



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOGIÊNCIAS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

Oscar Simón Melgar Cisneros

**Comparação de esquemas de acoplamento
hidro-mecânico via elementos finitos em
problemas de fluxo e simulação de reservatórios
de petróleo**

Recife

2016

Oscar Simón Melgar Cisneros

**Comparação de esquemas de acoplamento
hidro-mecânico via elementos finitos em problemas de
fluxo e simulação de reservatórios de petróleo**

Dissertação submetida ao corpo docente do curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de mestre em ciências de Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo José do Nascimento Guimarães

Recife

2016

Catalogação na fonte
Bibliotecária Valdicéa Alves, CRB-4 / 1260

C579c Cisneros, Oscar Simón Melgar.

Comparação de esquemas de acoplamento hidro-mecânico via elementos finitos em problemas de fluxo e simulação de reservatórios de petróleo / Oscar Simón Melgar Cisneros - 2016.

78folhas, Il., Tab. e Simb.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo José do Nascimento Guimarães.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2016.

Inclui Referências.

1. Engenharia Civil.
 2. Modelagem Hidro-Mecânica.
 3. Elementos finitos.
 4. Esquema acoplado.
 6. Esquema sequencialmente.
- I. Guimarães, Leonardo José do Nascimento (Orientador). II. Título.

UFPE

624 CDD (22. ed.)

BCTG/2017-340

Oscar Simón Melgar Cisneros

**Comparação de esquemas de acoplamento
hidro-mecânico via elementos finitos em problemas de
fluxo e simulação de reservatórios de petróleo**

Dissertação submetida ao corpo docente do curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de mestre em ciências de Engenharia Civil.

Trabalho aprovado. Recife, 31 de janeiro de 2017

**Prof. Dr. Leonardo José do Nascimento
Guimarães
Orientador**

Professor
Igor Fernandes Gomes Dr.

Professor
Leila Brunet de Sá Beserra Dra.

Professor
Analice França Lima Amorim Dra.

Recife
2016

Agradecimentos

Ao professor e orientador Leonardo José do Nascimento Guimarães pela paciência, apoio, orientações e explicações dedicadas, tão importantes para a realização e conclusão desta dissertação;

À Petrobras pela oportunidade e pela confiança depositada;

À Laboratório de Métodos Computacionais em Geomecânica (LMCG)

Aos meus colegas do laboratório pelo apoio constante;

Aos meus amigos e pessoal da universidade que de alguma maneira colaboraram com a culminação desta dissertação.

Aos meus queridos pais e irmãos por sempre terem acreditado;

Resumo

A presença de fluido ou a pressão de fluido, exerce uma influência significativa sobre a resistência da rocha e deformação e isto ocorre não só na escala de grãos, mas também na escala litosférica. Isto levou a uma necessidade de compreender os processos acoplados hidromecânicos. E com o aparecimento de métodos de computação e a maturidade de software e hardware, o desenvolvimento de uma ferramenta numérica adequada que pode lidar com a complexidade do comportamento acoplado hidro-mecânica, tem sido reconhecido como uma das principais tarefas na área de engenharia de petróleo. Na área de engenheira de petróleo na previsão e gestão de reservatórios é a simulação numérica que tradicionalmente tem na compressibilidade dos poros o único parâmetro geomecânico. Normalmente, apenas um valor constante deste parâmetro é adotado para todo o reservatório. No entanto, o reservatório de rocha sofre deformações durante a exploração de campo, o que induz a redução da porosidade e da permeabilidade. Enquanto o primeiro efeito não é bem representado pela compressibilidade, o segundo não muda. Então tentar modelar o acoplamento hidro-mecânica resultaria de grande importância, mais em casos onde o problema tenha uma grande quantidade de elementos, pode resultar de alto custo computacional ao resolver-lo totalmente acoplado, visando estas análises integradas, mas sem aumentar o custo computacional, o acoplamento sequencial pode ser uma opção para alguns casos de engenheira do petróleo. O objetivo desta dissertação é abordar dois esquemas numéricos, totalmente e sequencial acoplado, o esquema acoplado resolve todo o sistema de equações em um mesmo passo de tempo, no esquema sequencial, resolve em um mesmo passo do tempo o sistema de equações, mas desacopla o sistema de equações em dois sistemas, neste trabalho verifica-se a precisão numérica do esquema sequencial em relação ao esquema totalmente acoplado utilizando o programa computacional de elementos finitos CODE-BRIGHT (COupled DEformation and BRine, Gas and Heat Transport) para a verificação. Os resultados obtidos na modelagem numérica para o problema do poço horizontal no regime elástico, os parâmetros analisados foram os mesmos, no regime elasto-plástico, observa-se similitudes no analise dos parâmetros. Para o problema da reativação da falha também obtive-se resultados satisfatórios, as diferenças dos parâmetros analisados foram mínimas.

Palavras chave: Modelagem Hidro-Mecânica. Elementos finitos. Esquema acoplado. Esquema seqüencial.

Abstrac

The presence of fluid or fluid pressure exerts a significant influence on rock strength and deformation and this occurs not only on the grain scale but also on the lithospheric scale. This has led to a need to understand hydromechanical coupled processes. And with the emergence of computational methods and the maturity of software and hardware, the development of a suitable numerical tool that can handle the complexity of coupled behavior of hydro-mechanical, has been recognized as one of the main tasks in the engineering area of oil. In the field area of petroleum engineer in the forecasting and management of reservoirs is the numerical simulation that traditionally has in the compressibility of the pores the only geomechanical parameter. Usually only one constant value of this parameter is adopted for the entire reservoir. However, the rock reservoir undergoes deformations during field exploration, which induces the reduction of porosity and permeability. While the first effect is not well represented by compressibility, the second does not change. Then trying to model hydro-mechanical coupling would be of great importance, but in cases where the problem has a large number of elements, it can result in a high computational cost when solving it fully coupled, aiming these integrated analyzes, but without increasing the computational cost, Sequential coupling may be an option for some cases of petroleum engineer. The purpose of this dissertation is to approach two numerical schemas, fully and sequentially coupled, the coupled scheme solves the whole system of equations in the same time step, in the sequential schema, solves at a same time step the system of equations, further decouples the system of equations in two systems, this work verifies the numerical precision of the sequential scheme in relation to the fully coupled scheme using the CODE-BRIGHT (COupled DEformation and BRine) finite element computational program for verification. The results obtained in the numerical modeling for the horizontal well problem in the elastic regime, the parameters analyzed were the same, in the elasto-plastic regime, similarities were observed in the analysis of the parameters. For the problem of reactivation of the fault also obtained satisfactory results, the differences of the analyzed parameters were minimal.

Keywords: Hydro-Mechanical Modeling. Finite elements. Coupled scheme. Sequential scheme.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Meio Poroso	19
Figura 2 – O meio poroso como a sobreposição de dois meios contínuos	19
Figura 3 – O VERMP para o análise no problema de desmoronamento	20
Figura 4 – Domínio	21
Figura 5 – Valor médio do volume do VER pelo Valor médio de f	21
Figura 6 – Deslocamento \mathbf{u} para um tempo t	24
Figura 7 – Forças atuando em o corpo Ω	26
Figura 8 – Conservação de massa.	32
Figura 9 – Superfície de fluência de F	37
Figura 10 – Potencial plástico e vetor de deformações plásticas	38
Figura 11 – Secção do plano π com as superfícies de escoamento de Drucker-Prager, Tresca Estendido e Mohr-Coulomb.	40
Figura 12 – Superfície de plastificação de Drucker-Prager: Espaço das tensões principais e plano octaédrico.	41
Figura 13 – Esquema de acoplamento implícito modificado	42
Figura 14 – Esquema de acoplamento iterativo.	43
Figura 15 – Domínio do problema de equilíbrio	46
Figura 16 – Esquemas dos métodos totalmente acoplados (superior) e acoplados iterativamente (inferior).	53
Figura 17 – Exemplo de breakout de um poço tirada por uma câmera de fundo.	55
Figura 18 – Geometria do problema e malha de elementos finitos	56
Figura 19 – Distribuição da pressão de líquido	57
Figura 20 – Variação da porosidade	58
Figura 21 – Variação da permeabilidade	58
Figura 22 – Analise dos nodos próximos ao poço	59
Figura 23 – Evolução do deslocamento vertical	59
Figura 24 – Evolução da pressão	60
Figura 25 – Analise dos elementos próximos ao poço	60
Figura 26 – Evolução da porosidade	61
Figura 27 – Evolução da permeabilidade	61
Figura 28 – Distribuição da pressão de líquido	62
Figura 29 – Deformações plásticas	63
Figura 30 – Variação de porosidade	63
Figura 31 – Variação de permeabilidade	64
Figura 32 – Evolução do deslocamento vertical	64
Figura 33 – Evolução da pressão	65

Figura 34 – Evolução da porosidade	65
Figura 35 – Evolução da permeabilidade	66
Figura 36 – Trajetória de tensões	66
Figura 37 – Secção transversal geológica 2D típica	68
Figura 38 – Geometria do modelo: o reservatório é um arenito consolidado, de 50 m de espessura incorporado a 400 m e localizado numa região de profundidade de água de 130 m.	68
Figura 39 – Geometria do problema e malha de elementos finitos, a malha possui 7225 nós e 14228 elementos	69
Figura 40 – Deslocamento em Y	70
Figura 41 – Distribuição da pressão de líquido	70
Figura 42 – Distribuição da permeabilidade	71
Figura 43 – Distribuição da deformações plásticas cisalhantes	71
Figura 44 – Distribuição da deformações plásticas volumétricas	72
Figura 45 – Nodos próximos à falha	72
Figura 46 – Evolução da pressão	73
Figura 47 – Elementos próximos à falha	73
Figura 48 – Evolução da porosidade	74
Figura 49 – Trajetória de tensões	74

Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros do material do maciço escavado	57
Tabela 2 – Dados da simulação numérica no regime elástico	62
Tabela 3 – Dados da simulação numérica no regime elasto-plástico	67
Tabela 4 – Parâmetros do reservatório para caso elástico	69
Tabela 5 – Dados da simulação numérica no regime elasto-plástico	75

Lista de símbolos

c	Coesão
C_f	Compressibilidade do fluido
C_s	Compressibilidade da matriz sólida ou dos grãos sólidos
\mathbb{D}	Matriz constitutiva
E	Módulo de Young ou Módulo de elasticidade longitudinal
\mathbf{g}	Vetor aceleração da gravidade
K	Módulo de rigidez do meio poroso (bulk modulus)
K_s	Módulo de rigidez da fase solida
\mathbf{k}	Permeabilidade absoluta ou intrínseca
\mathbf{k}_h	Condutividade hidráulica
Ω	Corpo
$\partial\Omega$	Contorno do Corpo
\mathbf{n}	Vetor normal ao um ponto
p	Pressão do fluido
α	Módulo de Biot
t	Tempo
\mathbf{u}	Vetor deslocamento
u, v, w	Componentes do vetor deslocamento
\mathbf{q}_f	Vetor velocidade de Darcy
\mathbf{S}	Tensor desviador
G	Módulo de Cisalhamento
V_t	Volume total do meio poroso <i>bulk volume</i>
V_v	Volume da parte de vazios

x, y, z	Coordenadas cartesianas
$F(\sigma, \mathbf{h})$	Função de fluênci
$P(\sigma, \mathbf{m})$	Função do potencial
Λ	Multiplicador plástico
σ	Tensor tensões
σ'	Tensor de tensões efetivo
ε	Tensor deformação total
σ_{ij}	Componentes do tensor tensão total
ε_{ij}	Componentes do tensor deformação
$\bar{\sigma}$	Tensão total média
ε_v	Deformação volumétrica
ε	Deformações elásticas
ε	Deformações plásticas
$\dot{\varepsilon}_v$	Taxa de deformação volumétrica
ν	Coeficiente de Poisson
α	Coeficiente de Biot
μ	Viscosidade absoluta
ρ_f	Densidade do fluido
ρ_s	Densidade do sólido
ρ_t	Densidade total
Δt	Passo de tempo
ϕ	Porosidade
u	Velocidade
$\frac{d}{dt}$	Derivada temporal material
$\frac{\partial}{\partial t}$	Derivada parcial temporal euleriana
$\frac{D}{Dt}$	Derivada material ou derivada lagrangiana

$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}, \quad \langle \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} \rangle$	Produto escalar de vetores
∇	Operador nabla
$\nabla f, \text{grad } f$	Gradiente de um escalar
$\nabla \mathbf{u}, \text{grad } \mathbf{u}$	Gradiente de um vetor
$\nabla \cdot \mathbf{u}, \text{div } \mathbf{u}$	Divergência de um vetor
$\nabla \cdot \mathbf{A}, \text{div } \mathbf{A}$	Divergência de uma matriz
b	Vetor de forças de corpo
<i>c</i>	Coesão do material
$d\varepsilon_v^p$	Incremento da deformação plástica volumétrica
R	Matriz Global de Rígidez do material
\mathbb{D}^e	Tensor constitutivo elástico do material
\mathbb{D}^{ep}	Tensor constitutivo elastoplástico do material

Sumário

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Motivação	15
1.2	Objetivos	16
1.3	Organização da Tese	16
2	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO MEIO POROSO: ABORDAGEM CONTÍNUO E LEIS BASICAS	18
2.1	Introdução	18
2.2	Definição do Meio Poroso Saturado	19
2.2.1	Abordagem Contínuo	19
2.2.2	Abordagem de homogeneização e comportamento macroscópico	20
2.2.3	The Averaging Approach: O Método da Média	20
2.3	Revisão de Magnitudes e Equações Básicas	20
2.3.1	Densidade	21
2.3.2	Porosidade	22
2.3.3	Permeabilidade	23
2.3.4	Lei de Darcy	23
2.4	Cinemática do meio poroso	24
2.4.1	Deformação	24
2.4.2	Tensão	25
2.4.3	Elasticidade Linear	28
2.5	Poroelasticidade	28
2.6	Equação da Continuidade - Conservação de massa	30
2.6.1	Equação da continuidade para descrição espacial	31
2.6.2	Fase sólida	34
2.6.3	Fase fluida	35
2.7	Modelo Constitutivo Elasto-plástico	36
2.7.1	Princípio da Decomposição Aditiva da Deformação.	36
2.7.2	Função e Superfície de Fluência	37
2.7.3	Potencial plástico	38
2.7.4	Tensor Elastoplástico	39
2.7.5	Modelos Constitutivos	39
2.7.6	Modelo de Drucker-Prager	40
2.8	Fluxo com Acoplamento Geomecânico	41
2.8.1	Introdução	41

2.8.2	Tipos de Acoplamento	41
2.8.3	Acoplamento Implícito ou Totalmente Acoplado	41
2.8.4	Acoplamento Sequencial	42
2.8.5	Acoplamento Explicito	43
2.8.6	Pseudo Acoplamento	43
3	FORMULAÇÃO NUMÉRICA	45
3.1	Método dos Elementos Finitos	45
3.2	Problema Mecânico	45
3.3	Problema da porosidade	47
3.4	Resumo das Equações dos Esquemas Numéricos: Total e Sequencial	51
3.5	Algoritmo de Integração Implícita-Explícita (IMPLEX) para o Modelo de DRUCKER PRAGER	54
4	SIMULAÇÃO NUMÉRICA E DISCUSSÕES DE RESULTADOS	55
4.1	Simulação, Análise e Comparação na Perfuração de Poços Horizontais	55
4.2	Dados da Perfuração de Poços Horizontais	56
4.3	Simulação, Análise e Comparação na Ativação de uma Falha	67
4.4	Dados da Ativação de uma Falha	67
5	CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS	76
	REFERÊNCIAS	77

1 Introdução

1.1 Motivação

Reservatórios carbonáticos têm grande importância na indústria do petróleo, chegando a conter metade das reservas de óleo e gás do mundo. O relatório de 2016 da Agência Internacional de Energia ([EIA, 2016](#)), mostra que o petróleo e o gás natural, representam mais de 50% da energia primária consumida no mundo e até 2040 não se esperam grandes mudanças.

Porém a exploração e a produção do petróleo são matérias de estudo em muitos centros de pesquisa e universidades. O objetivo dos pesquisadores da área de produção do petróleo é desenvolver ferramentas que sejam orientadas para uma produção com qualidade, maximizando o lucro. Uma das ferramentas que auxilia a indústria petrolífera é a simulação numérica computacional particularmente, a simulação numérica de reservatórios de petróleo.

Mais precisamente no campo de aplicação da engenharia para a produção de petróleo, o acoplamento fluido-mecânico tem se mostrado como explicação de diversos fenômenos ocorridos na exploração e produção de reservatórios de petróleo. Um caso emblematicamente sempre abordado em diversas revisões sobre o tema se refere ao campo de petróleo Ekofish na Noruega, em que o leito marinho sofreu uma importante subsidência sob o efeito do processo de extração de fluido do reservatório ao ponto de comprometer severamente vários poços de produção, levando a grandes gastos no reparo e prevenção dos danos causados ([OLIVEIRA, 2013](#)).

Ainda no campo de extração de petróleo, outros exemplos de aplicação da análise acoplada fluido-mecânica são encontrados nos casos de estabilidade de poços de petróleo, reativação de falhas e/ou zonas de falhas, fraturamento hidráulico, produção de sólidos, efeitos de compactação do reservatório na curva de produção de petróleo, relações tensão-permeabilidade-deformação, etc. As análises dos fenômenos existentes no meio poroso tem se tornado cada vez mais robustas e elaboradas na questão de se acoplar tais fenômenos, e ainda em melhores e eficientes alternativas para solução dos sistemas que surgem desse acoplamento. Sendo está uma área extensa já estudada, mas ainda com vasto campo de estudo por ser abordado.

A solução do problema acoplado pode ser tratada basicamente por duas alternativas: solucionando o problema de fluxo conjuntamente com o equilíbrio mecânico, conhecido como totalmente acoplado ou através de processos sequenciais entre o problema de fluxo e o equilíbrio mecânico. ([LEWIS; SCHREFLER, 1998](#)) apresentaram uma avaliação desses dois tipos de acoplamento para o caso de fluxo monofásico indicando as situações mais favoráveis para a aplicação de uma e de outra alternativa. Classicamente nas aplicações em engenharia de reservatórios de petróleo o método de acoplamento seqüencial da solução do problema onde resolve-se os problemas em separado em que o problema mecânico é solucionado após a solução

do problema de fluxo, definindo uma única via de acoplamento, é chamado de one-way coupling.

Embora não seja um processo totalmente acoplado quando resolve-se todos os problemas em conjunto, os métodos sequenciais são considerados acoplados na tentativa de obter-se a melhor resposta dos sistemas em conjunto, são diversos os trabalhos na utilização de dita alternativa (MULLER, 2007) e (FRYDMAN, 1996). (MULLER, 2007) aponta uma avaliação do método totalmente acoplado com o método sequencial em relação ao processamento, indicando que o método sequencial pode apresentar melhor desempenho computacional que o esquema totalmente acoplado. Muller ainda ressalta as vantagens de utilizar-se o método sequencial em relação na aplicação de condições de contorno.(KIM, 2010) analisa as diversas formas de acoplamentos entre as equações de fluxo multifásico e o equilíbrio mecânico de maneira sequencial atentando para aspectos de estabilidade e convergência de diversos métodos.

1.2 Objetivos

Um dos principais desafios desta pesquisa está em resolver o modelo geomecânico com a discretização via MEF, assim obter comparações entre os acoplamentos numéricos, totalmente e seqüencialmente acoplado para alguns casos de engenharia de petróleo.

- Analisar numericamente, em meios contínuos, os mecanismos envolvidos em condições monofásicas de fluxo com os acoplamentos numéricos, totalmente e seqüencialmente acoplado mediante o simulador numérico de CODE_BRIGHT.
- Simular alguns casos de engenharia de petróleo no CODE_BRIGHT para ambos acoplamentos
- Fazer comparações de ambos acoplamentos numéricos e observar a precisão do acoplamento sequencial em relação do esquema totalmente acoplado para os casos simulados.

1.3 Organização da Tese

A presente dissertação divide-se principalmente em 5 capítulos, além da bibliografia.

No Capítulo 1 considera-se a introdução, onde detalha-se a motivação, os objetivos e contribuição do trabalho.

No Capítulo 2, detalha-se brevemente as propriedades da rocha e fluido, em seguida descrevemos as equações constitutivas e suas hipóteses simplificadoras, que finalmente são utilizadas para derivar as equações governantes.

No Capítulo 3, desenvolve-se as técnicas numéricas empregadas na solução das equações governantes introduzidas no Capítulo 2.

No capítulo 4, resolve-se alguns problemas modelos, nos quais interpretamos os resulta-

dos comparando com aqueles disponíveis na literatura. Estos problemas são simulados mediante o programa de elementos finitos CODE_BRIGHT para os acoplamentos numéricos: totalmente acoplado e seqüencialmente acoplado.

As conclusões para cada acoplamento nos casos de engenheira de petróleo como estabilidade do poço, reativação de falha tanto no caso elástico e elasto-plástico para a estabilidade do poço e elasto-plástico para a reativação da falha, foram-se analisados os parâmetros mais importantes, como também a acurácia do esquema sequencial em relação do esquema totalmente acoplado e o custo computacional de cada esquema.

No capítulo 5, neste capítulo as conclusões são apresentadas como também as sugestões para futuras linhas de pesquisa à serem desenvolvidas baseados em este trabalho.

2 Formulação Matemática do Meio Poroso: Abordagem contínuo e Leis Basicas

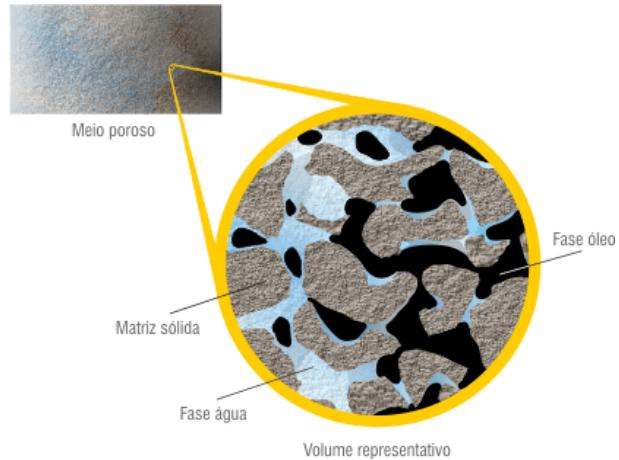
Neste capítulo defina-se o meio poroso e sua representação matemática, logo defina-se algumas aspectos importantes dentro do meio poroso e presume-se hipóteses simplificadoras das quais conseguem em as equações governantes do meio poroso.

2.1 Introdução

O comportamento mecânico do meio poroso está claramente influenciado pelo fluido que ocupa os poros, tal como foi estudado por (BIOT, 1941). Dada a irregularidade da matriz porosa, como mostra-se na figura 1, as análises de fluxo com as leis clássicas de fluido complementadas com a interação de fluido-estrutura resulta impraticável e irreal. (VAZQUEZ, 2003).

Então a descrição do fluxo no meio poroso é complicada para escala inferiores dos poros (para fixar ideias, escalas de 10^{-5} cm), torna-se mais fácil quando as escalas são maiores em relação ao tamanho dos poros, então é conveniente uma escala maior. No estudo dos fluxos através de meios porosos na escala VER (volume elementar representativo) este resulta ser muito fina, de modo que estas médias são substituídas por médias maiores que chama-se volume elementar representativo do meio poroso VERMP (VAZQUEZ, 2003), este volume deve ser o suficientemente grande para abranger um número estatisticamente significativo de poros, esta escala também permite representar algumas leis e propriedades macroscópicas do meio poroso tais como a lei de Darcy, permeabilidade entre outros, então é conveniente exigir uma quantidade significativa dos poros.

Figura 1 – Meio Poroso

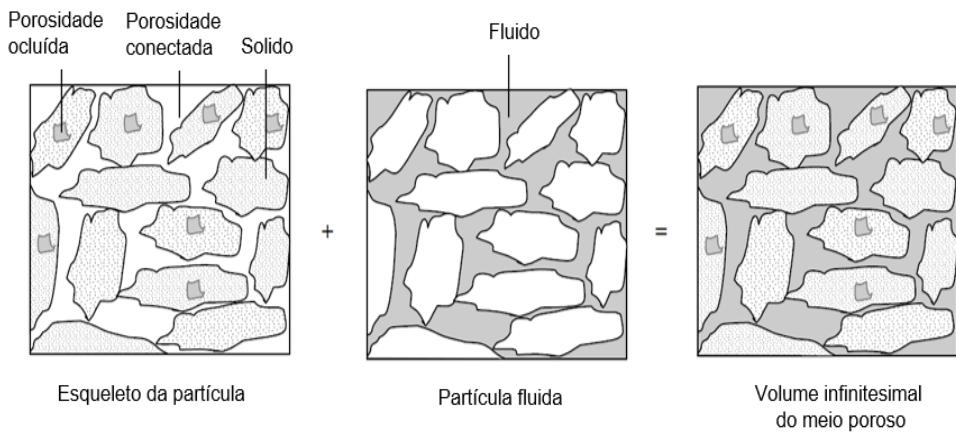


Fonte: Sinmec projeto

2.2 Definição do Meio Poroso Saturado

Um meio poroso saturado é composto de uma matriz e um espaço poroso, o último sendo preenchido por um fluido. A matriz compõe tanto da parte sólida e da possível porosidade ocluída, saturado ou não, o meio poroso pode ser tratado como a superposição de dois contínuos, o contínuo do esqueleto e o contínuo do fluido (COUSSY, 2004), como mostra-se na figura 2.

Figura 2 – O meio poroso como a sobreposição de dois meios contínuos



Fonte: (COUSSY, 2004)

2.2.1 Abordagem Contínuo

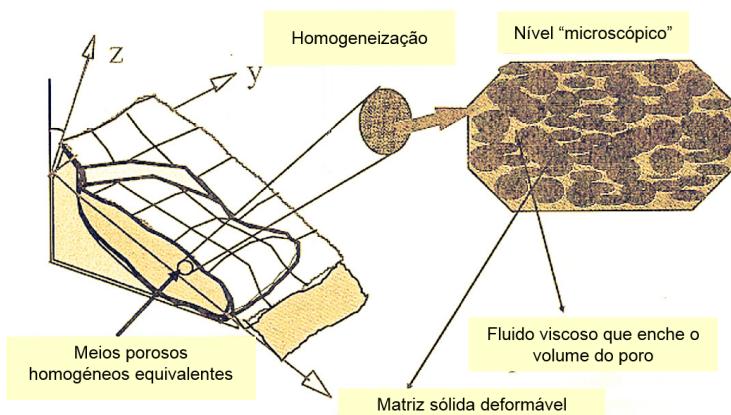
Como já foi mencionado por (BIOT, 1941) que considera dito meio contínuo como um meio contínuo equivalente a sobreposição da duas fases com dois campos de deslocamento, uma

para a matriz sólida e uma para o fluido (cinemáticas diferentes) que interagem e trocam energia e material entre eles.

2.2.2 Abordagem de homogeneização e comportamento macroscópico

Dita homogeneização do meio poroso a escala macroscópica permite definir ao meio poroso, como um meio contínuo, assim o VERMP é definido de modo que, sempre que seja posicionado no interior de um domínio considerado do meio poroso ele sempre contendo as duas fases (fase sólida e porosidade) como mostra-se na figura 3, além disso, presume-se que, dentro do VERMP as duas fases são mais ou menos uniformemente distribuídas ([VILLARÓ, 2004](#)).

Figura 3 – O VERMP para o análise no problema de desmoronamento



Fonte: ([VILLARÓ, 2004](#))

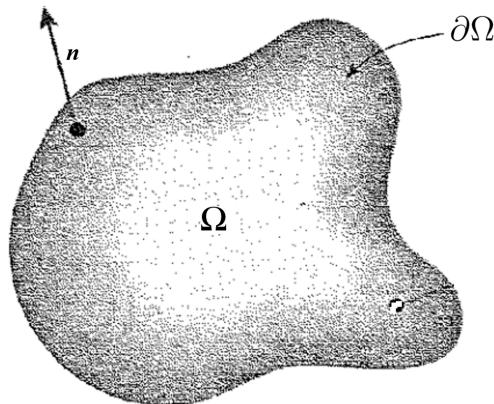
2.2.3 The Averaging Approach: O Método da Média

Em este estudo utiliza-se o abordagem "the averaging approach", ela considera sempre um VERMP em cada ponto matemático do domínio que contem todas as fases que existem no problema a nível microscópico, tratando-se de maneira independente cada uma de elas, logo obtém-se as propriedades físicas medias do VERMP (como por exemplo a densidade), com o objetivo final de poder chegar a definir as propriedades medias sobre todo o domínio do problema, em seguida assume-se que estas propriedades medias sobre o VERMP considerado coincidem com as do meio poroso estudado, para logo formular as equações à nível macroscópico.

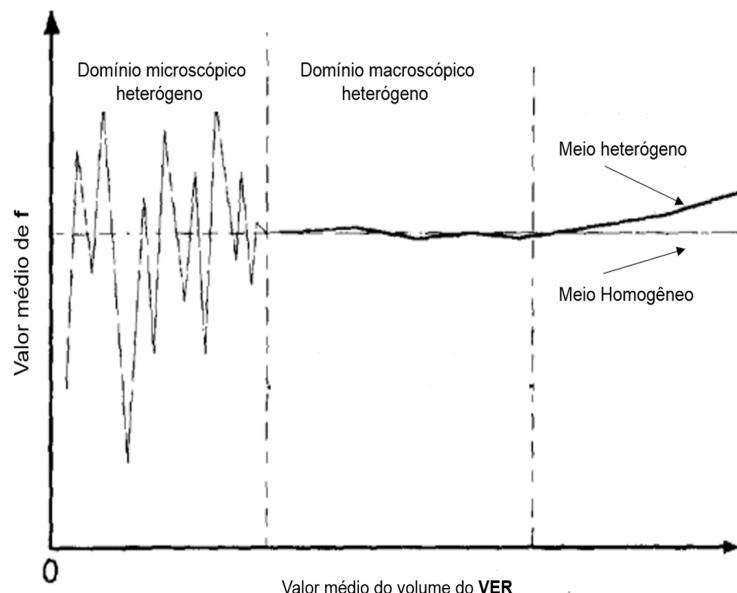
2.3 Revisão de Magnitudes e Equações Básicas

Defina-se o domínio em que os parâmetros e algumas variáveis são estudadas. Seja I um intervalo de tempo com $t \in I$ fixo e $\Omega \subseteq \mathbb{R}^3$, com contorno $\partial\Omega$ e \mathbf{n} um vetor normal unitário externo ao ponto da superfície de Ω , como mostra-se na figura 4

Figura 4 – Domínio



Defina-se uma função $f : \Omega \subseteq \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se campo escalar (exemplo densidade, temperatura) ela comporta-se de maneira diferente a diferentes escalas como mostra-se na figura 5

Figura 5 – Valor médio do volume do VER pelo Valor médio de f 

Fonte: ([LEWIS; SCHREFLER, 1998](#))

Mediante o processo de média feito no livro de ([LEWIS; SCHREFLER, 1998](#)) obtém-se:

2.3.1 Densidade

Para a fase fluida temos:

Considerando-se um fluido monofásico, a densidade que depende da pressão e a temperatura do meio, então esta define-se como:

$$\rho_f = \rho_f^\circ e^{C_f(p_f - p_f^\circ) - \beta_f(T - T^\circ)} \quad (2.1)$$

Onde ρ_f° é a densidade referencial, p_f é a pressão do fluido, p_f° é a pressão do fluido referencial, C_f a compressibilidade do fluido, T a temperatura, T° a temperatura referencial e β_f é coeficiente de expansão térmica para o fluido

Lembrando-se que: $C_f = \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial p_f}$, expressa-se como o cambio relativo do volume do fluido em relação com um cambio da pressão.

$\beta_f = \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial T}$ expressa-se como o cambio relativo do volume do fluido em relação com um cambio da temperatura.

As derivadas parciais é devido ao tamanho do REV que são quantidades infinitesimais.

2.3.2 Porosidade

Considera-se agora VERMP e fazendo o mesmo processo feito por (LEWIS; SCHREFLER, 1998) para o VER, pode-se definir a porosidade como a razão entre o volume de vazios e o volume total do meio ou também:

$$\phi = \frac{V_v}{V_t} \quad \text{com} \quad V_t = V_v + V_s \quad (2.2)$$

onde V_v é volume de vazios, V_s é volume da parte solida, V_t é volume total.

Pode-se definir também o índice de vazios como:

$$e = \frac{V_v}{V_s} \quad (2.3)$$

Esta pode-se escrever em função da porosidade da seguinte forma:

$$e = \frac{\phi}{1 - \phi} \quad (2.4)$$

e assim também a porosidade expressa-se:

$$\phi = \frac{e}{1 + e} \quad (2.5)$$

A porosidade pode servir como uma medida da capacidade de fluido que o meio tem para armazenar.

Como já foi mencionado, foi considerado ao fluido, só monofásico, em consequência não apresenta fases dentro do fluido (por exemplo óleo, agua e gás dentro de um meio poroso como no interior de um reservatório) por consequência também não apresenta saturação das fases, como também ao fluido ser monofásico e totalmente saturado não apresenta capilaridade.

2.3.3 Permeabilidade

Com mesmo análsis feito para porosidade podemos definir a permeabilidade intrínseca ou absoluta de um meio poroso (exemplo: rocha ou solo) como uma propriedade que indica o quanto um meio poroso permite o escoamento de um fluido.

Em geral a permeabilidade intrínseca depende das propriedades do meio poroso tais como a geometria, tamanho e distribuição grãos entre outros.

Assumindo que nosso meio poroso é saturado, homogéneo e isótropo (não necessariamente para que a permeabilidade resulte ser tensor) e quando as forças iniciais são desprezíveis (todas estas condições necessárias para que a lei de Darcy tenha validade)

Resulta que a permeabilidade intrínseca pode ser definir como um tensor de segunda ordem (é de segunda ordem pela natureza do domínio Ω) e este pode-se representar pela seguinte matriz:

$$\mathbf{k} = \begin{pmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Esta matriz é simétrica e definida positiva, por consequência o tensor de permeabilidade garanta uma condutividade física consistente.

Defina-se a condutividade hidráulica como a capacidade para transmitir o fluxo através do meio poroso, mas ela depende tanto das propriedades do fluido (densidade e viscosidade) quanto do meio (permeabilidade intrínseca) e pode-se representar como:

$$\mathbf{k}_h = \frac{\rho_f \mathbf{g}}{\mu_f} \cdot \mathbf{k} \quad (2.7)$$

Onde ρ_f é da densidade do fluido, \mathbf{g} é a gravidade, μ_f é a viscosidade do fluido e \mathbf{k} é a permeabilidade intrínseca.

Este tensor \mathbf{k}_h herda as propriedades do tensor de permeabilidade intrínseca \mathbf{k} .

2.3.4 Lei de Darcy

Esta é uma lei experimental desenvolvida por Henry Darcy em 1856, que conclui que existia uma relação direta entre a vazão que atravessava o leito de areia e a diferença de carga associada a essa vazão.

Posteriormente foi estendida a outros fluidos e generalizada, assim esta lei é para problema de escoamentos laminares de fluido Newtoniano em meios porosos com matriz sólida rígida (lembrando que o meio poroso é contínuo, totalmente saturado, monofásico e homogéneo).

Esta lei estabelece uma relação linear entre o gradiente de pressão do fluido e a velocidade com que o mesmo escoa (BEAR, 1972) e escreve-se como:

$$\mathbf{q}_f = -\frac{\mathbf{k}}{\mu_f} (\nabla p_f - \rho_f \mathbf{g}) \quad (2.8)$$

Onde \mathbf{q}_f é o vetor velocidade do fluido ou velocidade de Darcy, \mathbf{k} é tensor de permeabilidade (permeabilidade intrínseca), μ_f é a viscosidade do fluido, p_f é a pressão do fluido e \mathbf{g} é o vetor gravidade

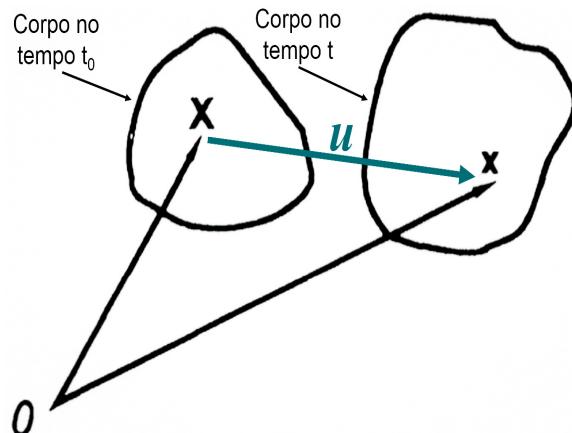
2.4 Cinemática do meio poroso

Na cinemática do meio poroso tem-se que considerar o seguinte: Para a descrição da fase solida pode-se descrever como é feito para a mecânica clássica do continuo, é conveniente utilizar a formulação lagrangiana (também conhecido como descrição material) independentemente baixo qualquer hipóteses de pequenas o grandes deformações. Para a descrição da fase fluida é utilizada a formulação euleriana (também conhecido como descrição espacial). Em esta secção estuda-se a cinemática da fase solida particularmente nos tensores de deformação para pequenas deformações (para um estudo mais completo sobre o tema de cinematica do meio continuo pode-se ler (COUSSY, 2004)), estas pequenas deformações acontecem por exemplo em um reservatório, pois quando há variação da pressão dos fluidos contidos nele, durante a produção de hidrocarbonetos, há uma redistribuição das forças no reservatório, consequentemente sofre mudança referente ao seu estado inicial.

2.4.1 Deformação

Dado um movimento $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t)$ com $\mathbf{X} \in \Omega_{t_0}$, $\mathbf{x} \in \Omega_t$ e $t_0, t \in I$. Para um tempo t fixo, defina-se o deslocamento $\mathbf{u}(\mathbf{X}) = \mathbf{x} - \mathbf{X}$ como mostra-se na figura 6

Figura 6 – Deslocamento \mathbf{u} para um tempo t .



no sistema cartesiano pode-se escrever como $\mathbf{u} = (u, v, w)$ e resulta ser um campo vetorial de deslocamento do corpo Ω .

O tensor de deformação para \mathbf{u} é um tensor simétrico que é representado no sistema cartesiano como:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

onde:

\mathbf{u} vetor deslocamento

Assumindo deformações infinitesimais, então para um meio poroso cujo vetor deslocamento é $\mathbf{u} = (u, v, w)$, as componentes do tensor deformação são definidas por:

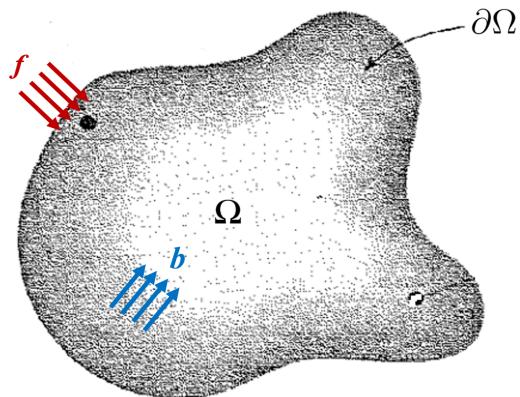
$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} & \varepsilon_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} & \varepsilon_{xz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} & \varepsilon_{yz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

ou também pode-se escrever como:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} (\nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot \mathbf{u}^T) \quad (2.11)$$

2.4.2 Tensão

Como já foi considerado o meio poroso Ω com contorno $\partial\Omega$ e agora submetido ao ação de força f sobre o contorno $\partial\Omega$ e b sobre Ω como mostra-se na figura 7

Figura 7 – Forças atuando em o corpo Ω .

as forças atuantes sobre o corpo Ω podem ser de duas diferentes naturezas:

As forças do corpo ou de volume que são exercidas por outros corpos sobre Ω . Este tipo de força é dado por uma "densidade volumétrica de força" que é um campo vetorial contínuo \mathbf{b} . Um exemplo de força de corpo é a gravitacional.

As forças de contacto ou de superfície é exercida sobre as fronteiras ou contorno, ela é dada por uma densidade de superficial de força \mathbf{f} .

Pelo teorema da existência do tensor de Cauchy da mecânica do meio contínuo, as forças atuantes sobre o corpo Ω , precisam satisfazer as leis de balanço de momento linear e angular em consequência implicam que para cada ponto \mathbf{x} de Ω e tempo t existe um tensor, em consequência um campo tensorial. Este tensor é da segunda ordem e é representado por:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Este tensor é simétrico e satisfaz a equação do momento linear expressada como:

$$\operatorname{div} \sigma + \mathbf{b} = \mathbf{f} \quad ; \quad \text{com} \quad \mathbf{b} = \rho \mathbf{g} \quad (2.13)$$

onde σ é o tensor de tensões, \mathbf{b} é o vetor da força de corpo, ρ é a densidade e \mathbf{g} é a gravidade

Como o tensor de tensões do corpo Ω é um tensor de segunda ordem e simétrico então pelo teorema espectral, existe uma base ortonormal formada por auto-vetores o que significa

que existe um sistema de coordenadas onde as tensões cisalhantes são nulas e somente há tensões normais. Estas tensões normais resultam ser os auto-valores do tensor de tensões também conhecidas como tensões principais.

Para o cálculo dos auto-valores de σ , considere-se um σ auto-valor (que existe porque o tensor é simétrico) de σ , então existe um vetor $\mathbf{v} \in \Omega$ tal que:

$$(\sigma - \sigma \mathbf{I})\mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (2.14)$$

Este acaba por ser um sistema homogéneo indeterminado, logo $\sigma - \sigma \mathbf{I}$ é uma matriz invertível, isto implica que $|\sigma - \sigma \mathbf{I}| = 0$, e assim obtém-se o polinómio característico:

$$\sigma^3 + I_1\sigma^2 + I_2\sigma + I_3 = 0 \quad (2.15)$$

A soluções a equação do polinómio característico são os auto-valores de σ denominadas tensões principais, onde $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$, e I_1, I_2, I_3 são os invariantes tensoriais

Ao considerar-se outra base ortonormal (uma rotação do sistema de coordenadas), as componentes do tensor mudam mas os invariantes permanecem. Eles definem-se como:

$$I_1 = \text{tr}(\sigma) = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \quad (2.16)$$

$$I_2 = \sigma_{xy}^2 + \sigma_{xz}^2 + \sigma_{yz}^2 - (\sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{yy}\sigma_{zz} + \sigma_{zz}\sigma_{xx}) \quad (2.17)$$

$$I_3 = |\sigma| \quad (2.18)$$

Outro invariante importante é a tensão média $\bar{\sigma}$ (devido a que I_1 é um invariante), que representa o valor médio das três tensões principais e expressa-se como:

$$\bar{\sigma} = \frac{\text{tr}(\sigma)}{3} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (2.19)$$

Esta tensão média fornece a medida de compressão ou expansão uniforme.

Defina-se o tensor desviador como:

$$\mathbf{S} = \sigma - \bar{\sigma} \mathbf{I} \quad (2.20)$$

Da mesma forma que há os invariantes do tensor de tensão, existe os invariante do tensor desviador J_1, J_2, J_3

2.4.3 Elasticidade Linear

Na elasticidade linear, estuda-se o comportamento mecânico de corpos sólidos sujeitos a "pequenas deformações" o tensor usado para caracterizá-las é o "tensor das deformações infinitesimais". Assumindo que o meio poroso é isotrópico linear, então a relação tensão-deformação é expressa pela lei de Hooke.

$$\sigma = \mathbb{D}\varepsilon \quad (2.21)$$

onde σ é o tensor de tensões, \mathbb{D} é o tensor constitutivo (de quarta ordem) e ε é o tensor de deformações. Ou também pode-se expressar como:

$$\sigma = 2G\varepsilon + \lambda tr(\varepsilon) \quad (2.22)$$

onde G é o módulo de cisalhamento e λ uma das constantes de Lame. Como o meio é isotrópico tem-se a seguinte relação:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.23)$$

onde E é o módulo de Young e ν é o coeficiente de Poisson.

2.5 Poroelasticidade

O mecanismo de consolidação de solos foi inicialmente explicado por Terzaghi a partir de experimentos em laboratório, o qual analisou a sedimentação de uma coluna de solo exposta à uma carga constante e impedida de se deslocar lateralmente (estado unidimensional). Nesta pesquisa, Terzaghi introduziu os princípios das tensões efetivas. Após este trabalho, Biot, expandiu esta teoria para um caso tridimensional considerando carga variável com o tempo. Biot fez as seguintes considerações em seu modelo:

- Material isotrópico e homogêneo,
- Reversibilidade na relação tensão-deformação,
- Relação tensão-deformação linear,
- Deformações infinitesimais,
- Água contida nos poros é incompressível,
- O líquido escoa pelo meio poroso seguindo a lei de Darcy.

O princípio de Terzaghi define-se como:

$$\sigma = \sigma' + p_f \mathbf{I} \quad (2.24)$$

onde σ é o tensor de tensões, σ' é o tensor de tensões efetivo, p_f é a pressão do fluido e \mathbf{I} é o tensor identidade. Terzaghi deduziu este conceito através de ensaios de consolidação unidimensional, este conceito foi generalizado para o caso tridimensional mais adiante por (BIOT, 1941) e inclui o fator poroelástico (também conhecido como parâmetro α de Biot-Willis), e a equação (2.24) escreve-se agora como:

$$\sigma = \sigma' + \alpha p_f \mathbf{I} \quad (2.25)$$

onde α chama-se coeficiente de Biot. O parâmetro α é obtido pela relação entre o módulo de rigidez do meio poroso e o módulo de rigidez da fase sólida, ele é dado pela seguinte equação:

$$\alpha = 1 - \frac{K}{K_s} \quad (2.26)$$

onde K é módulo de rigidez do meio poroso (bulk modulus) e K_s é módulo de rigidez da fase sólida. O módulo de rigidez é uma propriedade dos materiais que da informação sobre que tão fácil é comprimir-los uniformemente por todos os lados

Observe-se o seguinte, considere-se ao meio poroso como um solo tem-se, $K \ll K_s$, logo $\alpha = 1$ e considera-se uma rocha, tem-se um valor muito alto para K , logo $\alpha < 1$.

Tem-se a seguinte relação entre a compressibilidade do sólido e o módulo de rigidez do meio com a seguinte equação:

$$C_s = \frac{1}{K} \quad (2.27)$$

no regime elástico linear, temos, $K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$ onde E é o módulo de Young e ν é o coeficiente de Poisson.

Agora define-se a deformação volumétrica, com nossa hipótese das deformações infinitesimais, se um corpo está submetido a um esforço, este experimenta um cambio de volume ΔV , ao cociente de este entre o volume original V_0 chama-se deformação volumétrica e expressa-se como:

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V_0} = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} \quad (2.28)$$

Para a justificativa da segunda igualdade na equação (2.27) da deformação volumétrica ver (COUSSY, 2004), (OLIVELLA; SARACÍBAR, 2010), apresenta-se uma pequena justificativa, de dita equação, da definição temos o seguinte:

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V_t - V_0}{V_0} = \frac{|F| V_0 - V_0}{V_0} = |F| - 1 \quad (2.29)$$

onde F é o gradiente de deformação, tem considerado as componentes de ε infinitésimos, logo $|F| = |\mathbf{I} + \varepsilon|$, e desprezando na expressão de seu determinante os infinitésimos de ordem superior

a um, tem-se:

$$|F| = \begin{vmatrix} 1 + \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & 1 + \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & 1 + \varepsilon_{zz} \end{vmatrix} = 1 + \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} + o(\varepsilon^2) \approx 1 + \text{tr}(\varepsilon) \quad (2.30)$$

logo ao substituir a equação (2.29) na equação (2.28) consegue-se a definição da deformação volumétrica dada pela equação (2.27)

Pode-se observar que a equação proposta por Terzaghi é o caso onde $\alpha = 1$, isto é, para o caso onde os grãos da matriz rochosa são incompreensíveis. A rigidez do meio poroso descreve a resistência do material submetida a uma solicitação hidrostática $\text{tr}(\sigma')/3$

$$K = \frac{\text{tr}(\sigma')}{3\text{tr}(\varepsilon)} \quad (2.31)$$

Como é suposto que o material é isotrópico linear, então agora a relação tensão-deformação do meio poroso é expressa pela lei de Hooke da teoria da elasticidade com um termo adicional, que considera o efeito da pressão do fluido no interior do meio poroso. Como o material é isotrópico, a variação da pressão do fluido não causa deformações cisalhantes, assim este termo é acrescentado apenas nas componentes normais da deformação (BIOT, 1941).

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \frac{\sigma_{xx}}{E} - \frac{v}{E} (\sigma_{yy} + \sigma_{zz}) + \frac{p}{3K_s} \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\sigma_{yy}}{E} - \frac{v}{E} (\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) + \frac{p}{3K_s} \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{\sigma_{zz}}{E} - \frac{v}{E} (\sigma_{yy} + \sigma_{xx}) + \frac{p}{3K_s} \\ \varepsilon_{xy} &= \frac{\sigma_{xy}}{2G} \\ \varepsilon_{xz} &= \frac{\sigma_{xz}}{2G} \\ \varepsilon_{yz} &= \frac{\sigma_{yz}}{2G} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Onde p é a pressão do fluido ou poro-pressão, E é o módulo de Young, G é módulo cisalhante, v o coeficiente de Poisson, e K_s é o modulo volumétrico da fase solida.

2.6 Equação da Continuidade - Conservação de massa

O princípio da conservação da massa diz que a massa do meio contínuo é sempre a mesma. Mostra-se a equação da continuidade para a descrição espacial ou euleriana.

Seja $\mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{X}, t)$ com $\mathbf{X} \in \Omega_{t_0}$, $\mathbf{x} \in \Omega_t$ e $t_0, t \in I$ e também a propriedade ψ do meio (uma função continua definida no meio) na descrição lagrangiana escrevemos como $\psi_l(\mathbf{X}, t)$ e na descrição euleriana como $\psi_e(\mathbf{x}, t)$

Para a propriedade ψ defina-se a derivada local na descrição euleriana como: $\frac{\partial}{\partial t}(\psi_e(\mathbf{x}, t))$.

E a derivada material na descrição lagrangiana como: $\frac{D}{Dt}(\psi_l(\mathbf{X}, t)) = \frac{\partial}{\partial t}(\psi_l(\mathbf{X}, t))$.

Logo a derivada material na descrição euleriana ao aplicar a regra da cadeia escreve-se como:

$$\frac{D}{Dt}(\psi_e(\mathbf{x}, t)) = \frac{\partial}{\partial t}(\psi_e(\mathbf{x}, t)) + \frac{\partial x_i}{\partial t} \frac{\partial}{\partial x_i}(\psi_e) = \frac{\partial}{\partial t}(\psi_e) + \mathbf{v} \cdot \nabla(\psi_e) \quad (2.33)$$

onde $\mathbf{v} = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t}$ é o vetor velocidade da partícula na descrição espacial.

Logo para qualquer propriedade do meio (\bullet) a equação anterior pode se escrever como:

$$\underbrace{\frac{D}{Dt}(\bullet)}_{\text{derivada material}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\bullet)}_{\text{derivada local}} + \underbrace{\mathbf{v} \cdot \nabla(\bullet)}_{\text{derivada convectiva}}. \quad (2.34)$$

Observe que:

$\frac{D}{Dt}(\bullet)$ é a taxa de variação temporal da propriedade \bullet de uma partícula do meio quando ela move-se através do espaço.

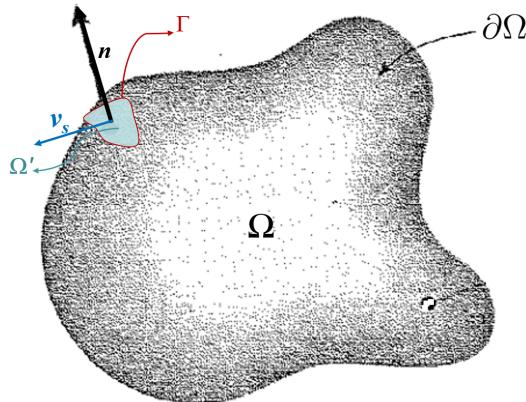
$\frac{\partial}{\partial t}(\bullet)$ mudança da propriedade em relação da taxa de tempo no ponto fixo.

$\mathbf{v} \cdot \nabla(\bullet)$ implicitamente definido como a derivada convectiva representa a taxa do tempo de mudança devido ao movimento da partícula de um local para outro onde as propriedades são espacialmente diferentes.

2.6.1 Equação da continuidade para descrição espacial

Nesta secção deduz-se a equação de conservação da massa, seja o corpo Ω de superfície de contorno $\partial\Omega$, considere-se uma região Ω' da superfície $\partial\Omega$ com contorno Γ para um tempo $t \in I$ com \mathbf{n} um vetor normal unitário externo ao um ponto de Ω' , \mathbf{v}_s o vetor velocidade de dito ponto como mostra-se na figura 8

Figura 8 – Conservação de massa.



e $\psi(\mathbf{x}, t)$ uma propriedade na descrição euleriana, então se cumpre que:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega'} \psi(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} = \int_{\Omega'} \frac{\partial \psi}{\partial t} d\mathbf{x} + \oint_{\Gamma} \psi \mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_s ds. \quad (2.35)$$

Agora para cada elemento de massa do meio com velocidade \mathbf{v} e considerando-se uma região especial Ω' tal que a superfície de delimitação Γ é anexada a um conjunto fixo de elementos do material. Então, cada ponto desta superfície move-se com a velocidade do material, isto é, $\mathbf{v}_s = \mathbf{v}$, e a região Ω' contém assim uma quantidade total fixa de massa porque nenhuma massa atravessa a superfície limite Γ . Para distinguir a taxa de variação temporal de uma integral sobre esta região de material, substituí-se d/dt pelo D/Dt e escrevemos a equação (2.35) como:

$$\frac{D}{Dt} \int_{\Omega'} \psi(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} = \int_{\Omega'} \frac{\partial \psi}{\partial t} d\mathbf{x} + \oint_{\Gamma} \psi \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} ds \quad (2.36)$$

que contem o material da região, isto é, uma região de massa total fixa, esta equação é referida como o teorema de transporte de Reynolds. A relação entre a derivada temporal após uma região arbitrária e a derivada temporal após uma região material (massa total fixa) é

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega'} \psi(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} = \frac{D}{Dt} \int_{\Omega'} \psi(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x} + \oint_{\Gamma} \psi \mathbf{n} \cdot (\mathbf{v}_s - \mathbf{v}) ds. \quad (2.37)$$

A diferença de velocidade $\mathbf{v} - \mathbf{v}_s$ é a velocidade do material medida em relação à velocidade da superfície. A integral de superfície

$$\oint_{\Gamma} \psi \mathbf{n} \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{v}_s) ds,$$

mede a vazão total da propriedade ψ da região Ω' . Seja $\rho(x, t)$ a densidade de massa de uma região contínua. Então o princípio de conservação de massa para uma região de material fixo Ω'

requer que

$$\frac{D}{Dt} \int_{\Omega'} \rho d\mathbf{x} = 0. \quad (2.38)$$

Então da equação (2.37), com $\psi = \rho$, segue-se que para uma região espacial fixa Ω' (isto é, $\mathbf{v}_s = 0$) e substituindo a equação (2.38) na equação (2.37), então o princípio da conservação da massa também pode-se escrever como:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega'} \rho d\mathbf{x} = - \oint_{\Gamma} \rho \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} ds. \quad (2.39)$$

Assim, a taxa de tempo de mudança de massa dentro de uma região Ω' é igual ao fluxo de massa (por causa do sinal negativo) através da superfície para a região. Na equação (2.39), Ω' denota o volume de controle (cv) e Γ a superfície de controle (cs) que envolve Ω' .

Usando a equação (2.35) com $\psi = \rho$, na equação (2.39) expressa-se como:

$$\int_{\Omega'} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\mathbf{x} = - \oint_{\Gamma} \rho \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} ds. \quad (2.40)$$

Na equação (2.40), convertendo a integral de superfície em uma integral de volume por meio do teorema de divergência que escreve-se como:

$$\oint_{\Gamma} \rho \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} ds = \int_{\Omega'} \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) d\mathbf{x}$$

e reescrevendo a equação (2.40) obtém-se:

$$\int_{\Omega'} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \right] d\mathbf{x} = 0. \quad (2.41)$$

Como a região Ω' foi escolhida arbitrariamente e a integral é nula para qualquer região Ω' , então o integrando também anula-se, assim tem-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0. \quad (2.42)$$

Esta é a equação da continuidade, expressa a conservação local da massa em qualquer ponto em um meio contínuo.

Uma derivação alternativa da equação (2.42) e a dedução da equação de continuidade na descrição lagriana pode-se encontrar em (REDDY, 2013)

2.6.2 Fase sólida

A equação da conservação de massa para a fase sólida é descrita como:

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1 - \phi) \rho_s] + \nabla \cdot [(1 - \phi) \rho_s \dot{\mathbf{u}}] = 0 \quad (2.43)$$

onde ϕ é a porosidade, ρ_s é a densidade do sólido, $\dot{\mathbf{u}}$ ou $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$ é a derivada parcial de \mathbf{u} em relação ao tempo e ∇ o operador nabla. Também tem-se em consideração o seguinte que a densidade total do meio é dada por:

$$\rho_t = (1 - \phi) \rho_s + \phi \rho_f \quad (2.44)$$

onde ρ_t é a densidade total, ρ_s é a densidade da parte sólida e ρ_f é a densidade do fluido.

Na seguintes linhas fazem-se transformações e manipulações das equações, isto irá permitir-se obter as equações para a formulação numérica, para isso o desenvolvimento da derivada parcial no primeiro termo da equação (2.43) e do gradiente no segundo termo, e utilizando a derivada material na equação resultante, esta derivada material pode-se apresentar como:

$$\frac{D}{Dt} (\bullet) = \frac{\partial}{\partial t} (\bullet) + \dot{\mathbf{u}} \cdot \nabla (\bullet) \quad (2.45)$$

Então ao desenvolver os operadores diferenciais da equação (2.43) obtém-se:

$$-\rho_s \frac{\partial}{\partial t} \phi + (1 - \phi) \frac{\partial}{\partial t} \rho_s - \rho_s \nabla(\phi) \cdot \dot{\mathbf{u}} + (1 - \phi) \nabla(\rho_s) \cdot \dot{\mathbf{u}} + (1 - \phi) \rho_s \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} = 0 \quad (2.46)$$

Ao rearranjar os termos da equação (2.46) tem-se:

$$-\rho_s \left[\frac{\partial}{\partial t} \phi + \rho_s \nabla(\phi) \cdot \dot{\mathbf{u}} \right] + (1 - \phi) \left[\frac{\partial}{\partial t} \rho_s + \nabla(\rho_s) \cdot \dot{\mathbf{u}} \right] + (1 - \phi) \rho_s \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} = 0 \quad (2.47)$$

Ao substituir a equação (2.45) na equação (2.47) tem-se:

$$-\rho_s \frac{D}{Dt} (\phi) + (1 - \phi) \frac{D}{Dt} (\rho_s) + (1 - \phi) \rho_s \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} = 0 \quad (2.48)$$

Como a deformação volumétrica pode-se escrever:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_v = \boldsymbol{\varepsilon}_{xx} + \boldsymbol{\varepsilon}_{yy} + \boldsymbol{\varepsilon}_{zz} = \text{tr}[\boldsymbol{\varepsilon}] = \text{div } \mathbf{u} = \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (2.49)$$

Ao aplicar a derivada temporal na equação (2.49) temos que:

$$\frac{\partial}{\partial t} \boldsymbol{\varepsilon}_v = \text{div} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{u} \quad \text{ou} \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v = \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} \quad (2.50)$$

Logo pode-se substituir a equação (2.50) na equação (2.48) e tem-se:

$$-\rho_s \frac{D}{Dt} (\phi) + (1 - \phi) \frac{D}{Dt} (\rho_s) + (1 - \phi) \rho_s \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_v = 0 \quad (2.51)$$

Então da equação (2.51), a derivada material da porosidade pode-se expressar como:

$$\frac{D}{Dt}(\phi) = \frac{(1-\phi)}{\rho_s} \frac{D}{Dt}(\rho_s) + (1-\phi)\dot{\epsilon}_v \quad (2.52)$$

2.6.3 Fase fluida

Considera-se que o fluxo seja monofásico e tem-se que a equação da conservação de massa para a fase fluida é descrita como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_f \phi) + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q}_f + \phi \rho_f \dot{\mathbf{u}}) = 0 \quad (2.53)$$

onde \mathbf{q}_f é o vetor velocidade do fluido ou velocidade de Darcy.

Para à obtenção das equações, aplica-se o mesmo procedimento feito para a equação de conservação da fase sólida então, tem-se para a equação da fase fluida:

$$\rho_f \frac{\partial}{\partial t} \phi + \phi \frac{\partial}{\partial t} \rho_f + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q}_f) + \rho_f \nabla(\phi) \cdot \dot{\mathbf{u}} + \phi \nabla(\rho_f) \cdot \dot{\mathbf{u}} + \phi \rho_f \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} = 0 \quad (2.54)$$

Ao rearranjar os termos da equação (2.54) tem-se:

$$\rho_f \left[\frac{\partial}{\partial t} \phi + \nabla(\phi) \cdot \dot{\mathbf{u}} \right] + \phi \left[\frac{\partial}{\partial t} \rho_f + \nabla(\rho_f) \cdot \dot{\mathbf{u}} \right] + \phi \rho_f \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} = 0 \quad (2.55)$$

Ao substituir as equações (2.45) e (2.53) na equação (2.55) tem-se:

$$\rho_f \frac{D}{Dt}(\phi) + \phi \frac{D}{Dt}(\rho_f) + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q}_f) + \phi \rho_f \nabla \cdot \dot{\epsilon}_v = 0 \quad (2.56)$$

Na equação (2.56) ao substituir a equação (2.52) obtém-se:

$$\rho_f \frac{(1-\phi)}{\rho_s} \frac{D}{Dt}(\rho_s) + \rho_f(1-\phi)\dot{\epsilon}_v + \phi \frac{D}{Dt}(\rho_f) + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q}_f) + \phi \rho_f \nabla \cdot \dot{\epsilon}_v = 0 \quad (2.57)$$

Ao Rearranjar e reduzir termos, temos:

$$\phi \frac{D}{Dt}(\rho_f) + \rho_f \frac{(1-\phi)}{\rho_s} \frac{D}{Dt}(\rho_s) + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q}_f) + \rho_f \dot{\epsilon}_v = 0 \quad (2.58)$$

Como a alpha de Biot pode-se expressar como na equação (2.26)

$$\alpha = 1 - \frac{K}{K_s}$$

E que a densidade foi definida na equação (2.1) :

$$\rho_f = \rho_f^0 e^{C_f(p_f - p_f^0) + \alpha(T - T^0)}$$

Ao derivar em relação da pressão do fluido tem-se:

$$\frac{d\rho_f}{dp_f} = C_f \rho_f^0 e^{C_f(p_f - p_f^0) + \alpha(T - T^0)} = C_f \rho_f \quad (2.59)$$

do qual resulta a compressibilidade do fluido como:

$$C_f = \frac{1}{\rho_f} \frac{d\rho_f}{dp_f} \quad (2.60)$$

Observe-se que:

$$K_f = \frac{1}{C_f} \quad (2.61)$$

onde K_f é o modulo de rigidez do fluido

2.7 Modelo Constitutivo Elasto-plástico

Os modelos (equações constitutivas) elasto-plásticos são utilizados para representar o comportamento mecânico dos materiais quando certos limites são ultrapassados em valores de tensões (ou deformações) e dito comportamento deixa de ser representável por modelos mais simples quanto eles são elásticos. A hipótese necessária para os modelos elasto-plásticos tenha validade é que as deformações sejam infinitesimais.

Segundo (SOUZA; PERIC; OWENS, 2008) para a formulação de um modelo elasto-plástico são critérios essenciais os seguintes:

- Relação elástica.
- Critério de plastificação.
- Existência de um potencial plástico.
- Leis de endurecimento e amolecimento.

2.7.1 Princípio da Decomposição Aditiva da Deformação.

De acordo com a hipótese de pequenas deformações tem-se que a decomposição do tensor de deformações totais ε é igual à um tensor de deformações elásticas (ou reversíveis) ε^e

mais um tensor de deformações plásticas (ou irreversíveis) $\boldsymbol{\varepsilon}^p$, e expressa-se como:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (2.62)$$

2.7.2 Função e Superfície de Fluênciа

Para um material, em um determinado tempo t , defina-se a função de fluênciа $F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{h})$, obtida em função do estado de tensões atuante e dos parâmetros plásticos do material, particularmente \mathbf{h} é um vetor de parâmetros de estado que controlam o endurecimento. Quando $F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{h}) < 0$, o material comporta-se elasticamente, pode-se definir então o conjunto de tensões de domínio elástico como:

$$E_\sigma = \{\boldsymbol{\sigma} : F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{h}) < 0\} \quad (2.63)$$

Quando $F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{0}) < 0$ chama-se domínio elástico inicial que corresponde a uma deformação plástica nula ($\boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{h} = \mathbf{0}$) e defina-se como:

$$E_\sigma^0 = \{\boldsymbol{\sigma} : F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{0}) < 0\} \quad (2.64)$$

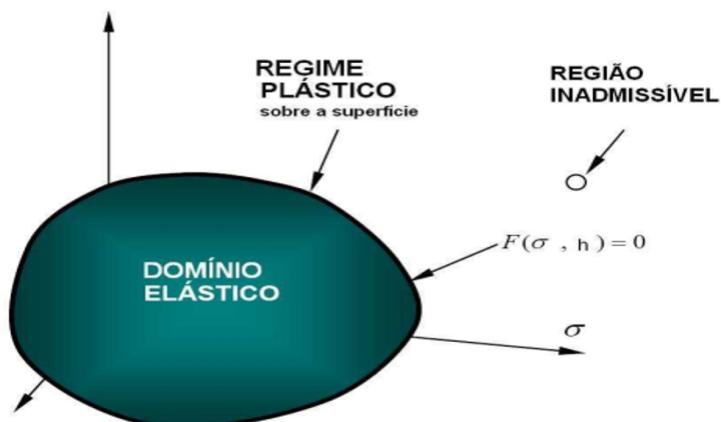
Já quando $F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{h}) = 0$, ocorrem as deformações plásticas que considera a existência dos parâmetros plásticos ($\mathbf{h} \neq \mathbf{0}$), o conjunto de tensões é uma superfície fechada que delimita a função de fluênciа e chama-se superfície de fluênciа descrita como:

$$\partial E_\sigma = \{\boldsymbol{\sigma} : F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{h}) = 0\} \quad (2.65)$$

quando o material está em regime plástico, ou seja, deformando-se de maneira irreversível, o estado de tensões sempre deve estar sobre a superfície de fluênciа.

E quando $F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{h}) > 0$ significa uma situação impossível. Na figura 9 pode-se observar os conjuntos definidos anteriormente.

Figura 9 – Superfície de fluênciа de F



Fonte: (PRAT, 2006)

para plasticidade com endurecimento ou amolecimento \mathbf{h} varia com as deformações plásticas e a superfície de fluência se expande ou diminui durante o carregamento

2.7.3 Potencial plástico

Para se estabelecer a direção da deformação plástica em qualquer estado de tensões, considera-se como hipótese a existência de um potencial P que caracteriza a lei de escoamento através da seguinte relação:

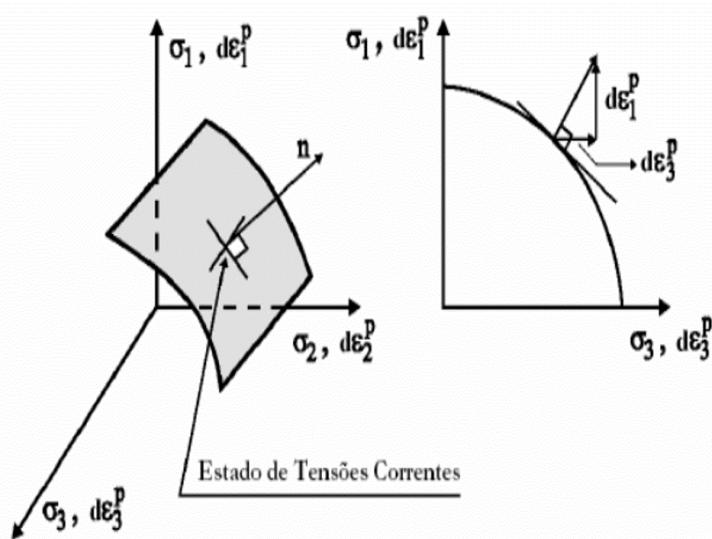
$$\Delta \varepsilon_i^p = \Lambda \frac{\partial P}{\partial \sigma_i} \quad (2.66)$$

onde $\Delta \varepsilon_i^p$ representa as seis componentes da deformação plástica incremental, P é a função do potencial de plastificação e Λ é chamado de multiplicador plástico e é um escalar que fornece a magnitude da deformação plástica. A direção é dada pelo gradiente de P , a função potencial plástica, obtém a forma seguinte:

$$P(\sigma, \mathbf{m}) = 0 \quad (2.67)$$

onde \mathbf{m} é um vetor característico dos parâmetros do material. A direção da deformação plástica é paralela a direção do gradiente do potencial plástico e, portanto, perpendicular a superfície determinada por P , como mostra a figura 10

Figura 10 – Potencial plástico e vetor de deformações plásticas



Fonte: (POTTS; ZDRAVKOVIC, 1999)

Para se favorecer simplificações é introduzida a consideração de que a função potencial de plastificação é igual à superfície de fluência $P(\sigma, \mathbf{m}) = F(\sigma, \mathbf{h})$. Neste caso a lei de escoamento é

chamada associativa. Quando se trabalha com funções distintas para o potencial de plastificação e superfície de fluência, denomina-se lei de escoamento não associada

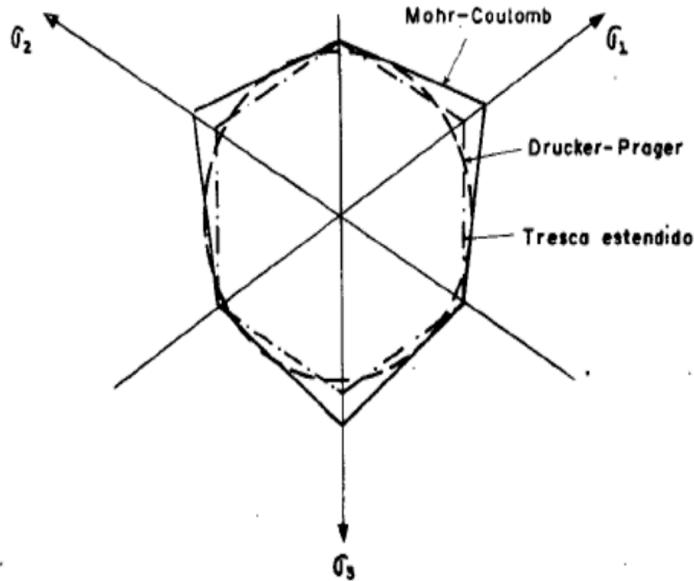
2.7.4 Tensor Elastoplástico

Ao contrário do caso elástico, não existe unicidade na relação de tensão-deformação, um mesmo valor pode corresponder a valores infinitos da tensão e vice-versa. O valor da tensão, depende alem da deformação também da história de carregamento. Para obter o tensor constitutivo elastoplástico consideramos o seguinte: No regime elástico o tensor constitutivo foi definido pela lei de Hooke e denotado como, \mathbb{D} , este pode-se reescrito como $\mathbb{D}^e = \mathbb{D}$, tendo em consideração a teoria incremental aplicado na plasticidade consegue-se o tensor constitutivo elastoplástico denotado por: \mathbb{D}^{ep} , para a dedução de este tensor pode se encontrar em (POTTS; ZDRAVKOVIC, 1999), $\dot{\sigma} = \mathbb{D}^{ep} \dot{\epsilon}$

2.7.5 Modelos Constitutivos

Os critérios de escoamento mais usados são representados no espaço das tensões principais .Os critérios de Drucker-Prager e Von Mises são regularizações (suavizações) dos critérios de Mohr-Coulomb e Tresca. A Figura 10 mostra a interseção das superfícies de escoamento de Mohr-Coulomb, Drucker-Prager e Tresca estendido com o plano π . Observou-se os três critérios através de dados experimentais e conclui-se que o critério de Mohr –Coulomb é o que melhor prevê a ruptura ou escoamento do solo. Apesar disso, o critério de Drucker-Prager é muito usado por sua simplicidade, pois é função apenas de dois invariantes das tensões, enquanto que o critério de Mohr-Coulomb necessita de ser definido em função de três invariantes

Figura 11 – Secção do plano π com as superfícies de escoamento de Drucker-Prager, Tresca Estendido e Mohr-Coulomb.



Fonte: ([CABRAL, 2007](#))

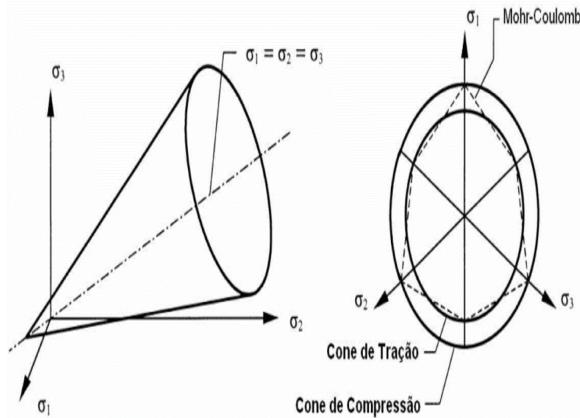
2.7.6 Modelo de Drucker-Prager

No modelo de Mohr-Coulomb ([POTTS; ZDRAVKOVIC, 1999](#)) apresenta cantos agudos quando se traça a função no espaço das tensões efetivas principais. Esses cantos implicam em singularidades nas funções de fluência. Uma das soluções mais comuns para resolver o problema de essas singularidades é adotar uma função que envolva a superfície de plastificação de MohrCoulomb como é mostrado na figura 12. Essa superfície foi proposta por Drucker-Prager. Essa simplificação é quando adota-se uma função que traça um cone cilíndrico no espaço das tensões principais. O modelo de Drucker Prager prevê que a plastificação tem início quando o invariante de tensões desviadoras, S , e a tensão média, $\bar{\sigma}$, atingem uma combinação de valores críticos. Para este modelo podemos definir a função de fluência da seguinte forma:

$$F(\sigma, \mathbf{m}) = S - \left(\frac{c}{\tan \varphi} + \bar{\sigma} \right) M = 0 \quad (2.68)$$

sendo c a coesão, e φ o ângulo de atrito, parâmetros do material e M é uma constante do material. Esta forma de função de plastificação é frequentemente chamada por Drucker-Prager ou função de Von Mises estendido.

Figura 12 – Superfície de plastificação de Drucker-Prager: Espaço das tensões principais e plano octaédrico.



Fonte: ([SOUZA; PERIC; OWENS, 2008](#))

2.8 Fluxo com Acoplamento Geomecânico

2.8.1 Introdução

Um problema acoplado é aquele em que dois ou mais sistemas físicos interagem entre si e cujo acoplamento pode ocorrer através de diferentes graus de interação ([ZIENKIEWICZ, 2000](#)).

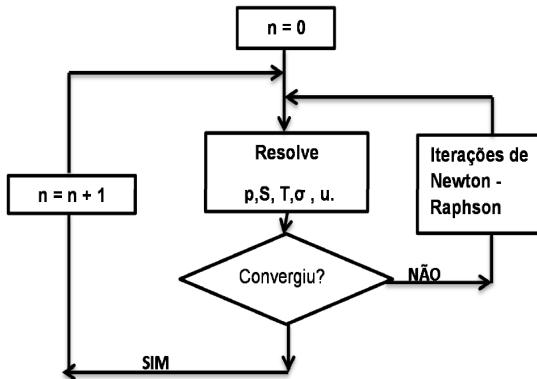
2.8.2 Tipos de Acoplamento

As interações entre os subproblemas de fluxo e mecânico tem sido modelados utilizando vários esquemas de acoplamento, os acoplamentos pode ser feito através de diferentes maneiras: Acoplamento Total, acoplamento sequencial, explícito e pseudo-acoplamento ([SETTARI; M., 2002](#)).

2.8.3 Acoplamento Implícito ou Totalmente Acoplado

Neste tipo de acoplamento, variáveis de fluxo, tais como a pressão, temperatura, saturação e respostas geomecânicas, tais como tensões e deslocamentos são calculados simultaneamente através de um sistema a cada intervalo de tempo conforme apresentado na figura 11. O método é chamado de totalmente acoplado ou acoplamento implícito, desde que todo o sistema seja discretizado em um único domínio e resolvido simultaneamente.

Figura 13 – Esquema de acoplamento implícito modificado

Fonte: ([CABRAL, 2007](#))

Onde n é o intervalo de tempo onde são calculadas às variáveis, T é a temperatura, S é a saturação, p é a pressão, σ é a tensão e u os deslocamentos.

Vantagens do Acoplamento Total

Normalmente oferece soluções confiáveis e precisas, que podem ser usados como benchmark para outras técnicas de acoplamento;

Somente uma matriz é construída para resolver o sistema de equações, com a mesma discretização, normalmente usando o método dos elementos finitos ([SETTARI, 2001](#)) Pode resolver problemas de alto grau de acoplamento.

Desvantagens do Acoplamento Total

Alto custo computacional, tempo de CPU muito longo especialmente nos casos de campo de grandes dimensões;

Em geral é mais lento que o acoplamento parcial, devido ao tamanho das matrizes geradas

2.8.4 Acoplamento Sequencial

Neste tipo de acoplamento, as variáveis de fluxo e da geomecânica são resolvidas separadamente e sequencialmente, por um simulador de reservatórios e por um simulador geomecânico, onde a troca de informações acontece em ambos os sentidos no final de cada intervalo de tempo. As iterações são controladas por um critério de convergência que normalmente é baseado na pressão ou variações nas tensões entre as duas últimas iterações da solução.

Vantagens do Acoplamento Sequencial

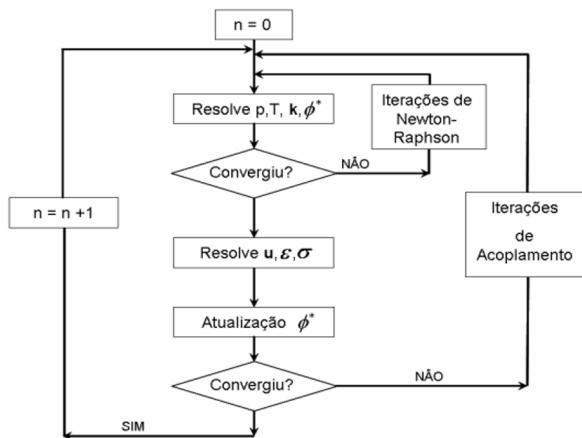
O módulo geomecânico pode ser facilmente acoplado com qualquer simulador de reservatórios e vice e versa com pequenas alterações no código;

A solução dessa forma de acoplamento é capaz de fornecer os mesmos resultados da simulação totalmente acoplada, desde que ambos os simuladores convirjam;

Desvantagens do Acoplamento Sequencial

O tempo computacional pode ser bastante elevado devido a problemas de convergência entre os módulos;

Figura 14 – Esquema de acoplamento iterativo.



Fonte: ([CABRAL, 2007](#))

Na referência ([CABRAL, 2007](#)) tanto os primeiros acoplamento descritos como os seguintes acoplamentos pode-se encontrar descritos mais detalhadamente.

2.8.5 Acoplamento Explícito

Este tipo de acoplamento (é a forma mais fraca para a comunicação entre o fluxo no reservatório e as deformações) desde que a informação seja levada somente do simulador de reservatórios para o módulo geomecânico. Isso significa que mudanças de poro-pressão induzem a alterações nas tensões e deformações do campo, mas o inverso não acontece

2.8.6 Pseudo Acoplamento

Este acoplamento foi definido para os métodos simplificados de se introduzir a geomecânica nos simuladores de reservatórios. Nesta forma de acoplamento o simulador de reservatórios

pode calcular algumas respostas geomecânicas, como compactação e variações na tensão horizontal, por simples relações entre porosidades e deslocamentos verticais e entre porosidades e tensões, respectivamente.

3 Formulação Numérica

Como já visto o modelo matemático formulado a partir das equações diferenciais definidas no capítulo anterior, resulta em um sistema de EDPs que necessita ser resolvido. Porém, diante da complexidade do problema acoplado, torna-se necessário o emprego de métodos numéricos para se obter a solução através de modelagem computacional. As equações numéricas do modelo de fluxo monofásico adotado e também do modelo mecânico utilizado nos problemas propostos serão detalhadas, com a adição do termo de acoplamento hidro-geomecânico e o esquema numérico utilizado. Neste trabalho foi utilizado o Método dos Elementos Finitos-Galerkin para resolver numericamente os problemas de aplicação do esquema IMPES modificado. A ferramenta computacional adotada (processador) foi o programa de elementos finitos CODE-BRIGHT (Coupled Deformation Brine Gas and Heat Transport). Este programa é capaz de resolver problemas termo-hidro-químico-mecânicos de maneira acoplada em meios porosos.

3.1 Método dos Elementos Finitos

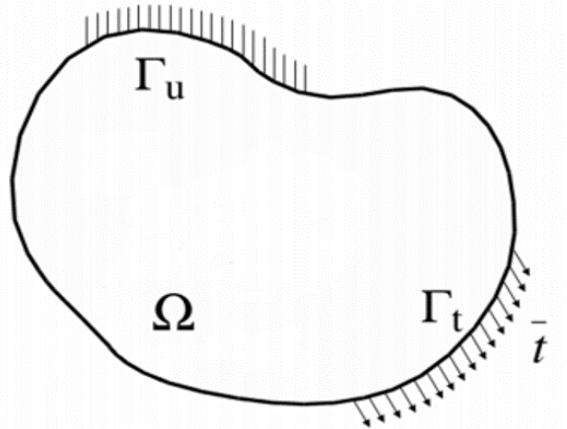
Segundo ([CARVALHO, 2005](#)) o Método dos Elementos Finitos apresenta propriedades matemáticas e numéricas de grande interesse, tais como este método sempre produzir matrizes simétricas condicionadas ao operador diferencial ser simétrico, bem como apresenta funções de aproximação que levam a matrizes esparsas onde apenas os vizinhos mais próximos contribuem nas equações nodais. Variações deste método são aplicadas de forma bastante difundida tais como o Método dos Elementos Finitos Misto e Petrov-Galerkin.

No presente trabalho não é feito à discretização de todos os termos como são o termo de fluxo, termo armazenamento, etc via MEF, só mostraremos o do problema mecânico, o tratamento dos termos pode-se encontrar nas seguintes referencias ([FERNANDES, 2009](#)) e ([BESERRA, 2015](#)) ([CUNHA, 2015](#)),

3.2 Problema Mecânico

Considera-se um sólido de domínio Ω e contorno Γ , como mostra a Figura , e sendo o contorno separado em duas partes, Γ_u onde são impostos deslocamentos, Γ_t que está sujeito a uma tensão prescrita. As equações básicas que regem o problema de equilíbrio são apresentadas a seguir

Figura 15 – Domínio do problema de equilíbrio



Fonte: (BESERRA, 2015)

Ao desprezar os efeitos iniciais, a equação do momento linear 2.13 escreve-se como:

$$\operatorname{div} \sigma + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (3.1)$$

onde σ é o tensor de tensões, \mathbf{b} é o vetor da força de corpo, sujeito as condições de contorno tanto Γ_u como em Γ_t . O vetor de deslocamentos é aproximado linearmente utilizando funções de forma e somando para todos os nós do elemento, logo:

$$\tilde{\mathbf{u}} = \sum_i^{nnel} \tilde{\mathbf{u}}_i \mathbf{N}_i \quad (3.2)$$

Aplica-se o método de resíduos ponderados à equação 3.1 obtendo-se a forma forte da equação e depois se reduz a ordem do termo de segunda ordem através do Teorema da Divergência (Forma Fraca) e logo aplica-se Galerkin, resultando assim na Forma Integral da Equação de Equilíbrio, que expressa-se como:

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}_i^T \sigma \mathbf{u}_i d\Omega = \int_{\Omega} N_i \mathbf{b} d\Omega + \int_{\Gamma} N_i \mathbf{t} d\Gamma \quad (3.3)$$

Onde $\mathbf{B}_i = \nabla^T \cdot N_i$, $\sigma = \mathbb{D} \sum_j^{nnel} \mathbf{B}_i \mathbf{u}_i$ e os termos \mathbf{b} e \mathbf{t} são, respectivamente, os vetores de força de corpo e força de superfície (condição de contorno) onde seus termos integrais resultam no vetor de forças aplicadas ao corpo \mathbf{F}_{ext} . A parcela do lado direito da equação, que envolve implicitamente o vetor de tensões, consiste no termo de tensões internas. A Matriz de Rigidez

escreve-se como:

$$\mathbf{R} = \int_{\Omega} \mathbf{B}_i^T \mathbb{D} \sum_j^{nnel} \mathbf{B}_i d\Omega \quad (3.4)$$

Portanto, o problema é solucionado através da obtenção dos deslocamentos em função das cargas, por meio da relação constitutiva carga-deslocamento, que depende da matriz de rigidez global. Esta relação pode-se expressar por:

$$\dot{\mathbf{U}} = \mathbf{R}^{-1} \cdot \dot{\mathbf{F}}_{\text{ext}} \quad (3.5)$$

3.3 Problema da porosidade

Para o tratamento da porosidade considere-se o seguinte ao problema como isotérmico, logo como a densidade ρ_s esta em função da temperatura temos que ρ_s é constante, e ao sólido incompressível então K_s tende ao infinito.

Assim na equação (2.52), como o fluido é incompressível tem-se ρ_s é constante, $\frac{D}{Dt}(\rho_s) = 0$, logo:

$$\frac{D}{Dt}(\phi) = (1 - \phi)\dot{\epsilon}_v \quad (3.6)$$

Observe-se que:

Da equação (3.6) pode-se expressar de forma explícita ou implícita

Por exemplo explicitamente tem-se:

$$\frac{\phi_e^{k+1} - \phi_e^k}{\Delta t} = (1 - \phi_e^{k+1}) \frac{(\epsilon_{v_e}^{k+1} - \epsilon_{v_e}^k)}{\Delta t} \quad (3.7)$$

Logo ao simplificar e arranjar os termos da equação consegue-se:

$$\phi_e^{k+1} = \phi_e^k + (1 - \phi_e^{k+1}) \frac{(\epsilon_{v_e}^{k+1} - \epsilon_{v_e}^k)}{\Delta t} \quad (3.8)$$

Novamente com a hipótese assumida na equação (2.58) tem-se:

$$\phi \frac{D}{Dt} (\rho_f) + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q}_f) + \rho_f \dot{\epsilon}_v = 0 \quad (3.9)$$

Ao aplicar a regra da cadeia no termo $\frac{D}{Dt} (\rho_f)$ em relação do tempo na equação (3.9) tem-se:

$$\phi \frac{d\rho_f}{dp_f} \frac{D}{Dt} (p_f) + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q}_f) + \rho_f \dot{\epsilon}_v = 0 \quad (3.10)$$

Ao substituir a equação (2.60) na equação anterior obtém-se:

$$\rho_f [\phi C_f \frac{D}{Dt} (p_f) + \dot{\epsilon}_v] + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q}_f) = 0 \quad (3.11)$$

Ao resolver todos os sistemas simultaneamente resolve-se o sistema em modo totalmente acoplado.

Ao considerar o seguinte ρ_s dependente de: p_f , (pressão do fluido) T (Temperatura) e p' (Tensão efetiva media), ou $\rho_s(p_f, T, p')$, logo ao aplicar a derivada material para ρ_s , ela pode-se expressar mediante a regra da cadeia como:

$$\frac{D}{Dt} (\rho_s) = \frac{\partial \rho_s}{\partial p_f} \frac{D}{Dt} (p_f) + \frac{\partial \rho_s}{\partial T} \frac{D}{Dt} (T) + \frac{\partial \rho_s}{\partial p'} \frac{D}{Dt} (p') \quad (3.12)$$

Ao Multiplicar a equação (3.12) por $\frac{1}{\rho_s}$, tem-se:

$$\frac{1}{\rho_s} \frac{D}{Dt} (\rho_s) = \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial p_f} \frac{D}{Dt} (p_f) + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial T} \frac{D}{Dt} (T) + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial p'} \frac{D}{Dt} (p') \quad (3.13)$$

Ao renomear alguns termos da equação (3.13) temos:

$$\frac{1}{\rho_s} \frac{D}{Dt} (\rho_s) = \frac{1}{K_s} \frac{D}{Dt} (p_f) - \beta_s \frac{D}{Dt} (T) - \frac{1}{(1-\phi)K_s} \frac{D}{Dt} (p') \quad (3.14)$$

onde nós mantido em conta o seguinte:

$$\frac{1}{K_s} = \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial p_f}$$

$$\beta_s = \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial T} \quad \text{O coeficiente de expansão térmica para o sólido}$$

$$\frac{dp'}{(1-\phi)K_s} = \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial p'}$$

E ao considerar a rigidez efetiva ao seguinte: $K'_s = (1 - \phi)K_s$ e lembrando que a tensão efetiva media:

$$p' = \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma') \quad (3.15)$$

Ao introduzir agora uma nova relação constitutiva para o primeiro invariante de tensões, como:

$$\frac{D}{Dt} (p') = K \left(\frac{D}{Dt} (\varepsilon_v) - \beta_s \frac{D}{Dt} (T) + \frac{1}{K_s} \frac{D}{Dt} (p_f) \right) \quad (3.16)$$

Na equação (3.14) ao substituir a equação (3.16) obtemos:

$$\frac{1}{\rho_s} \frac{D}{Dt} (\rho_s) = \frac{1}{K_s} \frac{D}{Dt} (p_f) - \beta_s \frac{D}{Dt} (T) - \frac{K}{(1-\phi)K_s} \left(\dot{\varepsilon}_v - \beta_s \frac{D}{Dt} (T) + \frac{1}{K_s} \frac{D}{Dt} (p_f) \right) \quad (3.17)$$

Ao considerar o problema isotérmico, temos que T constante logo $\frac{D}{Dt} (T) = 0$

Agora ao substituir na equação (3.17) tem-se:

$$\frac{1}{\rho_s} \frac{D}{Dt} (\rho_s) = \frac{1}{K_s} \frac{D}{Dt} (p_f) - \frac{K}{(1-\phi)K_s} \left(\dot{\varepsilon}_v + \frac{1}{K_s} \frac{D}{Dt} (p_f) \right) \quad (3.18)$$

$$\frac{D}{Dt} (\phi) = (1 - \phi) \left(\frac{1}{K_s} \frac{D}{Dt} (p_f) - \frac{K}{(1-\phi)K_s} \left(\dot{\varepsilon}_v + \frac{1}{K_s} \frac{D}{Dt} (p_f) \right) \right) + (1 - \phi) \dot{\varepsilon}_v \quad (3.19)$$

Ao realizar as contas tem-se:

$$\frac{D}{Dt} (\phi) = (1 - \phi) \frac{1}{K_s} \frac{D}{Dt} (p_f) - \frac{K}{K_s} \dot{\varepsilon}_v - \frac{K}{K_s^2} \frac{D}{Dt} (p_f) + (1 - \phi) \dot{\varepsilon}_v \quad (3.20)$$

Ao arranjar os termos da equação e colocando em evidencia termos comuns tem-se:

$$\frac{D}{Dt}(\phi) = \frac{1}{K_s} \frac{D}{Dt}(p_f) \left(\left(1 - \phi - \frac{K}{K_s}\right) \right) - \dot{\epsilon}_v \left(\left(1 - \phi - \frac{K}{K_s}\right) \right) \quad (3.21)$$

Como $\alpha = 1 - \frac{K}{K_s}$, então ao substituir-la na equação anterior e fatorizar termos comuns obtém-se:

$$\frac{D}{Dt}(\phi) = (\alpha - \phi) \left(\frac{1}{K_s} \frac{D}{Dt}(p_f) + \dot{\epsilon}_v \right) \quad (3.22)$$

Tem-se $\frac{D}{Dt}(\phi)$ falta por obter $\frac{D}{Dt}(p_f)$

Pode-se observar que ao considerar ao sólido como incompressível então o módulo volumétrico da fase sólida K_s tende ao infinito logo $\alpha = 1$, na qual a equação (3.22) fica como:

$$\frac{D}{Dt}(\phi) = (1 - \phi) \dot{\epsilon}_v \quad (3.23)$$

Agora tem-se mais uma relação $\frac{D}{Dt}(p_f)$ e a porosidade, mas para ρ_f , este depende de p_f , (pressão do fluido) T (Temperatura) ou $\rho_s(p_f, T)$ ao aplicar a derivada material para ρ_f , ela pode-se expressar mediante a regra da cadeia como:

$$\frac{D}{Dt}(\rho_f) = \frac{\partial \rho_f}{\partial p_f} \frac{D}{Dt}(p_f) + \frac{\partial \rho_f}{\partial T} \frac{D}{Dt}(T) \quad (3.24)$$

Ao renomear alguns termos da equação (3.24) temos:

$$\frac{1}{\rho_f} \frac{D}{Dt}(\rho_f) = \frac{1}{K_f} \frac{D}{Dt}(p_f) - \beta_f \frac{D}{Dt}(T) \quad (3.25)$$

Onde mantido-se em conta o seguinte:

$$\frac{1}{K_f} = \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial p_f}$$

$$\beta_f = \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial T}$$

E β_f é coeficiente de expansão térmica para o fluido

K_f é o módulo de compressibilidade do fluido

Como o problema foi considerado isotérmico, temos que $\frac{D}{Dt}(T) = 0$, logo:

$$\frac{1}{\rho_f} \frac{D}{Dt}(\rho_f) = \frac{1}{K_f} \frac{D}{Dt}(p_f) \quad (3.26)$$

Então ao substituir na equação (3.25) temos:

$$\phi \frac{\rho_f}{K_f} \frac{D}{Dt}(p_f) + \rho_f(1-\phi) \left(\frac{1}{K_s} \frac{D}{Dt}(p_f) - \frac{K}{(1-\phi)K_s} \left(\dot{\epsilon}_v + \frac{1}{K_s} \frac{D}{Dt}(p_f) \right) \right) + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q}_f) + \rho_f \dot{\epsilon}_v = 0 \quad (3.27)$$

Ao arranjar os termos da equação e colocando em evidência o termo comum tem-se:

$$\rho_f \left(\frac{\phi}{K_f} \frac{D}{Dt}(p_f) + \frac{(1-\phi)}{K_s} \frac{D}{Dt}(p_f) - \frac{K}{K_s} \left(\dot{\epsilon}_v + \frac{1}{K_s} \frac{D}{Dt}(p_f) \right) + \dot{\epsilon}_v \right) + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q}_f) = 0 \quad (3.28)$$

Assim tem-se outra relação entre a porosidade e $\frac{D}{Dt}(p_f)$ este permite a solução do sistema totalmente acoplado.

3.4 Resumo das Equações dos Esquemas Numéricos: Total e Sequencial

Mostra-se as equações utilizadas para um mesmo problema hidro-mecânico, nos seguintes esquemas numéricos, totalmente acoplado e sequencialmente desacoplado, além da descrição do método utilizado por ambos esquemas.

Totalmente Acoplado

As equações governantes de fluxo e mecânicas, são resolvidas simultaneamente a cada passo de tempo. A solução do problema de acoplamento é geralmente obtida usando o método de

Newton-Raphson. Este tipo de acoplamento é incondicionalmente estável, porém, dependendo do problema a ser resolvido, a simulação pode apresentar um custo computacional bastante elevado e de difícil convergência.

- Atualização da porosidade:

$$\frac{D}{Dt}(\phi) = (1 - \phi) \dot{\epsilon}_v \quad (3.29)$$

- Equação de fluxo:

$$\phi \frac{D}{Dt}(\rho_f) + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q}_f) + \rho_f \dot{\epsilon}_v = 0 \quad (3.30)$$

- Problema mecânico:

$$\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (3.31)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' + p_f \mathbf{I} \quad (3.32)$$

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{D}^{ep} \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (3.33)$$

Neste sistema de equações ao resolver as equações simultaneamente em um mesmo passo de tempo chamassem totalmente acoplado devido as varias dependentes aparecem equações do sistema.

Sequencial Desacoplado

As equações governantes de fluxo ou o do problema mecânico é resolvido primeiro, e então o outro problema é resolvido empregando a solução intermediária do primeiro. Esta sequencia é iterada em cada passo de tempo até a obtenção da convergência. A solução deste tipo de acoplamento é idêntica a obtida usando a abordagem totalmente acoplada.

Apresenta-se quatro esquemas dentro do desacoplamento:

- (i) Decomposição drenada (drained split);
- (ii) Decomposição não-drenada (undrained split);
- (iii) Deformação fixada (fixed strain) e;
- (iv) Tensão fixada (fixed stress)

Neste trabalho considero-se o desacoplamento do tipo tensão fixada

- Atualização da porosidade:

$$\frac{D}{Dt}(\phi) = (1 - \phi) \dot{\epsilon}_v \quad (3.34)$$

- Equação de fluxo:

$$\phi \frac{D}{Dt} (\rho_f) + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{q}_f) + \rho_f \dot{\mathbf{e}}_v = 0 \quad (3.35)$$

- Problema mecânico:

$$\operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (3.36)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' + p_f \mathbf{I} \quad (3.37)$$

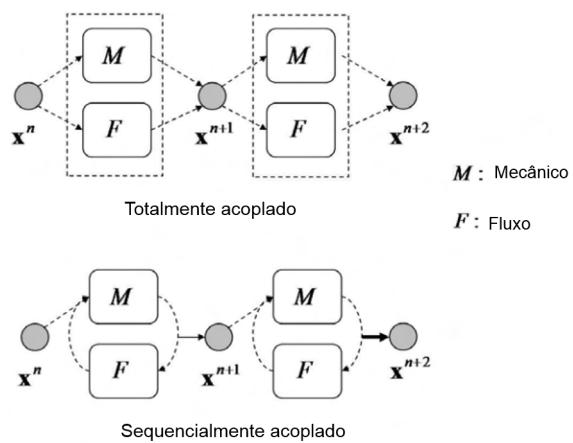
$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{D}^{ep} \dot{\boldsymbol{\epsilon}} \quad (3.38)$$

$$\dot{\mathbf{e}}_v = \frac{\dot{p}'}{K_s} - \frac{\dot{p}_f}{K_s} + \dot{\mathbf{e}}_v^p \quad (3.39)$$

Neste sistema de equações a equação (3.39) permite desacoplar ao sistema e facilitar o cálculo computacional e resolve-se em um mesmo passo ambos sistemas mais separadamente, esta equação (3.39) descacopla do sistema as equações (3.34) e (3.35), devido a seguinte substituição $\dot{\mathbf{e}}_v^p = \dot{p}_f K_s$ (MURAD et al., 2013).

Na seguinte figura 16 mostra-se o procedimento de cada esquema numérico:

Figura 16 – Esquemas dos métodos totalmente acoplados (superior) e acoplados iterativamente (inferior).



Fonte: (KIM, 2010)

3.5 Algoritmo de Integração Implícita-Explícita (IMPLEX) para o Modelo de DRUCKER PRAGER

No trabalho feito por ([BESERRA, 2010](#)) dentro dos resultados conseguidos pela autora, propõe uma nova maneira de estimar o multiplicador plástico, esta permanece constante no algoritmo de retorno e elimina as oscilações observadas pelos autores do algoritmo original ([OLIVER; HUESPE; CANTE, 2008](#)), para problemas de estados de tensões uniformes. Essa melhor aproximação do multiplicador plástico no algoritmo de retorno também resulta numa menor violação da condição de consistência.

Para uma estimativa do multiplicador plástico consegui-se a partir da projeção das deformações totais do tempo anterior.

Posteriormente, com esta projeção das deformações totais estima-se um estado de tensões de prova.

Logo, com base no estado de tensões de prova verifica-se o estado de plastificação do material. Se caso haja violação da superfície de fluência, obtém-se o multiplicador plástico para o passo do tempo atual mediante operações da função de fluência obtida como o estado de tensões de prova e outros parametros (para maior detalhe ver ([BESERRA, 2010](#))).

Esta forma de calcular o multiplicador plástico é diferente em relação ao calculo do multiplicador plástico feito por ([OLIVER; HUESPE; CANTE, 2008](#)), este, faz-se uma extrapolação explícita do multiplicador plástico do passo atual, este é feito escalonado pelos incrementos de tempos dos passos atual e anterior.

Continua-se o algoritmo do método IMPLEX de forma igual à integração implícita feita por ([OLIVER; HUESPE; CANTE, 2008](#)).

4 Simulação Numérica e Discussões de Resultados

Os casos simulados no presente trabalho tem com objetivo comparar as dois formas de acoplamentos (totalmente acoplado e sequencialmente acoplado) verificar a precisão do esquema sequencial em relação ao esquema totalmente acoplado.

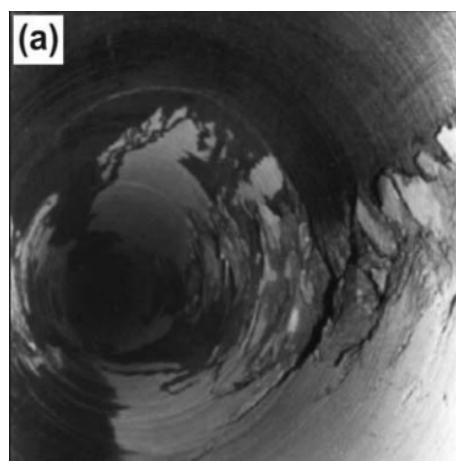
Realizarem-se os seguintes problemas:

1. Na modelagem acoplada Hidro-geomecanica da perfuração de poços horizontais em rochas fragiles também se faz a comparação de ambos acoplamentos tanto no regime elástico como plástico
2. Comparou-se os dos sistemas, na modelagem de um caso de reativação de falha com acoplamento hidro-mecânica como ([CABRAL, 2007](#)).

4.1 Simulação, Análise e Comparação na Perfuração de Poços Horizontais

O processo de escavação em meios rochosos induzem uma redistribuição do estado de tensões no maciço que acarreta no fissuramento das regiões próximas à execução da perfuração. O aparecimento de fissuras conduz a um aumento na permeabilidade da rocha que, por sua vez, afeta a redistribuição das poro-pressões. ([SOULEY, 2001](#)). Devido a essa distribuição não uniforme de tensões pode ocorrer o break-out, na figura mostra uma imagem de ultrassom de um poço que sofreu break-out, tal fenômeno muda a secção do poço de circular para elíptica.

Figura 17 – Exemplo de breakout de um poço tirada por uma câmera de fundo.

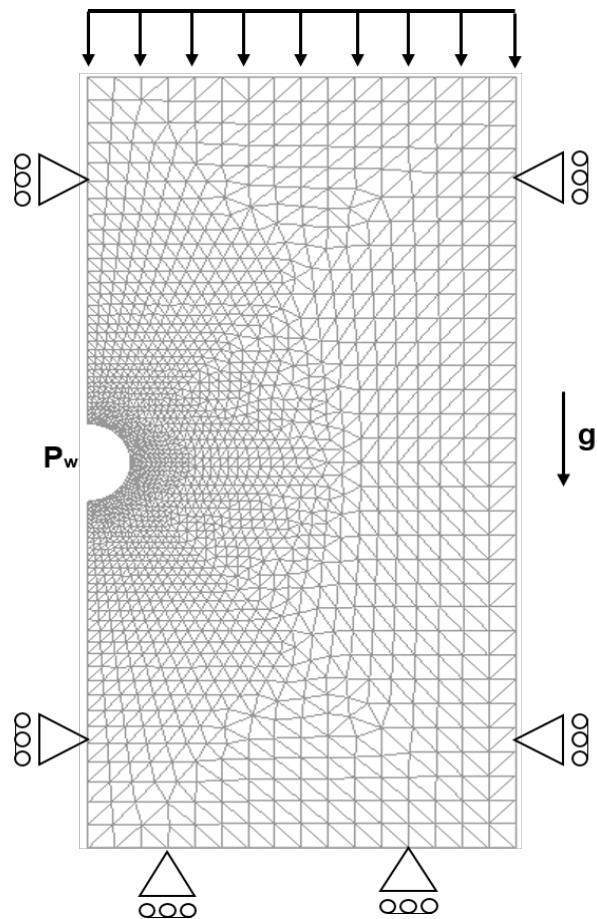


Fonte: ([TINGAY; REINECKER; MÜLLER, 2008](#))

4.2 Dados da Perfuração de Poços Horizontais

Foi feita a simulação de perfuração de poço horizontal em material frágil (folhelho) considerando a influência da alteração da permeabilidade durante o processo de escavação. Para simular tal problema de forma acoplada (equações hidráulicas e mecânicas) foi utilizado o algoritmo de integração IMPLEX para o modelo de Drucker Prager. A malha possui 2072 nós e 3984 elementos e o raio do poço é $0.127m$ a discretização da geometria bem como as condições de contorno adotadas estão expostas na seguinte figura:

Figura 18 – Geometria do problema e malha de elementos finitos



Na seguinte tabela 1 apresenta-se os parâmetros do nosso caso estudado.

Tabela 1 – Parâmetros do material do maciço escavado

Parâmetros	Elástico	Plástico
Módulo de Young	5400 MPa	5400 MPa
Coeficiente de Poisson	0,35	0,35
Parâmetro de Biot-Willis	1,00	1,00
Permeabilidade intrínseca inicial	10^{-17} cm/s	10^{-17} cm/s
Porosidade inicial	0,20	0,20
Pressão de poros inicial p_0	25 MPa	25 MPa
Pressão de fluido aplicada na perfuração	30 MPa	30 MPa

Comparação na Perfuração de Poços Horizontais no caso elástico

Tem-se a comparação entre os dois tipos de acoplamentos para alguns parâmetros no regime elástico:

- a) O gráfico correspondente ao esquema CUP
- b) O gráfico correspondente ao esquema SEQ

Figura 19 – Distribuição da pressão de líquido

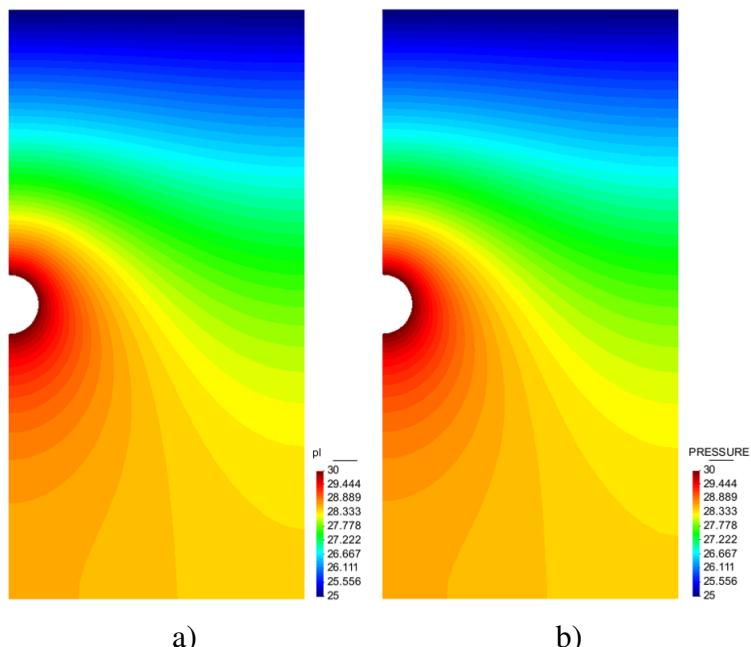


Figura 20 – Variação da porosidade

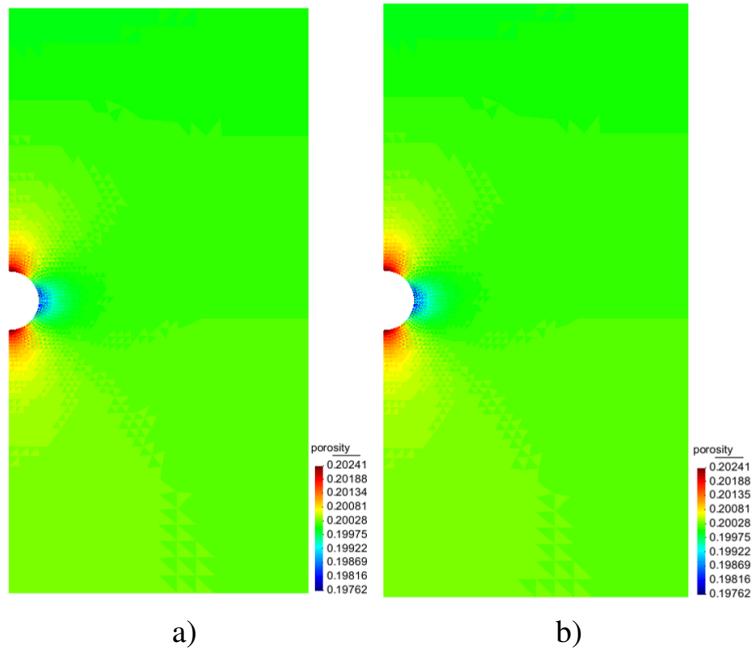
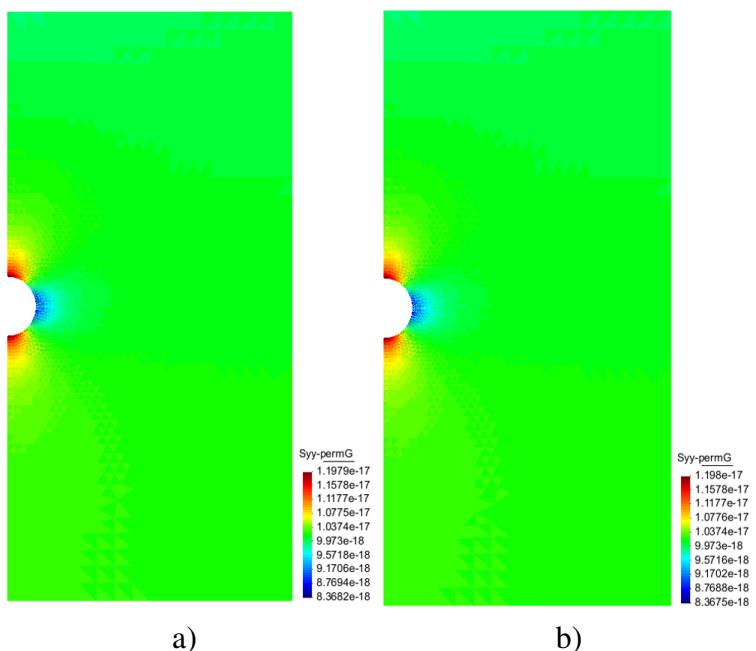
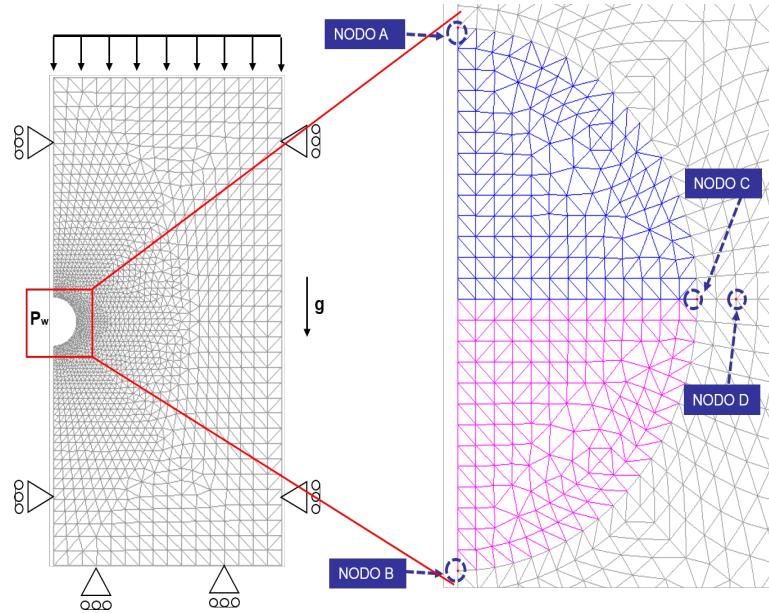


Figura 21 – Variação da permeabilidade



Tem-se os análises de alguns parâmetros dos seguintes nodos, como mostra-se na figura

Figura 22 – Analise dos nodos próximos ao poço



tem-se análise de alguns parâmetros como mostra-se na figuras seguintes:

Figura 23 – Evolução do deslocamento vertical

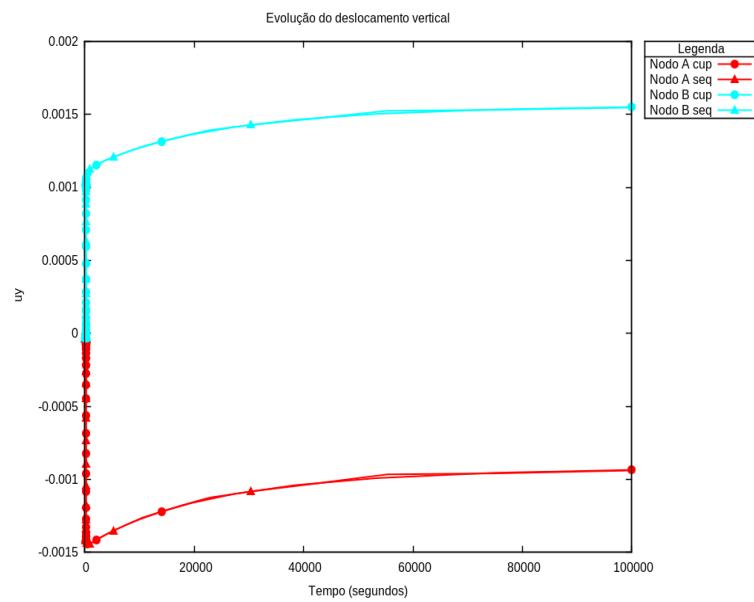
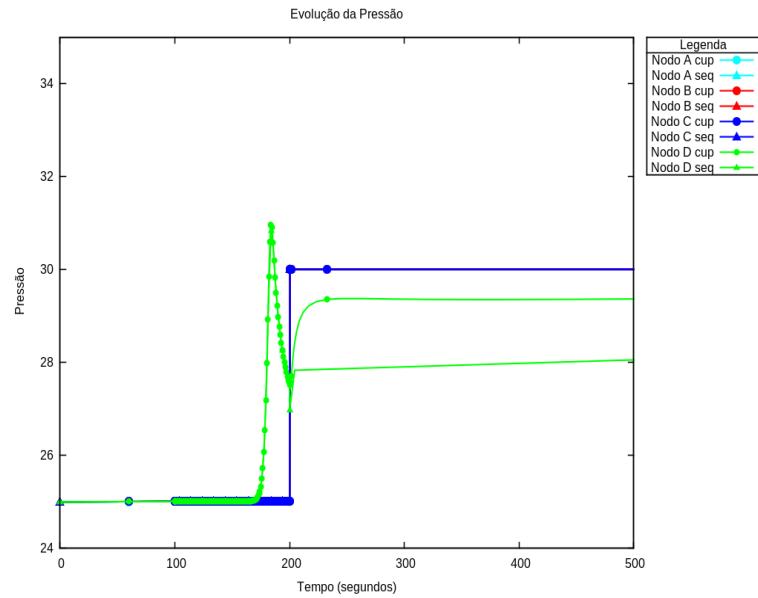


Figura 24 – Evolução da pressão



Nas figuras 23 e 24 mostra-se a evolução do deslocamento vertical e a evolução da pressão respectivamente para ambos acoplamentos, em todos os casos tiverem comportamento quase idêntico.

Tem feito os seguintes análises para alguns parâmetros dos seguintes elementos próximos ao poço que mostra-se na figura 25

Figura 25 – Analise dos elementos próximos ao poço

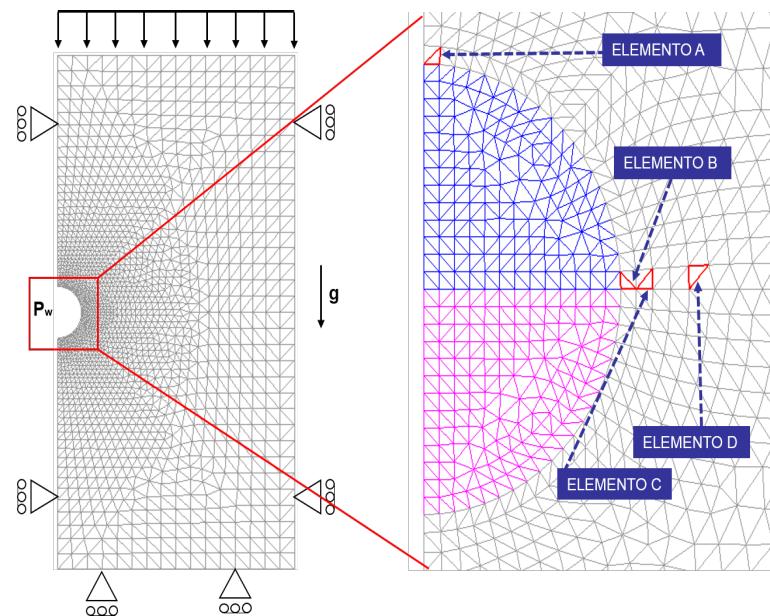


Figura 26 – Evolução da porosidade

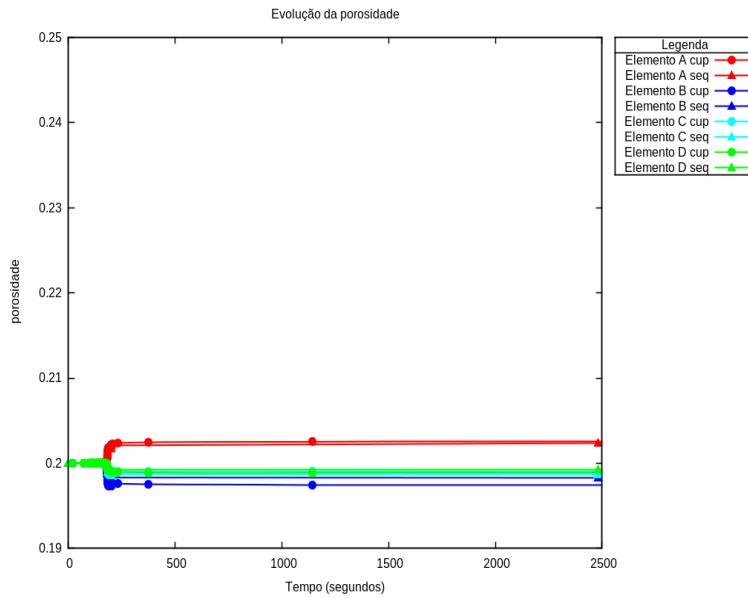
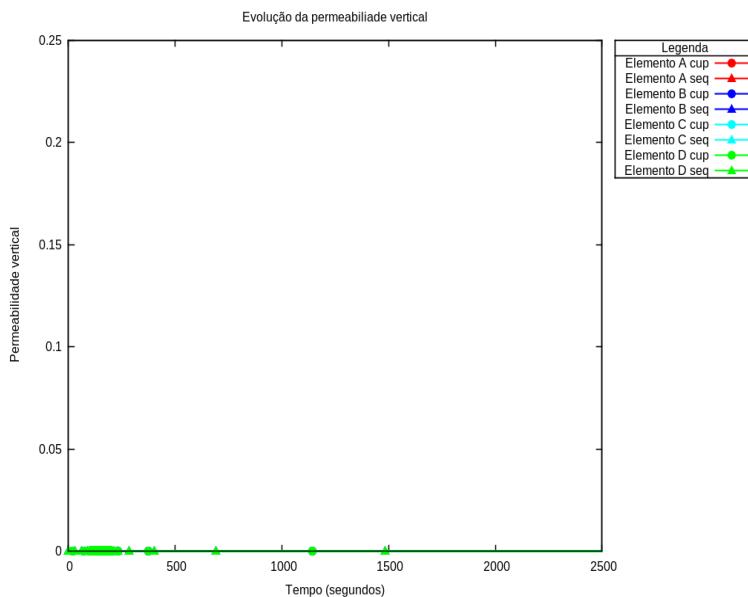


Figura 27 – Evolução da permeabilidade



Em todos os elementos analisados, note-se que o comportamento similar dos gráficos para ambos casos de acoplamento no caso elástico.

Tem-se alguns dados computacionais obtidos pelo programa de CODE_ BRITGH na seguinte tabela 2 mostra-se os resultados

Tabela 2 – Dados da simulação numérica no regime elástico

Dados de simulação	CUP	SEQ
Tempo total acumulado do CPU	0.399440E+03	0.317144E+03
Tempo do CPU na solução do sistema	0.143064E+03	0.104344E+03
Radio do sistema/total	0.358161E+00	0.329011E+00
Número total de N-R iterações	429	399
Número total de intervalos de tempo	363	1114
Radio iterações por passo de tempo	1.18	1.14

Pode-se observar na tabela que o tempo de simulação foi menor no esquema numérico sequencial, em este caso também se observa que o numero de iterações foi menor também no esquema numérico sequencial.

Comparação na Perfuração de Poços Horizontais no regime elasto-plástico

Tem-se os seguintes resultados no regime elasto-plástico com os parâmetros de simulação da tabela 1

- a) O gráfico correspondente ao esquema CUP
- b) O gráfico correspondente ao esquema SEQ

Figura 28 – Distribuição da pressão de líquido

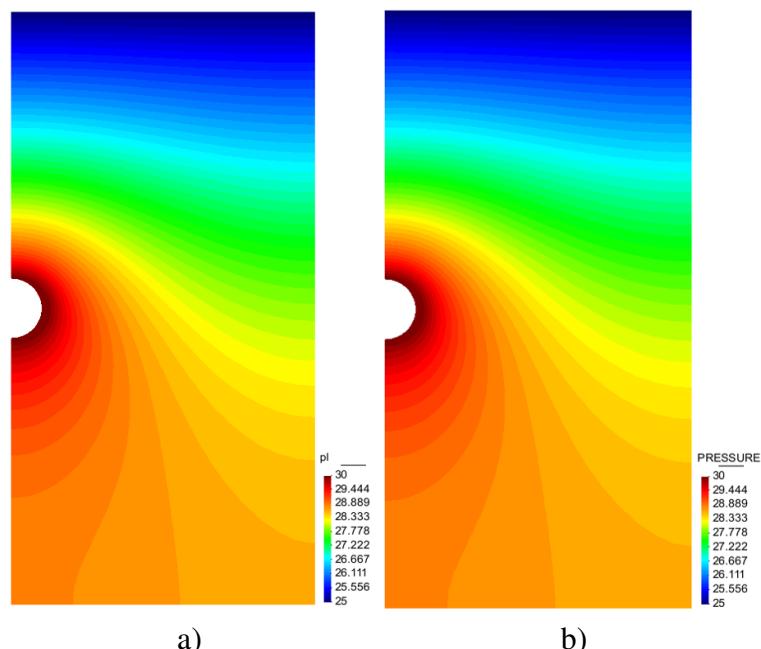
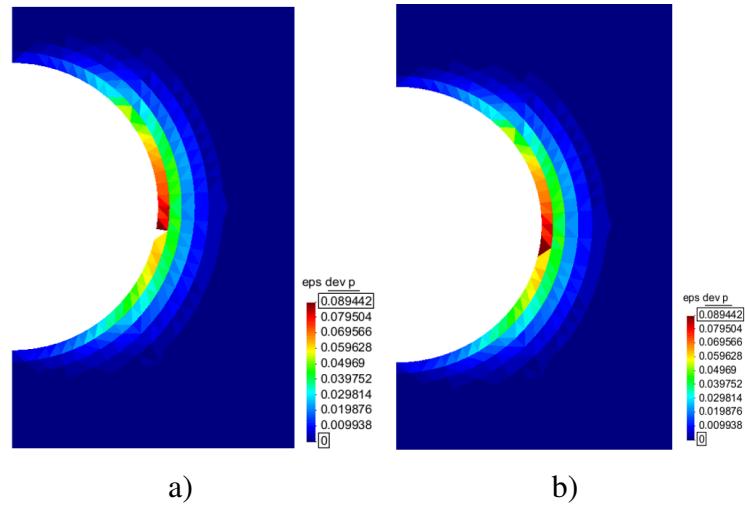


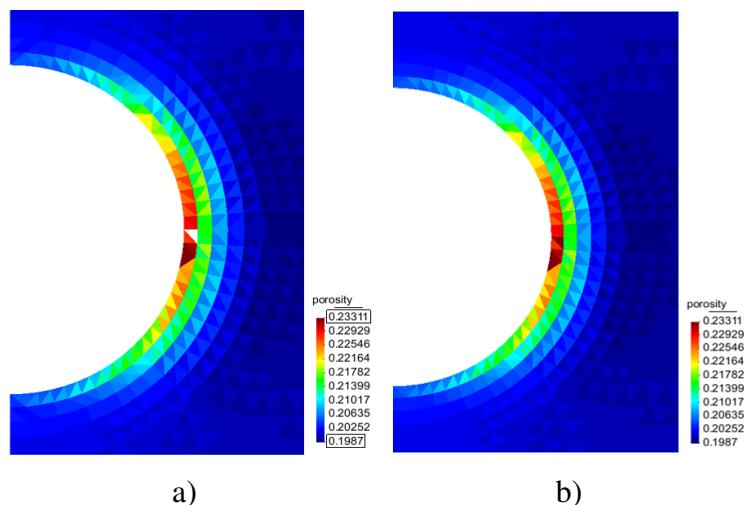
Figura 29 – Deformações plásticas



a)

b)

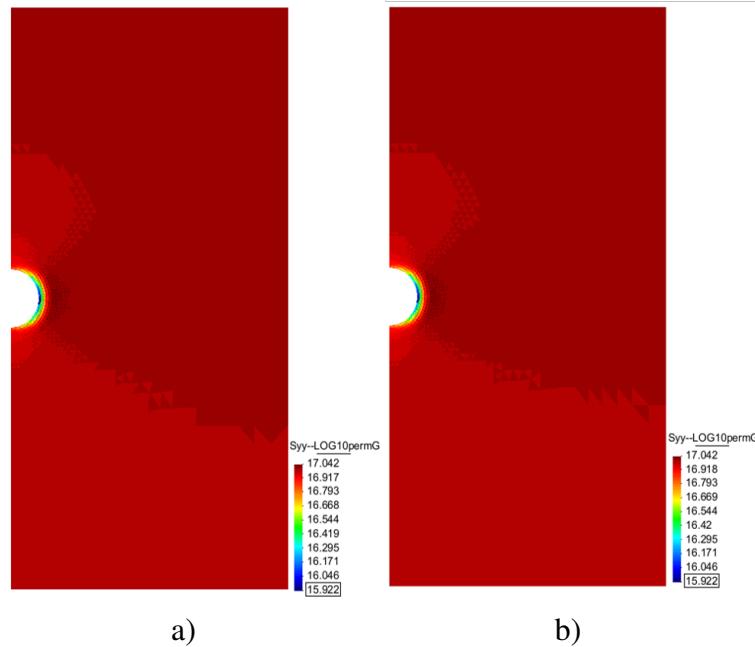
Figura 30 – Variação de porosidade



a)

b)

Figura 31 – Variação de permeabilidade



Nas figuras 28 mostra-se a distribuição da pressão do líquido, esta permanece muito similar que no caso elástico, na figura 30 a porosidade mostra-se algumas pequenas diferenças para alguns elementos, mais termos gerais o comportamento foi similar como consequência a 31 a permeabilidade apresenta pequenas diferenças mais em termos gerais similar comportamento

Ao analisar alguns parâmetros dos seguintes nós que mostra-se na figura 22, tem-se:

Figura 32 – Evolução do deslocamento vertical

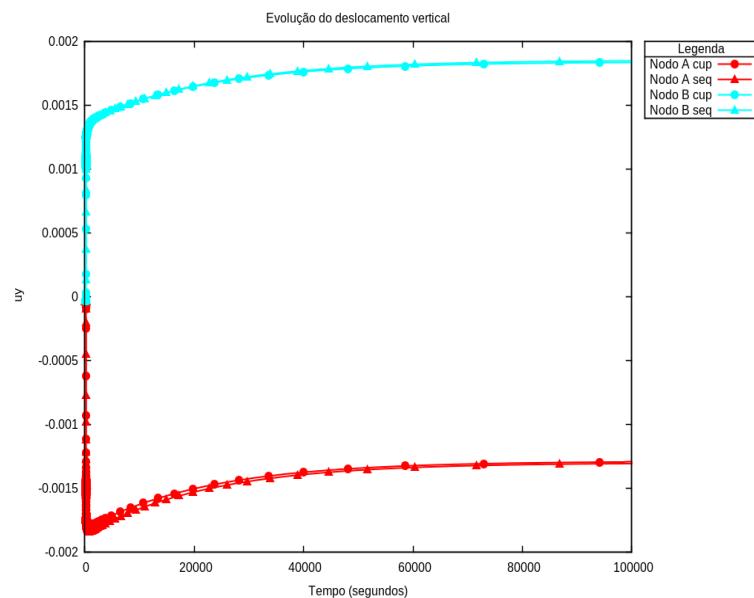
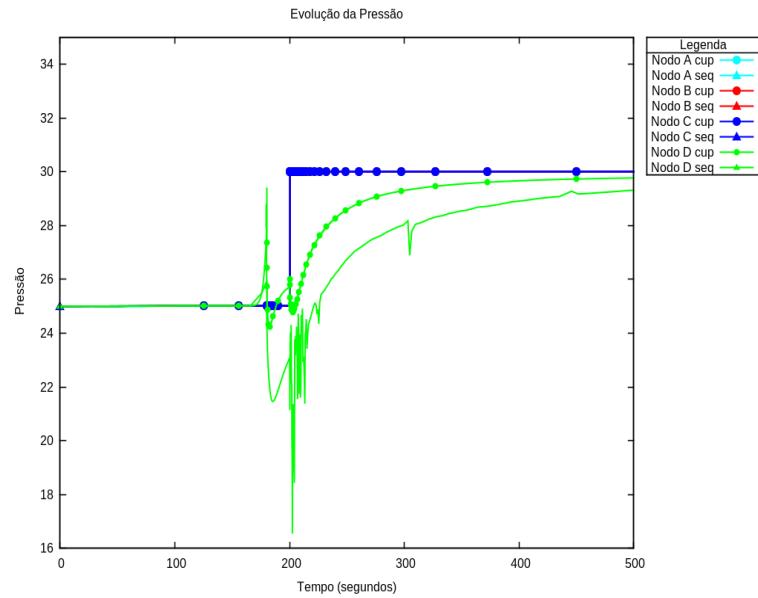


Figura 33 – Evolução da pressão



Os comportamentos são similares quanto no deslocamento vertical como na evolução da pressão para ambos acoplamentos.

Ao analisar alguns parâmetros dos seguintes elementos próximos do poço que mostra-se na figura 25

Figura 34 – Evolução da porosidade

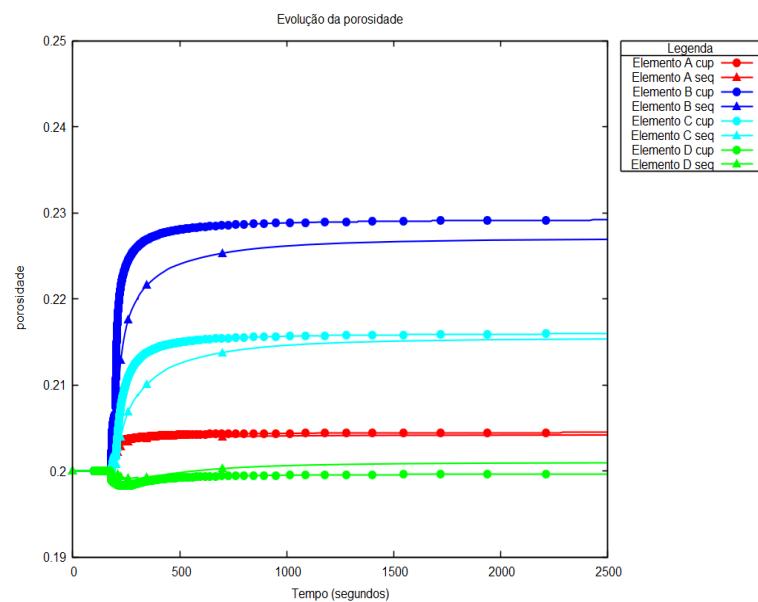


Figura 35 – Evolução da permeabilidade

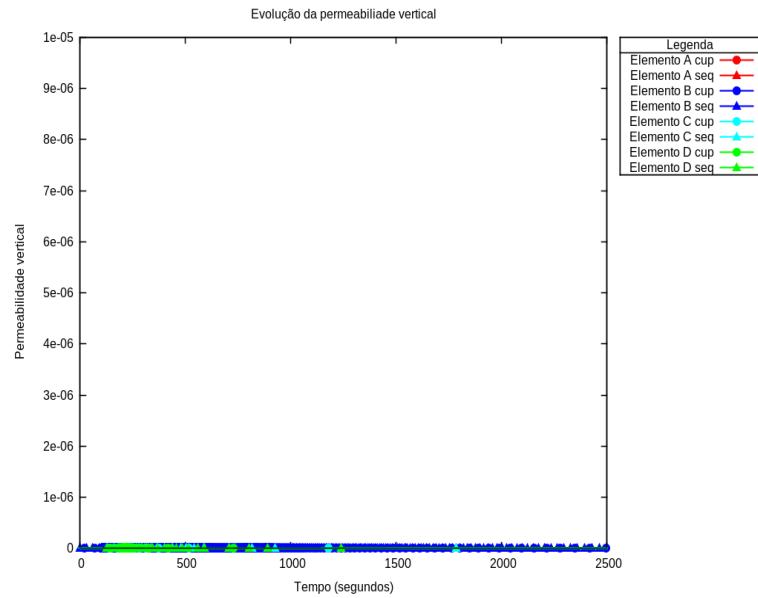
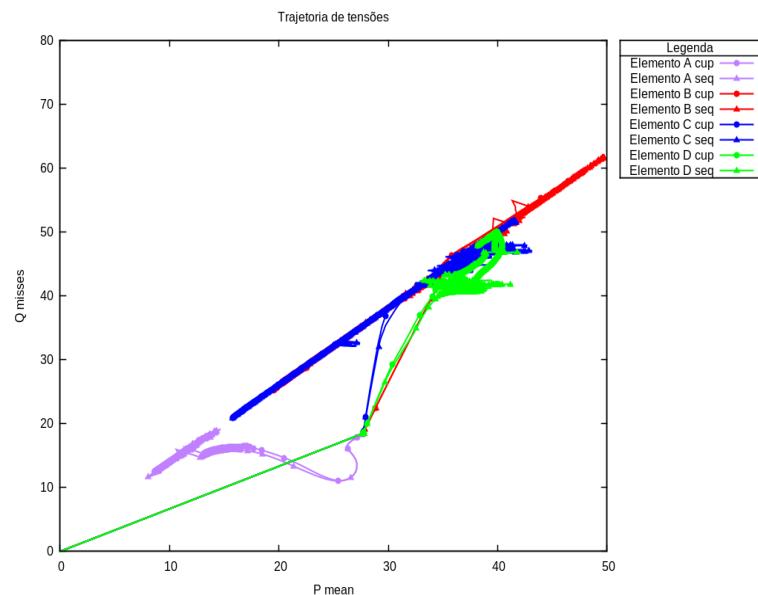


Figura 36 – Trajetória de tensões



Em todos os elementos analisados, note-se que o comportamento similar dos gráficos para ambos casos de acoplamentos no caso plástico.

Tem-se alguns dados computacionais obtidos pelo programa de CODE_ BRIGHT na seguinte tabela 3 mostra-se os resultados

Tabela 3 – Dados da simulação numérica no regime elasto-plástico

Dados de simulação	CUP	SEQ
Tempo total acumulado do CPU	0.188559E+05	0.140497E+05
Tempo do CPU na solução do sistema	0.706759E+04	0.566977E+04
Radio do sistema/total	0.374822E+00	0.403552E+00
Número total de N-R iterações	22531	18763
Número total de intervalos de tempo	14874	11038
Radio iterações por passo de tempo	1.51	1.70

Pode-se observar na tabela que o tempo de simulação foi menor no esquema numérico sequencial, em este caso também se observa que o numero de iterações foi menor também no esquema numérico sequencial, como era de esperar o caso plástico demorou mais tempo na simulação que o caso elástico.

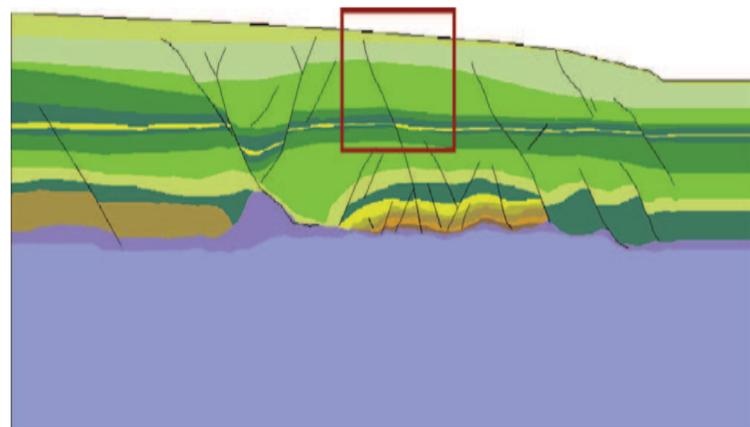
4.3 Simulação, Análise e Comparação na Ativação de uma Falha

As descontinuidades geológicas, como falhas, são inerentes à maioria das formações de petróleo. Um plano de falha (ou zona de falha) é uma descontinuidade na massa de rocha, bastante comum na maioria das bacias sedimentares. Pode ser formado, entre outros, por tectonismo. Uma característica-chave do problema de reativação de falha é a grande variedade de variação de parâmetros hidráulicos e mecânicos nesta zona altamente heterogénea. Além disso, a falta de dados experimentais confiáveis associados aos materiais na zona de danos é bastante comum. (CABRAL, 2007)

4.4 Dados da Ativação de uma Falha

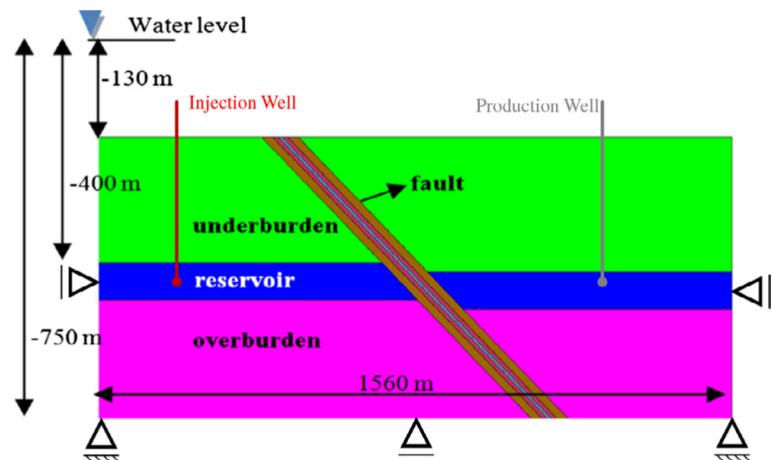
Na reativação de falha, o problema consiste na análise de reativação de uma falha selante que corta um campo da base da rocha inferior (“underburden”) até a superfície do fundo do mar, passando pelo reservatório e pela rocha acima deste (“overburden”), nas figuras 37 e 38 pode-se observar os dados da falha em 2D.

Figura 37 – Secção transversal geológica 2D típica



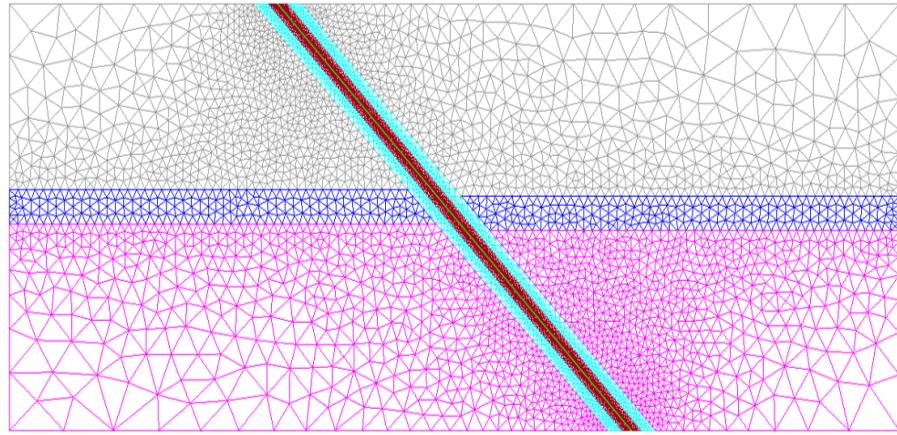
Fonte: (CABRAL, 2013)

Figura 38 – Geometria do modelo: o reservatório é um arenito consolidado, de 50 m de espessura incorporado a 400 m e localizado numa região de profundidade de água de 130 m.



Fonte: (CABRAL, 2013)

Figura 39 – Geometria do problema e malha de elementos finitos, a malha possui 7225 nós e 14228 elementos



Na seguinte tabela 4 apresenta-se os parâmetros do nosso caso estudado, chama-se zona de danos externos (ZDE) e zona de danos internos (ZDI).

Tabela 4 – Parâmetros do reservatório para caso elástico

Zona geológica	$K(\text{MD})$	ϕ	E	ν
Reservatorio	50	0,2	30	0,3
Overburden	$1e^{-5}$	0,01	42	0,37
Underburden	$1e^{-5}$	0,01	26	0,26
Núcleo	$1e^{-5}$	0,1	8	0,3
ZDE	$1e^{-5}$	0,2	8	0,3
ZDI	$1e^{-5}$	0,3	6	0,25

Onde K é a permeabilidade intrínseca, ϕ porosidade, E módulo de Young, ν coeficiente de Poisson.

Comparação na Ativação de uma Falha no regime elasto-plástico

Os resultados ao comparar os dois acoplamentos no regime elasto-plástico mostra-se nas seguintes figuras.

- O gráfico correspondente ao esquema CUP
- O gráfico correspondente ao esquema SEQ

Figura 40 – Deslocamento em Y

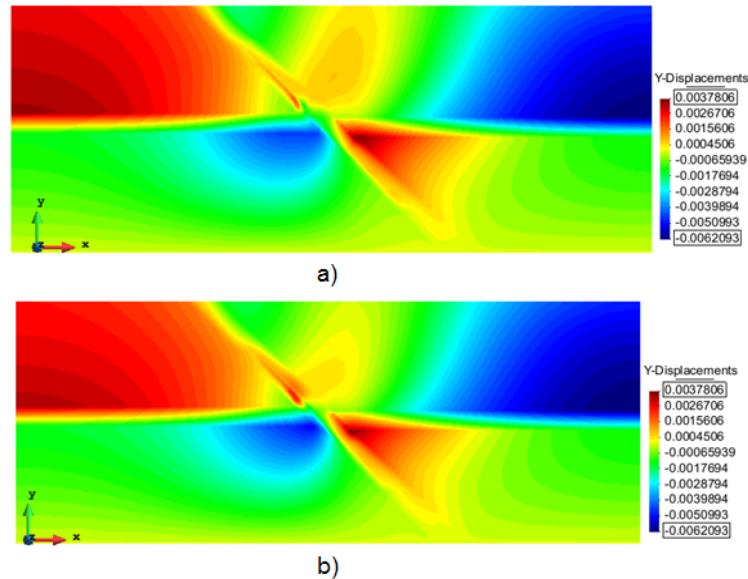


Figura 41 – Distribuição da pressão de líquido

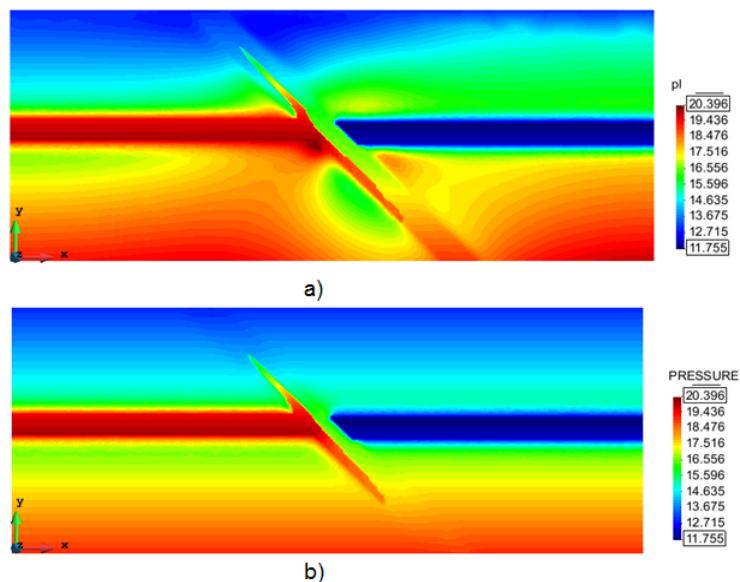
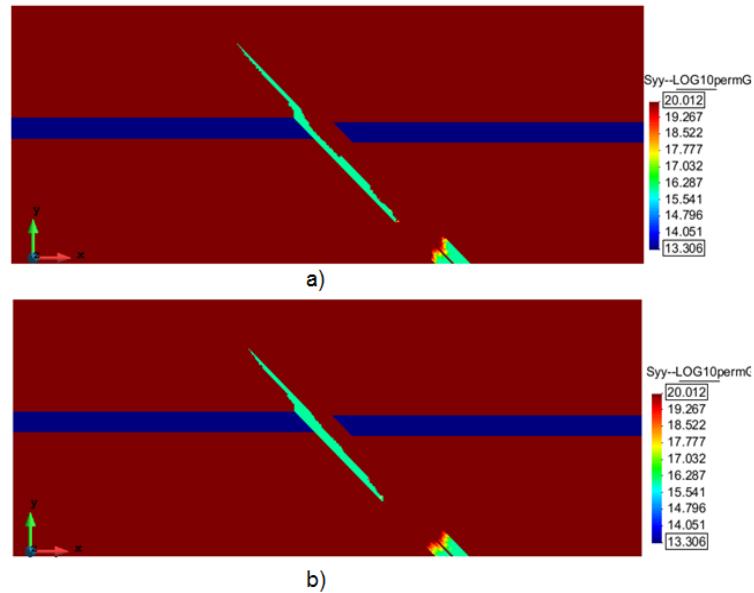


Figura 42 – Distribuição da permeabilidade



Nos gráficos anteriores para este regime elasto-plástico observar-se pequenas diferenças ao finalizar o tempo de simulação, mais mantém-se as mesmas formas de comportamento quanto na distribuição da pressão como o deslocamento vertical e permeabilidade.

Figura 43 – Distribuição da deformações plásticas cisalhantes

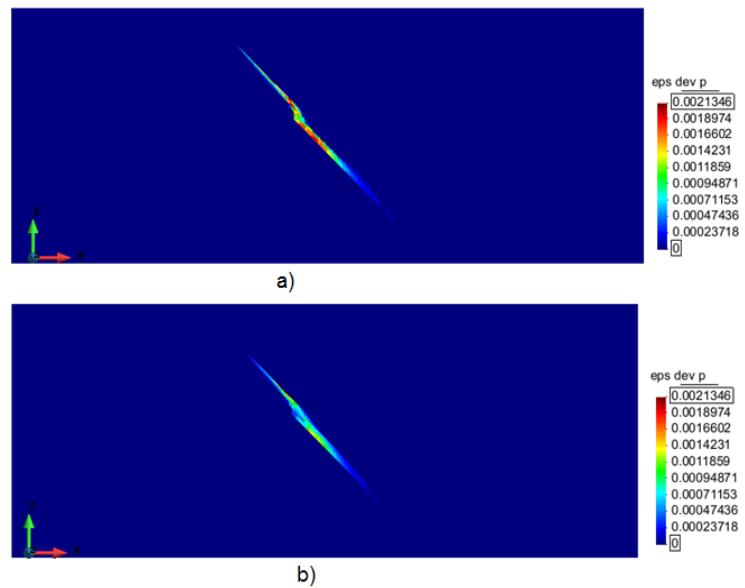
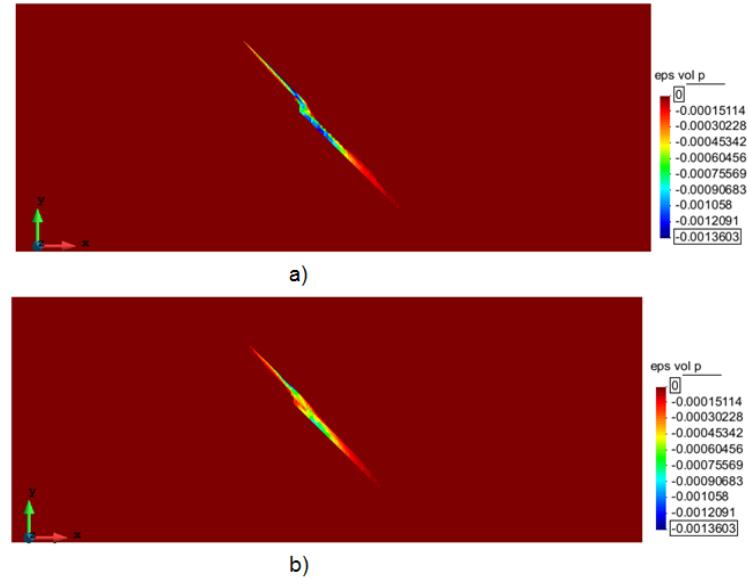


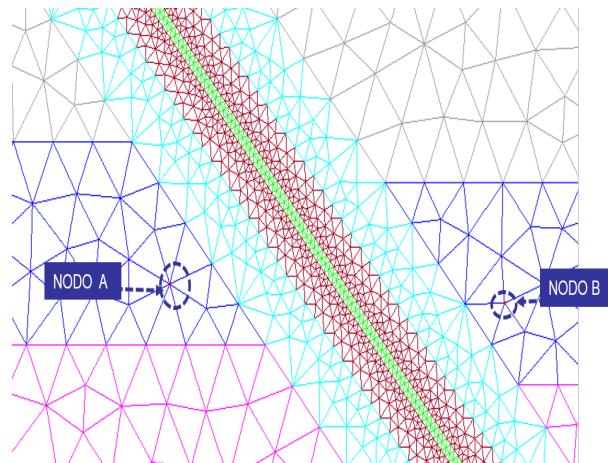
Figura 44 – Distribuição da deformações plásticas volumétricas



Como é elasto-plástico, ao ter uma mudança de pressões no reservatório ao correr do tempo, isso produz deformações plásticas cisalhantes e volumétricas em a falha, pode-se observar que o esquema totalmente acoplado conseguiu obter uma melhor descrição gráfica de dito fenómeno.

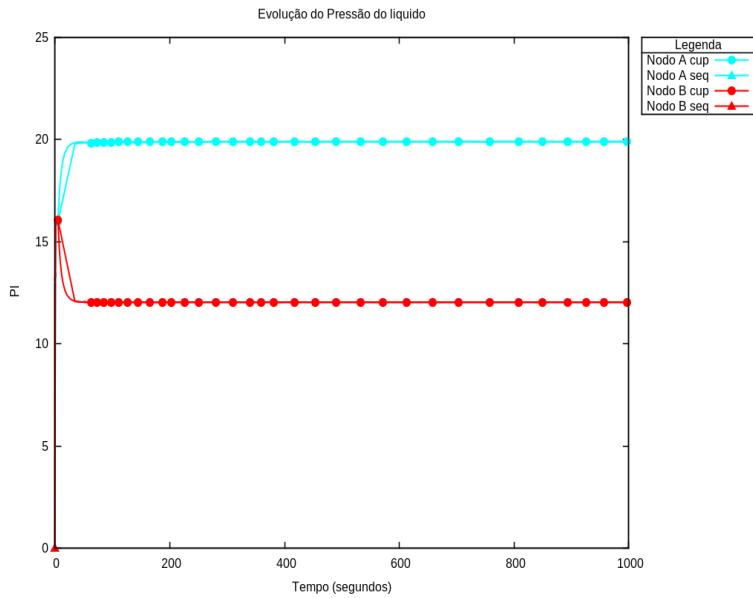
Na seguinte figura mostra-se os dois nodos para seu posterior analise.

Figura 45 – Nodos próximos à falha



Na seguinte figura 46 mostra-se a evolução da pressão de liquido para os dois nodos escolhidos na figura 45.

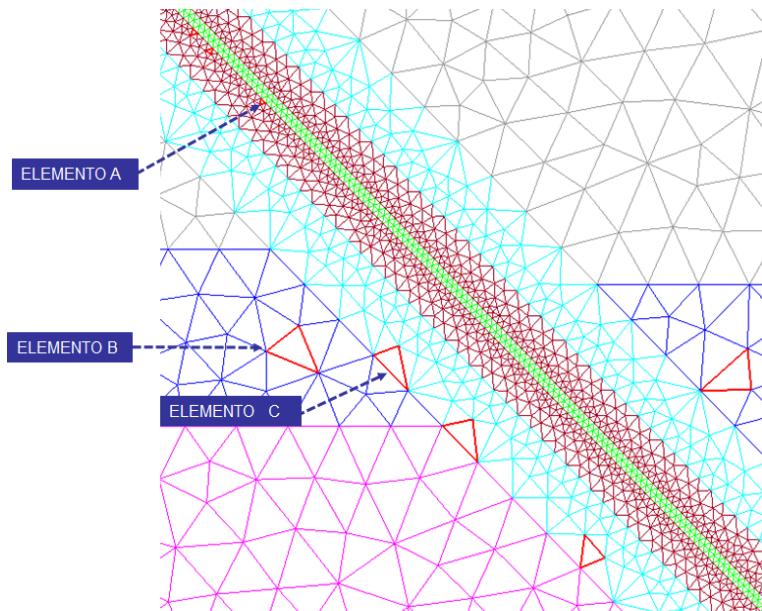
Figura 46 – Evolução da pressão



Na figura anterior mostra-se a diferença da pressão em ambos lados do reservatório, no nodo "A" a pressão é maior que nodo "B" devido que do lado de nodo "A" encontra-se o injetor e do lado do nodo "B" encontra-se o produtor, alem disso em termos gerais o acoplamento sequencial foi muito preciso em relação ao acoplamento total durante todo o tempo de simulação.

Na seguinte figura mostra-se os elementos para seu posterior analise.

Figura 47 – Elementos próximos à falha



Na as seguintes figuras mostra-se o comportamento de os dois esquemas numéricos em relação de alguns parâmetros

Figura 48 – Evolução da porosidade

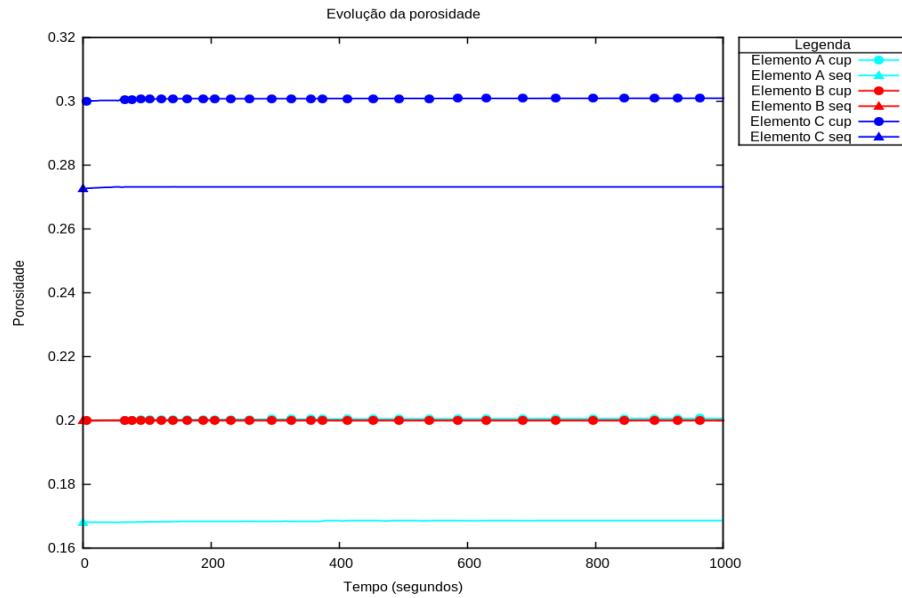
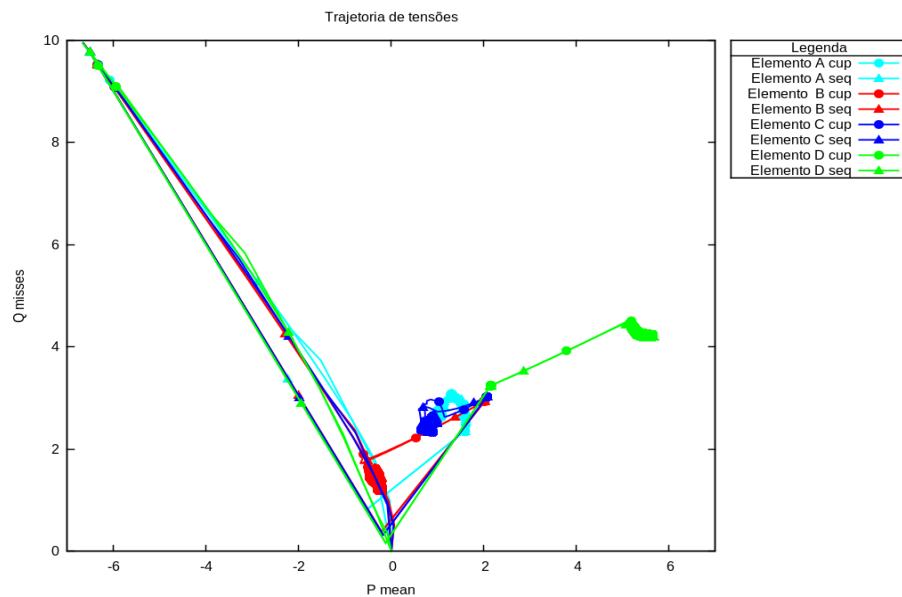


Figura 49 – Trajetória de tensões



Em relação aos parâmetros observados nos gráficos anteriores ambos acoplamentos tiverem comportamento muito similar para alguns elementos mais em outros elementos não aconteceu o mesma semelhança, sobre tudo em os elementos muito próximos que produz-se o fenómeno de plastificação, mesmo assim o acoplamento sequencial feito pelo CODE-BRIGHT captura dito fenómeno.

Tabela 5 – Dados da simulação numérica no regime elasto-plástico

Dados de simulação	CUP	SEQ
Tempo total acumulado do CPU	0.188559E+05	0.140497E+05
Tempo do CPU na solução do sistema	0.706759E+04	0.566977E+04
Radio do sistema/total	0.374822E+00	0.403552E+00
Número total de N-R iterações	22531	18763
Número total de intervalos de tempo	14874	11038
Radio iterações por passo de tempo	1.51	1.70

No parâmetros computacionais pode-se observar que o tempo de simulação no esquema sequencial foi menor, respeito do esquema total e similarmente aconteceu no numero de iterações. Outra observação é que regime plástico demanda mais tempo de simulação, alem disso este capturo o fenómeno de plastificação em ambos esquemas.

5 Conclusão e Trabalhos Futuros

Este trabalho foi formulado mediante equações matemáticas que aproximam tanto o comportamento físico do movimento dos fluidos (problema hidráulico) quanto o deformacional das rochas (problema mecânico). Também tive-se a necessidade de estudar algumas leis constitutivas que regem estes fenómenos e, por fim, para logo formular matematicamente o acoplamento físico entre os problemas.

Assumiu-se dois estratégias de acoplamento a total e sequencial, ambos esquemas resultaram ser eficientes, sobre tudo para casos de acoplamento hidro-mecânico. No problema da escavação do poço foi possível identificar a formação de um caminho preferencial de fluxo na direção horizontal, onde houve maior plastificação do material, em ambos esquemas, no regime plástico ele tive diferencias não significativas. No problema de reativação de falha, verificou-se para o caso plástico, que a pressurização do reservatório altera o comportamento mecânico das rochas, levando a plastificação da falha, ambos esquemas conseguem mostrar dito fenómeno. Com a ocorrência das deformações plásticas, a falha é reativada em função da deformação plástica cisalhante, aumentando a permeabilidade, em ambos esquemas, acontece que o fluxo começa a fluir pela falha. Se à verificado a precisão do esquema sequencial em relação ao esquema totalmente acoplado, este esquema pode ser uma via eficiente para a simulação de alguns casos da engenharia de petróleo no código de elementos finitos CODE-BRIGHT.

Como proposta de continuidade ao trabalho desenvolvido propõe-se fazer simulações em casos de três dimensões no CODE-BRIGHT, para ter uma maior evidencia em as diferencias entre ambos esquemas e possíveis ganhos computacionais. Também os casos simulados foram feitas com a hipótese de totalmente saturado onde não existia fases, seria conveniente fazer simulações e modificações no código do programa de CODE-BRIGHT para conseguir simular problemas bifásico à mas, de igual maneira pode-se fazer modificações no código para simular casos com a hipótese não totalmente saturado e em consequência fazer com diferentes hipótese.

Referências

- BEAR, J. *Dynamics of Fluids in Porous Media*. [S.l.]: American Elsevier, 1972.
- BESERRA, L. B. *Implementação de algoritmos de integração implícita para modelos constitutivos elasto-plásticos na simulação geomecânica*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2010.
- BESERRA, L. B. *Análise Hidromecânica do Fraturamento Hidráulico via Elementos Finitos com Descontinuidades Fortes Incorporadas*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2015.
- BIOT, M. A. General theory of three-dimensional consolidation. *Journal of Applied Physics*, Journal of Applied Physics Press, v. 12, n. 2, p. 155–164, 1941.
- CABRAL, L. P. *SIMULAÇÃO DE FLUXO EM RESERVATÓRIOS SOB EFEITO DA COMPACTAÇÃO*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2007.
- CABRAL, L. P. Coupled hydro-mechanical fault reactivation analysis incorporating evidence theory for uncertainty quantification. *Computers and Geotechnics*, Elsevier Ltd, v. 1, n. 56, p. 202–215, 2013.
- CARVALHO, D. K. E. *Uma formulação do método dos volumes finitos com estrutura de dados por aresta para a simulação de escoamentos em meios porosos*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2005.
- COUSSY, O. *Poromechanics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004.
- CUNHA, J. T. *Simulação por Linhas de Fluxo com Acoplamento Geomecânico*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2015.
- EIA. International energy outlook 2016. EIA, 2016.
- FERNANDES, I. G. *Implementação em Elementos Finitos das Equações de Pressão e Saturação para Simulação de Fluxo Bifásico em reservatórios de Petróleo Deformáveis*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2009.
- FRYDMAN, M. *Iniciação e propagação de fraturas em poços de petróleo*. Tese (Doutorado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1996.
- KIM, J. *SEQUENTIAL METHODS FOR COUPLED GEOMECHANICS AND MULTIPHASE FLOW*. Tese (Doutorado) — University Stanford, 2010.
- LEWIS, R. W.; SCHREFLER, B. A. *The finite element method in the static and dynamic deformation and consolidation of porous media*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1998.
- MULLER, A. L. *Análise numérica da estabilidade de poços de petróleo considerando a variabilidade espacial e acoplamento fluido-mecânico*. Tese (Doutorado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2007.

- MURAD, M. et al. A new locally conservative numerical method for two-phase flow in heterogeneous poroelastic media. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier Ltd, v. 48, p. 192–207, 2013.
- OLIVEIRA, F. L. F. *Simulação hidromecânica de reservatório carbonático de petróleo através de pseudoacoplamento*. Tese (Doutorado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2013.
- OLIVELLA, X. O.; SARACÍBAR, C. A. B. de. *Mecánica de medios continuos para ingenieros*. [S.I.]: Edicions UPC, 2010.
- OLIVER, J.; HUESPE, A.; CANTE, J. C. An implicit/explicit integration scheme to increase computability of non-lineas material and contact/friction problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Elsevier Ltd, v. 197, p. 1865–1889, 2008.
- POTTS, D. M.; ZDRAVKOVICT, L. *Finite element analysis in geotechnical engineering*. [S.I.]: Thomas Telford Publishing, 1999.
- PRAT, P. *Ecuaciones Constitutivas ELASTICIDAD y PLASTICIDAD*. [S.I.]: Universidad Politécnica de Cataluña Press, 2006.
- REDDY, J. *An Introduction to Continuum Mechanics*. [S.I.]: Cambridge University Press, 2013.
- SETTARI, W. Advances in coupled geomechanical and reservoir modeling with applications to reservoir compaction. *Society of Petroleum Engineers, SPE Journal*, v. 6, n. 3, p. 334–342, 2001.
- SETTARI, W.; M., M. A coupled reservoir and geomechanical simulation system. *Society of Petroleum Engineers, SPE Journal*, v. 8, 2002.
- SOULEY, H. Damage - induced permeability changes in granite: A case example at the url in canadá. *Internacional Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, Elsevier Science Publishers, v. 38, n. 4, p. 297–310, 2001.
- SOUZA, E.; PERIC, D.; OWENS, D. *COMPUTATIONAL METHODS FOR PLASTICITY THEORY AND APPLICATIONS*. [S.I.]: John Wiley & Sons Ltd, 2008.
- TINGAY, M.; REINECKER, J.; MÜLLER, B. Borehole breakout and drilling-induced fracture analysis from image logs. *World Stress Map Project*, World Stress Map Project press, 2008.
- VAZQUEZ, J. L. *FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS DE LA MECÁNICA DE FLUIDOS*. [S.I.]: Universidad Autónoma de Madrid Press esta en la red, 2003.
- VILLARÓ, I. P. *Study of the landslide of La Frasse*. Tese (Doutorado) — Swiss Federal Institute of Technology, 2004.
- ZIENKIEWICZ, T. *The Finite Element Method*. [S.I.]: McGraw-Hill, 2000.