



Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Física
Programa de Pós-Graduação em Física

WENDSON ANTONIO DE SÁ BARBOSA

**DINÂMICA EM LASER DE SEMICONDUTOR: EFEITOS DE
REALIMENTAÇÃO ÓTICA NA INTENSIDADE E NA POLARIZAÇÃO**

Recife
2017

WENDSON ANTONIO DE SÁ BARBOSA

**DINÂMICA EM LASER DE SEMICONDUTOR: EFEITOS DE REALIMENTAÇÃO
ÓTICA NA INTENSIDADE E NA POLARIZAÇÃO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Física.

Orientador:
Prof. Dr. José Roberto Rios Leite

Recife
2017

Catálogo na fonte
Bibliotecário Jefferson Luiz Alves Nazareno CRB 4- 1758

B238d Barbosa, Wendson Antônio de Sá.
 Dinâmica em laser de semicondutor: efeitos de realimentação ótica na
 intensidade e na polarização / Wendson Antônio de Sá Barbosa. – 2017
 149 f. fig., tab.

 Orientador: José Roberto Rios Leite.
 Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCEN.
 Física. Recife, 2017.
 Inclui referências e apêndices.

 1. Laser. 2. Laser de semicondutor. 3. Polarização. I. Leite, José
 Robertp Rios. (Orientador) II. Título

 535.5 CDD (22. ed.) UFPE-FQ 2017-62

WENDSON ANTONIO DE SÁ BARBOSA

**DINÂMICA EM LASER DE SEMICONDUTOR: EFEITOS DE
REALIMENTAÇÃO ÓTICA NA INTENSIDADE E NA POLARIZAÇÃO**

Tese apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Física da Universidade
Federal de Pernambuco, como requisito parcial
para a obtenção do título de Doutor em Física.

Aprovada em: 28/08/2017.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Roberto Rios Leite
Orientador
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Flávio Menezes de Aguiar
Examinador Interno
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Antonio Zelaquett Khoury
Examinador Externo
Universidade Federal Fluminense

Prof. Dr. Jorge Raul Tredicce
Examinador Externo
Universidade de Buenos Aires

Prof. Dr. Marcos César Santos Oriá
Examinador Externo
Universidade Federal Rural de Pernambuco

À minha esposa e minha família

Agradecimentos

A nossa trajetória é extremamente sensível às escolhas que fazemos durante nossa caminhada. Essas decisões nos levam a uma dinâmica totalmente imprevisível durante nossa vida, uma verdadeira dinâmica caótica. O que mais me impressiona é que por mais que estejamos susceptíveis a uma infinidade de condições iniciais tentando nos levar a infinitas possibilidades, sempre temos a sensação que fizemos a escolha certa. Talvez por que sempre tentamos tirar o máximo de proveito da situação em que nos encontramos a cada instante, seja ela boa ou ruim.

Agradeço primeiramente ao professor José Roberto Rios Leite por me dar a oportunidade de trabalhar com pesquisa em seu laboratório. Sem dúvidas, essa foi a principal bifurcação a que fui apresentado na minha vida profissional até hoje. Escolher trabalhar com o professor Rios me fez ter certeza que faço isso por que gosto e isso é extremamente importante. Entre ensinamentos, pesquisa, risadas, política, história, conselhos e até sermões, ví que minha escolha enquanto ainda era aluno de graduação, além de um excelente orientador, me fez ganhar um amigo. "Deixa eu sentar aqui do lado para fazermos isso junto", "hoje só saio 15 minutos depois de você" e "vamos nós mesmos construir" são exemplos de frases que, por mais simples que pareçam, fazem a diferença. Obrigado por tudo!

À minha esposa, Roberta Campos, por sempre me dar o apoio necessário nas mais diversas situações ao longo desses anos e por sempre caminhar ao meu lado durante toda essa jornada.

À minha família. Meus pais, Carlos Barbosa e Ana Cláudia, e minha irmã Ana Karla por sempre me incentivarem. Tudo que fiz até hoje teve por trás o suporte de meus pais. Sem eles nada disso seria possível.

Aos professores Jorge Tredicce e Antonio Zelaquett Khoury pelos ensinamentos e pelo ambiente alegre que proporcionaram sempre que estiveram no laboratório colaborando com a pesquisa. Aos professores José Tabosa e Lúcio Acioli por nos emprestar componentes óticos para realização de nosso experimento além de sempre se mostrarem dispostos a ajudar em sua realização. Ao professor Cláudio Lenz pela ajuda experimental e por nos emprestar equipamentos. Ao professor Flávio pela colaboração e ótima convivência! A todos os professores citados anteriormente pelos ótimos finais de tarde tomando o famoso suco da "Deda" proporcionando assim um excelente ambiente de descontração. Por mais "sucos da Deda".

Aos meus amigos do departamento pela excelente convivência nos últimos anos. Em especial ao meu amigo de laboratório Edison Rosero que teve papel importante nos meus momentos de aprendizagem experimental além de compartilhar ótimos momentos durante essa jornada.

Aos funcionários do departamento. Em especial a secretária da Pós-Graduação Alexsandra Melo que sempre se mostrou disposta a atender, solucionar problemas e esclarecer dúvidas prontamente, sempre com um sorriso no rosto.

Ao CNPq pelo apoio financeiro durante o período do doutorado.

*Não importa o que você seja, quem você seja ou o que
deseja na vida, a ousadia em ser diferente reflete na
sua personalidade, no seu caráter, naquilo que você é.
E é assim que as pessoas lembrarão de você um dia.*

—AIRTON SENNA

Resumo

Nessa tese apresentamos um estudo sobre a dinâmica caótica em lasers de semicondutor e os efeitos da realimentação ótica na intensidade e na polarização da luz emitida. Apresentamos resultados experimentais e também cálculos numéricos baseados em modelos de equações de taxa para esse tipo de laser. Discutimos as principais diferenças entre as características estruturais e de emissão dos lasers de semicondutor de cavidade vertical com emissão pela superfície, os VCSELs (*Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers*) e de emissão pela borda, os chamados EEL (*Edge-Emitting Lasers*). Inicialmente mostramos resultados experimentais e teóricos dos efeitos de realimentação ótica nos lasers tipo EEL e também o sincronismo obtido através de acoplamento eletrônico de duas unidades desse tipo de laser. Nesse caso, para os cálculos numéricos usamos o modelo teórico proposto por Lang e Kobayashi em 1980 para lasers de semicondutor com realimentação ótica. As diferenças entre os lasers tipo EEL e VCSEL foram evidenciadas quando estudamos as propriedades da polarização da luz emitida. Devido à sua estrutura, os VCSELs apresentam emissão em diferentes modos de polarização. Descrevemos resultados experimentais e teóricos da dinâmica desses modos. O modelo teórico usado nos cálculos numéricos para os VCSELs foi o chamado modelo de Spin-Flip proposto por San Miguel, Feng e Moloney em 1995. Também obtivemos resultados experimentais da dinâmica caótica de um VCSEL operando no modo solitário. As intensidades dos modos ortogonais de polarização emitidos foram estudadas através séries temporais e suas estatísticas mostraram aparecimento de pulsos extremos raros cuja intensidade é muito superior à intensidade média dos pulsos. Em ótica, esses pulsos extremos são conhecidos como *rogue waves* ou simplesmente *extreme events*. Também discutimos a dinâmica desses lasers sob efeito de realimentação ótica. Embora tenha estrutura e características de emissão diferentes dos convencionais EELs, os VCSELs apresentam efeitos semelhantes aos EELs em sua intensidade quando a realimentação ótica é aplicada. Um exemplo é o aparecimento do chamado regime de flutuações de baixa frequência, mais conhecido como LFF (*Low Frequency Fluctuations*) que consiste em quedas irregulares na intensidade total do laser. Mostramos que nesse regime caótico as intensidades modos de polarização ortogonais emitidos podem apresentar dinâmicas com correlação de fase, anti-fase ou dinâmicas independentes um do outro. Discutimos essas diferentes dinâmicas usando conceitos como luz não polarizada, parâmetros de Stokes, fator de polarização e tempo de polarização. Também é discutido o efeito da filtragem na intensidade em diferentes escalas temporais da dinâmica.

Palavras-chave: Laser de Semicondutor. Caos em Laser. VCSEL. Sincronismo de Laser. Polarização

Abstract

In this thesis the chaotic dynamics of semiconductor lasers and the effect of the optical feedback in the intensity and polarization of the emitted light is studied. We present experimental results and numerical calculations based on rate equations model for this type of laser. We discuss the differences between the structures and emission features of the Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers (VCSELs) and the Edge-Emitting Lasers (EELs). First, we show experimental and theoretical results of the optical feedback effects in EEL and the synchronism of two units of this kind of laser when they are electronically coupled. For this laser, our numerical calculations were done using the equations of the theoretical model for semiconductor lasers with optical feedback proposed by Lang and Kobayashi in 1980. The main difference between emission of the EEL and VCSEL is shown when we studied the properties of the polarization of the emitted light. Because of its structure, the VCSELs emits more than one modes of polarization simultaneously. We show experimental and theoretical results of the dynamics of these modes. O theoretical model used for the VCSELs was the well known Spin-Flip model proposed by San Miguel, Feng and Moloney in 1995. In this work, we also show experimental results of the chaotic dynamics of solitary VCSELs. The intensities of the orthogonal polarization modes were studied using time serie. The statistics of this time serie showed rare pulses with its intensity much larger than the average intensity of all the pulses. This pulses are known in the literature as *rogue waves* or *extreme events*. We also discuss the dynamics of this lasers under optical feedback effect. Although it has difference on its structure and emission features from the conventional EELs, the VCSELs show similar effects to the EEL when subjected to optical feedback. For example, the onset of the low frequency fluctuations regime (LFF) that are nothing more than irregular drops on the total intensity of the laser. In this regime of operation, we investigated the different dynamics of the polarization modes. The modes can present dynamics with phase and anti-phase behavior or totally independent dynamics. We discuss these different types of dynamics using concepts of non-polarized light, Stokes parameters, degree of polarization and polarization time. We also discuss the effect of intensity filters in different time scale of the dynamics.

Keywords: Semiconductor Laser. Chaos in Laser. VCSEL. Synchronism of Lasers. Polarization

Lista de Figuras

2.1	Comprimento de onda de emissão laser por sistemas formados por diferentes semicondutores.	21
2.2	Homojunção $p-n$	22
2.3	Heterojunção $p-n$	22
2.4	Bandas de energia e nível de Fermi para $T = 0$	24
2.5	Função probabilidade $f(E)$ do estado de energia E	24
2.6	Bandas de energia e nível de Fermi - semicondutores tipos n e p	25
2.7	Dopagem para semicondutores tipo n e tipo p	26
2.8	Bandas do semicondutor fora do equilíbrio, mas com equilíbrio intrabanda - Níveis de <i>quasi</i> -Fermi	27
2.9	Junção $p-n$	28
2.10	Recombinação radiativa.	28
2.11	Características de uma heterojunção.	29
2.12	Estrutura de um laser de semicondutor de heterojunção.	30
2.13	Cavidade Fabry-Perot formada pelos espelhos da estrutura do laser de semicondutor.	36
3.1	Diagrama representativo da cavidade Fabry-Perot no laser e a cavidade externa usado para a derivação das equações de taxa no caso de realimentação ótica.	42
3.2	Série temporal calculada numericamente para um laser sob efeito de realimentação ótica operando no regime de LFF.	44
3.3	Histograma de probabilidades teórico (esquerda) e experimental (direita) dos tempos entre quedas consecutivas na intensidade de um laser operando no regime de LFF.	44
3.4	Esquema usado nos experimentos de lasers acoplados eletronicamente em paralelo.	45
3.5	Intensidade de saída dos lasers acoplados. O laser 1 (linha de cima na cor preta) que tem realimentação ótica opera no regime de LFF enquanto que o laser 2 (linha de baixo na cor vermelha) não tem realimentação ótica. (a) Resultado experimental e (b) cálculo numérico.	47
3.6	Intensidade de saída dos lasers acoplados. Ambos os lasers, o laser 1 (linha de cima na cor preta) e o laser 2 (linha de baixo na cor vermelha), tem realimentação ótica. As intensidades estão deslocadas para melhor visualização. (a) Resultado experimental e (b) cálculo numérico.	47
3.7	Intensidades mostrando antifase nas flutuações rápidas enquanto caem em fase durante uma LFF (escala temporal lenta). As intensidades estão superpostas para uma melhor visualização. (a) Resultado experimental e (b) cálculo numérico.	48

LISTA DE FIGURAS

3.8	Correlação cruzada entre as intensidades dos lasers 1 e 2 acoplados eletronicamente. Lado esquerdo (experimental) e lado direito (cálculo numérico). O pico de correlação positivo em $\tau = 0$ representa um comportamento em fase das quedas de LFF. Os picos se repetem a cada τ igual ao tempo médio de repetição das LFFs.	49
3.9	Correlação cruzada entre as intensidades dos lasers 1 e 2 acoplados eletronicamente após passar um filtro passa-alta. Lado esquerdo (experimental) e lado direito (cálculo numérico). O pico de correlação negativo em $\tau = 0$ representa um comportamento em anti-fase das oscilações da escala de tempo de dezenas de nanossegundos. Os picos se repetem a cada τ igual ao tempo de ida e volta na cavidade externa.	50
3.10	Correlação cruzada para $\tau = 0$ entre as intensidades dos lasers 1 e 2 acoplados eletronicamente variando o coeficiente de realimentação ótica κ_2 do laser 2 (esquerda) e o coeficiente de acoplamento η (direita). Em ambos os casos é possível ver o aparecimento do sincronismo quando $C_{12}(\tau = 0)$ passa ficar positivo.	50
4.1	Estrutura de camadas de semicondutores do VCSEL.	52
4.2	Padrão de emissão para EELs, VCSELs e LEDs.	52
4.3	Esquema representando os espelhos de Bragg inferior e superior para um VCSEL.	54
4.4	Refletividade de um refletor de Bragg em função do numero de pares de camadas que formam o espelho.	55
4.5	Dependência espectral da refletividade, $R(\lambda)$	56
4.6	Meio de ganho de um VCSEL emitindo em $\lambda = 850nm$	57
4.7	Espectro da refletividade para a cavidade ótica.	58
4.8	Esquema do site Finisar mostrando a largura da refletividade da cavidade ótica do VCSEL, seus modos longitudinais, o perfil qualitativo do ganho e, para uma comparação, os modos longitudinais do laser tipo EEL.	59
4.9	Camada oxidada e perfil de corrente.	60
4.10	Estrutura dos VCSELs monomodo e multimodo transversal	60
4.11	Esquema experimental. L é uma lente colimadora, $\lambda/2$ uma placa de meia onda, BS são divisores de feixe, F é um filtro neutro, M são espelhos planos ou curvos, PBS é um divisor de feixe polarizador, det1 e det2 são fotodetectores e CCD é uma câmera.	61
4.12	Esquema da fonte de corrente constante.	62
4.13	Perfil transversal do feixe mostrando os modos laterais de ordem superiores para várias correntes a uma temperatura de $25^\circ C$	62
4.14	Curva de intensidade vs corrente - Método de determinação do limiar	63
4.15	Curva intensidade vs corrente para várias temperaturas.	64
4.16	Zoom da figura 4.15	65
4.17	Limiar vs Temperatura	65
4.18	Curva de intensidade vs corrente de alimentação para vários lasers	66
4.19	Zoom da figura 4.18	66

LISTA DE FIGURAS

5.1	Onda eletromagnética que se propaga na direção do eixo $\hat{z}$ e que tem os campos elétrico $\vec{E}$ e magnético $\vec{B}$ oscilando em direções fixas no plano xy . $\vec{E}$ oscila na direção $\hat{y}$ e $\vec{B}$ na direção $\hat{x}$	67
5.2	Amplitude e sentido do campo elétrico $\vec{E}$ representados no plano xy em vários instantes durante um período ótico.	68
5.3	Polarização linear para $\phi = 0, 2\pi, 4\pi \dots$ fazendo o campo oscilar entre os quadrantes $0 \leq \theta \leq \pi/2$ e $\pi \leq \theta \leq 3\pi/2$ (esquerda). Polarização linear para $\phi = 1, 3\pi, 5\pi \dots$ fazendo o campo oscilar entre os quadrantes $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ e $3\pi/2 \leq \theta \leq 2\pi$ (direita).	69
5.4	Propagação de uma onda eletromagnética plana na direção $\hat{z}$ com o campo $\vec{E}$ oscilando no plano xy com polarização circular esquerda (Figura de domínio público acessível em https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=9861623)	70
5.5	Polarização circular. Projeção no plano xy de $\vec{E}$ nos casos de polarização circular direita (figura do lado esquerdo) e polarização circular esquerda (figura do lado direito)	71
5.6	Polarização circular (a) direita ($\phi = +\pi/2$) e (b) esquerda ($\phi = -\pi/2$) durante um quarto de período ótico.	71
5.7	Polarização para diferentes ϕ com $E_{0y} = E_{0x}$. Da esquerda para a direita a polarização varia de linear (45°) para circular direita.	72
5.8	Polarização elíptica. Caso geral com o $\vec{E}$ rotacionando no sentido horário e suas componentes (esquerda). Semi-eixos maior a , semi-eixo menor b e angulo de inclinação θ da elipse em relação ao eixo x (direita).	72
5.9	Esfera de Poincaré para a polarização da luz.	76
5.10	Perfil de emissão e eixo de polarização para emissão de um EEL (acima) e o plano de polarização para emissão de um VCSEL (abaixo)	77
5.11	Intensidade emitida vs corrente de alimentação para um laser monomodo. Componente de polarização nas direções x (0°) e y (90°) indicadas nas cores preta e vermelha, respectivamente. Em verde a intensidade total obtida através da soma de I_x e I_y . Em azul a intensidade total detectada diretamente do detector.	78
5.12	Intensidade emitida vs corrente de alimentação para um laser multimodo. Componente de polarização nas direções x (0°) e y (90°) indicadas nas cores azul e vermelha, respectivamente. Em preto a intensidade total obtida através da soma de I_x e I_y	79
5.13	Mesma situação da figura 5.12, mas com um passo mais fino no incremento da corrente numa região de chaveamento da polarização.	79
5.14	Troca de polarização para temperatura $T = 20^\circ\text{C}$ e corrente $I = 3.75\text{mA}$	80
5.15	Troca de polarização para temperatura $T = 22.6^\circ\text{C}$ e corrente $I = 3.55\text{mA}$	81
5.16	Estrutura de banda de VCSEL de poço quântico segundo o SFM. Níveis magnéticos.	82
5.17	Tansições possíveis num VCSEL de poço quântico.	83
5.18	Diagrama de estabilidade para as intensidades I_x e I_y	86
5.19	Dados experimentais. Dinâmica das polarizações de um VCSEL solitário para uma corrente de $I = 1.66\text{mA}$ e uma temperatura de 17°	88

LISTA DE FIGURAS

5.20	Dados experimentais. Histograma de máximos para I_x da serie temporal da figura 5.19 para uma corrente de $I = 1.66mA$ e uma temperatura de 17°	88
5.21	Cálculos numéricos. Diagrama de bifurcação de máximos de intensidade vs corrente de injeção para o laser solitário.	89
5.22	Cálculos numéricos. (a) Zoom da figura 5.21 e (b) fator Q_p o qual indica o grau de preenchimento da superfície da esfera de Poincaré, conforme equação 5.31. Ou seja, esse fator da uma idéia de quão aleatória está a polarização do feixe.	90
5.23	Zoom da figura 5.21 para correntes baixas subindo (esquerda) e descendo (direita) a corrente de injeção.	91
5.24	Cálculos numéricos. Serie temporal para corrente de $I = 1,009I_{lim}$ (acima), $I = 1,015I_{lim}$ (meio) e $I = 1,025I_{lim}$ (abaixo) da situação mostrada na figura 5.21.	92
5.25	Cálculos numéricos. Esferas de Poincaré para as três situações da figura 5.24. Os valores de Q_p são de 2,0%, 31,3% e 2,2% para as correntes de $I = 1,009I_{lim}$ (acima esquerda), $I = 1,015I_{lim}$ (acima direita) e $I = 1,025I_{lim}$ (abaixo), respectivamente. As projeções nos planos $s1s2$, $s1s3$ e $s2s3$ ajudam na visualização visualização.	93
6.1	Esquema experimental para um VCSEL com realimentação ótica.	95
6.2	Dados experimentais. Intensidade vs corrente de injeção com e sem realimentação ótica.	96
6.3	Intensidades total do VCSEL para o regime de LFF com cavidade externa de $\tau_{cav} = 2,6ns$	97
6.4	Zoom de uma queda da intensidades total do VCSEL para o regime de LFF com cavidade externa de $\tau_{cav} = 2,6ns$ e espectro de potência.	97
6.5	Intensidades total, da polarização x e da polarização y do VCSEL para o regime de LFF com I_x e I_y em fase para cavidade externa de $L = 37cm$	98
6.6	Intensidades total, da polarização x e da polarização y do VCSEL para o regime de LFF com I_x e I_y em antifase para cavidade externa de $L = 90cm$	99
6.7	Médias de series temporais para I_x e I_y em fase e em antifase	100
6.8	Intensidades - Luz com polarização aleatória.	103
6.9	Cálculo numérico - Parâmetros de Stokes e fator de polarização para luz com polarização aleatória.	104
6.10	Esfera de Poincaré - Luz com polarização aleatória.	105
6.11	Coeficiente de polarização aleatória.	105
6.12	Cálculo numérico - Fator de polarização da luz com polarização aleatória para diferentes filtros.	108
6.13	Cálculo numérico - Esferas de Poincaré para o feixe com polarização aleatória para médias com diferentes tempos de filtragem.	109
6.14	Intensidades dos modos de polarização x e y para um VCSEL com realimentação ótica de cavidade externa de $3ns$	111
6.15	S_1 , S_2 , S_3 e FP para um VCSEL com realimentação ótica de cavidade externa de $3ns$, sem filtragem.	112

LISTA DE FIGURAS

6.16	S_1, S_2, S_3 e FP para um VCSEL com realimentação ótica de cavidade externa de $3ns$, filtragem de $1ns$	113
6.17	S_1, S_2, S_3 e FP para um VCSEL com realimentação ótica de cavidade externa de $3ns$, filtragem de $10ns$	114
6.18	Cálculo numérico - Variância dos parâmetros de Stokes em função do tempo de filtragem τ_f	115
6.19	Esferas de Poincaré da serie temporal mostrada na figura 6.14 para vários τ_f	116
6.20	Autocorrelação dos parâmetros de Stokes	118
6.21	Trecho de série temporal mostrando uma LFF e a respectiva variação dos parâmetros de Stokes.	119
6.22	Autocorrelação dos parâmetros de Stokes	120

Lista de Tabelas

3.1	Valores dos parâmetros utilizados nas simulações numéricas dos EELs acoplados. . .	46
5.1	Tabela de Parâmetros para VCSEL	87

Sumário

1	Introdução	17
2	Laser de semiconductor	20
2.1	Junção $p-n$	23
2.2	Interação da luz com a matéria	30
2.3	Lasers com emissão pela borda - EEL	36
2.3.1	<i>A cavidade ótica e a condição de limiar</i>	36
2.3.2	<i>Equações de taxa e descrição fenomenológica</i>	37
3	Realimentação ótica e acoplamento eletrônico em EELs	41
3.1	Realimentação ótica	41
3.2	Flutuações de baixa frequência - LFFs	43
3.3	Acoplamento eletrônico de EELs	45
3.3.1	<i>Esquema experimental</i>	45
3.3.2	<i>Resultados experimentais e cálculos numéricos</i>	46
3.3.3	<i>Correlações</i>	49
4	Laser de cavidade vertical com emissão pela superfície - VCSEL	51
4.1	Introdução	51
4.2	Estrutura	52
4.2.1	<i>Refletores de Bragg</i>	53
4.2.2	<i>Modos longitudinais</i>	56
4.2.3	<i>Modos transversais</i>	59
4.3	Caracterização experimental	61
4.3.1	<i>Limiar vs temperatura</i>	63
5	Dinâmica da polarização de um VCSEL	67
5.1	Polarização da luz	67
5.1.1	<i>Polarização linear, circular e elíptica</i>	69
5.1.2	<i>Esfera de Poincaré</i>	73
5.2	Modos de polarização no VCSEL	77
5.3	Modelo Spin-Flip - San Miguel, Feng, Moloney	81
5.4	Dinâmica na polarização do VCSEL solitário	87

SUMÁRIO

6	Dinâmica de um VCSEL com realimentação ótica	94
6.1	Modelo Spin-Flip + realimentação ótica	101
6.2	Dinâmica da polarização em diferentes escalas temporais	102
6.2.1	<i>Luz não polarizada</i>	102
6.2.2	<i>Grau de polarização</i>	106
6.2.3	<i>Parâmetros de Stokes e fator de polarização nos VCSELs com LFFs</i>	110
6.2.4	<i>Tempo de polarização</i>	117
7	Conclusões e Perspectivas	121
	Referências	124
A	Publicações relacionadas à tese	130
A.1	Correlations in electrically coupled chaotic lasers [1]	130
A.2	Extreme events in chaotic lasers with modulated parameter [2]	140

Capítulo 1

Introdução

Os lasers de semicondutores, desde sua invenção em 1962, se mostram bastante versáteis devido à grande variedade de materiais e configurações das junções que o formam. Além de um custo não tão alto se comparado à outros tipos de lasers, os comprimentos de onda de emissão disponíveis comercialmente cobrem uma larga banda espectral, desde o visível até o infravermelho. O laser de semicondutor está presente na grande maioria dos laboratórios de pesquisa assim como em produtos de alto consumo como sensores óticos, leitores de DVD, scanners, redes de computadores e sistemas de comunicação.

Existem vários tipos de lasers de semicondutor de acordo com sua estrutura e características de emissão da luz. Em particular, estudaremos dois tipos: os VCSELs (*Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers*) que são lasers de cavidade vertical com emissão pela superfície e os convencionais EELs (*Edge-Emitting Lasers*) que são lasers com emissão pela borda ou emissão lateral. As diferenças estruturais e características de emissão são temas dos próximos capítulos. Os VCSELs apresentam características vantajosas em relação aos EELs como baixo limiar de operação, baixo preço de produção, perfil transversal de emissão circular e possibilidade de criação de redes de várias unidades num mesmo chip. Com todas essas vantagens, os VCSELs tem sido bastante estudados nos últimos anos e atualmente vem substituindo os EELs em diversas aplicações, principalmente em redes de computadores, sistemas de comunicação e sensores óticos. Até o ano de 2016, a empresa Finisar Corporation tinha encapsulado mais de 250 milhões de unidades. Uma das características mais diferenciam esses dois tipos de lasers é o fato de que, devido à sua estrutura, os VCSELs podem emitir luz polarizada em qualquer direção paralela ao plano da superfície de emissão. Ao contrário dos lasers EEL (*Edge-Emitting*) que só emitem luz com polarização linear paralela à borda de emissão, nos VCSELs é possível a emissão de luz circularmente, elipticamente ou linearmente polarizada em qualquer direção do plano perpendicular ao vetor de propagação. Esses possíveis modos de polarização emitidos podem apresentar uma dinâmica temporal não linear sob efeito de realimentação ótica, injeção ótica, modulação de parâmetros e até mesmo no regime de operação solitário.

Tanto os EELs quanto os VCSELs são tratados matematicamente através de modelos de equações de taxa. Mas devido à sua peculiaridade de emissão de luz polarizada em mais de uma direção, o VCSEL requer um modelo de equações que incluam essas características. Um modelo teórico proposto por San Miguel, Feng e Moloney em 1995 [3] chamado de modelo de giro de spin, SFM (*Spin-Flip Model*), é bastante usado na literatura para tratar os VCSELs. Esse modelo prevê toda essa dinâmica não linear apresentada pelos VCSELs e até os dias atuais seus resultados teóricos se ajustam bastante às medições experimentais. Nesta tese são mostrados alguns resultados experimentais e cálculos numéricos, baseados nas tradicionais equações de taxas para os lasers EEL e no modelo SFM, sobre a dinâmica caótica do laser e o efeito da

realimentação ótica na intensidade e na polarização. Sobre os EEL é apresentado um trabalho recentemente publicado [1] sobre o sincronismo de duas unidades acopladas eletronicamente. No caso dos VCSELs é estudada a dinâmica em diferentes escalas temporais da polarização da luz emitida com o laser operando tanto no regime solitário quanto sob ação de realimentação ótica. Nesse segundo caso, o laser apresenta desde oscilações rápidas na escala de nanosegundos devido à modulação feita pela realimentação ótica, até as chamadas flutuações de baixa frequência, LFF (*Low Frequency Fluctuations*). As LFFs são quedas irregulares na intensidade que acontecem em intervalos da ordem de centenas de nanosegundos podendo chegar até microsegundos.

Estudar a dinâmica da polarização do VCSEL requer que revisemos alguns conceitos sobre polarização. Por exemplo, o conceito luz não polarizada está diretamente ligado à dinâmica temporal da polarização emitida. Mesmo nos dias atuais (vale ressaltar que a natureza da polarização da luz é objeto de estudo desde o século XVIII) estudos sobre luz não polarizada e novos conceitos como tempo de polarização tem sido apresentados. Nesta tese, é feito um estudo sobre as características da polarização e a influência de sua dinâmica temporal na determinação do estado de polarização de um feixe emitido por um VCSEL através de conceitos como fator de polarização, tempo de polarização e coeficiente de polarização aleatória. A importância dos tempos de filtragem na obtenção desses coeficientes também é estudado.

A divisão desta tese é feita como se segue. No capítulo 2 é feita uma introdução sobre lasers de semicondutores baseada nos livros textos [4–9] e em dissertações e teses anteriores do laboratório de dinâmica de lasers do Departamento de Física da UFPE [10–12]. No capítulo 3 é mostrada a dinâmica de um laser tipo EDGE sob realimentação ótica. Este capítulo também tem como uma referência principal a tese de doutorado [13] que explica bem a dinâmica do regime de LFF. Também são mostrados os resultados experimentais e cálculos numéricos, baseados no modelo teórico de Lang e Kobayashi para EELs com realimentação ótica, sobre o acoplamento eletrônico de EELs caóticos. No capítulo 4 é apresentada a estrutura básica de um VCSEL e suas características de emissão. São feitas uma caracterização experimental do perfil transversal e um estudo sistemático mostrando a dependência do limiar de operação com a temperatura. No capítulo 5, inicialmente é feita uma revisão sobre a polarização da luz revisando conceitos como parâmetros de Stokes e Esfera de Poincaré. Ainda nesse capítulo são mostradas séries experimentais do feixe emitido após passar por um divisor de feixe polarizador. A emissão em dois modos de polarização linear é caracterizada tanto com séries temporais assim como gráficos de intensidade vs corrente injetada. O modelo SFM é introduzido e as soluções estacionárias de polarizações lineares são obtidas. Também no capítulo 5 são mostradas séries temporais experimentais para o laser solitário apresentando dinâmica nas intensidades das polarizações emitidas. Estatísticas de máximo de intensidade são mostradas para essa situação evidenciando pulsos raros com intensidade muito maiores que a média de todos os pulsos da série temporal. Diagramas de bifurcações para os máximos de intensidade são calculados teoricamente e o conceito de coeficiente de polarização aleatória é introduzido. No capítulo 6 é estudada a dinâmica das polarizações de um VCSEL sob efeito de realimentação ótica. Series temporais mostram diferentes tipos de regime de LFF caracterizados pela fase ou anti-fase entre as intensidade dos modos de polarização. Também é introduzido o termo de realimentação ótica no modelo SFM. Embora existam modelos que levam em conta várias idas e voltas da cavidade, nesta tese o termo de realimentação é adicionado de forma semelhante à proposta de

Lang-Kobayashi para a realimentação ótica em EEL, assim como na maioria dos trabalhos que tratam o VCSEL com realimentação. Depois, o conceito de luz não polarizada é discutido e conceitos como grau de polarização e tempo de polarização são introduzidos dando base a uma discussão sobre a influência do tempo de filtragem em medições experimentais na polarização medida. Por fim, no capítulo 7 são apresentadas as conclusões e perspectivas de trabalhos como acoplamento eletrônico e/ou ótico entre VCSELs e realimentação ótica incoerente.

Capítulo 2

Laser de semicondutor

Os primeiros efeitos de laser em materiais semicondutores foram observados em 1962 por diferentes grupos [14–17]. A amplificação da luz era resultado da transição de elétrons entre as diferentes bandas de energia do semicondutor. Como será visto ao longo deste capítulo, o bombeamento de corrente elétrica em junções compostas por diferentes tipos de semicondutores é fundamental para a recombinação entre os elétrons excitados presentes na banda de condução (portadores de cargas negativas) e buracos na banda de valência (ausência de elétrons, ou seja, portadores de carga positiva) do material. O meio de ganho era formado por homojunções (junções de um mesmo material) de *GaAs* (*Arseneto de Gálio*) do "tipo n" e "tipo p", as chamadas junções *p – n*. Os índices *n* e *p* significam que o *GaAs* é dopado com impurezas que doam elétrons para a banda de condução ou retiram elétrons da banda de valência, respectivamente. No primeiro caso, o *GaAs* é dito tipo *n*, pois os elétrons doados para banda de condução, que possuem cargas negativas, são os responsáveis pela condução no material. Já no segundo caso, onde são retirados elétrons da banda de valência, os portadores de cargas positivas, buracos, são responsáveis pela condução. Essa diferença ficará mais clara ao longo deste capítulo. As interfaces laterais do semicondutor davam origem a espelhos devido à diferença de índice de refração em relação ao meio externo (ar), formando assim uma cavidade ressonante. Um meio de amplificação com um bombeamento e uma cavidade ressonante são os ingredientes principais para o efeito laser. Porém, a utilidade prática desses lasers ainda era limitada, pois o alto valor da densidade de corrente para se alcançar o limiar ($50\text{kA}/\text{cm}^2$) inibia a operação contínua deste tipo de laser à temperatura ambiente. Outros semicondutores, além do *GaAs*, também passaram a ser usados para a fabricação de lasers desse tipo como *InAs*, *InP*, *GaAsP*, *GaInAs* e *InPAs*. A principal diferença entre esses materiais, do ponto de vista de aplicação na construção de lasers, é a diferença de energia E_g entre as bandas de condução e valência, chamada de *bandgap* ou simplesmente *gap*. A energia de transição de um elétron ΔE_{trans} é a diferença de energia entre os níveis final E_2 e inicial E_1 da transição. Um fóton é emitido quando acontece uma transição eletrônica da banda de condução para a banda de valência. Pelo princípio de conservação da energia, um fóton emitido tem a mesma energia da transição do elétron e é dada por:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \Delta E_{trans} \quad (2.1)$$

onde h é a constante de Planck, c a velocidade da luz no vácuo e λ o comprimento de onda do fóton emitido. Nos semicondutores a energia de transição é aproximadamente igual ao gap entre as bandas, ou seja $\Delta E_{trans} \approx E_g$. Portanto, o comprimento de onda da luz emitida depende

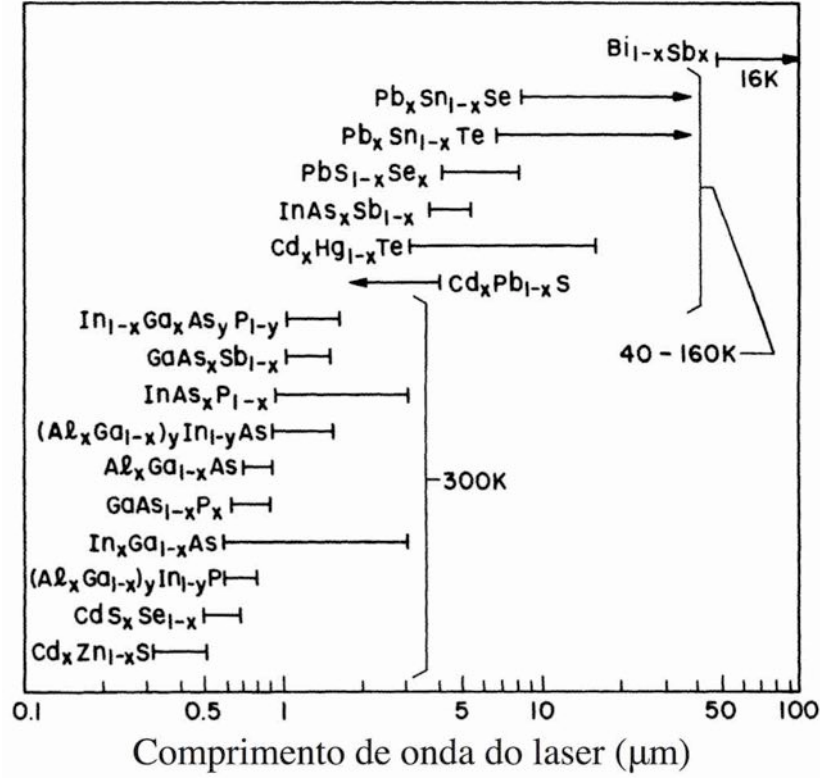


Figura 2.1 Comprimento de onda de emissão laser por sistemas formados por diferentes semicondutores. Os subíndices x e y significam as quantidades relativas de cada elemento químico no semicondutor. Adaptada de [5].

do tipo de semicondutor utilizado na junção e pode ser escrito em função de E_g na forma:

$$\lambda \approx \frac{hc}{E_g} \quad (2.2)$$

usando os valores de $h = 4,135667 \times 10^{-15} \text{ eVs}$, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ e a energia do gap E_g em unidades de eV (elétrons volts), é possível obter λ em unidades de nm usando a seguinte fórmula:

$$\lambda \approx \frac{1240,7 \text{ eV}}{E_g} \text{ nm} \quad (2.3)$$

A figura 2.1 mostra a variedade de materiais semicondutores e seus λ de emissão correspondentes. Ainda em meados da década de 1960, surgiu a idéia de que os lasers de semicondutores poderiam ser melhorados se uma camada de um semicondutor com menor *gap* de energia fosse colocada entre as duas camadas que antes formavam a homojunção. Este tipo de estrutura é conhecida como heterojunção. Somente em 1970 se conseguiu que lasers de heteroestrutura formada por camadas de GaAs e $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ operassem de forma contínua à temperatura ambiente [18]. O índice x representa a quantidade relativa de alumínio no composto. Ao passar

dos anos menores limiares de densidades de corrente necessárias para o funcionamento desses lasers foram sendo alcançadas como $J_{th} = 1,6 \text{ kA/cm}^2$ em 1970 [18] e $J_{th} = 0,5 \text{ kA/cm}^2$ em 1975 [19]. Os lasers de semicondutores usados nos experimentos dessa tese possuem uma densidade de corrente da ordem de $J_{th} = 1 \text{ kA/cm}^2$ com uma conversão de corrente em potência de $0,4 \text{ mW/mA}$. O laser de semicondutor passou a ser uma fonte de luz coerente prática, compacta e barata usada em inúmeras aplicações. Neste capítulo é explicado, de forma simples, o princípio de funcionamento de uma junção $p-n$ e também é feita uma revisão dos conceitos básicos da teoria do laser. As figuras 2.2 e 2.3 mostram o esquema do laser de semicondutor formado por uma homojunção e uma heterojunção $p-n$, respectivamente.

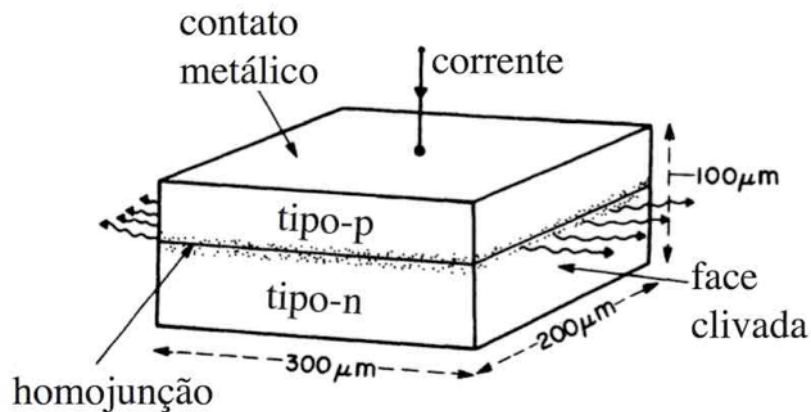


Figura 2.2 Homojunção $p-n$. Adaptada de [5].

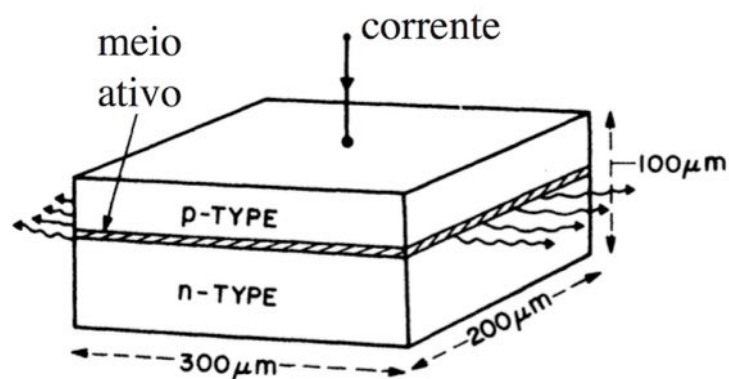


Figura 2.3 Heterojunção $p-n$. Adaptada de [5].

2.1 Junção $p-n$

Diferentemente de um laser de gás por exemplo, onde a transição eletrônica acontece entre níveis discretos de energia, nos semicondutores os elétrons ao serem excitados para um estado mais energético ou ao decaírem para um estado menos energético sofrem transições entre bandas que são compostas por um agrupamento de muitos níveis discretos. Os átomos possuem níveis discretos de energia, mas ao interagirem para criar um cristal esses níveis se misturam e formam as bandas. Essas bandas podem ser classificadas como banda de valência (os elétrons estão ligados aos átomos do material semiconductor) e banda de condução (os elétrons estão livres para se mover pelo semiconductor). As transições dos elétrons da banda de valência para a banda de condução se dá quando ele recebe no mínimo uma certa quantidade de energia. Esta energia mínima para transição é justamente a separação energética entre as bandas, o gap de energia E_g . O *gap* é uma região proibida. Ou seja, lá não existem níveis energéticos e portanto é uma região onde não existem portadores. O processo inverso também é possível, ou seja, se um elétron que está na banda de condução decair para a banda de valência então libera uma energia igual a, no mínimo, a energia do gap. Ao ir para a banda de condução, o elétron deixa um buraco na banda de valência que passará a se comportar como uma carga positiva. No processo de condução elétrica participam tanto o elétron da banda de condução quanto o buraco da banda de valência. Por este motivo, quando se faz referência aos semicondutores usa-se o termo portadores de carga, que se refere ao par elétron-buraco. Nos materiais isolantes a banda de valência está cheia de elétrons e o gap de energia entre as bandas é muito grande, assim, o elétron dificilmente irá passar para a banda de condução já que precisa de uma energia muito grande para isso. Já nos materiais condutores esse gap vai a zero e assim os elétrons da banda de valência com um mínimo de energia passam para a banda de condução onde estarão livres para conduzir eletricidade. Nos materiais semicondutores esse gap de energia é muito pequeno e pode variar entre 0,1 - 2eV aproximadamente. Para o *GaAs*, $E_g = 1,42\text{eV}$ à temperatura ambiente, por exemplo. Assim, com pouca energia já se consegue transferir portadores entre as bandas. Apenas variações de temperaturas são suficientes para que este efeito aconteça, ou seja, quanto maior a temperatura mais energizados ficam os elétrons da banda de valência e assim vão à banda de condução, com isso o material fica mais condutor. A distribuição dos elétrons na banda de condução e dos buracos na banda de valência é dada pela lei de Fermi-Dirac [4]. Esta lei diz que a probabilidade de um estado de energia E ser ocupado por um portador é:

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_f)/k_B T} + 1} \quad (2.4)$$

onde E_f é a energia de Fermi (ou nível de Fermi) que significa a fronteira entre estados vazios e cheios para $T \rightarrow 0$, ou seja, todos os elétrons encontram-se abaixo de E_f . A temperatura absoluta é representada por T e k_B é a constante de Boltzmann. A figura 2.4 representa de forma ilustrativa as bandas de um semiconductor e o nível de fermi para $T = 0$. A cor escura na banda de valência representam os elétrons. A cor branca na banda de condução representa a ausência de elétrons, os buracos. Alguns elétrons e buracos também são representados pelas bolinhas pretas e brancas, respectivamente. Já a figura 2.5 mostra a probabilidade de se encontrar elétrons em função de E para $T = 0$. De acordo com a equação 2.4 para $T = 0$ a probabilidade $f(E)$ do estado E estar ocupado por um elétron só pode assumir dois valores: 1 se $E < E_f$ ou

0 se $E > E_f$. Isso significa que para $T = 0$ só existem elétrons em estados de energia acima de E_f . Abaixo desse valor só existem buracos, ou seja ausência de elétrons, como é mostrado na figura 2.4.

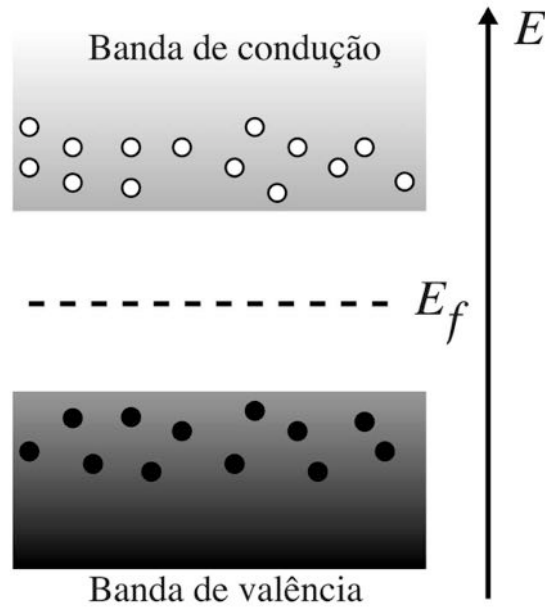


Figura 2.4 Bandas de energia e nível de Fermi para $T = 0$.

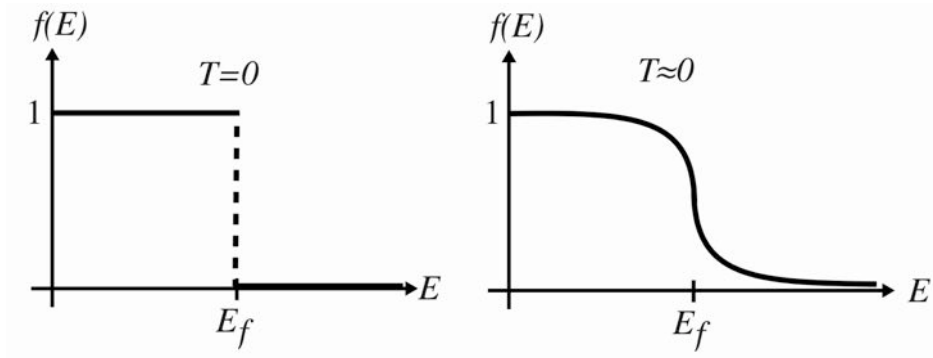


Figura 2.5 Função probabilidade $f(E)$ do estado de energia E estar ocupado para $T = 0$ (esquerda) e $T \approx 0$ (direita).

Um semiconductor pode ser classificado quanto à distribuição dos elétrons nas bandas de energia. Se o nível de Fermi estiver na banda de condução, então nela existem portadores de carga negativa, elétrons, que estão livres para se movimentar e realizar a condução através desta banda, logo o semiconductor é dito do tipo n . Por outro lado, se o nível de Fermi estiver na banda de valência, então nela existem portadores de carga positiva, buracos, que estão livres

e realizam a condução nesta banda, logo o semiconductor é dito do tipo p . A figura 2.6 mostra de forma qualitativa semicondutores do tipo p e do tipo n para $T = 0$.

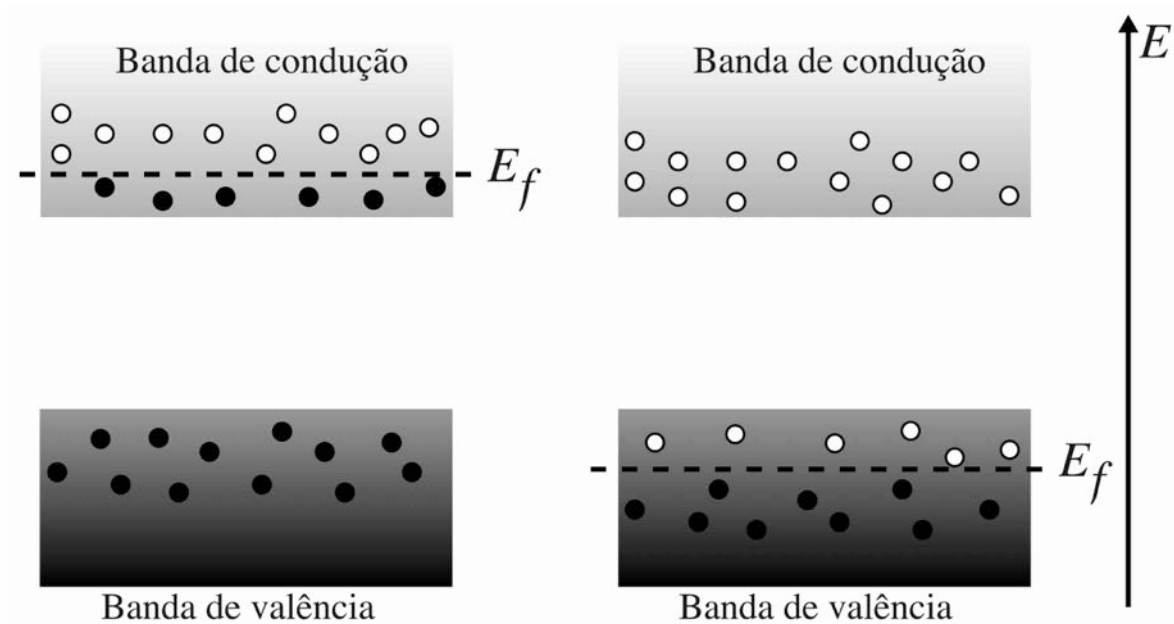


Figura 2.6 Bandas de energia e nível de Fermi em $T = 0$ para semicondutores tipo n (esquerda) e tipo p (direita).

Os exemplos mostrados nas figuras 2.4 e 2.6 são chamados de semicondutores intrínsecos, pois não possuem nenhuma impureza na sua composição. Porém é possível escolher se um semiconductor deve ser do tipo n ou tipo p dopando-o com impurezas, ou seja, adicionando átomos dentro do cristal dando origem aos chamados semicondutores extrínsecos. Os átomos destas impurezas são eletricamente neutros, mas podem ter tendência de doar ou receber elétrons. Se a impureza tende a perder elétrons deixando para trás íons positivos e se esses elétrons da impureza estão em níveis de energias próximos àqueles da banda de condução, ao serem excitados facilmente irão para a banda de condução, formando assim um semiconductor tipo n . Mas se as impurezas tendem a ganhar elétrons e possuem níveis de energia próximo àqueles da banda de valência, então os elétrons do semiconductor, ao serem excitados, irão ocupar os níveis energéticos extras criados pelas impurezas tornando-as íons negativos e deixando cargas positivas (buracos) na banda de valência, formando assim um semiconductor tipo p . A figura 2.7 indica esquematicamente como o processo de dopagem de um semiconductor tipo n e p . As setas pequenas indicam na figura da esquerda que o elétron foi doado da impureza (representada pelos círculos maiores) para a banda de condução fazendo assim um semiconductor do tipo n e a impureza se torna um íon positivo. Já na figura da direita o elétron que estava na banda de valência foi recebido pela impureza deixando um buraco nessa banda, fazendo assim o semiconductor ser do tipo p e a impureza se tornar um íon negativo.

Quando o semiconductor não está em equilíbrio térmico é possível ter elétrons na banda de condução e consequentemente buracos na banda de valência. Esta é uma condição fundamental

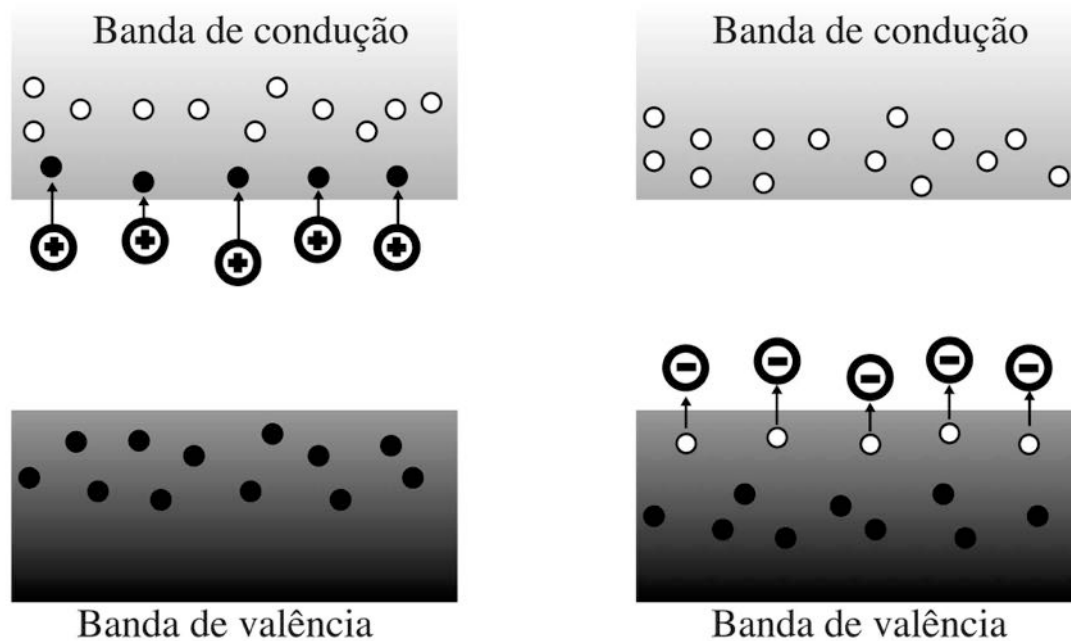


Figura 2.7 Dopagem para semicondutores tipo n (esquerda) e tipo p (direita). Os círculos maiores representam as impurezas e o sinal de "+" ou "-" indica se a impureza se tornou um íon positivo ou negativo depois de perder ou ganhar um elétron. As bolinhas brancas menores representam buracos e as pretas elétrons.

para que aconteça radiação devido à transição eletrônica da banda de condução para a banda de valência. Nesta condição é apropriado usar os chamados níveis de *quasi*-Fermi para cada banda. Os níveis de *quasi*-Fermi são níveis de energia associados ao equilíbrio intrabanda, como é mostrado na figura 2.8. O nível *quasi*-Fermi da banda de condução E_{fc} representa a fronteira entre elétrons e buracos na banda de condução, assim como o nível *quasi*-Fermi da banda de valência E_{fv} também representa a fronteira entre tipos de portadores. Os lasers de semicondutor são formados por uma junções p - n . Uma junção p - n é formada colocando um semicondutor tipo n e um tipo p em contato. Na interface da junção existe uma enorme diferença de portadores em cada banda, podendo chegar a várias ordens de grandeza. Esta diferença faz com que exista uma difusão dos elétrons da banda de condução da região tipo n para a banda de condução da região tipo p , deixando a região tipo n com íons positivos (Representados por círculos com um sinal positivo na figura 2.9). O mesmo acontece com os buracos na banda de valência, que por difusão tendem a ir região p para a n , deixando íons negativos (Representados por círculos com um sinal negativo na figura 2.9) na região p . Na região da junção, existe um campo elétrico criado devido aos íons, gerando uma corrente de deriva de portadores contrária à difusão. No equilíbrio, o número de portadores que deixam essa região devido à difusão é igual ao número de portadores que chegam à região devido à corrente de deriva. A região da junção é chamada de região ativa ou meio ativo, pois é a região onde pode coexistir elétrons na banda de condução e buracos na banda de valência. Isso permite que exista a possibilidade

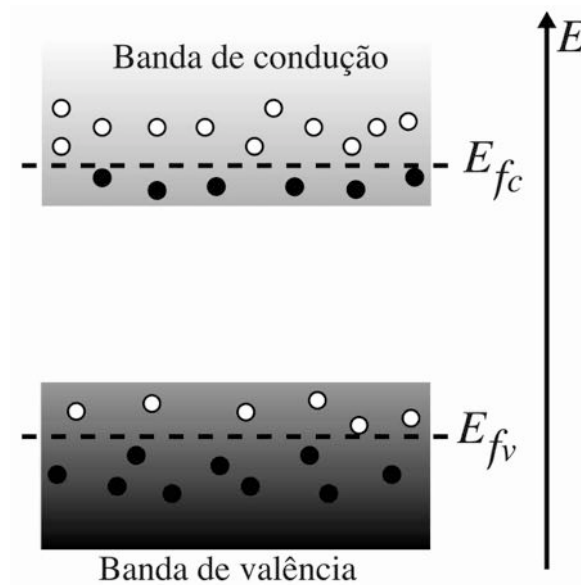


Figura 2.8 Bandas do semicondutor fora do equilíbrio, mas com equilíbrio intrabanda - Níveis de *quasi-Fermi*

de acontecer uma transição eletrônica ou, como também é chamada, recombinação de um par elétron-buraco. Os mecanismos de recombinação de um par elétron-buraco no geral podem ser classificados em dois grupos, recombinação radiativa e não radiativa. As recombinações não radiativas em geral não são importantes para o efeito laser no semicondutor, por isso nessa tese não serão abordados esses tipos de processos. Os processos radiativos ocorrem quando um elétron da banda de condução se recombina com um buraco na banda de valência e a diferença entre os níveis de energia é convertida na emissão de um fóton. Os processos óticos associados com transições radiativas são absorção, emissão espontânea e emissão estimulada, como são mostrados na figura 2.10. No processo de emissão espontânea os fótons são emitidos em direções aleatórias sem nenhuma relação de fase entre si. Já no processo de emissão estimulada o fóton gerado tem frequência, direção e sentido de propagação iguais ao fóton inicial. É importante notar que quando o sistema está em equilíbrio a região ativa possui muito mais elétrons do que buracos na banda de valência e muito mais buracos do que elétrons na banda de condução. Assim, quando um fóton interage com o material semicondutor é mais provável que aconteça o processo de absorção do que o processo de emissão estimulada, portanto, a junção não está amplificando o sinal de luz e sim absorvendo. Porém, com uma excitação externa capaz de diminuir a barreira de potencial existente na região ativa, isto é, diminuir o campo elétrico e consequentemente a corrente de deriva, é possível aumentar o número de portadores nessa região. Em outras palavras, com uma tensão externa aplicada na junção de tal forma que o pólo positivo seja ligado na região p e o pólo negativo seja ligado na região n, acontece uma injeção de elétrons na banda de condução e de buracos na banda de valência da região ativa. Quando o número de portadores na região ativa é suficientemente grande para que as probabilidades de emissão estimulada e absorção sejam iguais, então é dito que houve uma inversão

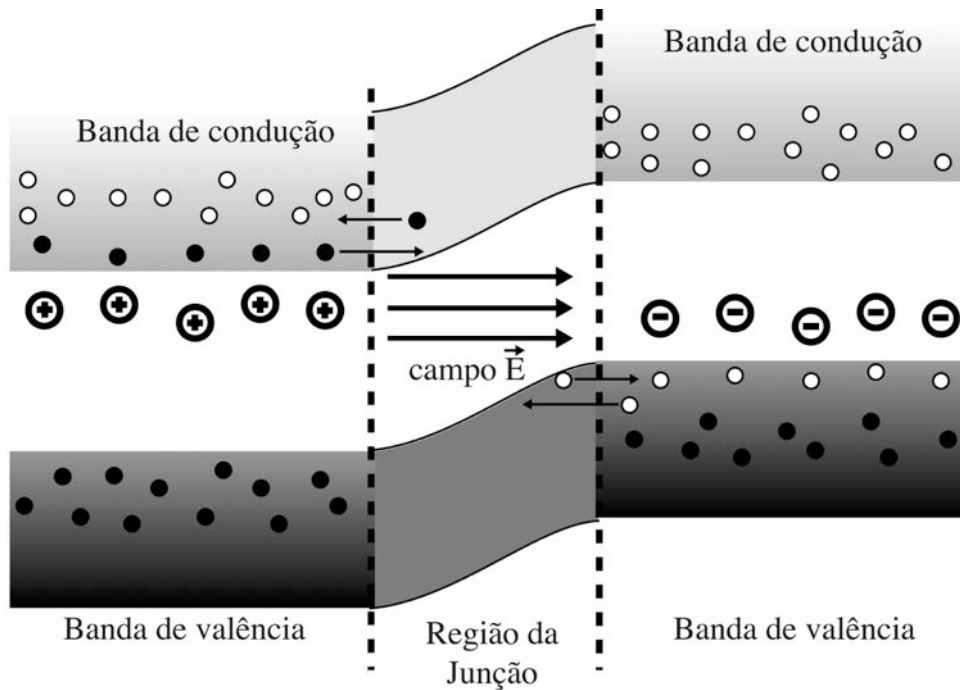


Figura 2.9 Esquema qualitativo mostrando a formação de uma junção *p-n*.

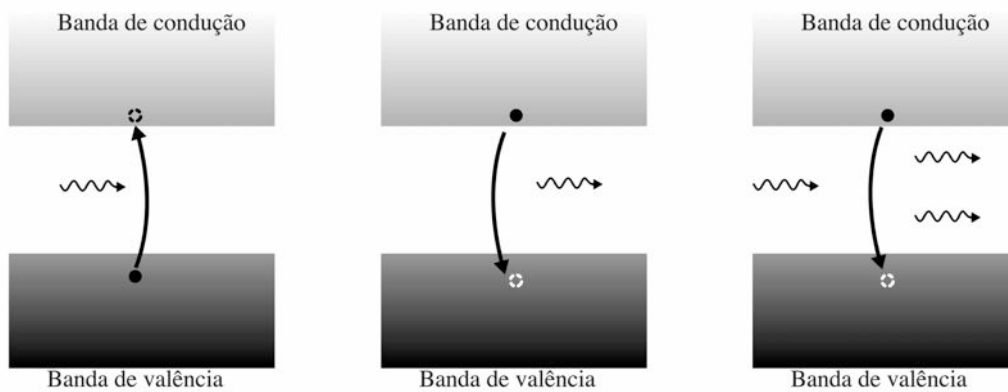


Figura 2.10 Recombinação Radiativa. Absorção (esquerda), emissão espontânea (centro) e emissão estimulada (direita).

de população. O meio é dito transparente, devido à igualdade nas probabilidades antes mencionadas. Seja, N_0 o número de portadores necessários para a transparência, se a tensão aplicada no semiconductor continuar aumentando até número de portadores na região ativa passe de N_0 , então a probabilidade de ocorrer uma emissão estimulada passa a ser maior que a probabilidade de ocorrer uma absorção. Assim, o semiconductor passa a amplificar o sinal de luz, ou seja, a região ativa da junção passa a ter ganho ótico e o efeito laser é observado nos semicondutores.

Para uma homojunção, conforme foi descrito anteriormente, o ganho ótico é limitado pois a região ativa é muito pequena, da ordem de $0,01\mu\text{m}$ e não existe nenhum mecanismo de confinamento dos portadores nessa região. Uma solução para o problema do confinamento dos portadores é construir uma heterojunção onde é colocado entre as regiões tipo *n* e tipo *p* uma camada de semiconductor de de gap de energia menor que o gap das regiões *n* e *p*. A região onde essa camada é colocada passa a ser chamada de meio ativo, camada ativa ou região ativa. Dessa forma, uma vez que os portadores estão na região ativa, não podem passar para as regiões *p* e *n* devido à barreira de potencial gerada pela diferença entre os gaps de energia. Outro fato importante é que o índice de refração da camada ativa é maior que o índice de refração das regiões tipo *p* e *n* que a envolve e isso faz com que haja um confinamento do modo ótico perto da camada ativa, caracterizando assim um guia de onda dielétrico. A espessura da região de ganho agora é determinada pela espessura da região ativa que é tipicamente $0.1\text{-}0.3\mu\text{m}$. A figura 2.11, mostra esquematicamente as características de uma heterojunção. Nos próximos

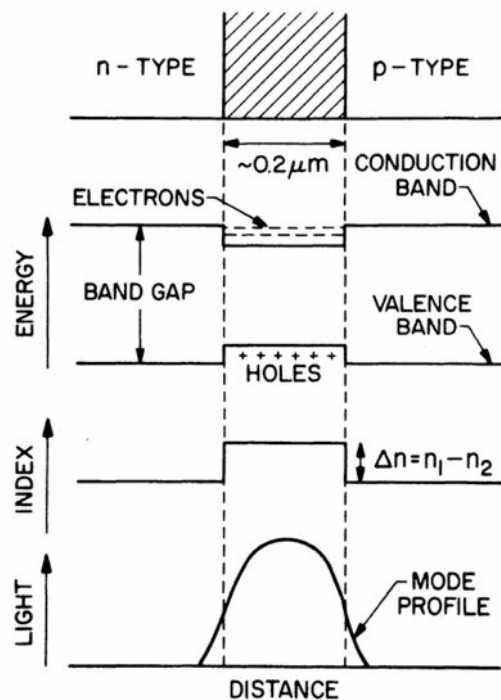


Figura 2.11 Características de uma heterojunção. Adaptada de [5]

capítulos serão tratados lasers de semiconductor com meio ativo formado por várias camadas de semicondutores com *bandgaps* e índices de refração maiores e menores alternadamente. Essas camadas são tão finas que acontece confinamento quântico dos portadores nos poços de potencial gerados devido à diferença de *bandgap* dessas camadas. Esses lasers são chamados de lasers de poço quântico (*quantum well lasers*).

2.2 Interação da luz com a matéria

Nesta seção é apresentada uma rápida revisão sobre os conceitos básicos da teoria dos lasers de semicondutores baseada na Ref. [5]. Um laser é um oscilador bombeado externamente formado por um meio de ganho que é colocado dentro de uma cavidade ótica para gerar realimentação necessária para o ganho se igualar às perdas e o excesso de energia injetada é transformada em luz coerente através de emissão estimulada. Nos lasers de diodo o material semiconductor é bombeado injetando portadores no meio ativo através de uma corrente I , como foi visto na seção anterior. Nenhuma cavidade externa é necessária para o funcionamento do laser desde que as interfaces entre as bordas laterais na direção $\hat{z}$ do meio de ganho do semiconductor e o ar sirvam como uma cavidade gerando realimentação ótica suficiente. A diferença de índice de refração nessas interfaces funcionam como espelhos, como é mostrado nas figuras 2.12 e 2.13. A condição de limiar do laser é alcançada quando a corrente de injeção atinge um valor crítico I_{lim} de tal forma que o ganho é suficientemente grande para se igualar as perdas da cavidade ótica.

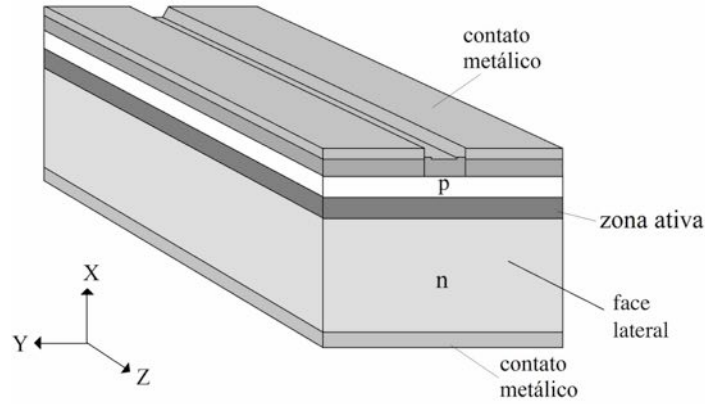


Figura 2.12 Estrutura de um laser de semiconductor de heterojunção.

A descrição matemática de todos fenômenos óticos são baseados nas equações de Maxwell. No sistema MKS de unidades, as equações dos campos elétrico e magnéticos são da forma:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (2.5a)$$

$$\nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (2.5b)$$

$$\nabla \cdot D = \rho_f \quad (2.5c)$$

$$\nabla \cdot B = 0 \quad (2.5d)$$

onde E e H são os vetores campo elétrico e magnético, respectivamente, e D e B são os vetores

densidades de fluxo elétrico e magnético correspondentes. O vetor densidade de corrente J e a densidade de carga ρ_f representam as fontes para o campo eletromagnético. As equações de Maxwell podem ser usadas para obter a equação de onda que descreve a propagação de um campo ótico dentro de um meio. Tomando o rotacional da equação 2.5a resulta que:

$$\nabla \times \nabla \times E = -\mu_0 \frac{\partial (\nabla \times H)}{\partial t} \quad (2.6)$$

onde foi usado a relação $B = \mu_0 H$ para meios não magnéticos. Usando a equação 2.5b as relações $D = \epsilon_0 E + P$ e $J = \sigma E$ para um meio dielétrico é possível reescrever a equação 2.6 em termos de E e P :

$$\nabla \times \nabla \times E = -\mu_0 \sigma \frac{\partial E}{\partial t} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (2.7)$$

onde ϵ_0 é a permissividade elétrica no vácuo, μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo, P é o vetor polarização induzida e σ é a condutividade do meio. O lado esquerdo da equação 2.7 pode ser simplificado usando a identidade vetorial:

$$\nabla \times \nabla \times E = \nabla (\nabla \cdot E) - \nabla^2 E \quad (2.8)$$

Na ausência de cargas livres $\rho_f = 0$. Da equação 2.5c e da relação entre D, E e P resulta que:

$$\nabla \cdot D = \epsilon_0 \nabla \cdot E + \nabla \cdot P = 0 \quad (2.9)$$

O termo $\nabla \cdot P$ é desprezível na maioria dos casos de interesse prático [5], assim uma boa aproximação é $\nabla \cdot E = 0$, e consequentemente $\nabla \times \nabla \times E = -\nabla^2 E$. Logo, a equação 2.7 fica:

$$\nabla^2 E - \frac{\sigma}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial E}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \quad (2.10)$$

onde foi usada a relação $\mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$ e c é a velocidade da luz no vácuo. Os vetores E e P podem ser escritos na forma:

$$E(x, y, z, t) = \Re[\mathcal{E}(x, y, z) e^{-i\omega t}] \quad (2.11a)$$

$$P(x, y, z, t) = \Re[\mathcal{P}(x, y, z) e^{-i\omega t}] \quad (2.11b)$$

onde $\omega = 2\pi\nu$ é a frequência ótica angular e $\nu = c/\lambda$ é a frequência de oscilação do campo ótico no vácuo para o comprimento de onda λ . Os vetores complexos $\mathcal{E}$ e $\mathcal{P}$ são as componentes do campo e da polarização independentes do tempo da solução estacionária. Aplicando as relações das equações 2.11a e 2.11b na equação 2.10 se obtém:

$$\nabla^2 \mathcal{E} + \kappa_0^2 \left(1 + i \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} \right) \mathcal{E} = - \frac{\kappa_0^2}{\epsilon_0} \mathcal{P} \quad (2.12)$$

onde $\kappa_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda$ é o número de onda do vácuo. No regime estacionário é considerando que a resposta do meio ao campo é linear. Isso significa que polarização varia linearmente com o campo:

$$\mathcal{P} = \epsilon_0 \chi(\omega) \mathcal{E} \quad (2.13)$$

Para um meio isotrópico, a susceptibilidade complexa χ é um escalar e depende da frequência. É conveniente separar χ em duas partes:

$$\chi(\omega) = \chi_0(\omega) + \chi_b(\omega) \quad (2.14)$$

onde $\chi_0(\omega) = \chi'_0(\omega) + i\chi''_0(\omega)$ é a susceptibilidade do meio na ausência de corrente bombeio externo. O termo $\chi_b(\omega) = \chi'_b(\omega) + i\chi''_b(\omega)$ é a contribuição adicional na susceptibilidade devido ao bombeio externo. No caso dos lasers de semicondutores, a corrente de injeção é a fonte do bombeio e χ_b depende da concentração de portadores no meio ativo. Ao usar a equação 2.13 para eliminar a polarização elétrica $\mathcal{P}$ na equação 2.12 e também usando a equação 2.14 é obtida a equação de onda independente do tempo:

$$\nabla^2 \mathcal{E} + \epsilon \kappa_0^2 \mathcal{E} = 0 \quad (2.15)$$

onde foi introduzida a constante dielétrica relativa complexa

$$\epsilon = \epsilon_m + i\chi''_0 + \chi_b + i \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} \quad (2.16)$$

onde $\epsilon_m = 1 + \chi'_0$ é a constante dielétrica relativa do meio sem bombeio externo. A equação de onda 2.15 a princípio pode ser usada para obter a estrutura dos modos espaciais do campo ótico, pois os modos do oscilador laser são as soluções estacionárias desta equação satisfazendo as condições de contorno impostas pela estrutura do laser em questão. Como foi dito na seção anterior, a estrutura básica de um laser de semicondutor consiste de uma camada fina colocada entre duas camadas diferentes, assim o campo elétrico $\mathcal{E}$ é uma função de x , y e z . Na

operação multimodo, os modos óticos são denotados como $\mathcal{E}_{p,q,m}$, onde os índices p , q e m se referem aos modos espaciais transversais na direção x e y e o modo longitudinal na direção z , respectivamente. Para simplificar a descrição do laser, nesta dissertação a dependência espacial do campo E não é levada em consideração. Isso se deve ao fato de que toda esta dinâmica da interação do campo com a matéria acontece numa região muito pequena. Assim, podemos considerar apenas a dependência temporal dessa interação. Isso da origem às equações de taxa para a intensidade e número de portadores (que serão introduzidas posteriormente). Essa equações são muito usadas na literatura e descrevem bem a dinâmica do laser de semicondutor. Para uma compreensão das características do campo dentro da cavidade ótica, será feita uma estudo básico somente da dependência longitudinal (direção de propagação, z) considerando as soluções de ondas planas da equação 2.15. É mais conveniente descrever as características de propagação de uma onda plana em um meio em termos de duas constante óticas, o índice de refração η e o coeficiente de absorção α_{abs} . Considerando uma onda plana estacionária solução da equação 2.15 na direção de z temos que:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 e^{ikz} \quad (2.17)$$

onde $\mathcal{E}_0$ é a amplitude constante do campo elétrico. A constante complexa de propagação k é determinada substituindo a equação 2.17 na equação 2.15 e é dada por

$$k = k_0 \sqrt{\epsilon} = k_0 \eta \quad (2.18)$$

onde η é o índice de refração complexo que pode ser escrito em função do coeficiente de absorção e do numero de onda como

$$\eta = \eta' + i \left(\frac{\alpha_{abs}}{2k_0} \right) \quad (2.19)$$

onde η' é o índice de refração do meio. Assim, a constante complexa de propagação pode ser escrita como:

$$k = \eta' k_0 + i \left(\frac{\alpha_{abs}}{2} \right) \quad (2.20)$$

Usando a equação 2.18 tem-se que

$$\epsilon = \eta^2 = \eta'^2 + i \left(\frac{\alpha_{abs}}{k_0} \eta' \right) - \frac{\alpha_{abs}^2}{4k_0^2} \quad (2.21)$$

Nos semicondutores a parte imaginária do índice de refração complexo é muito pequena se compara à parte real. Usando esta aproximação e comparando as equações 2.16 e 2.21

encontra-se que:

$$\eta' = \sqrt{\epsilon'} = \sqrt{\epsilon_m + \chi_b'} \quad (2.22)$$

$$\alpha_{abs} = \frac{k_0}{\eta'} \epsilon'' = \frac{k_0}{\eta'} \left(\chi_0'' + \chi_b'' + \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega} \right) \quad (2.23)$$

As equações 2.22 e 2.23 mostram explicitamente como o índice de refração e o coeficiente de absorção são afetados por um bombeio externo no material semiconductor representado por χ_b . Geralmente $\chi_b' \ll \epsilon_m$ [5], então a parte real do índice de refração do meio sob ação de bombeio externo representado na equação 2.22 é aproximado por

$$\eta' = \eta_m + \Delta\eta_b \quad (2.24)$$

onde $\eta_m = \sqrt{\epsilon_m}$ é o índice de refração do material sem o bombeio e $\Delta\eta_b = \chi_b'/2\eta_m$ é a variação do índice de refração devido ao bombeio externo. Na presença de um bombeio externo, o índice de refração do meio semiconductor sofre uma redução, ou seja, $\Delta\eta_b < 0$. Mesmo que esta redução seja na maioria das vezes menor que 1%, isso afeta significativamente a estática, dinâmica e as características espectrais do laser de semiconductor diferentemente de outros lasers, como o de gás por exemplo, onde $\Delta\eta_b = 0$ [9]. O coeficiente de absorção dado pela equação 2.23 tem três contribuições vindas de três diferentes fontes. O termo χ_0'' está relacionado com as perdas do material, já o termo χ_b'' é responsável pela redução destas perdas através do bombeio externo. É conveniente descrever o efeito combinado das perdas do material e sua redução devido ao bombeio externo como o ganho ótico:

$$g = -\frac{k_0}{\eta_m} (\chi_0'' + \chi_b'') \quad (2.25)$$

O último termo da equação 2.23 $\alpha_{int} = k_0 \sigma / \epsilon_0 \omega \eta'$ está relacionado com outras perdas internas que geralmente ocorrem no semiconductor. Alguns mecanismos como absorção de portadores livres e espalhamento na interface da heteroestrutura contribuem para estas perdas internas. O coeficiente de absorção pode então ser escrito como:

$$\alpha_{abs} = -\Gamma g + \alpha_{int} \quad (2.26)$$

O fator constante Γ conhecido como fator de confinamento é introduzido fenomenologicamente e representa a fração da energia da onda contida na região ativa. Para uma descrição

fenomenológica mais simples do laser de semicondutor o fator de confinamento pode ser considerado igual a 1. Quando o bombeio externo compensa as perdas internas e as perdas do material, tal que $\alpha_{abs} = 0$, então é obtida a condição de transparência do material e, uma vez obtida a condição de transparência, para qualquer acréscimo no bombeio externo o meio passa a amplificar o campo incidente.

2.3 Lasers com emissão pela borda - EEL

A estrutura de um exemplo de laser de semiconductor de heterojunção foi mostrada na figura 2.12. Esse tipo de laser de semiconductor é chamado de laser com emissão pela borda ou emissão lateral, EEL (Edge-Emitting Lasers). O meio de ganho é formado por uma região ativa e a cavidade ótica ressonante é formada por espelhos nas laterais, conforme é mostrado na figura 2.13. Esses espelhos são formados pelas interfaces entre a o material semiconductor e o ar em $z = 0$ e $z = L$ devido à diferença de índice de refração. A cavidade ótica amplifica então os modos que se propagam na direção $\hat{z}$ e portanto a emissão do laser é acontece pela lateral do dispositivo.

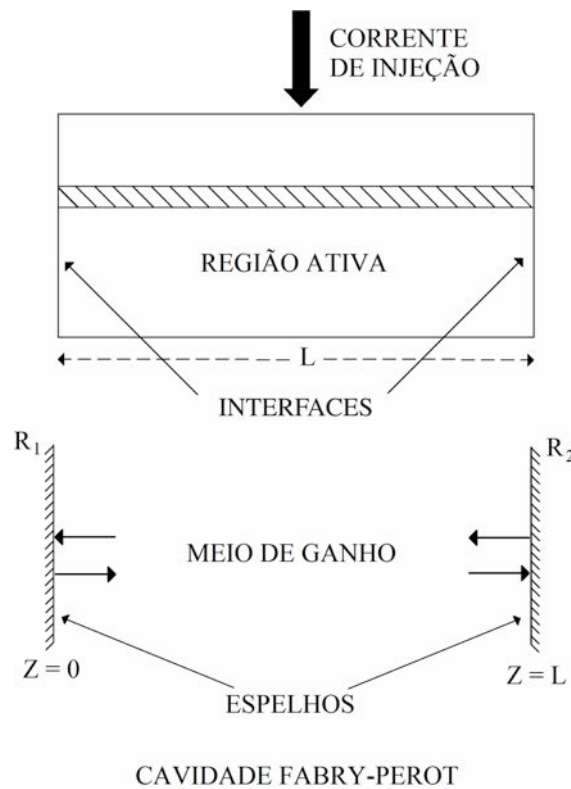


Figura 2.13 Vista lateral (plano xz) da heteroestrutura do laser de semiconductor (acima) e a Cavidade Fabry-Perot formada pelos espelhos das interfaces em $z = 0$ e $z = L$.

2.3.1 A cavidade ótica e a condição de limiar

Para se obter a condição de limiar do laser é necessário que o campo ótico seja o mesmo depois de uma ida e volta dentro da cavidade de comprimento l . Sejam R_1 e R_2 as refletividades das interfaces da cavidade com o meio externo, então a mudança líquida na amplitude do campo após uma volta na cavidade é definida como unitária na condição de limiar do laser. Isso resulta na condição 2.27:

$$R_1 R_2 \exp((g - \alpha_{abs})\ell) \exp(2ik(\omega)\ell) = 1, \quad (2.27)$$

Com $k(\omega) = \frac{\eta\omega}{c}$ sendo o vetor de propagação que depende da frequência $k(\omega)\ell = \omega\tau_{in}$, com τ_{in} sendo o tempo de ida na e volta na cavidade. Separando a equação 2.27 na parte real e imaginária, obtemos respectivamente a condição de oscilação para o ganho e a condição de ressonância para a constante de propagação:

$$g_{th} = \alpha_{abs} + \frac{1}{2\ell} \ln \left(\frac{1}{R_1 R_2} \right), \quad (2.28)$$

$$k(\omega)\ell = \pi m. \quad (2.29)$$

A primeira condição 2.28, está relacionada com o ganho no limiar e expressa o fato de que o ganho feito por um bombeamento externo g deve balancear as perdas totais. A condição 2.29 é usada para calcular a frequência de modo longitudinal de operação do laser. O ressonador em conjunto com o meio ativo apresenta um espectro de frequências dependente do comprimento da cavidade e o índice de refração do meio η . O laser tende a oscilar na frequência do modo suportado pela cavidade que apresenta o máximo ganho. As possíveis frequências de emissão são dadas pela expressão $\nu = mc/2\ell\eta$. Para calcular a separação $\Delta\nu$ entre os modos de emissão adjacentes ou espaçamento entre modos longitudinais, é preciso considerar a dispersão do meio semiconductor.

2.3.2 Equações de taxa e descrição fenomenológica

Consideramos novamente a equação 2.27, a qual fornece o ganho após uma ida e volta no interior da cavidade.

$$G_r = R_1 R_2 \exp((g - \alpha_{abs})\ell) \exp(2ik(\omega)\ell) \quad (2.30)$$

A constante de propagação da onda electromagnética no meio ativo pode ser expandida para valores em torno do limiar. A condição de limiar pode ser escrita em função de dois termos $G_r = G_1 G_2$, onde só um deles é dependente da frequência

$$\begin{aligned} G_1 &= R_1 R_2 \exp((g - \alpha_{abs})\ell) \exp(-i\phi_G), \\ G_2 &= \exp \left(-2i \frac{\omega_{th}\ell}{c} \left[\eta' + \frac{\eta}{\omega_{th}} (\omega - \omega_{th}) \right] \right), \\ \phi_G &= 2 \frac{\omega_{th}\ell}{c} \frac{\partial \eta}{\partial N} (N - N_{th}). \end{aligned} \quad (2.31)$$

O primeiro termo em G_2 corresponde a uma fase arbitraria que pode ser considerada como zero ou múltiplos de 2π . O segundo termo esta associado com o tempo efetivo de ida e volta dentro

da região ativa τ_{in} . Assim, G_2 pode ser escrito como:

$$G_2 = \exp(-i\tau_{in}(\omega - \omega_{th})) = \exp(i\omega_{th}\tau_{in}) \exp\left(-i\tau_{in}\frac{d}{dt}\right). \quad (2.32)$$

Havendo descrito a expressão para o ganho G_r , o campo eletromagnético da cavidade satisfaz a seguinte condição:

$$E(t) = G_r E(t). \quad (2.33)$$

O campo elétrico pode ser separado em amplitude e fase: $E(t) = \hat{E}(t)\exp(-i\omega_{th}t)$. A fase oscila rapidamente com a frequência ω_{th} , em quanto que a amplitude $\hat{E}(t)$ constitui o envelope lento da oscilação ótica. Portanto, usando a equação 2.33, a nova condição para o campo eletromagnético é:

$$\hat{E}(t) = G_1 \hat{E}(t - \tau_{in}). \quad (2.34)$$

Como τ_{in} esta na ordem dos picosegundos, o campo pode ser expandido tal que $\hat{E}(t - \tau_{in}) = \hat{E}(t) - \tau_{in}d\hat{E}(t)/dt$. Usando a anterior equação e 2.34 encontramos que

$$\frac{d\hat{E}(t)}{dt} = \frac{1}{\tau_{in}} \left(1 - \frac{1}{G_1}\right) \hat{E}(t). \quad (2.35)$$

Quando o laser atinge o limiar de operação, o ganho G_1 é proximo à unidade, por isto, pode também ser expandido. Usando 2.31 obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{G_1} &= \exp\left(-(g - \alpha_{abs})\ell - \frac{1}{2}\ln(R_1 R_2) + 2i\frac{\omega_{th}\ell}{c}\frac{\partial\eta}{\partial N}(N - N_{th})\right) \\ &\approx 1 - (g - \alpha_{abs})\ell - \frac{1}{2}\ln(R_1 R_2) + 2i\frac{\omega_{th}\ell}{c}\frac{\partial\eta}{\partial N}(N - N_{th}). \end{aligned} \quad (2.36)$$

A dependência do ganho com o número de portadores N , pode ser aproximada fenomenologicamente pela observação de que na frequência de operação do laser, o ganho varia quasilinearmente com o número de pares eletrón-buraco da região ativa. Isto acontece para todos os valores da corrente de injeção. Assim, o ganho pode ser aproximado por:

$$g(N) = \left.\frac{\partial g}{\partial N}\right|_{N_0} (N - N_0). \quad (2.37)$$

Efetuando a linearização em torno do valor de limiar

$$g(N) = g_{th} + \left.\frac{\partial g}{\partial N}\right|_{N_{th}} (N - N_{th}). \quad (2.38)$$

O ganho por segundo define-se como $G(N) = v_g g(N) = G_N(N - N_0)$, levando em conta que $G_N = v_g \left. \frac{\partial g}{\partial N} \right|_{N_{th}}$. N_0 é o número de portadores necessário para o meio atingir a transparência pois $g(N_0) = 0$. Usando o anterior, é possível escrever:

$$G(N) = \frac{1}{\tau_{ph}} + G_N(N - N_{th}). \quad (2.39)$$

Consideramos o acoplamento entre as partes real e imaginária da susceptibilidade dependente dos portadores segundo as equações de Kramers-Kronig. A conexão entre estas duas quantidades pode ser descrita de maneira simples pela introdução do quociente das derivadas com respeito à densidade de portadores, conhecido como parâmetro alfa α :

$$\alpha = -\frac{d[Re\{\chi(N)\}]/dN}{d[Im\{\chi(N)\}]/dN} = \frac{Re(\chi_b)}{Im(\chi_b)} = -2\frac{\omega}{c} \frac{\partial n_a / \partial N}{\partial g / \partial N}. \quad (2.40)$$

Como $\partial g / \partial N$ é sempre positivo e o termo $\partial n_a / \partial N$ é sempre negativo, o parâmetro α é um número positivo e adimensional. Qualquer mudança na parte real da susceptibilidade (mudança na frequência) deve estar acompanhada de uma mudança na parte imaginária (mudança no ganho). Assim, o fator α depende da dessintonização entre a frequência no pico do ganho do material. Este parâmetro marca a principal diferença entre os lasers de semicondutor e os lasers de sistema de níveis discretos de energia que possuem este parâmetro nulo na ressonância, pois a curva de ganho para o sistema de níveis discretos é simétrica e não existem efeitos dispersivos no ganho, diferentemente do semicondutor, no qual a curva de ganho é assimétrica e seu pico está numa frequência para a qual o índice de refração induzido pelos portadores não é nulo. Assim, o fator influencia muito nas propriedades espectrais do laser. A largura de linha do campo do laser, $\Delta\omega_0$ é dada pela equação:

$$\Delta\omega_0 \propto \frac{\kappa'}{\bar{S}} (1 + \alpha^2), \quad (2.41)$$

onde κ' é a taxa de decaimento do fóton (inverso do tempo de vida do fóton) e $\bar{S}$ é o número médio de fótons presentes no modo. É fácil notar que a largura de linha do laser é alargada por um fator $(1 + \alpha^2)$ e por isso o fator α também é conhecido na literatura como fator de ampliação da largura de linha (*linewidth enhancement factor*). Então obtém-se para o campo elétrico:

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{1 + i\alpha}{2} \left[G(N) - \frac{1}{\tau_{ph}} \right] E(t). \quad (2.42)$$

Com $1/\tau_{ph}$ sendo a taxa que define perdas por absorção e espalhamento, dada por:

$$\frac{1}{\tau_{ph}} = v_g \left(\alpha_{abs} + \frac{1}{\ell} \ln \left(\frac{1}{R_1 R_2} \right) \right). \quad (2.43)$$

Onde $v_g = c/\eta$ é a velocidade de grupo. Para completar a descrição fenomenológica é necessário encontrar a relação entre a população de portadores N e a corrente de bombeio I . Levando

em conta todos os mecanismos de geração e perda de portadores na região ativa, de forma geral a equação de taxa para o número de portadores de carga no meio ativo é dada por

$$\frac{\partial N}{\partial t} = D\nabla^2 N + \frac{I}{e} - R(N). \quad (2.44)$$

O primeiro termo leva em conta a difusão dos portadores e D é o coeficiente de difusão. Na maioria dos lasers de semicondutor, as dimensões da região ativa são menores que o comprimento de difusão, assim o número de portadores nesta região não varia significativamente e pode ser considerada aproximadamente constante. Nesta situação o termo de difusão pode ser desprezado. O segundo termo faz referência à taxa com que elétrons e buracos são injetados no meio ativo devido a um bombeio externo, sendo e a carga elementar. O último termo $R(N)$ leva em conta a taxa de perda dos portadores devido aos processos de recombinação, sejam radiativos ou não, e pode ser escrito como:

$$R(N) = N\gamma_e + G_N |E(t)|^2, \quad (2.45)$$

onde o termo

$$\gamma_e = (A + BN + CN_2) = \frac{1}{\tau_s}, \quad (2.46)$$

é a taxa de recombinação dos portadores. A taxa de recombinação A faz referência aos processos como recombinação intrabanda não radiativa. B é o coeficiente de recombinação radiativa e C está relacionado com o processo de recombinação Auger. O último termo da equação 2.45 faz referência à recombinação estimulada, sendo este o termo de acoplamento não linear entre os fótons e os portadores de carga. A equação de taxa para o número de portadores fica como:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{e} - \frac{N}{\tau_s} - G(N) |E(t)|^2. \quad (2.47)$$

Normalizando todos os termos pela unidade de volume da região ativa e redefinindo as variáveis, finalmente temos que:

$$\frac{dN}{dt} = J - \frac{N}{\tau_s} - G(N) |E(t)|^2. \quad (2.48)$$

Com J sendo a densidade de corrente.

Capítulo 3

Realimentação ótica e acoplamento eletrônico em EELs

O laser de semicondutor pode ser representado matematicamente por um par de equações de taxa como foi mostrado no capítulo anterior. Nessa aproximação as duas variáveis dinâmicas do sistema são o campo elétrico $\vec{E}$ e os portadores de carga disponíveis na região ativa para recombinação estimulada N . A realimentação ótica acrescenta dimensionalidade ao sistema fazendo-o apresentar comportamentos dinâmicos diferentes dos que apresenta quando opera no modo solitário. De fato, o termo de realimentação deixa o sistema com dimensão infinita, pois do ponto de vista matemático são necessárias infinitas condições iniciais para resolver uma equação diferencial com retardo. No caso a realimentação ótica leva o sistema a operar no regime caótico quando observamos a intensidade da luz emitida.

3.1 Realimentação ótica

Para o caso da realimentação ótica, é considerado o esquema da figura 3.1. Isto corresponde a um meio amplificador operando com duas cavidades. A operação na presença da cavidade pequena de aproximadamente $300 \mu\text{m}$ de comprimento, composta pelos espelhos das interfaces laterais do bloco semicondutor, é descrita pelas equações 2.42 e 2.48. A segunda é a cavidade externa, feita por um espelho de refletividade R_{ext} e uma das faces do semicondutor, com refletividade R_2 . A equação 2.42 pode ser aproximada por uma equação de taxa para o campo elétrico no diodo incluindo o termo de realimentação ótica, a qual é chamada de equação de Lang e Kobayashi [20]

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{1}{2} \left[G(N) - \frac{1}{\tau_p} \right] E(t) + \kappa E(t - \tau) e^{-i\omega\tau}, \quad (3.1)$$

onde $\tau_{ph} = \tau_p$ e κ é a taxa de realimentação ótica sendo definida como:

$$\kappa = \frac{1 - R_2}{\tau_{in}} \left(\frac{R_{ext}}{R_2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (3.2)$$

Este é o modelo mais conhecido na literatura de dinâmica de lasers semicondutores com realimentação ótica, tendo sido proposto por Lang e Kobayashi [20]. O modelo de Lang e Kobayashi L-K está baseado no suposto de que a realimentação atua tal como uma perturbação para o caso do laser operando em solitário; portanto, o comprimento de onda operacional é

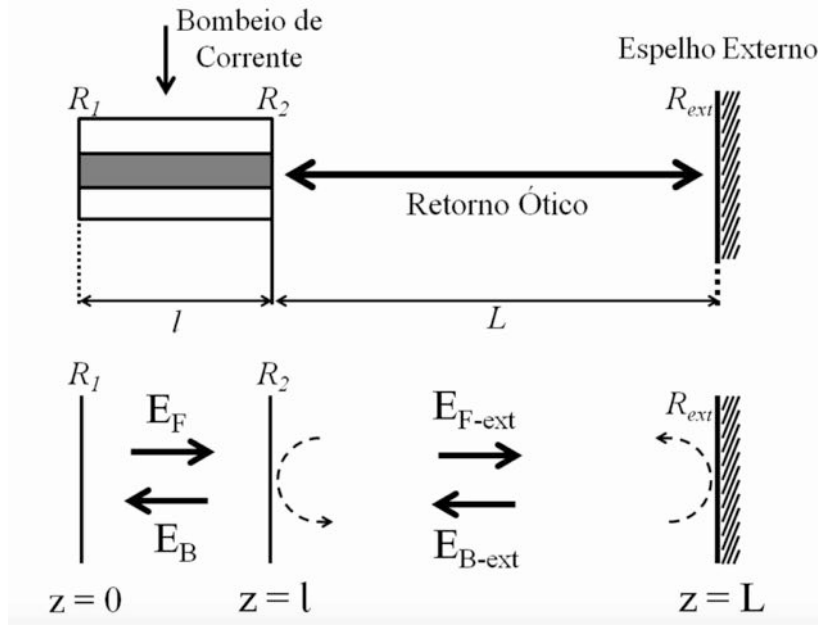


Figura 3.1 Diagrama representativo da cavidade Fabry-Perot no laser e a cavidade externa usado para a derivação das equações de taxa no caso de realimentação ótica.

assumido como sendo conhecido antecipadamente e uma correção para esse comprimento de onda é calculada pela análise de perturbação. Na aproximação a realimentação é considerada de fraca a moderada, a oscilação laser acontece num único modo longitudinal e não é considerada a estrutura transversal do feixe. As equações L-K descrevem a evolução temporal da amplitude complexa do campo elétrico acoplado à densidade de portadores do meio ativo através de equações de taxa. As equações de L-K são escritas da seguinte forma:

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{(1+i\alpha)}{2} \left[G(N) - \frac{1}{\tau_p} \right] E(t) + \kappa E(t-\tau) e^{-i\omega_0\tau}, \quad (3.3)$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = J - \frac{N(t)}{\tau_s} - G(N) |E(t)|^2, \quad (3.4)$$

onde E é a amplitude lenta do campo elétrico, N é a densidade de portadores de carga e ω_0 é a frequência de operação do laser sem realimentação ótica. O ganho não-linear é definido como:

$$G(N) = G_0 \frac{N - N_0}{1 + \varepsilon |E|^2}. \quad (3.5)$$

Sendo G_0 o ganho modal, N_0 a densidade de portadores na transparência e ε o coeficiente de saturação do ganho. Escrevendo as equações 3.5 em módulo e fase do campo elétrico temos que:

$$\begin{aligned}
\frac{dE(t)}{dt} &= \frac{1}{2} \left[G(N) - \frac{1}{\tau_p} \right] E(t) + \kappa E(t - \tau) \cos \Theta(t), \\
\frac{d\Phi(t)}{dt} &= \frac{\alpha}{2} \left[G(N) - \frac{1}{\tau_p} \right] - \kappa \frac{E(t - \tau)}{E(t)} \sin \Theta(t), \\
\frac{dN(t)}{dt} &= J - \frac{N(t)}{\tau_s} - G(N) |E(t)|^2.
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Com:

$$\Theta(t) = \omega\tau + \Phi(t) - \Phi(t - \tau). \tag{3.7}$$

3.2 Flutuações de baixa frequência - LFFs

O termo de realimentação ótica acrescenta ao sistema modos longitudinais ressonantes devido à cavidade externa. Sob a condição de realimentação ótica, dependendo dos parâmetros, o sistema pode exibir um comportamento caótico caracterizado por quedas irregulares na intensidade emitida. Essas quedas acontecem numa escala de tempo da ordem de micro-segundos, o que caracteriza uma dinâmica bastante lenta se comparada aos tempos característicos do sistema como o tempo de ida e volta na cavidade externa e as taxas de relaxação dos lasers de semicondutor. Esse regime dinâmico é chamado de flutuações de baixa frequência, LFF (*Low Frequency Fluctuation*). A figura 3.2 mostra um cálculo numérico da intensidade em função do tempo de um laser operando no regime de LFF. Em 1994 Sano [21] mostrou que resolvendo as equações 3.6 para o estado estacionário é possível tentar explicar a dinâmica das LFFs como sendo resultado de uma intinerância que o sistema faz entre os modos ressonantes da cavidade externa. Nesta tese estudaremos a dinâmica do regime de LFF, mas não entraremos em detalhes sobre a explicação do princípio de seu funcionamento. A referência [12] trás uma discussão detalhada sobre a origem das LFFs (O termo LFF é usado não apenas para designar o regime de operação do laser, mas também para se referir às quedas de intensidade propriamente ditas). O tempo T destacado na figura 3.2 representa o tempo entre quedas consecutivas que acontecem nos tempos marcados pelos pontos vermelhos. A figura 3.3 mostra o histograma dos tempos de entre quedas consecutivas para uma série temporal calculada numericamente (esquerda) e para uma série experimental (direita). A média desses tempos entre quedas consecutivas $\bar{T}$ é da ordem de μs como foi falado antes.

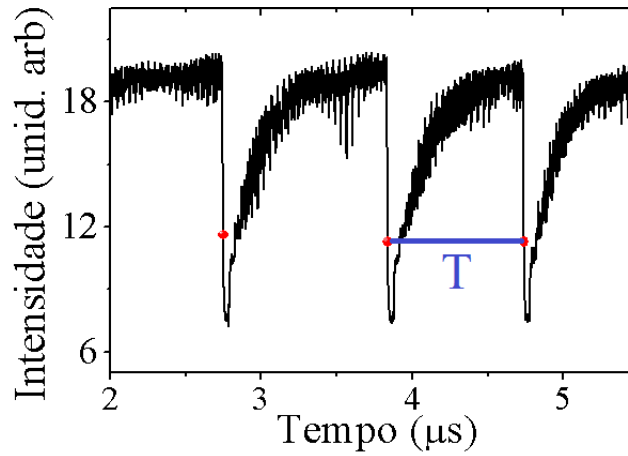


Figura 3.2 Série temporal calculada numericamente para um laser sob efeito de realimentação ótica operando no regime de LFF.

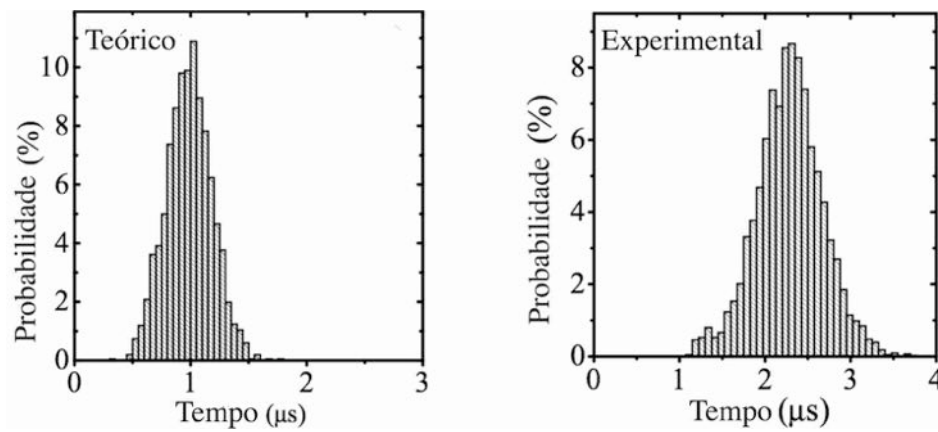


Figura 3.3 Histograma de probabilidades teórico (esquerda) e experimental (direita) dos tempos entre quedas consecutivas na intensidade de um laser operando no regime de LFF.

3.3 Acoplamento eletrônico de EELs

O comportamento coletivo de sistemas complexos acoplados é um tema bastante estudado em diversas áreas da ciência, como por exemplo o entendimento do funcionamento de redes neurais, dinâmica populacional de sistemas do tipo presa-predador, comportamento coletivo das células que formam o tecido do coração ou até comportamento coletivo de pares de ações em bolsas de valores. O laser sob efeito de realimentação ótica é um sistema bastante complexo podendo inclusive apresentar comportamento caótico, como foi visto antes. O acoplamento de lasers nos permite estudar o comportamento coletivo do sistema e a influência dos parâmetros de controle no sincronismo entre as unidades e isso pode resultar em comparações com os mais variados sistemas físicos complexos, como os mencionados anteriormente. Um de nossos trabalhos foi estudar o acoplamento eletrônico entre dois lasers do tipo EEL no regime de LFF.

3.3.1 Esquema experimental

O esquema experimental é mostrado na figura 3.4. Os lasers são conectados em paralelo e

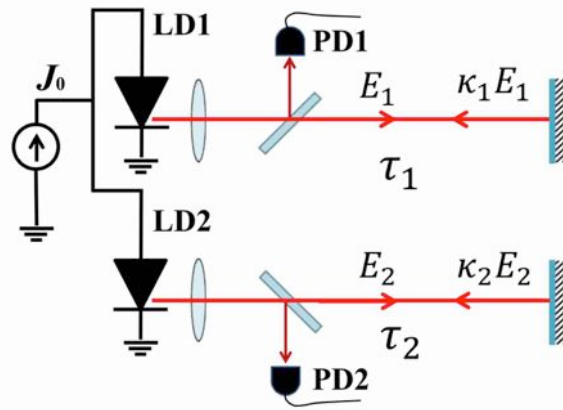


Figura 3.4 Esquema usado nos experimentos de lasers acoplados eletronicamente em paralelo.

bombeados por uma corrente elétrica constante J_0 originada em uma fonte de corrente de alta impedância. A luz emitida por cada um dos lasers LD1 e LD2 é colimada pela lente esférica na saída do laser. Divisores de feixe dividem os feixes em dois caminhos diferentes. Um vai direto para os fotodetectores (PD1 e PD2) e o outro caminho leva o feixe de encontro a espelhos dielétricos que refletem de volta ao laser parte da luz, fazendo assim a realimentação ótica. As distâncias usadas entre os lasers e os espelhos variaram entre 3 e 8 metros. Os pares lasers usados nesse experimento foram dos modelos L850P010 e L780P010 da Thorlabs, emitindo em 850 nm e 780 nm, respectivamente. A corrente elétrica foi estabilizada em $\pm 0,001$ mA e a temperatura de cada laser em $\pm 0,01$ K.

3.3.2 Resultados experimentais e cálculos numéricos

Os cálculos numéricos foram realizados usando as equações 3.3 e 3.4 adicionadas do termo de acoplamento eletrônico em paralelo:

$$J_1(t) = J_0/2 - \eta[N_1(t) - N_2(t)] \quad (3.8a)$$

$$J_2(t) = J_0/2 - \eta[N_2(t) - N_1(t)] \quad (3.8b)$$

onde η é um coeficiente de acoplamento eletrônico. É importante notar que $J_1 + J_2 = J_0$, o que nos leva à condição de corrente de bombeio constante. Os parâmetros utilizados nos cálculos numéricos estão mostrados na tabela 3.1.

α_j	3.0	G_{0j}	$1.2 \times 10^4 s^{-1}$
N_{01}	1.0×10^8	N_{02}	0.99×10^8
$1/\tau_{pj}$	$513 \times 10^9 s^{-1}$	$1/\tau_{sj}$	$0.5 \times 10^9 s^{-1}$
$\kappa_1 = \kappa_2$	$16 \times 10^9 s^{-1}$	ε_i	5.0×10^{-7}
$\tau_1 = \tau_2$	40 ns	η	$2.5 \times 10^8 s^{-1}$

Tabela 3.1 Valores dos parâmetros utilizados nas simulações numéricas dos EELs acoplados.

O efeito do acoplamento eletrônico dos dois lasers pode ser visto quando apenas um dos lasers (vamos chamar de laser 1) estava com realimentação ótica e operando no regime de LFF. O segundo laser 2 estava sem realimentação ótica. Este comportamento é mostrado na figura 3.5 para resultado experimental e cálculo numérico. Quando a intensidade do laser 1 (linha de cima na cor preta) sofre uma queda, o laser 2 (linha de baixo na cor vermelha) responde com um aumento em sua intensidade. Isso se deve ao fato de que por estarem acoplados eletronicamente, a divisão de corrente é desbalanceada devido ao aumento momentâneo da impedância do laser 1 quando acontece uma queda em sua intensidade. Quando ambos os lasers acoplados operam sob realimentação ótica no regime de LFF, as quedas de intensidade caóticas passam a ser sincronizadas em fase. Ou seja, toda vez que o laser 1 apresenta uma queda em sua intensidade, a intensidade do laser 2 também cai. Esse comportamento é mostrado na figura 3.6 tanto para resultados experimentais quanto para cálculos numéricos. Esse comportamento é um tanto contra-intuitivo já que a princípio existe uma competição pela corrente elétrica. Era de se esperar que a anti-fase durante a queda em uma das intensidades ainda existisse como no caso da figura 3.5. Porém, devido ao acoplamento entre as unidades o sincronismo em fase apareceu na dinâmica. Ao analisarmos a série temporal em uma outra escala temporal (mais rápida), vemos que as flutuações nas intensidades numa escala temporal da ordem de dezenas de nanosegundos acontece em anti-fase. A figura 3.7 mostra essas oscilações rápidas em antifase em torno de uma queda. Essas oscilações rápidas em antifase são provenientes da modulação feita pela cavidade externa. O período dessa oscilação rápida é o tempo que o feixe percorre na ida e volta na cavidade externa.

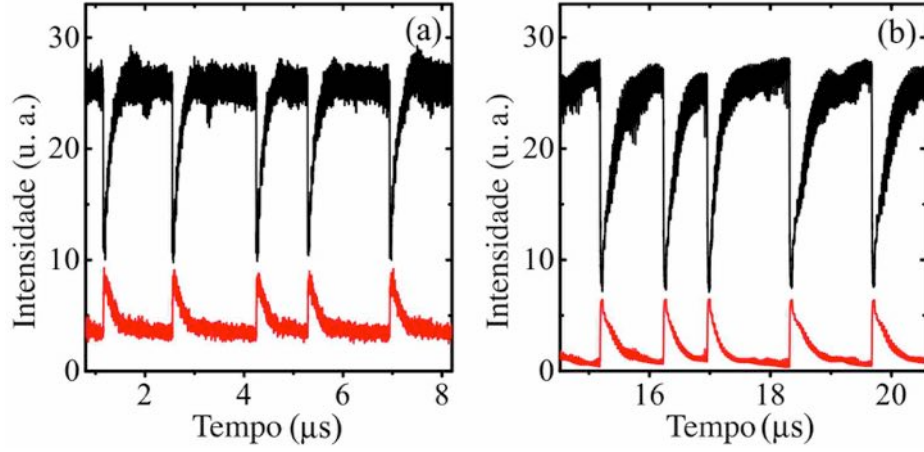


Figura 3.5 Intensidade de saída dos lasers acoplados. O laser 1 (linha de cima na cor preta) que tem realimentação ótica opera no regime de LFF enquanto que o laser 2 (linha de baixo na cor vermelha) não tem realimentação ótica. (a) Resultado experimental e (b) cálculo numérico.

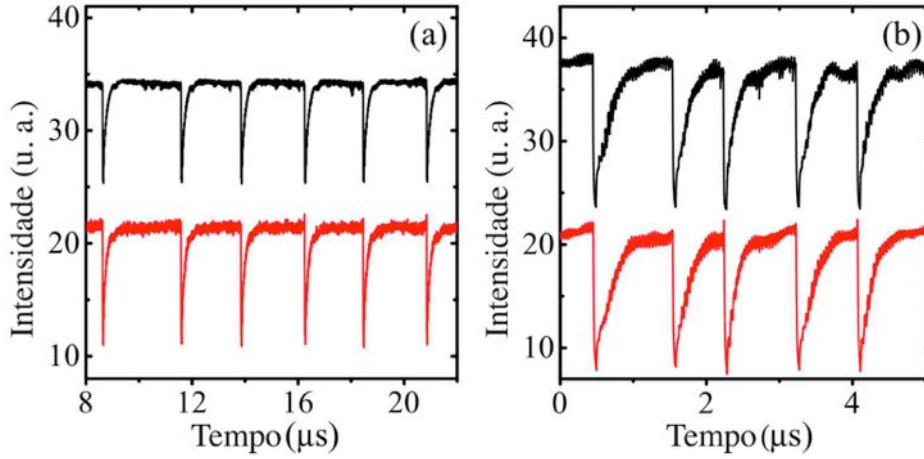


Figura 3.6 Intensidade de saída dos lasers acoplados. Ambos os lasers, o laser 1 (linha de cima na cor preta) e o laser 2 (linha de baixo na cor vermelha), tem realimentação ótica. As intensidades estão deslocadas para melhor visualização. (a) Resultado experimental e (b) cálculo numérico.

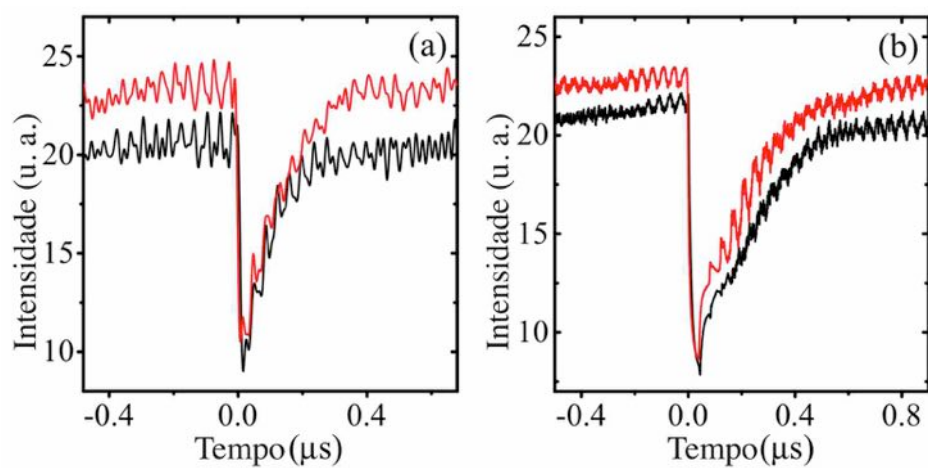


Figura 3.7 Intensidades mostrando antifase nas flutuações rápidas enquanto caem em fase durante uma LFF (escala temporal lenta). As intensidades estão superpostas para uma melhor visualização. (a) Resultado experimental e (b) cálculo numérico.

3.3.3 Correlações

Para evidenciar a existência de dois tipos de sincronismo simultaneamente, um em fase (LFFs) e outro em anti-fase (flutuações rápidas), calculamos correlações de intensidade usando a equação:

$$C_{12}(\tau) = \frac{\langle (I_1(t) - \bar{I}_1) \rangle \langle (I_2(t + \tau) - \bar{I}_2) \rangle}{\sigma_{I_1} \sigma_{I_2}} \quad (3.9a)$$

onde $\bar{I}_1$ e $\bar{I}_2$ são as médias das intensidades dos lasers 1 e 2 na série temporal, respectivamente. O símbolo $\langle \rangle$ representa a média sobre todos os valores da expressão para cada t . Os desvios padrões das respectivas intensidades são representados por σ_{I_1} e σ_{I_2} e o τ representa o tempo de atraso entre as séries para cálculo função de correlação $C(\tau)$. A figura 3.8 mostra a correlação cruzada das intensidades dos lasers 1 e 2 calculadas para séries experimentais (esquerda) e teórica (direita). O pico em $\tau = 0$ significa que as séries estão em fase, ou seja, se a intensidade de um dos lasers cai a intensidade do outro também cai. Os picos se repetem a cada $\bar{T}$ (tempo médio de repetição das quedas de LFF). A figura 3.9 mostra para uma escala de tempo menor a correlação cruzada das intensidades dos dois lasers acoplados após passar um filtro passa-alta. Tanto no resultado experimental (esquerda) quanto no cálculo numérico (direita) é possível ver que em $\tau = 0$ a correlação tem um pico negativo. Isso significa que as oscilações de alta frequência das intensidades dos lasers 1 e 2 estão em anti-fase. O pico se repete a cada τ igual ao tempo de ida e volta da cavidade.

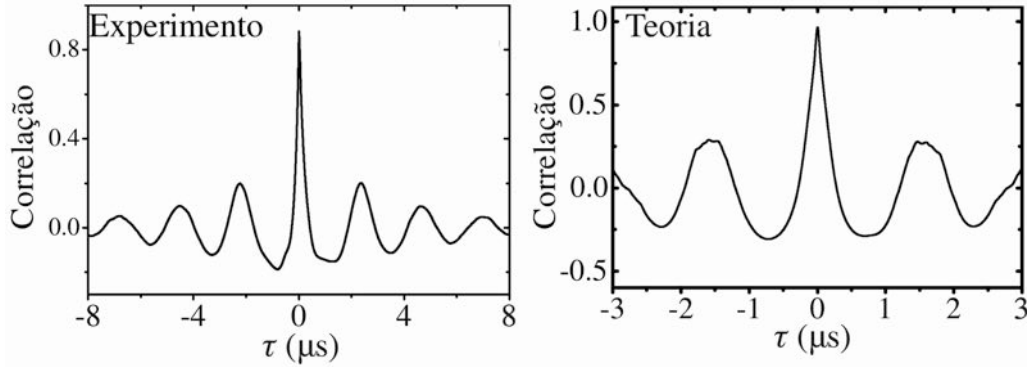


Figura 3.8 Correlação cruzada entre as intensidades dos lasers 1 e 2 acoplados eletronicamente. Lado esquerdo (experimental) e lado direito (cálculo numérico). O pico de correlação positivo em $\tau = 0$ representa um comportamento em fase das quedas de LFF. Os picos se repetem a cada τ igual ao tempo médio de repetição das LFFs.

A figura 3.10 mostra a correlação cruzada entre as intensidades de séries temporais calculadas numericamente dos lasers 1 e 2 variando os valores de alguns parâmetros. A figura do lado esquerdo mostra o que acontece com o valor de $C_{12}(\tau = 0)$ variando o coeficiente de realimentação ótica do laser 2, κ_2 . É possível ver que a correlação passa de um valor negativo para um valor positivo. Isso significa que para baixos valores de κ_2 não existe sincronismo em fase das LFFs e portanto o valor de $C_{12}(\tau = 0)$ ser negativo é puramente devido ao fato das oscilações rápidas estarem em anti-fase devido ao acoplamento eletrônico. À medida que

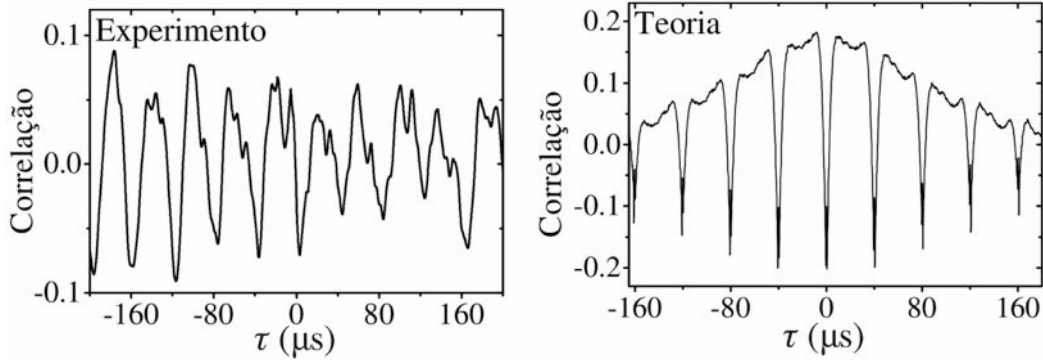


Figura 3.9 Correlação cruzada entre as intensidades dos lasers 1 e 2 acoplados eletronicamente após passar um filtro passa-alta. Lado esquerdo (experimental) e lado direito (cálculo numérico). O pico de correlação negativo em $\tau = 0$ representa um comportamento em anti-fase das oscilações da escala de tempo de dezenas de nanossegundos. Os picos se repetem a cada τ igual ao tempo de ida e volta na cavidade externa.

vai se aumentando o valor de κ_2 o sincronismo das quedas vai aparecendo até que o valor da correlação cruzada seja positivo. Um efeito parecido é visto na figura da direita onde é mostrada a correlação $C_{12}(\tau = 0)$ variando o coeficiente de acoplamento η . Para valores pequenos de η os lasers estão desacoplados e mostram correlação nula. À medida que se aumenta o acoplamento a correlação vai ficando positiva mostrando o comportamento em fase das quedas de LFF. Dessa forma foi mostrada a dependência do aparecimento das LFFs sincronizadas em função dos parâmetros do sistema. Um estudo mais detalhado dos efeitos do acoplamento nas características eletrônicas dos lasers e da caracterização do sincronismo pode ser visto em nossa publicação [1] que se encontra no apêndice A.1 e na tese de Edison Rosero [12].

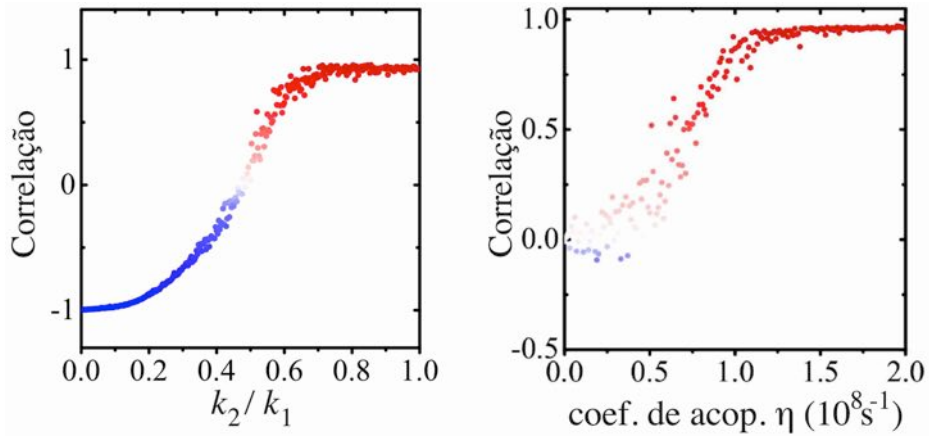


Figura 3.10 Correlação cruzada para $\tau = 0$ entre as intensidades dos lasers 1 e 2 acoplados eletronicamente variando o coeficiente de realimentação ótica κ_2 do laser 2 (esquerda) e o coeficiente de acoplamento η (direita). Em ambos os casos é possível ver o aparecimento do sincronismo quando $C_{12}(\tau = 0)$ passa ficar positivo.

Capítulo 4

Laser de cavidade vertical com emissão pela superfície - VCSEL

4.1 Introdução

Diferentemente dos convencionais lasers de semicondutores tipo EEL (*Edge-Emitting Laser*) introduzidos no capítulo 2, que emitem através da borda, os VCSELs (*Vertical-Cavity Surface-Emitting Lasers*) são lasers de cavidade vertical com emissão pela superfície. Em sua estrutura, as camadas de semicondutores são ortogonais ao eixo da cavidade, ou seja, ortogonais ao eixo de propagação da luz emitida. Assim, num processo de fabricação padrão de uma estrutura de semicondutores através de deposição, o meio de ganho e a cavidade do VCSEL são formados à medida que os diferentes materiais são depositados formando camadas de diferentes espessuras dando origem a uma estrutura conforme mostra a figura 4.1. Diferentemente dos lasers tipo EDGE, no caso dos VCSELs é possível observar as características da estrutura à medida que ela está sendo construída. Dessa forma, é possível criar mais facilmente estruturas como poços quânticos para confinamento dos portadores e refletores de Bragg formando espelhos de altíssima refletividade.

Em outras palavras, se tem um controle maior da estrutura que se deseja ter escolhendo as espessuras de cada camada de material que é depositado, o que deixa o processo de fabricação mais barato. Com a facilidade de escolha das espessuras dos poços quânticos e das camadas dos refletores de Bragg, é possível escolher bem os níveis de energia da transição laser dos portadores no meio de ganho e obter uma alta refletividade dos espelhos para o comprimento de onda relativo à essa transição, respectivamente. Mesmo com uma região ativa muito pequena (da ordem de dezenas de nm), a corrente típica de operação do VCSEL é da ordem $1mA$ diferente dos lasers convencionais que possuem corrente de operação típica da ordem de dezenas de mA . Isso se deve às altas refletividade dos espelhos que formam assim uma excelente cavidade ressoadora. Uma outra vantagem em relação aos lasers de emissão pela borda se deve ao fato do VCSEL também ter uma cavidade ótica efetiva muito pequena (da ordem de $1\mu m$), garantindo assim uma operação de mono modo longitudinal. Por ter cavidade vertical e emissão através da superfície, é possível a criação de redes em 2D de VCSELs com as mesmas características óticas e elétricas sob um mesmo chip. Como é mostrado no esquema da figura 4.2, o feixe emitido tem perfil circular e divergência pequena, o que torna melhor o acoplamento com fibras óticas. Com todas essas vantagens, atualmente os lasers tipo VCSEL estão substituindo os lasers de semicondutores tradicionais em diversas aplicações como por exemplo em redes de computadores, sistemas de comunicação e sensores óticos.

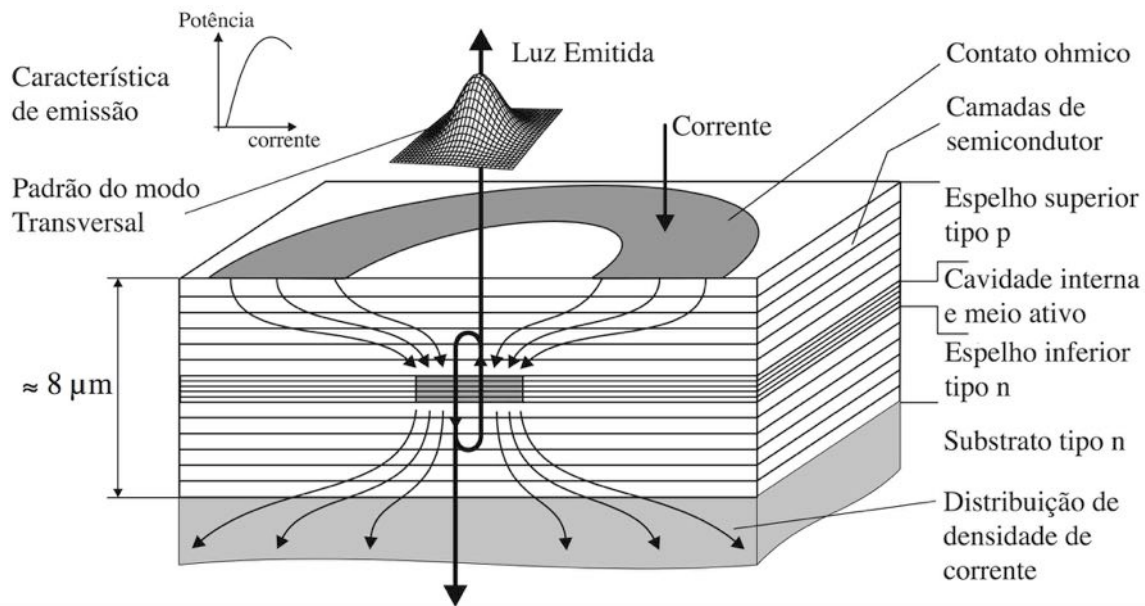


Figura 4.1 Estrutura de camadas de semicondutores do VCSEL [9]

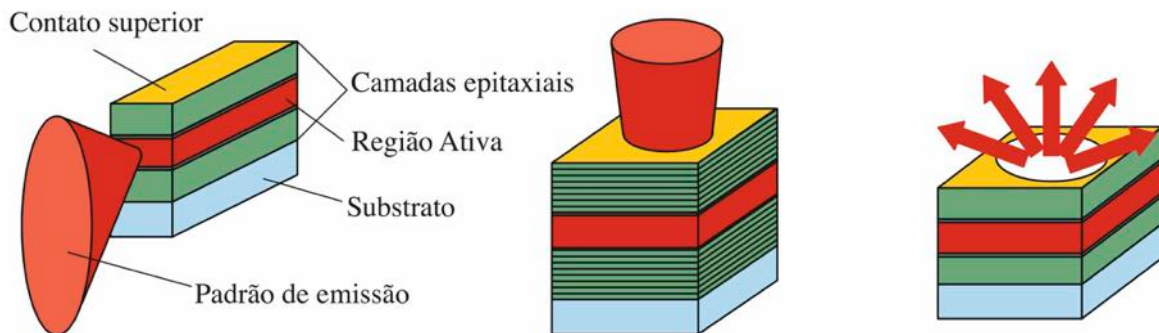


Figura 4.2 Padrão de emissão para EELs (esquerda), VCSELs (centro) e LEDs (direita) [9]

4.2 Estrutura

Nesta seção primeiramente será apresentada, de forma simples e qualitativa, a estrutura básica de um VCSEL. A forma como as camadas de materiais semicondutores são dispostas formando a cavidade ótica e o meio de ganho são apresentadas esquematicamente relacionando-as com as características de funcionamento do laser. Dependendo de sua estrutura, o VCSEL pode apresentar características distintas na sua emissão, como por exemplo um feixe de luz com perfil gaussiano (modo transversal fundamental) ou apresentar ordens superiores de modos Laguerre-Gauss em seu perfil transversal. Ainda nesta seção são apresentados resultados experimentais de caracterização dos VCSELs usados, como limiar de operação e sua dependên-

cia com a temperatura e perfil transversal, por exemplo. Nas referências [5,7,9] as propriedades estruturais de lasers tipo VCSEL são tratadas mais detalhadamente.

4.2.1 Refletores de Bragg

As camadas de semicondutor na parte superior e inferior da estrutura do VCSEL mostradas na Figura 4.1 formam espelhos de altíssima refletividade chamados de refletores distribuídos de Bragg, ou simplesmente, espelhos de Bragg. Esses espelhos formam a cavidade ótica ressonante onde se encontra o meio ativo, ou meio de ganho, onde acontece a recombinação dos portadores emitindo a radiação. Os refletores de Bragg são formados por uma sequência alternada de camadas de materiais dielétricos de menor e maior índices de refração, $\bar{n}_1$ e $\bar{n}_2$, respectivamente. Se as espessuras de cada camada obedecerem a equação 4.1, as reflexões parciais em cada interface $\bar{n}_2 \mid \bar{n}_1$ ($\bar{n}_2 > \bar{n}_1$), ou seja do maior para o menor índice de refração, se adicionam construtivamente pois mantém uma fase relativa de 0 ou 2π em relação à onda incidente.

$$d_{1,2} = \frac{\lambda_B}{4\bar{n}_{1,2}} \quad (4.1)$$

Na equação 4.1, λ_B é o chamado comprimento de onda de Bragg. A refletividade R desses espelhos varia para diferentes comprimentos de onda λ do campo incidente. O dependência espectral de R é possível ser calculada [9]. O pico de R acontece para $\lambda = \lambda_B$. Assim, é possível construir um refletor de Bragg com o λ_B conveniente, de acordo com o λ do campo que se deseja incidir, escolhendo apenas os materiais (escolha de $\bar{n}_1$ e $\bar{n}_2$) e espessuras (d_1 e d_2) das camadas alternadas que o compõem.

A refletividade total do espelho de Bragg aumenta adicionando mais pares de camadas alternadas. Devido ao fato de que o meio de ganho de um VCSEL geralmente é muito pequeno, a refletividade desses espelhos devem ser perto de 99% para formar uma cavidade ressonante muito boa e com poucas perdas e assim ter uma melhor amplificação da radiação. Tipicamente, nos VCSELS esses espelhos são formados por pelo menos 20 pares de camadas alternadas. Para o espelho de Bragg superior de um VCSEL formado por M pares de camadas $\bar{n}_1 \mid \bar{n}_2$, por exemplo, as camadas são dispostas na ordem $\bar{n}_{in} \mid (\bar{n}_1 \mid \bar{n}_2)^M \mid \bar{n}_{out}$. O campo incidente vem do meio de ganho de índice $\bar{n}_{in}$ e é transmitido através dos M pares de camadas até o substrato de índice $\bar{n}_{out}$ (ar no caso do espelho superior), como mostra a figura 4.3. O pico da refletividade R_{max} é calculada de acordo com a equação:

$$R_{max} = \left(\frac{1 - \frac{\bar{n}_{out}}{\bar{n}_{in}} \left(\frac{\bar{n}_1}{\bar{n}_2} \right)^{2M}}{1 + \frac{\bar{n}_{out}}{\bar{n}_{in}} \left(\frac{\bar{n}_1}{\bar{n}_2} \right)^{2M}} \right)^2 \quad (4.2)$$

onde $\bar{n}_{in}$ e $\bar{n}_{out}$ são os índices de refração dos meios antes e depois dos pares de camadas de

materiais de índices $\bar{n}_1$ e $\bar{n}_2$. Geralmente para o espelho superior do VCSEL, os meio de índices $\bar{n}_{in}$ e $\bar{n}_{out}$ são meio de ganho e o ar, respectivamente. Enquanto que para o espelho inferior são o meio de ganho e um substrato, conforme mostra a figura 4.3.

A figura 4.4 mostra o pico da refletividade R_{max} de um espelho superior de VCSEL em função do número de pares de camadas alternadas M de índices $\bar{n}_1 = 2,9$ e $\bar{n}_2 = 3,6$ formadas por $AlAs$ (Arseneto de Alumínio) e $GaAs$ (Arseneto de Gálio), respectivamente. Neste caso o campo incidente tem comprimento de onda $\lambda = \lambda_B = 850nm$ e a espessura de cada camada obedece à equação 4.1. A onda incide nas M camadas a partir do material que forma o meio de ganho $Al_{0,3}Ga_{0,7}As$ ($\bar{n}_{in} = 3,4$) e depois sai para o ar ($\bar{n}_{out} = 1$). Nos lasers EEL com emissão pela borda que tem uma cavidade ressonante de Fabry-Pérot, os dois espelhos da cavidade são formados pela interface abrupta entre o material semiconductor que compõe sua estrutura e o ar. Essa interface é um degrau de alto para baixo índice de refração fazendo assim um espelho de uma única interface cuja refletividade não chega a ser tão grande quanto o caso de um espelho de Bragg, porém o tamanho do seu meio de ganho compensa a baixa refletividade da cavidade. Já no caso dos VCSELs, o meio de ganho pode chegar a ser cerca de duas ordens de grandezas menores. Assim, são necessário espelhos com refletividade da ordem de 99% ou mais. Por isso que os espelhos de Bragg que formam a cavidade ressonante dos VCSELs geralmente possuem pelo menos mais de 20 refletores discretos, cada um formado por um par de camadas $\bar{n}_1|\bar{n}_2$.

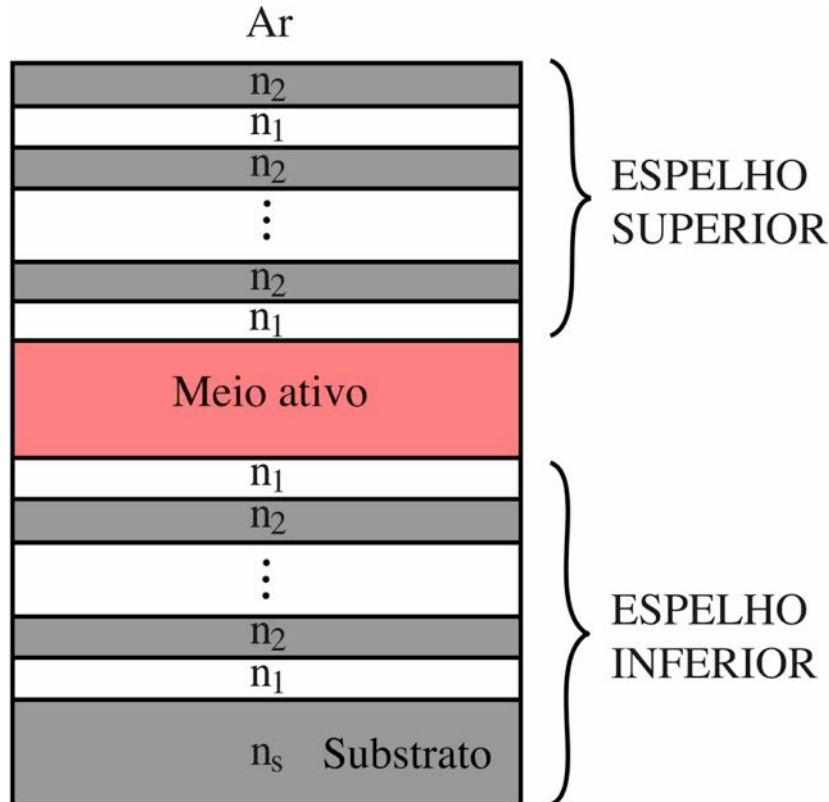


Figura 4.3 Esquema representando os espelhos de Bragg inferior e superior para um VCSEL.

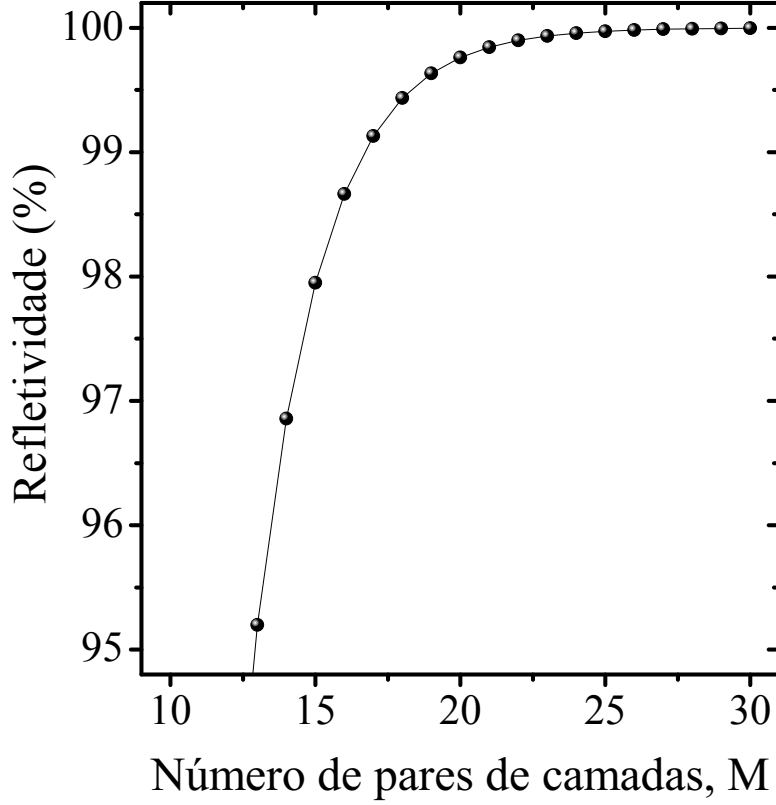


Figura 4.4 Refletividade de um refletor de Bragg em função do numero de pares de camadas que formam o espelho.

A refletividade de um espelho de Bragg depende do comprimento de onda incidente λ em relação ao λ_B para o qual ele foi construído. Como foi visto, para $\lambda = \lambda_B$ a refletividade é máxima, mas ao varia λ o espelho muda R . O gráfico da Ref. [9] mostrado na figura 4.5 mostra a dependência espectral da refletividade de $R(\lambda)$ para o caso de um espelho de Bragg formado por $GaAs - AlAs$ com $\lambda_B = 980nm$.

É notável a existência de um platô de largura $\Delta\lambda_R$ no gráfico de $R(\lambda)$. Esse platô aparece em torno de λ_B . Seu valor é dado por [9]:

$$\Delta\lambda_R = \frac{2\lambda_B\Delta|\bar{n}_1 - \bar{n}_2|}{\pi\langle\bar{n}_g\rangle} \quad (4.3)$$

onde $\pi\langle\bar{n}_g\rangle$ é a média espacial do índice de grupo. Para o exemplo da figura 4.4 tem-se que $\pi\langle\bar{n}_g\rangle \approx 3,27$. Isso resulta em $\Delta\lambda_R \approx 72nm$ para o caso de $\lambda_B = 850nm$.

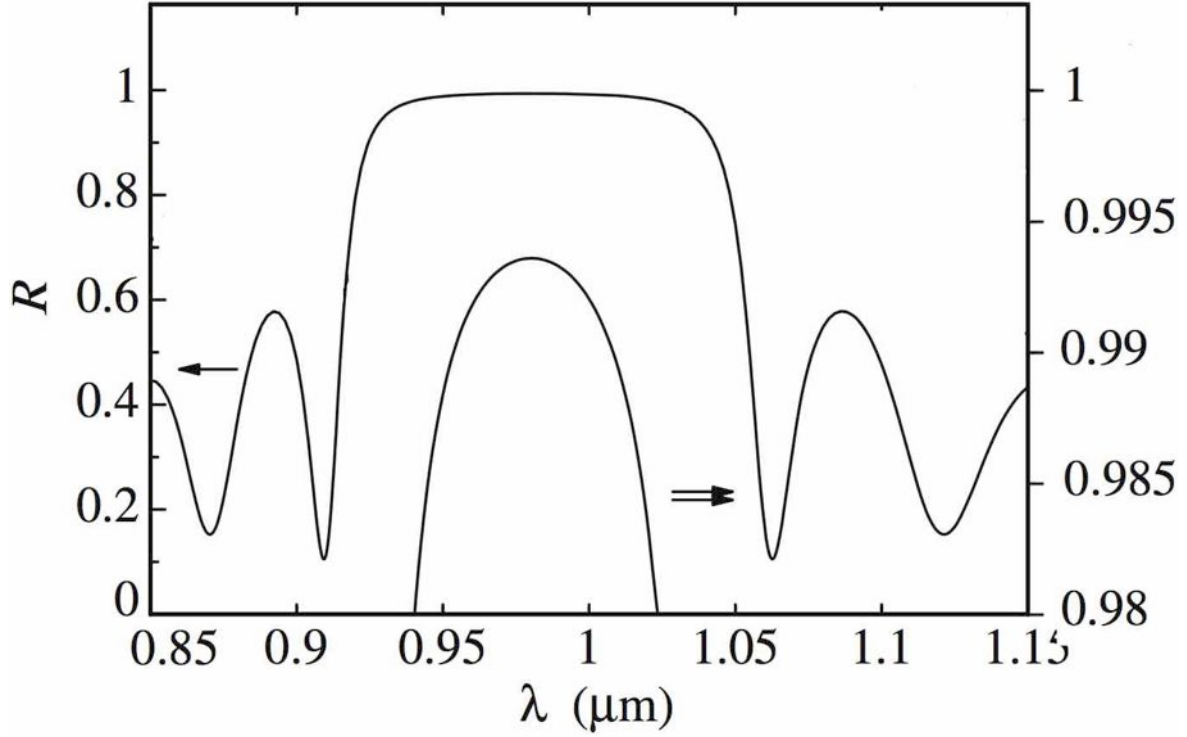


Figura 4.5 Dependência espectral da refletividade, $R(\lambda)$, para o mesmo espelho de Bragg tratado na figura 4.4. Adaptada de [9].

4.2.2 Modos longitudinais

A cavidade ótica ressonante formada por dois espelhos de Bragg tem espectro de refletividade típico como o mostrado na figura 4.7. O espectro dessa figura é de um VCSEL formado espelhos de Bragg 16 e 22 pares de camadas alternadas de *GaAs* e *AlAs* emitindo em 980nm . O tamanho efetivo dessa cavidade L_{cav} é dado pelo tamanho do meio de ganho L_{meio} somado aos comprimentos efetivos de penetração do campo nos espelhos de Bragg superior $l_{eff,s}$ e inferior $l_{eff,i}$. Os espelhos superior e inferior que compõem o VCSEL geralmente são feitos do mesmo material, assim é possível considerar aproximadamente $l_{eff,s} = l_{eff,i} = l_{eff}$. O comprimento efetivo l_{eff} é dado por [9]:

$$l_{eff} = \frac{\lambda_B}{4|\bar{n}_1 - \bar{n}_2|} \quad (4.4)$$

O meio de ganho para um VCSEL que emite em 850nm é formado por três camadas de 8nm de *GaAs* dentro de uma camada de tamanho de meio λ de $\text{Al}_{0,2}\text{Ga}_{0,8}\text{As}$ ($\bar{n} = 3,49$) formando os poços quânticos, como mostra a figura 4.6. Os poços quânticos além de confinar os portadores na região do meio de ganho, determinam os possíveis níveis de energia das bandas de condução

e valência para a transição.

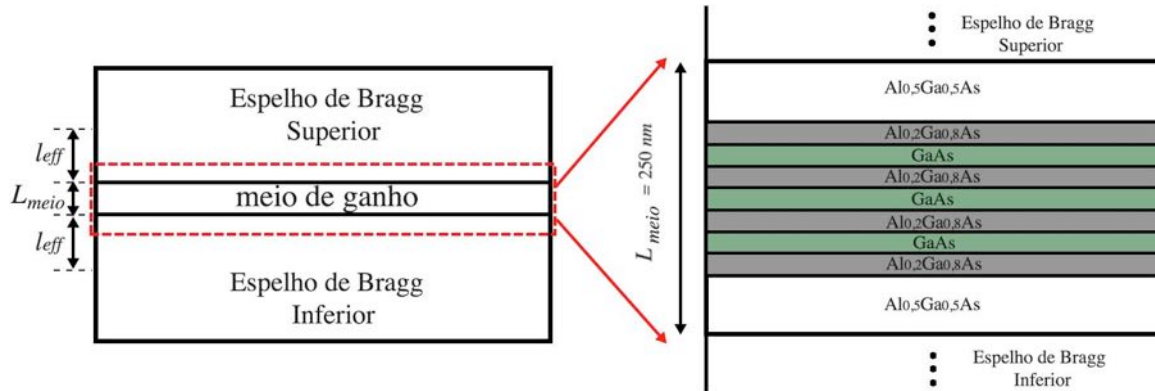


Figura 4.6 Meio de ganho de um VCSEL emitindo em $\lambda = 850nm$.

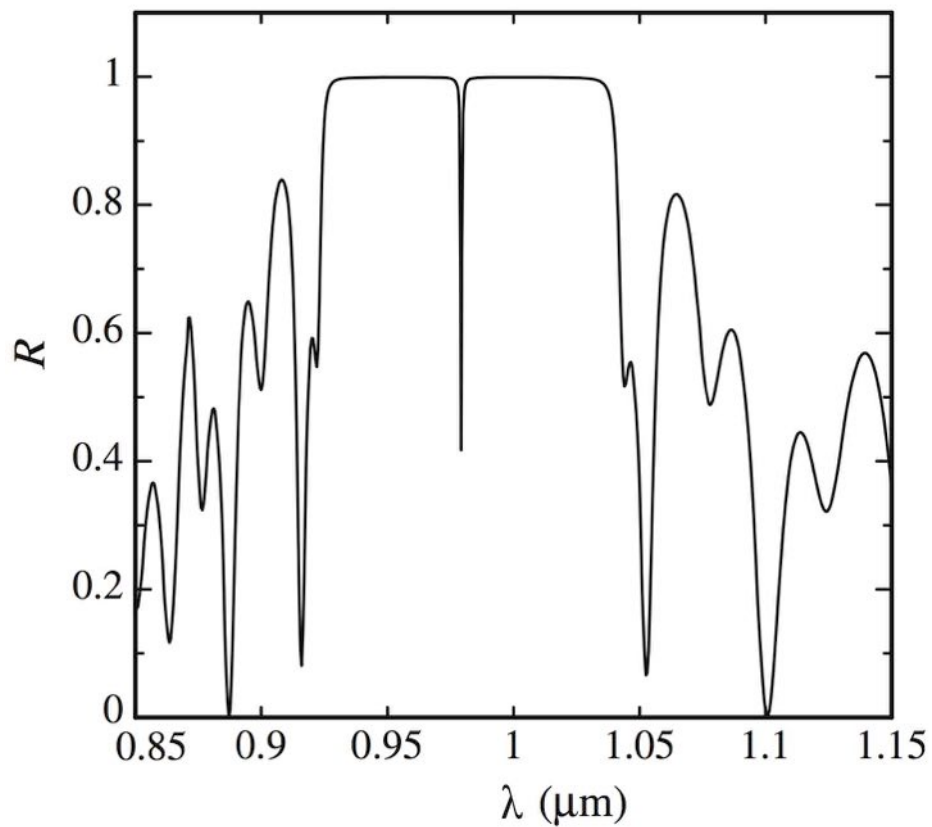


Figura 4.7 Espectro da refletividade para a cavidade ótica.

Além disso existem mais duas camadas, uma de cada lado, de um quarto de λ formada por

$Al_{0.5}Ga_{0.5}As$ ($\bar{n} = 3,30$). O tamanho do meio de ganho pode então ser calculado e tipicamente é da ordem de $L_{meio} = 250nm$. Para espelhos de Bragg formados por $Al_{0.9}Ga_{0.1}As$ ($\bar{n} = 3,06$) e $Al_{0.2}Ga_{0.8}As$ o comprimento efetivo de penetração do campo é aproximadamente $l_{eff} = 500nm$. Portanto a cavidade efetiva para um VCSEL emitindo em $850nm$, que é o caso dos lasers usados nessa tese, é de:

$$L_{cav} = 2l_{eff} + L_{meio} \approx 1,24\mu m \quad (4.5)$$

A separação entre os modos longitudinais $\Delta\lambda$ dessa cavidade ressonante de Fabry-Perot é calculado usando a expressão:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2L_{cav}\pi\langle\bar{n}_g\rangle} \quad (4.6)$$

Substituindo os valores obtidos anteriormente na equação 4.6, obtem-se uma separação entre os modos longitudinais de $\Delta\lambda_{VCSEL} \approx 90nm$, ou equivalentemente em frequência, $\Delta\nu_{VCSEL} \approx 40THz$. Em comparação, um EEL possui uma cavidade de comprimento aproximadamente de $300\mu m$. Supondo o meio com índice de refração médio de 3,5. Para uma emissão em $850nm$, a separação entre os modos longitudinais é de $\Delta\lambda_{EEL} \approx 0,34nm$ o que equivale a $\Delta\nu_{EEL} \approx 140GHz$. A figura 4.8 mostra esquematicamente a separação entre os modos do VCSEL juntamente com o espectro de refletividade $R(\lambda)$ e sua largura de banda $\Delta\lambda_R$.

Além do próximo modo longitudinal do VCSEL estar fora da região espectral de ganho, também estão fora do platô da refletividade. Ou seja, no caso dos VCSELs somente um modo longitudinal é amplificado no meio de ganho e refletido pelos espelhos que formam a cavidade ótica. Isso explica o fato dos VCSELs serem puramente monomodos longitudinais, diferentemente dos EELs.

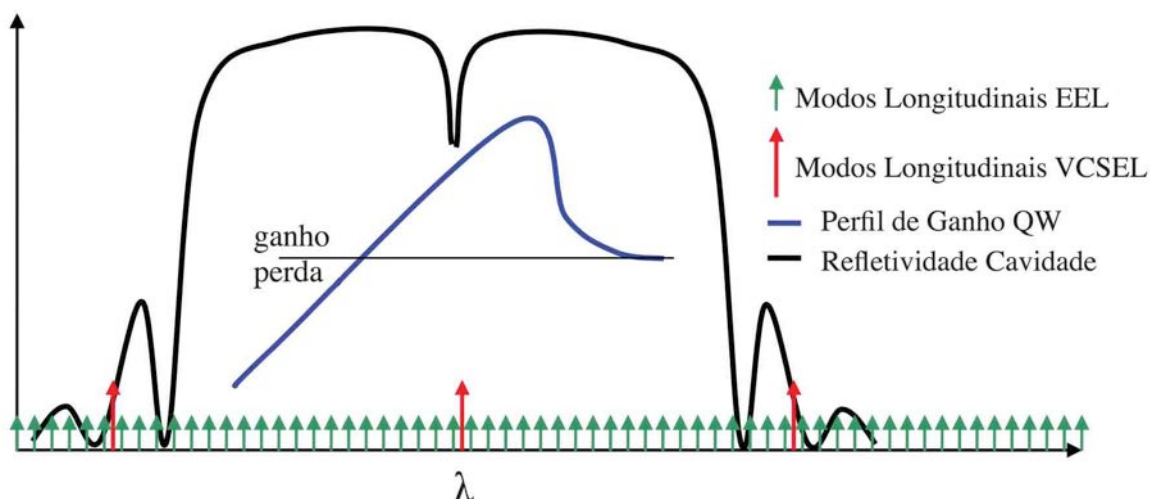


Figura 4.8 Esquema da Ref. [22] mostrando qualitativamente a largura da refletividade da cavidade ótica do VCSEL (linha preta), seus modos longitudinais (setas vermelhas), o perfil qualitativo do ganho (linha azul) e, para uma comparação, os modos longitudinais do laser tipo EEL (setas verdes).

4.2.3 Modos transversais

Uma forma de guiar a corrente elétrica injetada na estrutura do VCSEL é oxidando uma camada conforme é mostrado na figura 4.9 (a). A corrente elétrica não passa pela região oxidada e é limitada a passar através do meio de ganho por uma pequena abertura. O perfil de corrente que passa pelo meio de ganho é mostrado na figura 4.9 (b). O tamanho da abertura da camada oxidada é extremamente importante na determinação do perfil transversal do feixe emitido. As condições de contorno da região em que o campo eletromagnético é formado dependem dessa abertura. Se a abertura é suficientemente pequena ($< 5\mu m$), apenas o modo transversal fundamental é amplificado. Portanto, neste caso o feixe tem perfil transversal gaussiano, como mostrado na figura 4.10 disponível no site do fabricante [22]. Os outros modos são suprimidos devido às condições de contorno impostas pela estrutura. Para uma abertura da camada oxidada maior que $5\mu m$ (geralmente da ordem de $20\mu m$ de acordo com o fabricante dos lasers utilizados nos experimentos dessa tese), outros modos transversais surgem.

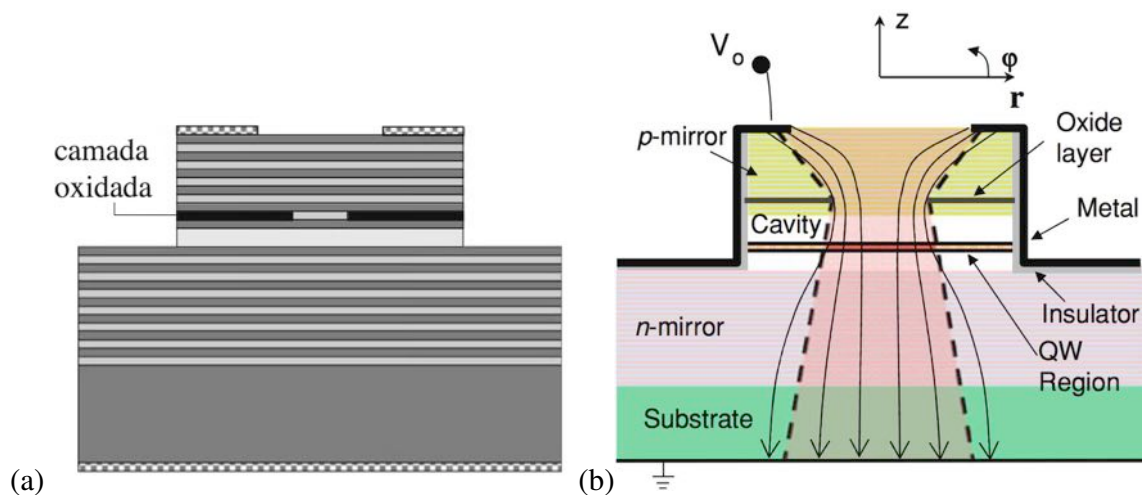


Figura 4.9 Camada oxidada e perfil de corrente [22].

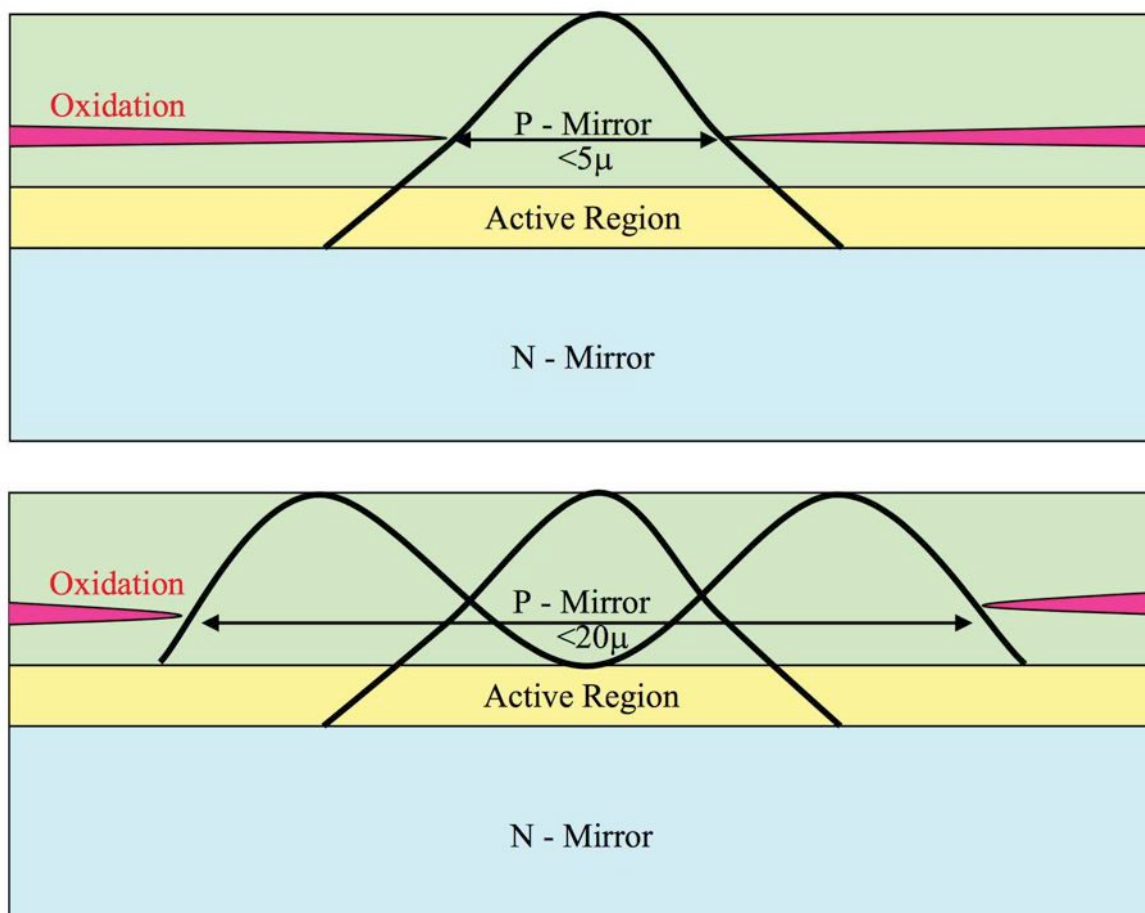


Figura 4.10 Estrutura dos VCSELs monomodo e multimodo transversal [22].

4.3 Caracterização experimental

O esquema experimental usado para a caracterização das unidades de VCSELs usadas está mostrado na figura 4.11. No esquema L é uma lente esférica, $\lambda/2$ é uma placa de meia onda, BS são divisores de feixe, M são espelhos planos ou curvos, PBS é divisor de feixe polarizador, det1, det2 e det3 são fotodetectores e CCD é uma câmera para observar o perfil transversal do feixe. O VCSEL emite o feixe que é colimado por L. A placa $\lambda/2$ nos permite rotacionar a polarização do feixe emitido. O PBS divide o feixe em duas componentes de polarizações x e y que são mandadas para os detectores e para a câmera CCD. Nesse momento só estamos observando o perfil transversal do feixe. Nos próximos capítulos será discutido sobre os modos de polarização de um VCSEL. A fonte de corrente utilizada nos experimentos está mostrada esquematicamente na figura 4.12. Construímos essa fonte de alta impedância, que é alimentada por bateria, para obter uma corrente de injeção com o menor nível de ruído possível. Os potenciômetros controlam a corrente que alimenta o laser através dos conectores p1 e p2. Embora o modelo teórico que estamos usando para simulações numéricas sejam para um VCSEL mono-modo longitudinal e lateralmente, alguns de nossos lasers possuem estrutura espacial, ou seja, apresenta modos transversais de ordem superior e não apenas o modo fundamental com perfil gaussiano. Embora a dinâmica dos modos transversais de ordem superior sejam interessantes e faz parte de nossas perspectivas de trabalho, não é objeto de estudo desta tese. As imagens da figura 4.13 mostram fotos dos perfis típicos dos feixes de nossos lasers do tipo multimodo transversal. É possível observar uma dependência da estrutura espacial de acordo com a polarização emitida. A dinâmica das polarizações será estudada nos capítulos subsequentes dessa tese porém, sem levar em conta a parte espacial. Como foi dito, fica como perspectiva esse estudo mais sistemático sobre a relação das polarizações com os modos transversais e sua dinâmica sob efeito de realimentação óptica selecionada em polarização ou modo espacial.

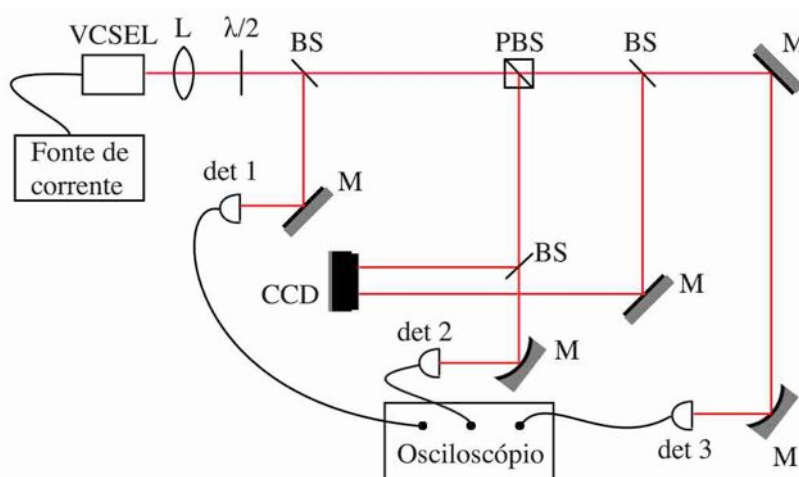


Figura 4.11 Esquema experimental. L é uma lente colimadora, $\lambda/2$ uma placa de meia onda, BS são divisores de feixe, F é um filtro neutro, M são espelhos planos ou curvos, PBS é um divisor de feixe polarizador, det1 e det2 são fotodetectores e CCD é uma câmera.

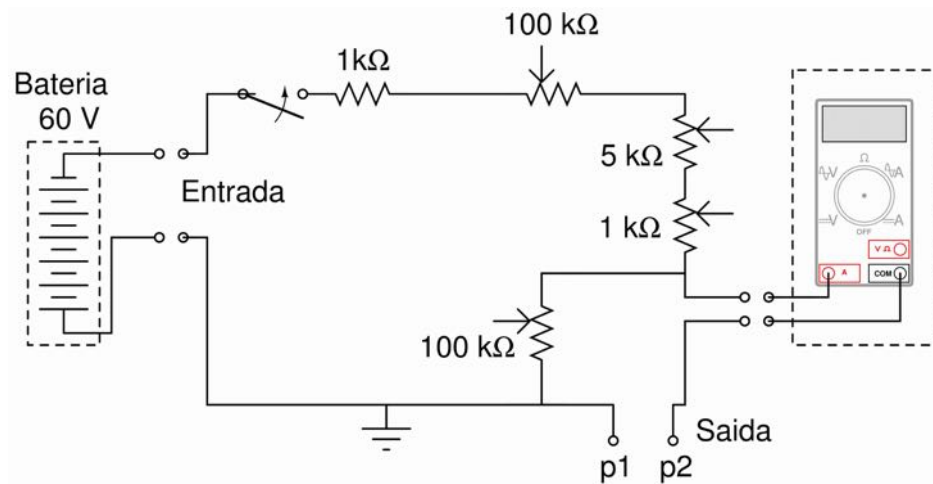


Figura 4.12 Esquema da fonte de corrente constante.

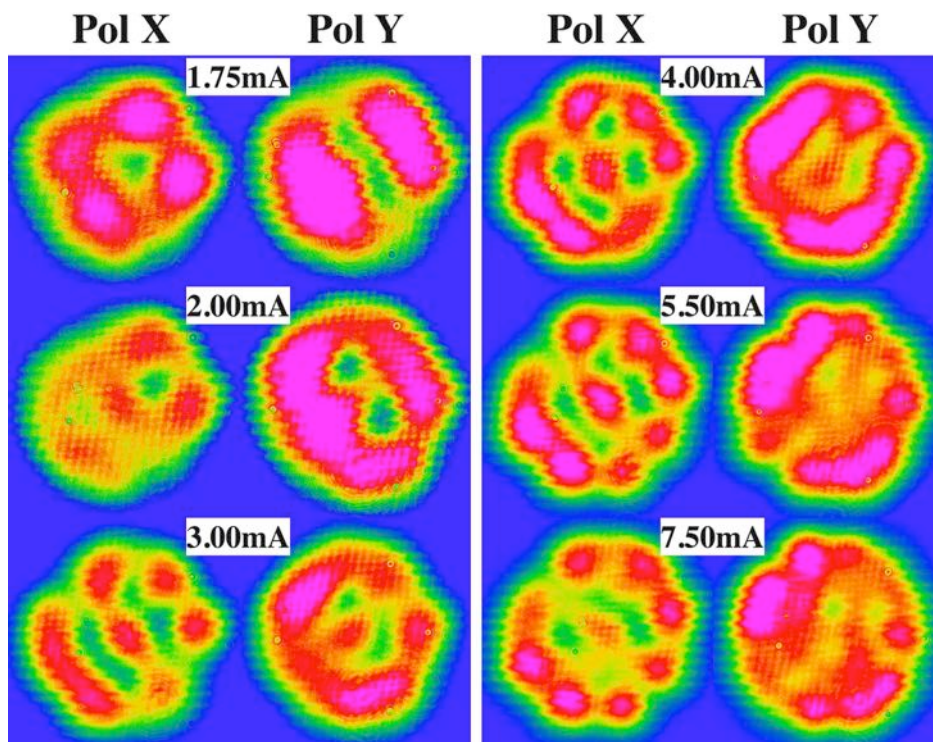


Figura 4.13 Perfil transversal do feixe mostrando os modos laterais de ordem superiores para várias correntes a uma temperatura de 25°C

4.3.1 Limiar vs temperatura

Um estudo sistemático sobre a intensidade da luz emitida em função da corrente de alimentação foi realizada com propósito de caracterizar quantitativamente os nossos lasers. Essa

caracterização é importante para, por exemplo, a escolha de pares de lasers com limiares parecidos usados em acoplamento eletrônico. Para um melhor resultado de sincronismo é necessário o uso de lasers com limiares parecidos. Assim, conhecer o limiar de cada laser e saber varia-los controlando a temperatura é essencial. Para levantar as curvas potência vs corrente de todos os lasers, foi usado um medidor de potência logo depois da lente colimadora na saída do feixe. Em alguns casos, como nas figuras 4.18 e 4.19 foi usado o esquema da figura 4.11 com um gerador de funções para modular a corrente e uma fonte de corrente que aceita modulação externa. Nesses casos a intensidade do feixe é enviada ao osciloscópio através de um fotodetector de 1 para a obtenção de um gráfico qualitativo.

Foram medidos o limiares de operação dos lasers para várias temperaturas. A temperatura foi estabilizada em $\Delta T = 0.1^\circ\text{C}$ usando um controlador de temperatura. As figuras 4.14, 4.15, 4.16 e 4.17 mostram os resultados para um dos lasers. A figura 4.14 mostra o método utilizado para determinação do limiar. Partindo de uma corrente $I = 0.5\text{mA}$ até aproximadamente $I = 1.5\text{mA}$ é possível notar que a potência de emissão do laser é linear com a corrente porém com uma inclinação quase horizontal. Nesse momento o diodo se comporta como um LED. Em torno de $I = 1.65\text{mA}$ o laser atinge seu limiar. A partir daí a inclinação da reta aumenta consideravelmente. A determinação do limiar foi feita extrapolando as duas retas e achando o ponto de intersecção entre elas.

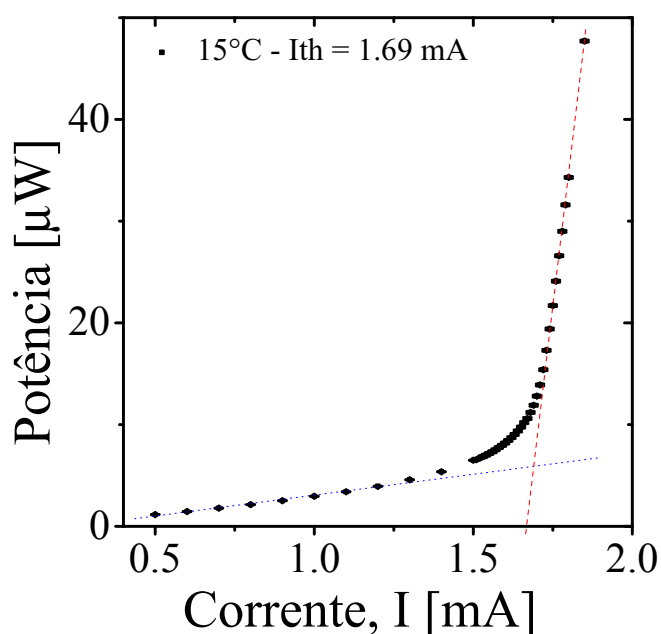


Figura 4.14 Curva de intensidade vs corrente - Método de determinação do limiar

A figura 4.15 mostra as curvas de potência para várias temperaturas. Uma saturação no ganho do laser para correntes mais altas pode ser notada através de uma leve perda de linearidade na curva à medida que a corrente aumenta. Quanto maior a temperatura, maior a saturação.

A figura 4.16 mostra um zoom da figura 4.15 para correntes de até $I = 2.6\text{mA}$. Nessa faixa de corrente ainda não existe saturação. A dependência do valor do limiar com a temperatura fica clara. O menor valor de limiar obtido foi para uma temperatura em torno de 35°C e 40°C , enquanto que o maior para uma temperatura de 15°C . A figura 4.17 mostra a curva da dependência do limiar com T . As figuras 4.18 e 4.19 mostram as curvas para diferentes lasers a uma temperatura de 20°C . Os lasers utilizados nesses experimentos de caracterização são VCSEL-850 Thorlabs. Todas as unidades usadas eram multimodo transversal. Lasers monomodo transversal modelo HFE4093-332 do fabricante Finisar foram adquiridos e uma de suas curvas de intensidade vs corrente de injeção é mostrada na figura 5.11 do próximo capítulo onde são estudados os modos de polarização. Também foram adquiridos dois lasers multimodo transversal da Finisar modelo HFE4093-342. A sua curva intensidade vs corrente de injeção é mostrada na figura 6.2 no capítulo 6, onde é tratada a dinâmica do VCSEL com realimentação ótica.

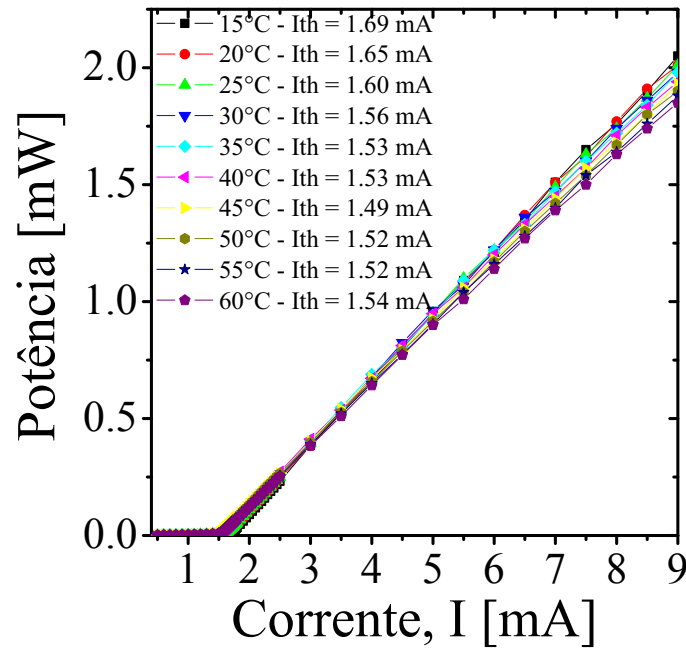


Figura 4.15 Curva intensidade vs corrente para várias temperaturas.

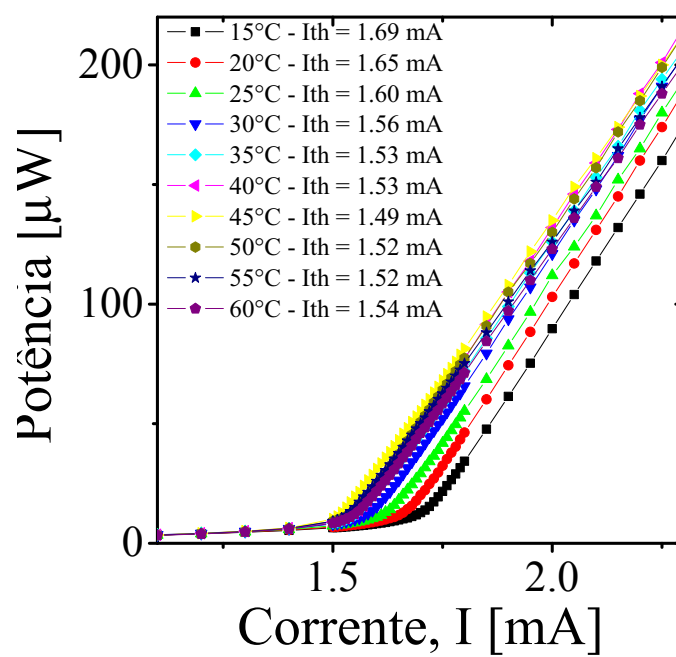


Figura 4.16 Zoom da figura 4.15

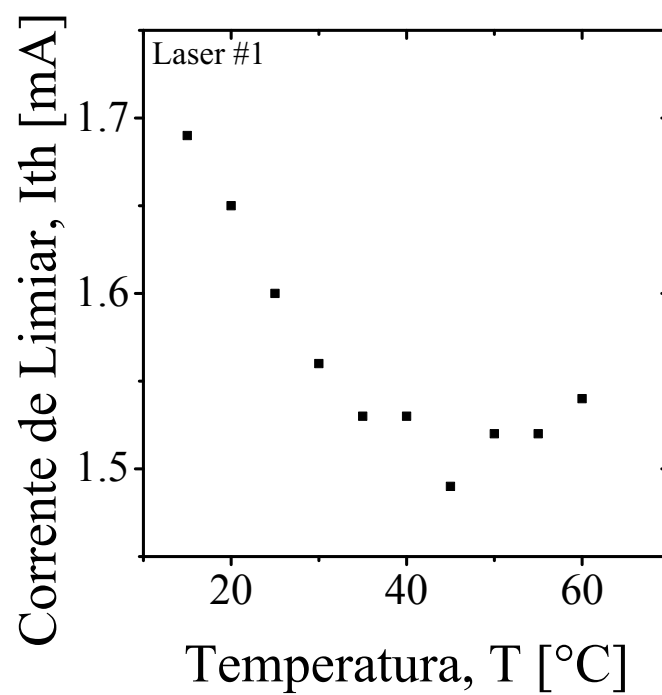


Figura 4.17 Limiar vs Temperatura

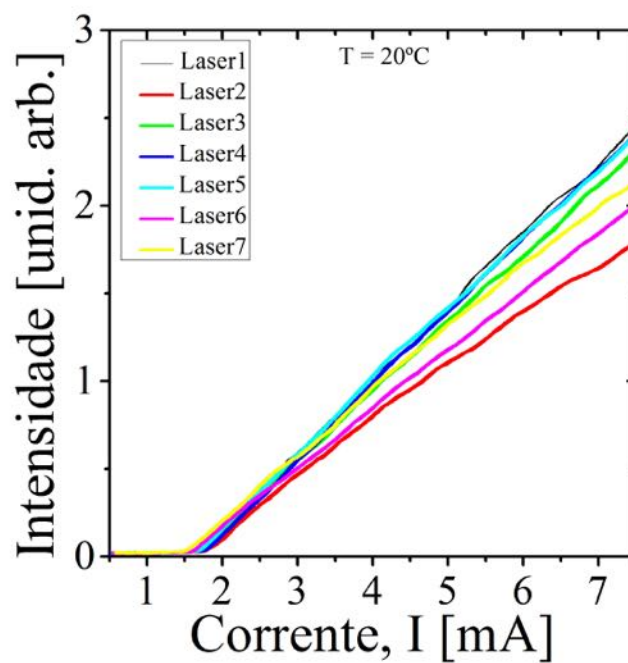


Figura 4.18 Curva de intensidade vs corrente de alimentação para vários lasers

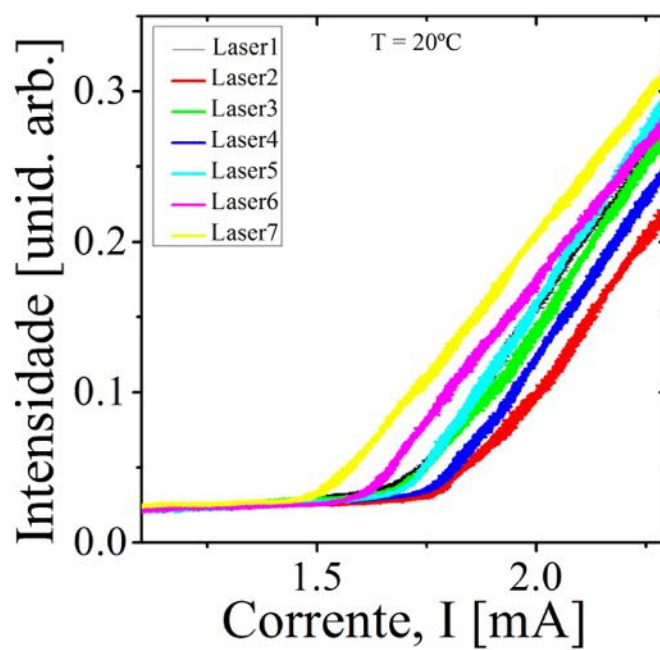


Figura 4.19 Zoom da figura 4.18

Capítulo 5

Dinâmica da polarização de um VCSEL

5.1 Polarização da luz

Na propagação de uma onda eletromagnética numa aproximação de onda plana, os campos elétrico $\vec{E}$ e magnético $\vec{B}$ oscilam em direções perpendiculares entre si num plano ortogonal à direção de propagação da onda. A polarização da luz convencionalmente é determinada pela direção de oscilação do vetor campo elétrico $\vec{E}$. Por isso, nesta tese apenas é tratado o vetor $\vec{E}$ nas equações que determinam as características dos modos de polarização da luz emitida por um laser. Mas é importante lembrar que o campo magnético $\vec{B}$ também está presente oscilando numa direção ortogonal ao campo elétrico e à direção de propagação da luz. Seja $\hat{z}$ a direção de propagação da onda eletromagnética. O plano perpendicular onde $\vec{E}$ e $\vec{B}$ oscilam é formado pelos versores $\hat{x}$ e $\hat{y}$, conforme mostra a figura 5.1. Nesta situação $\vec{E}$ oscila senoidalmente na

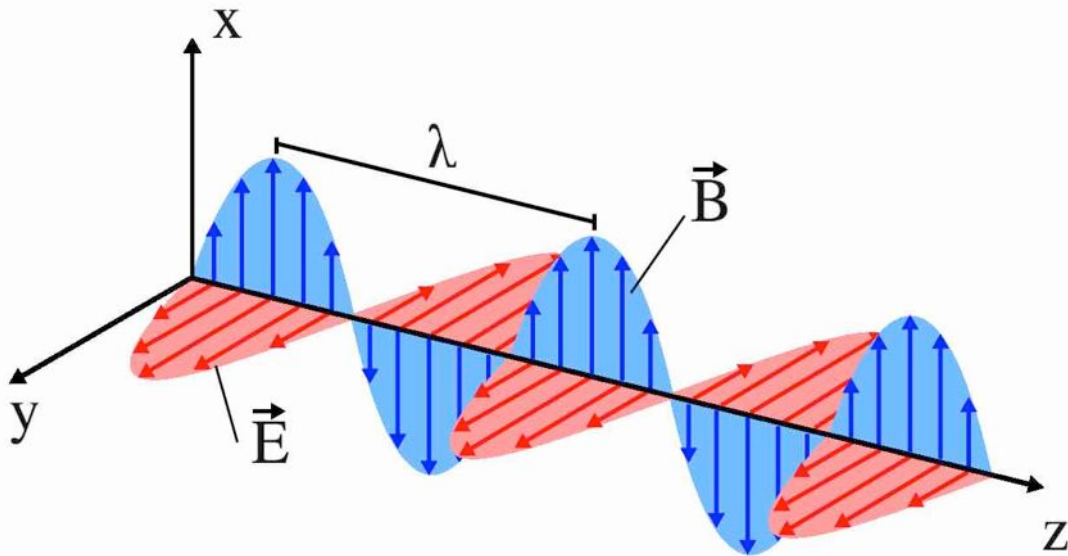


Figura 5.1 Onda eletromagnética que se propaga na direção do eixo $\hat{z}$ e que tem os campos elétrico $\vec{E}$ e magnético $\vec{B}$ oscilando em direções fixas no plano xy . $\vec{E}$ oscila na direção $\hat{y}$ e $\vec{B}$ na direção $\hat{x}$.

direção $\hat{y}$ à medida que a onda se propaga. É possível escrever o campo como:

$$\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{y} \quad (5.1)$$

onde E_0 é a amplitude do campo elétrico, $k = 2\pi/\lambda$ é o número de onda, λ é o comprimento de onda e ω é a frequência angular da oscilação do campo eletromagnético. Nesta situação $\vec{E}$ oscila na direção $\hat{y}$. A figura 5.2 representa o plano xy e mostra o sentido e amplitude de $\vec{E}$ para diferentes instantes de tempo. Para valores de $kz - \omega t$ iguais a 0 , π e 2π o campo tem módulo máximo, enquanto que para valores iguais a $\pi/2$ e $3\pi/2$ o módulo de $\vec{E}$ é nulo.

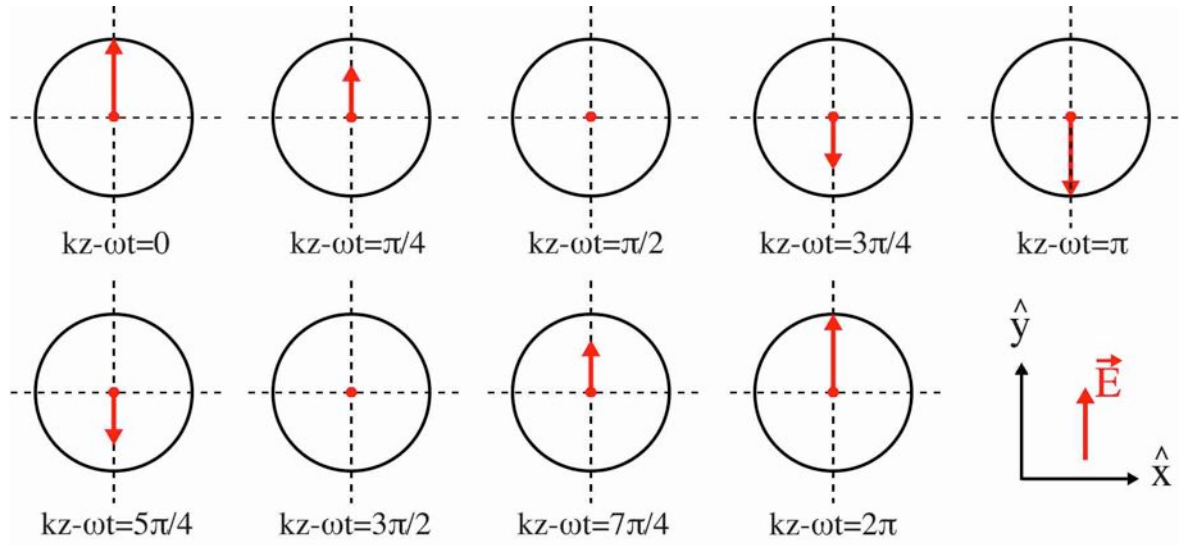


Figura 5.2 Amplitude e sentido do campo elétrico $\vec{E}$ representados no plano xy em vários instantes durante um período ótico.

No exemplo mostrado nas figuras 5.1 e 5.2 o campo elétrico oscila em uma direção fixa, $\hat{y}$. Neste caso, esta onda eletromagnética está polarizada linearmente na direção $\hat{y}$ ou, por convenção, verticalmente polarizada (caso a direção de oscilação de $\vec{E}$ fosse $\hat{x}$, esta onda estaria horizontalmente polarizada ou polarização horizontal). De forma geral, um estado qualquer de polarização da luz pode ser representado pelo campo $\vec{E}$ escrito na forma:

$$\vec{E} = E_{0x} \cos(kz - \omega t + \phi_x) \hat{x} + E_{0y} \cos(kz - \omega t + \phi_y) \hat{y} \quad (5.2a)$$

$$= E_x \hat{x} + E_y \hat{y} \quad (5.2b)$$

$$= \vec{E}_x + \vec{E}_y \quad (5.2c)$$

onde E_{0x} , E_{0y} , ϕ_x e ϕ_y são amplitudes e fases arbitrárias da oscilação de $\vec{E}$ nas direções $\hat{x}$ e $\hat{y}$, respectivamente. A equação 5.2 descreve qualquer estado de polarização de $\vec{E}$ na base das polarizações lineares vertical e horizontal. No exemplo das figuras 5.1 e 5.2 E_{0x} é nulo, reduzindo

então a equação 5.2a à equação 5.1 usando $\phi_y = 0$. De forma geral, para se determinar o estado de polarização da luz são necessárias apenas as amplitudes de oscilação do campo $\vec{E}$ em cada direção, E_{0x} e E_{0y} e da diferença de fase entre essas componentes $\phi = \phi_y - \phi_x$. Como o que importa é a diferença de fase ϕ , para simplificar a equação do campo é possível escolher como valor de referência $\phi_x = 0$ e reescrever 5.2a como se segue:

$$\vec{E} = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \hat{x} + E_{0y} \cos(kz - \omega t + \phi) \hat{y} \quad (5.3)$$

5.1.1 Polarização linear, circular e elíptica

Se a diferença de fase ϕ for múltipla de π , ou seja $\phi = 0, \pi, 2\pi$, a polarização é linear e tem direção dada pela razão entre E_{0y}/E_{0x} , que nada mais é do que a tangente do ângulo θ formado com o eixo $\hat{x}$, como mostrado na figura 5.3. É importante notar que se ϕ for igual a 0 ou 2π , o campo $\vec{E}$ oscila entre os quadrantes $0 \leq \theta \leq \pi/2$ e $\pi \leq \theta \leq 3\pi/2$ como é mostrado na figura 5.3 (esquerda). Por outro lado se ϕ for igual a π , o campo $\vec{E}$ oscila entre os quadrantes $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ e $3\pi/2 \leq \theta \leq 2\pi$, isso está representado na figura 5.3 (direita). Se as amplitudes de oscilação E_{0x} e E_{0y} forem iguais, a polarização é linear a 45° ($\phi = 0$) ou -45° ($\phi = \pi$) em relação ao eixo $\hat{x}$. Caso E_{0x} seja nulo, a luz tem polarização linear na direção $\hat{y}$, conforme exemplo das figuras 5.1 e 5.2, e vice-versa.

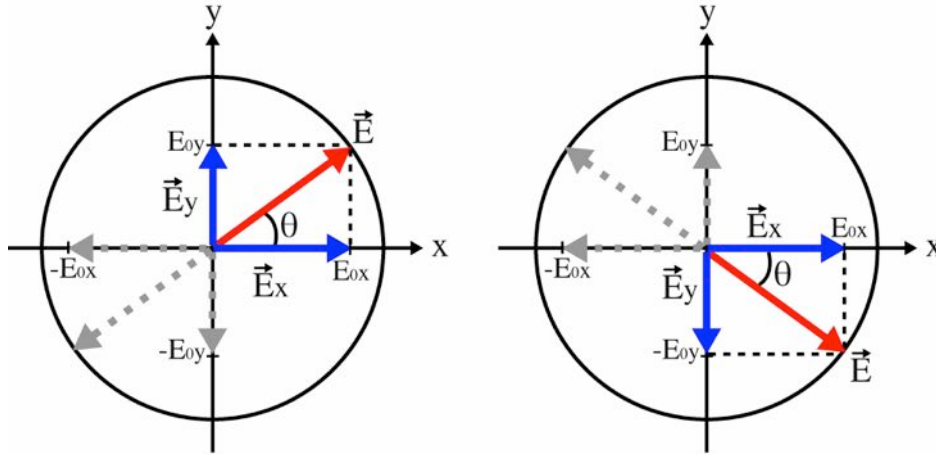


Figura 5.3 Polarização linear para $\phi = 0, 2\pi, 4\pi \dots$ fazendo o campo oscilar entre os quadrantes $0 \leq \theta \leq \pi/2$ e $\pi \leq \theta \leq 3\pi/2$ (esquerda). Polarização linear para $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi \dots$ fazendo o campo oscilar entre os quadrantes $\pi/2 \leq \theta \leq \pi$ e $3\pi/2 \leq \theta \leq 2\pi$ (direita).

A luz também pode propagar-se mantendo o módulo de $\vec{E}$ constante. Para que isso aconteça a razão E_{0y}/E_{0x} tem que ser unitária e a diferença de fase ϕ entre as componentes $\vec{E}_x$ e $\vec{E}_y$ tem que ser igual a $\pm\pi/2$. Assim a luz é circularmente polarizada e se propaga com $\vec{E}$ rotacionando em torno do eixo de propagação, conforme é mostrado na figura 5.4.

Em outras palavras, se as componentes de $\vec{E}$ nas direções $\hat{x}$ e $\hat{y}$ tiverem amplitudes de oscilação iguais e oscilam com a fase relativa igual a $\pm\pi/2$ a polarização é circular e à medida

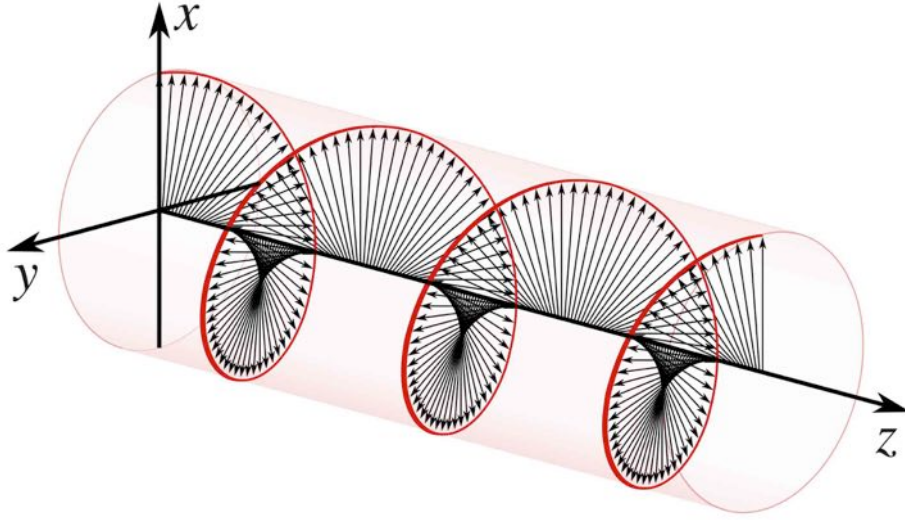


Figura 5.4 Propagação de uma onda eletromagnética plana na direção $\hat{z}$ com o campo $\vec{E}$ oscilando no plano xy com polarização circular esquerda (Figura de domínio público acessível em <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=9861623>)

que $\vec{E}$ gira em torno da origem do plano xy mantém sua amplitude constante e igual a:

$$|\vec{E}| = \sqrt{[E_{0x} \cos(kz - \omega t)]^2 + [E_{0y} \cos(kz - \omega t \pm \pi/2)]^2} \quad (5.4a)$$

$$= \sqrt{[E_{0x} \cos(kz - \omega t)]^2 + [\mp E_{0x} \sin(kz - \omega t)]^2} \quad (5.4b)$$

$$= E_{0x} = E_{0y} = E_0 \quad (5.4c)$$

Logo, para uma polarização circular tem-se que:

$$\vec{E} = E_0[\cos(kz - \omega t)\hat{x} + \cos(kz - \omega t \pm \pi/2)\hat{y}] \quad (5.5a)$$

$$= E_0[\cos(kz - \omega t)\hat{x} \mp \sin(kz - \omega t)\hat{y}] \quad (5.5b)$$

O sinal da fase relativa ϕ determina em que sentido o vetor $\vec{E}$ rotaciona. Se $0 < \phi < \pi$, o sentido de rotação de $\vec{E}$ é para horário, ou seja, para a direita. Se $\pi < \phi < 2\pi$ ou $-\pi < \phi < 0$, o sentido de rotação de $\vec{E}$ é para anti-horário, isto é, para a esquerda. Neste caso, se $\phi = +\pi/2$, a luz é dita circularmente polarizada para direita, pois à medida que o tempo vai passando rotaciona para a direita. Para $\phi = -\pi/2$ a polarização da luz em questão é circularmente polarizada para a esquerda. A figura 5.5 mostra a projeção no plano xy de $\vec{E}$ nos casos de polarização circular direita (figura do lado esquerdo) e polarização circular esquerda (figura do lado direito). Já a figura 5.6 mostra como, durante um quarto de período ótico, evoluem o vetor $\vec{E}$ e suas componentes no plano xy nos casos de polarização circular direita (fig. 5.6 (a)) e esquerda (fig. 5.6 (b)).

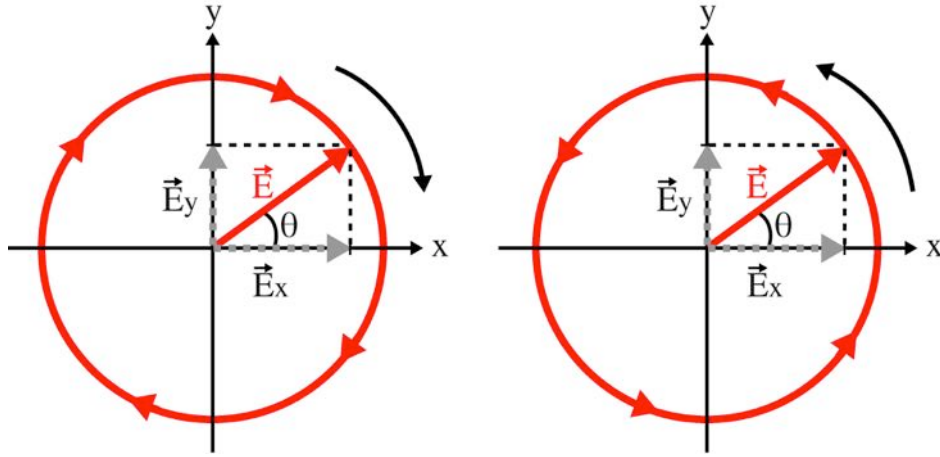


Figura 5.5 Polarização circular. Projeção no plano xy de $\vec{E}$ nos casos de polarização circular direita (figura do lado esquerdo) e polarização circular esquerda (figura do lado direito)

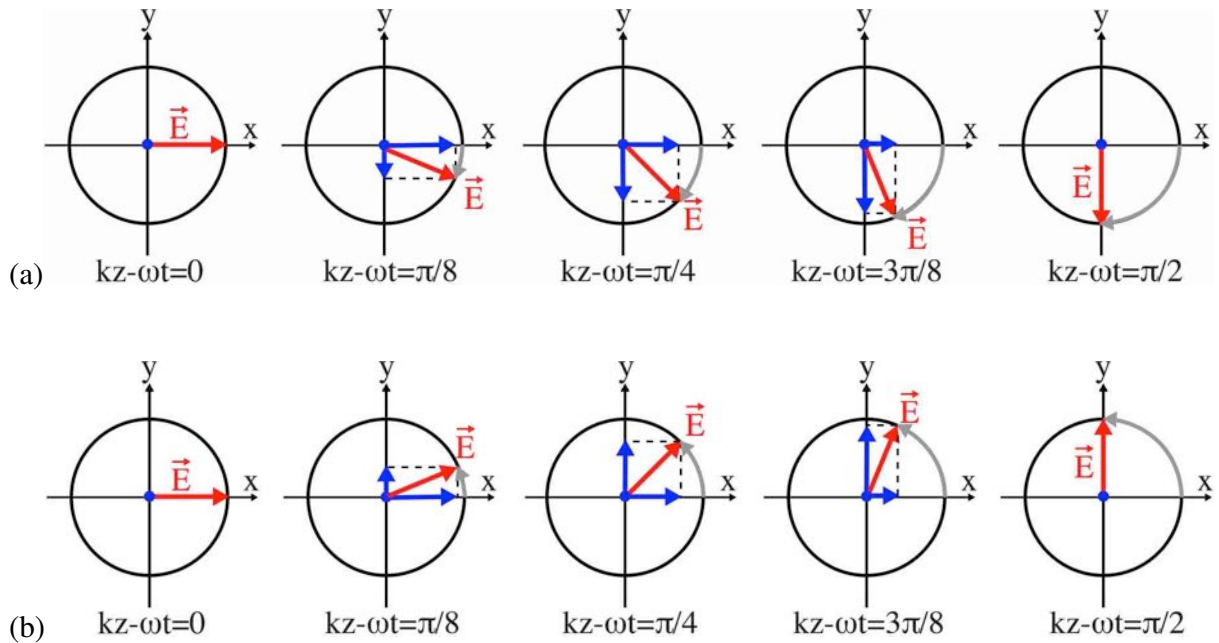


Figura 5.6 Polarização circular (a) direita ($\phi = +\pi/2$) e (b) esquerda ($\phi = -\pi/2$) durante um quarto de período ótico.

Para qualquer outro caso onde os valores de ϕ e da relação E_{0y}/E_{0x} não satisfaça as condições para uma luz de polarização linear ou circular demonstradas acima, a luz tem polarização elíptica. A figura 5.8, mostra a projeção no plano xy do campo $\vec{E}$ para uma luz com polarização elíptica. A direção e tamanho dos eixos da elipse tem a ver tanto com a razão entre as amplitudes E_{0y} e E_{0x} como com a diferença de fase ϕ . Por exemplo, para $E_{0y} = E_{0x}$ ao variar ϕ de 0 a $\pi/2$, a polarização vai de linear (45°) para circular (direita) passando por estados de

polarização elíptica, conforme é mostrado na figura 5.7.

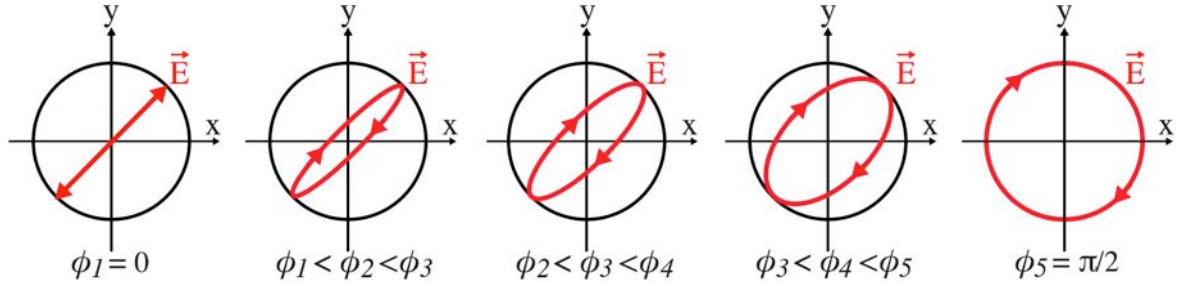


Figura 5.7 Polarização para diferentes ϕ com $E_{0y} = E_{0x}$. Da esquerda para a direita a polarização varia de linear (45°) para circular direita.

Os parâmetros que definem a elipse formada pela oscilação de $\vec{E}$ no plano xy são o ângulo de inclinação θ em relação ao eixo x e os tamanhos dos semi-eixos maior a e menor b , conforme é mostrado na figura 5.8. Esses valores podem ser calculados em termos de E_{0y} , E_{0x} e ϕ usando as seguintes equações:

$$\operatorname{tg}(2\theta) = 2 \frac{E_{0x}E_{0y}}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2} \cos \phi \quad (5.6)$$

$$a^2 + b^2 = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \quad (5.7)$$

$$ab = E_{0x}E_{0y} \sin \phi \quad (5.8)$$

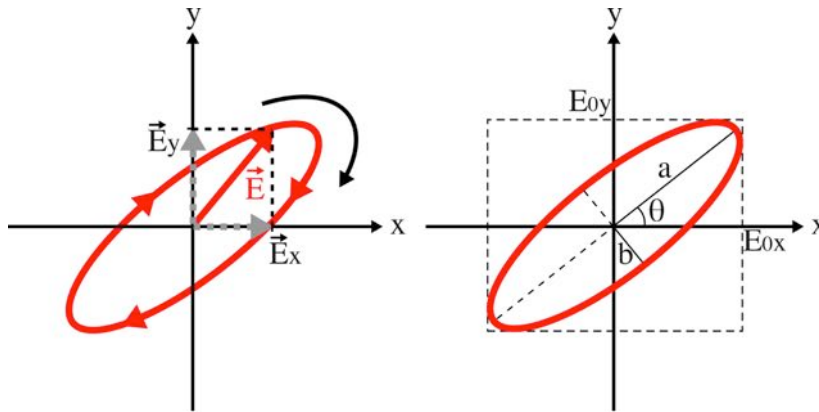


Figura 5.8 Polarização elíptica. Caso geral com o $\vec{E}$ rotacionando no sentido horário e suas componentes (esquerda). Semi-eixo maior a , semi-eixo menor b e ângulo de inclinação θ da elipse em relação ao eixo x (direita).

5.1.2 Esfera de Poincaré

Uma forma de representar o estado de polarização de uma onda eletromagnética é definindo os parâmetros de Stokes. Esses parâmetros dão origem à chamada esfera de Poincaré, uma esfera de raio unitário onde qualquer ponto na superfície representa um estado de polarização. Antes de se definir esses parâmetros é mais conveniente escrever o campo $\vec{E}$ na notação complexa para uma melhor manipulação algébrica. Portanto, a equação 5.3 pode ser reescrita na forma:

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y = E_{0x}e^{i(kz - \omega t + \phi_x)}\hat{x} + E_{0y}e^{i(kz - \omega t + \phi_y)}\hat{y} \quad (5.9)$$

onde i é unidade imaginária. A notação complexa é bastante útil para manipulação matemática, porém vale ressaltar que $\vec{E}$ é uma grandeza física e portanto para se obter o seu valor é necessário tomar a parte real da equação 5.9 o que nos levaria de volta à equação 5.3. Para um dado campo $\vec{E}$ com componentes $\vec{E}_x$ e $\vec{E}_y$, os parâmetros de Stokes são definidos como:

$$S_0 = |\vec{E}_x|^2 + |\vec{E}_y|^2 \quad (5.10a)$$

$$S_1 = |\vec{E}_x|^2 - |\vec{E}_y|^2 \quad (5.10b)$$

$$S_2 = 2\Re[\vec{E}_x\vec{E}_y^*] \quad (5.10c)$$

$$S_3 = -2\Im[\vec{E}_x\vec{E}_y^*] \quad (5.10d)$$

onde $\Re[z]$ e $\Im[z]$ significam a parte real e imaginária de um número complexo z , respectivamente. O primeiro parâmetro, S_0 nada mais é que a intensidade total da luz em questão $I = I_x + I_y = |\vec{E}_x|^2 + |\vec{E}_y|^2$. Normalizando os parâmetros da equação 5.10 dividindo-os por S_0 :

$$s_1 = \frac{|\vec{E}_x|^2 - |\vec{E}_y|^2}{|\vec{E}_x|^2 + |\vec{E}_y|^2} \quad (5.11a)$$

$$s_2 = \frac{2\Re[\vec{E}_x\vec{E}_y^*]}{|\vec{E}_x|^2 + |\vec{E}_y|^2} \quad (5.11b)$$

$$s_3 = \frac{-2\Im[\vec{E}_x\vec{E}_y^*]}{|\vec{E}_x|^2 + |\vec{E}_y|^2} \quad (5.11c)$$

onde $s_i = S_i/S_0$ são os parâmetros normalizados por S_0 . Substituindo $\vec{E}_x$ e $\vec{E}_y$ da equação 5.9 na equação 5.11, resulta que:

$$s_1 = \frac{|E_{0x}|^2 - |E_{0y}|^2}{|E_{0x}|^2 + |E_{0y}|^2} \quad (5.12a)$$

$$s_2 = \frac{2\Re[E_{0x}e^{i(kz-\omega t)}e^{i\phi_x}E_{0y}e^{-i(kz-\omega t)}e^{-i\phi_y}]}{|E_{0x}|^2 + |E_{0y}|^2} \quad (5.12b)$$

$$s_3 = \frac{-2\Im[E_{0x}e^{i(kz-\omega t)}e^{i\phi_x}E_{0y}e^{-i(kz-\omega t)}e^{-i\phi_y}]}{|E_{0x}|^2 + |E_{0y}|^2} \quad (5.12c)$$

Lembrando que $\phi = \phi_y - \phi_x$, temos que:

$$s_1 = \frac{|E_{0x}|^2 - |E_{0y}|^2}{|E_{0x}|^2 + |E_{0y}|^2} \quad (5.13a)$$

$$s_2 = \frac{2\Re[E_{0x}E_{0y}e^{-i\phi}]}{|E_{0x}|^2 + |E_{0y}|^2} \quad (5.13b)$$

$$s_3 = \frac{-2\Im[E_{0x}E_{0y}e^{-i\phi}]}{|E_{0x}|^2 + |E_{0y}|^2} \quad (5.13c)$$

Usando a fórmula de Euler $e^{\pm ix} = \cos(x) \pm i \sin(x)$ e as propriedades $\cos(-x) = \cos(x)$ e $\sin(-x) = -\sin(x)$, temos finalmente que:

$$s_1 = \frac{|E_{0x}|^2 - |E_{0y}|^2}{|E_{0x}|^2 + |E_{0y}|^2} \quad (5.14a)$$

$$s_2 = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos\phi}{|E_{0x}|^2 + |E_{0y}|^2} \quad (5.14b)$$

$$s_3 = \frac{2E_{0x}E_{0y}\sin\phi}{|E_{0x}|^2 + |E_{0y}|^2} \quad (5.14c)$$

Os parâmetros de Stokes são bastante úteis para a obtenção experimental da polarização de um feixe de luz. As expressões de S_0 , S_1 , S_2 e S_3 podem ser escritas dependendo apenas de grandezas facilmente mensuráveis em um laboratório. Elas podem ser reescritas dependendo apenas das intensidades das componentes do campo:

$$S_0 = I_x + I_y \quad (5.15a)$$

$$S_1 = I_x - I_y \quad (5.15b)$$

$$S_2 = I_{45^\circ} - I_{-45^\circ} \quad (5.15c)$$

$$S_3 = I_E - I_D \quad (5.15d)$$

que normalizados por S_0 ficam:

$$s_1 = \frac{I_x - I_y}{I_x + I_y} \quad (5.16a)$$

$$s_2 = \frac{I_{45^\circ} - I_{-45^\circ}}{I_x + I_y} \quad (5.16b)$$

$$s_3 = \frac{I_E - I_D}{I_x + I_y} \quad (5.16c)$$

onde $I_x = |\vec{E}_x|^2 = |E_{0x}|^2$ e $I_y = |\vec{E}_y|^2 = |E_{0y}|^2$ são intensidades das componentes do campo polarizadas linearmente nas direções $\hat{x}$ e $\hat{y}$; I_{45° e I_{-45° são intensidades das componentes do campo polarizadas linearmente nas direções que fazem um ângulo de 45° e -45° com $\hat{x}$, respectivamente; e I_E e I_D são as intensidades das componentes do campo que possuem polarização circular esquerda e direita, respectivamente. Essas componentes podem ser escritas em função de $\vec{E}_x$ e $\vec{E}_y$ da seguinte forma:

$$\vec{E}_{45} = \vec{E}_x \cos(45^\circ) + \vec{E}_y \sin(45^\circ) = \frac{\vec{E}_x + \vec{E}_y}{\sqrt{2}} \quad (5.17a)$$

$$\vec{E}_{-45} = \vec{E}_x \cos(-45^\circ) + \vec{E}_y \sin(-45^\circ) = \frac{\vec{E}_x - \vec{E}_y}{\sqrt{2}} \quad (5.17b)$$

$$\vec{E}_R = \frac{\vec{E}_x + i\vec{E}_y}{\sqrt{2}} \quad (5.17c)$$

$$\vec{E}_L = \frac{\vec{E}_x - i\vec{E}_y}{\sqrt{2}} \quad (5.17d)$$

É fácil ver a partir das equações 5.10 e 5.14 que:

$$S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = S_0^2 \quad (5.18a)$$

$$s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 = 1 \quad (5.18b)$$

Como foi dito antes, os parâmetros de Stokes descrevem uma esfera de raio unitário num espaço tridimensional onde os eixos cartesianos são representados por s_1 , s_2 e s_3 . A equação 5.18b representa essa esfera de raio unitário mostrada na figura 5.9. Qualquer ponto na superfície da esfera representa um estado de polarização. Pontos antípodas, ou seja, pontos que são ligados por um segmento de reta igual ao diâmetro da esfera, possuem estados de polarização ortogonais. Por exemplo, nos pólos se encontram os estados de polarização circular direita e circular esquerda. Já no eixo s_1 , encontram os estados de polarização linear horizontal e linear vertical, enquanto que no eixo s_2 os lineares a $\pm 45^\circ$. Qualquer outro ponto da superfície da esfera, que não seja um desses mencionados, são de polarização elíptica.

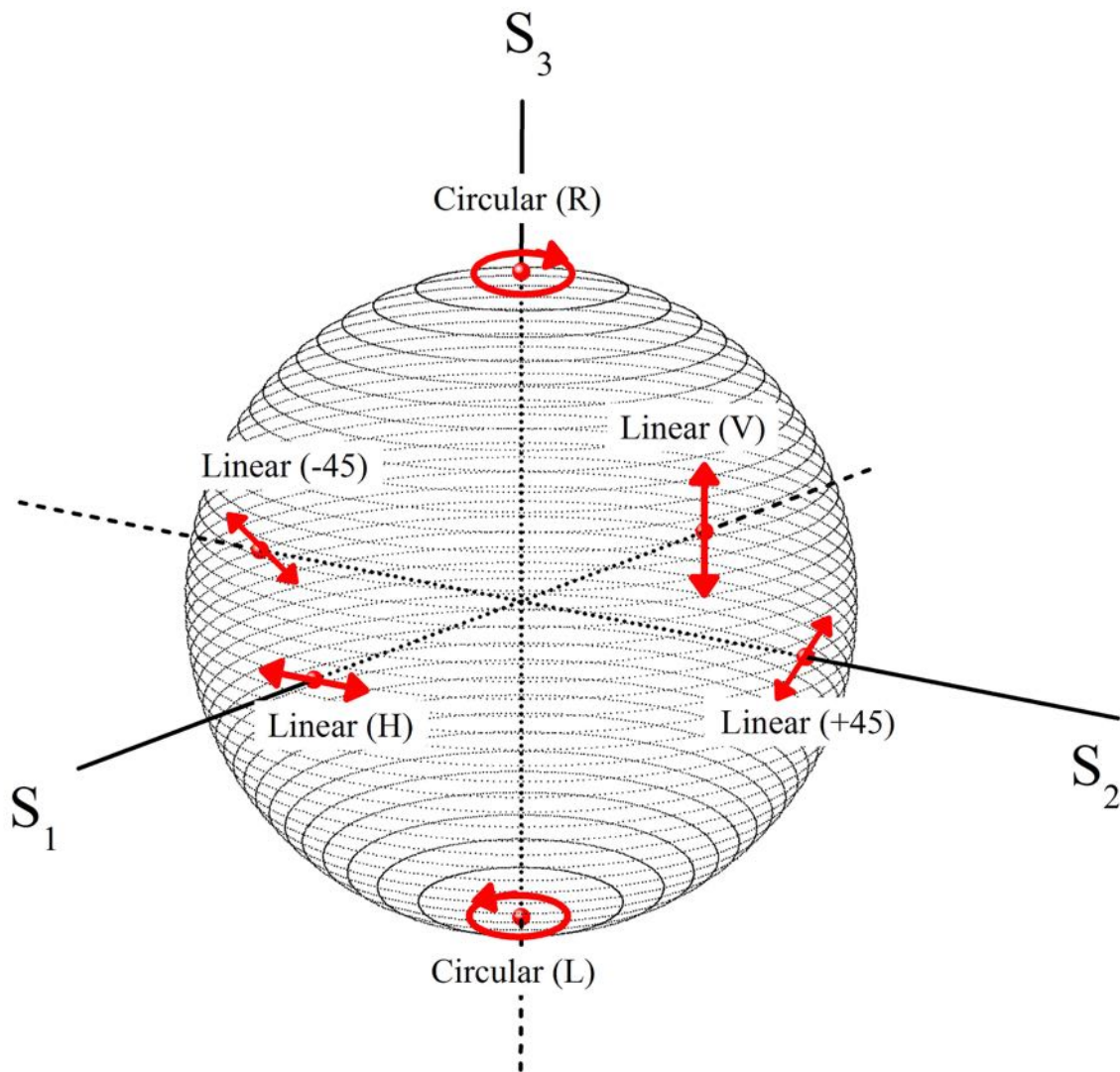


Figura 5.9 Esfera de Poincaré para a polarização da luz.

5.2 Modos de polarização no VCSEL

Diferentemente dos lasers tipo *edge emitting*, que só emitem luz polarizada linearmente na direção paralela à borda de emissão, os VCSELs podem emitir luz polarizada em qualquer direção paralela ao plano da superfície de emissão. Isso faz com que a luz emitida pelo VCSEL possa ser circularmente, elipticamente ou linearmente polarizada, dependendo das anisotropias da cavidade e/ou do cristal que forma meio de ganho. No caso da emissão de luz polarizada linearmente, geralmente existem duas direções preferenciais de polarização. Essas direções são ortogonais entre si e estão relacionadas com direções cristalográficas ortogonais do cristal que forma o meio de ganho. Existe uma diferença nas frequências de emissão desses modos lineares de polarização. Essa birefringência também acontece devido à estrutura do cristalina do meio de ganho. A polarização da luz emitida por um VCSEL pode mudar de acordo com a mudança de parâmetros como temperatura ou corrente de bombeamento, por exemplo. O esquema da figura 5.10 mostra o plano de polarização da luz emitida por um VCSEL e o eixo de polarização da luz emitida por um EEL. O esquema experimental usado para observar a

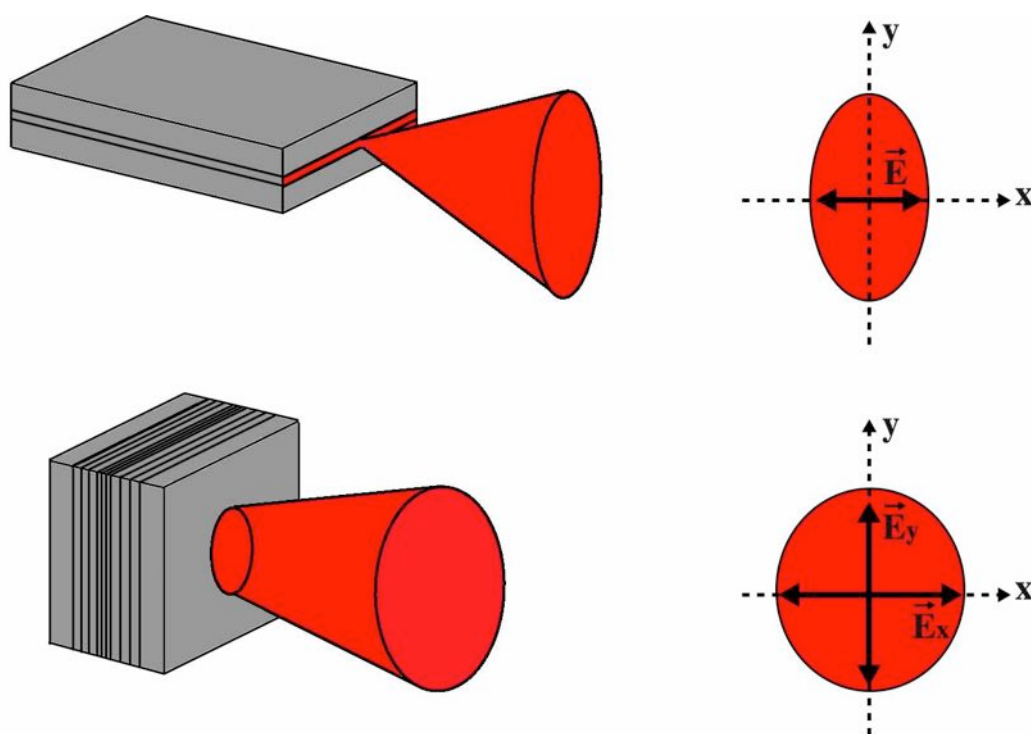


Figura 5.10 Perfil de emissão e eixo de polarização para emissão de um EEL (acima) e o plano de polarização para emissão de um VCSEL (abaixo)

dinâmica dos modos de polarização de um VCSEL é o da figura 4.11. Os detectores det2 e det3 enviam ao osciloscópio o sinal das duas polarizações perpendiculares emitidas depois que o feixe passa num divisor de feixes polarizador. Assim, podemos estudar as características das duas componentes de polarização presentes em VCSELs.

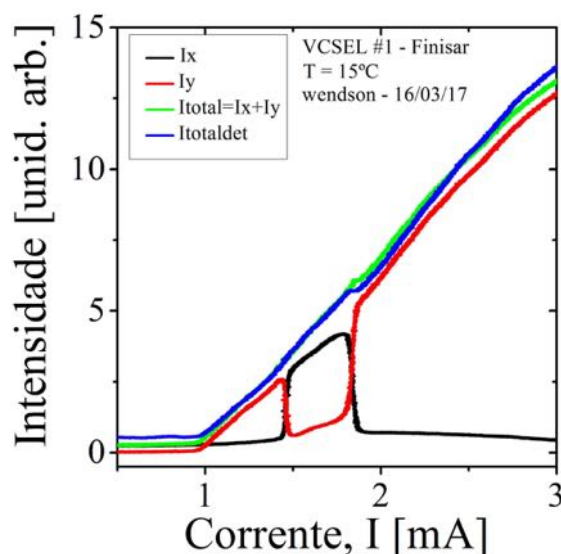


Figura 5.11 Intensidade emitida vs corrente de alimentação para um laser monomodo. Componente de polarização nas direções x (0°) e y (90°) indicadas nas cores preta e vermelha, respectivamente. Em verde a intensidade total obtida através da soma de I_x e I_y . Em azul a intensidade total detectada diretamente do detector.

A figura 5.11 mostra a curva experimental de Intensidade vs corrente de injeção obtida usando o esquema experimental da figura 4.11 para um laser monomodo. A cor preta corresponde à intensidade do modo de polarização x e a vermelha a intensidade do modo y . A cor verde representa a soma das intensidades. Uma troca na polarização acontece, para uma corrente pouco antes $I = 1,5\text{mA}$, do modo de menor limiar (modo x) para o modo de maior limiar (modo y). Essa troca é chamada na literatura de troca de polarização tipo I. Neste caso a troca acontece do modo de maior para menor frequência. Quando acontece o contrário, isto é, do modo de menor para o modo de maior frequência, essa troca é chamada de tipo II. Mais ou menos em $I = 1,8\text{mA}$ acontece uma troca de polarização do tipo II. As razões que levam a essa dinâmica está no fato de que a medida que se varia parâmetros como a corrente ou temperatura, existe um deslocamento relativo em frequência entre o perfil de ganho do meio e as frequências de emissão de cada modo. Portanto as polarizações são dependentes do ganho. A figura 5.12 mostra o gráfico experimental da troca de polarização para um VCSEL multimodo transversal. A figura 5.13 mostra um zoom da figura 5.12 na região da troca de polarização. No caso do VCSEL monomodo quando um modo está emitindo, o outro está quase sem emissão até que acontece o chaveamento. Isso não aconteceu em nossos lasers multimodo transversais, isto é, o chaveamento das polarizações é visível, mas um dos modos não tem sua intensidade levada a quase zero. Isso significa que a luz emitida não está totalmente polarizada linearmente, neste caso. A presença dos modos transversais de ordem superiores também contribui para o efeito no caso dos lasers multimodo.

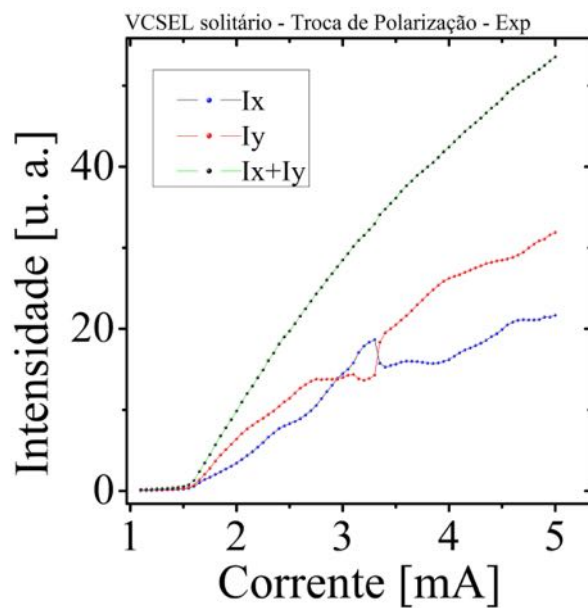


Figura 5.12 Intensidade emitida vs corrente de alimentação para um laser multimodo. Componente de polarização nas direções x (0°) e y (90°) indicadas nas cores azul e vermelha, respectivamente. Em preto a intensidade total obtida através da soma de I_x e I_y .

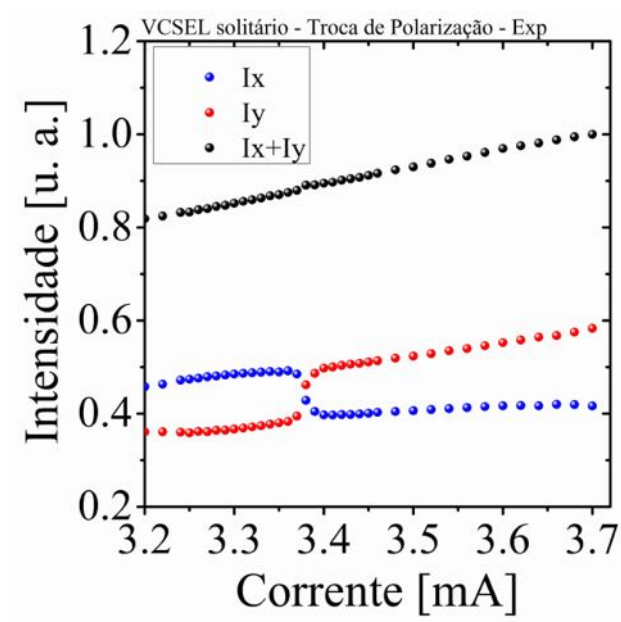


Figura 5.13 Mesma situação da figura 5.12, mas com um passo mais fino no incremento da corrente numa região de chaveamento da polarização.

A troca de polarização acontece num intervalo de corrente de injeção. Nessa região o laser apresenta bi-estabilidade. Isso significa que os dois modos de polarização são excitáveis. Assim, qualquer flutuação na corrente ou o próprio ruído da emissão espontânea, gera itinerância entre os modos de polarização. Essa itinerância foi observada experimentalmente em nossos lasers multimodo e monomodo transversais. As figuras 5.14 e 5.15 mostram esse comportamento para um laser multimodo espacial para diferentes valores de corrente e temperatura. O intervalo de tempo entre uma troca e outra, ou seja, o tempo em que um dos modos fica com seu valor maior até que acontece uma troca, é conhecido como tempo de permanência *dwell time*. O tempo de permanência de cada modo pode variar entre dezenas de nano segundos até segundos. Na metade da região de troca de polarização os tempos de permanência dos modo são estatisticamente iguais, ou seja, em média são iguais. No caso mostrado na figura 5.14, o tempo de permanência do modo x é bem maior que o do modo y . Ou seja, a maior parte do tempo o modo x está no seu valor máximo e o modo y no seu valor mínimo. Na figura 5.15, os tempos de permanência já parecem ser um pouco mais parecidos.

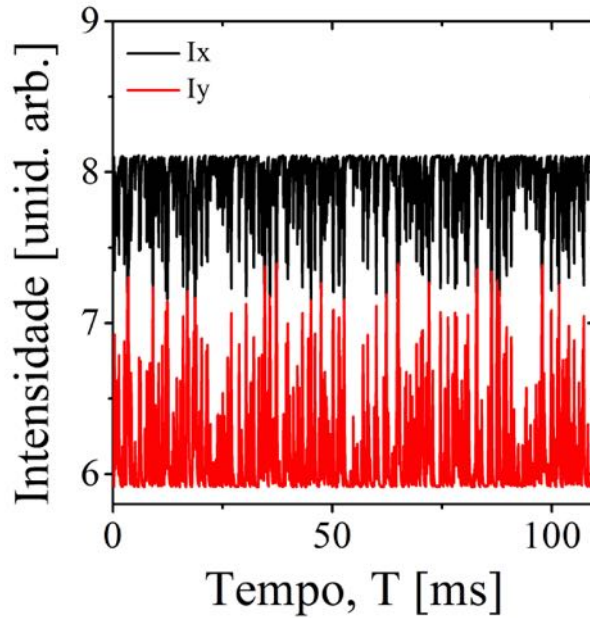


Figura 5.14 Troca de polarização para temperatura $T = 20^\circ\text{C}$ e corrente $I = 3.75\text{mA}$

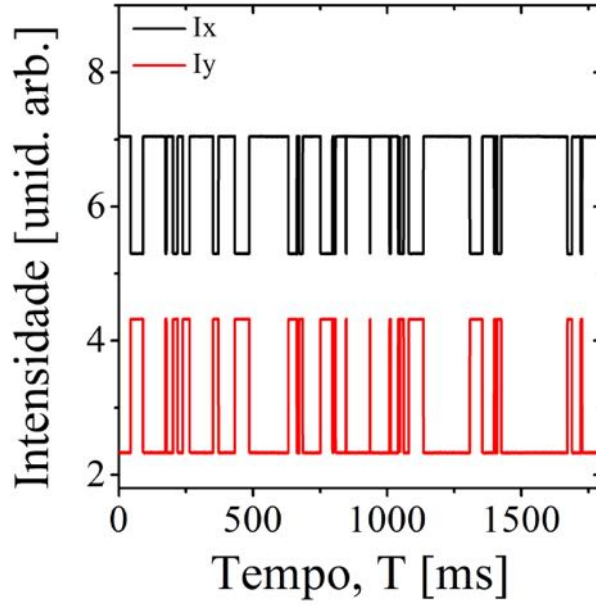


Figura 5.15 Troca de polarização para temperatura $T = 22.6^\circ\text{C}$ e corrente $I = 3.55\text{mA}$

5.3 Modelo Spin-Flip - San Miguel, Feng, Moloney

As características de emissão do VCSEL, principalmente a dinâmica da troca de polarização, tem sido bastante investigadas nas ultimas décadas. De um ponto de vista mais fundamental, o estado de polarização da luz emitida por um laser depende do momento angular dos estados quânticos envolvidos na transição. Devido à transição entre as bandas de energia, a emissão de um fóton polarizado circularmente para direita ou esquerda está relacionada à mudança da projeção do momento angular do elétron no eixo de quantização $\hat{z}$. Dependendo das bandas que o elétron ocupa antes e depois da transição, a mudança pode ser de $+1$ ou -1 (em unidades de $\hbar$) e assim o fóton emitido tem polarização circular para direita ou esquerda, respectivamente. Porém, anisotropias no ganho, birefringência e efeitos da cavidade podem levar a um estado de polarização preferencial na emissão do laser.

Um modelo teórico chamado de *Spin-Flip Model* (SFM), modelo de giro de spin, elaborado por San Miguel, Feng e Moloney em 1995 [3] leva em conta esses efeitos e se baseia num sistema de quatro níveis para descrever a dinâmica de um VCSEL. Os elétrons da banda de condução de um semiconductor que ocupam estados energéticos próximo ao *bandgap* tem o número quântico relacionado ao momento angular total igual a $J = 1/2$. As bandas de valência superiores são conhecidas como banda de valência de buracos pesados e leves. Essas bandas levam esses nomes devido à massa efetiva dos portadores que a compõem. Como foi dito antes, não é objetivo desta tese estudar detalhadamente as propriedades dos materiais semicondutores, portanto uma boa revisão sobre bandas de energia e suas propriedades podem ser feitas em livros texto como o Yariv [4], por exemplo. Em lasers formados por simples junções *p-n*, os

níveis de energia possíveis dos portadores formam um aglomerado devido ao fato dos portadores estarem livres e poderem assumir qualquer valor de energia. Esses materiais são chamados de *bulk*. Nesses materiais as bandas de valência de buracos pesados e leves são degeneradas em torno da região de *gap* e os portadores possuem $J = 3/2$. Para lasers de poço quântico, o confinamento quântico quebra essa degenerescência e a banda dos buracos pesados tem maior energia, como mostrado na figura 5.16. Assim, nos VCSELs de poço quântico, a transições da banda de condução para a banda de valência dos buracos leves são desprezíveis.

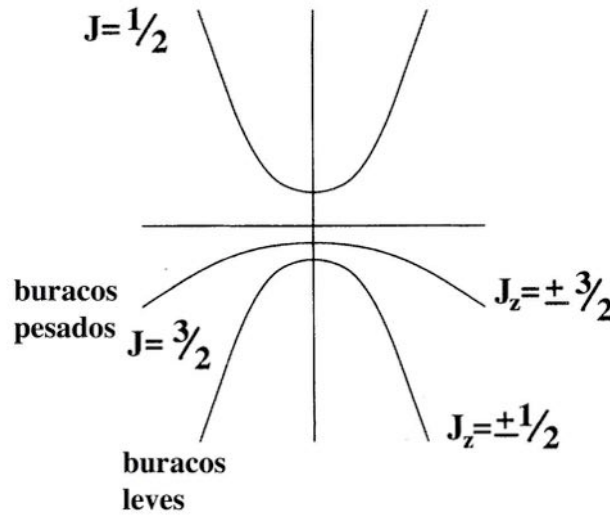


Figura 5.16 Estrutura de banda de VCSEL de poço quântico segundo o modelo SFM. Níveis magnéticos. Adaptada de [3].

No SFM são considerados os subníveis magnéticos das banda de condução e valência de buracos pesados para um VCSEL de poço quântico. Para esse tipo de estrutura, as transições permitidas são aquelas entre bandas onde a projeção na direção z (direção de propagação da luz perpendicular à superfície do meio de ganho, que coincide com o eixo de quantização) do momento angular total dos elétrons é $J_z = \pm 1/2$ para a banda de condução e $J_z = \pm 3/2$ para a banda de valência, em unidades de $\hbar$. Portanto o sistema de 4 níveis pode ser dividido em 2 subsistemas, conforme é mostrado na figura 5.17. As transições nesse subsistemas possuem uma variação no momento angular total de $\Delta J_z = \pm 1$ em unidades de $\hbar$ e estão associadas com a emissão luz polarizada circularmente para direita (E_+) ou esquerda (E_-).

Os subsistemas são acoplados via processo de giro do spin dos elétrons, o *spin-flip*. Se existe um excesso de portadores em um dos dois subsistemas, o seu spin muda para o valor oposto numa taxa de γ_s . Isso significa que as populações dos dois subsistemas N_+ e N_- estão acopladas.

As relações do campo eletromagnético com as transições possíveis do semiconductor, as chamadas equações de Maxwell-Bloch são resolvidas na por San Miguel *et al* [3] levando em conta as transições possíveis no VCSEL. Desprezando os efeitos transversais e levando em conta a emissão em um único modo longitudinal, as equações de taxa são apresentadas por San

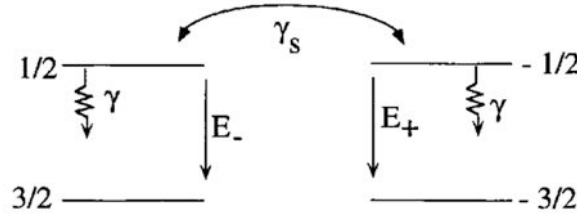


Figura 5.17 Tansições possíveis num VCSEL de poço quântico. Adaptada de [23].

Miguel em termos do envelope lento do campo de polarização circular direita (E_+) e esquerda (E_-):

$$\frac{dE_{\pm}}{dt} = \kappa(1 + i\alpha)(N \pm n - 1)E_{\pm} \quad (5.19a)$$

$$\frac{dN}{dt} = -\gamma[N(1 + |E_+|^2 + |E_-|^2) + n(|E_+|^2 - |E_-|^2) - I] \quad (5.19b)$$

$$\frac{dn}{dt} = -\gamma_s n - \gamma[n(|E_+|^2 + |E_-|^2) + N(|E_+|^2 - |E_-|^2)] \quad (5.19c)$$

onde κ é a taxa de decaimento do campo na cavidade (inverso do tempo de vida do fóton na cavidade), γ é a taxa de decaimento dos número total de portadores e I é a corrente de injeção normalizada (o limiar de operação acontece em $I = 1$). O parâmetro α , como foi definido no capítulo 2, também conhecido como fator α é fator de alargamento da largura de linha (*linewidth enhancement factor*). A variável de população $N = (N' - N_0)/N_{th}$ é o excesso do número total de portadores no meio de ganho N' em relação ao número de portadores N_0 necessários para deixar o meio transparente (mesma probabilidade de absorver e amplificar), normalizado pelo número de portadores do limiar de funcionamento do laser N_{th} . A variável n é a diferença entre as populações N de cada subsistema mostrados na figura 5.17.

$$N = (N_{1/2} + N_{-1/2}) - (N_{3/2} + N_{-3/2}) = (N_{1/2} - N_{3/2}) + (N_{-1/2} - N_{-3/2}) \quad (5.20)$$

$$n = (N_{1/2} - N_{3/2}) - (N_{-1/2} - N_{-3/2}) \quad (5.21)$$

Como foi dito antes, o termo γ_s é a taxa de redistribuição da mudança de spin dos portadores da banda de condução e é responsável pelo equilíbrio entre as populações dos subsistemas formados pelos sub-níveis magnéticos. Se γ_s assume valores muito altos em relação em relação às outras taxas de relaxação do modelo, n rapidamente relaxa para zero. Isso implica num sistema onde os campos E_+ e E_- são acoplados através de uma única população N . Por outro lado, caso γ_s assuma o valor mínimo igual a γ , as equações de taxa podem ser reescritas desacoplando totalmente os campos E_+ e E_- que passa a ter populações $N_+ = N + n$ e $N_- = N - n$, dando origem a dois sistemas de equações independentes. Para obter esses dois pares de equações desacopladas, basta tomar $\gamma_s = \gamma$ e somar (subtrair) as equações 5.19b e

5.19c e substituir $N_+ = N + n$ ($N_- = N - n$). O valor de γ_s está numa escala temporal intermediária entre $\gamma \approx 1 \text{ ns}^{-1}$ e $\kappa \approx 1 \text{ ps}^{-1}$. Geralmente seu valor é da ordem de dezenas ou centenas de ps^{-1} [23].

A diferença de frequência dos modos ortogonais de polarizações lineares emitidos pelo VCSEL, é devido à birefringência do meio de ganho. Como apresentado por M. Regalado [23], esses diferentes índices de refração para os eixos do cristal do semiconductor podem ser modelados pelo parâmetro γ_p , chamado de anisotropia de fase. Esta anisotropia leva a uma diferença entre as frequências dos modos de polarização linear (ω_x e ω_y) que são relacionadas com γ_p na forma $\gamma_p = (\omega_x - \omega_y)/2$. Além disso, são observados [23] diferentes ganhos para esses modos ortogonais de emissão devido a diferentes fatores como anisotropias na cavidade ressonante e nas propriedades de ganho do cristal, por exemplo. Essas diferenças no ganho são introduzidas no modelo, como mostrado também por Regalado, através do parâmetro γ_a , chamado de anisotropia de amplitude. Introduzindo esses efeitos no modelo, as equações 5.19, ficam:

$$\frac{dE_{\pm}}{dt} = \kappa(1 + i\alpha)(N \pm n - 1)E_{\pm} - i\gamma_p E_{\mp} - \gamma_a E_{\mp} \quad (5.22a)$$

$$\frac{dN}{dt} = -\gamma[N(1 + |E_+|^2 + |E_-|^2) + n(|E_+|^2 - |E_-|^2) - I] \quad (5.22b)$$

$$\frac{dn}{dt} = -\gamma_s n - \gamma[n(|E_+|^2 + |E_-|^2) + N(|E_+|^2 - |E_-|^2)] \quad (5.22c)$$

É conveniente escrever as equações 5.22 em termos das componentes lineares ortogonais do campo E_x e E_y . Para isso é necessário usar a relação entre as representações do campo nas bases de polarizações circulares e lineares obtida invertendo as equações 5.17c e 5.17d. Substituindo a notação E_R e E_L por E_+ e E_- , respectivamente e levando em conta apenas as amplitudes dos vetores em questão, temos que:

$$E_+ = \frac{E_x + iE_y}{\sqrt{2}} \quad (5.23a)$$

$$E_- = \frac{E_x - iE_y}{\sqrt{2}} \quad (5.23b)$$

e portanto, o modelo SFM escrito em termos das componentes de polarizações lineares fica:

$$\frac{dE_x}{dt} = \kappa(1 + i\alpha)[(N - 1)E_x + inE_y] - (\gamma_a + i\gamma_p)E_x \quad (5.24a)$$

$$\frac{dE_y}{dt} = \kappa(1 + i\alpha)[(N - 1)E_y - inE_x] + (\gamma_a + i\gamma_p)E_y \quad (5.24b)$$

$$\frac{dN}{dt} = -\gamma[N(1 + |E_x|^2 + |E_y|^2) + in(E_y E_x^* - E_x E_y^*) - I] \quad (5.24c)$$

$$\frac{dn}{dt} = -\gamma_s n - \gamma[n(|E_x|^2 + |E_y|^2) + iN(E_y E_x^* - E_x E_y^*)] \quad (5.24d)$$

As componentes complexas do envelope lento do campo E_x e E_y podem ser escritas em termos de amplitude e fase na forma $E_x(t) = \mathcal{E}_x(t)e^{i\phi_x(t)}$ e $E_y(t) = \mathcal{E}_y(t)e^{i\phi_y(t)}$, onde é possível escrever que $\phi(t) = \phi_y(t) - \phi_x(t)$ é a diferença de fase dos modos de polarização x e y . É importante notar que nas equações de taxa a dependência temporal está sendo omitida para uma melhor visualização das equações. Fazendo as substituições e um pouco de álgebra, as equações finalmente podem ser escritas em termos de variáveis reais:

$$\frac{d\mathcal{E}_x}{dt} = [\kappa(N-1) - \gamma_a]\mathcal{E}_x - \kappa n[\sin\phi + \alpha \cos\phi]\mathcal{E}_y \quad (5.25a)$$

$$\frac{d\phi_x}{dt} = \kappa n[\cos\phi - \alpha \sin\phi]\frac{\mathcal{E}_y}{\mathcal{E}_x} + \kappa\alpha(N-1) - \gamma_p \quad (5.25b)$$

$$\frac{d\mathcal{E}_y}{dt} = [\kappa(N-1) + \gamma_a]\mathcal{E}_y + \kappa n[-\sin\phi + \alpha \cos\phi]\mathcal{E}_x \quad (5.25c)$$

$$\frac{d\phi_y}{dt} = \kappa n[-\cos\phi - \alpha \sin\phi]\frac{\mathcal{E}_x}{\mathcal{E}_y} + \kappa\alpha(N-1) + \gamma_p \quad (5.25d)$$

$$\frac{dN}{dt} = -\gamma[N(1 + |\mathcal{E}_x|^2 + |\mathcal{E}_y|^2) - 2n\mathcal{E}_x\mathcal{E}_y \sin\phi - I] \quad (5.25e)$$

$$\frac{dn}{dt} = -\gamma_s n - \gamma[n(|\mathcal{E}_x|^2 + |\mathcal{E}_y|^2) - 2N\mathcal{E}_x\mathcal{E}_y \sin\phi] \quad (5.25f)$$

As soluções estacionárias dessas equações para os modos polarizados linearmente E_x e E_y são obtidas fazendo as derivadas dos campos e população iguais a zero e as derivada das fases iguais às frequências óticas ω_x e ω_y , respectivamente.

$$0 = [\kappa(N_s - 1) - \gamma_a]\mathcal{E}_{x,s} - \kappa n[\sin\phi_s + \alpha \cos\phi_s]\mathcal{E}_{y,s} \quad (5.26a)$$

$$\omega_x = \kappa n[\cos\phi_s - \alpha \sin\phi_s]\frac{\mathcal{E}_{y,s}}{\mathcal{E}_{x,s}} + \kappa\alpha(N_s - 1) - \gamma_p \quad (5.26b)$$

$$0 = [\kappa(N_s - 1) + \gamma_a]\mathcal{E}_{y,s} + \kappa n[-\sin\phi_s + \alpha \cos\phi_s]\mathcal{E}_{x,s} \quad (5.26c)$$

$$\omega_y = \kappa n[-\cos\phi_s - \alpha \sin\phi_s]\frac{\mathcal{E}_{x,s}}{\mathcal{E}_{y,s}} + \kappa\alpha(N_s - 1) + \gamma_p \quad (5.26d)$$

$$0 = -\gamma[N_s(1 + |\mathcal{E}_{x,s}|^2 + |\mathcal{E}_{y,s}|^2) - 2n_s\mathcal{E}_{x,s}\mathcal{E}_{y,s} \sin\phi_s - I] \quad (5.26e)$$

$$0 = -\gamma_s n_s - \gamma[n_s(|\mathcal{E}_{x,s}|^2 + |\mathcal{E}_{y,s}|^2) - 2N_s\mathcal{E}_{x,s}\mathcal{E}_{y,s} \sin\phi_s] \quad (5.26f)$$

onde o sub-índice s indica a solução estacionária. A solução estacionária $E_{x,s}$ é dada para $E_{y,s} = 0$. Portanto, da equação 5.26e tem-se que $\mathcal{E}_{x,s} = \sqrt{(I/N_s) - 1}$. Da equação 5.26a é possível ver que $N_s = 1 + \gamma_a/\kappa$. A solução pode estacionária para a polarização linear x pode então ser escrita como:

$$E_x = \sqrt{\frac{I}{I_{x,lim}} - 1}e^{i\omega_x}, \quad I_{x,lim} = 1 + \frac{\gamma_a}{\kappa} \quad (5.27)$$

Fazendo o mesmo procedimento para a solução estacionária $E_{y,s}$ tomando $E_{x,s} = 0$, resulta que:

$$E_y = \sqrt{\frac{I}{I_{y,lim}} - 1} e^{i\omega_y}, \quad I_{y,lim} = 1 - \frac{\gamma_a}{\kappa} \quad (5.28)$$

onde $I_{x,lim}$ e $I_{y,lim}$ são as correntes de limiar para os dois modos. É importante notar que o sinal de γ_a determina qual dos dois modos possui menor limiar. Se $\gamma_a < 0$ (> 0), o modo E_x (E_y) possui menor limiar. Portanto, como foi dito antes o parâmetro $\gamma_a < 0$ é chamado de anisotropia do ganho e tem a ver com dicroísmo. Por outro lado, das equações 5.26b e 5.26d, obtém-se que $\omega_y - \omega_x = 2(\gamma_p - \alpha\gamma_a)$. Geralmente γ_p é muito maior em módulo que γ_a [9], portanto $\gamma_p \approx (\omega_y - \omega_x)/2$. Então, como foi dito antes, o parâmetro γ_p é chamado anisotropia de fase e tem a ver com a birefringência do material que forma o meio de ganho.

As estabilidades dessas soluções estacionárias foram estudadas por Martin Regalado *et al* [23, 24], Panajotov *et al* (cap. 6 da Ref. [9]) e Virte *et al* [25]. Diagramas de estabilidade das soluções para diferentes valores de parâmetros, como os mostrados na figura 5.18, foram calculados por Panajotov *et al* em [9]. Dependendo dos valores dos parâmetros a estabilidade das soluções varia. Para a figura 5.18(a), abaixo da linha sólida a solução x é estável, enquanto que à esquerda da linha tracejada a solução y é estável. Existem regiões no espaço dos parâmetros onde as duas soluções são estáveis e regiões onde as duas são instáveis. A mesma análise é feita para a figura 5.18(b).

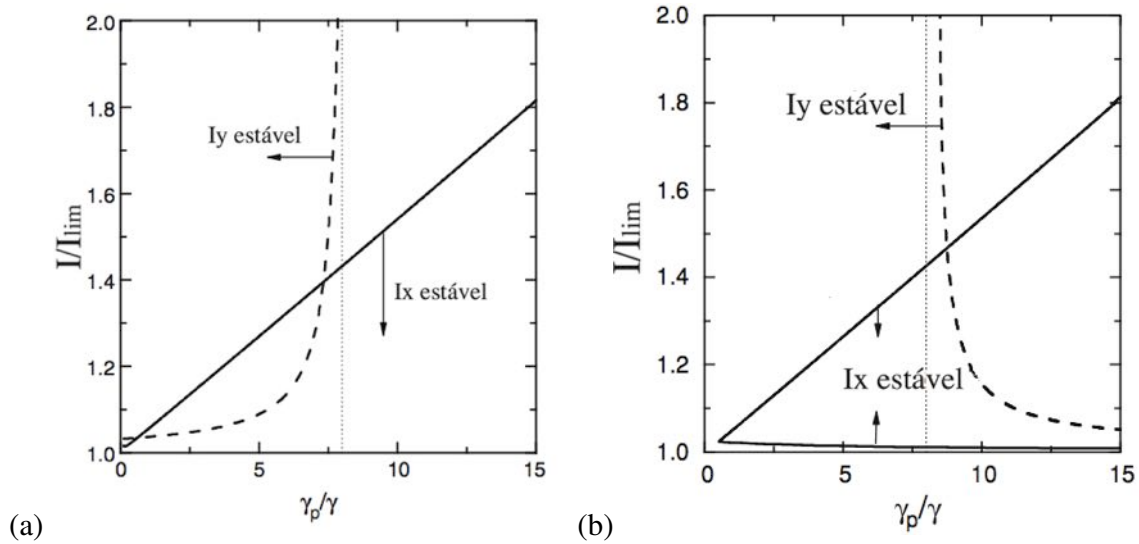


Figura 5.18 Diagrama de estabilidade para as intensidades I_x e I_y para (a) $\gamma_a = -0,1\gamma$ e (b) $\gamma_a = 0,1\gamma$. Os outros parâmetros são $\kappa = 300\gamma$, $\gamma_s = 48\gamma$ e $\alpha = 3$. Figuras adaptadas de [9].

Os parâmetros utilizados nas simulações são mostrados na tabela 5.3.

Tabela 5.1 Tabela de Parâmetros para VCSEL

Parâmetro	Nome	Valor
κ	taxa de decaimento do campo na cavidade	$300 \times 10^9 s^{-1}$
α	fator de aprimoramento da largura de linha	3,0
γ_a	parâmetro de anisotropia de amplitude	$0,1 \times 10^9 s^{-1}$
γ_p	parâmetro de anisotropia de fase	$1 - 10 \times 10^9 s^{-1}$
γ_s	taxa de relaxação da mudança de spin dos portadores	$3 - 50 \times 10^9 s^{-1}$
γ	taxa de decaimento dos número total de portadores	$1 \times 10^9 s^{-1}$
η	coeficiente de realimentação ótica	$0 - 100 \times 10^9 s^{-1}$
ω_{0x}	frequência ótica de E_x	$2,15 \times 10^{15} s^{-1}$
ω_{0y}	frequência ótica de E_y	$\omega_{0x} + \gamma_p$

5.4 Dinâmica na polarização do VCSEL solitário

Em nossos experimentos exploratórios com VCSEL solitário, foi observado dinâmica nos modos de polarização mesmo longe do intervalo de parâmetros onde acontece a troca de polarização. Isto é, mesmo sem qualquer tipo de realimentação, injeção ótica ou modulação de qualquer parâmetro, em um vasto intervalo de corrente de injeção foi observado um comportamento não estacionário das intensidades dos modos de polarização x e y . A figura 5.19 mostra as componentes AC das intensidades I_x e I_y para uma corrente de injeção de $I = 1.66mA$ para um VCSEL monomodo transversal. É importante notar o comportamento de antifase das intensidades devido à competição pela população entre os modos, como proposto no modelo teórico SFM.

É notável a presença de picos de intensidade acima da média em um dos modos de emissão, enquanto no outro acontece queda correspondente na intensidade. Uma estatística na serie temporal das intensidades foi realizada através de histogramas de máximos. Esses máximos de intensidade raros se enquadram na definição de eventos extremos [2, 26]. Experimentos sistemáticos devem ser feitos para uma melhor caracterização desse tipo de comportamento e fazem parte de nossas perspectivas de trabalho. Por hora, histogramas foram feitos para várias correntes de injeção e um deles é mostrado na figura 5.20. Esse histograma foi feito somando 6 séries temporais de $1ms$ cada com resolução de 100 ps. Foram detectados pouco mais de 1,5 milhões de máximos. A linha sólida vertical na figura no histograma representa o valor a partir do qual o máximo de intensidade é considerado um evento extremo. Esse valor é calculado como sendo a média dos máximos somada a oito vezes o desvio padrão do conjunto de todos os máximos [26]. A escala vertical do histograma que representa o número de eventos está em escala logarítmica para uma melhor visualização. O decrescimento linear do perfil do histograma até mais ou menos uma intensidade de 0,12 indica um perfil gaussiano de distribuição de probabilidade. O histograma apresenta algumas medições acima do limiar de evento extremo como o pico mostrado na figura 5.19.

As simulações teóricas baseadas no modelo SFM mostram uma dinâmica caótica determinística nas intensidades total e das componentes I_x e I_y mesmo para o caso do VCSEL solitário.

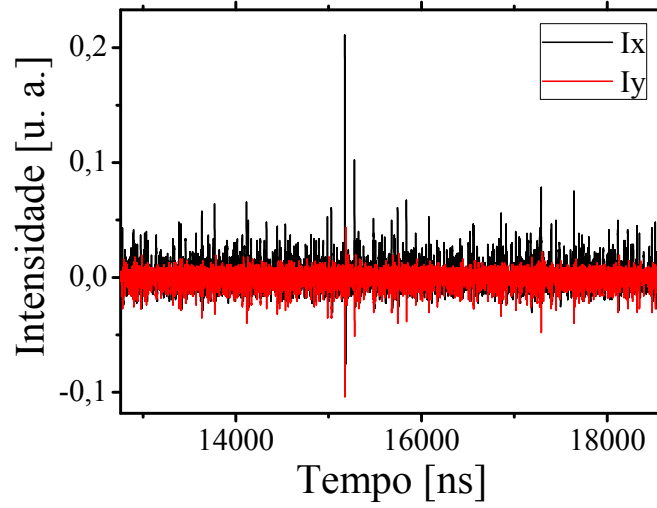


Figura 5.19 Dados experimentais. Dinâmica das polarizações de um VCSEL solitário para uma corrente de $I = 1.66\text{mA}$ e uma temperatura de 17° .

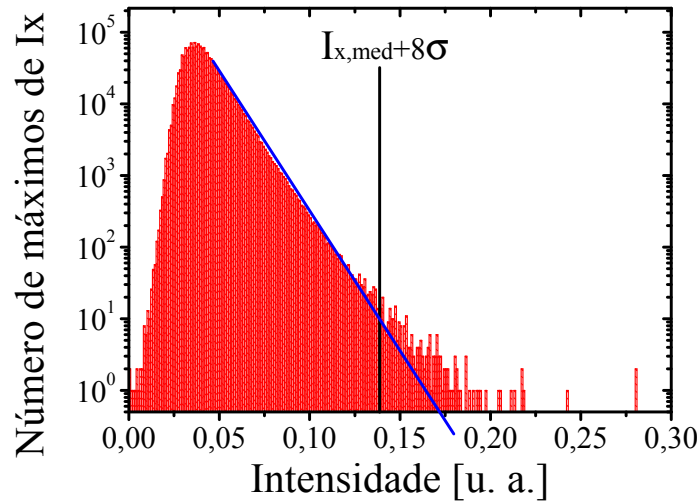


Figura 5.20 Dados experimentais. Histograma de máximos para I_x da serie temporal da figura 5.19 para uma corrente de $I = 1.66\text{mA}$ e uma temperatura de 17° .

A emissão em dois modos deixa o sistema dinâmico com mais de três variáveis, possibilitando o aparecimento do regime caótico. Os cálculos numéricos da figura 5.21 mostram um diagrama de bifurcações para os máximos das intensidades I_{total} , I_x e I_y das séries temporais variando a corrente de injeção J .

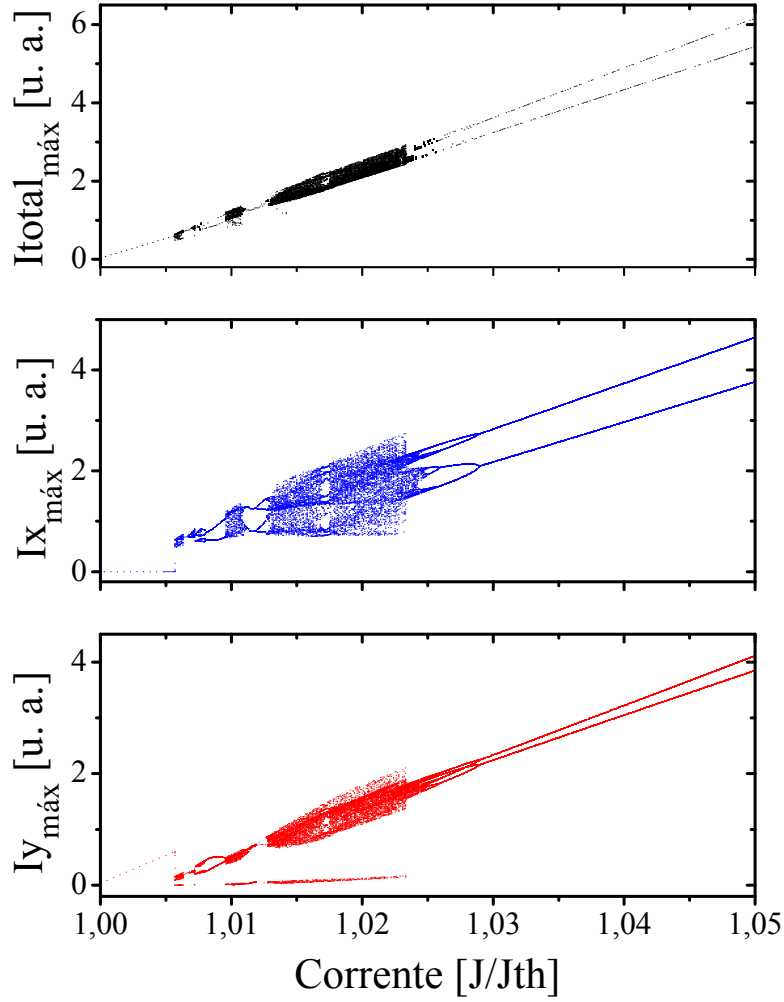


Figura 5.21 Cálculos numéricos. Diagrama de bifurcação de máximos de intensidade vs corrente de injeção para o laser solitário.

Dobramento de períodos é observado levando até o regime caótico. A figura 5.22(a) mostra os máximos para I_x e I_y juntos numa só figura. O zoom desse mesmo diagrama para correntes baixas, mostrado na figura 5.23, indica que variar a corrente subindo ou descendo faz diferença, ou seja, o sistema apresenta uma histerese. Subindo a corrente, a solução I_y é estável até aproximadamente $J = 1,0036J_{lim}$ onde acontece uma troca de polarização e a solução I_x passa a ter maior valor enquanto I_y diminui. O termo J_{lim} é a corrente de limiar para os dois modos na ausência de anisotropia do ganho. Variando a corrente diminuindo-a, a troca somente acontece para $J = 1,001J_{lim}$.

A figura 5.24 mostra séries temporais para três situações. O gráfico superior mostra a série temporal para uma corrente de $I = 1.009I_{lim}$. Para esse valor de corrente a emissão é estacionária e periódica. Para uma corrente de $I = 1.015I_{lim}$ a série temporal é mostrada na

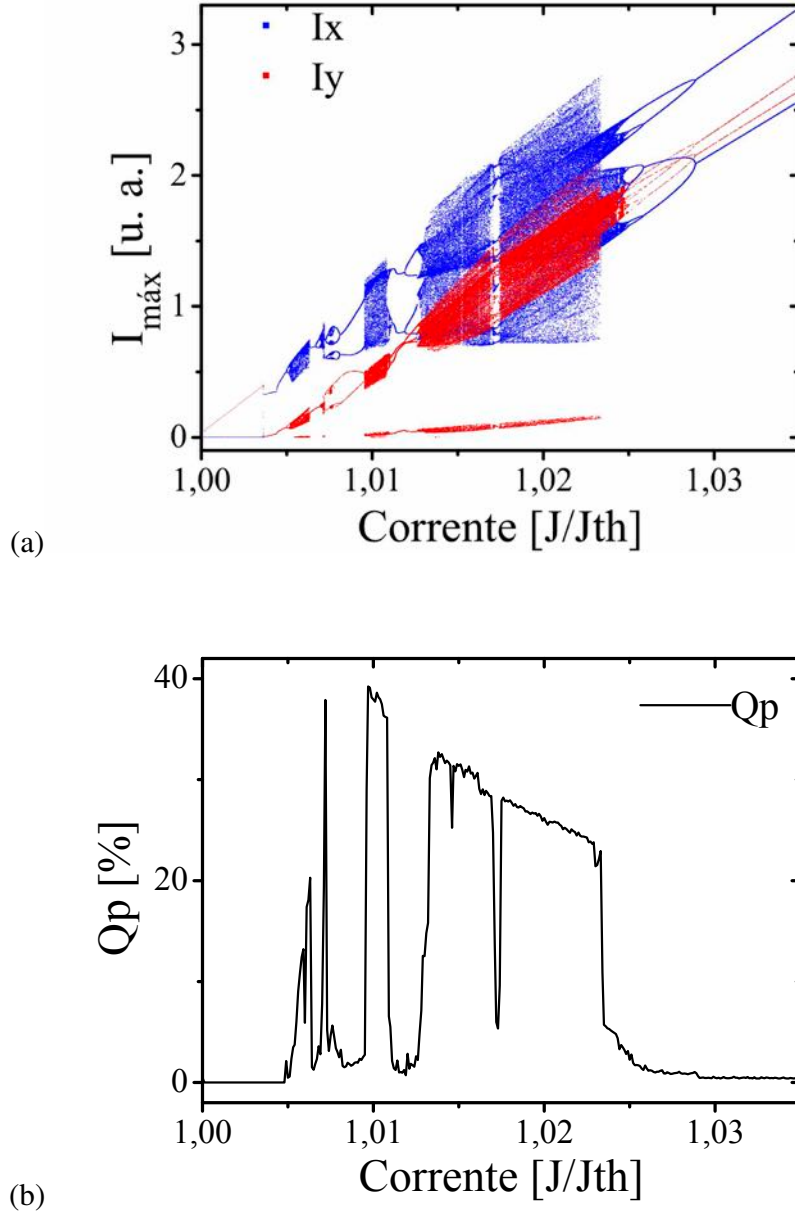


Figura 5.22 Cálculos numéricos. (a) Zoom da figura 5.21 e (b) fator Q_p o qual indica o grau de preenchimento da superfície da esfera de Poincaré, conforme equação 5.31. Ou seja, esse fator dá uma idéia de quão aleatória está a polarização do feixe.

figura do meio. Neste caso as intensidades I_x e I_y oscilam caoticamente. Para uma corrente de $I = 1.025I_{\text{lim}}$ o sistema volta a operar no regime estacionário periódico como mostra o gráfico de baixo da figura 5.24. A esfera de Poincaré para cada uma das três situações estão mostradas na figura 5.25. Para $I = 1.009I_{\text{lim}}$ e $I = 1.025I_{\text{lim}}$ os estados de polarização se repetem formando

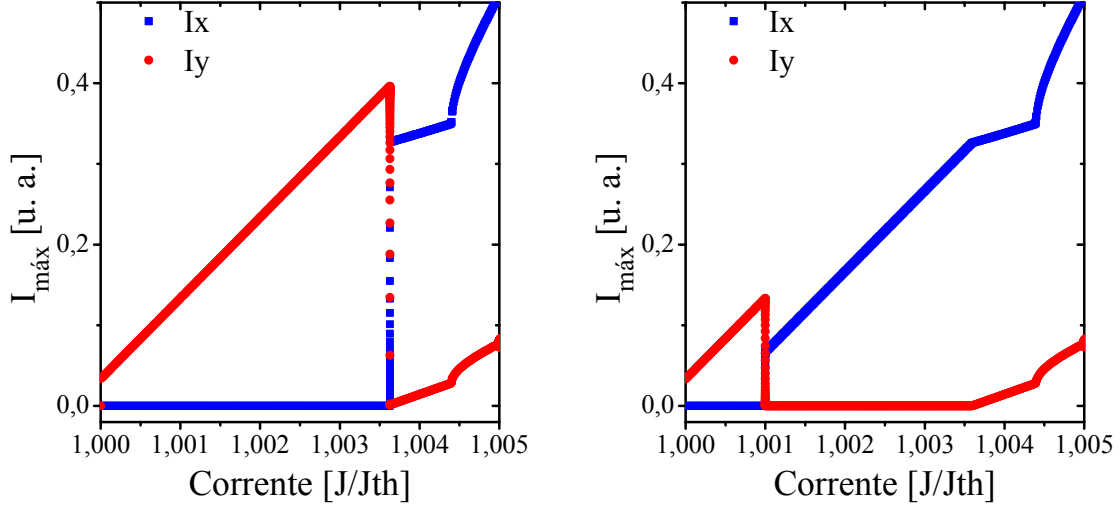


Figura 5.23 Zoom da figura 5.21 para correntes baixas subindo (esquerda) e descendo (direita) a corrente de injeção.

uma trajetória fechada na superfície. No caso de $I = 1.015I_{lim}$ os estados de polarização que o feixe assume na dinâmica preenche grande parte da casca da esfera. O grau de preenchimento da superfície da esfera da uma idéia de quão aleatória está a polarização do feixe emitido pelo VCSEL ao passar do tempo. Embora a aleatoriedade da polarização seja tratada no próximo capítulo, este é um momento oportuno para melhor descrever o grau de preenchimento da superfície da esfera de Poincaré através da definição do parâmetro coeficiente de polarização aleatória, Q_p , ou preenchimento relativo da superfície da esfera de Poincaré. Esse parâmetro nada mais é do que a razão entre a área da superfície da esfera preenchida pelos estados de polarização A_{pol} e a área total superfície da esfera 4π (a esfera tem raio unitário). Para a obtenção de A_{pol} a superfície da esfera foi dividida em pequenos elementos de área dados por:

$$A_n = \int_{\Phi_i}^{\Phi_f} \int_{\theta_i}^{\theta_f} \sin\theta d\theta d\Phi \quad (5.29)$$

onde Φ e θ são os ângulos das coordenadas esféricas e o índice n representa a n -ésimo elemento de área da superfície da esfera visitado por um estado de polarização. Em nossos cálculos usamos $\Delta\Phi = \Phi_f - \Phi_i = 1^\circ$ e $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i = 1^\circ$. A área A_{pol} é obtida então como sendo:

$$A_{pol} = \sum_n A_n \quad (5.30)$$

onde só entram no somatório, elementos de área que foram visitados pelo menos uma vez pelo estado de polarização do laser. Por fim, o coeficiente Q_p é então dado por:

$$Q_p = \frac{A_{pol}}{4\pi} \quad (5.31)$$

A figura 5.22(b), mostra o fator Q_p para a mesma situação da figura 5.22(a).

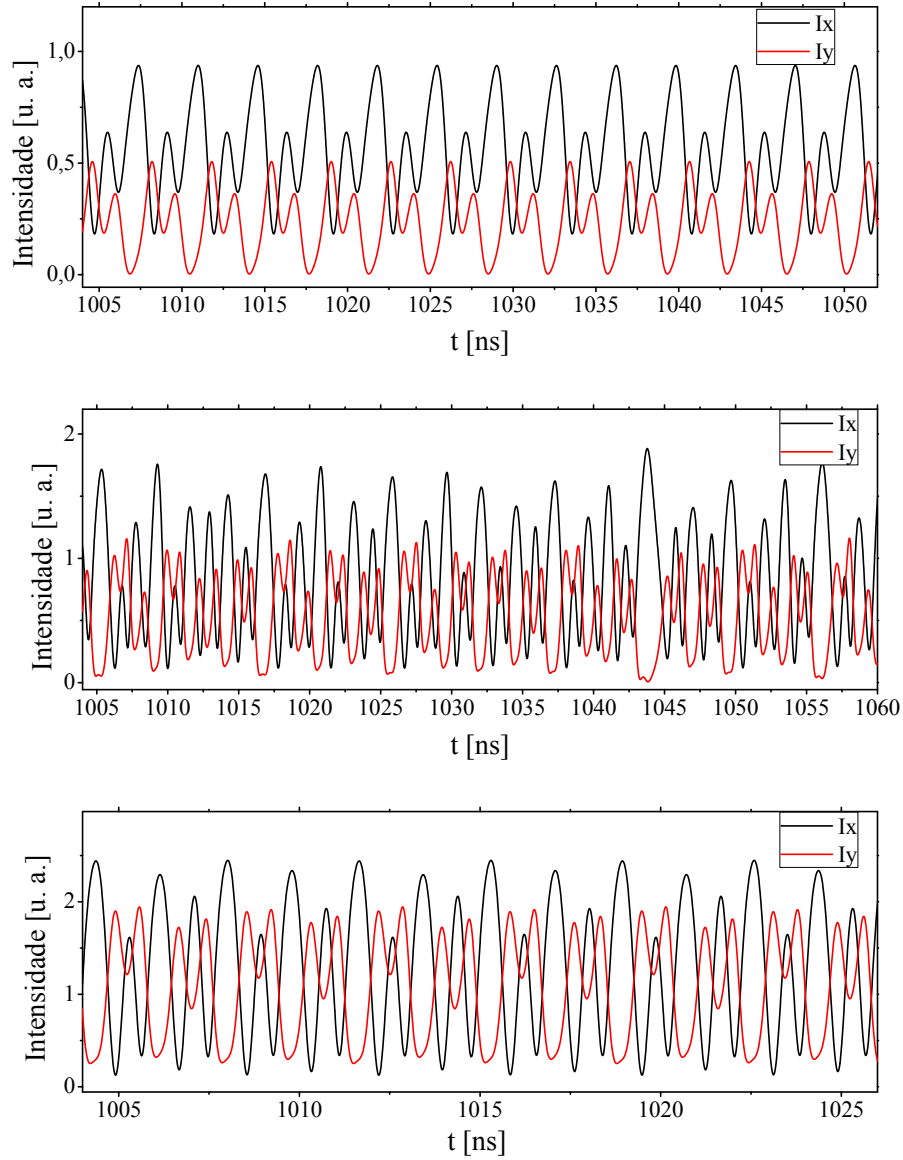


Figura 5.24 Cálculos numéricos. Serie temporal para corrente de $I = 1,009I_{lim}$ (acima), $I = 1,015I_{lim}$ (meio) e $I = 1,025I_{lim}$ (abaixo) da situação mostrada na figura 5.21.

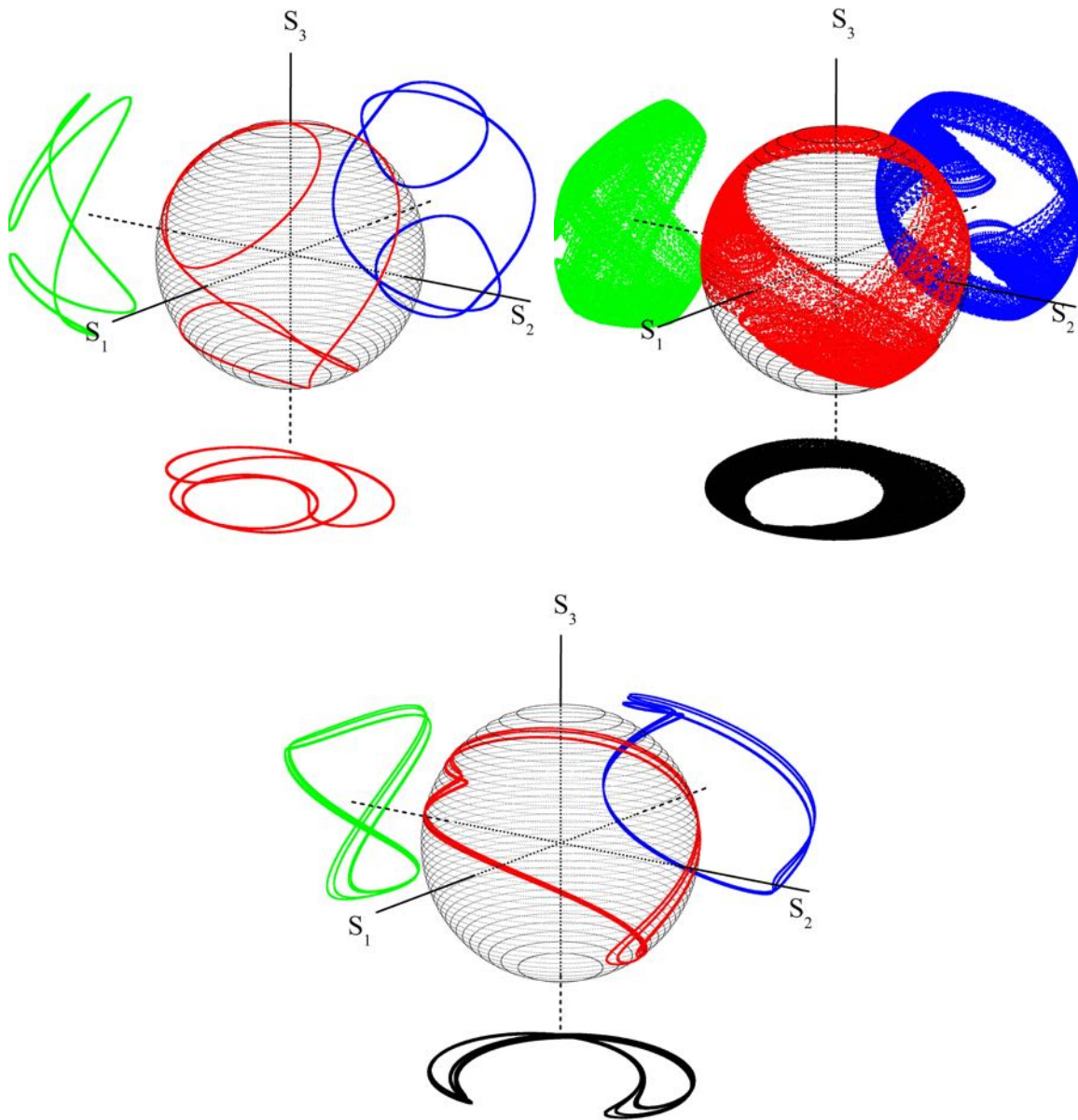


Figura 5.25 Cálculos numéricos. Esferas de Poincaré para as três situações da figura 5.24. Os valores de Q_p são de 2,0%, 31,3% e 2,2% para as correntes de $I = 1,009I_{lim}$ (acima esquerda), $I = 1,015I_{lim}$ (acima direita) e $I = 1,025I_{lim}$ (abaixo), respectivamente. As projeções nos planos s_1s_2 , s_1s_3 e s_2s_3 ajudam na visualização.

Capítulo 6

Dinâmica de um VCSEL com realimentação ótica

Os lasers de semicondutores do tipo EEL operando no modo solitário não apresentam nenhuma dinâmica caótica em sua intensidade emitida. Existem várias maneiras de adicionar complexidade a esse sistema e deixá-lo caótico. Uma dessas formas é fazer o sistema operar sob ação de realimentação ótica, como foi visto no capítulo 3. O campo ótico emitido pelo laser retorna ao laser depois de um tempo determinado pela distância do refletor externo. Isso altera significativamente sua dinâmica em diferentes escalas temporais [27]. A quantidade de luz que retorna ao laser e a corrente de injeção são os parâmetros experimentais mais importantes no controle do aparecimento do caos. Para que o regime caótico seja alcançado são necessárias pelo menos três variáveis dinâmicas no sistema. A realimentação ótica deixa o laser com dimensão infinita possibilitando o aparecimento do caos. Porém, mesmo operando no modo solitário, os VCSELs apresentam um número suficiente de variáveis para que o caos seja alcançado. Essa maior complexidade em relação aos EEL é devido à possibilidade de mais de um modo de emissão (modos de polarização). Assim, os VCSELs apresentam um número suficiente de variáveis dinâmicas para que o caos esteja presente, como foi visto antes.

Sistemas com atraso temporal representados por equações diferenciais com tempo de retardo é um tema que abrange desde estudos fundamentais de equações diferenciais até aplicações em sistemas dinâmicos. Em lasers, além de características como estreitamento da largura de linha e redução de limiar no modo de emissão contínua, a presença de realimentação ótica possibilita diferentes regimes de emissão [20, 28–30]. Para correntes baixas, o laser opera no modo contínuo de intensidade mas com limiar reduzido. Para intensidades de retorno moderadas e correntes um pouco acima do limiar o laser apresenta um regime bastante conhecido na literatura chamado de regime de flutuações de baixa frequência LFF (*Low Frequency Fluctuations*) representadas por quedas irregulares na intensidade como foi mostrado no capítulo 3. Para uma corrente de injeção um pouco maior, o regime chamado de colapso de coerência é alcançado. Nesse último regime o laser apresenta oscilações caóticas e um alto alargamento de linha, diminuindo seu comprimento (ou tempo) de coerência [31, 32]. Outras formas de fazer o laser operar no regime caótico como injeção ótica [33–37] e modulação de algum parâmetro como a corrente de injeção [38] também são bastante utilizados, principalmente para aplicações em comunicação [39, 40]. Nesse capítulo são apresentadas inicialmente algumas medições experimentais da dinâmica caótica de um VCSEL sob realimentação ótica e a dinâmica de seus modos de polarização nesse regime de operação. Também são apresentados resultados de cálculos numéricos baseados no modelo SFM com a adição do termo que leva em conta a realimentação ótica. Por fim, é apresentado um estudo sobre a dinâmica da polarização do laser nesse regime caótico. São mostradas características como tempo de polarização, que é definido através das autocorrelações dos parâmetros de Stokes, e a dependência do fator de

polarização de acordo com a escala de tempo usada.

Os lasers do tipo VCSEL, embora tenham um espelho de altíssima refletividade na saída do feixe, são tão sensíveis à realimentação ótica quanto os EELs e apresentam os mesmos efeitos induzidos devido à cavidade externa [41]. Isso se dá ao fato de que os VCSELs tem uma cavidade interna muito menor que os EELs (cerca de duas ordens de grandeza), proporcionando uma taxa de realimentação ótica parecida nos dois casos. Os efeitos de realimentação ótica nos VCSELs e sua influência na dinâmica dos modos de polarização tem sido muito estudado nas últimas duas décadas [42–51], com um destaque maior para o regime de LFFs em VCSELs com realimentação ótica [52–61]. O esquema experimental usado é mostrado na figura 6.1. Nos experimentos realizados foram usados VCSELs monomodo e multimodo transversal.

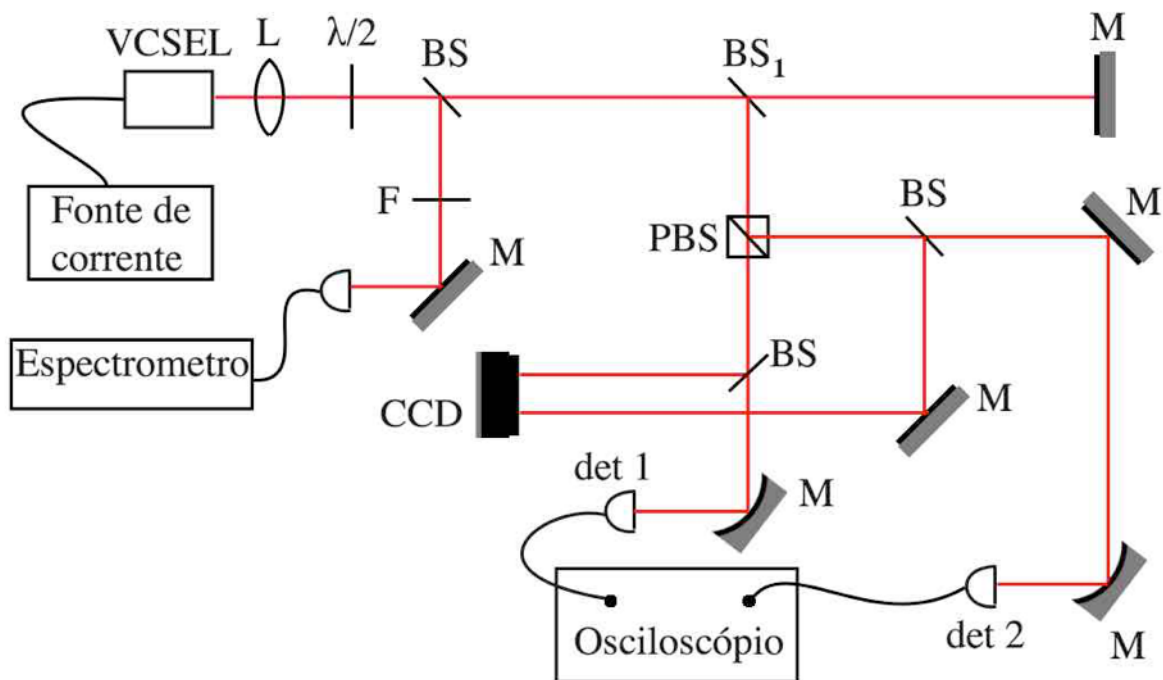


Figura 6.1 Esquema experimental para um VCSEL com realimentação ótica.

O laser é alimentado pela fonte de corrente apresentada na figura 4.12. Ao sair do laser o feixe passa por uma lente esférica colimadora. A placa de meia-onda $\lambda/2$ após a lente L serve para alinhar com a horizontal e vertical os dois modos de polarização linear emitidos pelo VCSEL. Os divisores de feixe BS (*Beam Splitter*), enviam uma pequena parte do feixe para a captação do sinal no espectrômetro e na câmera CCD . A realimentação ótica é feita através de um espelho M que reflete de volta o feixe que foi separado no divisor de feixe BS_1 (*Beam Splitter*). O divisor de feixe BS_1 transmite 70% da intensidade e reflete 30%. O divisor de feixe polarizador PBS (*Polarizing Beam Splitter*) separa as componentes de polarização x e y em dois feixes. Os feixes são focalizados nos detectores $det1$ e $det2$ depois de refletirem em espelhos côncavos. As intensidades I_x e I_y são observadas no osciloscópio. No esquema ilustrado na figura 6.1, foram usados os mesmo detectores, osciloscópio, lasers e componentes

óticos descritos no capítulo 4. O limiar foi medido com e sem realimentação ótica. A figura 6.2 mostra as curvas da intensidade total em função da corrente de injeção numa região próxima ao limiar para as situações com e sem realimentação. O melhor acoplamento de realimentação encontrado proporcionou uma redução no limiar de 3%. Neste caso, foi usado o VCSEL multimodo transversal Finisar modelo HFE4093-342 a uma temperatura de 19°C e uma cavidade externa (caso com realimentação ótica) de aproximadamente 90cm que equivale a tempo de ida e volta na cavidade de $\tau_{cav} = 6,0\text{ns}$.

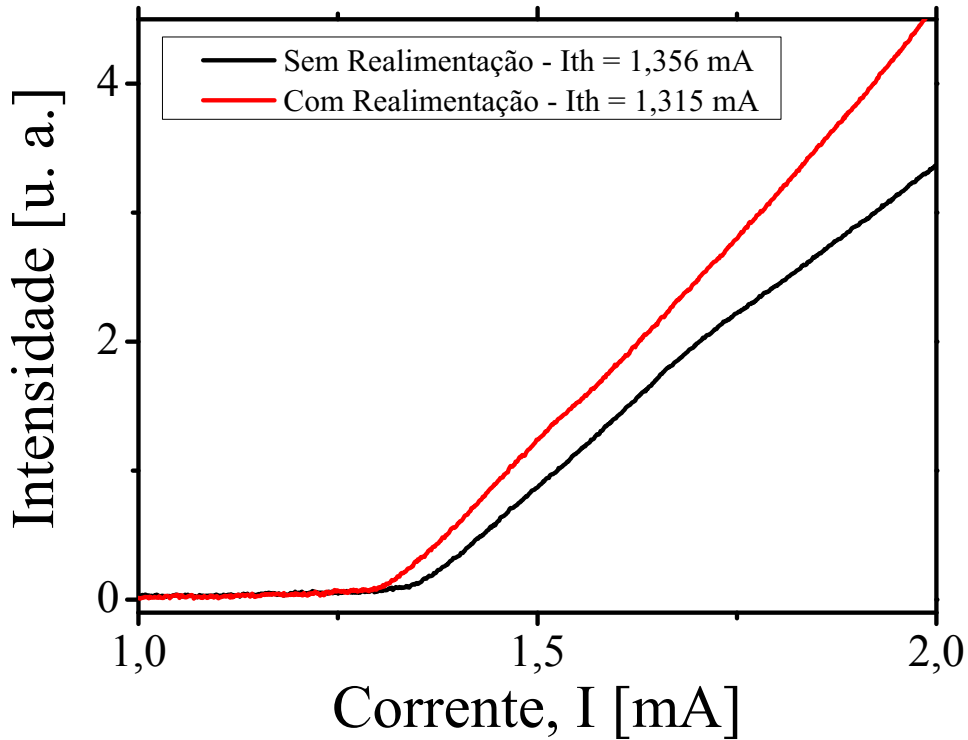


Figura 6.2 Experimental. Intensidade vs corrente de injeção mostrando os limiares de funcionamento do laser com ($I_{lim,sol} = 1,356\text{mA}$) e sem realimentação ótica ($I_{lim} = 1,315\text{mA}$). A redução no limiar devido à realimentação foi de 3%.

Para correntes de injeção um pouco acima do limiar, o regime de LFF foi obtido experimentalmente como é mostrado na figura 6.3. Essa figura representa a intensidade total do laser para uma corrente de 8% acima do limiar, ou seja, $I = 1,08I_{lim}$. A figura 6.4, mostra um zoom em torno de uma das quedas e o espectro de potência da série mostrada na figura 6.3. No espectro é possível ver uma larga faixa de baixa frequência relacionada às quedas caóticas de LFF. Também está evidente um pico próximo a $0,4\text{GHz}$ relacionado com modulação na intensidade devido à cavidade externa. Neste caso, a cavidade externa utilizada para a realimentação foi de $L = 39\text{cm}$, o que equivale a um tempo de ida e volta de $\tau_{cav} = 2,6\text{ns}$ ou uma frequência de

0,3846GHz. A recuperação da intensidade logo após a queda dura aproximadamente 6 idas e voltas na cavidade para este caso.

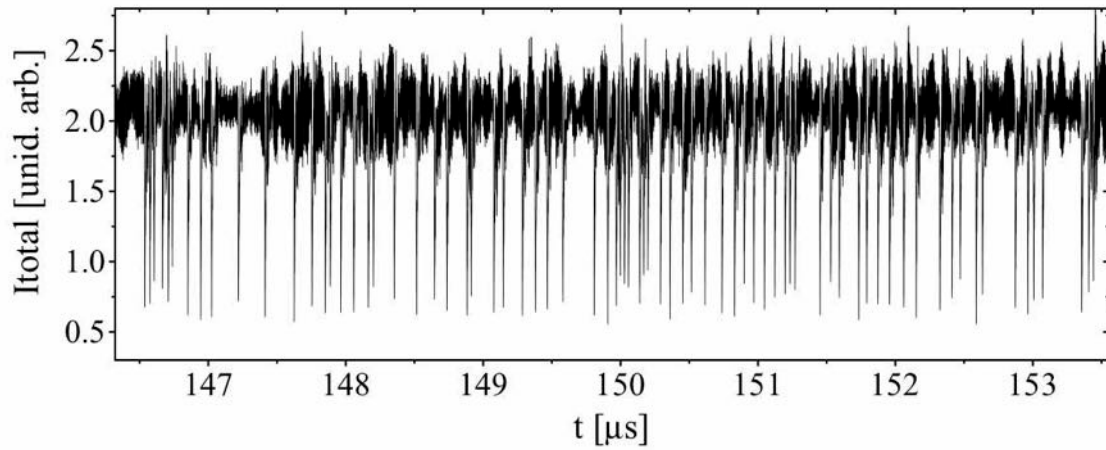


Figura 6.3 Dado experimental. Intensidades total do VCSEL para o regime de LFF com cavidade externa de $\tau_{cav} = 2,6ns$.

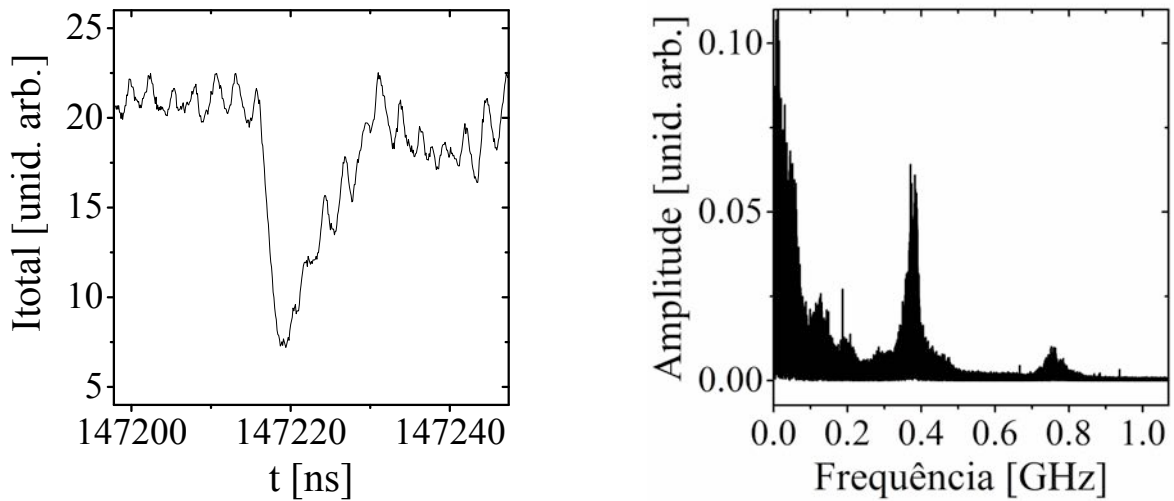


Figura 6.4 Dados experimentais. Zoom das intensidades total do VCSEL para o regime de LFF com cavidade externa de $\tau_{cav} = 2,6ns$ e espectro de potência da série da figura 6.3.

Os modos de polarização x e y da emissão do VCSEL podem apresentar diferentes tipos de dinâmica no regime de LFFs dependendo de parâmetros como temperatura, corrente de injeção e intensidade da realimentação ótica. As intensidades dos modos, I_x e I_y , podem ambas apresentarem quedas quando a intensidade total do laser cai, ou apenas um dos modos sofre uma queda enquanto o outro responde com um aumento em sua intensidade. As figuras 6.5 e 6.6

mostram series temporais dos dois modos x e y onde esses dois tipos de dinâmica são mostradas. Os gráficos de cima mostram a intensidade total, enquanto os de baixo mostram intensidades dos modos x e y . Essas séries foram obtidas em experimentos realizados de acordo com o esquema experimental 6.1. Médias de 100 séries temporais foram feita disparando a captura da série a cada queda de potência. A figura 6.7 mostra as médias para as duas situações citadas anteriormente.

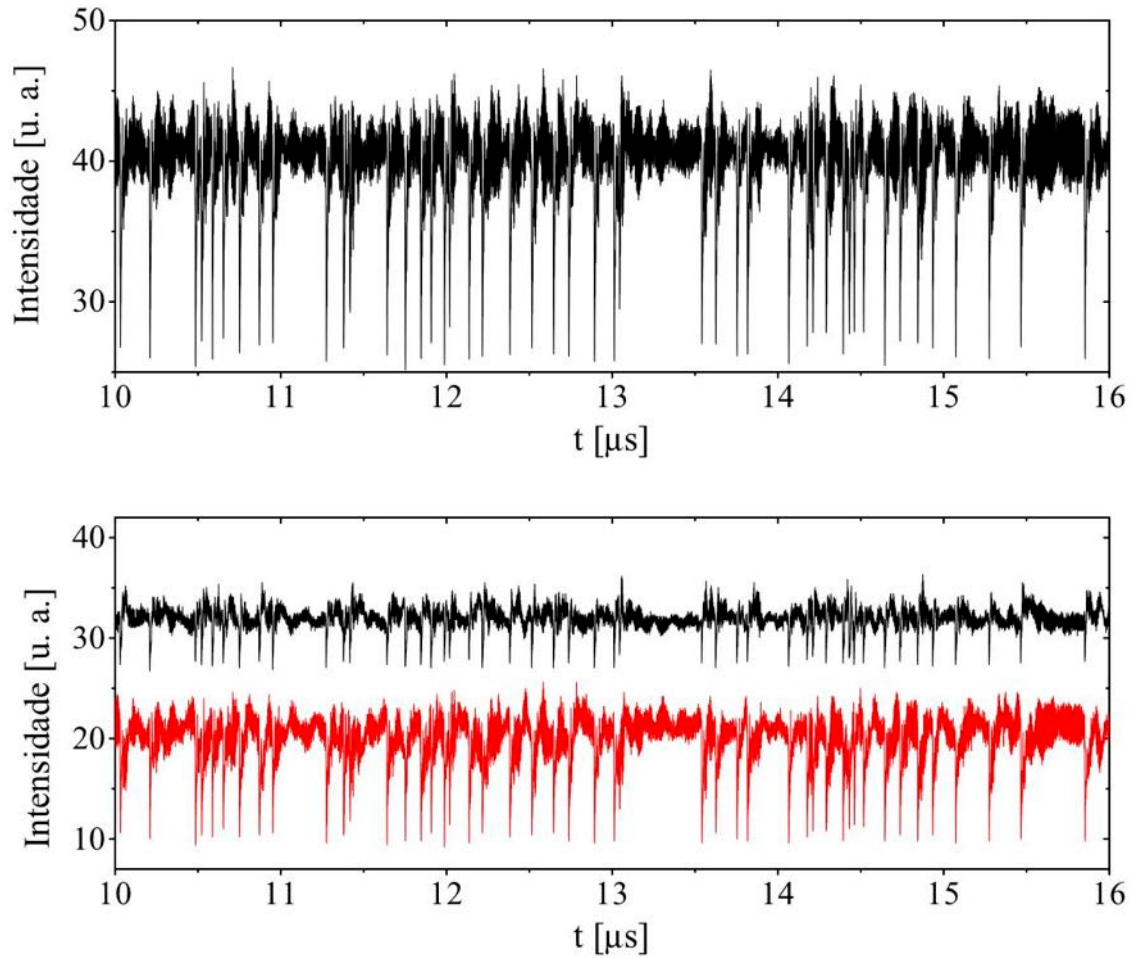


Figura 6.5 Dados experimentais. Intensidades total no gráfico superior e intensidade dos modos x (cor preta - acima) e y (cor vermelha - abaixo) no gráfico inferior, para o regime de LFF com I_x e I_y com quedas em fase. Cavity externa de $L = 37cm$, temperatura de $14,6^\circ C$ e corrente de $1.83mA$ no VCSEL de limiar $I_{lim} = 1,69mA$. Series deslocadas no eixo da intensidade para melhor visualização.

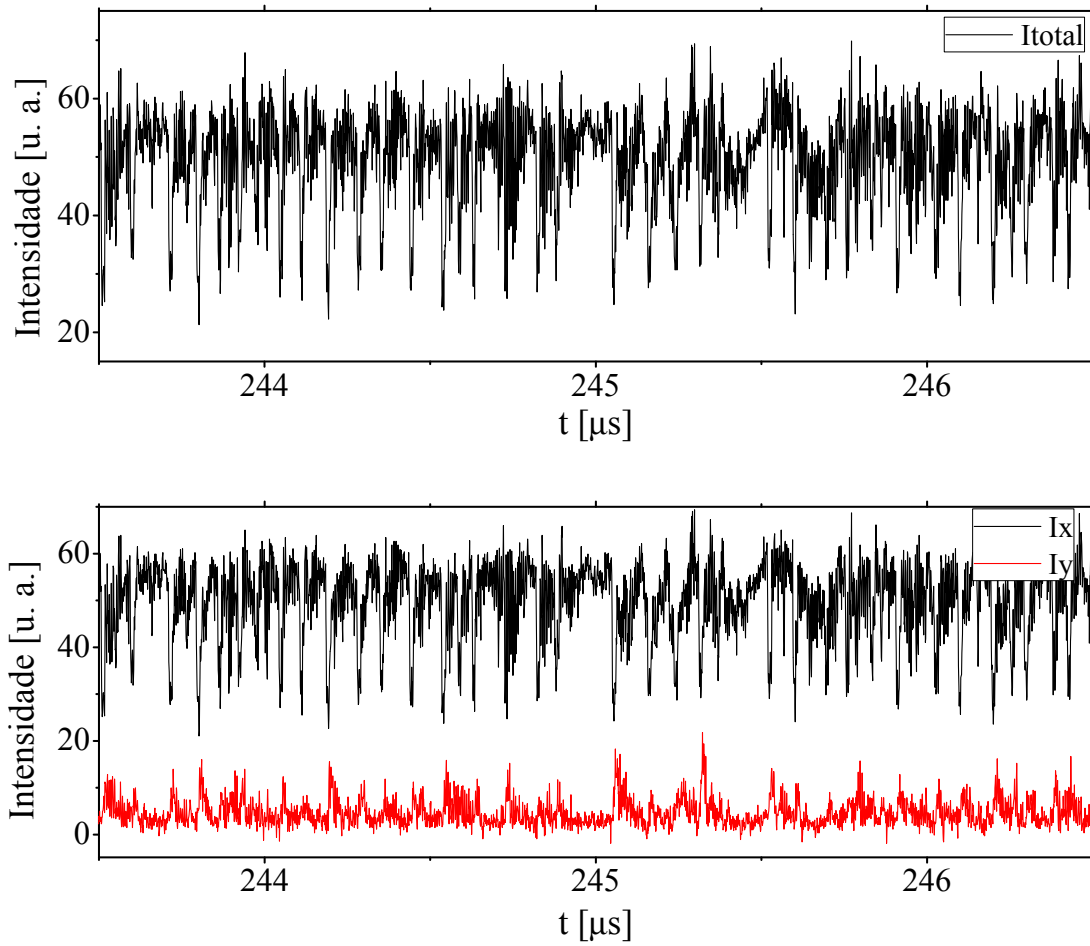


Figura 6.6 Dados experimentais. Intensidades total no gráfico superior e das dos modos x (cor preta - acima) e y (cor vermelha-abaxo) no gráfico inferior para o regime de LFF com I_x e I_y com quedas em antifase. Cavity externa de $L = 90cm$, temperatura de $19^\circ C$ e corrente de $1,36mA$ no VCSEL de limiar $I_{lim} = 1,35mA$. Intensidade I_y duplicada e series deslocadas no eixo da intensidade para melhor visualização.

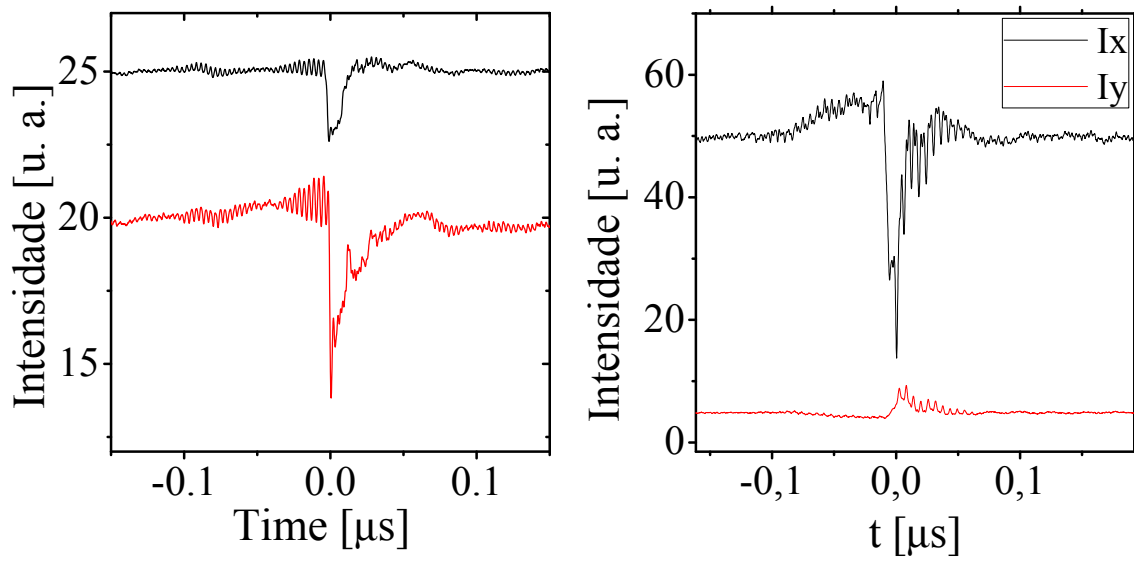


Figura 6.7 Dados experimentais. Médias de 100 series temporais para I_x e I_y em fase (esquerda) e em antifase (direita) das situações mostradas nas figuras 6.5 e 6.6. Series deslocadas no eixo da intensidade para melhor visualização.

6.1 Modelo Spin-Flip + realimentação ótica

O modelo teórico usado para cálculos numéricos foi o SFM mostrado no capítulo 5 adicionado do termo referente à realimentação ótica. Assim como no modelo de Lang-Kobayashi para os EELs [20], foi usada uma aproximação que leva em conta apenas a primeira ida e volta na cavidade da luz. Embora existam outros modelos de equações que levam em conta várias reflexões no espelho externo, como o moledo apresentado por Giudici [13, 53, 54, 58], o modelo de San Miguel levando em conta apenas uma reflexão é uma aproximação bastante utilizada [52, 55, 60, 61] e satisfatoriamente reproduz os nossos resultados experimentais. Com a inclusão do termo de realimentação ótica e fazendo o mesmo processo de separação da amplitude e fase, ou seja, escrevendo os campos na forma $E_{x,y}(t) = \mathcal{E}_{x,y}(t)e^{i\phi_{x,y}(t)}$, como foi feito no capítulo 5, resulta que as equações 5.24 ficam:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{E}_x(t)}{dt} = & [\kappa(N(t) - 1) - \gamma_a]\mathcal{E}_x(t) - \kappa n[\sin\phi(t) + \alpha\cos\phi(t)]\mathcal{E}_y(t) \\ & + k_{FB}\mathcal{E}_x(t - \tau_{cav})\cos[\phi_x(t - \tau_{cav}) - \omega_{0x}\tau_{cav} - \phi_x(t)] \end{aligned} \quad (6.1a)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_x(t)}{dt} = & \kappa n[\cos\phi(t) - \alpha\sin\phi(t)]\frac{\mathcal{E}_y(t)}{\mathcal{E}_x(t)} + \kappa\alpha(N(t) - 1) - \gamma_p \\ & + k_{FB}\frac{\mathcal{E}_x(t)}{\mathcal{E}_x(t)}\sin[\phi_x(t - \tau_{cav} - \omega_{0x}\tau_{cav} - \phi_x(t))] \end{aligned} \quad (6.1b)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{E}_y(t)}{dt} = & [\kappa(N(t) - 1) + \gamma_a]\mathcal{E}_y(t) + \kappa n(t)[- \sin\phi(t) + \alpha\cos\phi(t)]\mathcal{E}_x(t) \\ & + k_{FB}\mathcal{E}_y(t - \tau_{cav})\cos[\phi_y(t - \tau_{cav}) - \omega_{0y}\tau_{cav} - \phi_y(t)] \end{aligned} \quad (6.1c)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_y(t)}{dt} = & \kappa n(t)[- \cos\phi(t) - \alpha\sin\phi(t)]\frac{\mathcal{E}_x(t)}{\mathcal{E}_y(t)} + \kappa\alpha(N(t) - 1) + \gamma_p \\ & + k_{FB}\frac{\mathcal{E}_y(t)}{\mathcal{E}_y(t)}\sin[\phi_y(t - \tau_{cav} - \omega_{0y}\tau_{cav} - \phi_y(t))] \end{aligned} \quad (6.1d)$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\gamma[N(t)(1 + |\mathcal{E}_x(t)|^2 + |\mathcal{E}_y(t)|^2) - 2n(t)\mathcal{E}_x(t)\mathcal{E}_y(t)\sin\phi(t) - I] \quad (6.1e)$$

$$\frac{dn(t)}{dt} = -\gamma_s n(t) - \gamma[n(t)(|\mathcal{E}_x(t)|^2 + |\mathcal{E}_y(t)|^2) - 2N\mathcal{E}_x(t)\mathcal{E}_y(t)\sin\phi(t)] \quad (6.1f)$$

onde k_{FB} é o coeficiente de realimentação ótica, τ_{cav} é o tempo de ida e volta na cavidade e $\omega_{0x,y}$ é a frequência ótica dos campos. O termo $\omega_{0x,y}\tau_{cav}$ representa a fase ganha devido à propagação de ida e volta na cavidade externa. Os parâmetros utilizados nos cálculos numéricos são mostrados na tabela 5.3 e estão de acordo com o que é usado na literatura para lasers do tipo VCSEL.

6.2 Dinâmica da polarização em diferentes escalas temporais

Uma das principais características dos VCSELs em relação aos EELs é a possibilidade de emissão de luz em qualquer modo de polarização pertencente ao plano paralelo à superfície de emissão como foi mostrado e discutido amplamente nos capítulos anteriores. Uma maneira de estudar a dinâmica da polarização desses lasers de forma mais completa, é observando não só as intensidades das componentes de polarização lineares x e y , mas todos os parâmetros de Stokes normalizados s_1 , s_2 e s_3 . As variáveis usadas nesta seção para determinar o estado de polarização do laser através desses parâmetros são E_x , E_y e ϕ , como é mostrado nas equações 5.14. Para uma medição experimental, esses parâmetros podem ser reescritos em termos das intensidades conforme as equações 5.15. Nessa seção serão tratadas séries numéricas para um laser com realimentação ótica calculadas através do modelo de SFM de acordo com as equações 6.1.

6.2.1 Luz não polarizada

O conceito de luz não polarizada apareceu durante a evolução dos estudos sobre as propriedades ondulatórias da luz. No início do século XIX os estudos sobre a polarização da luz já estavam bem fundamentados [62]. Porém, Malus ao apontar um cristal bi-refringente de Calcita diretamente para o sol viu que a intensidade daquele feixe de luz não variava de acordo com o ângulo, como acontecia com os feixes de luz obtidos por reflexão que ele tinha usado para realizar experimentos sobre a polarização da luz. Uma vez que estava bem estabelecido que a luz tinha polarização, ficou a pergunta sobre o motivo desses feixes de luz que não sofreram nenhum efeito ao passar no material bi-refringente. Ainda nas primeiras décadas do século XIX, alguns anos depois de publicar seus trabalhos sobre difração, Fresnel sugeriu que a luz não polarizada era composta por ondas transversais que mudavam de direção muito rápido. Mesmo recentemente, em meados do século XX, estudos sobre a natureza e propriedades da luz não polarizada foram feitos [63–65], mostrando a relativa novidade do conceito de luz não polarizada. Fontes de luz fluorescente ou de radiação térmica, por exemplo, emitem luz incoerente. Isso significa que a radiação é produzida por diferentes fontes independentes uma da outra e emitidas em direções aleatórias. Esse tipo de luz é considerada não polarizada ou, um termo mais apropriado, de polarização aleatória. As vezes, o termo "não polarizada" nos remete a uma negação da natureza ondulatória da luz. Cada uma das fontes emissoras contribuem para a formação desse feixe emitindo campo eletromagnético com frequência, fase temporal e polarização muito bem definidas, independentemente uma da outra. Quando é levado em conta todas as fontes emissoras dessa luz, teremos campos oscilando em todas as direções, com diferentes frequências e sem guardar nenhuma fase relativa fixa entre eles, uma vez que são emitidos independentemente um do outro. Por isso o termo *luz incoerente*. Ao invés de se usar o termo *luz não polarizada*, é mais apropriado usar o termo luz com *polarização aleatória*, como foi dito antes, pois esse feixe tem polarização em todas as direções. Uma luz desse tipo deve preencher toda a superfície da esfera de Poincaré. Por isso, ao posicionar um polarizador na frente de um feixe de luz como este, não importa a direção desse polarizador, sempre passará luz através dele com a mesma intensidade, como foi visto por Malus em sua observação. As figuras 6.8, 6.9 e 6.10 mostram um exemplo calculado numericamente de um VCSEL sob ação de realimen-

tação ótica. Nesse exemplo, o VCSEL emite caoticamente no regime de colapso de coerência (realimentação ótica muito forte, κ grande) e com polarização variando muito rápido. A figura 6.8 mostra a intensidade total I_{total} (cor preta) e as intensidades de suas componentes de polarização I_x (cor azul) e I_y (cor vermelha).

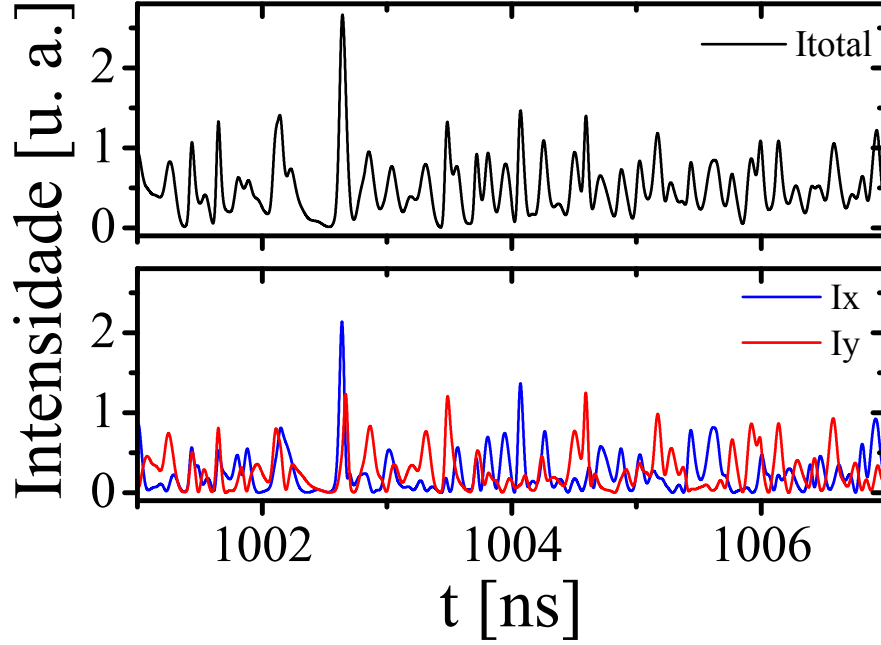


Figura 6.8 Cálculo numérico - Intensidades total (acima), do modo de polarização x (abaixo azul) e do modo y (abaixo vermelho) relativas à figura 6.10 para luz com polarização aleatória.

Na figura 6.9 são mostrados os parâmetros de Stokes S_1 , S_2 e S_3 para a mesma escala temporal do gráfico das intensidades. O último gráfico da figura 6.9 mostra o fator de polarização FP que é definido na equação 6.3. Este fator indica o quanto em média a luz está polarizada durante um intervalo de tempo. Todos os parâmetros variam de -1 a 1 preenchendo completamente a esfera de Poincaré mostrada na figura 6.10. A aleatoriedade da polarização da luz emitida pelo laser sob efeito de realimentação ótica pode ser medida através do fator de preenchimento da esfera de Poincaré Q_p . A figura 6.11 mostra Q_p em função do coeficiente de realimentação ótica κ . Quanto maior a realimentação ótica, maior será a aleatoriedade da polarização da luz emitida. É importante ressaltar que nessa tese não analisamos a dependência da polarização com o perfil transversal do feixe. Como foi visto nos capítulos iniciais, o VCSEL pode emitir em diferentes modos transversais de ordens superiores. Para um exemplo recente de estrutura espacial envolvendo polarização, Jimenez-Garcia *et al* [66] estudaram a formação espontânea de vórtices de polarização. Diferentes pontos espaciais do perfil transversal do feixe apresentam diferentes polarizações chegando a formar vórtices. Porém em nossos estudos ainda não consideramos essa distribuição espacial da dinâmica da polarização.

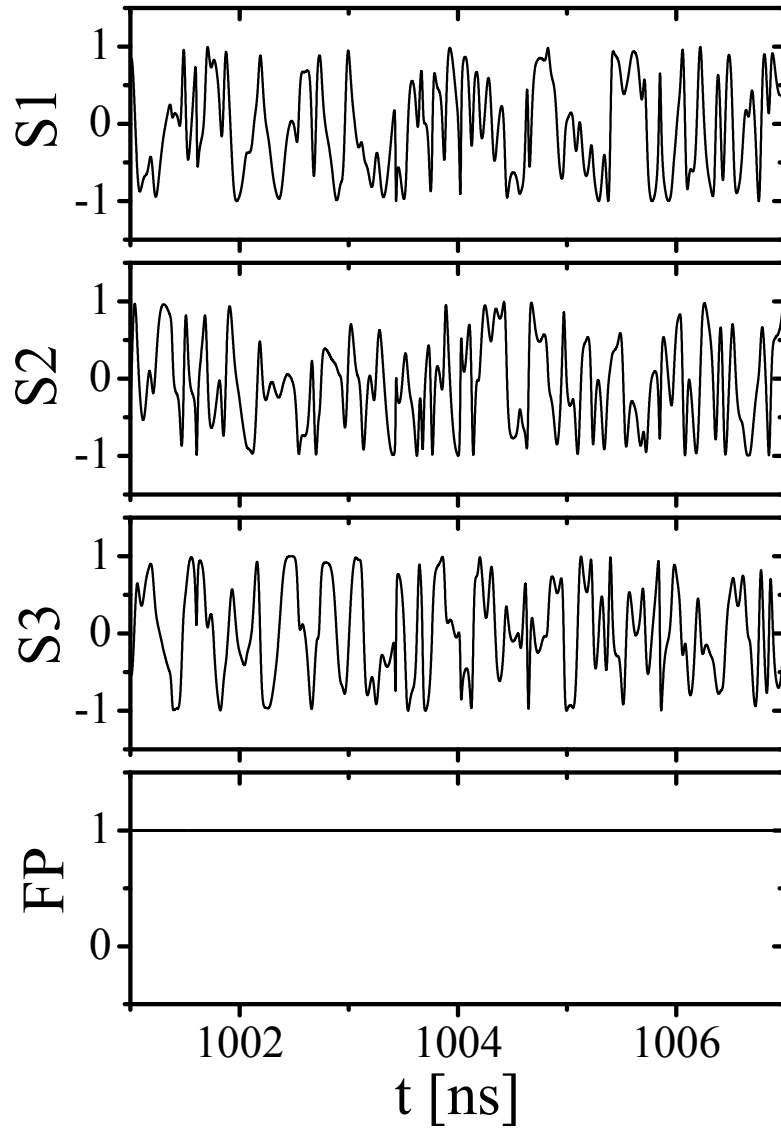


Figura 6.9 Cálculo numérico - Parâmetros de Stokes e fator de polarização (definido na equação 6.3) relativos ao caso mostrado na figura 6.10 para luz com polarização aleatória.

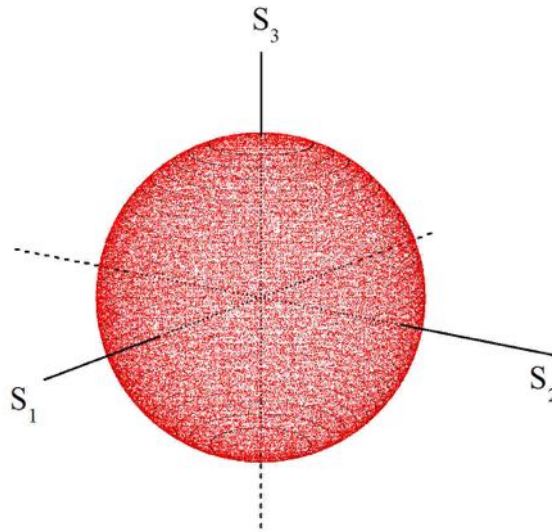


Figura 6.10 Cálculo numérico - Esfera de Poincaré - Luz com polarização aleatória

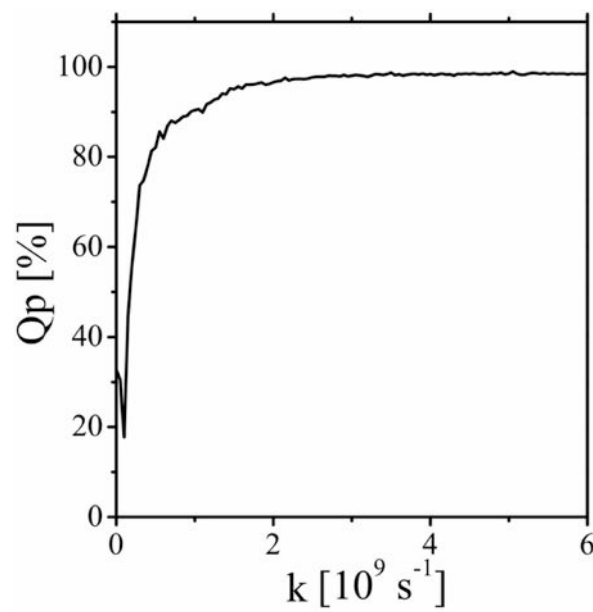


Figura 6.11 Cálculo numérico - Coeficiente de preenchimento da esfera de Poincaré Q_p em função do coeficiente de realimentação ótica. Quando maior o fator Q_p maior a aleatoriedade da polarização da luz emitida.

6.2.2 Grau de polarização

O uso do termo "grau de polarização", indicando a possibilidade de luz totalmente polarizada ou não polarizada, tem sido bastante usado na literatura. Porém, é importante ressaltar que o conceito de luz não polarizada é puramente estatístico! Seja através de uma média temporal de uma fonte que varia seu estado de polarização rapidamente ou através de uma média de ensemble de um sistema onde várias fontes emitem com polarizações constantes mas distintas entre si, a luz não polarizada é resultado de estatística! Mesmo que a polarização do campo eletromagnético emitido por uma única fonte varie caoticamente, durante um tempo muito curto, digamos pelo menos algumas unidades ou dezenas do período ótico, esse campo tem sua polarização constante. Nesse intervalo de tempo a relação entre as amplitudes das componentes ortogonais de polarização linear e a diferença de fase são fixas. Medir o estado de polarização nessa janela temporal para esta fonte é praticamente impossível com a resolução dos equipamentos presentes em laboratórios comuns de ótica. Um feixe de luz emitido por um laser, é descrito como luz coerente. Ou seja, uma luz formada por ondas de mesma frequência e direção, que são emitidas por inúmeras fontes, e que mantêm uma relação de fase fixa entre si. Porém, num regime caótico, onde as amplitudes e fase relativa das componentes $\vec{E}_x$ e $\vec{E}_y$ variam no tempo, o vetor de Stokes (vetor de componentes s_1 , s_2 e s_3) percorre a superfície da esfera de Poincaré mudando seu estado de polarização. Porém ao fazermos uma média num tempo suficientemente longo para que tal deslocamento seja considerável, o vetor médio pode sair da superfície da esfera. Isso representa um estado de polarização médio, que é chamado de "luz parcialmente polarizada" (caso o vetor de Stokes esteja dentro da esfera). Caso o vetor médio tenha norma nula ($s_1 = s_2 = s_3 = 0$), a luz é dita "não polarizada". Porém, é sempre válido ressaltar que foi feita uma média temporal dos estados de polarização que essa luz estava a cada instante. Neste caso, para uma medição média dos parâmetros de Stokes durante um intervalo de tempo suficiente para que o estado de polarização da luz varie, temos que:

$$\langle S_1^2 \rangle + \langle S_2^2 \rangle + \langle S_3^2 \rangle < \langle S_0^2 \rangle \quad \Rightarrow \quad \langle s_1^2 \rangle + \langle s_2^2 \rangle + \langle s_3^2 \rangle < 1 \quad (6.2)$$

Assim, é possível definir o fator ou grau de polarização da luz FP (*DOP, Degree Of Polarization*), como sendo:

$$FP = \frac{\langle S_1^2 \rangle + \langle S_2^2 \rangle + \langle S_3^2 \rangle}{\langle S_0^2 \rangle} = \langle s_1^2 \rangle + \langle s_2^2 \rangle + \langle s_3^2 \rangle \quad (6.3)$$

onde $FP = 1$ significa que a polarização da luz está na superfície da esfera e representa um estado de polarização puro. Isso ocorre para uma medição da polarização de qualquer laser num intervalo de tempo muito curto ou, mesmo fazendo média temporal (caso experimental) para um laser que tem luz emitida com polarização constante no tempo. Um valor de $FP = 0$ significa que durante o tempo usado para fazer a média da polarização, o laser teve sua polarização varrendo toda a superfície da esfera de Poincaré. Portanto naquele tempo de medição dizemos que a luz está "despolarizada". Para valores de $0 < FP < 1$, diz-se que o feixe está parcialmente

polarizado. Experimentalmente falando, a medição da polarização de um feixe caótico sempre será uma média temporal, pois não existe aparato experimental (não que saibamos) que consiga medir os parâmetros de Stokes de um feixe de luz num tempo da ordem de grandeza do período ótico.

No exemplo anterior representado pela esfera de Poincaré da figura 6.10 o fator de polarização FP pode ser visto no ultimo gráfico da figura 6.9. Nessa caso, foram plotados todos os pontos do cálculo numérico com resolução de $0,2ps$. É importante notar que cada ponto está na superfície da esfera, pois a cada instante o feixe tem uma polarização muito bem definida. Ou seja, embora os três parâmetros de Stokes oscilem caoticamente entre -1 e 1, o grau de polarização $FP = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = 1$. As figuras 6.12 e 6.13 mostram os fatores de polarização e as esferas de Poincaré das mesmas séries temporais que deram origem às figuras 6.8, 6.10 e 6.9, para diferentes filtros temporais. Esses filtros fazem médias temporais com o tempo característico dado por τ_f . Esses filtros quando aplicados a uma série calculada numericamente tem o mesmo efeito da média temporal feita pelo aparato experimental num série temporal medida experimentalmente. Para $\tau_f = 10ns$, a informação sobre o estado de polarização do feixe já não existe pois $FP \approx 0$, como é mostrado na figura 6.12. Ou seja, numa escala de tempo de $10ns$ a polarização já variou bastante e preencheu toda a esfera de Poincaré. Isso faz com o valor de FP seja quase nulo, caracterizando a chamada "luz despolarizada" para aquela escala temporal de medição. A representação na esfera de Poincaré de um feixe de luz "despolarizado" é mostrada na figura 6.13 (d).

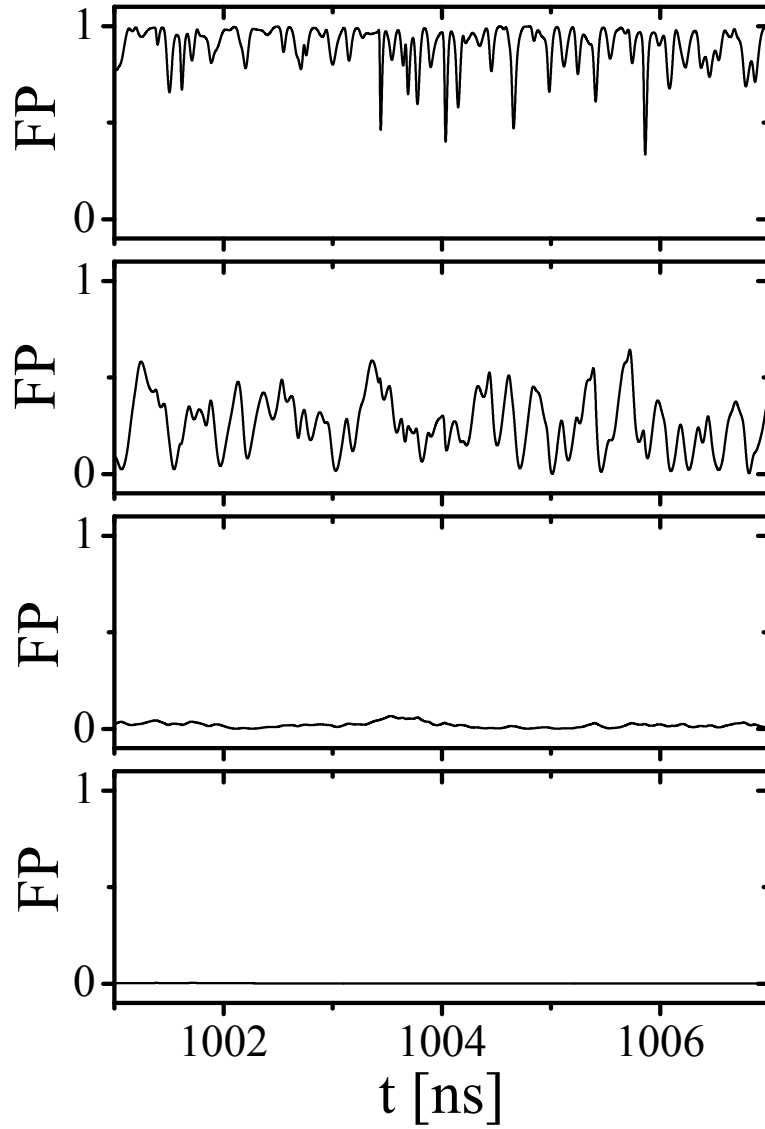


Figura 6.12 Cálculo numérico - Fator de polarização relativo ao caso mostrado na figura 6.10 para diferentes filtros temporais τ_f . De cima para baixo: $\tau_f = 0.01ns$, $\tau_f = 0.1ns$, $\tau_f = 1ns$ e $\tau_f = 10ns$.

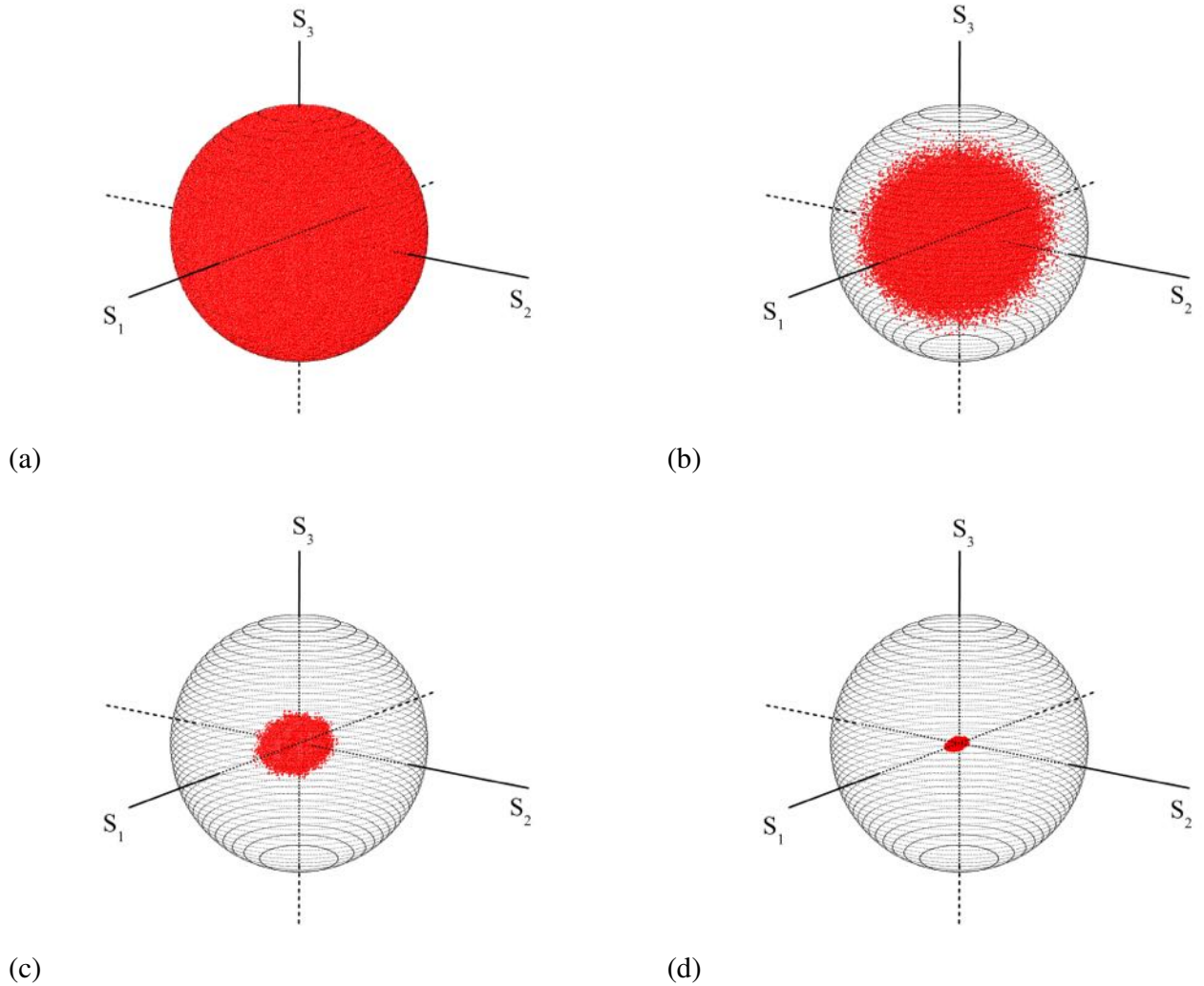


Figura 6.13 Cálculo numérico - Esferas de Poincaré para o feixe com polarização aleatória para médias com tempos de filtragem de (a) $\tau_f = 0.01ns$, (b) $\tau_f = 0.1ns$, (c) $\tau_f = 1ns$ e (d) $\tau_f = 10ns$. No caso de $\tau_f = 0.01ns$ os pontos estão próximos à superfície da esfera (FP próximo de 1 - ver figura 6.12.a). Já no caso de $\tau_f = 10ns$ os pontos estão próximo ao centro da esfera (FP próximo de 0 - ver figura 6.12.d).

6.2.3 Parâmetros de Stokes e fator de polarização nos VCSELs com LFFs

No regime caótico estudado nas seções anteriores, o VCSEL mostra dinâmica em diferentes escalas temporais. Numa escala mais rápida, o feixe mostra oscilações na sua intensidade. A escala de tempo dessas oscilações é da ordem de dezenas de nanossegundos e é devido à modulação feita pela ida e volta do feixe na cavidade externa. Uma outra escala de tempo observada é da ordem de centenas de nanossegundos. Nessa escala de tempo aparecem as LFFs. A figura 6.14 mostra as intensidades das componentes de polarização lineares I_x e I_y para um trecho de cálculo numérico da série temporal no regime caótico de LFF. O mesmo trecho da série é mostrado sem média temporal (gráfico superior) e com médias exponenciais com tempos característicos τ_f iguais $1ns$ (gráfico do meio) e $10ns$ (gráfico de baixo). Essas médias nas séries numéricas teóricas fazem o equivalente ao que acontece na detecção experimental, pois a resolução experimental é limitada pela resolução do osciloscópio e/ou do fotodetector usado na medição. Esses equipamentos realizam médias na detecção. O osciloscópio usado em nossas medições tem resolução de $1GHz$ e portanto o filtro temporal (média temporal) de $\tau_f = 1ns$ usado nos calculos numéricos representa bem a nossa situação experimental. A dinâmica dos parâmetros de Stokes em VCSELs foi estudada por Massoler *et al* [52] e o fator de polarização usado para definir dois tipos de dinâmica de LFFs em VCSELs [55].

As figuras 6.15, 6.16 e 6.17 mostram os parâmetros s_1 , s_2 e s_3 para as mesmas situações mostradas na figura 6.14 ($\tau_f = 0ns$, $\tau_f = 1ns$ e $\tau_f = 10ns$, respectivamente). Todos os três parâmetros de Stokes podem assumir valores entre -1 e 1, pois são componentes de esfera unitária (esfera de Poincaré) no espaço tridimensional representados por essas variáveis. Ainda, todos os três têm oscilações em escala de sub-nanossegundos, porém s_1 é mais susceptível às variações na intensidade devido às LFFs. Isso significa que este parâmetro tem uma modulação numa escala de tempo da ordem de dezenas ou centenas de nanossegundos (ver figura 6.15). Os parâmetros s_2 e s_3 , embora também apresentem de forma menos efetiva o efeito dessa modulação lenta, oscilam em torno de zero e portanto possuem média nula. Já s_1 tem média diferente de zero quando a média é tomada em qualquer escala de tempo acima de nano segundos. A explicação é que s_1 depende apenas da diferença das intensidades I_x e I_y , representando basicamente, a transferência de energia entre os modos de polarização lineares nas direções x e y . Portanto s_1 depende da escala temporal da dinâmica caótica que o laser está apresentando em suas intensidades I_x e I_y , pois como foi dito antes, no regime de LFF a dinâmica caótica é observada em diferentes escalas temporais. Já s_2 e s_3 tem a ver com a diferença de fase entre os modos de polarização x e y . Essa fase está relacionada com a direção e a elipticidade dos possíveis estados de polarização.

Uma forma de ver a importância do tempo de filtragem τ_f na evolução temporal dos parâmetros de Stokes é ver como a variância desses parâmetros muda com τ_f . Isso está mostrado na figura 6.18. A variância de s_2 e s_3 são mostradas nas figuras 6.18(b) e 6.18(c), respectivamente. As variâncias desses parâmetros decaem exponencialmente com o aumento de τ_f até atingirem o valor nulo em aproximadamente algo entre 2 e 3 ns . O tempo característico de decaimento da exponencial dos parâmetros s_2 e s_3 obtidos através de ajuste é de aproximadamente 0,1 ns . A variância de s_1 é mostrada na figura 6.18(a). Ela também decai exponencialmente com aproximadamente o mesmo tempo característico. Porém para valores de τ_f maiores que 1 ns a sua dependência passa a ser linear decrescente com τ_f . A figura 6.18(d) representa a variância do

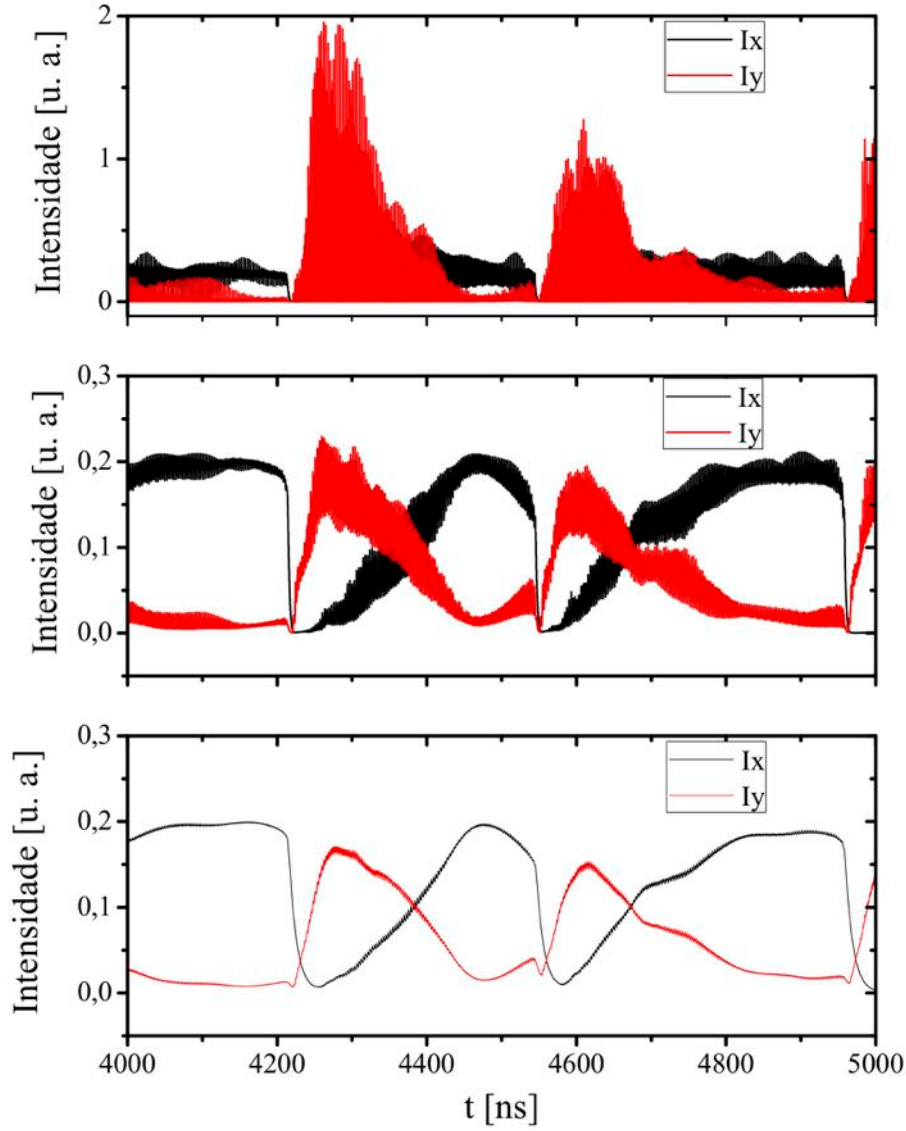


Figura 6.14 Cálculo numérico - Intensidades dos modos de polarização x e y para um VCSEL com realimentação ótica de cavidade externa de 3 ns . No gráfico superior a série está sem filtragem temporal. No gráfico do meio e no gráfico inferior as filtragem são de $\tau_f = 1\text{ ns}$ e $\tau_f = 10\text{ ns}$, respectivamente.

fator de polarização em termos de τ_f .

Para médias feitas com τ_f maiores que 1 ns ou até mesmo um pouco antes disso, basicamente o fator de polarização FP é determinado pelo quadrado do parâmetro de Stokes s_1 , pois s_2 e s_3 , ficam quase nulos, como é mostrado nas figuras 6.16 e 6.17. Isso significa que nessa situação, a polarização medida vai ser basicamente linear na direção x , y ou qualquer estado de mistura entre essas duas polarizações, isto é, parcialmente polarizado em alguma dessas

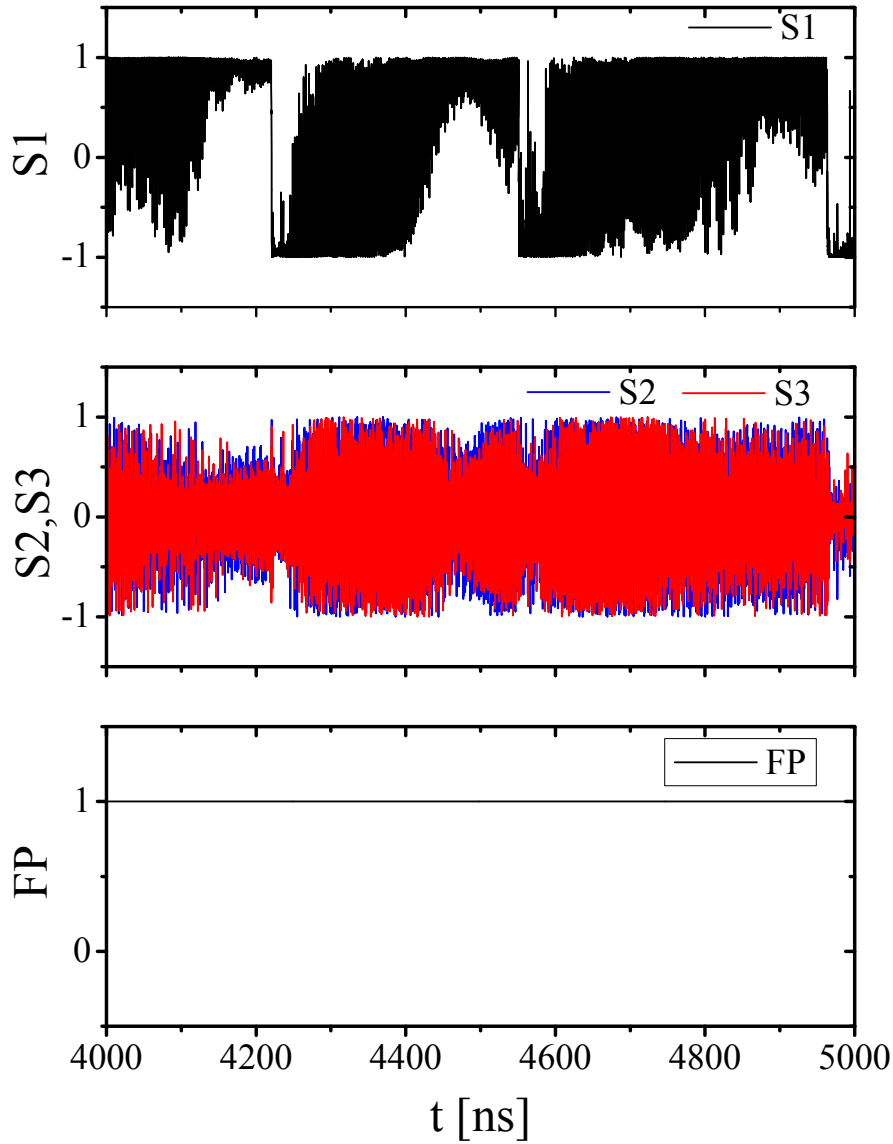


Figura 6.15 Cálculo numérico - S_1 , S_2 , S_3 e FP para um VCSEL com realimentação ótica de cavidade externa de $3ns$, sem filtragem (situação do gráfico superior da figura 6.14).

direções. Caso o FP médio seja nulo, significa que o estado de polarização medido, para o τ_f usado, é uma mistura de igual probabilidade dos dois estados lineares x e y . A esfera de Poincaré associadas às situações mostradas nas figuras 6.15, 6.16, 6.17 e para $\tau_f = 100ns$ são mostradas na figura 6.19. Existe uma certa analogia da esfera de Poincaré para os estados de polarização com a esfera de Bloch para os estados quânticos de um sistema de spin $1/2$. Estados quânticos representados por pontos na superfície da esfera de Bloch são chamados de estados puros e a matriz densidade no caso tem traço unitário. Isso é análogo ao caso da

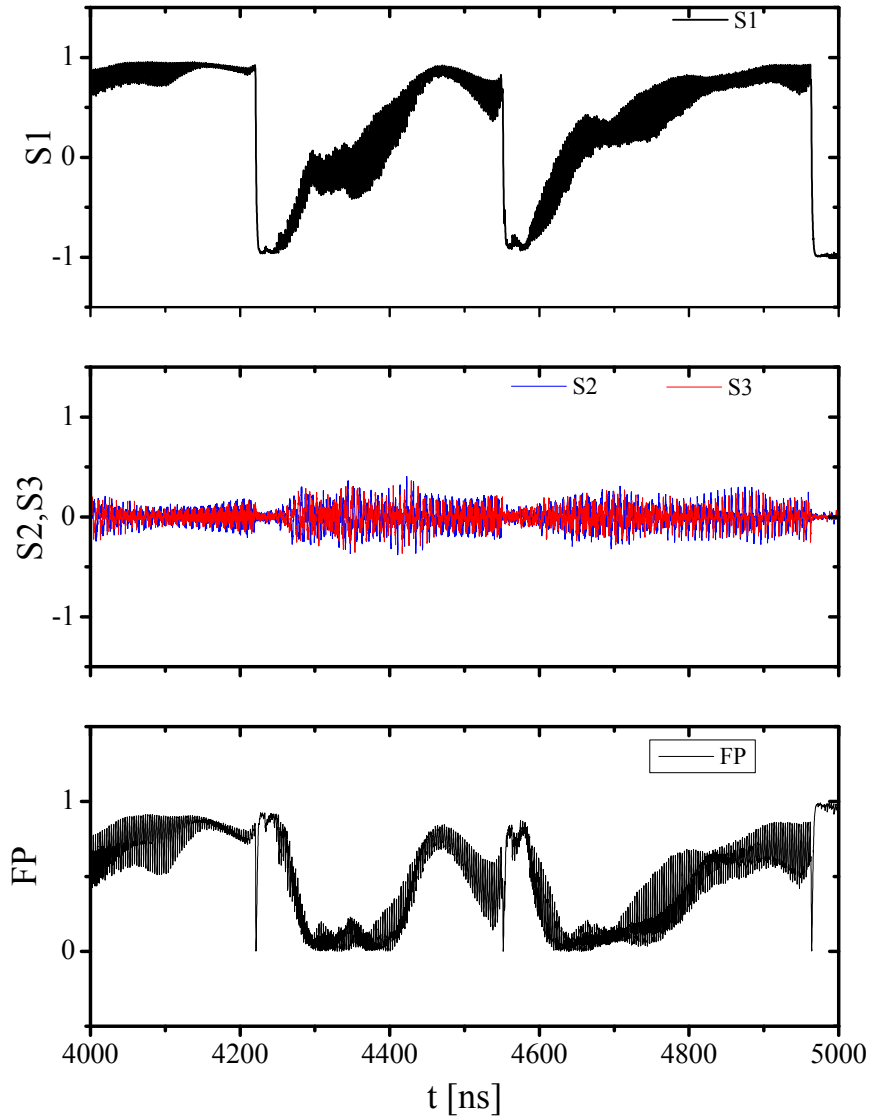


Figura 6.16 Cálculo numérico - S_1 , S_2 , S_3 e FP para um VCSEL com realimentação ótica de cavidade externa de $3ns$, filtragem de $1ns$ (situação do gráfico do meio da figura 6.14).

superfície da esfera de Poincaré, onde estão representados todos os estados de polarização possível. Ao entrar na esfera de Bloch, o estado representado já não é mais puro. Estamos falando agora dos chamados estados de mistura estatística dos possíveis estados quânticos com suas probabilidades associadas. No caso de um ponto dentro da esfera de Poincaré, os parâmetros de Stokes não representam informação alguma sobre o real estado de polarização da luz e sim uma estatística de possíveis estados com probabilidades diferentes, ou iguais (centro da esfera).

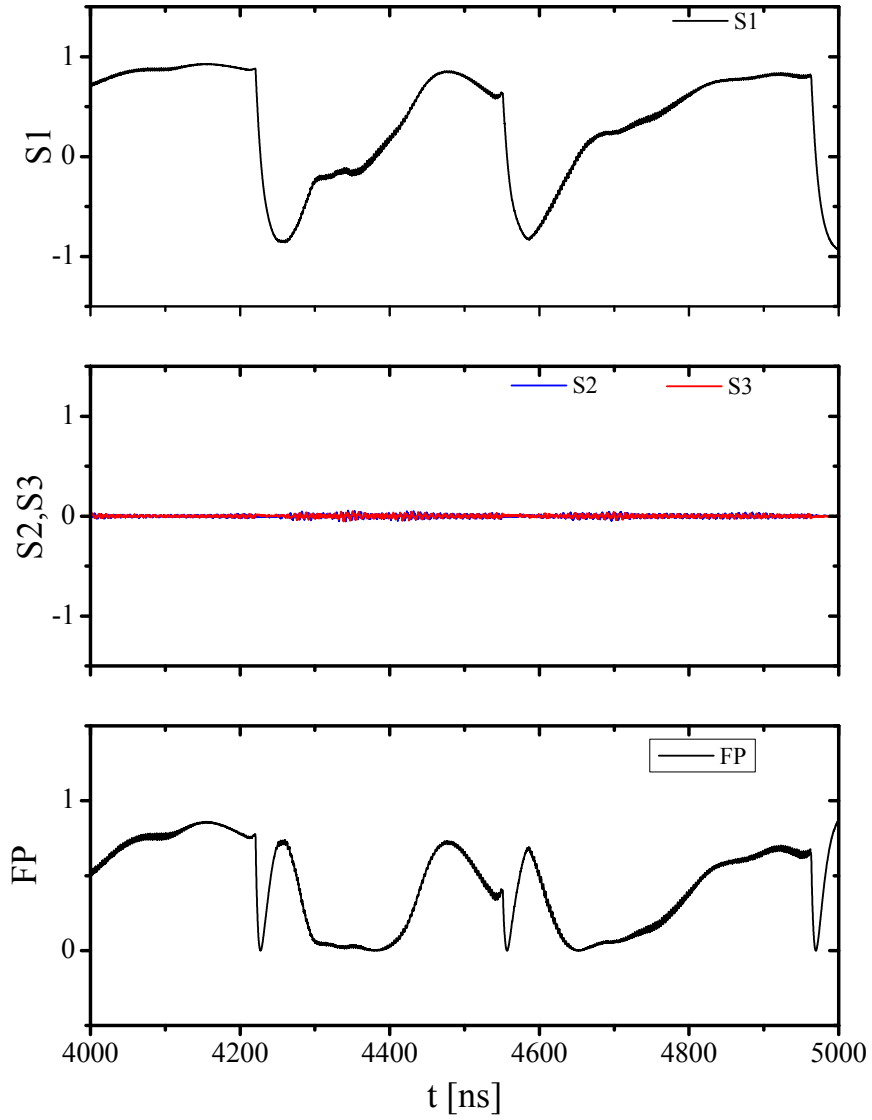


Figura 6.17 Cálculo numérico - S_1 , S_2 , S_3 e FP para um VCSEL com realimentação ótica de cavidade externa de $3ns$, filtragem de $10ns$ (situação do gráfico inferior da figura 6.14).

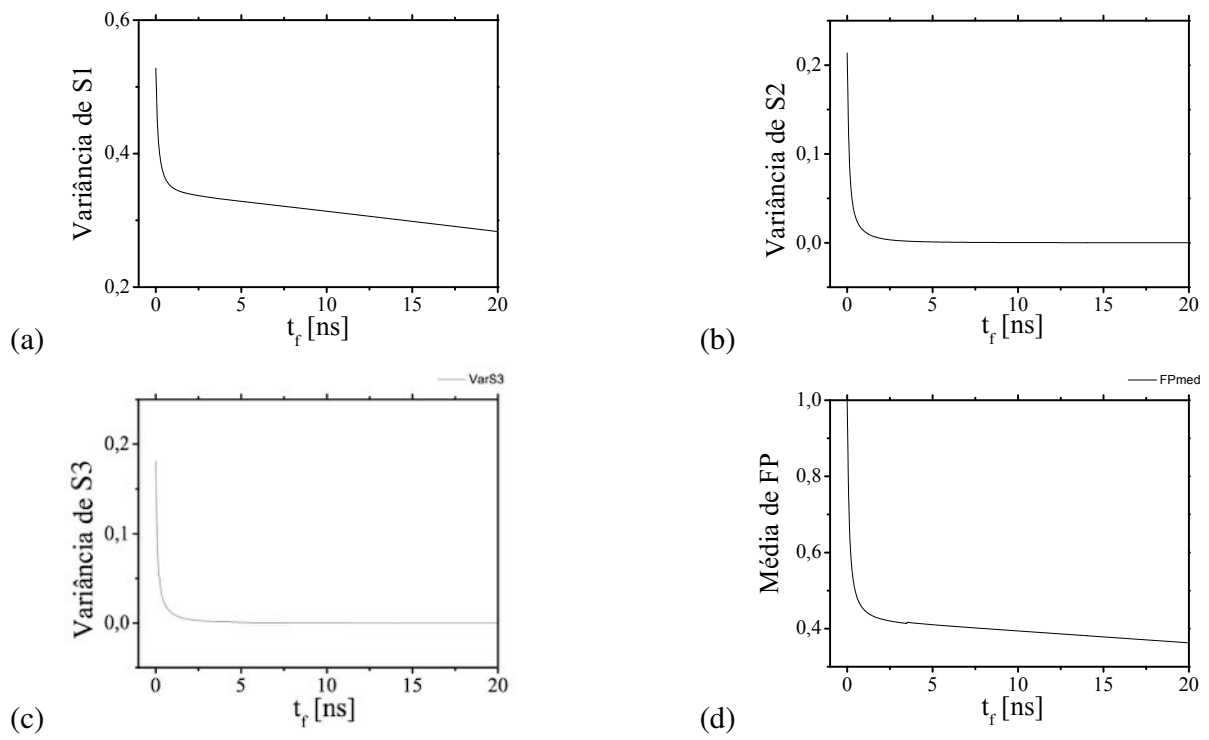


Figura 6.18 Cálculo numérico. Variância dos parâmetros de Stokes (a) S_1 , (b) S_2 , (c) S_3 e do fator de polarização FP em função do tempo de filtragem τ_f .

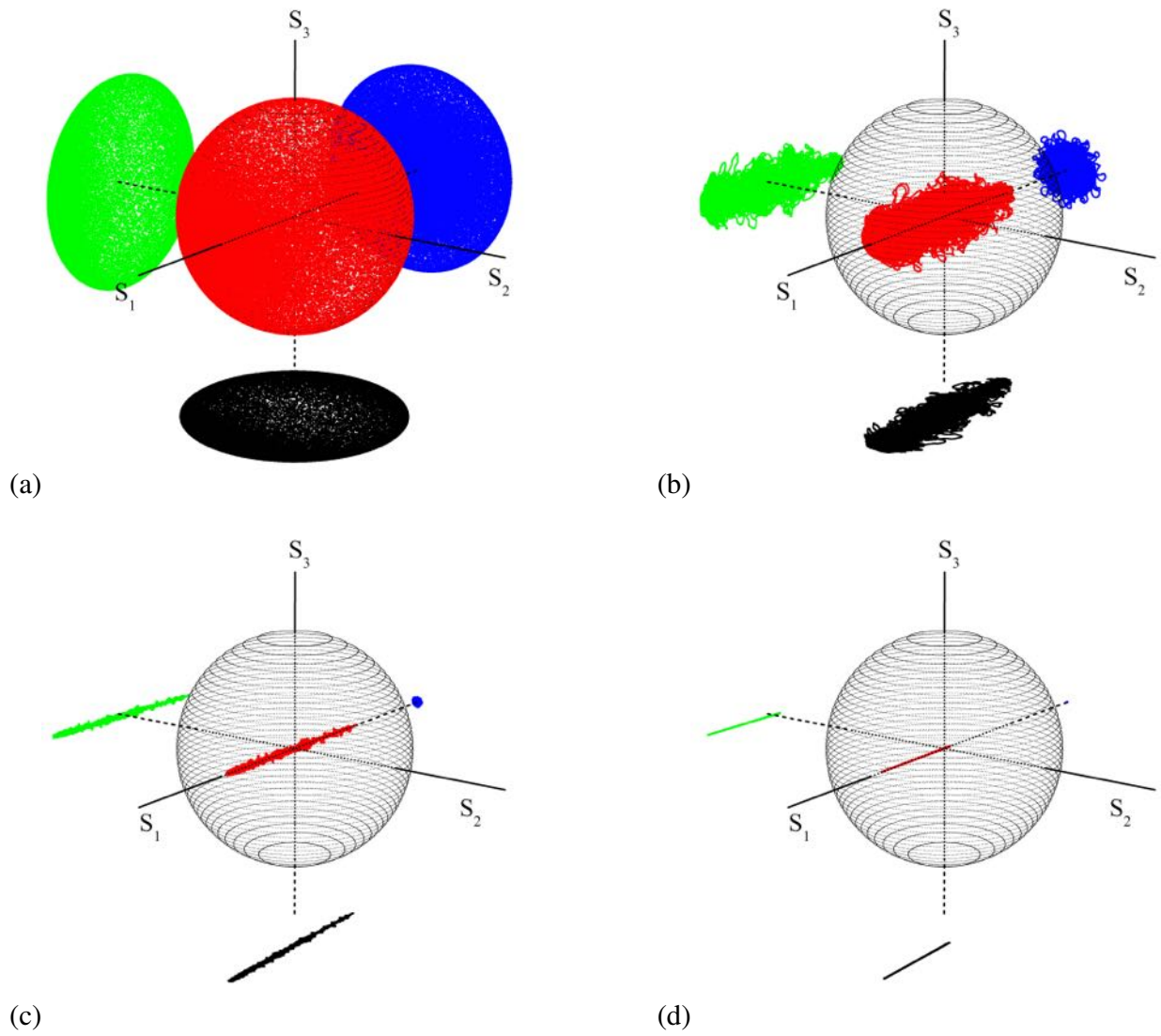


Figura 6.19 Cálculo numérico - Esferas de Poincaré da serie temporal mostrada na figura 6.14 para (a) $\tau_f = 0$, (b) $\tau_f = 1ns$, (c) $\tau_f = 10ns$ e (d) $\tau_f = 100ns$

6.2.4 Tempo de polarização

A aleatoriedade na polarização da luz tem chamado a atenção ultimamente e muitos trabalhos tem sido feito nesse tema [67–71]. Uma forma de se obter o tempo característico em que os parâmetros de Stokes perdem a coerência é calculando o chamado tempo de polarização. Esse tempo indica qual o intervalo de tempo em que é possível realizar a medição da polarização de um feixe sem que os parâmetros de Stokes mudem. Esse conceito foi recentemente introduzido na literatura por Setälä *et al* [72] e num trabalho bastante recente, Shevchenko [71] *et al* mediram esse tempo para uma luz não polarizada. O tempo de coerência de uma onda eletromagnética é o tempo em que a onda tem capacidade de interferir com ela mesma. Em analogia, o tempo de polarização τ_{POL} pode ser entendido como o tempo que a luz se propaga sem mudar sua polarização. A distância percorrida pela luz durante τ_{POL} pode ser chamada de comprimento de polarização em analogia com o correspondente comprimento de coerência. Em outras palavras, durante esse intervalo de tempo, mesmo para uma luz com polarização totalmente aleatória, é possível medir um único estado de polarização. Então, τ_{POL} é o tempo necessário para a luz mudar seu estado de polarização. No experimento realizado por Shevchenko, foram medidos os parâmetros de Stokes para uma luz polarizada aleatoriamente. Nesse experimento a luz utilizada é resultante de um emissor espontâneo amplificado, ASE (*Amplified Spontaneous Emission*). Usando um interferômetro de Michelson, as autocorrelações de amplitude dos parâmetros de Stokes foram medidas. O tempo de polarização τ_{POL} é definido por Setälä através da soma das autocorrelações de amplitude dos parâmetros S_1 , S_2 e S_3 . A autocorrelação de amplitude é calculada usando a expressão:

$$C_n(\tau) = \langle (S_n(t) - \bar{S}_n)(S_n(t + \tau) - \bar{S}_n) \rangle \quad (6.4)$$

onde $n = 1, 2, 3$ e τ é o tempo de atraso usado para o cálculo das autocorrelações das séries temporais de S_1 , S_2 ou S_3 . O termo $\bar{S}_n$ é o valor médio de $S_n(t)$ em toda a série analisada. O símbolo $\langle \rangle$ significa uma média temporal usada no cálculo das correlações. O tempo de polarização τ_{POL} é então definido como o tempo necessário para a soma das autocorrelações $C_{\Sigma n} = C_1 + C_2 + C_3$ atingir metade de seu valor ao variar τ . Para a luz aleatória do experimento da Ref. [71], o tempo de polarização medido foi de $115 fs$. Nesse experimento a fonte de luz aleatória emite no regime estacionário constante. Por isso foi possível medir a autocorrelação dos parâmetros de Stokes com uma resolução tão boa através interferência. Isso só é possível pois durante o tempo de média (representada por $\langle \rangle$ no cálculo das correlações) as intensidades são estacionárias constante e o termo de autocorrelação que é proporcional ao termo de interferência é obtido variando um dos braços do interferômetro com um piezo-elétrico. No caso do regime caótico do nosso laser, essa medição experimental não poderia ser realizada com este método. Ao invés, teríamos que medir todos os parâmetros de Stokes simultaneamente com 6 canais de medição com a resolução máxima determinada pelos fotodetectores e osciloscópio. Ainda não conseguimos montar esse experimento, mas faz parte de nossas perspectivas.

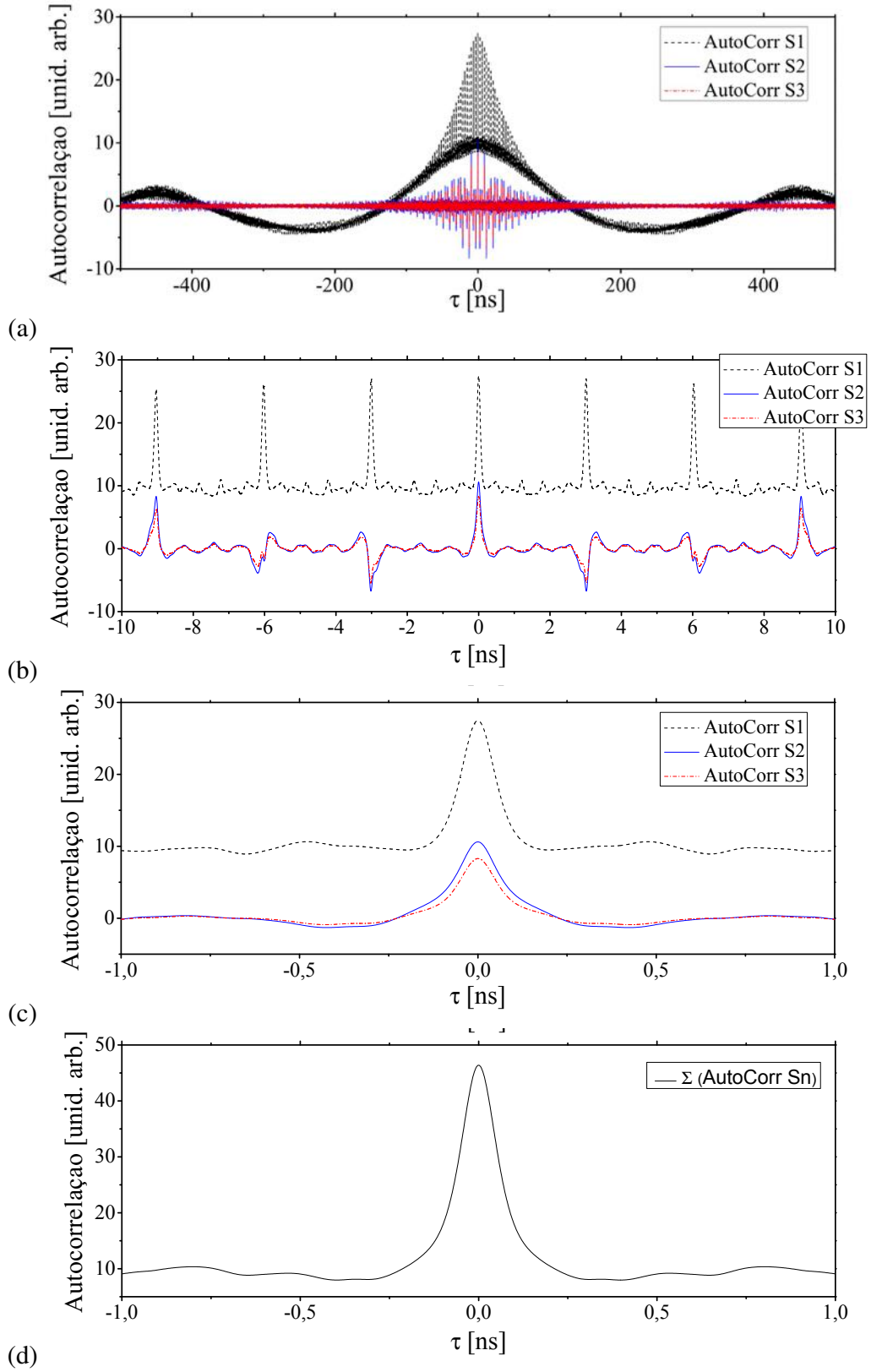


Figura 6.20 Cálculos numéricos. (a) Autocorrelação dos parâmetros de Stokes sem filtro de média temporal. Os gráficos (b) e (c) representam um zoom da (a). A soma das autocorrelações $C_{\Sigma n}$ é mostrada em (d).

A figura 6.20 mostra cálculos numéricos das autocorrelações de s_1 , s_2 e s_3 para o VCSEL no regime de LFF. As autocorrelações são calculadas para uma série temporal semelhante à mostrada na figura 6.14 para o caso de $\tau_f = 0$, ou seja, para a série bruta, sem ser feita média temporal. A figura 6.20 (a) mostra as correlações numa escala de tempo maior, evidenciando a dinâmica lenta das LFFs através da autocorrelação C_1 do parâmetro s_1 . A figura 6.20 (b) mostra uma escala intermediária onde é observado que a cada ida e volta da cavidade ($3ns$) as autocorrelações C_2 e C_3 trocam de sinal. Ainda não estudamos sistematicamente esse fato para entender melhor o motivo disso acontecer. A figura 6.20(c) mostra um zoom da figura (a) em torno do pico central e a figura 6.20 (d) mostra a soma das correlações $C_{\Sigma n}$. O tempo de polarização τ_{POL} para essa situação é obtido através do gráfico da figura 6.20 (d). O tempo para o valor de $C_{\Sigma n}$ cair para metade de seu valor máximo é de $\tau_{POL} = 66ps$. Na figura 6.20 (c), é notável que todos os três parâmetros de Stokes decaem para metade de seu valor máximo mais ou menos no mesmo tempo. Isso significa que se a medição do estado de polarização for feita durante um tempo menor que $66ps$, todos os parâmetros de Stokes medidos não variaram nesse tempo. Em outras palavras, um único estado de polarização é medido.

O parâmetro s_1 , é a diferença entre as intensidade I_x e I_y e possui uma dinâmica mais lenta associada as quedas na intensidade de LFFs. Portanto, se olharmos para uma escala de tempo mais larga, existe um outro tempo de polarização associado ao parâmetro s_1 . Isso pode ser visto quando é passado um filtro na série temporal. A figura 6.21 mostra resultados de cálculos numéricos para um filtro $\tau_f = 1ns$. No gráfico da esquerda é mostrado que a intensidade I_x (preto) cai enquanto a intensidade I_y (vermelho) sobe durante uma queda de LFF. A figura 6.21 também mostra a respectiva variação dos parâmetros de Stokes s_1 (gráfico central), s_2 (linha azul do gráfico da direita) e s_3 (linha vermelha do gráfico da direita).

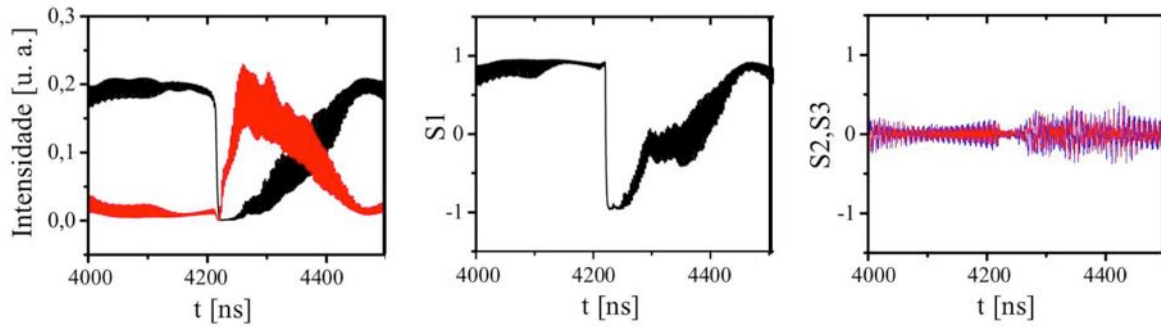


Figura 6.21 Cálculos numéricos. Trecho de série temporal mostrando uma LFF (esquerda) e a respectiva variação dos parâmetros de Stokes s_1 (meio), s_2 (direita em azul) e s_3 (direita em vermelho) para $\tau_f = 1ns$.

Como foi dito, ao passar um filtro de $1ns$, as oscilações rápidas são atenuadas e a dinâmica das LFFs é melhor observada. A filtragem da dinâmica rápida tem efeito nos parâmetros de Stokes. Como consequência, as autocorrelações são afetadas passando a mostrar somente a coerência das escalas lentas através de s_1 , pois as variâncias e valores médios de s_2 e s_3 vão a zero a medida que se aumenta τ_f (Exemplo já mostrado na figura 6.21 para $\tau_f = 1ns$). As autocorrelações dessa mesma série temporal (filtrada com $\tau_f = 1ns$) são mostradas na figura 6.22.

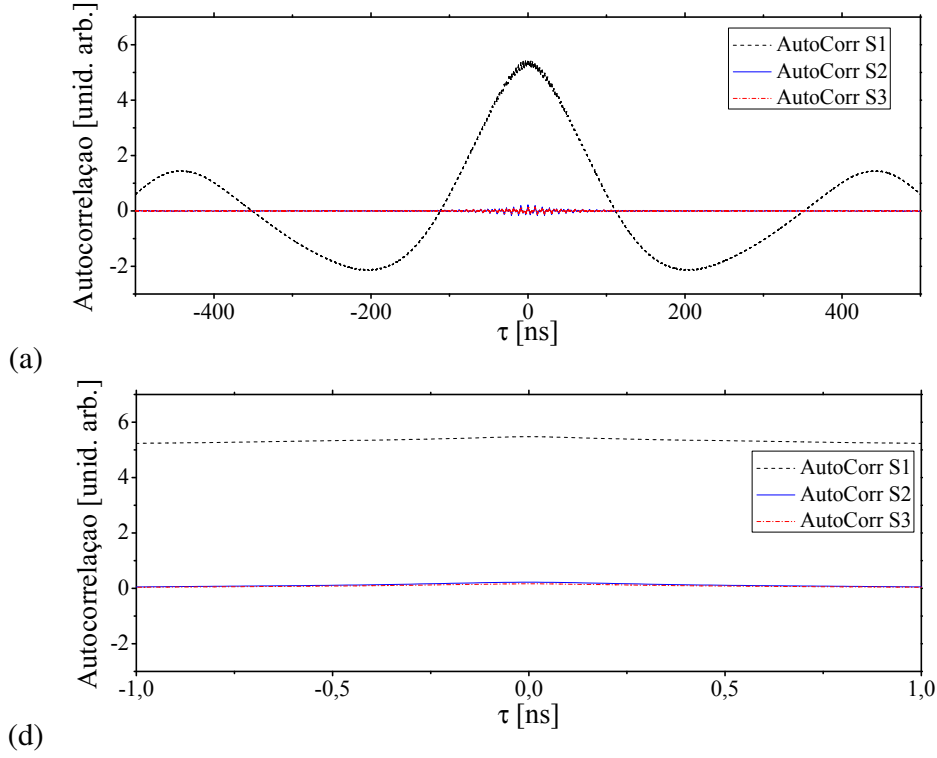


Figura 6.22 Cálculos numéricos. (a) Autocorrelação dos parâmetros de Stokes com filtro de média temporal $\tau_f = 1ns$. (b) Zoom de (a).

Portanto, para a situação mostrada nas figuras 6.21 e 6.22 o tempo de polarização depende somente de C_1 e tem seu valor da ordem de $\tau_{POL} = 90ns$. Esse tempo de polarização é referente à dinâmica lenta das LFFs. Ou seja, para esse caso, quando acontece uma queda na intensidade total o parâmetro de Stokes s_1 sofre uma variação muito grande ao contrário do que acontece com s_2 e s_3 . Assim, devido à filtragem das oscilações rápidas, nada se pode dizer sobre s_1 e s_2 . Experimentalmente falando, atualmente nossa resolução de detecção é de $1ns$ (o que equivale a $\tau_f = 1ns$). Isso significa que a medição experimental dos parâmetros de Stokes deve ficar limitada à obtenção da dinâmica lenta de s_1 . Com isso será possível a medição experimental do τ_{POL} levando em conta apenas as autocorrelações de s_1 . Ou seja, isso nos dá uma estimativa do tempo de polarização em uma escala temporal lenta para o VCSEL no regime de LFF. Ainda não medimos experimentalmente os parâmetros de Stokes nessas condições, porém a montagem desse experimento faz parte de nossas perspectivas.

Capítulo 7

Conclusões e Perspectivas

Nesta tese investigamos experimentalmente e numericamente a dinâmica de lasers de semi-condutor do tipo de emissão pela borda (EEL) e do tipo de emissão pela superfície (VCSEL). Estudamos os diferentes regimes dinâmicos e suas características usando arranjos experimentais com lasers solitários, acoplados, com e sem realimentação ótica.

Inicialmente foram feitos experimentos com lasers acoplados. Foi feito um estudo experimental e teórico sobre sincronismo em fase e em anti-fase nas intensidades de pares de EELs acoplados eletronicamente em paralelo. Nesse experimento cada um dos lasers opera no regime de flutuações de baixa frequência (LFF) devido à realimentação ótica feita por cavidades externas. Foi visto que as flutuações rápidas devido à cavidade externa oscilam em anti-fase como era de se esperar devido a divisão da corrente elétrica resultante do acoplamento em paralelo. Porém, para alguns valores de parâmetros acontece um sincronismo em fase entre as quedas de LFF nas intensidades emitidas pelos dois lasers. Ou seja, quando um laser apresenta uma queda de LFF em sua intensidade, devido ao acoplamento eletrônico era de se esperar que o outro laser aumentasse sua intensidade, mas o que se vê é que ambos os lasers apresentam quedas sincronizadas na intensidade. Este resultado contra-intuitivo foi obtido também nos cálculos numéricos usando o modelo Lang-Kobayashi [20] para as equações de taxa do laser adicionado do termo de acoplamento eletrônico. Mais detalhes desses resultados podem ser vistos em nossa publicação [1] (apêndice A.1) e também na tese de Edison Rosero [12].

Sobre os VCSELs, primeiramente foi feito um estudo das características de emissão desses lasers em função de parâmetros como temperatura e corrente de injeção. Depois, foram apresentados resultados experimentais e numéricos sobre a dinâmica dos estados de polarização da luz emitida pelo VCSEL operando no regime solitário. Mesmo no regime de operação solitário, isto é, sem realimentação ótica ou qualquer modulação de parâmetro, obtivemos séries experimentais das intensidades dos modos de polarização apresentando comportamento caótico. Foram observados raros picos de intensidade muito maiores que a média das intensidades de todos os picos da série temporal. Foi feita uma análise estatística desses eventos para classificá-los como eventos raros. A grande diferença em relação a outros trabalhos sobre eventos extremos em ótica (ver nossa publicação sobre eventos extremos em lasers com parâmetro modulado [2] no apêndice A.2) é que nesse caso observamos esses pulsos não na intensidade total, mas nas intensidades dos modos de polarização da luz emitida. Além disso, soma-se o fato de que esses pulsos gigantes foram obtidos com o laser operando no regime solitário, isto é, sem nenhuma modulação de parâmetro, realimentação ótica, etc. Esses resultados estão sendo preparados para publicação.

Adicionando realimentação ótica ao sistema, foi visto experimentalmente e numericamente que, assim como os EELs, os VCSELs também apresentam quedas de LFF na sua intensidade

total e também nas intensidades dos modos de polarização. Foram observados dois tipos de comportamentos nas intensidades dos modos: quedas em fase e em anti-fase. Aproveitamos a dinâmica caótica na polarização para discutir o conceito de luz não polarizada. Mesmo num sistema que emite luz com a polarização caótica, é possível dizer que a polarização é constante dentro de um pequeno intervalo de tempo chamado de tempo de polarização. Realizamos um estudo sobre a dinâmica das polarizações em diferentes escalas temporais e a influência da realização de médias temporais na determinação do estado de polarização da luz emitida. Foi mostrado através de cálculos numéricos que parâmetros como fator de polarização e tempo de polarização dependem da filtragem da série e equivalentemente da resolução temporal das séries obtidas experimentalmente.

Por fim, como perspectiva de continuação dos trabalhos apresentados nesta tese existem vários temas. Primeiro, a realização de medições experimentais e cálculos numéricos mais sistemáticos sobre os assuntos abordados nessa tese, como por exemplo os eventos extremos nos modos de polarização do laser tipo VCSEL. Temos também a perspectiva de estudar um pouco mais sobre a dinâmica LFF e dos estados de polarização através de experimentos com VCSELs acoplados opticamente e/ou eletronicamente. O objetivo é observar o sincronismo entre as intensidades dos VCSELs e estudar as correlações entre suas intensidades totais assim como as correlações entre suas componentes de polarização. Para esse estudo mais aprofundado sobre a dinâmica da polarização em VCSELs, pretendemos também realizar a medição experimental dos parâmetros de Stokes com uma resolução de pelo menos 1ns e assim comparar com os nossos resultados teóricos. Para isso é necessário um setup com 6 detectores de alta frequência e seis canais de osciloscópios para detecção simultânea das intensidades das componentes de polarizações lineares I_x , I_y , I_{45} e I_{-45} e as componentes circulares I_D e I_E , conforme mostram as equações 5.16. Ainda sobre VCSEL, temos a perspectiva de dar continuidade a um trabalho iniciado sobre realimentação ótica incoerente. Os efeitos de uma realimentação ótica com o campo rotacionado foi tema de muita inspeção teórica e experimental durante os estudos da dinâmica de VCSELs ao longo dos últimos anos. No nosso caso, a realimentação ótica incoerente consiste em uma reinjeção da luz no laser depois que ela passa por um espalhador que modifica aleatoriamente sua polarização original como saiu do laser. O modelo teórico que foi usado nessas primeiras simulações sobre realimentação incoerente foi o SFM, mas com o termo de realimentação com um termo de aleatoriedade:

$$\begin{aligned} \frac{dE_x(t)}{dt} = & \kappa(1 + i\alpha)[(N(t) - 1)E_x(t) + inE_y(t)] - (\gamma_a + i\gamma_p)E_x(t) \\ & + k_{FB}[E_x(t - \tau_{cav})e^{-i\omega_{0x}\tau_{cav}}\cos(\theta) + E_y(t - \tau_{cav})e^{-i\omega_{0y}\tau_{cav}}\sin(\theta)] \end{aligned} \quad (7.1a)$$

$$\begin{aligned} \frac{dE_y(t)}{dt} = & \kappa(1 + i\alpha)[(N(t) - 1)E_y(t) - inE_x(t)] + (\gamma_a + i\gamma_p)E_y(t) \\ & + k_{FB}[E_x(t - \tau_{cav})e^{-i\omega_{0x}\tau_{cav}}(-\sin(\theta)) + E_y(t - \tau_{cav})e^{-i\omega_{0y}\tau_{cav}}\cos(\theta)] \end{aligned} \quad (7.1b)$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\gamma[N(t)(1 + |E_x(t)|^2 + |E_y(t)|^2) + in(E_y(t)E_x^*(t) - E_x(t)E_y^*(t)) - I] \quad (7.1c)$$

$$\frac{dn(t)}{dt} = -\gamma_s n(t) - \gamma[n(t)(|E_x(t)|^2 + |E_y(t)|^2) + in(t)(E_y(t)E_x^*(t) - E_x(t)E_y^*(t))] \quad (7.1d)$$

onde o termos adicionais em função de θ fazem referência a uma matriz de rotação no plano

de polarização do feixe que realimenta o laser. Temos como perspectiva realizar simulações numéricas sorteando o valor de θ a cada tempo τ_θ . O sorteio de θ pode ser realizado entre o intervalo $[-\pi/2; \pi/2]$ ou num intervalo menor. Pretendemos fazer um estudo sistemático sobre o que acontece com a polarização do laser quando a realimentação ótica é realizada rotacionando aleatoriamente a polarização por um ângulo θ para vários valores dos parâmetros tempo τ_θ e o intervalo de sorteio.

Referências

- [1] E. J. Rosero, W. A. S. Barbosa, J. F. Martinez Avila, A. Z. Khoury, and J. R. Rios Leite. Correlations in electrically coupled chaotic lasers. *Physical Review E*, 94(032210), 2016.
- [2] C. Metayer, A. Serres, E. J. Rosero, W. A. S. Barbosa, F. M. de de Aguiar, J. R. Rios Leite, and J. R. Tredicce. Extreme events in chaotic lasers with modulated parameter. *Optics Express*, 22(17):19850, 2014.
- [3] M. San Miguel, Q. Feng, and J. V. Moloney. Light-polarization dynamics in surface-emitting semiconductor lasers. *Phys. Rev. A*, 52(2):1728–1739, 1995.
- [4] Amnon Yariv. *Quantum Electronics*. John Wiley and Sons, 3rd edition edition, 1989.
- [5] Govind P. Agrawal and Niloy K. Dutta. *Long-wavelength semiconductor lasers*. Kluwer Academic Publishers, 2nd edition edition, 1993.
- [6] Orazio Svelto. *Principles of Lasers*. Springer, 5th edition edition, 2010.
- [7] Shun Lien Chuang. *Physics of Photonic Devices*. Wiley Series in Pure and Applied Optics. John Wiley and Sons, 2nd edition edition, 2009.
- [8] E. Fred Schubert. *Light-Emitting Diodes*. Cambridge University Press, 2nd edition edition, Semiconductor lasers 2013.
- [9] R. Michalzik. *VCSELs: Fundamentals, technology and applications of vertical-cavity surface-emitting lasers*. Springer Series in Optical Sciences. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [10] Wendson Antonio de Sá Barbosa. Caos em laser de diodo modulado. Master’s thesis, Universidade Federal de Pernambuco, 2012.
- [11] Jhon Fredy Martinez Avila. *Dinâmica não linear e sincronismo de lasers caóticos*. PhD thesis, Universidade Federal de Pernambuco, 2006.
- [12] Edison Javier Rosero Salazar. *Sincronismo e Dinâmica Caótica em Lasers de Semicondutor*. PhD thesis, Universidade Federal de Pernambuco, 2017.
- [13] Massimo Giudici. *Non Linear Dynamics of a Semiconductor Laser with Optical Feedback*. PhD thesis, Université Nice Sophia Antipolis, 2000.

- [14] R. N. Hall, G. E. Fenner, J. D. Kingsley, T. J. Soltys, and R. O. Carlson. Coherent light emission from gaas junctions. *Physical Review Letters*, 9:366–368, 1962.
- [15] M. I. Nathan, W. P. Dumke, G. Burns, F. H. Dill jr., and G. Lasher. Stimulated emission of radioation from gaas p-n junctions. *Applied Physics Letters*, 1:62–64, 1962.
- [16] N. Holonyak jr. and S. F. Bevacqua. Coherent (visible) light emission from ga(as1-xpx) junctions. *Applied Physics Letters*, 1:82,83, 1962.
- [17] T. M. Quist, R. H. Rediker, R. J. Keyes, and W. E. Krag. Semiconductor maser of gaas. *Applied Physics Letters*, 1:91,92, 1962.
- [18] I. Hayashi, M. B. Panish, P. W. Foy, and S. Sumski. Junction lasers which operate continuously at room temperature. *Applied Physics Letters*, 17:109, 1970.
- [19] M. Ettenberg. Very low threshold double heterojunction alxga1 xas injection lasers. *Applied Physics Letters*, 27:652, 1975.
- [20] R. Lang and K. Kobayashi. External optical feedback effect on semiconductor injection laser properties. *IEEE Journal of Quantum Electron.*, 16:347, 1980.
- [21] T. Sano. Antimode dynamics and chaotic itinerancy in the coherence collapse of semiconductor lasers with optical feedback. *Physical Review A*, 50:2719, 1994.
- [22] Finisar Corporation. <https://www.finisar.com>. Application note: Vcsel optical modes.
- [23] J. Matin-Regalado, F. Prati, M. San Miguel, and Abraham N. B. Polarization properties of vertical-cavity surface-emitting lasers. *IEEE J. Select. Topics Quantum Electron.*, 33(5):765–782, 1997.
- [24] J. Matin-Regalado, M. San Miguel, Abraham N. B., and F. Prati. Polarization switching in quantum-well vertical-cavity surface-emitting lasers. *Optics Letters*, 21(5):351–353, 1996.
- [25] Martin Virte, Krassimir Panajotov, and Marc Sciamanna. Bifurcation to nonlinear polarization dynamics and chaos in vertical-cavity surface-emitting lasers. *Physical Review A*, 87(013834), 2013.
- [26] Cristian Bonatto, Michael Feyereisen, Stephane Barland, Massimo Giudici, Cristina Massoller, José R. Rios Leite, and Jorge R. Tredicce. Deterministic optical rogue waves. *Physical Review Letters*, 107(053901), 2011.
- [27] Jhon F. Martinez Avila, Hugo L. D. de S. Cavalcante, and J. R. Rios Leite. Coarse grained variables and deterministic chaos in an excitable system. *Physical Review Letters*, 100(044101), 2008.
- [28] C. Risch and C. Voumard. Self-pulsation in the output intensity and spectrum of gaas-algaas cw diode lasers coupled to a frequency- selective external optical cavity. *Journal of Applied Physics*, 48:2083–2085, 1977.

- [29] R. W. Tkach and A. R. Chraplyvy. Regimes of feedback effects in 1.55 μm distributed feedback lasers. *Journal of Lightwave Technology*, 4(11):1655–1661, 1986.
- [30] Pascal Besnard, B. Meziane, and Guy Michel Stephan. Feedback phenomena in a semiconductor laser induced by distant reflectors. *IEEE Journal of Quantum Electron.*, 29(5):1271, 1993.
- [31] Dann Lenstra, Bastiaan H. Verbeek, and Arie J. Den Boef. Coherence collapse in single-mode semiconductor lasers due to optical feedback. *IEEE Journal of Quantum Electron.*, QE-21(6):674, 679 1985.
- [32] Hua Li, Jun Ye, and John G. McInerney. Detailed analysis of coherence collapse in semiconductor lasers. *IEEE Journal of Quantum Electron.*, 29(9):2421–2432, 1993.
- [33] M. Sciamanna and K. Panajotov. Route to polarization switching induced by optical injection in vertical-cavity surface-emitting lasers. *Physical Review A*, 73(023811), 2006.
- [34] M. Sciamanna, I. Gatare, A. Locquet, and K. Panajotov. Polarization synchronization in unidirectionally coupled vertical-cavity surface-emitting lasers with orthogonal optical injection. *Physical Review E*, 75(056213), 2007.
- [35] Shinnya Tomida, Rui Shogenji, and Junji Ohtsubo. Synchronization properties and effects of parameter mismatches in unidirectionally coupled chaotic vertical-cavity surface-emitting lasers. *Optical Review*, 20(4):314–320, 2013.
- [36] Mitsutoshi Ozaki, Hiroyuki Someya, Takaya Mihara, Atsushi Uchida, Shigeru Yoshimori, Krassimir Panajotov, and Marc Sciamanna. Leader-laggard relationship of chaos synchronization in mutually coupled vertical-cavity surface-emitting lasers with time delay. *Physical Review E*, 79(026210), 2009.
- [37] I. Gatare, M. Sciamanna, M. Nizette, H. Thienpont, and K. Panajotov. Mapping of two-polarization-mode dynamics in vertical-cavity surface-emitting lasers with optical injection. *Physical Review E*, 80(026218), 2009.
- [38] A Valle, M. Sciamanna, and K. Panajotov. Nonlinear dynamics of the polarization of multitransverse mode vertical-cavity surface-emitting lasers under current modulation. *Physical Review E*, 76(046206), 2007.
- [39] Chun Lei and Kent D. Choquette, editors. *New applications boost VCSEL quantities: recent developments at Philips*, volume 9381. Proc. of SPIE, 2015.
- [40] Yanhua Hong, Min Won Lee, Jon Paul, Paul S. Spencer, and K. Alan Shore. Ghz bandwidth message transmission using chaotic vertical-cavity surface-emitting lasers. *J. Lightwave Technol.*, 27(22):5099–5105, Nov 2009.
- [41] Y. C. Chung and Y. H. Lee. Spectral characteristics of vertical-cavity surface-emitting lasers with external optical feedback. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 3(7):597–599, 1991.

- [42] Pascal Besnard, F. Robert, M. L. Charès, and G. M. Stéphan. Theoretical modeling of vertical-cavity surface-emitting lasers with polarized optical feedback. *Physical Review A*, 56(4):3191–3205, 1997.
- [43] C. Masoller and N. B. Abraham. Polarization dynamics in vertical-cavity surface-emitting lasers with optical feedback through a quarter-wave plate. *Applied Physics Letters*, 74(8):1078–1079, 1999.
- [44] I. Gatare, K. Panajotov, and M. Sciamanna. Frequency-induced polarization bistability in vertical-cavity surface-emitting lasers with orthogonal optical injection. *Physical Review A*, 75(023804), 2007.
- [45] Lev Khaykovich, Tal Galfsky, Zav Shotan, and Noam Gross. Te-tm coupled mode dynamics in a semiconductor laser subject to feedback with variably rotated polarization. *Optics Communications*, 282:2059–2061, 2009.
- [46] David W. Sukow, Taylor Gilfillan, Brenton Pope, Maria S. Torre, Athanasios Gavrielides, and Cristina Masoller. Square-wave switching in vertical-cavity surface-emitting lasers with polarization-rotated optical feedback: Experiments and simulations. *Physical Review A*, 86(033818), 2012.
- [47] Shuiying Xiang, Wei Pan, Lianshan Yan, Bin Luo, Ning Jiang, and Lei Yang. Polarization properties of vertical-cavity surface-emitting lasers subject to feedback with variably rotated polarization angle. *Applied Optics*, 48(27):5176–5183, 2009.
- [48] Dong-Zhou Zhong and Zheng-Mao Wu. Complete chaotic synchronization mechanism of polarization mode of vcsel with anisotropic optical feedback. *Optics Communications*, 282:1631–1639, 2009.
- [49] C. Masoller and M. S. Torre. Influence of optical feedback on the polarization switching of vertical-cavity surface-emitting lasers. *IEEE Journal of Quantum Electron.*, 41(4):483–489, 2005.
- [50] Dong-Zhou Zhong, Guang-Qiong Xia, Zheng-Mao Wu, and Xin-Hong Jia. Complete chaotic synchronization characteristics of the linear-polarization mode of vertical-cavity surface-emitting semiconductor lasers with isotropic optical feedback. *Optics Communications*, 281:1698–1709, 2009.
- [51] Ping Xiao, Zheng-Mao Wu, Jia-Gui Wu, Long Jiang, Tao Deng, Xi Tang, Li Fan, and Guang-Qiong Xia. Time-delay signature concealment of chaotic output in a vertical-cavity surface-emitting laser with double variable-polarization optical feedback. *Optics Communications*, 286:339–343, 2013.
- [52] C. Masoller and N. B. Abraham. Low-frequency fluctuations in vertical-cavity surface-emitting semiconductor lasers with optical feedback. *Physical Review A*, 59(4):3021–3031, 1999.

- [53] M. Giudici, S. Balle, T. Ackemann, S. Barland, and J. R. Tredicce. Polarization dynamics in vertical-cavity surface-emitting lasers with optical feedback: experiment and model. *J. Opt. Soc. Am. B*, 16(11):2114–2123, 1999.
- [54] T. Ackemann, M. Sondermann, A. Naumenko, and N.A. Loiko. Polarization dynamics and low-frequency fluctuations in vertical-cavity surface-emitting lasers subjected to optical feedback. *Applied Physics B*, 77(8):739–746, 2003.
- [55] Marc Sciamanna, Cristina Masoller, Neal B. Abraham, Fabien Rogister, Patrice Mégret, and Michel Blondel. Different regimes of low-frequency fluctuations in vertical-cavity surface-emitting lasers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 20(1):37–44, 2003.
- [56] Marc Sciamanna, Cristina Masoller, Fabien Rogister, Patrice Mégret, Neal B. Abraham, and Michel Blondel. Fast pulsing dynamics of a vertical-cavity surface-emitting laser operating in the low-frequency fluctuation regime. *Physical Review A*, 68(015805), 2003.
- [57] M. Sondermann, H. Bohnet, and T. Ackemann. Low-frequency fluctuations and polarization dynamics in vertical-cavity surface-emitting lasers with isotropic feedback. *Physical Review A*, 67(021802), 2003.
- [58] A. V. Naumenko, N. A. Loiko, M. Sondermann, and T. Ackemann. Description and analysis of low-frequency fluctuations in vertical-cavity surface-emitting lasers with isotropic optical feedback by a distant reflector. *Physical Review A*, 68:033805, 2003.
- [59] Alessandro Torcini, Stephane Barland, Giovanni Giacomelli, and Francesco Marin. Low-frequency fluctuations in vertical cavity lasers: Experiments versus lang-kobayashi dynamics. *Physical Review A*, 74(063801), 2006.
- [60] Hiroshi Aoyama, Shinnya Tomida, Rui Shogenji, and Junji Ohtsubo. Chaos dynamics in vertical-cavity surface-emitting semiconductor lasers with polarization-selected optical feedback. *Optics Communications*, 284(5):1405 – 1411, 2011.
- [61] K. Panajotov, M. Sciamanna, M. Arizaleta Artega, and H. Thienpont. Optical feedback in vertical-cavity surface-emitting lasers. *IEEE J. of Select. Topics in Quant. Electron.*, 19(4):1700312, 2013.
- [62] Eugene Hecht. *Optics*. Pearson Education, 5th edition edition, 2017.
- [63] Alexander Langsdorf Jr. and Lee A. DuBridge. Optical rotation of unpolarized light. *Journal of the Optical Society of America*, 24(1):1–3, 1934.
- [64] Raymond T. Birge. On the nature of unpolarized light. *Journal of the Optical Society of America*, 25:179–182, 1935.
- [65] Henry Hurwitz Jr. The statistical properties of unpolarized light. *Journal of the Optical Society of America*, 35(8):525–531, 1945.

- [66] Jesus Jimenez-Garcia, Pedro Rodriguez, T. Guillet, and T. Ackemann. Spontaneous formation of vector vortex beams in vertical-cavity surface-emitting lasers with feedback. *Physical Review Letters*, 119(11):113902, 2017.
- [67] L-P Leppänen, K Saastamoinen, Ari T. Friberg, and Tero Setälä. Interferometric interpretation for the degree of polarization of classical optical beams. *New Journal of Physics*, 16(113059), 2014.
- [68] Andriy Shevchenko, Matthieu Roussey, Ari T. Friberg, and Tero Setälä. Ultrashort coherence times in partially polarized stationary optical beams measured by two-photon absorption. *Optics Express*, 23(24), 2015.
- [69] L-P Leppänen, K Saastamoinen, Ari T. Friberg, and Tero Setälä. Measurement of the degree of temporal coherence of unpolarized light beams. *Photonics Research*, 5(3):156–161, 2017.
- [70] Mikhail Charnotskii. Statistics of narrow-band partially polarized light. *Journal of Optics*, 19(095603), 2017.
- [71] Andriy Shevchenko, Matthieu Roussey, Ari T. Friberg, and Tero Setälä. Polarization time of unpolarized light. *Optica*, 4(1):64–70, 2017.
- [72] Tero Setälä, Andriy Shevchenko, Matti Kaivola, and Ari T. Friberg. Polarization time and length for random optical beams. *Physical Review A*, 78(033817), 2008.

Publicações relacionadas à tese

A.1 Correlations in electrically coupled chaotic lasers [1]

PHYSICAL REVIEW E **94**, 032210 (2016)

Correlations in electrically coupled chaotic lasers

E. J. Rosero,¹ W. A. S. Barbosa,¹ J. F. Martinez Avila,^{1,2} A. Z. Khoury,^{1,3} and J. R. Rios Leite¹

¹*Departamento de Física, Universidade Federal de Pernambuco, 50670-901 Cidade Universitária, Recife, PE, Brazil*

²*Departamento de Física, Universidade Federal de Sergipe, Av. Marechal Rondon, S/N Jardim Rosa Elze, 49100-000 São Cristóvão, SE, Brazil*

³*Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense, Av. Gal. Milton Tavares de Souza S/N, 24210-346 Niterói, RJ, Brazil*

(Received 1 December 2014; revised manuscript received 17 July 2016; published 12 September 2016)

We show how two electrically coupled semiconductor lasers having optical feedback can present simultaneous antiphase correlated fast power fluctuations, and strong in-phase synchronized spikes of chaotic power drops. This quite counterintuitive phenomenon is demonstrated experimentally and confirmed by numerical solutions of a deterministic dynamical system of rate equations. The occurrence of negative and positive cross correlation between parts of a complex system according to time scales, as proved in our simple arrangement, is relevant for the understanding and characterization of collective properties in complex networks.

DOI: [10.1103/PhysRevE.94.032210](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.94.032210)

I. INTRODUCTION

For a long time, light-emitting diodes are known to show photon emission correlations depending on their electrical pumping coupling. When parallel connected and pumped by a very regular current source their output has a negative cross correlation [1]. For pairs of diode lasers this quantum optics effect extends into classical antiphase fluctuations in the power emitted by the two lasers [2]. To explain these effects physically one needs to remember that the pump electrical carriers flow and recombine either way between the parallel connected units. Quantum correlations in power fluctuation among pairs of lasers with a common pump source have also been studied many years ago [3] and one can also obtain an intuitive explanation for their behavior. The realm of classical nonlinear dynamics does not always give such simple intuitive results. This will be experimentally shown here for coupled pairs of chaotic diode lasers. The power fluctuations in the lasers present the coexistence of antiphase fluctuations at a fast time scale simultaneously with in-phase, fully chaotic synchronized power drops in a time scale two orders of magnitude slower. The occurrence of anticorrelations in subsystems of complex systems that have collective synchronized states is an intriguing effect pertaining to different domains in nature. One finds it described in economics [4] where the data from antiphase correlated pairs of stocks are proposed to extract the best conditions for investors to make gains. Analogous to what we show for lasers, the antiphase oscillations of stock values may occur as the market changes and even through the events of crashes, when both stocks have a simultaneous huge drop.

In this work we show the dynamics of one pair of lasers chaotic by optical feedback and coupled electrically. The results show how competitive coupling for pump energy among two chaotic subsystems can lead to synchronized pulse spikes in the whole system while antiphase oscillations remain present among the parts. We can optically and electrically probe the variables and this allows detailed experimental inspection of the dynamics and its comparison with the theoretical model. A data series acquired from each subsystem unit can be statistically matched to numerically calculated data, extracted from an autonomous deterministic dynamical system

with time delay. The physical interpretation of the equations is available and numerical solutions provide excellent agreement with the experiment. Such mechanisms can have a relevant impact on understanding large laser network dynamics.

From a practical point of view, diode lasers are the most used in optical engineering. The nonlinear behavior of a single edge emitting diode laser with external cavity optical feedback has many dynamical forms as its pump current is changed [5]. Among these are the so-called low frequency fluctuation (LFF) in power. The laser acquires a chaotic regime of fast power fluctuations along with strong power drops with irregular large time intervals. Most of this dynamics can be predicted by a deterministic semiclassical model of rate equations with delay [6,7] and its experimental study is still attracting broad interest in deterministic coherence resonance [8] and optical rogue events created by feedback with conjugated fields [9]. A comprehensive review of laser diode chaos can be found in [10]. Modeled as excitable systems [11–14], they also have been applied to simulate complex networks [15,16].

To have a single diode laser presenting chaotic LFF [5,6,17], an external mirror placed a few meters apart and aligned as an external cavity, feeds back part of the field with a time delay, τ , in the range of tens of nanoseconds. Then, apart from the optical field period close to 10^{-14} s, three time scales can be identified in the intensity instabilities [7,17]:

(1) First there are ultrafast field fluctuations in the 10 ps range. These field amplitude and phase fluctuations result from the *quasimode locking* process among the external cavity modes that creates ultrashort pulses.

(2) Next, the laser output power may show fluctuating modulations in the intermediate feedback time scale on the order of 10 ns, again due to the external reflecting feedback cavity.

(3) Finally, the irregular LFF power drops occur with an average time interval in the 1 μ s–1 ms range, another two or more orders of magnitude slower. These instabilities are reproduced theoretically with a deterministic set of equations in a dissipative nonlinear system [7]. All these effects are within classical fluctuations scales. Light and pump currents quantum fluctuations in the experiments are not addressed and consistently the equations are fully deterministic without quantum fluctuation terms.

Optically coupled pairs of the above described lasers have been studied as they present cross-correlated dynamics including chaotic synchronization [18,19], which has fundamental and applied interests [15,20]. Novel dynamical behavior appears and is reported here when, instead of optically coupled, the pair of lasers has optical feedback but is electronically coupled in parallel. Examined with broadband time resolution, the dynamics of each laser has instabilities in the three above referred to time scales. The main new result of our work is the demonstration that the two-laser system does not show the same type of correlations in the different time scales. Synchronism with in-phase correlation at the slow scale is observed along with antiphase power fluctuations at the intermediate faster scale, while no correlation appears in the ultrafast time scale (10 ps range). We also show how simple laser rate equations, including electric current conservation, match the experiments and open the possibility for new numerical studies in laser networks.

II. EXPERIMENTAL SETUP

Let us first describe the experimental setup. Pairs of semiconductor lasers differing by less than 2% in their threshold current and optical frequency were coupled electrically in parallel configuration and pumped by a high impedance current source, as indicated in Fig. 1. Various types of commercial GaAlAs single transverse mode Fabry-Perot lasers were used: one pair of Hitachi-HL8334MG, emitting at 83 nm with a threshold current of 33 mA, a pair of Thorlabs L850P010 with a 10.5 mA threshold current and 850 nm wavelength, and another pair of L780P010 with a threshold of 8.5 mA near 780 nm wavelength. All present the same phenomena. Solitary longitudinal mode separation was typically 150 GHz and no control was used to keep the lasers monomode. The electric coupling between the lasers was made by short coaxial cable connections. The total current was stabilized to ± 0.001 mA and each laser temperature to 0.01 K. Optical feedback was implemented by reflecting dielectric mirrors located at distances between 3.00 and 8.00 m from each laser, after beam collimation by aspheric antireflection coated lenses. Manipulating the optical alignment, up to 6% current threshold reduction could be achieved in both lasers. The feedback delay times were $\tau_j = 40$ ns with a ± 5 ps precision

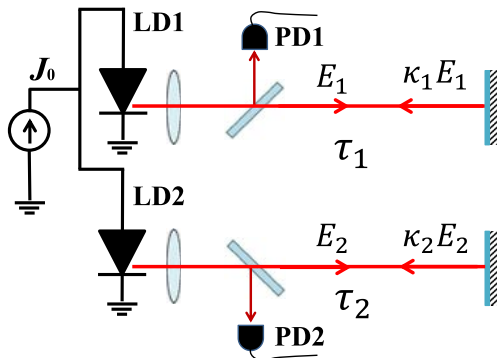


FIG. 1. Setup for the experiments on the power correlations and chaos synchronization of two electrically coupled lasers.

mismatch that did not affect the results. Output coupling beam splitters lead 4% of light onto 3 GHz bandwidth photodiodes. Setting the total pump current near twice the single laser free running threshold, makes each laser present LFF. Output power data series were acquired by a 1 GHz bandwidth digital oscilloscope. The time series were computer treated to calculate experimental histograms and correlation functions. In Sec. V more is given on the experimental electronic details and measurements made in the system.

III. DYNAMICAL EQUATIONS WITH PUMP COUPLING

The theoretical framework to explain the experiments has the simple form of a rate equations dynamical system with time delay. Our model is a pair of coupled equations corresponding to monomode laser equations, having delayed optical field feedback, as introduced by Lang and Kobayashi [6], and Sano [7], supplemented by Kirchhoff's laws, with the constraint imposing constant total electronic pump current, J_0 .

$$\frac{dE_j}{dt} = \frac{(1 + i\alpha_j)}{2} \left[G_j(N_j) - \frac{1}{\tau_{pj}} \right] E_j(t) + \kappa_j E_j(t - \tau_j), \quad (1)$$

$$\frac{dN_j}{dt} = J_j(t) - \frac{N_j(t)}{\tau_{sj}} - G_j(N_j) |E_j(t)|^2, \quad (2)$$

where the gain for each laser ($j = 1, 2$) is given by

$$G_j(N_j) = \frac{G_{0j}[N_j(t) - N_{0j}]}{1 + \epsilon_j |E_j(t)|^2}. \quad (3)$$

In these equations the dynamical variables are the complex optical electric field, $E_j(t)$, and the carrier population inversion, $N_j(t)$. The parameters are the diode laser linewidth enhancement factor α_j , the photon lifetime in the laser chip cavity τ_{pj} , the optical feedback strength κ_j , and the feedback delay times τ_j . The small signal gain is G_{0j} , the transparency population inversion is N_{0j} , and the gain saturation coefficient is ϵ_j . With the parallel coupled circuit configuration the total pump current is split among the lasers as $J_0 = J_1(t) + J_2(t)$. The variations of each current are assumed to depend linearly on the carrier population difference. Therefore

$$J_1(t) = J_0/2 - \eta[N_1(t) - N_2(t)] \quad (4)$$

and $J_2(t) = J_0 - J_1(t)$. The value of the coupling coefficient η is determined from our experimental data taken with a single laser having feedback. The threshold pump currents are given by $J_{thj} = [N_{0j} + (\tau_{pj} G_{0j})^{-1}] / \tau_{sj}$. The two lasers are similar so that, in most calculations, we assumed the parameters summarized in Table I. They have been attributed values according to early studies [6,7,17] and had fine adjustments

TABLE I. Parameter values used in numerical simulations.

α_j	3.0	G_{0j}	$1.2 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$
N_{01}	1.0×10^8	N_{02}	0.99×10^8
$1/\tau_{pj}$	$513 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	$1/\tau_{sj}$	$0.5 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$
$\kappa_1 = \kappa_2$	$16 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$	ϵ_i	5.0×10^{-7}
$\tau_1 = \tau_2$	40 ns	η	$2.5 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$

by inspection of our experimental data. The pump current was taken as $J_0 = 2.03 J_{\text{th1}}$. The numerical solutions were obtained with a standard fourth order Runge-Kutta algorithm. With the parameters used, the fastest time scale was set by $\tau_p \sim 2$ ps and integration time steps were fixed at $dt = 0.2$ ps. Transients spanning 100 external cavity-feedback times were discarded in the solutions. The robustness of the results with respect to small parameter variations was verified. Comparisons between theory and experiment are presented next.

IV. EXPERIMENTAL AND THEORETICAL RESULTS

Let us now give the experimental results along with the theoretical numerical integration of our equations. Segments of the lasers power when only one laser has optical feedback are presented in Fig. 2(a). The signal corresponding to laser 1, operating with optical feedback, is given in the top lines (displaced for easier visualization). The chaotic nature of the dynamics in laser 1 appears in the irregular time interval between LFF drops. Laser 2 (lower line) was electrically coupled but did not have optical feedback. It presents jump up spikes in optical power, acting as a kind of sensor for the chaos in laser 1 via their electronic dynamics. Figure 2(b) shows equivalent segments of the calculated time series. The value of η for the equations was extracted from the experimental signal by matching the relative amplitude for the drop and jump up. It corresponds to a current partition deviation from $J_0/2$ of $\delta J_i \approx \pm 10^{-3} J_0$ at the spikes of LFFs and jump ups. Direct measurements of the current fluctuations are given in Sec. V.

A single laser, pumped by a constant current, has less carrier recombination in its junction region when its power output decreases. This means an increase of junction voltage, as observed by Ray *et al.* [21]. The number of junction carriers increases and the physical picture representing current voltage in a direct polarized ideal diode under feedback light gives a consistent explanation to these results. Here, with the parallel coupled lasers, the total current is constant but the current in each laser can vary. The consequence is observed in Fig. 2. Each time laser 1 has an optical power drop, there is a decrease of its current and the correlated increase in the current of laser 2 implies a jump up of its power (lower line). The ultrafast fluctuations (tens of picoseconds) are not observed in our

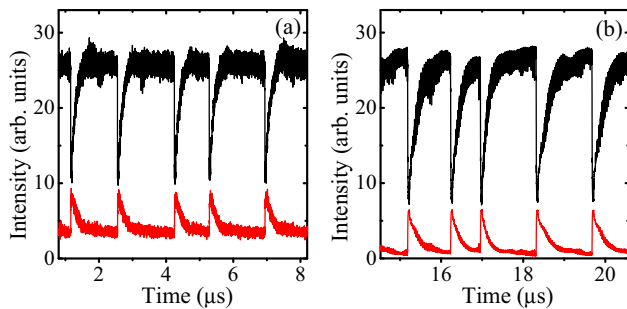


FIG. 2. Output power of the coupled lasers. Laser 1 (top line) that has optical feedback shows LFF power drops, while laser 2 (lower line) had no optical feedback. (a) Experimental light intensity and (b) $|E_j(t)|^2$ from numerical integration of Eqs. (1)–(3) (the vertical scales were displaced for better visualization).

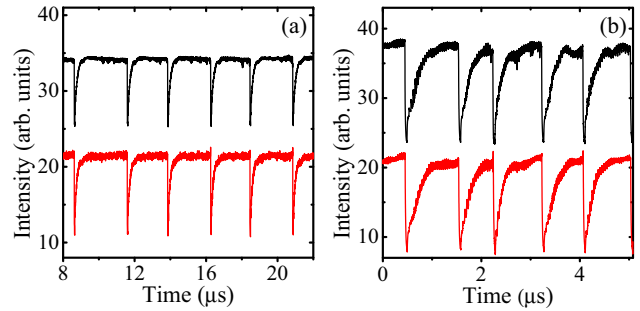


FIG. 3. Output power of the lasers coupled in parallel and having optical feedback. The top line is laser 1 and the bottom is laser 2. (Power scales were displaced for visualization.) Synchronism is clearly observed. (a) Experimental time series including a few power drops. (b) Numerical integration for the coupled laser equations.

experimental conditions. Our detection is not sensitive at the ultrahigh frequencies.

Drops in light emission from one diode source accompanied by an emission increase from another one electrically connected in parallel were reported a long time ago for light-emitting diodes [1] and lasers [2]. These were experiments in fluctuations around stable operation conditions different from the emphasis of our work.

Chaotic dynamics in the parallel electronic coupling scheme shows more than simply antiphase correlations. Novel results are revealed when both lasers have optical feedback. In general, each laser can manifest uncorrelated LFF power drops. However, as seen in Fig. 3(a), when we choose appropriate experimental alignments and value for the total current, the large power drops synchronize in phase. Now, instead of an increase of one laser power, at the expense of the big drop in the other one, both lasers have nearly simultaneous LFF power drops. Figure 3(b) shows a comparable numerical segment of the lasers power calculated using the coupling parameter η obtained from the data with a single laser having the feedback, as in Fig. 2(a). The small antiphase fluctuations are always present in any of the dynamical conditions, independent of LFF synchronization.

These antiphase fluctuations at a time scale above nanosecond are clearly observed as we look into short segments of the time series as shown in Fig. 4. They were also measured

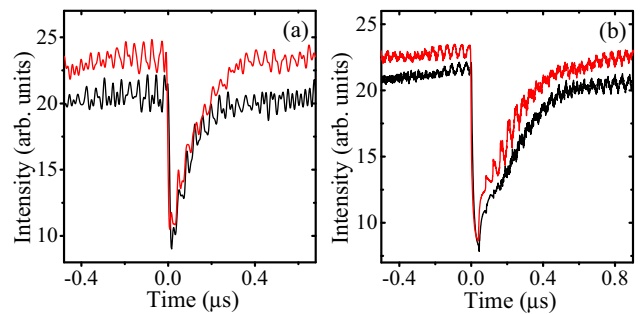


FIG. 4. Signal showing antiphase fine structure fluctuations superimposed on a pair of drops of the in-phase synchronized LFF when $\kappa_1 = \kappa_2$. (a) Experiment and (b) theory.

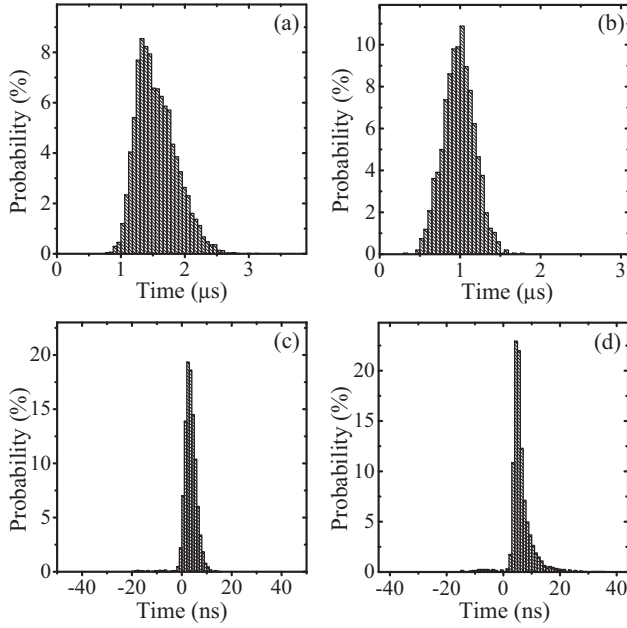


FIG. 5. Experimental LFF time interval histograms: (a) Time interval between successive drops in one of the lasers. (b) Theory for (a). (c) Time interval between drops of the two lasers. (d) Theory for (c).

directly in the voltages and currents variation on each laser (see Sec. V).

To better characterize the dynamics of the coupled system, histograms of events and correlation functions were made from experimental data series. Within full synchronism typical data series containing more than 10^5 events are captured without unpaired drops. The chaotic nature of the LFF drops shows in the broad histograms for the time interval between consecutive drops in any one of the lasers. These distributions, shown in Figs. 5(a) and 5(b), approximate Gaussians with an average time between drops of $1.5 \mu\text{s}$, which is 37 times the feedback time, and a wide variance close to $1 \mu\text{s}$. Both quantities are more than one order of magnitude larger than the lasers feedback time. The synchronization indicator is represented in the histograms given in Figs. 5(c) and 5(d). The time difference between the power drops of the two lasers has a very narrow distribution, with a width on the order of 10 ns, centered near zero delay. This is much narrower than the distributions shown in Figs. 5(a) and 5(b) for the time interval between successive pulses of a single laser, whose widths are on the order of $1 \mu\text{s}$.

Notice in Fig. 5(c) that almost all pairs of drops occur within less than 10 ns, which is significantly shorter than the experimental 40 ns of optical feedback time. The small shift of a few nanoseconds from zero delay is sensitive to experimental unbalance of laser parameters. When one laser has a higher value for its feedback coefficient and/or a lower threshold and/or higher pump current in the parallel coupling circuit it becomes leading in the drops. The effects of small unbalances on the synchronism shifts were confirmed in the theoretical-numerical solutions as shown in Fig. 5(d). Bimodal distributions, with symmetrical anticipations and delays in the

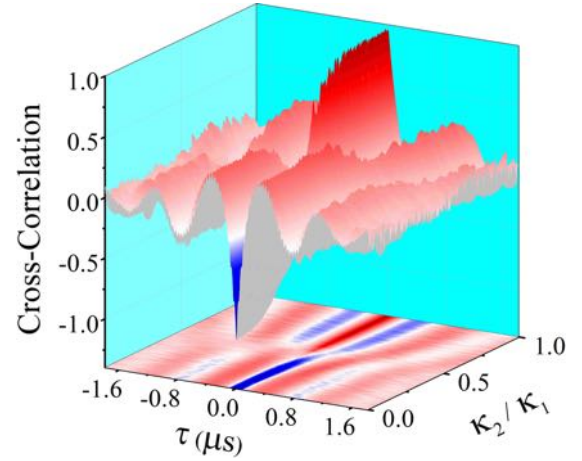


FIG. 6. Theoretical numerical cross-correlation dependence on the feedback coefficient ratio.

synchronizations, were also observed in experimental data and obtained in the theory, as we properly bias the parameters.

The onset of LFF synchronism depends on the feedback coefficient in each laser and on their coupling impedance. We present next how the synchronism transition, calculated as a function of the parameters κ_2/κ_1 and η , manifests in the cross-correlation functions $C(\tau)$ shown in Figs. 6–8. The calculation with the constant coupling parameter had η from Table I. Laser 2 is assumed to increase its feedback coefficient κ_2 from zero to $\kappa_2 = \kappa_1 = 16 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$. Figure 6 shows the calculated cross-correlation function. For zero and very small optical feedback in laser 2, when no LFF exists in this laser, only antiphase fast oscillation and the jump ups are present, as in Fig. 2. This gives the value of -1 for the zero delay, $\tau = 0$, cross correlation. As κ_2 increases, LFF drops start to appear in laser 2 and some drops coincide with those in laser 1. Positive contributions begin to add to the cross correlation. At some intermediate value of κ_2 , $C(\tau = 0)$ vanishes. This does not mean that the signals are totally uncorrelated. It does show that in-phase and antiphase fluctuations, in different time scales, are simultaneously present in the dynamics. The full chaos synchronized LFF dynamics only appears with $\kappa_2/\kappa_1 > 0.7$ and the cross correlation is almost $+1$ (there is an ever-present small antiphase contribution). Cross sections of the three-dimensional (3D) Fig. 6 can reveal the onset of LFF synchronization when we plot $C(\tau = 0)$ as a function of κ_2/κ_1 . It can also show the antiphase fluctuations in the graph of $C(\tau)$ for $\kappa_2 = 0$. These are given in Figs. 7(a) and 7(b), respectively.

The cross-correlation function was also calculated varying the electronic coupling coefficient to show the onset of LFF synchronization, starting with the two lasers having independent LFFs. This is given in Fig. 8. Very small values of η are unable to mediate the synchronism. Therefore the two lasers have LFF drops but they are independent and their cross correlation is null. As the value of η increases, a transition region is reached where more and more LFF pairs drop near simultaneously. At the value of $\eta = 1.2 \times 10^8 \text{ s}^{-1}$ full synchronism is attained and $C(\tau = 0)$ rises to the value near $+1$. This value of η corresponds to a peak coupling current of $50 \mu\text{A}$ as shown in Sec. V.

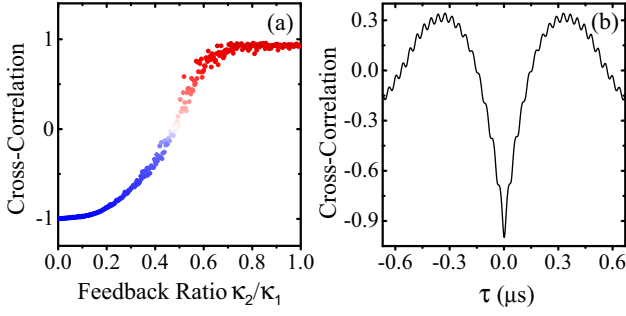


FIG. 7. Detail of Fig. 6. (a) Cross correlation between the lasers calculated at zero delay time ($\tau = 0$) as a function of κ_2/κ_1 . (b) Cross correlation between the lasers calculated when laser 2 has no feedback ($\kappa_2 = 0$).

V. ELECTRICAL MEASUREMENTS IN THE COUPLED LASERS

We describe here details of the electrical measurements made along with the optical measurements on the coupled lasers. The lasers were coupled electrically in parallel configuration and pumped by a high impedance current source, as indicated in the electronic circuit shown in Fig. 9. The resistors R_1 and R_2 were included with two purposes. First, they controlled the amount of coupling between the lasers. Their values partially determine η , the current coupling coefficient, through the partition of the total current by Kirchhoff's laws $J_1(t) + J_2(t) = J_0$, supplemented by a linearized approximation for the currents unbalance as a function of the carriers populations,

$$J_1(t) = J_0/2 - \eta[N_1(t) - N_2(t)]. \quad (5)$$

$N_i(t)$ is the active carrier population of laser i with $i = 1, 2$. The internal resistances of the lasers are smaller than 5Ω [2]. The value of η decreases with the circuit impedance between the lasers. Without the capacitor C such impedance is dominated by the external resistors. Consistently, we verified

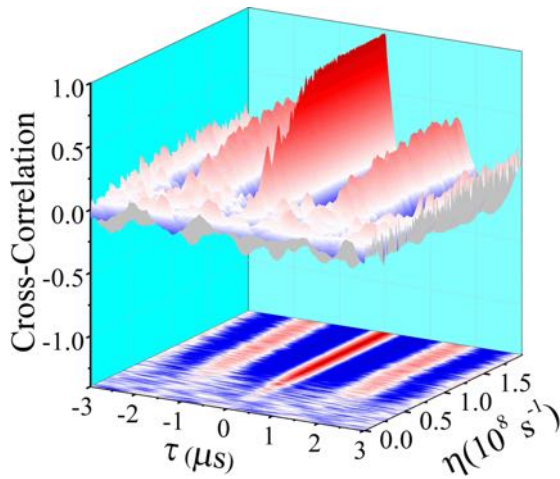


FIG. 8. Theoretical numerical cross-correlation dependence on the coupling coefficient η . Same parameters from Table I but $N_{02} = 0.998 \times 10^8$ and $J_0 = 2.02J_{th1}$.

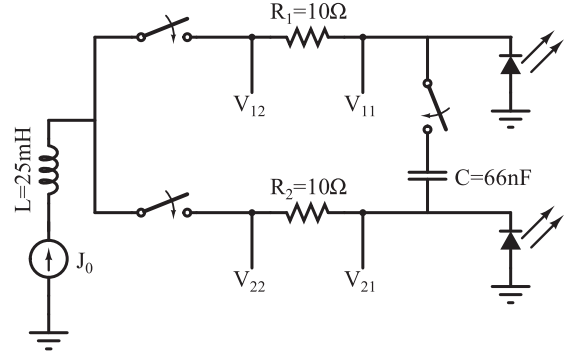


FIG. 9. Setup for the experiments on the power correlations and chaos synchronization of two electrically coupled lasers.

that when $R_1 = R_2 \geq 50 \Omega$, the coupling is reduced to the point of preventing LFF synchronism. With these high values, optical power measurements with just one laser having optical feedback, like the one reported in Fig. 2, did not show a detectable response on the second laser without feedback. This evidences small coupling and explains why the two lasers with optical feedback had LFF but never got synchronized. The switch in Fig. 9 that shunted the capacitor C across the resistors could restore the synchronization, demonstrating that the precise value of η depends on more than circuit resistors. Our model provides remarkable agreement with the optical and electrical measurements, as described below. The second use of the resistors was to obtain the laser currents through the voltages V_{11} , V_{12} , V_{21} , and V_{22} on the extremes of the resistors. For that case we took small values $R_1 = R_2 = 10 \Omega$ so that we had synchronism.

We made most of our measurements on the L780P010 and L850P010 Thorlabs lasers. Optical feedback was implemented by mirrors located at distances between 3.00 and 8.00 m from each laser. The feedback field coefficients κ_i were determined by the current threshold reduction, which could reach 6% in both lasers by proper alignment of the feedback mirrors. The pump current was near twice the (almost equal) single laser solitary threshold. Data series were acquired by fast (> 3 GHz band) photodiodes and a digital oscilloscope having a bandwidth of 1 GHz and a maximum sampling rate of 5 GS/s. The time series were computer treated to achieve averages and experimental histograms. The results for the measurements and numerical calculations with the dynamical equations are shown in Figs. 10–13.

Figures 10 and 11 correspond to the situation when only laser 1 has optical feedback and undergoes LFF pulsations, while laser 2 is affected by the current redistribution. Notice in Fig. 10(a) that there is a time mismatch of nearly 5 ns, which corresponds to $1/10$ of the feedback time. Such time mismatch is attributed to electronic delays on the laser interconnections. It was accounted in the theoretical model by means of an unbalance in the lasers parameters. The corresponding measured pump currents obtained for the case of only one laser with feedback is given in Fig. 11. From these data we extract values between 30 and $130 \mu A$ for the spikes in the currents. These are fluctuations at least one order of magnitude larger than any thermal or quantum noise current fluctuation.

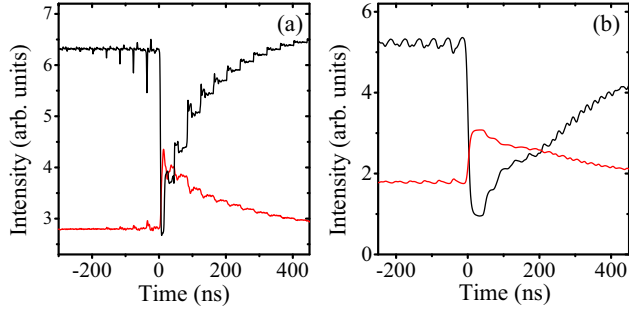


FIG. 10. Laser power variations during the LFF drop when only laser 1 had feedback. (a) Experimental. (b) Theory with $J_0/2 = 1.01J_{th1}$ and $J_{th1} = 7.87503 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$. In both figures the black curves correspond to laser 1 and the red (online) curves to laser 2.

The results for a pair of synchronized drops, when both lasers have optical feedback, is given in Figs. 12 and 13. Again there is the time mismatch of nearly 5 ns, which corresponds to 1/10 of the feedback time. They show clearly that the signals do not drop on exact time coincidence. However, on the coarse grained (many nanoseconds) time scale both laser powers always drop together. The comparison with the model here is excellent when we substitute $J_0 = 20 \text{ mA}$, obtaining an excursion of current variation equivalent to the experimental value of $\pm 30 \mu\text{A}$, as shown in Fig. 13.

VI. THE ONSET OF SYNCHRONISM

When the two lasers have optical feedback each one can manifest LFF power drops which, in general, are uncorrelated. Still the small antiphase fluctuations are present. The onset of LFF synchronizations in time series is shown in Fig. 14(a). The two lasers have LFF but only a partial number of LFF drops in synchronism is observed. In these cases, instead of an increase of one laser power at the expense of the big drop in the other one, both lasers drop power together. Figure 14(b) shows a numerical time series giving a segment calculated with the parameter η varying in this intermediate synchronism regime.

The rate equation model reproduces this dynamical condition as shown in Fig. 14(b). As we choose an appropriate value for the total current and feedback alignments, more and

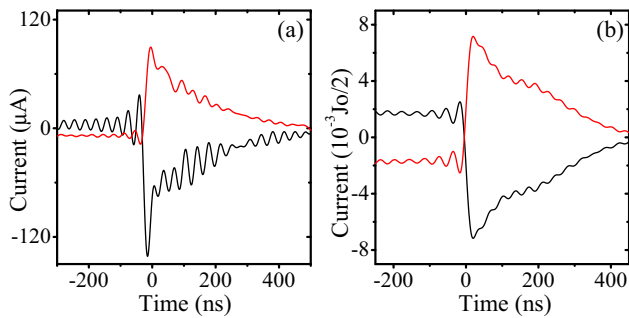


FIG. 11. Pump current variations during one LFF drop of laser 1 while laser 2 had no feedback. (a) Experimental. (b) Theory. In both figures a 29 MHz low-pass filter was used. The black curves correspond to laser 1 and the red (online) curves to laser 2.

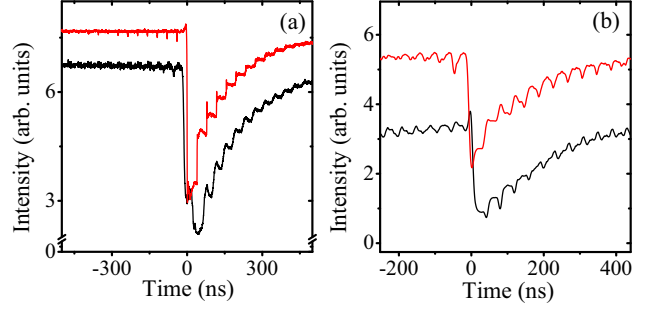


FIG. 12. Laser power variations during a pair of synchronized LFF drops. (a) Experimental. (b) Theory with $J_0/2 = 1.01J_{th1}$ and $J_{th1} = 7.87503 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$. In both figures the black curve corresponds to laser 1 and the red (online) curve to laser 2.

more cases occur where both lasers have a near simultaneous irregular LFF power drop until all power drops synchronize in phase with a small time mismatch of a fraction of the feedback time. Both the experimental and the numerical theoretical curves showing intensity drops and current jumps during a synchronized LFF reveal a delay time between the two lasers. In the experimental system this delay was traced to the threshold of the lasers. The one with a lower threshold, on the order of 2%, always dropped a few nanoseconds earlier. Consistently, introducing a 1% difference among the numerical values of threshold in the equations did reproduce the same type of delay. A quantitative inspection of LFF delay versus the other parameters was left for further studies. Also, investigation of the role of significant electronic delays, by changing the length of the circuits wiring, will be left for a future work. In our current experiments, cables of less than 10 cm restricted the possible delay to less than a nanosecond. Therefore, our observed delays, associated to threshold parameters, have a physical origin on the carriers electronics in the junctions.

VII. ON THE PHASE OF THE CHAOTIC INTENSITY PULSES AND THE OPTICAL PHASE OF THE FIELDS

The concept of synchronized chaotic optical oscillators described here deserves clear distinction from the concept of

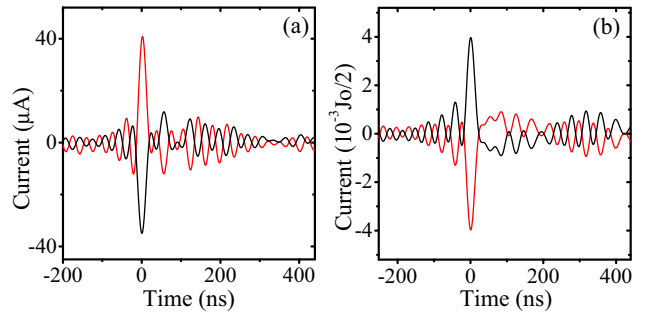


FIG. 13. Pump current variations during a pair of synchronized LFF drops. (a) Experimental. (b) Theory with $J_0/2 = 1.01J_{th1}$ and $J_{th1} = 7.87503 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$. In both figures a 29 MHz low-pass filter was used. The black curves correspond to laser 1 and the red (online) curves to laser 2.

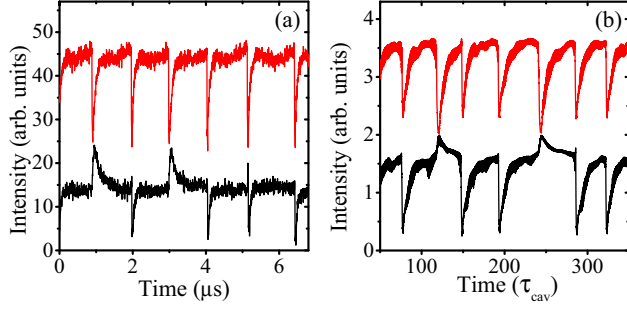


FIG. 14. Output power of the lasers coupled in parallel and having optical feedback. The pump current and feedback strengths were set to partial synchronism of LFF. The top line is laser 2 and the bottom is laser 1. (Power scales were displaced for visualization). (a) Experimental and (b) numerical integration from theory. Whenever a coincidence drop is missed there is a power jump up in one of the lasers.

synchronization by frequency entrainment in optical clocks. This last case demands that the two optical fields evolve in time with a locked phase as

$$E_j(t) = |E_{0j}(t)| \exp[-i\phi_j(t)], \quad (6)$$

with $\phi_1(t) - \phi_2(t) = \text{const.}$

Most of the chaos synchronization among lasers does not obey such condition. This is the case here. Both in the experimental and numerical cases, we focus on the light intensity dynamics obtained from the squared field amplitude. The irregular pulses described by $I_1(t)$ and $I_2(t)$ are the result of a time averaging over optical periods and even more, averaging over detection time filtering. Therefore, we are dealing with phases on intensity variations rather than amplitude oscillations. The phases that we get for the dynamical variables in their phase spaces can appear as locked when chaos synchronization is attributed to the coupled dynamics but there is no locking of the optical phase. Specifically, the averaged winding numbers calculated for the two slowly varying field envelopes in our rate equations became equal in the condition we call synchronous. Detailed discussions on the phase synchronization in coupled chaotic oscillators can be found in [22,23].

We can investigate the behavior of the optical phases from the numerical time series for the complex field amplitudes. Figures 15(a)–15(f) show the optical phases and frequencies calculated from Eqs. (1)–(3) when the lasers have synchronized LFF. It is important to notice that in Fig. 15(b) the phases evolve with respect to the solitary laser phases, given by $\omega_0 t$, while most of the time the lasers have a redshifted frequency near the maximum gain condition. From the calculated slope we infer that circa 300 external cavity modes, separated by $\Delta\omega = 25$ MHz, participate in their itinerant dynamics [7]. The difference among the two phases is near zero in a rough coarse grained time scale as seen in Fig. 15(c). The numerical time derivative of the phases give the instantaneous frequency. The value for each laser is shown in Fig. 15(d) where they appear superimposed.

During each pair of drops, which appear to be simultaneous when viewed in a large time scale (tens of nanoseconds), the

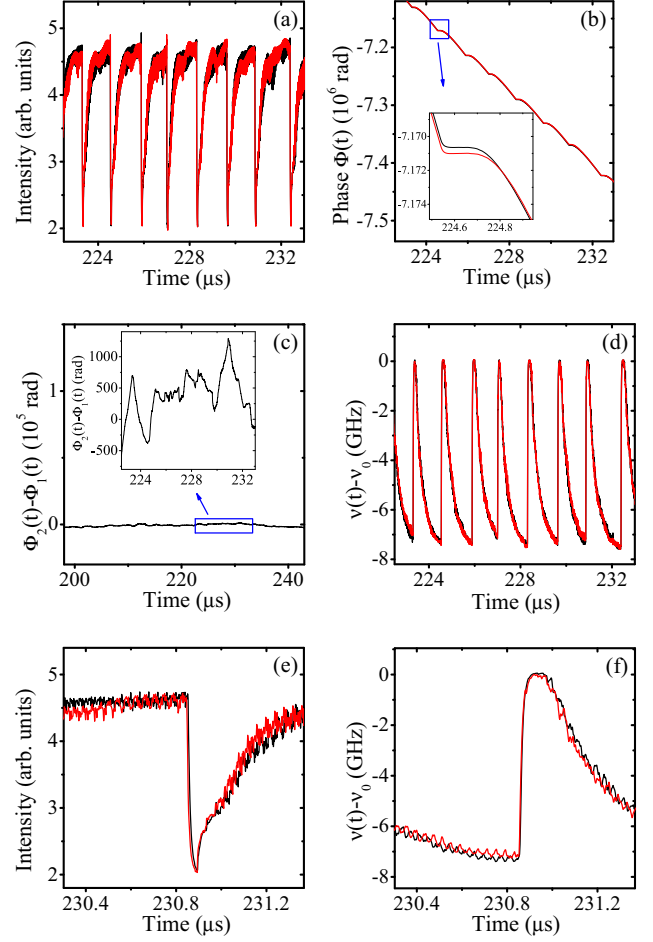


FIG. 15. Numerically calculated optical phase for the two coupled lasers. (a) Segment of the laser intensity for the sake of comparison. (b) Plot of the two phases evolving in time. (c) Phase difference showing the large time scale synchronism. (d) Optical frequency excursion of the two lasers. (e) Details of the intensity fluctuations close to a synchronized drop and (f) the instantaneous frequency of the two lasers.

two lasers can have different optical phases with jumping excursions of thousands of radians. In Fig. 15(c), the phase mismatch is shown in two short time intervals around LFF drops. Notice that the short time (tens of nanoseconds) oscillations of the phases are partially synchronized in antiphase. The single drops, with a shorter time scale permits the observation of the anticorrelated fast oscillations both in the intensities and in the optical phase at different time intervals before the drop. The (7.5 GHz) irregular red frequency chirping during each LFF drop and recovery cycle is clearly observed in Fig. 15(f). In all cases a precise optical synchronism is never attained, consistent with our experiments.

VIII. ON THE CORRELATION FUNCTIONS

The proper setting for synchronization could give long data series containing more than 10^5 LFF events missing no pair of simultaneous drops. The competition for pump energy still

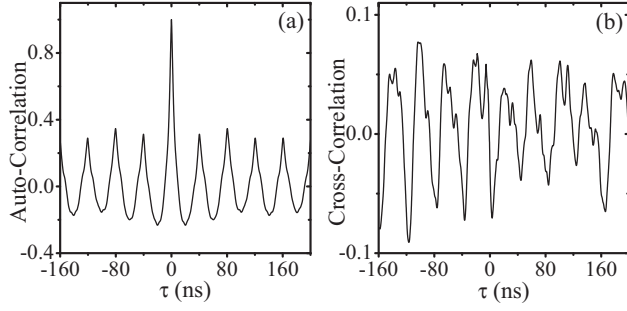


FIG. 16. Experimental correlations of the lasers coupled in parallel and having optical feedback. (a) Autocorrelations of one laser. (b) Cross correlation showing negative values due to antiphase fluctuation contributions, superimposed to large time scale positive contributions due to in-phase fluctuations.

exists, but only in short time scale intervals. Figure 16(a) shows the autocorrelation function calculated from experimental series measured for one laser to compare with the experimental cross correlation between the two synchronized lasers in Fig. 16(b). The theoretical autocorrelation function for one laser and cross correlation for the two synchronized lasers are shown in Fig. 17.

Autocorrelation and cross-correlation functions of signals having more than one dominant (not necessarily perfectly periodic) period need interpretation when one wants to identify in-phase, positive correlated, and antiphase, negative correlated signals. To clarify how in-phase synchronized signal

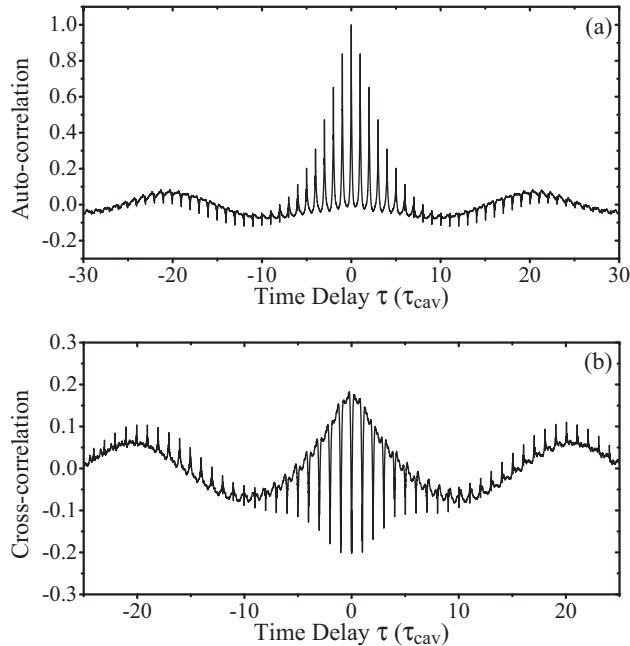


FIG. 17. Numerical correlation functions: (a) Autocorrelation of laser 1. (b) Cross correlation showing the downgoing antiphase fine structure superimposed on the in-phase synchronized LFF. Filters were used to enhance the proportions of antiphase (negative contribution) and in-phase (positive contribution) signals visible.

events in slow time scale coexisting with some antiphase oscillations of individual units in a coupled system manifest in cross-correlation functions, we did numeric calculations using nonchaotic time series extracted from the functions

$$\begin{aligned} X(t) &= A \cos(\Omega_1 t) + a \sin(\omega_1 t), \\ Y(t) &= B \cos(\Omega_2 t) + b \sin(\omega_2 t). \end{aligned} \quad (7)$$

When Ω_1/Ω_2 and ω_1/ω_2 are not rational, the cross correlation between these signals is zero. Interesting results appear when we consider $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$ and $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ and change the values of the coefficients. The cross correlations of these signals will give clues to what we get for the cross correlations from the nonlinear equation for the electrically coupled lasers having optical feedback.

Taking a total time much larger than $1/\Omega$ and $1/\omega$, the analytical expressions for the autocorrelation C_1 and cross correlation C_{12} at $\tau = 0$ between the signals become

$$\begin{aligned} C_{12}(\tau = 0) &= \frac{\langle \Delta X \Delta Y \rangle}{\sqrt{\langle (\Delta X)^2 \rangle \langle (\Delta Y)^2 \rangle}} \\ &= \frac{(AB + ab)}{\sqrt{(A^2 + a^2)(B^2 + b^2)}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Our interest is when ω is at least one order of magnitude larger than Ω and the two time scales have opposite correlations. This is the case when $AB > 0$ and $ab < 0$, for example. Let us take A fixed and positive, and increase the value of B starting from zero. If $A \gg a$ and $B \gg b$ we have $C_{12} \rightarrow +1$ and, conversely, if $A \ll a$ and $B \ll b$ we have $C_{12} \rightarrow -1$. To visualize the numerically calculated figures, we took $A = 105$, $a = -b = 33$, $\Omega = 2\pi$, and $\omega = 20 \times 2\pi$. Varying B from zero to the value of A we get the calculated cross correlations shown in Figs. 18 and 19. For small B the antiphase contribution from the two fast sinusoidal signals dominates. This is seen in the negative portion of the cross correlation at a zero time.

The cross correlation of the laser dynamics in chaos have qualitatively the same shape seen in the respective figures above. We can therefore interpret the onset of LFF synchronism obtained in our experiments by inspection of these correlation functions.

IX. RELATED DYNAMICS IN MULTIMODE LASERS

The dynamics of coupled monomode laser oscillators have general features common to the dynamics of single lasers with more than one field mode. Such common properties result from the fact that the number of dynamical variables in both systems can be the same. Two monomode lasers, like the ones described by our equations, before optical feedback is included, consist of a pair of three-dimensional dynamical systems: one complex field, $E_i(t)$, and one gain population, $N_i(t)$, for each. A single laser like a vertical-cavity surface-emitting laser (VCSEL), when described as two polarization modes [24–26], also has two orthogonal fields, $E_+(t)$ and $E_-(t)$, competing for two populations, $N_+(t)$ and $N_-(t)$. These are associated to the different subbands as proposed by San Miguel *et al.* [24]. The interlasers coupling mechanism in our case is attributed to Kirchhoff's law as current conservation in the parallel circuit,

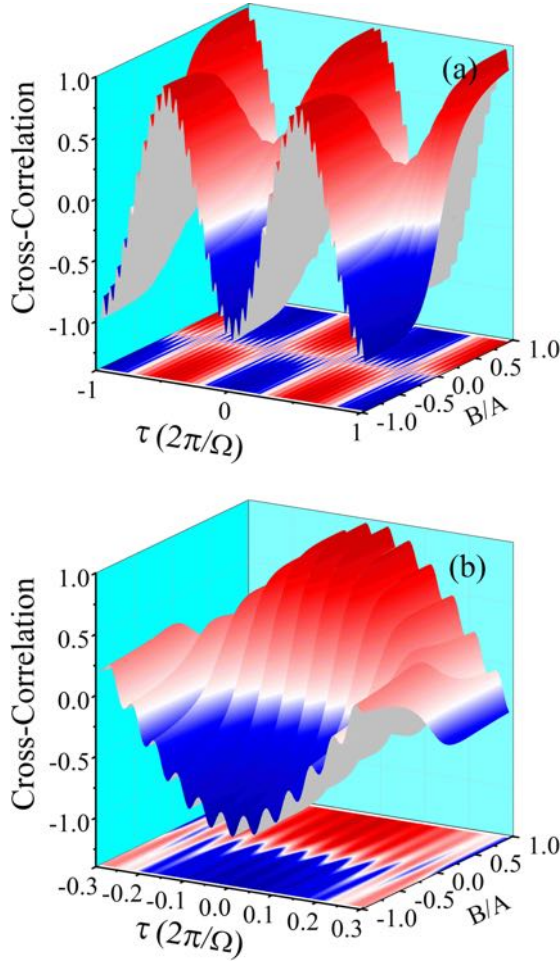


FIG. 18. Numerical cross correlation obtained when two simple signals are composed by harmonics in phase and antiphase, with different frequencies and having variable amplitudes. (a) 3D map showing the dominant antiphase term contribution evolving to the in-phase cross correlation when B in Eq. (7) varies from $-A$ to A . (b) Details of (a) showing the undulations associated to antiphase overriding the wide positive correlation curves.

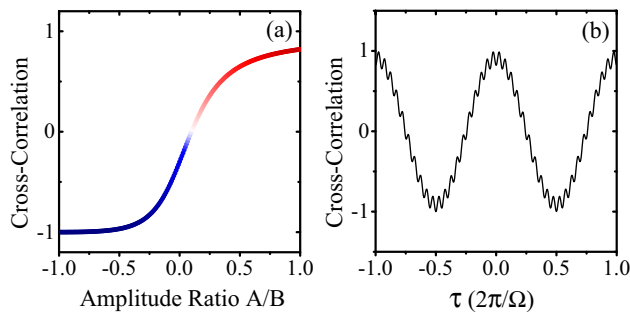


FIG. 19. Details of the numerical cross correlation obtained when two simple signals are composed by harmonics in phase and antiphase with different frequencies and having variable amplitudes. (a) Variation of the zero time ($\tau = 0$) cross correlation showing the excursion from fully antiphase, -1 , to almost complete in phase near $+1$. The value $+1$ is not reached because a small antiphase contribution is always present. (b) Correlation profile when $B = A$.

while the two populations in the VCSEL model are coupled by spin-flip mechanisms. The introduction of optical feedback in either system brings the infinite dimensional feature depending on time delay and the two subsystems show LFF [25]. Antiphase and in-phase correlations among the two laser intensities $I_1(t)$ and $I_2(t)$, as for I_+ and I_- in VCSELs, should therefore not be a surprise to be found in both systems. Also, intensity correlations between different spatial modes, both in edge emitting diode lasers and VCSELs, have been investigated long ago in Refs. [27–31], where the spatial distribution of intensity noise was measured and intermode anticorrelations were responsible for total intensity noise reduction, sometimes below the shot noise level.

The phase correlations in VCSELs are very well detailed in the paper by Sciamanna *et al.* [26]. These authors call attention to the need for more experimental work on the VCSEL dynamics and we hope to include such studies in our future research with coupled systems. A detailed description of the optical feedback effects in vertical-cavity surface-emitting and edge emitting semiconductor lasers is given by Panajotov *et al.* [32]. Edge emitting are the types used and described in our experiments, but we have evidence for the same effects with vertical-cavity surface emitting lasers. Discussions referring to the coexistence between fast antiphase oscillations within multimode LFF dynamics can be found in the literature [33,34].

X. CONCLUSION

We have thus demonstrated in detail how in-phase synchronized dynamical events in slow time scale can coexist with antiphase oscillations between individual units in a pair of coupled lasers. A remarkable observation, both in the experiments and in the simple theoretical model, is some enhancement of the antiphase oscillations amplitude just before any sharply synchronized power drop, as shown in Figs. 4(a) and 4(b) for the intensity, as well as in Figs. 13(a) and 13(b) for the current dynamics. We also obtained numerical cases where the antiphase enhancement before the drops appear on the frequency correlation. The variation of correlation signals with time scale shown here for two lasers is relevant to the study of multilaser networks and their use for simulation of complex systems. Pairwise correlations within a complex network are known to be distinct from correlations among large groups of units [35,36], as well as different from the correlations in a single coupled pair system [1]. Detailed knowledge of the properties of pair units will enlarge the possibility to extract properties resulting from the multicoupling topology in networks with many complex subsystems.

ACKNOWLEDGMENTS

This work is partially supported by Brazilian Agencies: Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro (FAPERJ), and Fundação de Ciência de Pernambuco (FACEPE).

- [1] P. J. Edwards and G. H. Pollard, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1757 (1992).
- [2] P. M. Mayer, F. Rana, and R. J. Ram, *Appl. Phys. Lett.* **82**, 689 (2003).
- [3] A. Z. Khoury, *Phys. Rev. A* **60**, 1610 (1999).
- [4] C.-H. Lin, S.-P. Li, and K. Y. Szeto, *Artificial Economics and Self Organization*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems Vol. 669 (Springer, New York, 2014), p. 71.
- [5] Ch. Risch and C. Voumard, *J. Appl. Phys.* **48**, 2083 (1977).
- [6] R. Lang and K. Kobayashi, *IEEE J. Quant. Electron.* **16**, 347 (1980).
- [7] T. Sano, *Phys. Rev. A* **50**, 2719 (1994).
- [8] A. Karsaklian Dal Bosco, D. Wolfersberger, and M. Sciamanna, *Europhys. Lett.* **101**, 24001 (2013).
- [9] É. Mercier, A. Even, E. Mirisola, D. Wolfersberger, and M. Sciamanna, *Phys. Rev. E* **91**, 042914 (2015).
- [10] M. Sciamanna and K. A. Shore, *Nat. Photonics* **9**, 151 (2015).
- [11] M. Giudici, C. Green, G. Giacomelli, U. Nespolo, and J. R. Tredicce, *Phys. Rev. E* **55**, 6414 (1997).
- [12] Manuel C. Eguia and G. B. Mindlin, *Phys. Rev. E* **60**, 1551 (1999).
- [13] J. F. Martinez Avila, H. L. D. de S. Cavalcante, and J. R. Rios Leite, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 044101 (2008).
- [14] F. Selmi, R. Braive, G. Beaudoin, I. Sagnes, R. Kuszelewicz, and S. Barbay, *Phys. Rev. Lett.* **112**, 183902 (2014).
- [15] M. C. Soriano, J. García-Ojalvo, C. R. Mirasso, and I. Fischer, *Rev. Mod. Phys.* **85**, 421 (2013).
- [16] M. Nixon, E. Ronen, A. A. Friesem, and N. Davidson, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 184102 (2013).
- [17] G. H. M. Van Tartwijk and D. Lenstra, *Quantum Semiclassical Opt.* **7**, 87 (1995).
- [18] V. Ahlers, U. Parlitz, and W. Lauterborn, *Phys. Rev. E* **58**, 7208 (1998).
- [19] L. Wu, S. Zhu, and J. Li, *Physica D* **223**, 208 (2006).
- [20] A. Argyris, D. Syvridis, L. Larger, V. Annovazzi-Lodi, P. Colet, I. Fischer, J. Garcia-Ojalvo, C. R. Mirasso, L. Pesquera, and K. A. Shore, *Nature (London)* **438**, 343 (2005).
- [21] W. Ray, W.-S. Lam, P. N. Guzdar, and R. Roy, *Phys. Rev. E* **73**, 026219 (2006).
- [22] A. S. Pikovsky, M. G. Rosenblum, G. V. Osipov, and J. Kurths, *Physica D* **104**, 219 (1997).
- [23] M. G. Rosenblum, A. S. Pikovsky, and J. Kurths, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 4193 (1997).
- [24] M. San Miguel, Q. Feng, and J. V. Moloney, *Phys. Rev. A* **52**, 1728 (1995).
- [25] M. Giudici, S. Balle, T. Ackemann, S. Barland, and J. R. Tredicce, *J. Opt. Soc. Am. B* **16**, 2114 (1999).
- [26] M. Sciamanna, C. Masoller, F. Rogister, P. Mégret, N. B. Abraham, and M. Blondel, *Phys. Rev. A* **68**, 015805 (2003).
- [27] A. Bramati, J. P. Hermier, A. Z. Khoury, E. Giacobino, P. Schnitzer, R. Michalzik, K. J. Ebeling, J. P. Poizat, and Ph. Grangier, *Opt. Lett.* **24**, 893 (1999).
- [28] J. P. Hermier, A. Bramati, A. Z. Khoury, E. Giacobino, J. P. Poizat, T. J. Chang, and Ph. Grangier, *J. Opt. Soc. Am. B* **16**, 2140 (1999).
- [29] J. P. Hermier, I. Maurin, E. Giacobino, P. Schnitzer, R. Michalzik, K. J. Ebeling, A. Bramati, and A. Z. Khoury, *New J. Phys.* **2**, 26 (2000).
- [30] J. P. Hermier, A. Bramati, A. Z. Khoury, V. Josse, E. Giacobino, P. Schnitzer, R. Michalzik, and K. J. Ebeling, *IEEE J. Quantum Electron.* **37**, 87 (2001).
- [31] C. L. Garrido-Alzar, S. M. de Paula, M. Martinelli, R. J. Horowicz, A. Z. Khoury, and G. A. Barbosa, *J. Opt. Soc. Am. B* **18**, 1189 (2001).
- [32] K. Panajotov, M. Sciamanna, M. Arizaleta Arteaga, and Hugo Thienpont, *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **19**, 1700312 (2013).
- [33] G. Huyet, J. K. White, A. J. Kent, S. P. Hegarty, J. V. Moloney, and J. G. McInerney, *Phys. Rev. A* **60**, 1534 (1999).
- [34] D. W. Sukow, T. Heil, I. Fischer, A. Gavrielides, A. Hohl-AbiChedid, and W. Elsässer, *Phys. Rev. A* **60**, 667 (1999).
- [35] E. Schneidman, M. J. Berry II, R. Segev, and W. Bialek, *Nature (London)* **440**, 1007 (2006).
- [36] V. Pernice, B. Staude, S. Cardanobile, and S. Rotter, *PLoS Comput. Biol.* **7**, 1002059 (2011).

A.2 Extreme events in chaotic lasers with modulated parameter [2]

Extreme events in chaotic lasers with modulated parameter

C. Metayer,¹ A. Serres,¹ E. J. Rosero,² W. A. S. Barbosa,²
F. M. de Aguiar,² J. R. Rios Leite,^{2,*} and J. R. Tredicce^{1,2,3}

¹Université de La Nouvelle Calédonie, BP R4-98851 Nouméa Cedex, New Caledonia

²Departamento de Física-Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE 50670-901, Brazil

³Université de Nice-Sophia Antipolis - Institut Nonlineaire de Nice (INLN) 1361 Route des
Lucioles -Valbonne, France

*rios@df.ufpe.br

Abstract: We study a theoretical model describing a laser with a modulated parameter, concentrating on the appearance of extreme events, also called optical rogue pulses. It is shown that two conditions are required for the appearance of such events in this type of nonlinear system: the existence of generalized multi-stability and the collisions of chaotic attractors with unstable orbits in external crisis, expanding the attractor to visit new regions in phase space.

© 2014 Optical Society of America

OCIS codes: (270.0270) Quantum optics; (270.3100) Instabilities and chaos; (190.0190) Non-linear optics.

References and links

1. J. L. Borges, "Siete Noches" - La Divina comedia; Nueve Ensayos Dantescos, Ed. Fondo de Cultura Economica, Buenos Aires (1980).
2. P. S. Laplace, *A Philosophical Essay on Probability*, translated (John Wiley, 1902).
3. S. Aberg and G. Lindgren, "Height distribution of stochastic Lagrange ocean waves," *Prob. Eng. Mech.* **23**, 359–363 (2008).
4. A. Toffoli, T. Waseda, H. Houtani, T. Kinoshita, K. Collins, D. Proment, and M. Onorato, "Excitation of rogue waves in a variable medium: An experimental study on the interaction of water waves and currents," *Phys. Rev. E* **87** 051201 (2013).
5. U. F. de Pinho, P. C. Liu, and C. E. P. Ribeiro, "Freak waves at Campos Basin, Brazil," *Geofizika* **21**, 53 (2004).
6. S. K. El-Labany, W. M. Moslem, N. A. El-Bedwehy, R. Sabry, and H. N. A. El-Razek, "Rogue waves in Titan's atmosphere," *Astrophys. Space Sci.* **338**, 3–8 (2012).
7. H. Kawamura, T. Hatano, N. Kato, S. Biswas, and B. K. Chakrabartik, "Statistical physics of fracture, friction, and earthquakes," *Rev. Mod. Phys.* **84**, 839–884 (2012).
8. D. R. Solli, C. Ropers, P. Koonath, and B. Jalali, "Optical rogue waves," *Nature* **450**, 1054–1057 (2007).
9. K. Hammani, B. Kibler, C. Finot, and A. Picozzi, "Emergence of rogue waves from optical turbulence," *Phys. Lett. A* **374**, 3585–3589 (2010).
10. C. Bonatto, M. Feyereisen, S. Barland, M. Giudici, C. Masoller, J. R. Rios Leite, and J. R. Tredicce, "Deterministic optical rogue waves," *Phys. Rev. Lett.* **107**, 053901 (2011).
11. C. Lecaplain, P. Grelu, J. M. Soto-Crespo, and N. Akhmediev, "Dissipative rogue waves generated by chaotic pulse bunching in a mode-locked laser," *Phys. Rev. Lett.* **87**, 2339108 (2013).
12. M. Kovalsky, A. Hilo, and J. R. Tredicce, "Extreme events in the Ti:sapphire laser," *Opt. Lett.* **36**, 4449–4451 (2011).
13. W. H. Munk, "Proposed uniform procedure for observing waves and interpreting instruments records," Wave Project at the Scripps Institute of Oceanography, Ca. USA (1944).
14. P. Kjeldsen, "A sudden disaster in extreme waves," *Rogue Waves 2000*, IFREMER (1935).
15. J. Zamora-Munt, B. Garbin, S. Barland, M. Giudici, J. R. Rios Leite, C. Masoller, and J. R. Tredicce, "Rogue waves in optically injected lasers: Origin, predictability, and suppression," *Phys. Rev. A* **87**, 035802 (2013).
16. C. Bonazzola, A. Hnilo, M. Kovalsky, and J. R. Tredicce, "Optical rogue waves in an all-solid state laser with saturable absorber: importance of spatial effects," *J. Opt.* **15**, 064004 (2013).

17. P. Gaspard and X.-J. Wang, "Sporadicity: Between periodic and chaotic dynamical behaviors," *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **85**, 4591–4595 (1988).
18. V. Balakrishnan, C. Nicolis, and G. Nicolis, "Extreme value distributions in chaotic dynamics," *J. Stat. Phys.* **80**, 307–336 (1995).
19. V. Balakrishnan, C. Nicolis, and G. Nicolis, "Recurrence time statistics in deterministic and stochastic dynamical systems in continuous time: A comparison," *Phys. Rev. E* **61**, 2490–2499 (2000).
20. H. Solari, E. Eschenazi, R. Gilmore, and J. R. Tredicce, "Influence of coexisting attractors on the dynamics of a laser system," *Opt. Commun.* **64**, 49–53 (1987).
21. I. B. Schwartz and T. W. Carr, "Bi-instability as a precursor to global mixed-mode chaos," *Phys. Rev. E* **59**, 6658–6661 (1999).
22. F. T. Arecchi, R. Meucci, G. Puccioni, and J. R. Tredicce, "Experimental evidence of subharmonic bifurcations, multistability and turbulence in a Q-switch gas laser," *Phys. Rev. Lett.* **49**, 1217–1220 (1982).
23. T. Midavaine, D. Dangoisse, and P. Glorieux, "Observation of chaos in a frequency modulated CO₂ laser," *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1989–1992 (1985).
24. I. I. Matorin, A. S. Pikovskii, and Ya. I. Khanin, "Multistability and autostochasticity in a laser with a delayed-response active medium subjected to periodic loss modulation," *Sov. J. Quantum Electron.* **14**, 1401–1405 (1984).
25. J. R. Tredicce, F. T. Arecchi, G. P. Puccioni, A. Poggi, and W. Gadomski, "Dynamic behavior and onset of low dimensional chaos in a modulated homogeneously broadened single mode laser: Experiment and theory," *Phys. Rev. A* **34**, 2073 (1986).
26. G. P. Puccioni, A. Poggi, W. Gadomski, J. R. Tredicce, and F. T. Arecchi, "Measurement of the formation and evolution of a strange attractor in a laser," *Phys. Rev. Lett.* **55**, 339–342 (1985).
27. D. Hennequin, P. Glorieux, and D. Dangoisse, "Laser chaotic attractors in crisis," *Phys. Rev. Lett.* **57**, 2657–2660 (1987).
28. R. Meucci, A. Poggi, F. T. Arecchi, and J. R. Tredicce, "Dissipativity of an optical chaotic system characterized via generalized multistability," *Opt. Commun.* **65**, 151–156 (1988).
29. R. Gilmore and M. Lefranc, *The Topology of Chaos. Alice in Stretch and Squeezeland* (Wiley Interscience, 2002), p. 8.
30. H. L. D. S. Cavalcante, M. Oria, D. Sornette, E. Ott, and D. J. Gauthier, "Predictability and suppression of extreme events in a chaotic system," *Phys. Rev. Lett.* **111**, 198701 (2013).

1. Introduction

Jorge L. Borges in one of his literary pages wrote [1]: "... lo que llamamos azar es nuestra ignorancia de la compleja maquinaria de la causalidad." ("... what we call chance is our ignorance of the complex mechanism of causality."). This view point is rooted in more than two centuries of science [2]. Rogue extreme events in dynamical systems insert us into this subject: Do rare extreme and destructive events occur by chance? During the last two decades there is an increasing scientific interest on extreme events in general, and rogue waves in particular. Such interest is manifested by a fast increment in the number of publications on the subject in several disciplines: from oceanography [3–5] to astrophysics [6], and from geology [7] to optics [8–12]. Usually the main approach to study these events is to use the statistics properties of their occurrence. Looking at almost ancient literature a rogue wave is defined as an oscillation pulse whose amplitude is larger than a certain threshold. Such a threshold has been defined as twice the average value of the amplitude of the largest one-third maxima [13, 14]. Also, later on, it has been defined as an oscillation whose amplitude is four times larger than the standard deviation of the surface elevation [3]. In any case a definition based on particular statistics remains a definition based on an arbitrary limit. We prefer to adopt here that whatever pulse in the dynamics is much larger than the average it can be considered a rogue event, including in an optical system, where such extreme event of electromagnetic wave pulse has been called "optical rogue wave" [8–11, 15]. In several natural phenomena rogue events can be destructive. Thus, it would be of extreme importance to study how far in advance we can predict and control them or, at least, to know our capacity of prediction. In order to answer questions about their control and predictability it is necessary to figure out how they are produced and which physical mechanism is at their origin.

Given their nonlinear nature, each different dynamical system may generate extreme events

through specific mechanisms. The recent literature cited here contains studies of many experimental and theoretical systems that show extreme events. In this paper we analyze a theoretical simple model of a laser system and we show that it is possible to observe optical rogue light pulses in this system. We investigate and describe the dynamical process at the origin of such extreme events.

2. Extreme events in chaotic dynamics

As a matter of principle extreme events may appear on every statistical system and how much frequent an extreme event occurs depends on the distribution probability of the events in the dynamics. If we accept the above definition based on the standard deviation or the kurtosis [5, 16] of the probability distribution, then it is clear that they are extremely rare for a Gaussian distribution while they become more frequent for a Levy's type distribution possessing a long tail at high amplitude values. In classical mechanics, a statistical description is needed whenever the system is very complex and its description involves a very large number of variables or whenever the behavior is deterministically chaotic. Accordingly, determinism implies the existence of a unique evolution in phase space for each initial condition. A reduction of the phase space to a small number of variables and the inclusion of a statistical description often means a break of the determinism by allowing different possible evolutions in the reduced phase space for the same initial condition. We say then that there is noise in the system and stochastic methods are applied to describe it. If the amount of noise is small enough it will not disturb the trajectory in most of the phase portrait of the deterministic part of the system: a periodic or a quasi-periodic orbit will remain such and the behavior of the system is predictable. Thus, we do not need a statistical description; we do not even need to know the equations of motion and the initial conditions to figure out the past and the future evolution of the dynamical system. Within conditions where a chaotic deterministic trajectory exists, the predictability of the dynamical evolution is defined by the maximum positive Lyapunov exponent. If instead the noise plays a relevant role in modifying the attractor itself, then a statistical description is obligatory and our predicting capacity vanishes as fast as it vanishes the autocorrelation function. As it is well known and we discuss in the following, changes of an attractor also occurs within fully deterministic models. Of course all the previous discussion loses significance for a quantum system, in which initial conditions cannot be determined with infinite precision, the only deterministic evolution is the evolution of the wave function. Thus there is an intrinsic role of the probability distribution and the only possible description is a statistical one. Therefore, having in mind the possibility of predicting the dynamical behavior of a system, we could define the following phenomenological categories, without claiming mathematical rigor:

Cat A: Classical deterministic;

Cat B: Classical driven by noise;

and Cat C: Quantum Systems.

Categories B and C systems require the knowledge of probability distributions and prediction can only be done on a statistical basis. The difference is that statistics is intrinsic to a system of category C while it is simply "misknowledge" in A and B. Here we consider a category A system. The system is deterministic. Then, its dynamical evolution in phase space is fixed by the equations of motion and the initial conditions. However, if the behavior is chaotic, it is not long term predictable by definition. Statistical treatments can be used, in principle, as much as it does for a system of category B and C. However, the power of recent computers to give direct numerical solutions of nonlinear equations permits studies like the one given here. Many previous papers already studied the probability distribution of deterministic chaotic behavior, mainly in maps [17–19]. In particular, [17] identifies some intermittent regime in which the probability distribution of the amplitude of the pulses becomes a Levy's distribution. It then

presents long tail at large amplitude as a consequence of the appearance of “extreme events” that do not become as rare as in a Gaussian distribution.

To obtain chaos in the dynamics of a lasers there are many techniques and we shall concentrate on modulation of one system parameter. In the following we focus in chaotic extreme pulses emitted by such lasers. The parameter modulation expands the phase space of simple model for the laser [22] and so allow for chaotic dynamics. As in other systems, the struct of the attractors have a natural role in the time evolution of any of its variables. The trajectories will change with the control parameters of the system, according to the bifurcations following the changes in the manifolds of the fixed points, the periodic orbits and the attractor borders. Details on these properties can be found in [20, 21]. The calculated and observed dynamical variable is the spiking optical pulses output, which is fairly accessible to experimental measurements, [22–28].

3. Laser with modulated losses: the model

The dynamical equations we use correspond to a common model of a solid state or some gas lasers, with a modulated control parameter. The so called rate equations for mono-mode laser with modulated losses [22]:

$$\frac{dI(t)}{dt} = -k(t)I(t) + gI(t)N(t) \quad (1)$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\gamma_{||}(N(t) - N_0) - 2gI(t)N(t) \quad (2)$$

with

$$k(t) = k_0(1 + \mathbf{m} \cos(\omega t)) \quad (3)$$

In these equations, $I(t)$ and $N(t)$ are the normalized intensity and the population inversion, respectively; g is the coupling rate constant, N_0 is the pump parameter, k_0 is the constant loss rate, $\mathbf{m}$ and ω are the modulation amplitude and frequency, respectively, and $\gamma_{||}$ is the loss rate for the population inversion.

We choose a modulation frequency ω close to the relaxation oscillation frequency Ω ,

$$\Omega = [k_0\gamma_{||}(A - 1) - \gamma_{||}^2 A^2/4]^{1/2} \quad (4)$$

where $A = N_0 g/k_0$.

Setting $S = (2g/\gamma_{||})I$, $D = N(g/k_0)$, and $\tau = k_0 t$, we get from Eqs. (1) and (2):

$$dS/d\tau = -S[1 + m \cos(\beta \tau) - D] \quad (5)$$

$$dD/d\tau = -\gamma[D - A + SD] \quad (6)$$

where $\beta = \omega/k_0$, and $\gamma = \gamma_{||}/k_0$.

Many properties of these equations have been studied theoretically and with experimental observation of this laser dynamics reported [22–28]. However none of them consider the occurrence of extreme events. Herein we focus on conditions for extreme pulses to appear.

4. Numerical results and analysis of rogue pulses

Numerical solutions were obtained using a standard Runge-Kutta algorithm. Taking the parameter m in Eqs. (3) and (5) as the changeable control parameter and collecting the maxima of the pulses the system shows a series of period doubling bifurcations until its dynamical behavior

becomes chaotic. This is known to happen if the modulation frequency, ω , is close enough to the relaxation oscillation frequency, Ω . Figures 1(a) and 1(b) show the bifurcation diagram and the phase space portrait of a chaotic solution for a set of parameters where there is only one stable solution for each value of m . As the modulation amplitude m is further increased within the chaos, windows of periodic behavior occur along with the chaotic attractor expansion in phase space.

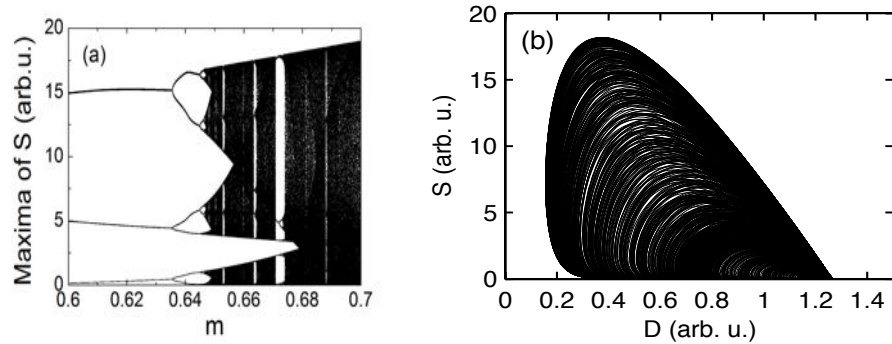


Fig. 1. (a) Bifurcation diagram graphing the maxima of intensity S as a function of the modulation amplitude m . The parameters used in the numerical integration are: $A = 1.30$, $\beta = 0.09441$, and $\gamma = 0.027$. (b) Phase space portrait, Intensity S as a function of population inversion D for $m = 0.68$. All other parameters values are the same as in Fig. 1(a).

Figure 1(b) shows the projection of a chaotic trajectory in phase space into the plane (S, D) (a phase space portrait). The area occupied by the trajectory appears densely visited. Essentially the phase space portrait shows that the chaotic attractor, once fully developed, cover almost homogeneously all possible values of the intensity and population inversion. Numerical verification of the actual density variation can be obtained by histograms of the pulse amplitude extracted directly from the time series as shown in Fig. 2.

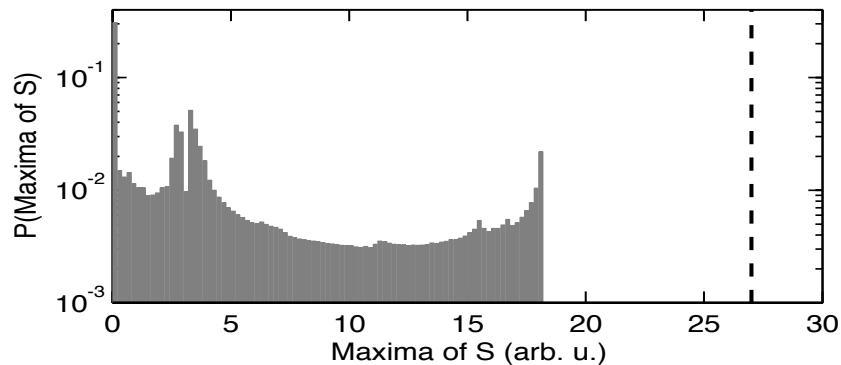


Fig. 2. Histogram of the calculated maxima of intensity corresponding to the time signal of Fig. 1(b). The vertical dashed line indicates the threshold corresponding to the AI calculated as the mean value plus four times the standard deviation of the probability distribution. Clearly no “optical rogue events” occur.

By simple observation of Fig. 2 we can see that in this case extraordinary high intensity

pulses do not occur. The histogram shows a distribution of peaks that is fairly uniform. It also evidences that there is a sharp cut on the maximum of the variable. In analogy with the logistic map, larger density of peak values appear somewhere within and on the extremes of the attractor. This can be better observed in Fig. 3, which contains a blow-up of Fig. 1(a) and shows the concentration of maxima at very low values near zero power. Similar blow up gives evidence to the higher density on the sharp top extreme of the attractor. The relevant point is that a quantitative exam of the probability distribution of the pulses confirms that there is no long tail at high values of the variable. No pulse is obtained whose maximum overcomes the average value plus four times the standard deviation. Thus, during the integration time where we have over 10^6 maxima, no optical rogue pulses have been generated and most probably they do not exist for such parameter values. The dynamical behavior is chaotic but the trajectory evolves in a sharply bounded region of phase space.

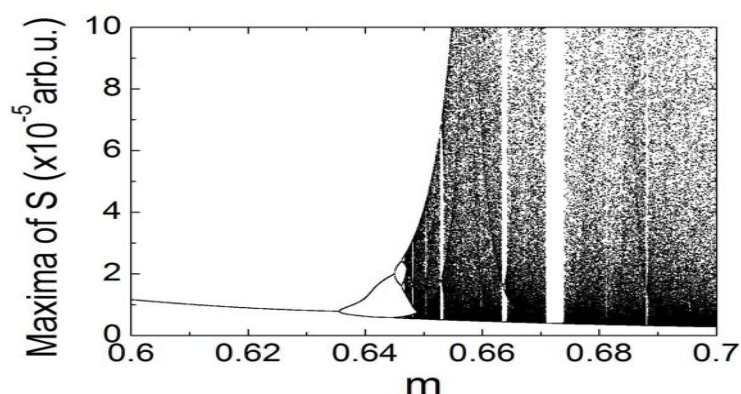


Fig. 3. Blow-up of lower portion of the bifurcation diagram of Fig. 1(a). This figure shows how the density of pulse maxima increases, accumulating near zero value.

Decreasing the dissipation of the system, i. e. decreasing $(A\gamma_{||}/\Omega)$ [28], the bifurcation diagram undergoes a significant changes as seen in Fig. 4. The same diagram was calculated increasing and decreasing the value of the m parameter and using at each step of the new time series calculation the precedent values of the dynamical variables as initial conditions. This procedure was applied to search for regions of parameter giving bi-stability and multi-stability. They are not shown in Fig. 4 but do appear for low values of m (near 0.005) when we calculate with different sets of initial conditions. Through the range where there is chaos, the diagrams indicate a single attractor.

Two main observations are then in order. First there exist several coexisting periodic attractors for the same parameter values implying existence of generalized multi-stability [20, 27]. Secondly an increase of the modulation amplitude, after chaos is reached, results in a series of abrupt expansions of the chaotic attractor yielding a kind of staircase in the bifurcation diagram. Each step marks the occurrence of a bifurcation due to the collision of a chaotic attractor with an unstable orbit in what was named an external crisis of the chaotic attractor in reference [20].

Related types of bifurcations have been studied in the modulated laser, proposing mechanisms to the origin of mixed-mode laser operation [21]. These bifurcations lead to bursts of pulses between two chaotic conditions in the laser.

The generalized multi-stability is not a surprise if we just consider that, in the conservative limit, infinite number of periodic orbits coexist for all values of the control parameters. As

dissipation increases the number of coexisting orbits decreases. For realistic parameter values corresponding to a CO₂ laser or solid state lasers several stable periodic orbits may coexist.

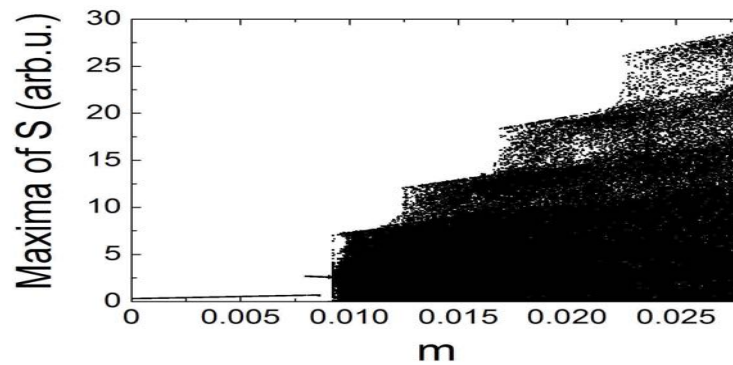


Fig. 4. Bifurcation diagram as in Fig. 1(a) but with the following parameter values: $A=1.3$; $\beta = 0.0135$; and $\gamma = 0.00027$.

As we mention before, the abrupt changes in the attractors correspond to bifurcations called “external crisis” [29] because they are produced when there is a collision of the strange attractor with an unstable orbit of a different bifurcation branch. Before the collision, the chaotic attractor is confined in a region of phase space limited by the stable manifold of the unstable orbit, but after the collision, trajectories can explore a much larger region in phase space “propelled” by the unstable manifold of the unstable orbit. This process generates pulses whose maximum intensity are much larger than those previous to the collision and which remain rare compare to the density of pulses with lower maximum intensity. In order to emphasize the occurrence of the rare rogue pulses in our system a very long time is given in Fig. 5. The segment in this figure is densely packed and hides the individual pulses. To visualize some individual pulses a short segment of Fig. 5 is presented in Fig. 6. The shapes of the pulses, be smaller or large and rare, are not very different .

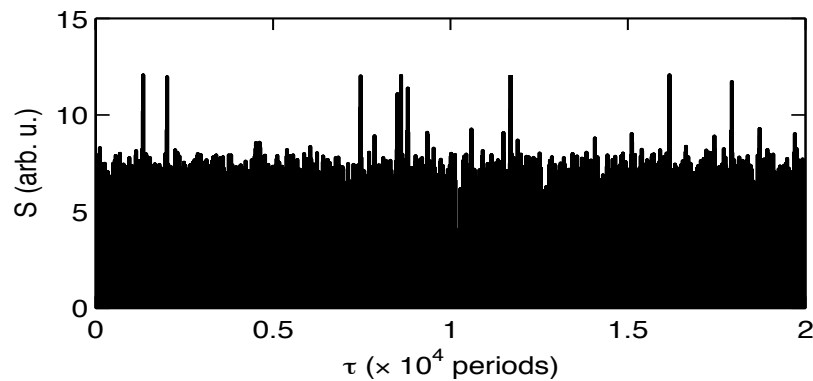


Fig. 5. Long series of pulse Intensity S as a function of time measured in units of the modulation period. The parameter values are the same as in Fig. 3 with $m = 0.01236$. This time series contains rare abnormally large amplitude spikes.

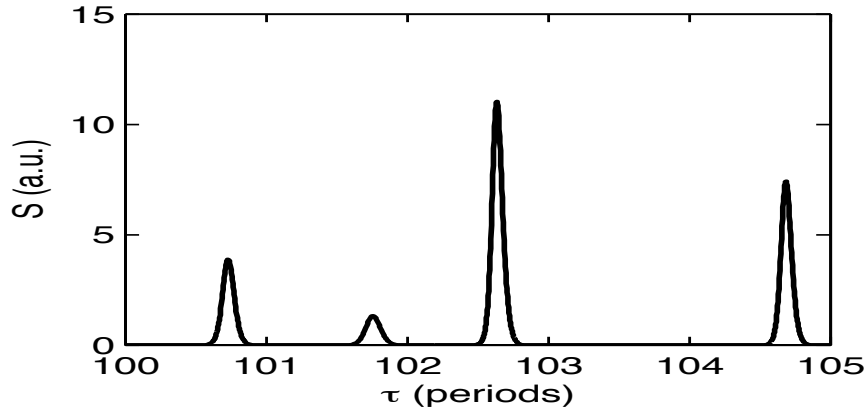


Fig. 6. Pulse Intensity S as a function of time measured in units of the modulation period. This is a time zoom of Fig. 5 (with displaced time scale).

In Figs. 7(a) and 7(b) we present a pair of histograms of the maxima intensity corresponding to different values of the control parameter before and after an external crisis is produced at $m = 0.01219$ (the second step in Fig. 4).

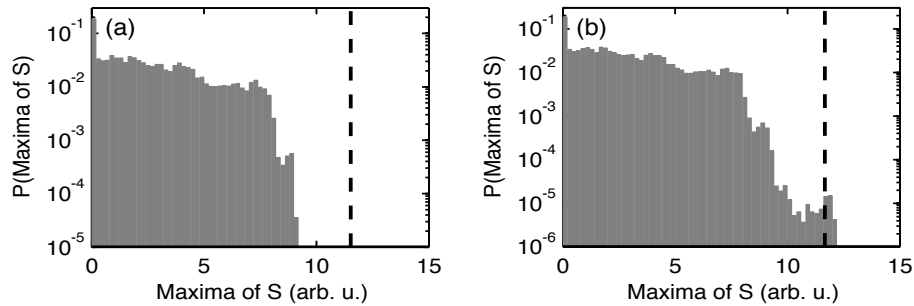


Fig. 7. (a) Probability distribution of the maxima intensity of the pulses for a modulation amplitude $m = 0.01215$; all other parameter values are the same as in Fig. 4, (b) same as Fig. 7(a) for a modulation amplitude $m=0.01225$.

It is clear that before the crisis there are no pulses satisfying the usual criteria to define it as a rogue pulse (RP). Even if the distribution is not homogeneous, there is a sharp limit in the intensity of the maxima and such limit is below the threshold to define an extreme event. Just after the crisis instead, it will appear a longer tail in the probability distribution indicating the appearance of extreme events. Furthermore we observe a growing tendency towards the end of the distribution. In other words there is an increase in the number of events showing an absolute maximum value for the laser intensity. This is so because there is always a maximum value that the laser intensity can not overcome.

The occurrence of extreme events has a highly nonlinear dependence with the control parameters in the system. In Fig. 8 is plotted the number of events satisfying the condition (based on the AI defined as the average value plus four times the standard deviation) of being an extreme event as a function of the control parameter m for values close to an external crisis. For

the parameters we explored, the subsequent steps of expansion in the chaotic attractor shown in the bifurcations of Fig. 3 have the rare larger spikes as the first one and a tail appears on the histograms after the bifurcations. However, because the size of the steps do not grow while the attractor increase their average size, the criteria of a tails of pulses matching rogue pulse condition is only verified if one lowers the threshold from average value plus four times the standard deviation, used in the first bifurcation at $m = 0.01219$. Immediately after the crisis the

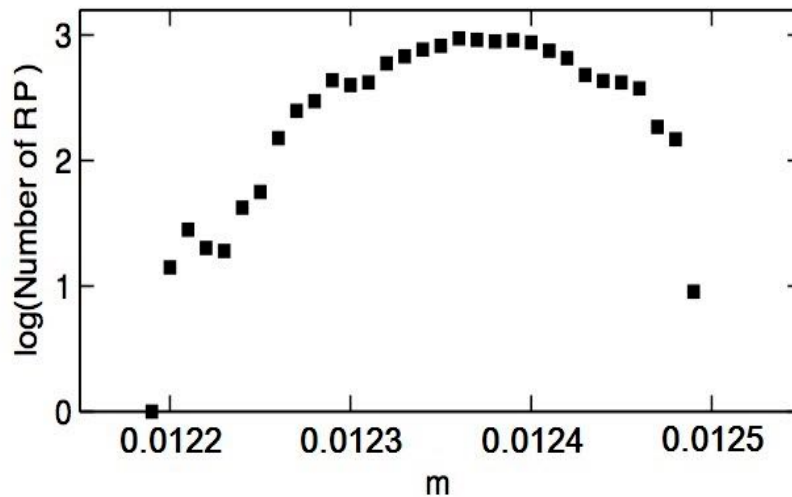


Fig. 8. Number of events (RP) overcoming the AI as a function of the modulation amplitude m . Before the crisis at $m = 0.0122$ extreme events have not been observed. After the crisis the number of extreme events grows, reaches a maximum, and decreases back to zero at $m = 0.0125$.

number of extreme events increases, reaches a maximum and then decreases to vanish before a new external crisis is produced. Thus, extreme events happen immediately after an external crisis. As long as the extreme events are very rare, the average value of the maxima intensity and its variance remain similar to the values previous to the crisis. However as higher intensity pulses become more frequent the probability distribution becomes larger and it is not possible to reach the threshold for pulses to be considered rogue events. Each time a new crisis happens, the strange attractor can suffer a rapid expansion in phase space and generate pulses whose maxima are much higher than the average and extreme events appear.

A similar dynamical mechanism based on the existence of a crisis to generate extreme events was apparently experimentally observed in a laser with injected signal [12]. It is worthwhile to notice that the probability distribution showed in Fig. 7(b) is similar to those obtained experimentally in reference [30] using a complex electronic circuit.

5. Conclusion

In conclusion we identified here a very simple laser system that would experimentally be able to generate deterministic optical rogue pulses. Such extreme events are generated by a collision of a chaotic attractor with an unstable orbit of a different bifurcation branch in what is usually called an external crisis. Then we have create enough knowledge to say that such extreme events are not produced just by chance but following a precise causal mechanism which imposes also

a well defined trajectory in phase space. Therefore we are in possess of all the tools to study the predictability of extreme events by a crisis, and maybe it is possible to manipulate them in order to avoid or to generate them at our convenience.

Acknowledgments

Work partially supported by Brazilian Agencies Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento (CNPq) and Fundação de Ciência de Pernambuco (FACEPE) Pronex APQ 0630-1.05/06, by a Brazil-France Capes-Cofecub project 456/04 and project OPTIROC of the French Research Agency ANR.

