

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA  
PIMES/PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

MARCELO ROGER DOS SANTOS REIS

**UMA AVALIAÇÃO DO EFEITO DO TAMANHO DA TURMA SOBRE O  
DESEMPENHO ACADÊMICO: UMA APLICAÇÃO DA *REGRESSION  
DISCONTINUITY DESIGNS***

RECIFE – PE  
2016

MARCELO ROGER DOS SANTOS REIS

**UMA AVALIAÇÃO DO EFEITO DO TAMANHO DA TURMA SOBRE O  
DESEMPENHO ACADÊMICO: UMA APLICAÇÃO DA *REGRESSION  
DISCONTINUITY DESIGNS***

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Ciências Econômicas da Universidade Federal de Pernambuco, como pré-requisito para a obtenção do título de Mestre em Ciências Econômicas, com ênfase em Métodos Quantitativos.

Orientador: Breno Ramos Sampaio

RECIFE – PE  
2016

Catálogo na Fonte

Bibliotecária Ângela de Fátima Correia Simões, CRB4-773

R375a Reis, Marcelo Roger dos Santos

Uma avaliação do efeito do tamanho da turma sobre o desempenho acadêmico: uma aplicação da regression discontinuity designs / Marcelo Roger dos Santos Reis. - Recife: O Autor, 2016.

43 folhas: il. 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Breno Ramos Sampaio.

Dissertação (Mestrado em Economia) – Universidade Federal de Pernambuco, CCSA, 2016.

Inclui referências.

1. Educação – aspectos econômicos. 2. Avaliação educacional. 3. Rendimento escolar. I. Sampaio, Breno Ramos (Orientador). II. Título.

331 CDD (22.ed.)

UFPE (CSA 2016–107)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA  
PIMES/PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DO MESTRADO  
EM ECONOMIA DE:

**MARCELO ROGER DOS SANTOS REIS**

A Comissão Examinadora composta pelos professores abaixo, sob a presidência do primeiro, considera o Candidato Marcelo Roger dos Santos Reis **APROVADO**.

Recife, 24/02/2016.

---

**Prof. Dr. Breno Ramos Sampaio**

**Orientador**

---

**Prof. Dr. Gustavo Ramos Sampaio**

**Examinador Interno**

---

**Prof<sup>a</sup>. Dra. Gisléia Benini Duarte**

**Examinador Externo - UFRPE**

## RESUMO

Este estudo avaliou o impacto do tamanho da turma sobre o desempenho acadêmico dos estudantes dos nonos anos do ensino fundamental da rede estadual de Pernambuco, nos exames da Prova Brasil de 2013. Estudar o efeito do tamanho da classe sobre as notas dos alunos é algo complexo, pois muitos fatores podem influenciar os resultados dos estudantes. Assim, para tentar eliminar o viés de variável omitida foi utilizado um instrumento, o tamanho da turma previsto pela *Regra de Maimônides*, que é construído a partir do número de matrículas na série e pela quantidade máxima de alunos por classe estipulado na legislação estadual. Logo, foi utilizada a abordagem de Variáveis Instrumentais juntamente com a *Regression Discontinuity Designs (RDD)*, via método *Two-Stage Least Squares (2SLS)*, para realizar as estimações e determinar o impacto causal do tamanho da turma sobre o desempenho dos estudantes. Os resultados mostraram que o tamanho da turma não impactou significativamente as notas dos exames, e que o nível socioeconômico dos estudantes foi um dos fatores que mais interferiram no desempenho dos alunos, pois em sua maioria, apresentou impacto positivo e significativo sobre a proficiência dos alunos. Contudo, vale destacar que foram testadas diferentes especificações do modelo, usando diversos controles. Assim, apenas o modelo que foi composto pelo tamanho da turma como principal regressor de interesse, e o nível socioeconômico dos alunos como controle, mostrou um impacto negativo e estatisticamente significativo do tamanho da turma sobre o desempenho dos estudantes. Esse impacto foi maior para a notas do exame de Matemática do que para as notas do teste de Língua Portuguesa. Apesar do tamanho da turma não ter apresentado efeito significativo sobre o resultado dos exames, os formuladores de políticas educacionais do estado de Pernambuco deveriam se preocupar com o tamanho das classes, pois muitas turmas apresentaram quantidade de alunos superior ao estipulado por lei, indicando que as escolas estaduais não estão aptas a suportar a grande demanda de alunos. Entretanto, outras variáveis também merecem atenção, como por exemplo, a qualidade das escolas, dos professores e o nível socioeconômico da população.

Palavras-chave: Brasil; Educação; Pernambuco; Qualidade de Educação; Regra de Maimonides; Tamanho da turma.

## ABSTRACT

This study evaluated the impact of the size of the class about the academic performance of students in the ninth year of elementary education of the State of Pernambuco, the exams of Prova Brasil 2013. To study the effect of class size about the student notes is something complex, because many factors can influence the results of the students. So, to try to eliminate the bias of omitted variable there was used an instrument, the size of the class provided by the Rule of Maimonides, which is constructed from the number of registrations in the years and the maximum number of students per class specified in state law. Soon, it was used the approach of instrumental variables along with the Regression Discontinuity Design (RDD), via a method Two-Stage Least Squares (2SLS), to carry out the estimations and determine the impact of causal class size about the performance of students. The results showed that the size of the class did not significantly impacted the notes of examinations, and that the socioeconomic level of the students was one of the factors that interfere in the performance of students, because in most cases, presented a positive impact and effect on the proficiency of students. However, it is worth noting that there were tested different specifications of the model, using various controls. Thus, only the model that was made by the size of the class as the main regressor of interest, and the socioeconomic level of the students as control showed a negative impact and statistically significant differences in the size of the class about the performance of students. This impact was greatest for the notes of the examination of mathematics than for the notes of the test of Portuguese Language. Despite the size of the class did not have a significant effect on the outcome of the examinations, the formulators of educational policies of the State of Pernambuco should worry about the size of classes, because many classes presented quantity of students exceeding the stipulated by law, indicating that the state schools are not able to withstand the high demand of students. However, other variables also deserve attention, as for example, the quality of schools, teachers and the socioeconomic level of the population.

**Keywords:** Brazil; Education; Pernambuco; Quality of Education; Rule of Maimonides; Class Size.

## LISTA DE GRÁFICOS

- Gráfico 1. Distribuição do número de alunos por turma. Alunos dos 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Pernambuco, 2013.
- Gráfico 2. Distribuição do tamanho das turmas, segundo a Regra de Maimônides. Alunos dos 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Pernambuco, 2013.
- Gráfico 3. Comparação entre o Tamanho Médio Observado das Turmas, Tamanho Previsto pela Regra de Maimônides e Número de Matrículas.
- Gráfico 4. Comparação entre o Tamanho Médio Observado das Turmas, Tamanho Previsto pela Regra de Maimônides e Número de Matrículas.
- Gráfico 5. Comparação entre o Tamanho Médio Observado das Turmas e a Proficiência Média em Língua Portuguesa.
- Gráfico 6. Comparação entre o Tamanho Médio Observado das Turmas e a Proficiência Média em Matemática.

## LISTA DE TABELAS

- Tabela 1. Estatísticas descritivas. Alunos 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Pernambuco, 2013.
- Tabela 2. Estimções OLS. Alunos dos 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Pernambuco, 2013.
- Tabela 3. Estimativas do primeiro estágio, para amostra completa. Alunos dos 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Pernambuco, 2013.
- Tabela 4. Estimativas do primeiro estágio, para as sub amostra. Alunos dos 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Pernambuco, 2013.
- Tabela 5. Estimativas do segundo estágio, para amostra completa. Alunos dos 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Pernambuco, 2013.
- Tabela 6. Estimativas do segundo estágio para as notas de Língua Portuguesa como variável dependente, para as sub amostras. Alunos dos 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Pernambuco, 2013.
- Tabela 7. Estimativas do segundo estágio para as notas de Matemática como variável dependente, para as sub amostras. Alunos dos 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Pernambuco, 2013.

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

<i>2SLS</i>	<i>Two-Stage Least Squares</i>
Anresc	Avaliação Nacional do Rendimento Escolar
CEE	Conselho Estadual de Educação
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
<i>IV</i>	<i>Instrumental Variables</i>
<i>FRD</i>	<i>Fuzzy Regression Discontinuity</i>
<i>OLS</i>	<i>Ordinary Least Squares</i>
<i>RDD</i>	<i>Regression Discontinuity Designs</i>
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Brasileira
<i>SRD</i>	<i>Sharp Regression Discontinuity</i>
TRI	Teoria de Resposta ao Item

## SUMÁRIO

1. Introdução .....	07
2. Metodologia .....	11
2.1. Dados e estatísticas descritivas .....	11
2.2. Variáveis instrumentais .....	15
2.3. <i>Maimonides' Rule</i> .....	17
2.4. <i>Regression Discontinuity Designs (RDD)</i> .....	20
3. Resultados .....	25
3.1. Estimação via <i>OLS</i> .....	25
3.2. Estimação via <i>2SLS</i> .....	28
4. Considerações Finais .....	39
Referências .....	41

## 1. INTRODUÇÃO

A educação apresenta como principal função fornecer aos indivíduos habilidades, conhecimentos e ferramentas necessárias para que os mesmos aumentem sua produtividade e o bem-estar social. Dessa forma, a educação é uma das principais áreas de interesse dos governos, formuladores de políticas públicas, agências internacionais e educadores de todo o mundo.

Os resultados diretos da educação são maiores salários e maior produtividade. Por isso, investimentos em educação são vistos como investimentos em Capital Humano. Além disso, o processo educativo gera outras externalidades como o aumento do produto, redução nas taxas de criminalidade, melhora nas condições de saúde, aumento da consciência civil e maior desenvolvimento econômico (HANUSHEK, 2002).

A relação entre os resultados econômicos e a educação é normalmente analisada, nos estudos empíricos, através do nível de escolaridade dos indivíduos. Porém, com o maior conhecimento dos benefícios da educação, o nível de escolaridade observado vem se igualando em muitos países e regiões, e novas formas para distinguir os indivíduos veem sendo utilizadas. Uma delas é tentar analisar a qualidade da educação que os agentes receberam. Contudo, há divergências na literatura em como medir os insumos escolares e justificar os investimentos nos mesmos, visando melhorar a qualidade da educação, e como consequência, os resultados dos alunos. Trabalhos como os de Hanushek (1986, 1998) mostram que não existe relação entre o aumento dos gastos nos insumos escolares e o desempenho dos alunos, mas trabalhos como o de Hedges, Laine e Greenwald (1994) e Krueger (2003) argumentam que há sim uma relação forte entre melhores insumos escolares e o desempenho dos estudantes, e sua magnitude é tão elevada que não pode simplesmente ser ignorada.

Diversos estudos argumentam em favor da melhor qualidade da educação, como por exemplo, os trabalhos de Card e Krueger (1990) que concluem que a qualidade da escola explica a maior parte da variação de renda dos indivíduos, o de Hanushek (2002) que afirma que investimentos públicos em melhorias da qualidade escolar teriam efeitos de longo prazo que compensariam os gastos correntes, e o estudo de Hanushek, Lavy e Hitomi (2006) que encontraram evidências de que uma melhor qualidade de educação reduz a evasão escolar em até dois terços nas escolas primárias do Egito.

Para tentar medir a qualidade de ensino das escolas, gerar mecanismos que busquem fornecer os incentivos necessários para melhorar a qualidade da educação ofertada, e que a

sociedade passe a conhecer a qualidade de ensino em cada escola, são utilizados os *Sistemas de Avaliação Externa de Ensino (Accountability Systems)*. Esses sistemas são compostos por um tripé: padrões curriculares, exames de proficiência e *accountability*. No Brasil, o sistema mais abrangente é formado pela Prova Brasil, compreendendo uma avaliação bienal e censitária que busca analisar a educação brasileira a partir de testes padronizados e questionários socioeconômicos. Porém, ela representa um *accountability fraco*, pois o resultado do índice de cada escola é publicado com o objetivo de possibilitar uma maior mobilidade social em favor de uma melhor educação básica, sem impor consequências sobre as escolas (CAMELO, 2010).

Apesar da tentativa de usar de *Accountability Systems* para se determinar a qualidade da educação, os principais insumos que determinam os resultados são incertos. Assim, conhecer e entender todos os determinantes da qualidade da educação é algo complexo. Portanto, não existe um consenso na literatura de quais seriam as principais variáveis que impactam a qualidade da educação. Mesmo não existindo tal consenso, é notório que as principais variáveis levantadas pela literatura são as características físicas das salas de aula, das escolas, a quantidade de alunos por classe, o nível de instrução dos professores, as características familiares e o nível socioeconômico dos alunos e das escolas. Vale salientar que o impacto das características familiares em diversos estudos supera as características das escolas, resultados estes verificados, por exemplo, em Barros et al (2001), e Albernaz, Ferreira e Franco (2002).

Dentre essas variáveis, o tamanho da turma tem sido particularmente estudado, principalmente por ser o insumo mais fácil de ser modificado. Os pais, professores e alunos geralmente preferem turmas menores, pois acreditam que turmas menores geram um melhor ambiente, possibilitando maior aprendizado. Nesse aspecto, existem duas teorias que relacionam o tamanho da turma com os resultados acadêmicos, a teoria *construtivista* e a teoria *behaviorista*. A teoria *construtivista* afirma que classes menores são mais eficientes porque permitem uma maior participação dos alunos e maior interação com os colegas e professores. Por outro lado, a teoria *behaviorista* defende que turmas maiores podem ser eficientes, pois o fator principal para o desempenho do aluno é o comportamento e as qualificações dos professores.

Porém, estudar o impacto do tamanho da turma sobre o desempenho acadêmico tem sido algo difícil de se realizar, pois existe a grande possibilidade de endogeneidade, ou seja, esse insumo escolar pode estar correlacionado com fatores não observáveis que interferem no desempenho dos alunos.

Assim como nas teorias, foram observadas divergências entre os resultados dos estudos empíricos que tentam analisar o impacto do tamanho da turma sobre o desempenho dos estudantes. Foram encontrados estudos com impacto positivo, negativo e estudos inconclusivos. Em relação aos estudos inconclusivos, uma possível explicação para os resultados encontrados é o fato de que o nível de insumos escolares varia entre as escolas, e essas diferenças estão normalmente associadas a outros fatores, como por exemplo o nível socioeconômico dos alunos.

Estudos como o de Glass e Smith (1979) e Glass et al (1982) encontraram que classes menores melhoram o desempenho dos estudantes. Card e Krueger (1992a, 1992b) encontraram que classes com menores taxas de alunos por professor estão associadas a maiores salários futuros para os alunos que as compõem. Krueger (1999) utilizou de dados do programa *STAR* (*Student Teacher Achievement Ratio*), em que o autor analisou o efeito do tamanho da turma baseado em um experimento natural, e encontrou que salas menores melhoram o desempenho dos alunos. Resultados também encontrados nos estudos de Angrist e Lavy (1999) e no estudo de Case e Deaton (1999).

Já os estudos de Hoxby (1996, 2000) não apresentaram nenhum efeito significativo do tamanho da turma sobre o desempenho escolar, usando dados para os Estados Unidos. Asadullah (2002) também encontrou que não há efeito significativo do tamanho da turma sobre o desempenho dos alunos de Bangladesh. De modo semelhante, no estudo de Ofsted (1995) concluiu-se que não é o tamanho da turma que mais exerce influência sobre o desempenho dos alunos e sim a qualidade do professor em sala de aula. Corroborando as divergências entre os resultados presentes na literatura, Bourke (1986) utilizou dados de turmas da quarta série de matemática da Austrália e observou que os melhores alunos, com maiores habilidades, encontravam-se em turmas maiores. Para o Brasil, o estudo de Camargo (2012), que busca analisar o impacto da política de “enturmação” sobre o tamanho da turma, e este sobre o desempenho dos alunos dos quintos e nonos anos da rede estadual de ensino do Rio Grande do Sul, também não encontrou efeito significativo do tamanho da turma sobre os resultados dos alunos.

Alguns pontos levantados na literatura sobre o tamanho da turma merecem destaque, como por exemplo: os efeitos do tamanho da turma estão associados com outras variáveis como a qualidade do professor, o aspecto físico da sala de aula, da escola e o nível socioeconômico

dos alunos; o impacto do tamanho da turma varia para as diversas séries; os critérios utilizados para se formar as turmas podem interferir no desempenho dos alunos.

Vale destacar que o insumo quantidade de alunos por turma vem sendo estudado e discutido a muito tempo. Relata-se que o início dessa discussão ocorreu com a *Babylonian Talmud*, que discute regras sobre a determinação do tamanho da classe e sobre a quantidade de alunos por professor nos estudos bíblicos. Por volta do século XII, um rabino denominado Maimônides estudou os textos que compõem a *Babylonian Talmud* e chegou à conclusão que as classes de aula deveriam apresentar um tamanho máximo, se esse tamanho fosse ultrapassado então as classes deveriam ser divididas. As ideias de Maimônides sobre tamanho da turma estão relacionadas com o número de matrículas em uma determinada série e em uma dada escola, e a partir delas criou-se uma função matemática que determina o *tamanho da turma previsto pela Regra de Maimônides*, possibilitando estudar o impacto da quantidade de alunos por classe sobre o desempenho dos estudantes, como pode ser visto em Angris e Lavy (1999).

Dessa forma, o presente estudo analisou o impacto do tamanho da turma sobre o desempenho dos estudantes dos nonos anos do ensino fundamental da rede estadual de ensino de Pernambuco, nos exames de Língua Portuguesa e Matemática da Prova Brasil. Neste trabalho utilizou-se da abordagem de Variável Instrumental e do Desenho de Regressão com Descontinuidade para eliminar o viés da variável omitida, usando o tamanho da turma previsto pela *Regra de Maimônides* como instrumento, pois este está associado ao tamanho da turma observado e apresenta como principais características a não linearidade e descontinuidade.

Assim, além desta introdução este trabalho divide-se em mais 3 seções, metodologia, resultados e considerações finais.

## 2. METODOLOGIA

### 2.1 DADOS E ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS

Foram utilizados neste estudo dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), especificamente os microdados da Prova Brasil e o indicador de Nível Socioeconômico dos alunos, referentes ao ano de 2013.

A Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (Anresc), mais conhecida como Prova Brasil, é uma avaliação bienal e censitária que envolve todas as escolas da rede pública de ensino, que possuem pelo menos 20 alunos matriculados no quinto e nono anos (quarta e oitava séries) do ensino fundamental regular. A Prova Brasil busca analisar a educação brasileira a partir de testes padronizados e questionários socioeconômicos, oferecendo informações sobre cada escola participante, estudantes e corpo docente. São aplicados aos estudantes dessas séries dois exames: Língua Portuguesa, que enfatiza os aspectos relacionados a leitura e interpretação textual, e Matemática, que busca analisar a capacidade dos respondentes em resolver problemas e a sua utilização da lógica. No questionário socioeconômico, são fornecidas informações do contexto familiar dos estudantes, que podem estar associados ao seu desempenho nos exames, descrito na literatura como *background familiar*.

As questões dos exames são baseadas na Teoria de Resposta ao Item (TRI), o que permite que a nota final de cada estudante seja comparada no tempo e entre as séries. Dessa forma, para este estudo são utilizados os dados de proficiência dos alunos nos testes de Língua Portuguesa e Matemática, medidos numa escala padronizada do Sistema de Avaliação da Educação Brasileira (SAEB) com média 250 e desvio padrão 50.

Outras informações relevantes para a avaliação da educação nacional são coletadas através da aplicação de questionários aos professores e diretores das escolas avaliadas, como atividades desenvolvidas pelos professores e diretores, suas opiniões sobre as atividades desenvolvidas dentro da escola, seu nível de instrução, entre outros.

Além dos dados sobre a proficiência dos alunos nos exames, os microdados da Prova Brasil fornecem informações sobre o número de matrículas por série em cada escola, o número de turmas de cada série e a quantidade de alunos por turma em cada série, esta representa o tamanho da turma ao qual o aluno pertence.

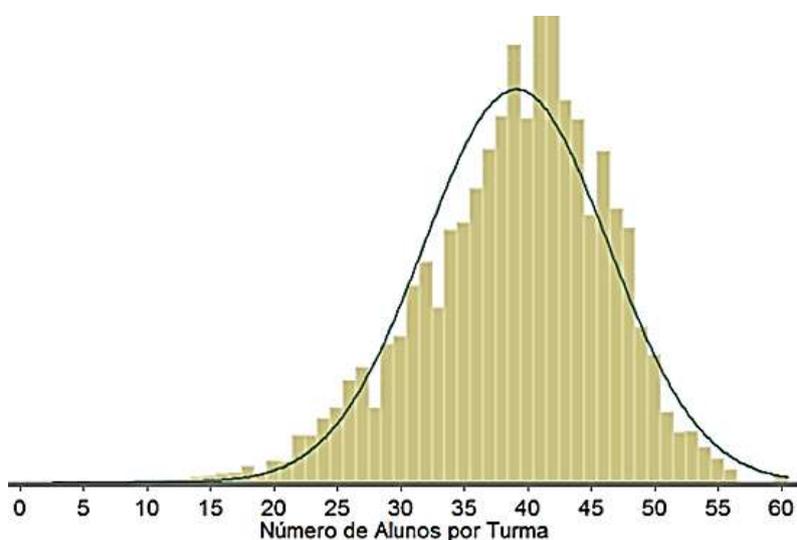
O nível socioeconômico dos alunos compreende um índice de valor absoluto que foi obtido para os alunos, classificando as escolas nas seguintes categorias: muito baixo, baixo, médio baixo, médio, médio alto, alto e muito alto.

Apesar dos microdados da Prova Brasil apresentarem informações para todos os estados do país, neste estudo foram apenas utilizados os alunos pertencentes ao nono ano (oitava série) das escolas públicas estaduais de Pernambuco, referentes ao ano de 2013. A análise para o quinto ano não foi realizada pois o número de alunos que fizeram a Prova Brasil em 2013 e pertencem a rede estadual de ensino é bastante reduzido, cerca de 5,19% de toda a amostra, o que dificultou as estimações.

O Gráfico 1 apresenta a distribuição dos alunos por turma nas escolas analisadas, para o nono ano do ensino fundamental da rede estadual de ensino. Percebe-se que a maior concentração está nas turmas que contêm entre 30 a 50 alunos, com destaque para as turmas que contêm entre 40 e 49 alunos, representando 46,8% de toda a amostra.

### **Gráfico 1. Distribuição do número de alunos por turma.**

#### **Alunos dos 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Pernambuco, 2013.**



Fonte: Elaborado pelo autor. Dados Prova Brasil 2013.

Percebe-se por meio da Tabela 1, que apresenta as estatísticas descritivas dos dados, que o tamanho médio das turmas é de 39 alunos por classe, o que confirma a análise do gráfico. Analisando a quantidade de matrículas por escola, nota-se que as escolas estaduais de Pernambuco apresentam uma grande quantidade de estudantes matriculados no nono ano, com

média de 129 alunos por escola. Esse valor pode indicar que, em relação a quantidade de alunos, há poucas escolas públicas estaduais, o que também é reforçado pela grande quantidade de turmas que apresentam mais de 40 alunos.

Nas seções subsequentes serão apresentadas as identificações aplicadas neste estudo, o método de Variável Instrumental (*IV*), e o método de *Regression Discontinuity Designs (RDD)*.

**Tabela 1. Estatísticas descritivas. Alunos 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Pernambuco,**

<b>9º Ano do Ensino Fundamental</b>					
	<b>Frequência</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio-padrão</b>	<b>Mínimo</b>	<b>Máximo</b>
<b>Tamanho da turma</b>	51.318	39,43	7,01	13	60
<b>Matrículas</b>	51.318	128,09	66,27	20	468
<b>Nível socioeconômico</b>	51.318	45,24	3,08	35,38	62,55
<b>Proficiência em Português</b>	51.318	231,73	45,67	124	379,16
<b>Proficiência em Matemática</b>	51.318	236,21	43,90	130,39	405,66

Fonte: Elaborado pelo autor. Dados Prova Brasil 2013.

## 2.2 VARIÁVEIS INSTRUMENTAIS

Esta seção se inicia especificando a principal equação de interesse, em que se relaciona as notas nos exames da Prova Brasil com o tamanho da turma que o aluno pertence. Dessa forma, para o  $i$ -ésimo estudante pertencente a escola  $s$  e turma  $c$  pode-se escrever:

$$y_{isc} = X'_s\beta + n_{sc}\alpha + \gamma n_s + e_{isc} \quad (1)$$

Onde  $y_{isc}$  representa a nota na prova de Língua Portuguesa ou Matemática do  $i$ -ésimo aluno pertencente a escola  $s$  e turma  $c$ ,  $X'_s$  é um vetor de características da escola, algumas vezes inclui funções do número de matrículas,  $n_{sc}$  é o tamanho da turma  $c$  da escola  $s$  para o  $i$ -ésimo aluno, e  $n_s$  é um componente aleatório i.i.d da escola  $s$ , que no caso deste estudo é o nível socioeconômico dos alunos que a compõe. O último termo da equação (1),  $e_{isc}$ , é um componente de erro pertencente ao  $i$ -ésimo aluno (ANGRIST; LAVY, 1999).

A equação (1) descreve as notas dos estudantes sobre o tamanho da turma, controlando por algum efeito de  $X_s$ . Embora essa equação seja linear e apresente coeficientes constantes, com  $\alpha$  sendo parâmetro de interesse, ela não necessariamente proporciona uma interpretação causal de  $\alpha$ <sup>1</sup>. Isso ocorre pois  $n_{sc}$  não é construído de forma aleatória e na prática é provável ser correlacionado com componentes do erro da equação (1).

Assim, a estimação da equação (1) via *Ordinary Least Squares (OLS)* não tem uma interpretação causal. Essa abordagem possui um problema de correlação entre os componentes presentes no termo de erro e o tamanho da turma, denominado viés de variável omitida, ou seja,  $cov(n_{sc}, e_{isc}) \neq 0$ . Isso viola a principal suposição do método *OLS*, em que os regressores são independentes do termo de erro  $e_{isc}$ , e como consequência a estimação do impacto tamanho da turma, dado por  $\alpha$ , também é viesada.

Para solucionar o problema de variável omitida pode ser aplicada a abordagem de Variáveis Instrumentais<sup>2</sup> (*Instrumental Variables – IV*), também utilizada para variáveis de controle ausentes ou não identificadas (ANGRIST; PISCHKE, 2008).

O método *IV* supõe que o viés de variável omitida é corrigido ao utilizar uma variável, chamada de instrumento ( $Z_i$ ), que é correlacionada com a variável causal de interesse, mas que por sua vez não é correlacionada com características não observadas que afetam a variável

---

<sup>1</sup> Para ver mais detalhes veja Angrist e Imbens (1995) e Angrist e Lavy (1999).

<sup>2</sup> Para ver uma breve história e os principais usos de *IV* veja Angrist e Krueger (2001).

dependente. Formalmente,  $cov(e_{isc}, Z_i) = 0$ . A abordagem *IV* tem como objetivo eliminar a correlação entre  $n_{sc}$  e  $e_{isc}$ , mas para conseguir tal feito é necessário encontrar um instrumento que atenda a duas características principais:

- a. O instrumento  $Z_i$  seja correlacionado com  $n_{sc}$ , ou seja,  $cov(n_{sc}, Z_i) \neq 0$
- b. O instrumento  $Z_i$  seja não correlacionado com  $e_{isc}$ , ou seja,  $cov(e_{isc}, Z_i) = 0$ . Esta afirmação é chamada de restrição de exclusão, pois  $Z_i$  pode ser dito excluído do modelo causal de interesse.

Assim, o instrumento afeta o tamanho da turma em que o *i-ésimo* aluno se encontra, mas não está correlacionado com os fatores que afetam as notas na Prova Brasil. O instrumento utilizado neste estudo será detalhado na seção seguinte.

A interpretação causal do modelo será válida assumindo-se que após controlar por  $X_s$ , a única razão para alguma associação entre o instrumento e as notas nos exames é a associação entre o instrumento e o tamanho da turma (ANGRIST; LAVY, 1999).

A abordagem de Variável Instrumental está tipicamente associada ao método *Two-Stage Least Squares* (2SLS). Para isolar a parte da variável de tratamento ( $n_{sc}$ ) que é independente de outras características não observáveis, que afetam as notas dos alunos nos exames da Prova Brasil ( $y_{isc}$ ), é realizada uma regressão usando a própria variável de tratamento como uma variável dependente e o instrumento como uma variável independente. Tal procedimento é chamado de primeiro estágio da regressão. Dessa forma, pode-se escrever o primeiro estágio realizado nesse estudo como:

$$n_{sc} = X_s' \pi_0 + \pi_1 n_s + Z_i \pi_2 + \xi_{sc} \quad (2)$$

Onde  $\pi_0$ ,  $\pi_1$  e  $\pi_2$  são parâmetros e  $X_s'$  é um vetor de covariáveis da escola que incluem funções do número de matrículas,  $n_s$  é o nível socioeconômico dos alunos, e  $\xi_{sc}$  é um termo de erro. Segundo Angrist e Lavy (1999) esse termo de erro é definido como o resíduo da regressão populacional de  $n_{sc}$  sobre  $X_s$ ,  $n_s$  e sobre o instrumento  $Z_i$ . Este resíduo captura outros fatores que estão provavelmente relacionados com as notas dos estudantes nos exames de Língua Portuguesa e Matemática, fazendo com que as estimações via *OLS* não tenham uma interpretação causal.

Substituindo a equação (2) na equação (1) obtém-se a equação de forma reduzida do modelo 2SLS. O método *Two-Stage Least Squares* pode realizar a estimação da equação (1)

através de dois procedimentos. Primeiro estima-se a equação (2), após a estimação desse primeiro estágio é obtido o chamado tratamento previsto,  $\hat{n}_{sc}$ , que representa a parte do tratamento afetada apenas pelo instrumento  $Z_i$ , e que incorpora apenas a variação exógena do tratamento. Depois que esse valor previsto é obtido, o mesmo é utilizado para realizar a estimação da equação (1) substituindo  $n_{sc}$  por  $\hat{n}_{sc}$ , assim temos a equação de segundo estágio:

$$y_{isc} = X'_s\beta + \alpha\hat{n}_{sc} + n_s + [e_{isc} + \alpha(n_{sc} - \hat{n}_{sc})] \quad (3)$$

Segundo Angrist e Pischke (2008) o estimador resultante é consistente para  $\alpha$ , porque as covariáveis e os valores ajustados pelo primeiro estágio são não correlacionados com ambos  $e_{isc}$  e  $(n_{sc} - \hat{n}_{sc})$ . Segundo os autores, outra forma de observar o valor de  $\alpha$  é através da seguinte relação:

$$\alpha = \frac{cov(y_{isc}, \tilde{Z}_i)}{cov(n_{sc}, \tilde{Z}_i)} \quad (4)$$

Onde,  $\tilde{Z}_i$  é o resíduo da regressão de  $Z_i$  sobre as covariáveis exógenas,  $X_s$  e  $n_s$ . Dessa forma, as hipóteses  $cov(n_{sc}, Z_i) \neq 0$  e  $cov(e_{isc}, Z_i) = 0$  se mantêm, e o método IV identifica consistentemente o impacto médio do tamanho da turma atribuído ao instrumento.

Vale destacar que o problema de viés de auto seleção presente na literatura de IV não ocorre neste estudo, devido ao tipo de instrumento utilizado e as características do sistema educacional de Pernambuco. Dessa forma, a próxima seção apresenta o instrumento usado neste trabalho, o tamanho da turma previsto pela “Regra de Maimônides”.

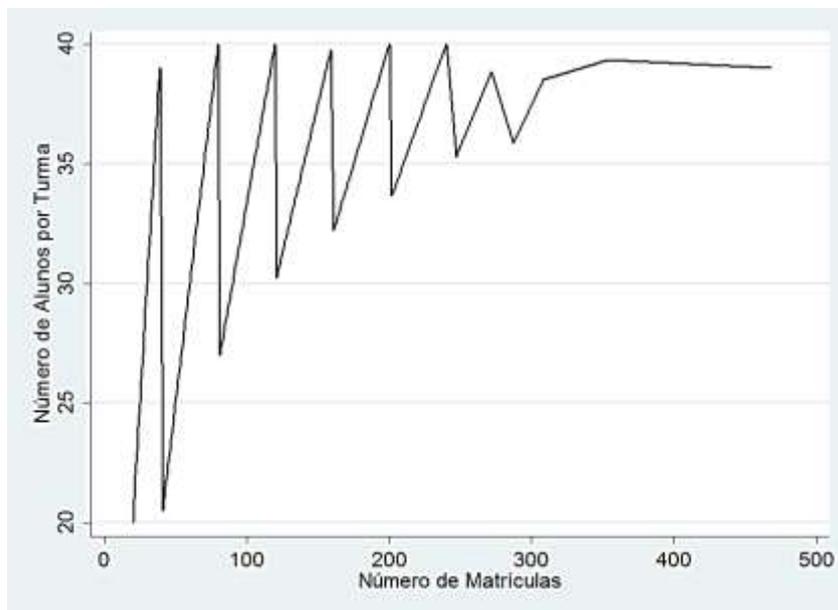
### 2.3 MAIMONIDES’ RULE

O instrumento utilizado, para determinar o impacto causal do tamanho da turma sobre as notas nos exames da Prova Brasil é o tamanho da turma previsto pela “Regra de Maimônides”.

No século XII o Rabino *Maimônides* interpretou a discussão da *Babylonian Talmud* sobre o tamanho da turma da seguinte maneira: “*Twenty-five children may be put in charge of one teacher. If the number in the class exceeds twenty-five but is not more than forty, he should have an assistant to help with the instruction. If there are more than forty, two teacher must be appointed*” (HAYMSON 1937, p. 58).

O instrumento aqui usado é o mesmo usado no estudo de Angrist e Lavy (1999) que utiliza da *Regra de Maimônides* para determinar o tamanho da turma nas escolas de Israel, observando que o número máximo de alunos por turma é 40. Segundo os autores, a *Regra de Maimônides* faz uma conexão entre o número de matrículas em uma determinada série e a quantidade de alunos por turma que aquela série deveria apresentar. Por exemplo, se uma determinada escola apresenta até 40 matrículas em uma determinada série, os alunos devem ser agrupados em uma única turma, mas se o número de matrículas for 41 então os alunos devem ser divididos em duas turmas de igual tamanho, cada uma contendo 20,5 alunos. Se a escola possui 80 matrículas numa série, os alunos devem ser distribuídos em duas turmas de 40 alunos, mas se houver 81 matrículas então os alunos serão divididos em 3 turmas de 27 alunos, e assim sucessivamente. Dessa forma, fica claro que o tamanho da turma cresce numa relação de um para um com o número de matrículas, até múltiplos de 40, depois há uma queda brusca na quantidade de alunos por turma devido a divisão das classes, como pode ser visto no Gráfico 2.

**Gráfico 2. Distribuição do tamanho das turmas, segundo a Regra de Maimônides.  
Alunos dos 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Pernambuco, 2013.**



Fonte: Elaborado pelo autor. Dados Prova Brasil 2013.

Ressalta-se que a *Regra de Maimônides* presume que os alunos sejam divididos em turmas de igual tamanho, mas nem sempre isso é observado, pois nada impede que as escolas dividam suas turmas antes que o número máximo de alunos seja alcançado.

O número máximo de alunos por turma no nono ano das escolas estaduais de Pernambuco deve seguir a Instrução Normativa de Cadastro Escolar e Matrícula N° 07/2012 publicada em diário oficial do estado de Pernambuco no dia 11/10/2012. Segundo essa Instrução e a Resolução do CEE/PE n° 03/2006 de 14/03/2006, o número máximo de estudantes por turma do sexto ao nono ano não deverá ultrapassar 40 alunos (PERNAMBUCO, 2012).

Para formalizar a regra usada neste estudo, define-se o tamanho da turma previsto como:

$$f_{sc} = \frac{e_s}{\text{int}\left[\frac{(e_s-1)}{40}\right]+1} \quad (5)$$

Onde,  $f_{sc}$  é o tamanho da turma previsto, em cada série, para a turma  $c$  e na escola  $s$ . As matrículas, computadas no começo do ano letivo, dos alunos em determinada série, são representadas por  $e_s$ ,  $\text{int}(x)$  é a parte inteira de um número real  $x$ . Vale destacar que se supõe que as turmas são divididas em tamanhos iguais no ponto de corte. Essa função possui um padrão de *sawtooth* com descontinuidades nos múltiplos de 40, e ao mesmo tempo,  $f_{sc}$  é uma função crescente no número de matrículas,  $e_s$ . A equação (5) permite que as matrículas, em uma determinada série, no corte de 1-40 sejam agrupadas em uma única turma, matrículas no corte de 41-80 são agrupadas em duas turmas possuindo de 20,5 a 40 alunos cada uma, já matrículas no corte de 81-120 são divididas em 3 turmas com 27 a 40 alunos cada uma, e assim por diante. Portanto,  $f_{sc}$  é fixa intra escola (CAMARGO, 2012)

Neste estudo, como dito anteriormente, usou-se o tamanho da turma previsto pela *Regra de Maimônides* para construir uma variável instrumental que buscasse estimar o efeito do tamanho da turma sobre as notas dos estudantes. Segundo Angrist e Lavy (1999) apesar de  $f_{sc}$  e o tamanho da turma observado serem funções do número de matrículas,  $f_{sc}$  é uma função não linear e descontínua, e além disso pode-se controlar por funções suaves dos efeitos do número de matrículas quando usa-se essa regra como instrumento.

Existem duas hipóteses de identificação que fazem com que esse instrumento seja um instrumento válido, são elas:

- a. Quaisquer outros efeitos do número de matrículas sobre as notas dos exames de Língua Portuguesa e Matemática, da Prova Brasil, estão devidamente controlados pelas covariáveis incluídas no modelo;
- b. Os pais não conseguem manipular a regra a fim de alocar seus filhos em escolas com turmas menores.

A primeira hipótese não é testável, por isso é utilizado no vetor de covariáveis diversas especificações para o número de matrículas, essas especificações incluem funções linear, polinomial, e uma *piecewise linear function* do número de matrículas, além de utilizar o nível socioeconômico dos alunos como um controle. No que se refere a segunda hipótese, a hipótese de que não há auto seleção, ela é mais crível pois as características do sistema educacional de Pernambuco não permitem que haja essa manipulação por parte dos pais.

Os alunos são matriculados nas escolas de acordo com a sua residência, assim são encaminhados para escolas próximas à residência dos mesmos. Haveria a necessidade de uma justificativa por parte dos pais, como por exemplo, uma mudança de endereço, que necessitaria ser comprovada para que o aluno não fosse alocado para determinada escola. Outro ponto que torna a auto seleção mais difícil é a questão do tempo de deslocamento. Os pais não têm incentivo em matricular seus filhos em escolas que não estejam próximas da sua residência, pois os estudantes gastariam muito tempo para ir e voltar das escolas. Esses motivos dificultam o processo de auto seleção, mas mesmo que esse mecanismo tenha ocorrido acredita-se que a magnitude desse efeito não seja grande o suficiente para comprometer os resultados.

Como mencionado acima este trabalho utiliza do método de Variável Instrumental e da *Regression Discontinuity Designs (RDD)*. A associação entre esses métodos ocorre pois este estudo explora o fato que o regressor de interesse, o tamanho da turma, é particularmente determinado por uma função conhecida e descontínua de uma observada covariável, o número de matrículas, e pelo fato de se usar um instrumento descontínuo e não linear. Esse tipo de associação pode ser encontrado na literatura, Campbell (1969) faz uma discussão sobre métodos não experimentais em pesquisa de avaliação, e Angrist e Lavy (1999) utilizam dessa relação para determinar o impacto do tamanho da turma sobre os resultados dos estudantes em Israel. Desse modo, a próxima seção apresenta a abordagem da *Regression Discontinuity Designs (RDD)*.

#### **2.4 REGRESSION DISCONTINUITY DESIGNS (RDD)**

A *Regra de Maimônides* pode ser usada para identificar os efeitos do tamanho da turma, pois induz uma descontinuidade na relação entre o número de matrículas em determinada série e o tamanho da classe por meio de múltiplos de 40 no número de matrículas (ANGRIST; LAVY, 1999).

Descontinuidades na implantação de um tratamento baseada em fatores exógenos podem ser úteis para se estimar os efeitos do tratamento. A abordagem da Regressão com Descontinuidade explora o fato de que as regras que determinam um tratamento são conhecidas. Segundo Angrist e Pischke (2008), a identificação da *Regression Discontinuity Designs* apresenta a ideia de que o mundo é tipicamente baseado em regras, algumas delas são arbitrárias e por essa razão geram bons experimentos. Complementando, Camargo (2012) afirma que as regras de elegibilidade para o tratamento podem ser utilizadas como um instrumento para identificar exogeneamente quem serão os tratados e os não tratados.

Um dos pontos principais da *RDD* é que, para realizar comparações, são utilizados indivíduos que estejam próximos da vizinhança de descontinuidade, chamada de *threshold ou cutoff*, ou seja, a amostra relevante para se estimar o impacto do tratamento são indivíduos tratados e não tratados que se localizam próximo desse ponto de descontinuidade. Assim, indivíduos abaixo ou acima do *cutoff*, supondo que ambos são similares em características observáveis, podem ser distinguidos em termos de seus respectivos resultados. Contudo, para que essas comparações sejam possíveis é necessário que a amostra a ser comparada localize-se suficientemente próxima do *cutoff*.

Um fato explorado neste estudo é que a abordagem da *RDD* e a abordagem *IV* são similares no sentido que ambas introduzem uma variável exógena, que é altamente correlacionada com o tratamento. Portanto, ambos os métodos exploram uma variação exógena para medir os impactos de uma política, como a determinação por parte do estado de Pernambuco do tamanho máximo da turma.

Existem dois tipos de Regressão com Descontinuidade, o tipo *Sharp RD (SRD)* e o tipo *Fuzzy RD (FRD)*. Neste estudo foi utilizado a abordagem *Fuzzy* pois segundo Angrist e Lavy (1999) as características de  $f_{sc}$  fazem com que a probabilidade de ser considerado tratado e não tratado não mude de forma determinística. Esse método é especialmente poderoso e flexível e pode ser associado ao modelo *2SLS*.

Segundo Angrist e Pischke (2008), o *Fuzzy RD* explora descontinuidades na probabilidade ou valor esperado de um tratamento condicional a uma covariável. Para a implementação do *FRD*, os autores argumentam que a descontinuidade se torna um instrumento para o status do tratamento. Assim,  $g_0(Z_i)$  e  $g_1(Z_i)$  são funções que podem ter qualquer forma, contanto que elas difiram uma da outra no ponto  $z_0$ . Nesse ponto, há um salto na probabilidade de ser tratado, de tal forma que:

$$P(D_i = 1|Z_i) = \begin{cases} g_0(Z_i), & \text{se } Z_i \geq z_0 \\ g_1(Z_i), & \text{se } Z_i < z_0 \end{cases} \quad (6)$$

Onde,  $g_1(Z_i) \neq g_0(Z_i)$ . Assume-se que  $g_1(Z_i) > g_0(Z_i)$ , portanto  $Z_i > z_0$  é mais propenso a receber o tratamento. A relação entre a probabilidade de receber o tratamento e  $Z_i$  é dada por:

$$E(D_i|Z_i) = P(D_i = 1|Z_i) = g_0(Z_i) + [g_1(Z_i) - g_0(Z_i)]T_i \quad (7)$$

Onde  $T_i = 1(Z_i \geq z_0)$ . Dessa forma,  $T_i$  é uma *dummy* que indica tratamento e o ponto de descontinuidade em  $E(D_i|Z_i)$ . A *FRD* assemelha-se, como anteriormente apresentado, com a estratégia de *2SLS* e é construída com interação entre o tratamento e as covariáveis.

Supondo que  $g_0(Z_i)$  e  $g_1(Z_i)$  podem ser descritas como polinômios de ordem  $p$ , tem-se:

$$E(D_i|Z_i) = \delta_{00} + \delta_{01}Z_i + \delta_{02}Z_i^2 + \dots + \delta_{0p}Z_i^p + [\pi + \delta_1^*Z_i + \delta_2^*Z_i^2 + \dots + \delta_p^*Z_i^p]T_i \quad (8)$$

$$E(D_i|Z_i) = \delta_{00} + \delta_{01}Z_i + \delta_{02}Z_i^2 + \dots + \delta_{0p}Z_i^p + \pi T_i + \delta_1^*Z_i T_i + \delta_2^*Z_i^2 T_i + \dots + \delta_p^*Z_i^p T_i \quad (9)$$

Assim, o primeiro estágio é:

$$D_i = \delta_{00} + \delta_{01}Z_i + \delta_{02}Z_i^2 + \dots + \delta_{0p}Z_i^p + \pi T_i + \xi_{1i} \quad (10)$$

Onde  $\pi$  mede o efeito de primeiro estágio de  $T_i$ . A forma reduzida do *Fuzzy RD* é dada pela seguinte equação:

$$y_i = \mu + k_1Z_i + k_2Z_i^2 + k_3Z_i^3 + \dots + k_pZ_i^p + \rho\pi T_i + \xi_{2i} \quad (11)$$

A versão não paramétrica do *FRD* consiste em se estimar por *IV* as equações em uma pequena vizinhança em torno do ponto de descontinuidade. A forma reduzida da esperança condicional de  $y_i$  próximo a  $z_0$  é:

$$E[y_i|z_0 < Z_i < z_0 + \Delta] - E[y_i|z_0 - \Delta < Z_i < z_0] \cong \rho\delta_0^* \quad (12)$$

Similarmente, o primeiro estágio para  $D_i$  é dado por:

$$E[D_i|z_0 < Z_i < z_0 + \Delta] - E[D_i|z_0 - \Delta < Z_i < z_0] \cong \delta_0^* \quad (13)$$

Portanto, tem-se:

$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{E[y_i|z_0 < Z_i < z_0 + \Delta] - E[y_i|z_0 - \Delta < Z_i < z_0]}{E[D_i|z_0 < Z_i < z_0 + \Delta] - E[D_i|z_0 - \Delta < Z_i < z_0]} = \rho \quad (14)$$

Assim, a equação (14) representa o estimador de Wald, que utiliza  $T_i$  como instrumento para  $D_i$  em uma vizinhança  $\Delta$  de  $z_0$ . O estimador de Wald para o *Fuzzy RD* captura o efeito causal dos *compliers*<sup>3</sup> na vizinhança em que  $Z_i = z_0$ .

Para este estudo o primeiro estágio pode ser definido como:

$$n_{sc} = \delta_{00} + \delta_{01}e_s + \delta_{02}e_s^2 + \dots + \delta_{0p}e_s^p + \pi f_{sc} + \xi_{sc} \quad (15)$$

E a forma reduzida do *Fuzzy RD* para esse trabalho é obtida substituindo a equação (15) na equação (1) obtendo a seguinte equação:

$$y_{isc} = \gamma_0 + \gamma_1 n_s + \beta_1 e_s + \beta_2 e_s^2 + \dots + \beta_p e_s^p + \rho \pi f_{sc} + \xi_{isc} \quad (16)$$

Esta interpretação do *Fuzzy RD* foi introduzida por Hahn, Todd e Van der Klaauw (2001). Eles desenvolveram um *IV* não paramétrico usando uma regressão linear local para estimar a parte superior e inferior do estimador de Wald com menos viés. Eles usaram o modelo *2SLS* com linear e polinomial controles, mas o modelo é ajustado para uma amostra descontínua, ou seja, o modelo usa dados a partir da amostra completa e de uma sub amostra restrita as observações próximas dos pontos de descontinuidade. A ideia de usar amostras descontínuas resume-se em: inicia-se com um o modelo *2SLS* paramétrico com toda a amostra, todas as observações, e realiza as estimações. Em seguida restringe a amostra para pontos próximo do valor de *cutoff*, e livra-se da maioria ou de todos os controles polinomiais. Inicialmente, o método *2SLS* realiza as estimações na amostra descontínua com poucos

---

<sup>3</sup> São definidos como os indivíduos cujo status de tratamento muda quando se aproxima de valores para a direita ou para a esquerda do *cutoff* (ANGRIST; PISCHKE, 2008).

controles e suas estimativas serão coerentes com as estimativas mais precisas construídas utilizando a amostra maior, amostra completa (ANGRIST; PISCHKE, 2008).

Assim, algumas análises realizadas neste estudo estão restritas a escolas que apresentam matrículas próximas dos pontos de descontinuidade. Portanto, foram consideradas escolas que possuem matrículas nos intervalos  $\pm 5$  e  $\pm 3$ , ou seja, irão compor essa amostra as escolas que fazem parte dos seguintes conjuntos de intervalos:  $[(36,45),(76,85),(116,125),(156,165)]$  e  $[(38,43),(78,83),(118,123),(158,163)]$ .

Como apresentado anteriormente, são usadas funções do número de matrículas como controles. Foram utilizadas neste estudo as funções linear, quadrática e uma contínua *piecewise linear trend*, com inclinações iguais a inclinação de  $f_{sc}$  nos segmentos lineares. A tendência é definida no intervalo  $[0,200]$  como segue:

$$e_s, se e_s \in [0,40]$$

$$\frac{e_s}{2} + 20, se e_s \in [41,80]$$

$$\frac{e_s}{3} + \frac{100}{3}, se e_s \in [81,120]$$

$$\frac{e_s}{4} + \frac{130}{4}, se e_s \in [121,160]$$

$$\frac{e_s}{5} + \frac{160}{5}, se e_s \in [161,200]$$

Alguns pontos que merecem destaque são: neste estudo o primeiro estágio explora saltos no tamanho da turma ao invés de probabilidades; são usadas múltiplas descontinuidades, pois as turmas são divididas em múltiplos de 40; e a principal variável causal de interesse assume muitos valores, e não está restrita a valores binários.

A próxima seção apresenta os principais resultados<sup>4</sup> deste estudo, encontrados via *OLS* e *2SLS* com os diversos controles usados, além dos resultados para a amostra completa e para as sub amostras contendo as escolas próximas do ponto de descontinuidade.

---

<sup>4</sup> Todos os resultados relatados neste estudo apresentam seus desvios-padrão corrigidos por *cluster* de turma, pois acredita-se que há a possibilidade da existência de turmas diferentes, mesmo estas estando localizadas na mesma escola. Também foram realizadas estimações com desvios-padrão corrigidos por *cluster* de escola, mas os

### 3. RESULTADOS

#### 3.1 ESTIMAÇÃO VIA OLS

As estimativas via *OLS* mostram uma forte e positiva correlação entre o tamanho da turma e as notas nos exames da Prova Brasil. Esses resultados podem ser vistos na Tabela 2 que reportam as estimativas para as notas nas provas de Língua Portuguesa e Matemática para os alunos do nono ano da rede estadual de ensino. São apresentadas as três especificações do modelo usadas, ou seja, é apresentado o modelo que não utiliza nenhum controle, o que usa apenas o índice do nível socioeconômico dos alunos da escola como controle, e por último o modelo que adiciona o número de matrículas como controle.

Sem utilizar nenhum controle o efeito estimado do tamanho da turma sobre a nota de Língua Portuguesa é 0,22 com p-valor igual a 0,001. Para a prova de Matemática o efeito estimado é na ordem de 0,154 com p-valor igual a 0,017. Ao adicionar o nível socioeconômico como controle percebe-se que as magnitudes dos efeitos estimados do tamanho da turma sobre as notas nos exames caem, mas ainda apresentam sinal positivo. Para a prova de Língua Portuguesa o efeito é igual a 0,1431 e p-valor igual a 0,02. Vale destacar que a redução na magnitude do efeito é maior para a prova de Matemática, com a inclusão desse controle o efeito é na ordem de 0,0884, mas agora o tamanho da turma passa a não ser estatisticamente significativo com p-valor igual a 0,159.

A última especificação do modelo *OLS* usa além do índice de nível socioeconômico o número de matrículas como controle. Com essa especificação o efeito estimado do tamanho da turma sobre a nota da prova de Língua Portuguesa é igual a 0,23 com p-valor igual a 0,001. Para a prova de Matemática esse efeito foi na ordem de 0,16 e p-valor igual a 0,023.

Todas as especificações mostraram uma relação positiva entre o tamanho da turma e as notas nos exames, mas ainda não há evidências de que pequenas classes sejam melhores. Isso pode ter ocorrido devido a diferenças entre escolas, pois existe a possibilidade de que escolas com turmas maiores sejam as escolas que apresentem os melhores alunos. Portanto, como anteriormente mencionado, as estimações via *OLS* apresentam viés. É para tentar eliminar o viés devido às diferenças entre as escolas que a estratégia de Variável Instrumental foi utilizada.

---

resultados não foram tão significativos como o *cluster* por turma, por isso tais resultados não foram apresentados neste trabalho.

Assim, a próxima seção apresenta os principais resultados encontrados através da abordagem do *Fuzzy RD* com o modelo *2SLS*, e que utiliza de um instrumento descontínuo e não linear, o tamanho da turma previsto pela *Regra de Maimônides*.

**Tabela 2. Estimacões OLS. Alunos dos 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Pernambuco, 2013.**

<b>9º Ano do Ensino Fundamental</b>						
	<b>Língua Portuguesa</b>			<b>Matemática</b>		
	<b>(1)</b>	<b>(2)</b>	<b>(3)</b>	<b>(1)</b>	<b>(2)</b>	<b>(3)</b>
<b>Tamanho da turma</b>	0,2191	0,1431	0,2274	0,1539	0,0884	0,1571
	(0,0637)	(0,0614)	(0,0666)	(0,0645)	(0,0627)	(0,0691)
	[0,0010]	[0,0200]	[0,0010]	[0,0170]	[0,1590]	[0,0230]
<b>Nível socioeconômico</b>	–	1,7024	1,8401	–	1,4202	1,5325
	–	(0,1923)	(0,1989)	–	(0,2379)	(0,2474)
	–	[0,00]	[0,00]	–	[0,00]	[0,00]
<b>Nº de matrículas</b>	–	–	-0,0293	–	–	-0,0239
			(0,0087)			(0,0089)
			[0,0010]			[0,0070]
<b>Root MSE</b>	45,657	45,348	45,314	43,889	43,6670	43,644
<b>R<sup>2</sup></b>	0,0011	0,0142	0,0157	0,0006	0,0104	0,0115
<b>N</b>	51587	51318	51318	51587	51318	51318

Fonte: Elaborado pelo autor. Dados Prova Brasil 2013.

Nota: Desvios-padrão (corrigidos por *cluster* de turmas) entre parêntese e P-valor entre colchetes.

### 3.2 ESTIMAÇÃO VIA 2SLS

As estimativas encontradas utilizando a abordagem *Fuzzy RD*, via 2SLS, estão de acordo com os achados de Camargo (2012), Hoxby (1996, 2000), entre outros estudos. Os efeitos estimados do tamanho da classe sobre as notas nos exames da Prova Brasil para as escolas estaduais de Pernambuco, em todas as especificações do modelo, apresentaram coeficientes negativos, porém na maioria das especificações, exceto as que utilizam apenas o nível socioeconômico como controle, as estimativas foram estatisticamente insignificantes.

A Tabela 3 apresenta os resultados para o primeiro estágio da regressão, em que o tamanho da turma é a variável dependente para as diferentes especificações do modelo e para a amostra completa. Já a Tabela 4 mostra as estimativas para as sub amostras. Compõe essas sub amostras as escolas que apresentam número de matrículas próxima dos pontos de descontinuidade, sendo estes +5/-5 alunos do ponto de descontinuidade e +3/-3 alunos do ponto de descontinuidade.

**Tabela 3. Estimativas do primeiro estágio, para amostra completa. Alunos dos 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Pernambuco, 2013.**

	Tamanho da Turma				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
$f_{sc}$	0,4039 (0,0469) [0,0]	0,3914 (0,0469) [0,0]	0,1809 (0,0512) [0,0]	0,0708 (0,0511) [0,1650]	0,0625 (0,0515) [0,2250]
Nível socioeconômico	–	0,1809 (0,0542) [0,001]	0,0593 (0,0572) [0,3]	0,0128 (0,0568) [0,822]	–
Nº de matrículas	–	–	0,0279 (0,0033) [0,0]	0,0893 (0,0076) [0,0]	–
Matrículas <sup>2</sup> /100	–	–	–	-0,0159 (0,0021) [0,0]	–
Piecewise linear trend	–	–	–	–	0,1600 (0,0112) [0,0]
Root MSE	6,7811	6,7664	6,5867	6,4314	6,5122
N	51.507	51.318	51.318	51.318	45.673

Fonte: Elaborado pelo autor. Dados Prova Brasil 2013.

Nota: Desvios-padrão (corrigidos por *cluster* de turmas) entre parêntese e P-valor entre colchetes.

Tabela 4. Estimativas do primeiro estágio, para as sub amostra. Alunos dos 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Pernambuco, 2013.

9º Ano do Ensino Fundamental										
Tamanho da Turma										
	+5/-5					+3/-3				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
$f_{sc}$	0,0783 (0,0604) [0,1950]	0,0780 (0,0606) [0,1990]	0,0287 (0,0619) [0,6430]	0,0056 (0,0607) [0,9270]	0,0221 (0,0608) [0,7160]	0,1577 (0,0723) [0,0290]	0,1381 (0,0724) [0,0570]	0,1070 (0,0754) [0,1560]	0,0669 (0,0740) [0,3660]	0,1169 (0,0731) [0,1100]
Nível socioeconômico	-	-0,0365 (0,1097) [0,7390]	-0,0529 (0,1133) [0,6400]	-0,0957 (0,1225) [0,4340]	-	-	-0,2894 (0,1355) [0,0330]	-0,2984 (0,1363) [0,0290]	-0,4150 (0,1344) [0,0020]	-
Nº de matrículas	-	-	0,0182 (0,0074) [0,0140]	0,1125 (0,0392) [0,0040]	-	-	-	0,0128 (0,0095) [0,1810]	0,1890 (0,0520) [0,0]	-
Matrículas <sup>2</sup> /100	-	-	-	-0,0409 (0,0160) [0,0110]	-	-	-	-	-0,0761 (0,0216) [0,0]	-
Piecewise linear trend	-	-	-	-	0,0612 (0,0217) [0,0050]	-	-	-	-	0,0506 (0,0289) [0,0800]
Root MSE	6,6185	6,6282	6,5892	6,5464	6,5664	6,4001	6,3541	6,3356	6,1969	6,3665
N	14.080	14.010	14.010	14.010	14.080	8.044	8.010	8.010	8.010	8.044

Fonte: Elaborado pelo autor. Dados Prova Brasil 2013.

Nota: Desvios-padrão (corrigidos por *cluster* de turmas) entre parêntese e P-valor entre colchetes.

Percebe-se que independentemente das amostras usadas e dos controles utilizados no modelo, o sinal do coeficiente de  $f_{sc}$  é sempre positivo. Para a amostra completa e sem utilizar nenhum controle, o tamanho da turma previsto pela *Regra de Maimônides* apresenta coeficiente na ordem de 0,404 e altamente significativo com p-valor igual a 0,0. Mas à medida que se introduzem controles ao modelo esse coeficiente passa a reduzir-se e até mesmo tornando-se estatisticamente insignificante. Isso pode ser observado ao se adicionar o nível socioeconômico dos alunos como controle, o valor do coeficiente de  $f_{sc}$  cai para 0,39 com p-valor igual 0,0. Acrescentando o número de matrículas como controle o valor do coeficiente passa para 0,18 mas ainda com p-valor igual a 0,0. Mas ao adicionarmos a forma polinomial do número de matrículas como controle, o coeficiente cai para 0,0708 com p-valor igual a 0,165, logo o instrumento passa a não ser mais significativo.

Uma possível explicação para tal fato é que as escolas estaduais pernambucanas não estão seguindo a lei estadual, que determina que o número máximo de estudantes no nono ano do ensino fundamental não deve ultrapassar 40 alunos por turma.

Vale destacar que para a sub amostra, composta pelos alunos das escolas que apresentam matrículas nos intervalos +5/-5 dos pontos de descontinuidade, todos os coeficientes de  $f_{sc}$  são positivos, mas estatisticamente insignificantes. Padrão muito semelhante para a sub amostra +3/-3, porém nesta amostra percebe-se coeficientes estatisticamente significantes. Sem usar nenhum controle o coeficiente de  $f_{sc}$  é igual a 0,16 com p-valor igual a 0,029. Utilizando nível socioeconômico como controle, o coeficiente muda para 0,014 com p-valor igual a 0,057. Introduzindo os demais controles esse coeficiente passa a ser estatisticamente insignificante, apresentando mais indícios de que o limite máximo não é seguido, o que também é verificado pelos dados.

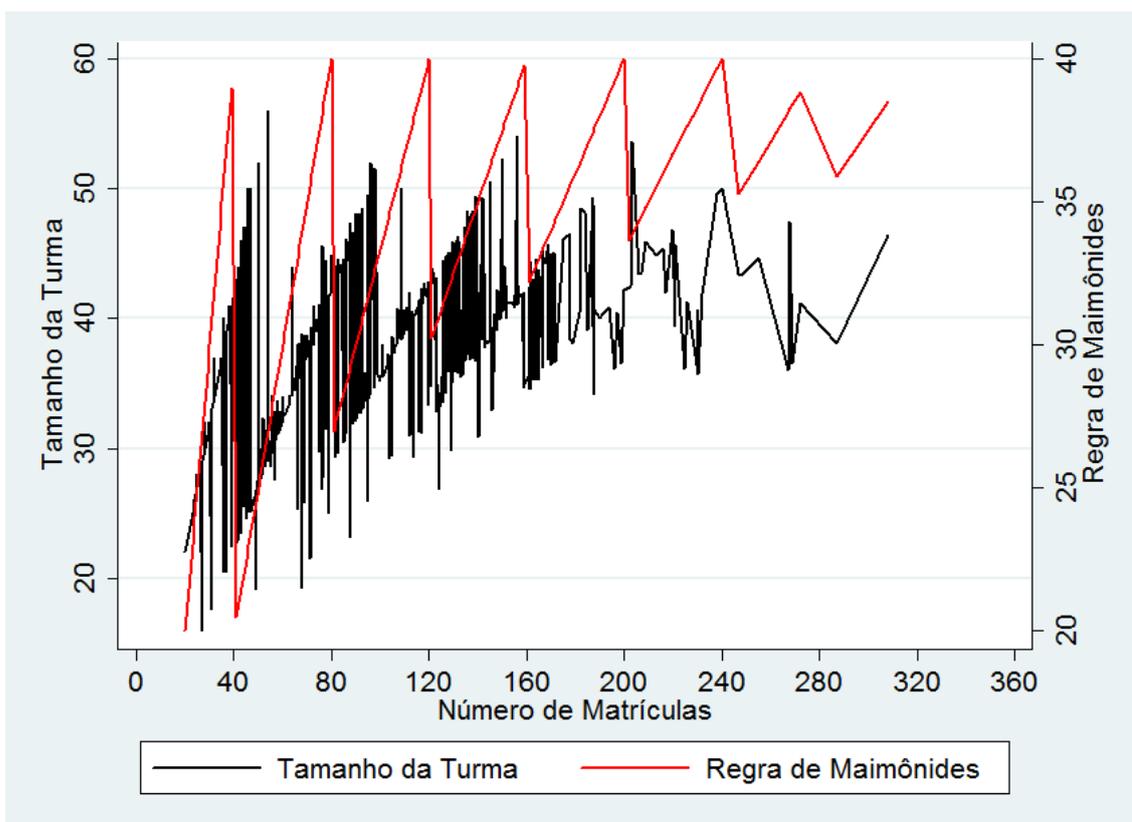
A análise do primeiro estágio normalmente é utilizada para testar a validade do instrumento usado. Contudo, outro meio de realizar tal teste é tentar observar, por meio de gráficos, o comportamento de  $f_{sc}$  e do tamanho da turma observado nos dados.

Como anteriormente mencionando, o tamanho da turma previsto pela *Regra de Maimônides* é fixo dentro das escolas, mas na prática o número de matrículas, ou melhor os alunos, não são divididos em classes de igual tamanho. Com a análise dos Gráficos 3 e 4 que apresentam o tamanho médio das turmas e o tamanho previsto pelo instrumento em diferentes tipos de visualização, fica claro que há uma associação entre o tamanho da turma previsto e o tamanho médio das turmas do nono ano da rede estadual de ensino. Os gráficos mostram que

quando o número de matrículas se aproxima de múltiplos de 40 há quebras, discontinuidades, no tamanho da turma, mas apesar dessas quebras, percebe-se que existem muitas turmas que ultrapassam o limite de 40 alunos por classe, algo que é particularmente visto no Gráfico 4.

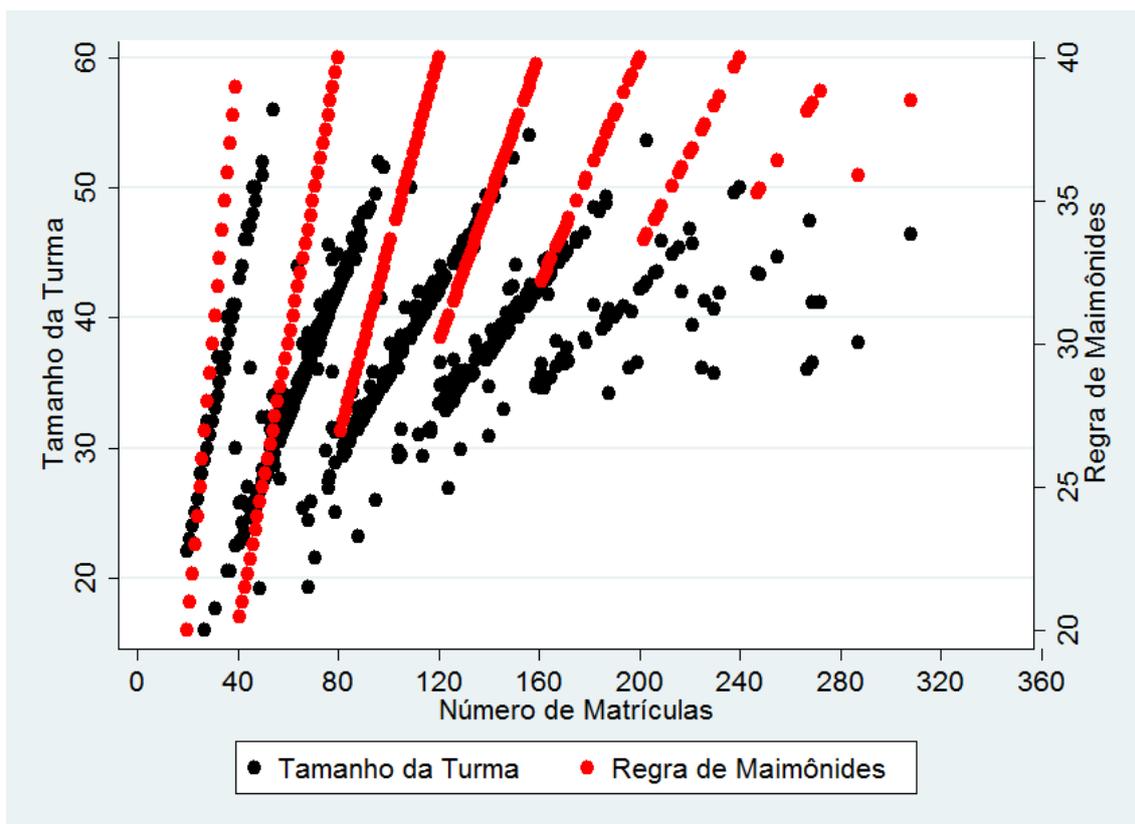
A grande concentração de turmas com tamanho entre 40 e 50 alunos encontra-se em escolas que apresentam cerca de 80 a 200 matrículas, podendo indicar que essas escolas não estão aptas a receber tantos alunos numa mesma série. Outro ponto que merece destaque é o fato de que algumas turmas apresentam número de alunos superior ao número de matrículas, isso se dá pelo fato do número de matrículas ter sido colhido no começo do ano letivo, e os dados referentes ao tamanho da turma foram colhidos no fim do ano, no período de aplicação dos exames, de 11 a 21 de novembro de 2013.

**Gráfico 3. Comparação entre o Tamanho Médio Observado das Turmas, Tamanho Previsto pela Regra de Maimônides e Número de Matrículas.**



Fonte: Elaborado pelo autor. Dados Prova Brasil 2013.

**Gráfico 4. Comparação entre o Tamanho Médio Observado das Turmas, Tamanho Previsto pela Regra de Maimônides e Número de Matrículas.**



Fonte: Elaborado pelo autor. Dados Prova Brasil 2013.

Já a Tabela 5 apresenta os resultados do segundo estágio, utilizando as notas dos exames da Prova Brasil como variáveis dependentes e o tamanho da turma como principal regressor de interesse. São apresentados os resultados para a amostra completa e para os dois exames realizados, o de Língua Portuguesa e de Matemática, para as diferentes especificações do modelo.

Todos os coeficientes do tamanho da turma sobre as notas nos exames nas diferentes especificações do modelo são negativos, indicando que turmas grandes tendem a reduzir a nota dos alunos que a compõe. Vale destacar que a maioria dos coeficientes, apesar de serem negativos, são estatisticamente insignificantes com p-valor foi superior a 10%, exceto para o modelo que utiliza apenas o nível socioeconômico dos alunos como controle. Para o modelo que apresenta as notas e Língua Portuguesa como variável dependente, o coeficiente do tamanho da turma foi igual a -0,61 com p-valor igual a 0,035, para a especificação que utiliza as notas de Matemática como variável dependente o coeficiente foi um pouco menor, -0,63 com p-valor igual a 0,045. Esse resultado mostra que, apesar da pouca diferença, o resultado no exame de Matemática sofre mais influência do tamanho da turma do que o de Língua Portuguesa, resultado este esperado devido as características da disciplina. Contudo, para as

demais especificações do modelo, ou seja, com a introdução de diversos controles, o tamanho da classe passa a ser estatisticamente insignificante, mostrando que não houve interferência da quantidade de alunos por turma no resultado dos exames. Isso pode ter ocorrido devido à falta de informações sobre as características das escolas e das classes, informações essas que poderiam ter sido acrescentadas no vetor  $X_s$  e, juntamente com o número de matrículas e nível socioeconômico, utilizadas como controles. Porém, como já mencionado no corpo deste trabalho, não é a primeira vez na literatura que resultados insignificantes são encontrados, mesmo utilizando a abordagem de Variáveis Instrumentais.

Para tentar verificar a validade dos resultados encontrados com a amostra completa, foi realizado as mesmas estimações e utilizou-se as mesmas especificações do modelo para sub amostras, estas compostas por escolas com número de matrículas próximas dos pontos de descontinuidade.

As Tabela 6 e 7 apresentam os resultados para a sub amostra +5/-5 e +3/-3 para as notas de Língua Portuguesa e Matemática, respectivamente. Para a sub amostra +5/-5 todos os coeficientes do tamanho da turma sobre as notas dos exames, independente dos controles usados e da variável dependente, foram negativos e estatisticamente insignificantes. Comprovando os resultados encontrados com a amostra completa. Como também notado nos resultados anteriores, a magnitude do coeficiente do tamanho da turma foi mais negativa quando se utilizou as notas de Matemática como variável dependente. Para a sub amostra +3/-3, a análise das tabelas mostra o mesmo padrão observado na sub amostra +5/-5, exceto para o modelo que não utilizou nenhum controle e apresenta como variável dependente as notas de Matemática. Nesta especificação o coeficiente do tamanho da turma é igual a -2,86 com p-valor igual a 0,096, indicando que o tamanho da turma afetou negativamente o resultado do exame de Matemática da Prova Brasil.

**Tabela 5. Estimativas do segundo estágio, para amostra completa. Alunos dos 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Pernambuco, 2013.**

<b>9º Ano do Ensino Fundamental</b>										
	<b>Língua Portuguesa</b>					<b>Matemática</b>				
	<b>(1)</b>	<b>(2)</b>	<b>(3)</b>	<b>(4)</b>	<b>(5)</b>	<b>(1)</b>	<b>(2)</b>	<b>(3)</b>	<b>(4)</b>	<b>(5)</b>
<b>Tamanho da turma</b>	-0,3008 (0,2815) [0,2850]	-0,6081 (0,2880) [0,0350]	-0,5570 (0,6959) [0,4230]	-3,3293 (3,0370) [0,2730]	-3,0964 (3,3995) [0,3620]	-0,3743 (0,2999) [0,2120]	-0,6290 (0,3132) [0,0450]	-0,7863 (0,7370) [0,2860]	-3,3583 (3,0636) [0,2730]	-3,2403 (3,5163) [0,3570]
<b>Nível socioeconômico</b>	-	1,8781 (0,2219) [0,00]	1,8804 (0,2165) [0,00]	1,8328 (0,3077) [0,00]	-	-	1,5879 (0,2721) [0,00]	1,5808 (0,2700) [0,00]	1,5367 (0,3466) [0,00]	-
<b>Nº de matrículas</b>	-	-	-0,0027 (0,0261) [0,9190]	0,3543 (0,2835) [0,2110]	-	-	-	0,0082 (0,0264) [0,7570]	0,3394 (0,2839) [0,2320]	-
<b>Matrículas<sup>2</sup>/100</b>	-	-	-	-0,0726 (0,0508) [0,1530]	-	-	-	-	-0,0673 (0,0509) [0,1860]	-
<b>Piecewise linear trend</b>	-	-	-	-	0,5366 (0,5656) [0,3430]	-	-	-	-	0,5457 (0,5822) [0,3490]
<b>Root MSE</b>	45,7990	45,648	45,608	50,618	50,178	44,046	43,951	44,087	49,063	48,867
<b>N</b>	51507	51318	51318	51318	45673	51507	51318	51318	51318	45673

Fonte: Elaborado pelo autor. Dados Prova Brasil 2013.

Nota: Desvios-padrão (corrigidos por *cluster* de turmas) entre parêntese e P-valor entre colchetes.

**Tabela 6. Estimativas do segundo estágio para as notas de Língua Portuguesa como variável dependente, para as sub amostras. Alunos dos 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Pernambuco, 2013.**

<b>9º Ano do Ensino Fundamental</b>										
<b>Língua Portuguesa</b>										
	<b>+5/-5</b>					<b>+3/-3</b>				
	<b>(1)</b>	<b>(2)</b>	<b>(3)</b>	<b>(4)</b>	<b>(5)</b>	<b>(6)</b>	<b>(7)</b>	<b>(8)</b>	<b>(9)</b>	<b>(10)</b>
<b>Tamanho da turma</b>	-3,6287 (3,7871) [0,3380]	-2,9778 (3,1354) [0,3420]	-6,5732 (15,6431) [0,6740]	-32,7451 (357,5228) [0,9270]	-12,9280 (37,0465) [0,7270]	-2,1588 (1,5291) [0,1580]	-1,5984 (1,5796) [0,3120]	-1,7296 (2,3029) [0,4530]	-3,0897 (4,6984) [0,5110]	-2,9359 (2,5718) [0,2540]
<b>Nível socioeconômico</b>	-	1,9560 (0,6364) [0,0020]	1,7314 (1,2615) [0,1700]	-1,0462 (34,5302) [0,9760]	-	-	1,0269 (0,6843) [0,1330]	0,9837 (0,8810) [0,2640]	0,1544 (2,1551) [0,9430]	-
<b>Nº de matrículas</b>	-	-	0,1034 (0,3012) [0,7310]	3,6460 (40,1926) [0,0900]	-	-	-	0,0074 (0,0543) [0,8910]	0,6649 (0,9515) [0,4850]	-
<b>Matrículas<sup>2</sup>/100</b>	-	-	-	-1,3308 (14,5979) [0,9270]	-	-	-	-	-0,2763 (0,3788) [0,4660]	-
<b>Piecewise linear trend</b>	-	-	-	-	0,7926 (2,3225) [0,7330]	-	-	-	-	0,1522 (0,2090) [0,4660]
<b>Root MSE</b>	52,3340	50,0950	63,643	220,23	97,3790	47,6640	46,5760	46,797	49,627	49,4300
<b>N</b>	14.080	14.010	14.010	1.4010	14.080	8.044	8.010	8.010	8.010	8.044

Fonte: Elaborado pelo autor. Dados Prova Brasil 2013.

Nota: Desvios-padrão (corrigidos por *cluster* de turmas) entre parêntese e P-valor entre colchetes.

**Tabela 7. Estimativas do segundo estágio para as notas de Matemática como variável dependente, para as sub amostras. Alunos dos 9º Anos do Ensino Fundamental da Rede Estadual de Pernambuco, 2013.**

9º Ano do Ensino Fundamental										
Matemática										
	+5/-5					+3/-3				
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
<b>Tamanho da turma</b>	-5,4088 (5,0777) [0,2870]	-4,7883 (4,4303) [0,2800]	-11,6375 (26,0988) [0,6560]	-58,2710 (633,3229) [0,9270]	-19,2035 (54,0011) [0,7220]	-2,8624 (1,7209) [0,0960]	-2,5405 (1,8690) [0,1740]	-3,2183 (2,9326) [0,2720]	-5,6186 (6,9308) [0,4180]	-4,0947 (3,0303) [0,1770]
<b>Nível socioeconômico</b>	-	1,76888 (0,88809) [0,04600]	1,3411 (2,0868) [0,5200]	-3,6081 (61,1976) [0,9530]	-	-	0,5355 (0,8118) [0,5090]	0,3122 (1,1478) [0,7860]	-1,1513 (3,2124) [0,7200]	-
<b>Nº de matrículas</b>	-	-	0,1970 (0,4984) [0,6930]	6,5092 (71,2038) [0,9270]	-	-	-	0,0384 (0,0651) [0,5550]	1,1987 (1,3906) [0,3890]	-
<b>Matrículas<sup>2</sup>/100</b>	-	-	-	-2,3712 (25,8627) [0,9270]	-	-	-	-	-0,4876 (0,5545) [0,3790]	-
<b>Piecewise linear trend</b>	-	-	-	-	1,1757 (3,3811) [0,7280]	-	-	-	-	0,2414 (0,2376) [0,3100]
<b>Root MSE</b>	56,769	54,036	88,675	384,620	133,960	46,4720	45,6850	47,451	55,349	50,103
<b>N</b>	14.080	14.010	14.010	14.010	14.080	8.044	8.010	8.010	8.010	8.044

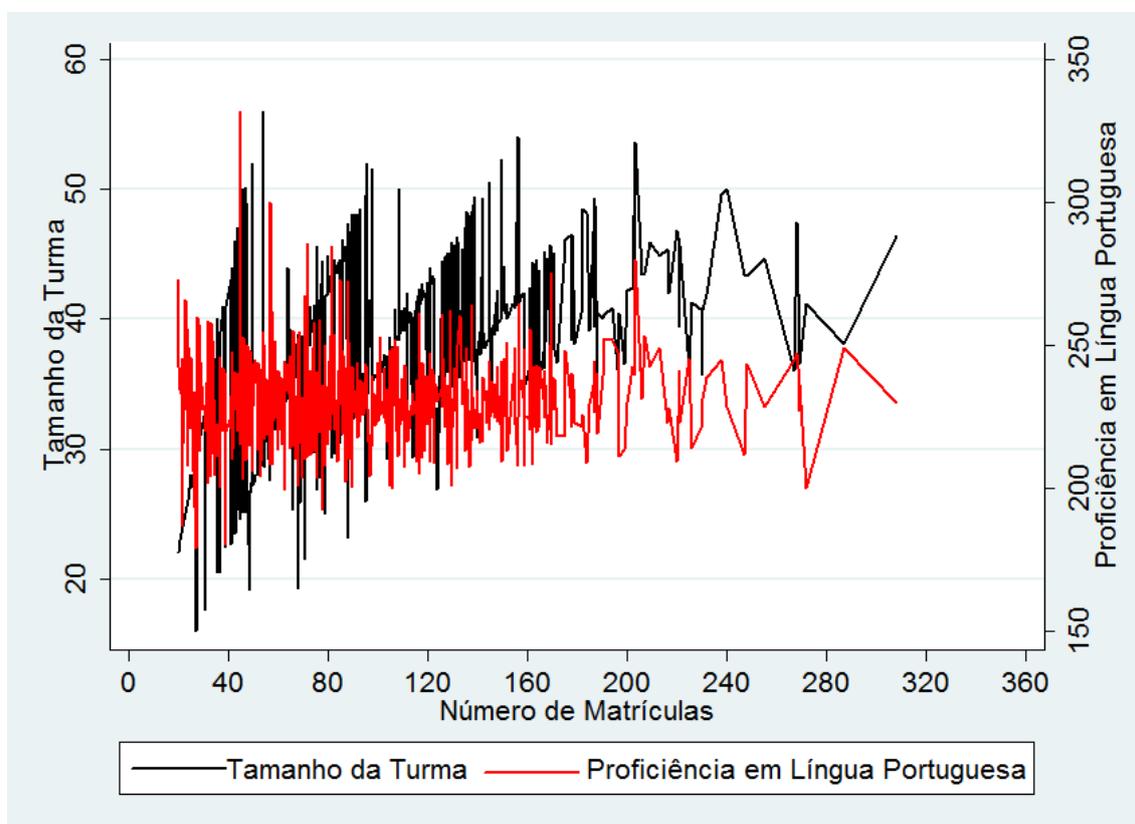
Fonte: Elaborado pelo autor. Dados Prova Brasil 2013.

Nota: Desvios-padrão (corrigidos por *cluster* de turmas) entre parêntese e P-valor entre colchetes.

Os resultados apresentados aqui mostraram que não houve influência do tamanho da turma sobre as notas nos exames de Língua Portuguesa e Matemática da Prova Brasil, para os alunos do nono ano da rede estadual pernambucana de ensino.

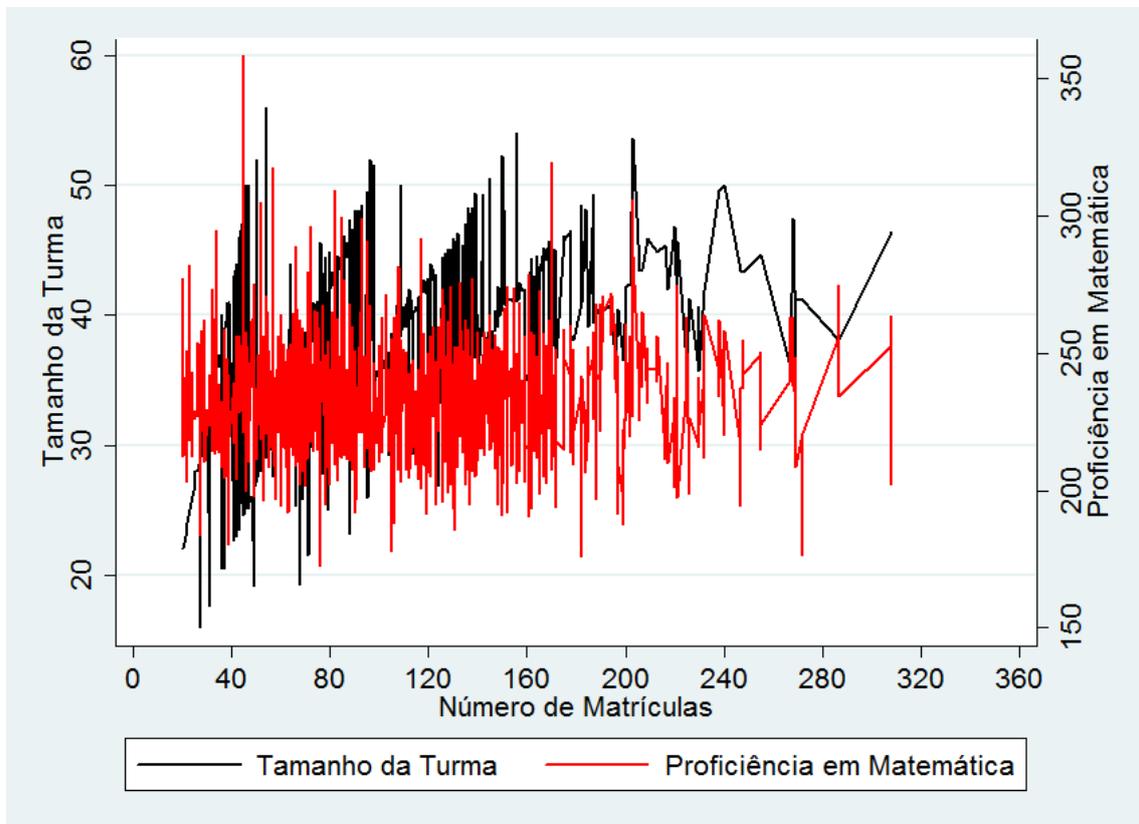
Analisando os Gráficos 5 e 6 que apresentam o tamanho médio observado das turmas e os resultados médios nos exames de Língua Portuguesa e Matemática, observa-se a partir do comportamento das notas médias dos testes, que não há uma relação forte entre o tamanho da turma e os resultados nos exames da Prova Brasil, corroborando os resultados estatísticos apresentados até aqui, pois há um padrão nas notas dos exames independentemente do tamanho da turma e do número de matrículas. Esses gráficos apesar de apresentarem um padrão para as proficiências nos exames, independentemente do tamanho da turma, não podem ser usados como justificativa para os resultados, pois não fornecem informações estatísticas a respeito do efeito causal do tamanho da turma sobre as notas, mas após a apresentação dos resultados estatísticos tornam-se úteis para a consolidação dos mesmos.

**Gráfico 5. Comparação entre o Tamanho Médio Observado das Turmas e a Proficiência Média em Língua Portuguesa**



Fonte: Elaborado pelo autor. Dados Prova Brasil 2013.

**Gráfico 6. Comparação entre o Tamanho Médio Observado das Turmas e a Proficiência Média em Matemática**



Fonte: Elaborado pelo autor. Dados Prova Brasil 2013.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo determinar o impacto da quantidade de alunos, ou seja, o tamanho da classe sobre as proficiências em Língua Portuguesa e Matemática dos exames da Prova Brasil de 2013, nas turmas dos nonos anos da rede estadual de ensino de Pernambuco, através dos métodos de Variável Instrumental e *Regression Discontinuity Designs (RDD)*, utilizando toda a amostra e sub amostras que se localizam próximas dos pontos de descontinuidades.

Apesar da maioria dos coeficientes estimados apresentarem sinal negativo, em sua maioria são estatisticamente insignificantes, exceto as especificações do modelo que utilizam apenas o nível socioeconômico dos alunos como controle. Tais especificações encontraram uma relação negativa entre o tamanho da turma e o resultado dos exames, indicando que turmas maiores reduzem as notas nos testes, o coeficiente que apresentou maior impacto nesse modelo foi o que utilizou as notas de Matemática como variável dependente.

Os resultados encontrados podem indicar de que a quantidade de alunos por turma não deve ser a principal preocupação por parte dos governos, mas sim melhorar a qualidade das escolas, dos professores e do nível socioeconômico da população, para que os alunos possam melhorar seu rendimento escolar. Isso pode ser comprovado pelos valores do coeficiente desta variável, pois em sua maioria foi estatisticamente significativa e positivo, indicando que melhores níveis socioeconômicos promovem melhores resultados nos exames. Outros fatores não observados podem afetar o desempenho dos alunos, como por exemplo, as características das escolas. Contudo, devido à falta de dados provenientes da Prova Brasil, essa questão não foi levantada neste estudo.

Outro fator observado neste trabalho é que há um grande número de turmas que contém mais de 40 alunos, portanto a lei e as recomendações estaduais não estão sendo seguidas, indicando que existe a possibilidade que a oferta de escolas estaduais esteja reduzida perante a demanda de alunos, e que uma política de criação de novas escolas acompanhadas com melhorias na qualidade da educação estadual, promova ganhos sociais e econômicos para todo o estado.

Por se tratar de um tema relevante para toda a sociedade e que não apresenta um consenso na literatura, estudos futuros poderiam ser realizados com a mesma abordagem, mas buscando captar as características físicas e organizacionais das escolas e as

características mais intrínsecas à cada estudante, para tentar analisar se, de fato, o tamanho da turma não impacta o desempenho dos estudantes. Contudo, os dados disponíveis são limitados, configurando assim uma dificuldade para a operacionalização de tal pesquisa.

## REFERÊNCIAS

ALBANEZ, A.; FERREIRA, F. H. G.; FRANCO, C. Qualidade e Equidade na Educação Fundamental Brasileira. **PEE**, v. 33, n. 3, 2002.

ANGRIST, J. D.; LAVY, V. Using Maimonides' Rule to Estimate the effects using instrumental variables'. **Journal of the American Statistical Association**, v.91, p. 444-55, 1999.

ANGRIST, J. D.; PISCHKE, J. **Mostly Harmless Econometrics: an empiricist's companion**. Ed. Princeton University Press, 2008.

ASADULLAH, M. N. The effect of class size on achievement: evidence from Bangladesh. **Applied Economic Letters**, v.12, p. 217-21, Mar, 2005.

BARROS, R. P. et al. Determinantes do desempenho educacional no Brasil. Texto para discussão, n. 834, **IPEA**, Rio de Janeiro, 2001.

BOURKE, S. How smaller is better: some relationship between class size, teaching practices, and student achievement. **American Educational Research Journal**, v. 23, n. 4, p. 558-71, 1986.

CAMARGO, J. **O efeito do tamanho da turma sobre o desempenho escolar: uma avaliação do impacto da "enturmação" no ensino fundamental do Rio Grande do Sul**. Dissertação (Mestrado). Faculdade de Ciências Econômicas de UFRGS, Porto Alegre, 2012.

CAMELO, R.S. **Exames curriculares e resultados educacionais: uma análise do Exame Nacional do Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado). Escola de Economia de São Paulo, 2010.

CAMPBELL, D. T. Reforms as Experiments. **American Psychologist**, XXIV, p. 409–29, 1969.

CARD, D.; KRUEGER, A. B. Does school quality matter? Returns to education and the characteristics of Public School in the United States. **Journal of Political Economy**, v. 10, n.1, p. 1-40, 1992a.

CARD, D.; KRUEGER, A. B. School quality and black – White relative earnings: a direct assessment. **Quarterly Journal of Economics**, v. 107, n. 1, p. 151-200, 1992b.

CASE, A.; DEATON, A. School inputs and educational outcomes in South Africa. **Quarterly Journal of Economics**, Mai, 1999.

CARD, D. KRUEGER, A. B. Labor Market effects of school quality: theory and evidence. In: G. BURTLESS (Ed.). **Does Money Matter? Effect of school resources on student achievement and adults success**. Washington, DC: Brooking Institution Press, p. 97-140, 1996.

GLASS, G. V.; SMITH, M. L. Meta-analysis of research on class size and achievement. **Educational evaluation and policy analysis**, v. 1, n. 1, p. 2-16, 1979.

GLASS, G. V. et al. **School class size: Research and policy**. Beverly Hills, CA: SAGE, 1982.

HAHN, J.; TODD, P.; VAN DER KLAAWN. Identification and Estimation os Treatment Effects with a Regression-Descontinuity Desing. **Econometrica**, v.69, p. 201-9, 2001.

HANUSHEK, E. The Economics of schooling: production and efficiency in public schools. **Journal of Economics Literature**, v.24, 1986.

HANUSHEK, E. The evidence on class size. Rochester, NY: University of Rochester, W. Allen Wallis Instintute of Political Economy, 1998.

HANUSHEK, E. Publicly provided education. In: AUERBACH, A.J. e FELDSTEIN, M. (ed.). **Handbook of public economics**. Amsterdam: North-Holland, 2002.

HANUSHEK, E. A.; LAVY, V.; HITOMI, K. Do students care about school quality? Determinants of dropout behaviour in developing countries. Working Paper 12737, **National Bureau of Economic Research**, Cambridge, MA, 2006.

HEDGES, L. V.; LAINE, R. D.; GREENWALD, R. Does money matter? A meta-analysis of studies of the effects of differential school inputs on student outcomes. **Educational Researcher**, v.23, p. 5-14, 1994.

HYAMSON, M. Annotated English translation of Maimonides' Mishneh Torah, Book I (The Book of Knowledge). New York: **Jewish Theological Seminary**, 1937.

HOXBY, M. C. The Effects of Class Size and Composition on Student Achievement: New Evidence from Natural Population Variation. **Harvard Department of Economics**, manuscript, Jul. 1996.

HOXBY, M. C. The effects of class size on student achievement: new evidence from population variation. **Quarterly Journal of Economics**, Nov. 2000.

KRUEGER, A. B. Experimental Estimates of Education Production Functions. **Quarterly Journal of Economics**, Mai, 1999.

KRUEGER, A. B. Economic Considerations and Class Size. **Economic Journal**, **Royal Economic Society**, v. 113, n.485, p. F34-F63, Fev. 2003.

OFSTED, Class size and the quality of education: a report from the Office of Her Majesty's Chief Inspector of Schools. London: **Office for Standards in Education**, Nov, 1995.

PERNAMBUCO. **Instrução Normativa de Cadastro Escolar e Matrícula N° 07/2012**. Diário Oficial do Estado de Pernambuco. Recife, 11 de outubro de 2012. Ano 86, n. 195, p.7-9, 2012.