



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL



BRUNO MARCELO CANABARRO MACHADO MACIEL

**APLICAÇÃO DA TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DE MALHA COM  
ELEMENTOS FINITOS DE ALTA RAZÃO DE ASPECTO PARA SIMULAÇÃO DE  
FRATURAMENTO HIDRÁULICO**

Recife  
2017

BRUNO MARCELO CANABARRO MACHADO MACIEL

**APLICAÇÃO DA TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DE MALHA COM  
ELEMENTOS FINITOS DE ALTA RAZÃO DE ASPECTO PARA SIMULAÇÃO DE  
FRATURAMENTO HIDRÁULICO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

**Área de concentração:** Simulação e Gerenciamento de Reservatórios de Petróleo.

**Orientador:** Prof. Dr. Leonardo José do Nascimento Guimarães.

**Coorientador:** Prof. Dr. Igor Fernandes Gomes.

Recife  
2017

Catálogo na fonte

Bibliotecária Maria Luiza de Moura Ferreira, CRB-4 / 1469

M152a      Maciel, Bruno Marcelo Canabarro Machado.

Aplicação da técnica de fragmentação de malha com elementos finitos de alta razão de aspecto para simulação de fraturamento hidráulico / Bruno Marcelo Canabarro Machado Maciel. - 2017.

91 folhas, il., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo José do Nascimento Guimarães.

Coorientador: Prof. Dr. Igor Fernandes Gomes.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG.

Programa de

Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2017.

Inclui Referências.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

A comissão examinadora da Defesa de Dissertação de Mestrado

**APLICAÇÃO DA TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DE MALHA COM  
ELEMENTOS FINITOS DE ALTA RAZÃO DE ASPECTO PARA SIMULAÇÃO DE  
FRATURAMENTO HIDRÁULICO**

defendida por

Bruno Marcelo Canabarro Machado Maciel

Considera o candidato APROVADO

Recife, 31 de julho de 2017

Prof. Dr. Leonardo José do Nascimento Guimarães – Orientador – UFPE

Prof. Dr. Igor Fernandes Gomes – Coorientador – UFPE

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. Leonardo José do Nascimento Guimarães – UFPE  
(orientador)

---

Prof. Dr. Lícia Mouta da Costa – UFPE  
(examinadora externa)

---

Prof. Dr. José Antonio Barbosa – UFPE  
(examinador interno)

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família, a minha mãe Carmem, meu pai Fred, meu irmão Gustavo, e ao meu Amor Mônica, por todo amor, carinho e confiança e por estarem sempre ao meu lado.

A todos os meus amigos, em especial aos grandes amigos que fiz, Tarcísio Augusto, Braian Schneider e Aline Dantas, por toda calma, companheirismo e ensinamentos; a Roberto Chaves, amigo de longa data, que me incentivou e me ajudou a dar os primeiros passos. Sem a ajuda deles esse sonho talvez não se tornasse realidade.

A todas as amizades que fiz no Laboratório de Métodos Computacionais em Geomecânica (LMCG), Oscar, Inaldo, Ana, Nina, Ricardo, Nayara, Rose e tantos outros.

Agradeço muito ao meu orientador, professor Leonardo José do Nascimento Guimarães por ter acreditado em mim, por todo suporte e pelo conhecimento transmitido, fundamentais a este trabalho, e pelo exemplo, tanto pessoal quanto profissional.

A Universidade Federal de Pernambuco, aos funcionários da pós-graduação em engenharia civil, em especial os professores, com quem tive a oportunidade de aprender muito.

Agradeço aos grupos: Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), CMG *Reservoir Simulation Foundation (Foundation CMG)*, CENPES-PETROBRAS (SIGER - rede temática de simulação e gerenciamento de reservatórios), Equión Energía, Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia de PE (FACEPE), pelo suporte financeiro direto e indireto, necessário para o desenvolvimento deste trabalho.

A todos que o nome não foi mencionado, mas que de alguma forma contribuíram para minha formação, meus sinceros agradecimentos.

## RESUMO

A técnica de fraturamento hidráulico, que tem sido responsável pela viabilização econômica de muitos campos petrolíferos em todo o mundo, consiste na injeção de um fluido penetrante na formação, sob uma pressão suficientemente alta para causar a ruptura da rocha, iniciando assim uma fratura que se converte em um canal de alta permeabilidade e facilita o escoamento dos hidrocarbonetos. A compreensão dos processos físicos envolvidos, bem como a busca de métodos que permitam prever a geometria da fratura induzida e determinar a pressão de injeção de fluidos necessária para que o fraturamento ocorra, são fundamentais. A complexidade dos processos físicos envolvidos resulta em um problema acoplado, onde o fluxo de fluidos e a deformação da rocha-reservatório se influenciam mutuamente. Para resolver este tipo de problema acoplado, o método dos elementos finitos é amplamente utilizado e um dos mais versáteis. A presente dissertação objetivou apurar a técnica de fragmentação de malha com elementos finitos de elevada razão de aspecto para o estudo da formação e propagação de fraturas em corpos de rocha. Este método, com base na teoria de Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes (ACDF), consiste em introduzir, entre os elementos regulares da malha de elementos finitos, elementos de interface (elementos finitos de elevada razão de aspecto), munidos de relações constitutivas do contínuo (tensão - deformação), para reproduzir o comportamento de meios fraturados. Além disso, os elementos de interface também possuem um acoplamento hidromecânico capaz de representar o canal de alta permeabilidade que se forma devido à ocorrência da fratura. A presente dissertação analisou a técnica de fragmentação de malha com elementos finitos de elevada razão de aspecto, para modelar numericamente pelo MEF o comportamento de meios fraturados. Realizou melhorias nas ferramentas permitindo maior agilidade na fase de pré-processamento, previa visualização das condições de contorno e que novas análises possam ser realizadas.

**Palavras-chave:** Fragmentação de malha. Elementos finitos de elevada razão de aspecto. Simulação numérica. Fraturamento hidráulico. Comportamento de meios fraturados.

## ABSTRACT

The hydraulic fracturing technique, which has been responsible for the economic viability of many oil fields around the world, consists of injecting a penetrating fluid into the formation under a sufficiently high pressure to cause the rock to rupture, initiating a fracture that converts into a channel of high permeability and facilitates the flow of hydrocarbons. The understanding of the physical processes involved, as well as the search for methods that allow to predict the geometry of the induced fracture and to determine the fluid injection pressure necessary for the fracture to occur, are fundamental. The complexity of the physical processes involved results in a coupled problem, where fluid flow and rock-reservoir deformation influence each other. To solve this kind of coupled problem, the finite element method is widely used and is one of the most versatile methods. The present dissertation concentrates on the technique of finite element mesh fragmentation with a high aspect ratio. This method, based on the theory of Continuous Strong Discontinuous Approach (CSDA), consists in introducing, among the regular elements of the finite element mesh, interface element (of high aspect ratio), provided by constitutive relations of the continuum (tension - deformation), based on theories of plasticity or of damage, to reproduce the behavior of fractured means. Beyond that, the interface elements also have a hydro mechanical coupling capable of representing the channel of high permeability due to the occurrence of the fracture. The present dissertation analyzed the mesh fragmentation technique with finite elements of high aspect ratio, to numerically model the behavior of fractured media by FEM. He made improvements in the tools allowing greater agility in the pre-processing phase, after previewing the contour conditions and that new analyzes can be performed.

**Keywords:** Mesh fragmentation. Finite elements of high aspect ratio. Numerical simulation. Hydraulic fracturing. Behaviour of fractured means.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|                                                                                                                                                                                                                                                                                         |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1.1 - Consumo mundial de energia por fonte de energia (1990-2040) .....                                                                                                                                                                                                          | 13 |
| Figura 1.2 - Etapas do fraturamento hidráulico em reservatórios não convencionais. ....                                                                                                                                                                                                 | 15 |
| Figura 1.3 - Abertura e propagação de uma fratura hidráulica. ....                                                                                                                                                                                                                      | 16 |
| Figura 1.4 - Geometria da fratura nos modelos (a) PKN e (b) KGD. ....                                                                                                                                                                                                                   | 17 |
| Figura 3.1 - Elemento finito de elevada razão de aspecto triangular .....                                                                                                                                                                                                               | 26 |
| Figura 3.2 - Elemento de elevada razão de aspecto tetraédrico. ....                                                                                                                                                                                                                     | 30 |
| Figura 3.3 - Representação da superfície de descontinuidade S. ....                                                                                                                                                                                                                     | 32 |
| Figura 3.4 - Função rampa, $Z_s$ em função de $\eta$ . ....                                                                                                                                                                                                                             | 32 |
| Figura 3.5 - Função de <i>Heaviside</i> , $H_s$ em função de $\eta$ . ....                                                                                                                                                                                                              | 32 |
| Figura 3.6 - Campo de deslocamentos e deformação no regime de descontinuidades fraca. ....                                                                                                                                                                                              | 33 |
| Figura 3.7 - Campo de deslocamentos e deformação no regime de descontinuidades forte. ....                                                                                                                                                                                              | 34 |
| Figura 3.8 - Representação de um (a) material intacto e um (b) material degradado .....                                                                                                                                                                                                 | 35 |
| Figura 3.9 - Evolução da variável de dano. Curva tensão-deformação .....                                                                                                                                                                                                                | 38 |
| Figura 3.10 - Funções de evolução da variável interna $qr$ .....                                                                                                                                                                                                                        | 39 |
| Figura 3.11 - Projeção do vetor de tensões na direção normal a base do elemento de interface .....                                                                                                                                                                                      | 40 |
| Figura 3.12 - Representação da abertura da descontinuidade no elemento de interface. Quando $d = 0$ não há deformação inelástica (não há salto). Quando $d > 0$ há deformação inelástica (há salto). ....                                                                               | 43 |
| Figura 4.1 - Técnica de fragmentação de malha para problemas 2D e 3D. (a) malha original (elementos regulares); (b) malha fragmentada; (c) malha com elementos de interface entre os elementos regulares; (d) par de elementos regulares entre os elementos de interface. ....          | 45 |
| Figura 4.2 - Segmentos lineares conectando os elementos de interface: (a) 2D; (b) 3D. ....                                                                                                                                                                                              | 46 |
| Figura 4.3 - Esquematização das etapas necessárias para análise em elementos finitos de problemas de fraturamento. ....                                                                                                                                                                 | 48 |
| Figura 4.4 - Interface do arquivo de entrada de dados “main_fragmenta.m”. ....                                                                                                                                                                                                          | 50 |
| Figura 4.5 - Edição do arquivo de entrada de dados. Nome do modelo, espessura dos elementos de interface, materiais a serem fragmentados, materiais que serão atribuídos nas interfaces: da região fragmentada, no contato com outros materiais e na região de fronteira da malha. .... | 51 |
| Figura 4.6 - Edição da entrada de dados. Detalhe nos materiais que serão atribuídos nas interfaces da região fragmentada, onde é atribuído o mesmo material de interface em diferentes regiões. ....                                                                                    | 52 |
| Figura 4.7 - Edição da entrada de dados. Detalhe nos materiais que serão atribuídos nas interfaces da região fragmentada, onde é atribuído o mesmo material de interface para todas as regiões. ....                                                                                    | 53 |
| Figura 4.8 - Edição do arquivo de entrada de dados. Materiais a serem fragmentados, materiais que serão atribuídos nas interfaces: da região fragmentada, no contato com outros materiais e na região de fronteira da malha. ....                                                       | 53 |



|                                                                                                                                                                                                                           |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 4.9 - Edição do arquivo de entrada de dados. Detalhe nos materiais que serão atribuídos nas interfaces de contato com outros materiais ( <b>imat_joint_conti</b> = [-1]).                                          | 54 |
| Figura 4.10 - Edição do arquivo de entrada de dados. Detalhe nos materiais que serão atribuídos nas interfaces de contato com outros materiais ( <b>imat_joint_conti</b> = [-2]) e utilização da entrada <b>IJC_ent</b> . | 55 |
| Figura 4.11 - Edição do arquivo de entrada de dados. Detalhe nos materiais que serão atribuídos nas interfaces de contato com outros materiais ( <b>imat_joint_conti</b> = [-3]) e utilização da entrada <b>IJC_ent</b> . | 55 |
| Figura 4.12 - Edição do arquivo de entrada de dados. Detalhe nos materiais que serão atribuídos aos elementos de interface inseridos nas regiões de fronteira da malha.                                                   | 56 |
| Figura 4.13 - Edição do arquivo de entrada de dados. Detalhe nos materiais que serão atribuídos aos elementos de interface inseridos nas regiões de fronteira da malha ( <b>imat_joint_bound</b> = [-1]).                 | 56 |
| Figura 4.14 - Malha 2D fragmentada, onde as linhas preexistentes foram transformadas em elementos de interface.                                                                                                           | 57 |
| Figura 4.15 - Malha 3D fragmentada, onde os planos preexistentes foram transformados em elementos de interface.                                                                                                           | 58 |
| Figura 4.16 - Malha 2D fragmentada, totalmente fragmentada e fragmentada somente nas regiões de interesse.                                                                                                                | 58 |
| Figura 4.17 - Parte do arquivo de entrada de dados “main_fragmenta.m”, referente à inserção das fraturas aleatórias nos elementos de interface.                                                                           | 59 |
| Figura 4.18 - Malha fragmentada com fraturas aleatórias inseridas.                                                                                                                                                        | 60 |
| Figura 5.1 - Geometria e condições de contorno do modelo de fratura imposta horizontal.                                                                                                                                   | 61 |
| Figura 5.2 - Malha A, totalmente fragmentada.                                                                                                                                                                             | 62 |
| Figura 5.3 - Malha B, fragmentada apenas na região de interesse.                                                                                                                                                          | 62 |
| Figura 5.4 - Malha B, detalhe na fratura imposta.                                                                                                                                                                         | 63 |
| Figura 5.5 - Distribuição da pressão de fluido.                                                                                                                                                                           | 63 |
| Figura 5.6 - Vetores de Fluxo.                                                                                                                                                                                            | 63 |
| Figura 5.7 - Malha de elementos finitos com fratura imposta (inclinada).                                                                                                                                                  | 64 |
| Figura 5.8 - Distribuição da pressão de fluido.                                                                                                                                                                           | 64 |
| Figura 5.9 - Vetores de fluxo.                                                                                                                                                                                            | 65 |
| Figura 5.10 - Geometria e condições de contorno da viga de três pontos.                                                                                                                                                   | 67 |
| Figura 5.11 - Malhas utilizadas nas análises da viga de três pontos.                                                                                                                                                      | 68 |
| Figura 5.12 - Malhas da viga de três pontos deformadas.                                                                                                                                                                   | 68 |
| Figura 5.13 - Respostas estruturais para as diferentes malhas da viga de três pontos.                                                                                                                                     | 69 |
| Figura 5.14 - Malhas da viga de três pontos tridimensionais deformadas.                                                                                                                                                   | 70 |
| Figura 5.15 - Respostas estruturais para as malhas tridimensionais da viga de três pontos.                                                                                                                                | 71 |
| Figura 5.16 - Localização dos afloramentos da Fm. Crato e da Bacia do Araripe.                                                                                                                                            | 72 |

|                                                                                                      |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 5.17 - Distribuição e densidade de fraturas extensionais (veios) da Formação Crato. ....      | 73 |
| Figura 5.18 - Malha em elementos finitos do reservatório. ....                                       | 74 |
| Figura 5.19 - Distribuição da tensão principal em diferentes estágios da simulação. ....             | 76 |
| Figura 5.20 - Variável de dano em diferentes estágios da simulação.....                              | 77 |
| Figura 5.21 - Campo de deslocamentos na direção x em diferentes estágios da simulação. ....          | 78 |
| Figura 5.22 - Abertura da fratura em diferentes estágios da simulação. ....                          | 80 |
| Figura 5.23 - Distribuição da componente $k_y$ do tensor de permeabilidade.....                      | 81 |
| Figura 5.24 - Pressão de fluido em diferentes estágios da simulação. ....                            | 82 |
| Figura 5.25 - Vetores de fluxo ao longo da descontinuidade em diferentes estágios da simulação. .... | 83 |
| Figura 5.26 - Gráfico da pressão de fluido pelo tempo.....                                           | 84 |
| Figura 5.27 - Gráfico da abertura da fratura pelo tempo.....                                         | 85 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                                                                                                                |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 3.1 - Fluxograma da integração IMPL-EX para o modelo de dano à tração. ....                                                             | 42 |
| Tabela 4.1 - Dados que devem ser informados no arquivo " main_fragmenta.m ". ....                                                              | 49 |
| Tabela 4.2 - Diferença no número de elementos entre a malha totalmente fragmentada e a malha fragmentada apenas nas regiões de interesse. .... | 59 |
| Tabela 5.1 - Características das malhas da fratura imposta horizontal. ....                                                                    | 62 |
| Tabela 5.2 - Característica da malha da fratura imposta inclinada.....                                                                         | 64 |
| Tabela 5.3 - Vazão final obtida das simulações com fratura imposta. ....                                                                       | 65 |
| Tabela 5.4 - Vazão final obtida para malha B com diferentes espessuras do elemento de interface. ....                                          | 66 |
| Tabela 5.5 - Características das malhas da viga de três pontos.....                                                                            | 67 |
| Tabela 5.6 - Características das malhas da viga de três pontos tridimensionais. ....                                                           | 70 |
| Tabela 5.7 - Propriedades da camada 1. ....                                                                                                    | 74 |
| Tabela 5.8 - Propriedades da camada 2. ....                                                                                                    | 74 |
| Tabela 5.9 - Propriedades da camada 3. ....                                                                                                    | 74 |
| Tabela 5.10 - Propriedades dos elementos de interface. ....                                                                                    | 75 |

## SUMÁRIO

|         |                                                               |    |
|---------|---------------------------------------------------------------|----|
| 1       | <b>INTRODUÇÃO</b> .....                                       | 13 |
| 1.1     | CONTEXTO E MOTIVAÇÃO .....                                    | 13 |
| 1.2     | OBJETIVOS .....                                               | 19 |
| 1.3     | ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....                                | 20 |
| 2       | <b>EQUAÇÕES GOVERNANTES</b> .....                             | 21 |
| 2.1     | POROSIDADE E SATURAÇÃO .....                                  | 21 |
| 2.2     | PERMEABILIDADE .....                                          | 21 |
| 2.3     | LEI DE DARCY .....                                            | 22 |
| 2.4     | MEIO POROSO DEFORMÁVEL COM ACOPLAMENTO HIDROMECAÂNICO .....   | 23 |
| 2.4.1   | <b>Equação de equilíbrio de tensões</b> .....                 | 23 |
| 2.4.2   | <b>Equação de conservação de massa para fase sólida</b> ..... | 24 |
| 2.4.3   | <b>Equação de conservação de massa para o fluido</b> .....    | 25 |
| 3       | <b>ELEMENTO FINITO SÓLIDO DE INTERFACE</b> .....              | 26 |
| 3.1     | ELEMENTO DE INTERFACE TRIANGULAR DE 3 NÓS .....               | 26 |
| 3.1.1   | <b>Formulação mecânica</b> .....                              | 27 |
| 3.1.2   | <b>Formulação hidráulica</b> .....                            | 29 |
| 3.2     | ELEMENTO DE INTERFACE TETRAÉDRICO DE 4 NÓS .....              | 30 |
| 3.3     | CINEMÁTICA DE DESCONTINUIDADE .....                           | 31 |
| 3.3.1   | <b>Cinemática de descontinuidade fraca</b> .....              | 33 |
| 3.3.2   | <b>Cinemática de descontinuidade forte</b> .....              | 34 |
| 3.4     | MODELO CONSTITUTIVO DE DANO .....                             | 35 |
| 3.4.1   | <b>Conceitos básicos do modelo de dano</b> .....              | 35 |
| 3.4.1.1 | Tensão efetiva .....                                          | 36 |
| 3.4.1.2 | Princípio da equivalência de deformações .....                | 36 |
| 3.4.1.3 | Critério de degradação .....                                  | 37 |
| 3.4.1.4 | Condição de carga e descarga .....                            | 37 |
| 3.4.1.5 | Lei de evolução da variável de dano .....                     | 38 |
| 3.5     | MODELO CONSTITUTIVO DE DANO À TRAÇÃO .....                    | 39 |
| 3.6     | ALGORITMO DE INTEGRAÇÃO IMPLÍCITO-EXPLÍCITO (IMPL-EX) .....   | 41 |
| 3.7     | LEI DE EVOLUÇÃO DA PERMEABILIDADE .....                       | 43 |
| 4       | <b>TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DE MALHA</b> .....                 | 45 |

|       |                                                                                                             |    |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 4.1   | PROGRAMA FRAGMENTA .....                                                                                    | 46 |
| 5     | <b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....                                                                        | 61 |
| 5.1   | CASO HIDRÁULICO .....                                                                                       | 61 |
| 5.1.1 | <b>Fratura imposta (solução analítica)</b> .....                                                            | 61 |
| 5.2   | CASO MECÂNICO.....                                                                                          | 66 |
| 5.2.1 | <b>Viga de três pontos 2D</b> .....                                                                         | 66 |
| 5.2.2 | <b>Viga de três pontos 3D</b> .....                                                                         | 70 |
| 5.3   | CASO HIDROMECÂNICO: SIMULAÇÃO DE FRATURAMENTO<br>HIDRÁULICO EM CENÁRIO BASEADO EM AFLORAMENTO ANÁLOGO ..... | 72 |
| 6     | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....                                                                           | 86 |
| 6.1   | CONCLUSÕES .....                                                                                            | 86 |
| 6.2   | TRABALHOS FUTUROS .....                                                                                     | 87 |
|       | <b>REFERÊNCIAS</b> .....                                                                                    | 88 |

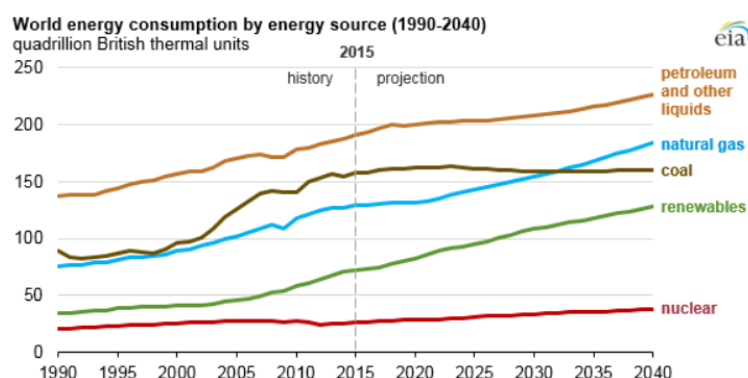
# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO

Os hidrocarbonetos são importantíssimos na matriz energética mundial. Segundo o *The International Energy Outlook 2017* (IEO2017), que apresenta uma avaliação feita pela U.S. ENERGY INFORMATION ADMINISTRATION (EIA), das perspectivas para os mercados internacionais de energia, o petróleo e o gás natural representam mais de 50% da energia primária consumida no mundo, e até 2040 não se esperam grandes mudanças.

A figura 1.1 apresenta um gráfico da avaliação feita pela EIA com o histórico desde 1990 e uma projeção do consumo mundial de energia por fonte até 2040. Onde mostra um aumento na demanda energética mundial e que o petróleo e o gás natural continuam sendo as principais fontes de energia.

Figura 1.1 - Consumo mundial de energia por fonte de energia (1990-2040)



Fonte: Adaptado de (EIA, 2017).

Considerando a forte dependência desta fonte de energia não renovável, o constante aumento na demanda energética mundial, o avanço e a combinação de tecnologias de perfuração e estimulação fez a exploração de reservatórios não convencionais uma alternativa necessária e economicamente possível.

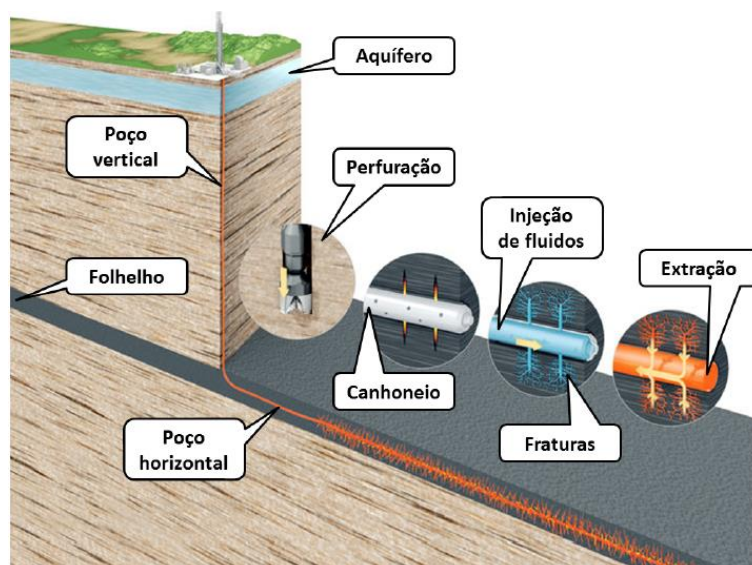
Uma das características que classifica um reservatório como não convencional é a baixa permeabilidade, que faz necessário o uso de estimulações. Segundo a Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP, 2014), reservatórios não convencionais são formações cuja permeabilidade é inferior a  $0.1mD$  (miliDarcy), que contenham hidrocarbonetos e que necessitem do uso de técnicas de estimulação para viabilizar sua recuperação.

Os recursos não convencionais podem ser divididos em: Gás/óleo extraídos de folhelho (*Shale gas/oil*), Gás/óleo extraídos de arenitos ou rochas calcárias (*Tight gas/oil*) e Gás natural extraído de camadas de carvão mineral onde o metano adsorvido é produzido em um processo conhecido como gasificação (*Coalbed methane – CBM*). Outro recurso não convencional é o Hidrato de metano (*Gás hydrates*), que constituem depósitos de gás presos em cristais de gelo no *permafrost* e no fundo do oceano. Estima-se que essas reservas sejam maiores que todas as outras fontes de petróleo, gás e carvão juntas. Mas tal reserva não é comercialmente produzível com as tecnologias atuais.

As técnicas de estimulação são atividades destinadas a restaurar ou aumentar o índice de produção dos poços. Elas podem ser divididas em com base na aplicação ou não de indução e propagação de fraturas hidráulicas. No caso da técnica que não fazem uso de fraturas, a estimulação é feita por tratamento matricial. Tem-se como exemplo a acidificação da matriz onde se injeta uma solução ácida com pressão inferior a pressão de fraturamento da formação com a finalidade de dissolver parte dos minerais; a técnica é utilizada para o aumento da permeabilidade em regiões muito próximas ao poço, devido ao alto custo da solução (BARRETO, 2010; NEUMANN, 2011). No caso da técnica baseada em fraturamento, a estimulação é feita por meio da geração de fraturas de forma artificial. Tem-se como exemplo o fraturamento hidráulico, que consiste na injeção de um fluido na formação, sob uma pressão suficientemente alta para causar a ruptura da rocha por tração, de forma a aumentar sua permeabilidade, permitindo o fluxo de fluidos por meio das fraturas geradas e viabilizando a extração e produção dos hidrocarbonetos nela contidos (FERNANDES, 2001).

A figura 1.2 mostra as etapas de um processo de fraturamento hidráulico, com base na técnica de perfuração de poço horizontal, aplicado a uma rocha-reservatório. O processo inicia-se com a perfuração de um poço vertical até encontrar a rocha-reservatório, onde o poço é perfurado na horizontal. Em seguida é realizado o canhoneio, que é o processo de perfuração do duto metálico que reveste o poço, permitindo o fluxo de fluido do poço para a formação e da formação para o poço. Para causar o início das fraturas isola-se o intervalo do poço no qual será feito o fraturamento com *packers* e injeta-se um fluido a uma pressão suficientemente alta para fraturar a rocha-reservatório; esta fratura propaga-se à medida que o fluido de fraturamento continua sendo injetado, criando assim canais de alta permeabilidade, permitindo a extração de hidrocarbonetos. Juntamente com o fluido pode ser injetado um material denominado de propante, um agente de sustentação que serve para manter a fratura com uma abertura mínima evitando que ela se feche totalmente quando o fluido de fraturamento for retirado.

Figura 1.2 - Etapas do fraturamento hidráulico em reservatórios não convencionais.



Fonte: Adaptado de (GERTNER, 2013)

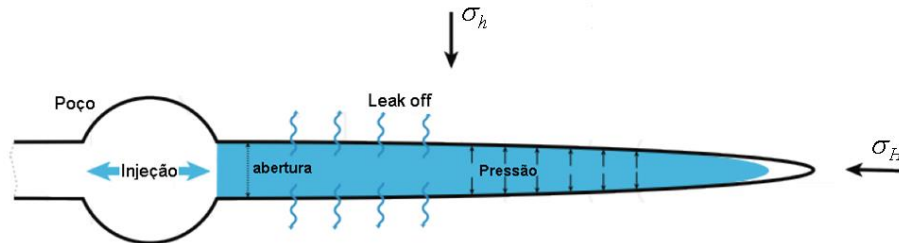
Os efeitos da estimulação hidráulica para exploração de hidrocarbonetos apresentam riscos ambientais que causam preocupação. Os fluidos utilizados antes e após o processo podem evaporar e lançar substâncias nocivas na atmosfera. Como as jazidas de gás de folhelho encontram-se abaixo de lençóis freáticos, é possível que, durante ou após o processo, o fluido de fraturamento contamine tais lençóis com metais pesados por meio das fraturas geradas (LECHTENBÖHMER, *et al.*, 2011).

Logo, a compreensão dos processos físicos envolvidos, bem como a busca de métodos que permitam prever a geometria da fratura induzida e determinar a pressão de injeção de fluidos necessária para que o fraturamento ocorra são fundamentais. A complexidade dos processos físicos envolvidos resulta em um problema acoplado, onde o fluxo de fluidos sob altas pressões e a deformação de rochas e fraturas se influenciam mutuamente. A modelagem do fraturamento hidráulico envolve pelo menos três processos acoplados: (1) a deformação mecânica induzida pela pressão do fluido, (2) o fluxo do fluido dentro da fratura e (3) a propagação da fratura (ADACHI, *et al.*, 2007). Normalmente, a deformação mecânica é tratada pela teoria da elasticidade linear, que determina a relação entre a abertura da fratura e a pressão de fluido; o fluxo é tratado por uma lei que relaciona a velocidade do fluido, a abertura da fratura e o gradiente de pressão; já o critério estabelecido para a propagação da fratura, por sua vez, é dado pela teoria da mecânica da fratura elástica linear, que estabelece que uma fratura começa a se propagar quando a energia disponível para o aumento da fratura é suficiente para superar a resistência do material (ANDERSON, 2005). As fraturas hidráulicas se abrem na direção de menor resistência (direção que define o menor trabalho realizado). Nas operações de



fraturamento realizadas a uma grande profundidade, a mínima tensão compressiva *in situ* é na direção horizontal (YEW, 1997), logo, a abertura da fratura induzida hidráulicamente ocorre na direção da menor tensão horizontal  $\sigma_h$  e se propaga perpendicularmente a ela (LEMAITRE e CHABOCHE, 1994), conforme a figura 1.3.

Figura 1.3 - Abertura e propagação de uma fratura hidráulica.



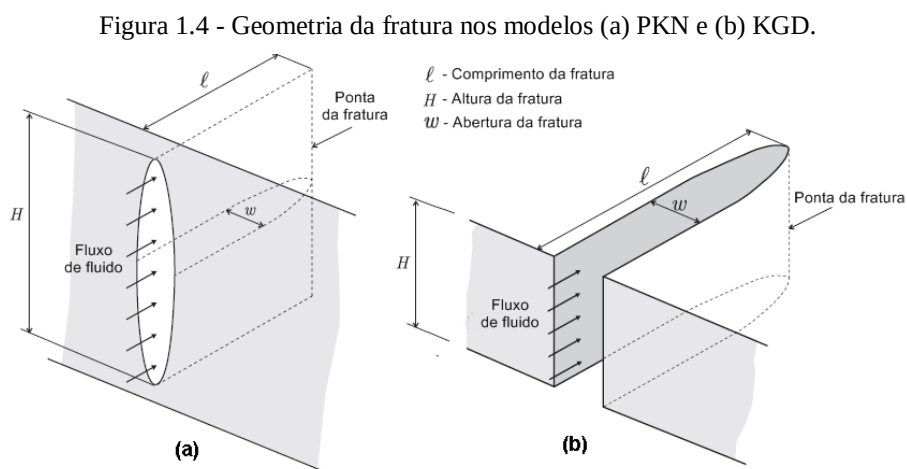
Fonte: Adaptado de (WEBER, *et al.*, 2013)

Além das tensões *in situ*, as propriedades mecânicas do meio, como porosidade, permeabilidade, deformabilidade e a existência de fraturas naturais, podem influir na direção de propagação da fratura (KISSINGER, *et al.*, 2013; ZHANGA, *et al.*, 2010).

A existência de fraturas naturais torna o problema de fraturamento hidráulico muito mais complexo, pois as fraturas pré-existent alteram o estado de tensões. A modelagem do problema acoplado mostra-se um grande desafio devido à complexidade, tanto da física envolvida no processo, como da geometria dos reservatórios (SEIXAS, 2015; DANESHY, 1974).

Desde a década de 1950, uma grande quantidade de trabalhos foram realizados com o objetivo de encontrar metodologias que descrevam o comportamento de meios fraturados (ADACHI, *et al.*, 2007). Harrison *et al.* (1954) propuseram inicialmente um modelo teórico simplificado, seguidos por Perkins e Kern (1961). Este modelo assume que a pressão do líquido é constante ao longo do plano da altura da fratura e considera a forma da seção transversal da fratura elíptica no plano vertical com uma abertura variável ao longo da altura. Nordgren *et al.* (1972) fizeram modificações ao modelo de Perkins e Kern, introduzindo os efeitos da perda de fluido para o meio (*fluid leakoff*), o modelo ficou conhecido como PKN. As soluções apresentadas pelo modelo PKN concentram-se no fluxo de fluido ao longo da fratura e descarta elementos da mecânica da fratura (AZEVEDO, 2011). Em seguida, Geertsma e De Klerk (1969) fizeram simplificações no modelo proposto por Khristianovic e Zheltov, onde consideraram o fluido de fraturamento com comportamento newtoniano, as paredes das fraturas impermeáveis e atribuíram condições de contorno (YEW, 1997; AZEVEDO, 2011), o modelo ficou conhecido

como KGD (*Khristianovic-Geertsma-De Klerk model*). Estes modelos apresentam limitações de aplicação, devido às simplificações assumidas (fraturas com altura constante) (SEIXAS, 2015). A figura 1.4 apresenta a geometria da fratura nos modelos (a) PKN e (b) KGD.



Fonte: Adaptado de (ADACHI, *et al.*, 2007)

Além dos modelos teóricos, também são realizados estudos com base em modelos e métodos numéricos capazes de simular problemas acoplados, que tentam descrever a formação e propagação de descontinuidades em meios originalmente contínuos. Entretanto, o tratamento adequado desse tipo de problema ainda se mostra um desafio do ponto de vista teórico e numérico, posto que exige a aplicação de modelos constitutivos que representem de maneira apropriada os fenômenos dissipativos envolvidos no processo de degradação do material até a formação de fratura (BESERRA, 2015).

Nesse contexto, o Método dos Elementos Finitos (MEF) é um dos mais utilizados como ferramenta numérica para descrever o comportamento de meios fraturados. Segundo Jing (2003), o MEF é um dos métodos numéricos mais utilizados nos problemas de engenharia, devido a sua flexibilidade em lidar com materiais heterogêneos e não lineares, e porque conta com uma vasta quantidade de códigos computacionais comerciais verificados.

A aplicação do MEF considera que um determinado domínio pode ser dividido em vários subdomínios, onde cada subdomínio possui características que representam o domínio original, com isso, as aproximações numéricas para a solução do problema tornam-se muito mais simples nos subdomínios (elementos).

A modelagem do comportamento de meios fraturados através do MEF faz necessário um tratamento adequado das aproximações dos campos cinemáticos (campos de deslocamento

e de deformações) para que a discretização e interpolação usadas pelo método sejam capazes de representar a transição entre os campos contínuos e descontínuos (SEIXAS, 2015).

Baseando-se na Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes (ACDF), Oliver, *et al.* (1999) e Mazoli (2012), mostraram que o comportamento de meios fraturados pode ser representado por meio de elementos finitos de elevada razão de aspecto, desde que sejam empregadas as relações constitutivas adequadas.

Esta técnica de inserir elementos finitos de elevada razão de aspecto entre os elementos regulares é denominada de Técnica de Fragmentação de Malha (MANZOLI, *et al.*, 2012; SANCHEZ, *et al.*, 2014). Os elementos de interface, ou elementos finitos de elevada razão de aspecto, são inseridos na malha através de um programa em ambiente MATLAB, denominado Fragmenta. O programa Fragmenta é uma ferramenta de pré-processamento que tem a função de inserir elementos de interface com elevada razão de aspecto entre elementos regulares de uma malha de elementos finitos.

A técnica não necessita do uso de algoritmo de construção de trajetória de descontinuidades (algoritmo de *tracking*) o que a torna facilmente adaptável a programas convencionais de elementos finitos.

Neste trabalho foi utilizado o *software* de análise em elementos finitos CODE\_BRIGHT (COupled DEformation, BRine, Gas and Heat Transport) (OLIVELLA, *et al.*, 1994; 1995; GUIMARÃES, *et al.*, 2007). O CODE\_BRIGHT é uma ferramenta computacional que contém em seu código numérico implementações das equações governantes de problemas acoplados THMQ (Termo-hidro-mecânicos e químicos) e nele todas as equações acopladas, quando discretizadas, são resolvidas simultaneamente pelo método de Newton-Raphson.

## 1.2 OBJETIVOS

A presente dissertação tem como objetivo a aplicação da técnica de fragmentação de malha com elementos finitos de elevada razão de aspecto, baseada na teoria de Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes (ACDF), para modelar numericamente pelo MEF o comportamento de meios fraturados.

Podem-se citar, como objetivos específicos:

- Atualizar o programa Fragmenta de forma a permitir que novas análises sejam realizadas e automatizar toda a fase de pré-processo.
- Estudar a influência do tamanho do elemento regular e do elemento de interface nas análises em elementos finitos, realizadas no CODE\_BRIGHT, estabelecendo procedimentos para minimizar a dependência da resposta as características da malha de elementos finitos.
- Realizar as implementações necessárias no CODE\_BRIGHT para possibilitar o uso da técnica em malhas tridimensionais e validar as implementações através da simulação de casos que possuam solução analítica ou que possuam resultados disponíveis na literatura.
- Analisar um cenário hipotético de fraturamento hidráulico em reservatórios de petróleo.

### 1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A presente dissertação foi organizada em seis capítulos. No presente capítulo foi apresentada uma breve contextualização sobre a técnica de fraturamento hidráulico com as metodologias desenvolvidas para modelagem e simulação numérica do tema e os objetivos do trabalho.

O capítulo 2 apresenta as equações que governam o meio poroso deformável e finaliza explicando o acoplamento hidromecânico.

No capítulo 3 é apresentada a formulação do elemento finito com elevada razão de aspecto. Para o problema mecânico, é mostrado que, conforme a razão de aspecto aumenta, as deformações do elemento também aumentam, aproximando a cinemática de descontinuidade forte. Para o problema hidráulico, é descrito o gradiente de pressão no interior do elemento e a decomposição do fluxo. Por fim é apresentado o modelo de dano à tração utilizado, seu tratamento numérico e a evolução da permeabilidade no elemento de interface.

No capítulo 4 a técnica de fragmentação de malha, é discutida. Além disso, esse capítulo também aborda as melhorias realizadas nos programas computacionais *in house* utilizados para o desenvolvimento deste trabalho.

No capítulo 5 são apresentados os resultados e discussões. Primeiro foi resolvido um caso hidráulico, onde os valores de vazão obtidos nas simulações foram comparados com o valor de vazão obtido analiticamente. Em seguida foram resolvidos casos mecânicos bidimensionais e tridimensionais, com o objetivo de estudar a influência do tamanho do elemento regular e do elemento de interface na análise, onde a simulação foi desenvolvida com base nos ensaios realizados por (BELLEGO, *et al.*, 2000). Por fim foi realizado a simulação numérica de um caso hidromecânico com fraturamento hidráulico, com a intenção de avaliar se o método proposto neste trabalho é capaz de representar adequadamente a formação e propagação de fraturas em meios rochosos de reservatório de petróleo.

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões obtidas a partir deste trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

## 2 EQUAÇÕES GOVERNANTES

### 2.1 POROSIDADE E SATURAÇÃO

Um meio poroso é constituído por uma parte de matéria sólida e de poros (espaços vazios), os quais geralmente são preenchidos por fluidos. Solos e rochas fraturadas são exemplos de materiais porosos. A porosidade  $\phi$  é definida como a razão entre o volume de vazios  $V_v$  e o volume total do material  $V_t$ , conforme a equação:

$$\phi = \frac{V_v}{V_t} = \frac{V_t - V_s}{V_t} \quad (2.1)$$

Onde  $V_s$  é o volume de sólidos em  $V_t$ . Na simulação de reservatórios, os poros podem conter água, óleo e gás, onde cada fluido constitui um sistema quimicamente homogêneo, separados dos outros. Com isso, pode-se dizer que cada fluido consiste em uma fase (BEAR, 2013).

Os reservatórios podem ser classificados como: trifásicos, quando apresentam as três fases (água, óleo e gás); bifásicos, quando apresentam duas fases (água e óleo, água e gás, óleo e gás); e monofásicos, quando apresentam uma única fase no meio poroso.

Um meio poroso é dito saturado quando os poros estão totalmente preenchidos por uma ou mais fases (que não seja o ar). O grau de saturação de uma fase  $f$  é definido pela razão entre o volume da fase  $V_f$  e o volume de vazios:

$$S_f = \frac{V_f}{V_v} \quad (2.2)$$

Onde  $f = w$ ,  $f = o$  e  $f = g$  indicam respectivamente água, óleo e gás. Cada fase tem o seu grau de saturação, e a soma do grau de saturação de todas as fases existentes no meio poroso é sempre 1.

$$0 \leq S_f \leq 1 \quad (2.3)$$

### 2.2 PERMEABILIDADE

Segundo Gomes (2009), a condutividade hidráulica  $K_f$  de um solo ou de uma rocha mede a influência da viscosidade do fluido  $\mu_\alpha$  e a adesão na superfície dos grãos. A condutividade hidráulica é definida através da equação:

$$K_f = k_{eft} \frac{\rho_f g}{\mu_f} \quad (2.4)$$

Onde  $\rho_f$  é a densidade da fase  $f$ ,  $\mathbf{g}$  é o vetor de aceleração da gravidade e  $\mathbf{k}_{eft}$  é a permeabilidade efetiva definida pelo produto entre o tensor de permeabilidade intrínseca  $\mathbf{k}$  que caracteriza o meio poroso e a permeabilidade relativa da fase (fluido)  $k_{rf}$ .

$$\mathbf{k}_{eft} = \mathbf{k} k_{rf} \quad (2.5)$$

A permeabilidade intrínseca depende somente das propriedades da matriz rochosa, e é representada por um tensor de permeabilidade cujas componentes dependem do material ser homogêneo ou heterogêneo ou ainda se é isotrópico ou anisotrópico. No caso heterogêneo, o tensor de permeabilidade é dado por:

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \text{ para análises 3D, e } k = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \text{ para análises 2D} \quad (2.6)$$

No caso unidimensional, esta propriedade consiste apenas em um escalar. Segundo Gomes (2009), em muitos casos, os valores de permeabilidade são definidos em termos das direções principais. Caso o meio poroso seja isotrópico, todas as componentes da diagonal principal do tensor são iguais, e em caso contrário, o meio é anisotrópico.

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{bmatrix} \text{ para análises 3D, e } k = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 \\ 0 & k_{22} \end{bmatrix} \text{ para análises 2D} \quad (2.7)$$

### 2.3 LEI DE DARCY

O fluxo de fluidos em meios porosos pode ser matematicamente modelado por meio das equações de conservação de massa e da lei de Darcy. Segundo Rosa, *et al.* (2006) a relação matemática proposta por Darcy, que permite estudar o fluxo laminar de fluidos newtonianos em meios porosos, pode ser expressa por:

$$\mathbf{q}_f = -\frac{\mathbf{k}}{\mu_f} (\nabla p_f - \rho_f \mathbf{g}) \quad (2.8)$$

Onde  $\mathbf{q}_f$  é o vetor de fluxo de Darcy,  $p_f$  é a poropressão,  $\rho_f$  é massa específica da fase,  $\mu_f$  é a viscosidade da fase e  $\mathbf{g}$  é o vetor de aceleração da gravidade,  $\mathbf{k}$  é o tensor de permeabilidade intrínseca detalhado no subitem anterior.

## 2.4 MEIO POROSO DEFORMÁVEL COM ACOPLAMENTO HIDROMECHANICO

Problemas acoplados são caracterizados por possuir dois ou mais sistemas físicos que interagem entre si, de modo que a solução de cada sistema é impossível sem a solução simultânea dos outros (ZIENKIEWICZ e TAYLOR, 2000).

Um reservatório é considerado um meio poroso deformável contendo parte de seus poros interligados, onde ocorre o fluxo de fluidos, e parte de seus poros isolados, também preenchidos por fluidos. Quando ocorre variação de pressão dos fluidos, há uma redistribuição das tensões e o reservatório sofre deformações (GOMES, 2009). Gomes (2009), Beserra (2015) e Seixas (2015) descreveram as equações que governam este fenômeno, com mais detalhes.

### 2.4.1 Equação de equilíbrio de tensões

A solução do problema mecânico para um corpo em equilíbrio, é dado pela equação:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = 0 \quad (2.9)$$

onde  $\boldsymbol{\sigma}$  é o tensor de tensões totais e  $\mathbf{b}$  é o vetor de forças do corpo. De acordo com o princípio das tensões efetivas de Terzaghi (1943), quando um meio poroso é deformável, a poropressão se relaciona com o tensor de tensões efetivas da seguinte maneira:

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' + p_w \mathbf{I} \quad (2.10)$$

e  $\boldsymbol{\sigma}'$  é o tensor de tensões efetivas de Terzaghi e  $\mathbf{I}$  é o tensor unitário de segunda ordem.

As variações de movimento (deslocamentos, deformações e variações volumétricas) no corpo são devidas exclusivamente a variações nas tensões efetivas (TERZAGHI, 1943).

Quando a condição de incompressibilidade da rocha não é satisfeita, a resposta mecânica dos solos e das rochas é controlada por uma reformulação do modelo de Terzaghi, com a introdução do coeficiente de Biot  $\alpha$  (BIOT, 1956):

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}' + \alpha p_w \mathbf{I} \quad (2.11)$$

onde

$$\alpha = 1 - \frac{K}{K_s} \quad (2.12)$$

e  $K$  e  $K_s$  são os módulos de compressibilidade (ou volumétricos) da matriz porosa e dos grãos, respectivamente. Na mecânica das rochas, a compressibilidade do meio é importante parâmetro



a ser considerado. Já para os solos, como a rigidez do meio é bem menor que a dos grãos ( $K \ll K_s$ ), o coeficiente de Biot é igual a um ( $\alpha = 1$ ).

#### 2.4.2 Equação de conservação de massa para fase sólida

A simulação do comportamento de um reservatório é feita com base na conservação de massa da fase sólida e das fases fluidas contidas nele. Considerando o acoplamento geomecânico, a rocha passar a ser um meio deformável e a variação de sua porosidade é calculada a partir da equação de conservação de massa da fase sólida (BESERRA, 2015).

$$\frac{\partial}{\partial t} [(1 - \phi)\rho_s] + \nabla \cdot [(1 - \phi)\rho_s \mathbf{u}] = 0 \quad (2.13)$$

onde  $\rho_s$  é densidade do sólido,  $\phi$  é a porosidade do meio e  $\mathbf{u}$  é o vetor de velocidade de deslocamento da fase sólida. Aplicando-se o conceito de derivada material em relação à velocidade da matriz sólida, definido pela equação:

$$\frac{\partial(\bullet)}{\partial t} = \frac{D(\bullet)}{Dt} - \mathbf{u} \cdot \nabla(\bullet) \quad (2.14)$$

a equação (2.13) é reescrita:

$$\frac{D(1 - \phi)\rho_s}{Dt} - \mathbf{u} \cdot \nabla[(1 - \phi)\rho_s] + \nabla \cdot [(1 - \phi)\rho_s \mathbf{u}] = 0 \quad (2.15)$$

Expandindo o primeiro termo e aplicando a seguinte relação:

$$\nabla \cdot [(1 - \phi)\rho_s \mathbf{u}] = \mathbf{u} \cdot \nabla[(1 - \phi)\rho_s] + (1 - \phi)\rho_s \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (2.16)$$

A equação (2.15) pode ser reescrita:

$$(1 - \phi) \frac{D\rho_s}{Dt} - \rho_s \frac{D\phi}{Dt} \underbrace{- \mathbf{u} \cdot \nabla[(1 - \phi)\rho_s] + \mathbf{u} \cdot \nabla[(1 - \phi)\rho_s]}_{\text{esses termos se cancelam}} + (1 - \phi)\rho_s \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.17)$$

Com o cancelamento dos termos e aplicando a seguinte relação:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \dot{\epsilon}_v \quad (2.18)$$

Onde  $\dot{\epsilon}_v$  é a deformação volumétrica total do meio poroso, a equação (2.17) é reescrita da seguinte forma:

$$(1 - \phi) \frac{D\rho_s}{Dt} - \rho_s \frac{D\phi}{Dt} + (1 - \phi)\rho_s \dot{\epsilon}_v = 0 \quad (2.19)$$

Considerando a fase sólida incompressível,

$$\begin{aligned}\rho_s &= cte \\ \frac{D\rho_s}{Dt} &= 0\end{aligned}\tag{2.20}$$

e dividindo todos os termos da equação por  $\rho_s$ , chega-se a equação final para variação de porosidade em função da variação volumétrica do meio:

$$\frac{D\phi}{Dt} = (1 - \phi)\dot{\epsilon}_v\tag{2.21}$$

#### 2.4.3 Equação de conservação de massa para o fluido

Assumindo um meio poroso completamente saturado com água,  $S_w = 1$ . A equação de conservação de massa da fase fluida é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi\rho_w) + \nabla \cdot (\rho_w \mathbf{q}_w + \phi\rho_w \dot{\mathbf{u}}) = 0\tag{2.22}$$

Aplicando o conceito de derivada material (2.14), expandindo os termos da equação, cancelando os termos semelhantes e usando a relação apresentada na equação (2.18), chega-se na equação geral do problema de fluxo de fluidos em meios porosos deformáveis (LEWIS e SCHREFLER, 2000).

$$\phi \frac{D\rho_w}{Dt} + \rho_w \frac{D\phi}{Dt} + \nabla \cdot (\rho_w \mathbf{q}_w) + \phi\rho_w \dot{\epsilon}_v = 0\tag{2.23}$$

Substituindo a equação (2.21) em (2.23), tem-se a equação que governa o fenômeno de fluxo, considerando um termo relacionado com a deformação do meio poroso  $\dot{\epsilon}_v$ .

$$\phi \frac{D\rho_w}{Dt} + \rho_w \dot{\epsilon}_v + \nabla \cdot (\rho_w \mathbf{q}_w) = 0\tag{2.24}$$

No programa de elementos finitos usado neste trabalho (CODE\_BRIGHT), a equação de fluxo (2.24) é resolvida simultaneamente com as equações do problema mecânico em um esquema totalmente acoplado, pelo do método de Newton-Raphson, e a porosidade do meio é atualizada explicitamente a cada passo de tempo, mediante a equação (2.21).

### 3 ELEMENTO FINITO SÓLIDO DE INTERFACE

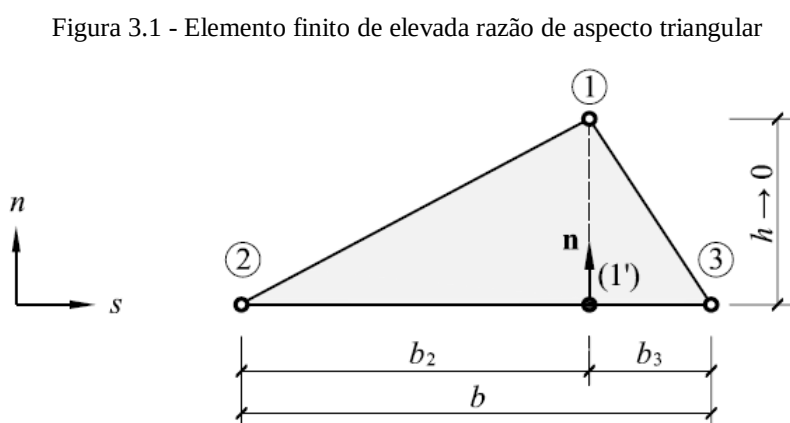
A formação e propagação de descontinuidades em meios originalmente contínuos, podem ser simuladas por diferentes métodos de aproximação numérica. O método dos elementos finitos (MEF) é o método numérico mais tradicional e um dos mais utilizados nas engenharias. Segundo Seixas (2015), a aplicação do MEF na modelagem do fraturamento, exige um tratamento adequado dos campos de deslocamento e de deformações (campos cinemáticos) para que a discretização e a interpolação usadas pelo método representem a transição entre os campos contínuos e descontínuos.

Neste capítulo, será demonstrado que o comportamento do elemento de elevada razão de aspecto, aquele que possui uma de suas dimensões muito maior que outra (Conforme apresentado na Figura 3.1, onde a base  $b$  do elemento é muito maior que a altura  $h$ ), apresenta campos cinemáticos similares ao da Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes – ACDF. Também é apresentada uma revisão sobre o modelo constitutivo de dano.

Os elementos finitos de elevada razão de aspecto para análises de fraturamento também foram utilizados por Seixas (2015), que descreve as equações utilizadas neste trabalho com mais detalhes.

#### 3.1 ELEMENTO DE INTERFACE TRIANGULAR DE 3 NÓS

Considere o elemento finito triangular de 3 nós com base  $b$  formada pelo segmento de reta entre os nós 2 e 3, e altura  $h$ , sendo definida pela distância entre o nó 1 e sua projeção na base ( $1'$ ), em um sistema de eixos coordenados  $(n, s)$ , onde  $n$  é normal a base do elemento, assim como apresentado na figura 3.1.



Fonte: Adaptado de (MAEDO, 2015).

### 3.1.1 Formulação mecânica

As componentes da aproximação do campo de deformação do elemento dadas por (GOSZ, 2005) são:

$$\{\epsilon\} = [\mathbf{B}]\{\mathbf{d}\} \Rightarrow \begin{Bmatrix} \epsilon_{nn} \\ \epsilon_{ss} \\ \gamma_{ns} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} X_s^{32} & 0 & -X_s^{31} & 0 & X_s^{21} & 0 \\ 0 & -X_n^{32} & 0 & X_n^{31} & 0 & -X_n^{21} \\ -X_n^{32} & X_s^{32} & X_s^{31} & X_n^{31} & -X_n^{21} & X_s^{21} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_n^{(1)} \\ u_s^{(1)} \\ u_n^{(2)} \\ u_s^{(2)} \\ u_n^{(3)} \\ u_s^{(3)} \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

onde  $\{\epsilon\}$  é o vetor de deformações,  $[\mathbf{B}]$  é a matriz das derivadas das funções de forma,  $\{\mathbf{d}\}$  o vetor de deslocamentos nodais,  $A$  é a área do elemento de interface e  $u_n^{(i)}$  e  $u_s^{(i)}$  são componentes do deslocamento do nó  $i$  na direção dos eixos  $n$  e  $s$ , respectivamente. A notação  $X_n^{31}$  representa a diferença entre as coordenadas dos nós 3 e 1 na direção  $n$ , i.e.  $X_n^{31} = X_n^3 - X_n^1$ . Tem-se então:

$$\begin{aligned} X_s^{32} &= b; & -X_n^{32} &= 0; \\ -X_s^{31} &= -b_3; & X_n^{31} &= -h; \\ X_s^{21} &= -b_2; & -X_n^{21} &= h. \end{aligned} \quad (3.2)$$

substituindo essas relações na equação (2.1), tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{nn} \\ \epsilon_{ss} \\ \gamma_{ns} \end{Bmatrix} = \frac{1}{bh} \begin{bmatrix} b & 0 & -b_3 & 0 & -b_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -h & 0 & h \\ 0 & b & -h & -b_3 & h & -b_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_n^{(1)} \\ u_s^{(1)} \\ u_n^{(2)} \\ u_s^{(2)} \\ u_n^{(3)} \\ u_s^{(3)} \end{Bmatrix} \quad (3.3)$$

$$= \begin{Bmatrix} \frac{u_n^{(1)} - \left(\frac{b_3}{b}\right)u_n^{(2)} - \left(\frac{b_2}{b}\right)u_n^{(3)}}{h} \\ \frac{(u_s^{(3)} + u_s^{(2)})}{b} \\ \frac{(u_n^{(3)} - u_n^{(2)})}{b} + \frac{u_s^{(1)} - \left(\frac{b_3}{b}\right)u_s^{(2)} - \left(\frac{b_2}{b}\right)u_s^{(3)}}{h} \end{Bmatrix}$$

Interpolando os deslocamentos dos nós 3 e 2, podemos determinar a diferença entre o deslocamento do nó 1 e sua projeção na base (1') nas direções  $n$  e  $s$ :

$$\begin{aligned} u_n^{(1)} - \underbrace{\left[ \left( \frac{b_3}{b} \right) u_n^{(2)} - \left( \frac{b_2}{b} \right) u_n^{(3)} \right]}_{u_n^{(1')}} &= u_n^{(1)} - u_n^{(1')} = \llbracket u \rrbracket_n \\ u_s^{(1)} - \underbrace{\left[ \left( \frac{b_3}{b} \right) u_s^{(2)} - \left( \frac{b_2}{b} \right) u_s^{(3)} \right]}_{u_s^{(1')}} &= u_s^{(1)} - u_s^{(1')} = \llbracket u \rrbracket_s \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\llbracket \mathbf{u} \rrbracket = \begin{Bmatrix} \llbracket u \rrbracket_n \\ \llbracket u \rrbracket_s \end{Bmatrix}$$

sendo  $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$  o vetor de deslocamento relativo entre o nó 1 e sua projeção na base (1').

O tensor de deformações  $\epsilon$ , pode ser decomposto em duas partes, onde  $\tilde{\epsilon}$  contém os termos que dependem da base  $b$  e  $\hat{\epsilon}$  contém os termos que dependem da altura  $h$ :

$$\epsilon = \tilde{\epsilon} + \hat{\epsilon} \quad (3.5)$$

Onde:

$$\tilde{\epsilon} = \frac{1}{b} \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}(u_n^{(3)} - u_n^{(2)}) & 0 \\ \frac{1}{2}(u_n^{(3)} - u_n^{(2)}) & (u_s^{(3)} - u_s^{(2)}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

$$\hat{\epsilon} = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} \llbracket u \rrbracket_n & \frac{1}{2} \llbracket u \rrbracket_s & 0 \\ \frac{1}{2} \llbracket u \rrbracket_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Pode-se reescrever a parte do tensor de deslocamento dependente da altura  $h$ , de uma forma geral, para qualquer sistema de eixos coordenados:

$$\hat{\epsilon} = \frac{1}{h} (\mathbf{n} \otimes \llbracket \mathbf{u} \rrbracket)^S \quad (3.7)$$

onde  $\mathbf{n}$  é o vetor unitário normal à base do elemento,  $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$  é o vetor de deslocamento relativo,  $\otimes$  indica um produto tensorial e  $(\bullet)^S$  é a parte simétrica de  $(\bullet)$ . Assim, o tensor de deformações  $\epsilon = \tilde{\epsilon} + \hat{\epsilon}$ , pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\epsilon = \tilde{\epsilon} + \frac{1}{h}(\mathbf{n} \otimes \llbracket \mathbf{u} \rrbracket)^S \quad (3.8)$$

Quando a altura  $h \rightarrow 0$ , a componente  $\tilde{\epsilon}$ , que independe de  $h$ , permanece limitado, enquanto a componente  $\hat{\epsilon}$  passa a ser ilimitada e as deformações do elemento de interface são definidas quase que exclusivamente pelo deslocamento do nó 1 e a sua projeção (1') na base do elemento, mostrando que o vetor de deslocamento relativo  $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$  corresponde a uma descontinuidade no campo dos deslocamentos do elemento (descontinuidade forte) (MANZOLI, *et al.*, 2012; MAEDO, 2015; CLETO, 2016)

### 3.1.2 Formulação hidráulica

É possível estender a técnica dos elementos finitos de interface para representar os fenômenos hidromecânicos presentes no processo de fraturamento hidráulico. Segundo Seixas (2015), isso se deve ao fato de que a ACDF, na mecânica do contínuo, mantém os conceitos de tensão e deformação para representar campos cinemáticos descontínuos. Da mesma forma, no problema hidráulico, os campos de pressão e fluxo podem ser mantidos para descrever os efeitos hidráulicos nas fraturas.

Gosz (2005) também descreve o gradiente do campo de pressão no interior do elemento:

$$\nabla p_w = [\mathbf{B}]\{\mathbf{p}\} \Rightarrow \nabla p_w = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} -X_n^{32} & X_n^{31} & -X_n^{21} \\ X_s^{32} & -X_s^{31} & X_s^{21} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p^{(1)} \\ p^{(2)} \\ p^{(3)} \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

onde  $\nabla p_w$  é o gradiente do campo de pressão no interior do elemento,  $[\mathbf{B}]$  é a matriz das derivadas das funções de forma,  $p^{(i)}$  corresponde às pressões nos nós 1, 2 e 3. A notação  $X_n^{31}$  representa a diferença entre as coordenadas dos nós 3 e 1 na direção  $n$ , apresentada anteriormente na (3.2), temos então:

$$\nabla p_w = \frac{1}{bh} \begin{bmatrix} 0 & -h & h \\ b & -b_3 & -b_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p^{(1)} \\ p^{(2)} \\ p^{(3)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{b}(p^{(3)} - p^{(2)}) \\ \frac{1}{h}\llbracket p \rrbracket \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

Onde  $\llbracket p \rrbracket = p^{(1)} - [(1 - \alpha)p^{(2)} + \alpha p^{(3)}] = p^{(1)} - p^{(1')}$ , corresponde à diferença de pressão entre o nó (1) e sua projeção na base do elemento (1').

De forma análoga ao tensor de deformações, podemos decompor o fluxo no elemento de interface  $\mathbf{q}_w$  em duas partes, onde  $\tilde{\mathbf{q}}_w$  contém os termos que dependem da base  $b$  e  $\hat{\mathbf{q}}_w$  contém os termos que dependem da altura  $h$ :

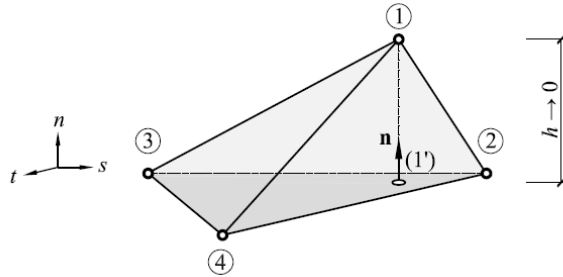
$$\mathbf{q}_w = \tilde{\mathbf{q}}_w + \hat{\mathbf{q}}_w = -\frac{(k/\mu_w)}{b} \begin{Bmatrix} p^{(3)} - p^{(2)} \\ 0 \end{Bmatrix} - \frac{(k/\mu_w)}{h} \begin{Bmatrix} 0 \\ \llbracket p \rrbracket \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

Note que quando a altura  $h \rightarrow 0$ , o fluxo do elemento tende ao infinito, o que é fisicamente impossível. Para que o fluxo no elemento não assuma valores extremamente elevados e permaneça limitado, quando altura  $h \rightarrow 0$ , a diferença de pressão entre o nó (1) e sua projeção na base do elemento (1') deve tender a zero  $\llbracket p \rrbracket \rightarrow 0$ , mantendo uma coerência física adequada ao problema.

### 3.2 ELEMENTO DE INTERFACE TETRAÉDRICO DE 4 NÓS

A presente subseção tem a intenção de demonstrar que o equacionamento do  $\epsilon$  para um elemento tetraédrico pode ser feito analogamente ao desenvolvido para o elemento triangular (BITENCOURT JR, 2015). Considerando o elemento finito tetraédrico de 4 nós (Fig. 3.2) e que, seja  $h$  a altura desse elemento, dada pela distância entre o nó 1 e sua projeção na base (1') e  $A$  a área da base do elemento, em um sistema de eixos coordenados  $(n, s, t)$ , onde  $n$  é normal a base do elemento.

Figura 3.2 - Elemento de elevada razão de aspecto tetraédrico.



Fonte: Adaptado de (MAEDO, 2015).

O tensor de deformações  $\epsilon$ , pode ser decomposto em duas partes, onde  $\tilde{\epsilon}$  contém os termos que dependem da área da base  $A$  e  $\hat{\epsilon}$  contém os termos que dependem da altura  $h$ :

$$\epsilon = \tilde{\epsilon} + \hat{\epsilon} \quad (3.12)$$

Onde:

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon} &= \frac{1}{A} \begin{bmatrix} \tilde{\epsilon}_{nn} & \tilde{\epsilon}_{ns} & \tilde{\epsilon}_{nt} \\ \tilde{\epsilon}_{ns} & \tilde{\epsilon}_{ss} & \tilde{\epsilon}_{st} \\ \tilde{\epsilon}_{nt} & \tilde{\epsilon}_{st} & \tilde{\epsilon}_{tt} \end{bmatrix} \\ \hat{\epsilon} &= \frac{1}{h} \begin{bmatrix} \llbracket u \rrbracket_n & \frac{1}{2} \llbracket u \rrbracket_s & \frac{1}{2} \llbracket u \rrbracket_t \\ \frac{1}{2} \llbracket u \rrbracket_s & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} \llbracket u \rrbracket_t & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.13)$$

e

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon}_{nn} &= 0; \\ \tilde{\epsilon}_{ss} &= \frac{1}{2} \left[ X_t^{32} u_s^{(4)} - X_t^{42} u_s^{(3)} + X_t^{43} u_s^{(2)} \right]; \\ \tilde{\epsilon}_{tt} &= -\frac{1}{2} \left[ X_s^{32} u_t^{(4)} - X_s^{42} u_t^{(3)} + X_s^{43} u_t^{(2)} \right]; \\ \tilde{\epsilon}_{ns} &= \frac{1}{4} \left[ X_t^{32} u_n^{(4)} - X_t^{42} u_n^{(3)} + X_t^{43} u_n^{(2)} \right]; \\ \tilde{\epsilon}_{nt} &= -\frac{1}{4} \left[ X_s^{32} u_n^{(4)} - X_s^{42} u_n^{(3)} + X_s^{43} u_n^{(2)} \right]; \\ \tilde{\epsilon}_{st} &= \frac{1}{4} \left[ X_t^{32} u_t^{(4)} - X_t^{42} u_t^{(3)} + X_t^{43} u_t^{(2)} - X_s^{32} u_s^{(4)} + X_s^{42} u_s^{(3)} - X_s^{43} u_s^{(2)} \right]; \end{aligned} \quad (3.14)$$

e  $u_n^{(i)}, u_s^{(i)}$  e  $u_t^{(i)}$  são componentes do nó  $i$  na direção dos eixos  $(n, s, t)$  e  $\llbracket u \rrbracket_n, \llbracket u \rrbracket_s$  e  $\llbracket u \rrbracket_t$  são as componentes de  $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$ , vetor de deslocamento relativo entre o nó 1 e sua projeção na base  $(1')$ .

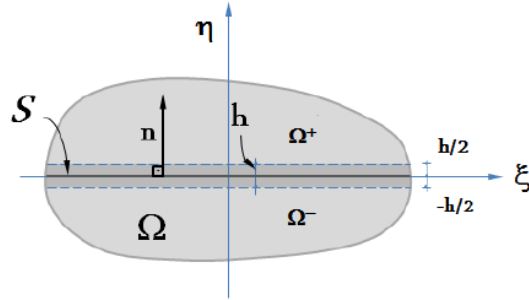
$$\llbracket \mathbf{u} \rrbracket = \begin{Bmatrix} \llbracket u \rrbracket_n \\ \llbracket u \rrbracket_s \\ \llbracket u \rrbracket_t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_n^{(1)} - u_n^{(1')} \\ u_s^{(1)} - u_s^{(1')} \\ u_t^{(1)} - u_t^{(1')} \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

### 3.3 CINEMÁTICA DE DESCONTINUIDADE

Considerando um sólido com uma superfície de descontinuidade  $S$  que divide o domínio  $\Omega$  em duas partes  $\Omega^+$  e  $\Omega^-$ , como apresentado na figura 3.3.



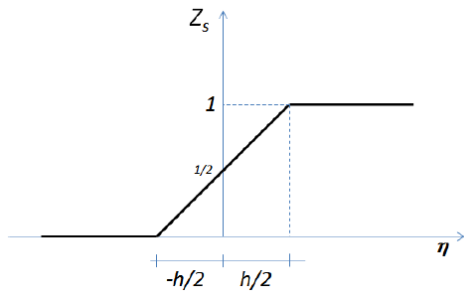
Figura 3.3 - Representação da superfície de descontinuidade  $S$ .



Fonte: Adaptado de (OLIVEIRA, 2016)

com  $\eta$  sendo a coordenada local do eixo normal à superfície  $S$ , e  $h$  a banda de localização de deformação. O campo de deslocamento no regime de descontinuidade fraca pode ser representado por uma função rampa (Fig. 3.4):

Figura 3.4 - Função rampa,  $Z_s$  em função de  $\eta$ .

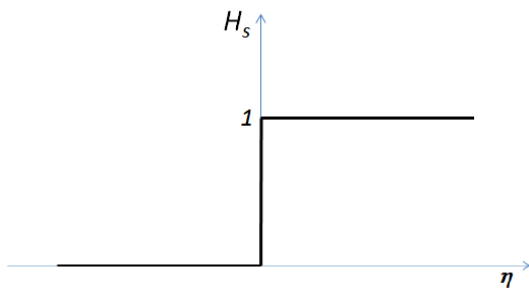


$$Z_s(\eta) = \begin{cases} 0 & \text{se } \eta < \frac{-h}{2} \\ 1 & \text{se } \eta > \frac{h}{2} \\ \frac{\xi}{h} + \frac{1}{2} & \text{se } \frac{-h}{2} \leq \eta \leq \frac{h}{2} \end{cases} \quad (3.16)$$

Fonte: Adaptado de (OLIVEIRA, 2016).

O campo de deslocamento no regime de descontinuidade forte, ocorre no caso limite no regime de descontinuidade fraca, quando  $h \rightarrow 0$ , e pode ser representado pela função de *Heaviside* (Fig. 3.5):

Figura 3.5 - Função de *Heaviside*,  $H_s$  em função de  $\eta$ .



$$H_s(\eta) = \begin{cases} 0 & \text{se } \eta < 0 \\ 1 & \text{se } \eta \geq 0 \end{cases} \quad (3.17)$$

Fonte: Adaptado de (OLIVEIRA, 2016).

### 3.3.1 Cinemática de descontinuidade fraca

A soma do campo de deslocamento regular  $\tilde{\mathbf{u}}$ , com campo de deslocamento descontínuo  $\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$ , ao longo de  $S$ , para cada ponto material em  $\Omega$ , expressa o campo de deslocamento total  $\mathbf{u}$ .

$$\mathbf{u} = \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{Z}_S(\eta) \llbracket \mathbf{u} \rrbracket \quad (3.18)$$

e o campo de deformações  $\epsilon$  pode ser expresso pela equação:

$$\epsilon = \nabla^S \mathbf{u} = \underbrace{\nabla^S \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{Z}_S \nabla^S \llbracket \mathbf{u} \rrbracket}_{\tilde{\epsilon}} + \frac{\mu_s(\eta)}{h} (\mathbf{n} \otimes \llbracket \mathbf{u} \rrbracket)^S \quad (3.19)$$

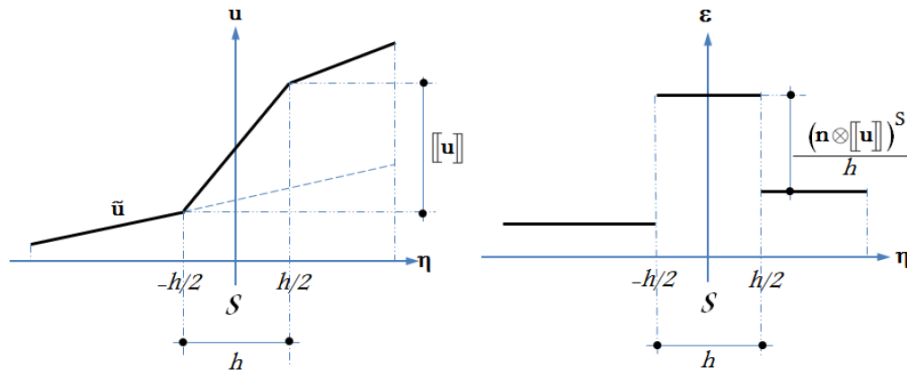
$$\epsilon = \tilde{\epsilon} + \frac{\mu_s(\eta)}{h} (\mathbf{n} \otimes \llbracket \mathbf{u} \rrbracket)^S \quad (3.20)$$

onde a função de regularização na banda de localização da deformação  $\mu_s(\eta)$ , obedece às seguintes condições:

$$\mu_s(\eta) = \begin{cases} 1 & \text{se } -\frac{h}{2} \leq \eta \leq \frac{h}{2} \\ 0 & \text{se } \eta < -\frac{h}{2} \text{ ou } \eta > \frac{h}{2} \end{cases} \quad (3.21)$$

A figura 3.6 a seguir representa o campo de deslocamentos e de deformações para o regime de descontinuidade fraca.

Figura 3.6 - Campo de deslocamentos e deformação no regime de descontinuidades fraca.



Fonte: Adaptado de (OLIVEIRA, 2016).

### 3.3.2 Cinemática de descontinuidade forte

Como dito anteriormente, o campo de deslocamento no regime de descontinuidade forte, ocorre no caso limite do regime de descontinuidade fraca, quando  $h \rightarrow 0$ , e pode ser representado pela equação:

$$\mathbf{u} = \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{H}_s(\eta) \llbracket \mathbf{u} \rrbracket \quad (3.22)$$

e o tensor de deformações  $\epsilon = \tilde{\epsilon} + \hat{\epsilon}$ , pode ser expresso pela equação:

$$\epsilon = \tilde{\epsilon} + \delta_s(\mathbf{n} \otimes \llbracket \mathbf{u} \rrbracket)^S \quad (3.23)$$

onde  $\delta_s$  é o delta de Dirac, e obedece às seguintes condições:

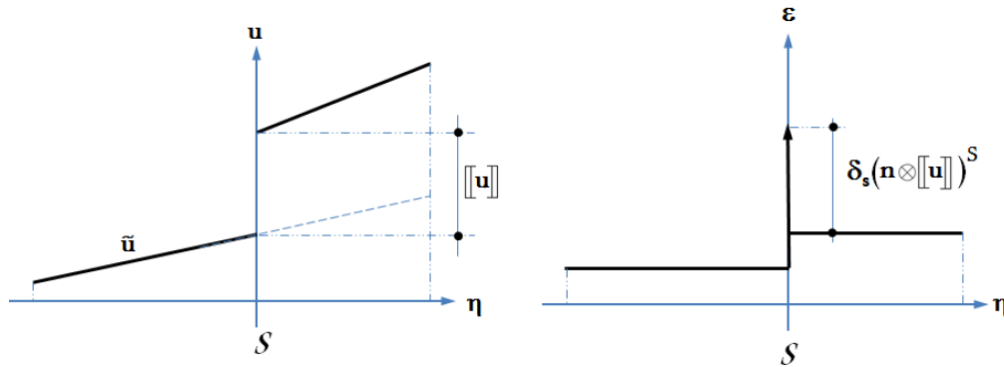
$$\delta_s = \begin{cases} 0 & \text{se } \eta \neq 0 \\ \infty & \text{se } \eta = 0 \end{cases} \quad (3.24)$$

e

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta_s d\eta = 1 \quad (3.25)$$

A figura 3.7 a seguir representa o campo de deslocamentos e de deformações para o regime de descontinuidade forte.

Figura 3.7 - Campo de deslocamentos e deformação no regime de descontinuidades forte.



Fonte: Adaptado de (OLIVEIRA, 2016).

Na situação limite, quando  $h \rightarrow 0$ , a deformação do elemento (Eq. (3.8)) torna-se similar a deformação do regime de descontinuidade forte (Eq. (3.20)), nos pontos da banda de localização ( $\mu_s = 1$ ). O campo de tensões correspondentes, de acordo com a ACDF, pode ser obtido por meio da relação constitutiva continua (tensão-deformação) com abrandamento de tensões, permitindo que tensões limitadas sejam obtidas mesmo de deformações ilimitadas (OLIVER, J., CERVERA, M. e MANZOLI, O., 1999; SEIXAS, 2015).

### 3.4 MODELO CONSTITUTIVO DE DANO

O modelo constitutivo proposto por Simo e Ju (1987) utiliza a teoria da mecânica do dano contínuo, baseada em processos termodinâmicos irreversíveis e na teoria das variáveis de estado, para descrever a degradação progressiva sofrida pelas propriedades mecânicas dos materiais antes do início de macro fissuras. Nesta seção será apresentado um modelo constitutivo de dano à tração adequado para representar o comportamento e a degradação da rigidez do material.

#### 3.4.1 Conceitos básicos do modelo de dano

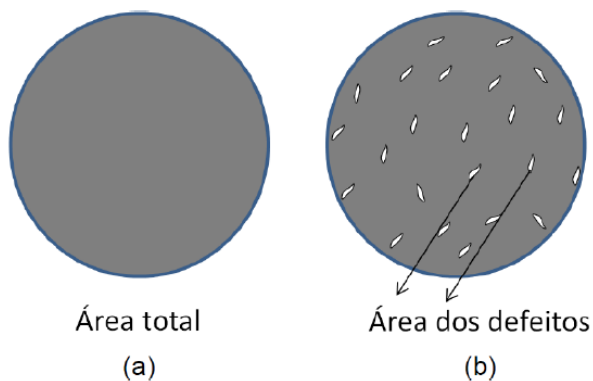
Adotando um modelo de dano isotrópico e homogêneo, onde o material se degrada igualmente em todas as direções, podemos representar a degradação da rigidez de um material como a variável escalar de dano  $d$ .

Que é definida pela razão entre a área dos defeitos  $A_D$ , e a área total  $A$ , representadas na figura 3.8.

$$d = \frac{A_D}{A} \quad (3.26)$$

onde,  $d = 0$  representa o material intacto, sem a ocorrência de dano,  $d = 1$  representa o material totalmente degradado e  $0 < d < 1$  que o material encontrasse em processo de degradação.

Figura 3.8 - Representação de um (a) material intacto e um (b) material degradado



Fonte: Adaptado de (BESERRA, 2015).

### 3.4.1.1 Tensão efetiva

A ocorrência do dano diminui a área que efetivamente resiste aos esforços, denominada de área efetiva  $\bar{A}$ , e que pode ser definida por:

$$\bar{A} = A - A_D \quad (3.27)$$

logo, tensão aparente  $\sigma$  expressa a força que está sendo aplicada sobre a área total da seção transversal

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (3.28)$$

e tensão efetiva  $\bar{\sigma}$  está associada à área efetiva.

$$\bar{\sigma} = \frac{F}{\bar{A}} \quad (3.29)$$

Substituindo a Eq. (3.27) na Eq. (3.26), tem-se:

$$d = \frac{A - \bar{A}}{A} = 1 - \frac{\bar{A}}{A} \Rightarrow \frac{\bar{A}}{A} = 1 - d \quad (3.30)$$

Relacionando, tensão aparente  $\sigma$  e tensão efetiva  $\bar{\sigma}$  com a Eq. (3.30):

$$\frac{\sigma}{\bar{\sigma}} = \frac{\bar{A}}{A} = 1 - d \Rightarrow \bar{\sigma} = \frac{\sigma}{(1 - d)} \quad (3.31)$$

Quando o material se encontra intacto, sem a ocorrência de dano,  $d = 0$ , a tensão efetiva é igual à tensão aparente e, conforme o material se degrada,  $d \rightarrow 1$ , a tensão efetiva tende ao infinito.

$$\bar{\sigma} = \begin{cases} \sigma & \text{se } d = 0 \\ \rightarrow \infty & \text{se } d \rightarrow 1 \end{cases} \quad (3.32)$$

### 3.4.1.2 Princípio da equivalência de deformações

O princípio da equivalência de deformações proposto por Lemaitre e Chaboche (1994), diz que qualquer comportamento de deformação, seja uniaxial ou multiaxial, de um material danificado é representado pelas leis constitutivas do material intacto, sem a ocorrência de dano, em que a tensão aparente  $\sigma$  é substituída pela tensão efetiva  $\bar{\sigma}$ . Com base neste princípio, a deformação elástica  $\varepsilon^e$  pode ser definida por:

$$\varepsilon^e = \frac{\bar{\sigma}}{E} = \frac{\sigma}{(1 - d)E} \quad (3.33)$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade e  $(1 - d)E$  representa o módulo de elasticidade do material degradado  $E_D$ .

### 3.4.1.3 Critério de degradação

O critério de degradação define o domínio elástico, região no espaço das tensões onde o comportamento do material é elástico linear, e pode ser definido por uma função de dano  $\phi$ :

$$\phi(\sigma) = \tau(\sigma) - q \leq 0 \quad (3.34)$$

onde  $\tau(\sigma)$  é a tensão equivalente, que define a forma do domínio elástico e  $q$  é a variável interna, que estabelece o tamanho do domínio elástico.

No espaço das tensões efetivas  $\bar{\sigma}$ , pode-se definir o critério de degradação da seguinte forma:

$$\frac{\phi(\sigma)}{(1-d)} = \frac{\tau(\sigma)}{(1-d)} - \frac{q}{(1-d)} \leq 0 \Rightarrow \phi(\bar{\sigma}) = \tau(\bar{\sigma}) - r \leq 0 \quad (3.35)$$

onde  $r = \frac{q}{(1-d)}$  é a variável interna que estabelece o tamanho do domínio elástico no espaço das tensões efetivas.

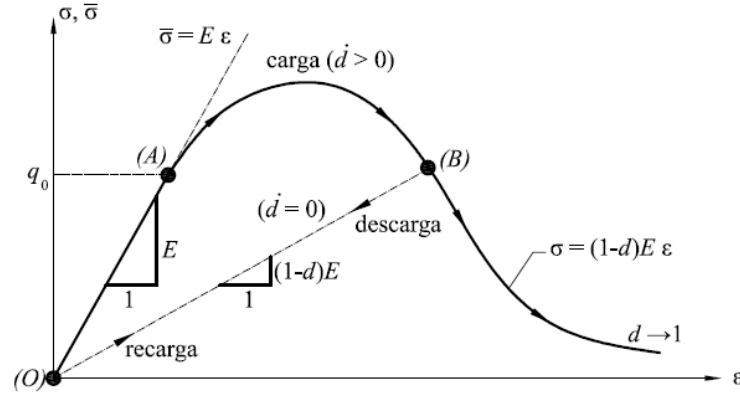
Escrevendo a variável dano  $d$  em função das variáveis internas  $q$  e  $r$ , temos:

$$d = 1 - \frac{q}{r} \quad (3.36)$$

### 3.4.1.4 Condição de carga e descarga

Para explicar melhor a evolução do dano, considere a figura 3.9. Onde o trecho  $\overline{OA}$  representa o regime elástico, onde não ocorre evolução do dano,  $\dot{d} = 0$ , e o critério de degradação é menor que zero,  $\phi(\bar{\sigma}) < 0$ ; no trecho  $\overline{AB}$  o regime é inelástico, onde ocorre evolução do dano,  $\dot{d} > 0$ , e o critério de degradação igual a zero,  $\phi(\bar{\sigma}) = 0$ , e nos trechos de descarga  $\overline{BO}$  e recarga  $\overline{OB}$ , o regime é elástico, onde o módulo de elasticidade é o do material degradado,  $E_D = (1-d)E$ , não ocorre evolução do dano,  $\dot{d} = 0$ , mas o critério de degradação igual a zero,  $\phi(\bar{\sigma}) = 0$ .

Figura 3.9 - Evolução da variável de dano. Curva tensão-deformação



Fonte: Adaptado de (MAEDO, 2015).

Pode-se então definir, para o modelo de dano, as condições de carga e descarga pelas relações de Kuhn-Tucker:

$$\begin{aligned}
 \text{se } \phi(\bar{\sigma}) < 0 &\Rightarrow \dot{d} = 0 \text{ (Regime elástico, sem dano)} \\
 \text{se } \phi(\bar{\sigma}) = 0 &\Rightarrow \begin{cases} \dot{\tau}(\bar{\sigma}) < 0 \Rightarrow \begin{cases} \dot{r} = 0 \\ \dot{d} = 0 \end{cases} & \text{(Descarga)} \\ \dot{\tau}(\bar{\sigma}) > 0 \Rightarrow \begin{cases} \dot{r} = \dot{r} > 0 \\ \dot{d} > 0 \end{cases} & \text{(Carga ou recarga)} \end{cases} \quad (3.37)
 \end{aligned}$$

#### 3.4.1.5 Lei de evolução da variável de dano

Devido a suas características individuais, os materiais podem se comportar de maneiras diferentes após o limite de elasticidade. Para o modelo de dano, o comportamento linear do material é regido por leis de endurecimento e abrandamento que podem ser escritas em função das variáveis internas  $q$  e  $r$ , da seguinte forma:

$$q(r) = q_0 + H(r - q_0) \quad (3.38)$$

onde  $q_0 = r_0$  e  $H$  é um parâmetro de endurecimento  $H > 0$ , ou abrandamento  $H < 0$ .

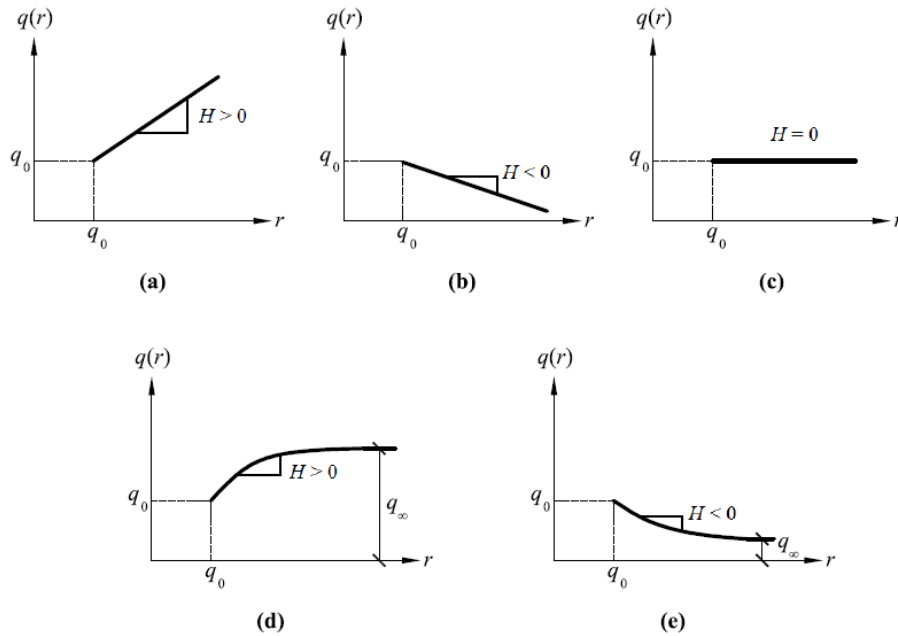
Para o comportamento exponencial, a lei de abrandamento passa a ser escrita em função de  $r$  e de  $A$  da seguinte maneira:

$$q(r) = q_0 e^{A(1 - \frac{r}{r_0})} \quad (3.39)$$

onde  $A$  é um parâmetro que controla a concavidade da lei exponencial.

A figura 3.10 ilustra possíveis funções de evolução da variável interna  $q(r)$ , as quais definem a lei de endurecimento/abrandamento das tensões: (a) endurecimento linear; (b) abrandamento linear; (c) dano perfeito; (d) endurecimento exponencial; (e) abrandamento exponencial.

Figura 3.10 - Funções de evolução da variável interna  $q(r)$ .



Fonte: Adaptado de (MAEDO, 2015).

### 3.5 MODELO CONSTITUTIVO DE DANO À TRAÇÃO

No modelo de dano à tração o material se degrada de acordo com o critério de dano quando submetido à tração, e mantém um comportamento elástico linear quando submetido à compressão (SEIXAS, 2015).

Neste trabalho foi adotado o modelo de dano à tração para problemas 2D e 3D apresentado por Sánchez, *et al.* (2014), onde a lei constitutiva, ao invés de utilizar tensões escalares, utiliza tensores de tensões:

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - d)\bar{\boldsymbol{\sigma}} \quad (3.40)$$

onde  $\boldsymbol{\sigma}$  é o tensor de tensões aparentes, a variável de dano  $d \in [0,1]$  e  $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$  é o tensor elástico de tensões efetivas definido por:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C} : \boldsymbol{\epsilon} \quad (3.41)$$

sendo  $\mathbf{C}$  o tensor elástico e  $\boldsymbol{\epsilon}$  o tensor de deformações.

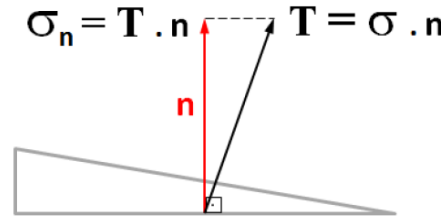


O critério de dano, que define o domínio elástico é definido por:

$$\phi(\sigma) = \tau(\sigma) - q(r) \leq 0 \quad (3.42)$$

onde  $\tau$  é a tensão equivalente que define o domínio elástico e  $q$  e  $r$  são as variáveis internas tipo tensão e deformação, respectivamente. Na técnica de fragmentação de malha, o tensor de tensões aparentes  $\sigma$  é projetado na direção normal à superfície da fratura (base do elemento), resultando no vetor de tensões  $T$  e sua componente normal  $\sigma_n$ , conforme a figura 3.11.

Figura 3.11 - Projeção do vetor de tensões na direção normal a base do elemento de interface



Fonte: Adaptado de (SANCHEZ, *et al.*, 2014).

No espaço das tensões efetivas  $\bar{\sigma}$ , pode-se definir o critério de dano da seguinte forma:

$$\phi(\bar{\sigma}, r) = (\bar{\sigma}_n) - r \leq 0 \quad (3.43)$$

Onde a variável interna que estabelece o tamanho do domínio elástico no espaço das tensões efetivas  $r = \frac{q}{(1-d)}$  varia entre o limite elástico  $r_0$  que é igual à resistência à tração do material  $f_t$  e a máxima tensão efetiva de tração  $\bar{\sigma}_n$ . A lei de evolução da variável  $r$  é dada por:

$$r = \text{Max}[\bar{\sigma}_n, r_0], \text{ com } r_0 = f_t \quad (3.44)$$

No modelo de dano à tração adotado utiliza-se a lei de abrandamento exponencial, a qual considera a energia de fratura do material e a espessura do elemento de interface, conforme a equação:

$$q(r) = f_t e^{\frac{f_t^2}{G_f E} h (1-r/f_t)} \quad (3.45)$$

onde  $f_t$  é a resistência a tração,  $G_f$  é a energia de fratura,  $E$  é o modulo de elasticidade e  $h$  é a espessura do elemento de interface.

### 3.6 ALGORITMO DE INTEGRAÇÃO IMPLÍCITO-EXPLÍCITO (IMPL-EX)

Proposto por Oliver, *et al.* (2008), o algoritmo de integração de tensões, IMPL-EX, é uma simplificação do algoritmo implícito com uma projeção explícita da variável de dano, diminuindo a não linearidade do algoritmo de integração.

As vantagens do algoritmo IMPL-EX são: a garantia de convergência e o menor custo computacional quando comparado ao algoritmo puramente implícito. A desvantagem é que o algoritmo descumpra a condição de consistência, e os resultados podem perder precisão ou apresentarem oscilações, problema que pode ser minimizado adotando-se pequenos incrementos de carga (SEIXAS, 2015).

O algoritmo IMPL-EX aplicado ao modelo de dano à tração trata da atualização da variável interna  $r$ , que estabelece o tamanho do domínio elástico, e é utilizada para calcular o dano corrente definido como:

$$\tilde{d}_{(i+1)} \leftarrow 1 - \frac{\tilde{q}_{(i+1)}}{\tilde{r}_{(i+1)}} \quad (3.46)$$

Onde:

$$\begin{aligned} \tilde{r}_{(i+1)} &\leftarrow r_{(i)} + \Delta r_{(i)} \\ \text{e} \\ \Delta r_{(i)} &= r_{(i)} - r_{(i-1)} \end{aligned} \quad (3.47)$$

E a matriz constitutiva tangente  $C_{tg}$  é definida:

$$\begin{aligned} C_{tg} &= \frac{\sigma_{(i+1)}}{\epsilon_{(i+1)}} = (1 - d)\mathbf{C} \quad \text{se } \bar{\sigma}_n > 0 \\ C_{tg} &= \frac{\sigma_{(i+1)}}{\epsilon_{(i+1)}} = \mathbf{C} \quad \text{se } \bar{\sigma}_n \leq 0 \end{aligned} \quad (3.48)$$

O algoritmo de integração IMPL-EX para o modelo de dano à tração como está implementado no programa de elementos finitos CODE-BRIGHT pode ser resumido, conforme a indicado na tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Fluxograma da integração IMPL-EX para o modelo de dano à tração.

**Entrada:**  $\epsilon_{(i+1)}, \bar{\sigma}_{nn(i)}, r_{(i)}, \Delta r_{(i)}$

I. Calcula o tensor de tensões efetivas no passo  $i + 1$

$$\bar{\sigma}_{(i+1)} \leftarrow \mathbf{C} : \epsilon_{(i+1)}$$

II. Calcula a tensão equivalente

$$\bar{\tau}_{(i+1)} \leftarrow \bar{\sigma}_{nn(i+1)} = \mathbf{n} \cdot \bar{\sigma}_{(i+1)} \cdot \mathbf{n}$$

III. Verifica a condição de carga e descarga

Se  $r_{(i)} > \bar{\sigma}_{nn(i+1)}$  então

$$r_{(i+1)} \leftarrow r_{(i)}$$

senão

$$r_{(i+1)} \leftarrow \bar{\sigma}_{nn(i+1)}$$

Fim

IV. Calcula o incremento da variável interna

$$\Delta r_{(i+1)} = r_{(i+1)} - r_{(i)}$$

V. Calcula a extrapolação linear explícita de  $r$

$$\tilde{r}_{(i+1)} \leftarrow r_{(i)} + \Delta r_{(i)}$$

VI. Atualiza os valores das variáveis  $q$  e  $d$ , regido por leis de endurecimento e abrandamento

$$\tilde{q}_{(i+1)} \leftarrow r_{(i)} e^{A \left( 1 - \frac{\tilde{r}_{(i+1)}}{r_{(i)}} \right)}$$

$$\tilde{d}_{(i+1)} \leftarrow 1 - \frac{\tilde{q}_{(i+1)}}{\tilde{r}_{(i+1)}}$$

VII. Atualiza o valor da tensão

$$\tilde{\sigma}_{(i+1)} \leftarrow (1 - \tilde{d}_{(i+1)}) \bar{\sigma}_{(i+1)} \quad \text{se } \bar{\sigma}_{nn(i)} > 0$$

$$\tilde{\sigma}_{(i+1)} \leftarrow \bar{\sigma}_{(i+1)} \quad \text{se } \bar{\sigma}_{nn(i)} \leq 0$$

**Saída:**  $\tilde{\sigma}_{(i+1)}, \bar{\sigma}_{nn(i+1)}, r_{(i+1)}, \Delta r_{(i+1)}$

Fonte: Adaptado de (MAEDO, 2015)

### 3.7 LEI DE EVOLUÇÃO DA PERMEABILIDADE

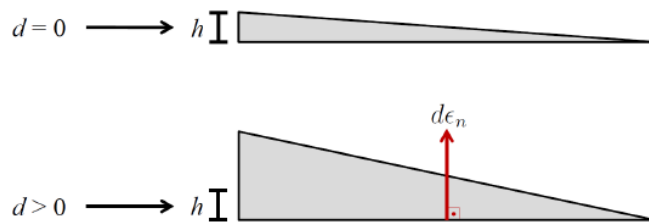
Neste trabalho foi adotado o conceito de placas paralelas, que consiste na maneira mais simples para se estudar o fluxo de fluido por um meio fraturado, o qual considera uma única fratura de abertura constante  $h$ , formada por duas placas de superfícies lisas e impermeáveis (SNOW, 1965; WITHERSPOON, *et al.*, 1980). O fluxo no plano de fratura é estudado com base na solução da equação de Navier-Stokes para um fluxo em uma única fratura de abertura constante  $h$ , limitada por dois painéis impermeáveis (BEAR, 2013), conforme a equação:

$$K = \frac{h^2}{12} \quad (3.49)$$

O modelo de placas paralelas é aplicado aos elementos de interface no momento em que eles passam a sofrer dano,  $d > 0$ , apresentando deformação inelástica, e a representação da abertura passa a ser dada por meio do salto de deslocamento do elemento. A componente inelástica do tensor de deformações normal à base do elemento, dada por  $d\epsilon_n$ , multiplicada pela espessura  $h$  do elemento, torna-se uma medida aproximada para a abertura de descontinuidade no elemento, conforme representado na figura 3.12.

$$[[u]]_n \approx d\epsilon_n h \quad (3.50)$$

Figura 3.12 - Representação da abertura da descontinuidade no elemento de interface. Quando  $d = 0$  não há deformação inelástica (não há salto). Quando  $d > 0$  há deformação inelástica (há salto).



Fonte: Adaptado de (CLETO, 2016)

O acoplamento hidromecânico do problema de fraturamento hidráulico pode ser definido pela evolução da permeabilidade da fratura em função do salto de deslocamento calculado pelo problema mecânico. Com isso, a variação da permeabilidade no elemento de interface é dada pela seguinte equação:

$$K = \frac{[[u]]_n^2}{12} \quad (3.51)$$

Onde  $\llbracket u \rrbracket_n$  é a componente do salto do campo de deslocamentos projetado na direção normal à fratura. A componente do salto é calculada em função da deformação volumétrica do elemento de interface e da espessura  $h$ .

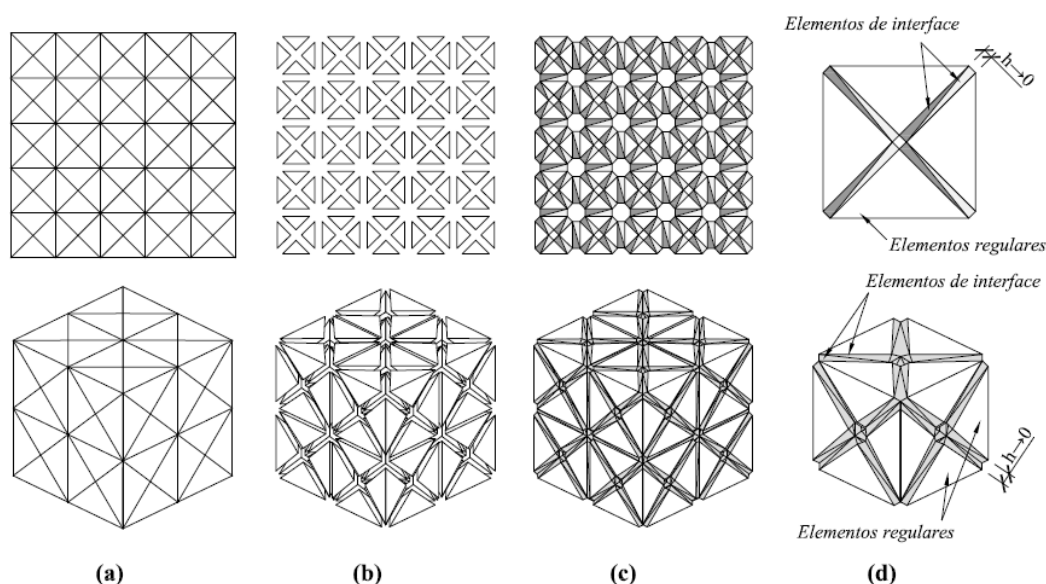
$$\llbracket u \rrbracket_n = \varepsilon_v h \quad (3.52)$$

#### 4 TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DE MALHA

A técnica de fragmentação de malha consiste em inserir elementos de interface (elementos finitos de elevada razão de aspecto) entre os elementos regulares de uma malha de elementos finitos, permitindo reproduzir os efeitos do processo de formação, propagação e/ou reativação de fraturas. O processo de fraturamento ocorre nos elementos de interface, o qual se atribui um modelo de dano à tração, permitindo que eles tenham comportamento não linear, e não nos elementos regulares, o qual é atribuído um modelo elástico linear.

A figura 4.1 ilustra os passos da técnica de fragmentação de malha proposta para problemas 2D e 3D. Primeiro as coordenadas dos nós serão alteradas, reduzindo o tamanho dos elementos finitos da malha original (elementos regulares) (Fig. 4.1a), criando um pequeno espaço entre os elementos adjacentes (Fig. 4.1b) onde será inserido um par de elementos finitos de interface (elementos finitos de elevada razão de aspecto) (Fig. 4.1c).

Figura 4.1 - Técnica de fragmentação de malha para problemas 2D e 3D. (a) malha original (elementos regulares); (b) malha fragmentada; (c) malha com elementos de interface entre os elementos regulares; (d) par de elementos regulares entre os elementos de interface.

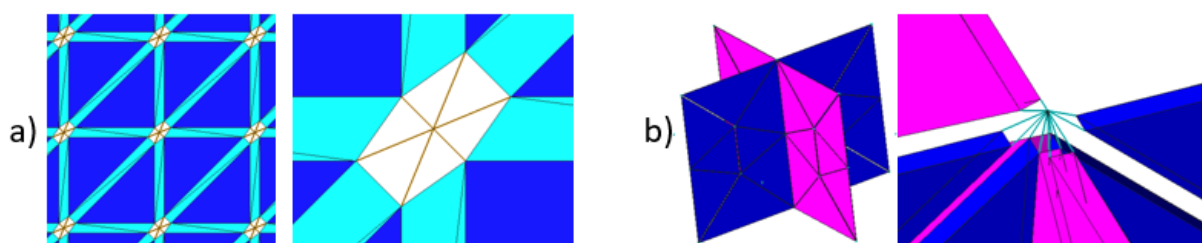


Fonte: Adaptado de (MAEDO, 2015)

Manzoli, *et al.* (2016) recomendam que a espessura do elemento de interface seja de 1% do tamanho típico dos elementos regulares, desde que o tamanho dos elementos regulares tenha sido escolhido para capturar com precisão o campo de tensão (elástico) antes da formação da fissura, posto que elementos regulares menores produzem respostas mais precisas.

O processo de fragmentação da malha e inserção dos elementos de interface entre os elementos regulares resulta no aparecimento de “buracos” na malha, os quais são isentos de quaisquer propriedades. Segundo Seixas (2015) e Manzoli, *et al.* (2016), a influência desses buracos na simulação de casos mecânicos pode ser desconsiderada, pois suas dimensões são muito pequenas em relação à dimensão do problema. Já para a simulação de casos hidráulicos, quando ocorre o fraturamento, esses buracos representam um obstáculo impedindo o fluxo entre os elementos de interface. Portanto, para permitir o fluxo entre os elementos de interface na simulação de casos hidráulicos, o programa de fragmentação de malha possui a opção da criação de um nó no centro de cada buraco e de segmentos lineares conectando os elementos de interface, como pode ser observado na figura 4.2. Esses segmentos lineares apresentam permeabilidade muito alta em relação à permeabilidade da rocha. A entrada **imat\_hole\_1d** define o material que será atribuído aos segmentos lineares.

Figura 4.2 - Segmentos lineares conectando os elementos de interface: (a) 2D; (b) 3D.



Fonte: Autor.

#### 4.1 PROGRAMA FRAGMENTA

Na fase de pré-processamento, primeiro foi utilizado o software gratuito Gmsh para definir a geometria inicial, as condições de contorno mecânicas e hidráulicas, as propriedades dos materiais e gerar um arquivo “.msh” contendo todas essas informações; em seguida este arquivo foi processado por uma rotina do P3MATPac (Pre- and Post-Processing MATLAB package) (TEIXEIRA *et al.*, 2017), uma coleção de rotinas, funções e extensões que fornece operações de alto nível para tarefas de pré e pós-processamento dentro do grupo de pesquisa LMCG, o que origina um arquivo “\_gri.dat” contendo todas as informações da malha de elementos regulares a ser fragmentada.

Neste trabalho apresentamos uma atualização do programa Fragmenta, apresentado por Seixas (2015). A atualização integra o programa Fragmenta ao P3MATPac. Com essa integração o usuário necessita apenas do arquivo de entrada de dados “main\_fragmenta.m” junto ao arquivo contendo as informações da malha de elementos regulares “\_gri.dat” para a

execução do programa, o qual acessa de forma automática as rotinas de fragmentação e de geração dos arquivos de saída escolhidos pelo usuário. Dentre as opções de arquivos de saída, os mais importantes são: “\_gri.dat” e “\_gen.dat” os quais contêm todas as informações da malha final com os elementos de interface inseridos, condições de contorno e os dados de entrada necessários para passar pelo processo de análise em elementos finitos feita pelo *software* CODE-BRIGHT. Tem-se também como opções de saída os arquivos “.msh” e “.res” que permitem a prévia visualização de todas as condições iniciais da malha final através do *software* comercial GiD®, o “.msh” é responsável pela visualização das informações dos elementos e materiais e o “.res” é responsável pela visualização das condições de contorno, possibilitando executar correções antes da análise em elementos finitos.

Na fase de pós-processamento os arquivos “.msh” e “.res” são atualizados com os resultados das simulações, sendo visualizados e analisados pelo mesmo software.

Além das atualizações do programa Fragmenta que serão descritas e ilustradas mais adiante, também foram feitas atualizações no P3MATPac, nas seguintes sub-rotinas:

- **<msh2G.m>** Foi adicionada a criação de elementos triangulares bidimensionais (2D) em malhas tridimensionais (3D), tornando possível determinar um material para esses elementos e permitindo que sejam inseridas condições de contorno mecânicas e hidráulicas.,
- **<gidWriter.m>** Sub-rotina responsável por gerar o arquivo “.msh” que permite a visualização no GiD®. Foram adicionadas novas possibilidades de elementos.

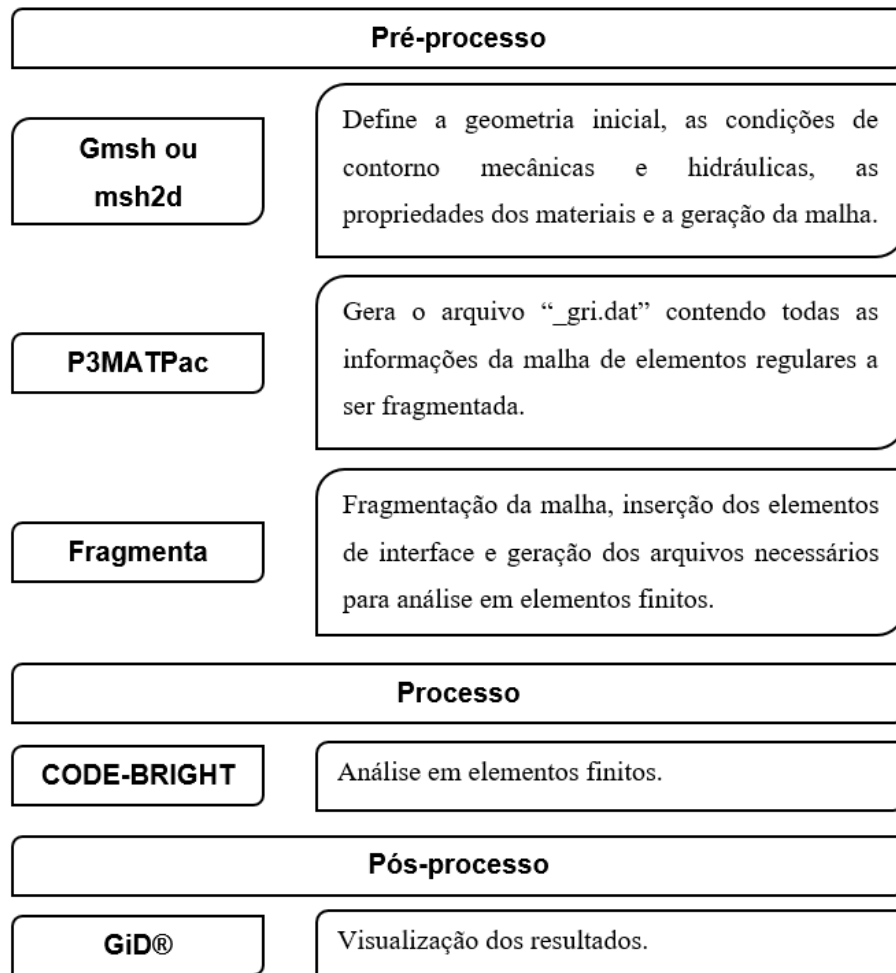
E foram criadas e integradas ao P3MATPac as sub-rotinas:

- **<resWriter.m>** Sub-rotina criada para gerar o arquivo “.res” que permite visualizar no GiD® as condições de contorno (mecânicas e hidráulicas).
- **<frag\_inserire\_fraturas.m>** Sub-rotina que permite inserir fraturas aleatórias nos elementos de interface.
- **<frag\_struct\_G.m>** Sub-rotina que converte as informações da malha fragmentada em uma estrutura G, que é responsável pela integração entre o fragmenta e o P3MATPac.
- **<fragmenta.m>** Sub-rotina responsável pela fragmentação e inserção dos elementos de interface.



A figura 4.3 apresenta um resumo das etapas necessárias para realizar as análises em elementos finitos, descritas anteriormente.

Figura 4.3 - Esquematisação das etapas necessárias para análise em elementos finitos de problemas de fraturamento.



Fonte: Autor.

A tabela 4.1 descreve os dados que devem ser informados no arquivo de entrada “main\_fragmenta.m” do programa Fragmenta.

Tabela 4.1 - Dados que devem ser informados no arquivo " main\_fragmenta.m ".

| <b>Entrada</b>          | <b>Descrição</b>                                                                                                                                                                                    |
|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>model_name</b>       | Nome do modelo a ser fragmentado (*_gri.dat).                                                                                                                                                       |
| <b>thick</b>            | Espessura dos elementos de interface.                                                                                                                                                               |
| <b>imat</b>             | Materiais das regiões a serem fragmentadas.                                                                                                                                                         |
| <b>imat_joint_fragm</b> | Materiais que serão atribuídos aos elementos de interface nas regiões fragmentadas.                                                                                                                 |
| <b>imat_joint_conti</b> | Materiais que serão atribuídos aos elementos de interface inseridos nas regiões de contato com materiais.                                                                                           |
| <b>imat_joint_bound</b> | Materiais que serão atribuídos aos elementos de interface inseridos nas regiões de fronteira da malha.                                                                                              |
| <b>IJC_ent</b>          | Entrada associada à entrada <b>imat_joint_conti</b> . Permite outra maneira de definir os materiais que serão atribuídos aos elementos de interface inseridos nas regiões de contato com materiais. |
| <b>imat_hole_1d</b>     | Material que será atribuído aos segmentos lineares que conectam o nó no centro dos buracos e os elementos de interface.                                                                             |
| <b>imat_hole_conti</b>  | Materiais que serão atribuídos aos elementos criados nos buracos nas regiões fragmentadas.                                                                                                          |
| <b>imat_hole_bound</b>  | Materiais que serão atribuídos aos elementos criados nos buracos nas regiões de fronteira da malha.                                                                                                 |
| <b>ibcondmech</b>       | Condição de contorno mecânica de apoio totalmente fixo que será atribuído aos nós no centro dos buracos.                                                                                            |
| <b>mporo</b>            | Porosidade dos materiais.                                                                                                                                                                           |
| <b>GLiopt</b>           | Opção de inserir ou não fraturas aleatórias.                                                                                                                                                        |
| <b>GLnewmat</b>         | Material que será atribuído às fraturas.                                                                                                                                                            |
| <b>GLQfrat</b>          | Número de fraturas aleatórias geradas.                                                                                                                                                              |

Fonte: Autor.

A figura 4.4 apresenta a interface do arquivo de entrada de dados “main\_fragmenta.m”, onde temos todos os dados apresentados na tabela 4.1.

Figura 4.4 - Interface do arquivo de entrada de dados “main\_fragmenta.m”.

```

1  %% Entradas do programa FRAGMENTA
2
3  %% Limpa dados anteriores
4  clear
5  clc
6
7  %% Dados de fragmentacao:
8  model_name='exemplo';           % nome do modelo a ser fragmentado (*.gri.dat)
9  thick=0.1;                      % espessura dos elementos de interface
10 imat=[2 4];                    % materiais a serem fragmentado
11 imat_joint_fragm=[5 6];        % materiais das interfaces nas regioes fragmentadas
12 imat_joint_conti=[7 8];        % materiais das interfaces no contato com outros materiais
13 imat_joint_bound=[9 10];       % materiais das interfaces na fronteira da malha
14 IJC_ent = [0 0;0 0];           % Usar caso imat_joint_conti=-2 ou -3 (ver manual)
15 imat_hole_ld=0;                 % material do segmento linear
16 imat_hole_conti=[0]; % 2D!     % materiais dos buracos nas regioes fragmentadas
17 imat_hole_bound=[0]; % 2D!     % materiais dos buracos nas regioes de fronteira da malha
18 ibcondmech=0;                  % condicao de contorno mecanica de apoio totalmente fixo
19 mporo = [0.01,0.02,0.03,0.04,0.05,0.06,0.07,0.08,0.09,0.10]; % porosidade (de cada material)
20 % OBS: ao atribuir ZERO para uma das variaveis imat_*, seu respectivo material NAO sera gerado.
21
22 %% Inserir fraturas aleatorias nos elementos de interface
23 GLiopt=0;                       % 0=nao insere; 1=insere.
24 GLnewmat=0;                     % material da fratura criada
25 GLQfrat=0;                      % quantidade de fraturas criadas

```

Fonte: Autor.

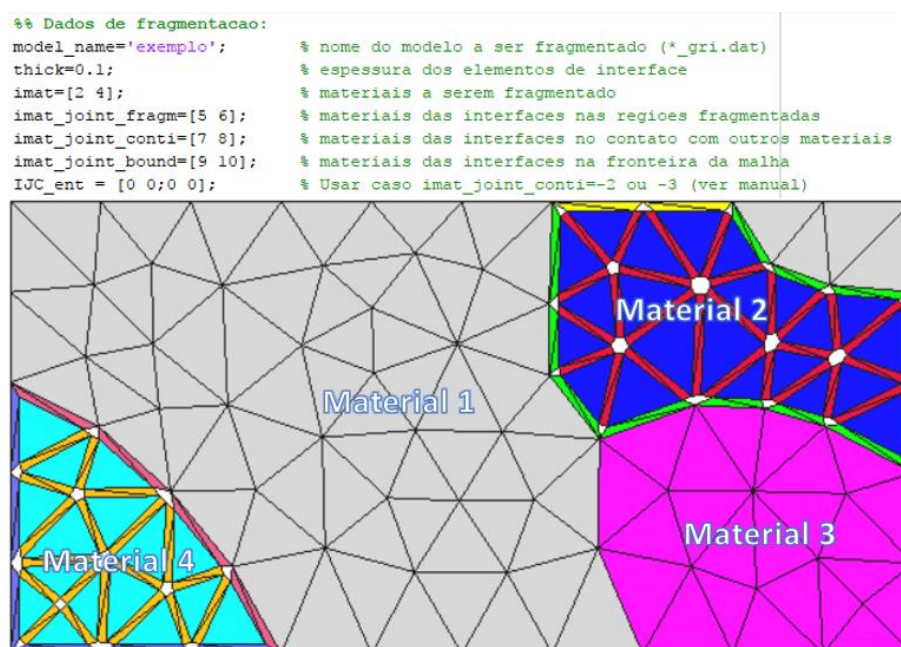
As atualizações no programa Fragmenta realizadas neste trabalho propõem as seguintes melhorias:

- Os elementos de interface podem ser inseridos em mais de uma região específica;
- Os materiais que serão atribuídos aos elementos de interface podem ser escolhidos para cada região específica;
- Os materiais que serão atribuídos aos elementos de interface inseridos nas regiões de contato com outros materiais podem ser escolhidos para cada região específica ou a depender do material em contato.
- Os materiais que serão atribuídos aos elementos de interface inseridos nas regiões de fronteira da malha podem ser escolhidos para cada região.
- Aceita e fragmenta malha com elementos regulares quadriláteros (malha 2D);
- Aceita e fragmenta malha com linhas como material (malha 2D);
- Aceita e fragmenta malha com planos como material (malha 3D);
- Fragmenta somente linhas (malha 2D);
- Fragmenta somente planos (malha 3D);
- Insere fraturas totalmente aleatórias.

A seguir será explicado como deve ser efetivada a edição dos dados no arquivo “main\_fragmenta.m”, ilustrando todas as melhorias realizadas neste trabalho no programa de fragmentação de malha.

Na figura 4.5 a entrada **model\_name**=‘exemplo’ indica que serão usadas para o processo de fragmentação as informações de uma malha de elementos finitos contidas no arquivo “exemplo\_gri.dat”. **thick** será a espessura do elemento de interface, nos exemplos utilizados, para demonstrar como deve ser feita a edição de dados, foi de 0.1 para permitir uma melhor visualização. Como informado anteriormente, Manzoli, *et al* (2016) recomendam que a espessura do elemento de interface seja de 1% do tamanho típico dos elementos regulares. **imat** indica as regiões que serão fragmentadas, no exemplo da figura 4.5, as regiões dos materiais 2 e 4 foram fragmentadas. Podem ser fragmentadas quantas regiões forem necessárias, basta indicar os materiais das regiões a serem fragmentadas.

Figura 4.5 - Edição do arquivo de entrada de dados. Nome do modelo, espessura dos elementos de interface, materiais a serem fragmentados, materiais que serão atribuídos nas interfaces: da região fragmentada, no contato com outros materiais e na região de fronteira da malha.

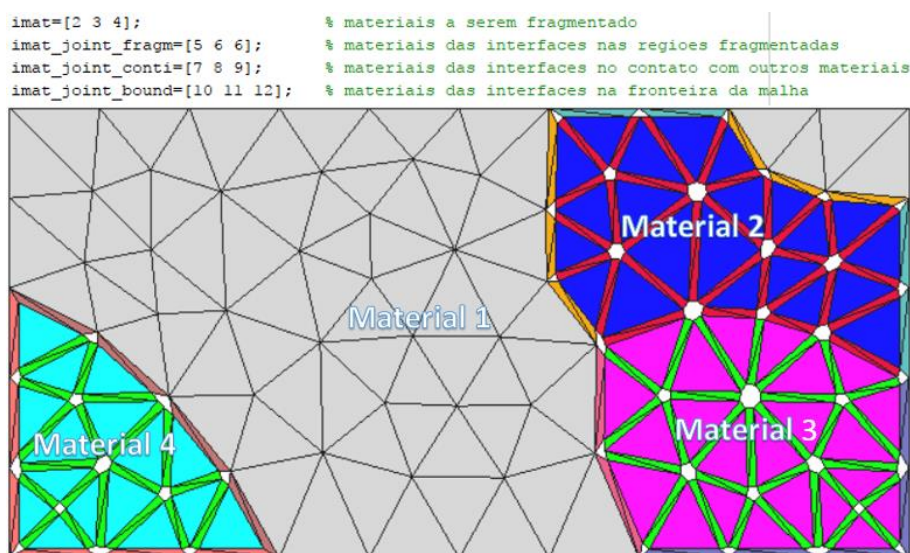


Fonte: Autor.

O programa Fragmenta possibilita atribuir diferentes materiais aos elementos de interface no interior da região fragmentada e nos limites dessa região (contato com outros materiais e/ou limite da malha). As entradas **imat\_joint\_fragm**, **imat\_joint\_conti** e **imat\_joint\_bound** indicam esses materiais.

**imat\_joint\_fragm** permite inserir os materiais que serão atribuídos aos elementos de interface nas regiões fragmentadas. No exemplo da figura 4.5 vemos que para cada entrada de região a ser fragmentada **imat**=[2 4] temos uma entrada equivalente de materiais que serão atribuídos aos elementos de interface nas regiões fragmentadas **imat\_joint\_fragm**=[5 6]. Assim, o material do elemento de interface da região 2 será 5, representado pela cor vermelha, e da região 4 será 6, representado pela cor laranja. Também se pode definir o mesmo material para os elementos de interface em diferentes regiões de duas maneiras: a primeira funciona de forma análoga ao que foi explicado, onde para cada entrada **imat**=[2 3 4] temos uma equivalente **imat\_joint\_fragm**=[5 6 6], onde o material do elemento de interface da região 2 será 5, representado pela cor vermelha e das regiões 3 e 4 será 6, representado pela cor verde, conforme ilustrado na figura 4.6.

Figura 4.6 - Edição da entrada de dados. Detalhe nos materiais que serão atribuídos nas interfaces da região fragmentada, onde é atribuído o mesmo material de interface em diferentes regiões.



Fonte: Autor.

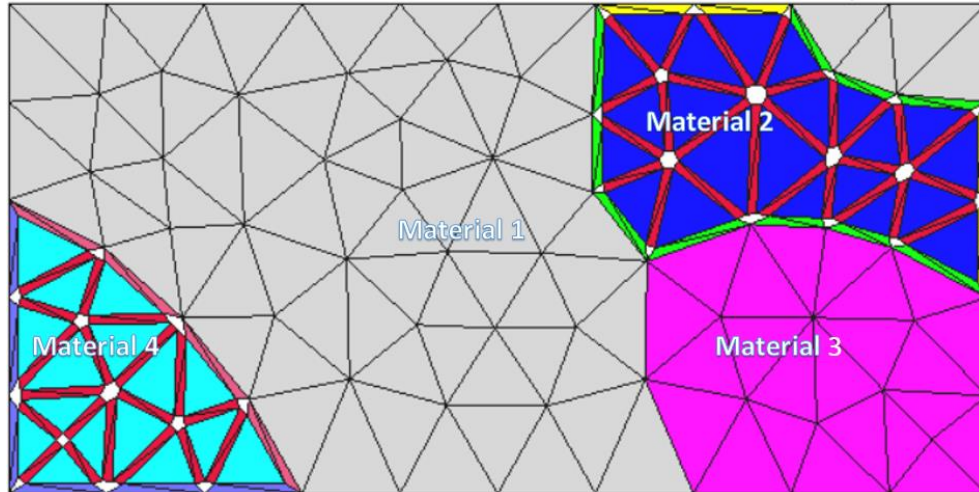
Também podemos observar na figura 4.6 que, quando duas regiões em contato são fragmentadas, (2) e (3), o material da interface de contato entre essas regiões é criado com material igual ao material inserido na região fragmentada primeiro (material 5, representado pela cor vermelha).

A segunda maneira funciona quando todos os materiais de interface nas regiões fragmentas forem iguais, onde, independentemente do número de regiões fragmentadas **imat**=[2 4], o material do elemento de interface nas regiões será o mesmo **imat\_joint\_fragm**=[5], como podemos observar na figura 4.7.



Figura 4.7 - Edição da entrada de dados. Detalhe nos materiais que serão atribuídos nas interfaces da região fragmentada, onde é atribuído o mesmo material de interface para todas as regiões.

```
imat=[2 4]; % materiais a serem fragmentado
imat_joint_fragm=[5]; % materiais das interfaces nas regioes fragmentadas
imat_joint_conti=[6 7]; % materiais das interfaces no contato com outros materiais
imat_joint_bound=[8 9]; % materiais das interfaces na fronteira da malha
```

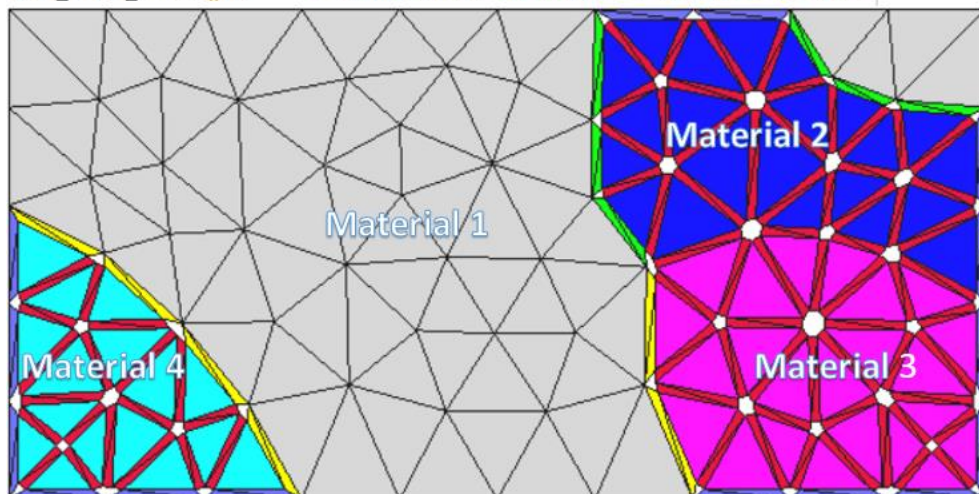


Fonte: Autor.

As formas de atribuição dos materiais das interfaces nas regiões fragmentadas (**imat\_joint\_fragm**) exemplificadas anteriormente podem ser usadas da mesma maneira para a atribuição dos materiais das interfaces em contato com outros materiais (**imat\_joint\_conti**), e dos materiais das interfaces nas regiões de fronteira da malha (**imat\_joint\_bound**) (figura 4.8).

Figura 4.8 - Edição do arquivo de entrada de dados. Materiais a serem fragmentados, materiais que serão atribuídos nas interfaces: da região fragmentada, no contato com outros materiais e na região de fronteira da malha.

```
imat=[2 3 4]; % materiais a serem fragmentado
imat_joint_fragm=[5]; % materiais das interfaces nas regioes fragmentadas
imat_joint_conti=[6 7 7]; % materiais das interfaces no contato com outros materiais
imat_joint_bound=[8]; % materiais das interfaces na fronteira da malha
```

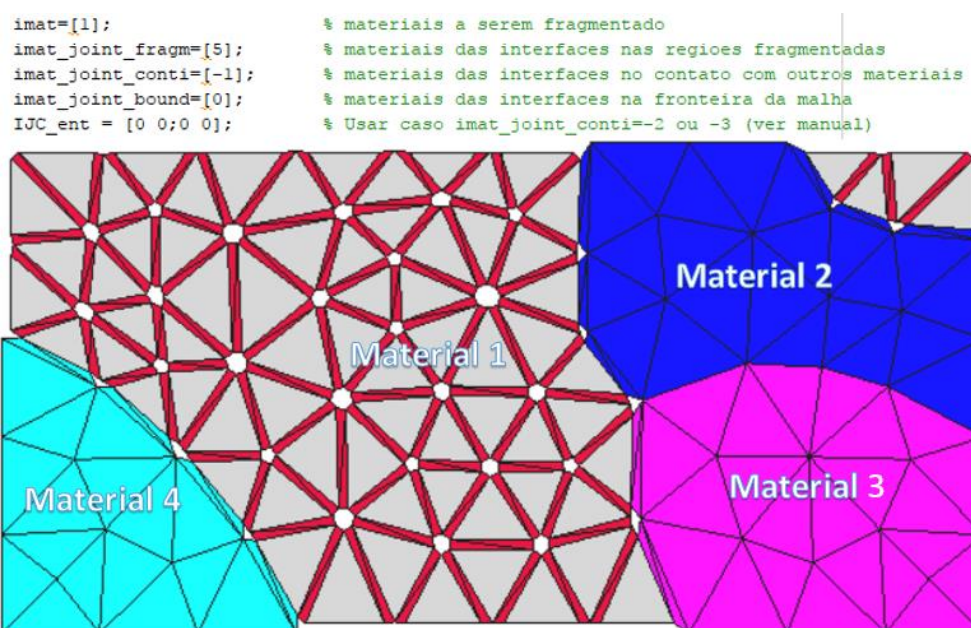


Fonte: Autor.

Além das maneiras de atribuição de materiais já explicadas, existem as opções [-1], [-2] e [-3] para o **imat\_joint\_conti**, onde os materiais que serão atribuídos aos elementos de interface inseridos nas regiões de contato com outros materiais serão definidos pelo material da região em contato.

Quando **imat\_joint\_conti**= [-1], o material que será atribuído ao elemento de interface inserido na região de contato com outros materiais será igual ao material da região em contato. Na figura 4.9, o material fragmentado (1) está em contato com os materiais (2), (3) e (4) e nas interfaces de contato são atribuídos automaticamente os materiais que estão em contato.

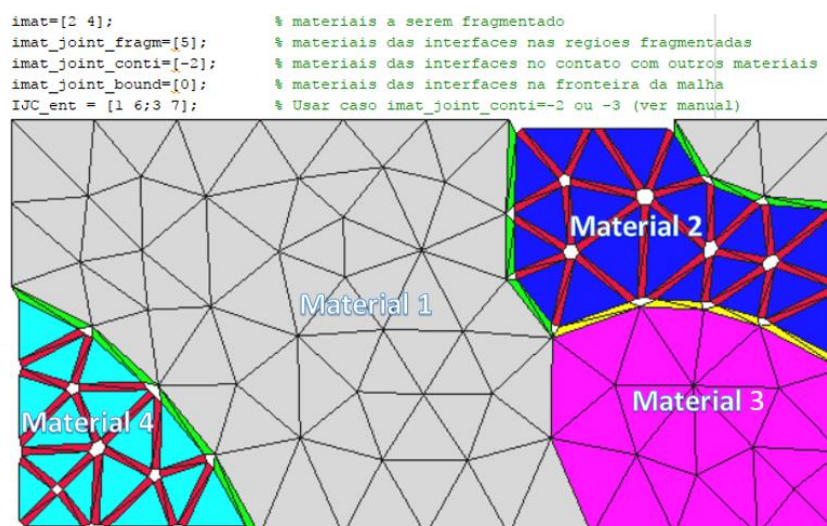
Figura 4.9 - Edição do arquivo de entrada de dados. Detalhe nos materiais que serão atribuídos nas interfaces de contato com outros materiais (**imat\_joint\_conti**= [-1]).



Fonte: Autor.

Quando **imat\_joint\_conti**= [-2], devemos utilizar a entrada **IJC\_ent**, informando o material da região em contato seguido do material que será atribuído ao elemento de interface na região de contato. Na figura 4.10, na entrada **IJC\_ent**=[1 6; 3 7], informamos o material em contato (1) seguido do material (6), representado pela cor verde, que será atribuído ao elemento de interface no contato com a região (1), já para a região de contato com material (3) será atribuído o material (7), representado pela cor amarela.

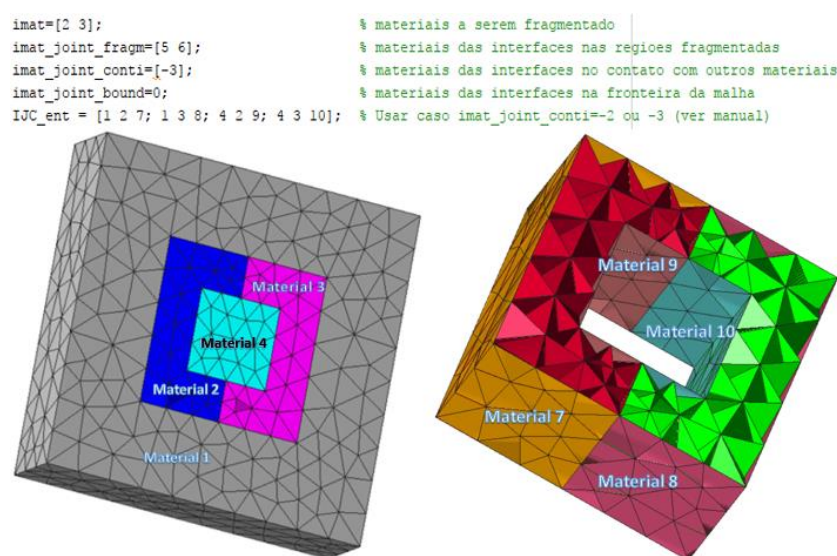
Figura 4.10 - Edição do arquivo de entrada de dados. Detalhe nos materiais que serão atribuídos nas interfaces de contato com outros materiais (**imat\_joint\_conti**= [-2]) e utilização da entrada **IJC\_ent**.



Fonte: Autor.

Quando **imat\_joint\_conti**= [-3], utilizamos a entrada **IJC\_ent**, informando 3 valores, na seguinte ordem: o material da região em contato, o material da região fragmentada e o material que será atribuído ao elemento de interface na região de contato entre essas duas regiões. A figura 4.11, mostra que na interface entre os materiais (1) e (2) foi inserido o material (7), entre os materiais (1) e (3) foi inserido o material (8), entre os materiais (4) e (2) foi inserido o material (9) e entre os materiais (4) e (3) foi inserido o material (10).

Figura 4.11 - Edição do arquivo de entrada de dados. Detalhe nos materiais que serão atribuídos nas interfaces de contato com outros materiais (**imat\_joint\_conti**= [-3]) e utilização da entrada **IJC\_ent**.



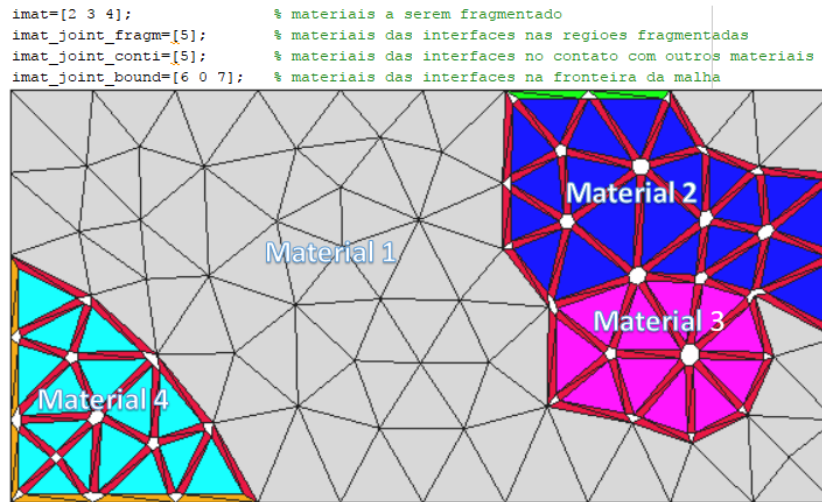
Fonte: Autor.

A entrada **imat\_joint\_bound** pode ser editada conforme a figura 4.12, onde os materiais (2), (3) e (4) foram fragmentados, mas somente os materiais (2) e (4) fazem contato com os



limites da malha. Assim, para cada entrada **imat**= [2 3 4] temos uma entrada equivalente **imat\_joint\_bound**= [6 0 7]. Podemos observar que, mesmo para o material (3), que não faz contato com os limites da malha, deve ser informado um valor de entrada.

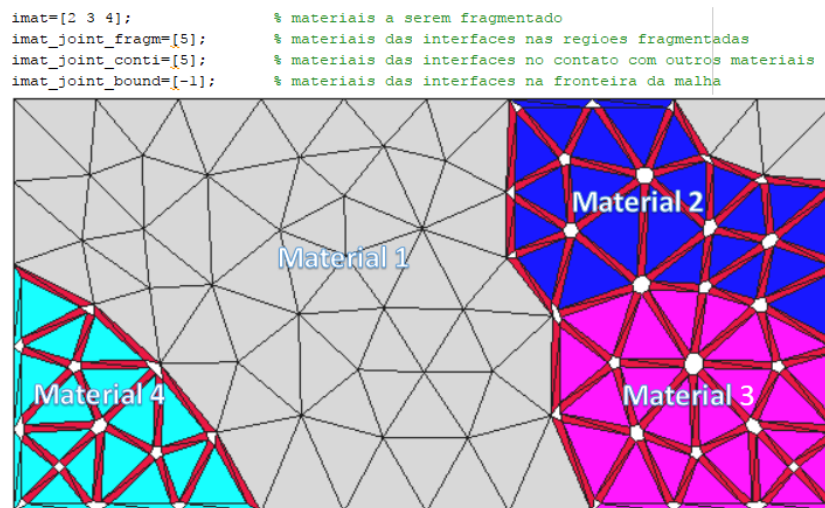
Figura 4.12 - Edição do arquivo de entrada de dados. Detalhe nos materiais que serão atribuídos aos elementos de interface inseridos nas regiões de fronteira da malha.



Fonte: Autor.

Temos também a opção **imat\_joint\_bound**= [-1], onde o material que será atribuído ao elemento de interface inserido nos limites da malha será igual ao material da região em contato, conforme a figura 4.13.

Figura 4.13 - Edição do arquivo de entrada de dados. Detalhe nos materiais que serão atribuídos aos elementos de interface inseridos nas regiões de fronteira da malha (**imat\_joint\_bound**= [-1]).



Fonte: Autor.

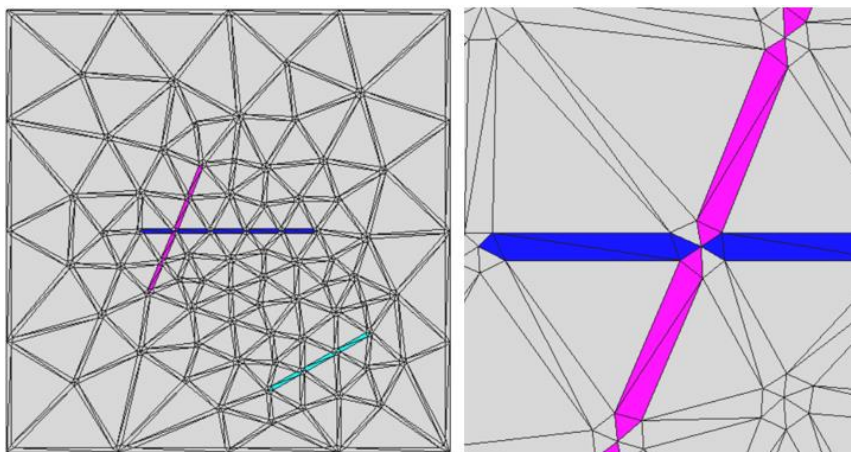
Nos reservatórios naturalmente fraturados, as fraturas podem representar um caminho preferencial para o fluxo de fluidos. A propagação da fratura ocorre em função do estado de tensão atuante no meio. Porém, no fraturamento hidráulico a existência de fraturas naturais torna o problema muito mais complexo que em meios contínuos, sem fraturas naturais.

Em um reservatório naturalmente fraturado, constituído por matriz e fratura, a deformabilidade de fratura pode ser maior do que a deformabilidade da matriz. O contraste entre estes valores depende de muitos fatores, como por exemplo, o grau de cimentação das fraturas, a orientação das fraturas, as tensões *in situ* e a pressão de poros no reservatório. Desse modo, pensando em compreender as características da rede de fraturas e de simular numericamente o seu comportamento, o programa Fragmenta foi atualizado para identificar e aceitar as fraturas naturais preexistentes através de linhas, como material em malhas 2D e planos como material em malhas 3D.

O programa Fragmenta reconhece de forma automática as linhas e os planos existentes na malha original, transformando-os em elementos de interface, permitindo simulação das discontinuidades preexistentes. A fragmentação das linhas ou dos planos pode ocorrer de duas formas, estando as linhas ou os planos embebidos na região a ser fragmentada, ou indicando diretamente as linhas ou os planos como a região a ser fragmentada.

A figura 4.14, mostra uma malha 2D que possuía 3 linhas embebidas, após o processo de fragmentação.

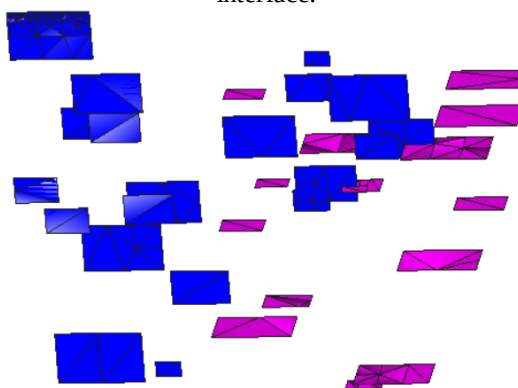
Figura 4.14 - Malha 2D fragmentada, onde as linhas preexistentes foram transformadas em elementos de interface.



Fonte: Autor.

A figura 4.15 mostra uma malha 3D com 35 planos, divididos em dois materiais, o material (2), em azul, para os planos verticais e o material (3), em rosa, para os planos horizontais, após o processo de fragmentação.

Figura 4.15 - Malha 3D fragmentada, onde os planos preexistentes foram transformados em elementos de interface.

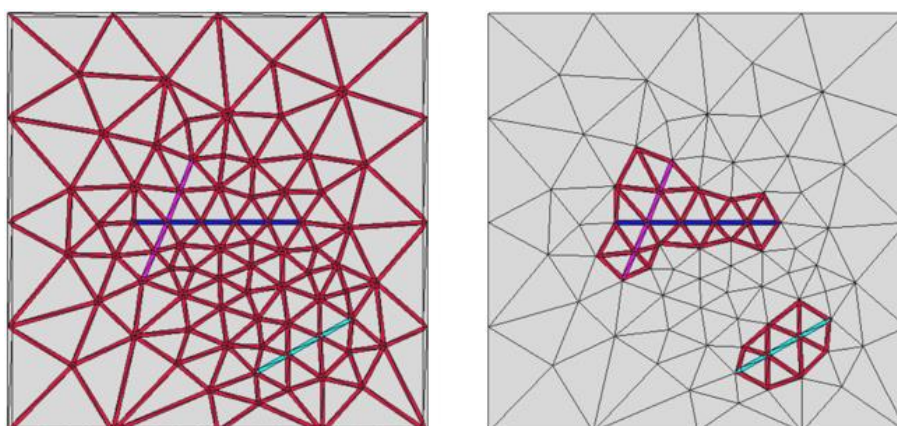


Fonte: Adaptado de (ASSIS, 2017).

Fragmentar toda a malha pode aumentar o problema de maneira excessiva, uma vez que a técnica de fragmentação de malha consiste em inserir elementos de interface entre os elementos regulares de uma malha de elementos finitos, aumentando o número total de elementos, o que vai requerer maior esforço computacional durante as análises. A fragmentação indicando diretamente as regiões de estudo onde poderá ocorrer a formação e propagação das fissuras, é uma forma de aliviar o elevado esforço computacional exigido pela técnica, principalmente em malhas 3D, onde os problemas são geralmente maiores.

A figura 4.16 ilustra uma malha 2D com linhas embebidas, mostrando a diferença entre os casos: quando a região é totalmente fragmentada e quando somente a região de interesse foi fragmentada.

Figura 4.16 - Malha 2D fragmentada, totalmente fragmentada e fragmentada somente nas regiões de interesse.



Fonte: Autor.

A tabela mostra a diferença no número de elementos entre a malha totalmente fragmentada e a malha fragmentada apenas nas regiões de interesse, tanto para o exemplo 2D da figura 4.16, que possui 3 linhas embebidas na malha quanto para o exemplo 3D da figura 4.15, onde existem 35 planos embebidos na malha.

Tabela 4.2 - Diferença no número de elementos entre a malha totalmente fragmentada e a malha fragmentada apenas nas regiões de interesse.

|                               | <b>Totalmente fragmentada</b> | <b>Fragmentada apenas nas regiões de interesse</b> |
|-------------------------------|-------------------------------|----------------------------------------------------|
| <i>Exemplo 2D (fig. 4.16)</i> | 1124                          | 412                                                |
| <i>Exemplo 3D (fig. 4.15)</i> | 40473                         | 9191                                               |

Fonte: Autor.

Além das fraturas naturais previamente inseridas na malha por meio das linhas ou planos, o programa Fragmenta agora permite inserir fraturas de forma totalmente aleatória nos elementos de interface. A geração das fraturas ocorre da seguinte forma: após a fragmentação da malha, são sorteados aleatoriamente dois elementos de interface para cada fratura a ser gerada; uma sub-rotina conecta esses elementos sorteados, alterando os materiais dos elementos de interface entre eles.

A figura 4.17 mostra parte do arquivo de entrada de dados “main\_fragmenta.m”, referente à inserção das fraturas aleatórias nos elementos de interface. A entrada **GLiopt**, identifica se a sub-rotina deve (=1, insere fraturas) ou não (=0, não insere fraturas) ser acessada. A entrada **GLnewmat** indica o material que será atribuído às fraturas geradas e a entrada **GLQfrat** indica a quantidade de fraturas que serão geradas.

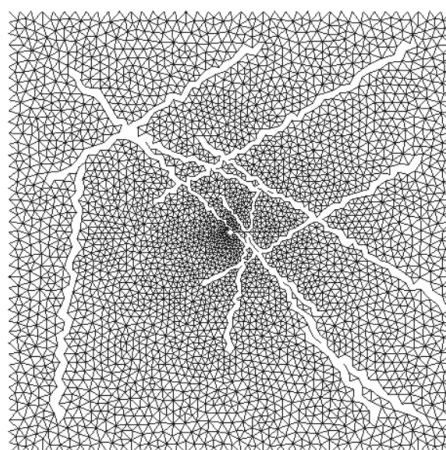
Figura 4.17 - Parte do arquivo de entrada de dados “main\_fragmenta.m”, referente à inserção das fraturas aleatórias nos elementos de interface.

```
%% Inserir fraturas aleatorias nos elementos de interface
GLiopt=1;      % 0=nao insere; 1=insere.
GLnewmat=8;    % material da fratura criada
GLQfrat=10;    % quantidade de fraturas criadas
```

Fonte: Autor.

A figura 4.18 mostra uma malha fragmentada com fraturas naturais inseridas aleatoriamente, onde o material das fraturas geradas foi removido para uma melhor visualização.

Figura 4.18 - Malha fragmentada com fraturas aleatórias inseridas.



Fonte: Autor.

Além das melhorias no P3MATPac e no programa Fragmenta, também foram feitas melhorias no software CODE-BRIGHT. Mais precisamente nas sub-rotinas responsáveis pelo cálculo da normal e da espessura dos elementos de interface. Foram implementados os cálculos para os elementos de interface tetraédricos, de forma a permitir que a técnica seja utilizada em malhas tridimensionais.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O processo de fraturamento é representado através dos elementos de interface inseridos entre os elementos regulares da malha original. O comportamento dos elementos de interface é descrito pelo modelo constitutivo de dano a tração, enquanto o comportamento dos elementos regulares exibe comportamento elástico linear. As estruturas bidimensionais foram modeladas utilizando elementos triangulares e as estruturas tridimensionais foram modeladas utilizando elementos tetraédricos. As simulações foram realizadas no *software* de análise em elementos finitos CODE\_BRIGHT.

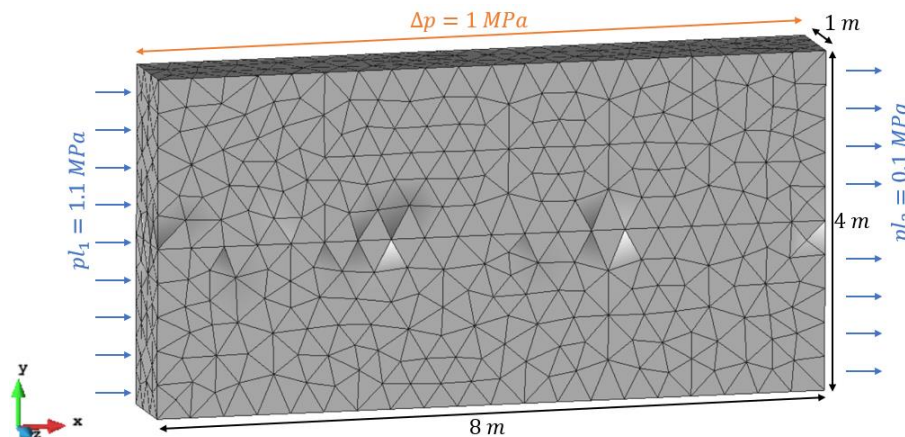
### 5.1 CASO HIDRÁULICO

Com o intuito de validar as implementações realizadas no CODE\_BRIGHT, na simulação de casos tridimensionais, utilizando a técnica de fragmentação de malha, para o problema de fluxo, foi realizada uma simulação baseada em um caso hidráulico que possui solução analítica.

#### 5.1.1 Fratura imposta (solução analítica)

A simulação numérica analisa um cenário onde um meio poroso possui uma descontinuidade no sentido longitudinal a diferença de pressão. A geometria e condições de contorno são apresentadas na figura 5.1. A permeabilidade do meio  $k_\Omega$  é igual a  $10^{-25} \text{ m}^2$  e da fratura  $k_s$  é igual a  $10^{-11} \text{ m}^2$ . A fratura foi imposta na parte central do modelo na direção do eixo x. A espessura da fratura é igual a espessura do elemento de interface  $h = 1^{-5} \text{ m}$ .

Figura 5.1 - Geometria e condições de contorno do modelo de fratura imposta horizontal.



Fonte: Autor.



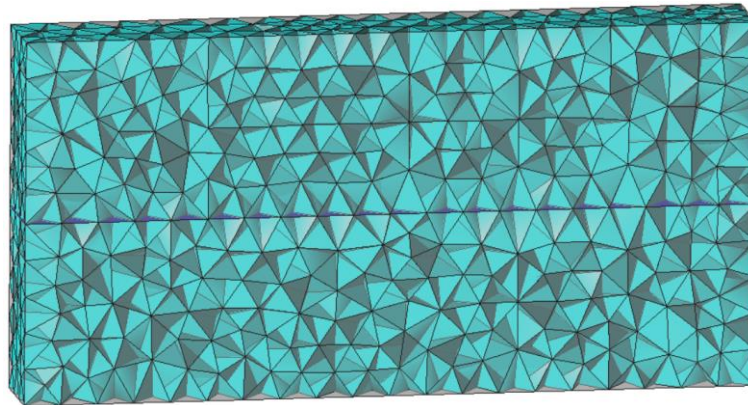
A malha de elementos finitos utilizada foi fragmentada de duas formas diferentes. Na primeira, a malha inteira foi fragmentada (malha A), figura 5.2 e, na segunda, a malha foi fragmentada através da atualização que identifica e fragmenta o plano como material em malhas tridimensionais (malha B), figura 5.3, os números de nós e de elementos das malhas são descritos na tabela 5.1.  $N_{nos}$ ,  $Nel_{(r)}$ ,  $Nel_{(i)}$ ,  $Nel_{(1D)}$  e  $Nel_{(t)}$  referem-se ao número de nós, número de elementos regulares, número de elementos de interface, número de elementos 1D e número total de elementos, respectivamente.

Tabela 5.1 - Características das malhas da fratura imposta horizontal.

| <b><i>Malhas de elementos finitos</i></b> | <b><i><math>N_{nos}</math></i></b> | <b><i><math>Nel_{(r)}</math></i></b> | <b><i><math>Nel_{(i)}</math></i></b> | <b><i><math>Nel_{(1D)}</math></i></b> | <b><i><math>Nel_{(t)}</math></i></b> |
|-------------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|
| <i>Malha A</i>                            | 12648                              | 2943                                 | 19848                                | 11772                                 | 34563                                |
| <i>Malha B</i>                            | 2092                               | 2943                                 | 2355                                 | 1216                                  | 6514                                 |

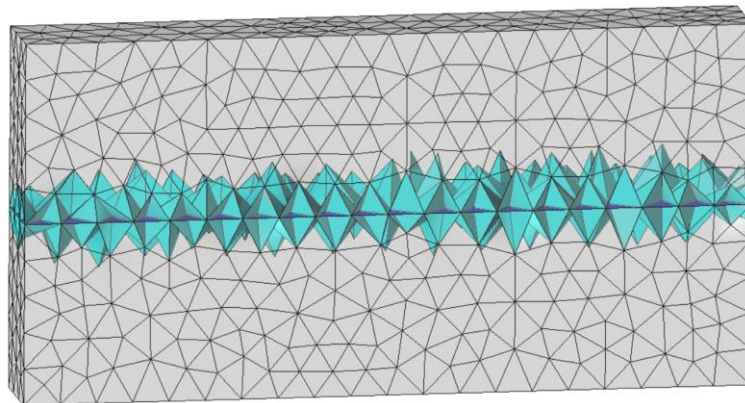
Fonte: Autor.

Figura 5.2 - Malha A, totalmente fragmentada.



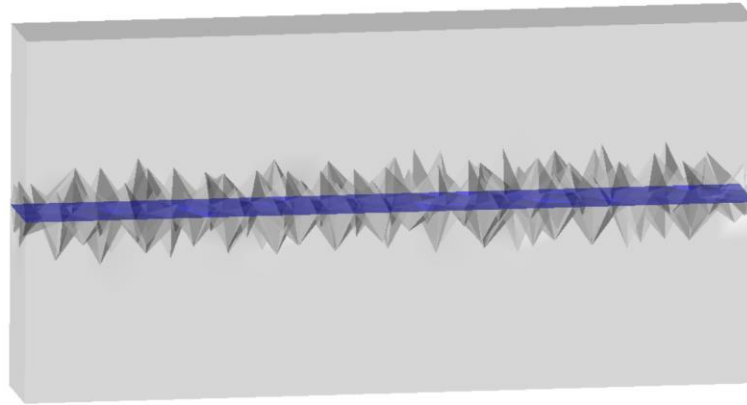
Fonte: Autor.

Figura 5.3 - Malha B, fragmentada apenas na região de interesse.



Fonte: Autor.

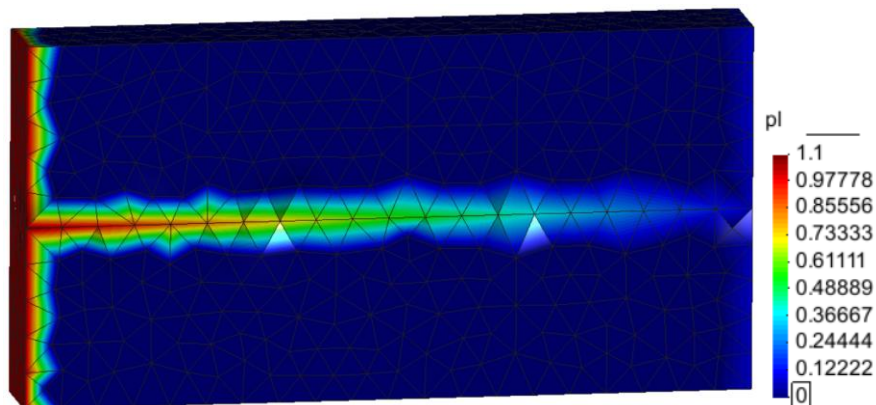
Figura 5.4 - Malha B, detalhe na fratura imposta.



Fonte: Autor.

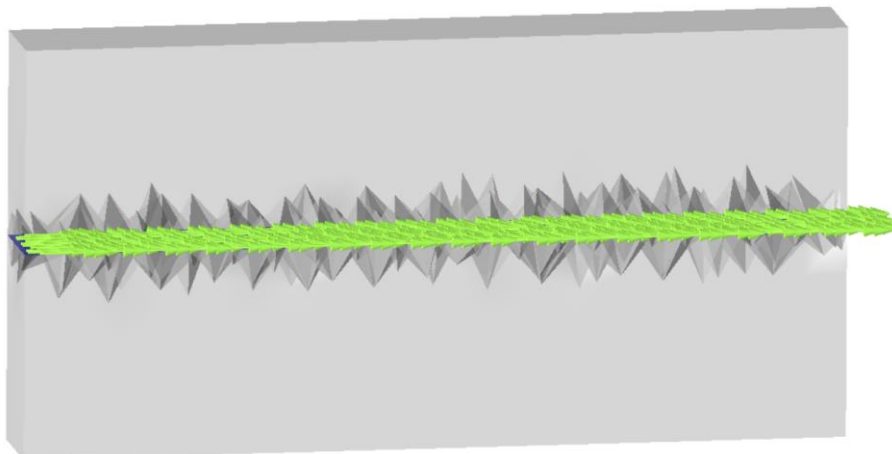
A figura 5.5 apresenta a distribuição da pressão de fluido, evidenciando o gradiente de pressão de 1  $MPa$  do meio e a figura 5.6 mostra os vetores de fluxo ao longo da fratura imposta.

Figura 5.5 - Distribuição da pressão de fluido.



Fonte: Autor.

Figura 5.6 - Vetores de Fluxo.



Fonte: Autor.



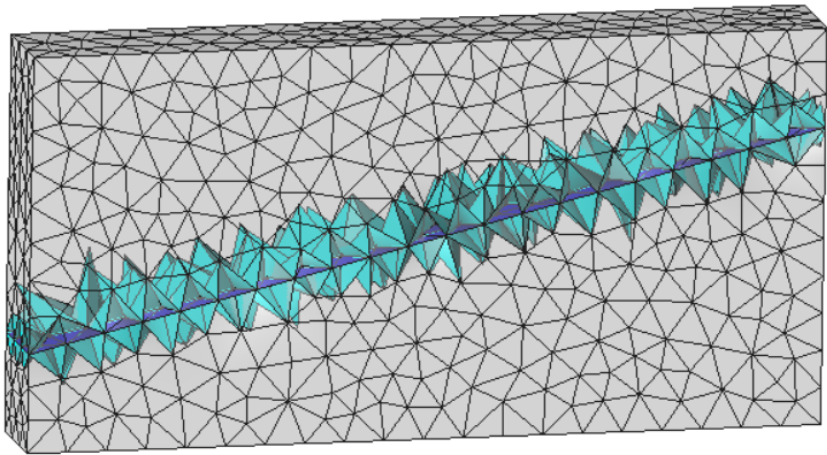
Também foi realizada uma simulação na qual a fratura é imposta em uma direção inclinada em relação ao eixo horizontal. O modelo possui a mesma geometria e condições de contorno do modelo anterior. A tabela 5.2 mostra os números de nós e de elementos da malha com a fratura imposta inclinada. A malha de elementos finitos com a fratura imposta inclinada, a distribuição da pressão de fluido e os vetores de fluxo, são apresentados nas figuras 5.7, 5.8 e 5.9, respectivamente.

Tabela 5.2 - Característica da malha da fratura imposta inclinada.

| <i>Malhas de elementos finitos</i> | <i>N<sub>nos</sub></i> | <i>Nel<sub>(r)</sub></i> | <i>Nel<sub>(i)</sub></i> | <i>Nel<sub>(1D)</sub></i> | <i>Nel<sub>(t)</sub></i> |
|------------------------------------|------------------------|--------------------------|--------------------------|---------------------------|--------------------------|
| <i>Malha C</i>                     | 2082                   | 2986                     | 2319                     | 1184                      | 6489                     |

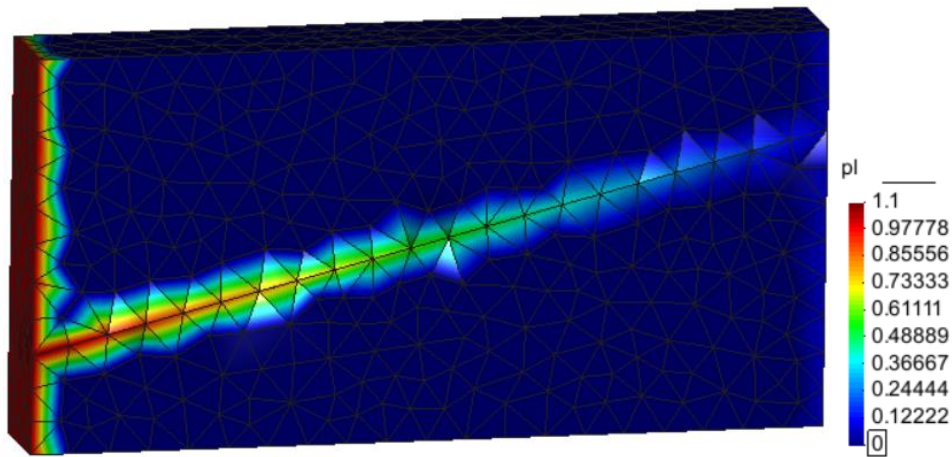
Fonte: Autor.

Figura 5.7 - Malha de elementos finitos com fratura imposta (inclinada).



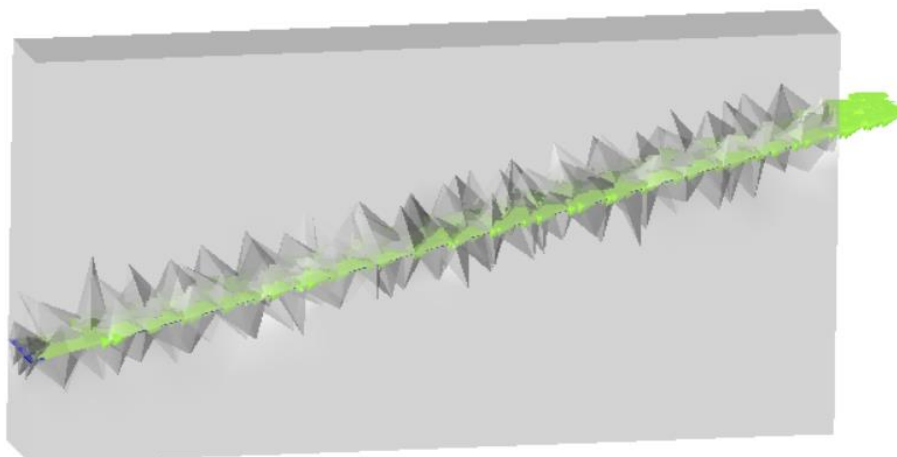
Fonte: Autor.

Figura 5.8 - Distribuição da pressão de fluido.



Fonte: Autor.

Figura 5.9 - Vetores de fluxo.



Fonte: Autor.

A tabela 5.3 resume os valores de vazão obtidos na fase estacionária das simulações realizadas e compara os resultados com o valor de vazão obtido analiticamente, pela equação de Darcy, que descreve o fluxo de um fluido através do meio poroso.

$$Q = \frac{-KA}{\mu L} \nabla p \quad (5.1)$$

Onde  $Q$  é a vazão,  $K$  é a permeabilidade,  $A$  é a área da seção,  $\mu$  é a viscosidade do fluido e  $L$  é o comprimento da amostra.

Tabela 5.3 - Vazão final obtida das simulações com fratura imposta.

|                                          | <b>Solução analítica</b> | <b>Malha A</b>        | <b>Malha B</b>        | <b>Malha C</b>        |
|------------------------------------------|--------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b>Vazão final – estacionário (kg/s)</b> | $2.51 \times 10^{-5}$    | $2.49 \times 10^{-5}$ | $2.49 \times 10^{-5}$ | $2.41 \times 10^{-5}$ |
| <b>Erro %</b>                            | -                        | 0,78%                 | 0,78%                 | 0,98%                 |
| <b>Tempo de CPU (s)</b>                  | -                        | 222s                  | 45s                   | 38s                   |

Fonte: Autor.

Observados os erros calculados, conclui-se que os resultados obtidos das simulações utilizando os elementos finitos de elevada razão de aspecto em malhas tridimensionais são bastante satisfatórios. Os resultados para a malha A e B foram exatamente os mesmos. A tabela 5.3 também compara os tempos de CPU gasto em cada simulação, evidenciando que fragmentação apenas na região de interesse garante uma diminuição considerável do custo computacional, uma vez que o número de elementos de interface criados é bem menor.

Para mostrar a influência que espessura dos elementos de interface têm sobre o problema hidráulico, foram realizadas quatro simulações com a malha B variando a espessura do elemento de interface. Sendo elas:  $h_1 = 10^{-3} \text{ m}$ ,  $h_2 = 10^{-4} \text{ m}$ ,  $h_3 = 10^{-5} \text{ m}$  e  $h_4 = 10^{-6} \text{ m}$ .

Tabela 5.4 - Vazão final obtida para malha B com diferentes espessuras do elemento de interface.

|                                              | <b>Solução<br/>analítica</b> | <b><math>h_1</math></b>    | <b><math>h_2</math></b>    | <b><math>h_3</math></b>    | <b><math>h_4</math></b>    |
|----------------------------------------------|------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <b>Vazão final –<br/>estacionário (kg/s)</b> | 2.51<br>$\times 10^{-5}$     | 2.4514<br>$\times 10^{-5}$ | 2.4825<br>$\times 10^{-5}$ | 2.4869<br>$\times 10^{-5}$ | 2.4891<br>$\times 10^{-5}$ |
| <b>Erro %</b>                                | -                            | 2,19%                      | 0,95%                      | 0,78%                      | 0,69%                      |

Fonte: Autor.

A tabela 5.4 compara os valores de vazão obtidos na fase estacionária das quatro simulações para malha B com base na variação da espessura do elemento de interface. Observados os erros calculados, conclui-se que conforme a espessura do elemento de interface aumenta, aumentam também os espaços isentos de propriedades (buracos) e, por conta disso, o erro percentual aumenta. Resultados similares foram encontrados nas simulações realizadas por Cleto (2016) para malhas bidimensionais.

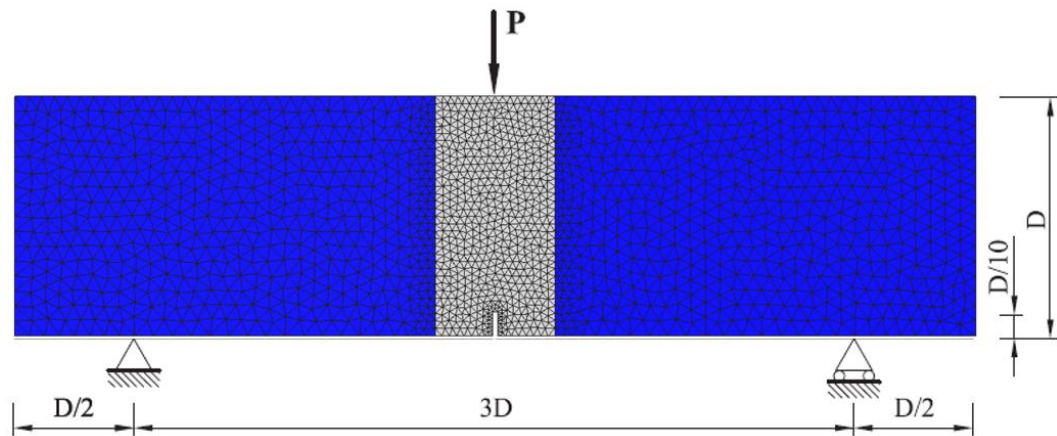
## 5.2 CASO MECÂNICO

Com o objetivo de estudar a dependência da técnica de fragmentação de malha com relação a malha de elementos finitos e a influência da espessura do elemento de interface nos resultados obtidos, foram realizadas simulações com base nas análises propostas por Maedo (2015).

### 5.2.1 Viga de três pontos 2D

A simulação foi desenvolvida com base nos ensaios realizados por Bellego, *et al.* (2000). A estrutura foi submetida a um deslocamento vertical localizado na parte central do topo da seção transversal da peça. A geometria e as condições de contorno do caso podem ser observadas na figura 5.10. A malha foi mais refinada no centro da viga, região de propagação da fratura. Os elementos de interface foram inseridos apenas nessa região.

Figura 5.10 - Geometria e condições de contorno da viga de três pontos.



Fonte: Autor.

Para os elementos regulares da viga foram consideradas as seguintes propriedades mecânicas  $E = 38.5 \text{ GPa}$  e  $\nu = 0.24$ . Já para os elementos de interface foram consideradas  $E = 38.5 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0$ ,  $f_t = 3.6 \text{ MPa}$  e  $G_f = 50 \text{ N/m}$ . O incremento de deslocamento foi de  $1.25 \times 10^{-4} \text{ mm/ passo}$ , os quais foram aplicados em 1800 passos. Desse modo, calculou-se a carga  $P$  para cada incremento de deslocamento na parte central do topo da seção transversal. A altura utilizada foi de  $D = 160 \text{ mm}$ .

As análises foram realizadas com diferentes graus de refinamento, conforme a tabela 5.5.  $N_{nos}$ ,  $Nel_{(r)}$ ,  $Nel_{(i)}$  e  $Nel_{(t)}$  referem-se ao número de nós, de elementos regulares, elementos de interface e total, respectivamente.

Tabela 5.5 - Características das malhas da viga de três pontos.

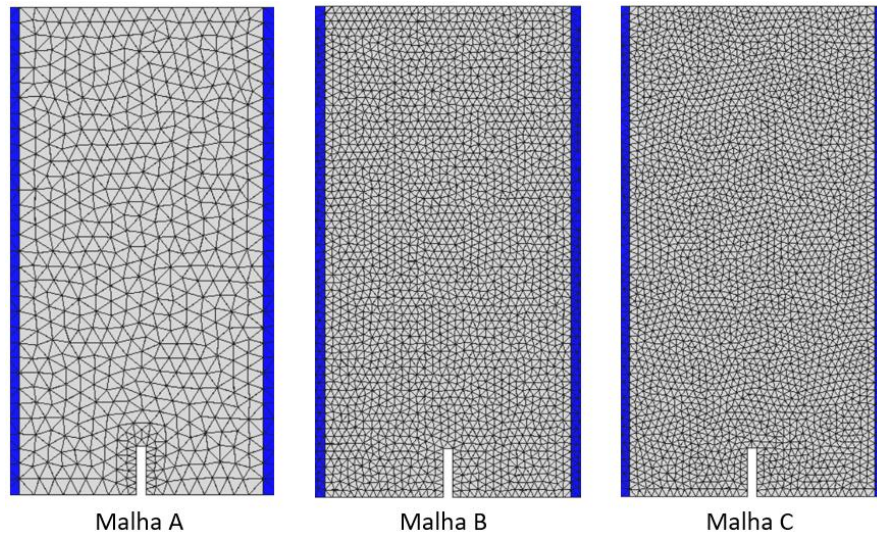
| <b>Malhas de elementos finitos</b> | <b><math>N_{nos}</math></b> | <b><math>Nel_{(r)}</math></b> | <b><math>Nel_{(i)}</math></b> | <b><math>Nel_{(t)}</math></b> |
|------------------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| <i>Malha A</i>                     | 4962                        | 3177                          | 3286                          | 6463                          |
| <i>Malha B</i>                     | 18256                       | 11957                         | 12010                         | 23967                         |
| <i>Malha C</i>                     | 21187                       | 13756                         | 14040                         | 27796                         |

Fonte: Autor.



A figura 5.11 mostra as três malhas utilizadas nas análises: A, B e C. Onde a malha A é a menos refinada e a malha C é a mais refinada.

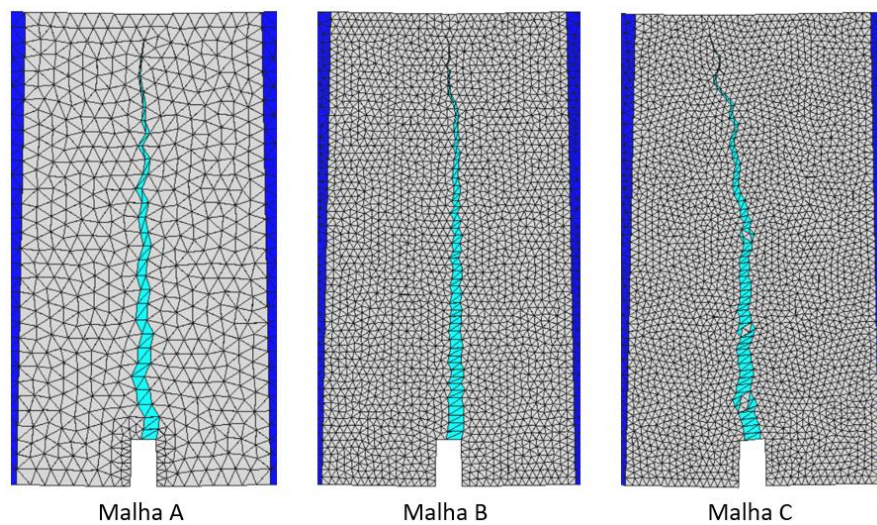
Figura 5.11 - Malhas utilizadas nas análises da viga de três pontos.



Fonte: Autor.

A figura 5.12 exibe a viga fraturada com um fator de ampliação dos deslocamentos para mostrar os elementos de interface e ilustrar o padrão da fratura.

Figura 5.12 - Malhas da viga de três pontos deformadas.



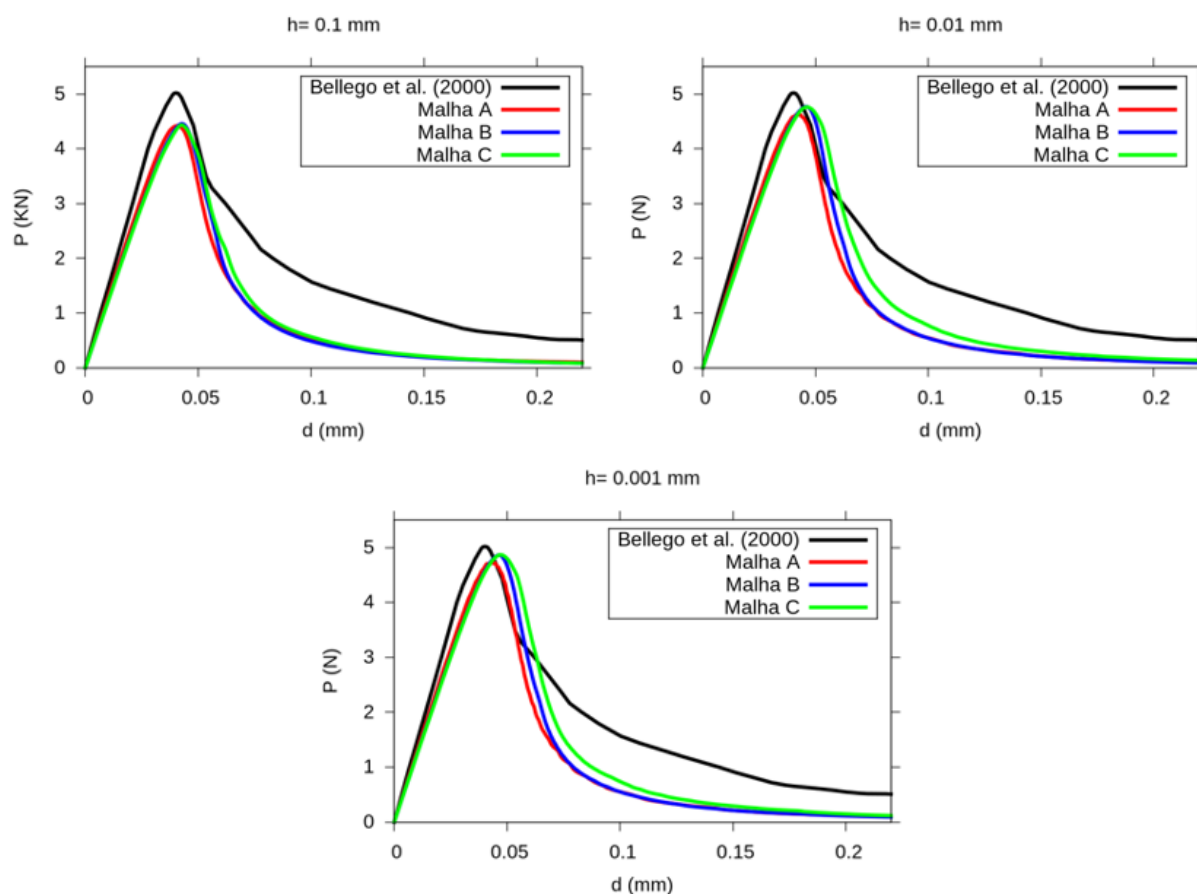
Fonte: Autor.

Os resultados obtidos para cada malha podem ser observados na figura 5.13, onde são comparados com a curva do ensaio realizado por Bellego *et al.* (2000). Deve-se destacar que não houve uma diferença significativa entre os resultados obtidos para as diferentes malhas utilizadas. Evidenciando que não há uma dependência significativa da malha, desde que, segundo Manzoli, *et al.* (2016), o tamanho dos elementos regulares tenha sido escolhido para capturar com precisão o campo de tensão. Além disso, as respostas decorrentes das análises condizem com a resposta encontrada no ensaio realizado por Bellego *et al.* (2000).

Também se estudou a influência da espessura  $h$  dos elementos de interface na resposta. Com  $h$  igual a 0.1, 0.01 e 0.001  $mm$ .

As respostas obtidas condizem com as respostas das simulações realizadas por (MANZOLI, *et al.*, 2016), onde recomendam que a espessura do elemento de interface deve ser de 1% do tamanho típico do elemento regular. Para  $h = 0.1\text{ mm}$ , espessura maior que 1%, o resultado perde um pouco de precisão e, a partir de  $h = 0.01\text{ mm}$ , espessura aproximadamente igual a 1%, não há diferença expressiva nos resultados.

Figura 5.13 - Respostas estruturais para as diferentes malhas da viga de três pontos.



Fonte: Autor.

### 5.2.2 Viga de três pontos 3D

A simulação do problema da viga de três pontos também foi analisada a partir de um modelo tridimensional. Admitindo a mesma geometria e condições de contorno utilizados nas análises bidimensionais. A espessura definida para o modelo foi de  $40\text{ mm}$  e a energia de fratura foi modificada para  $G_f = 30\text{ N/m}$ .

A energia de fratura utilizada na análise tridimensional foi diferente da utilizada na análise bidimensional. Segundo Maedo (2015), tal fato ocorre devido às malhas tridimensionais possuírem mais irregularidades. Além disso, em ensaios experimentais admite-se uma superfície teórica suave para determinação da energia de fratura.

As análises foram realizadas em três malhas com diferentes graus de refinamento, conforme tabela 5.6.

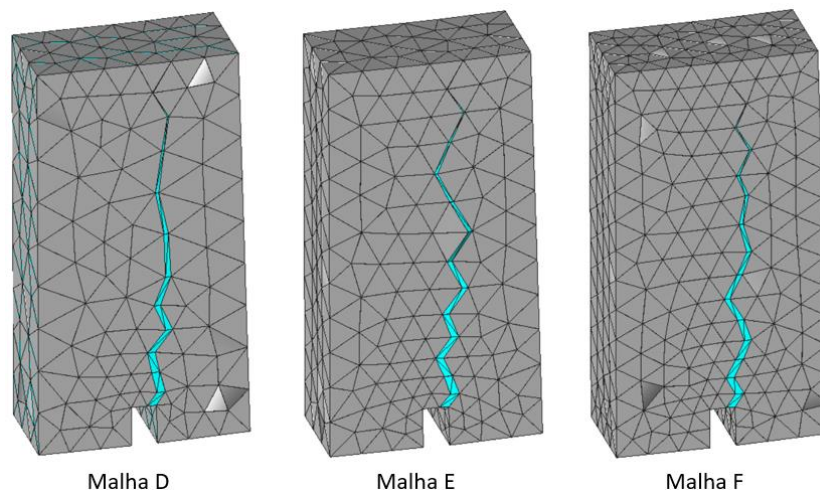
Tabela 5.6 - Características das malhas da viga de três pontos tridimensionais.

| <b><i>Malhas de elementos finitos</i></b> | <b><i><math>N_{nos}</math></i></b> | <b><i><math>Nel_{(r)}</math></i></b> | <b><i><math>Nel_{(i)}</math></i></b> | <b><i><math>Nel_{(t)}</math></i></b> |
|-------------------------------------------|------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| <i>Malha D</i>                            | 7093                               | 4226                                 | 8103                                 | 12329                                |
| <i>Malha E</i>                            | 9085                               | 7311                                 | 9861                                 | 17172                                |
| <i>Malha F</i>                            | 11993                              | 12071                                | 12354                                | 24425                                |

Fonte: Autor.

A figura 5.14 mostra as malhas utilizadas nas análises com um fator de ampliação dos deslocamentos para mostrar os elementos de interface e ilustrar o padrão da fratura. Foram consideradas 3 malhas: D, E e F. Onde a malha D é a menos refinada e a malha F é a mais refinada.

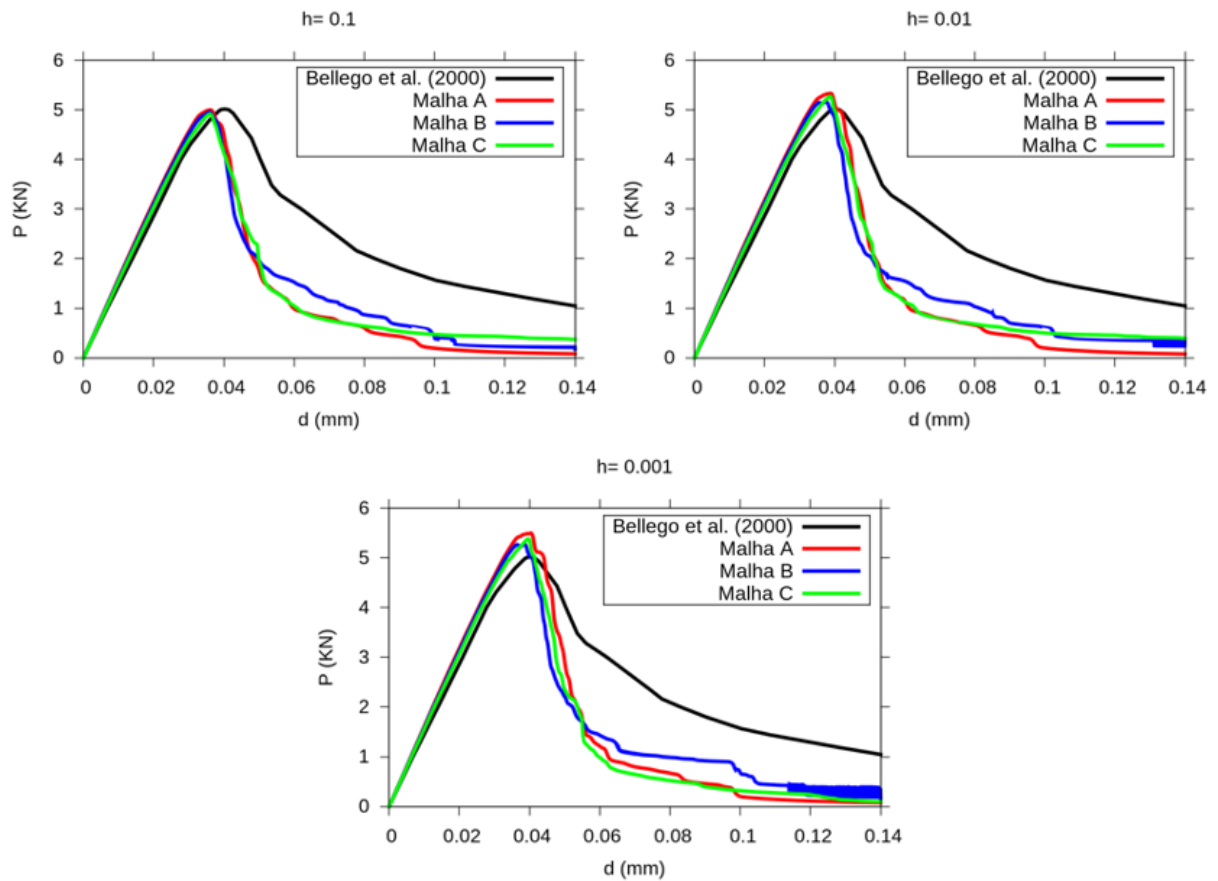
Figura 5.14 - Malhas da viga de três pontos tridimensionais deformadas.



Fonte: Autor.

Os resultados obtidos para as três malhas tridimensionais podem ser observados na figura 5.15. Assim como nos casos bidimensionais, não houve uma diferença significativa entre os resultados obtidos para as diferentes malhas utilizadas e as respostas decorrentes das análises condizem com a resposta encontrada no ensaio realizado por Bellego *et al.* (2000).

Figura 5.15 - Respostas estruturais para as malhas tridimensionais da viga de três pontos.



Fonte: Autor.



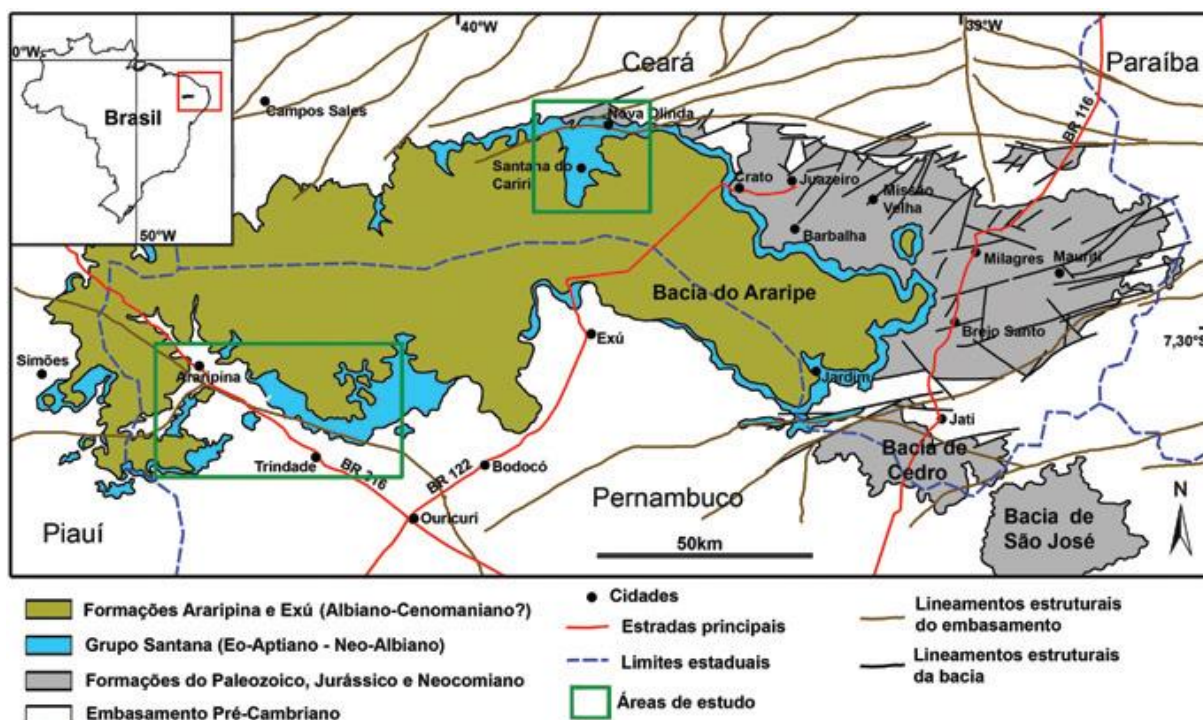
### 5.3 CASO HIDROMECAÂNICO: SIMULAÇÃO DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO EM CENÁRIO BASEADO EM AFLORAMENTO ANÁLOGO

No presente trabalho, foi realizada a simulação numérica do fraturamento hidráulico. Esse estudo foi desenvolvido para demonstrar a capacidade da técnica de fragmentação de malha em simular o fraturamento hidráulico em reservatórios de petróleo.

O cenário foi baseado em uma situação de fraturamento hidráulico em uma camada de calcário laminado (laminito) naturalmente fraturado considerando a existência de duas camadas de rocha permeável acima representando um aquífero ou reservatório superficial. Tal configuração imprime um caráter prático observado na indústria de recuperação de gás em folhelho (shale gas) observando o risco de comunicação do reservatório de baixa permeabilidade com camadas superficiais. Isto leva a uma importância econômica e ambiental.

As propriedades e configuração geológica empregada foram baseadas nos afloramentos de calcário laminado da Formação Crato, localizada na borda norte da Bacia do Araripe, Nordeste do Brasil. A rocha é aflorante em minas a céu aberto de calcário nas imediações das cidades de Nova Olinda e Santana do Cariri, próximo à cidade do Crato, Ceará. A figura 5.16 mostra a localização em mapa da região de estudo.

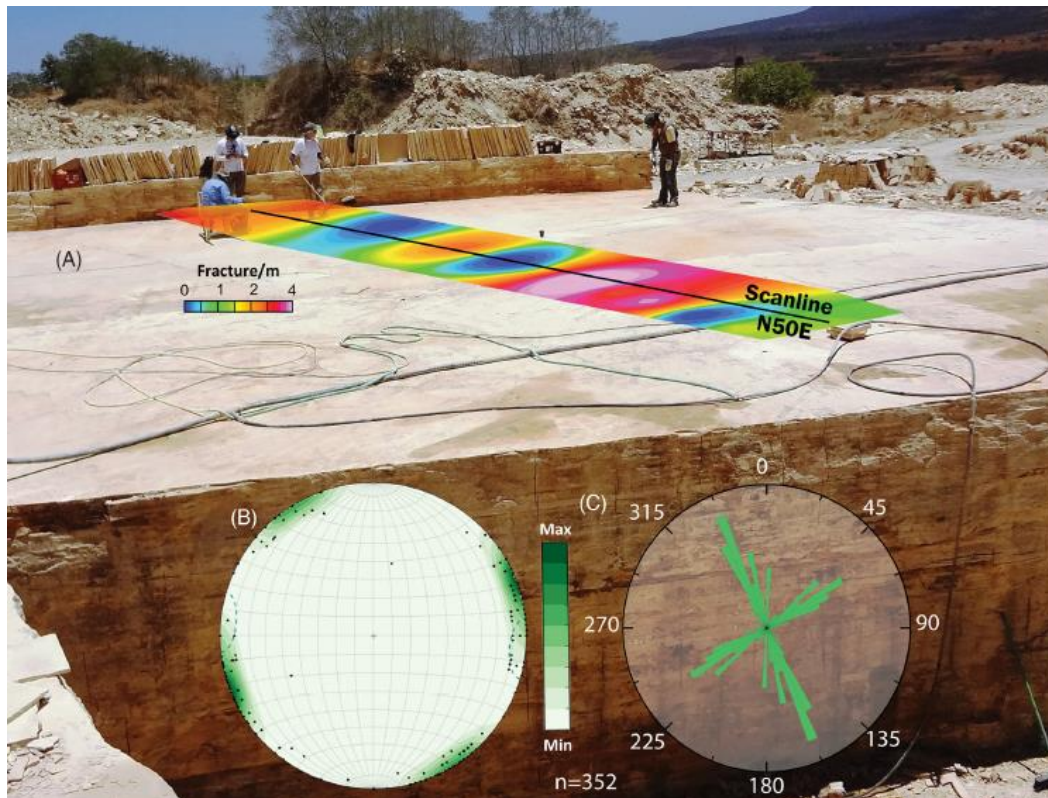
Figura 5.16 - Localização dos afloramentos da Fm. Crato e da Bacia do Araripe.



Fonte: Adaptado de (MIRANDA, *et al.*, 2012).

O calcário da Fm. Crato se apresenta como uma rocha laminar, de baixa permeabilidade (inferior a 0,1 mD) e de porosidade média de 12%. Possui diferentes tipos de fraturas naturais sendo estas falhas, estilólitos e fraturas extensionais. Segundo Miranda *et al.* (2012) as fraturas extensionais se apresentam de forma mais relevante em duas famílias, sendo estas de direções NNW e NE, onde estas possuem mergulho de aproximadamente 90°, ou seja, são subverticais. A distribuição das famílias de fraturas extensionais e sua densidade estão mostradas na figura 5.17.

Figura 5.17 - Distribuição e densidade de fraturas extensionais (veios) da Formação Crato.



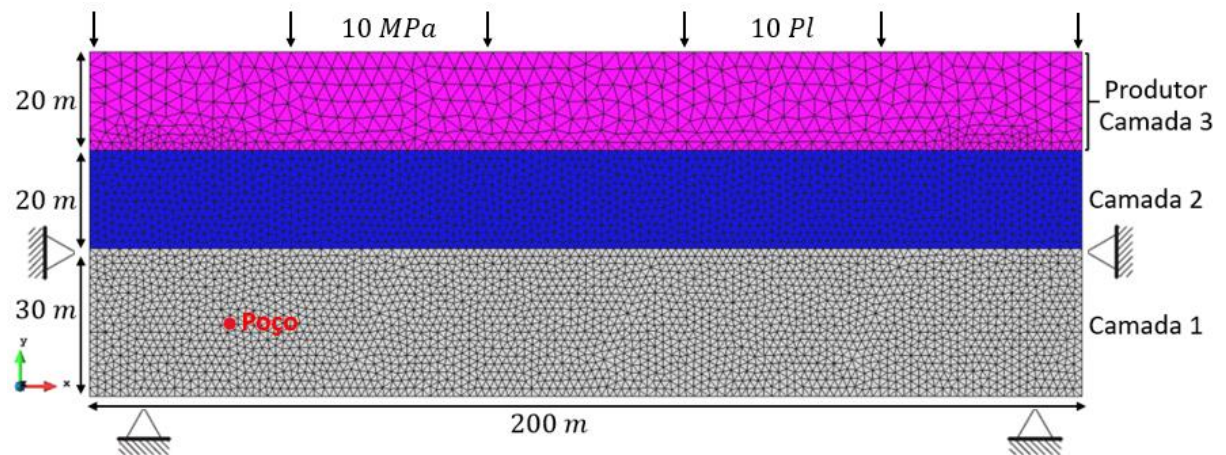
Fonte: Adaptado de (SANTOS, *et al.*, 2015).

A configuração geométrica do problema encontra-se apresentada na Figura 5.20. Nesta à camada 1 representa o calcário laminado e as demais camadas são aquíferos ou reservatórios superficiais. A região fragmentada é a camada 1. As propriedades dos materiais e dos elementos de interface são apresentadas nas tabelas 5.7, 5.8, 5.9 e 5.10.

Os parâmetros petrofísicos e geomecânicos foram obtidos a partir de ensaios em amostras da Formação Crato realizados pela equipe do Laboratório de Petrofísica da Universidade Federal de Campina Grande.

A vazão prescrita no poço é dada por  $Q = 1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s}$ . A malha possui dimensões de  $70 \times 200 \text{ m}$ , 18887 nós e 37772 elementos.

Figura 5.18 - Malha em elementos finitos do reservatório.



Fonte: Autor.

Tabela 5.7 - Propriedades da camada 1.

| Propriedade                      | Valor                             |
|----------------------------------|-----------------------------------|
| Permeabilidade ( $k_{\Omega}$ )  | $1.0 \times 10^{-22} \text{ m}^2$ |
| Porosidade da rocha ( $\phi$ )   | 0.12                              |
| Coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) | 0.15                              |
| Módulo de Young ( $E$ )          | 28 Gpa                            |

Fonte: Autor.

Tabela 5.8 - Propriedades da camada 2.

| Propriedade                         | Valor                             |
|-------------------------------------|-----------------------------------|
| Permeabilidade horizontal ( $k_h$ ) | $1.0 \times 10^{-12} \text{ m}^2$ |
| Permeabilidade vertical ( $k_v$ )   | $1.0 \times 10^{-14} \text{ m}^2$ |
| Porosidade da rocha ( $\phi$ )      | 0.30                              |
| Coeficiente de Poisson ( $\nu$ )    | 0.25                              |
| Módulo de Young ( $E$ )             | 30 Gpa                            |

Fonte: Autor.

Tabela 5.9 - Propriedades da camada 3.

| Propriedade                         | Valor                             |
|-------------------------------------|-----------------------------------|
| Permeabilidade horizontal ( $k_h$ ) | $1.0 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ |
| Permeabilidade vertical ( $k_v$ )   | $1.0 \times 10^{-12} \text{ m}^2$ |
| Porosidade da rocha ( $\phi$ )      | 0.30                              |

|                                                  |        |
|--------------------------------------------------|--------|
| <b>Coeficiente de Poisson (<math>\nu</math>)</b> | 0.25   |
| <b>Módulo de Young (<math>E</math>)</b>          | 30 Gpa |

Fonte: Autor.

Tabela 5.10 - Propriedades dos elementos de interface.

| <b>Propriedade</b>                               | <b>Valor</b>              |
|--------------------------------------------------|---------------------------|
| <b>Permeabilidade (<math>k_{\Omega}</math>)</b>  | $1.0 \times 10^{-22} m^2$ |
| <b>Porosidade da rocha (<math>\phi</math>)</b>   | 0.12                      |
| <b>Coeficiente de Poisson (<math>\nu</math>)</b> | 0.15                      |
| <b>Módulo de Young (<math>E</math>)</b>          | 28 Gpa                    |
| <b>Resistência a tração (<math>f_t</math>)</b>   | 9 Mpa                     |
| <b>Energia de fratura (<math>G_f</math>)</b>     | 100 N/m                   |

Fonte: Autor.

Durante a análise numérica, a formação da fratura se inicia quando a tensão de tração, provocada pela variação da pressão no poço supera o estado compressivo das tensões iniciais e a resistência à tração da rocha. A fratura induzida hidraulicamente continua se propagando enquanto a injeção de fluido no poço for mantida.

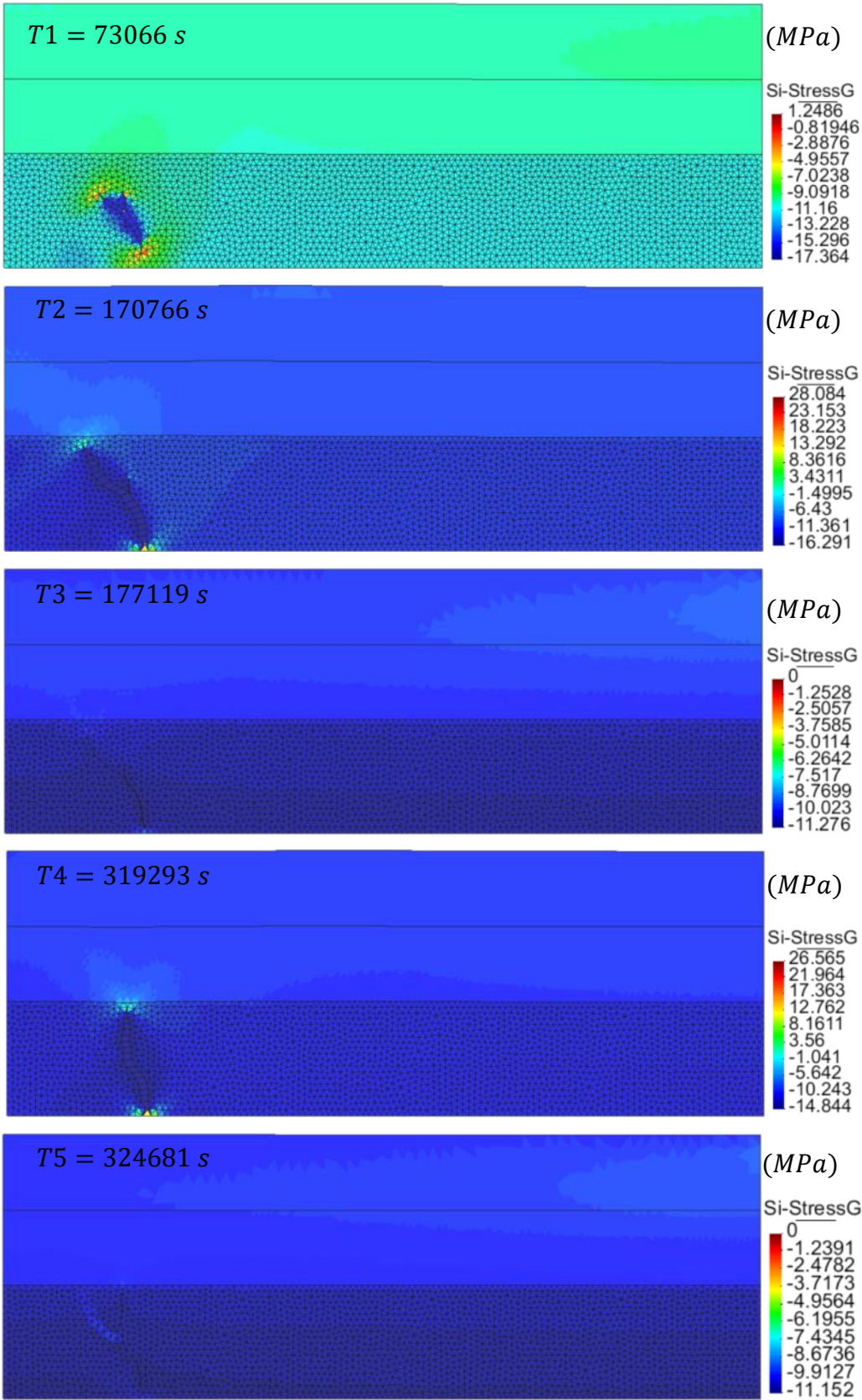
A distribuição dos valores da tensão principal é apresentada na figura 5.19 para diferentes estágios da simulação. Os resultados adotam valores positivos para tração e negativos para compressão. Percebe-se a concentração de tensão de tração na ponta da trinca.

É importante destacar que a fratura hidráulica sofre descompressão quando conectada com meio alta permeabilidade sob gradiente hidráulico, como podemos observar nos tempos T3 e T5 que mostram as fraturas logo após essa conexão.

Todas as figuras foram geradas um fator de ampliação dos deslocamentos x400 para mostrar os elementos de interface e ilustrar o padrão da fratura para os tempos  $T1 = 73066 s$ ,  $T2 = 170766 s$ ,  $T3 = 177119 s$ ,  $T4 = 319293 s$  e  $T5 = 324681 s$ .



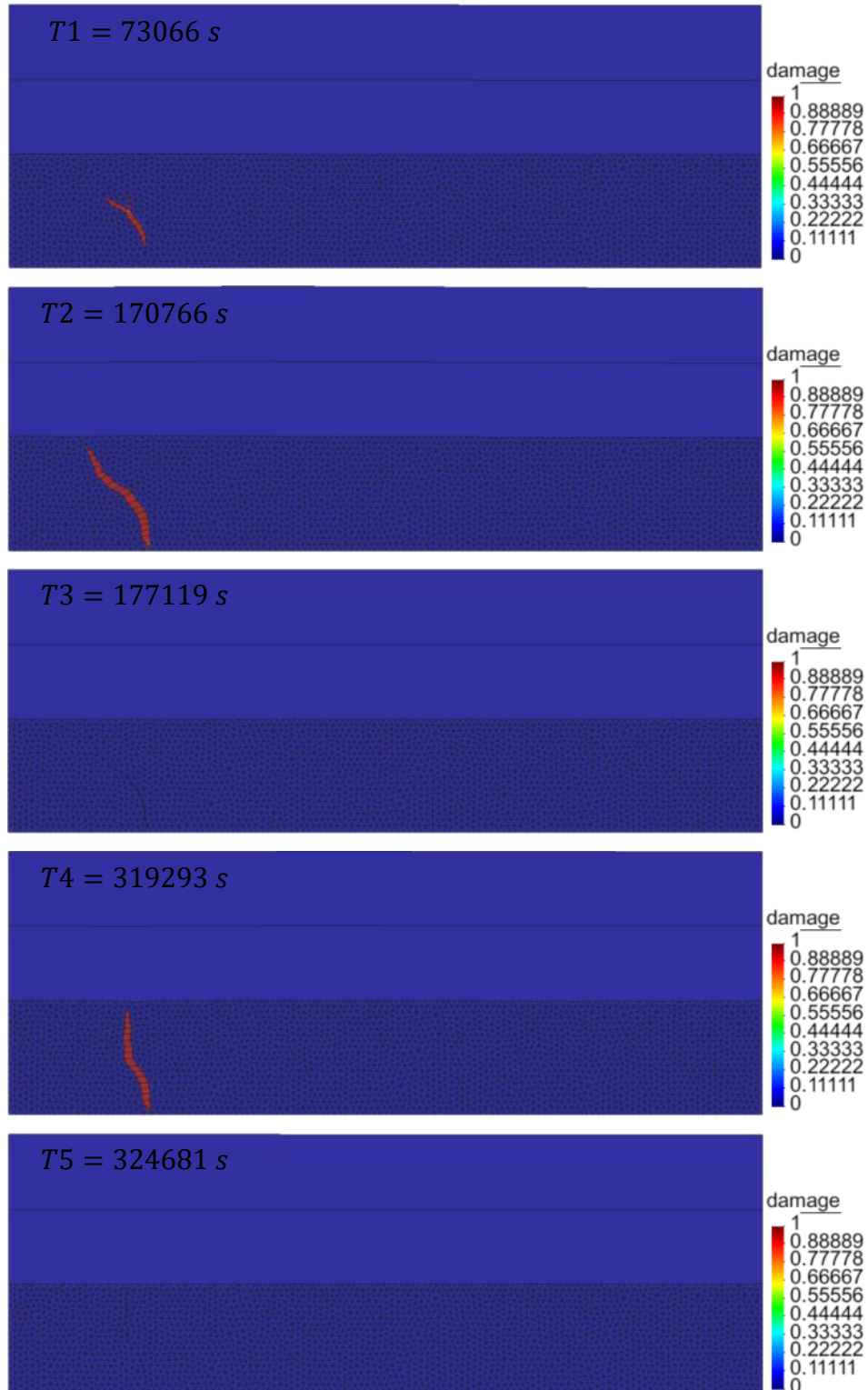
Figura 5.19 - Distribuição da tensão principal em diferentes estágios da simulação.



Fonte: Autor.

Quando a tração na ponta da trinca é superior à resistência da rocha, o critério de dano é atingido e o material se degrada. A figura 5.20 mostra os elementos que atingiram o critério de dano. Observa-se que não houve comunicação entre a fratura hidráulica e as fraturas naturais.

Figura 5.20 - Variável de dano em diferentes estágios da simulação.

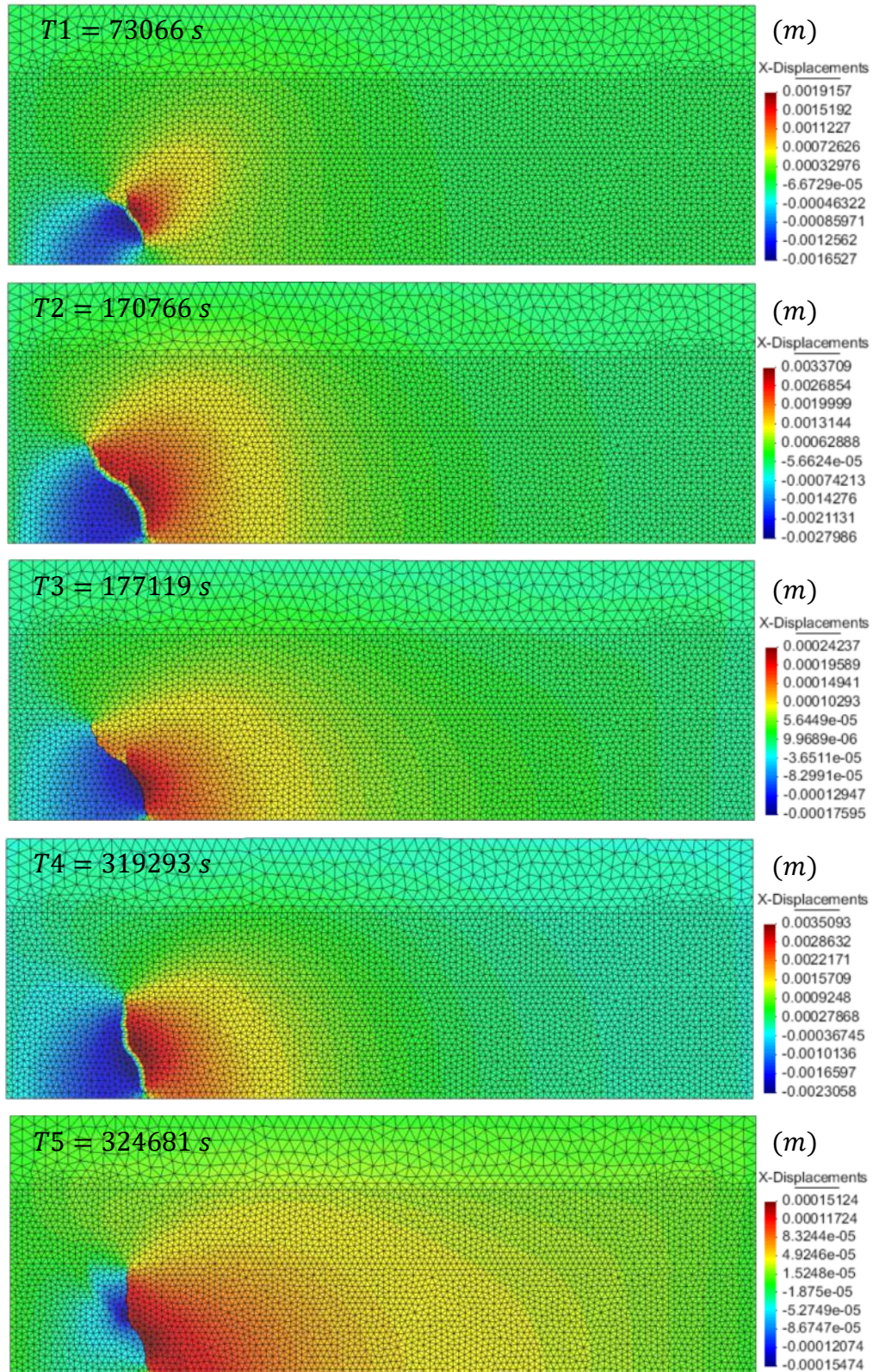


Fonte: Autor.



A figura 5.21 mostra a descontinuidade do campo de deslocamentos que ocorre devido à fratura.

Figura 5.21 - Campo de deslocamentos na direção x em diferentes estágios da simulação.



Fonte: Autor.

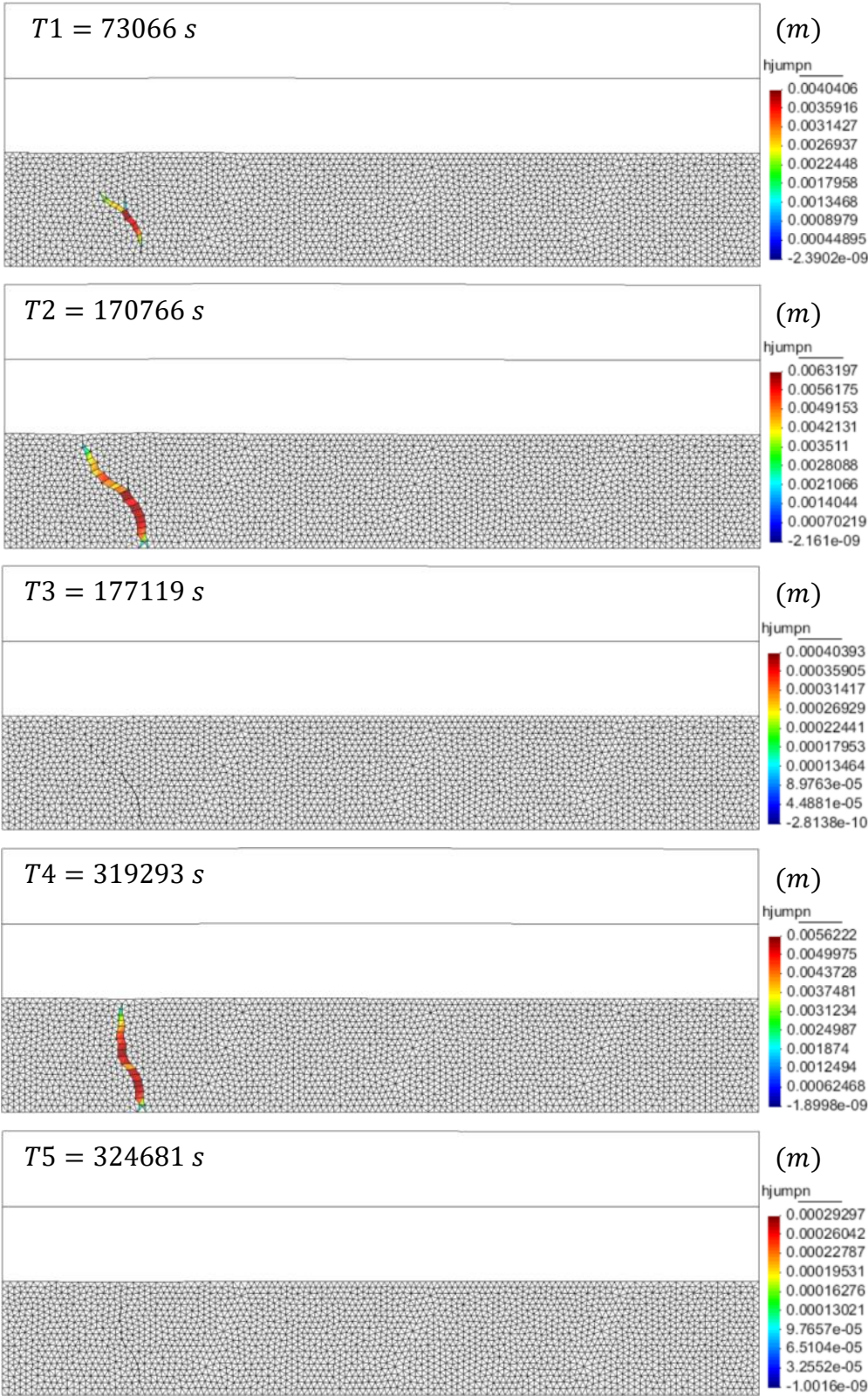
O salto no campo de deslocamentos, na direção normal à descontinuidade, indica que a fratura se abriu, e essa abertura pode ser visualizada na figura 5.22.

Verifica-se que existem três estágios evolutivos da fratura hidráulica. O primeiro é sua geração e propagação na direção do aquífero apresentando uma bifurcação, porém com propagação em um dos caminhos. O segundo estágio é quando a fratura se comunica com o aquífero, sofrendo uma descompressão em virtude da baixa pressão da camada. Nessa fase a fratura sofre uma redução na sua abertura. O terceiro estágio é uma nova propagação da fratura, porém seguindo uma trajetória diferente da inicial. Ao haver novamente a comunicação da fratura hidráulica com o aquífero a resposta de descompressão e fechamento da fratura se repete.

Esta resposta evidencia a importância de se considerar o acoplamento hidromecânico neste tipo de análise, mas também mostra a relevância em se considerar modelos de fechamento da fratura, como o modelo de Barton-Bandis, e o emprego de um modelo que considere a injeção do fluido com propante. A tridimensionalidade do problema também fica evidenciada, uma vez que diferentes trajetórias da fratura foram observadas nos ciclos de abertura e fechamento observados.



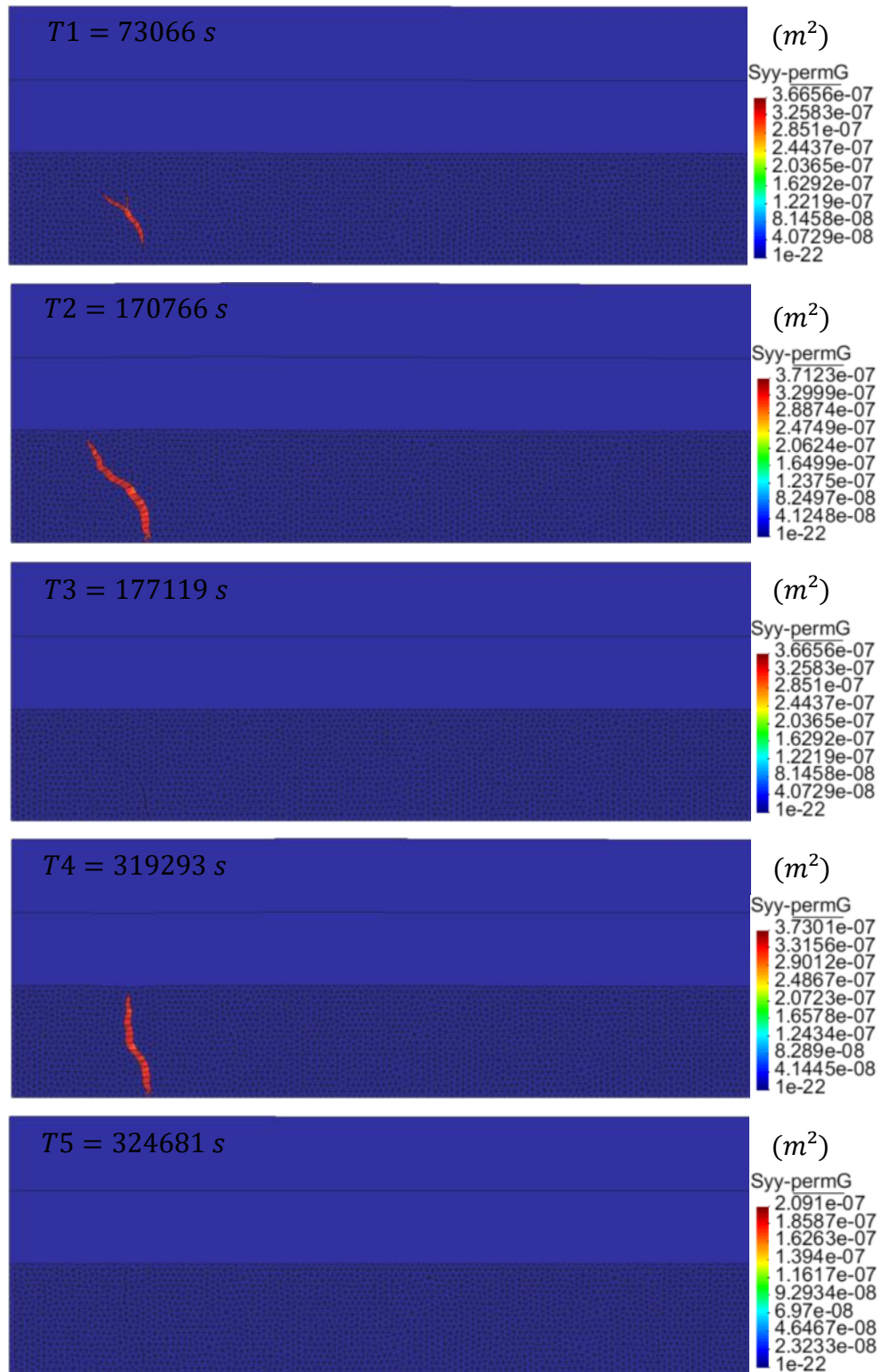
Figura 5.22 - Abertura da fratura em diferentes estágios da simulação.



Fonte: Autor.

A abertura da fratura implica em um aumento na permeabilidade do elemento na direção da descontinuidade, como pode ser visto na figura 5.23.

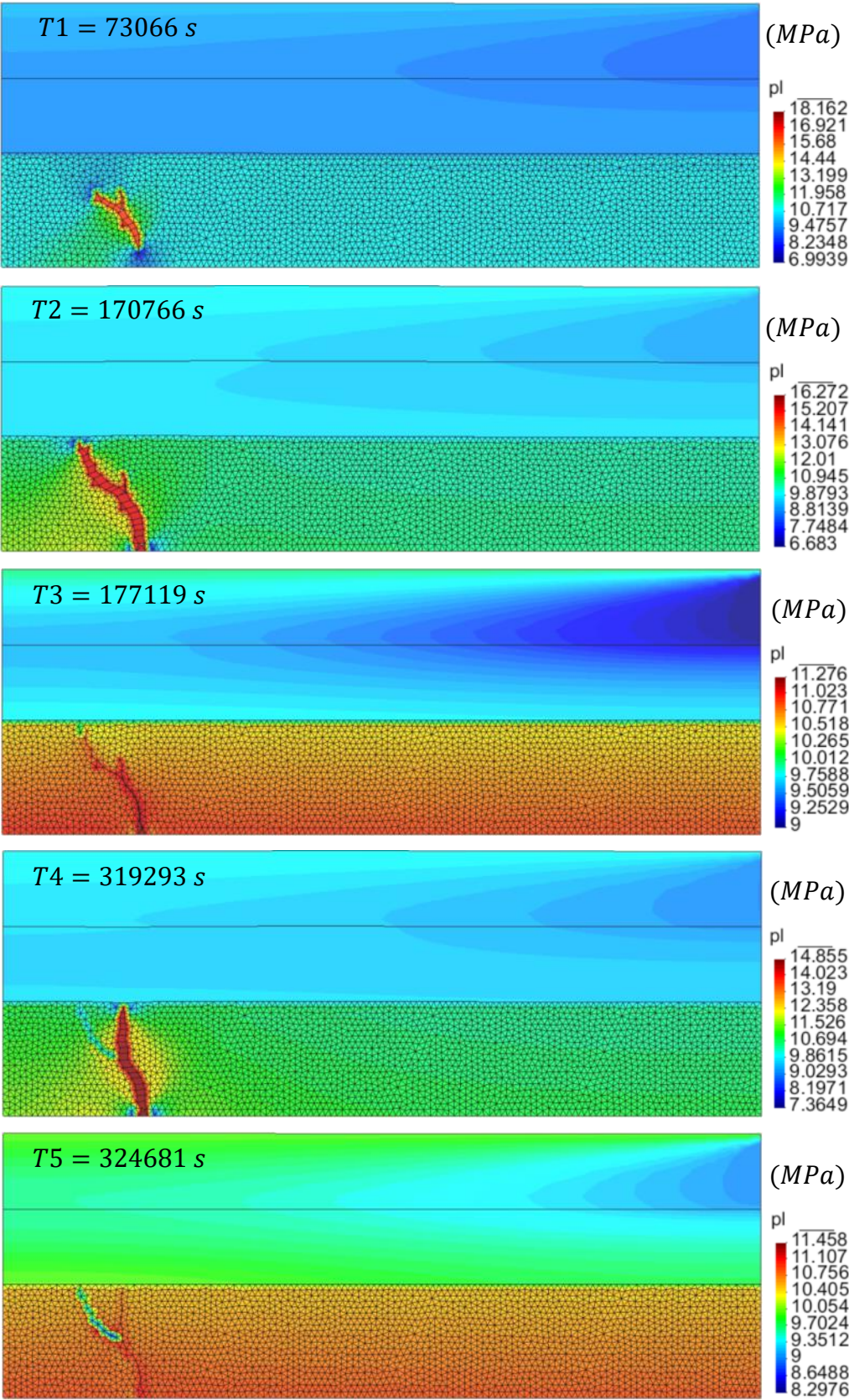
Figura 5.23 - Distribuição da componente  $k_y$  do tensor de permeabilidade.



Fonte: Autor.



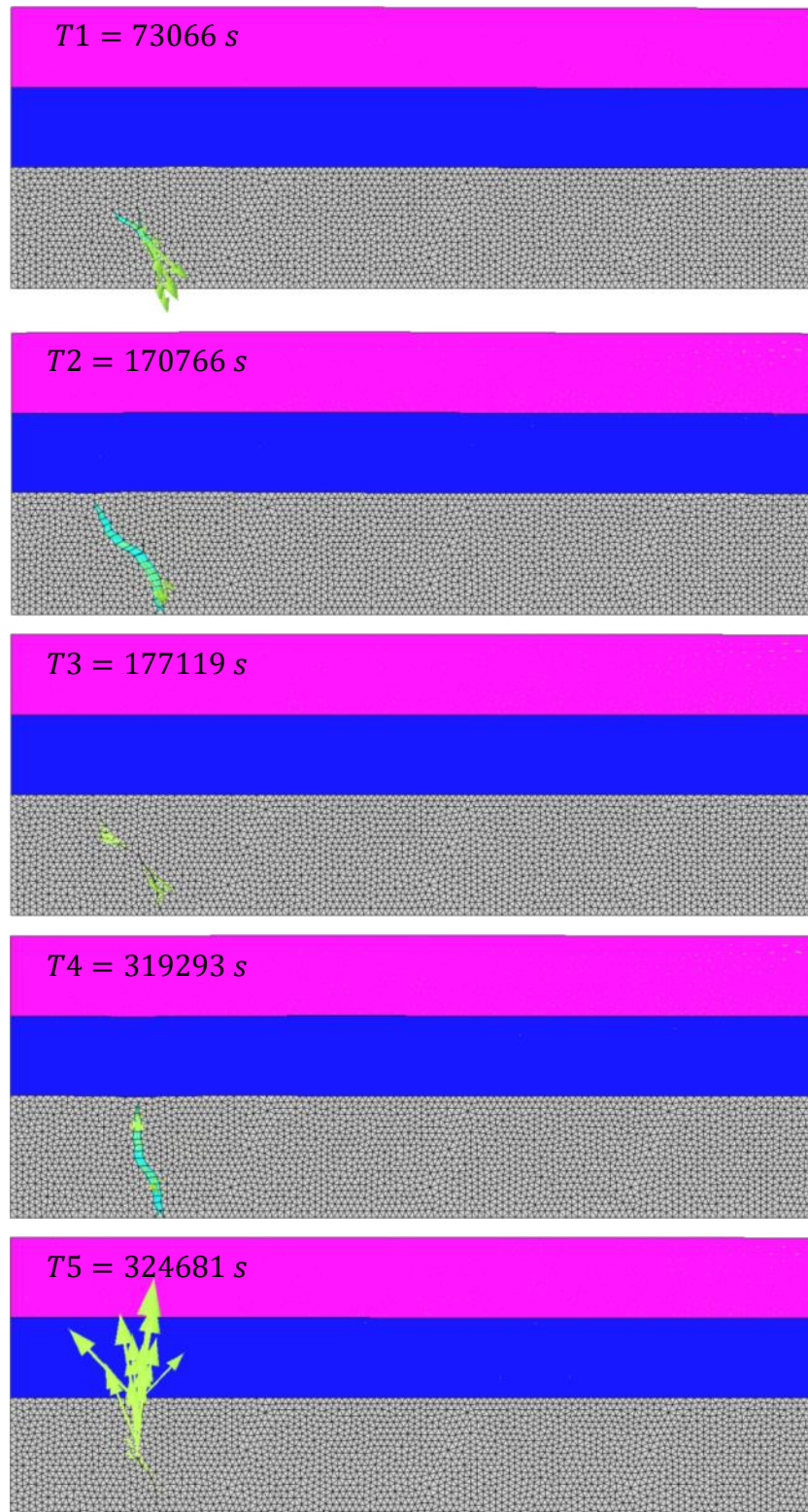
Figura 5.24 - Pressão de fluido em diferentes estágios da simulação.



Fonte: Autor.

Os vetores de fluxo ao longo da descontinuidade, que é o caminho preferencial do fluxo, são apresentados na figura 5.25.

Figura 5.25 - Vetores de fluxo ao longo da descontinuidade em diferentes estágios da simulação.

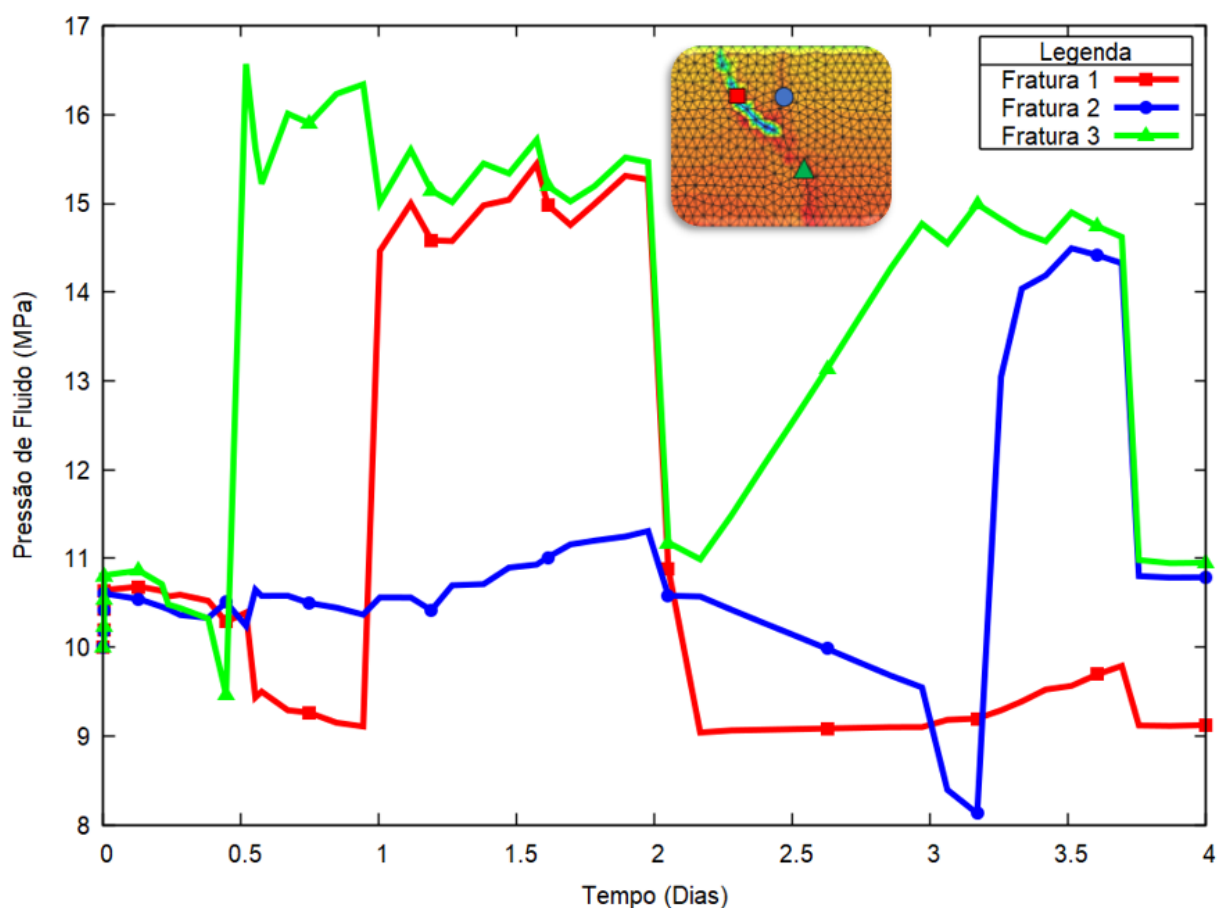


Fonte: Autor.

As figuras 5.26 e 5.27 mostram os gráficos para a pressão de fluido e abertura da fratura, respectivamente, evidenciando que a fratura hidráulica sofre descompressão quando conectada com meio alta permeabilidade sob gradiente hidráulico.

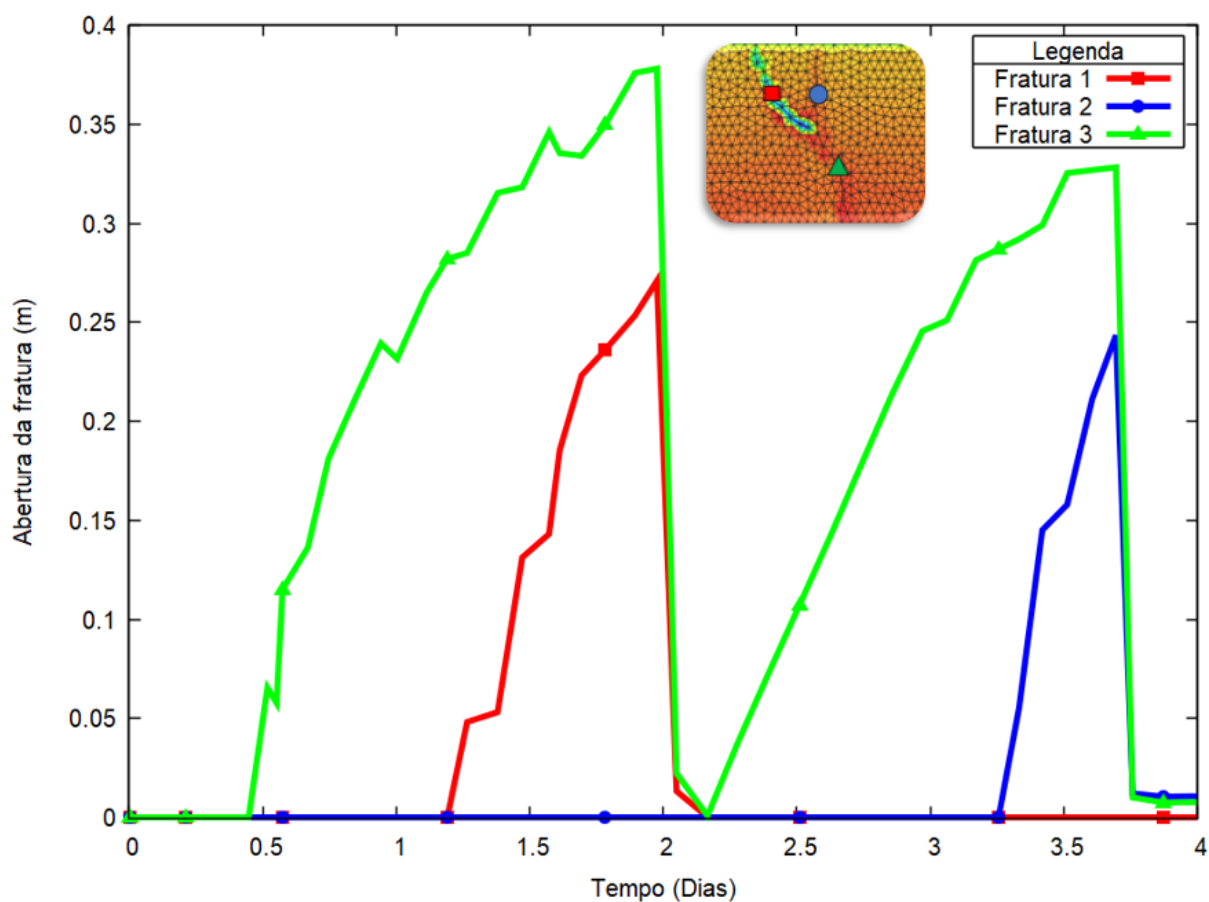
A diferença de trajetória fica evidenciada pelo fato de que a pressão no interior da fratura 2 só sofre um aumento por volta de 3 dias, ou seja, após o ciclo de abertura e fechamento da fratura 1. A pressão na fratura 3 sofre um aumento e descomprime juntamente com a fratura 1, justamente no instante em que a fratura hidráulica se comunica com o aquífero pela primeira vez. Observa-se que, como a fratura 3 está abaixo nó de injeção, a descompressão é menor, permitindo uma rápida recuperação das pressões, porém em um patamar de menor intensidade que no primeiro estágio.

Figura 5.26 - Gráfico da pressão de fluido pelo tempo.



Fonte: Autor.

Figura 5.27 - Gráfico da abertura da fratura pelo tempo.



Fonte: Autor.

Verifica-se na figura 5.27 que, como não se considerou aqui um modelo de fechamento de fratura e nem propante, a abertura das fraturas vai a zero quando estas sofrem descompressão pelo contato com o aquífero.



## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 6.1 CONCLUSÕES

A presente dissertação analisou a técnica de fragmentação de malha com elementos finitos de elevada razão de aspecto, baseada na teoria de Aproximação Contínua de Descontinuidades Fortes (ACDF), para modelar numericamente pelo MEF o comportamento de meios fraturados. A metodologia insere elementos especiais de elevada razão de aspecto alterando a topologia do problema inicial, mas não muda a disposição dos elementos regulares. Assim, quando o dano é atingido, os elementos especiais são ativados e, como estes contornam os elementos regulares, o processo de fraturamento ocorre entre os elementos da malha inicial.

As melhorias do programa Fragmenta mostraram-se importantes e eficientes, permitindo maior agilidade nas etapas de pré-processo, previa visualização das condições de contorno e que novas análises possam ser realizadas.

O uso da técnica de fragmentação de malha apenas na região de interesse mostrou uma diminuição considerável do custo computacional, uma vez que o número de elementos de interface criados é bem menor.

Embora pareça evidente a influência da malha na técnica, o método não apresentou dependência significativa para malhas não estruturadas, de forma que a disposição dos elementos regulares não influenciou na resposta estrutural ou mesmo no padrão da trajetória das fraturas, desde que, conforme Manzoli, *et al.* (2016), o tamanho dos elementos regulares seja capaz de capturar com precisão o campo de tensão.

Os exemplos numéricos adotados validam as implementações realizadas no CODE\_BRIGHT que possibilitam o uso da técnica de fragmentação de malha para modelos tridimensionais. No caso hidráulico estudado, os resultados obtidos das simulações utilizando os elementos finitos de elevada razão de aspecto em malhas tridimensionais foram bastante satisfatórios, onde os erros calculados foram menores que 1%. No caso mecânico, os resultados obtidos nas simulações para os modelos tridimensionais condizem com a resposta encontrada no ensaio realizado por Bellego *et al.* (2000).

A análise do cenário de fraturamento hidráulico levou a respostas relevantes quanto as respostas possivelmente observadas em situações reais de produção em reservatórios não convencionais. Esta evidenciou também a importância de se considerar uma modelagem com acoplamento hidromecânico e a necessidade de adoção de modelos considerando a existência de propante e de fechamento de fraturas.

Não houve comunicação da fratura hidráulica com as fraturas naturais, em virtude de estas terem um mergulho de cerca de  $90^\circ$  e a fratura hidráulica ter se desenvolvido subverticalmente. Porém, no caso de se considerar a existência de planos de acamamento ou fraturas horizontais, possivelmente haveria a ativação de uma rede de fraturas naturais e a resposta seria diferente.

## 6.2 TRABALHOS FUTUROS

- Estudos mais detalhados a respeito da irregularidade na trajetória da superfície das fraturas, de modo a esclarecer se a energia de fratura considerada deve refletir o grau de desalinhamento da disposição dos elementos regulares para a adequada dissipação de energia;
- Desenvolvimento de métodos para otimização do tempo de processamento, inserindo os elementos de elevada razão de aspecto durante a análise, mediante um processo adaptativo;
- Desenvolver e aplicar outros modelos constitutivos.



## REFERÊNCIAS

- ADACHI, J. et al. Computer simulation of hydraulic fractures. **Int J Rock Mech Min Sci**, v. 44, p. 739–757, 2007.
- ANDERSON, T. L. **Fracture Mechanics Fundamentals and Applications**. 3. ed. Boca Raton: CRC Press Taylor & Francis Group, 2005.
- ANP. Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis. **Resolução ANP N° 21 DE 10/04/2014**, Abril 2014. Disponível em: <<http://www.anp.gov.br/wwwanp/>>. Acesso em: 2017.
- ASSIS, D. C. A. D. **Simulação hidromecânica tridimensional do fraturamento hidráulico via técnica de fragmentação de malha**. Tese de Doutorado em andamento: UFPE, 2017.
- AZEVEDO, C. T. **Análise da curva de pressão do fraturamento de formações de alta permeabilidade para estimativa dos parâmetros da fratura**. Tese (Doutorado): Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2011.
- BARRETO, M. N. **Caracterização de materiais para garantir a condutividade de fraturas hidráulicamente induzidas em poços de petróleo e gás**. Rio de Janeiro: PUC-Rio, 2010.
- BEAR, J. Dynamics of fluids in porous media. **Courier Corporation**, 2013.
- BELLEGO, C. L.; GÉRARD, B.; PIJAUDIER-CABOT, G. Chemo-mechanical effects in mortar beams subjected to water hydrolysis. **Journal of engineering mechanics**, American Society of Civil Engineers, v. 126, n. 3, p. 266–272, 2000.
- BESERRA, L. B. D. S. **Análise Hidromecânica do Fraturamento Hidráulico via Elementos**. Recife: UFPE, 2015.
- BIOT, M. A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. **The Journal of the Acoustical Society of America**, Acoustical Society of America, v. 28, n. 2, p. 168-191, 1956.
- BITENCOURT JR, L. A. G. **Numerical modeling of failure processes in steel fiber reinforced cementitious materials**. São Paulo: USP, 2015.
- CLETO, P. R. **Simulação de fraturamento hidráulico usando elementos finitos de elevada razão de aspecto com acoplamento hidromecânico**. Bauru: UNESP, 2016.
- DANESHY, A. A. **Hydraulic fracture propagation in the presence of planes of weakness**. SPE EUROPEAN SPRING MEETING. Amsterdam: Society Petroleum Engineers. 1974.
- EIA. **Annual Energy Outlook 2017 - U.S. ENERGY INFORMATION ADMINISTRATION**. Washington, DC: [s.n.], 2017.

- FERNANDES, P. D. Técnicas de Estimulação: Aumentando a Produtividade de Poços de Petróleo. **Boletim BVEP**, v. 17, n. 1, 2001.
- GEERTSMA, J.; DE KLERK, F. A rapid method of predicting width and extent of hydraulically induced fractures. **Journal of Petroleum Technology**, v. 21, n. 12, p. 1571–1581, 1969.
- GERTNER, J. He fracked until it paid off. **The New York Times Magazine: The Lives They Lived**, 2013. Disponível em: <<https://www.nytimes.com/news/the-lives-they-lived/2013/12/21/george-mitchell/>>.
- GOMES, I. F. **Implementação em elementos finitos das equações de pressão e saturação para simulação de fluxo bifásico em reservatórios de petróleo deformáveis**. Recife: UFPE, 2009.
- GOSZ, M. R. **Finite Element Method: Applications in Solids, Structures, and Heat Transfer (Mechanical Engineering)**. United States: [s.n.], 2005.
- GUIMARÃES, L. J. N.; GENS, A.; OLIVELLA, S. Coupled thermo-hydro-mechanical and chemical analysis of expansive clay subjected to heating and hydration. In: \_\_\_\_\_ **Transport in Porous Media**. 3. ed. [S.l.]: Springer Netherlands, v. 66, 2007. p. 341–372.
- HARRISON E, K. W. M. W. **The mechanics of fracture induction and extension**. Petrol Trans AIME. [S.l.]: [s.n.]. 1954. p. 201-252.
- JING, L. A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering. **International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences**, n. 40, p. 283-353, 2003.
- KISSINGER, A. et al. Hydraulic fracturing in unconventional gas reservoirs. In: \_\_\_\_\_ **Risks in the geological system**. 8. ed. [S.l.]: Environmental Earth Sciences, v. 70, 2013. p. 3855-3873.
- LECHTENBÖHMER, S. et al. **Impacto da extração de gás e óleo de folhelho no ambiente e na saúde humana**. Parlamento Europeu: [s.n.], 2011. Disponível em: <[http://www.lbst.de/ressources/docs2012/EP-ENVI-02\\_Shale-Gas\\_PE-464425\\_FINAL\\_PT\\_JUN2011.pdf](http://www.lbst.de/ressources/docs2012/EP-ENVI-02_Shale-Gas_PE-464425_FINAL_PT_JUN2011.pdf)>.
- LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J.-L. **Mechanics of solid materials**. Cambridge: Cambridge University Press, 1994. 582 p.
- LEWIS, R. W.; SCHREFLER, B. A. **The finite element method in the static and dynamic deformation and consolidation of porous media**. [S.l.]: Ed. Chichester: Wiley, 2000.
- MAEDO, M. A. **Simulação computacional por elementos finitos de múltiplas fissuras em sólidos usando tecnica de fragmentação de malha**. Bauru: UNESP, 2015.

- MANZOLI, O. L. et al. Modeling of interfaces in two-dimensional problems using solid finite elements with high aspect ratio. **Computers & Structures**, Elsevier, v. 94, p. 70-82, 2012.
- MANZOLI, O. L. et al. On the use of finite elements with a high aspect ratio for modeling cracks in quasi-brittle materials. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 153, p. 151 – 170, 2016. ISSN 0013-7944. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S001379441500702X>>.
- MIRANDA, T. S. et al. Applying scanline techniques to geological/geomechanical modeling of fracturing systems in carbonate and evaporite deposits from Araripe Basin. In: \_\_\_\_\_ **NE Brazil: Boletim de Geociências da Petrobras**. [S.l.]: [s.n.], v. 20, 2012. p. 305–326.
- NEUMANN, L. F. **Investigação experimental sobre a geração, visualização e avaliação da condutividade de fraturas ácidas em carbonatos microbiais**. Campinas: UNICAMP, 2011.
- NORDGREN, R. Propagation of a vertical hydraulic fracture. **Society of Petroleum Engineers Journal**, Society of Petroleum Engineers, v. 12, n. 4, p. 306–314, 1972.
- OLIVEIRA, R. W. **Estudo da Integridade da Cimentação em poços submetidos a injeção de vapor via técnica de fragmentação de malha de elementos finitos**. Recife: UFPE, 2016.
- OLIVELLA, S. et al. Nonisothermal multiphase flow of brine and gas through saline media. In: \_\_\_\_\_ **Transport in Porous Media**. 3. ed. [S.l.]: [s.n.], v. 15, 1994. p. 271–293.
- OLIVELLA, S. et al. Numerical formulation for a simulator (CODE\_BRIGHT) for the coupled analysis of saline media. **Engineering Computations**, v. 13, n. 7, p. 87-112, 1995.
- OLIVER, J.; CERVERA, M.; MANZOLI, O. Strong discontinuities and continuum plasticity models: the strong discontinuity approach. **International journal of plasticity**, Elsevier, n. 3, p. 319–351, 1999.
- OLIVER, J.; HUESPE, A.; CANTE, J. An implicit/explicit integration scheme to increase computability of non-linear material and contact/friction problems. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, Elsevier B.V., v. 197, n. 21-24, p. 1865–1889, 2008. ISSN 0045-7825. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782507004756>>.
- PERKINS T, K. L.; KERN, L. R. Widths of hydraulic fractures. **Journal of Petroleum Technology**, v. 3, n. 9, p. 937-949, 1961.
- ROSA, A. J.; CARVALHO, R. D. S.; XAVIER, J. A. D. **Engenharia de reservatórios de petróleo**. [S.l.]: Interciência, 2006.
- SANCHEZ, M.; MANZOLI, O. L.; GUIMARÃES, L. L. N. Modeling 3-D desiccation soil crack networks using a mesh fragmentation technique. **Computers And Geotechnics**, Oxford: Elsevier Sci Ltd, v. 62, p. 27-39, 2014. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/116488>>.

- SANTOS, R. F. et al. **Characterization of natural fractures systems**: analysis of uncertainty effects in linear scanline results. [S.l.]: AAPG Bulletin, v. 99, 2015.
- SEIXAS, M. G. **Modelagem hidromecânica do fraturamento hidráulico de rochas via elementos finitos com elementos especiais de interface**. Recife: UFPE, 2015.
- SIMO, J. C.; JU, J. W. Strain- and stress-based continuum damage models-i. formulation. **International Journal of Solids and Structures**, Stanford, v. 23, n. 7, p. 821–840, 1987. ISSN 0020-7683. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0020768387900837>>.
- SNOW, D. T. **A parallel plate model of fractured permeable media**. [S.l.]: University of California, 1965.
- TEIXEIRA, J. C.; MACIEL, B. M. C. M. **p3MatPac**: Pre- and Post-Processing MATLAB package. Recife: [s.n.], v. 2, 2017. Disponível em: <<https://bitbucket.org/jontateixeira/p3matpac>>.
- TERZAGHI, K. **Theoretical Soil Mechanics**. [S.l.]: John Wiley and Sons, Inc., 1943.
- U.S. ENERGY INFORMATION ADMINISTRATION. **The International Energy Outlook 2016 (IEO2016)**. U.S. Energy Information Administration (EIA). Washington, DC. 2016.
- WEBER, N. et al. The XFEM with an Explicit-Implicit Crack Description for Hydraulic Fracture Problems. In: BUNGER, A. P.; MCLENNAN, J.; JEFFREY, R. **Effective and Sustainable Hydraulic Fracturing**. [S.l.]: [s.n.], 2013. Disponível em: <<http://www.intechopen.com/books/Effective-nad-Sustainable-hydraulic-fracturing/the-xfem-with-an-explicit-implicit-crack-description-for-hydraulic-fracture-problems>>.
- WITHERSPOON, P. et al. **Validity of cubic law for fluid flow in a deformable rock fracture**. 6. ed. [S.l.]: Water resources research, Wiley Online Library, v. 16, 1980. 1016–1024 p.
- YEW, C. H. **Mechanics of Hydraulic Fracturing**. Houston: Gulf Publishing Company, 1997.
- ZHANGA, G. M. et al. Three-dimensional finite element simulation and parametric study for horizontal well hydraulic fracture. In: \_\_\_\_\_ **Journal of Petroleum Science and Engineering**. 3-4. ed. [S.l.]: [s.n.], v. 72, 2010. p. 310-317.
- ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The finite element method**: The basis. [S.l.]: Butterworth-heinemann, 2000.