

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

ANDRÉ LUIZ LEMOS ANDRADE GOUVEIA

UM MODELO MULTIDECREMENTAL PARA O CÁLCULO DA ALÍQUOTA
ATUARIALMENTE JUSTA PARA APOSENTADORIA PROGRAMADA NO RGPS

RECIFE/2017

ANDRÉ LUIZ LEMOS ANDRADE GOUVEIA

**UM MODELO MULTIDECREMENTAL PARA O CÁLCULO
DA ALÍQUOTA ATUARIALMENTE JUSTA PARA
APOSENTADORIA PROGRAMADA NO RGPS**

Dissertação de Mestrado apresentada à
Universidade Federal de Pernambuco para
obtenção do grau de Mestre como parte das
exigências do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Produção (Área de
Concentração: Pesquisa Operacional).

Orientador: Prof. Leandro Chaves Rêgo, PhD.
Coorientador: Prof. Filipe Costa de Souza,
Doutor.

Catálogo na fonte
Bibliotecária Valdicea Alves, CRB-4 / 1260

G719m	Gouveia, André Luiz Lemos Andrade. Um modelo multidecremental para o cálculo da alíquota atuarialmente justa para aposentadoria programada no rgps / André Luiz Lemos Andrade - 2017. 91 folhas, Il. Tabs. Orientador: Prof. Dr.º Leandro Chaves Rêgo. Coorientador: Prof. Dr.º Filipe Costa de Souza. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2017. Inclui: Referências, Anexos e Apêndices. 1. Engenharia de Produção. 2. Regime geral de previdência social. 3. Justiça atuarial. 4. Alíquota de contribuição previdenciária. 5. Múltiplos decrementos. I. Rêgo, Leandro Chaves (Orientador). II. Souza, Filipe Costa de (Coorientador). III. Título. UFPE 658.5 CDD (22. ed.) BCTG/2017-120
-------	---

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA
DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE
MESTRADO ACADÊMICO DE

ANDRÉ LUIZ LEMOS ANDRADE GOUVEIA

“Um Modelo Multidecremental para o Cálculo da Alíquota Atuarialmente
Justa para Aposentadoria Programada no RGPS”

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: PESQUISA OPERACIONAL

A comissão examinadora composta pelos professores abaixo, sob a presidência do primeiro, considera o candidato **ANDRÉ LUIZ LEMOS ANDRADE GOUVEIA, APROVADO.**

Recife, 20 de Fevereiro de 2017.

Prof. LEANDRO CHAVES RÊGO, PhD (UFC)

Prof.^a ANA PAULA CABRAL SEIXAS COSTAS, Doutora (UFPE)

Prof. WILTON BERNARDINO DA SILVA, Doutor (UFPE)

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus;

À minha família;

Aos meus orientadores pelos ensinamentos, pela paciência, pela disponibilidade e pelo comprometimento;

Aos meus amigos, em especial o Flávio e a Thaís que foram de extrema importância para finalização desta fase na minha vida;

Aos professores da banca examinadora pelas contribuições;

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Pernambuco (PPGEP/UFPE) pela oportunidade;

Às secretárias, Poliana e Tereza, por serem bastante eficientes;

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo auxílio financeiro que recebi durante um ano.

RESUMO

O objetivo desta dissertação de mestrado foi verificar se o Regime Geral de Previdência Social é atuarialmente justo. Esta verificação se deu através da obtenção da alíquota previdenciária atuarialmente justa, isto é, aquela que iguala o Valor Esperado dos Benefícios Futuros e o Valor Esperado das Contribuições Futuras, em que estas são feitas pelo empregado e empregador. Um ambiente com múltiplos decrementos foi adotado nesta análise. Os cálculos foram feitos para uma família padrão (Funcionário(a) de 25 anos, cônjuge e dois filhos) assumindo que o homem era três mais velho do que a mulher. Adicionalmente, adotou-se também que as hipóteses biométricas foram representadas pelas tábuas IBGE 2014 Extrapolada e Álvaro Vindas, a taxa de crescimento salarial e de benefícios foi 2% a.a. e a taxa real de juros foi 3% a.a.. Os resultados apontaram uma alíquota justa de aproximadamente 36% e 41% para homem e mulher, respectivamente. Por conseguinte, concluiu-se que as alíquotas vigentes não são suficientes para cobertura justa dos benefícios previdenciários esperados. Através de uma análise de sensibilidade, foi verificado que esta insuficiência foi atenuada quando houve, mantidas todas as outras variáveis constantes, um aumento da taxa real de juros, em que para o caso de uma elevação para 4% a.a., por exemplo, as alíquotas foram 26,24%, para um empregado do sexo masculino e 29,94% para um empregado do sexo feminino, ou quando houve, *ceteris paribus*, uma diminuição da taxa de crescimento salarial e de benefícios para 1% a.a. situação em que os percentuais foram 30,62% e 34,62% para homem e mulher, respectivamente.

Palavras-Chave: Regime Geral de Previdência Social. Justiça Atuarial. Alíquota de Contribuição Previdenciária. Múltiplos Decrementos.

ABSTRACT

The aim of this Master's Thesis was to verify if the General Social Security System is actuarially fair. The actuarially fair social security contribution rate was obtained as the one that makes the Expected Values of Future Benefits and Contributions (made both by employee and employer) equal. A scenario with multiple decrements was adopted in such analysis. The calculations were made for a standard family (25 years old worker with partner and two children) assuming that the man is three years older than the woman. Additionally, the biometric assumptions adopted were represented by the IBGE 2014 Extrapolated and Álvaro Vindas tables, the wage and benefits growth rate was 2% per year and the interest rate was 3% per year. The results pointed to a fair contribution rate about of 36% and 41% for man and woman, respectively. Therefore, this fact implies that the actual contribution rates are not enough to fairly cover the expected social security benefits. Through a sensitivity analysis, one can perceive that, this insufficiency was attenuated, kept all the other variables constant, when, for example, the real interest rate went up to 4% per year, what made the fair contribution rate decrease to approximately 26,24% for male worker and 29,94% for female worker or when, for example, the wage and benefits growth rate decreased to 1% per year, *ceteris paribus*, what changed the fair contribution rate to approximately 30,62% and 34,62% for a man and woman worker, respectively.

Keywords: General Social Security System . Actuarial Fairness. Social Security Contribution Rate. Multiple Decrements.

LISTA DE FIGURAS

Figura 3.2.1 - Modelo geral de múltiplos decrementos.....	33
Figura 3.2.2 - Interseção dos decrementos.	36
Figura 3.2.3 - Fluxo previdenciário.	38
Figura 3.2.4 - Linha do tempo para anuidade em progressão geométrica.....	39
Figura 4.1.1 - Alíquota justa para várias faixas de salário inicial.	53
Figura 4.1.2 - Alíquota justa para várias diferenças de idade.....	55
Figura 4.2.1.1 - Alíquota justa para vários graus de desagravamento da Tábua de Mortalidade de Válidos.....	58
Figura 4.2.1.2 - Alíquota justa para vários graus de desagravamento da Tábua de Mortalidade de Válidos sem incidência do Fator Previdenciário.	58
Figura 4.2.2.1 - Alíquota justa para vários graus de agravamento da Tábua de Mortalidade de Inválidos.	60
Figura 4.2.4.1 - Alíquota justa para várias taxas de crescimento salarial e de benefícios.....	62
Figura 4.2.5.1 - Alíquota justa para várias taxas de juros.	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1.1- Tabela de Contribuição dos segurados do INSS a partir de 1º de Janeiro de 2016.	19
Tabela 2.2.1- Duração do benefício de pensão por morte.	23
Tabela 3.1.1- Evolução dos valores do teto de contribuição do RGPS.	32
Tabela 3.2.1 - Tábua de Mortalidade IBGE 2014 Extrapolada (Ambos os sexos).	34
Tabela 4.1.1 - Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos, casado, com dois filhos e que recebe um salário mínimo.	51
Tabela 4.1.2 - Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos, casado, com dois filhos e que recebe dez salários mínimos.	54
Tabela 4.1.3 - Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos com cônjuge sete anos mais jovem, dois filhos e que recebe um salário mínimo.	55
Tabela 4.2.1.1- Expectativa de vida ao nascer da Tábua IBGE de vários anos.	57
Tabela 4.2.1.2 - Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos com cônjuge, dois filhos e que recebe um salário mínimo considerando a Tábua de Mortalidade de Válidos IBGE 2014 Extrapolada desagravada em 70%.	57
Tabela 4.2.2.1- Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos com cônjuge, dois filhos e que recebe um salário mínimo considerando a Tábua de Mortalidade de Inválidos IBGE 2014 Ambos os Sexos agravada em 50%.	59
Tabela 4.2.3.1- Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos com cônjuge, dois filhos e que recebe um salário mínimo considerando a Tábua de Entrada em Invalidez feita por Gomes, Fígoli e Ribeiro (2010).	61
Tabela 4.2.4.1 - Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos com cônjuge, dois filhos e que recebe um salário mínimo considerando a taxa de crescimento salarial e de benefícios de 1% a.a..	62
Tabela 4.2.5.1- Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos com cônjuge, dois filhos e que recebe um salário mínimo considerando a taxa real de juros de 4% a.a..	63
Tabela 4.2.5.2- Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos com cônjuge, dois filhos e que recebe um salário mínimo considerando a taxa real de juros de 2% a.a..	64

Tabela 4.3.1- Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos, casado, com dois filhos, que recebe um salário mínimo e se aposenta aos 63 anos com base na Regra 85/95 Progressiva.65

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	12
1.1	Objetivo Geral.....	15
1.2	Objetivos Específicos	15
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	16
2.1	Previdência no Brasil.....	16
2.2	Regras para Concessão de Aposentadoria e Pensão do RGPS	20
2.3	Trabalhos Relacionados	24
3	PROCEDIMENTOS ATUARIAIS	31
3.1	Hipóteses Adotadas.....	31
3.2	Modelos Atuariais	33
3.2.1	Aposentadoria Programada (Voluntária)	39
3.2.2	Aposentadoria por Invalidez	40
3.2.3	Pensão por Morte de Ativo	41
3.2.4	Pensão por Morte de Inativo por Aposentadoria Programada	42
3.2.5	Pensão por Morte de Inativo por Aposentadoria por Invalidez	43
3.2.6	Contribuições Previdenciárias	45
3.3	Métodos Alternativos para Conversão de Taxas em Probabilidades	45
3.3.1	Método Força do Decremento Constante	46
3.3.2	Método da Proporcionalidade	48
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	50
4.1	Alíquota Previdenciária Atuarialmente Justa.....	50
4.2	Análise de Sensibilidade	56
4.2.1	Mortalidade de Válidos.....	56
4.2.2	Mortalidade de Inválidos	59

4.2.3	Entrada em Invalidez	60
4.2.4	Taxa de Crescimento Salarial e de Benefícios.....	61
4.2.5	Taxa Real de Juros	63
4.3	Alíquota Previdenciária Atuarialmente Justa pela Regra 85/95 Progressiva ..	65
4.4	Alíquota Previdenciária Atuarialmente Justa pelos Métodos Alternativos para Conversão de Taxas em Probabilidades.....	66
5	CONCLUSÃO	67
	REFERÊNCIAS	70
	APÊNDICE A	76
	APÊNDICE B.....	79
	APÊNDICE C	82
	APÊNDICE D	85
	APÊNDICE E.....	88
	ANEXO A.....	91

1 INTRODUÇÃO

Trabalhar estando sempre amparado quando acontecem eventos como invalidez, exoneração, aposentadoria, morte, entre outros, é o ideal para qualquer trabalhador. Esta proteção, seja no período laboral ou de inatividade, é de responsabilidade de um órgão de previdência. Os brasileiros que trabalham na iniciativa privada têm as coberturas previdenciárias garantidas pelo Governo Federal, operadas pelo Instituto Nacional de Seguridade Social (INSS), que cobra dos empregados e dos empregadores contribuições mensais para que essa assistência seja garantida. Porém, analisando esse cenário, o segurado pode ficar em dúvida se o valor que ele paga mês a mês, ao longo da vida ativa, para ter direito a esse amparo é cobrado de maneira justa para ele, ou seja, se as contribuições feitas e os benefícios a serem recebidos são equivalentes em valor presente esperado. Introduz-se, assim, o conceito de Justiça Atuarial cuja ideia primordial é a de que deve haver tratamentos iguais entre os indivíduos quando os riscos entre eles são os mesmos (LANDES, 2014).

É de suma importância frisar que há uma diferença entre justiça e equilíbrio atuarial. Enquanto o primeiro é analisado numa ótica individual, o último considera um ponto de vista coletivo. Um indivíduo pode afirmar que o seu sistema previdenciário é atuarialmente justo se, para ele, os gastos esperados, embasados em hipóteses aderentes à realidade do conjunto de participantes, comumente chamado de massa, forem condizentes com seus ganhos esperados. Esta afirmação é ratificada por Edwards (2010) ao frisar que o valor presente dos benefícios esperados deve ser igual ao valor presente das contribuições esperadas dada uma taxa de retorno de mercado para que haja justiça atuarial.

Todo esse panorama é fundamentado pela ciência atuarial que está intimamente ligada em cálculos estimados e, portanto, requer um embasamento estatístico que necessita da adoção de premissas. De acordo com Rodrigues (2008), as hipóteses atuariais representam um conjunto de estimativas sobre fatos incertos que se espera acontecer, com certo grau de segurança, em um determinado período. Elas são divididas em três categorias, a saber, as econômicas (financeiras), as biométricas (demográficas) e as genéricas. Donnelly (2015) acrescenta que em um contexto atuarial os indivíduos podem, por questões probabilísticas, receber mais do que contribuíram ou vice-versa devido aos riscos atrelados. Assim, a autora lembra a existência do caráter solidário entre os membros, que é uma das características mais comuns de um sistema previdenciário. Ainda nesta conjuntura, a solidariedade é um princípio em que as pessoas fazem contribuições para um determinado grupo em favor dos que

necessitarem de benefícios previdenciários (VAZ, 2009). Há, neste caso, uma cooperação mútua inclusive entre gerações visto que a renda transferida pelo trabalhador não necessariamente será utilizada por ele.

No Brasil, o sistema previdenciário está dividido em três pilares: Regime Geral de Previdência Social (RGPS), Regime Próprio de Previdência Social (RPPS) e Regime de Previdência Complementar (RPC). O primeiro compreende funcionários da iniciativa privada, enquanto o segundo abrange pessoas do setor público, sendo ambos de filiação obrigatória. O RPC é facultativo e serve para complementar a renda do aposentado, conforme desejo do mesmo. O RGPS é sensível a vários pontos em que os principais são: mudanças demográficas e regime de financiamento utilizado (repartição simples) como mostram Lima e Matias-Pereira (2014) cujo estudo apresentou resultados que confirmam a tendência de aumento do número de pessoas mais velhas junto com a diminuição da taxa de fecundidade. Os autores ainda afirmam que provavelmente, no futuro, toda essa dinâmica demográfica atrelada à solidariedade do regime provavelmente irá afetar a sustentabilidade do RGPS, pois os recursos disponíveis podem não ser suficientes para cumprir com as obrigações previdenciárias. Esta situação preocupante já é realidade, por exemplo, no RPPS do Estado do Rio Grande do Sul (RS). Andreis, Zauanazzi e Santos (2016) averiguaram que em 2014 a Despesa Total com Pessoal (DPT) no RS foi 75,5% da Receita Corrente Líquida (RCL) quando tal percentual não poderia ultrapassar 49%, conforme redação dada pela Lei nº 101 de 4 de Maio de 2000, a chamada Lei de Responsabilidade Fiscal (LRF)¹. Segundos os autores, tal fato se deu, principalmente, por causa do alto quantitativo de idosos da população gaúcha e de uma grande contratação de professores no Estado em décadas passadas.

Os impactos ocasionados pelo regime de repartição simples, método utilizado para financiar a previdência, atingem também outros países. Neste contexto, Rodrigues e Afonso (2015), embasados em uma experiência internacional, afirmam que essa técnica de financiamento gera gastos públicos muito altos que combinado com a futura situação demográfica acaba acarretando em um resultado atuarial deficitário. Analisando o sistema previdenciário do exterior de maneira analítica, Fukawa (2015) afirma que o órgão de previdência do Japão, cujo regime de financiamento é o de repartição simples, não demonstra ser sustentável devido à pequena taxa de natalidade bem como a elevada expectativa de vida da população japonesa. O autor também complementa o raciocínio mencionando a baixa força

¹ O limite de despesa total com pessoal da União, previsto na LRF, não englobam os gastos do RGPS.

laboral feminina e dos jovens como outro motivo para a inexistência de um sistema previdenciário saudável. A situação peruana, abordada por Guillén e Mosqueda (2013), é bem semelhante à do Japão. Através de uma sucinta análise das receitas e despesas previdenciárias do país, cujo resultado foi deficitário, foram citados os avanços tecnológicos e na medicina e a questão demográfica, como alguns fatores influentes para a falta de sustentabilidade do sistema de previdência do Peru. Sendo assim, os autores concluíram que sistemas previdenciários financiados pelo método *pay-as-you-go* (PAYGO), outra denominação para o regime repartição simples, não produziam efeitos otimistas no referido país e, em virtude disto, mencionou-se o cenário do Chile como um exemplo a ser seguido. De acordo com Encina (2013), o Governo chileno avistou grandes problemas na previdência nos anos 80 e, portanto, realizou uma transição de regime passando do PAYGO para o regime de capitalização administrado por empresas privadas. No começo esta mudança foi bem vista pela população, entretanto, as contribuições, que correspondiam a 10% do salário, eram feitas compulsoriamente somente aos trabalhadores com contrato, ou seja, aqueles que trabalhavam informalmente não eram obrigados a contribuir. Em virtude disto, Encina (2013) frisou que ocorreram alguns problemas que geraram desconforto na população chilena, o principal deles foi o baixo valor do benefício de aposentadoria.

Devido à importância do RGPS para a população Brasileira bem como o atual cenário econômico do país, o Governo busca através de reformas previdenciárias, das quais se destaca como a mais recente a Lei nº 13.135 de 4 de Novembro de 2015, a obtenção do equilíbrio financeiro e atuarial do Regime, conforme está descrito no Art. 201 da Constituição Federal. Mas será que estas mudanças também alcançam o conceito de justiça atuarial? Tal pergunta é relevante uma vez que, para regimes de caráter solidário, a procura pelo equilíbrio atuarial não necessariamente acarreta em justiça atuarial. Recentemente, alguns autores buscaram abordar esse tema e, dentre estes, destacam-se os estudos de Giambiagi e Afonso (2009), Afonso e Lima (2011), Penafieri e Afonso (2013), Afonso e Freire (2015). Porém é necessário fazer algumas ressalvas referentes às hipóteses e modelagem utilizadas por estes autores. O primeiro e o terceiro não aplicam nenhum modelo atuarial, há uma metodologia puramente financeira sem existência riscos biométricos neste cenário, ou seja, não contempla o conceito de justiça atuarial. O segundo peca ao utilizar uma tábua de mortalidade abreviada considerando 80 anos como a última idade quando deveria ter empregado uma tábua com dados completos. Assim, as probabilidades de morte dos indivíduos a partir desta idade foram agregadas como uma só de modo que desse jeito os cálculos podem não representar bem a

realidade da massa. O último trabalho utiliza uma tábua de mortalidade de ambos os sexos o que não é adequado devido às diferentes expectativas de vida do homem e da mulher. Além disso, todos os trabalhos citados anteriormente que utilizam um modelo atuarial consideraram somente a probabilidade de o indivíduo vir a óbito quando existem, além desta, outras causas para a saída da situação de ativo. Um ambiente multidecremental insere em seus modelos, basicamente, as probabilidades de morte, invalidez, rotatividade (demissão). Portanto, os cálculos das alíquotas dos referidos estudos, cuja cobrança deveria ter sido feita para custeio de todos os benefícios previdenciários e não somente a aposentadoria, tendem a estar subestimados uma vez que o benefício não-programável (ou de risco) de aposentadoria por invalidez não foi abordado em nenhuma ocasião, bem como a pensão por morte de um funcionário em atividade. Ainda nesta conjuntura vale lembrar Afonso e Freire (2015) que levaram em conta pensão em sua metodologia, porém somente para o caso que decorre da morte de um aposentado por tempo de contribuição.

Esta dissertação tem mais cinco capítulos. No segundo Capítulo expõe-se sobre as características gerais do RGPS que engloba estudos passados e a legislação inerentes ao tema. Em seguida estão descritos o modelo multidecremental e as hipóteses atuariais necessárias para aplicação daquele. Posteriormente, no Capítulo 4, os resultados obtidos são apresentados e discutidos. Por fim é feita a conclusão do trabalho.

1.1 Objetivo Geral

Este trabalho busca avaliar se os cálculos previdenciários do RGPS atendem ao princípio de justiça atuarial. Tal avaliação é feita através do cálculo da alíquota atuarialmente justa para fins das coberturas previdenciárias, a saber, aposentadoria por tempo de contribuição, por invalidez e as respectivas pensões. Logo, tudo isto é realizado em um cenário com múltiplos decrementos.

1.2 Objetivos Específicos

- Definição de um modelo atuarial com múltiplos decrementos para o RGPS;
- Fixação dos parâmetros adequados à realidade brasileira;
- Cálculos da alíquota justa;
- Análise de sensibilidade da alíquota justa.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Este Capítulo tem como finalidade prover o leitor com informações sobre o RGPS e alíquota de contribuição justa. Na primeira seção são expostas informações acerca da organização da previdência social brasileira, do rol de benefícios assegurados, além de uma análise sucinta em relação aos métodos de financiamento de regimes de previdência de outros países. Posteriormente será apresentada a legislação pertinente, em especial àquelas que se referem ao cálculo de benefícios. Por fim, a última seção dispõe uma série de informações de estudos anteriores que serviram de inspiração para a criação desta dissertação, cujas abordagens principais foram em cima do cálculo da alíquota justa.

2.1 Previdência no Brasil

Dentre todas as disposições contempladas na Constituição da República Federativa do Brasil de 1988 (CF/88) aquelas que primam pelo bem-estar e pelas justiça sociais compõem a chamada Ordem Social. Um dos segmentos mais relevantes, que tem o papel de proteção social, se chama Seguridade Social cuja composição se dá por três iniciativas do poder público: Saúde, Assistência Social e Previdência Social. Freitas e Silva (2015) afirmam que do leque dos direitos fundamentais existentes, a Seguridade Social tem aplicabilidade direta na dignidade humana sendo considerada como um núcleo para o desenvolvimento da Ordem Social no Brasil. Em outras palavras, a Seguridade Social busca proteger o cidadão contra adventos que podem vir a acontecer no decorrer da vida (FREITAS e BARBOSA, 2015). Para fins de financiamento das três ações públicas supracitadas, o Art. 195 da CF/88 mostra que a arrecadação de verba é feita de forma direta e indireta de recursos advindos do orçamento da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios bem como de algumas contribuições sociais².

No que tange a Previdência Social no Brasil, que é a área de pesquisa deste trabalho, a CF/88 indica que ela tem o objetivo de prover benefícios às pessoas que contribuíram a algum regime previdenciário, tanto no período laboral quanto no de inatividade de modo que critérios para preservação do equilíbrio financeiro e atuarial sejam atendidos. Vaz (2009) diferencia equilíbrio financeiro e atuarial ao frisar que o primeiro se refere ao balanceamento

² Conforme o Inciso XI do Art. 167 da Constituição Federal de 1988, as contribuições provenientes do empregador e empregadores, feitas ao INSS em prol do empregado, são exclusivas para a previdência.

entre receitas e despesas no exercício atual, enquanto o segundo analisa se as receitas esperadas se equivalem às despesas esperadas, ou seja, avalia-se o longo prazo neste caso.

Dos três regimes previdenciários existentes no Brasil, o RGPS é o maior deles, pois concentra não só funcionários de empresas privadas, como também os servidores públicos cujo ente não disponha de um RPPS. O RGPS é primordialmente baseado na Emenda Constitucional nº 20/1998 (EC nº20/98), nas Leis nº 8.212/91 e 8.213/91 e no Artigo 201 da Constituição Federal. Ele é de filiação obrigatória pelos segurados e abrange os ativos e inativos da iniciativa privada que são regidos pela Consolidação das Leis Trabalhistas (CLT), além daqueles que queiram contribuir³ de forma facultativa. Suas políticas são preparadas pela Secretaria de Previdência que está vinculada ao Ministério da Fazenda (MF)⁴ e tem o Instituto Nacional de Seguridade Social (INSS) como a autarquia federal que aplica estas políticas. Com relação ao trabalhador, o RGPS assegura quatro tipos de aposentadoria: por invalidez, por idade, especial e por tempo de contribuição. Outros tipos de benefícios como auxílio-doença, salário-família, salário-maternidade e auxílio-acidente também estão previstos na Lei nº 8.213 de 24 de Julho de 1991. De maneira complementar, há também os benefícios de pensão por morte e auxílio-reclusão que são devidos aos dependentes do segurado. Reis *et al.* (2015) esclarecem que essas prestações são operadas como uma forma de seguro aos trabalhadores e suas famílias e que são financiadas com contribuições feitas ao INSS. Ademais, a Lei nº 8.213/91 mostra que benefícios do RGPS demandam um período de carência para que a concessão seja feita como é o caso do auxílio doença e aposentadoria por invalidez⁵, 12 meses, aposentadoria por idade, tempo de serviço e especial, 180 meses, e salário-maternidade, 10 meses. Pensão por morte, auxílio-reclusão e auxílio-acidente não dependem de carência.

De acordo o Art. 40 da CF/88, o RPPS compreende todos os servidores titulares de cargo efetivo da União, Estados, Municípios e Distrito Federal e se caracteriza pela filiação obrigatória e pela natureza solidária. É importante ressaltar que funcionários públicos em cargos temporários e de natureza eletiva não estão incluídos neste caso. Aos funcionários

³ Os deficientes impedidos de trabalhar e idosos com idade a partir de 65 anos, desde que não recebam nenhum outro tipo de provento, são amparados pela Lei 8.742/1993 (Lei Orgânica da Assistência Social) e, portanto, não necessitam fazer nenhuma contribuição. Vale frisar que isto não é caracterizado como benefício previdenciário e sim como benefício assistencial. Portadores da Síndrome de Talidomida são amparados com uma Pensão Especial como descreve a Lei nº 7.070 de 20 de Dezembro de 1982.

⁴ De acordo com a Lei nº 13.341 de 29 de Setembro de 2016 o MF fica responsável pela previdência do País.

⁵ Esta carência para invalidez não se aplica para o trabalhador rural, acidentes de qualquer natureza ou, após filiação no RGPS, o indivíduo acometer alguma das doenças descritas na Portaria Interministerial MPAS/MS nº 2.998/2001.

vinculados ao RPPS existem os seguintes tipos de aposentadoria, a saber, por invalidez permanente, compulsória aos 75anos⁶, e a voluntária⁷ desde que tenha dez anos de efetivo exercício no serviço público e cinco anos no cargo em que o indivíduo quer se aposentar além de ter sessenta e cinco anos de idade e trinta e cinco de contribuição, se homem, e sessenta anos de idade e trinta de contribuição, se mulher.

Conforme a Lei Complementar nº109/2001, o RPC é facultativo, tem como finalidade complementar a aposentadoria das pessoas e se subdivide em duas categorias: aberto, que admite quaisquer pessoas seja da iniciativa privada ou pública em que a administração é feita, comumente, por bancos; e fechado, que é para um grupo específico condicionada a existência de um patrocinador cuja gestão é realizada por uma entidade sem fins lucrativos, os chamados Fundos de Pensão.

Como dito, um órgão de previdência deve sempre se embasar em técnicas atuariais para uma gestão mais consistente. Na constante busca pelo equilíbrio atuarial, os órgãos de previdência têm como um dos pontos-chave a determinação do método a ser utilizado para arrecadação de fundos a fim de garantir o cumprimento das obrigações assumidas. Hoje em dia, no Brasil, há três regimes de financiamento: Capitalização, Repartição Simples e Repartição de Capital de Cobertura. Carneiro (2008) explica que no regime de capitalização todo o valor depositado em prol do participante é investido de modo que este capital seja suficiente para garantir a vida financeira da pessoa. Em outras palavras, a receita do órgão previdenciário será capitalizada para custear os benefícios futuros do segurado. Pode-se citar o Chile como exemplo⁸ de um país que utiliza este tipo de regime. Os outros dois tipos de regime são bastante semelhantes. O regime de capital de cobertura é aquele em que a receita do plano deve ser suficiente para prover os benefícios dos eventos ocorridos no referido ano e que tenha certa duração, ou seja, as contribuições devem suprir a Reserva Matemática de Benefícios Concedidos.⁹ Diniz (2015) lembra que este método não se restringe somente à receita do ano, mas também para as reservas de pagamento prolongados que são aqueles que vão até o falecimento do beneficiário. Em contrapartida, o regime financeiro de repartição simples tem como foco somente o cumprimento de obrigações exigíveis para aquele referido

⁶ Segundo Lei Complementar nº 152 de 3 de Dezembro de 2015.

⁷ Para o caso dos professores do Ensino Infantil, Fundamental e Médio de escolas públicas, o tempo de contribuição será reduzido em cinco anos.

⁸ Conforme Santana e Afonso (2014).

⁹ Segundo Rodrigues (2008) Reserva Matemática de Benefícios Concedidos compreende o montante, a valor presente, que representa os compromissos do órgão previdenciário para com as pessoas que já estão em gozo de benefícios (aposentados e pensionistas).

ano. Jesus (2015) explica que neste caso as contribuições feitas para o órgão de previdência são utilizadas para custear os benefícios dos inativos e pensionistas do referido ano. Godínez-Olivares, Boado-Penas e Pantelous (2015) reforçam que o PAYGO requer uma solidariedade intergeracional e uma sustentabilidade em longo prazo que é afetada diretamente por fatores como redução da taxa de fertilidade, aumento da expectativa de vida e as atuais estimativas para o envelhecimento da geração de recém nascidos. Todos estes acontecimentos são preponderantes para um desequilíbrio¹⁰ deste regime que é o utilizado pelo INSS atualmente. México, Alemanha, Espanha e Suécia são exemplos de países¹¹ que adotam o regime de repartição simples.

Em 2016, o Governo publicou a Portaria Interministerial nº 1 que contempla as novas alíquotas de contribuição para fins de recolhimento dos empregados vinculados ao RGPS. Tais porcentagens estão expostas na Tabela 2.1.1. Ainda nesta publicação ficou determinado o aumento do Salário Mínimo¹² em 2016 para R\$ 880,00.

Tabela 2.1.1- Tabela de Contribuição dos segurados do INSS a partir de 1º de Janeiro de 2016.

Salário de Contribuição (R\$)	Alíquota para fins de Recolhimento do INSS
até 1.556,94	8%
de 1.556,95 até 2.594,92	9%
de 2.594,93 até 5.189,82	11%

Fonte: Portaria Interministerial nº 1 de 8 de Janeiro de 2016

Penafieri e Afonso (2013) lembram que também há uma contribuição patronal de 20% sobre do salário do empregado. Esta quantia, somada à parcela do funcionário, será recolhida ao INSS. Afonso e Lima (2011) advertem sobre a exceção para funcionários do setor financeiro onde há uma alíquota adicional de 2,5%. Esta informação está descrita na Lei nº 7.787 de 30 de Junho de 1989. Além disso, a Lei nº 13.202 de 8 de Dezembro de 2015 dispõe que pode haver a substituição das contribuições do patrocinador por um percentual de 2%, 3%

¹⁰ Segundo a Portaria nº 403/08, os Regimes Próprios de Previdência Social que não estão em equilíbrio atuarial, devido ao regime de financiamento utilizado, podem equacionar o *déficit*, dentre outros métodos, através da segregação de massas. Esta técnica divide a base de dados do respectivo ente em dois grupos, sendo um capitalizado e outro financeiro. O Regime Geral de Previdência Social, entretanto, não dispõe de tal opção, pois não há legislação semelhante.

¹¹ De acordo com Alonso, Hoyo e Tuesta (2015), Schröder (2012) e Boado-Penas, Valdés-Prieto e Vidal-Meliá (2008).

¹² Conforme o Art. 201 da Constituição Federal nenhum benefício previdenciário poderá ser inferior a um Salário Mínimo.

ou 4,5% sob a receita bruta, a depender do ramo que a empresa atua. Um estudo sobre o impacto macroeconômico deste cenário foi apresentado por Silva, Paes e Ospina (2014), porém a legislação da época do referido trabalho já foi revogada. Os empregadores domésticos, de acordo com a Lei Complementar nº 150 de 1º de Junho de 2015, recolhem para fins previdenciários somente 8%. Este mesmo percentual representa a contribuição patronal. O empregador também recolhe 8% para o Fundo de Garantia do Tempo de Serviço (FGTS), 3,2% para indenização compensatória em caso de demissão sem justa causa e 0,8% para financiamento de seguros contra acidentes de trabalho.

2.2 Regras para Concessão de Aposentadoria e Pensão do RGPS

No que tange os segurados do RGPS, o Art. 18 da Lei nº 8.213 de 24 de Julho de 1991 contempla os seguintes tipos de aposentadoria: Aposentadoria por Idade, Aposentadoria Especial, Aposentadoria por Invalidez e Aposentadoria por Tempo de Contribuição. Todos eles utilizam o Salário-de-Benefício (S_b) para determinar o valor da renda mensal do segurado. De acordo com o Art. 29 da Lei nº 8.213/91, o S_b corresponde à média aritmética simples (M) dos 80% maiores salários feitos a partir de Julho de 1994 corrigidos monetariamente pelo Índice Nacional de Preços ao Consumidor (INPC) para a aposentadoria especial e por invalidez, enquanto que para aposentadoria por idade e por tempo de contribuição o S_b consiste em M multiplicado pelo fator previdenciário (f). Para fins de exemplificação deste método de cálculo considere uma situação hipotética em que um funcionário tenha recebido, até o momento de sua aposentadoria, 360 salários. Neste exemplo, os 288 maiores salários serão coletados, atualizados monetariamente para posteriormente ser calculada a média aritmética simples. Vale salientar que S_b não pode ser inferior a um salário mínimo nem superior ao teto do salário de contribuição da data de início do benefício.

A aposentadoria por idade, mais indicada às pessoas que começaram a trabalhar tarde é devida quando o segurado completa 60 anos, se mulher e 65 anos, se homem, conforme a Lei nº 9.032 de 28 de Abril de 1995. Consoante ao Art. 50 da Lei nº 8.213/91 o valor da aposentadoria por idade será pago mensalmente e corresponde a 70% do S_b adicionado de 1% deste a cada doze contribuições sem que ultrapasse 100% do S_b . O segundo tipo contempla os indivíduos que exercem funções prejudiciais à saúde ou integridade física. Neste caso, faz-se necessária contribuição por 15, 20 ou 25 anos, conforme dispuser a lei. A empresa deverá contribuir com um adicional de 1%, 2% ou 3% se os riscos de trabalho dela forem considerados leves, médios ou graves, respectivamente, conforme redação dada pela Lei nº

9.732 de 11 de Dezembro de 1998. Aposentadoria por Invalidez é devida às pessoas que em virtude de acidente ou enfermidade grave fiquem impossibilitadas de trabalhar. O benefício mensal corresponderá a 100% do S_b ¹³. Aposentadoria por tempo de contribuição, a mais comum, será dada aos segurados que satisfizerem a condição de 35 anos de contribuição, se homem e 30 anos de contribuição, se mulher, segundo redação dada pela EC nº20/98¹⁴. Aqui, o valor da aposentadoria é 100% do S_b .

Ademais, vale lembrar a respectiva necessidade de carência, para cada tipo de aposentadoria, já citada neste trabalho.

O Fator Previdenciário foi instituído pela Lei nº 9.876 de 26 de Novembro de 1999, pelo então presidente Fernando Henrique Cardoso, e é um valor com a finalidade de reter a aposentadoria precoce do segurado, pois sua aplicação pode gerar uma redução no valor do benefício. Rocha (2015), por sua vez, ressaltou que o fator tem o propósito de premiar aqueles que postergarem a aposentadoria, devido ao maior quantitativo de contribuições que o empregador irá fazer. Esta autora relembra a Medida Provisória (MP) nº 664/14 que objetivou a extinção do Fator Previdenciário, porém a presidente da República vetou em partes, transformando-a na Medida Provisória nº 676/15 que, mais pra frente, se tornaria a Lei nº 13.183/15. Penafieri e Afonso (2013) também recordam a MP nº 475/09 cujo embasamento era que o fator trazia riscos demográficos e menos renda ao segurado e que, de forma nenhuma poderiam ser arcados pelo empregado, porém esta MP foi vetada por Luis Inácio Lula da Silva, o Chefe de Estado na referida época. Em linhas gerais, o fator surgiu como um método para resolver uma visível fraqueza do sistema previdenciário, porém, de acordo com Lima *et al.* (2012), a economia nos cofres públicos obtida com a implantação do fator previdenciário não foi suficiente para equiparar as receitas e as despesas do RGPS.

O Fator Previdenciário é definido da seguinte forma:

$$f = \frac{T_c \cdot a}{E_s} \times \left[1 + \frac{(I_d + T_c \cdot a)}{100} \right] \quad (2.2.1)$$

Em sua fórmula o Fator Previdenciário agrega os seguintes fatores: idade no momento da aposentadoria (I_d), tempo de contribuição até o momento da aposentadoria (T_c)¹⁵,

¹³ O Art. 45 da Lei nº 8.213/91 salienta que aposentados por invalidez que necessitarem de assistência permanente terão seu benefício acrescido de 25%. Este aumento, para efeitos de uma futura pensão, será cessado.

¹⁴ O tempo de contribuição será reduzido em 5 (cinco) anos para professores da educação infantil, fundamental e médio que comprovem tempo efetivo de exercício da referida função.

¹⁵ De acordo com a Lei nº 9.876/99, para fins de cálculo do Fator Previdenciário o T_c será acrescido em 5 anos, quando se tratar de mulher. Já os professores que comprovarem tempo efetivo na função de magistério na

expectativa de sobrevida no momento da aposentadoria (E_s), além da alíquota de contribuição a , fixada em 0,31. As inovações no ramo da saúde e a própria evolução do ser humano acarretam, ano após ano, numa maior E_s , como mostram as tábuas do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística que são divulgadas periodicamente, e isto, conseqüentemente, tende a deixar o valor do fator abaixo de 1 caso todas as outras variáveis sejam mantidas constante. Com uma simples análise da fórmula pode-se afirmar que este problema é mitigado com a postergação da aposentadoria, visto que assim a I_d e o T_c , que estão no numerador da expressão, assumirão valores maiores e, por conseguinte, a E_s , que está localizada no denominador, será menor.

Como forma de amenizar os impactos do fator previdenciário, foi implantada, recentemente, a Regra 85/95 Progressiva, através da Lei nº 13.183/15, que incrementa o método de aposentadoria por tempo de contribuição. Pereira e Lima (2015, p.325) resumem esta lei da seguinte forma:

"A recente inovação... trouxe a possibilidade da aposentadoria por tempo de contribuição calculada tão somente pela média aritmética simples dos 80% maiores salários de contribuição, sem incidência do fator previdenciário, desde que, cumprido o tempo mínimo de contribuição 30/35 anos (mulheres/homens), a soma entre tempo de contribuição e idade culmine em 85/95 pontos, respectivamente, até dezembro/2018."

Neste cenário o segurado pode escolher se vai ter incidência do Fator sob seu salário de benefício uma vez que o f pode ser superior a 1 (neste contexto o benefício de aposentadoria seria maior). Entretanto, para ter este direito de escolha, a soma entre idade no momento da aposentadoria e tempo de contribuição tem que ser 85 e 95, para mulher e homem, respectivamente¹⁶. Ainda conforme a Lei nº 13.183/15, a relação 85/95 será acrescida em um ponto, a cada dois anos, a partir de 31 de Dezembro de 2018 até 31 de Dezembro de 2026 cuja soma chegará a 90 e 100 anos para mulheres e homens, na devida ordem. É possível ainda verificar no artigo de Campos e Souza (2016) uma tabela que mostra detalhadamente como se dá essa progressão da referida regra.

educação infantil, ensino fundamental e médio terão um aumento de 5 ou 10 anos no T_c , se for homem ou mulher, respectivamente.

¹⁶ O tempo de contribuição do homem e da mulher tem que ser, pelo menos, 35 e 30 anos, respectivamente. Além disto, a Lei nº 13.183/15 afirma que professores do ensino infantil, fundamental e médio que exerceram a referida função terão 30 anos, se for do sexo masculino e 25 anos, se for do sexo feminino, como tempo mínimo de contribuição.

Por fim, temos a Pensão por Morte, benefício este de concessão para os dependentes¹⁷ em caso de falecimento de trabalhador ou aposentado pertencente ao RGPS. A pensão por morte, que está prevista na Lei nº 8.213/91, consiste num valor mensal de 100% da aposentadoria do segurado ou benefício que receberia caso estivesse aposentado por invalidez na data do falecimento. O sistema brasileiro de concessão de pensão está em constante discussão pelos estudiosos e políticos devido à sua insistente inconsistência. Afonso e Freire (2015) mostraram, em recente estudo, que as alíquotas de contribuição estão bem abaixo do necessário para custear os benefícios de uma família padrão: casal com dois filhos e sugeriram uma reforma nas regras do benefício de pensão por morte. Marri, Wajnman e Andrade (2011) afirmam que desequilíbrios fiscais, bastante comuns neste cenário, são influenciados, principalmente, pelo envelhecimento populacional e os frequentes casos de trabalhos informais. Como tentativa de solução deste problema as autoridades estão sempre realizando modificações estruturais em busca do equilíbrio atuarial. Ansiliero, Constanzi e Pereira (2014) complementam esta afirmação ao citar diversas resoluções do âmbito jurídico que já formaram base legal para concessão de pensão como a Lei nº 3.807/60, o Decreto nº 3.408/99, a Lei nº 5.316/67, a Lei nº 8.213/91, a vigente, a Lei nº 9.032/95, que modificou a Lei nº 8.213/91.

Tabela 2.2.1- Duração do benefício de pensão por morte.

Período de recebimento	Idade do cônjuge
3 (três) anos	Menos de 21 anos
6 (seis) anos	Entre 21 e 26 anos
10 (dez) anos	Entre 27 e 29 anos
15 (quinze) anos	Entre 30 e 40 anos
20 (vinte) anos	Entre 41 e 43 anos
Vitalício	A partir de 44 anos

Fonte: Lei nº 13.135/15

A mais recente modificação na Lei nº 8.213/91 foi dada pela redação da Lei nº 13.135/15, que foi uma conversão de algumas partes da Medida Provisória nº 664/14, e altera o tempo de fruição da pensão para o cônjuge com base na idade deste. Atualmente, o período de recebimento irá cessar conforme descrito na Tabela 2.2.1.

¹⁷ Consoante ao § 1º do Art. 77 da Lei nº 8.213/91, o valor da pensão será rateada entre todos os dependentes elegíveis.

Já para os filhos este período cessará¹⁸ a partir do momento que o mesmo completar 21 anos de idade, salvo o caso de invalidez ou deficiência mental ou intelectual grave.

2.3 Trabalhos Relacionados

A preocupação acerca da situação do RGPS, em especial o cálculo de alíquotas que garanta a justiça atuarial deste regime, é um tema constantemente discutido pelos estudiosos. A prova disso é que desde a década de 90 já existe estudo referente a este regime. No Brasil, um dos trabalhos pioneiros foi o de Oliveira, Beltrão e Maniero (1997) que procuraram em sua obra estimar alíquotas capazes de garantir o critério de equidade individual¹⁹. O modelo separou os benefícios em quatro grupos: benefícios programáveis (aposentadoria por tempo de serviço, especial e por idade), aposentadoria por invalidez, pensão por morte e benefícios de risco de curta duração (auxílio doença e reclusão), logo, a alíquota equilibrada será a soma das parcelas correspondentes a cada grupo.

Os resultados confirmaram a lógica de que a alíquota tem uma relação inversa com o tempo de contribuição e direta com a idade de entrada no mercado de trabalho. O cenário mais preocupante se dava quando a aposentadoria ocorria aos 45 anos, pois as alíquotas justas são, na maioria dos casos, acima de 50%, com destaque para o panorama com 2% de taxa real de juros que, somado à hipótese de entrada aos 30 anos acarretava em uma necessidade de uma contribuição de 145%. Vale lembrar que o salário inicial não influenciou nos cálculos, pois os autores desconsideraram a existência do teto previdenciário.

Constatou-se que, na maioria das situações, as alíquotas são insuficientes. Os autores afirmaram que a adoção dos percentuais encontrados por eles não poderiam ser aplicadas, pois a metodologia considerou um sistema de capitalização, que difere bastante do regime de repartição simples. Colocou-se como uma possível solução deste desequilíbrio a adoção de um *menu* de regimes de previdência, conforme Oliveira, Beltrão e Marsillac (1996), em que o segurado pudesse escolher o sistema que mais lhe agrada. Eles afirmaram que deste modo seriam evitados uma redistribuição de renda dos mais pobres para os mais ricos isto porque na referida época, aposentar-se com base nos últimos salários acarretava num favorecimento às pessoas de classe alta porque as alíquotas praticadas neste ano não mudavam muito por categoria social.

¹⁸ Ainda de acordo com a Lei nº 8.213/91, o § 2º do Art. 77 indica que quando uma cota da pensão de algum dependente cessar, esta parte será revertida para os demais dependentes.

¹⁹ Os autores utilizaram esta expressão para representar a justiça atuarial.

Dentre os trabalhos que foram recentemente publicados sobre a solvência do RGPS destaca-se, primeiramente, a obra de Giambiagi e Afonso (2009), pois, segundo os autores, a maioria dos estudos cujo foco era alíquota previdenciária analisava a taxa interna de retorno e a alíquota marginal de contribuição dos sistemas previdenciários. Este estudo buscou encontrar o valor da alíquota previdenciária justa, embasado no equilíbrio entre Valor Presente de Contribuições (VPC) e Valor Presente de Benefícios (VPB) para a Aposentadoria por Tempo de Contribuição (ATC) - ignorando fatos inerentes a um sistema previdenciário como invalidez e pensão, em que a modelagem do primeiro se sustentou na fórmula da soma de uma progressão geométrica finita a fim de considerar o crescimento salarial - e o segundo considerou os benefícios como uma série de pagamentos de uma tabela de amortização constante. Logo, percebe-se um cenário puramente financeiro devido á falta de probabilidades.

Utilizando-se de procedimentos estatísticos, os autores determinaram o valor do crescimento salarial a ser adotado cujo valor foi diferente para cada período de anos de estudo e pelo sexo do indivíduo. Em média as taxas para a amostra completa foram de 1,29% e 1,97% para homem e mulher, respectivamente. Tais valores, que levaram em conta microdados da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD), foram calculados com base numa regressão log-linear da renda por Mínimos Quadrados Ordinários cujas variáveis explicativas englobaram informações sobre o tempo de serviço anterior, a escolaridade, a localidade da moradia, a cor da pele declarada, se a pessoa é chefe de família e se o indivíduo é empregado, com ou sem carteira de trabalho, ou empregador.

Como resultado, os autores constataram que as alíquotas justas de contribuição dos cenários abordados giram em torno de 25% para homens e 27% para mulheres, o que caracterizariam as alíquotas vigentes como excessivas. Estes valores foram encontrados para dois períodos contributivos, 30 e 35 anos e duas taxas de juros, 3% e 4%.

De maneira complementar, o trabalho abordou outros dois pontos relevantes. O primeiro deles diz respeito à Taxa de Reposição Previdenciária (TR) que é representada pela razão entre o valor do primeiro benefício como inativo e o último salário como ativo. Com isso foi possível ver o impacto que a aposentadoria causou nos ganhos do indivíduo. Na maioria dos resultados a TR foi menor do que um em virtude, principalmente, da incidência do fator previdenciário. Verificou-se, também, uma menor TR para as pessoas com maior nível de estudo se comparadas com a população menos escolarizada. Fato este já esperado, devido à existência do teto previdenciário, logo, pessoas que ganham acima do teto teriam

seus benefícios de aposentadoria reduzidos, e ao crescimento salarial cujos valores mais altos são dos indivíduos com grau de educação elevado. Por fim, o estudo analisou a sensibilidade da alíquota de contribuição em relação à taxa de crescimento salarial cujo resultado mostrou que ambos os valores crescem no mesmo sentido, pois um benefício de aposentadoria alto, em consequência de altos salários, só pode ser financiado com uma alíquota de contribuição alta.

Outro estudo importante no que tange a previdência foi escrito por Afonso e Lima (2011). Eles procuraram avaliar se a alíquota previdenciária cobrada pelo RGPS é justa para o caso de ATC apreciando, também, impactos distributivos decorrentes das diversas características existentes num indivíduo como sexo, idade de entrada no mercado de trabalho, composição família, entre outros. Tal artigo teve escopo semelhante ao de Giambiagi e Afonso (2009), isto é, criaram-se fluxos de caixa das contribuições e dos benefícios, para trazê-los a valor presente e assim determinar o valor da alíquota. Porém, os modelos foram aplicados de forma rebuscada devido à incorporação de premissas demográficas na metodologia, embora tenham sido utilizadas tábuas abreviadas. Além disto, as hipóteses biométricas de invalidez e rotatividade não foram consideradas caracterizando, assim, que os procedimentos foram realizados num ambiente unidimensional.

Para o VPC, o fluxo de contribuições ocorre da idade de entrada no mercado de trabalho até a data de aposentadoria com uma probabilidade de sobrevivência atrelada à cada idade, isto é necessário uma vez que a contribuição só acontece caso o trabalhador esteja vivo. O modelo para VPB é semelhante ao do VPC. Neste caso, os salários de benefício de cada ano, que estão com o fator previdenciário incorporado, são trazidos a valor presente e isto é feito com o auxílio de uma anuidade vitalícia e diferida já que os benefícios começam a ser pagos após o fim do período contributivo.

Após a aplicação dos modelos supramencionados, os autores concluíram que as alíquotas vigentes são, na grande maioria dos casos, excedentes para custeio dos benefícios de aposentadoria por tempo de contribuição. Através da análise distributiva notou-se que as contribuições são insuficientes somente para o caso de uma mulher com um salário mínimo, considerando taxa de desconto de 3% a.a.. Comparando-se os resultados deste artigo com os de Giambiagi e Afonso (2009) foi possível verificar uma semelhança nos valores encontrados. Ambos os estudos concluíram que as alíquotas previdenciárias vigentes eram excessivas.

Outro ponto analisado por este artigo foi o cálculo da taxa de reposição previdenciária cujo foco foi uma análise comparativa entre homem e mulher. Com base nos seus resultados, Afonso e Lima apuraram taxas menores no sexo feminino do que às do sexo oposto em

virtude de fatores como tempo de contribuição e expectativa de sobrevida. A exceção fica para os casos em que a idade de entrada no mercado de trabalho começa por volta dos 16 anos. Outro ponto a ser mencionado é analisar a sensibilidade da TR e da alíquota justa em virtude da variação do crescimento salarial cujo valor adotado, inicialmente, foi 2% a.a.. Para tal análise os autores consideraram uma taxa de 4% com base no crescimento médio do Produto Interno Bruto (PIB). Detectou-se que com esse aumento, os valores das rendas cresceram e, desta forma, ocasionaram em TR maiores. Inversamente, as alíquotas atuarialmente justas caem com elevação da taxa de crescimento salarial cujo impacto maior é para pessoas que iniciam seu período laboral mais cedo.

Penafieri e Afonso (2013) publicaram um artigo que pode ser caracterizado como uma continuidade dos dois anteriores citados nesta seção, pois abordou o mesmo tema de modo mais abrangente. Os autores tiveram como escopo a comparação da Regra do Fator (Média dos 80% maiores salários com Fator Previdenciário) com três outras regras de cálculo do benefício de ATC: Regra 85/95, Média dos últimos 36 salários, Média dos 80% maiores salários (sem considerar o Fator Previdenciário). Além disso, como um segundo objetivo, calcular o Fator Previdenciário Atuarialmente Justo (FPAJ) cujo cálculo foi embasado no modelo de Giambiagi e Afonso (2009) que não é atuarial propriamente dito. As hipóteses adotadas não foram escolhidas de modo rebuscado, pois, segundo Penafieri e Afonso, a ideia principal do trabalho foi confrontar resultados dos distintos métodos do cálculo da aposentadoria e não das diferentes premissas. As análises foram feitas combinação os sexos masculino e feminino, a faixa da renda (baixa, média ou alta) e a idade do indivíduo (51, 60 ou 70).

Avaliou-se, primeiramente, a Taxa de Reposição. A maioria dos cenários mais favoráveis se deu pela Média dos 36 últimos salários, situação esta já era esperada visto que o cálculo do benefício compreende as remunerações dos três anos anteriores à data do começo da inatividade. A exceção fica por conta da aposentadoria pela Regra do Fator para pessoas com 70 anos, em que o valor da taxa de reposição excede um devido ao fator previdenciário que cresce no mesmo sentido da idade. Tal justificativa também pode ser utilizada para explicar as taxas para pessoas que se aposentam com 51 anos para ambos os sexos pela Regra Atual que ficaram por volta de 0,50. As TR das outras duas regras apresentaram valores um pouco maiores.

O segundo parâmetro, a Taxa Interna de Retorno (TIR), representa, a partir de um fluxo financeiro, a taxa que resulta em um Valor Presente Líquido, diferença entre

contribuições e benefícios, nulo. O Fator Previdenciário tem atuação diretamente proporcional na Regra Atual, pois os valores das TIR são maiores para pessoas com idade e tempo de contribuição elevados, enquanto estas variáveis, para regra dos últimos 36 salários e dos 80% maiores salários, têm impacto inversamente proporcional. De modo sucinto, os autores afirmaram que não foi possível determinar qual regra apresenta resultados mais progressivos, isto porque os resultados variaram muito dentro de uma mesma regra, dadas as combinações admissíveis entre renda, sexo e idade.

Para finalizar as comparações entre as regras da ATC foram introduzidos os conceitos de alíquota atuarialmente justa, cuja metodologia apresentada pelos autores considerou a razão entre o VPB e valor presente das rendas (salários) (VPR) e mostra a taxa a ser cobrada para o funcionário fazer jus aos benefícios, e a alíquota efetiva que é caracterizada pela divisão do VPC com o VPR e representa quanto o trabalhador efetivamente contribuiu em relação à sua renda. No que se refere às alíquotas justas foi detectado que, para as regras Atual e 85/95, os valores são maiores para idades mais altas, devido ao fator previdenciário, basicamente. Já para as outras regras acontece o contrário, pois não há incidência do fator. Além disso, aposentadorias tardias vão gerar menos benefícios do que às precoces, pois, na teoria, aludem a um período de recebimentos menor. Já a alíquota efetiva não tem interferência de período de fruição de benefícios e a regra de cálculo não tem impacto nos valores das taxas. Estas só têm variação, monotonicamente crescente, com relação à renda. Logo, quanto maior for a renda inicial, maior será a alíquota efetiva.

Com relação ao outro objetivo do trabalho, Penafieri e Afonso calcularam o valor FPAJ cuja metodologia se baseou na afirmação de que seu valor deve ser aquele que ajusta o valor real do benefício (B) com o benefício atuarialmente justo (B_{Atuarial}). Em outras palavras, o FPAJ é a razão entre B e B_{Atuarial} . Os resultados foram feitos considerando nível de renda médio, diversos tempos de contribuição e idades de aposentadoria para ambos os sexos. Os valores do FPAJ variaram entre 0,55 e 1,75 para homem com 52 anos e 30 de contribuição e mulher com 75 anos e 40 de contribuição, respectivamente. Os autores puderam concluir que os impactos do FPAJ foram bem assimétricos se comparados entre homem e mulher de modo que o princípio da justiça atuarial não foi atendido, particularmente para períodos longos e curtos de contribuição. O sexo masculino foi mais afetado para aposentadorias precoces, enquanto o feminino tem incentivos mais fortes para se aposentar tardiamente.

Por fim, no que concerne o RGPS, vale ressaltar o artigo de Afonso e Freire (2015) cujo objetivo também foi o de averiguar se as taxas de contribuição são suficientes.

Entretanto, este trabalho inovou²⁰ ao inserir a questão da pensão por morte de aposentado por tempo de contribuição que é um direito dos dependentes de uma pessoa filiada a um órgão previdenciário garantido pela Constituição Federal. Tal inovação ficou bastante evidenciada pelos autores quando os mesmos citaram Giambiagi e Afonso (2009), Afonso e Lima (2011) e Penafieri e Afonso (2013) cujos estudos só contemplaram o benefício de aposentadoria voluntária.

Na metodologia, observando o critério de equilíbrio atuarial, os autores se embasaram nos conceitos de alíquota justa e alíquota efetiva que levam em conta o VPC, VPR e VPB. Para o primeiro as contribuições devidas do empregado e do empregador desde a idade de entrada até a de aposentadoria foram trazidas a valor presente, de modo análogo aos outros artigos. Já a metodologia para o cálculo do VPB incorporou uma anuidade conjunta, que representa uma série de pagamentos até a morte da última pessoa da família (até completar 21 anos, no caso dos filhos). O modelo do VPR é semelhante ao das contribuições, a diferença é que neste as contribuições recolhidas são colocadas a valor presente, enquanto naquele são os salários. Os cálculos foram realizados para três faixas salariais e diversas idade de entrada no mercado de trabalho. Ademais, serviram como base para análise das alíquotas dois cenários básicos de composição familiar: homem solteiro sem filhos e casal com dois filhos.

Os resultados mostram que para um homem sem dependentes o valor da alíquota justa é menor para situações em que o segurado inicia sua vida laboral tardiamente, enquanto para pessoas que começam a trabalhar mais cedo necessitam de uma alíquota maior. Tais cenários já eram esperados, pois pessoas que começam a trabalhar com idade avançada chegam ao período de aposentadoria bem mais velhos, ou seja, idades em que a expectativa de vida é bem menor. De modo análogo, os indivíduos que começaram a trabalhar precocemente se aposentariam numa idade com expectativa de vida ainda alta e, conseqüentemente, iriam usufruir do benefício previdenciário por mais tempo. Já um casal com dois filhos precisa recolher ao INSS bem mais do que um homem solteiro. Na grande maioria dos casos a alíquota justa ficou acima de 30%. Uma das principais conclusões, segundo Afonso e Freire, é que a diferença entre as idades do trabalhador e do cônjuge é um fator preponderante para a determinação da alíquota justa, visto que esta taxa para um casal de mesma idade é menor em, aproximadamente, 50% se comparada a um casal com 10 ou 15 anos de diferença. A alíquota

²⁰ Apesar da novidade, Afonso e Freire (2015) não consideraram a possibilidade de fruição do benefício de pensão por falecimento de servidor ativo ou de aposentado por invalidez.

efetiva foi comparada com a alíquota justa, através de um gráfico *Taxa versus Diferença de idade* entre os cônjuges, e nele os autores puderam ratificar que a alíquota efetiva independe de outras variáveis que não seja a renda, enquanto a alíquota justa aumenta à medida há crescimento da diferença entre as idades do casal.

No âmbito do RPPS se destaca o artigo publicado por Fontoura *et al* (2006). Este trabalho procurou avaliar a solvência financeira e atuarial do sistema previdenciário de um conjunto de cinco cidades do estado do Ceará, isto é, o objetivo neste caso abrangia o ponto de vista coletivo, pois a intenção foi verificar se havia ou não equilíbrio atuarial nos RPPS dos municípios. Tal avaliação se deu a partir de um balanço atuarial, composto por Ativo e Passivo Atuarial. O primeiro é composto pelo patrimônio dos órgãos previdenciários, VPC, Compensação Previdenciária a Receber e a dedução das despesas administrativas, enquanto o segundo é composto pelo VPB. Os valores do VPC e VPB foram calculados em um ambiente multidecremental pelo método prospectivo, isto é, as contribuições e benefícios futuros são trazidos a valor presente.

O balanço apontou um resultado atuarial preocupante. Foi estimado um *déficit* de R\$ 34 milhões dos órgãos previdenciários, o que evidencia uma insuficiente prática de contribuições. Através de uma projeção de receitas e despesas, Fontoura *et al* esperam que a partir de 2025 as contas previdenciárias já comecem a ficar deficitárias.

Tendo em vista esta análise dos artigos supracitados foi possível notar que houve uma melhoria gradativa das abordagens acerca do tema alíquota previdenciária justa, e é neste contexto que esta dissertação está embasada. Através dos trabalhos anteriores será factível comparar os resultados e, conseqüentemente, os efeitos do modelo com múltiplos decrementos, descrito na próxima seção, que será o diferencial deste estudo em relação aos já existentes. Além disto, uma análise de sensibilidade, que foi um dos enfoques feitos pelos estudos anteriores, também será uma ferramenta a ser utilizada e está exposta no Capítulo 4.

3 PROCEDIMENTOS ATUARIAIS

Abordou-se o RGPS com a finalidade de deixar claras todas as regras para fins de contribuição e de concessão de benefícios, pois é com base nelas que os modelos serão desenvolvidos, em atenção às novas reformas previdenciárias, apontadas na Lei nº 13.135/15.

Na seção 3.1 estão elencadas as hipóteses atuariais que representam o arcabouço necessário para a realização dos cálculos, cujas fórmulas estão descritas na seção subsequente. Os modelos da seção 3.2 contemplam as contribuições previdenciárias e os cinco tipos de benefício: Aposentadoria Programada por tempo de contribuição reversível em pensão, Aposentadoria por Invalidez reversível em pensão e por último a pensão por morte de funcionário em atividade. No que se refere à abordagem desse problema, ela pode ser considerada como quantitativa visto que procedimentos matemáticos serão empregados.

3.1 Hipóteses Adotadas

Os modelos que serão descritos na seção 3.2 têm como uma das características principais a aleatoriedade e, por conseguinte, necessitam de pressupostos atuariais para serem utilizados. Além disso, a metodologia foi desenvolvida para aplicar em diversos cenários que sejam semelhantes à realidade brasileira, cujas composições envolvem o arranjo familiar, renda e idades do participante e dos dependentes, a fim de verificar para cada um deles a alíquota que garante justiça atuarial. As premissas foram determinadas com base em estudos anteriores, na legislação vigente e observando um caráter conservador.

Segundo a Projeção da População do Brasil²¹, feita pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a taxa de fecundidade irá chegar a 1,5 em 2034 e ficará assim até 2060. Para aplicação do modelo teórico assume-se, de maneira análoga à Rodrigues e Afonso (2015), que a probabilidade de estar casado é 1. Portanto, de modo conservador, as famílias-base²² que serão abordadas são da seguinte forma: homem (trabalhador), mulher (cônjuge) e dois filhos e mulher (trabalhadora), homem (cônjuge) e dois filhos, sem distinção de sexo. Consoante as Estatísticas de Registro Civil 2013²³,

²¹ Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/apps/populacao/projecao>. Acesso em: 18 dez. 2016.

²² Das três classes de dependentes, previstas no Artigo 16 da Lei nº 8.213/91, somente a primeira classe será abordada, pois são os dependentes mais comuns.

²³ Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/populacao/registrocivil/2013>. Acesso em: 18 dez. 2016.

divulgada pelo IBGE, o marido é três anos mais velho do que a mulher, portanto, este pressuposto será adotado. Além disso, considera-se que o indivíduo começa a trabalhar aos 25 anos. Por fim, supõe-se que a mulher irá ter o primeiro filho²⁴ aos 30 anos e o segundo aos 32 anos. Serão avaliados, também, outro dois cenários de família: homem e mulher sem dependentes.

Analisando-se as hipóteses atuariais, no que tange o âmbito econômico, será adotada uma taxa real de juros de 3% a.a. e taxa real de crescimento salarial e de benefícios de 2% a.a., em conformidade ao estudo de Afonso e Freire (2015). Além disto, a variação do Índice Nacional de Preços ao Consumidor (INPC) e o reajuste do salário mínimo serão feitos com base na Projeção Atuarial do RGPS (Ver Anexo A) disponível no *site* do Senado Federal. Para atualização anual do teto previdenciário será aplicada a estimativa do INPC acumulado, de acordo com a projeção já referenciada, pois nos últimos seis anos o teto teve crescimento semelhante ao deste índice como mostra a Tabela 3.1.1.

Tabela 3.1.1- Evolução dos valores do teto de contribuição do RGPS.

Ano	Teto de Contribuição do RGPS	Reajuste	INPC Acumulado
2010	R\$ 3.467,40	-	-
2011	R\$ 3.689,66	6,41 %	6,47 %
2012	R\$ 3.916,20	6,14 %	6,08 %
2013	R\$ 4.159,00	6,20 %	6,20 %
2014	R\$ 4.390,24	5,56 %	5,56 %
2015	R\$ 4.663,25	6,23 %	6,23 %
2016	R\$ 5.189,82	11,29 %	11,28 %

Fonte: Adaptada de Rocha (2015).

Já na esfera demográfica será empregada para mortalidade de válidos e de inválidos, a Tábua IBGE 2014 Extrapolada²⁵, visto que o Decreto nº 3.266 de 29 de Novembro de 1999 utiliza tal tábua para verificação da expectativa de sobrevida do indivíduo para calcular o fator previdenciário. Além do mais, esta tábua é a que mais se aproxima do perfil brasileiro, pois é feita pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, instituição responsável pelo Censo Demográfico no Brasil. Até o término deste trabalho a Tábua IBGE

²⁴ O estudo Saúde Brasil, realizado pelo Ministério da Saúde, afirmou que uma parte das brasileiras estão esperando até os 30 anos para ter o primeiro filho.

²⁵ Segregada por sexo para válidos e Ambos os Sexos para inválidos e os filhos.

2015 Extrapolada não havia sido divulgada, porém a análise de sensibilidade mitigará os efeitos de tal limitação. Para o evento de entrada em invalidez não existe uma tábua pré-determinada pela legislação, portanto será escolhida primeiramente a tábua Álvaro Vindas e, posteriormente, outra tábua será utilizada conforme a seção de análise de sensibilidade.

3.2 Modelos Atuariais

Foram determinadas na seção anterior hipóteses biométricas e genéricas dos indivíduos como sexo, idade de entrada no mercado de trabalho, renda inicial, crescimento do teto da previdência e do salário mínimo, números de dependentes, diferença de idade entre o casal, tábua de mortalidade, além das hipóteses econômicas como taxa real de juros, crescimento salarial e inflação. Ademais, esse estudo será avaliado num cenário multidecremental que, de acordo com Dickson, Hardy e Waters (2009), se caracteriza pela existência de várias causas que podem acarretar no fim do *status* de algum indivíduo, como mostra o modelo geral da Figura 3.2.1.

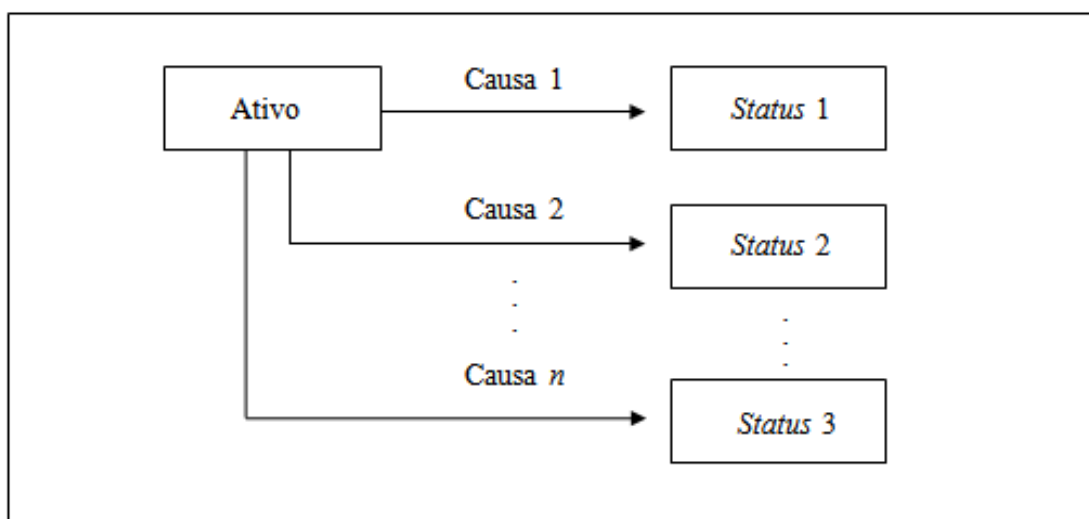


Figura 3.2.1 - Modelo geral de múltiplos decrementos
Fonte: Adaptada de Dickson, Hardy e Waters (2009).

Em outras palavras, um panorama com diversos decrementos analisa as razões que fazem um trabalhador ativo deixar esta qualidade, em que as mais comuns são morte, aposentadoria, invalidez e rotatividade. Esta análise é contemplada pelas tábuas biométricas de mortalidade de válidos, mortalidade de inválidos, entrada em invalidez, aposentadoria e rotatividade. Segundo Rodrigues (2008) as tábuas tem papel primordial na aferição de custos

previdenciários uma vez que seu descasamento com realidade gera desequilíbrios significativos já no curto prazo.

De acordo com Winklevoss (1993), as tábuas biométricas, da maneira como são criadas, abrangem somente o respectivo decremento, de modo que se forem utilizadas em modelos multidecrementais seriam caracterizadas como taxas. Segue, na Tabela 3.2.1, um exemplo de como uma tábua biométrica se apresenta. Os valores da segunda coluna representam a probabilidade de um indivíduo morrer, no decorrer da idade correspondente, considerando que um único decremento possível.

Tabela 3.2.1 - Tábua de Mortalidade IBGE 2014 Extrapolada (Ambos os sexos).

Idade	Taxa
0	0,01440
1	0,00093
2	0,00060
3	0,00046
4	0,00037
5	0,00032
6	0,00028
⋮	⋮
103	0,55814
104	0,68668
105	0,83753
106	0,95901
107	0,99787
⋮	⋮

Fonte: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

Portanto, haja vista a importância do contexto multidecremental faz-se necessária a implementação da chamada Tábua de Serviço em que serão feitas adequações das taxas supracitadas a fim de transformá-las em probabilidades, isto é, contemplar numa só probabilidade todas as causas de interesse que podem ocasionar o fim de um *status*.

Especificamente para este trabalho, serão abordados somente os decrementos morte e invalidez (e, posteriormente, morte do inválido). Além disso, será considerado que a aposentadoria por invalidez é um fato irreversível, logo, os inativos só estarão sujeitos à morte. Não serão necessárias tábuas de rotatividade e de aposentadoria, pois será admitido

que o empregado não vai se desligar da empresa nem terá seu tempo de serviço interrompido por licença maternidade ou paternidade, e que, para fins de aposentadoria voluntária ou por invalidez, ele vai se aposentar no momento da elegibilidade ou quando se tornar inválido, respectivamente, com o propósito de facilitação da modelagem. Por este mesmo motivo serão desconsiderados os auxílios doença, reclusão e saúde, bem como os salários família e maternidade.

Para que seja factível determinar a conversão de taxas em probabilidades para preenchimento de uma tábua de serviço é necessário assumir alguma hipótese de idade fracionada. Promislow (2011) apresentou o Método Uniforme, que é o mais tradicional para converter taxas em probabilidades. Neste caso deve-se assumir que a ocorrência de cada decremento, por ano, segue uma distribuição uniforme, além disso, supõe-se também que as causas não podem ocorrer ao mesmo tempo. Assim, para um cenário com somente duas razões de saída da vida ativa (morte e entrada em invalidez), a probabilidade de um indivíduo ativo de idade x sair de tal condição ao longo desta idade em decorrência da morte, $q_x^{(m)}$, está representada pela área em destaque na Figura 3.2.2 cuja interseção significa o caso em que os decrementos acontecem simultaneamente e, devido às premissas adotadas, deve ter metade dela descartada. Logo, a expressão matemática para a referida probabilidade é:

$$q_x^{(m)} = q_x'^{(m)} - \frac{1}{2} \left(q_x'^{(m)} q_x'^{(d)} \right) \quad (3.2.1)$$

em que $q_x'^{(m)}$ e $q_x'^{(d)}$ são as taxas de morte e entrada em invalidez, respectivamente. Já $q_x^{(d)}$, a probabilidade de uma pessoa ativa de idade x sair da condição ativa por invalidez durante esta idade, é encontrada de modo análogo:

$$q_x^{(d)} = q_x'^{(d)} - \frac{1}{2} \left(q_x'^{(d)} q_x'^{(m)} \right) \quad (3.2.2)$$

Para finalizar o raciocínio, Winklevoss (1993) elencou algumas relações fundamentais entre taxas e probabilidades. Note primeiramente que $q_x'^{(j)} \geq q_x^{(j)}$ para $j = m, d$. Isto é claramente perceptível analisando-se as duas últimas equações apresentadas. Temos ainda a probabilidade de uma pessoa ativa de idade x chegar neste mesmo estado até a idade $x + 1$ que é dada por:

$$p_x^{(\tau)} = \left(1 - q_x'^{(m)} \right) \left(1 - q_x'^{(d)} \right) \quad (3.2.3)$$

Alternativamente,

$$p_x^{(\tau)} = p_x'^{(m)} p_x'^{(d)} \quad (3.2.4)$$

em que $p_x'^{(m)}$ e $p_x'^{(d)}$ são as taxas (probabilidades unidcrementais) de um indivíduo de idade x superar ao longo do ano a morte e de superar a invalidez, respectivamente.

A probabilidade de uma pessoa ativa e válida sair destas condições em $x + 1$, por qualquer razão, é a soma dos decrementos. No caso deste trabalho é:

$$q_x^{(\tau)} = q_x^{(m)} + q_x^{(d)} \quad (3.2.5)$$

em que $q_x^{(\tau)}$ e $p_x^{(\tau)}$ são complementares.

Logo,

$$p_x^{(\tau)} + q_x^{(\tau)} = 1 \quad (3.2.6)$$

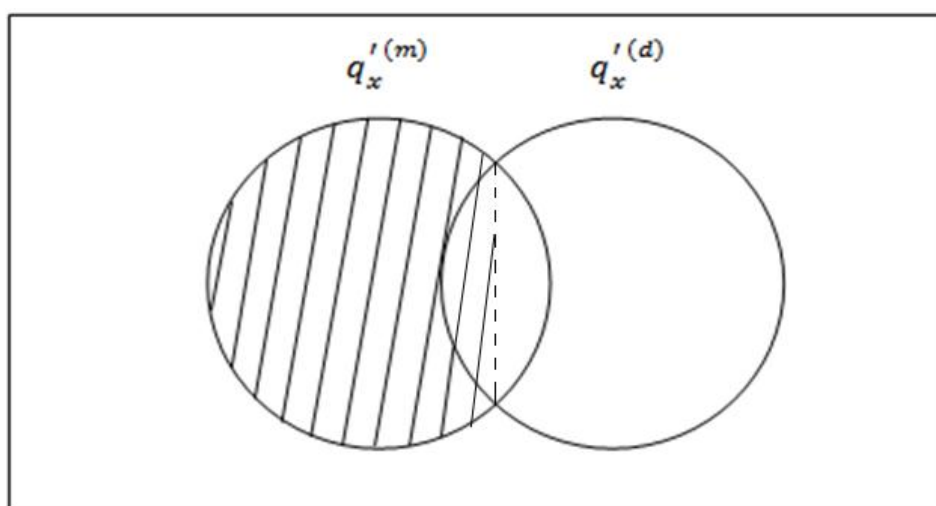


Figura 3.2.2 - Interseção dos decrementos.
Fonte: Adaptada de Rodrigues (2008).

Donnelly (2015) afirma que para que haja justiça atuarial, o Valor Esperado das Contribuições (VEC) feitas por um indivíduo deve ser igual ao Valor Esperado dos Benefícios Futuros (VEB) desta mesma pessoa. Para o VEC, Afonso e Freire (2015) explicam que as alíquotas do empregador e do funcionário são aplicadas sob o salário base mês a mês até a idade de aposentadoria previamente estabelecida, lembrando o crescimento salarial do empregado. No que tange o VEB, estes mesmos autores mencionam a incidência do Fator Previdenciário no valor da aposentadoria, lembrando que este fator só será utilizado na Regra 85/95 Progressiva a critério do empregado.

São implementados modelos que se referem às contribuições do participante e ao pagamento de benefícios dos segurados e dependentes: Aposentadoria Programada (Por

tempo de contribuição), Aposentadoria por Invalidez, Pensão por Morte de Funcionário Ativo e de Inativo por Aposentadoria Programada e Pensão por Morte de Funcionário Inativo por Aposentadoria por Invalidez. O esquema apresentado na Figura 3.2.3 mostra como se caracteriza os modelos a serem utilizados. No período laboral o indivíduo, que começa a trabalhar aos e anos de idade, e seu empregador farão contribuições em um total C , que é um percentual do salário, para que, r anos depois ele possa fazer jus a um benefício de aposentadoria. Tal renda também será devida ao trabalhador que, por uma eventualidade, se tornar inválido. Quando o aposentado (por invalidez ou programado) morrer, os dependentes do falecido irão receber uma pensão, valor este que também será um direito garantido caso o óbito do trabalhador ocorra durante a fase contributiva.

Para melhor entendimento dos procedimentos que serão descritos na próxima seção faz-se necessário detalhar o conceito de Renda.

De acordo com Quelhas (2010), renda (ou anuidade) é um conjunto de pagamentos (recebimentos) feitos ao longo do tempo, em datas previamente acordadas, que representam uma quantia em valor presente. As rendas são classificadas com base em vários critérios como temporárias e vitalícias, quanto à duração, certas e incertas (aleatórias), quanto à dependência ou não de fatores aleatórios, constantes e variáveis, quanto ao valor dos termos, antecipadas e postecipadas, quanto ao vencimento, imediata e diferida, quanto ao início dos pagamentos, além da periodicidade dos pagamentos que pode ser anual, mensal, entre outros. Esta mesma autora define dois tipos de renda que serão de interesse para este trabalho, a saber, Renda aleatória, imediata, antecipada, vitalícia e crescente em progressão geométrica e Renda aleatória, imediata, antecipada, temporária e crescente em progressão geométrica. Como dito, a ideia de renda é que um valor presente esperado seja substituído por sucessivos pagamentos por um determinado tempo n que, neste contexto, serão realizados somente enquanto o indivíduo estiver vivo. Através de um diagrama, mostrado na Figura 3.2.4, é possível ver como se configuram as anuidades analisadas, em que a linha Pagamento representa os valores unitários a serem pagos crescentes em progressão geométrica com razão j , na fileira Desconto está representado o fator de desconto financeiro para cada período e por último estão as respectivas probabilidades de sobrevivência.

Para uma Renda aleatória, imediata, antecipada, vitalícia e crescente em progressão geométrica, o período será a idade extrema da tábua adotada ω , isto é, o momento em que ninguém alcança com vida, devido à característica de vitaliciedade da renda. A multiplicação dos três itens da Figura 3.1.4 (Pagamento, Desconto e Probabilidade), de cada

tempo, representa o valor do pagamento do respectivo período na data presente. Portanto, a expressão matemática que descreve tal anuidade, é encontrada pelo somatório do produto recém-mencionado:

$$\ddot{a}_x^* = \sum_{t=0}^{\omega-x-1} j^t \cdot v^t \cdot {}_t p_x^{(m)} \quad (3.2.7)$$

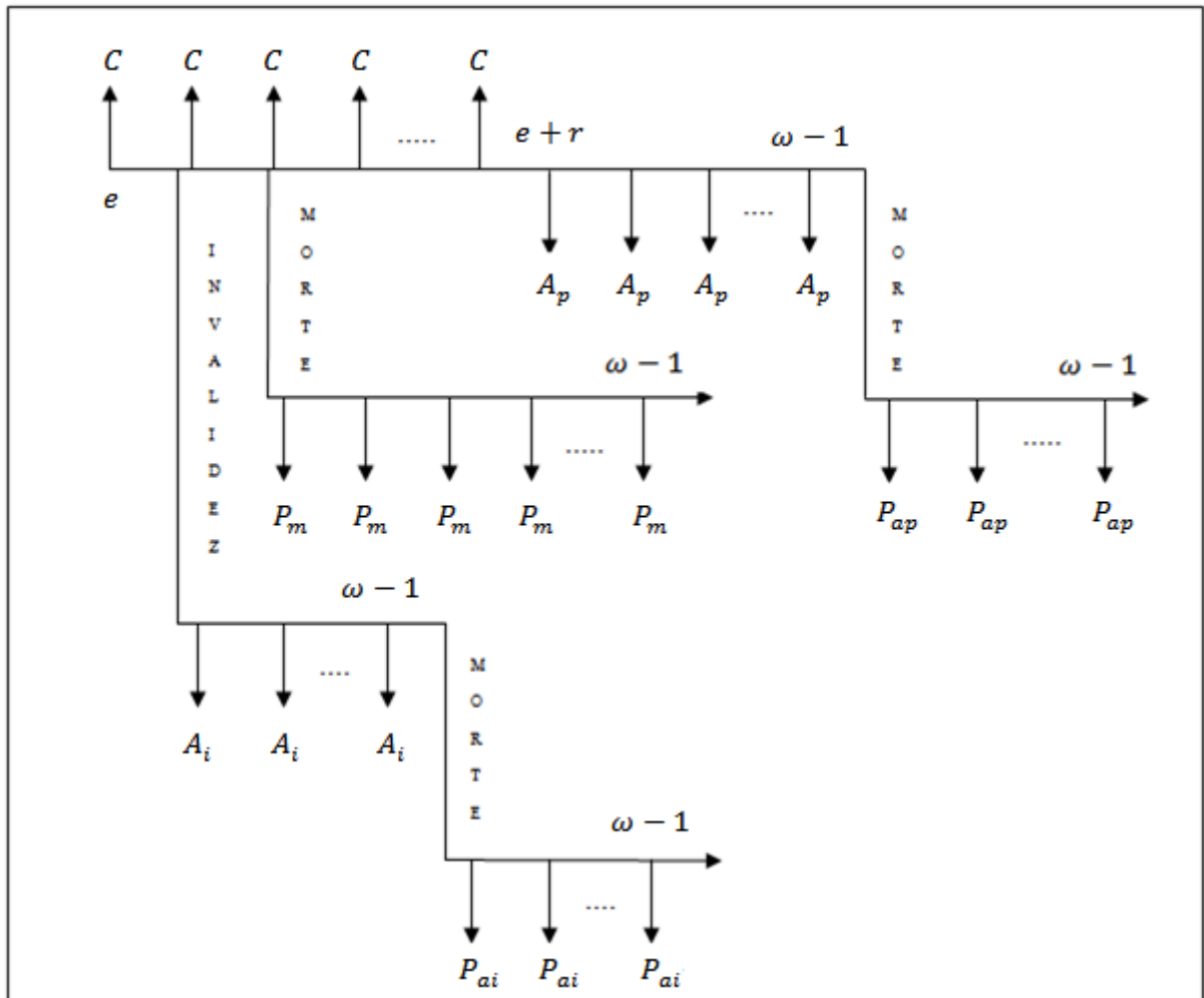


Figura 3.2.3 - Fluxo previdenciário.
Fonte: Adaptada de Fontoura (2002).

A expressão da Renda aleatória, antecipada, imediata, temporária e crescente em progressão geométrica é encontrada de modo análogo à anuidade anterior, sendo diferenciada pelo caráter temporário. Sendo assim, o somatório vai considerar n anos:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^* = \sum_{t=0}^{n-1} j^t \cdot v^t \cdot {}_t p_x^{(m)} \quad (3.2.8)$$

Para ambos os tipos de rendas, j é um fator de crescimento, $v = \frac{1}{(1+i)}$ é o fator de desconto financeiro, i é a taxa real de juros, ${}_t p_x^{(m)}$ é a probabilidade de uma pessoa ativa de idade x alcançar a idade $x + t$ nesse mesmo *status*, n é quantidade de anos que a anuidade irá perdurar e ω é a idade extrema da tábua. Em todo este trabalho está usada a Notação Atuarial Padrão (BOWERS *et al.*, 1977).

Tempo	0	1	2	3	4		n
	—	—	—	—	—	—	—
Pagamento	1	j^1	j^2	j^3	j^4		j^n
Desconto	1	v^1	v^2	v^3	v^4		v^n
Probabilidade	1	${}_1 p_x^{(m)}$	${}_2 p_x^{(m)}$	${}_3 p_x^{(m)}$	${}_4 p_x^{(m)}$		${}_n p_x^{(m)}$

Figura 3.2.4 - Linha do tempo para anuidade em progressão geométrica.
Fonte: Adaptada de Dickson, Hardy e Waters (2009).

3.2.1 Aposentadoria Programada (Voluntária)

Tomando-se como base as regras de aposentadoria por tempo de contribuição, que compõe o rol dos benefícios programáveis, o valor da renda mensal do segurado é encontrado pela expressão Mf em concordância à legislação vigente. Para a criação do modelo será analisado uma sucessão de idades partindo-se da ideia de que os benefícios trazidos a valor presente serão aqueles a contar da idade de aposentadoria, $e + r$, até a idade extrema da tábua, período este que compreende o fluxo de recebimento da aposentadoria. Portanto, considera-se ${}_r p_e^{(\tau)}$, que é a probabilidade de um indivíduo ativo de idade e permanecer nesta condição até a idade $e + r$, idade na qual se aposentaria em que r é 30 ou 35 anos, se mulher ou homem, respectivamente, incidindo também o respectivo fator de desconto financeiro v . Após isto, aplica-se a anuidade devida para esta situação junto com o valor da renda anual, A_p , correspondente à treze vezes a renda mensal (doze meses mais o

13º salário²⁶). Portanto, o Valor Presente de Benefícios Futuros para Aposentadoria Voluntária é:

$$VPBF^{(r)} = {}_r p_e^{(\tau)} \cdot v^{e+r} \cdot A_p \cdot \ddot{a}_{e+r}^* \quad (3.2.1.1)$$

3.2.2 Aposentadoria por Invalidez

Este é o segundo caso de aposentadoria e se dá ao acontecer o evento de invalidez. Ele compõe a lista dos benefícios de risco e, como não comporta a incidência do Fator Previdenciário f , seu valor mensal será somente M . Portanto, o benefício anual de aposentadoria por invalidez, $A_i^{(k)}$ é treze vezes M (doze meses mais o 13º salário). Para a formação do modelo será desconsiderada a carência de 12 meses, pois são poucas as situações que requer este tempo²⁷. Sendo assim, o indivíduo se encontra elegível a receber aposentadoria desde o primeiro dia de trabalho, isto é, o fluxo de recebimentos vitalício pode começar em qualquer idade entre e e $e + r - 1$, porque em $e + r$ o participante receberia uma renda em virtude de uma ATC. O primeiro passo para a modelagem é aplicar ${}_k p_e^{(\tau)}$, a probabilidade de uma pessoa ativa de idade e , superar todos os decrementos e chegar nesta mesma condição k anos depois, seguido de $q_{e+k}^{(d)}$, a probabilidade de uma pessoa de $e + k$ anos se invalidar ao longo desta idade. Isto é necessário uma vez que a pessoa só terá direito ao benefício se sair da condição ativa para a inválida ao decorrer de um determinado ano e tal evento só pode acontecer se o indivíduo estiver ativo no começo deste ano. Feito isto, deve-se considerar o desconto financeiro v , a renda anual $A_i^{(k)}$ e a anuidade devida, $\ddot{a}_{e+k+1}^{*i}$ cuja diferença em relação à $\ddot{a}_x^*$ se dá na probabilidade a ser incorporada que será $p'_{e+k+1}^{(i)}$, a probabilidade de uma pessoa inválida de idade $e + k + 1$ chegar ao próximo ano viva. Vale lembrar que a $A_i^{(k)}$ terá valores diferentes para cada idade já que o cálculo é feito com base nos 80% maiores salário de contribuição anteriores àquele momento. O Valor Presente de Benefícios Futuros para aposentadoria por invalidez é:

$$VPBF^{(d)} = \sum_{k=0}^{r-1} {}_k p_e^{(\tau)} \cdot q_{e+k}^{(d)} \cdot v^{k+1} \cdot A_i^{(k)} \cdot \ddot{a}_{e+k+1}^{*i} \quad (3.2.2.1)$$

²⁶ Está previsto no Inciso VIII do Art. 6 da Constituição Federal que o trabalhador tem direito a receber treze salários por ano.

²⁷ Conforme Inciso II do Art. 26 da Lei 8.213/91, a carência é dispensada nos casos de acidente qualquer natureza ou causa e de doença profissional ou do trabalho, bem como nos casos de segurado que, após filiar-se ao RGPS, for acometido de alguma das doenças e afecções especificadas em lista elaborada pelos Ministérios da Saúde e da Previdência Social.

3.2.3 Pensão por Morte de Ativo

A pensão por morte de trabalhador ativo é o outro tipo de benefício de risco. Conforme a legislação vigente, o valor da renda mensal para este caso será aquele que o funcionário receberia caso fosse se aposentar por invalidez na data da morte, M , e poderá ser concedida em qualquer idade de e até o fim de $e + r - 1$, pois a partir de $e + r$ o trabalhador estará aposentado e a pensão por morte de ativo não caberá mais neste contexto. O valor por ano desta pensão é $P_m^{(x)} = 13M$.

Sabendo que e é a idade de entrada no mercado de trabalho, assuma que u é a diferença entre as idades do funcionário e do cônjuge. Nesta mesma lógica, y e z são valores que, adicionados à idade do participante, representam as idades dos seus dois filhos. Nos cenários em que não há filhos ou quando os mesmos completarem 21 anos as respectivas anuidades serão zero, pois nesta idade a pensão irá ser cessada. Em concordância às alterações da Lei nº 13.135/15, as anuidades que caracterizam o fluxo de pagamentos vitalício ao cônjuge vão variar a depender da idade deste. Sendo assim, para atender tais mudanças foi implementada uma função auxiliar PUP_{e+x}^m representada pelo máximo entre as anuidades do cônjuge e dos filhos. Tal artifício foi adotado, por simplicidade, pois quando há uma cessação de pensão a cota sempre é revertida aos demais pensionistas, logo, considerar a maior anuidade já engloba as obrigações do órgão previdenciário para com os outros pensionistas de menor duração. Deste modo, os valores não ficarão superestimados e estarão sendo conservadores. Portanto, quando a idade do cônjuge for menor do que 21, isto é, $e + x + u < 21$:

$$PUP_{e+x}^{(m)} = \max \left[\ddot{a}_{e+x+u+1:3}^*; \ddot{a}_{e+x+y+1:\overline{21-(e+x+y+1)}}^*; \ddot{a}_{e+x+z+1:\overline{21-(e+x+z+1)}}^* \right] \quad (3.2.3.1)$$

Para $e + x + u$ entre 21 e 26:

$$PUP_{e+x}^{(m)} = \max \left[\ddot{a}_{e+x+u+1:6}^*; \ddot{a}_{e+x+y+1:\overline{21-(e+x+y+1)}}^*; \ddot{a}_{e+x+z+1:\overline{21-(e+x+z+1)}}^* \right] \quad (3.2.3.2)$$

Para $e + x + u$ entre 27 e 29:

$$PUP_{e+x}^{(m)} = \max \left[\ddot{a}_{e+x+u+1:\overline{10}}^*; \ddot{a}_{e+x+y+1:\overline{21-(e+x+y+1)}}^*; \ddot{a}_{e+x+z+1:\overline{21-(e+x+z+1)}}^* \right] \quad (3.2.3.3)$$

Para $e + x + u$ entre 30 e 40:

$$PUP_{e+x}^{(m)} = \max \left[\ddot{a}_{e+x+u+1:\overline{15}}^*; \ddot{a}_{e+x+y+1:\overline{21-(e+x+y+1)}}^*; \ddot{a}_{e+x+z+1:\overline{21-(e+x+z+1)}}^* \right] \quad (3.2.3.4)$$

Para $e + x + u$ entre 40 e 43:

$$PUP_{e+x}^{(m)} = \max \left[\ddot{a}_{e+x+u+1:\overline{20}}^*; \ddot{a}_{e+x+y+1:\overline{21-(e+x+y+1)}}^*; \ddot{a}_{e+x+z+1:\overline{21-(e+x+z+1)}}^* \right] \quad (3.2.3.5)$$

Para $e + x + u$ a partir de 44:

$$PUP_{e+x}^{(m)} = \max \left[\ddot{a}_{e+x+u+1}^*; \ddot{a}_{e+x+y+1:\overline{21-(e+x+y+1)}}^*; \ddot{a}_{e+x+z+1:\overline{21-(e+x+z+1)}}^* \right] \quad (3.2.3.6)$$

Para a modelagem do problema deve-se considerar ${}_x p_e^{(\tau)}$ e $q_{e+x}^{(m)}$, a probabilidade de uma pessoa de idade e superar todos os decrementos e chegar na mesma condição x anos depois e a probabilidade de uma pessoa ativa de idade $e + x$ vir a falecer ao longo do ano, respectivamente. A pensão só será paga em caso de morte do trabalhador e este evento só pode acontecer se o indivíduo estiver ativo no começo do ano. Após isso, incide o fator de desconto financeiro, o valor da pensão no respectivo período e a função auxiliar que representa a anuidade unitária devida para cada situação. Portanto, aplicando esta ideia em uma sucessão de idades, o Valor Presente de Benefícios Futuros para pensão por morte de ativo é:

$$VPBF^{(m)} = \sum_{x=0}^{r-1} {}_x p_e^{(\tau)} \cdot q_{e+x}^{(m)} \cdot v^{x+1} \cdot P_m^{(x)} \cdot PUP_{e+x}^{(m)} \quad (3.2.2.7)$$

Vale lembrar que o valor de pensão, $P_m^{(x)}$ será diferente para cada parcela do somatório, já que tal valor é definido com base nas 80% maiores remunerações de Julho de 1994 até a data correspondente.

3.2.4 Pensão por Morte de Inativo por Aposentadoria Programada

A pensão por morte de aposentado programado, por sua vez, só pode começar a ser paga em qualquer idade a contar de $e + r$, já que somente a partir desta idade um dependente terá direito a este tipo pensão. De acordo com a Lei vigente a renda mensal será 100% da aposentadoria que deu origem à pensão, Mf , logo, o valor anual é representado por $P_{ap} = 13Mf$. Deve-se também implementar uma função auxiliar $PUP_{e+s}^{(ap)}$, cuja definição e aplicação são análogas ao caso anterior. Esta justificativa também se aplica para definição de u , y e z . Em vista disso, para $e + s + u < 21$:

$$PUP_{e+s}^{(ap)} = \max \left[\ddot{a}_{e+s+u+1:\overline{3}}^*; \ddot{a}_{e+s+y+1:\overline{21-(e+s+y+1)}}^*; \ddot{a}_{e+s+z+1:\overline{21-(e+s+z+1)}}^* \right] \quad (3.2.4.1)$$

Para $e + s + u$ entre 21 e 26:

$$PUP_{e+s}^{(ap)} = \max \left[\ddot{a}_{e+s+u+1:\overline{6}}^*; \ddot{a}_{e+s+y+1:\overline{21-(e+s+y+1)}}^*; \ddot{a}_{e+s+z+1:\overline{21-(e+s+z+1)}}^* \right] \quad (3.2.4.2)$$

Para $e + s + u$ entre 27 e 29:

$$PUP_{e+s}^{(ap)} = \max \left[\ddot{a}_{e+s+u+1:\overline{10}}^*; \ddot{a}_{e+s+y+1:\overline{21-(e+s+y+1)}}^*; \ddot{a}_{e+s+z+1:\overline{21-(e+s+z+1)}}^* \right] \quad (3.2.4.3)$$

Para $e + s + u$ entre 30 e 40:

$$PUP_{e+s}^{(ap)} = \max \left[\ddot{a}_{e+s+u+1:\overline{15}}^*; \ddot{a}_{e+s+y+1:\overline{21-(e+s+y+1)}}^*; \ddot{a}_{e+s+z+1:\overline{21-(e+s+z+1)}}^* \right] \quad (3.2.4.4)$$

Para $e + s + u$ entre 40 e 43:

$$PUP_{e+s}^{(ap)} = \max \left[\ddot{a}_{e+s+u+1:\overline{20}}^*; \ddot{a}_{e+s+y+1:\overline{21-(e+s+y+1)}}^*; \ddot{a}_{e+s+z+1:\overline{21-(e+s+z+1)}}^* \right] \quad (3.2.4.5)$$

Para $e + s + u$ a partir de 44:

$$PUP_{e+s}^{(ap)} = \max \left[\ddot{a}_{e+s+u+1}^*; \ddot{a}_{e+s+y+1:\overline{21-(e+s+y+1)}}^*; \ddot{a}_{e+s+z+1:\overline{21-(e+s+z+1)}}^* \right] \quad (3.2.4.6)$$

O modelo é basicamente igual ao da pensão por morte de ativo com a diferença de que o somatório começa de r e vai até a idade extrema da tábua por causa do tipo de pensão, a probabilidade atrelada, $q_{e+s}^{\prime(m)}$, será a da própria tábua biométrica (taxa), pois a partir da data da aposentadoria o indivíduo só estará exposto ao decremento da morte e que o valor da pensão, P_{ap} , está fora do somatório. Seu crescimento implícito vai acontecer através do $PUP_{e+s}^{(ap)}$ que abrange anuidades crescentes em progressão geométrica. O Valor Presente dos Benefícios Futuros para pensão por morte de inativo por aposentadoria programada é:

$$VPBF^{(ap)} = P_{ap} \cdot \sum_{s=r}^{\omega-e-1} {}_s p_e^{(\tau)} \cdot q_{e+s}^{\prime(m)} \cdot v^{e+s+1} \cdot PUP_{e+s}^{(ap)} \quad (3.2.4.7)$$

3.2.5 Pensão por Morte de Inativo por Aposentadoria por Invalidez

Para finalizar as abordagens no que tange os benefícios previdenciários temos a pensão por morte de aposentado por invalidez. O pensionista receberá, mensalmente, 100% da aposentadoria originária desta pensão cujo valor é M . Portanto, a pensão anual será $P_{ai}^{(c)} = 13M$. A função auxiliar $PUP_{e+q}^{(i)}$ também está presente no modelo deste benefício cujas anuidades referentes aos filhos serão iguais a zero caso suas idades sejam maiores do que ou iguais a 21 anos ou se, por ventura, não houver filhos na situação. Tomando-se u , y e z como os valores que somados à idade do participante $e + q$ vão representar as idades do cônjuge e dos dois filhos, respectivamente, o valor do $PUP_{e+q}^{(i)}$, em concordância com a Lei nº 13.135/15, para $e + q + u < 21$, é:

$$PUP_{e+q}^{(i)} = \max \left[\ddot{a}_{e+q+u+1:\overline{3}}^*; \ddot{a}_{e+q+y+1:\overline{21-(e+q+y+1)}}^*; \ddot{a}_{e+q+z+1:\overline{21-(e+q+z+1)}}^* \right] \quad (3.2.5.1)$$

Para $e + q + u$ entre 21 e 26:

$$PUP_{e+q}^{(i)} = \max \left[\ddot{a}_{e+q+u+1:\overline{6}|}^*; \ddot{a}_{e+q+y+1:\overline{21-(e+q+y+1)}|}^*; \ddot{a}_{e+q+z+1:\overline{21-(e+q+z+1)}|}^* \right] \quad (3.2.5.2)$$

Para $e + q + u$ entre 27 e 29:

$$PUP_{e+q}^{(i)} = \max \left[\ddot{a}_{e+q+u+1:\overline{10}|}^*; \ddot{a}_{e+q+y+1:\overline{21-(e+q+y+1)}|}^*; \ddot{a}_{e+q+z+1:\overline{21-(e+q+z+1)}|}^* \right] \quad (3.2.5.3)$$

Para $e + q + u$ entre 30 e 40:

$$PUP_{e+q}^{(i)} = \max \left[\ddot{a}_{e+q+u+1:\overline{15}|}^*; \ddot{a}_{e+q+y+1:\overline{21-(e+q+y+1)}|}^*; \ddot{a}_{e+q+z+1:\overline{21-(e+q+z+1)}|}^* \right] \quad (3.2.5.4)$$

Para $e + q + u$ entre 40 e 43:

$$PUP_{e+q}^{(i)} = \max \left[\ddot{a}_{e+q+u+1:\overline{20}|}^*; \ddot{a}_{e+q+y+1:\overline{21-(e+q+y+1)}|}^*; \ddot{a}_{e+q+z+1:\overline{21-(e+q+z+1)}|}^* \right] \quad (3.2.5.5)$$

Para $e + q + u$ a partir de 44:

$$PUP_{e+q}^{(i)} = \max \left[\ddot{a}_{e+q+u+1}^*; \ddot{a}_{e+q+y+1:\overline{21-(e+q+y+1)}|}^*; \ddot{a}_{e+q+z+1:\overline{21-(e+q+z+1)}|}^* \right] \quad (3.2.5.6)$$

A expressão do Valor Presente dos Benefícios Futuros de pensão por morte de inativo por invalidez ($VPBF^{(i)}$) é um pouco mais complexa do que as anteriores, pois requer o acontecimento de dois eventos para que a pensão seja paga. O primeiro passo é contemplar ${}_c p_e^{(\tau)}$, a probabilidade de uma pessoa de idade e estar na mesma condição c anos depois, $q_{e+c}^{(d)}$, a probabilidade de um indivíduo de idade $e + c$ vir a se invalidar ao longo do ano e o valor do benefício anual que esta ocorrência vai gerar, $P_{ai}^{(c)}$. Estando o indivíduo na situação de inválido a segunda ocorrência que deve acontecer para que a pensão comece a ser paga é a morte deste inválido que é atendida por $q'_{e+q}^{(i)}$, a probabilidade de uma pessoa inválida de idade $e + q$ falecer ao decorrer de um ano em um ambiente unidcremental. Tal acontecimento só possível caso o indivíduo esteja vivo no começo do ano, por isso o modelo contém ${}_q p_e'^{(i)}$. É importante frisar que $q'_{e+q}^{(i)}$ é uma estimativa proveniente de um ambiente unidcremental (taxa) e, portanto, é obtida diretamente através da tábua biométrica de mortalidade de inválidos. Por fim, a modelagem insere o fator de desconto financeiro v e a função auxiliar $PUP_{e+q}^{(i)}$. O Valor Presente de Benefícios Futuros para pensão por morte de inválido é:

$$VPBF^{(i)} = \sum_{c=0}^{r-1} {}_c p_e^{(\tau)} \cdot q_{e+c}^{(d)} \cdot P_{ai}^{(c)} \cdot \sum_{q=c}^{\omega-e-1} {}_q p_e'^{(i)} \cdot q'_{e+q}^{(i)} \cdot v^{q+1} \cdot PUP_{e+q}^{(i)} \quad (3.2.5.7)$$

Vale salientar que o somatório que abrange as chances de entrada em invalidez só vai até $r - 1$ porque a partir de $e + r$ o indivíduo não estará, para fins previdenciários, exposto

à entrada em invalidez. O outro somatório, por sua vez, vai até a idade extrema da tábua, pois estando o trabalhador inválido, a pensão pode começar a ser paga em qualquer momento que o sinistro ocorra.

3.2.6 Contribuições Previdenciárias

As contribuições previdenciárias representam a contrapartida necessária para que um indivíduo tenha direito aos benefícios citados nas seções anteriores. Para descrever o fluxo de contribuições que o empregado e empregador farão, deve-se aplicar a alíquota de contribuição ao fluxo de salários, que cresce anualmente através de uma taxa de crescimento salarial, e a taxa de desconto financeiro. Porém, como este valor só será recolhido se o funcionário estiver vivo é imprescindível que o modelo contenha ${}_tp_e^{(\tau)}$, a probabilidade de uma pessoa de idade e chegar ativo $t - e$ anos depois, num ambiente multidecremental. Por conseguinte, o Valor Presente de Salários Futuros é:

$$VPSF = \sum_{t=0}^{r-1} {}_tp_e^{(\tau)} \cdot v^t \cdot S_{e+t} \quad (3.2.6.1)$$

em que S_{e+t} é o salário por ano no período $e + t$, v o fator de desconto financeiro. Para encontrar as contribuições que serão efetivamente realizadas, basta multiplicar o $VPSF$ por a . O Valor Presente de Contribuições Futuras é:

$$VPCF = a \cdot VPSF \quad (3.2.6.2)$$

em que a é a alíquota atuarialmente justa encontrada ao igualar $VPCF$ com todos os $VPBF$ apresentados.

3.3 Métodos Alternativos para Conversão de Taxas em Probabilidades

No começo deste capítulo foi apresentado para fins de criação da Tábua de Serviço um método para conversão das taxas em probabilidades que assume a hipótese de decrementos uniformemente distribuídos. Entretanto, é possível adequar as tábuas biométricas para o ambiente multidecremental através de outras maneiras. Para isto, é necessário que os métodos satisfaçam as relações apresentadas na Seção 3.1. Em outras palavras, a seguinte equação precisa ser atendida:

$$q_x^{(m)} + q_x^{(d)} = q_x'^{(d)} + q_x'^{(m)} - q_x'^{(d)} q_x'^{(m)} \quad (3.1.6.1)$$

3.3.1 Método Força do Decremento Constante

A probabilidade de saída da vida ativa num ambiente multidecremental depende tanto da variável tempo quanto da razão que ocasionou este evento. Denotando-se T o tempo até o fim de um status e J a causa desta ocorrência, pode-se reescrever ${}_tq_x^{(\tau)}$ como:

$${}_tq_x^{(\tau)} = P(T \leq t) \quad (3.3.3.1)$$

em que o sobrescrito τ representa todos os decrementos que podem fazer uma pessoa deixar uma respectiva condição. De forma complementar:

$${}_tp_x^{(\tau)} = 1 - P(T \leq t) = P(T > t) \quad (3.3.1.2)$$

T e J são variáveis aleatórias contínua e discreta, respectivamente. Sendo assim, assumamos $f(t, j)$ como a função de distribuição conjunta, $h(j)$ a função marginal de probabilidade de J e $g(t)$ a função marginal de densidade de probabilidade de T , portanto,

$$\sum_{j=1}^m h(j) = 1 \quad (3.3.1.3)$$

e

$$\int_0^{\infty} g(t) dt = 1 \quad (3.3.1.4)$$

Note que pela definição de função marginal de probabilidade tem-se que

$$g(t) = \sum_{j=1}^m f(t, j) \quad (3.3.1.5)$$

e a Função de Distribuição Acumulada de T é:

$$G(t) = \int_0^t g(s) ds \quad (3.3.1.6)$$

logo, como $G(t) = P(T \leq t)$ por definição, pode-se afirmar que:

$$G(t) = {}_tq_x^{(\tau)} \quad (3.3.1.7)$$

Já ${}_tq_x^{(j)}$, a probabilidade de um indivíduo deixar a vida ativa devido à causa j tem uma notação diferente:

$${}_tq_x^{(j)} = \int_0^t f(s, j) ds \quad (3.3.1.8)$$

A Força do Decremento $(\mu_{x+t}^{(j)})$ representa a intensidade do decremento instantânea, que na teoria da probabilidade corresponde a função de risco associada a causa j . Em outras

palavras, ela se configura como a razão entre a probabilidade condicional de um indivíduo ativo sair desta condição pela causa j entre x e $x + t$, dado que não saiu até x , quando $t \rightarrow 0$.

Ela é dada por:

$$\mu_{x+t}^{(j)} = \frac{f(t, j)}{1 - G(t)} = \frac{f(t, j)}{{}_t p_x^{(\tau)}} \quad (3.3.1.9)$$

Estendendo a equação acima para todos os decrementos existentes tem-se que a Força Total dos Decrementos é:

$$\mu_{x+t}^{(\tau)} = \frac{g(t)}{1 - G(t)} = \frac{g(t)}{{}_t p_x^{(\tau)}} \quad (3.3.1.10)$$

que pode ser escrita como:

$$\mu_{x+t}^{(\tau)} = \frac{1}{{}_t p_x^{(\tau)}} \frac{d}{dt} {}_t q_x^{(\tau)} = - \frac{1}{{}_t p_x^{(\tau)}} \frac{d}{dt} {}_t p_x^{(\tau)} = - \frac{d}{dt} \log {}_t p_x^{(\tau)} \quad (3.3.1.11)$$

Por conseguinte:

$${}_t p_x^{(\tau)} = \exp \left(- \int_0^t \mu_{x+s}^{(\tau)} ds \right) \quad (3.3.1.12)$$

em que

$$\mu_{x+t}^{(\tau)} = \sum_{j=1}^m \mu_{x+t}^{(j)} \quad (3.3.1.13)$$

É possível ainda determinar, para cada decremento reconhecido no âmbito multidecremental, os modelos de decremento único, isto é, que dependem de uma determinada causa. Tal função é dada por:

$${}_t p_x'^{(j)} = \exp \left(- \int_0^t \mu_{x+s}^{(j)} ds \right) \quad (3.3.1.14)$$

De posse destas informações introdutórias pode-se agora encontrar as probabilidades para preencher a tábua de serviço adotando-se a hipótese de que a Força do Decremento é constante para cada decremento durante o ano, ou seja, $\mu_{x+t}^{(j)} = \mu_x^{(j)}$. Tal pressuposto implica que $\mu_{x+t}^{(\tau)} = \mu_x^{(\tau)}$, $0 \leq t < 1$.

Sabe-se que $\mu_{x+t}^{(j)} \cdot {}_t p_x^{(\tau)} = f(t, j)$. Integrando ambos os lados:

$$\int_0^t {}_t p_x^{(\tau)} \cdot \mu_{x+t}^{(j)} = \int_0^t f(s, j) ds \quad (3.3.1.15)$$

que pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned} {}_t q_x^{(j)} &= \int_0^1 {}_t p_x^{(\tau)} \cdot \mu_x^{(j)} dt \\ {}_t q_x^{(j)} &= \frac{\mu_x^{(j)}}{\mu_x^{(\tau)}} \int_0^1 {}_t p_x^{(\tau)} \cdot \mu_x^{(\tau)} dt = \frac{\mu_x^{(j)}}{\mu_x^{(\tau)}} q_x^{(\tau)} \end{aligned} \quad (3.3.3.16)$$

Por fim, aplicando logaritmo natural na Fórmula (3.3.1.12) tem-se, para qualquer $t \in (0,1)$ e sob a suposição adotada, a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \ln {}_t p_x^{(\tau)} &= - \int_0^t \mu_{x+s}^{(\tau)} ds \\ \ln {}_t p_x^{(\tau)} &= - \mu_{x+s}^{(\tau)} \int_0^t 1 ds \\ \ln {}_t p_x^{(\tau)} &= -t \cdot \mu_{x+s}^{(\tau)} \\ t \cdot \mu_x^{(\tau)} &= - \ln {}_t p_x^{(\tau)} \end{aligned} \quad (3.3.3.17)$$

e, de modo análogo:

$$t \cdot \mu_x^{(j)} = - \ln {}_t p_x'^{(j)} \quad (3.3.3.18)$$

Deste modo tem-se que:

$$\frac{\mu_x^{(j)}}{\mu_x^{(\tau)}} = \frac{t \cdot \mu_x^{(j)}}{t \cdot \mu_x^{(\tau)}} = \frac{- \ln {}_t p_x'^{(j)}}{- \ln {}_t p_x^{(\tau)}} = \frac{\ln {}_t p_x'^{(j)}}{\ln {}_t p_x^{(\tau)}} \quad (3.3.3.19)$$

Portanto, com esta hipótese de Força do Decremento constante pode-se arranjar

${}_t q_x^{(j)}$ da seguinte maneira:

$${}_t q_x^{(j)} = \frac{\ln({}_t p_x'^{(j)})}{\ln({}_t p_x^{(\tau)})} {}_t q_x^{(\tau)} \quad (3.3.1.20)$$

em que, especificamente para este trabalho, $j = m, d$.

3.3.2 Método da Proporcionalidade

Sabe-se que pelo método de decrementos uniformemente distribuídos:

$$q_x^{(m)} = q_x'^{(m)} - \frac{1}{2} \left(q_x'^{(m)} q_x'^{(d)} \right) \quad (3.3.2.1)$$

A presença da razão $1/2$ é reflexo da hipótese de distribuição uniforme dos decrementos ao longo do ano. Nesta seção vamos propor uma adaptação desta fórmula substituindo o fator $1/2$ por uma proporção. Isto é,

$$q_x^{(m)} = q_x'^{(m)} - \frac{q_x'^{(d)}}{(q_x'^{(d)} + q_x'^{(m)})} (q_x'^{(d)} q_x'^{(m)}) \quad (3.2.2.2)$$

Analogamente,

$$q_x^{(d)} = q_x'^{(d)} - \frac{q_x'^{(m)}}{(q_x'^{(m)} + q_x'^{(d)})} (q_x'^{(m)} q_x'^{(d)}) \quad (3.2.2.3)$$

Note que $q_x^{(m)} + q_x^{(d)}$ é:

$$q_x'^{(m)} - \frac{q_x'^{(d)}}{(q_x'^{(d)} + q_x'^{(m)})} (q_x'^{(d)} q_x'^{(m)}) + q_x'^{(d)} - \frac{q_x'^{(m)}}{(q_x'^{(m)} + q_x'^{(d)})} (q_x'^{(m)} q_x'^{(d)}),$$

isto é,

$$q_x'^{(m)} + q_x'^{(d)} - \left(\frac{q_x'^{(d)} q_x'^{(m)}}{q_x'^{(d)} + q_x'^{(m)}} \right) (q_x'^{(d)} + q_x'^{(m)}) \quad (3.2.2.4)$$

Portanto, a condição exposta na Equação (3.1.6.1) é atendida com essa proposta de conversão de taxa.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Diante dos modelos propostos neste trabalho, este capítulo apresenta os principais resultados com base nas hipóteses pré-definidas. É importante frisar que a composição familiar e as premissas adotadas foram escolhidas conforme estudos anteriores e dados estatísticos do IBGE a fim de garantir o caráter conservador dos resultados.

Na seção 4.1 estão os valores das alíquotas justas tanto para o homem quanto a mulher conforme a família padrão e mostra resultados com variação de dois pressupostos genéricos: diferença de idade entre o casal e a renda inicial do funcionário. A seção 4.2, por sua vez, expõe os efeitos das mudanças das hipóteses econômicas e financeiras assumidas na seção 3.1.

4.1 Alíquota Previdenciária Atuarialmente Justa

Tomando-se como base, no que tange o caso do homem como funcionário ligado ao RGPS que ganha um salário mínimo, a Tabela 4.1.1 mostra que a alíquota justa para este indivíduo seria 36,30%. Caso fosse avaliada somente a aposentadoria programada seria necessário um percentual de 19,48%, que representa 53,7% do custo total apurado, assim, a alíquota praticada de 28% estaria acima do necessário, porém, como existem outros benefícios previdenciários os cálculos mostram uma subestimação da taxa do INSS necessitando, desta forma, que outras fontes de recursos cubram a diferença de 8,52%. Ainda na mesma tabela, verifica-se que a pensão por aposentadoria programada e a pensão por morte são custeadas com 7,42% e 6,68% do salário do empregado, respectivamente. Tais alíquotas foram as mais altas depois da aposentadoria voluntária, isto porque elas são calculadas utilizando, além dos filhos, a esposa como referência, logo, como as tábuas de mortalidade do sexo feminino têm taxas de morte bem menores do que as dos homens esses resultados foram encontrados. Já os outros dois benefícios cujo evento gerador é a invalidez têm percentuais bem menores em comparação aos demais, o que era esperado em virtude das probabilidades de entrada em invalidez cujos valores são muito baixos.

Analisando agora a situação de uma funcionária ligada ao RGPS com a mesma família-base, a alíquota atuarialmente justa é ainda maior, muito por causa dos cinco anos a menos que a mulher precisar trabalhar além do cenário demográfico feminino que é mais favorável se comparado ao do homem. Ainda de acordo com Tabela 4.1.1 a vigente cobrança de 28% do INSS está bem aquém, pois é necessário contribuir com 41,08% do salário para o

custeio previdenciário em que 74,3% deste é para aposentadoria programada. Os outros benefícios não têm taxas tão expressivas, pois a metodologia, exceto para aposentadoria por invalidez, utiliza estimativas da tabela masculina que são mais agravadas em relação à feminina.

Outra abordagem interessante pode ser feita ao comparar os resultados entre os sexos. Quando os benefícios são direcionados às mulheres as alíquotas são sempre maiores do que as dos homens, pois a expectativa de vida feminina é superior à masculina, isto faz com que os custos sejam maiores para elas, além disso o homem é mais velho do que a mulher. Com um olhar mais detalhado, percebe-se que as aposentadorias, por serem direitos do funcionário, precisam de alíquotas mais elevadas na coluna feminina, enquanto as pensões, cujos pagamentos são devidos aos dependentes, necessitam de um custeio maior na masculina. Entretanto as diferenças são grandes somente para o caso de aposentadoria voluntária, em que o custo para a o homem é aproximadamente 63,7% do custo para a mulher e para a respectiva pensão, situação em que o custo para mulher é corresponde a 63,3% do custo para o homem.

Tabela 4.1.1 - Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos, casado, com dois filhos e que recebe um salário mínimo.

Benefício	Homem	Mulher
Aposentadoria Programada	19,48%	30,54%
Pensão de Aposentadoria Programada	7,42%	4,70%
Aposentadoria por Invalidez	2,27%	2,78%
Pensão de Aposentadoria por Invalidez	0,45%	0,37%
Pensão por Morte	6,68%	2,69%
Total	36,30%	41,08%

Fonte: Esta Pesquisa (2016).

É possível também averiguar a alíquota justa em um cenário sem dependentes. Um funcionário cuja entrada no mercado de trabalho se dá aos 25 anos, solteiro e sem filhos necessitaria que a contribuição para custear seus benefícios representasse 21,75% do seu salário. Esta informação pode ser vista na Tabela 4.1.1 ao somar somente as porcentagens de aposentadoria voluntária e por invalidez em virtude das pensões só serem utilizadas caso haja dependentes. Sendo assim, o INSS estaria, a princípio, exigindo um esforço além do suficiente do contribuinte e de seu empregador, contudo, é preciso se atentar à existência do auxílio doença e auxílio-acidente, que não foram abordados neste trabalho, pois a incidência destes benefícios certamente acarretaria em um aumento da alíquota e este acréscimo poderia

apontar um caráter justo no percentual atualmente praticado pelo INSS. Ademais, os percentuais calculados são puros, isto é, sem taxas de carregamento. Considerando-se os custos de administração para operação do sistema previdenciário a alíquota total também aumentaria. Já para uma mulher sem dependentes que inicia sua atividade laboral aos 25 anos de idade haveria justiça se uma contribuição correspondente a 33,32% do salário fosse destinada à previdência, deste modo tal percentual estaria acima da alíquota vigente de 28%. Portanto, ao menos 5,32% teriam que ser adicionados para que o cobrado à população feminina fosse considerado justo.

Todos os resultados apresentados até agora supuseram um trabalhador com renda mensal de um salário de mínimo, porém o que aconteceria para uma família de maior poder aquisitivo? Para estes casos as alíquotas justas seriam iguais às recém-apresentadas na Tabela 4.1.1, salvo os cenários em que o salário é maior do que o teto previdenciário ou venha a ultrapassá-lo em algum momento futuro, em virtude do taxa real de crescimento salarial. Mantidas todas as outras hipóteses, um aumento do salário inicial implicaria em uma elevação do VPBF total, com a contrapartida de um acréscimo no fluxo de salários na mesma proporção, deste modo, a alíquota justa não teria qualquer variação. Entretanto, se o teto do RGPS for excedido, o percentual a ser cobrado será diferente dos descritos nas Tabelas 4.1.1 como mostra a Figura 4.1.1. Por volta de sete salários mínimos a curva começa a cair justamente em virtude de a renda exceder o teto. Este comportamento decrescente se mantém ao passo que o salário inicial for aumentando. Segundo dados de Outubro de 2016 do Cadastro Geral de Empregados e Desempregados (CAGED)²⁸, pessoas com nível superior completo têm salário real médio maior do que os outros níveis de estudo, desse modo, pode-se afirmar que trabalhadores com grau de instrução maior tendem a ter alíquotas equânimes menores.

Verifica-se através da Tabela 4.1.2 os resultados que abordam uma situação considerando dez salários mínimos. As aposentadorias e pensões têm suas alíquotas reduzidas e isto ocorre devido à limitação dos benefícios ao teto. Tais conclusões são consistentes se comparadas ao estudo de Afonso e Freire (2015)²⁹.

De acordo com a tabela supracitada um homem requer contribuições mensais equivalentes a 26,33% do seu salário para que haja justiça atuarial. Analisando o impacto que

²⁸ Disponível em : <ftp://ftp.mtps.gov.br/pdet/microdados/CAGED>.

²⁹ Neste artigo os autores compararam, para várias idades, as alíquotas para um, três e cinco salários mínimos que foram menores à medida que a renda inicial aumentava.

esse aumento salarial ocasionou nas alíquotas de cada benefício percebe-se que a maior variação percentual se dá na pensão por morte de aposentado inválido que reduziu em 35,79%, enquanto quantitativamente a mudança mais significativa é na alíquota para aposentadoria programada que, neste caso, necessita de 4,80% a menos. Já para uma mulher que recebe dez salários mínimos a cobrança justa seria de 37,14%, logo, ao menos 6,14% teriam de ser obtidos por meio de outras fontes de financiamento. Percentualmente a maior redução foi de 35,77% para pensão de aposentadoria por invalidez, ainda que este decréscimo em termos quantitativos tenha sido de somente 0,14%. Neste contexto, a queda mais relevante foi de 1,63% para aposentadoria voluntária.

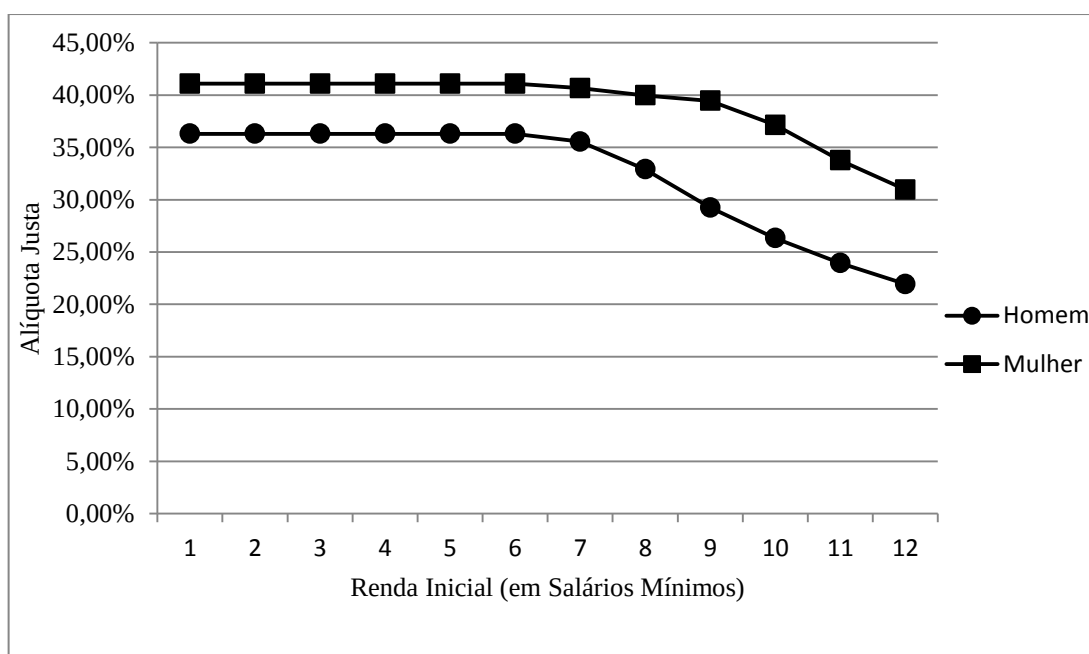


Figura 4.1.1 - Alíquota justa para várias faixas de salário inicial.
Fonte: Esta Pesquisa (2016).

Observando-se um panorama sem dependentes o homem em questão precisaria uma contribuição de 16,15% do salário para que houvesse justiça atuarial, enquanto uma mulher solteira e sem filhos, por sua vez, tem como justa uma alíquota de 30,71%.

Outra investigação relevante a ser feita diz respeito à diferença de idades entre o funcionário e seu cônjuge. Para a realização deste tipo de análise, com base na mesma família-base, assuma que o empregado tem agora sete anos a menos do que sua companheira e vice-versa a fim de manter o cônjuge dentro dos parâmetros da maioridade civil.

Tabela 4.1.2 - Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos, casado, com dois filhos e que recebe dez salários mínimos.

Benefício	Homem	Mulher
Aposentadoria Programada	14,68%	28,91%
Pensão de Aposentadoria Programada	5,58%	4,44%
Aposentadoria por Invalidez	1,47%	1,80%
Pensão de Aposentadoria por Invalidez	0,29%	0,24%
Pensão por Morte	4,31%	1,75%
Total	26,33%	37,14%

Fonte: Esta Pesquisa (2016).

Pela Tabela 4.1.3, no que se refere ao homem, verifica-se que não há grandes mudanças em relação ao caso anterior, entretanto há alguns pontos interessantes a serem comentados. Comparando com a Tabela 4.1.1 percebe-se que não houve nenhuma variação nas alíquotas das aposentadorias, porém isto já era esperado uma vez que esses benefícios são direitos somente do funcionário, portanto, a diferença de idade entre o casal não influencia os cálculos. Logo, fica claro que os impactos serão somente nas pensões. O percentual necessário para pensão por morte reduziu aproximadamente 0,5% ocasionando em 6,21%. Isto aconteceu porque com o aumento em quatro anos da diferença entre as idades, a esposa do funcionário vai demorar quatro anos a mais para atingir os 44 anos, idade esta que lhe dá direito a uma pensão vitalícia, em outras palavras, este acréscimo transformou quatro rendas vitalícias em temporárias. Para pensão de aposentadoria voluntária a Tabela 4.1.3 aponta a necessidade de uma contribuição de 7,41% sob o salário. Tal aumento era esperado, pois as anuidades vitalícias, descritas na metodologia deste benefício, começaram a ser calculadas em uma idade quatro anos menor que têm, conforme a tábua demográfica adotada, estimativas biométricas maiores. A pensão de aposentadoria por invalidez teve um leve crescimento para 0,51%, pois aproximadamente 80% dos valores de $PUP_{e+q}^{(i)}$, previstos no segundo somatório do $VPBF^{(i)}$, ficaram maiores. De modo geral o percentual justo girou foi 37,09% com este aumento da diferença entre as idades, ou seja, houve um impacto positivo na alíquota.

Trocando o sexo do funcionário para feminino só houve, pelo mesmo motivo citado no parágrafo anterior, variação nos percentuais das pensões. No que se refere à pensão por morte aconteceu uma queda para 2,61%, pois o aumento em quatro anos fez com que as anuidades calculadas para o cônjuge considerassem idades maiores cujas probabilidades de morte, na tábua masculina, são mais expressivas. Esta justificativa também explica as alíquotas de 3,75% e 0,30% para pensão de aposentadoria programada e de aposentadoria por invalidez,

respectivamente. De maneira geral, a alíquota caiu para 40,00%, mesmo assim, pode-se dizer que os 28% cobrado pelo INSS estão bem aquém do necessário.

Tabela 4.1.3 - Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos com cônjuge sete anos mais jovem, dois filhos e que recebe um salário mínimo.

Benefício	Homem	Mulher
Aposentadoria Programada	19,48%	30,54%
Pensão de Aposentadoria Programada	8,62%	3,76%
Aposentadoria por Invalidez	2,27%	2,78%
Pensão de Aposentadoria por Invalidez	0,51%	0,31%
Pensão por Morte	6,21%	2,61%
Total	37,09%	40,00%

Fonte: Esta Pesquisa (2016).

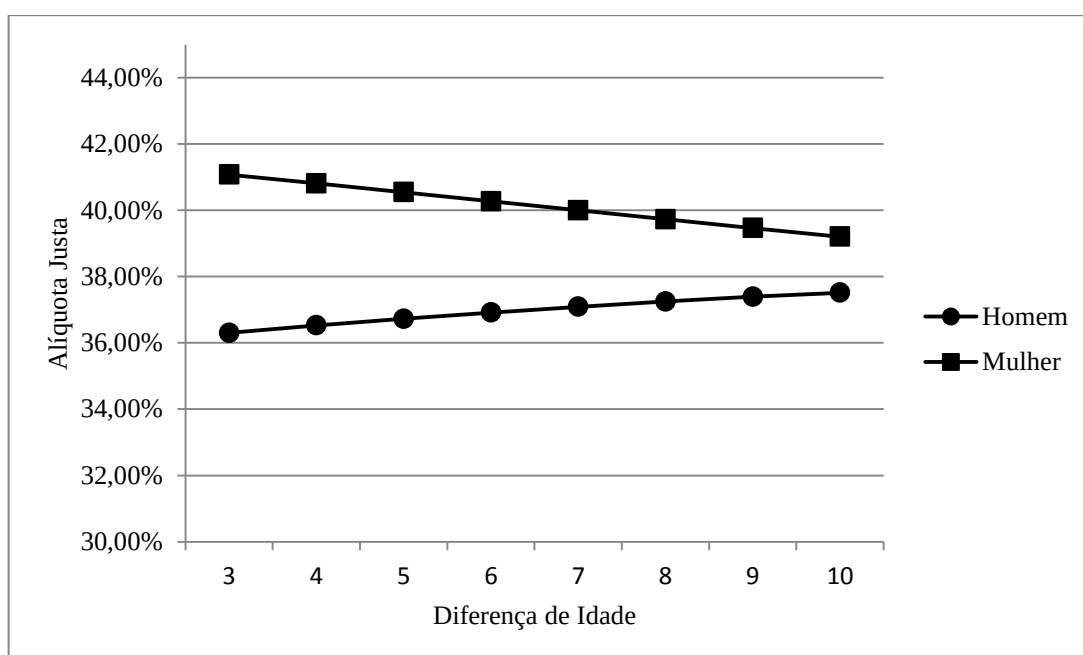


Figura 4.1.2 - Alíquota justa para várias diferenças de idade.

Fonte: Esta Pesquisa (2016).

A Figura 4.1.2 apresenta o comportamento das alíquotas previdenciárias para o homem e a mulher em função de várias diferenças de idade. A tendência ascendente da curva masculina significa que, mantidas as outras variáveis constantes, uma família sustentada por um homem se torna mais cara com esposas mais jovens. Argumento análogo pode ser feito para a mulher.

4.2 Análise de Sensibilidade

A Análise de sensibilidade é uma técnica bastante utilizada cujo objetivo é o de realizar uma investigação mais profunda sobre os impactos que uma determinada variável pode sofrer dada a mudança de outras. Tal avaliação pode ser feita através da derivada³⁰ da alíquota justa em relação à premissa que se deseja analisar, deste modo é possível verificar a elasticidade entre as duas variáveis, como mostram Giambiagi e Afonso (2009) cujo estudo focou na relação entre a alíquota e a taxa de crescimento salarial e Penafieri e Afonso (2013) que focaram na ligação entre o valor do benefício e a taxa real de juros. Outro modo de apreciar a sensibilidade é através de uma simples mudança da premissa, a fim de constatar o novo valor das alíquotas, abordado por Afonso e Freire (2015), que variou a idade de entrada no mercado de trabalho e do cônjuge, diferença de idade entre o casal e o salário. Este último método é de interesse para este trabalho. As próximas seções apresentam quão sensível a alíquota previdenciária atuarialmente justa é sob mudanças das tábuas de mortalidade de válidos, inválidos e entrada em invalidez, taxa real de crescimento salarial e de benefícios e de juros.

4.2.1 Mortalidade de Válidos

Primeiramente apresenta-se o impacto da mudança da tábua demográfica de mortalidade de válidos, premissa esta que vem sofrendo redução das taxas de morte ao longo do tempo como mostra a Tabela 4.2.1.1. Segundo o IBGE, as Expectativas de Vida ao Nascer (e_x^0), entre 1980 e 2014, cresceram, em média, 6,5% a cada período de aproximadamente dez anos. Em virtude disto, será realizado um procedimento de desagramento cujo objetivo é o de reduzir as taxas de mortalidade da tábua e, por conseguinte, obter um aumento da e_x^0 (CALDART *et al*, 2014). Sinteticamente, em trinta e quatro anos os brasileiros aumentaram sua e_x^0 em torno de 20%, logo, para manter esta taxa de crescimento, considerando que os fatores responsáveis pelo crescimento da e_x^0 , como os avanços na medicina, acesso à rede pública de saneamento básico, e quaisquer outros pontos que venham a melhorar a qualidade de vida também irão fazer a E_s aumentar na mesma proporção, a Tábua IBGE 2014 Extrapolada será desagrada em 70%.

De acordo com a Tabela 4.2.1.2 as alíquotas equânimes vão diminuir se comparadas com a Tabela 4.1.1. A princípio poderia parecer que o desagramento da Tábua IBGE 2014

³⁰ Este método de análise de sensibilidade não pode ser utilizado para premissas biométricas.

ocasionaria um aumento das alíquotas, entretanto, isto não acontece para o RGPS, especificamente, por uma série de razões. Os benefícios relacionados à invalidez terão seus percentuais elevados, visto que eles estão em um cenário multidecremental, logo, uma redução da taxa de morte de válidos gera um aumento das probabilidades de sobrevivência. A pensão por morte de ativo e de aposentado voluntário, no entanto, estão intimamente ligadas à premissa em questão, portanto, com o aumento da E_s o funcionário tem menor probabilidade de morte e, por conseguinte, tem suas alíquotas reduzidas já que estamos tratando de benefícios de pensão que só são devidos em caso de morte do trabalhador. A aposentadoria programada, por sua vez, é um caso peculiar em virtude da presença do Fator Previdenciário. O desagravamento da tábua incorre em um aumento da probabilidade de sobrevivência e da anuidade vitalícia, por outro lado o benefício do aposentado irá diminuir, pois este tem a incidência do Fator Previdenciário que cai com o aumento da E_s . Para um trabalhador do sexo masculino a queda do valor da aposentadoria teve mais peso do que os aumentos das probabilidades de sobreviver, portanto, a alíquota justa teve um leve crescimento. Para uma funcionária o efeito é contrário, logo, houve uma queda do percentual equânime.

Tabela 4.2.1.1- Expectativa de vida ao nascer da Tábua IBGE de vários anos.

Ano	Homem	Mulher	Geral
1980	59,6	66,0	62,0
1991	62,6	69,8	66,0
2001	65,1	72,9	68,9
2014	71,6	78,8	75,2

Fonte: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

Tabela 4.2.1.2 - Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos com cônjuge, dois filhos e que recebe um salário mínimo considerando a Tábua de Mortalidade de Válidos IBGE 2014 Extrapolada desgravada em 70%.

Benefício	Homem	Mulher
Aposentadoria Programada	21,18%	29,11%
Pensão de Aposentadoria Programada	4,09%	2,42%
Aposentadoria por Invalidez	2,34%	2,83%
Pensão de Aposentadoria por Invalidez	0,72%	0,66%
Pensão por Morte	2,59%	1,08%
Total	30,92%	36,10%

Fonte: Esta Pesquisa (2016).

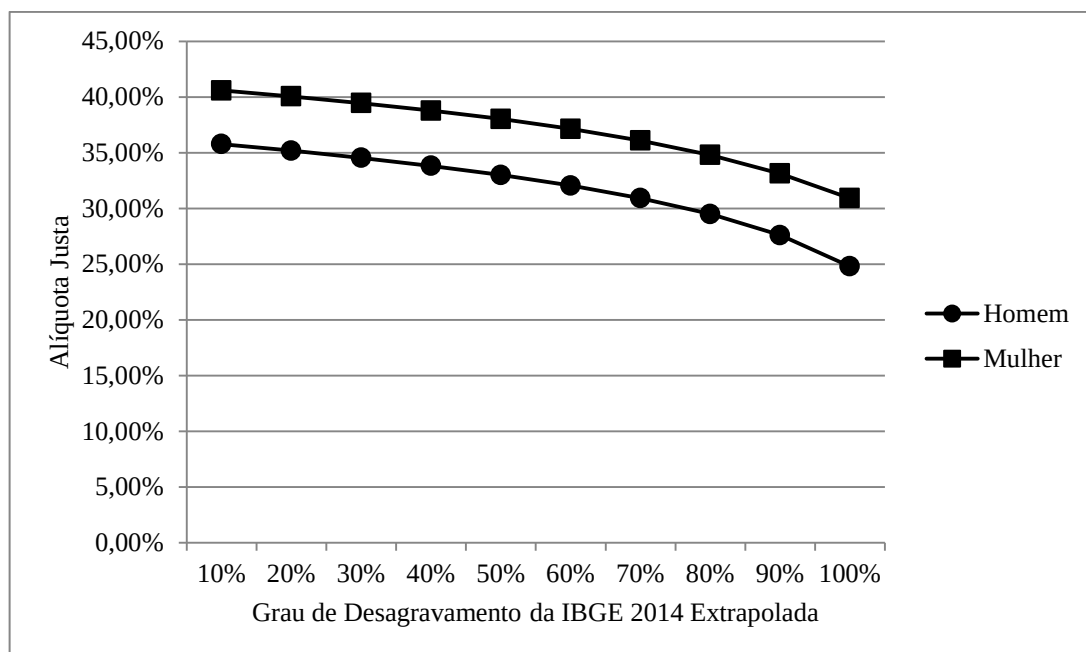


Figura 4.2.1.1 - Alíquota justa para vários graus de desagravamento da Tábua de Mortalidade de Válidos.
Fonte: Esta Pesquisa (2016).

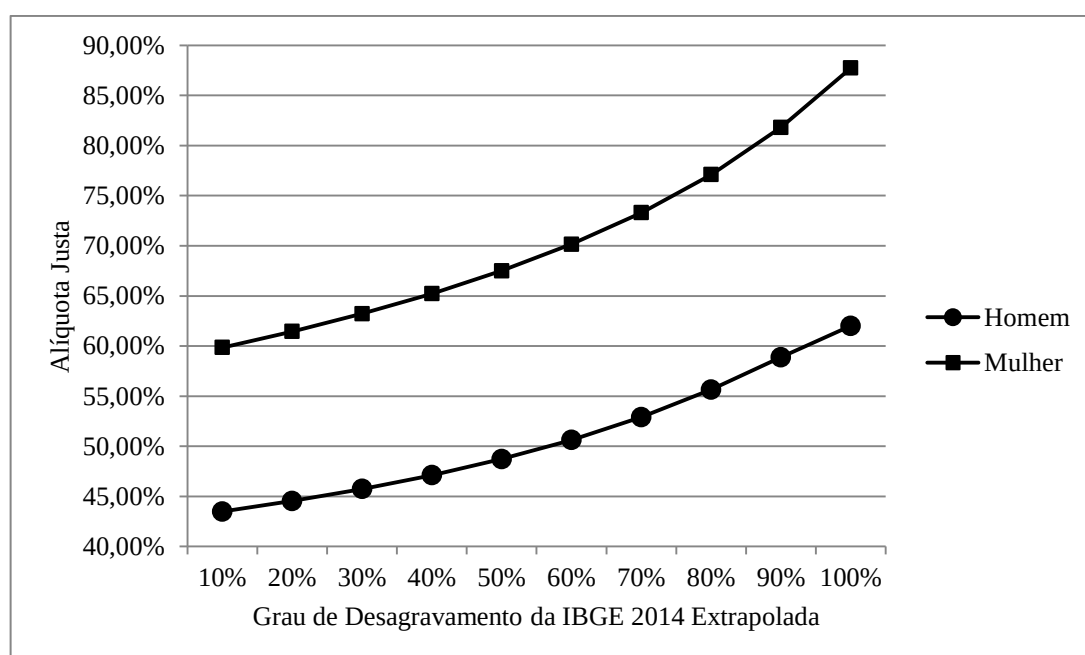


Figura 4.2.1.2 - Alíquota justa para vários graus de desagravamento da Tábua de Mortalidade de Válidos sem incidência do Fator Previdenciário.
Fonte: Esta Pesquisa (2016).

De modo geral, a alíquota total irá diminuir para ambos os sexos, pois as expressivas quedas das taxas necessárias para as pensões supriram os aumentos em decorrência da invalidez e, especificamente para o homem, da aposentadoria voluntária.

A Figura 4.2.1.1 apresenta por meio de um gráfico o comportamento decrescente da alíquota justa em função do grau de agravamento. Somente para reforçar o expressivo impacto que o Fator Previdenciário tem no âmbito previdenciário a Figura 4.2.1.2 apresenta um cenário sem a incidência do fator. Sem se apegar aos valores, percebe-se que agora a curva do gráfico é crescente para ambos os sexos, logo, nos leva a crer que as alíquotas justas das aposentadorias programadas aumentam à medida que as probabilidades de morte ficam menores.

4.2.2 Mortalidade de Inválidos

No que tange a Mortalidade de Inválido usou-se, na Seção 4.1, a Tábua IBGE 2014 Ambos os Sexos cuja e_x^0 é 75,2 anos, porém é bem verdade que uma pessoa inválida fica exposta à morte com maior probabilidade se comparada a um indivíduo válido. Para este cenário a tábua supracitada será agravada em 50%, pois com esse percentual a Expectativa de Vida ao Nascer (e_x^0) fica 69,3, isto é, inferior à da IBGE 2014 Feminina e Masculina que é de 78,8 e 71,6, respectivamente. Entretanto, apesar de toda essa mudança é possível verificar, através da Tabela 4.2.2.1, que não houve impactos expressivos se os resultados forem comparados aos da Tabela 4.1.1.

Tabela 4.2.2.1 - Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos com cônjuge, dois filhos e que recebe um salário mínimo considerando a Tábua de Mortalidade de Inválidos IBGE 2014 Ambos os Sexos agravada em 50%.

Benefício	Homem	Mulher
Aposentadoria Programada	19,48%	30,54%
Pensão de Aposentadoria Programada	7,42%	4,70%
Aposentadoria por Invalidez	2,01%	2,46%
Pensão de Aposentadoria por Invalidez	0,55%	0,46%
Pensão por Morte	6,68%	2,69%
Total	36,14%	40,85%

Fonte: Esta Pesquisa (2016).

A alíquota justa saiu de 36,30% para 36,14% e de 41,08% para 40,85% para homem e mulher, respectivamente. Este decréscimo se deu porque com o agravamento da tábua o inválido ficou mais propenso à morte e, portanto, o fluxo para este tipo de benefício tendeu a diminuir, entretanto, tal redução foi irrisória, devido ao fato da tábua só incidir na metodologia da aposentadoria por invalidez e sua pensão, em que esta teve um ligeiro aumento, mas não suficiente para elevar a alíquota total. A Figura 4.2.2.1 reforça o

comportamento decrescente da alíquota para diversos níveis de agravamento da tábua referenciada.

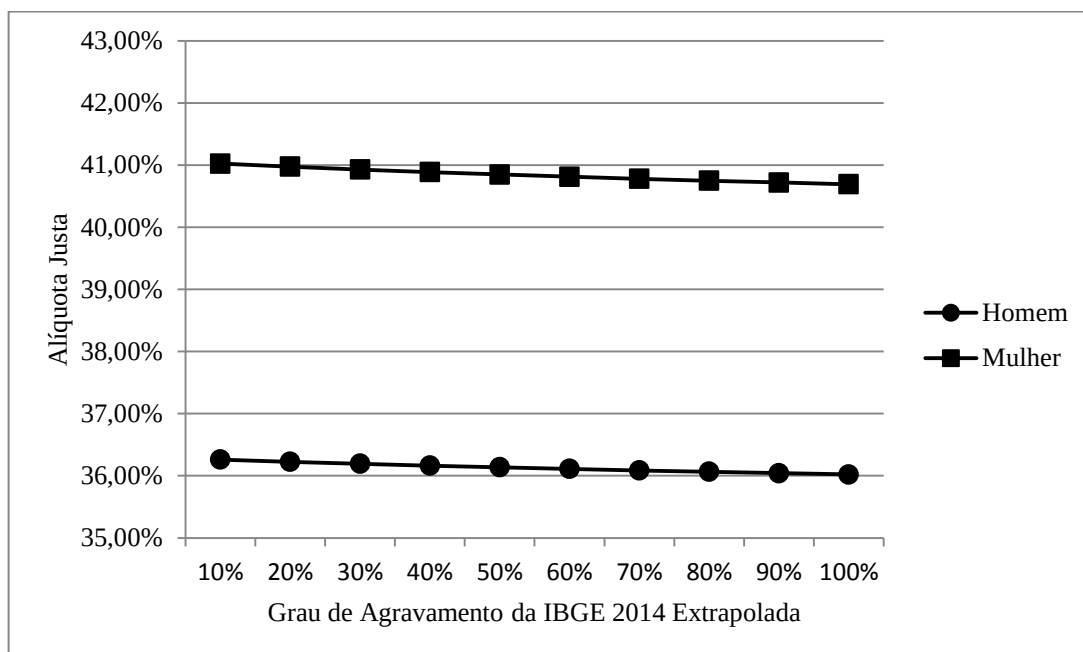


Figura 4.2.2.1 - Alíquota justa para vários graus de agravamento da Tábua de Mortalidade de Inválidos.
Fonte: Esta Pesquisa (2016).

4.2.3 Entrada em Invalidez

Para finalizar as abordagens do âmbito biométrico será analisada agora a hipótese de entrada em invalidez. Os cálculos primários consideraram a tábua Álvaro Vindas, entretanto existe uma tábua, de autoria de Gomes, Fígoli e Ribeiro (2010), que foi feita utilizando dados reais do RGPS, ou seja, as estimativas de probabilidades possivelmente representam bem o cenário brasileiro.

Para um funcionário do sexo masculino com a família padrão e adotando-se a nova hipótese atuarial, a Tabela 4.2.3.1 aponta para um aumento da alíquota justa para 41,45%, isto é, 13,45% acima do praticado pelo INSS. Tal valor se deve primordialmente às taxas necessárias de aposentadoria por invalidez e sua respectiva pensão cujos percentuais foram de 9,11% e 1,98%, respectivamente. A Tábua de Gomes, Fígoli e Ribeiro (2010) apresentam estimativas bastante elevadas e isto refletiu no aumento dos benefícios que estão ligados aos eventos de invalidez. Esta nova premissa impactou negativamente as alíquotas para aposentadoria programada e pensão por morte de ativo, pois estes contêm atreladas na metodologia, probabilidades em um ambiente multidecremental cujos valores reduziram. A pensão de aposentadoria voluntária por sua vez teve uma elevação na sua taxa, não por causa

do $VPBF^{(ap)}$, que se manteve inalterado em virtude da não incidência das taxas de entrada em invalidez em sua fórmula, mas sim pela diminuição do $VPSF$, pois este também tem probabilidades com múltiplos decrementos. Pela mesma tabela verifica-se que o impacto da nova tábua para uma mulher são os mesmos do caso anterior pelas mesmas justificativas. A alíquota de 28% não é suficiente nem para aposentadoria programada, pois esta requer uma contribuição de 27,91%. Este percentual somado aos 11,16% para aposentadoria por invalidez representam mais de 80% do total. Têm-se, portanto, os resultados que a referida mudança de hipótese demográfica implicaria para o cenário de uma mulher sem dependentes.

Tabela 4.2.3.1 - Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos com cônjuge, dois filhos e que recebe um salário mínimo considerando a Tábua de Entrada em Invalidez feita por Gomes, Fígoli e Ribeiro (2010).

Benefício	Homem	Mulher
Aposentadoria Programada	16,42%	27,91%
Pensão de Aposentadoria Programada	7,58%	4,76%
Aposentadoria por Invalidez	9,11%	11,16%
Pensão de Aposentadoria por Invalidez	1,99%	1,62%
Pensão por Morte	6,35%	2,62%
Total	41,45%	48,07%

Fonte: Esta Pesquisa (2016).

4.2.4 Taxa de Crescimento Salarial e de Benefícios

Entrando agora no âmbito das premissas econômicas, começando pela taxa de crescimento salarial e de benefícios. Analisando os últimos cinco anos, o Produto Interno Bruto (PIB) do Brasil evoluiu em média 0,94% segundo o IBGE. Ademais, o Ministério da Fazenda anunciou que a projeção é de ascensão em aproximadamente 1% para 2017. Logo, frente à atual previsão feita para a economia do país considera-se para fins de análise de sensibilidade que a nova taxa de crescimento será 1%.

Aplicando-se a taxa de 1% a.a. há uma redução tanto no fluxo dos salários quanto no de benefícios, em que o impacto mais representativo é neste segundo. Isto justifica a redução de todos os percentuais como mostra a Tabela 4.2.4.1. Na primeira coluna, referente ao homem, a alíquota equânime é 30,62%, valor este que representa uma queda de aproximadamente 16% da alíquota que considera taxa de crescimento como sendo 2% a.a.. Analiticamente, a maior redução foi de aposentadoria programada, 16,39%, enquanto a menor foi para pensão de aposentadoria por invalidez, 11,16%. Logo, percebe-se que a variabilidade

dos impactos foi pequena. Para o sexo feminino a alíquota total teve uma variação negativa de 16,46% acarretando em 34,32%. A aposentadoria voluntária e pensão de aposentadoria por invalidez também representaram a maior e menor queda percentual, respectivamente, que foram de 17,63% e 10,24%. Tanto no caso masculino quanto no feminino as alíquotas vigentes ainda seriam insuficientes, isto é, os 28% praticados pelo INSS não cobririam os segurados de maneira justa mesmo em um ambiente de pouco crescimento econômico para as famílias.

Tabela 4.2.4.1 - Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos com cônjuge, dois filhos e que recebe um salário mínimo considerando a taxa de crescimento salarial e de benefícios de 1% a.a..

Benefício	Homem	Mulher
Aposentadoria Programada	16,29%	25,16%
Pensão de Aposentadoria Programada	6,23%	4,12%
Aposentadoria por Invalidez	1,95%	2,36%
Pensão de Aposentadoria por Invalidez	0,40%	0,33%
Pensão por Morte	5,75%	2,35%
Total	30,62%	34,32%

Fonte: Esta Pesquisa (2016).

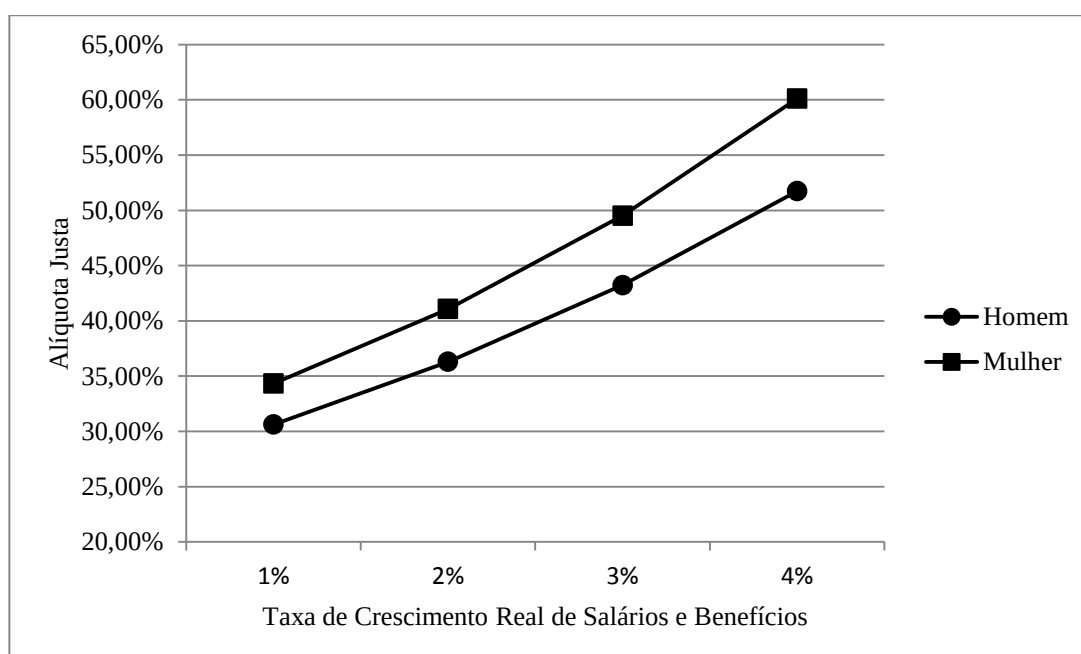


Figura 4.2.4.1 - Alíquota justa para várias taxas de crescimento salarial e de benefícios.

Fonte: Esta Pesquisa (2016).

Para esta premissa vale também uma análise gráfica, representada pela Figura 4.2.4.1, que aponta, para as taxas apresentadas, um comportamento crescente semelhante ao de uma função de 1º grau. Pode-se ver que taxas de crescimento a partir de 4% requerem da mulher uma alíquota de contribuição acima de 60%, isto é, funcionárias com uma grande progressão na carreira têm um custo previdenciário bem elevado.

4.2.5 Taxa Real de Juros

A última abordagem será feita analisando o grau de sensibilidade das alíquotas previdenciárias em relação à taxa real de juros. Essa premissa é bastante relevante, pois está contida em todos os fluxos apresentados na metodologia, logo, espera-se que uma mudança desse pressuposto venha a alterar significativamente os resultados obtidos da família base com as hipóteses da Seção 3.2. Devido à instabilidade da situação econômica do país serão aplicados dois cenários: um com maior rentabilidade e outro com menor. Para o primeiro considera-se a taxa real de juros de 4% em concordância a Afonso e Lima (2011), enquanto para o segundo aplica-se 2% para manter a diferença de 1% para mais e para menos já que nos dados primários a taxa real de juros adotada foi de 3%.

Em um cenário mais rentável, os fatores de desconto vão cair, devido à alta da taxa real de juros que acarretará em valores menores no fluxo de contribuições e no de benefícios, com maior significância para este, com isso a tendência é que todas as alíquotas tenham seus valores reduzidos, afirmação esta ratificada pela Tabela 4.2.5.1. Um percentual de 26,24% do salário seria uma cobrança justa para um funcionário do sexo masculino, ou seja, um aumento em 33% da taxa real de juros ocasionou uma queda em 27,70% da alíquota previdenciária. Para uma funcionária a taxa equânime fica em torno de 29,94%, valor este que configura uma redução de 27,11%.

Tabela 4.2.5.1 - Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos com cônjuge, dois filhos e que recebe um salário mínimo considerando a taxa real de juros de 4% a.a..

Benefício	Homem	Mulher
Aposentadoria Programada	14,13%	22,28%
Pensão de Aposentadoria Programada	4,82%	3,09%
Aposentadoria por Invalidez	1,79%	2,16%
Pensão de Aposentadoria por Invalidez	0,31%	0,25%
Pensão por Morte	5,21%	2,16%
Total	26,24%	29,94%

Fonte: Esta Pesquisa (2016).

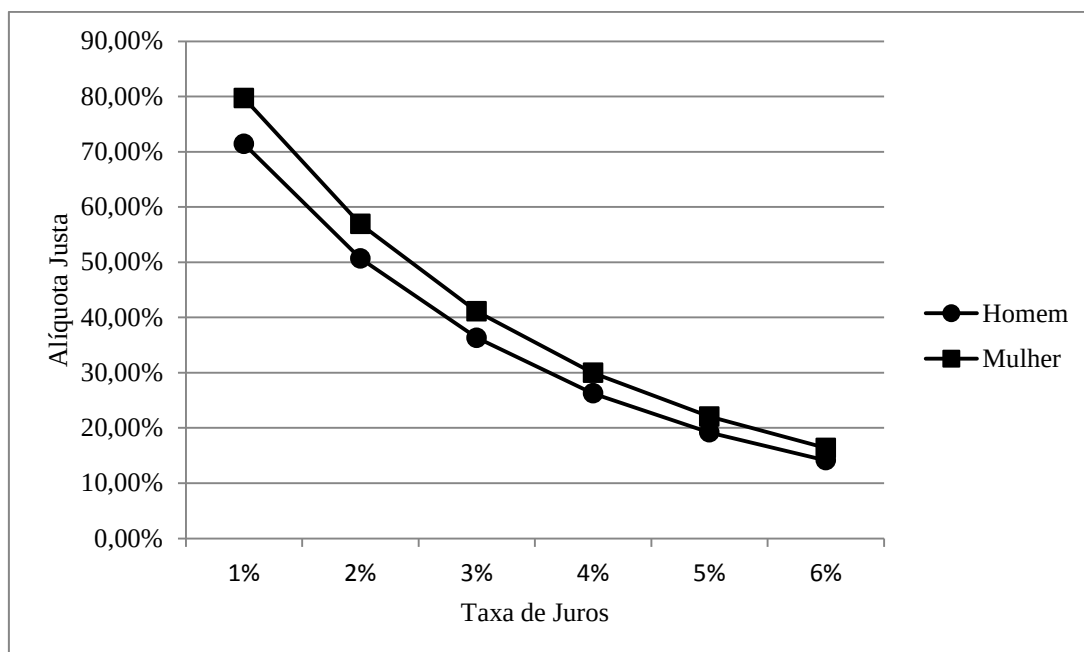


Figura 4.2.5.1 - Alíquota justa para várias taxas de juros.
Fonte: Esta Pesquisa (2016).

Tabela 4.2.5.2 - Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos com cônjuge, dois filhos e que recebe um salário mínimo considerando a taxa real de juros de 2% a.a..

Benefício	Homem	Mulher
Aposentadoria Programada	26,92%	42,17%
Pensão de Aposentadoria Programada	11,43%	7,17%
Aposentadoria por Invalidez	2,92%	3,64%
Pensão de Aposentadoria por Invalidez	0,69%	0,56%
Pensão por Morte	8,72%	3,38%
Total	50,68%	56,92%

Fonte: Esta Pesquisa (2016).

Já no outro cenário o pensamento é contrário. Considerando-se que os fluxos serão descontados a uma taxa real de juros menor será necessário mais esforço da população para que os benefícios possam ser cobertos. A Tabela 4.2.5.2 aponta um crescimento considerável das alíquotas justas. Para o homem o percentual total fica por volta de 51%, enquanto para a mulher ultrapassa os 56%. A redução em 33% da taxa real de juros ocasionou num aumento de 39,61% e 38,55% para funcionário do sexo masculino e feminino, respectivamente.

O comportamento elástico da alíquota em relação à taxa real de juros é visto na Figura 4.2.5.1. Ao passo que se aumenta a capacidade de capitalização os percentuais necessários

para financiar os benefícios previdenciários diminuam de modo que a curva irá apresentar uma característica assintótica.

4.3 Alíquota Previdenciária Atuarialmente Justa pela Regra 85/95 Progressiva

De acordo com a Seção 3.1, os resultados discutidos nas Seções 4.2 foram feitos embasados na hipótese de que o trabalhador se aposenta por tempo de contribuição a partir da elegibilidade, data esta cuja soma entre a idade e o tempo de contribuição não alcançava o mínimo para aplicar a Regra 85/95 Progressiva, por conseguinte, o Fator Previdenciário (f) foi sempre utilizado.

Diante desta situação vamos agora verificar a alíquota justa para o caso em que o empregado, tanto mulher quanto homem, se aposenta aos 63 anos. Tal idade foi escolhida, pois a partir dela o trabalhador, seja do sexo masculino ou feminino, com base na família padrão, vai ter, concomitantemente, f maior do que 1 e soma entre a idade e o tempo de contribuição suficiente para utilização da Regra 85/95 Progressiva. Tais condições são interessantes uma vez que deste modo os indivíduos terão um *bônus* ao optar pela inclusão do f no cálculo do benefício.

Tabela 4.3.1- Alíquota atuarialmente justa para um contribuinte de 25 anos, casado, com dois filhos, que recebe um salário mínimo e se aposenta aos 63 anos com base na Regra 85/95 Progressiva.

Benefício	Homem	Mulher
Aposentadoria Programada	19,53%	24,81%
Pensão de Aposentadoria Programada	9,41%	5,43%
Aposentadoria por Invalidez	2,06%	2,10%
Pensão de Aposentadoria por Invalidez	0,41%	0,28%
Pensão por Morte	6,78%	3,09%
Total	38,19%	35,71%

Fonte: Esta Pesquisa (2016).

A Tabela 4.3.1 apresenta as alíquotas com base no que foi descrito anteriormente. Nota-se que houve, em comparação com a Tabela 4.1.1, uma diminuição de aproximadamente 5%, no que tange o sexo feminino, que ocorreu devido à queda da taxa justa para aposentadoria de 30,54% para 24,81%. Tal acontecimento se deve à redução do tempo de fruição de benefício que se iniciava aos 55 anos e passou a ter início aos 63 anos, ou seja, estes oito anos a menos foram responsáveis pela alíquota menor. O homem, por sua vez, tem como justo um percentual de 38,19%. Para este caso vale destacar o aumento para 9,41% da

taxa para pensão de aposentadoria programada, justificado pela aplicação de um f maior do que 1 que acarretou em um benefício mais elevado.

4.4 Alíquota Previdenciária Atuarialmente Justa pelos Métodos Alternativos para Conversão de Taxas em Probabilidades

As aplicações das probabilidades conforme as metodologias apresentadas em 3.3.1 e 3.3.2 não acarretaram em alíquotas diferentes àquelas encontradas quando se usou a metodologia padrão (Decrementos com distribuição uniforme). Isto é consequência da grande semelhança entre os três métodos de conversão. De acordo com o Apêndice D, as diferenças entre as probabilidades pelos métodos uniforme e força do decremento constante, tanto para morte quanto para invalidez, foram nulas em mais de 83% das idades. Este cenário também se repetiu, conforme Apêndice E, no que tange a regra de proporcionalidade, embora em menor quantidade. As maiores diferenças, cujas ordens de grandeza são 10^{-3} , foram constatadas a partir de 91 anos, entretanto, nesta faixa etária a tábua de serviço já não é mais utilizada, pois o ambiente já é unidecremental.

Haja vista o exposto no parágrafo anterior pode-se afirmar que o modo de escolha para criação da tábua de serviço tem pouca influência no cálculo das alíquotas, ou seja, as metodologias apresentadas nas seções 3.1.1 até 3.1.6 são robustas quanto à escolha do método para conversão de taxas em probabilidades.

5 CONCLUSÃO

As recentes discussões e debates acerca da Previdência Social não são feitos em vão, uma vez que é indiscutível a relevância deste tema para o bem-estar do brasileiro. A questão de que há superávit ou déficit, uma das polêmicas na previdência social, acaba gerando um desconforto no cidadão, deixando-o receoso quanto à utilização dos seus recursos previdenciários, que são provenientes de contribuições, situação esta que está intimamente ligada à alíquota de contribuição cobrada pelo INSS. O propósito deste trabalho foi verificar o percentual atuarialmente justo do RGPS, atividade esta que serviu para averiguar se, em termos esperados, o brasileiro recebe de benefício aquilo que contribui, além de ser um subsídio para constatar os impactos das atuais reformas previdenciárias.

Dadas as premissas inicialmente assumidas, os resultados apresentados mostraram indícios de que as contribuições arrecadadas em prol de um funcionário não são suficientes para arcar com seus benefícios futuros. Como todo montante de contribuições é destinado exclusivamente para a previdência, conforme Inciso XI do Art. 167 da CF, a parcela faltante para obtenção de justiça atuarial tem que ser arcada através de outras fontes de financiamento. Ademais, seria interessante que o Governo deixasse claro para a sociedade quais benefícios deveriam efetivamente ser cobertos pelas contribuições previdenciárias e quais deveriam ser custeados por outros recursos da Seguridade Social. Deste modo ficaria explícito o que, de fato, a alíquota previdenciária necessitaria cobrir. Outra solução, que está sendo discutida pelo Governo Federal, é uma nova reforma previdenciária.

Salvas algumas poucas situações, os resultados mostraram que as alíquotas vigentes, expostas na Tabela 2.2.1, estão aquém do necessário que gira em torno de 36% e 41% para homem e mulher, respectivamente. Esta conclusão é contrária aos trabalhos de Giambiagi e Afonso (2009) e Afonso e Lima (2011) cujos cálculos apontaram que a alíquota de contribuição em vigor era excessiva. As principais causas da divergência entre os resultados foram a inclusão de um modelo referente aos benefícios de pensão e a inserção do decremento de invalidez. Já com relação ao estudo de Afonso e Freire (2015) as conclusões foram semelhantes às desta dissertação, devido ao uso de modelos para pensão, porém com percentuais menores uma vez que eles não fizeram uma abordagem multidecremental, isto é, ignoraram o decremento de invalidez.

A insuficiência da alíquota vigente é minorada quando se trata de funcionários com altos salários devido ao teto do RGPS. Em contrapartida, casais cujo cônjuge é muito mais

jovem requerem alíquotas maiores, como é, por exemplo, o caso de um homem dez anos mais velho do que sua esposa que careceria de contribuições correspondentes a 37,51% do seu salário. Perceba que este resultado foi encontrado utilizando-se as novas regras para pensão (Lei nº 13.135/15) que restringe o tempo de fruição do benefício conforme a idade do pensionista, portanto, isto é um indicativo de que antes da publicação desta Lei a alíquota necessária era maior do que a calculada neste trabalho já que a pensão era vitalícia para quaisquer idades.

Para os casos que abordaram um trabalhador do sexo masculino sem dependentes as alíquotas equânimes calculadas foram abaixo da prevista na legislação, logo, elas continuam injustas uma vez que deste modo estaria sendo arrecadado mais do que deveria. Entretanto, vale lembrar que o fato da pessoa ter entrado no mercado de trabalho solteiro e sem filhos não implica que ela permanecerá nessa condição ao longo da sua vida.

Analisando os impactos gerados pelas mudanças de cada uma das premissas atuariais, foi possível tirar conclusões importantes. Primeiramente, a hipótese de mortalidade de inválidos mostrou ser a menos significativa de todas que foram avaliadas. Mesmo com um aumento em 50% das probabilidades de morte de um inválido, os resultados tiveram mudanças irrisórias. Em contrapartida, com a entrada em invalidez a alíquota apresentou um comportamento com uma sensibilidade considerável, pois a alteração deste pressuposto surtiu efeitos expressivos nos cálculos apresentados em virtude das elevadas taxas da tábua de Gomes, Fígoli e Ribeiro (2010). Esta tábua atuarial, entre as idades 40 e 50, por exemplo, é até 500% mais agravada do que a Álvaro Vindas, portanto, todo esse panorama já era de se esperar. Este significativo impacto nas alíquotas, do caso de invalidez, também se aplica quando há variação da taxa de crescimento salarial e dos benefícios. Por último a taxa real de juros que se apresentou como a hipótese atuarial mais importante não só por ocasionar o maior aumento do custo previdenciário, mas por estar fortemente atrelada à capacidade econômica do país. A alíquota vigente é considerada para um homem e uma mulher se, por exemplo, a taxa real de juros for de 3,798% e 4,216%, respectivamente.

Para trabalhos futuros seria conveniente abordar a questão da rotatividade, pois demissões são comuns na iniciativa privada principalmente no começo da carreira que é o período em que o cidadão está buscando se firmar no mercado de trabalho e, deste modo, está constantemente mudando de emprego. Outro aspecto importante será incorporar de forma mais concreta na metodologia as mudanças provenientes da reforma previdenciária com previsão para ocorrer no País em 2017, uma vez que até a data de finalização deste trabalho a

Proposta de Emenda à Constituição (PEC) nº 287 de 2016 já estava sendo tramitada na Câmara dos Deputados.

REFERÊNCIAS

- AFONSO, L. E., FREIRE, D. R. *Are the Contributions Rates of the Social Security General Regime (RGPS) Sufficient? An Actuarial Study for Retirement by Length of Contribution and Survivors Benefits*. Revista Brasileira de Risco e Seguro, 11(19): 1-24, 2015.
- AFONSO, L.E.. *Progressividade e Aspectos Distributivos na Previdência Social: Uma Análise com o Emprego dos Microdados dos Registros Administrativos do RGPS*. Revista Brasileira de Economia, 70(1): 3-30, 2016.
- AFONSO, L.E., LIMA, D. A.. *Uma Análise dos Aspectos Distributivos da Aposentadoria por tempo de Contribuição do INSS com o Emprego de Matemática Atuarial*. Revista de Gestão e Políticas Públicas, 1(2): 7-33, 2011.
- ALONSO, J., HOYO, C., TUESTA, D.. *A Model for the Pension System in Mexico: diagnosis and recommendations*. Journal of Pension Economics and Finance, 14(1): 76-112, 2014.
- ANDREIS, T. F., ZUANAZZI, P. T., SANTOS, M. B.. *Um Diagnóstico do Regime Próprio de Previdência Social no Rio Grande do Sul: Por Que a Nossa Insuficiência de Recursos é a Maior do Brasil?*. Revista Indicadores Econômicos FEE, 44(1): 73-92, 2016.
- ANSILIERO, G., COSTANZI, R. N., PEREIRA, E. S.. *A Pensão por Morte no Âmbito do Regime Geral de Previdência Social: Tendências e Perspectivas*. Revista de Planejamento e Políticas Públicas - IPEA. (42), 89-146, 2014.
- BOADO-PENAS, M. C., VALDÉS-PRieto, S., VIDAL-MELIÁ, C.. *The Actuarial Balance Sheet for Pay-as-you-Go Finance: Solvency Indicators for Spain and Sweden*. Fiscal Studies, 29(1): 89-134, 2008.
- BOWERS, N.L. *et al. Actuarial Mathematics*. 2ed. Schaumburg, Society of Actuaries, 1977. 753p.
- BRASIL. Constituição da República Federativa do Brasil de 1988. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF. 1988. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/ConstituicaoCompilado.htm>. Acesso em: 06 jan. 2016.
- _____. Decreto nº 3.266 de 29 de Novembro de 1999. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF. 1999. Atribui competência e fixa periodicidade para a publicação da tábua completa de mortalidade de que trata o § 8º do art. 29 da Lei nº 8.213, de 24 de Junho de 1991, com a redação dada pela Lei nº 9.876, de 26 de Novembro de 1999. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/D3266.htm>. Acesso em 24 mai. 2016.
- _____. Emenda Constitucional nº 20 de 15 de Dezembro de 1998. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF. 1998. Modifica o Sistema de previdência social, estabelece normas de transição e dá outras providências. *Diário Oficial da União*. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/emendas/emc/emc20.htm>. Acesso em: 12 fev. 2016.

_____. Emenda Constitucional nº 88 de 7 de Maio de 2015. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF. 2015. Altera o Art. 40 da Constituição Federal, relativamente ao limite de idade para aposentadoria compulsória do servidor público em geral, e acrescenta ao Ato das Disposições Constitucionais Transitórias. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/constituicao/Emendas/Emc/emc88.htm#art1>. Acesso em: 12 fev. 2016.

_____. Lei nº 101 de 4 de Maio de 2001. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF. 2001. Estabelece normas de finanças públicas voltadas para a responsabilidade na gestão fiscal e dá outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/LCP/Lcp101.htm>. Acesso em: 27 ago. 2016.

_____. Lei Complementar nº 109 de 29 de Maio de 2001. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF. 2001. Dispõe sobre o Regime de Previdência Complementar e dá outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/LCP/Lcp109.htm>. Acesso em: 06 jan. 2016.

_____. Lei Complementar nº 150 de 1º de Junho de 2015. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF. 2015. Dispõe sobre o contrato de trabalho doméstico; altera as Leis nº 8.212 de 24 de Julho de 1991, nº 8.213 de 24 de Julho de 1991, e nº 11.196 de 21 de Novembro de 2005; revoga o inciso I do Art. 3º da Lei nº 8.009, de 29 de Março de 1990, o Art. 36 da Lei nº 8.213, de 24 de Julho de 1991, a Lei nº 5.859, de 11 de Dezembro de 1972, e o inciso VII do Art. 12 da Lei nº 9.250, de 26 de Dezembro de 1995; e dá outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/LCP/Lcp150.htm>. Acesso em: 14 fev. 2016.

_____. Lei nº 7.070 de 20 de Dezembro de 1982. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF. 1982. Dispõe sobre pensão especial para os deficientes físicos que especifica e dá outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/1980-1988/L7070.htm>. Acesso em: 14 fev. 2016.

_____. Lei nº 8.213 de 24 de Julho de 1991. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF. 1991. Dispõe sobre os Planos de Benefícios da Previdência Social e dá outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L8213cons.htm>. Acesso em 11 fev. 2016.

_____. Lei nº 8.742 de 7 de Dezembro de 1993. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF. 1993. Dispõe sobre a organização da Assistência Social e dá outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/LEIS/L8742compilado.htm>. Acesso em 11 fev. 2016.

_____. Lei nº 9.032 de 28 de Abril de 1995. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF. 1995. Dispõe sobre o valor do salário mínimo, altera dispositivos das Leis nº 8.212 e nº 8.213, ambas de 24 de Julho de 1991, e dá outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9032.htm#art3>. Acesso em: 24 fev. 2016.

_____. Lei nº 9.732 de 11 de Dezembro de 1998. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF. 1998. Altera os dispositivos das Leis nºs 8.212 e 8.213, ambas de 24 de Julho de 1991, da Lei nº 9.317, de 5 de Dezembro de 1996, e dá outras providências. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9732.htm>. Acesso em: 30 mai. 2016.

_____. Lei nº 9.876 de 26 de Novembro de 1999. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF. 1999. Dispõe sobre a contribuição previdenciária do contribuinte individual, o cálculo do benefício, altera dispositivos das Leis nºs 8.212 e 8.213, ambas de 24 de Julho de 1991, e dá outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9876.htm>. Acesso em 01 fev. 2016.

_____. Lei nº 13.135 de 17 de Junho de 2015. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF. 2015. Altera as Leis nº 8.213, de 24 de Julho de 1991, nº 10.876, de 2 de Junho de 2004, nº 8.112, de 11 de Dezembro de 1990, e nº 10.666, de 8 de Maio de 2009, e dá outras providências. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2015/lei/13135.htm>. Acesso em 18 out. 2016.

_____. Lei nº 13.183 de 4 de Novembro de 2015. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF. 2015. Altera as Leis nºs 8.212, de 24 de julho de 1991, e 8.213, de 24 de julho de 1991, para tratar da associação do segurado especial em cooperativa de crédito rural e, ainda essa última, para atualizar o rol de dependentes, estabelecer regra de não incidência do fator previdenciário, regras de pensão por morte e de empréstimo consignado, a Lei nº 10.779, de 25 de novembro de 2003, para assegurar pagamento do seguro-defeso para familiar que exerça atividade de apoio à pesca, a Lei nº 12.618, de 30 de abril de 2012, para estabelecer regra de inscrição no regime de previdência complementar dos servidores públicos federais titulares de cargo efetivo, a Lei nº 10.820, de 17 de dezembro de 2003, para dispor sobre o pagamento de empréstimos realizados por participantes e assistidos com entidades fechadas e abertas de previdência complementar e a Lei nº 7.998, de 11 de janeiro de 1990; e dá outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2015-2018/2015/Lei/L13183.htm>. Acesso em 01 fev. 2016.

_____. Lei nº 13.202 de 8 de Dezembro de 2015. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF. 2015. Institui o Programa de Redução de Litígios Tributários - PRORELIT; autoriza o Poder Executivo Federal a atualizar monetariamente o valor das taxas que indica; altera as Leis nºs 12.873, de 25 de Outubro de 2013, 8.212, de 24 de Julho de 1991, 8.213, de 24 de Julho de 1991, 9.250, de 26 de Dezembro de 1995, e 12.546, de 14 de Dezembro de 2011; e dá outras providências. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2015-2018/2015/Lei/L13202.htm>. Acesso em 31 mai. 2016.

_____. Portaria Interministerial nº 1 de 8 de Janeiro de 2016. *Diário Oficial da União*. Brasília, DF. 2016. Dispõe sobre o reajuste dos benefícios pagos pelo Instituto Nacional de Seguridade Social - INSS e dos demais valores constantes no Regulamento da Previdência Social - RPS. Disponível em: <<http://pesquisa.in.gov.br/imprensa/jsp/visualiza/index.jsp?data=11/01/2016&jornal=1&pagina=67&totalArquivos=80>>. Acesso em: 30 jan. 2016.

CALDART, P. R. et al. *Adequação das Hipóteses Atuariais e Modelo Alternativo de Capitalização para o Regime Básico do RPPS: O Caso do Rio Grande do Sul*. Revista de Contabilidade e Finanças. 25(66): 281-293, 2014.

CAMPOS, F. G., SOUZA, F. C. *Idade Ótima de Aposentadoria no RGPS: Uma Análise sob a Perspectiva da Maximização dos Benefícios Futuros Esperados*. Revista Evidenciação Contábil e Finanças. 4(3): 89-108, 2016.

CARDOSO, O. V.. *Contribuições Sociais: Natureza Jurídica e Aspectos Controvertidos*. IEPREV. 4(205), 2011.

CARNEIRO, L. S.. *Uma Visão Sistemática da Previdência*. Revista de Direito. 11(13): 21-41. São Paulo. 2008.

DICKSON, D. C. M., HARDY, M. R., WATERS, H. R.. *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*. 2ed. New York, Cambridge University Press, 2009, 493p.

DINIZ, G.. *Direito Previdenciário: Uma abordagem prática*. 2ed. São Paulo, Alumnus, 2015, 496p.

DONNELLY, C.. *Actuarial Fairness and Solidarity in Pooled Annuity Funds*. ASTIN Bulletin: The Journal of the International Actuarial Association. 45(1): 49-74, 2015.

DORNELAS, A. C. B.. *Matemática Financeira e Análise de Investimentos para Concursos Públicos*. 1ed. São Paulo, Atlas, 2013. 287p.

EDWARDS, A. C.. *Latin American Development Priorities: Costs and Benefits*. In: LOMBORG, B (Org.). 1ed. Cambridge, Cambridge University Press, 2010. 724p.

ENCINA, J.. *Pension Reform in Chile: a Difference in Difference Matching Estimation*. Estudios de Economía. 40(1): 81-95, 2013.

FONTOURA, F. R.. *Avaliação da Solvência Econômico-Financeira de Entidades Municipais Gestoras de Regimes Próprios de Previdência Social*. Dissertação (Mestrado Profissional em Economia) - CAEN, Universidade Federal do Ceará - UFC. Fortaleza, 2002.

FONTOURA, F. R. et al. *Um Modelo de Avaliação de Obrigações Previdenciais de Regimes de Capitalizados de Previdência no Serviço Público*. Revista de Contabilidade e Finanças. 17(2): 45-55, 2006.

FREITAS, C. E., BARBOSA, R. R.. *A Previdência Social e as Distorções na Distribuição de Renda*. Revista Pesquisa e Debate. 26(1): 173-197, 2015.

FREITAS, F. M., SILVA, J. M.. *Direito Fundamental Social à Previdência Social e o dever de (In)Aplicabilidade da Reserva do possível: Uma visão no acordo da Ação Civil Pública nº 0002320-59.2012.4.03.6183*. Revista de Direito Brasileira. 5(5): 255-272, 2015.

FUKAWA, T.. *Japanese Social Expenditure under Rapid Population Ageing*. Open Journal of Social Sciences. 3: 138-144, 2015.

GIAMBIAGI, F., AFONSO, L. E.. *Cálculo da Alíquota de Contribuição Previdenciária Atuariamente Equilibrada: Uma Aplicação ao Caso Brasileiro*. Revista Brasileira de Economia. 63(2): 153-179, 2009.

GUILLÉN, J. B., MOSQUEDA, R. *Pay as youGo System Versus Fully Funded Pension in Peru*. Ecos de Economía. 17(36): 5-19, 2013.

GODÍNEZ-OLIVARES, H., BOADO-PENAS, M. C., PANTELOUS, A.A.. *How to Finance Pensions: Optimal Strategies for Pay-as-You-Go Pensions Systems*. Journal of Forecasting. 35(1): 13-33, 2015.

GOMES, M. M. F., FÍGOLI, M. G. B., RIBEIRO, A. J. F.. *Da Atividade à Invalidez Permanente: Um Estudo Utilizando Dados do Regime Geral de Previdência Social (RGPS) do Brasil no Período de 1999-2002*. Revista Brasileira de Estudos de População. 27(2): 297-316, 2010.

JESUS, E.. *A Previdência Social e o trabalhador: Entre o Acesso ao Direito e a Contribuição*. Revista Katálisis. 18(2): 213-221, 2015.

LANDES, X.. *How Fair is Actuarial Fairness?* Journal of Business Ethics. 123(3): 519-533, 2014.

LIMA, D. V., MATIAS-PEREIRA, J.. *A Dinâmica Demográfica e a Sustentabilidade do Regime Geral de Previdência Social Brasileiro*. Revista de Administração Pública. 48(4): 847-868, 2014.

LIMA, D. V., WILBERT, M. D., PEREIRA, J. M., PAULO, E.. *O Impacto do Fator Previdenciário nos Grandes Números da Previdência Social*. Revista de Contabilidade e Finanças. 23(59): 128-141, 2012.

LIMA, J. C. C. O., RODRIGUES, J. A.. *A Importância das Premissas Econômicas na Gestão de Planos de Benefícios Definidos*. Revista do BNEDES. (43): 161-204, 2015.

MARRI, I. G., WAJNMAN, S., ANDRADE, M. V.. *Reforma da Previdência Social: Simulações e Impactos sobre os diferenciais de Sexo*. Revista Brasileira de Estudos de População. 28(1): 37-56, 2011.

OLIVEIRA, F. E. B., BELTRÃO, K. I., MANIERO, L. V. F.. *Alíquotas Equânimes para um Sistema de Seguridade Social*. IPEA: Texto Para Discussão nº 524, 1997. 78p.

OLIVEIRA, F. E. B., BELTRÃO, K. I., MARSILLAC, M. T.. *Reforma da Previdência: Modelo de Opções*. IPEA: Texto Para Discussão nº 436, 1996. 8p.

PENAFIERI, A. C., AFONSO, L. E.. *O Impacto da Mudança da Regra de Cálculo das Aposentadorias por Tempo de Contribuição do INSS: O Fator Previdenciário é Atuarialmente Justo?*. Revista Economia Aplicada. 17(4): 667-694, 2013.

PEREIRA, R. I. N., LIMA, D. V.. *Uma Discussão Sobre o Impacto da Desaposentação nas despesas do RGPS: O Preço das Aposentadorias Precoces*. Advances in Scientific and Applied Accounting. 8(3): 320-337, 2015.

POLATO, C.P. B. et al. *Sobrevivência Específica de Pacientes com Câncer de Pulmão Tratados no Sistema Público de Saúde do Brasil e uma Aplicação da Tábua Associada de Decremento Único*. Revista Brasileira de Estudos de População. 30(0): 193-198, 2013.

PROMISLOW, S. D. *Fundamentals of Actuarial Mathematics*. 2ed. New Delhi, Wiley, 2011. 424p.

PUCCINI, A. L.. *Matemática Financeira: objetiva e aplicada*. 8ed. São Paulo, Saraiva, 2011. 384p.

QUELHAS, A. P. *Seguros de Vida e Fundos de Pensões: uma perspectiva financeira e atuarial*. 1ed. Coimbra, Almedina, 2010. 617p.

REIS, P. R. C., SILVEIRA, S. F. R., BRAGA, J. M., COSTA, T. M. T.. *Impact of Retirements and Pensions on the Welfare of the Households from Minas Gerais State*. Revista de Contabilidade de Finanças. 26(67): 106-118, 2015.

RIBEIRO, A. J. F. et al. *Tábuas de Mortalidade dos Aposentados por Invalidez pelo Regime Geral da Previdência Social – 1999 – 2002*. Revista Brasileira de Estudos da População. 24(1): 91-108, 2007.

ROCHA, F. R. F.. *A Previdência Social no Brasil: Uma Política em Reestruturação*. Revista Temporalis. 2(30): 453-473, 2015.

RODRIGUES, D. D., AFONSO, L. E.. *O Impacto da Criação da Funpresp sobre os Benefícios Previdenciários dos Servidores Públicos Federais*. Revista de Administração Pública. 49(6): 1479-1505, 2015.

RODRIGUES, J. A.. *Gestão de Risco Atuarial*. 1ed. São Paulo, Saraiva, 2008. 442p.

SANTANA, L. G., AFONSO, L. E.. *Onde é Melhor se Aposentar? Uma Análise Comparativa dos Sistemas Previdenciários dos Setores Públicos e Privado no Brasil, Chile e Espanha*. Revista Gestão e Políticas Públicas. 4(1): 128-153, 2014.

SCHÖDER, C.. *Profitability of Pension Contributions - Evidence from Real-Life Employment Biographies*. Journal of Pension Economics and Finance. 11(3): 311-336, 2012.

SILVA, W. B., PAES, N. L., OSPINA, R.. *A Substituição da Contribuição Patronal para o Faturamento: Efeitos Macroeconômicos, sobre a Progressividade e Distribuição de Renda no Brasil*. Revista Brasileira de Economia. 68(4): 517-545, 2014.

STAUVERMANN, P. J., KUMAR, R.R.. *Sustainability of A Pay-as-you-Go Pension System in A Small Open Economy with Ageing, Human Capital and Endogenous Fertility*. Metroeconomica: International Review of Economics. 67(1): 2-20, 2015.

VAZ, L. R.. *O Princípio do Equilíbrio Financeiro e Atuarial no Sistema Previdenciário Brasileiro*. Revista Direitos Fundamentais e Democracia. 6: 4-35, 2009

WINKLEVOSS, H. E.. *Pension Mathematics with Numerical Illustrations*. 2ed. Philadelphia, University of Pennsylvania Press, 1993. 344p.

ZANELLA, A. J., CARVALHO, J. V. F., AFONSO, L. E.. *Quais os Impactos da Desaposentação? Um Estudo para as Aposentadorias por Tempo de Contribuição do Regime Geral de Previdência Social*. Revista Estudos Econômicos. 44(4): 723-748, 2014.

APÊNDICE A - Tábua de Serviço Feminina utilizando hipótese de distribuição uniforme entre os decrementos.

Idade	Referente à $q_x^{(m)}$	Referente à $q_x^{(d)}$
0	0,013160	0,000000
1	0,000828	0,000000
2	0,000528	0,000000
3	0,000398	0,000000
4	0,000325	0,000000
5	0,000277	0,000000
6	0,000244	0,000000
7	0,000222	0,000000
8	0,000207	0,000000
9	0,000200	0,000000
10	0,000201	0,000000
11	0,000213	0,000000
12	0,000249	0,000000
13	0,000295	0,000000
14	0,000342	0,000575
15	0,000381	0,000575
16	0,000432	0,000573
17	0,000473	0,000572
18	0,000499	0,000570
19	0,000514	0,000569
20	0,000528	0,000569
21	0,000546	0,000569
22	0,000566	0,000569
23	0,000590	0,000570
24	0,000618	0,000572
25	0,000647	0,000575
26	0,000678	0,000579
27	0,000714	0,000583
28	0,000756	0,000589
29	0,000803	0,000596
30	0,000856	0,000605
31	0,000913	0,000615
32	0,000970	0,000628
33	0,001025	0,000643
34	0,001082	0,000660
35	0,001146	0,000681
36	0,001220	0,000704
37	0,001306	0,000732
38	0,001404	0,000763

Idade	Referente à $q_x^{(m)}$	Referente à $q_x^{(d)}$
39	0,001517	0,000800
40	0,001640	0,000843
41	0,001776	0,000892
42	0,001933	0,000948
43	0,002116	0,001013
44	0,002321	0,001087
45	0,002546	0,001173
46	0,002783	0,001269
47	0,003028	0,001381
48	0,003276	0,001509
49	0,003533	0,001654
50	0,003809	0,001820
51	0,004111	0,002010
52	0,004433	0,002226
53	0,004776	0,002473
54	0,005145	0,002755
55	0,005550	0,003080
56	0,005992	0,003442
57	0,006469	0,003859
58	0,006981	0,004335
59	0,007538	0,004877
60	0,008148	0,005493
61	0,008826	0,006195
62	0,009586	0,006995
63	0,010440	0,007905
64	0,011392	0,008942
65	0,012429	0,010119
66	0,013564	0,011463
67	0,014835	0,012989
68	0,016263	0,014725
69	0,017847	0,016700
70	0,019555	0,018946
71	0,021400	0,021499
72	0,023442	0,024402
73	0,025713	0,027700
74	0,028211	0,031447
75	0,030880	0,035705
76	0,033736	0,040542
77	0,036873	0,046033
78	0,040298	0,054224
79	0,044132	0,059336
80	0,048126	0,067362
81	0,052231	0,076471

Idade	Referente à $q_x^{(m)}$	Referente à $q_x^{(d)}$
82	0,056457	0,086810
83	0,060817	0,098538
84	0,065322	0,111881
85	0,069988	0,126925
86	0,073205	0,182401
87	0,079841	0,163383
88	0,085052	0,185304
89	0,090466	0,210104
90	0,096092	0,238136
91	0,059500	0,940500
92	0,064530	0,935470
93	0,070165	0,929835
94	0,076539	0,923461
95	0,083826	0,916174
96	0,092255	0,907745
97	0,102137	0,897863
98	0,113897	0,886103
99	0,128131	0,871869
100	0,145693	0,854307
101	0,167831	0,832169
102	0,196387	0,803613
103	0,234040	0,765960
104	0,284324	0,715676
105	0,350050	0,649950
106	0,425625	0,574375
107	0,483051	0,516949
108	0,499287	0,500713

Fonte: Esta Pesquisa (2016).

APÊNDICE B - Tábua de Serviço Feminina utilizando o Método da Força do Decremento Constante.

Idade	Referente à $q_x^{(m)}$	Referente à $q_x^{(d)}$
0	0,013160	0,000000
1	0,000828	0,000000
2	0,000528	0,000000
3	0,000398	0,000000
4	0,000325	0,000000
5	0,000277	0,000000
6	0,000244	0,000000
7	0,000222	0,000000
8	0,000207	0,000000
9	0,000200	0,000000
10	0,000201	0,000000
11	0,000213	0,000000
12	0,000249	0,000000
13	0,000295	0,000000
14	0,000342	0,000575
15	0,000381	0,000575
16	0,000432	0,000573
17	0,000473	0,000572
18	0,000499	0,000570
19	0,000514	0,000569
20	0,000528	0,000569
21	0,000546	0,000569
22	0,000566	0,000569
23	0,000590	0,000570
24	0,000618	0,000572
25	0,000647	0,000575
26	0,000678	0,000579
27	0,000714	0,000583
28	0,000756	0,000589
29	0,000803	0,000596
30	0,000856	0,000605
31	0,000913	0,000615
32	0,000970	0,000628
33	0,001025	0,000643
34	0,001082	0,000660
35	0,001146	0,000681
36	0,001220	0,000704
37	0,001306	0,000732
38	0,001404	0,000763

Idade	Referente à $q_x^{(m)}$	Referente à $q_x^{(d)}$
39	0,001517	0,000800
40	0,001640	0,000843
41	0,001776	0,000892
42	0,001933	0,000948
43	0,002116	0,001013
44	0,002321	0,001087
45	0,002546	0,001173
46	0,002783	0,001269
47	0,003028	0,001381
48	0,003276	0,001509
49	0,003533	0,001654
50	0,003809	0,001820
51	0,004111	0,002010
52	0,004433	0,002226
53	0,004776	0,002473
54	0,005145	0,002755
55	0,005550	0,003080
56	0,005992	0,003442
57	0,006469	0,003859
58	0,006981	0,004335
59	0,007538	0,004876
60	0,008148	0,005493
61	0,008826	0,006195
62	0,009586	0,006995
63	0,010440	0,007905
64	0,011392	0,008942
65	0,012429	0,010119
66	0,013564	0,011463
67	0,014835	0,012989
68	0,016263	0,014725
69	0,017847	0,016700
70	0,019555	0,018946
71	0,021400	0,021499
72	0,023442	0,024402
73	0,025713	0,027700
74	0,028211	0,031447
75	0,030879	0,035705
76	0,033735	0,040542
77	0,036872	0,046035
78	0,040295	0,054226
79	0,044128	0,059340
80	0,048120	0,067368
81	0,052222	0,064800

Idade	Referente à $q_x^{(m)}$	Referente à $q_x^{(d)}$
82	0,056443	0,086824
83	0,060795	0,098561
84	0,065288	0,111915
85	0,069936	0,126977
86	0,073043	0,182563
87	0,079722	0,163502
88	0,084873	0,185483
89	0,090199	0,210372
90	0,095691	0,238536

Fonte: Esta Pesquisa (2016).

APÊNDICE C - Tábua de Serviço Feminina utilizando o Método da Proporcionalidade.

Idade	Referente à $q_x^{(m)}$	Referente à $q_x^{(d)}$
0	0,013160	0,000000
1	0,000828	0,000000
2	0,000528	0,000000
3	0,000398	0,000000
4	0,000325	0,000000
5	0,000277	0,000000
6	0,000244	0,000000
7	0,000222	0,000000
8	0,000207	0,000000
9	0,000200	0,000000
10	0,000201	0,000000
11	0,000213	0,000000
12	0,000249	0,000000
13	0,000295	0,000000
14	0,000342	0,000575
15	0,000381	0,000575
16	0,000432	0,000573
17	0,000473	0,000572
18	0,000499	0,000570
19	0,000514	0,000569
20	0,000528	0,000569
21	0,000546	0,000569
22	0,000566	0,000569
23	0,000590	0,000570
24	0,000618	0,000572
25	0,000647	0,000575
26	0,000678	0,000579
27	0,000714	0,000583
28	0,000756	0,000589
29	0,000803	0,000596
30	0,000856	0,000605
31	0,000913	0,000615
32	0,000970	0,000628
33	0,001025	0,000643
34	0,001082	0,000660
35	0,001146	0,000681
36	0,001220	0,000703
37	0,001306	0,000731
38	0,001405	0,000763
39	0,001517	0,000800

Idade	Referente à $q_x^{(m)}$	Referente à $q_x^{(d)}$
40	0,001640	0,000843
41	0,001776	0,000892
42	0,001934	0,000948
43	0,002116	0,001013
44	0,002322	0,001086
45	0,002546	0,001172
46	0,002784	0,001269
47	0,003029	0,001380
48	0,003277	0,001508
49	0,003534	0,001653
50	0,003811	0,001818
51	0,004113	0,002008
52	0,004435	0,002224
53	0,004778	0,002471
54	0,005147	0,002753
55	0,005552	0,003078
56	0,005995	0,003439
57	0,006472	0,003856
58	0,006985	0,004331
59	0,007542	0,004873
60	0,008152	0,005489
61	0,008831	0,006191
62	0,009591	0,006990
63	0,010445	0,007900
64	0,011398	0,008935
65	0,012435	0,010113
66	0,013571	0,011457
67	0,014842	0,012983
68	0,016269	0,014719
69	0,017852	0,016695
70	0,019558	0,018943
71	0,021399	0,021499
72	0,023437	0,024408
73	0,025700	0,027713
74	0,028187	0,031471
75	0,030839	0,035745
76	0,033672	0,040605
77	0,036777	0,046129
78	0,040133	0,054389
79	0,043934	0,059534
80	0,047848	0,067641
81	0,051841	0,076810
82	0,055917	0,087350

Idade	Referente à $q_x^{(m)}$	Referente à $q_x^{(d)}$
83	0,060076	0,099280
84	0,064312	0,112891
85	0,068628	0,128285
86	0,070107	0,185500
87	0,077427	0,165796
88	0,081871	0,188486
89	0,086297	0,214273
90	0,090655	0,243572
91	0,012655	0,987345
92	0,014752	0,985248
93	0,017269	0,982731
94	0,020322	0,979678
95	0,024071	0,975929
96	0,028741	0,971259
97	0,034650	0,965350
98	0,042263	0,957737
99	0,052274	0,947726
100	0,065748	0,934252
101	0,084355	0,915645
102	0,110766	0,889234
103	0,149242	0,850758
104	0,206140	0,793860
105	0,288300	0,711700
106	0,391426	0,608574
107	0,474723	0,525277
108	0,498931	0,501069

Fonte: Esta Pesquisa (2016).

APÊNDICE D - Diferença entre as probabilidades dos Métodos Uniforme e Força do Decremento Constante.

Idade	Referente à $q_x^{(m)}$	Referente à $q_x^{(d)}$
0	0,000000	0,000000
1	0,000000	0,000000
2	0,000000	0,000000
3	0,000000	0,000000
4	0,000000	0,000000
5	0,000000	0,000000
6	0,000000	0,000000
7	0,000000	0,000000
8	0,000000	0,000000
9	0,000000	0,000000
10	0,000000	0,000000
11	0,000000	0,000000
12	0,000000	0,000000
13	0,000000	0,000000
14	0,000000	0,000000
15	0,000000	0,000000
16	0,000000	0,000000
17	0,000000	0,000000
18	0,000000	0,000000
19	0,000000	0,000000
20	0,000000	0,000000
21	0,000000	0,000000
22	0,000000	0,000000
23	0,000000	0,000000
24	0,000000	0,000000
25	0,000000	0,000000
26	0,000000	0,000000
27	0,000000	0,000000
28	0,000000	0,000000
29	0,000000	0,000000
30	0,000000	0,000000
31	0,000000	0,000000
32	0,000000	0,000000
33	0,000000	0,000000
34	0,000000	0,000000
35	0,000000	0,000000
36	0,000000	0,000000
37	0,000000	0,000000
38	0,000000	0,000000

Idade	Referente à $q_x^{(m)}$	Referente à $q_x^{(d)}$
39	0,000000	0,000000
40	0,000000	0,000000
41	0,000000	0,000000
42	0,000000	0,000000
43	0,000000	0,000000
44	0,000000	0,000000
45	0,000000	0,000000
46	0,000000	0,000000
47	0,000000	0,000000
48	0,000000	0,000000
49	0,000000	0,000000
50	0,000000	0,000000
51	0,000000	0,000000
52	0,000000	0,000000
53	0,000000	0,000000
54	0,000000	0,000000
55	0,000000	0,000000
56	0,000000	0,000000
57	0,000000	0,000000
58	0,000000	0,000000
59	0,000000	0,000000
60	0,000000	0,000000
61	0,000000	0,000000
62	0,000000	0,000000
63	0,000000	0,000000
64	0,000000	0,000000
65	0,000000	0,000000
66	0,000000	0,000000
67	0,000000	0,000000
68	0,000000	0,000000
69	0,000000	0,000000
70	0,000000	0,000000
71	0,000000	0,000000
72	0,000000	0,000000
73	0,000000	0,000000
74	0,000000	0,000000
75	0,000000	0,000000
76	0,000001	-0,000001
77	0,000001	-0,000001
78	0,000003	-0,000003
79	0,000004	-0,000004
80	0,000006	-0,000006
81	0,000009	-0,000009

Idade	Referente à $q_x^{(m)}$	Referente à $q_x^{(d)}$
82	0,000014	-0,000014
83	0,000022	-0,000022
84	0,000034	-0,000034
85	0,000052	-0,000052
86	0,000162	-0,000162
87	0,000119	-0,000119
88	0,000179	-0,000179
89	0,000268	-0,000268
90	0,000401	-0,000401

Fonte: Esta Pesquisa (2016).

APÊNDICE E - Diferença entre as probabilidades dos Métodos Uniforme e Proporcionalidade.

Idade	Referente à $q_x^{(m)}$	Referente à $q_x^{(d)}$
0	0,000000	0,000000
1	0,000000	0,000000
2	0,000000	0,000000
3	0,000000	0,000000
4	0,000000	0,000000
5	0,000000	0,000000
6	0,000000	0,000000
7	0,000000	0,000000
8	0,000000	0,000000
9	0,000000	0,000000
10	0,000000	0,000000
11	0,000000	0,000000
12	0,000000	0,000000
13	0,000000	0,000000
14	0,000000	0,000000
15	0,000000	0,000000
16	0,000000	0,000000
17	0,000000	0,000000
18	0,000000	0,000000
19	0,000000	0,000000
20	0,000000	0,000000
21	0,000000	0,000000
22	0,000000	0,000000
23	0,000000	0,000000
24	0,000000	0,000000
25	0,000000	0,000000
26	0,000000	0,000000
27	0,000000	0,000000
28	0,000000	0,000000
29	0,000000	0,000000
30	0,000000	0,000000
31	0,000000	0,000000
32	0,000000	0,000000
33	0,000000	0,000000
34	0,000000	0,000000
35	0,000000	0,000000
36	0,000000	0,000000
37	0,000000	0,000000
38	0,000000	0,000000

Idade	Referente à $q_x^{(m)}$	Referente à $q_x^{(d)}$
39	0,000000	0,000000
40	0,000000	0,000000
41	0,000000	0,000000
42	0,000000	0,000000
43	0,000000	0,000000
44	0,000000	0,000000
45	-0,000001	0,000001
46	-0,000001	0,000001
47	-0,000001	0,000001
48	-0,000001	0,000001
49	-0,000001	0,000001
50	-0,000001	0,000001
51	-0,000001	0,000001
52	-0,000002	0,000002
53	-0,000002	0,000002
54	-0,000002	0,000002
55	-0,000002	0,000002
56	-0,000003	0,000003
57	-0,000003	0,000003
58	-0,000004	0,000004
59	-0,000004	0,000004
60	-0,000004	0,000004
61	-0,000005	0,000005
62	-0,000005	0,000005
63	-0,000006	0,000006
64	-0,000006	0,000006
65	-0,000006	0,000006
66	-0,000007	0,000007
67	-0,000006	0,000006
68	-0,000006	0,000006
69	-0,000005	0,000005
70	-0,000003	0,000003
71	0,000001	-0,000001
72	0,000006	-0,000006
73	0,000013	-0,000013
74	0,000024	-0,000024
75	0,000041	-0,000041
76	0,000064	-0,000064
77	0,000096	-0,000096
78	0,000165	-0,000165
79	0,000198	-0,000198
80	0,000278	-0,000278
81	0,000390	-0,000390

Idade	Referente à $q_x^{(m)}$	Referente à $q_x^{(d)}$
82	0,000540	-0,000540
83	0,000742	-0,000742
84	0,001010	-0,001010
85	0,001360	-0,001360
86	0,003098	-0,003098
87	0,002413	-0,002413
88	0,003181	-0,003181
89	0,004169	-0,004169
90	0,005436	-0,005436
91	0,046845	-0,046845
92	0,049777	-0,049777
93	0,052896	-0,052896
94	0,056217	-0,056217
95	0,059754	-0,059754
96	0,063514	-0,063514
97	0,067487	-0,067487
98	0,071634	-0,071634
99	0,075857	-0,075857
100	0,079945	-0,079945
101	0,083477	-0,083477
102	0,085621	-0,085621
103	0,084798	-0,084798
104	0,078184	-0,078184
105	0,061749	-0,061749
106	0,034199	-0,034199
107	0,008328	-0,008328
108	0,000356	-0,000356

Fonte: Esta Pesquisa (2016).

ANEXO A - Projeção do INPC

Exercício	Taxa de Inflação (INPC)
2016	7,50%
2017	6,00%
2018	5,40%
2019	5,00%
2020	3,50%
2021	3,50%
2022	3,50%
2023	3,50%
2024	3,50%
2025	3,50%
2026	3,50%
2027	3,50%
2028	3,50%
2029	3,50%
2030	3,50%
2031	3,50%
2032	3,50%
2033	3,50%
2034	3,50%
2035	3,50%
2036	3,50%
2037	3,50%
2038	3,50%
2039	3,50%
2040	3,50%
2041	3,50%
2042	3,50%
2043	3,50%
2044	3,50%
2045	3,50%
2046	3,50%
2047	3,50%
2048	3,50%
2049	3,50%
2050	3,50%
2051	3,50%
2052	3,50%
2053	3,50%
2054	3,50%
2055	3,50%

Fonte: Projeção Atuarial do RGPS / Site do Senado Federal