



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

KAIKE MANOEL BARROS DO NASCIMENTO

**DIMENSIONAMENTO OTIMIZADO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO
UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS**

Caruaru, 2017

KAIKE MANOEL BARROS DO NASCIMENTO

**DIMENSIONAMENTO OTIMIZADO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO
UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental - PPGECAM do Centro Acadêmico do Agreste - CAA, da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil e Ambiental.

Área de concentração: Estruturas e Materiais

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Bono

Coorientadora: Profa. Dra. Giuliana F.F. Bono

Caruaru, 2017

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Paula Silva CRB/4 - 1878

N244d Nascimento, Kaike Manoel Barros do.
Dimensionamento otimizado de pilares de concreto armado utilizando algoritmo genético. / Kaike Manoel Barros do Nascimento. - 2017.
98f. il.: 30 cm.

Orientador: Gustavo Bono.
Coorientadora: Giuliana Franca Furtado Bono.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, 2017.
Inclui Referências.

1. Otimização matemática. 2. Concreto armado. 3. Algoritmos genéticos. I. Bono, Gustavo (Orientador). II. Bono, Giuliana Franca Furtado (Coorientadora). III. Título.

620 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2017-406)

KAIKE MANOEL BARROS DO NASCIMENTO

**DIMENSIONAMENTO OTIMIZADO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO
UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito para a obtenção do título de mestre em Engenharia Civil e Ambiental.

Aprovado em: 11/08/2017.

BANCA EXAMINADORA

Profº. Dr. Gustavo Bono (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco
APROVADO

Profº. Dr. Alessandro Romário Echevarria Antunes (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco
APROVADO

Profº. Dr. Charlei Marcelo Paliga (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pelotas
APROVADO

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus por toda sua glória e benção na minha vida.

Agradeço imensamente aos meus queridos e competentes orientadores Prof. Dr. Gustavo Bono e Profa. Dra. Giuliana F.F. Bono por seu tempo dedicado às orientações desta pesquisa, pelos conhecimentos a mim repassados e dizer-lhes que foi um prazer enorme aprender com vocês. Minha eterna admiração por carregarem consigo o dom do verdadeiro professor.

À minha família, em especial aos meus queridos pais João Alberto e Lúcia Helena, meus eternos guerreiros e educadores.

Em especial e com um enorme carinho à minha amiga de graduação, mestrado e da vida Lays Aguiar, por todos os momentos em que estivemos juntos. Ao meu grande amigo também de graduação e mestrado Alisson Bandeira pela grande disponibilidade e companheirismo que sempre teve. Vocês foram muito importantes no desenvolvimento deste trabalho e na minha vida.

À CAPES pelo incentivo financeiro.

Aos funcionários do programa PPGECCAM e dos laboratórios, fundamentais ao longo do curso.

RESUMO

A engenharia civil é composta de diversas áreas tecnológicas que quando trabalhadas concomitantemente compõem a construção civil. Dentre as suas áreas de atuação, a engenharia de estruturas é o ramo da engenharia civil responsável por analisar, calcular e dimensionar os elementos estruturais de uma edificação de maneira segura e econômica seguindo todos os critérios normativos. Contudo, para um mesmo carregamento podem ser caracterizadas várias seções geométricas que atendem aos critérios de cálculo, ficando a critério da experiência do projetista escolher a mais adequada, o que nem sempre corresponde ao dimensionamento mais econômico. Partindo desse ponto de vista, torna-se necessário o emprego de métodos numéricos para a obtenção de seções que apresentem o menor custo e que também atenda aos critérios de segurança e durabilidade. O presente trabalho tem como objetivo principal realizar o dimensionamento otimizado de seções retangulares de pilares de concreto armado que atenda às prescrições da norma NBR 6118:2014 objetivando a redução do custo final. Para tanto foi estudado um pilar de um edifício residencial de 5 pavimentos onde a sua distribuição vertical ao longo de sua altura foi calculada pelo método convencional e depois calculada pelo processo de otimização numérica. A otimização foi feita em duas etapas: mantendo-se a base do pilar fixa e variável. Foi aplicada também a técnica DOE (*Design of Experiments*) no estudo da influência das variáveis de projeto, com o intuito de revelar qual variável de projeto mais influencia no custo final dos pilares. O processo de otimização numérica foi desenvolvido no ambiente MATLAB com o emprego do método dos Algoritmos Genéticos.

Palavras-chave: Otimização. Pilares. Concreto armado. Algoritmo genético.

ABSTRACT

Civil engineering is composed of several technological areas that, when worked together, make up the construction industry. Among its areas of activity, structural engineering is the branch of civil engineering responsible for analyzing, calculating and dimensioning the structural elements of a building in a safe and economical way, following all normative criteria. However, for a single loading, several geometric sections can be characterized that meet the criteria of calculation, being the criterion of the experience of the designer to choose the most appropriate, which does not always correspond to the most economical design. From this point of view, it becomes necessary to use numerical methods to obtain sections that present the lowest cost and also meet the criteria of safety and durability. The main objective of this work is the optimized design of rectangular sections of reinforced concrete columns that meet the requirements of NBR 6118: 2014, aiming at reducing the final cost. For this, a column of a 5storey residential building was studied, where its vertical distribution along its height was calculated by the conventional method and then calculated by the numerical optimization process. The optimization was done in two steps: the base of the column was fixed and variable. It was also applied the DOE (Design of Experiments) technique in the study of the influence of the design variables, in order to reveal which project variable influences the final cost of the columns. The numerical optimization process was developed in the MATLAB environment using the Genetic Algorithm method.

Keywords: Optimization. Columns. Reiforced concrete. Genetic algorithm.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tipos de Pilares	21
Figura 2 – Comprimento efetivo do pilar	24
Figura 3 – Vinculação dos pilares	25
Figura 4 – Ex.1 das estimativas de cargas por áreas de influência	30
Figura 5 – Ex.2 das estimativas de cargas por áreas de influência	30
Figura 6 – Espaçamentos e diâmetros máximos	34
Figura 7 – Proteção contra flambagem de barras.....	36
Figura 8 – Fluxograma para cálculo de pilares de concreto armado	37
Figura 9 – Modelos de armaduras utilizadas	38
Figura 10 – Domínios de deformação.....	39
Figura 11 – Esforços gerado nos pilares	42
Figura 12 – Equilíbrio da seção em flexo-compressão	43
Figura 13 – Equações de equilíbrio para o domínio 4 e 4a.....	44
Figura 14 – Fluxograma do Algoritmo Genético	50
Figura 15 – Opções de calibração para a função “ga”	51
Figura 16 – Esquematização do funcionamento DOE	55
Figura 17 - Variáveis de projeto.....	60
Figura 18 – Custo do pilar por nível de carga	69
Figura 19 – Variação da base em função das combinações de carga	70
Figura 20 – Variação da altura em função das combinações de carga	71
Figura 21 – Variação da área de aço em função das combinações	72
Figura 22 – Variação da linha neutra em função das combinações	72
Figura 23 – Planta baixa do edifício residencial.....	74
Figura 24 – Corte do edifício residencial.....	75

Figura 25 – Análise do custo do pilar considerando base fixa	77
Figura 26 – Variação da altura considerando base fixa	78
Figura 27 – Variação da área de aço considerando base fixa	79
Figura 28 – Variação da linha neutra considerando base fixa	79
Figura 29 – Análise do custo do pilar considerando base variável	82
Figura 30 – Variação da base do pilar considerando base variável.....	83
Figura 31 – Variação da altura considerando base variável	83
Figura 32 – Variação da área de aço considerando base variável	84
Figura 33 – Variação da linha neutra considerando base variável	85
Figura 34 – Variação do custo considerando base fixa e variável	87
Figura 35 – Variação da base considerando base fixa e variável.....	88
Figura 36 – Variação das alturas considerando base fixa e variável	88
Figura 37 – Variação da área de aço considerando base fixa e variável...	89
Figura 38 – Variação da linha neutra considerando base fixa e variável ...	89

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Classificação dos pilares quanto à esbeltez.....	26
Quadro 2 – Custo dos serviços e materiais para os pilares	60
Quadro 3 – Valor final dos serviços e materiais.....	61

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Quantidades de experimentos e 4 variáveis de projeto	58
Tabela 2 – Ações combinadas de 4 variáveis de projeto e seus níveis	59
Tabela 3 – Resultados obtidos Sias e Alves (2014) x Autor (2016).....	68
Tabela 4 – Resumo do dimensionamento do pilar “P8” por pavimento	75
Tabela 5 – Pilar calculado pelo método convencional e otimizado considerando base fixa	77
Tabela 6 – Análise de consumo de materiais considerando base fixa	80
Tabela 7 – Custo com estribos considerando base fixa.....	80
Tabela 8 – Disposição vertical calculada pelo método considerando base variável	81
Tabela 9 – Análise de consumo de materiais por pavimento considerando base variável.....	85
Tabela 10 – Custo total com estribos considerando base variável	86
Tabela 11 – Dimensionamento da disposição vertical do pilar considerando base fixa e variável	87
Tabela 12 – Custo total com estribos considerando base fixa e variável ..	90
Tabela 13 – Valores das variáveis para os níveis máximos e mínimos	90
Tabela 14 – Cálculo da influência das variáveis no custo do pilar.....	91
Tabela 15 – Cálculo das estimativas de influência para ações combinadas das variáveis de projeto	92

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	OBJETIVOS	14
2.1	Objetivo Geral	14
2.2	Objetivos Específicos	14
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
4	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	20
4.1	Classificação dos pilares quanto a posição em planta	20
4.1.1	<i>Pilares intermediários, de passagem ou centrais</i>	20
4.1.2	<i>Pilares de extremidades, bordas ou laterais</i>	20
4.1.3	<i>Pilares de Canto</i>	20
4.2	Classificação dos esforços gerados nos pilares	21
4.2.1	<i>Flexo-compressão reta</i>	21
4.2.2	<i>Flexo-compressão oblíqua</i>	21
4.3	Excentricidade em pilares	22
4.3.1	<i>Excentricidade de Primeira Ordem</i>	22
4.3.2	<i>Excentricidade de Segunda Ordem</i>	22
4.4	Carregamento axial nos pilares	23
4.5	Momentos fletores mínimos	23
4.6	Comprimento Efetivo dos Pilares	23
4.7	Classificação dos pilares quanto à sua Esbeltez	24
4.8	Momentos fletores totais de cálculo	27
4.8.1	<i>Método do Pilar Padrão com Curvatura Aproximada</i>	27
4.9	Estimativa da carga vertical no pilar por áreas de influência	29
4.10	Disposições construtivas	31
4.10.1	<i>Dimensões mínimas</i>	31
4.10.2	<i>Disposição das armaduras longitudinais dos pilares</i>	32
4.10.3	<i>Disposição das armaduras transversais dos pilares</i>	34
4.11	CrITÉRIOS de cálculo	37

4.12	Otimização Estrutural	47
4.12.1	<i>Algoritmos Genéticos</i>	48
4.12.2	<i>A função dos Algoritmos Genéticos no MATLAB</i>	51
4.13	Planejamento e Análise de experimentos DOE	52
5	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA MATEMÁTICO DE OTIMIZAÇÃO E VALIDAÇÃO DO PROGRAMA	60
5.1	Variáveis de projeto	60
5.2	Função objetivo	61
5.3	Definição das restrições	64
5.4	Descrição final do problema	64
5.4.1	<i>Descrição do programa considerando base fixa</i>	65
5.4.2	<i>Descrição do programa com base variável</i>	66
5.5	Validação com Literatura	67
6	DIMENSIONAMENTO DE PILAR EM UMA EDIFICAÇÃO RESIDENCIAL	74
7	RESULTADOS E DISCUSSÕES	76
7.1	Dimensionamentos convencional e otimizado com base fixa	76
7.2	Dimensionamento convencional e otimizado base variável	81
7.3	Dimensionamentos otimizado com base fixa e com base variável	86
7.4	Planejamento e análise de experimentos DOE: Aplicação	90
8	CONCLUSÕES	93
8.1	Sugestões para trabalhos futuros	94
	REFERÊNCIAS	94

1 INTRODUÇÃO

Tendo em vista o crescimento populacional, a humanidade vem se deparando com algumas situações referentes a problemas econômicos, ambientais e sociais, uma vez que se pretende construir com a melhor qualidade e menor custo, consumindo da forma mais sustentável os recursos da natureza disponíveis. Trazendo para o ponto de vista da engenharia de estruturas, a função do engenheiro está atrelada à busca por um projeto ótimo, que atenda à máxima funcionalidade e segurança com o mínimo custo possível. Sendo assim, na fase de projeto devem ser levados em consideração todos esses aspectos.

Geralmente, o pré-dimensionamento das estruturas é baseado principalmente na experiência do projetista, podendo apresentar muitas vezes um superdimensionamento, ocasionando um consumo desnecessário de material. É nesse sentido que os processos de otimização se fazem necessários, pois além do ganho econômico também haverá o ganho com a redução do impacto ambiental. O cálculo convencional de pilares de concreto armado é um processo iterativo e exaustivo e que apenas eventualmente pode levar a melhor solução estrutural. Sendo muitas as soluções possíveis, a escolha da mais adequada pode ser facilitada com a implementação de técnicas matemáticas de otimização.

Os Algoritmos Genéticos serão empregados neste trabalho devido ao fato de possuir inúmeras vantagens com relação aos demais métodos clássicos de otimização, principalmente por causa da alta eficiência e facilidade de implementação, não sendo necessário utilizar formulações complexas, nem adotar simplificações que podem vir a descaracterizar o problema a ser otimizado e conseguem lidar com um grande número de variáveis. É nesse contexto que este trabalho irá analisar o dimensionamento otimizado de seções retangulares de concreto armado seguindo os preceitos contidos na norma NBR 6118:2014.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo principal realizar o dimensionamento ótimo de seções retangulares de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão reta, utilizando o método dos Algoritmos Genéticos (AG).

2.2 Objetivos Específicos

- Implementar um programa no ambiente MATLAB para dimensionamento ótimo de seções retangulares de pilares de concreto armado;
- Realizar um estudo comparativo entre o cálculo convencional e o dimensionamento otimizado, seguindo a norma NBR 6118:2014, das seções transversais da disposição vertical de um pilar de uma edificação residencial composta por 5 pavimentos;
- Analisar como a mudança das dimensões da seção de concreto, áreas das armaduras longitudinais, transversais e a resistência dos materiais influenciam no custo final dos pilares de concreto armado;
- Aplicar a técnica de Planejamento de Experimentos DOE (*Design of Experiments*) para identificar o grau de influência que cada variável tem no custo final do pilar;
- Analisar como a variação da base do pilar influencia no custo final.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Zielinski, Lon e Troitsky (1995) estudaram a otimização de pilares retangulares de concreto armado submetidos à flexão reta e oblíqua considerando a redução de custo. O trabalho consistiu em analisar um pilar com dimensões pré-definidas variando apenas área de aço posteriormente em analisar a otimização sem um pré-dimensionamento definido. Como resultado os autores conseguiram uma redução de 13% dos custos, 9% na menor dimensão do pilar, 3% na maior dimensão do pilar e 14% na área da armadura.

Rafiq e Southcombe (1998) utilizaram o método dos algoritmos genéticos para redução do custo e do trabalho com a mão de obra empregada na montagem e construção de pilares de concreto armado sujeitos a carregamentos biaxiais em flexo-compressão oblíqua. Os pilares foram submetidos a carregamentos definidos e sujeito a restrições de resistência, dimensões e disposições construtivas de acordo com a norma inglesa BS 8110:1985. Com o emprego dos algoritmos genéticos obteve-se uma redução que variou entre 5% e 22% na área total da armadura final.

As pesquisadoras Chaves e El Debs (2008) desenvolveram um programa para otimização de pilares de concreto armado objetivando o menor custo da peça variando apenas as suas dimensões transversais e a área de aço. Foram atribuídos valores de carregamentos axiais e suas respectivas gerações de momentos fletores devido às excentricidades encontradas. Como restrições, adotaram o equilíbrio da seção transversal equacionando a resultante das forças e dos momentos; restrições de garantia da inserção da peça no domínio 5 correlacionado a profundidade da linha neutra com a altura da seção transversal do pilar; as restrições laterais e as taxas máximas de armadura para esta seção. Para a otimização, empregou-se o método dos multiplicadores de Lagrange e foram adotadas um total de 6 restrições. As autoras concluíram que o custo da estrutura foi maior quando as excentricidades aumentaram, aumentando também os esforços e conseqüentemente as áreas de aço, volume de concreto e área de fôrmas.

Aschheim, Martín e Montes (2010) otimizaram armaduras de pilares de concreto armado. Para a obtenção dos esforços foram aplicados acréscimos uniformes nas cargas axiais e nos momentos fletores. Para a validação do seu trabalho, os autores compararam os resultados das armaduras otimizadas com o dimensionamento das armaduras conforme os preceitos da norma norte-americana ACI-318. Inicialmente os autores consideraram o dimensionamento simétrico das armaduras (admitindo o mesmo diâmetro para todas as barras) e posteriormente o dimensionamento otimizado assimétrico (admitindo o diâmetro das barras variados). Os pilares com armaduras otimizadas apresentaram uma redução de área de aço que variou de 7% a 15% com a relação às armaduras sem otimização.

Bekdas e Nigdeli (2011) utilizaram o algoritmo HS (Hirschberg e Sinclair) para otimizar vigas de concreto armado com seções "T" objetivando o menor custo da peça. Os resultados otimizados foram comparados com a norma ACI 318:1983. Os autores concluíram que as vigas otimizadas sob o máximo carregamento imposto apresentaram uma redução de 3,08% no custo final. Porém, informaram como uma desvantagem do emprego desta técnica o elevado tempo de processamento.

Yousif e Najem (2012) otimizaram pilares curtos de concreto armado submetidos a carregamentos variados utilizando o método dos algoritmos genéticos. O objetivo final do trabalho foi a redução de custos em função da seção transversal e da área de aço submetidas às 11 restrições de estabilidade e disposições construtivas. Os resultados foram comparados com o método convencional da norma ACI 318 M-08. Os pilares otimizados submetidos a carregamentos concentrados apresentaram uma economia de até 50% com relação ao calculado convencional, de 1% a 3% para pilares em flexo-compressão reta e de 26,83% de economia para os pilares em flexo-compressão oblíqua. Os autores conseguiram uma redução do custo com baixo tempo de processamento, mostrando a eficiência do método empregado.

Mohammad e Seyan (2013) otimizaram pilares de concreto armado sujeitos a carregamentos axiais e biaxiais através do método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) no Excel Solver. As restrições impostas ao sistema totalizaram 16 restrições e seguiram as recomendações da Eurocode (EC2):1992. As variáveis de projeto foram as dimensões da seção transversal e a área de aço. Os autores

variaram a intensidade do carregamento e as excentricidades, concluindo que com o aumento do carregamento, a mudança das dimensões da seção transversal é mais apropriada do que aumentar a área de aço. Já para o aumento da excentricidade o aumento na taxa de aço se mostrou mais eficiente sob o ponto de vista econômico.

O trabalho realizado por Krikpa (2013) foi voltado para o dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado com seções retangulares submetidos à flexo-compressão tendo como objetivo a minimização do custo. O autor utilizou o ambiente de programação Fortran para implementar o método do Recozimento Simulado (*Simulated Annealing - SA*). Os pilares otimizados chegaram a apresentar uma economia de 30,38% quando comparadas com a seção calculada pelo método convencional, adotando as restrições impostas pela NBR 6118:2007. No mesmo trabalho, também foram analisados os pilares otimizados por Argolo (2000, *apud* Krikpa, 2013) com o método dos algoritmos genéticos, conseguindo uma redução na seção de até 6,85%.

Medeiros e Krikpa (2012) estudaram a influência da escolha dos métodos determinísticos e probabilísticos para otimização de estruturas. Sobre a aplicação de métodos heurísticos de otimização, os autores fizeram um estudo comparativo da aplicação destes métodos em trabalhos recentes de outros autores, com o intuito de definir qual a melhor escolha para otimização de estruturas. Entre eles, foram analisados os métodos do Recozimento Simulado, Busca Tabu, Algoritmos Genéticos, Busca Harmônica, Colônia de Formigas, Colônia de Abelhas, Enxame de Partículas. Os autores concluíram que os dois melhores métodos para otimização estrutural foram os Algoritmos Genéticos e Recozimento Simulado.

Sias e Alves (2014), desenvolveram um programa no ambiente MATLAB com o objetivo de otimizar o custo de pilares com índice de esbeltez menores que 90, porque tem seu cálculo simplificado pela NBR 6118:2014. Os autores consideraram como restrições as dimensões mínimas da seção transversal, área mínima e máxima de aço, espaçamento entre as armaduras e efeitos de segunda ordem. Sendo assim, avaliaram critérios de resistência (para carga axial e momento fletor), critérios dos limites das armaduras (mínimo e máximo), critérios dos limites geométricos (dimensão horizontal e vertical e área mínima) e o critério da esbeltez.

O objetivo do trabalho foi obter a seção ótima com o menor custo em função do uso dos materiais e mão de obra, totalizando 11 restrições. Os resultados obtidos se mostraram satisfatórios, conseguindo uma redução do custo do pilar de até 20% quando comparados com os resultados apresentados por Carvalho e Pinheiro (2009) e Fusco (1995).

No trabalho desenvolvido por Pires e Silva (2014), foram otimizados pilares esbeltos sujeitos à flexo-compressão com não linearidade física e geométrica considerando a variação da esbeltez. Empregou-se o método dos Algoritmos Genéticos com o objetivo de minimizar o custo. No trabalho foram variadas as dimensões da seção transversal e das áreas de aço sujeitas às restrições de resistência, de estabilidade, de exequibilidade e de segurança normativas. Opercentual de reduções de custos obtidos pelas autoras apresentaram valores que variaram de 0,42% a 7,97% com relação a outros trabalhos publicados na literatura onde o ganho principal se deu na redução das taxas de armaduras.

Com o objetivo de minimização o custo final da execução de pórticos de concreto foi desenvolvido pelos autores Serpik, Mironenko e Averchenkov (2016) um programa de otimização utilizando algoritmos genéticos. Os autores levaram em consideração a não linearidade física do concreto armado para as vigas e os pilares do quadro. Utilizaram como restrições as dimensões da seção transversal, área de aço e profundidade de linha neutra. Para validação do seu trabalho, os autores aplicaram o algoritmo de otimização em uma estrutura de quadro pré-fabricada, chegando a obter redução de custos que variaram de 6,5% a 18% no valor final.

Um procedimento numérico baseado em algoritmos meta-heurísticos desenvolvido por Olivares e Tomás (2016) objetivaram a minimização do custo de pilares retangulares de concreto armado de alta resistência submetidos flexo-compressão reta e oblíqua. Os autores compararam dois exemplos numéricos de dimensionamento de pilares que envolveram variação de cargas e momentos fletores, com os resultados calculados conforme a norma internacional ACI-318 e *EUROCODE 2 Standard (EC2)*. Utilizaram como variáveis de projeto as dimensões da seção transversal, profundidade da linha neutra e a quantidade de barras por

camadas. Os autores obtiveram uma redução de custo de aproximadamente 14% com relação aos custos calculados com a *EUROCODE 2 Standard* (EC2).

Este trabalho abordará a otimização de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão reta utilizando algoritmos genéticos. Os pilares submetidos a este tipo de esforços recebem a maior contribuição de carga axial proveniente dos pavimentos sobrejacentes, podendo apresentar na maioria das vezes um superdimensionamento. Também, será estudado o concreto armado, por ser um material empregado em grande escala no Brasil que demanda elevado custo com fôrmas, escoramentos, aço e mão de obra.

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Segundo a norma NBR 6118:2014 item 14.4.1.2, pilares são “Elementos lineares de eixo reto, usualmente dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes”. Sendo assim, o mecanismo de transferência de cargas numa edificação se dá pelo carregamento da laje sendo transmitido para as vigas, das vigas para os pilares, dos pilares para fundações e das fundações para o solo.

4.1 Classificação dos pilares quanto a posição em planta

Os pilares podem apresentar esforços diferentes de acordo com a sua localização em planta. Logo o posicionamento do pilar pode ser classificado em três tipos, que são eles: pilares intermediários, pilares de extremidades e pilares de canto.

4.1.1 Pilares intermediários, ou centrais

Classifica-se como pilar intermediário o pilar que se encontra posicionado no centro das vigas, que neste se apoiam. São pilares em que existe a continuidade da viga nas duas direções. O pilar intermediário é ilustrado na Figura 1a.

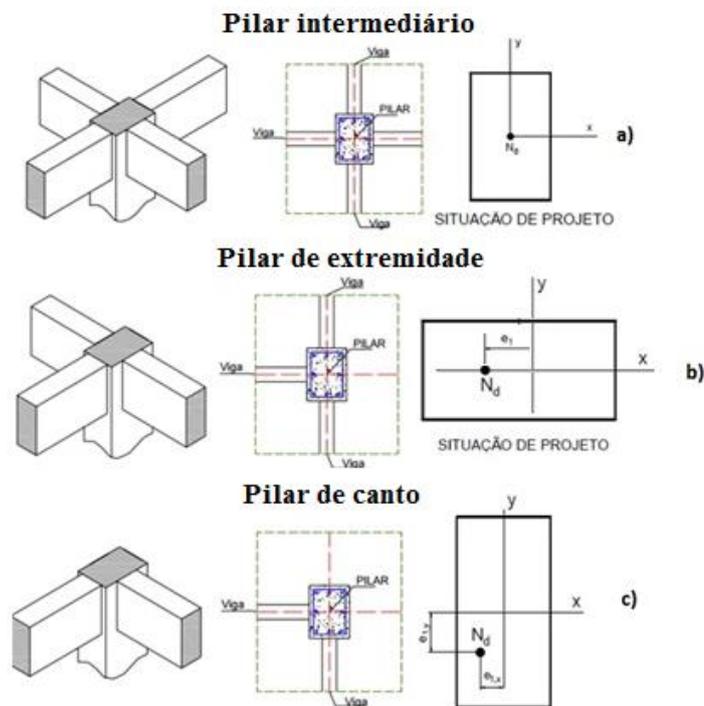
4.1.2 Pilares de extremidades, bordas ou laterais

Um pilar para classificar-se como um pilar de extremidade, deve encontrar-se posicionado nas bordas das edificações. O pilar é classificado de extremidade quando não houver continuidade da viga sobre o pilar em uma de suas direções, como mostrado na Figura 1b.

4.1.3 Pilares de Canto

Para um pilar ser classificado como um pilar de canto, este deve encontrar-se posicionado justamente no canto do edifício. O pilar de canto é mostrado na Figura 1c.

Figura 1 – Tipos de Pilares



Fonte: O Autor (2017)

Nota: Adaptado de Bastos (2015)

Este trabalho analisará apenas o pilar intermediário da edificação, o qual está sujeito ao esforço de flexo-compressão reta.

4.2 Classificação dos esforços gerados nos pilares

4.2.1 Flexo-compressão reta

Solicitação gerada em pilares intermediários e de extremidades, causado pela atuação da carga axial sobre um dos eixos baricêntricos da seção transversal. A carga encontra-se aplicada fora do ponto de encontro dos eixos baricêntricos, contudo permanece sobre um dos eixos.

4.2.2 Flexo-compressão oblíqua

Solicitação gerada em pilares de canto, causado pela atuação da carga axial aplicada fora dos eixos baricêntricos da seção transversal. O ponto de aplicação da carga encontra-se sobre qualquer ponto fora dos eixos.

4.3 Excentricidades em pilares

Excentricidades são os deslocamentos do ponto de aplicação da carga axial nos pilares em relação aos eixos baricêntricos da seção transversal.

4.3.1 Excentricidades de Primeira Ordem

Estas excentricidades classificam-se em:

- Excentricidades de fôrma: estas excentricidades ocorrem devido à imposição do projeto arquitetônico que não permite o alinhamento do eixo da viga com o centro geométrico do pilar.
- Excentricidade inicial: estas excentricidades ocorrem devido à existência de um momento transmitido pela ligação viga-pilar, o qual é determinado por:

$$e = \frac{M_{1d}}{N_d} \quad (1)$$

onde,

e = Excentricidade inicial

M_{1d} = Momento fletor de ligação viga-pilar

N_d = Carga axial de cálculo

- Excentricidade acidental: ocorre devido à incerteza do ponto de aplicação da força axial proveniente dos erros de execução, como: fôrmas defeituosas, mau escoramento, falhas de concretagem, entre outros.

Segundo a norma NBR 6118:2014 item 11.3.3.4.3, as excentricidades acidentais podem ser equilibradas, desde que considere os momentos fletores mínimos gerados, conforme mostrado no item 4.5.

4.3.2 Excentricidade de Segunda Ordem

De acordo com a norma NBR 6118:2014 item 15.7.4 as excentricidades de segunda ordem surgem quando a estrutura está submetida aos esforços solicitantes. Tais solicitações provocam as deformações nos pilares e, conseqüentemente, o surgimento de momentos de segunda ordem.

4.4 Carregamento axial nos pilares

As forças provenientes das reações de apoio das vigas ou das lajes (no caso de lajes cogumelos) determinam a força axial que será considerada para o cálculo dos pilares. Esta força deve ser majorada de acordo com um coeficiente γ_n estabelecido pela norma NBR 6118:2014, tabela 11.1 e 13.2.3. A força normal de cálculo pode ser definida por:

$$N_d = N_k \gamma_n \quad (2)$$

onde:

N_d = Esforço axial de cálculo

N_k = Esforço axial característico

γ_n = Coeficiente de majoração de cargas

O coeficiente de majoração de cargas adotado será $\gamma_n = 1,4$

4.5 Momentos fletores mínimos

Conforme a norma NBR 6118:2014, item 11.3.3.4.3, os efeitos das imperfeições locais nos pilares podem ser substituídos pela consideração dos momentos fletores mínimos, com o objetivo de superar os erros e problemas durante a execução, como por exemplo um desalinhamento vertical em pilares. Deste modo, o valor é determinado através da seguinte expressão:

$$M_{1dmin} = N_d(1,5 + 0,03h) \quad (3)$$

onde,

M_{1dmin} = momento fletor mínimo

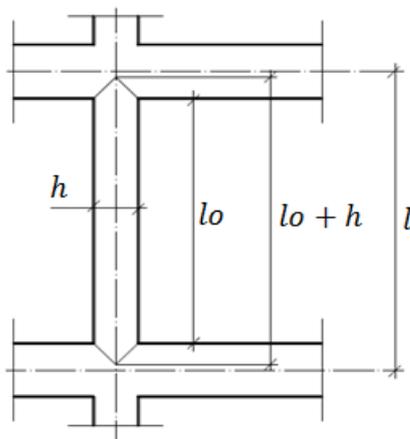
N_d = força axial de cálculo

h = altura da seção transversal do pilar na direção considerada (em centímetros)

4.6 Comprimento Efetivo dos Pilares

O comprimento efetivo dos pilares em relação a cada eixo é determinado conforme apresentado na Figura 2.

Figura 2 – Comprimento efetivo do pilar



Fonte: Do Autor (2017).

O item 15.6 da norma NBR 6118:2014 expressa que o comprimento efetivo l_{ef} do elemento comprimido (pilar), suposto vinculado em ambas as extremidades, deve ser o menor dos seguintes valores:

$$l_{ef} \leq \begin{cases} l_0 + h \\ l \end{cases} \quad (4)$$

onde,

l_0 = distância entre as faces internas dos elementos estruturais, supostos horizontais, que vinculam o pilar

h = altura da seção transversal do pilar, medida no plano da estrutura em estudo

l = distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado

4.7 Classificação dos pilares quanto à sua esbeltez

É de suma importância determinar a esbeltez do pilar, pois, a depender deste valor os efeitos causados pela excentricidade de 2ª ordem podem ser desprezados ou não. O índice de esbeltez é a razão entre o comprimento de flambagem e o raio de giração, nas direções a serem consideradas.

De acordo com a norma NBR 6118:2014 item 15.8.2, o valor do índice de esbeltez λ é dado por:

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad (5)$$

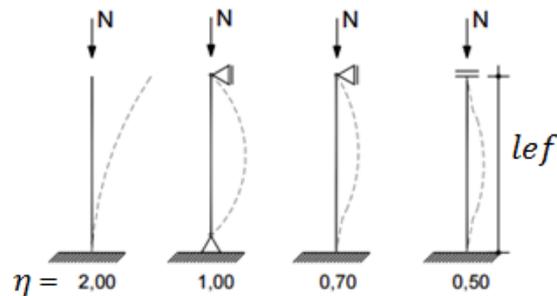
onde i é o raio de giração e l_e é o comprimento de flambagem. Assim, para o raio de giração i , temos:

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (6)$$

onde, I é o valor da inércia e A é o valor da área da seção transversal.

O comprimento de flambagem l_e é dado em função das vinculações adotadas para o pilar. Na Figura 3, apresenta-se os comprimentos de flambagem dos pilares de acordo com as vinculações.

Figura 3 – Vinculação dos pilares



Fonte: Do Autor (2017)

$$l_e = \eta l_{ef} \quad (7)$$

A situação de projeto adotada foi o pilar retangular bi-apoiado onde o coeficiente de flambagem vale $\eta = 1$. O cálculo final da esbeltez do pilar λ será:

$$\lambda = \frac{3,46 l_e}{h} \quad (8)$$

onde:

λ = índice de esbeltez do pilar

l_e = comprimento efetivo do pilar

h = direção do pilar estudada

No Quadro 1, apresenta-se a classificação dos pilares conforme sua esbeltez.

Quadro 1 – Classificação dos pilares quanto à esbeltez

CLASSIFICAÇÃO DO PILAR	ÍNDICE ESBELTEZ	PROCESSOS DE CÁLCULO
Curto ou Robusto	$\lambda < \lambda_1$	Dispensa os efeitos de 2ª ordem
Moderadamente esbelto	$\lambda_1 < \lambda \leq 90$	Considera-se os efeitos de 2ª ordem, calculados através dos métodos do pilar padrão ou rigidez aproximada
Esbelto	$90 < \lambda \leq 140$	Sendo obrigatório a consideração do efeito da fluência
Excessivamente esbelto	$140 < \lambda < 200$	Método geral é obrigatório
Demais casos	$\lambda > 200$	Não pode dimensionar para esbeltez superior a 200, salvo em caso de postes com força normal menor que 0,1 (A_c) (f_{cd})

Fonte: Do Autor (2017)

Os limites para se desprezar os efeitos de segunda ordem são determinados pelo índice de esbeltez limite, que estabelece como se deve dimensionar os pilares. A norma NBR 6118:2014 item 15.8.1 adverte que os pilares devem ter índice de esbeltez menor ou igual 200 ($\lambda \leq 200$). Apenas no caso de elementos pouco comprimidos com força normal menor que $0,10 f_{cd} A_c$, o índice de esbeltez pode ser maior que 200, onde f_{cd} representa a resistência de cálculo à compressão do concreto e A_c , representa a área da seção transversal do pilar.

O valor da esbeltez limite λ_1 para seções retangulares é dado por:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 \frac{e_1}{h}}{\alpha b} \quad (9)$$

onde, e_1 é a excentricidade de primeira ordem, e αb é um coeficiente calculado em função da vinculação do pilar e dos momentos fletores:

$$\alpha b = 0,60 + 0,40 \frac{MB}{MA} \geq 0,4 \quad (10)$$

sendo, MB e MA os momentos de topo e base do pilar. MA será sempre o maior momento fletor entre os momentos de topo e base. Na situação dos pilares intermediários, o valor de αb será sempre igual a 1,0, pois não existem momentos fletores de topo e base do pilar, sendo considerado sempre os momentos fletores mínimos.

4.8 Momentos fletores totais de cálculo

O cálculo dos momentos fletores gerados pelos efeitos de 2ª ordem é necessário quando a esbeltez do pilar λ é maior do que a esbeltez limite λ_1 . Este método é utilizado para o cálculo de esforços solicitantes em pilares com índice de esbeltez $\lambda < 90$, ou seja, pilares classificados como moderadamente esbeltos.

Conforme o item 15.8.3 da norma NBR 6118:2014, o cálculo dos efeitos de 2ª ordem para determinação dos momentos fletores finais pode ser definido pelo Método Geral ou através dos métodos aproximados. A norma NBR 6118:2014 apresenta diferentes métodos aproximados, como: Método do Pilar Padrão com Curvatura Aproximada contido no item 15.8.3.3.2; Método do Pilar Padrão com Rigidez Aproximada contido no item 15.8.3.3.3; e o Método do Pilar Padrão com seções retangulares submetidas à flexo-compressão oblíqua presente no item 15.8.3.3.5. Por simplicidade de aplicação e implementação, foi adotado o Método do Pilar Padrão com Curvatura Aproximada para a determinação dos momentos fletores finais de cálculo.

4.8.1 Método do Pilar Padrão com Curvatura Aproximada

De acordo com a norma NBR 6118:2014, item 15.8.3.3.2, o momento total máximo no pilar deve ser calculado pela expressão:

$$M_{dtotal} = \alpha b M_{1d,A} + N_d \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \geq M_{1d,A} \quad (11)$$

onde:

M_{dtotal} = momento fletor total de cálculo considerando os efeitos de 2ª ordem

αb = coeficiente de ponderação de momentos fletores de 1ª ordem

$M_{1d,A}$ = maior momento fletor entre o momento de 1ª ordem e o momento fletor mínimo

N_d = esforço axial de cálculo

l_e = comprimento de flambagem do pilar

$\frac{1}{r}$ = curvatura do pilar na seção crítica

Conforme a norma NBR 6118:2014, item 15.8.2, o momento $M_{1d,A}$ assume o valor dos momentos fletores mínimos ou do momento fletor de 1º ordem. Como o trabalho analisará pilares intermediários, os momentos fletores de 1º ordem são inexistentes e o valor de $M_{1d,A}$ será o valor do momento fletor mínimo.

O valor de $\frac{1}{r}$ é considerada a curvatura aproximada da deformação da barra e é dada por:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (12)$$

v é o coeficiente da força adimensional e é calculado através da expressão:

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} \quad (13)$$

onde:

h = altura da seção na direção estudada

v = força adimensional

N_d = esforço axial de cálculo

A_c = área de concreto da seção transversal

f_{cd} = resistência à compressão do concreto de cálculo.

Portanto, a expressão que que determinará o momento fletor total considerando os efeitos de 2ª ordem será:

$$M_{dtotal} = \alpha b M_{1dmín} + N_d \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \geq M_{1dmín} \quad (14)$$

onde,

M_{dtotal} = momento fletor total de cálculo considerando os efeitos de 2ª ordem

$\alpha b = 1,0$ para pilares intermediários bi-apoiados

$M_{1dmín}$ = momento fletor mínimo na direção estudada

N_d = esforço axial de cálculo

l_e = comprimento de flambagem do pilar

$\frac{1}{r}$ = curvatura do pilar na seção crítica

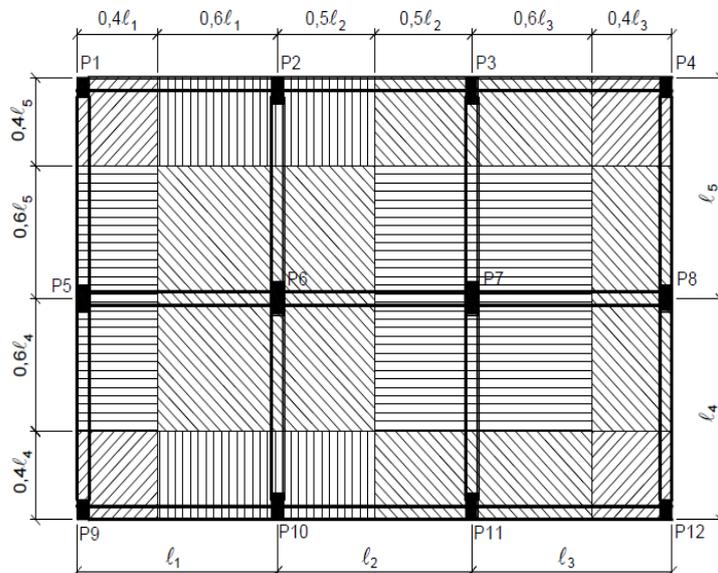
Tanto no cálculo convencional quanto no cálculo otimizado foi utilizado o método da curvatura aproximada para o cálculo dos momentos fletores finais.

4.9 Estimativa da carga vertical no pilar por áreas de influência

As dimensões dos pilares são definidas antes dos cálculos dos esforços solicitantes. Essas dimensões são definidas durante o desenvolvimento da concepção da planta de fôrma. Alguns procedimentos podem ser utilizados para a determinação das dimensões dos pilares, entre eles está o procedimento que consiste na determinação da carga vertical do pilar através das áreas de influência. O carregamento da laje que estiver contido nas delimitações das áreas de influência será transmitida para o pilar, considerando os carregamentos permanentes, da própria estrutura, e variáveis (acidentais), decorrentes de uma sobrecarga, para obtenção da carga total.

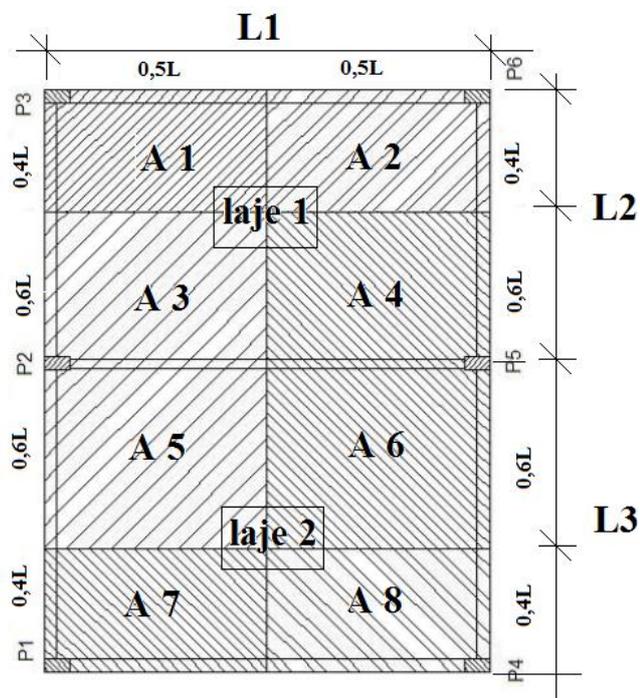
Nas Figuras 4 e 5, mostram-se para dois exemplos as delimitações das áreas de influência para cada tipo de pilar.

Figura 4 – Ex.1 das estimativas de cargas por áreas de influência



Fonte: Bastos (2015)

Figura 5 – Ex.2 das estimativas de cargas por áreas de influência



Fonte: O Autor (2017)

Nota: Adaptado de Bastos (2015)

Torna-se necessário ter um valor que represente a carga total por metro quadrado de laje, levando-se em conta todos os carregamentos permanentes e variáveis. Para Bastos (2015), edifícios de pequeno porte, com fins residenciais e de escritórios, pode-se estimar a carga total de 10 kN/m² para lajes de utilização (exceto cobertura). Edifícios com outros fins de utilização podem ter cargas superiores e edifícios onde a ação do vento é significativa, a carga por metro quadrado deve ser majorada.

A fim de se exemplificar como obter a carga vertical do pilar P1 na Figura 5, pelo método das áreas de influência, será adotada a carga de 10 kN/m² para a laje 1 e os comprimentos efetivos para a laje 1 de 6,0 m para L1 e de 4,0 m para L2. A área de influência delimitada para o pilar P1, chamada de A1, será de:

$$A1 = (0,5 \times 6,0 \text{m}) \times (0,4 \times 4,0 \text{m}) = 4,6 \text{ m}^2$$

Com este valor multiplicando o carregamento da laje 1, obtêm-se a carga vertical no pilar P1 proveniente da laje 1:

$$\text{carga no pilar P1} = 4,6 \text{ m}^2 \times 10 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 46 \text{ kN}$$

A área de concreto A_c necessária foi definida de acordo com a fórmula aproximada (BASTOS, 2004):

$$A_c = \frac{N_d}{0,5f_{ck} + 0,4} \quad (15)$$

4.10 Disposições construtivas

4.10.1 Dimensões mínimas

A NBR 6118:2014, item 13.2.3, estabelece a área mínima, definindo a menor dimensão da seção transversal, como está descrito a seguir:

A seção transversal de pilares e pilares-paredes maciços, qualquer que seja a sua forma, não pode apresentar dimensão menor que 19 cm. Em casos especiais, permite-se a consideração de dimensões entre 19 cm e 14 cm, desde que multipliquem os esforços solicitantes de cálculo a serem considerados no dimensionamento por um coeficiente adicional γ_n [...] Em qualquer caso, não se permite pilar com seção transversal de área inferior a 360 cm².

Ainda de acordo com o item 13.2.3 da norma NBR 6118:2014, os pilares também possuem um limite correlacionando suas dimensões para que não seja analisado como um pilar parede, onde o valor da sua altura não deverá ultrapassar cinco vezes o valor da base.

4.10.2 Disposição das armaduras longitudinais dos pilares

O item 18.4.2.1 da norma NBR 6118:2014 institui que os diâmetros das armaduras longitudinais dos pilares não podem ser inferiores a 10 mm nem superiores a 1/8 da menor dimensão da seção transversal do pilar, conforme a Eq.15.

$$10 \text{ mm} \leq \phi_l \leq \frac{b}{8} \quad (16)$$

onde, ϕ_l é o diâmetro da armadura longitudinal e b é a menor dimensão da seção transversal do pilar.

Limites da Taxa de Armadura Longitudinal

Para valores mínimos, a norma NBR 6118:2014 item 17.3.5.3.1 estabelece que a armadura longitudinal mínima nas regiões de emendas deve ser:

$$A_{s,mín} = 0,15 \frac{N_d}{f_{yd}} \geq 0,004 A_c \quad (17)$$

Para valores máximos, a norma NBR 6118:2014 item 17.3.5.3.2 estabelece que a área total das armaduras longitudinais deve ser:

$$A_{s,máx} = 0,08 A_c \quad (18)$$

onde,

$A_{s,mín}$ = Área de aço mínima para pilares

$A_{s,máx}$ = Área de aço máxima para pilares

N_d = Força axial de cálculo

f_{yd} = Tensão de escoamento de cálculo do aço

A_c = Área de concreto

Espaçamento das Barras Longitudinais

Em relação ao espaçamento mínimo das armaduras longitudinais, a norma NBR 6118:2014 item 18.4.2.2 e 18.4.3 estabelece que este espaçamento deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores:

$$a_L \geq \begin{cases} 20 \text{ mm} \\ \phi_l \\ 1,2 d_{m\acute{a}x} \end{cases} \quad (19)$$

onde,

a_L = espaçamento mínimo das armaduras longitudinais

ϕ_l = diâmetro da armadura longitudinal

$d_{m\acute{a}x}$ = diâmetro máximo do agregado graúdo

Sobre o espaçamento máximo entre eixos das barras, ou ainda de centros de feixes de barras, a norma NBR 6118:2014 item 18.4.2.2 estabelece que este deve ser menor ou igual a duas vezes a menor dimensão da seção no trecho considerado, sem exceder 400 mm. Da forma descrita pela seguinte equação:

$$a_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 2b \\ 400 \text{ mm} \end{cases} \quad (20)$$

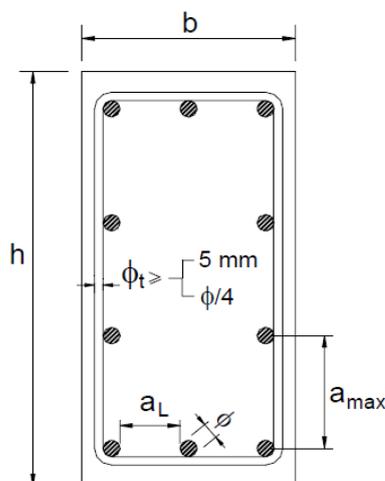
onde,

$a_{m\acute{a}x}$ = espaçamento máximo entre eixos das barras ou feixe das barras

b = menor dimensão da seção transversal do pilar

Na Figura 6, mostram-se detalhadamente os espaçamentos entre as barras, o espaçamento para os estribos e o diâmetro das barras.

Figura 6 – Espaçamentos e diâmetros máximos



Fonte: O Autor (2017)

Nota: Adaptado de Bastos (2015)

4.10.3 Disposição das armaduras transversais dos pilares

A norma NBR 6118:2014 em seu item 18.4.3 afirma que os estribos devem ser colocados ao longo da altura total do pilar. Vale salientar que é obrigatória a colocação dos mesmos na região de cruzamento das lajes e vigas.

Os estribos são responsáveis por garantir o posicionamento e impedir a flambagem das barras longitudinais, por confinar o elemento estrutural, obtendo peças mais resistentes e dúcteis.

Ainda no item 18.4.3 da norma NBR 6118:2014 é disposto que: o diâmetro dos estribos em pilares não pode ser inferior a 5 mm nem a $\frac{1}{4}$ do diâmetro da barra isolada ou do diâmetro equivalente do feixe que constitui a armadura longitudinal. Dessa forma, o estribo será maior ou igual aos valores descritos na seguinte expressão:

$$\phi_t \geq \begin{cases} 5mm \\ \frac{\phi_l}{4} \end{cases} \quad (21)$$

onde,

ϕ_t = diâmetro do estribo do pilar

ϕ_l = diâmetro da armadura longitudinal do pilar

A norma NBR 6118:2014, item 18.4.3, confere que o espaçamento longitudinal entre os estribos, medido na direção do eixo do pilar, deve ser igual ou inferior ao menor valor expresso a seguir:

$$s_t \leq \begin{cases} 20 \text{ cm} \\ b \\ 12\phi_l \text{ para CA 50} \\ 24\phi_l \text{ para CA 25} \end{cases} \quad (22)$$

onde,

s_t = espaçamento longitudinal máximo entre os estribos

b = menor dimensão do pilar

ϕ_l = diâmetro da armadura longitudinal do pilar

Também é permitido que o valor do estribo seja menor que um quarto do valor do diâmetro da armadura longitudinal, desde que as armaduras sejam do mesmo tipo de aço e que o espaçamento atenda a limitação a seguir:

$$s_{m\acute{a}x} = 90.000 \frac{\phi_t^2}{\phi_l} \frac{1}{f_{yk}} \quad (23)$$

onde,

$s_{m\acute{a}x}$ = espaçamento transversal máximo entre os estribos

b = menor dimensão da seção transversal do pilar

ϕ_l = diâmetro da armadura longitudinal do pilar

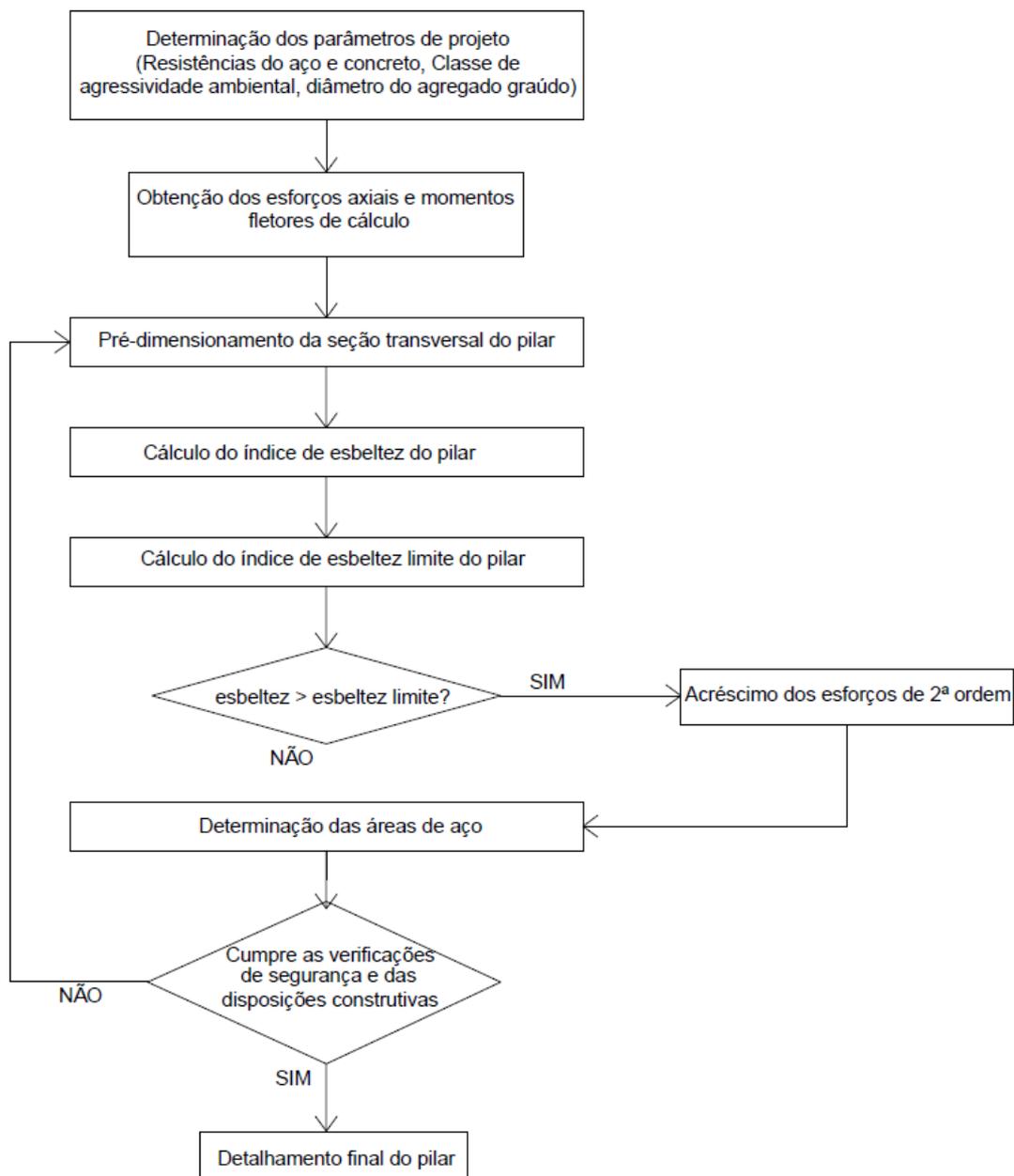
ϕ_t = diâmetro do estribo do pilar

f_{yk} = resistência característica do aço

Os estribos suplementares (Figura 7) são colocados com a finalidade de proteção contra a flambagem das barras. O item 18.2.4 da norma NBR 6118:2014 esclarece a necessidade dos estribos suplementares e apresenta a necessidade de envolver as armaduras longitudinais:

Quando houver mais de duas barras no trecho de comprimento $20\phi_t$ ou barras fora dele, deve haver estribos suplementares. Se o estribo suplementar for constituído por uma barra reta, terminada em ganchos (90° a 180°), ele deve atravessar a seção do pilar e os seus ganchos devem envolver a barra longitudinal.

Figura 8 – Fluxograma para cálculo de pilares de concreto armado



Fonte: Do Autor (2017)

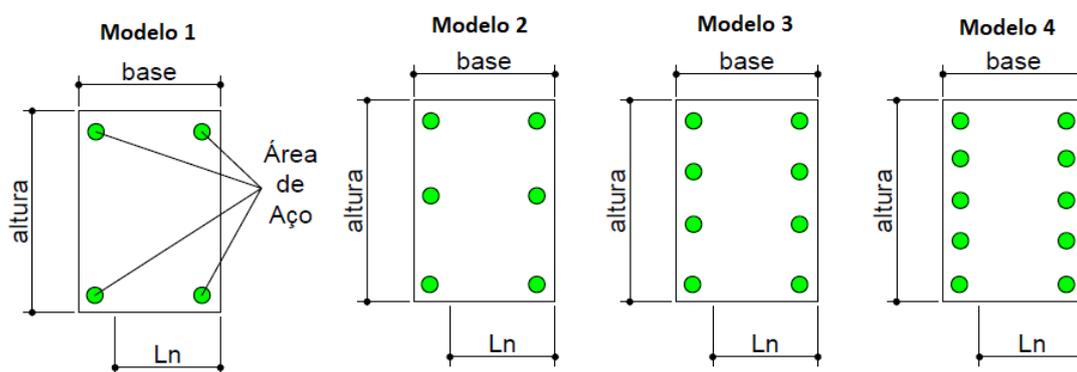
4.11 Critérios de cálculo

Os pilares de concreto armado podem estar submetidos a esforços de compressão simples ou de flexo-compressão, dependendo do tipo de carregamento atuante no elemento estrutural. Como não se sabe o local exato da

aplicação da carga axial atuante nos pilares, devendo-se considerar pelo menos as excentricidades mínimas, gerando esforços de flexo-compressão.

Nesta pesquisa foram considerados 4 modelos para o dimensionamento dos pilares, conforme o domínio de deformação identificado. Na Figura 9, apresentam-se os modelos considerados.

Figura 9 – Modelos de armaduras utilizadas



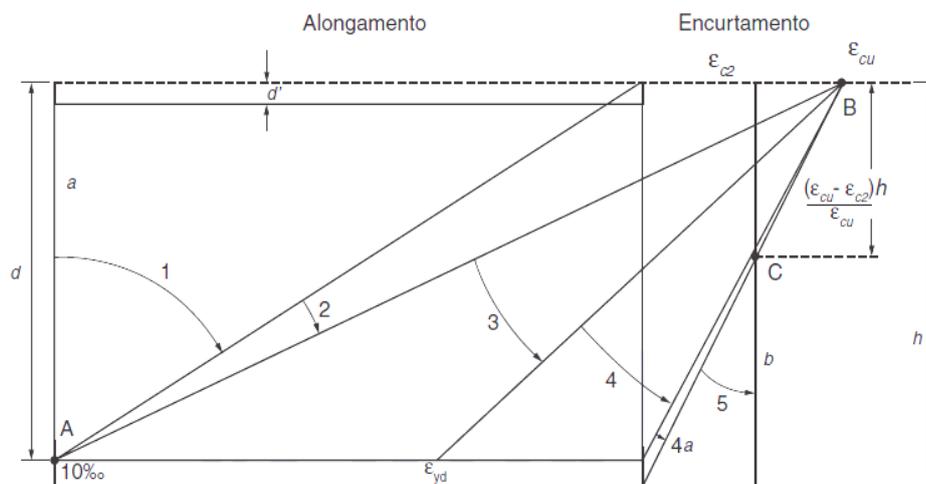
Fonte: Do Autor (2017)

onde,

L_n = profundidade da linha neutra

Na Figura 10, mostra-se o diagrama dos domínios de deformações para todas as distribuições possíveis de deformações específicas da seção transversal de uma peça de concreto armado, no instante em que ela atinge um estado limite último. As deformações são de alongamento e de encurtamento, oriundas de tensões de tração e compressão, respectivamente. O diagrama é montado a partir das hipóteses básicas de cálculo

Figura 10 – Domínios de deformação



Fonte: Norma NBR 6118:2014

Ruptura convencional por deformação plástica excessiva

- reta a: tração uniforme
- domínio 1: tração uniforme sem compressão
- domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto e com o máximo alongamento permitido

Ruptura convencional por ruptura limite do concreto

- domínio 3: flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço
- domínio 4: flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento
- domínio 4a: flexão composta com armaduras comprimidas
- domínio 5: compressão não uniforme sem tração
- reta b: compressão uniforme.

As relações de compatibilidade de deformações são decorrentes da hipótese que as seções permanecem planas até a ruptura e dos domínios de deformações dos estados limites últimos estabelecidos pela norma NBR 6118:2014. Através destas relações, conhecida a posição da linha neutra, podem-se determinar os valores das deformações em qualquer fibra da seção transversal. A posição da linha neutra é definida pelo valor da coordenada x (distância da linha neutra até a fibra de maior encurtamento ou menor alongamento). As relações de compatibilidade de deformações para os domínios 2, 3, 4, 4a e 5 são mostrados a seguir.

Transição do domínio 2 para 3 ($0 \leq x \leq x_{23}$)

$$x_{23} = \frac{\varepsilon_{cu}}{10\%_o + \varepsilon_{cu}} d \quad (24)$$

Transição do domínio 3 para 4 ($x_{lim} \leq x \leq d$)

$$x_{lim} = \frac{\varepsilon_{cu}}{\varepsilon_{yd} + \varepsilon_{cu}} d \quad (25)$$

Transição do domínio 4 para 4a ($d \leq x \leq h$)

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{cu} \frac{x - d'}{x} \quad (26)$$

Transição do domínio 4a para 5 ($x > h$)

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{c2} \frac{x - d'}{x - \left(\frac{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu}} \right) h} \quad (27)$$

onde,

x = profundidade da linha neutra do pilar

x_{23} = profundidade limite da linha neutra para domínio 2

x_{lim} = profundidade limite da linha neutra para flexo-compressão

ε_{cu} = deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura

ε_{c2} = deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar elástico

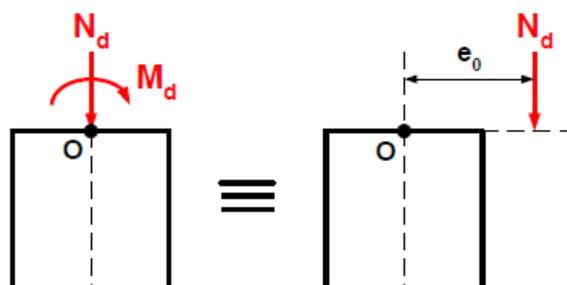
ε_{yd} = deformação de escoamento do aço

d = altura útil da seção transversal do pilar

h = altura da seção transversal do pilar

A dedução das equações de equilíbrio da seção transversal, ver Figura 11, são apresentadas conforme Campos Filho (2014).

Figura 11 – Esforços gerado nos pilares



Fonte: Campos Filho (2014)

A excentricidade e_0 é calculada de acordo com a equação:

$$e_0 = \frac{N_d}{M_d} \quad (28)$$

onde,

e_0 = excentricidade inicial

N_d = esforço axial solicitante de cálculo

M_d = momento fletor solicitante de cálculo

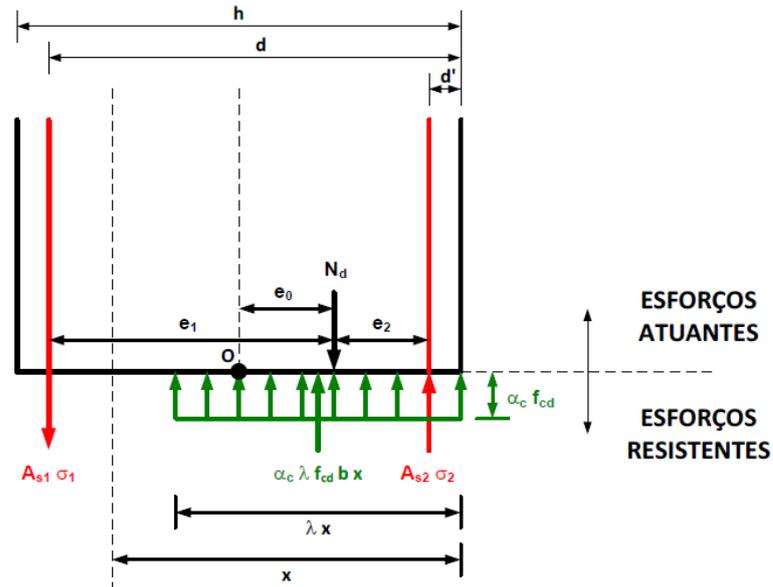
Pode-se classificar as excentricidades nos pilares através de duas situações: grande excentricidade e pequena excentricidade. De acordo com Campos Filho (2014), os problemas de flexo-compressão se resumem em:

- Flexo-compressão com grande excentricidade ($A_{s1} \neq 0$ e tracionada – Domínios 2 e 3)
- Flexo-compressão com pequena excentricidade ($A_{s1} = 0$ Domínios 4, 4a ou 5)
- Compressão composta (A_{s1} e A_{s2} comprimidas – Domínio 5)

Vale salientar que para pilares intermediários onde as excentricidades sempre serão as mínimas, não ocorrerão situações nos domínios 2 e 3.

Na Figura 12, mostra-se o diagrama para a determinação das equações de equilíbrio entre os esforços atuantes e resistentes.

Figura 12 – Equilíbrio da seção em flexo-compressão



Fonte: Campos Filho (2014)

A partir da Figura 12 pode-se concluir que:

$$N_d = \alpha_c \lambda f_{cd} b x + A_{s2} \sigma_2 - A_{s1} \sigma_1 \quad (29)$$

$$N_d e_1 = \alpha_c \lambda f_{cd} b x (d - 0,5 \lambda x) + A_{s2} \sigma_2 (d - d') \quad (30)$$

onde,

$$e_1 = \frac{d - d'}{2} + e_0 \quad (31)$$

$$e_2 = \frac{d - d'}{2} - e_0 \quad (32)$$

h = altura da seção transversal do pilar

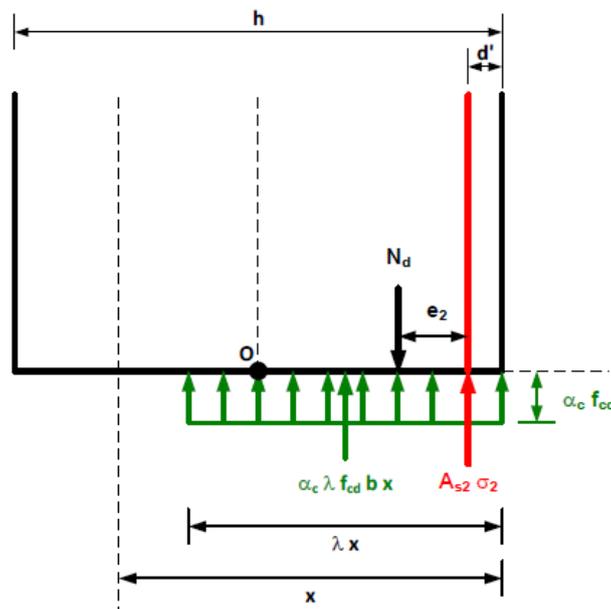
α_c = coeficiente de distribuição de tensão definido no item 17.2.2 da norma NBR 6118:2014

λ = coeficiente definido na letra (e) do item 17.2.2 da norma NBR 6118:2014

A partir das equações acima, considerando que a peça trabalha nos domínios 4 ou 4a, a linha neutra maior que x_{lim} e menor que a altura da seção transversal

estudada e $A_{s1} = 0$, o equilíbrio da seção é obtido fazendo-se o somatório de forças e momentos fletores com relação às armaduras A_{s2} . Nesta análise foram consideradas armaduras simétricas.

Figura 13 – Equações de equilíbrio para o domínio 4 e 4a.



Fonte: Campos Filho (2014)

Aplicando as equações de equilíbrio,

$$N_d = \alpha_c \lambda f_{cd} b x + A_{s2} \sigma_2 \quad (33)$$

$$N_d e_2 = \alpha_c \lambda f_{cd} b x (d - 0,5 \lambda x) \quad (34)$$

Tem-se duas 2 equações e duas incógnitas (x e A_s). Inicialmente, deve-se calcular o valor da profundidade da linha neutra usando a eq. (33) e em seguida verifica-se o domínio de deformação correspondente a este valor de x . Após a obtenção de x , emprega-se a relação de compatibilidade de deformações e calcula-se a deformação ε_2 . Por fim, aplicando a relação tensão-deformação obtêm-se o valor de σ_2 e aplicando este valor na eq. (32) encontra-se o valor de A_s .

Considerando também os modelos de cálculo 2, 3 e 4, as demais equações de equilíbrio para os domínios 4 e 4a são mostradas a seguir.

a) Para o modelo 1:

$$N_d - \alpha_c \lambda f_{cd} b x - \frac{A_s}{2} \sigma_2 \leq 0 \quad (35)$$

$$N_d e_2 - \alpha_c \lambda f_{cd} b x (d - 0,5 \lambda x) \leq 0 \quad (36)$$

b) Para o modelo 2:

$$N_d - \alpha_c \lambda f_{cd} b x - \frac{A_s}{3} \sigma_2 \leq 0 \quad (37)$$

$$N_d e_2 - \alpha_c \lambda f_{cd} b x (d - 0,5 \lambda x) \leq 0 \quad (38)$$

c) Para o modelo 3:

$$N_d - \alpha_c \lambda f_{cd} b x - \frac{A_s}{4} \sigma_2 \leq 0 \quad (39)$$

$$N_d e_2 - \alpha_c \lambda f_{cd} b x (d - 0,5 \lambda x) \leq 0 \quad (40)$$

d) Para o modelo 4:

$$N_d - \alpha_c \lambda f_{cd} b x - \frac{A_s}{5} \sigma_2 \leq 0 \quad (41)$$

$$N_d e_2 - \alpha_c \lambda f_{cd} b x (d - 0,5 \lambda x) \leq 0 \quad (42)$$

Para o domínio 5 de deformação, tem-se:

a) Modelo 1

$$N_d - 0,85 f_{cd} b h + \frac{A_s}{2} \left(294 \frac{(x - h + d')}{(7x - 3h)} + f_{yd} \right) \leq 0 \quad (43)$$

$$M_d - \frac{A_s}{4} (h - 2 d') \left(f_{yd} - 294 \frac{(x - h + d')}{(7x - 3h)} \right) \leq 0 \quad (44)$$

b) Modelo 2

$$N_d - 0,85 f_{cd} b h + \frac{A_s}{3} \left(147 \frac{(4x - 3h + d')}{(7x - 3h)} + f_{yd} \right) \leq 0 \quad (45)$$

$$M_d - \frac{A_s}{6}(h - 2d') \left(f_{yd} - 294 \frac{(x - h + d')}{(7x - 3h)} \right) \leq 0 \quad (46)$$

c) Modelo 3

$$N_d - 0,85 f_{cd} b h + \frac{A_s}{4} \left(98 \frac{(6x - 5h + 4d')}{(7x - 3h)} + 2 f_{yd} \right) \leq 0 \quad (47)$$

$$M_d - \frac{A_s}{24}(h - 2d') \left(4 f_{yd} - 98 \frac{(12x - 11h + 10d')}{(7x - 3h)} \right) \leq 0 \quad (48)$$

d) Modelo 4

$$N_d - 0,85 f_{cd} b h + \frac{A_s}{5} \left(73,5 \frac{(12x - 9h + 6d')}{(7x - 3h)} + 2 f_{yd} \right) \leq 0 \quad (49)$$

$$M_d - \frac{A_s}{20}(h - 2d') \left(3 f_{yd} - 73,5 \frac{(12x - 11h + 10d')}{(7x - 3h)} \right) \leq 0 \quad (50)$$

O critério adotado para determinação do modelo de cálculo baseou-se no item 18.4.2.2 da NBR 6118:2014, definido neste trabalho no item 4.10.2.2 e representado pelas seguintes equações.

$$h \leq \left(2 \left(C_{ob} + \emptyset_t + \frac{\emptyset_l}{2} \right) + a_{m\acute{a}x} \right) = \text{lim1 (modelo 1)} \quad (51)$$

$$h \leq \left(2 \left(C_{ob} + \emptyset_t + \frac{\emptyset_l}{2} \right) + 2a_{m\acute{a}x} \right) = \text{lim2 (modelo 2)} \quad (52)$$

$$h \leq \left(2 \left(C_{ob} + \emptyset_t + \frac{\emptyset_l}{2} \right) + 3a_{m\acute{a}x} \right) = \text{lim3 (modelo 3)} \quad (53)$$

$$h \leq \left(2 \left(C_{ob} + \emptyset_t + \frac{\emptyset_l}{2} \right) + 4a_{m\acute{a}x} \right) = \text{lim4 (modelo 4)} \quad (54)$$

onde:

h = altura da seção transversal do pilar

\varnothing_l = diâmetro da armadura longitudinal do pilar

\varnothing_t = diâmetro do estribo do pilar

C_{ob} = cobrimento nominal

$a_{m\acute{a}x}$ = espaçamento máximo entre eixo das armaduras longitudinais.

$lim1$ = limite para o modelo de cálculo 1

$lim2$ = limite para o modelo de cálculo 2

$lim3$ = limite para o modelo de cálculo 3

$lim4$ = limite para o modelo de cálculo 4

4.12 Otimização Estrutural

O emprego de métodos de otimização em projetos estruturais é de fundamental importância, pois através destes métodos torna-se possível a obtenção de medidas que atendam às restrições impostas ao problema, de maneira eficiente. Em um projeto estrutural de concreto armado, o procedimento de otimização geralmente objetiva minimizar ou maximizar critérios definidos pelo projetista que podem ser, por exemplo, a minimização do peso da estrutura, do custo ou a maximização da rigidez. Esses critérios são obtidos através da iteração das variáveis de projeto que, na otimização de estruturas de concreto armado, geralmente é obtida com a variação de dimensões da seção transversal, variações nos comprimentos, armaduras, etc.

Ao longo das últimas décadas, a otimização estrutural vem se destacando dentro da engenharia. O crescente desenvolvimento dos computadores aliado à automação dos procedimentos de análise viabilizou a sua aplicação. Desta forma, as técnicas de otimização numérica se tornaram valiosas na busca pelo projeto ótimo.

Um problema clássico de otimização numérica pode ser definido como:

Minimizar ou maximizar

Função objetivo $f(x)$

Sujeita à:

$$\text{Restrições de igualdade } h_j(x) = 0, j = 1, 2, \dots, m \quad (55)$$

$$\text{Restrições de desigualdade } g_k(x) \leq 0, k = 1, 2, \dots, n \quad (56)$$

$$x \in X \subseteq \mathbb{R} \text{ (espaço de busca)}$$

Através da otimização numérica podemos encontrar as soluções que minimizam/maximizam a função objetivo. Os métodos de otimização podem ser classificados em determinísticos e probabilísticos. Um método é determinístico se for possível prever todos os seus passos conhecendo seu ponto de partida, ou seja, chega-se na mesma resposta a partir do mesmo ponto inicial (ARORA, 2012).

Segundo Haftka e Gurdal (1992) a otimizar um problema consiste em alcançar, através da minimização ou maximização, o resultado que melhor se aplica à uma função. Sua estrutura é composta por uma função objetivo que contém uma ou mais variáveis de projeto, e pode, ou não, estar sujeito a restrições de igualdade e/ou desigualdade limitando o espaço de busca (região viável).

Nos métodos probabilísticos, onde é simulado o caráter aleatório de vários processos, são feitas escolhas com base em números aleatórios no momento de execução do código. Como a cada execução do código os números serão diferentes, um método aleatório não executará a mesma sequência de operações em duas execuções sucessivas. Partindo de um mesmo ponto inicial, cada execução do código seguirá o seu próprio caminho, e possivelmente levará a uma resposta final diferente (CARVALHO, 2014). Um exemplo de modelo probabilístico muito eficiente de otimização é o método dos Algoritmos Genéticos.

4.12.1 Algoritmos Genéticos

Os Algoritmos Genéticos (AG) foram concebidos em 1960 por John Holland com o objetivo inicial de estudar os fenômenos relacionados à adaptação das espécies e da sua seleção natural, bem como desenvolver uma maneira de incorporar estes conceitos aos computadores (MITCHELL, 1998). Os AG's possuem uma larga aplicação em muitas áreas científicas, entre as quais podem

ser citados problemas de otimização de soluções em engenharia de estruturas, medicina, biologia entre outros.

Considerando que o nome algoritmo genético é classificado assim em função do processo biológico de evolução das espécies, conforme citado no parágrafo anterior, alguns termos técnicos da biologia são utilizados (COLEY, 2010; BASTOS, 2004), por exemplo:

- Gene: um dos elementos que compõe os cromossomos;
- Cromossomo: conjunto de genes que representa um ponto dentro do espaço de busca;
- Indivíduo: é um membro de uma população, ou seja, um cromossomo que contém suas características;
- População: conjunto de indivíduos que podem se tornar a possível solução ótima do problema.

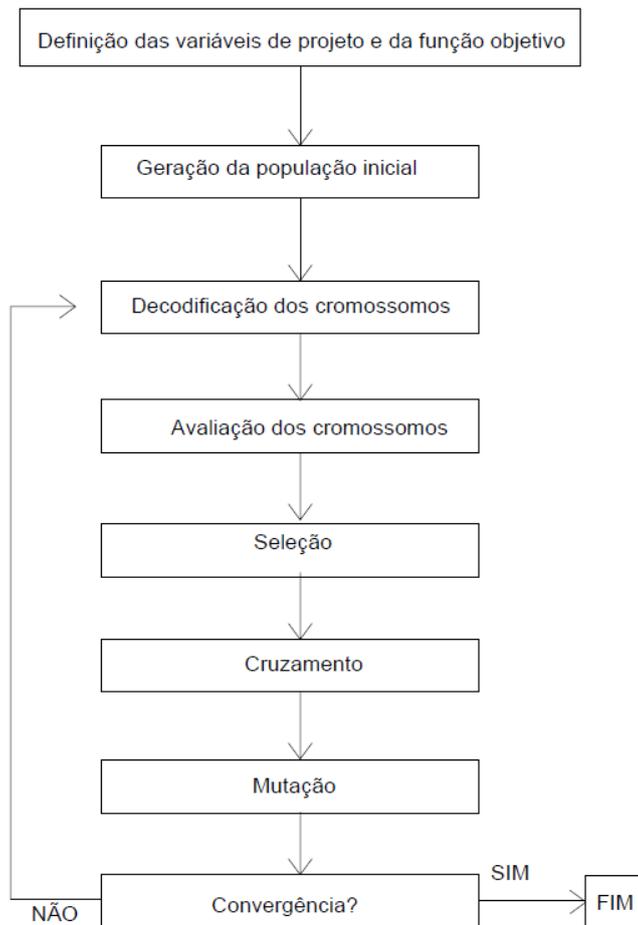
Apesar dos métodos clássicos aparecerem na literatura como uma das principais ferramentas de otimização, os algoritmos genéticos vem tendo crescente utilização e apresentando bom desempenho para uma grande variedade de problemas (HAUPT, 2004). Segundo Goldberg (1989), o algoritmo genético é uma técnica que foi criada com o intuito de se assemelhar a determinados processos observados na evolução natural das espécies. O funcionamento dos AGs, Goldberg (1989), pode-se apresentar de forma reduzida nos seguintes passos:

- Inicialmente é gerada uma população formada por um conjunto aleatório de indivíduos, que podem ser vistos como possíveis soluções do problema;
- Durante o processo evolutivo, esta população é avaliada, sendo que para cada indivíduo é atribuída uma nota, ou índice, que reflete sua habilidade de adaptação a determinado ambiente;
- Uma porcentagem dos indivíduos mais adaptados é mantida, quanto os outros são descartados;
- Os membros mantidos pela seleção podem sofrer modificações em suas características fundamentais por meio de cruzamentos, mutações ou recombinação genética gerando descendentes para a próxima geração;
- O processo, chamado de reprodução, é repetido até que uma solução satisfatória seja encontrada.

Os critérios para a parada podem ser vários, desde o número de gerações já criadas até o grau de convergência da população.

Para melhorar o entendimento do funcionamento dos AGs, um fluxograma foi desenvolvido e está apresentado na Figura 14.

Figura 14 – Fluxograma do Algoritmo Genético



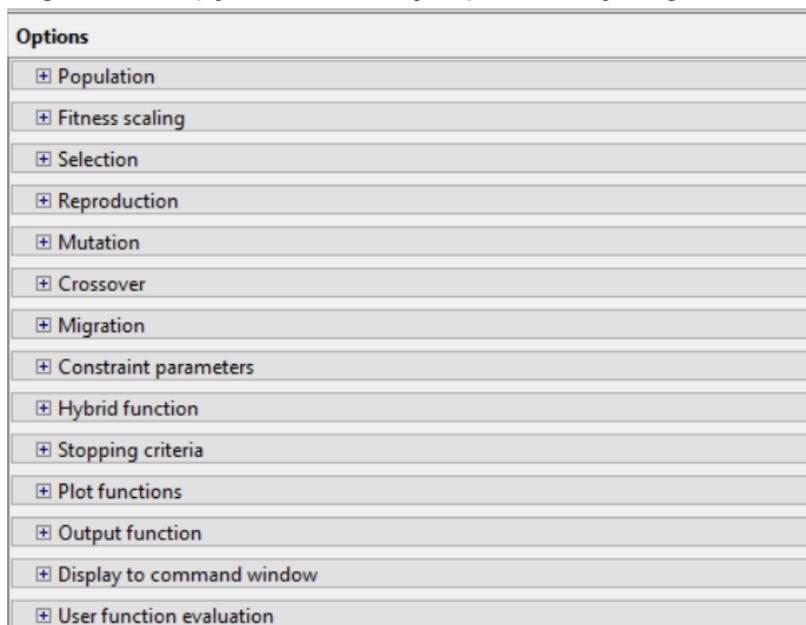
Fonte: Do Autor (2017)

4.12.2 A função dos Algoritmos Genéticos no MATLAB

Para o desenvolvimento desta pesquisa foi utilizado o software MATLAB, o qual já vem com uma função dos algoritmos genéticos implementada. A seguir, será apresentada como a função “ga” foi empregada para otimização de custos de pilares de concreto armado.

O funcionamento “*default*”, que pode ser entendido como “padrão” da função “ga”, foi estudado detalhadamente e em virtude disso foi desenvolvida uma análise geral de todos os parâmetros de calibração que o programa utiliza no processo de otimização. Essa análise pode ser encontrada no apêndice deste trabalho. Na Figura 15, mostram-se todas as opções possíveis para calibração da otimização através da função “ga” no MATLAB.

Figura 15 – Opções de calibração para a função “ga”



Fonte: optimtool. MATLAB (2014.b)

Com o objetivo de garantir que o programa determinasse a melhor solução para o problema em estudo, ou seja, o menor custo do pilar, algumas configurações iniciais da função “ga” no MATLAB foram alteradas.

O solver padrão do MATLAB na função “ga” para resolução de problemas de otimização é o algoritmo ALGA (Algoritmo Genético Lagrangeano Aumentado).

Com esse algoritmo é possível realizar a otimização de problemas não lineares com restrições lineares e não-lineares e limites inferior e superior, ocasionando a criação de subproblemas que irão analisar as restrições não-lineares e as restrições lineares e limites separadamente através da combinação da função objetivo e das funções de restrições não-lineares, usando os parâmetros de penalidade (CONN, GOULD, TOINT, 1997). Quando o processo de otimização não encontrar uma resposta que atenda aos critérios estabelecidos, aplica-se uma penalidade até que o critério seja atingido.

De maneira semelhante ao algoritmo ALGA, a função “ga” do MATLAB permite que o algoritmo interno de busca também possa ser alterado. Dentre as possíveis alterações disponíveis está o Algoritmo de Penalidade “*penalty algorithm*”. De acordo com Deb (2000), este algoritmo faz a seleção dos indivíduos que irão compor a população comparando dois indivíduos cujos critérios e escolhas são baseadas em soluções possíveis e não possíveis, e são dados por:

- É preferível a escolha de qualquer solução possível para atender a todas as restrições.
- Quando dois indivíduos possíveis são comparados, o indivíduo de menor valor é escolhido.
- Quando dois indivíduos não possíveis são comparados, o indivíduo que apresentar a menor violação das restrições é escolhido.

Ou seja, o algoritmo de penalidade irá criar uma função de penalidade interna levando em consideração se há a presença de restrições lineares e não lineares ou se há a presença dos dois tipos de restrição simultaneamente, pois para cada nível de busca o algoritmo utiliza funções diferentes (DEB, 2000).

4.13 Planejamento e Análise de experimentos DOE

Antes de se iniciar um processo de otimização estrutural, é de fundamental importância definir de maneira racional as variáveis de projeto, uma vez que cada uma delas tem diferentes graus de influência para o problema analisado. Muitas delas até podem ser desconsideradas no processo de otimização, desde que apresentem um baixo grau de influência. Sobre esse ponto de vista, neste item

serão descritas as variáveis de projeto e como cada uma delas influencia nos valores da função objetivo. Para isso, será utilizada a técnica de planejamento e análise de experimentos DOE.

O planejamento de experimentos DOE (em inglês *Design of Experiments*) investiga os efeitos das variáveis de projeto sobre os resultados obtidos (valores da função objetivo). Esses experimentos consistem em uma série de ensaios, ou testes, nos quais são feitas alterações deliberadas nas variáveis de projeto. A cada ensaio com os valores modificados, são coletados os dados de saída. Esta técnica deve ser utilizada para se planejar experimentos, ou seja, para definir quais dados, em que quantidade e em que condições devem ser coletadas durante um determinado experimento, buscando satisfazer a máxima precisão possível na resposta.

O DOE foi desenvolvido na década de 1920 pelo inglês e pesquisador Ronald A. Fisher, em Londres. Depois de Fisher ter introduzido a técnica e demonstrado o seu uso na agricultura, muitas pesquisas e desenvolvimentos do DOE foram realizados, principalmente nas áreas de engenharia de produção e engenharia química. (ROWLANDS, 2003).

Silva e Silva (2008) propuseram uma aplicação do DOE para um processo de soldagem na indústria nuclear, tendo como objetivos identificar os parâmetros que mais influenciam o processo, obter o melhor ajuste dos parâmetros para otimização dos resultados. Através da aplicação do DOE os autores conseguiram identificar que a força nos eletrodos era o fator mais influente e com isso conseguiram propor medidas de controle e minimizar os custos de produção.

Para Telford (2007), o DOE consiste na realização de uma série de experimentos estatísticos que visam atribuir um grau de importância para cada variável do problema descrito e também os efeitos de interação de seus fatores, onde grande parte de sua aplicação teve aperfeiçoamento em serviços militares e também nas empresas Toyota e Motorola. Para Rodrigues e Lemma (2005), o planejamento e experimentos DOE é baseado nos fundamentos estatísticos e sem dúvida é uma ferramenta poderosa para se chegar às condições otimizadas de um processo, desenvolvimento da formulação de produtos dentro das especificações

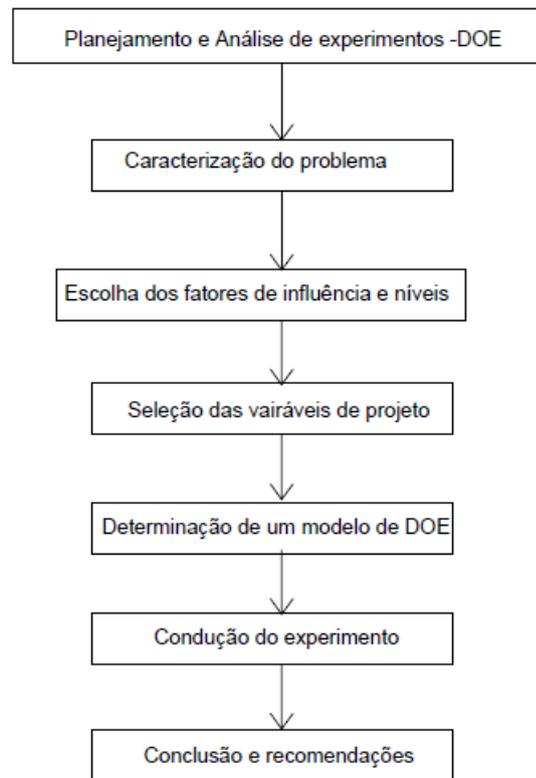
desejadas ou simplesmente para avaliar efeitos ou impactos que os fatores têm nas respostas desejadas.

Taguchi (2005) relata que o conteúdo do tradicional projeto de experimento consiste primeiramente de caminhos para expressar a variação individual e caminhos para separar tais variações. Estas incluem blocos para separar a diferença condicional, componente aleatória da experimentação, repetição de experimentos, distribuição e teste de significância, entre outros. Desta forma, ainda segundo o autor, o DOE será considerado uma técnica-chave para o desenvolvimento de produtos enxutos no século XXI.

Mais detalhes sobre a aplicação do DOE e dos fatores que influenciam no processo podem ser encontrados no livro *“Statistics for Experiments”* (BOX, HUNTER E HUNTER, 2005).

Através da aplicação do DOE será possível identificar qual das variáveis de projeto tem maior influência nos resultados. De posse dessa informação, será possível cortar ou eliminar variáveis de projeto de baixa influência no problema, permitindo melhor rendimento no processo computacional. Portanto, o objetivo do presente item é fazer um estudo de DOE sobre a otimização de pilares de concreto armado, a fim de determinar qual das variáveis de projeto (base, altura, área de aço e profundidade de linha neutra do pilar) tem maior influência no custo. Na Figura 16, mostra-se esquematicamente o funcionamento do DOE.

Figura 16 – Esquematização do funcionamento DOE



Fonte: Do Autor (2017)

Para Ferreira (2016), o DOE define um conjunto de experimentos com mudanças propositalmente nos fatores no intuito de medir os efeitos deles sobre as variáveis de resposta. A metodologia apresentada por MONTGOMERY (2000) utiliza medidas estatísticas para avaliar os efeitos dos fatores sobre a resposta do problema. Montgomery (2000) recomenda que se faça uma variação proposital de valores de máximos e mínimos para as variáveis do problema e que sejam fornecidas uma sequência de combinações e resultados dessas combinações nos valores finais.

O procedimento DOE é composto por vários métodos de planejamento de análises estatísticas, dentre eles será descrito abaixo um procedimento de análise DOE apresentado por FERREIRA (2016).

O efeito de um fator pode ser definido como a mudança sofrida pelo valor da função objetivo quando passamos do nível baixo do fator para o nível mais alto. Se o comportamento de um fator não é o mesmo nos dois níveis de outro fator, dizemos que existe interação entre eles. Existem dois níveis de variáveis para o problema: variáveis dependentes e independentes. As variáveis dependentes correspondem as respostas do problema em análise, e as variáveis independentes são as variáveis de projeto do problema. Para cada fator são definidos valores, que serão usados nos experimentos, denominados níveis. Montgomery (2000) recomenda que os valores de máximo e mínimo das variáveis de projeto sejam de 10%. A execução de um experimento envolve a combinação de um nível de cada fator. A quantidade de experimentos é determinada pelo número de fatores e seus níveis.

Nessa abordagem de DOE todos os k fatores tem apenas 2 níveis, assim, o número de experimentos é dado por 2^k . Esses níveis são denominados nível baixo (-) e nível alto (+). Admitindo-se que se tenha três fatores A, B e C, cada um com dois níveis, conseqüentemente, tem-se 8 experimentos, que correspondem as combinações (a^-, b^-, c^-) , (a^+, b^-, c^-) , (a^-, b^+, c^-) , e assim por diante. Um planejamento fatorial completo pode se tornar muito oneroso para ser concluído quando o número de fatores aumenta. Nesse caso, pode-se considerar uma fração dos experimentos. Se for a metade (1/2), tem-se um planejamento fatorial meia-fração, representado por $2^{(k-1)}$. Se for um quarto (1/4), tem-se um planejamento fatorial duas-meias-frações, representado por $2^{(k-2)}$. Assim, p -meias-frações $(1/2)^p$, resulta em $2^{(k-p)}$, denominado planejamento fatorial fracionado de dois níveis ou, ainda, planejamento fatorial fracionado $2^{(k-p)}$.

Se considerar no exemplo acima um fatorial fracionado $2^{(3-1)}$ (meia-fração), necessita-se de apenas 4 experimentos, isto é, metade do fatorial completo. Para gerar 4 experimentos são necessários dois fatores, escolhendo A e B, chega-se as seguintes combinações: (a^-, b^-) , (a^+, b^-) , (a^-, b^+) e (a^+, b^+) . Assim, define-se as combinações dos níveis para os fatores A e B. Contudo, neste exemplo, os experimentos são formados por três fatores, sendo necessário especificar o nível do fator C em cada uma das quatro combinações. Para isso, multiplica-se os sinais em cada combinação, definindo o nível do fator C em cada uma delas, obtendo-se

c^+ , c^- , c^- e c^+ . Com isso, os 4 experimentos ficam assim estabelecidos: (a^-, b^-, c^+) , (a^+, b^-, c^-) , (a^-, b^+, c^-) e (a^+, b^+, c^+) . Como o fator C foi obtido pelo produto dos fatores A e B, chega-se a expressão $C = AB$. Multiplicando-se cada lado dessa expressão por C, tem-se $C \times C = AB \times C$, que é conhecida como relação de definição do planejamento, expressa por $I = ABC$.

Seguindo essa mesma metodologia de definição de níveis e produto de níveis, este trabalho define 4 variáveis de projeto no problema, logo teremos $k = 4$ e utilizando o planejamento fatorial fracionado chegamos a uma quantidade $2^{(k-1)} = 2^{(4-1)} = 2^{(3)} = 8$ experimentos com 4 variáveis de projeto. Montgomery (2000) estabelece que para um problema de otimização onde se tem $k = 4$ e 8 experimentos, $I = ABCD$. Ou seja, para se obter o nível do fator D basta apenas multiplicar seus níveis antecessores.

Para este trabalho, pode-se considerar que os fatores A, B, C e D correspondem, respectivamente, a base do pilar, a altura do pilar, a área de aço do pilar e a profundidade da linha neutra do pilar. Além disso, os níveis baixo (-) e alto (+) correspondem a dois valores de interesse. Uma combinação dos níveis dos fatores representa um experimento. Cada experimento (ou simulação) realizado produz uma resposta, por exemplo, o custo final da peça. O valor dos níveis dos fatores é importante apenas para realizar um experimento e produzir um resultado, ou mesmo mais de um. Portanto, para a análise de experimentos, os valores dos níveis são irrelevantes. Note que os níveis do fator D foram definidos pelo gerador $D = ABC$, uma vez que está sendo utilizada a relação $I = ABCD$. Lembrando o que foi colocado no parágrafo anterior, isso significa que o nível de D em cada experimento é obtido pelo produto dos níveis ABC. Por exemplo, no experimento 3, o produto de ABC (- + -), gera o fator D (+).

No site <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>, do Instituto Nacional de Padrões e Tecnologia dos EUA, mostra-se a relação de matrizes de experimentos que precisam ser executados variando-se os níveis das variáveis. Na Tabela 1, mostra-se a matriz de experimentos e níveis para o estudo com 4 variáveis de projetos e 8 experimentos, conforme a abordagem de DOE.

Tabela 1 – Quantidades de experimentos e níveis para 4 variáveis de projeto

Nº EXPER.	A	B	C	D = ABC	RESPOSTA
1	-	-	-	-	resposta 1
2	+	-	-	+	resposta 2
3	-	+	-	+	resposta 3
4	+	+	-	-	resposta 4
5	-	-	+	+	resposta 5
6	+	-	+	-	resposta 6
7	-	+	+	-	resposta 7
8	+	+	+	+	resposta 8

Fonte: Do Autor (2017)

Caso o problema de otimização em questão tivesse o DOE analisado pelo método fracionado, teríamos $2^k=2^4=16$ experimentos. Neste caso, foi obtida uma redução da metade no número de experimentos e que por conseguinte no tempo de processamento.

De posse dos valores da função objetivo para os níveis estudados, são calculados os efeitos que cada variável causa no valor final e os seus efeitos combinados.

De acordo com Montgomery (2000), para o cálculo do efeito de uma variável de projeto deve-se agrupar os valores de mínimos e máximos de maneira separada e depois calcular a média aritmética. Em seguida, o valor do efeito é igual a diferença entre a média dos valores agrupados de nível alto e baixo. O mesmo procedimento deverá ser feito para calcular o efeito combinado das variáveis de projeto.

Para os casos de 4 fatores em diante, Montgomery (2000) sugere que sejam estudados os efeitos combinados, também conhecidas como efeitos de segunda ordem. Para isso, deve seguir a mesma metodologia de cálculo usada nos efeitos de interação, só que agora devendo seguir outra matriz de níveis. É importante destacar que a nomenclatura A, B, C e D correspondem respectivamente as variáveis base, altura, área de aço e linha neutra da seção transversal. Os níveis

baixo e alto foram obtidos pelos produtos dos fatores envolvidos na interação, por exemplo, a interação AB corresponde ao produto dos fatores A e B da matriz inicial e os produtos finais serão apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Ações combinadas de 4 variáveis de projeto e seus níveis

AB	AC	AD	BC	BD	CD	RESPOSTA
+	+	+	+	+	+	resposta 1
-	-	+	+	-	-	resposta 2
-	+	-	-	+	-	resposta 3
+	-	-	-	-	+	resposta 4
+	-	-	-	-	+	resposta 5
-	+	-	-	+	-	resposta 6
-	-	+	+	-	-	resposta 7
+	+	+	+	+	+	resposta 8

Fonte: Do Autor (2017)

Ressalta-se que não foram encontrados trabalhos envolvendo DOE na otimização estrutural de pilares de concreto armado.

5 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA MATEMÁTICO DE OTIMIZAÇÃO E VALIDAÇÃO DO PROGRAMA

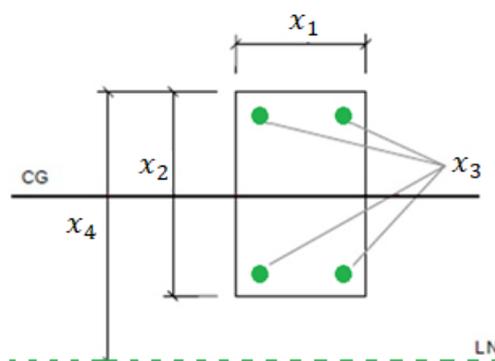
Descrever um modelo de otimização estrutural de seções retangulares de concreto armado envolve diversos fatores, dentre eles podem-se citar: esforços resistentes, esforços solicitantes, variáveis de projeto, restrições lineares e não lineares, função objetivo dentre outros. Todos esses fatores devem ser regidos pela norma NBR 6118:2014 atendendo aos critérios de segurança e explorados ao máximo para que consigam solucionar problemas cada vez mais complexos.

Sendo assim, este capítulo tem o objetivo de descrever o modelo de otimização de pilares retangulares de concreto armado submetidos à flexo-compressão reta expondo suas formulações e implementação no software MATLAB.

5.1 Variáveis de projeto

Para começar a aplicar a metodologia de otimização em engenharia, é preciso definir os elementos básicos: variáveis de projeto, função objetivo e as restrições. As variáveis de projeto são os valores escolhidos para descrever o projeto de um sistema ou estrutura. Neste trabalho, as variáveis de projeto escolhidas foram a base da seção transversal do pilar, a altura da seção transversal do pilar, a área de aço e a profundidade da linha neutra do pilar, chamados respectivamente de x_1 , x_2 , x_3 e x_4 conforme mostra-se na Figura 17.

Figura 17 - Variáveis de projeto



Fonte: Do Autor (2017)

onde,

x_1 = base da seção transversal do pilar

x_2 = altura da seção transversal do pilar

x_3 = área de aço do pilar

x_4 = profundidade da linha neutra do pilar

LN = linha neutra

CG = centro de gravidade do pilar

5.2 Função objetivo

O objetivo deste trabalho é minimizar o custo dos materiais e da mão de obra para a construção dos respectivos pilares analisados. Sendo assim, a função objetivo, neste caso, representa o custo da estrutura por metro de execução levando em consideração o volume de concreto, área de fôrmas, área de armadura longitudinal e área de armadura transversal (estribos). É importante destacar que os valores obtidos para o custo de cada item foram retirados da tabela SINAPI setembro/2016 de tabela de composições de preços não desonerada de uma empresa local fornecedora de concretos usinados, a MASTERMIX CARUARU. No Quadro 2, detalham-se os serviços que foram considerados.

Quadro 2 – Custos dos serviços e materiais para pilares

VALORES DOS SERVIÇOS PARA EXECUÇÃO DE PILAR DE CONCRETO ARMADO RETIRADOS DA SINAPI (07/2016)			
CÓDIGO	ITEM	UNID.	PREÇO
CONCRETO			
94964	Concreto fck=20MPa, traço 1:2,7:3 (cimento/areia média/brita 1) - preparo mecânico com betoneira 400l.	m ³	R\$ 272,03
94965	Concreto fck=25MPa, traço 1:2,3:2,7 (cimento/areia média/brita 1) - preparo mecânico com betoneira 400l.	m ³	R\$ 266,63
94966	Concreto fck=30MPa, traço 1:2,1:2,5 (cimento/areia média/brita 1) - preparo mecânico com betoneira 400l.	m ³	R\$ 275,83
MASTERMIX CARUARU	Concreto fck=35MPa	m ³	R\$ 298,00
94967	Concreto fck=40MPa, traço 1:1,6:1,9 (cimento/areia média/brita 1) - preparo mecânico com betoneira 400l.	m ³	R\$ 319,09
MASTERMIX CARUARU	Concreto fck=45MPa	m ³	R\$ 380,00

MASTERMIX CARUARU	Concreto fck=50MPa	m ³	R\$ 450,00
MASTERMIX CARUARU	Concreto fck=55MPa	m ³	R\$ 550,00
92873	Lançamento com uso de bombas, adensamento, e acabamento de concreto em estruturas.	m ³	R\$ 24,26
AÇO			
34439	Aço CA-50, 10.0mm, dobrado e cortado.	kg	R\$ 4,25
34456	Aço CA-60, 5.0mm, dobrado e cortado.	kg	R\$ 3,93
92761	Armação de pilar ou viga de uma estrutura convencional de concreto armado em um edifício de múltiplos pavimentos utilizando aço CA-50 de 8.0mm - montagem.	kg	R\$ 9,39
92759	Armação de pilar ou viga de uma estrutura convencional de concreto armado em um edifício de múltiplos pavimentos utilizando aço CA-60 de 5.0mm - montagem.	kg	R\$ 10,55
FORMAS			
11132	Chapa de madeira compensada pinus, virola ou equivalente, de 2,20x1,60m, e=25mm.	m ²	R\$ 42,26
92446	Montagem e desmontagem de forma de viga ou pilar, escoramento com pontalete de madeira, pé-direito simples, em madeira serrada, 1 utilização.	m ²	R\$ 108,45
<i>OBS: todos os preços referentes ao aço e formas foram escolhidos a partir do maior valor da tabela.</i>			

Fonte: Do Autor (2017)

Para obter o custo final, foram somados os custos referentes à montagem, armação, forma e desforma dos pilares, resultando nos valores indicados no Quadro 3.

Quadro 3 – Valor final dos serviços e materiais

VALOR FINAL DOS SERVIÇOS E MATERIAIS		
REFERÊNCIA	UND.	PREÇO TOTAL
CONCRETO		
20MPa	m ³	R\$ 296,29
25MPa	m ³	R\$ 290,89
30MPa	m ³	R\$ 300,09
35MPa	m ³	R\$ 322,26
40MPa	m ³	R\$ 343,35
45MPa	m ³	R\$ 404,26

50MPa	m ³	R\$ 474,26
55MPa	m ³	R\$ 574,26
AÇO		
CA-50	kg	R\$ 13,64
CA-60	kg	R\$ 14,48
FÔRMAS		
Vigas	m ²	R\$ 150,71

Fonte: Do Autor (2017)

O custo com o volume de concreto foi obtido calculando-se o volume em m³/m. Foram estabelecidos os valores do concreto conforme sua classe de resistência e foram chamados de preço do concreto c_1 .

A parcela de contribuição do custo do concreto em R\$/m foi definida da seguinte maneira:

$$C_c = x_1 x_2 c_1 \quad (57)$$

O custo relativo à área de aço do pilar foi atribuído conforme sua massa linear. No entanto, para composição de preços, a tabela da SINAPI apenas classifica as barras de acordo com o seu processo de fabricação, classificando o tipo de aço utilizado: CA 50 ou CA 60. Para este exemplo, o custo com aço CA 50 será chamado de c_2 e CA 60 de c_4 . Para o valor da massa específica do aço, será usada a nomenclatura γ_a onde,

$$c_2 = 13,64 \text{ R\$/kg}$$

$$c_4 = 14,48 \text{ R\$/kg}$$

$$\gamma_a = 7850 \text{ kg/m}^3$$

A parcela de custo referente a armadura longitudinal C_{s50} foi calculada da seguinte forma:

$$C_{s50} = x_3 \gamma_a c_2 \quad (58)$$

Para os estribos C_{s60} :

$$C_{s60} = \frac{(C_{estr} A_{estr} \gamma_a c_4)}{C_{ef}} \quad (59)$$

onde,

C_{estr} = comprimento total dos estribos

A_{estr} = área de aço do estribo

C_{ef} = comprimento efetivo do pilar

Com relação ao custo relativo às fôrmas de pilares por m² foi adotado a nomenclatura c_3 com o preço de R\$ 150,71/m². Para a formulação do custo relativo às fôrmas:

$$C_f = 2(x_1 + x_2) c_3 \quad (60)$$

De maneira geral, a função objetivo pode ser escrita como a soma de todas as parcelas contribuintes para o custo final do pilar por metro, chamado de C_p :

$$C_p = C_c + C_{s50} + C_{s60} + C_f \quad (61)$$

ou:

$$C_p = x_1 x_2 c_1 + x_3 \gamma_a c_2 + \frac{(C_{estr} A_{estr} \gamma_a c_4)}{C_{ef}} + 2(x_1 + x_2) c_3 \quad (62)$$

5.3 Definição das restrições

As restrições do problema correspondem aos limites que as variáveis de projeto devem obedecer em seu espaço de busca para encontrar o valor ótimo da função objetivo. Para pilares de concreto armado, as restrições devem respeitar aos limites impostos pela norma NBR 6118:2014.

A seguir serão apresentadas as restrições impostas ao problema. Vale salientar que todas as restrições obedeceram às recomendações técnicas da norma NBR 6118:2014 que constam no capítulo 4 item 4.10 deste trabalho.

5.4 Descrição final do problema

Nos problemas de otimização, em geral, pretende-se minimizar ou maximizar uma função objetivo sujeita a restrições. No presente trabalho, inicialmente otimizou-se um pilar de concreto armado de um edifício residencial com 5 pavimentos, mantendo-se a base da seção transversal fixa e variando apenas altura do pilar, área de aço e linha neutra. Posteriormente, considerou-se a variação

da base, altura, área de aço e linha neutra ao longo da disposição vertical do pilar. A partir da comparação das duas análises pretende-se verificar qual das duas opções apresentaram os melhores resultados com relação ao custo.

5.4.1 Descrição do problema considerando base fixa

O problema de otimização mantendo-se a base do pilar fixa ($x_1 = b$), será descrito abaixo:

Minimizar

$$c_p = b x_2 c_1 + x_3 \gamma_a c_2 + \frac{(C_{estr} A_{estr} \gamma_a c_4)}{C_{ef}} + 2(b + x_2) c_3 \quad (63)$$

Sujeita à:

$$N_d - N_r \leq 0 \quad (64)$$

$$M_d - M_r \leq 0 \quad (65)$$

$$x_3 - 0,04 b x_2 \leq 0 \quad (66)$$

$$-x_3 + 0,004 b x_2 \leq 0 \quad (67)$$

$$x_2 - 5 b \leq 0 \quad (68)$$

$$\varnothing_{barra} - \frac{b}{8} \leq 0 \quad (69)$$

$$-x_2 + 19 \leq 0 \quad (70)$$

$$x_2 - \lim4 \leq 0 \quad (71)$$

$$-b x_2 + 360 \leq 0 \quad (72)$$

onde,

Eq. (64) = Restrição da força resistente normal de cálculo

Eq. (65) = Restrição do momento fletor resistente de cálculo

Eq. (66) = Restrição da área de aço máxima

Eq. (67) = Restrição da área de aço mínima

Eq. (68) = Restrição de pilar parede

Eq. (69) = Restrição do diâmetro longitudinal máximo

Eq. (70) = Restrição da altura mínima

Eq. (71) = Restrição da altura máxima

Eq. (72) = Restrição da área de concreto mínima

5.4.2 Descrição do problema com base variável

O problema de otimização para a base da seção transversal do pilar variável é descrito abaixo:

Minimizar

$$c_p = x_1 x_2 c_1 + x_3 \gamma_a c_2 + \frac{(C_{estr} A_{estr} \gamma_a c_4)}{C_{ef}} + 2(x_1 + x_2) c_3 \quad (73)$$

Sujeita à:

$$N_d - N_r \leq 0 \quad (74)$$

$$M_d - M_r \leq 0 \quad (75)$$

$$x_3 - 0,04 x_1 x_2 \leq 0 \quad (76)$$

$$-x_3 + 0,004 x_1 x_2 \leq 0 \quad (77)$$

$$x_2 - 5 x_1 \leq 0 \quad (78)$$

$$\emptyset_{barra} - \frac{x_1}{8} \leq 0 \quad (79)$$

$$-x_1 + 19 \leq 0 \quad (80)$$

$$x_1 - lim1 \leq 0 \quad (81)$$

$$-x_2 + 19 \leq 0 \quad (82)$$

$$x_2 - lim4 \leq 0 \quad (83)$$

$$-x_1 x_2 + 360 \leq 0 \quad (84)$$

onde,

Eq. (74) = Restrição da força resistente normal de cálculo

Eq. (75) = Restrição do momento fletor resistente de cálculo

Eq. (76) = Restrição da área de aço máxima

Eq. (77) = Restrição da área de aço mínima

Eq. (78) = Restrição de pilar parede

Eq. (79) = Restrição do diâmetro longitudinal máximo

Eq. (80) = Restrição da base mínima

Eq. (81) = Restrição da base máxima

Eq. (82) = Restrição da altura mínima

Eq. (83) = Restrição da altura máxima

Eq. (84) = Restrição da área de concreto mínima

Os problemas de otimização foram implementados no software MATLAB através da função “ga” (Algoritmos Genéticos), sendo necessário fazer as devidas calibrações e ajustes conforme serão apresentados nos próximos itens.

5.5 Validação com Literatura

Os autores otimizaram seções de pilares empregando 3 métodos de otimização diferentes: Programação Quadrática Sequencial, Pontos Interiores e o método dos Algoritmos Genéticos. No programa desenvolvido neste trabalho, emprega-se o método dos Algoritmos Genéticos através da função “ga” do MATLAB. Todo o processo de formulação da função objetivo, das restrições e dos esforços resistentes foram implementados conforme apresentam Sias e Alves (2014). No trabalho, analisam-se 9 casos de pilares submetidos a esforço de flexo-compressão reta, onde cada situação considera diferentes combinações de cargas concentradas e momentos fletores.

O pilar a ser otimizado apresenta as seguintes características:

- $f_{ck} = 20$ MPa
- $f_{yk} = 500$ MPa
- Custo do concreto: R\$ 228,39/m³
- Custo das fôrmas: R\$ 31,58/m²
- Custo do aço CA 50: R\$ 2,73/Kg
- Forças atuantes variando de 2000 kN a 10000 kN
- Momentos fletores atuantes variando de 2000 kN.cm a 10000 kN.cm

Na Tabela 3, apresenta-se uma comparação dos valores obtidos para cada um dos casos analisado por Sias e Alves (2014) utilizando Programação Quadrática Sequencial (PQS), Pontos Interiores (PI) e Algoritmos Genéticos (AG) e os resultados encontrados no presente trabalho.

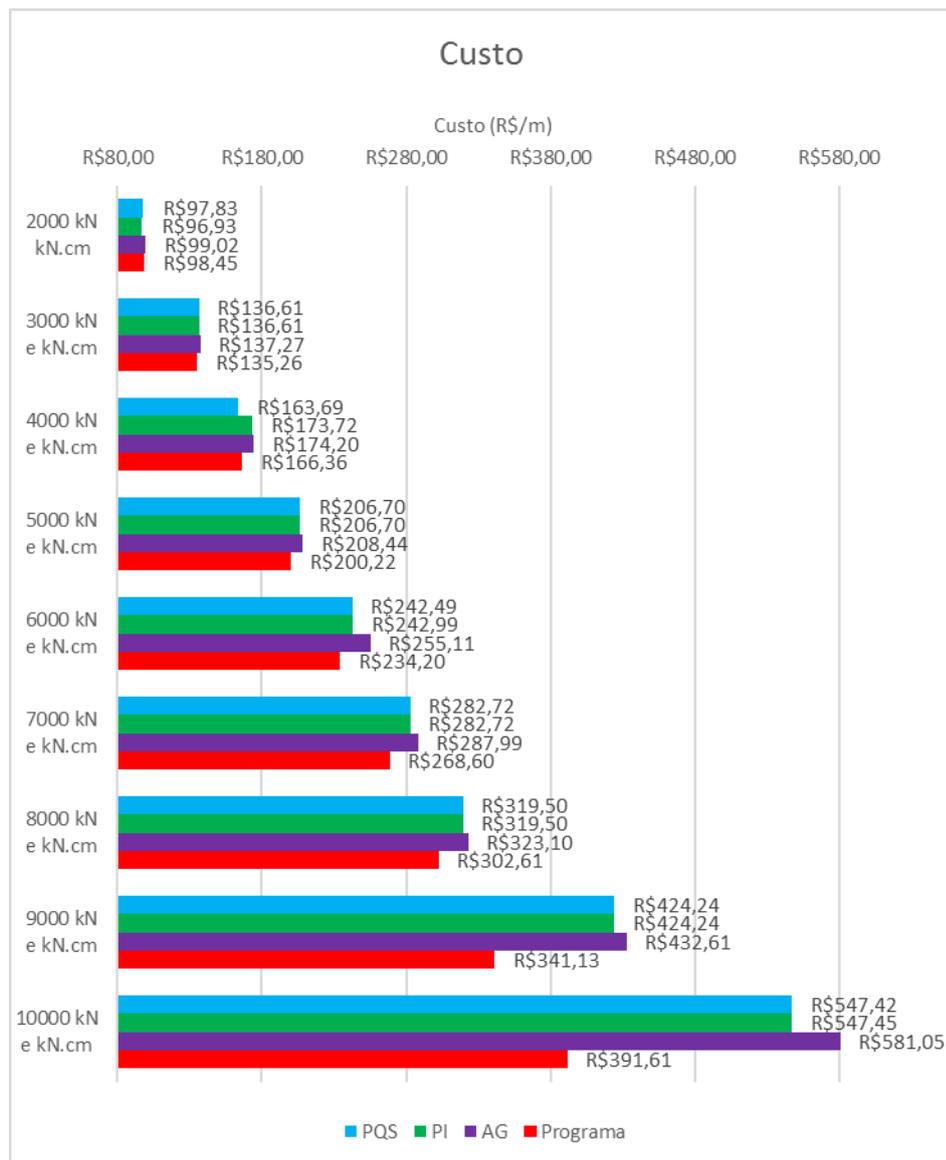
Tabela 3 – Resultados obtidos por Sias e Alves (2014) x Autor (2016)

Carga e Momento (kN) e kN.cm	Modelo	B (cm)	h (cm)	A _s (cm ²)	L _n (cm)	Custo (R\$/m)	Diferença	
							R\$/m	%
2000	PQS	39,21	39,21	6,15	50	97,83	-0,62	-0,63%
	PI	39,34	39,27	5,53	74,31	96,93	-1,52	-1,54%
	AG	39,07	38,97	6,98	100	99,02	0,57	0,58%
	Neste trabalho	32,5	44,98	7,52	56,22	98,45	-	-
3000	PQS	40	58,97	9,44	93	136,61	1,35	1,00%
	PI	40	58,97	9,44	127,8	136,61	1,35	1,00%
	AG	39,03	60,38	9,63	160	137,27	2,01	1,49%
	Neste trabalho	35,27	61,45	11,5	76,81	135,26	-	-
4000	PQS	40	78,63	12,58	100	163,69	-2,67	-1,60%
	PI	40	78,63	12,58	159	173,72	7,36	4,42%
	AG	39,79	78,97	12,79	160	174,2	7,84	4,71%
	Neste trabalho	40	74,29	12,27	92,87	166,36	-	-
5000	PQS	40	96,1	15,38	136	206,7	6,48	3,24%
	PI	40	96,1	15,38	239,12	206,7	6,48	3,24%
	AG	38,18	100,68	15,37	240	208,44	8,22	4,11%
	Neste trabalho	40	92,66	14,82	121,78	200,22	-	-
6000	PQS	40	115,32	18,45	149	242,49	8,29	3,54%
	PI	40	115,32	18,45	239,99	242,99	8,79	3,75%
	AG	38,62	116,1	25,66	240	255,11	20,91	8,93%
	Neste trabalho	40	110,66	17,7	167,99	234,2	-	-
7000	PQS	40	136,36	21,82	187	282,72	14,12	5,26%
	PI	40	136,36	21,82	313,56	282,72	14,12	5,26%
	AG	39,94	135,39	25,08	320	287,99	19,39	7,22%
	Neste trabalho	40	128,88	20,62	205,03	268,6	-	-
8000	PQS	40	155,84	24,93	199	319,5	16,89	5,58%
	PI	40	155,84	24,93	319,97	319,5	16,89	5,58%
	AG	39,66	156,49	26,81	320	323,1	20,49	6,77%
	Neste trabalho	40	146,9	23,5	261,67	302,61	-	-
9000	PQS	40	160	70,81	200	424,24	83,11	24,36%
	PI	40	160	70,81	318,65	424,24	83,11	24,36%
	AG	39,98	158,2	76,05	320	432,61	91,48	26,82%
	Neste trabalho	40	160	32,03	365,69	341,13	-	-
10000	PQS	40	160	128,3	200	547,42	155,81	39,79%
	PI	40	160	128,3	319,98	547,45	155,84	39,79%
	AG	39,98	152,53	149,41	303	581,05	189,44	48,37%
	Neste trabalho	40	160	55,58	571,78	391,61	-	-
Sias e Alves (PQS)= Programação quadrática sequencial								
Sias e Alves (PI) = Algoritmo dos pontos interiores								
Sias e Alves (AG) = Algoritmos genéticos								

Fonte: Do Autor (2017)

Na Figura 18, apresenta-se uma comparação da evolução do custo por níveis de cargas do pilar em função dos resultados obtidos com o programa desenvolvido neste trabalho e por Sias e Alves (2014).

Figura 18 – Custo do pilar por nível de carga



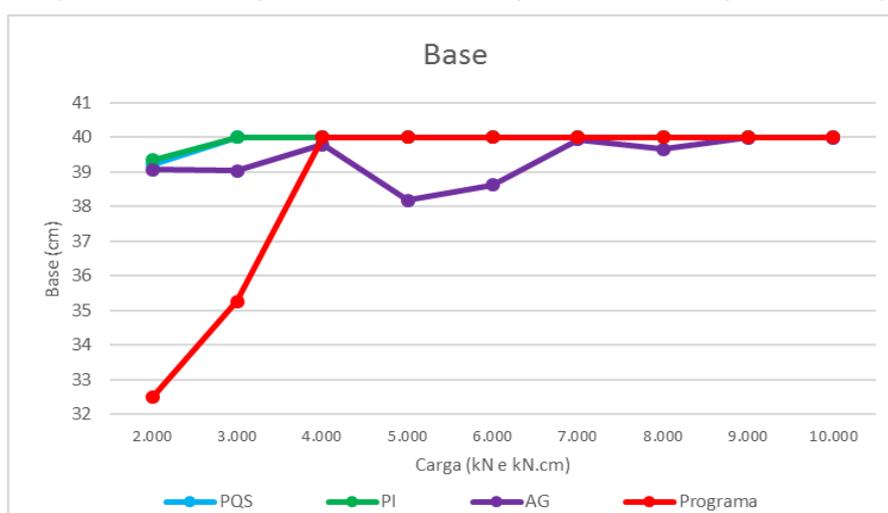
Fonte: Do Autor (2017)

Analisando a Figura 18, pode-se observar que o custo final no intervalo das cargas entre 2000 e 8000 são muito próximos, embora os resultados obtidos com o programa implementado sempre são menores em comparação com os dados por Sias e Alves (2014). Para as duas últimas cargas, obtém uma redução de custo importante quando comparado com os resultados de Sias e Alves (2014). Com relação aos resultados apresentados por Sias e Alves (2014), no caso do método dos algoritmos genéticos, conseguiu-se uma redução de 14,42%. A média de redução de custo por pavimento foi de 9,5%.

Nota-se que à medida que os valores das cargas e momentos fletores crescem, o custo da estrutura também aumenta, uma vez que para suportar os esforços solicitantes é necessário que a estrutura apresente um esforço resistente igual ou superior.

A seguir, mostra-se o comportamento das variáveis de projeto em função do acréscimo de cargas axiais e de momentos fletores. Na Figura 19, apresenta-se a variação da base do pilar em função das cargas axiais e dos momentos fletores e sua comparação com o resultados obtidos por Sias e Alves (2014). Percebe-se que nos dois primeiros níveis de cargas existe uma importante discrepância entre os valores da base, entretanto, a diferença diminuiu quando o valor da carga aumentou. Observa-se que nos últimos casos o valor atinge o limite máximo.

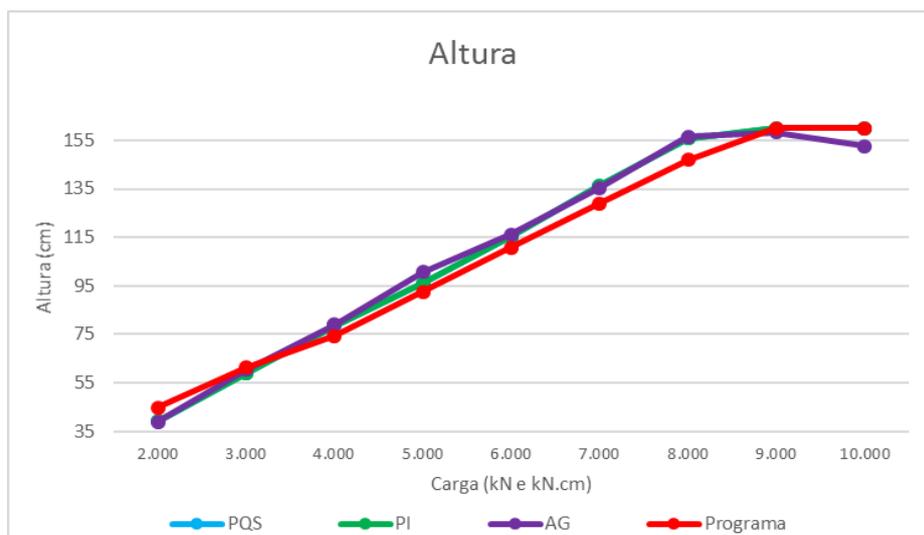
Figura 19 – Variação da base em função da combinações de carga



Fonte: Do Autor (2017)

As variações da altura da seção transversal em função dos níveis de carga são mostradas na Figura 20. Pode-se observar que existe uma boa concordância com os resultados apresentados por Sias e Alves (2014), seguindo um crescimento em sua altura ao longo dos acréscimos de cargas axiais e momentos fletores. No 1º, 2º, 8º e 9º níveis, a altura calculada pelo programa se apresentou levemente maior, entretanto, nos níveis 3º até 7º o valor da altura resultou menor.

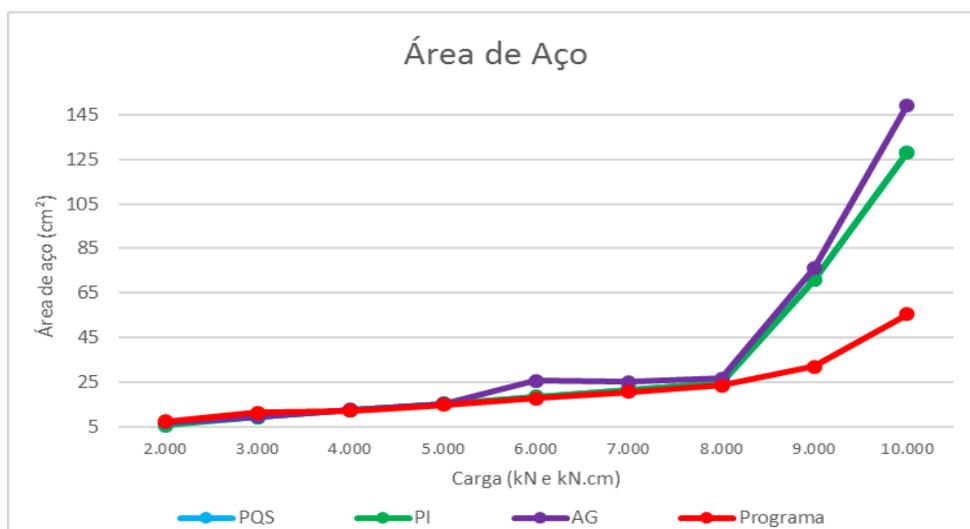
Figura 20 – Variação da altura em função das combinações de carga



Fonte: Do Autor (2017)

Na Figura 21, mostra-se a variação da variável de projeto área de aço em função dos níveis de carga. Observa-se que houve um crescimento coerente ao longo do aumento dos pavimentos. Em todos os casos as áreas de aço tenderam a aumentar, sendo que os resultados obtidos pelo programa sempre mantiveram-se inferiores conforme os níveis de carga aumentavam.

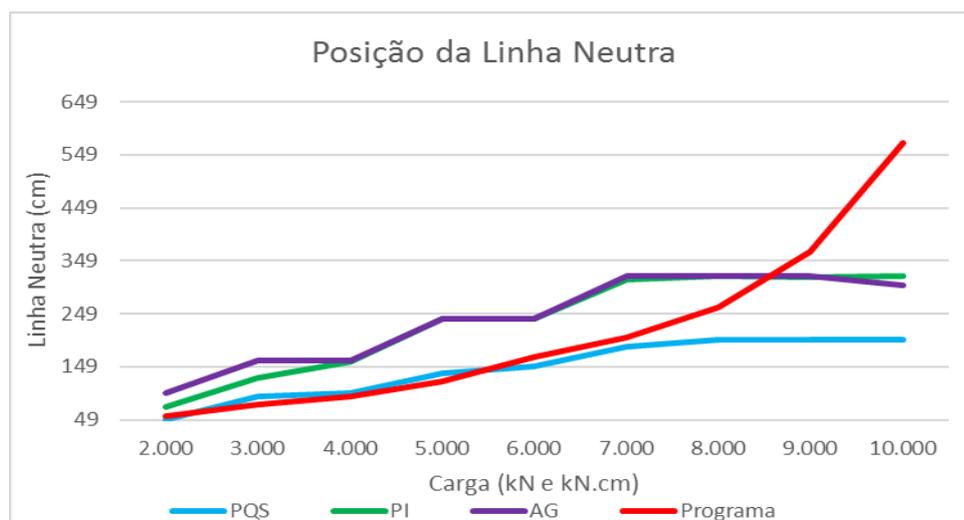
Figura 21 – Variação da área de aço em função das combinações de carga



Fonte: Do Autor (2017)

Na Figura 22, mostra-se as variações da linha neutra em função dos níveis de carga e sua comparação com os resultados obtidos por Sias e Alves (2014). Observa-se que existem diferenças entre os valores obtidos pelos diferentes métodos, sendo que os valores determinados pelo programa mostram uma discrepância importante para os dois últimos níveis, 8º e 9º solicitando mais a seção de concreto e reduzindo as áreas de aço. Nos demais níveis os valores ficaram próximos dos apresentados pelo método PQS de Sias e Alves (2014).

Figura 22 – Variação da linha neutra em função das combinações de carga



Fonte: Do Autor (2017)

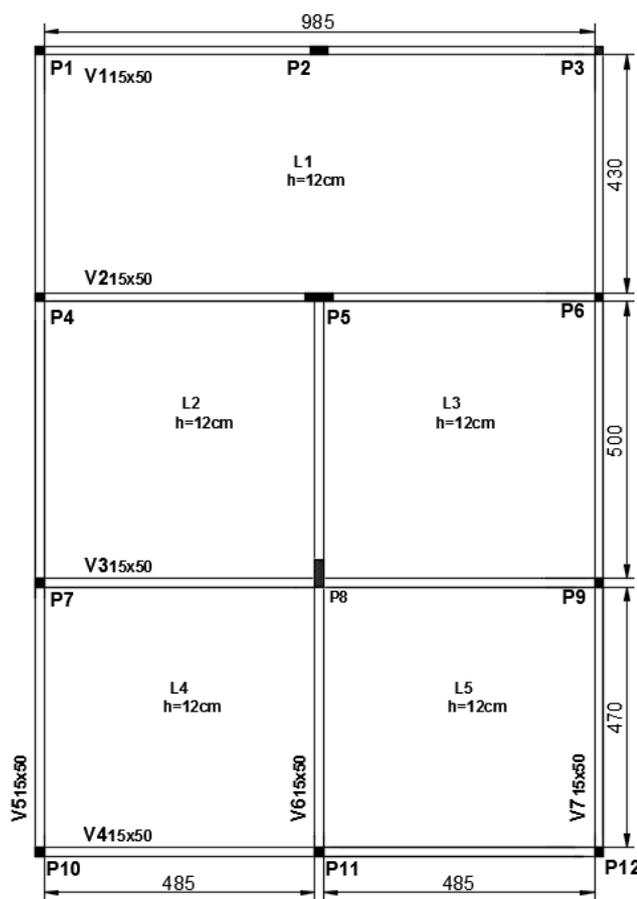
Conforme observa-se da comparação entre os resultados obtidos pelo programa implementado e os apresentados por Sias e Alves (2014), pode-se concluir que os mesmos apresentam resultados coerentes. De maneira geral, com o programa desenvolvido sempre se obteve uma maior economia em comparação com os métodos empregados por Sias e Alves (2014).

6 DIMENSIONAMENTO DE UM PILAR EM UMA EDIFICAÇÃO RESIDENCIAL

Neste capítulo, será otimizado um pilar de um edifício residencial composto por cinco pavimentos tipo. Nas Figuras 23 e 24, mostram-se as plantas de fôrma do pavimento tipo do edifício e seu corte vertical. Para a análise foi escolhido o pilar (P8), sendo inicialmente dimensionado conforme a norma NBR 6118:2014 e posteriormente com o programa implementado. Por simplicidade de cálculo, os efeitos do vento não serão considerados.

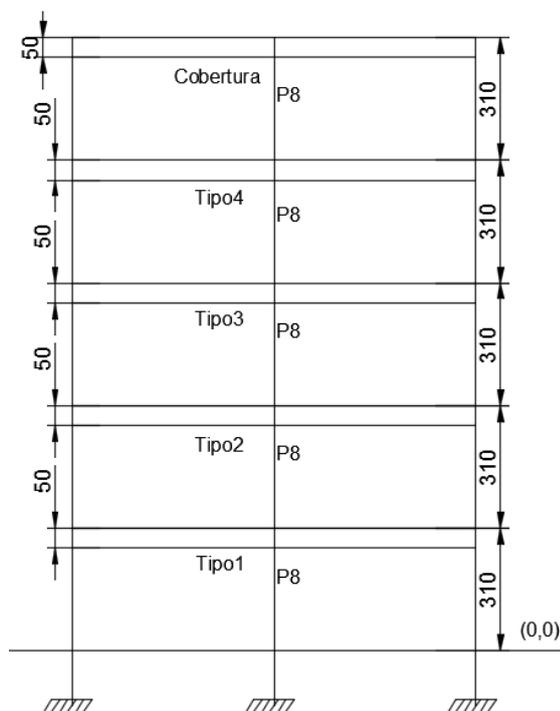
A edificação foi considerada inserida em zona urbana na classe de agressividade ambiental II. Em consequência, tem-se que concreto deve ter no mínimo $f_{ck} = 25$ MPa, e o cobrimento de concreto de 3 cm para vigas e pilares. Será usado aço CA 50 e o $f_{ck} = 25$ MPa.

Figura 23 – Planta baixa do edifício residencial



Fonte: Do Autor (2017)

Figura 24 – Corte do edifício residencial



Fonte: Do Autor (2017)

Na Tabela 4, mostram-se o custo, os esforços axiais e momentos fletores, as dimensões da seção transversal, área de aço e posição da linha neutra calculada para cada pavimento conforme a norma NBR 6118:2014.

Tabela 4 – Resumo do dimensionamento do pilar “P8” por pavimento

Pvto	Carga (Kn)	M. Fletor y	M. Fletor x	b (cm)	h (cm)	As (cm ²)	Ln (cm)	Domínio	Custo (R\$/m)
Coberta	144,00	1044,66	1044,66	19,00	19,00	3,14	10,66	4	169,94
Tipo4	366,93	2238,41	2048,87	19,00	25,00	5,26	13,56	4	213,44
Tipo3	590,60	3304,95	2993,57	19,00	30,00	12,40	15,50	4a	307,14
Tipo2	815,74	4516,96	3053,82	19,00	40,00	17,80	15,76	4a	418,86
Tipo 1	1041,6	5553,3	4156,07	19,00	45,00	26,33	16,74	4a	538,72

Fonte: Do Autor (2017)

7 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, serão apresentados os resultados referentes ao dimensionamento otimizado do pilar P8 da edificação mostrada no capítulo anterior e a análise DOE das variáveis de projeto.

Inicialmente, a estrutura foi calculada pelo método convencional segundo a norma NBR 6118:2014 e pelo programa de otimização desenvolvido, considerando em ambos casos a base do pilar fixa e igual 19 cm. Posteriormente, foi feita a comparação do dimensionamento convencional com o dimensionamento otimizado, considerando os valores da base variável. Por fim, se faz um estudo comparativo entre o dimensionamento obtido pelo programa com o valor de base fixa e variável.

7.1 Dimensionamentos convencional e otimizado com base fixa

Neste caso, adota-se o valor da base do pilar fixo, portanto, a otimização considera apenas as variáveis de projeto: altura da seção transversal do pilar, área de aço e linha neutra da seção. O dimensionamento convencional que consta na norma NBR 6118:2014 é um procedimento que permite ao calculista estabelecer as dimensões, entretanto, por ser muito subjetivo pode acontecer que as dimensões obtidas se apresentem maiores do que as necessárias.

Na Tabela 5, mostram-se os resultados obtidos para o cálculo da disposição vertical do pilar pelo método convencional da norma NBR 6118:2014 e pelo programa de otimização desenvolvido neste trabalho.

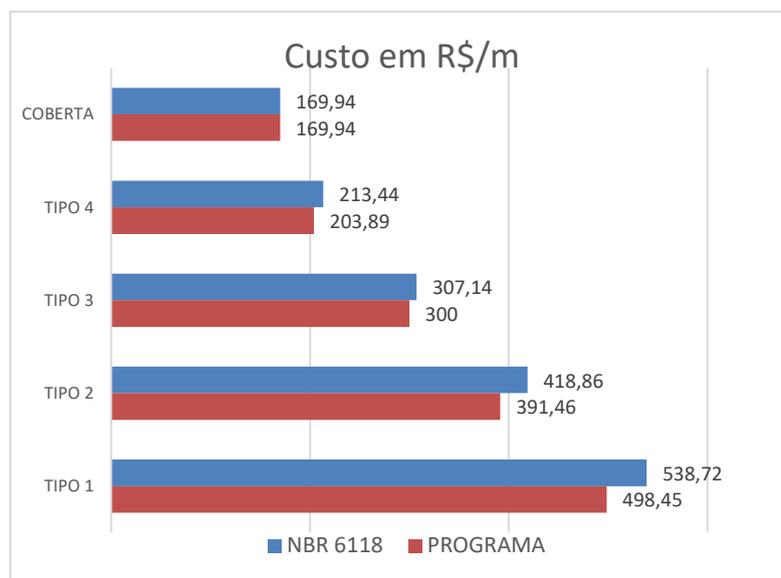
Tabela 5 – Pilar calculado pelo método convencional e otimizado considerando base fixa

Pvto	Carga (kN)	M. fletor y	M. fletor x	Modelo	b	h	As	Ln	Dom.	Custo (R\$/m)	Diferença	
					(cm)	(cm)	(cm ²)	(cm)			R\$/m	%
Coberta	144	1044,66	1044,66	NBR	19	19	3,14	10,66	4	169,94	0	0
		1044,66	1044,66	Programa	19	19	3,14	10,19	4	169,94		
Tipo4	366,9	2238,41	2048,87	NBR	19	25	5,26	13,56	4	213,44	9,55	4,47%
		2326,8	2049,8	Programa	19	28,66	3,14	12,79	4	203,89		
Tipo3	590,6	3304,95	2993,57	NBR	19	30	12,4	15,5	4	307,14	7,14	2,32%
		3868,9	2528,5	Programa	19	51,93	3,94	12,2	4	300		
Tipo2	815,7	4516,96	3053,82	NBR	19	40	17,8	15,76	4a	418,86	27,4	6,54%
		5343,8	4170,6	Programa	19	71,72	5,45	12,2	4	391,46		
Tipo1	1042	5553,03	4156,07	NBR	19	45	26,33	16,74	4a	538,72	40,27	7,48%
		6874	6306	Programa	19	94,14	7,15	12,07	4	498,45		
TOTAL										84,36	5,12%	

Fonte: Do Autor (2017)

Observa-se que, através do processo de otimização implementado neste trabalho conseguiu-se uma economia de 5,12%. A economia média por pavimento tipo foi de 5,20%. Essa redução de custo fica mais evidente observando o gráfico de barras mostrado na Figura 25.

Figura 25 – Análise do custo na disposição vertical do pilar considerando base fixa



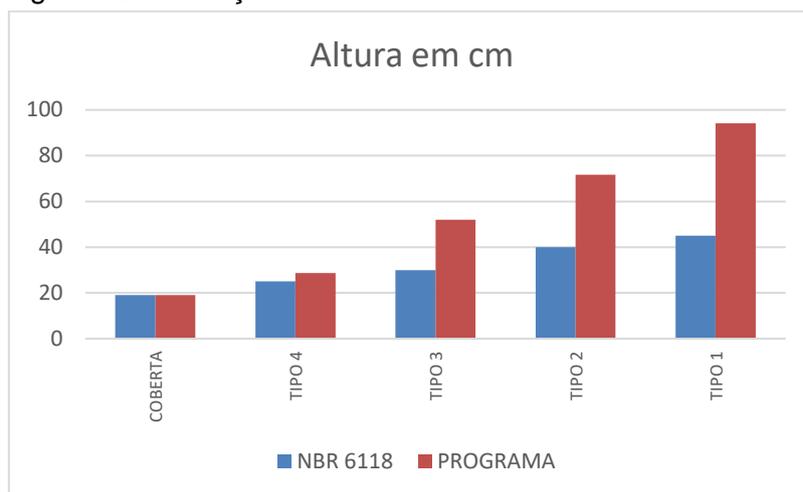
Fonte: Do Autor (2017)

Conforme pode ser observado na Figura 25, sempre existe uma redução no custo da estrutura otimizada ao longo dos pavimentos. Os custos da estrutura

otimizada sempre são inferiores aos custos da estrutura calculada pelo método convencional.

Com relação à altura do pilar ao longo do edifício, na Figura 26, apresentam-se as variações ocorridas nesta variável de projeto.

Figura 26 – Variação da altura considerando base fixa

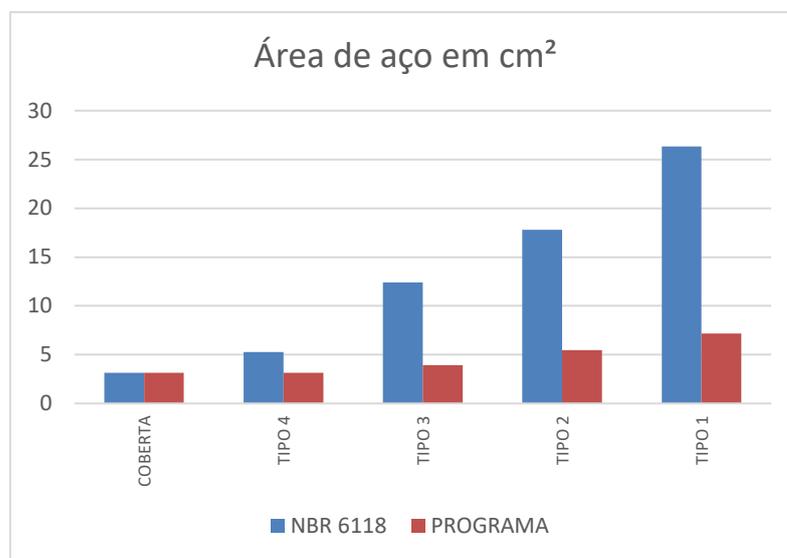


Fonte: Do Autor (2017)

A variação das alturas dos pilares nos pavimentos se comportou de maneira coerente, sempre crescente a cada aumento de carga nos pavimentos. Tanto no dimensionamento convencional quanto no dimensionamento otimizado as seções aumentaram. A maior diferença de alturas se deu no pavimento TIPO 1 totalizando uma diferença de 49,14 cm.

Na Figura 27, apresentam-se as variações da área de aço ao longo do pilar para o dimensionamento convencional e otimização numérica. Pode-se observar, que a área de aço cresceram à medida que as cargas nos pavimentos aumentaram. Em todos os pavimentos o programa de otimização com o valor da base fixa sempre reduziu as áreas de aço e aumentou a altura da seção transversal do pilar em comparação com dimensionamento convencional resultando assim em custos sempre menores.

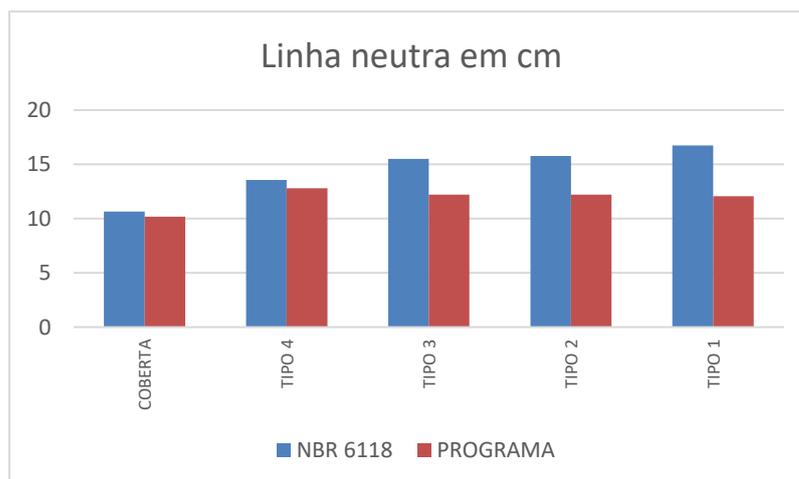
Figura 27 – Variação da área de aço considerando base fixa



Fonte: Do Autor (2017)

A variação da linha neutra com relação aos pavimentos mostra-se na Figura 28. Verifica-se que a partir do pavimento tipo 3, acontece uma redução da profundidade da linha neutra, o que pode ser justificado pelo aumento da área de concreto (aumento da altura da seção transversal do pilar) reduzindo-se as tensões geradas no pilar e conseqüentemente uma menor profundidade de linha neutra.

Figura 28 – Variação da linha neutra considerando base fixa



Fonte: Do Autor (2017)

Na Tabela 6, mostram-se os consumos de concreto, fôrma e aço obtidos por ambos métodos.

Tabela 6 – Análise de consumo de materiais considerando base fixa

NÍVEIS E MÉTODO	Volume de Concreto em m ³ /m		Área de fôrma em m ² /m		Consumo de aço em Kg/m	
	Convencional	Otimizado	Convencional	Otimizado	Convencional	Otimizado
COBERTA	0,036	0,036	0,076	0,076	2,464	2,464
TIPO 4	0,047	0,054	0,880	0,953	4,129	2,464
TIPO 3	0,057	0,098	0,980	1,418	9,734	3,092
TIPO 2	0,076	0,136	1,180	1,814	13,973	4,278
TIPO 1	0,085	0,178	1,28	2,262	20,669	5,612

Fonte: Do Autor (2017)

Observa-se que o volume de concreto em m³/m e área de fôrma em m²/m sempre foram maiores no dimensionamento otimizado dos pavimentos Tipo 1 até Tipo 4, porém, percebe-se uma redução no consumo de aço. Portanto, o dimensionamento otimizado considerando a base fixa apresentou os melhores resultados sob o ponto de vista de custo da estrutura quando comparado com o dimensionamento convencional.

Com relação ao dimensionamento dos estribos, os valores para cada nível são mostrados na Tabela 7 para ambos métodos.

Tabela 7 – Custo com estribos considerando base fixa

Pvto	Carga (kN)	Custo Convencional (R\$/m)	Custo Otimizado (R\$/m)
Coberta	144,00	11,27	11,28
Tipo4	366,93	10,98	10,45
Tipo3	590,60	10,01	15,24
Tipo2	815,74	18,38	19,95
Tipo1	1041,60	20,14	25,30
TOTAL		70,79	82,22

Fonte: Do Autor (2017)

Observa-se que os custos com estribo obtidos através do programa otimizado, geralmente se mantiveram maiores em alguns pavimentos em comparação com o método convencional totalizando um aumento de 16,14%. Isso se deu porque as

dimensões otimizadas foram maiores, ocasionando um comprimento maior dos estribos.

7.2 Dimensionamento convencional e otimizado com base variável

No presente item, estuda-se como o custo do pilar varia quando se considera a base da seção transversal do pilar uma variável de projeto. Na Tabela 8, apresenta-se os valores do dimensionamento obtidos pelos dois métodos.

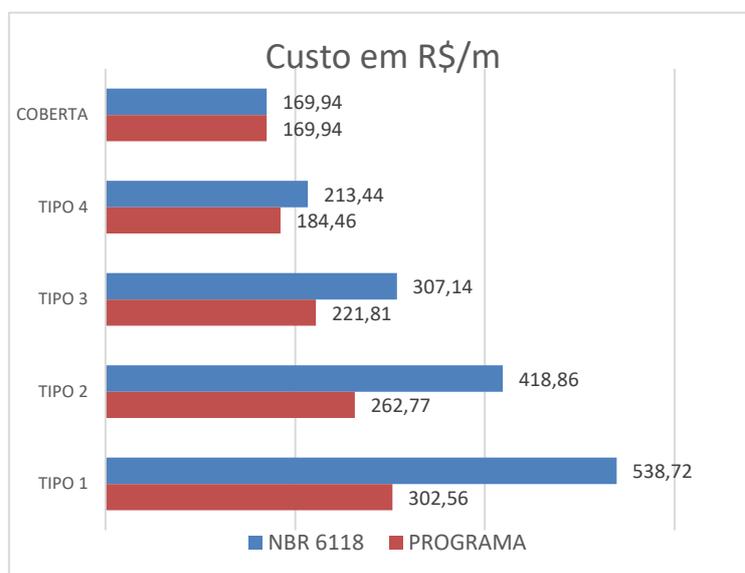
Tabela 8 – Disposição vertical calculada pelo método considerando base variável

Pvto	Carga (kN)	M. fletor y	M. fletor x	Modelo	b	h	As	Ln	Dom.	Custo (R\$/m)	Diferença	
					(cm)	(cm)	(cm ²)	(cm)			R\$/m	%
Coberta	144	1044,66	1044,66	NBR	19	19	3,14	10,66	4	169,94	0	0
		1044,66	1044,66	Programa	19	19	3,14	10,19	4	169,94		
Tipo4	366,9	2238,41	2048,87	NBR	19	25	5,26	13,56	4	213,44	28,98	13,58%
		2120,2	2120,2	Programa	21,27	21,27	3,14	17,24	4	184,46		
Tipo3	590,6	3304,95	2993,57	NBR	19	30	12,4	15,5	4	307,14	85,33	27,78%
		3174,3	3174,2	Programa	25,98	25,98	3,14	24,03	4a	221,81		
Tipo2	815,7	4516,96	3053,82	NBR	19	40	17,8	15,76	4a	418,86	156,1	37,27%
		4309,3	2836,5	Programa	27,9	32,79	3,74	26,63	4a	262,77		
Tipo1	1042	5553,03	4156,07	NBR	19	45	26,33	16,74	4a	538,72	236,2	43,84%
		5423,2	3862,8	Programa	29,66	38,29	4,74	29,14	4a	302,56		
TOTAL										506,6	30,74%	

Fonte: Do Autor (2017)

Pode-se observar que, através do processo de otimização implementado neste trabalho conseguiu-se uma economia de aproximadamente 30,74%. A economia média por pavimento tipo foi de 30,62%. Na Figura 29, mostra-se a variação de custos ao longo dos pavimentos.

Figura 29 – Análise do custo na disposição vertical do pilar considerando base variável

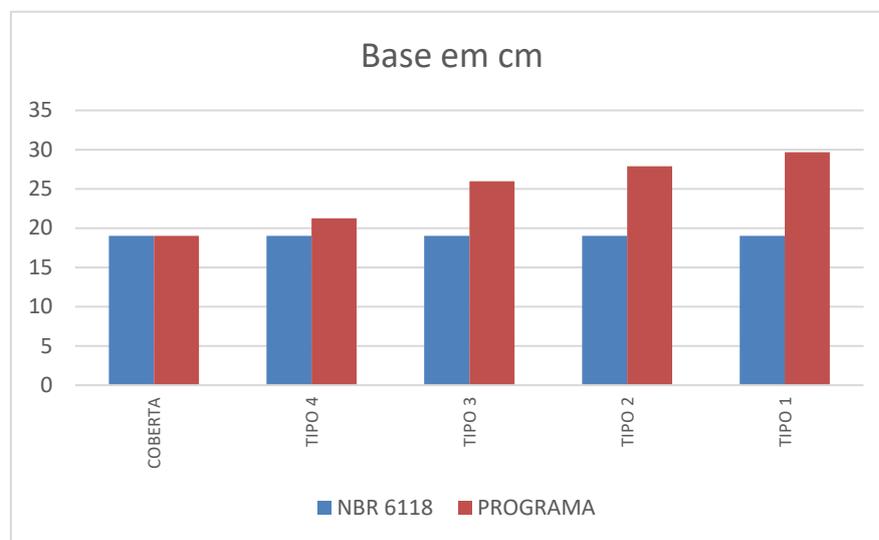


Fonte: Do Autor (2017)

Percebe-se que todos os pavimentos, do Tipo 4 até o Tipo 1 sempre reduzem o custo em comparação com o valor obtido pelo método convencional. Essa redução de custo pode ser justificada pelo aumento da base da seção transversal do pilar. Esse aumento da base proporcionou um aumento da área de concreto e redução da área de aço. Quando se aumenta a base da seção transversal do pilar os esforços de 2^o ordem são reduzidos necessitando de menos aço para manter o equilíbrio.

Na Figura 30, apresenta-se a variação da base do pilar ao longo dos pavimentos obtidos através dos dimensionamentos analisados.

Figura 30 – Variação da base do pilar considerando base variável

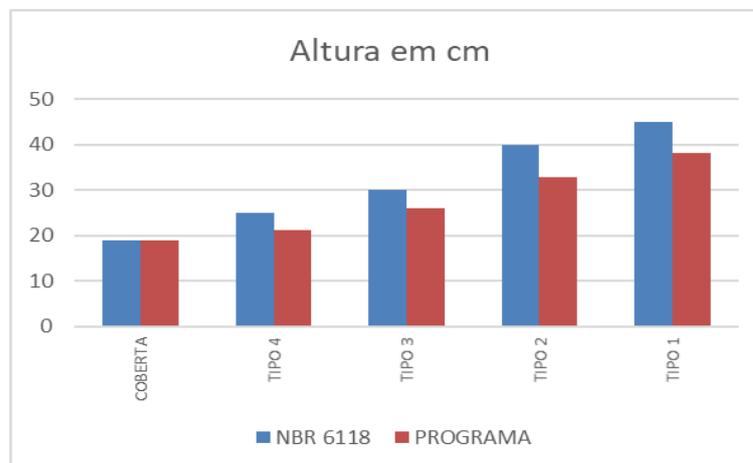


Fonte: Do Autor (2017)

Observa-se que o crescimento da base apresentou o comportamento previsto, sempre aumentando proporcionalmente com os valores das cargas e momentos fletores.

A variável de projeto altura da seção transversal do pilar ao longo dos pavimentos também apresentou um comportamento similar ao mostrado pela variável base da seção transversal do pilar, conforme pode ser observado na Figura 31.

Figura 31 – Variação da altura considerando base variável

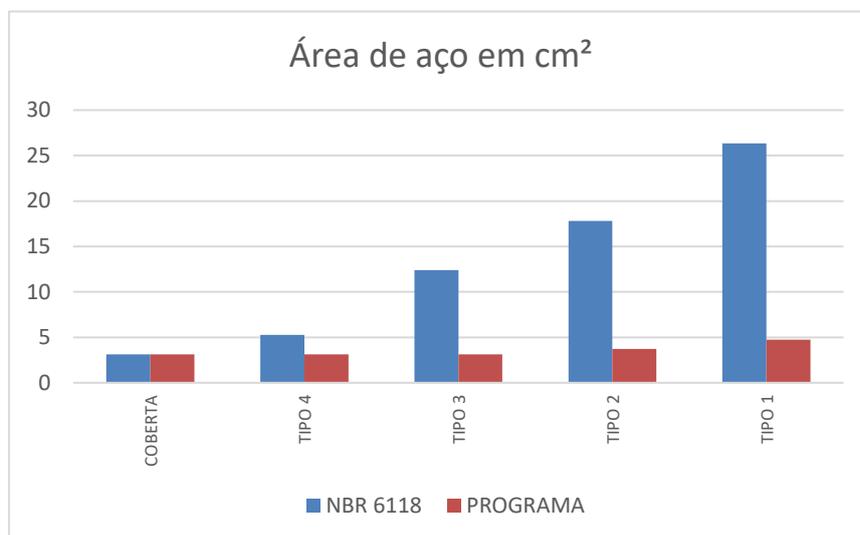


Fonte: Do Autor (2017)

A altura da seção transversal do pilar obtida com o programa cresce ao longo dos pavimentos, mostrando a mesma tendência que no dimensionamento convencional, porém com uma taxa de crescimento menor.

Na Figura 32, apresenta-se a variação da área de aço ao longo dos pavimentos. A área de aço é uma variável de projeto que está inteiramente ligada às variáveis de projeto base e altura da seção transversal do pilar. Qualquer acréscimo nestas duas variáveis pode fazer com que o valor da área de aço diminua consideravelmente.

Figura 32 – Variação da área de aço considerando base variável

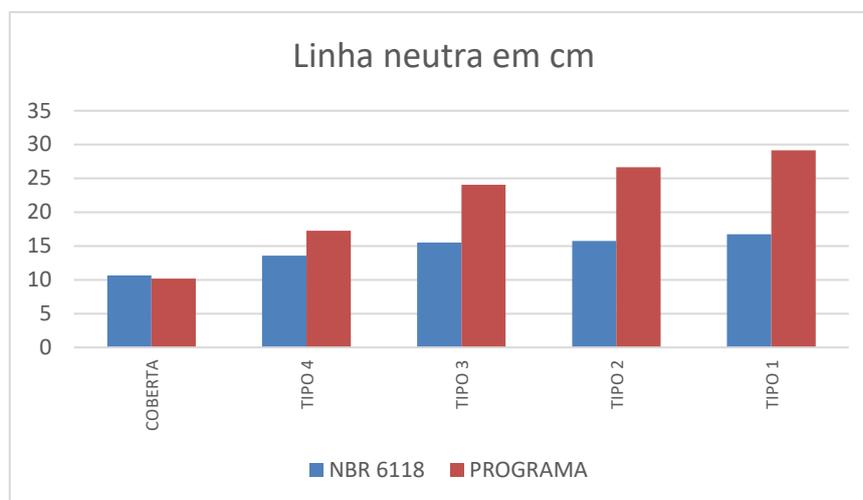


Fonte: Do Autor (2017)

Analisando a Figura 32, pode-se observar que os pavimentos dimensionados pelo programa de otimização desenvolvido neste trabalho apresentam uma redução importante de área de aço quando comparado com os pavimentos dimensionados pelo método convencional. Como já explicado anteriormente, as dimensões otimizadas da seção transversal fizeram com que a área de aço tivesse uma redução considerável buscando sempre o menor custo.

Na Figura 33, mostra-se a variação da linha neutra ao longo dos pavimentos. Como as seções transversais aumentaram, ocorreram as reduções das áreas de aço.

Figura 33 – Variação da linha neutra considerando base variável



Fonte: Do Autor (2017)

Na Tabela 9, apresentam-se os resultados de consumo dos materiais calculados pelos dois métodos considerados.

Tabela 9 – Análise de consumo de materiais por pavimento considerando base variável

NÍVEIS E MÉTODO	Volume de Concreto em m ³ /m		Área de fôrma em m ² /m		Consumo de aço em Kg/m	
	Convencional	Otimizado	Convencional	Otimizado	Convencional	Otimizado
COBERTA	0,0361	0,0361	0,76	0,76	2,464	2,464
TIPO 4	0,0475	0,0452	0,88	0,85	4,129	2,454
TIPO 3	0,0570	0,0674	0,98	1,03	9,734	2,464
TIPO 2	0,0760	0,0914	1,18	1,21	13,973	2,935
TIPO 1	0,0855	0,1135	1,28	1,35	20,669	3,720

Fonte: Do Autor (2017)

Semelhantemente ao consumo de materiais mantendo-se a base fixa, percebe-se que o custo de concreto em m³/m e das fôrmas em m²/m obtidos com o programa foram iguais ou maiores que os do dimensionamento convencional ao longo dos pavimentos. O dimensionamento otimizado com base variável apresentou melhores resultados sob o ponto de vista de custo da estrutura quando comparado com o dimensionamento convencional, inclusive, em comparação com o dimensionamento otimizado com base fixa.

Na Tabela 10, mostra-se o dimensionamento dos estribos determinados conforme o método convencional e o programa de otimização para o caso da base variável.

Tabela 10 – Custo com estribos considerando base variável

Pvto	Carga (kN)	Custo Convencional (R\$/m)	Custo Otimizado (R\$/m)
Coberta	144,00	11,27	11,27
Tipo4	366,93	10,98	10,84
Tipo3	590,60	10,01	10,22
Tipo2	815,74	18,38	12,21
Tipo1	1041,60	20,14	13,86
TOTAL		70,79	58,40

Fonte: Do Autor (2017)

Pode-se observar, uma redução total de custos de 13,39%. Pelo fato do valor da base ser variável, os pavimentos tiveram seu custo reduzido em comparação com o dimensionamento convencional, pois as dimensões da seção transversal são menores e conseqüentemente diminuiu o comprimento dos estribos.

7.3 Dimensionamentos otimizado com base fixa e com base variável

Conforme mostrado acima, os dois tipos de dimensionamento, considerando a base fixa e variável, apresentaram resultados muito satisfatórios quando comparados como dimensionamento convencional. O intuito da presente análise é identificar qual dessas alternativas apresenta os melhores resultados.

Na Tabela 11 e na Figura 34, mostram-se os valores das variáveis de projeto e os custos obtidos no dimensionamento considerando a base fixa e a base variável. Pode-se observar, que em todos os pavimentos tipos o dimensionamento com base variável sempre se manteve mais econômico que o de base fixa.

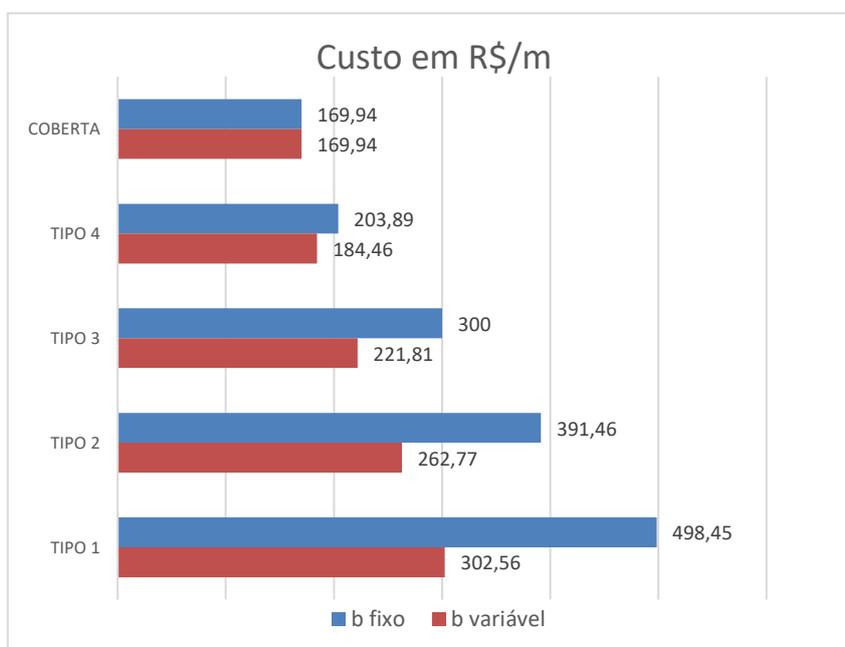
Tabela 11 – Dimensionamento da disposição vertical do pilar considerando base fixa e variável

Pvto	Carga (kN)	M. fletor y	M. fletor x	Modelo	b	h	As	Ln	Dom.	Custo (R\$/m)	Diferença	
					(cm)	(cm)	(cm ²)	(cm)			R\$/m	%
Coberta	144	1044,66	1044,66	BASE F.	19	19	3,14	10,19	4	169,94	0	0
		1044,66	1044,66	BASE V.	19	19	3,14	10,19	4	169,94		
Tipo4	366,9	2326,8	2049,8	BASE F.	19	28,66	3,14	12,79	4	203,89	19,43	9,53%
		2120,2	2120,2	BASE V.	21,27	21,27	3,14	17,24	4	184,46		
Tipo3	590,6	3868,9	2528,5	BASE F.	19	51,93	3,94	12,2	4	300	78,19	26,06%
		3174,3	3174,2	BASE V.	25,98	25,98	3,14	24,03	4a	221,81		
Tipo2	815,7	5343,8	4170,6	BASE F.	19	71,72	5,45	12,2	4	391,46	128,7	32,87%
		4309,3	2836,5	BASE V.	27,9	32,79	3,74	26,63	4a	262,77		
Tipo1	1042	6874	6306	BASE F.	19	94,14	7,15	12,07	4	498,45	195,9	39,30%
		5423,2	3862,8	BASE V.	29,66	38,29	4,74	29,14	4a	302,56		
TOTAL										422,2	27,00%	

Fonte: Do Autor (2017)

Deve-se destacar que o dimensionamento com base variável apresenta uma economia total de aproximadamente 27,0%, com relação ao otimizado com base fixa.

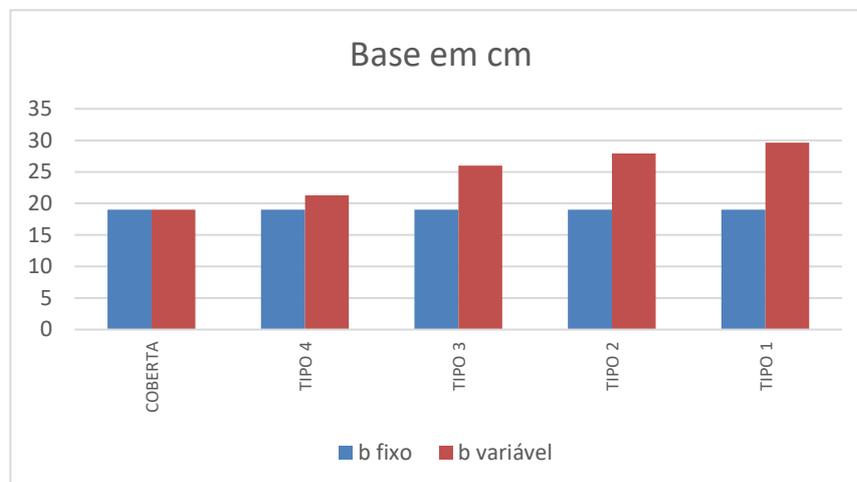
Figura 34 – Variação do custo considerando base fixa e variável



Fonte: Do Autor (2017)

Os valores de base são mostrados na Figura 35, entretanto, somente um método permitiu que a base variasse no processo de otimização.

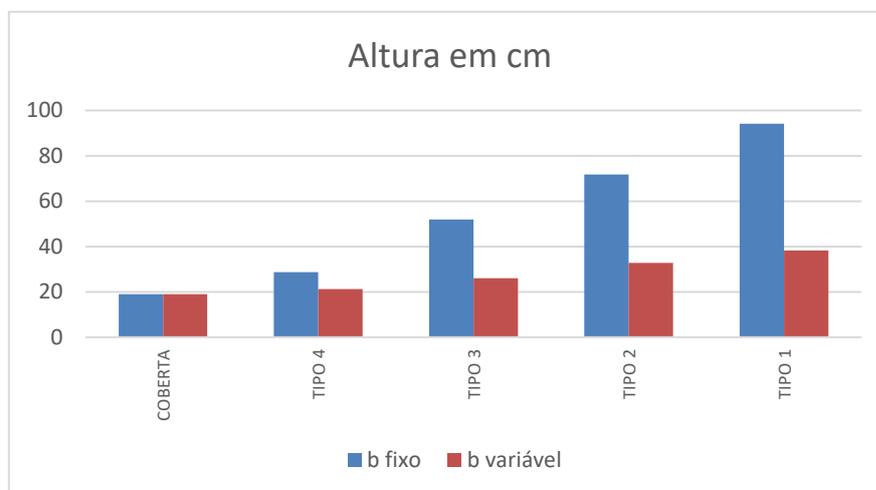
Figura 35 – Variação da base considerando base fixa e variável



Fonte: Do Autor (2017)

Na Figura 36, mostram-se as variações das alturas da seção transversal para as duas otimizações. Pode-se observar um acréscimo ao longo dos pavimentos, entretanto, o aumento de altura da seção transversal do dimensionamento com base variável sempre se manteve menor em comparação com base fixa.

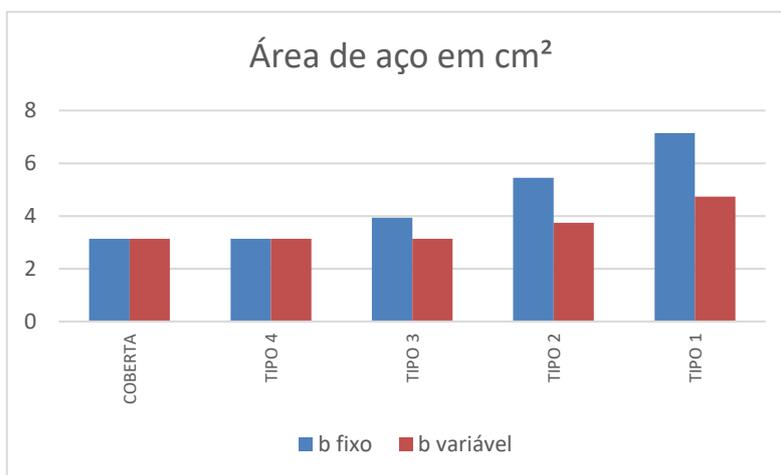
Figura 36 – Variação das alturas considerando base fixa e variável



Fonte: Do Autor (2017)

Na Figura 37, apresenta-se a área de aço ao longo dos pavimentos para as duas análises. Percebe-se que o dimensionamento de base variável mais uma vez mostrou-se mais eficaz, apresentando valores menores de área de aço ao longo dos pavimentos tipos.

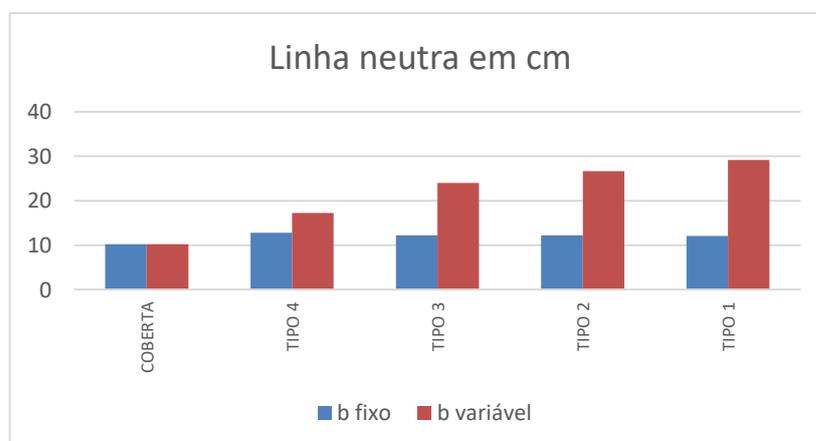
Figura 37 – Variação da área de aço considerando base fixa e variável



Fonte: Do Autor (2017)

Na Figura 38, apresenta-se o comportamento da linha neutra para as duas situações estudadas. Pode-se observar, que os valores da variável aumentaram para o dimensionamento com base variável e se mantiveram quase constantes para o dimensionamento com base fixa.

Figura 38 – Variação da linha neutra considerando base fixa e variável



Fonte: Do Autor (2017)

Na Tabela 12, mostra-se a comparação dos custos de estribos por pavimentos. Observa-se, que os resultados da otimização com base variável apresentam melhores resultados em praticamente todos os níveis em comparação o caso da otimização com base fixa.

Tabela 12 – Custo total com estribos considerando base fixa e variável

Pvto	Carga (kN)	Custo b.fixo (R\$/m)	Custo b.variável (R\$/m)
Coberta	144,00	11,28	11,27
Tipo4	366,93	10,45	10,84
Tipo3	590,60	15,24	10,22
Tipo2	815,74	19,95	12,21
Tipo1	1041,60	25,30	13,86
TOTAL		82,22	64,43

Fonte: Do Autor (2017)

Pela análise mostrada, percebe-se que o método de cálculo otimizado com base variável sempre apresenta os melhores resultados, sendo considerado como a melhor solução para o problema de otimização do pilar P8.

7.4 Planejamento e análise de experimentos DOE: Aplicação.

Para a aplicação do DOE, foram escolhidos os valores otimizados do dimensionamento do pilar P8 com base variável no pavimento TIPO 4, que correspondem aos valores de 29,66cm, 38,29cm, 4,74cm², 29,14cm, para a base (x_1), altura (x_2), área de aço (x_3) e profundidade de linha neutra (x_4) da seção transversal do pilar, respectivamente. Essa combinação de valores originou uma função objetivo (F.O.) de 302,56R\$/m. Aplicando os valores de máximos e mínimos de 10% conforme FERREIRA (2016), chega-se à:

Tabela 13 – Valores para os níveis máximos e mínimos

Nº EXPER.	x_1 (cm)	x_2 (cm)	x_3 (cm ²)	x_4 (cm)	F.O. (R\$/m)
1	26,694	34,461	4,266	26,226	269,22
2	32,626	34,461	4,266	32,054	294,41
3	26,694	42,119	4,266	32,054	300,01
4	32,626	42,119	4,266	26,226	326,52
5	26,694	34,461	5,214	32,054	279,24
6	32,626	34,461	5,214	26,226	304,42
7	26,694	42,119	5,214	26,226	310,01
8	32,626	42,119	5,214	32,054	336,51

Fonte: Do Autor (2017)

Como mostrado na Tabela 1 nos locais onde constam os sinais de + foram colocados os valores de máximo (+10%) e nos locais onde constam os sinais de – foram colocados os valores de mínimo (-10%).

Em seguida, o valor do efeito é igual à diferença entre a média dos valores agrupados de nível alto e baixo. Por exemplo, para a variável x_1 (base do pilar) obtivemos os seguintes valores de função objetivo para os níveis altos: $x_1 (+)$ =[294,41; 326,52; 304,42; 336,51] e de $x_1 (-)$ =[269,22; 300,01; 279,24; 310,01]. Calculando-se suas respectivas médias tem-se:

$$x_1 (+) = (294,41+326,52+304,42+336,51)/4 = 315,46 \quad (85)$$

$$x_1 (-) = (269,22+300,01+279,24+310,01)/4 = 289,62 \quad (86)$$

O cálculo do efeito da variável x_1 na função objetivo é dado por:

$$x_1 (+)\text{médio} - x_1 (-)\text{médio} = 315,46 - 289,62 = 25,84 \quad (87)$$

Este mesmo procedimento foi aplicado para todas as variáveis de projeto, chegando-se aos valores contidos na Tabela 14.

Tabela 14 – Cálculo da influência das variáveis de projeto no custo do pilar

Cálculo das estimativas de influência para cada variável de projeto						
x_1+	1261,86	x_1+ médio	315,46	$(x_1+) - (x_1-)$	25,84	efeito da variável x_1 no custo do pilar estudado
$x_1 -$	1158,48	$x_1 -$ médio	289,62			
x_2+	1273,05	x_2+ médio	318,26	$(x_2+) - (x_2-)$	31,44	efeito da variável x_2 no custo do pilar estudado
$x_2 -$	1147,29	$x_2 -$ médio	286,82			
x_3+	1230,18	x_3+ médio	307,54	$(x_3+) - (x_3-)$	10,00	efeito da variável x_3 no custo do pilar estudado
$x_3 -$	1190,16	$x_3 -$ médio	297,54			
x_4+	1210,17	x_4+ médio	302,54	$(x_4+) - (x_4-)$	0	efeito da variável x_4 no custo do pilar estudado
$x_4 -$	1210,17	$x_4 -$ médio	302,54			

Fonte: Do Autor (2017)

Pode-se observar, que a variável de projeto mais influente no custo do pilar é a variável x_2 que representa a altura da seção transversal do pilar, seguida respectivamente da base, área de aço e linha neutra. Observou-se que para a análise dos efeitos isolados, a linha neutra não teve influência no custo final da estrutura, tendo seu valor aproximado de 0.

De maneira análoga ao cálculo dos efeitos isolados, nos efeitos combinados deve-se agrupar os valores de máximos e mínimos para a combinação de níveis.

Portanto, calculando as médias de $x_1x_2(+)$ e $x_1x_2(-)$, o efeito de interação x_1x_2 é calculado fazendo $233,48 - 233,11 = 0,3675$. Continuando esse mesmo procedimento para as demais interações de segunda ordem, as informações se resumem na Tabela 15.

Tabela 15 – Cálculo das estimativas de influência para ações combinadas das variáveis de projeto

Cálculo das estimativas de influência para ações combinadas das variáveis de projeto						
x_1x_2+	1211,49	x_1x_2+ médio	302,87			
x_1x_2-	1208,85	x_1x_2- médio	302,21	$(x_1x_2+)-(x_1x_2-)$	0,66	efeito combinado de x_1 e x_2 no custo do pilar
x_1x_3+	1210,16	x_1x_3+ médio	302,54			
x_1x_3-	1210,18	x_1x_3- médio	302,54	$(x_1x_3+)-(x_1x_3-)$	-0,005	efeito combinado de x_1 e x_3 no custo do pilar
x_1x_4+	1210,15	x_1x_4+ médio	302,53			
x_1x_4-	1210,19	x_1x_4- médio	302,54	$(x_1x_4+)-(x_1x_4-)$	-0,01	efeito combinado de x_1 e x_4 no custo do pilar
x_2x_3+	1210,15	x_2x_3+ médio	302,53			
x_2x_3-	1210,19	x_2x_3- médio	302,54	$(x_2x_3+)-(x_2x_3-)$	-0,01	efeito combinado de x_2 e x_3 no custo do pilar
x_2x_4+	1210,16	x_2x_4+ médio	302,54			
x_2x_4-	1210,18	x_2x_4- médio	302,54	$(x_2x_4+)-(x_2x_4-)$	-0,005	efeito combinado de x_2 e x_4 no custo do pilar
x_3x_4+	1211,49	x_3x_4+ médio	302,87			
x_3x_4-	1208,85	x_3x_4- médio	302,21	$(x_3x_4+)-(x_3x_4-)$	0,66	efeito combinado de x_3 e x_4 no custo do pilar

Fonte: Do Autor (2017)

De acordo com a Tabela 15, conclui-se que as variáveis de projeto base e altura combinadas, juntamente com a área de aço e profundidade de linha neutra combinadas apresentam o mesmo efeito no valor da função objetivo. É importante destacar que, quando analisada isoladamente, a linha neutra não teve nenhum efeito significativo. Já analisando ela combinada com a área de aço observa-se que ambas têm um efeito significativo e igual a combinação das variáveis base e altura da seção transversal do pilar. Portanto, não podemos desconsiderar nenhuma variável de projeto nesse problema.

Pode-se concluir que a variável que mais influencia no custo da estrutura é altura da seção transversal do pilar, mas quando se trata de efeitos de segunda ordem, as combinações base/altura e área de aço/profundidade de linha neutra têm forte efeito sobre o valor da função objetivo. Deve-se ressaltar, que ambas combinações apresentam a mesma influencia no valor da função objetivo.

8 CONCLUSÕES

O presente trabalho teve como objetivo principal realizar o dimensionamento otimizado de seções retangulares de pilares de concreto armado que atenda às prescrições da norma NBR 6118:2014 objetivando a redução do custo final. Para a otimização estrutural foi utilizada a função própria do método dos Algoritmos Genético, “ga”, do programa MATLAB.

Diante do grande desafio do dimensionamento dos elementos estruturais utilizando técnicas cada vez mais sofisticadas, este trabalho apresentou bastante pontos positivos com relação ao emprego dos Algoritmos Genéticos para otimização de pilares de concreto armado.

Para o comparativo técnico, foi escolhida uma planta baixa de um edifício residencial de 5 pavimentos onde foram calculadas todas as ações solicitantes por pavimento sobre um pilar de concreto armado. Na sequência, foi feita uma análise comparativa entre o dimensionamento convencional e o processo de otimização numérica de pilares de concreto armado conforme a norma NBR 6118:2014. A otimização foi feita em duas etapas, inicialmente, considera-se a base do pilar fixa, e posteriormente, a base do pilar pode variar (variável de projeto).

Vale salientar que, diferente de outras publicações existentes na literatura, neste trabalho foram incorporados os custos referentes aos estribos (armaduras transversais), ou seja, foram consideradas armaduras transversais e longitudinais.

A disposição vertical do pilar ao longo do edifício calculada pelo programa desenvolvido neste trabalho, conseguiu uma economia na execução do pilar de aproximadamente 30,74% para o caso com base variável e 5,12% para o caso com base fixa em comparação com o método convencional. Observou-se também que o custo dos estribos representou aproximadamente 5,26% e 5,64% no custo final da peça no programa com base fixa e com base variável, respectivamente.

No trabalho, também foi empregada a técnica de planejamento de experimentos DOE (*Design of Experiments*), procurando-se determinar qual variável de projeto tem mais influência no custo final dos pilares. Foi possível identificar através da aplicação do DOE que a variável de projeto altura da seção

transversal tem a maior influência no custo dos pilares. Com relação às outras variáveis de projeto, a base da seção transversal foi a segunda variável que mais influenciou no custo seguida da área de aço. Quando analisada isoladamente a linha neutra, constatou-se que a mesma não tem influência no custo final do pilar, entretanto, quando analisam-se os efeitos de segunda ordem observa-se que a combinação das variáveis linha neutra e área de aço apresentam a mesma importância que a combinação base e altura da seção transversal quando analisadas em conjunto. Ou seja, qualquer medida que precise ser revista sob o ponto de vista arquitetônico-estrutural com a variável altura da seção transversal do pilar deve ser analisada com cautela.

Vale ressaltar, que na revisão bibliográfica realizada pelo autor não foram encontrados trabalhos que incluíssem a técnica DOE na análise do dimensionamento otimizado de pilares de concreto armado.

Conforme foi mostrado, o parâmetro dos algoritmos genéticos “penalty” permitiu a obtenção de melhores resultados em comparação com os dados apresentados por outros autores.

8.1 Sugestões para trabalhos futuros

- Considerar o f_{ck} como variável de projeto para o dimensionamento otimizado de elementos de concreto armado;
- Considerar o método da rigidez aproximada para otimização dos pilares;
- Realizar o dimensionamento otimizado de outros tipos de seções transversais: L, U, circular, entre outros;
- Estudar a otimização de pilares-parede e sapatas de concreto armado.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**, NBR 6118. Rio de Janeiro, ABNT, 2014, 238p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Cargas para o cálculo de estruturas de edificações**, NBR 6120. Rio de Janeiro, ABNT, 1978, 5p.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Design handbook: in accordance with the strength design method**, ACI 318:1983.

ARORA, J. S. **Introduction to optimum design**. ELSEVIER, EUA, 919p., 2012.

ARGOLO, W. P. **Otimização de seções de concreto armado submetidas à flexo-compressão reta utilizando algoritmos genéticos**. 141p. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2000.

ASCHHEIM, M. MARTÍN, L. M. G. MONTES, E. H. **Proportioning of reinforced concrete column section**. Engineering Structures. n.33, p.685-688. 2010.

BRITISH STANDARDS INSTITUTIONBS. **Structural use of concrete - Part 1: Code of practice for design and construction**. BS 8110, LONDON, 1985.

BASTOS, E. A. **Otimização de seções retangulares de concreto armado submetidas à flexo-compressão oblíqua utilizando algoritmos genéticos**. 151p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro. 2004.

BASTOS, P. S. S. **Notas de aula da disciplina de concreto armado II**. 104p. Engenharia Civil – Universidade Estadual de São Paulo – Campus Bauru. 2015

BEKDAS, G. NIGDELI, S. M. **Cost Optimization of T-shaped Reinforced Concrete Beams under Flexural Effect According to ACI 318**. Recent Advanced in Engineering, n. 5, p.122-126, 2012.

BOX, G. E. HUNTER, J. S. HUNTER, W.G. **Statistics for Experiments**, WILEY, 2 ed. New Jersey-EUA, 633p., 2005.

CARVALHO, G. C. G. **Otimização de seções caixão de concreto armado e protendido pelo método dos algoritmos genéticos.** 2014. 126p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2014.

CARVALHO, R. C. PINHEIRO, L. M. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto.** São Paulo. PINI, 2009, 589p., Volume 2.

CASTILHO, V. C.; **Otimização de componentes de concreto pré-moldado protendidos mediante algoritmos genéticos.** 283p., Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2003.

CHAVES, I. A., EL DEBS, A. L. C. **Otimização de pilares de concreto armado mediante uniformização do índice de confiabilidade.** Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, n. 45, p. 1-22, 2008.

CONN, A. R., GOULD, N. I. M. TOINT, P. L. **A Globally Convergent Augmented Lagrangian Barrier Algorithm for Optimization with General Inequality Constraints and Simple Bounds.** Mathematics of Computation, n.217, p. 261–288, 1997

COLEY, D. A. **An introduction to Genetics Algorithms for Scientists and Engineers.** World Scientific, 5 ed. England, 244 p., 2010.

DEB, K. **An efficient constraint handling method for genetic algorithms.** Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, n.186, p.311–338, 2000.

EUROCODE 2. **Design of concrete structures - Part 1: general rules and rules for buildings.** EC2 1992, Brussels.

FERREIRA, F. M. G; **Otimização de sistema de ancoragem equivalente em profundidade truncada.** 125p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, 2016.

FUSCO, P. B. **Estruturas de Concreto: Solicitações Normais:** Editora Guanabara, Rio de Janeiro, 464p.,1995.

CAMPOS FILHO, A. **Notas de aula da disciplina de concreto armado.** 36p. Engenharia Civil – Universidade Federal do Rio Grande do Sul –2015

GOLDBERG, D.E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning**. Addison Wesley, England, 432p., 1989.

HAFTKA, R. T., GURDAL, Z. **Elements of structural optimization** Kluwer, Virgínia EUA. 502p., 1992.

HAUPT, RANDY, L. **Practical Genetic Algorithms** Hoboken, 2ed, New Jersey EUA, 272p., 2004.

KRIPKA, M. **Dimensionamento otimizado da seção transversal de pilares em concreto armado submetidos à flexocompressão. Associação Sul Americana de Engenharia Estrutural**. Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural, Passo Fundo, n. 1, p. 26-46, jun. 2013

LIMA, M. L. R. **Otimização topológica e paramétrica de vigas de concreto armado utilizando algoritmos genéticos**. 113p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo, 2011.

LOUREIRO, M, M, S. **Um método de reanálise adaptativa para otimização estrutural usando um algoritmo genético não-geracional**. 103p. Tese (Doutorado em Modelagem Computacional) – Universidade Federal de Juiz de Fora, 2016.

MEDEIROS, G. F.; KRIPKA, M. **Algumas aplicações de métodos heurísticos na otimização de estruturas**. Revista CIATEC, Universidade de Passo Fundo, n.1, p.19-32, 2012.

MITCHELL, M. **An introduction to genetic algorithms**. Bradford, Massachusetts-EUA, 162p., 1998.

MOHAMMAD, A. F., SEYAN, D. A. **Optimum Design of Reinforced Concrete Rectangular Columns Subjected to Axial Compression and Biaxial Bending Moments**, Athens Journal of Technology & Engineering. 16p., 2013.

MONTGOMERY, D. C.; **Design and Analysis of experiments**. John Wiley & Sons, 5 ed., EUA, 2000.

NIST/SEMATECH. *NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods*.2017. Disponível em <<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>>, Acessado em 08. jan 2017.

OLIVARES, G. S. TOMÁS, A. **Improvements in meta-heuristic algorithms for minimum cost design of reinforced concrete rectangular sections under compression and biaxial bending.** Engineering Structure, n.130, p.162-179, 2016

PIRES, S. L., SILVA, M. C. A. T. **Otimização por algoritmos genéticos de pilares esbeltos de concreto armado submetidos à flexão oblíqua.** Jornadas Sul Americanas de Engenharia Estrutural, v. 14, Montevideu, Uruguai, 2014.

PIRES, S. L.; **Otimização por algoritmos genéticos de pilares esbeltos de concreto armado submetidos à flexão oblíqua.** 167p., Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, 2014.

PIZZIRANI, F. **Otimização topológica de estruturas utilizando algoritmos genéticos.** 104p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, 2003.

RAFIQ, M. Y., SOUTHCOMBE, C. **Genetic Algorithms in Optimal Design and Detailing for Reinforced Concrete Biaxial Columns Supported by a Declarative Approach for Capacity Checking,** Computer & Structures, n.1, p. 443-457, 1998.

RODRIGUES, M. I. LEMMA, A. F. **Planejamento de experimentos e otimização de processos: Uma estratégia sequencial de planejamentos.** Casa do Pão, 1 ed., Santa Catarina, 326p., 2005.

ROWLANDS, H. **Applications of design of experiments to a spot welding process.** Assembly Automation, v.23., p. 273-279, 2003.

SERPIK, I. N. MIRONENKO, I. V. AVERCHENKOV, V. I. **Algorithm of evolutionary optimization of reinforced concrete frame subject to nonlinear material deformation.** Procedia Engineering, n.150, p.1311-1316, 2016.

SIAS, F. M., ALVES, E. C. **Dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado segundo a NBR 6118/2014.** Engenharia Estudo e Pesquisa. ABPE, n. 2, p. 46-57, Espírito Santo, 2014.

SIAS, F. M. **Dimensionamento ótimo de pilares de concreto armado.** 153p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Espírito Santo, 2014

SILVA, H. A. SILVA, M. B. **Aplicação de um projeto de experimentos DOE na soldagem de tubos de zircaloy-4**. Revista Eletrônica Produção & Engenharia, n.1, p. 41-52, dez. 2008

SILVA, M. M. **Otimização de estruturas reticuladas incluindo não-linearidade geométrica**. 135p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Juiz de Fora, 2011.

SISTEMA NACIONAL DE PESQUISA DE CUSTOS E ÍNDICES DA CONSTRUÇÃO CIVIL. **Custo de composição sintético**. Recife: Sinapi, jul. 2016

TAGUCHI, G. **Taguchi's quality engineering handbook**. John Wiley & Sons, New Jersey EUA, 1667p., 2005.

TELES, M. L. GOMES, H. M. **Comparação de algoritmos genéticos e programação quadrática sequencial para otimização de problemas em engenharia**. Teoria e Prática na Engenharia Civil, n. 15, p.29-39, abr. 2010.

TELFOD, J. K. **A brief introduction to Design of Experiments**. Johns Hopkins Apl Technical Digest, n.3, p.224-232, 2007

YOUSIF, S. NAJEM, R. **Optimum cost design of reinforced concrete beams using genetic algorithms**. The Iraqui Journal for Mechanical and Material Engineering, n.4, p.123-141, 2012.

ZIELINSKI Z., A. LON W., TROITSKY M. S., **Designing Reinforced Concrete Short-Tied Columns Using the Optimization Technique**, ACI Structural Journal, n.5, p.619-625, 1995.