_7 baixo$
8	$alto \succcurlyeq_8 médio \succcurlyeq_8 baixo$
9	$alto \succcurlyeq_9 médio \succcurlyeq_9 baixo$
10	$alto \succcurlyeq_{10} médio \succcurlyeq_{10} baixo$

A partir dos dados coletados e das ordens estabelecidas pelo analista, as medidas de atribuição de massa para cada valor numérico, $m_x(S)$, foram estimadas.

$$D_1^{I_1} = D_1^{I_2} = D_1^{I_3} = D_1^{I_4} = D_1^{I_5} = D_1^{I_6} = D_1^{I_7} = D_1^{I_8} = D_1^{I_9} = D_1^{I_{10}} = D_1^{I_{11}} = D_1^{I_{12}} = \{baixo\}$$

$$\text{logo, } m_1(\{baixo\}) = \frac{12}{12} = 1$$

$$D_2^{I_1} = D_2^{I_2} = D_2^{I_3} = D_2^{I_4} = D_2^{I_5} = D_2^{I_6} = D_2^{I_7} = D_2^{I_8} = D_2^{I_9} = D_2^{I_{10}} = D_2^{I_{11}} = D_2^{I_{12}} = \{baixo\}$$

$$\text{logo, } m_2(\{baixo\}) = \frac{12}{12} = 1$$

$$D_3^{I_1} = D_3^{I_4} = D_3^{I_7} = D_3^{I_8} = D_3^{I_9} = D_3^{I_{10}} = D_3^{I_{11}} = D_3^{I_{12}} = \{baixo\}$$

$$\text{logo, } m_3(\{baixo\}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$D_3^{I_2} = D_3^{I_3} = D_3^{I_5} = D_3^{I_6} = \{médio, baixo\}$$

$$\text{logo, } m_3(\{médio, baixo\}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$D_4^{I_1} = D_4^{I_2} = D_4^{I_3} = D_4^{I_4} = D_4^{I_5} = D_4^{I_6} = D_4^{I_7} = D_4^{I_{11}} = D_4^{I_{12}} = \{médio\}$$

$$\text{logo, } m_4(\{médio\}) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$D_4^{I_8} = D_4^{I_9} = D_4^{I_{10}} = \{baixo, médio\}$$

$$\text{logo, } m_4(\{baixo, médio\}) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$D_5^{I_1} = D_5^{I_2} = D_5^{I_3} = D_5^{I_4} = D_5^{I_5} = D_5^{I_6} = D_5^{I_7} = D_5^{I_9} = D_5^{I_{10}} = D_5^{I_{11}} = D_5^{I_{12}} = \{\text{médio}\}$$

$$\text{logo}, m_5(\{\text{médio}\}) = \frac{11}{12}$$

$$D_5^{I_8} = \{\text{baixo}, \text{médio}\}$$

$$\text{logo}, m_5(\{\text{baixo}, \text{médio}\}) = \frac{1}{12}$$

$$D_6^{I_1} = D_6^{I_2} = D_6^{I_3} = D_6^{I_4} = D_6^{I_5} = D_6^{I_6} = D_6^{I_7} = D_6^{I_8} = D_6^{I_9} = D_6^{I_{10}} = D_6^{I_{11}} = D_6^{I_{12}} = \{\text{médio}\}$$

$$\text{logo}, m_6(\{\text{médio}\}) = \frac{12}{12} = 1$$

$$D_7^{I_1} = D_7^{I_2} = D_7^{I_3} = D_7^{I_4} = D_7^{I_5} = D_7^{I_6} = D_7^{I_7} = D_7^{I_8} = D_7^{I_9} = D_7^{I_{10}} = D_7^{I_{11}} = D_7^{I_{12}} = \{\text{alto}\}$$

$$\text{logo}, m_7(\{\text{alto}\}) = \frac{12}{12} = 1$$

$$D_8^{I_1} = D_8^{I_2} = D_8^{I_3} = D_8^{I_4} = D_8^{I_5} = D_8^{I_6} = D_8^{I_7} = D_8^{I_8} = D_8^{I_9} = D_8^{I_{10}} = D_8^{I_{11}} = D_8^{I_{12}} = \{\text{alto}\}$$

$$\text{logo}, m_8(\{\text{alto}\}) = \frac{12}{12} = 1$$

$$D_9^{I_1} = D_9^{I_2} = D_9^{I_3} = D_9^{I_4} = D_9^{I_5} = D_9^{I_6} = D_9^{I_7} = D_9^{I_8} = D_9^{I_9} = D_9^{I_{10}} = D_9^{I_{11}} = D_9^{I_{12}} = \{\text{alto}\}$$

$$\text{logo}, m_9(\{\text{alto}\}) = \frac{12}{12} = 1$$

$$D_{10}^{I_1} = D_{10}^{I_2} = D_{10}^{I_3} = D_{10}^{I_4} = D_{10}^{I_5} = D_{10}^{I_6} = D_{10}^{I_7} = D_{10}^{I_8} = D_{10}^{I_9} = D_{10}^{I_{10}} = D_{10}^{I_{11}} = D_{10}^{I_{12}} = \{\text{alto}\}$$

$$\text{logo}, m_{10}(\{\text{alto}\}) = \frac{12}{12} = 1$$

Em seguida, foram determinados os graus de adequação de cada termo básico de LA aos valores numéricos x , $\mu_l(x)$.

$$\mu_{baixo}(1) = m_1(\{\text{baixo}\}) = 1$$

$$\mu_{baixo}(2) = m_2(\{\text{baixo}\}) = 1$$

$$\mu_{baixo}(3) = m_3(\{\text{baixo}\}) + m_3(\{\text{médio}, \text{baixo}\}) = 1$$

$$\mu_{baixo}(4) = m_4(\{\text{baixo}, \text{médio}\}) = \frac{3}{4}$$

$$\mu_{baixo}(5) = \mu_{baixo}(6) = \mu_{baixo}(7) = \mu_{baixo}(8) = \mu_{baixo}(9) = \mu_{baixo}(10) = 0$$

$$\mu_{médio}(1) = \mu_{médio}(2) = \mu_{médio}(7) = \mu_{médio}(8) = \mu_{baixo}(9) = \mu_{baixo}(10) = 0$$

$$\mu_{médio}(3) = m_3(\{\text{médio}, \text{baixo}\}) = \frac{1}{3}$$

$$\mu_{médio}(4) = m_4(\{\text{médio}\}) + m_4(\{\text{baixo}, \text{médio}\}) = 1$$

$$\mu_{\text{médio}}(5) = m_5(\{\text{médio}\}) + m_5(\{\text{baixo}, \text{médio}\}) = 1$$

$$\mu_{\text{médio}}(6) = m_6(\{\text{médio}\}) = 1$$

$$\mu_{\text{alto}}(1) = \mu_{\text{alto}}(2) = \mu_{\text{alto}}(3) = \mu_{\text{alto}}(4) = \mu_{\text{alto}}(5) = \mu_{\text{alto}}(6) = 0$$

$$\mu_{\text{alto}}(7) = m_7(\{\text{alto}\}) = 1$$

$$\mu_{\text{alto}}(8) = m_8(\{\text{alto}\}) = 1$$

$$\mu_{\text{alto}}(9) = m_9(\{\text{alto}\}) = 1$$

$$\mu_{\text{alto}}(10) = m_{10}(\{\text{alto}\}) = 1$$

Por regressão linear, obteve-se as seguintes funções, correspondentes a cada um dos termos (Figura 4.5):

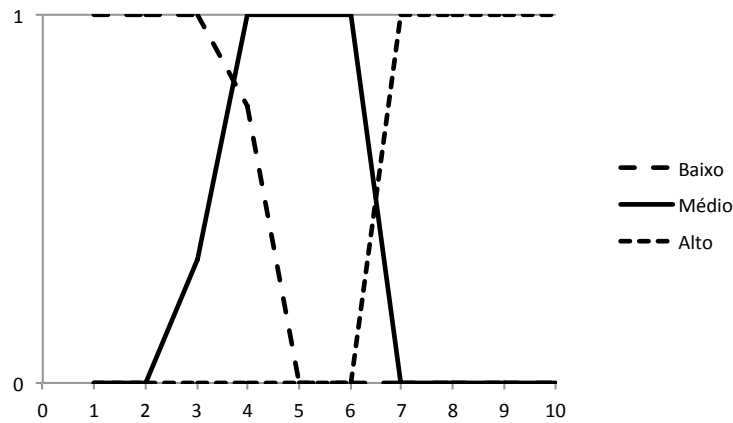


Figura 4.5 - Funções de pertinência dos termos básicos (OP de Recife)

A partir dos termos básicos, foi formulada a seguinte escala de avaliação linguística:

- (1) *A prioridade é baixa*
- (2) *A prioridade é de baixa a média*
- (3) *A prioridade é média*
- (4) *A prioridade é de média a alta*
- (5) *A prioridade é alta*

Os termos da escala irão modelar as opiniões dos decisores no que concerne às prioridades das ações temáticas levantadas para o Orçamento Participativo de Recife para 2013.

Às expressões 1, 3 e 5 foram associadas as funções de pertinência correspondentes aos termos *baixo*, *médio* e *alto*, respectivamente. A expressão 2 corresponde ao resultado da aplicação do conectivo conjunção ($\wedge$) aos termos básicos *baixo* e *médio*. Da mesma forma, a expressão 4 corresponde ao resultado da aplicação do conectivo conjunção aos termos básicos

médio e alto. As funções de pertinência associadas a essas expressões são dadas por $\mu_{expressão2} = \min(\mu_{baixo}, \mu_{médio})$ e $\mu_{expressão4} = \min(\mu_{médio}, \mu_{alto})$.

A partir da regra de conversão proposta por Delgado (1998), a escala de avaliação linguística foi convertida em valores numéricos para fins de operação dos dados (Tabela 4.8).

Tabela 4.8 – Conversão da escala linguística

Escala Linguística	Correspondentes Numéricos
(1) A prioridade é baixa	2,33
(2) A prioridade é de baixa a média	4,37
(3) A prioridade é média	4,83
(4) A prioridade é de média a alta	6,50
(5) A prioridade é alta	8,33

Ao contrário do que acontece na escala Likert (Likert, 1932), na escala de avaliação linguística apresentada na Tabela 4.8, a diferença entre valores semânticos de níveis adjacentes varia de acordo com os níveis. Isso acontece porque a construção desta escala leva em consideração a percepção que os indivíduos têm sobre o uso da linguagem (valores sintáticos e semânticos) na avaliação de aspectos similares àqueles que serão efetivamente avaliados com a escala. Observa-se que a distância entre os níveis das extremidades da escala e seus respectivos níveis adjacentes é maior que a distância entre os níveis intermediários. A Figura 4.6. mostra que a escala linguística não é uniformemente distribuída, ou seja, é uma escala desbalanceada.

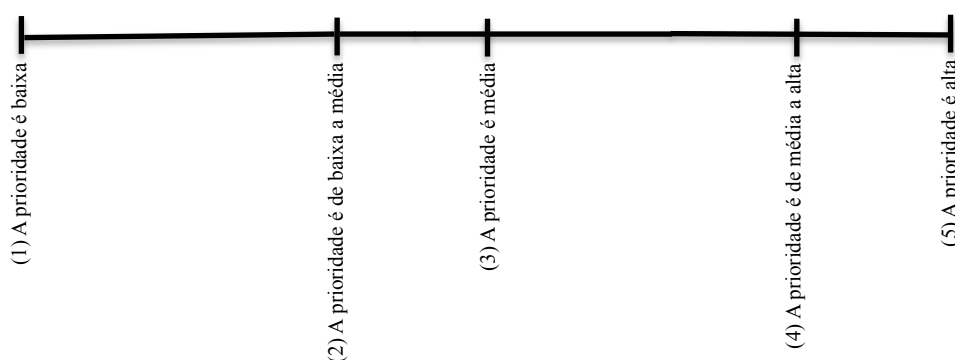


Figura 4.6 – Escala Linguística (OP de Recife)

O desbalanceamento da informação pode ser interessante para algumas aplicações práticas. Por exemplo, uma escala, onde os níveis intermediários são bastante próximos uns dos outros e mais afastados dos níveis das extremidades, implica em uma maior nível de especificidade para as avaliações realizadas com os termos intermediários. Isso pode ser útil para avaliação de desempenho de candidatos: candidatos com desempenho muito bom e com desempenho muito ruim são facilmente identificados, cujas avaliações podem ser realizadas utilizando os termos da extremidade de uma escala desbalanceada deste tipo; já os candidatos com desempenho intermediário requerem um maior nível de especificidade para diferenciá-los, requerendo termos mais específicos.

Nesta aplicação, o desbalanceamento da escala pode ser interpretado como uma punição maior para aquelas alternativas que foram avaliadas com o nível 1 da escala (*A prioridade é baixa*) e, por outro lado, uma premiação um pouco melhor para aquelas que foram avaliadas com o último nível da escala (*A prioridade é alta*). As alternativas avaliadas com o nível intermediário 2 (*A prioridade é de baixa a média*) apresentam uma diferença de desempenho bastante sutil com relação as alternativas avaliadas com o nível do meio (*A prioridade é média*). Isso é bom, pois o valor sintático do nível 2 expressa uma condição de dúvida do decisor entre os níveis 1 e 3; no entanto, o valor semântico do nível 2 é mais próximo ao valor semântico do nível 3 do que ao valor semântico do nível 1, evitando a penalização decorrente da baixa pontuação associada ao nível 1. O nível 4 também expressa uma condição de dúvida entre os níveis 3 e 4, porém, ao contrário do que acontece entre os níveis 2 e 3, a pontuação atribuída ao valor semântico do nível 4 é bem melhor que a pontuação do nível 3.

4.2.2 Edição do Questionário

A edição do questionário foi realizada no aplicativo *Google Docs*, que permite disponibilizá-lo na Internet para ser respondido, em tempo real, por múltiplos indivíduos. O questionário é composto por 45 (quarente e cinco) questões, organizadas por temáticas, destinadas a avaliar as prioridades das ações de políticas públicas setoriais apresentadas na Tabela 4.2, na Tabela 4.3, na Tabela 4.4 e na Tabela 4.5.

É importante destacar que o texto referente à descrição das ações é o mesmo utilizado na votação real realizada pelo Orçamento Participativo de Recife e disponibilizado em www.recife.pe.gov.br/op. Portanto, a edição do questionário não alterou o texto original, visando prover uma descrição que melhore o entendimento das ações propostas, bem como não verificou possíveis erros de ortografia e/ou concordância.

Para responder as perguntas, o eleitor deve escolher apenas 1 (uma) das 6 (seis) opções de resposta, correspondendo aos 5 (cinco) níveis da escala linguística e uma opção para abstenção da opinião. A seguir, são apresentadas as três primeiras questões do questionário destinadas a avaliar as ações vinculadas à temática pessoas com deficiências. As demais questões são destinadas às ações das demais temáticas.

1. Na sua opinião, com que prioridade as ações descritas abaixo devem ser tratada nas políticas públicas destinadas a ***pessoas com deficiência***. Assinale com um X uma das opções de resposta disponíveis.

1.1. *Garantir a pessoa com deficiência, bem como os fóruns do orçamento participativo da pessoa com deficiência para a execução do controle social*

- | | |
|--|---|
| ☐ a prioridade baixa | ☐ a prioridade é de média a alta |
| ☐ a prioridade é de baixa a média | ☐ a prioridade é alta |
| ☐ a prioridade é média | ☐ não sei avaliar |

1.2. *Implantação do centro de referência da pessoa com deficiência*

- | | |
|--|---|
| ☐ a prioridade baixa | ☐ a prioridade é de média a alta |
| ☐ a prioridade é de baixa a média | ☐ a prioridade é alta |
| ☐ a prioridade é média | ☐ não sei avaliar |

1.3. *Implantação do projeto praia acessível*

- | | |
|--|---|
| ☐ a prioridade baixa | ☐ a prioridade é de média a alta |
| ☐ a prioridade é de baixa a média | ☐ a prioridade é alta |
| ☐ a prioridade é média | ☐ não sei avaliar |

4.2.3 Resultado da Votação

Os questionários foram respondidos por 20 indivíduos e a partir das respostas foi construído um perfil de preferência linguístico.

$$P^l(A) = \begin{bmatrix} p_{1,1}^l & \cdots & p_{1,20}^l \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{60,1}^l & \cdots & p_{60,20}^l \end{bmatrix}$$

O perfil de preferência linguístico foi convertido em um perfil numérico, conforme Tabela 4.8. Em seguida, as avaliações recebidas por cada alternativa foram agregadas,

desconsiderando o decisor (ou os decisores) que se absteve de avaliar a ação. Após a agregação, um perfil de preferência coletivo é construído: $[P_C(A_1) \dots P_C(A_{20})]$

O perfil de preferência coletiva representa uma medida de desempenho global das ações. A Tabela 4.9 e a Tabela 4.10 apresentam um resumo dos perfis das avaliações recebidas por cada ação temática e o desempenho global obtido por cada uma delas na votação.

Tabela 4.9 – Resumo da votação com o procedimento

Termos	A prioridade é baixa	A prioridade é de baixa a média	A prioridade é média	A prioridade é de média a alta	A prioridade é alta	Não sei avaliar	
Nº Ação	Número de eleitores (%)						Desempenho
1	5	5	15	10	55	10	6,99
2	5	0	20	25	45	5	6,80
3	10	5	25	10	50	0	6,47
4	0	25	40	5	0	30	4,79
5	5	10	40	15	25	5	5,83
6	5	25	15	35	10	10	5,60
7	5	0	5	40	40	10	6,99
8	0	5	15	15	15	50	6,34
9	15	0	15	50	15	5	5,87
10	0	0	5	30	60	5	7,57
11	0	5	25	45	15	10	6,22
12	5	5	30	30	20	10	6,00
13	10	15	35	15	20	5	5,49
14	0	0	15	25	55	5	7,30
15	20	5	35	15	20	5	5,28
16	40	5	20	5	15	15	4,34
17	30	10	15	5	25	15	5,02
18	30	20	15	10	5	20	4,21
19	10	25	10	20	30	5	5,90
20	5	0	10	25	50	10	7,10
21	5	10	20	25	35	5	6,38
22	0	0	5	15	65	15	7,80
23	0	0	0	30	65	5	7,75

Tabela 4.10 – Resumo da votação com o procedimento (continuação)

Termos	A prioridade é baixa	A prioridade é de baixa a média	A prioridade é média	A prioridade é de média a alta	A prioridade é alta	Não sei avaliar	
Nº Ação	Número de eleitores (%)						Desempenho
24	0	0	0	20	75	5	7,94
25	15	35	15	10	5	20	4,59
26	20	20	25	5	15	15	4,85
27	25	25	10	15	5	20	4,44
28	10	15	10	35	25	5	6,03
29	15	20	25	25	10	5	5,15
30	5	10	10	30	40	5	6,65
31	5	5	15	10	55	10	6,99
32	5	5	10	30	45	5	6,86
33	0	5	25	20	45	5	6,82
34	5	10	20	30	30	5	6,28
35	25	30	15	15	5	10	4,46
36	0	10	25	30	25	10	6,31
37	10	15	35	25	0	15	4,95
38	15	20	20	35	0	10	4,96
39	20	35	15	15	5	10	4,57
40	20	10	15	15	35	5	5,81
41	5	5	20	30	35	5	6,49
42	10	10	20	25	30	5	6,06
43	0	5	10	30	50	5	7,18
44	5	5	15	20	55	0	6,94
45	5	10	15	25	45	0	6,65

O desempenho global obtido por cada ação é calculada a partir da agregação das avaliações realizadas por cada indivíduo, desconsiderando a opinião daqueles que se abstiveram de realizar a avaliação. A prioridade das ações foi determinada de acordo com a ordem decrescente de seus respectivos desempenhos globais (Tabela 4.11).

Tabela 4.11 – Resultado da votação com o procedimento

Posição	Nº Ação	Desempenho	Posição	Nº Ação	Desempenho
1	24	7,94	22	28	6,03
2	22	7,80	23	12	6,00
3	23	7,75	24	19	5,90
4	10	7,57	25	9	5,87
5	14	7,30	26	5	5,83
6	43	7,18	27	40	5,81
7	20	7,10	28	6	5,60
8	1, 31 e 7	6,99	29	13	5,49
9	44	6,94	30	15	5,28
10	32	6,86	31	29	5,15
11	33	6,82	32	17	5,02
12	2	6,80	33	38	4,96
13	45 e 30	6,65	34	37	4,95
14	41	6,49	35	26	4,85
15	3	6,47	36	4	4,79
16	21	6,38	37	25	4,59
17	8	6,34	38	39	4,57
18	36	6,31	39	35	4,46
19	34	6,28	40	27	4,44
20	11	6,22	41	16	4,34
21	42	6,06	42	18	4,21

A ação que obteve o melhor desempenho com o procedimento proposto foi a de número 24. Esta ação está inclusa na temática saúde e diz respeito a ampliação e qualificação do laboratório municipal de saúde pública 24h. No perfil de preferência linguístico, apresentado na Tabela 4.9, verifica-se que 95% dos respondentes avaliaram esta alternativa com prioridade acima da média, sendo que, dentre estes respondentes, 95% responderam que a prioridade da ação 24 é alta. Além disso, apenas 5% não souberam avaliar a ação. Portanto, pode-se afirmar que a ação mais prioritária, determinada pelo procedimento, irá satisfazer ao grupo.

Com relação aos empates ocorridos, pode-se afirmar que, embora o número de alternativas seja muito maior que a cardinalidade do conjunto de expressões, o que pode implicar em muitos empates nas avaliações individuais, o número de empates no resultado final, agregado, foi muito pequeno, principalmente quando se leva em consideração que o número de indivíduos que participaram da simulação da votação do Orçamento Participativo do Recife é insignificante quando comparado à população que efetivamente participa dessas votações. Analisando individualmente os casos de empate a partir do perfil de preferência linguístico (Tabela 4.9), das ações 1, 31 e 7, empatadas na oitava posição do *ranking*, verifica-se que, para a ação de número 7, 80% dos respondentes a avaliaram com uma prioridade acima da média, sendo que 50% dessas respostas classificam a ação com prioridade alta; as ações 1 e 31 foram avaliadas exatamente da mesma forma pelos respondentes e com uma avaliação acima da prioridade média uma pouco menor que a ação 7 (65%), porém, dentre esses respondentes, mais de 80% as avaliaram com prioridade alta. Portanto, o desempenho das três ações nos perfis individuais é bastante equilibrado, o que justifica o empate entre elas. O empate da décima terceira posição do *ranking*, entre as ações 30 e 45, é justificado pela semelhança das avaliações recebidas pelas duas ações.

Na simulação da mesma votação, adotando-se o sistema convencional, utilizado pelo Orçamento Participativo de Recife, apenas 13 das 45 ações receberam votos: as ações de número 6, 16, 23, 29, 33, 37, 40 e 44 receberam 5% dos votos, cada uma; as ações 22, 30 e 43 receberam 10%, cada; e 32 e 34 receberam 15% dos votos, sendo, portanto, consideradas as mais prioritárias. O elevado número de alternativas que não receberam votos, bem como os empates entre aquelas que receberam, pode ser justificado pelo baixo número de decisores que participaram da votação e que, obviamente, não representa a condição real de uma votação desse tipo. No entanto, o resultado é útil para comparação dos dois procedimentos.

Com o procedimento proposto, as três primeiras ações mais prioritárias estão dentro da temática saúde, cujas ações vinculadas (ações 22, 23 e 24) foram avaliadas como tendo prioridade alta pela grande maioria dos decisores. No procedimento convencional, a temática saúde também seria contemplada entre as dez primeiras ações mais prioritárias, porém, apenas duas de suas ações vinculadas receberam votos, a ação 22 e a ação 23, que receberam 10% e 15% dos votos, respectivamente. A ação 24 não foi votada no procedimento convencional, embora 75% dos mesmos decisores a consideraram com prioridade alta no procedimento proposto, o que a colocou na primeira posição do *ranking* final de prioridades.

No que concerne à temática educação, apenas duas de suas ações (32 e 33) receberam votos, dentre as 13 ações que foram votadas no procedimento convencional. No procedimento

proposto, todas as ações vinculadas à educação aparecem entre as treze primeiras consideradas mais prioritárias no *ranking*. Duas das ações vinculadas à temática pessoas em situação de rua aparecem na lista das ações que receberam votos com o procedimento convencional (ações 43 e 44); essas mesmas ações também ocupam uma das treze primeiras posições do *ranking* construído com o procedimento proposto. As demais ações votadas na votação convencional estão vinculadas às temáticas direitos humanos (ação 34), juventude (ações 29 e 30), desenvolvimento econômico (ação 6), LGBT (ação 16), cultura (ação 37) e turismo (ação 40). Enquanto que no procedimento proposto, as demais temáticas das primeiras posições são meio ambiente (ação 10), pessoa idosa (ação 14), mulheres (ação 20), pessoa com deficiência (ação 1) e assistência social (ação 7).

Dentre as diferenças observadas nos dois resultados, destaca-se o caso da ação 16, referente à temática LGBT, que foi votada no procedimento convencional, mas que no procedimento proposto ocupou a penúltima posição do *ranking* de prioridades, o que é justificável visto que esta ação recebeu maior percentual de avaliação com o termo *a prioridade é baixa*. Os votos recebidos por esta alternativa podem ser atribuídos ao percentual de decisores que a avaliaram como sendo de prioridade alta no procedimento proposto (15% dos decisores a avaliaram com o termo *a prioridade é alta*).

Para esta aplicação, a comparação entre os dois procedimentos é mais relevante no que concerne a forma como os decisores expressam suas preferências para avaliar as ações propostas. Um aspecto importante verificado no perfil de preferência linguístico construído para esta votação é que, das 45 ações propostas, apenas 3, aproximadamente 7% do conjunto, foram avaliadas por todos os decisores. Este comportamento já era esperado visto que as ações dizem respeito a temáticas bastante específicas, o que dificulta o julgamento pela população de uma forma geral.

Além disso, em alguns casos, as descrições das ações são insuficientes para prover um entendimento por parte dos avaliadores sobre o que se pretende realizar com as iniciativas públicas. Por exemplo, 50% dos respondentes disseram não saber avaliar a ação número 8, cuja descrição é “implantar mais 01 república”; provavelmente o motivo para esse elevado número de abstenções é a insuficiência de informação acerca desta ação. Outra ação cujo elevado número de abstenções (30%) pode ser justificado pela insuficiência de informação é a ação de número 4, que diz respeito a execução do projeto anexo do mercado de São José. As ações 18, 25 e 26 tiveram 20% de abstenções, provavelmente por se tratarem de ações vinculadas a temáticas muito específicas (LGBT e negros e negras). Os resultados mostram que a possibilidade de abstenção oferecida pelo procedimento, através da opção “*não sei*

avaliar”, é essencial na votação do Orçamento Participativo de Recife. Outra evidência da importância da opção de abstenção nessas votações são os próprios depoimentos dos decisores.

O uso da escala de avaliação linguísticas permite incorporar na decisão medidas de intensidades de preferência com as quais os decisores desejam cada ação, ao contrário do que acontece com a adoção do voto simples. As intensidades de preferência são representadas pelos valores semânticos atribuídos às expressões linguísticas, que, por sua vez, são obtidos a partir de um procedimento que infere dos próprios decisores os significados matemáticos atribuídos por eles à linguagem usada no processo decisório. Logo, embora esses valores semânticos sofram uma conversão para fins de operação dos dados, os índices numéricos que os representam carregam mais informações, além da informação de ordem dos termos, tal como acontece em uma escala ordinal. Com isso, os resultados obtidos com o uso da escala linguística proposta no procedimento, e construída para um fim específico, pode ser bastante diferente de um resultado obtido com o uso de uma escala linguística ordinária, onde os termos são convertidos em valores numéricos de forma direta.

Para verificar este comportamento, em substituição a escala linguística apresentada na Tabela 4.8, a seguinte escala foi utilizada para representar as preferências dos decisores na votação com o procedimento proposto (Tabela 4.12).

Tabela 4.12 - Escala linguística ordinária

Escala Linguística	Correspondentes Numéricos
(1) <i>A prioridade é baixa</i>	1
(2) <i>A prioridade é de baixa a média</i>	2
(3) <i>A prioridade é média</i>	3
(4) <i>A prioridade é de média a alta</i>	4
(5) <i>A prioridade é alta</i>	5

O *ranking* de prioridades obtido com o uso da escala ordinária é apresentado na Tabela 4.13.

Tabela 4.13 - Resultado da votação com a escala ordinária

Posição	Nº Ação	Desempenho	Posição	Nº Ação	Desempenho
1	24	4,79	19	12	3,61
2	22	4,71	20	42	3,58
3	23	4,68	21	9 e 28	3,53
4	10	4,58	22	5	3,47
5	14	4,42	23	19 e 40	3,37
6	43	4,32	24	6	3,22
7	20	4,28	25	13	3,21
8	7	4,22	26	15	3,11
9	1 e 31	4,17	27	29	2,95
10	44	4,15	28	37	2,88
11	2, 32 e 33	4,11	29	38	2,83
12	45 e 30	3,95	30	17	2,82
13	41	3,89	31	4 e 26	2,71
14	3	3,85	32	39 e 25	2,44
15	8	3,80	33	16	2,41
16	21	3,79	34	35	2,39
17	11 e 36	3,78	35	27	2,38
18	34	3,74	36	18	2,25

O resultado obtido com a nova escala apresenta algumas diferenças na ordem de prioridade das ações. A ação 7 passou a ocupar sozinha a oitava posição do *ranking*, enquanto as ações 1 e 31 permaneceram empatadas na nona posição; com isso, a ação 44 desceu uma posição. Um novo caso de empate passou a existir na décima primeira posição entre as ações 22, 32 e 33. As ações 8 e 21 tiveram suas posições invertidas, bem como as ações 34 e 11. Esta última passou a ficar empatada com a ação 36 na décima sétima posição. As ações 42 e 28 passaram a ter uma prioridade menor que a ação 12. Mais casos de empate foram gerados: entre as ações 9 e 28 na vigésima primeira posição; entre as ações 19 e 40 na vigésima terceira posição; as ações 4 e 26 ficaram empatadas na trigésima primeira posição; e as ações 39 e 25 na trigésima segunda. Nas últimas posições do *ranking*, as alternativas 17 e 37 inverteram suas ordens de prioridades, enquanto que a ação 16 passou a ter mais prioridade que as ações 35 e 27.

Foi realizada também uma simulação utilizando a escala linguística desbalanceada, construída a partir dos exemplos de calibração e conversão da Seção 3 (Tabela 4.14).

Tabela 4.14 – Escala linguística desbalanceada

Escala Linguística	Correspondentes Numéricos
(1) <i>A prioridade é baixa</i>	2,33
(2) <i>A prioridade é de baixa a média</i>	3,50
(3) <i>A prioridade é média</i>	5,50
(4) <i>A prioridade é de média a alta</i>	7,50
(5) <i>A prioridade é alta</i>	9,33

A Tabela 4.15 apresenta o resultado da votação com o uso desta escala.

Tabela 4.15 - Resultado da votação com outra escala desbalanceada

Posição	Nº Ação	Desempenho	Posição	Nº Ação	Desempenho
1	24	8,94	21	12	6,73
2	22	8,78	22	42	6,69
3	23	8,75	23	9	6,66
4	10	8,55	24	28	6,60
5	14	8,24	25	5	6,45
6	43	8,04	26	40	6,35
7	20	8,01	27	19	6,27
8	7	7,92	28	13 e 6	5,97
9	1 e 31	7,78	29	15	5,85
10	44	7,75	30	29	5,51
11	2 e 32	7,67	31	17	5,39
12	33	7,63	32	37	5,36
13	30 e 45	7,37	33	38	5,31
14	41	7,27	34	26	5,08
15	3	7,20	35	4	4,93
16	21	7,06	36	16	4,68
17	8	7,05	37	39	4,56
18	11	7,03	38	25	4,52
19	36	7,01	39	35 e 27	4,50
20	34	6,96	40	18	4,30

Comparando o resultado acima com o resultado obtido com o uso da escala construída especificamente para o caso do orçamento participativo (Tabela 4.8), as diferenças no *ranking* de prioridades das ações ocorreram a partir da oitava posição. O empate nesta posição entre as

alternativas 7, 1 e 31 foi parcialmente resolvido: alternativa 7 passou a ocupar a oitava e as demais permaneceram empatadas na nona posição. A ação 2, que estava na décima segunda posição, passou a ocupar a décima primeira, juntamente com a ação 32, que no primeiro *ranking* ocupava a décima posição. A ação 11 que antes tinha prioridade inferior às ações 36 e 34, nesta ordem, passou a ter mais prioridade sobre ambas. Da vigésima primeira até a vigésima sétima posição, houve inversão de posições entre as ações 42, 28, 12, 19, 9, 5 e 40. A ação 13 subiu de prioridade e passou a ocupar a vigésima oitava posição, junto com a ação 6. As ações 37 e 38 inverteram suas posições no *ranking*. A ação 16, que ocupava a quadragésima primeira posição, passou a ocupar a posição de número 36, subindo de prioridade em relação as ações 25, 39, 35 e 27. As ações 25 e 39 tiveram suas posições invertidas e um novo empate passou a existir entre as ações 35 e 27. A última posição ficou inalterada.

Dos resultados obtidos com o uso de escalas linguísticas, é possível afirmar apenas que, com a escala ordinária, o número de casos de empates foi bem maior que nos casos onde foram utilizadas escalas desbalanceadas construídas com a abordagem proposta. Com relação a qualidade do resultado da decisão, que apresenta relação direta com o nível de satisfação dos decisores, para esta aplicação, não é possível fazer qualquer afirmação. No entanto, é importante destacar que a avaliação da satisfação do grupo, seja ela feita de modo informal ou por um esquema de consenso formal, é de extrema importância em decisões em grupo. A incorporação de uma etapa para análise e tratamento de consenso é prevista em trabalhos futuros.

4.3 Considerações Finais do Capítulo

O capítulo apresentou uma aplicação da abordagem proposta para apoiar uma das votações realizadas pela política do Orçamento Participativo de Recife. Na aplicação, foi utilizado o mesmo conjunto de alternativas de decisão disponível para votação na página do Orçamento Participativo de Recife na Internet, referentes ao orçamento público para o ano de 2013. As alternativas dizem respeito a 45 (quarenta e cinco) ações vinculadas a políticas públicas, divididas em 15 (quinze) áreas temáticas, que poderão ser incluídas na lei orçamentária do Município para 2013, conforme a ordem de prioridade atribuída a elas pela população, de uma forma geral, através de votação.

A simulação da votação, que também foi realizada pela Internet, incluiu duas formas de votar: utilizando o procedimento proposto; e utilizando o procedimento convencional de votação do Orçamento Participativo de Recife, que adota o sistema pluralista para construir a

ordem de prioridades das ações, com base no número de votos recebido por cada uma delas. Os resultados obtidos com as duas votações evidenciam as vantagens do procedimento proposto, decorrentes da construção de um perfil de preferência dos decisores mais completo, que considera informações sobre intensidades de preferência com as quais os decisores desejam cada uma das alternativas e que também permite abstenções conforme a conveniência da situação.

Além disso, pode-se afirmar que o uso das expressões linguísticas para avaliar todas as ações encoraja os decisores a refletirem sobre a prioridade de cada uma delas, ao contrário do que acontece no sistema pluralista onde os decisores se expressam apenas com relação as suas respectivas primeiras opções de votação dentro do conjunto de ações. Incorporar a avaliação das prioridades na construção dos perfis de preferências dos decisores é importante, visto que o objetivo final do processo decisório é determinar uma ordem de prioridade coletiva; esse aspecto sutil pode melhorar o processo de captura das informações referentes às preferências dos decisores e, conseqüentemente, melhorar a qualidade da decisão final.

5 CONCLUSÕES

O estudo apresenta uma abordagem para apoiar decisão em grupo que contempla um método para a construção de uma escala de avaliação linguística e um procedimento de votação baseado no uso desta escala linguística.

O desenvolvimento do método para a construção de uma escala linguística demandou um estudo sobre abordagem linguística de decisão, com ênfase para a modelagem de conceitos vagos e imprecisos. O estudo permitiu fazer um levantamento na literatura de alguns problemas associados ao uso da teoria dos conjuntos *fuzzy* para a modelagem de conceitos vagos e imprecisos, que é a técnica mais utilizada. Esta técnica requer dos agentes a definição das funções de pertinência associadas aos termos básicos, porém nem sempre eles têm condição de definir/escolher essas funções de forma consistente com suas percepções sobre os conceitos descritos pelos termos linguísticos. O problema é agravado pela lacuna existente na interpretação do significado das funções de pertinência.

Dessa forma, optou-se por utilizar uma nova técnica de modelagem, na qual a definição das funções de pertinência dos termos básicos é estruturada em um procedimento que tenta reproduzir o mecanismo heurístico usado pelos humanos para decidir se um conceito é ou não adequado para transmitir uma determinada informação. Este procedimento é a base do método para a construção da escala de avaliação linguística. Por meio do procedimento, é possível inferir dos próprios usuários da escala a percepção que eles têm sobre o significado da linguagem quando utilizada em um determinado contexto e, a partir das informações coletadas, propor um conjunto de expressões que represente melhor a opinião dos indivíduos ao realizarem julgamentos no mesmo contexto. Nesta nova abordagem de modelagem, garante-se sempre a correspondência entre os valores semânticos de expressões compostas e os respectivos valores sintáticos, o que nem sempre acontece na abordagem baseada na teoria dos conjuntos *fuzzy*.

A conversão da escala linguística em valores numéricos, além de reduzir a complexidade das operações, permite que aspectos puramente quantitativos possam ser avaliados em conjunto com aspectos qualitativos. Esta vantagem é particularmente útil para os casos em que a abordagem é usada para construir escalas linguísticas a serem utilizadas para avaliar critérios qualitativos em problemas de decisão multicritério, onde ao invés de decisores avaliando um conjunto de alternativas, tem-se um conjunto de alternativas sendo avaliadas de acordo com um conjunto de critérios (quantitativos e/ou qualitativos).

A segunda parte da abordagem contempla um procedimento de votação, no qual o perfil de preferência dos decisores é construído a partir da avaliação de todas as alternativas de decisão com base na escala de avaliação construída, sendo permitido aos decisores se absterem de avaliar uma ou mais alternativas. A proposta do procedimento de votação linguístico foi fundamentada no estudo dos principais procedimentos de votação discutidos na literatura. No estudo, foram explorados os principais aspectos destes procedimentos, a saber, a forma como as preferências dos decisores são consideradas na votação e como estas informações são agregadas a fim de construir uma decisão coletiva; as características do resultado final; aspectos negativos do procedimento, tais como a possibilidade de manipulação de resultados; e possíveis paradoxos resultantes da agregação.

Para a agregação das avaliações individuais, foi utilizada a mesma função de agregação do método de Borda. Dessa forma, o resultado final apresenta a mesma característica do resultado de uma votação realizada com o procedimento de Borda, ou seja, o vencedor é o candidato que apresenta o melhor desempenho médio na opinião de todos os eleitores. Além disso, assim como Borda, o procedimento proposto tem mais chance de eleger o candidato Condorcet que os demais procedimentos baseados em pontuação. No entanto, o procedimento de votação linguístico é bastante diferente no que concerne a forma como as alternativas são avaliadas e pontuadas, o que reduz bastante a susceptibilidade à manipulação de resultados, decorrentes do fato de o método de Borda não satisfazer a propriedade independência de alternativas irrelevantes.

A avaliação é feita sobre todas as alternativas consideradas, através de uma escala de avaliação linguística, que permite aos decisores expressarem uma medida de intensidade de preferência sobre as alternativas. Além disso, é permitido aos decisores se absterem de avaliar um ou mais alternativas sempre que eles não se sentirem aptos de realizar um julgamento. O resultado disso é um perfil de preferência mais completo e mais representativo das reais preferências dos decisores. A pontuação é baseada nos valores semânticos das expressões linguísticas da escala, o que torna a diferença de desempenho entre as alternativas muito mais significativa.

Em uma simulação de votação, na qual foram utilizados diferentes procedimentos de votação, o procedimento proposto apresentou resultados bastante satisfatórios quando comparados aos demais procedimentos testados.

Na revisão da literatura, foram identificados vários procedimentos para apoiar decisões em grupo que também são baseados no uso de uma abordagem linguística para avaliação das alternativas. A maioria deles é baseado na comparação binária das alternativas através de

termos linguísticos modelados pela teoria dos conjuntos *fuzzy*. Basicamente, estes procedimentos diferem entre si na forma como as informações são agregadas. No procedimento proposto, as avaliações são absolutas, o que permite considerar um grande número de alternativas sem aumentar a complexidade das avaliações e das análises. Além disso, a modelagem das expressões é feita através de um procedimento que permite inferir dos próprios decisores o significado matemático da linguagem quando utilizada em um contexto específico, melhorando a qualidade da informação capturada nas avaliações e, conseqüentemente, o resultado final.

A abordagem de decisão em grupo, incluindo o método para construção da escala e o procedimento de votação linguístico, foi aplicada para simular a votação na Internet das ações vinculadas a políticas públicas no Município de Recife para serem incluídas no orçamento público para o ano de 2013. A abordagem proporcionou uma forma simples, completa e transparente de avaliação das prioridades das ações. A simplicidade deve-se à possibilidade de os decisores expressarem seus julgamento por meio de uma linguagem simples e cotidiana. Além disso, os decisores foram incentivados a expressarem uma opinião sobre todas as ações consideradas, o que tornou o processo de avaliação mais completo. Por fim, a interpretação da linguagem ocorreu de forma transparente, decorrente do envolvimento dos decisores no processo de modelagem. Todos estes aspectos tornam a abordagem particularmente útil em decisões cujos decisores e conseqüências das decisões envolvem a sociedade diretamente.

A abordagem pode ser utilizada, com as devidas adaptações, no contexto de avaliação multicritério, onde as informações a serem agregadas correspondem a avaliações de desempenho obtidas por uma determinada alternativa em diferentes critérios de avaliação. Nestes casos, o termo decisor pode ser substituído pelo termo critério e, eventualmente, o termo alternativa por ação. No contexto de decisão em grupo, os termos decisor e alternativa podem ser intercambiáveis com os termos eleitor e candidato, respectivamente.

5.1 Limitações da Abordagem

A qualidade da modelagem da linguagem está diretamente relacionada com a definição da variável utilizada no procedimento de calibração: através desta variável, tenta-se inferir do grupo de indivíduos o significado de alguns conceitos usados por eles em determinados contextos. Na tentativa de melhorar a captura de informação, o método para construção da escala determina que a variável deve estar o mais relacionada possível ao contexto da decisão, encorajando os indivíduos a expressarem suas percepções sobre a linguagem quando esta é

usada em contextos totalmente diferentes, tais como numa avaliação de um serviço de entretenimento e de um serviço de saúde.

Entretanto, num mesmo contexto, a linguagem pode ter significados diferentes e, nestes casos, é possível que a modelagem obtida para uma determinada expressão seja mais adequada a uma determinada situação do que a outra. Por exemplo, a expressão “muito ruim” quando utilizada na avaliação de um serviço de saúde pode ter significados matemáticos bastante diferentes quando as alternativas avaliadas são “atendimento do médico cirurgião” e “atendimento do recepcionista” – para que o atendimento do médico cirurgião seja avaliado de forma bastante insatisfatória, tal como muito ruim, é preciso que uma falha concreta tenha acontecido durante o procedimento, visto que, nestes casos a avaliação é essencialmente objetiva; na avaliação do atendimento do recepcionista, critérios subjetivos são levados em consideração, incluindo o estado emocional no qual se encontram as partes, consequentemente, este item está muito mais suscetível a uma avaliação negativa com essa intensidade.

O grande desafio é definir uma variável que seja capaz de capturar o significado da linguagem da forma mais ampla possível, de modo que a modelagem obtida seja adequada para descrever a percepção/preferência dos indivíduos em diferentes julgamentos dentro de um mesmo contexto.

5.2 Propostas para Trabalhos Futuros

Um aspecto importante que deve ser considerado nos problemas de decisão em grupo é a análise e melhoria de consenso, que envolve a avaliação do nível de consenso entre os decisores e o processo de busca de uma solução que reduza a discordância no grupo, que pode se dá por meio de uma discussão estruturada entre os envolvidos ou por uma intervenção direta do analista de decisão. O desenvolvimento de abordagens para tratar o consenso em análise de decisão linguística é uma das linhas de investigação apontadas por Herrera *et al.* (2009) que merecem atenção nesta área de estudo. Portanto, como proposta para trabalhos futuros, tem-se a adição de uma etapa para análise de consenso.

Outra tendência apontada por Herrera *et al.* (2009) é o desenvolvimento de modelos linguísticos com abordagem multi-granular. Nesse sentido, outra proposta para trabalhos é a possibilidade de ajustar a abordagem para a construção de diferentes escalas para cada decisor.

Sugere-se também a investigação de outros operadores para agregação, que podem ser utilizados para agregar as preferências individuais, considerando também a possibilidade de

permitir o uso simultâneo de informações linguística e numéricas na modelagem das preferências dos decisores.

Existe também uma proposta para investigação do impacto do uso da escala de avaliação *fuzzy* proposta no tratamento de alguns paradoxos clássicos resultantes da agregação das preferências individuais, tal como o efeito Condorcet, que é a situação onde ocorre formação de ciclos transitivos após a agregação das preferências.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABDELAZIZ, F. B.; FIGUEIRA, J. R. & MEDDEB, O. On the manipulability of the fuzzy social choice functions. *Fuzzy Sets and Systems*, 159 (2): 177–184, 2008.
- ALMEIDA, A. T. *O conhecimento e o uso de métodos multicritério de apoio a decisão*, 2ª Edição. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 2011.
- ALMEIDA, A. T.; MORAIS, D. C.; COSTA, A. P. C. S.; ALENCAR, L. H. & DAHER, S. F. D. *Decisão em grupo e negociação – métodos e aplicações*. São Paulo: Atlas, 2012.
- ARROW, K. J. *Social choice and individual values*. New York: Wiley, 1951.
- BALINSKI, M. & LARAKI, R. *A Theory of Measuring, Electing and Ranking*, Cahier, 2006-11. Paris: École Polytechnique – Centre National de la Recherche Scientifique, 2006.
- BEITH-MAROM, R. How probable is probable? A numerical translation of verbal probability expressions. *Journal of Forecasting*, 1: 257-269, 1982.
- BLACK, D. *The theory of committees and elections*. Cambridge: Cambridge University Press, 1958.
- BRAMS, S. J. & FISHBURN, P. *Voting Procedures*. C.V. Starr Center for Applied Economics, New York University, 1998.
- CHEN, Z. & BEN-ARIEH, D. On the fusion of multi-granularity linguistic label sets in group decision making. *Computers and Industrial Engineering*, 51 (3): 526–541, 2006.
- DANIELSON, M.; EKENBERG, L.; EKENGREN, A.; HÖKBY, T. & LIDÉN, J. Decision process support for participatory democracy. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 15: 15-30, 2008.
- DANIELSON, M.; EKENBERG, L.; IDEFELDT, J. & LARSSON, A. Using a software tool for public decision analysis: the case of Nacka Municipality. *Decision Analysis*, 4 (2): 76-90, 2007.

- DELGADO, M.; HERRERA, F.; HERRERA-VIEDMA E. & MARTÍNEZ, L. Combining numerical and linguistic information in group decision making. *Information Sciences*, 107: 177–194, 1998.
- DELGADO, M.; VILA, M. A. & VOXMAN, W. On a canonical representation of fuzzy numbers. *Fuzzy Sets and Systems*, 93: 125-135, 1998.
- DIAS, L. C. & CLÍMACO, J. N. Dealing with imprecise information in group multicriteria decisions: a methodology and GDSS architecture. *European Journal of Operational Research*, 160: 291-301, 2005.
- DUMMETT, M. & FARQUHARSON, R. Stability in voting. *Econometrica*, 29 (1): 33-43, 1961.
- EKEL, P & SCHUFFNER NETO, F. H. Algorithms of discrete optimization and their application to problems with fuzzy coefficients. *Information Sciences*, 176: 2846-2868, 2006.
- EKEL, P.; QUEIROZ, J.; PARREIRAS, R. & PALHARES, R. Fuzzy set based models and methods of multicriteria group decision. *Nonlinear Analysis*, 71: 409-419, 2009.
- GARCÍA-LAPRESTA, J. L. & MARTÍNEZ-PANERO, M. Linguistic-based voting through centered OWA operators. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 8 (4): 381–393, 2009.
- GARCÍA-LAPRESTA, J. L.; MARTÍNEZ-PANERO, M. & MENESES, L. C. Defining the Borda count in a linguistic making context. *Information Sciences*, 179: 2309-2316, 2009.
- GARCÍA-LAPRESTA, J. L. A general class of simple majority decision rules based on linguistic opinions. *Information Sciences*, 176: 352-365, 2006.
- GIBBARD, A. Manipulation of voting schemes: A General Result. *Econometrica*, 41 (4): 587-601, 1973.
- GU, X. & ZHU, Q. Fuzzy multi-attribute decision-making method based on eigenvector of fuzzy attribute evaluation space. *Decision Support Systems*, 41: 400-410, 2006.

HERRERA-VIDEAMA, E.; MATA, F.; MARTÍNEZ, L. & CHICLANA, F. A Consensus Support System Model for Group Decision-making Problems with Multi-granular Linguistic Preference Relations. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 13 (5): 644–658, 2005.

HERRERA, F. & HERRERA-VIDEAMA, E. Linguistic decision analysis: steps for solving decision problems under linguistic information. *Fuzzy Sets and Systems*, 115: 67-82, 2000.

HERRERA, F. & MARTÍNEZ, L. A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 8: 746-752, 2000.

HERRERA, F. & MARTÍNEZ, L. A model based on linguistic 2-tuples for dealing with multigranular hierarchical linguistic context in multi-expert decision making. *IEEE Transactions on Systems, Man, And Cybernetics Part B: Cybernetics*, 31 (2): 227–234. 2001.

HERRERA, F., HERRERA-VIDEAMA, E. & VERDEGAY, J. L. A sequential selection process in group decision making with a linguistic assessment approach. *Information Sciences*, 80: 1-17, 1995.

HERRERA, F., MARTÍNEZ, L. & SÁNCHEZ, P. J. Managing non-homogeneous information in group decision making. *European Journal of Operational Research*, 166: 115-132, 2005.

HERRERA, F.; ALONSO, S.; CHICLANA, F. & HERRERA-VIDEAMA, E. Computing with words in decision making: foundations, trends and prospects. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 8: 337–364, 2009.

HERRERA, F.; HERRERA-VIDEAMA, E. & MARTÍNEZ, L. A fusion approach for managing multi-granularity linguistic term sets in decision making. *Fuzzy Sets and Systems*, 114 (1): 43–58, 2000.

JIANG, Y.; FAN, Z. & MA, J. A method for group decision making with multi-granularity linguistic assessment information. *Information Sciences*, 178 (4): 1098–1109, 2008.

KEENEY, R. L. *Value Focused Thinking*. Havard, 1992.

- KENDAL, D. G. Foundations of a theory of random sets. In E.F. Harding and D.G. Kendall, editors, *Stochastic Geometry*, New York: Wiley, 1974.
- LAWRY, J. & TANH, Y. Uncertainty modelling for vague concepts: A prototype theory approach. *Artificial Intelligence*, 173: 1539-1558, 2009.
- LAWRY, J. A framework for linguistic modelling. *Artificial Intelligence*, 155: 1-39, 2004.
- LAWRY, J. Appropriateness measure: an uncertainty model for vague concepts. *Synthese*, 161: 255-269, 2008.
- LAWRY, J. *Modelling and Reasoning with Vague Concepts*. New York: Springer-Verlag, 2006.
- LEYVA-LÓPEZ, J. C. & FERNÁNDEZ-GONZÁLEZ, E. A new method for group decision support based on ELECTRE III methodology. *European Journal of Operational Research*, 148: 14-27, 2003.
- LIKERT R. A technique for the measurement of attitudes. *Archives of Psychology*, 140: 1-55 1932.
- MA, Z. *Fuzzy Database Modeling of Imprecise And Uncertain Engineering Information*. New York: Springer-Verlag, 2006.
- MARTÍNEZ, L., RUAN, D. & HERRERA, F. Computing with Words in Decision support Systems: An overview on Models and Applications. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 3 (4): 382-395, 2010.
- MATHERON, G. *Random Sets and Integral Geometry*. New York: Wiley, 1975.
- MEESAD, P. & YEN, G. G. Combined numerical and linguistic knowledge representation and its application to medical diagnosis. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Part A: Systems and Humans*, 33 (2): 206–222, 2003.

- MILLER, G. A. The magical number seven, plus or minus two: some limits on our capacity for processing information. *Psychological Review*, 63 (2): 81-97, 1956.
- MORAIS, D. C. & ALMEIDA, A. T. Group decision making on water resources based on analysis of individual rankings. *Omega*, 40: 42-52, 2012.
- MORAIS, D. C. *Modelagem multicriteria em grupo para planejamento estratégico do controle de perdas no abastecimento de água*. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, UFPE, p. 159, 2006.
- MUNDA, G. *Social multi-criteria evaluation for a sustainability economy*. Berlin: Springer-Verlag, 2008.
- NURMI, H. Fuzzy social choice: a selective retrospect. *Soft Computing*, 12: 281-288, 2008.
- NURMI, H. Voting rules in context. In: *12th International Annual Meeting of the Group Decision and Negotiation Conference*, Recife: GDN, 2012.
- PARREIRAS, R. O.; EKEL, P. Ya; MARTINI, J. S. C. & PALHARES, R. M. A flexible consensus scheme for multicriteria group decision making under linguistic assessments. *Information Sciences*, 180: 1075–1089, 2010.
- PEREZ, I. J.; CABRERIZO, F. J. & HERRERA-VIEDMA, E. A mobile group decision making model for heterogeneous information and changeable decision contexts. *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 19: 33–52, 2011.
- QIN, Z. & LAWRY, J. Decision tree learning with fuzzy labels. *Information Sciences*, 172: 91-129, 2005.
- QIN, Z. & LAWRY, J. Linguistic rule induction in the label semantics framework. *Fuzzy Sets and Systems*, 159: 435-448, 2008.
- QIN, Z. & LAWRY, J. Prediction and query evaluation using linguistic decision trees, *Applied Soft Computing*, 11: 3916-3928, 2011.

RIKER, W. H. Voting and the summation of preferences: an interpretive bibliographic review of selected developments during the last decade. *The American Political Science Review*, 55 (4): 900-911, 1961.

ROY, B. *Methodologie Multicritère d'aide à la Décision*. Paris: Editora Econômica, 1985.

ROY, B. *Multicriteria Methodology for Decision Aiding*. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996.

SAARI, D.G. Explaining all three-alternative voting outcomes. *Journal of Economic Theory*, 87: 313-355, 1999.

SAARI, D.G. Which is better: the Condorcet or Borda winner?. *Social Choice and Welfare* 26:107–129, 2006.

SÁNCHEZ, P. J.; HERRERA, F. & MARTÍNEZ, L. Managing non-homogeneous information in group decision making. *European Journal of Operational Research*, 166: 115–132, 2005.

SHAH, A. *Governance and accountability series – Participatory Budgeting*, Washington: The World Bank, 2007.

SIAU, K. *Advanced Topics in Database Research*. IGI Global, 2006.

SILVA, V. B. S. & MORAIS, D. C. A new voting procedure to support participatory budgeting: an approach based on the Fuzzy Social Choice. In: *IEEE SMC 2011 International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, Anchorage, IEEE SMC 2011, Anchorage, 2011, pp 3184-3189.

SILVA, V. B. S.; MORAIS, D. C. & ALMEIDA, A. T. A Multicriteria Group Decision Model to Support Watershed Committees in Brazil. *Water Resources Management*, 24 (14): 4075-4091, 2010.

SMITH, J. H. Aggregation of preferences with variable electorate. *Econometrica*, 41 (6): 1027-1041, 1973.

SMITH, W. D. *Range Voting*. The Center for Range Voting, <http://www.rangevoting.org>, s.d. Acesso em: 2012.

SRDJEVIC, B. Linking analytical hierarchy process and social choice methods to support group decision-making in water management. *Decision Support System*, 42: 2261-2273, 2007.

TANG, F. F. Fuzzy preferences and social choice. *Bulletin of Economic Research*, 46 (3): 263–269, 1994.

TRUCHON, M. Borda and the maximum likelihood approach to vote aggregation. *Mathematical Social Sciences*, 55: 96-102, 2008.

WEBER, M. Decision making with incomplete information. *European Journal of Operational Research* 28 (1): 44-57, 1987.

XU, Z. A method based on linguistic aggregation operators for group decision making with linguistic preference relations. *Information Sciences*, 166: 19-30, 2004.

XU, Z. An approach based on the uncertain LOWG and induced uncertain LOWG operators to group decision making with uncertain multiplicative linguistic preference relations. *Decision Support Systems*, 41: 488-499, 2006.

YAGER, R. R. On Ordered Weighted Averaging Aggregation Operators in Multicriteria Decision Making. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 18: 183-190, 1988.

YOUNG, H. P. Condorcet's theory of voting. *Mathématiques et Sciences Humaines*, 28 (111): 45-49, 1990.

YOUNG, H. P. Condorcet's theory of voting. *The American Political Science Review*, 82 (4): 1231-1244, 1988.

YOUNG, P. Optimal voting rules. *The Journal of Economic Perspectives*, 9 (1): 51-64, 1995.

ZADEH, L. A. Fuzzy logic = computing with words. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 94 (2): 103–111, 1996.

ZADEH, L. A. Fuzzy sets. *Information and Control*, 8: 338-353, 1965.

ZADEH, L. A. The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning, Part I. *Information and Sciences*, 8: 199-249, 1975.

ZADEH, L. A. The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning, Part II. *Information and Sciences*, 8: 301-357, 1975.