

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CARTOGRÁFICA
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS GEODÉSICAS E
TECNOLOGIAS DA GEOINFORMAÇÃO

Wendel Gerônimo dos Santos

**INTEGRAÇÃO DE SISTEMAS DE REFERÊNCIA
LOCAIS AO SIRGAS-2000 UTILIZANDO O MÉTODO
DE COLOCAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, do Departamento de Engenharia Cartográfica da Universidade Federal de Pernambuco, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, área de concentração Geodésia Aplicada, e defendida no dia 14/03/2008.

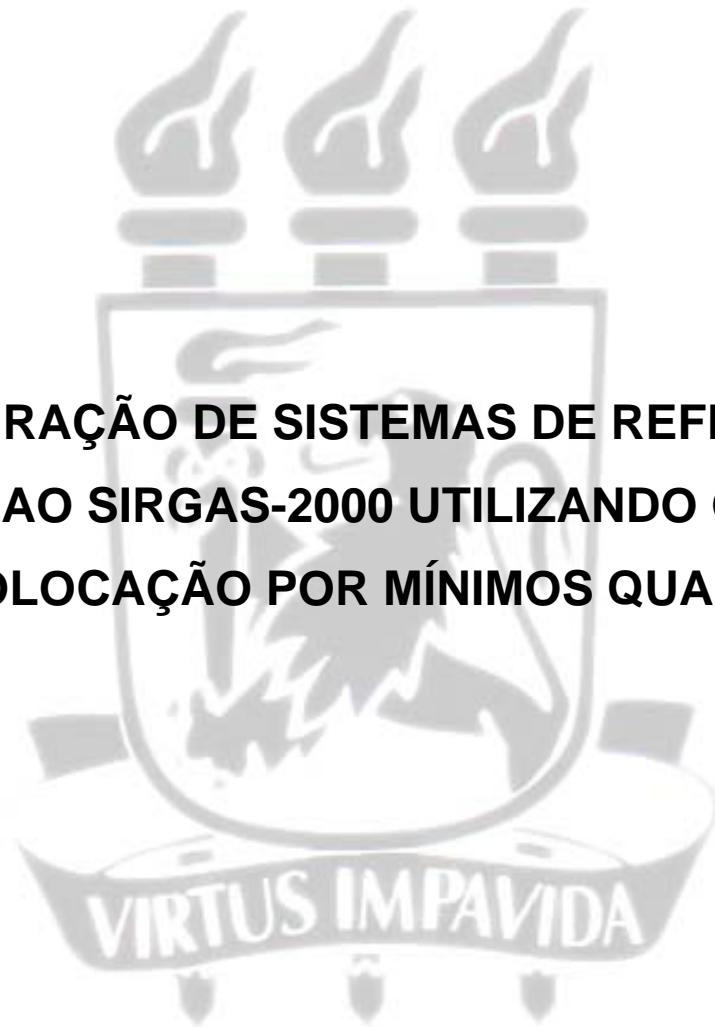
Orientadora: Profª. Drª. Ing. Verônica Maria Costa Romão

Recife, 2008

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CARTOGRÁFICA
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS GEODÉSICAS E
TECNOLOGIAS DA GEOINFORMAÇÃO

WENDEL GERÔNIMO DOS SANTOS

**INTEGRAÇÃO DE SISTEMAS DE REFERÊNCIA
LOCAIS AO SIRGAS-2000 UTILIZANDO O MÉTODO
DE COLOCAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADOS**



Recife, 2008

DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Sebastião e Lourdes, aos meus irmãos, Cácia, Narjara e Sandro, minha noiva Leide, pessoas especiais em minha vida, DEDICO.

AGRADECIMENTOS

Em especial agradeço a **Deus**, por que a Ele devo tudo.

À CAPES, pelo apoio financeiro que possibilitou por grande período o encaminhamento deste trabalho.

À Profª. Drª. Ing. Verônica Maria Costa Romão, pela impecável orientação, sempre disposta em todos os momentos para dar seus brilhantes esclarecimentos, além da confiança em mim depositada.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, do período de obtenção dos créditos, cujas disciplinas certamente contribuíram direta ou indiretamente para a conclusão deste trabalho.

Aos coordenadores do Programa Profº. Dr. Admilson da Penha Pacheco e Profª. Drª. Ing. Andréa de Seixas, sempre simpáticos e prestativos quando precisava me dirigir aos mesmos.

A Profª. Drª. Ana Lúcia, ao doutorando em Engenharia Civil João Gilberto, aos engenheiros Fábio Fernandes e Erison Rosa, pelas dicas pertinentes ao MATLAB, pois sem a ajuda deles não teria como concluir os algoritmos.

A Secretaria de Planejamento da Prefeitura Municipal de João Pessoa pelos dados disponibilizados.

Aos amigos e companheiros do mestrado, boa sorte a todos e espero que tenham sucesso em suas vidas.

RESUMO E PALAVRAS CHAVE.....	v
ABSTRACT AND KEY-WORDS.....	vi
LISTA DE FIGURAS.....	vii
LISTA DE QUADROS.....	ix
LISTA DE TABELAS.....	ix
LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS.....	x
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. SISTEMAS DE REFERÊNCIA.....	4
2.1 SISTEMAS DE REFERÊNCIAS GLOBAIS.....	4
2.1.1 SISTEMA DE REFERÊNCIA TERRESTRE INTERNACIONAL	4
2.1.2 SISTEMA GEODÉSICO MUNDIAL 1984 – WGS-84.....	5
2.2 SISTEMA GEODÉSICO BRASILEIRO (SGB).....	7
2.2.1 SAD-69.....	7
2.2.2 SIRGAS.....	9
2.3 REDES DE REFERÊNCIA.....	14
2.3.1 INTRODUÇÃO.....	14
2.3.2 REDE PLANIMÉTRICA.....	14
2.3.3 REDE ALTIMÉTRICA.....	16
2.3.4 RBMC.....	18
2.3.5 REDES GPS DE BASES COMUNITÁRIAS.....	19
2.3.6 REDES ESTADUAIS GPS.....	21
2.3.7 REDE DE REFERÊNCIA CADASTRAL MUNICIPAL.....	22
2.3.8 REDES LOCAIS DE LEVANTAMENTO.....	23
3. MÉTODOS DE TRANSFORMAÇÃO DE SISTEMAS.....	25
3.1 A PROBLEMÁTICA DA TRANSFORMAÇÃO.....	25
3.2 COORDENADAS GEODÉSICAS.....	25
3.2.1 COORDENADAS ELIPSOIDAIS.....	26
3.2.2 COORDENADAS CARTESIANAS ESPACIAIS.....	27
3.2.3 RELAÇÃO ENTRE AS COORDENADAS ELIPSOIDAIS E CARTARTESIANAS.....	28
3.2.4 COORDENADAS UTM.....	30
3.3 TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT NO SISTEMA CARTESIANO 3D.....	31
3.4 TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT NO SISTEMA CARTESIANO 2D.....	34
3.5 TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT NO SISTEMA ELIPSOIDAL 3D.....	39
4. ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DE TRANSFORMAÇÃO.....	43
4.1 INTRODUÇÃO.....	
4.2 MÉTODO PARAMÉTRICO NA TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT (COORDENADAS CARTESIANAS).....	43
4.2.1 CASO 2D.....	47
4.2.2 CASO 3D.....	49
4.3 MÉTODO PARAMÉTRICO NA TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT 3D (COORDENADAS ELIPSOIDAIS).....	50
4.4 MÉTODO DE COLOCAÇÃO.....	52
4.4.1 INTRODUÇÃO.....	52
4.4.2 MODELAGEM MATEMÁTICA.....	52

4.4.3	INTERPOLAÇÃO.....	59
4.5	FUNÇÃO COVARIÂNCIA.....	60
4.6	METODO DE COLOCAÇÃO USANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIIS.....	64
5.	PESQUISA REALIZADA.....	66
5.1	ÁREA DE ESTUDO.....	66
5.2	PROCEDIMENTO REALIZADOS.....	68
5.3	SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE COORDENADAS GPS.....	69
5.4	CONSTRUÇÃO DO SISTEMA DE COORDENADAS DA CARTA.....	71
5.5	APLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT.....	75
5.5.1	USANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIIS.....	75
5.5.2	USANDO AS COORDENADAS CARTESIANAS.....	82
5.6	APLICAÇÃO DO MÉTODO DE COLOCAÇÃO USANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIIS.....	89
5.6.1	MODELO FUNCIONAL E ESTOCÁSTICO.....	90
5.6.2	MODELAGEM DA FUNÇÃO COVARIÂNCIA.....	92
5.6.3	DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS.....	96
5.6.4	DETERMINAÇÃO DOS SINAIS (s' e s) E DOS RUÍDOS (n).....	99
5.6.5	PREDIÇÃO NOS PONTOS DE OBSERVAÇÃO.....	101
5.6.6	INTERPOLAÇÃO NOS PONTOS DE CÁLCULO.....	104
5.7	APLICAÇÃO DO MÉTODO DE COLOCAÇÃO USANDO COORDENADAS CARTESIANAS.....	108
5.7.1	MODELO FUNCIONAL E ESTOCÁSTICO.....	108
5.7.2	MODELAGEM DA FUNÇÃO COVARIÂNCIA.....	110
5.7.3	DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS.....	113
5.7.4	DETERMINAÇÃO DOS SINAIS (s' e s) E DOS RUÍDOS (n).....	116
5.7.5	PREDIÇÃO NOS PONTOS DE OBSERVAÇÃO.....	118
5.7.6	INTERPOLAÇÃO NOS PONTOS DE CÁLCULO.....	121
5.8	ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	125
5.8.1	PARÂMETROS DE TRANSFORMAÇÃO.....	125
5.8.2	ANÁLISE ESTATÍSTICA.....	127
5.8.3	COMPARAÇÃO DA PREDIÇÃO COM A TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT.....	127
5.8.3.1	USANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIIS.....	127
5.8.3.2	USANDO COORDENADASCARTESIANAS.....	130
5.8.4	COMPARAÇÃO DA INTERPOLAÇÃO COM A TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT.....	133
5.8.4.1	USANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIIS.....	133
5.8.4.2	USANDO COORDENADASCARTESIANAS.....	135
5.8.5	COMPARAÇÃO DA PREDIÇÃO COM A INTERPOLAÇÃO.....	138
5.8.5.1	USANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIIS.....	139
5.8.5.2	USANDO COORDENADASCARTESIANAS.....	139
5.8.6	COMPARAÇÃO DAS COORDENADAS DA PREDIÇÃO E DA INTERPOLAÇÃO COM AS COORDENADAS ORIGINAIS.....	139
5.8.7	COMPARAÇÃO DOS RESÍDUOS v E DO VETOR z	140
5.8.7.1	USANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIIS.....	140
5.8.7.2	USANDO COORDENADASCARTESIANAS.....	140
5.8.8	ANÁLISE DO SINAL s' E RUÍDO r	141
5.8.8.1	USANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIIS.....	141
5.8.8.2	USANDO COORDENADAS CARTESIANAS.....	142

6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	143
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	145
ANEXO I - COORDENADAS UTILIZADAS NO PRESENTE ESTUDO (199).....	149
ANEXO II - VETORES DOS SINAIS E DO RUÍDO ESTIMADOS NA COLOCAÇÃO COM COORDENADAS ELIPSOIDAIAS.....	154
ANEXO III - VETORES DOS SINAIS E DO RUÍDO ESTIMADOS NA COLOCAÇÃO COM COORDENADAS CARTESIANAS.....	159
ANEXO IV - TESTE GLOBAL UNILATERAL BASEADO NA DISTRIBUIÇÃO QUI-QUADRADO.....	164
ANEXO V - RESÍDUOS DA TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT UTILIZANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIAS.....	166
ANEXO VI - RESÍDUOS DA TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT UTILIZANDO COORDENADAS CARTESIANAS.....	169
ANEXO VII - RESÍDUOS DO MÉTODO DE COLOCAÇÃO UTILIZANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIAS.....	172
ANEXO VIII - DISCREPÂNCIAS ENTRE AS COORDENADAS ORIGINAIS E PREDITAS DO MÉTODO DE COLOCAÇÃO UTILIZANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIAS.....	175
ANEXO IX - RESÍDUOS DO MÉTODO DE COLOCAÇÃO UTILIZANDO COORDENADAS CARTESIANAS.....	178
ANEXO X - DISCREPÂNCIAS ENTRE AS COORDENADAS ORIGINAIS E PREDITAS DO MÉTODO DE COLOCAÇÃO UTILIZANDO COORDENADAS CARTESIANAS.....	181
ANEXO XI - RESÍDUOS DA TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT USANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIAS (54 PONTOS).....	184
ANEXO XII - RESÍDUOS DA TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT USANDO COORDENADAS CARTESIANAS (54 PONTOS).....	186

RESUMO

SANTOS, Wendel Gerônimo dos. **Integração de Sistemas Locais de Referência ao SIRGAS-2000 Utilizando o Método de Colocação por Mínimos Quadrados**. Recife, 2008. 187 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação) – Centro de Tecnologia e Geociências, Universidade Federal de Pernambuco.

O presente estudo se originou da hipótese de que, com a mudança do datum geodésico brasileiro de SAD-69 para o SIRGAS-2000 e o emprego cada vez mais crescente do GPS na implantação de redes e suas densificações para as mais diversas aplicações geodésicas, como engenharia, cadastro, cartografia, entre outras, existe a necessidade da integração dos dados existentes no antigo datum ao novo datum estabelecido, através de parâmetros de transformação que melhor se adequem à situação local. Diante das distorções existentes na rede clássica referenciada ao SAD-69 ou SAD-69/96, para aplicações precisas com o uso do GPS, as transformações realizadas através de relações geométricas simples, como por exemplo, uma transformação de similaridade ou uma transformação afim, raramente pode apresentar uma solução satisfatória. Isso pode ser conseguido através de um método de interpolação, como por exemplo, o método de colocação por mínimos quadrados. Com a aplicação da metodologia da colocação por mínimos quadrados, através da predição de coordenadas, verificou-se que as discrepâncias geradas neste método foram significativamente menores que as determinadas na transformação de Helmert, com isso concluiu-se que o método de colocação determina parâmetros locais de transformação que melhor se adequam a realidade da área de estudo.

Palavras-chave - Transformação de Helmert; Colocação por Mínimos Quadrados; Sistemas de Referência.

ABSTRACT

SANTOS, Wendel Gerônimo of. **Local Integration System Reference to SIRGAS-2000 Using the method of the Least Squares Collocation**. Recife, 2008. 187 p. Dissertation (Master Degree in Geodetic Science and Geoinformation Technologies) - Center for Technology and Geosciences, Federal University of Pernambuco, Brazil.

This study was originated from the assumption that with the change of the Brazilian datum geodesic of SAD-69 for the SIRGAS-2000 and employment increasingly of GPS in the deployment of networks and their densifications for the most diverse applications geodesics, as engineering, register, mapping, among others, there is a need for integration of existing data in the old datum to the new datum established through processing parameters that best suited to the local situation. Given the distortions in the network referred to a classic SAD-69 or SAD-69/96 for specific applications with the use of GPS, the changes made by simple geometric relationships such as processing of similarity or a change order, rarely can present a satisfactory solution. This can be achieved by a method of interpolation, for example, the method by least squares collocation. With the application of the methodology of the least squares collocation, by prediction of coordinates, it was found that the discrepancies generated this method were significantly smaller than those determined in the processing of Helmert, it concluded that the method of placement determines local parameters processing that best fit the reality of the study area.

Keywords – Helmert Transformation; Least Squares Collocation; Reference Systems.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Sistema de Referência do GPS.	07
Figura 2.2	Rede SIRGAS (1995)	11
Figura 2.3	Referenciais local e geocêntrico	13
Figura 2.4	Campanha GPS SIRGAS-2000	13
Figura 2.5	Rede Clássica Planimétrica	15
Figura 2.6	Rede Planimétrica Atual	16
Figura 2.7	Rede Altimétrica Brasileira	17
Figura 2.8	RBMC	19
Figura 2.9	Estações da Rede RIBAC	20
Figura 2.10	Rede RIBAC	20
Figura 2.11	Redes Estaduais GPS	21
Figura 2.12	Rede Nordeste	22
Figura 2.13	Hierarquização de Redes de Referência	24
Figura 3.1	Sistema Elipsoidal Global	26
Figura 3.2	Representação geométrica da grande normal	30
Figura 3.3	Cilindro Secante	30
Figura 3.4	Transformação 3D de Helmert	31
Figura 3.5	Transformação de Helmert 2D	35
Figura 4.1	Geometria do método de Colocação	53
Figura 4.2	Parâmetros Locais da Função Covariância	61
Figura 4.3	Função Covariância a Partir dos Dados	62
Figura 5.1	Área de Estudo	67
Figura 5.2	Fluxograma dos Procedimentos Realizados	69
Figura 5.3	Marcos Geodésicos (MR's) Implantados no Município de João Pessoa	70
Figura 5.4	Simulação das Distorções	72
Figura 5.5	Distorções Aplicadas nas Coordenadas Leste E da Carta	73
Figura 5.6	Distorções Aplicadas nas Coordenadas Norte N da Carta	74
Figura 5.7	Distorções Aplicadas nas Altitudes Geométricas h	74
Figura 5.8	Resíduos das componentes ϕ e λ da Transformação de Helmert (150 pontos – coordenadas elipsoidais)	77

Figura 5.9	Resíduos na altitude geométrica h (150 pontos – coordenadas elipsoidais)	78
Figura 5.10	Resíduos das componentes ϕ e λ da Transformação de Helmert (54 pontos – coordenadas elipsoidais)	80
Figura 5.11	Resíduos da componente altitude h da Transformação de Helmert (54 pontos – coordenadas elipsoidais)	81
Figura 5.12	Resíduos da Transformação de Helmert para as componentes ϕ e λ (150 pontos – coordenadas cartesianas)	84
Figura 5.13	Resíduos da componente h da Transformação de Helmert (150 pontos – coordenadas cartesianas)	85
Figura 5.14	Resíduos da Transformação de Helmert para as componentes ϕ e λ (54 pontos – coordenadas cartesianas)	87
Figura 5.15	Resíduos da componente h (54 pontos – coordenadas cartesianas)	88
Figura 5.16	Fluxograma do Método de Colocação	89
Figura 5.17	Covariâncias amostrais para componente ϕ (coordenadas elipsoidais)	94
Figura 5.18	Covariâncias amostrais para componente λ (coordenadas elipsoidais)	95
Figura 5.19	Covariâncias amostrais para componente h (coordenadas elipsoidais)	95
Figura 5.20	Resíduos das componentes ϕ e λ do método de colocação (150 pontos- coordenadas elipsoidais)	97
Figura 5.21	Resíduos da componente altitude h do método de colocação (150 pontos- coordenadas elipsoidais)	98
Figura 5.22	Sinais s' da componente ϕ (coordenadas elipsoidais)	99
Figura 5.23	Sinais s' da componente λ (coordenadas elipsoidais)	100
Figura 5.24	Sinais s' da componente h (coordenadas elipsoidais)	100
Figura 5.25	Ruídos n da componente ϕ (coordenadas elipsoidais)	100
Figura 5.26	Ruídos n da componente λ (coordenadas elipsoidais)	101
Figura 5.27	Ruídos n da componente h (coordenadas elipsoidais)	101
Figura 5.28	Discrepâncias entre as coordenadas preditas e originais em ϕ e	102

	λ do método de colocação (150 pontos – coordenadas elipsoidais)	
Figura 5.29	Discrepâncias entre as coordenadas preditas e originais em h do método de colocação (150 pontos – coordenadas elipsoidais)	103
Figura 5.30	Discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e originais em ϕ e λ (54 pontos - coordenadas elipsoidais)	106
Figura 5.31	Discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e originais em h do método de colocação (54 pontos - coordenadas elipsoidais)	107
Figura 5.32	Covariâncias amostrais para componente X (coordenadas cartesianas)	112
Figura 5.33	Covariâncias amostrais para componente Y (coordenadas cartesianas)	112
Figura 5.34	Covariâncias amostrais para componente Z (coordenadas cartesianas)	113
Figura 5.35	Resíduos das componentes ϕ e λ do método de colocação (150 pontos – coordenadas cartesianas)	114
Figura 5.36	Resíduos da altitude h do método de colocação (150 pontos – coordenadas cartesianas)	115
Figura 5.37	Sinais s' da componente X (coordenadas cartesianas)	116
Figura 5.38	Sinais s' da componente Y (coordenadas cartesianas)	117
Figura 5.39	Sinais s' da componente Z (coordenadas cartesianas)	117
Figura 5.40	Ruídos n da componente X (coordenadas cartesianas)	117
Figura 5.41	Ruídos n da componente Y (coordenadas cartesianas)	118
Figura 5.42	Ruídos n da componente Z (coordenadas cartesianas)	118
Figura 5.43	Discrepâncias entre as coordenadas preditas e originais em ϕ e λ da predição do método de colocação (150 pontos - coordenadas cartesianas)	119
Figura 5.44	Discrepâncias entre as coordenadas preditas e originais em h do método de colocação (150 pontos - coordenadas cartesianas)	120
Figura 5.45	Discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e originais em ϕ e λ do método de colocação (54 pontos - coordenadas cartesianas)	123
Figura 5.46	Discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e originais em	124

	h do método de colocação (54 pontos - coordenadas cartesianas)	
Figura 5.47	Discrepâncias entre as coordenadas preditas e as originais da componente ϕ (coordenadas elipsoidais)	128
Figura 5.48	Resíduos da transformação de Helmert para a componente ϕ (coordenadas elipsoidais)	129
Figura 5.49	Discrepâncias entre as coordenadas preditas e as originais da componente λ (coordenadas elipsoidais)	129
Figura 5.50	Resíduos da transformação de Helmert para a componente λ (coordenadas elipsoidais)	129
Figura 5.51	Discrepâncias entre as coordenadas preditas e as originais da componente h (coordenadas elipsoidais)	130
Figura 5.52	Resíduos da transformação de Helmert para a componente h (coordenadas elipsoidais)	130
Figura 5.53	Discrepâncias entre as coordenadas preditas e as originais da componente ϕ (coordenadas cartesianas)	131
Figura 5.54	Resíduos da transformação de Helmert para a componente ϕ (coordenadas cartesianas)	131
Figura 5.55	Discrepâncias entre as coordenadas preditas e as originais da componente λ (coordenadas cartesianas)	132
Figura 5.56	Resíduos da transformação de Helmert para a componente λ (coordenadas cartesianas)	132
Figura 5.57	Discrepâncias entre as coordenadas preditas e as originais da componente h (coordenadas cartesianas)	132
Figura 5.58	Resíduos da transformação de Helmert para a componente h (coordenadas cartesianas)	133
Figura 5.59	Discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e as originais da componente ϕ (coordenadas elipsoidais)	134
Figura 5.60	Resíduos da transformação de Helmert para a componente ϕ (54 pontos - coordenadas elipsoidais)	134
Figura 5.61	Discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e as originais da componente λ (coordenadas elipsoidais)	134
Figura 5.62	Resíduos da transformação de Helmert para a componente λ (54 pontos - coordenadas elipsoidais)	134

Figura 5.63	Discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e as originais da componente h (coordenadas elipsoidais)	135
Figura 5.64	Resíduos da transformação de Helmert para a componente h (54 pontos - coordenadas elipsoidais)	135
Figura 5.65	Discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e as originais da componente ϕ (coordenadas cartesianas)	136
Figura 5.66	Resíduos da transformação de Helmert para a componente ϕ (54 pontos - coordenadas cartesianas)	136
Figura 5.67	Discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e as originais da componente λ (coordenadas cartesianas)	136
Figura 5.68	Resíduos da transformação de Helmert para a componente λ (54 pontos - coordenadas cartesianas)	137
Figura 5.69	Discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e as originais da componente h (coordenadas cartesianas)	137
Figura 5.70	Resíduos da transformação de Helmert para a componente h (54 pontos - coordenadas cartesianas)	137
Figura 5.71	Pontos de teste para predição e interpolação	138

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1	Diferença entre as versões do WGS-84	6
Quadro 2.2	Observações utilizadas no SAD-69	9
Quadro 2.3	Estações Estabelecidas	18
Quadro 5.1	Coordenadas Utilizadas (199)	150
Quadro 5.2	Sinais nos pontos de cálculo (colocação - coordenadas elipsoidais)	155
Quadro 5.3	Sinais nos pontos de observação (colocação - coordenadas elipsoidais)	155
Quadro 5.4	Ruídos nos pontos de observação (colocação - coordenadas elipsoidais)	157
Quadro 5.5	Sinais nos pontos de cálculo (colocação - coordenadas cartesianas)	160
Quadro 5.6	Sinais nos pontos de observação (colocação - com coordenadas cartesianas)	160

Quadro 5.7	Ruídos nos pontos de observação (colocação - coordenadas cartesianas)	162
------------	---	-----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Parâmetros de Transformação de Helmert para os 150 pontos homólogos (coordenadas elipsoidais)	76
Tabela 2	Resíduos do ajustamento paramétrico da transformação de Helmert (coordenadas elipsoidais)	167
Tabela 3	Parâmetros de Transformação de Helmert para os 150 pontos homólogos (coordenadas cartesianas)	86
Tabela 4	Resíduos do ajustamento paramétrico da transformação de Helmert (Coordenadas Cartesiana)	166
Tabela 5	Covariâncias amostrais nos pontos médios dos intervalos (coordenadas elipsoidais)	93
Tabela 6	Parâmetros da Função Covariância (coordenadas elipsoidais)	93
Tabela 7	Parâmetro a e Comprimento de Correlação (coordenadas elipsoidais)	94
Tabela 8	Variâncias (coordenadas elipsoidais).	94
Tabela 9	Parâmetros de transformação do método de colocação (150 pontos-coordenadas elipsoidais)	99
Tabela 10	Resíduos do método de colocação (coordenadas elipsoidais)	173
Tabela 11	Discrepâncias entre as coordenadas originais e preditas do Método de Colocação (coordenadas elipsoidais)	176
Tabela 12	Discrepâncias entre as coordenadas originais e interpoladas do método de Colocação (coordenadas elipsoidais)	105
Tabela 13	Covariâncias amostrais nos pontos médios dos intervalos (coordenadas cartesianas)	111
Tabela 14	Parâmetros da Função Covariância (coordenadas cartesianas)	111
Tabela 15	Parâmetro a e Comprimento de Correlação (coordenadas cartesianas)	111
Tabela 16	Variâncias (coordenadas cartesianas)	116
Tabela 17	Parâmetros de Transformação da Colocação (150 pontos –	113

	coordenadas cartesianas).	
Tabela 18	Resíduos do método de colocação (coordenadas cartesianas)	179
Tabela 19	Discrepâncias entre as coordenadas originais e preditas do método de colocação (coordenadas cartesianas)	182
Tabela 20	Discrepâncias entre as coordenadas originais e interpoladas do método de Colocação (coordenadas cartesianas).	122
Tabela 21	Comparação dos Parâmetros de Transformação	125
Tabela 22	Diferenças entre os parâmetros de transformação	126
Tabela 23	Análise Estatística	127
Tabela 24	Comparação de pontos preditos e interpolados (coordenadas elipsoidais)	139
Tabela 25	Comparação de pontos preditos e interpolados (coordenadas cartesianas)	139
Tabela 26	Comparação da predição e interpolação com as distorções originais	140
Tabela 27	Resíduos da transformação de Helmert (54 pontos – coord. elipsoidais)	185
Tabela 28	Resíduos da transformação de Helmert (54 pontos – coord. cartesianas)	187

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
BIH	Bureau International de l'Heure
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CE	Centro do Elipsóide
CMT	Centro de Massa da Terra
DGFI	German Geodetic Research Institute
DGPS	Diferencial GPS
DoD	Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América
DMA	Agência Cartográfica do Departamento de Defesa dos EUA
EGM-96	Modelo Gravitacional da Terra – 1996
GEOS	Satélites Geoestacionários
GPS	Sistema de Posicionamento Global
GRS80	Geodetic Reference System 1980

GSFC	Goddard Space Flight Center
IBGE	Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IERS	Internacional Earth Rotation Service
INCRA	Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária
IPGH	Instituto Pan-americano de Geografia e História
ITRF	International Terrestrial Reference Frame
ITRS	Sistema de Referência Terrestre Internacional
LTM	Local Transversa de Mercator
MATLAB	Matrix Laboratory
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
MVC	Matriz Variância Covariância
MUBDJP	Mapa Urbano Básico Digital de João Pessoa
NAVSTAR	Navigation System with Time and Ranging
NBR	Norma Brasileira
NIMA	Agência Nacional de Mapas e Imagens
PN	Pólo Norte
PPS	Sistema de Posicionamento Preciso
PDGPS	Precise Differential Global Positioning System
RBMC	Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GPS
RGB	Rede Geodésica Brasileira
RIBAC	Rede INCRA de Bases Comunitárias GPS
RRCM	Rede de Referência Cadastral Municipal
RTK	Real Time Kinematic
RTM	Regional Transversa de Mercator
SAD-69	South American Datum of 1969
SGB	Sistema Geodésico Brasileiro
Sni	Seção de Nivelamento
SIRGAS	Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
UGGI	União Internacional de Geodésia e Geofísica
UTM	Universal Transversa de Mercator
WGS	World Geodetic Systems

1 INTRODUÇÃO

Com a mudança do datum geodésico brasileiro de SAD-69 (*Sul American Datum 1969*) para o SIRGAS-2000 (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas) e o emprego cada vez mais crescente do GPS (Sistema de Posicionamento Global) na implantação de redes e suas densificações para as mais diversas aplicações geodésicas, como engenharia, cadastro, cartografia, entre outras, verifica-se a necessidade da integração dos dados existentes no antigo datum ao novo datum estabelecido, através de parâmetros de transformação que melhor se adequem à situação local.

Está concedido um período de transição não superior a dez anos, onde o SIRGAS-2000 pode ser utilizado em concomitância com o SAD-69 para o Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) e Córrego Alegre para o Sistema Cartesiano Nacional (SCN). Desta forma, a transformação das coordenadas geodésicas referenciadas ao sistema SAD-69 ao sistema geodésico WGS-84 (Sistema Geodésico Mundial 1984), ao qual estão referenciadas as observações GPS, é uma importante tarefa nesse período de transição.

A partir de 1994, começaram a ser implantadas redes GPS estaduais de alta precisão com base na realização inicial do WGS84 e vinculadas ao SAD-69 via os parâmetros de transformação. Tendo em vista as características dos sistemas de posicionamento globais como o GPS, em 1996 foi promovida uma eliminação de grande parte dos erros sistemáticos existentes na rede do SAD69, com sua integração à uma rede de estações com coordenadas conhecidas no ITRF1994. Foi promovido um reajustamento de toda a rede do SGB, a qual foi denominada de SAD69/96 e integrada com ao ITRS (Sistema de Referência Terrestre Internacional), via um conjunto de pontos da rede do SIRGAS, que na sua primeira realização era uma densificação do ITRF 1994 (*International Terrestrial Reference Frame 1984*), época 1995,4. Nesta análise foi calculado um erro médio remanescente de todos os pontos como inferior a 1m.

Em relação a esta nova realização (SAD69/96), as coordenadas dos pontos na realização anterior (SAD69) apresentam variações extremas que variam de 40 a 70 m de precisão planimétrica (IBGE, 1999). Essa constatação justificou a necessidade da mudança para um referencial geodésico baseado em observações por satélite, uma vez que essa tecnologia pode oferecer precisão de ordem centimétrica.

Diante das distorções existentes na rede clássica referenciada ao SAD-69 ou SAD-69/96, para aplicações precisas com o uso do GPS, as transformações realizadas através de relações geométricas simples, como por exemplo uma transformação de similaridade ou uma transformação afim, raramente pode apresentar uma solução satisfatória. Isso pode ser conseguido através de um método de interpolação, como por exemplo, o método de colocação por mínimos quadrados.

Portanto, o objetivo do presente estudo é estimar os parâmetros locais de transformação aplicando o método de colocação por mínimos quadrados em comparação com a transformação de Helmert. O método de colocação é uma generalização do Ajustamento por Mínimos Quadrados (MMQ), que combina o Ajustamento, a filtragem e a interpolação, (GEMAEL, 1994).

Para atender esse objetivo, o autor desenvolveu programas na plataforma MATLAB (*Matrix Laboratory*), que incluem a determinação de parâmetros entre os referenciais, usando a transformação de Helmert e o método da colocação. Programa para modelagem da Função Gaussiana a partir dos dados, programa para geração de gráficos, para melhor entendimento do comportamento dos resíduos e discrepâncias.

De acordo com o IBGE (2005), os parâmetros de transformação entre o SAD-69 e o SIRGAS-2000 são:

$D_x = -67,35 \text{ m}$

$D_y = 3,88 \text{ m}$

$D_z = -38,22 \text{ m}$

E os parâmetros de transformação entre o WGS-84 para o SIRGAS-2000 são:

$D_x = 48 \text{ dm}$

$D_y = -49 \text{ dm}$

$D_z = -30 \text{ dm}$.

Considerando as pequenas translações entre esses dois sistemas de referência, para a maioria das aplicações geodésicas locais, negligenciam-se esses valores. Desta forma, no presente trabalho consideraremos a transformação entre os dados existentes no SAD-69 e seus homólogos obtidos por GPS, como uma integração direta ao SIRGAS-2000.

A estimação dos parâmetros foi realizada tanto com coordenadas cartesianas quanto com coordenadas elipsoidais de 150 pontos (dentre 199 pontos existentes) de uma rede geodésica existente na região João Pessoa, cujas coordenadas foram retiradas da carta digital da cidade. As coordenadas GPS foram simuladas a partir das coordenadas dos pontos da carta.

Os resultados obtidos com a aplicação dos dois procedimentos para a determinação dos parâmetros mostraram que o método da colocação foi mais eficaz que a transformação de Helmert, uma vez que as discrepâncias entre as coordenadas preditas e as coordenadas originais do método de colocação foram menores. Isso mostrou que as coordenadas da predição do método da colocação tiveram valores mais próximos dos originais, tomados como referência.

A dissertação foi dividida em cinco capítulos, onde o primeiro capítulo aborda a introdução dando uma visão geral do que se pretende; o segundo capítulo trata dos sistemas de referência, capítulo essencial para mostrar um pouco da evolução dos sistemas

de referência; o terceiro capítulo mostra os métodos de transformação de sistemas; o quarto capítulo aborda a estimativa dos parâmetros de transformação através do ajustamento pelo método dos mínimos quadrados; o quinto capítulo explica a pesquisa realizada; por último são apresentadas as conclusões e recomendações; finalizando com as referências bibliográficas e os anexos.

2 SISTEMAS DE REFERÊNCIA

2.1 SISTEMAS DE REFERÊNCIA GLOBAIS

2.1.1 SISTEMA DE REFERÊNCIA TERRESTRE INTERNACIONAL – ITRS

A União Internacional de Geodésia e Geofísica (UGGI), com a finalidade de determinar um ponto na superfície da Terra sem ambigüidade e na ordem do milímetro, endossou, em 1991, a resolução sobre sistemas de referência, adotada pela XXI Assembléia Geral da *International Astronomical Union* (IAU), a qual criou o ITRS.

Este sistema, usado para objetivos práticos e científicos, tem sua origem no centrode massas da Terra (incluindo oceanos e atmosfera), o eixo Z passa pelo Pólo Terrestre Convencional (CTP) e o eixo X é definido pelo Observatório Médio de *Greenwich* (GMO).

As realizações do ITRS recebem a denominação de ITRFyy, a cargo do escritório central do IERS (*International Earth Rotation Service*) que substituiu em 1988 o BIH (*Bureau Internationale de L'heure*). A materialização do ITRS, devido à variação temporal das coordenadas das estações, é revista periodicamente, portanto sua denominação vem sempre acompanhada do ano (yy) em que foi estabelecido (MONICO, 2000), (PIMENTA et al, 2002).

A partir de 1991 o IERS incluiu resultados dos processamentos de observações GPS suas soluções para o ITRF e em 1994 foram incluídas observações oriundas da técnica DORIS. Com o estabelecimento do *International GPS Service* (IGS) em 1994, o ITRF está diretamente acessível aos usuários de todo o mundo através das órbitas, relógio dos satélites GPS e das coordenadas/velocidades das estações da rede global IERS, (COSTA, 1999).

A materialização inicial feita pelo IERS recebeu a denominação de ITRF-0. Outras realizações ITRS, foram o ITRF-96 e ITRF-97. O ITRF-96 passou a ser adotado nas órbitas IGS em março de 1998. Para solução ITRF-96, foram utilizadas 540 estações em 290 localidades, fornecendo uma melhor cobertura global. O procedimento de cálculo para as coordenadas e velocidades referidas ao ITRF-97 foi idêntico ao mesmo aplicado na versão anterior (ITRF-96), diferenciando somente a quantidade de estações usadas que passaram a ser 314. O ITRF-97 (época 1997,0) é uma materialização do ITRS considerado um sistema de referência de alta precisão.

Outra realização do ITRS é o ITRF-2000, cuja densificação deu-se através da inclusão de redes regionais com coordenadas obtidas por GPS. Do ITRF-97 para o ITRF-2000 houve um acréscimo de 174 estações, sendo 151 de redes regionais de posicionamento por GPS.

As estações no Brasil determinadas através das técnicas SLR, VLBI e DORIS são as mesmas no ITRF97 e ITRF-2000. A contribuição no acréscimo de estações veio através da inclusão das estações GPS. Enquanto no ITRF-97 eram 3 estações, em Rio Grande (GPS RIOG), Fortaleza (GPS FORT) e Brasília, Distrito Federal (GPS BRAZ), no ITRF-2000 são 10, somando-se as estações em Cuiabá, Mato Grosso (GPS CUIB), Curitiba, Paraná (GPS PARA), Presidente Prudente, São Paulo (GPS UEPP), Bom Jesus da Lapa, Bahia (GPS BOMJ), Viçosa, Minas Gerais (GPS VICO), Manaus, Amazonas (GPS MANU) e Imperatriz, Maranhão (GPS IMPZ), (PIMENTA et al, 2002).

2.1.2 SISTEMA GEODÉSICO MUNDIAL 1984 – WGS-84

O advento dos satélites artificiais, há mais de 35 anos, possibilitou o desenvolvimento prático dos sistemas de referência geocêntricos, como por exemplo, o WGS84 e o ITRFyy em suas mais diversas realizações e densificações, (IBGE, 2005).

O WGS-84 é a quarta versão de sistema de referência geodésico global estabelecido pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América (DoD) desde 1960, seu objetivo era de fornecer o posicionamento e navegação em qualquer parte do mundo, através de informações espaciais.

A definição do WGS-84 tem que atender as condições de um Sistema Terrestre Convencional (CTS) da seguinte maneira:

- Origem: Centro de massa da Terra, incluindo oceanos e atmosfera;
- Eixo Z: direção igual ao do Pólo de Referência IERS (IRP), assim definido pelo BIH (época 1984,0) com base nas coordenadas adotadas pelas estações BIH;
- Eixo X: é a interseção do Meridiano de Referência IERS (IRM) e o plano que passa pela origem e normal ao eixo Z. O IRM sendo coincidente com o meridiano zero definido pelo BIH (época 1984,0) com base nas coordenadas adotadas pelas estações BIH;
- Eixo Y: completa o sistema ortogonal dextrógiro.

O centro geométrico do elipsóide WGS84 é coincidente com a origem do sistema de coordenadas CTS WGS-84 e o eixo Z do sistema é coincidente com o eixo de rotação, (MONICO, 2000).

A rede terrestre de referência do WGS84 foi originalmente estabelecida em 1987, contando somente com coordenadas de estações obtidas através de observações Doppler (posicionamento isolado) e efemérides precisas. As coordenadas do conjunto de estações que participavam da rede de referência apresentavam uma precisão de 1-2 m o que comprova as limitações técnicas usadas para estimar as coordenadas derivadas do Doppler (sistema TRANSIT). As melhorias na precisão do sistema WGS84 foram alcançadas através

da adoção da técnica GPS nas 10 estações de controle, (IBGE, 2005).

Por esta razão, vários refinamentos foram feitos com o objetivo de melhorar a precisão de sua versão original. O primeiro refinamento foi obtido através de uma nova materialização do sistema, desta vez com 32 estações e esta solução recebeu a denominação de WGS84 (G730) e foi utilizada nas órbitas operacionais dos satélites GPS de 29 de junho de 1994 a 29 de janeiro de 1997. A letra G significa que neste refinamento foi utilizada a técnica GPS e “730” se refere à semana GPS desta solução.

O segundo refinamento foi um trabalho que envolveu três instituições: NIMA, *NASA Goddard Space Flight Center* (GSFC) e *Ohio State University*. O resultado foi o desenvolvimento de um novo modelo global do campo gravitacional terrestre, o EGM96.

Uma nova materialização da rede terrestre de referência WGS84 recebeu a denominação WGS84 (G873), referida a semana GPS 873 (época de referência 1997,0). Esta versão foi implementada no segmento de controle operacional em 29 de janeiro de 1997, sendo utilizada até o presente momento, (MONICO, 2000).

Os refinamentos na rede de referência WGS84 se traduzem em diferenças no posicionamento inferiores a 30 cm. Estas diferenças para utilização na cartografia (em geral) ou navegação, podem ser desprezadas. O quadro 2.1 mostra as diferenças entre as diferentes versões do WGS-84 e a Figura 1.1 ilustra o WGS-84.

Versão	Sistema utilizado na materialização	Número de estações utilizadas na materialização	Modelos gravitacionais da Terra	Períodos de Utilização
WGS84	TRANSIT(NSWC 9Z-2)	10	WGS84	01/01/1987 à 01/01/1994
WGS84(G730)	GPS	10	WGS84	02/01/1994 à 28/09/1997
WGS84(G873)	GPS	12	EGM96	a partir de 29/09/1997

Quadro 2.1: Diferença entre as versões do WGS-84. Fonte: COSTA (1999).

Fazem parte do WGS-84 as altitudes geoidais entre o elipsóide do WGS-84 e o geóide, derivadas do EGM-96 (*Earth Gravitational Model 1996*), com uma incerteza absoluta das altitudes geoidais estimada entre 0,5 e 1,0 m em nível global. A Figura 2.1 mostra o sistema WGS-84.

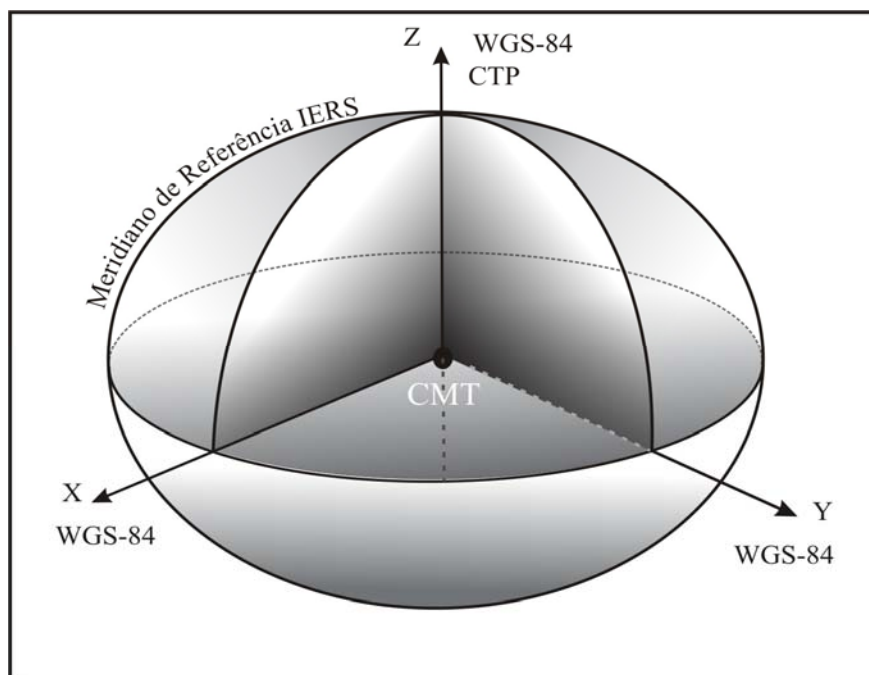


Figura 2.1: Sistema de Referência do GPS. Fonte: adaptado de MONICO (2000).

Depois dos refinamentos adotados nas realizações (ver Quadro 2.1), o WGS-84 coincide com o ITRF no nível de 1 cm, de forma que para a maioria das aplicações geodésicas os dois sistemas geocêntricos podem ser considerados idênticos, (SEEBER, 2003).

2.2 SISTEMA GEODÉSICO BRASILEIRO (SGB)

Em maio de 1944 iniciou-se o estabelecimento do Sistema Geodésico Brasileiro pelo IBGE, orientado por enfoque sistêmico, com a medição da base de Goiânia. Posteriormente se iniciaram os trabalhos de medição angular, (MELLO apud OLIVEIRA, 1998). Oficialmente, adotaram três referenciais geodésicos, sendo eles: Córrego Alegre, Chuá Astro Datum e SAD69.

2.2.1 DATUM SULAMERICANO 1969 (SAD-69)

O SAD69 é um sistema geodésico regional de concepção clássica, cujo principal objetivo era o de estabelecer um datum uniforme de âmbito continental. Recomendada a sua utilização pelos países Sul-americanos em 1969, através da aprovação do relatório final do Grupo de Trabalho sobre o Datum Sul-americano, pelo Comitê de Geodésia reunido na XI Reunião Pan-americana de Consulta sobre Cartografia, cuja recomendação não foi seguida pela totalidade dos países do continente. Apenas em 1979 ele foi oficialmente adotado como sistema de referência para trabalhos geodésicos e cartográficos

desenvolvidos em território brasileiro, (OLIVEIRA, 1998).

O Projeto do SAD-69 foi dividido em duas partes:

- 1 - Estabelecimento de um sistema geodésico tal que o respectivo elipsóide apresentasse “boa adaptação” regional ao geóide;
- 2 - Ajustamento de uma rede planimétrica de âmbito continental referenciada ao sistema definido.

Em consequência das limitações impostas pelos meios computacionais da época, a rede brasileira foi dividida em 10 áreas de ajuste, processadas em blocos separados.

Parâmetros do SAD-69:

- Superfície de referência: Elipsóide Internacional de 1967 (UGGI67):
 - Semi-eixo maior: 6378160 m;
 - Achatamento: 1/298, 25;
- Ponto datum: Vértice Chuá;
- Coordenadas geodésicas:
 - Latitude: 19° 45' 41,6527" S;
 - Longitude: 48° 06' 04,0639" W;
 - Azimute: (Chuá – Uberaba) 271° 30' 04,05";
- Altitude ortométrica: 763,28 m;
- Orientação: elipsóide-geóide no ponto datum $\xi=0,31$ $\eta=-3,52$ $N=0$ m.

Com os avanços tecnológicos e de uma série de outros fatores como técnicas de equipamentos, constatou-se a necessidade de se fazer manutenções nos produtos geodésicos, com a finalidade de proporcionar dados mais consistentes.

Nesse contexto, o IBGE através do Departamento de Geodésia decidiu realizar o reajustamento da RGB com o objetivo de reduzir as distorções existentes entre sistemas geodésicos clássicos e os modernos, uma tendência mundial, fazendo com que o SAD-69 sofresse uma nova realização, passando a ser denominado SAD-69/96.

Vários foram os métodos de posicionamento empregados para o reajuste, como: observações GPS, triangulação, trilateração, poligonação, sistema TRANSIT. Isso evidencia o uso de observações referentes à rede clássica e sistemas mais avançados, em termos tecnológicos. Sendo cerca de 6012 pontos, mas na realidade os usados foram 4759, que se comparados com os 1285 ajustados na definição de SAD-69, é um número considerável. O reajustamento foi concluído em 1996, (OLIVEIRA, 1998).

O quadro 2.2 mostra o quantitativo das materializações do SAD-69 original e a do reajustamento SAD-69/96.

observações	SAD69 materializaçã o original	SAD69 Materialização 1996
Estação fixa	1 (Chuá)	1 (Chuá)
Nº de linhas de base	144	257 (triangulação) 1270 (poligonação)
nº de estações astronômicas	144	389
nº de direções horizontais	6865	16907
Nº de linhas de base GPS	-	1182
nº de posições injuncionadas (DOPPLER)	-	179

Quadro 2.2: Observações utilizadas no SAD-69. Fonte: IBGE (2006b).

Em comparação da rede clássica com o SAD-69/96, houve o deslocamento horizontal das coordenadas, aumentando proporcionalmente com a distância do ponto origem, chegando a atingir cerca de 15 m. As grandes diferenças (da ordem de 50 m) em estações localizadas no estado do Amapá são decorrentes de problemas encontrados nos resultados antigos, (DALAZOANA & FREITAS, 2002).

2.2.2 SISTEMA DE REFERÊNCIA GEOCÊNTRICO PARA AS AMÉRICAS (SIRGAS)

A adoção de um referencial geocêntrico no Brasil se constitui em uma necessidade, objetivando o atendimento dos padrões globais de posicionamento. Com isto, fica garantida a manutenção da qualidade dos levantamentos GPS realizados em território nacional, uma vez que manter o seu referenciamento ao SAD69 implica na degradação da precisão. Outro fator foi à necessidade de se buscar uma compatibilidade com os demais países sul-americanos, adotando-se no continente um referencial geodésico único para as atividades cartográficas, o mesmo que se buscou fazer na década de 70 com o SAD69.

O Projeto SIRGAS foi iniciado na Conferência Internacional para Definição de um Datum Geocêntrico para as Américas, ocorrida de 04 a 07 de outubro de 1993, em Assunção, Paraguai, a convite da Associação Internacional de Geodésia - IAG, do Instituto Pan-americano de Geografia e História – IPGH e da Agência Cartográfica do Departamento de Defesa dos EUA - DMA (atualmente, Agência Nacional de Mapas e Imagens - NIMA). Participaram desta conferência representantes de cada uma das entidades patrocinadoras e de quase todos os países sul-americanos, (IBGE, 1997).

Os objetivos estabelecidos para o projeto são os seguintes:

- Definição de um sistema geocêntrico de referência para as Américas, adotando-se inicialmente o IERS *Terrestrial Reference Frame* – ITRF-93 e elipsóide do GRS-80;

- Estabelecimento e manutenção de uma rede de referência; tarefa atribuída ao Grupo de Trabalho I - Sistema de Referência;
- Estabelecimento e Manutenção de um datum geocêntrico; tarefa atribuída ao Grupo de Trabalho II - Datum Geocêntrico.

Composto por 58 estações distribuídas pelo continente, com coordenadas determinadas por GPS e referidas a rede de referência internacional mais precisa de então, a ITRF-94, época 1995.4, foi iniciado o Sistema SIRGAS, Figura 2.3. Das 58 estações, 11 se situam no território brasileiro, das quais 9 coincidem com estações da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GPS (RBMC), a rede geodésica ativa implantada pelo IBGE no Brasil, ver seção 2.3.2. A densificação da rede SIRGAS é naturalmente conduzida a partir da conexão das redes geodésicas dos países das Américas, (IBGE, 2000).

As estações escolhidas deveriam estar em locais de fácil acesso e de preferência 46 coincidentes com a rede geodésica existente. Os receptores usados deveriam ter características geodésicas (código e fase em L1 e L2).

Na rede SIRGAS utilizou-se vários tipos de receptores e antenas, cada um possuindo diferentes posições do centro de fase. Para minimizar o erro devido ao centro de fase, foi decidido colocar nove estações excêntricas que fizeram a ligação entre as redes de diferentes tipos de receptores.

O processamento e ajustamento dos dados foram efetuados pelo DGFI e NIMA utilizando diferentes metodologias e programas. Ambas instituições geraram soluções diárias de redes livres, uma para cada tipo de conjunto receptor/antena, onde a maior diferença encontrada entre as soluções do processamento (NIMA e DGFI) foi de 3,5 cm, (COSTA, 1999).

A Figura 2.2 caracteriza as estações da rede SIRGAS.



Figura 2.2: Rede SIRGAS (1995). Fonte: IBGE (1997).

A adoção do referencial SIRGAS-2000 foi definido oficialmente em sua realização do ano de 2000,4 através do Decreto N° 5334/2005, assinado em 06/01/2005 e publicado em 07/01/2005 no Diário Oficial da União. Da nova redação ao artigo 21 do Decreto N° 89.817, de 20 de junho de 1984, que define as Instruções Reguladoras das Normas Técnicas da Cartografia Nacional. Foi instituído através da resolução N° 1/2005, assinada em 25/02/2005 pela Presidência do IBGE.

A partir desta data se disponibilizou, através do portal do IBGE na internet, as coordenadas de 2403 estações cujas coordenadas eram obtidas através de observações à satélites, sendo elas do sistema *Navigation System with Time and Ranging GPS* (NAVSTAR/GPS) e TRANSIT (identificadas neste trabalho como SAT-Doppler).

As principais características do sistema são:

- **Figura geométrica para a Terra:**
 - Elipsóide do Sistema Geodésico de Referência de 1980 (*Geodetic Reference System 1980 – GRS80*);
 - Semi-eixo maior $a = 6.378.137$ m;
 - Achatamento: $f = 1/298, 257222101$;
 - Origem: Centro de massa da Terra;
- **Orientação:**
 - Pólos e meridiano de referência consistentes em $\pm 0,005''$ com as direções definidas pelo BIH, em 1984,0;
- **Estações de Referência:**
 - As 21 estações da rede continental SIRGAS-2000, estabelecidas no Brasil constituem a estrutura de referência a partir da qual o sistema SIRGAS-2000 é materializado em território nacional. Está incluída a estação SMAR, pertencente à Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GPS (RBMC), cujas coordenadas são determinadas pelo IBGE posteriormente à campanha GPS SIRGAS-2000;
- **Época de Referência das coordenadas:** 2000,4;
- **Materialização:**
 - Estabelecida por intermédio de todas as estações que compõem a Rede Geodésica Brasileira, implantadas a partir das estações de referência.

Na Figura 2.3 podem ser vistas as diferenças na definição dos referenciais:

- **Local:** SAD-69;
- **Geocêntricos:** WGS-84, ITRFyy e SIRGAS-2000.

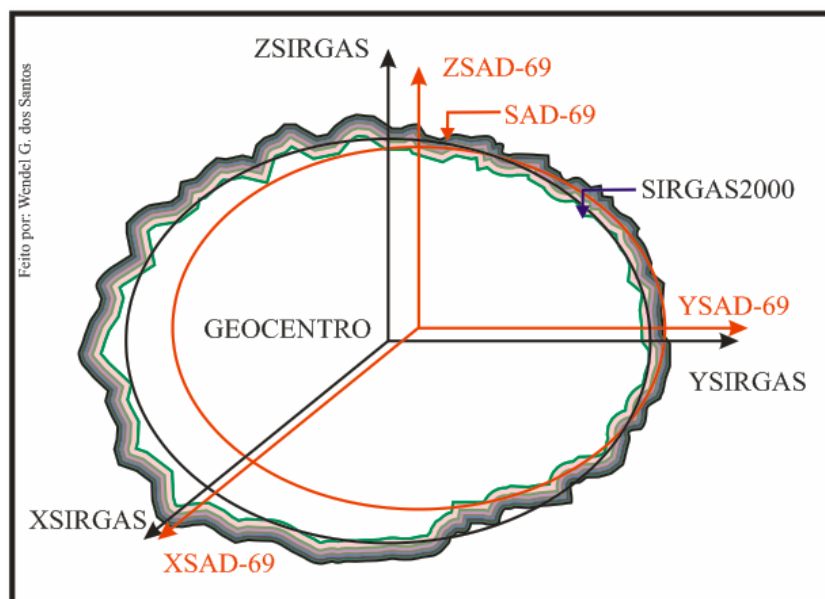


Figura 2.3: Referenciais local e geocêntrico. Fonte: adaptado de IBGE (2005).

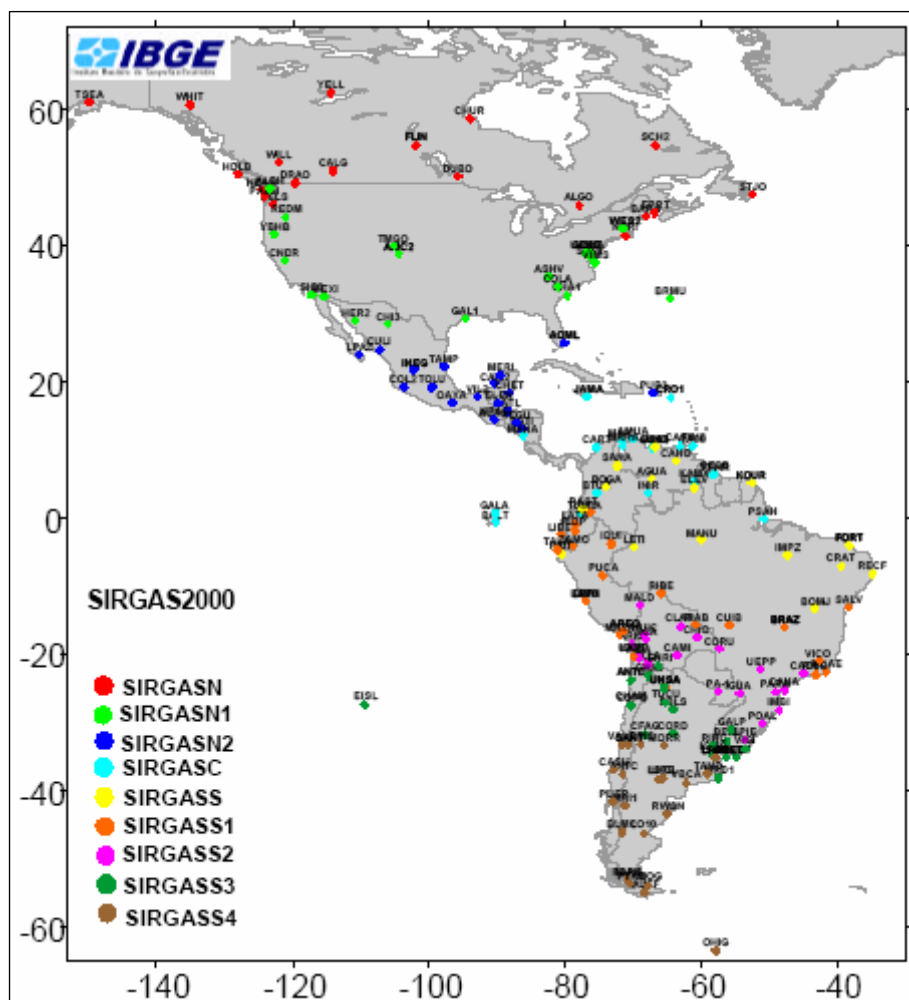


Figura 2.4: Campanha GPS SIRGAS-2000. Fonte: FORTES (2004).

A tecnologia GPS começou a ser usada no IBGE em 1991, hoje a Rede GPS é composta por campanhas realizadas até setembro de 2004, envolvendo um total de

aproximadamente 1400 estações. Para a realização do SIRGAS-2000 participam um total de 2923 linhas de base GPS. A Figura 2.5 mostra as estações ocupadas durante a campanha GPS SIRGAS-2000, dando um total de 184 estações, (FORTES, 2004).

2.3 REDES DE REFERÊNCIA

2.3.1 INTRODUÇÃO

A missão institucional do IBGE, em relação às ciências geodésicas, compreende o estabelecimento e manutenção das estruturas planimétrica e altimétrica do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), tarefa atribuída inicialmente através do Decreto-Lei nº. 9210, de 29 de abril de 1946, e atualmente, pelo Decreto-Lei nº. 243, de 28 de fevereiro de 1967, (IBGE, 2006b). Agora com a adoção do referencial SIRGAS-2000 oficializada em 25/02/2005, através da Resolução do Presidente do IBGE nº1/2005.

Uma rede geodésica terrestre é um arcabouço de pontos cujas coordenadas geodésicas se deduziam de observações terrestres por processos de triangulação, trilateração ou poligonação. Tanto as redes geodésicas horizontal quanto a vertical são de extrema importância para os trabalhos de engenharia e todos que necessitem de pontos geodésicos de referência.

2.3.2 REDE PLANIMÉTRICA

Até o advento dos satélites artificiais (*Doppler*, GPS), as redes planimétricas eram estabelecidas pelos métodos clássicos denominados triangulação, trilateração e poligonação. Os pontos de controle horizontal são denominados pontos trigonométricos. Os pontos de primeira ordem ou pontos de triangulação estão separados uns do outro a uma distância de 30 a 60 km, estes podem ser determinados por diferentes métodos, como já foi mencionado anteriormente, pela triangulação, trilateração ou poligonação.

O estabelecimento uma rede de primeira ordem e suas densificações (2ª a 4ª ordens), tanto planimétricas como altimétricas, tem por objetivos o melhor conhecimento do território nacional, assim como o fornecimento de dados no sentido de apoiar os trabalhos de mapeamento, em outras palavras, visa o campo científico e o cartográfico, (VERONEZ, 1998).

A triangulação baseia-se na medição de ângulos de uma série de triângulos justapostos, formando figuras geométricas. Esta foi uma das técnicas mais usadas para a expansão de redes geodésicas clássicas. As redes de triangulação podem ser formadas por simples triângulos, polígonos, quadriláteros, ou combinação destas figuras. O princípio da

triangulação baseia-se na trigonometria, (AMORIM, 2004).

O método da trilateração em essência é igual ao da triangulação, porém nesse caso medem-se as distâncias dos lados dos triângulos assim como as diagonais. É um método que vem sendo bem empregado pelo avanço no desenvolvimento de medidores eletrônicos de distância, no método da poligonação são medidos distâncias e ângulos. Este método tem como objetivo transportar as coordenadas, a partir de dois pontos conhecidos, para outros cujas coordenadas se deseja determinar. A Figura 2.5 mostra a rede clássica planimétrica.

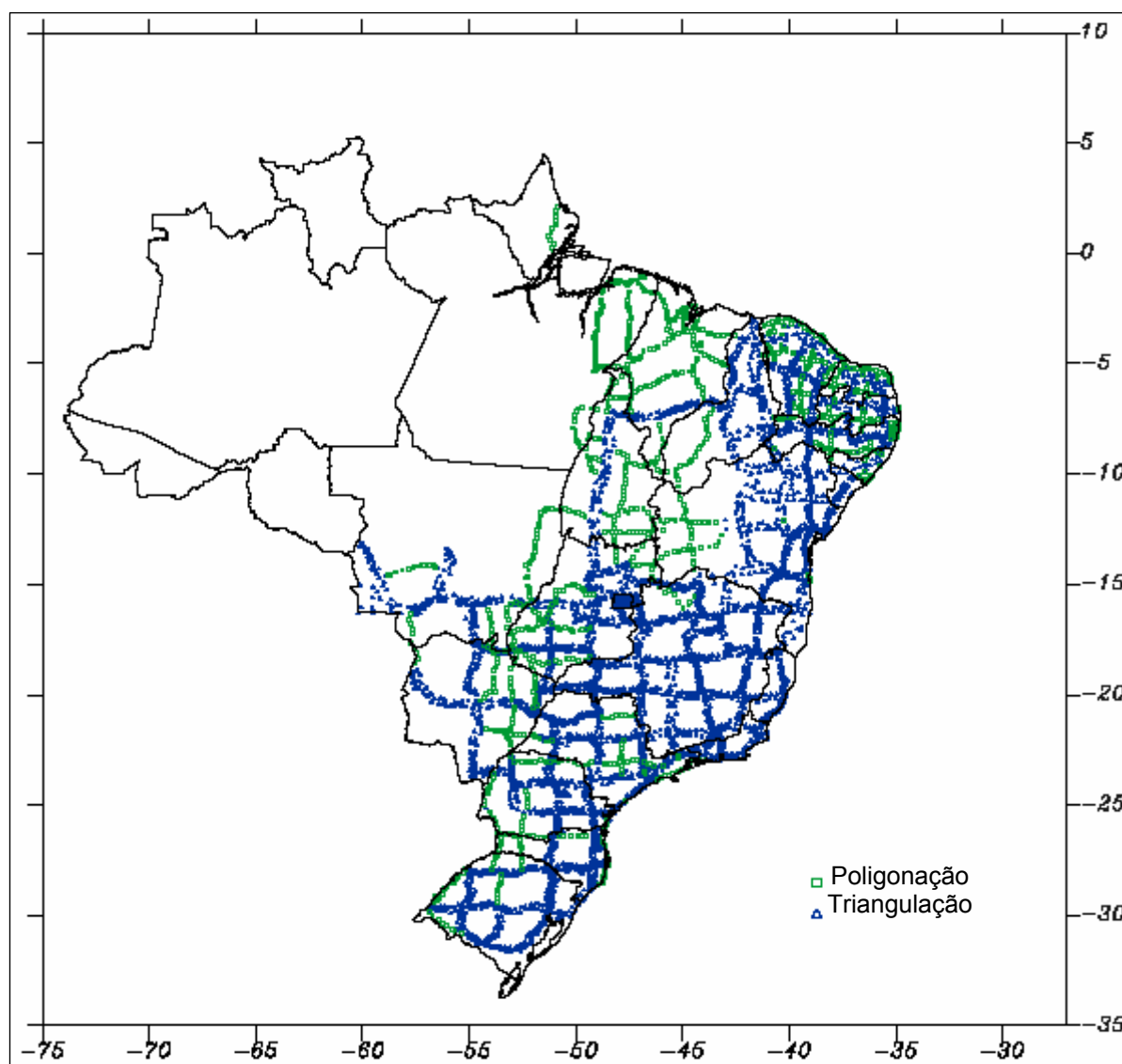


Figura 2.5: Rede Clássica Planimétrica. Fonte: IBGE (1996).

O advento do NAVSTAR/GPS, cuja capacidade em permitir a determinação de posições, com um grau de confiança superior a os métodos clássicos de levantamentos, motivou a revisão das características do SGB, (IBGE, 2006b).

Conforme afirma o IBGE (2006b), em 1991 com o estabelecimento do Projeto GPS no Departamento de Geodésia, passou-se a empregar, exclusivamente o Sistema GPS para

a densificação da componente planimétrica do SGB, gerando a Rede Nacional GPS, constituindo hoje a estrutura geodésica mais precisa no contexto Nacional, abrangendo inclusive as ilhas Oceânicas Brasileiras, onde se estabeleceu estações em 1993 com o apoio da Diretoria de Hidrografia e Navegação da Marinha do Brasil.



Figura 2.6: Rede Planimétrica Atual. Fonte: IBGE (2006b).

Com a operacionalização da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GPS (RBMC) em 1996, foi implantado o conceito de redes ativas através do monitoramento contínuo de satélites do Sistema GPS, aspecto que será mais detalhado na próxima seção. A Figura 2.7 mostra a fase atual da rede planimétrica, composta por pontos de triangulação, trilateração, poligonação, Doppler e GPS.

2.3.3 REDE ALTIMÉTRICA

Em 13 de Outubro de 1945, a seção de Nivelamento (SNI) iniciava os trabalhos de

Nivelamento Geométrico de Alta Precisão, dando partida ao estabelecimento da Rede Altimétrica do SGB. Em Dezembro de 1946, foi efetuada a conexão com a Estação Maregráfica de Torres, Rio Grande do Sul, permitindo, então, o cálculo das altitudes das Referências de Nível já implantadas.

Em 1958, quando a Rede Altimétrica contava com mais de 30.000 quilômetros de linhas de nivelamento, o Datum de Torres foi substituído pelo Datum de Imbituba, em Santa Catarina. A substituição ocasionou numa melhora na definição do sistema de altitudes devido à estação de Imbituba já ter feito nove anos de observações. No final da década de 70 as linhas de nivelamento já alcançavam os pontos mais distantes do território brasileiro.

A rede passou um bom tempo sendo ajustada manualmente, só a partir da década de 80 que informatizaram o processo de ajustamento, o que possibilitou a homogeneização das redes altimétricas do SGB. No futuro o IBGE pretende acrescentar dados gravimétricos para melhorar a qualidade do ajustamento.

A partir de 1993 o IBGE passou a monitorar o nível do mar com o objetivo de melhorar o referencial da rede altimétrica operando estações maregráficas, como a de Copacabana, Macaé e possivelmente a estação maregráfica de Imbituba, (IBGE, 2006b).

A rede pode ser vista na Figura 2.7.



Figura 2.7: Rede Altimétrica Brasileira. Fonte: IBGE (2006b).

2.3.4 REDE BRASILEIRA DE MONITORAMENTO CONTÍNUO – RBMC

A Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GPS constitui a principal estrutura geodésica do país, possibilitando aos usuários a vinculação precisa ao Sistema Geodésico Brasileiro que com a adoção do Sistema Geodésico SIRGAS-2000, materializado no Brasil a partir das estações da RBMC, é que sua importância ficou ainda mais relevante, (FORTES & GODOY, 1991).

A RBMC iniciou-se em 1996 através da implantação de duas estações, pelo IBGE, em Curitiba e Presidente Prudente. Os dados captados pelos receptores GPS de dupla frequência, instalados em cada estação, após um período de coleta de 24 horas, são enviados a um computador instalado no local e deste os dados são encaminhados ao centro de controle, que depois de serem criticados são disponibilizados ao público pela internet. As perspectivas futuras é uma integração da RBMC à rede IGS, pela insuficiência de estações no hemisfério Sul, (IBGE, 2006).

O quadro 2.3 e a Figura 2.9 mostram as estações da RBMC.

Cidade	UF	Sigla	Código SAT	Lat.	Long.
Belém	PA	BELE	93620	-01° 24'	-48° 27'
Bom Jesus da Lapa	BA	BOMJ	93030	-13° 15'	-43° 25'
Brasília	DF	BRAZ	91200	-15° 56'	-47° 52'
Cananéia	SP	NEIA	91716	-25° 01'	-47° 55'
Crato	CE	CRAT	92300	-07° 14'	-39° 24'
Cuiabá	MT	CUIB	92583	-15° 33'	-56° 04'
Curitiba	PR	PARA	91105	-25° 26'	-49° 13'
Fortaleza	CE	BRFT	93793	-03° 52'	-38° 25'
Fortaleza	CE	FORT *	92009	-03° 52'	-38° 25'
Gov. Valadares	MG	GVAL	91932	-18° 51'	-41° 57'
Imperatriz	MA	IMPZ	92165	-05° 29'	-47° 29'
Manaus	AM	MANA *	91300	-03° 07'	-60° 03'
Manaus	AM	NAUS	93770	-03° 01'	-60° 03'
Montes Claros	MG	MCLA	91929	-16° 43'	-43° 52'
Porto Alegre	RS	POAL	91850	-30° 04'	-51° 07'
Porto Velho	RO	POVE	93780	-08° 42'	-63° 53'
Pres. Prudente	SP	UEPP **	91559	-22° 07'	-51° 24'
Pres. Prudente	SP	PPTÉ	93900	-22° 07'	-51° 24'
Recife	PE	RECF	93110	-08° 03'	-34° 57'
Rio de Janeiro	RJ	RIOD	91720	-22° 49'	-43° 18'
Salvador	BA	SALV	93111	-13° 00'	-38° 30'
Santa Maria	RS	SMAR	92013	-29° 43'	-53° 42'
Ubatuba	SP	UBAT	91902	-23° 33'	-45° 07'
Uberlândia	MG	UBER	91909	-18° 53'	-48° 19'
Varginha	MG	VARG	91930	-21° 32'	-45° 26'
Viçosa	MG	VICO	91696	-20° 45'	-42° 52'

Quadro 2.3: Estações Estabelecidas. Fonte IBGE (2006).

* Desativada;

** Substituída.

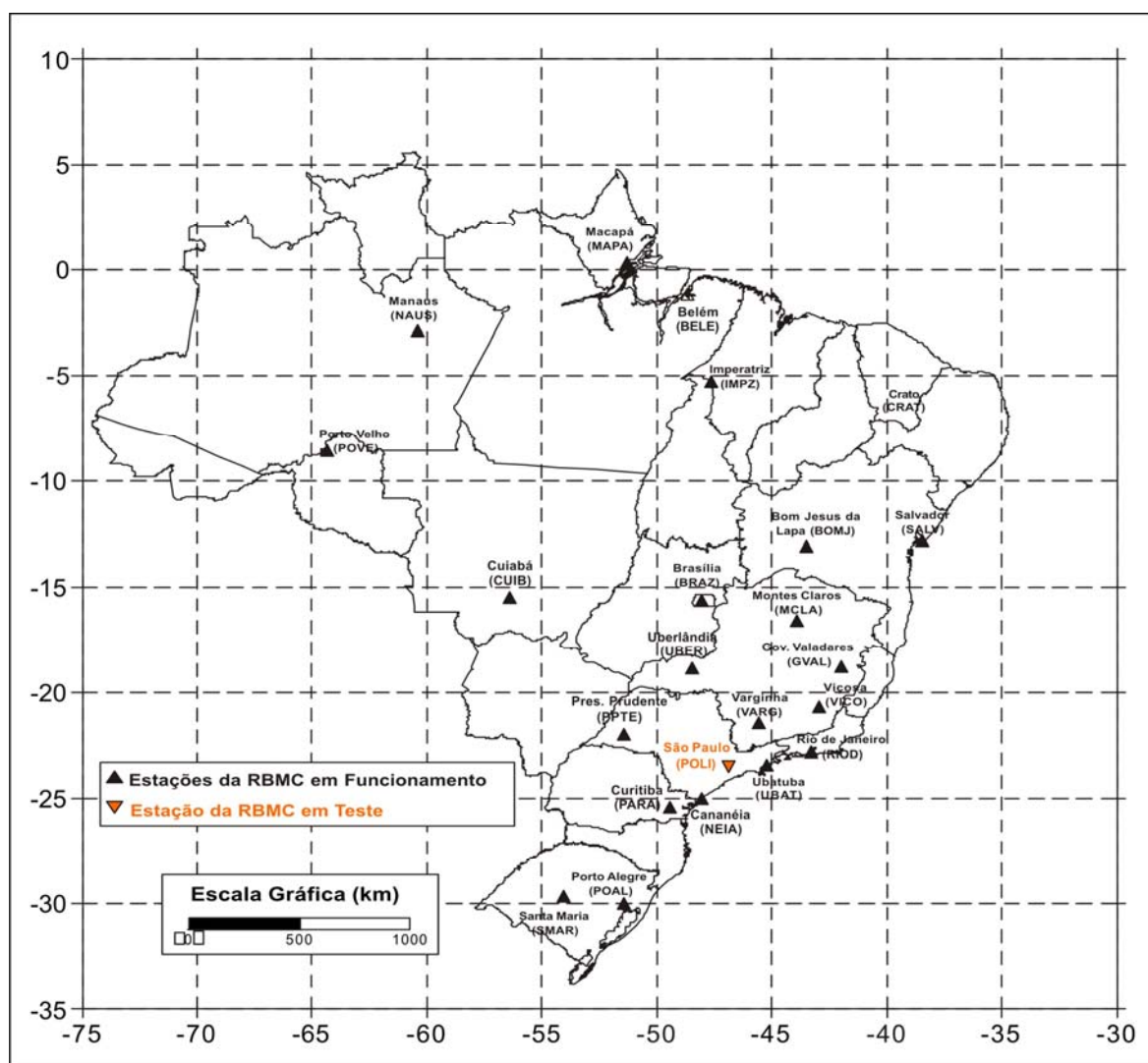


Figura 2.8: RBMC. Fonte: IBGE (2006).

A implantação de uma rede geodésica estadual vem a colaborar na elaboração dos seguintes produtos e informações:

- Confecção de mapas e cartas;
- Referência para obras de engenharia tais como: construção e pavimentação de rodovias e estradas, construção de pontes, viadutos e túneis;
- Demarcação de unidades estaduais, unidades municipais, áreas indígenas, áreas de proteção ambiental;
- Regulamentação fundiária;
- Transmissão de energia, entre outras.

2.3.5 REDES GPS DE BASES COMUNITÁRIAS - RIBAC

A Rede INCRA de Bases Comunitárias do GPS (RIBAC) é um conjunto de 44 estações de referência do GPS implantadas em diversos pontos do território brasileiro cujo

objetivo é auxiliar a execução dos serviços de agrimensura desenvolvidos, direta ou indiretamente, pelo INCRA, quando utilizando esta tecnologia. As estações estão localizadas em unidades próprias do INCRA permitem efetuar correção diferencial das observações coletadas pelos receptores de sinais do GPS de uma frequência em diversos lugares do Brasil, por equipamentos que possuam esse recurso.

A distribuição das estações da RIBAC estão mostradas na Figura 2.9, (INCRA, 2007).

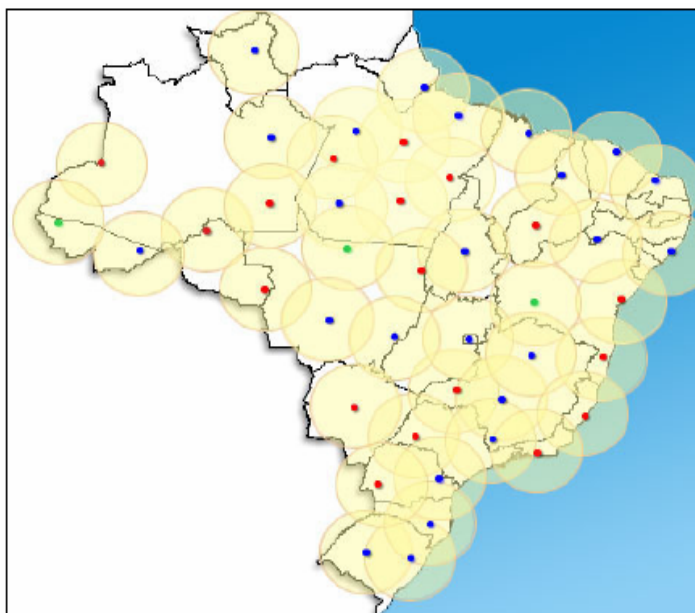


Figura 2.9: Estações da Rede RIBAC. Fonte: INCRA (2007).

A RIBAC está expandindo seu campo de cobertura com a implantação de mais 6 estações no Noroeste do Brasil, com a finalidade de cobrir todo o território nacional, como pode ser visto na Figura 2.10. Além disso, com a regulamentação da Lei 10267-01 e a adoção do novo SGB SIRGAS-2000 em 2005, está sendo celebrado um convênio com o IBGE para homologar suas estações e, para isso, está adquirindo equipamentos geodésicos de duas frequências mais acessórios e adequando a estrutura física das suas estações às especificações exigidas pelo IBGE, (GALDINO, 2006).

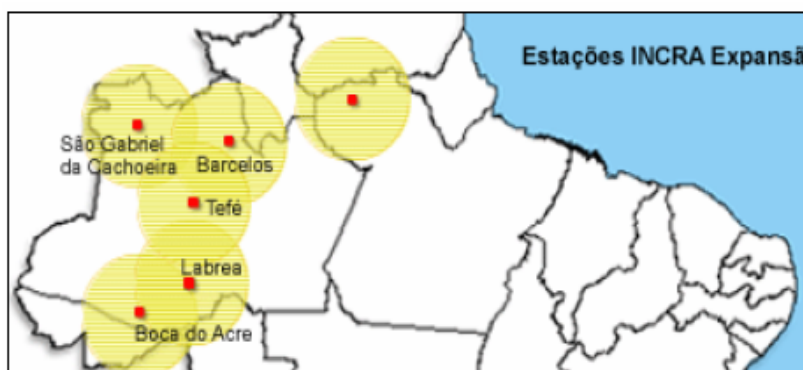


Figura 2.10: Rede RIBAC. Fonte: INCRA (2007).

2.3.6 REDES GEODÉSICAS ESTADUAIS GPS

Devido a necessidade de melhorar o Sistema Geodésico Brasileiro, com respeito a manutenção e ampliação necessária para acompanhar os avanços tecnológicos e o suprimento de dados geodésicos aliada a outros fatores relacionados a mudanças no cenário nacional tanto em aspectos físicos, econômicos e sociais, é que criaram as Redes Estaduais GPS, (IBGE, 2006).

Seus objetivos visam o atendimento as demandas atuais no sentido de que cada unidade da federação possua redes de alta precisão, facilmente mantidas e que sirvam de estrutura geodésica básica para quaisquer projetos de uso do território que necessitem de dados de posicionamento.

A concepção das redes estaduais visa permitir seu uso tanto pela topografia clássica quanto por receptores de sinais GPS. Até dezembro de 2006 estabeleceu-se 13 redes GPS estaduais (abrangendo 18 estados): São Paulo, Paraná, Minas Gerais, Mato Grosso, Mato Grosso do Sul, Santa Catarina, Rio de Janeiro, Rio Grande do Sul, Bahia, Ceará, Espírito Santo, Acre e a rede Nordeste. A rede Nordeste foi um caso a parte, pois foi estabelecida em uma única campanha de medição contemplando os estados de Alagoas, Sergipe, Pernambuco, Paraíba e Rio Grande do Norte, (IBGE, 2008). A seguinte Figura 2.11 mostra as estações GPS implantadas nos respectivos Estados.

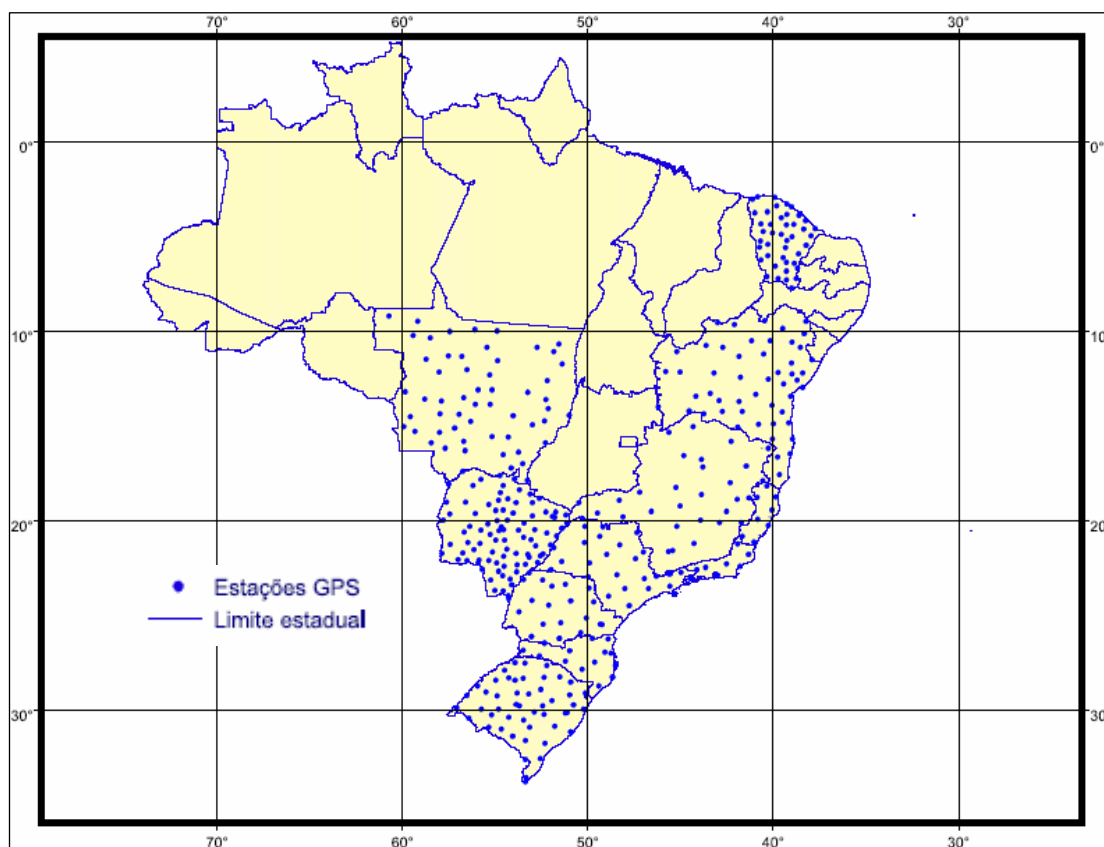


Figura 2.11: Redes Estaduais GPS. Fonte: IBGE (2008).

A Figura 2.12 mostra as estações da Rede Nordeste.

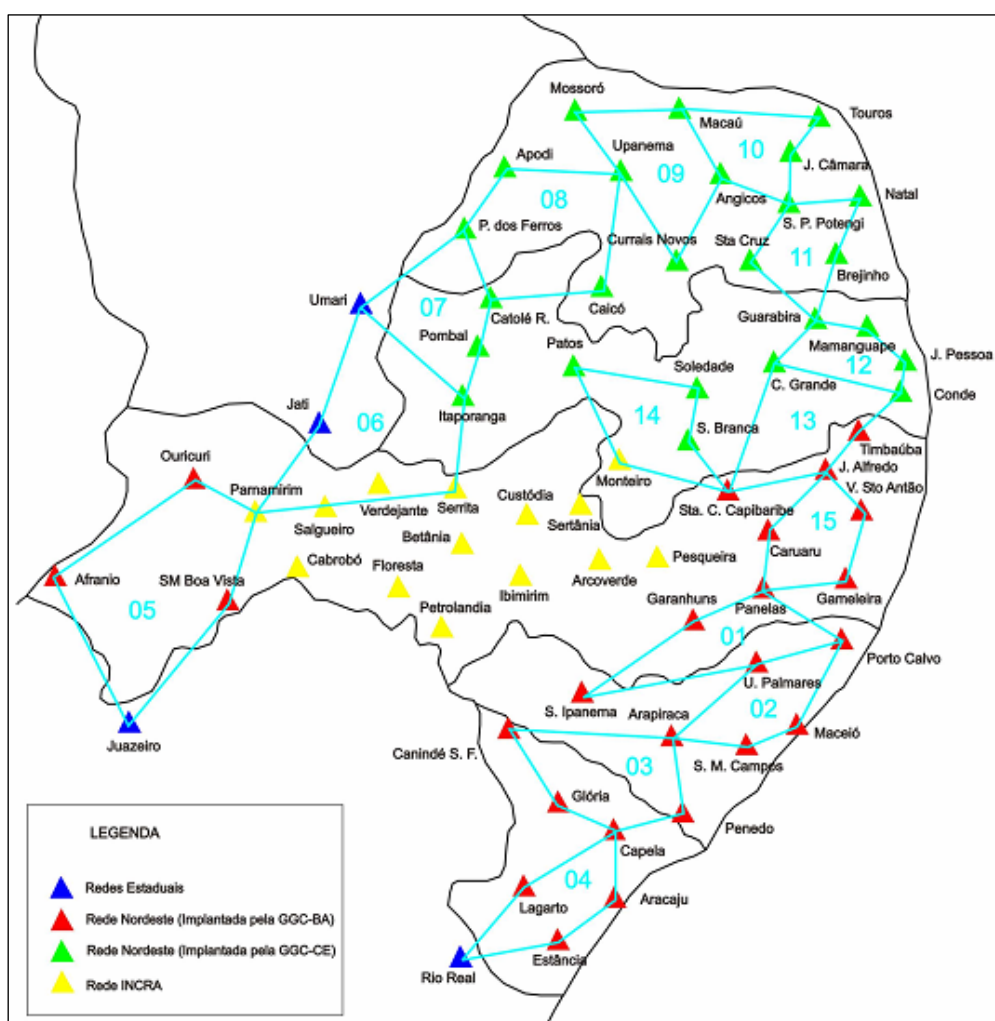


Figura 2.12: Rede Nordeste.

2.3.7 REDE DE REFERÊNCIA CADASTRAL MUNICIPAL – RRCM

A Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), por meio da NBR-14166, define a rede de referência cadastral municipal como sendo:

“A rede de apoio básico de âmbito municipal para todos os serviços que se destinem a projetos, cadastros ou implantação e gerenciamento de obras, sendo constituída por meio de pontos de coordenadas planimétricas, materializados no terreno, referenciados a uma única origem, o SGB, e assim um sistema de representação cartográfica, permitindo a amarração e consequentemente incorporação de todos os trabalhos de topografia e cartografia na construção e manutenção da Planta Cadastral Municipal e Planta Geral do Município. Sendo esta rede amarrada ao SGB, fica garantida a posição dos pontos de representação e a correlação entre os vários

sistemas de projeção ou representação”.

Os elementos da RRCM podem ter suas coordenadas plano-retangulares determinadas no sistema Transverso de Mercator (UTM, RTM, LTM), bem como no sistema Topográfico Local, (NBR-14166, 1998).

A RRCM para atender às necessidades do Cadastro urbano deverá ser projetada de forma que apresente precisão suficiente para ser usada em todas as atividades que necessitem ser referenciadas à superfície terrestre. A tolerância posicional na definição dos vértices dos lotes e parcelas varia de país para país em função do desenvolvimento histórico-cartográfico e do valor da propriedade.

No Brasil ainda não existe uma definição do nível de precisão para os pontos de divisa de propriedade para o cadastro urbano. Entretanto, um passo significativo nesta direção foi dado pela Norma Técnica para Georreferenciamento de Imóveis Rurais homologada pela portaria do INCRA nº1101, de 17 de novembro de 2003, que estabeleceu a precisão de 50 cm (1σ para os pontos de divisa de imóveis para o cadastro rural. Esta portaria atendeu ao estabelecido no artigo 9º do Decreto nº 4.449, de 30 de outubro de 2002, que regulamentou a Lei 10.267, de 28 de agosto de 2002.

O ponto pertencente à Rede de Referência Estadual deverá ser implantado por metodologia GPS ou equivalente, com a maior precisão possível. O método de ajustamento deverá ser o ajustamento livre. A precisão absoluta destes pontos deve ser de ± 1 a 3 cm (ROMÃO, 1996). Os pontos da Rede de Referência Cadastral Municipal deverão ser obtidos por metodologia GPS ou equivalente e ajustados de modo hierárquico à Rede Estadual de Referência, considerada isenta de erros. Os pontos que constituem a Rede de referência Cadastral Municipal devem atingir uma precisão relativa de até ± 3 cm.

2.3.8 REDES LOCAIS DE LEVANTAMENTO

Quando por razões econômicas ou de outra ordem, uma alta densidade de pontos não possa ser realizada, uma Rede de Levantamento deve ser implantada, preferencialmente por metodologia GPS e ajustada de modo hierárquico à Rede de Referência Cadastral Municipal, considerada isenta de erros, com precisão relativa de até ± 3 cm, deve ser implantada para atender a demanda dos trabalhos geodésicos e topográficos locais do município. São redes geodésicas desenvolvidas para servirem de apoio a levantamentos específicos de regiões restritas, (ROMÃO et al, 2002).

As redes locais podem ser desenvolvidas com base nas estruturas hierárquicas, ou seja: os vértices originais poderão ser amarrados a redes de nível nacional, estadual ou

municipal, (Romão et al, 2002). A Figura 2.13 mostra a hierarquização de redes de referência, conforme, (GALDINO, 2006).



Figura 2.13: Hierarquização de Redes de Referência. Fonte: GALDINO (2006).

3 TRANSFORMAÇÃO DE SISTEMAS

3.1 A PROBLEMÁTICA DA TRANSFORMAÇÃO

Com a mudança do datum geodésico brasileiro de SAD-69 para o SIRGAS-2000 e o emprego cada vez mais crescente do GPS na implantação de redes e suas densificações, verifica-se a necessidade da integração dos dados existentes no antigo datum ao novo datum estabelecido, através de parâmetros de transformação que melhor se adequem à situação local.

Está concedido um período de transição não superior a dez anos a partir de 25/02/2005, onde o SIRGAS-2000 pode ser utilizado em concomitância com o SAD-69 para o SGB e Córrego Alegre para o SCN. Desta forma, a transformação das coordenadas geodésicas referenciadas ao sistema SAD-69 ao sistema geodésico WGS-84, ao qual estão referenciadas as observações GPS, é uma importante tarefa nesse período de transição.

Diante das distorções existentes na rede clássica referenciada ao SAD-69 ou SAD-69/96, para aplicações precisas com o uso do GPS, as transformações realizadas através de relações geométricas simples, como uma transformação de similaridade raramente pode apresentar uma solução satisfatória. Isso pode ser conseguido através de um método de interpolação, como por exemplo, o método de colocação por mínimos quadrados.

O método definido como colocação por mínimos quadrados é uma ferramenta que têm sido aplicada nos vários campos do conhecimento, tais como na Geodésia, Fotogrametria e na Engenharia. É um método que combina ajustamento, filtragem e interpolação, regidos pelo método dos mínimos quadrados.

O presente estudo visa a aplicação da metodologia da colocação por mínimos quadrados para determinar os parâmetros locais de transformação, a partir dos dados do Mapa Urbano Digital de João Pessoa (MUBDJP), como forma de integração direta entre os sistemas SAD-69 e o SIRGAS-2000.

3.2 COORDENADAS GEODÉSICAS

A posição de um ponto na superfície da Terra pode ser descrita em relação a um sistema elipsoidal através de suas coordenadas geodésicas elipsoidais e de suas coordenadas geodésicas cartesianas (Figura 3.1).

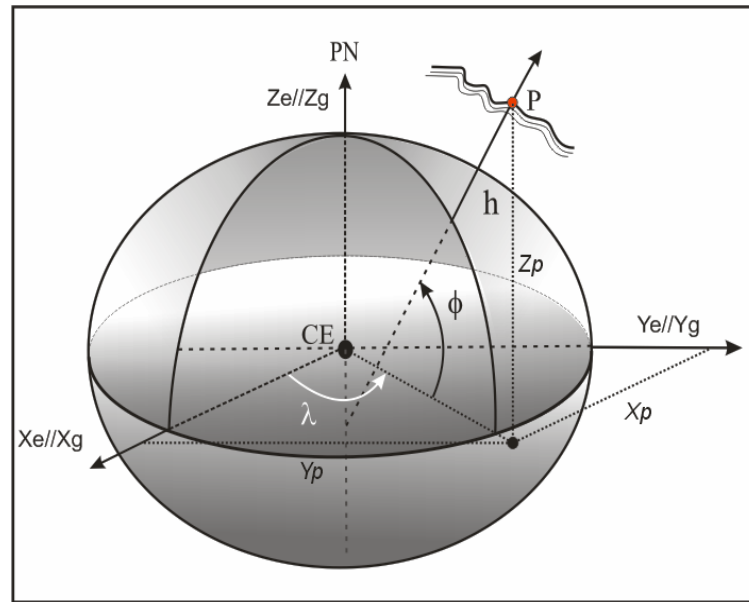


Figura 3.1: Sistema Elipsoidal Global. Fonte: adaptado de TORGE (1991).

3.2.1 COORDENADAS ELIPSOIDAIAS

A superfície da Terra pode ser aproximada pela rotação de uma elipse meridiana em torno do seu eixo menor. A forma do elipsóide é definida por dois parâmetros geométricos: o semi-eixo maior a e o semi-eixo menor b . A Figura 3.1 mostra o plano elipsoidal, (TORGE, 1991).

Entretanto, em Geodésia é comum definir o elipsóide através do semi-eixo maior a e o achatamento f , que é dado pela seguinte equação:

$$f = \frac{(a - b)}{a} \quad (3.1)$$

Outro importante parâmetro também utilizado nos cálculos geodésicos é a excentricidade e , dada pela equação:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (3.2)$$

A relação da excentricidade com o achatamento é dada pela seguinte expressão:

$$e^2 = 2f - f^2 \quad (3.3)$$

Em um sistema de coordenadas elipsoidais, a posição de um ponto fica definida pelo

seguinte vetor:

$$E = [\phi \quad \lambda \quad h]^T \quad (3.4)$$

onde:

- **Latitude geodésica (ϕ):** é o ângulo formado entre a normal (linha perpendicular ao elipsóide) no ponto considerado e sua projeção no plano equatorial do elipsóide. Esta coordenada tem sinal positivo no hemisfério norte e negativo no hemisfério sul, pode-se também ser indicada pela letra *N* quando no hemisfério norte ou *S* no hemisfério sul;
- **Longitude geodésica (λ):** é o ângulo formado entre o meridiano de origem (paralelo de *Greenwich*) e o meridiano do ponto considerado, contado sobre o plano equatorial. Esta coordenada é positiva a leste de Greenwich e negativa a oeste. Podendo ser indicada pelas letras *E* e *W* para leste ou oeste respectivamente;
- **Altitude geométrica ou elipsoidal (h):** corresponde à distância entre o ponto na superfície da Terra à superfície do elipsóide medida sobre a sua normal. Esta coordenada é nula sobre o elipsóide.

3.2.2 COORDENADAS CARTESIANAS ESPACIAIS

Em um sistema de coordenadas cartesianas com os eixos *x*, *y* e *z* a posição de um ponto *P* é determinada pelo vetor (ver Figura 3.1):

$$X = [x_p \quad y_p \quad z_p]^T \quad (3.5)$$

onde x_p , y_p e z_p são números reais, (SEEBER, 2003).

As características de um sistema cartesiano geodésico são:

- Origem coincide com o centro geométrico do elipsóide;
- Eixo *Z* é coincidente com o eixo de revolução do elipsóide. Sua orientação positiva é para o norte. O plano primário corresponde ao equatorial geodésico;
- Eixo *X* é definido pela interseção do semi-plano meridiano de referência de longitudes geodésicas e o equador geodésico;
- Eixo *Y* forma um sistema destrógiro.

3.2.3 RELAÇÃO ENTRE AS COORDENADAS ELIPSOIDAIS E CARTESIANAS

Até o advento da geodésica celeste os geodestas utilizavam dois escalares: a latitude (ϕ) e a longitude (λ) para definir a projeção de um ponto P na superfície física da Terra, sobre a superfície do modelo de referência adotado, o elipsóide de revolução. Um terceiro escalar a altitude ortométrica (H) relaciona o ponto P com a superfície equipotencial fundamental do campo de gravidade, o geóide. Esta terceira grandeza, de natureza física, não constitui com aqueles um conjunto capaz de fixar a posição de um ponto no espaço, (BLITZKOW e MATOS, 2002).

Um fator que confirma isso é que as duas redes, horizontal (triangulação) e vertical (nivelamento), são independentes. A altitude ortométrica não define a posição do ponto em relação ao elipsóide, mas sim ao geóide. A determinação da altitude ortométrica depende do conhecimento da densidade no interior da crosta; os modelos de distribuição de densidade existentes ainda são insuficientes para o cálculo da altitude ortométrica a partir do nivelamento geométrico.

A partir da década de 60, o desenvolvimento da Geodésia Celeste, através do posicionamento por satélite, permitiu obter as coordenadas cartesianas (y_1, y_2, y_3) do centro elétrico da antena numa estação de rastreamento, referidas a um terno cartesiano geocêntrico (Y_1, Y_2, Y_3). Tais coordenadas podem ser transformadas para um terno cartesiano (X, Y, Z) aproximadamente geocêntrico ou local, com origem no centro do elipsóide, e convertidas em elipsoidais (ϕ, λ, h) onde h representa a altitude geométrica ou elipsoidal.

O modelo matemático que expressa as coordenadas cartesianas tridimensionais (X, Y, Z) em função das coordenadas elipsoidais (ϕ, λ, h) é obtido pela conversão, (SEEBER, 2003):

$$X = (N + h)\cos(\phi)\cos(\lambda) \quad (3.6)$$

$$Y = (N + h)\cos(\phi)\sin(\lambda) \quad (3.7)$$

$$Z = [N(1 - e^2) + h]\sin(\phi) \quad (3.8)$$

Ou matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N + h)\cos(\phi)\cos(\lambda) \\ (N + h)\cos(\phi)\sin(\lambda) \\ (N(1 - e^2) + h)\sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Onde:

ϕ – latitude geodésica;

λ – longitude geodésica;

h – altitude geométrica.

O raio de curvatura da seção primeiro vertical ou grande normal N (ver Figura 3.2) é dado por:

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\phi)}} \quad (3.10)$$

A altitude geométrica h , a altitude ortométrica H e a ondulação geoidal N são relacionadas aproximadamente por:

$$h \cong N + H \quad (3.11)$$

Onde N aqui representa a ondulação geoidal.

A partir das coordenadas cartesianas é possível converter as coordenadas elipsoidais através das seguintes relações pelo processo iterativo:

$$h = \frac{\sqrt{(X^2 + Y^2)}}{\cos(\phi)} - N \quad (3.12)$$

$$\lambda = \arctg\left(\frac{Y}{X}\right) \quad (3.13)$$

$$\phi = \arctg\left[\frac{Z}{\sqrt{(X^2 + Y^2)}} \left(1 - \frac{N}{N + h} e^2\right)^{-1}\right] \quad (3.14)$$

Iniciar com:

$$\phi_o = \arctg\left[\frac{Z}{\sqrt{(X^2 + Y^2)}}\right] \quad (3.15)$$

e $h=0$.

Os parâmetros e e N já foram discutidos na seção 3.2.3.

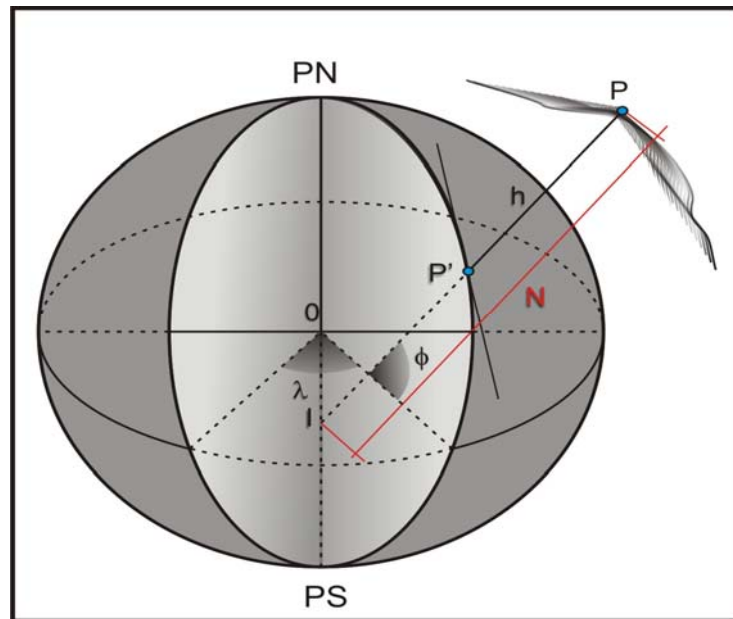


Figura 3.2: Representação geométrica da grande normal N.

3.2.4 COORDENADAS UTM

O sistema UTM (Universal Transversa de Mercator) foi desenvolvido durante a 2ª Guerra Mundial, sendo este uma modificação da Projeção Cilíndrica Transversa de Mercator. A Figura 3.2 representa o sistema UTM. O mundo é dividido em 60 fusos, onde cada um se estende por 6° de longitude. Estes são numerados de 1 a 60 começando no fuso 180°.

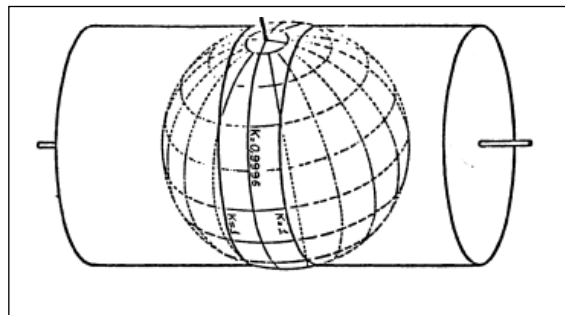


Figura 3.3: Cilindro Secante. Fonte: IBGE (2006).

A quadrícula UTM está associada ao sistema de coordenadas plano-retangulares, tal que um eixo coincide com a projeção do Meridiano Central do fuso (eixo *N* apontando para norte) e o outro eixo (*E*), com a projeção do Equador (apontando para o leste). Assim cada ponto do elipsóide de referência, cujas coordenadas são a latitude e a longitude, estará biunivocamente associado às coordenadas UTM *E* e *N*.

Avaliando-se a deformação de escala em um fuso UTM, pode-se verificar que atribuindo-se um fator de escala $k = 0,9996$ ao meridiano central do sistema UTM é possível

assegurar um padrão mais favorável de deformação em escala ao longo do fuso.

A cada fuso associamos um sistema cartesiano métrico de referência, atribuindo à origem do sistema as coordenadas 500.000 m, para contagem de coordenadas ao longo do Equador, e 10.000.000 m ou 0 m, para contagem de coordenadas ao longo do meridiano central, para os hemisférios sul e norte respectivamente. O sistema UTM é usado entre as latitudes 84° N e 80° S onde cada fuso deve ser prolongado até 30' sobre os fusos adjacentes, surgindo assim uma área de superposição de 1° de largura, (IBGE, 2006).

3.3 TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT NO SISTEMA CARTESIANO 3D

Também chamada de transformação de similaridade, isogonal ou conforme, na transformação de Helmert o modelo matemático contém sete parâmetros e expressa a relação entre dois referenciais por meio de três translações (T_x, T_y, T_z), três rotações ($d\epsilon_x, d\epsilon_y, d\epsilon_z$) e um fator de escala (fs). Essa transformação se caracteriza por preservar a forma das Figuras, mantendo a ortogonalidade nas coordenadas transformadas, (MIKHAL, 1976). Com isso, a forma de uma rede é invariante nessa transformação, por admitir apenas um fator de escala.

A Figura 3.4 mostra a geometria da transformação 3D de Helmert.

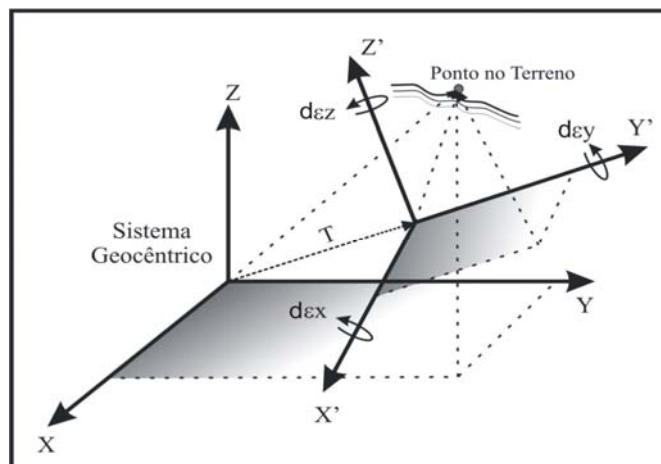


Figura 3.4: Transformação 3D de Helmert. Fonte: adaptado de VERONEZ (1998).

A transformação entre os dois sistemas pode ser feita pela equação dada por (HOFMANN –WELLENHOF, 1992):

$$\mathbf{X} = \mathbf{T} + fs\mathbf{R}\mathbf{X}' \quad (3.16)$$

Onde:

\mathbf{X} : vetor de posição de um ponto no referencial cartesiano (X, Y, Z);

\mathbf{X}' : vetor de posição do mesmo ponto com referencial cartesiano (X', Y', Z').

As componentes do vetor translação (T), que relacionam as origens entre os sistemas envolvidos, são dadas pela matriz:

$$T = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

As três translações são justificadas pela não coincidência da origem dos dois referenciais. As rotações são descritas pelas expressões:

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varepsilon_x) & \sin(\varepsilon_x) \\ 0 & -\sin(\varepsilon_x) & \cos(\varepsilon_x) \end{bmatrix}, R_y = \begin{bmatrix} \cos(\varepsilon_y) & 0 & -\sin(\varepsilon_y) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\varepsilon_y) & 0 & \cos(\varepsilon_y) \end{bmatrix},$$

$$R_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varepsilon_z) & \sin(\varepsilon_z) \\ 0 & -\sin(\varepsilon_z) & \cos(\varepsilon_z) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

O produto das rotações $[\varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z]$ nos três eixos determina a matriz de rotação que, para pequenas dimensões nos ângulos de rotação, pode ser modelada da seguinte maneira:

$$R(x, y, z) = R = \begin{bmatrix} 1 & d\varepsilon_z & -d\varepsilon_y \\ -d\varepsilon_z & 1 & -d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y & d\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Observa-se que os elementos $d\varepsilon_x$, $d\varepsilon_y$ e $d\varepsilon_z$ representam as rotações diferenciais em torno dos eixos x , y , z do sistema $X'Y'Z'$ em relação ao sistema XYZ e são dados em radianos. Como geralmente o fator de escala assume valores em torno de um, com o objetivo de linearizar o modelo (3.31), podemos representá-lo na forma:

$$fs = 1 + dfs \quad (3.20)$$

Onde dfs é a representação da diferença de escala que, como pode ser observado pela equação (3.20), faz o fator de escala tender a 1 e o diferencial de escala dfs tender a zero.

Substituindo a equação (3.20) na (3.16) tem-se que:

$$X = T + (1 + fs)RX' \quad (3.21)$$

ou pode ser escrita na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + (1 + dfs) \begin{bmatrix} 1 & d\varepsilon_z & -d\varepsilon_y \\ -d\varepsilon_z & 1 & -d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y & d\varepsilon_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

A equação (3.22) representa o modelo geral da transformação de similaridade no sistema cartesiano tridimensional. A transformação de Helmert 3D tem papel fundamental tanto no emprego das informações GPS para integração das redes geodésicas clássicas aos referenciais modernos, bem como em aplicações na fotogrametria, na engenharia e na indústria.

Multiplicando $(1+dfs)$ pela matriz de rotação R e o vetor x , teremos a seguinte relação linear:

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \\ T_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -z_i & y_i \\ z_i & 0 & -x_i \\ -y_i & x_i & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y \\ d\varepsilon_z \end{bmatrix} + dfs \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Isolando o vetor de coordenadas $[x_i \ y_i \ z_i]^T$ que aparece nos três termos do 2º membro, e arrumando novamente os parâmetros de transformação em um único vetor, teremos as matrizes A e p .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -z_1 & y_1 & x_1 \\ 0 & 1 & 0 & z_1 & 0 & -x_1 & y_1 \\ 0 & 0 & 1 & -y_1 & x_1 & 0 & z_1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -z_2 & -x_2 & x_2 \\ 0 & 1 & 0 & z_2 & 0 & y_2 & y_2 \\ 0 & 0 & 1 & -y_2 & x_2 & 0 & z_2 \\ M & M & M & M & M & M & M \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -z_i & y_i & x_i \\ 0 & 1 & 0 & z_i & 0 & -x_i & y_i \\ 0 & 0 & 1 & -y_i & x_i & 0 & z_i \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

$$p = [d\varepsilon_x \ d\varepsilon_y \ d\varepsilon_z \ T_x \ T_y \ T_z \ dfs]^T \quad (3.25)$$

Com isso, obteremos a seguinte forma linear adequada ao ajustamento da transformação de Helmert:

$$X_i = Ap + x_i \quad (3.26)$$

A representa a matriz de configuração (matriz dos coeficientes ou matriz design) e p representa o vetor dos parâmetros. Com a equação (3.26) os 7 parâmetros podem ser estimados, compondo assim os parâmetros de transformação global ou local. No presente trabalho, para simulação das coordenadas GPS as coordenadas retiradas da carta, referenciadas ao SAD-69, foram inicialmente transformadas com os três parâmetros de translação oficiais estabelecidos pelo IBGE em coordenadas cartesianas, e posteriormente converteu-se essas coordenadas em elipsoidais utilizando os parâmetros do elipsóide de referência 1980 que compõe o WGS-84.

3.4 TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT NO SISTEMA CARTESIANO 2D

Com o emprego crescente do posicionamento por satélite GPS híbrido com os levantamentos topográficos na engenharia em geral e no cadastro imobiliário, a transformação de similaridade bidimensional 2D tem sido muito empregada hoje em dia.

No caso bidimensional da transformação de similaridade, o modelo matemático contém quatro parâmetros, sendo duas translações (T_x , T_y), uma rotação ε e um fator de escala fs . A transformação entre os dois sistemas pode ser feita pelas seguintes equações (WOLF, 1997):

$$X = fs \cos(\varepsilon)x - fs \sin(\varepsilon)y + T_x \quad (3.27)$$

$$Y = fs \sin(\varepsilon)x + fs \cos(\varepsilon)y + T_y \quad (3.28)$$

onde:

(X,Y): coordenadas de um ponto no sistema XY;

(x,y): coordenadas do mesmo ponto no sistema xy;

A Figura 3.5 mostra a geometria da transformação 2D de Helmert.

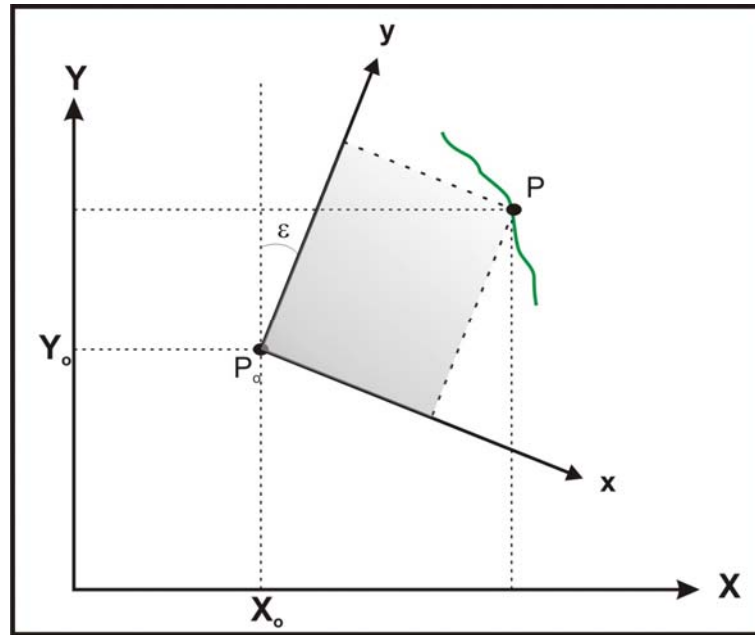


Figura 3.5: Transformação de Helmert 2D.
Fonte: adaptado de KAHMEN e WOLFGANG (1998).

Matricialmente as equações (3.27) e (3.28) podem ser relacionadas por:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\varepsilon) & -\sin(\varepsilon) \\ \sin(\varepsilon) & \cos(\varepsilon) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Nas componentes do vetor translação entre os sistemas envolvidos mudou-se a nomenclatura, fazendo $X_0 = T_x$ e $Y_0 = T_y$, logo:

$$T = \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Com a equação (3.29) os 4 parâmetros podem ser estimados, compondo assim os parâmetros de transformação global ou local. No presente trabalho, para simulação das coordenadas GPS, as coordenadas retiradas da carta, referenciadas ao SAD-69, foram inicialmente transformadas com os três parâmetros de translação, oficiais estabelecidos pelo IBGE em coordenadas cartesianas e posteriormente converteu-se essas coordenadas para elipsoidais, utilizando-se os parâmetros do elipsóide de referência 1980 que compõe o WGS-84.

Fazendo o mesmo processo para as coordenadas (X, Y) e (x, y) tem-se:

$$X' = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

$$x = \begin{bmatrix} X_p \\ Y_p \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

De uma forma geral a equação (3.29) pode ser reescrita como:

$$X' = fsRX + T \quad (3.33)$$

Em que R é a matriz dada por:

$$R = \begin{bmatrix} \cos(\varepsilon) & -\sin(\varepsilon) \\ \sin(\varepsilon) & \cos(\varepsilon) \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

As equações (3.27) e (3.28) podem ser simplificadas, fazendo (MIKHAIL, 1976):

$$a = fs \cos(\varepsilon) \quad (3.35)$$

$$b = fs \sin(\varepsilon) \quad (3.36)$$

Onde (3.27) e (3.28) assumem a seguinte forma:

$$X = ax - by + T_x \quad (3.37)$$

$$Y = ay - bx + T_y \quad (3.38)$$

Para estimar o ângulo de rotação e o fator de escala recorre-se aos parâmetros a e b através das equações:

$$\varepsilon = \text{tg}^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) \quad (3.39)$$

$$fs = \left(\frac{a}{\cos(\varepsilon)}\right) \quad (3.40)$$

Na transformação de Helmert, quando as origens de um ou dos dois sistemas estão

muito afastadas dos pontos homólogos, como é o caso por exemplo, em que se tem pontos com coordenadas UTM (N, E) em um sistema e os pontos homólogos com coordenadas planas cartesianas (X, Y) no outro sistema, deve-se determinar a translação em relação ao centro de gravidade dos pontos, conseguindo-se com isso uma melhor estabilidade numérica das equações.

As coordenadas do centro de gravidade são obtidas com as equações, (KAHMEN, 1988):

$$X_s = \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} \quad (3.41)$$

$$Y_s = \sum_{i=1}^n \frac{Y_i}{n} \quad (3.42)$$

$$x_s = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \quad (3.43)$$

$$y_s = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n} \quad (3.44)$$

Neste caso tem-se que determinar médias das diferenças entre a coordenada de cada ponto em relação à coordenada do centro de gravidade, logo:

$$\Delta = X_i - X_s \quad (3.45)$$

$$\Delta = Y_i - Y_s \quad (3.46)$$

$$\Delta = x_i - x_s \quad (3.47)$$

$$\Delta = y_i - y_s \quad (3.48)$$

Para verificar se o deslocamento das coordenadas ao centro de gravidade está correto faz-se o somatório de todos os resultados das equações (3.45) a (3.48), como resultado para cada caso o valor encontrado deve ser igual a zero, portanto:

$$\sum \Delta X_i = \sum \Delta Y_i = \sum \Delta x_i = \sum \Delta y_i = 0 \quad (3.49)$$

A partir das equações (3.50) a (3.54) estima-se os parâmetros a e b através das seguintes equações:

$$I = \sum_{i=1}^n (\Delta X_i \Delta x_i) \quad (3.50)$$

$$II = \sum_{i=1}^n (\Delta Y_i \Delta y_i) \quad (3.51)$$

$$III = \sum_{i=1}^n (\Delta Y_i \Delta x_i) \quad (3.52)$$

$$IV = \sum_{i=1}^n (\Delta X_i \Delta y_i) \quad (3.53)$$

$$V = \sum_{i=1}^n (\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2) \quad (3.54)$$

Os parâmetros a e b são calculados por:

$$a = \frac{(I + II)}{V} \quad (3.55)$$

$$b = \frac{(III + IV)}{V} \quad (3.56)$$

Conseqüentemente, a partir de (3.37) e (3.38) é possível determinar as translações T_x e T_y através das seguintes equações:

$$T_x = X_s - (ax_s) + (by_s) \quad (3.57)$$

$$T_y = Y_s - (bx_s) - (ay_s) \quad (3.58)$$

Da mesma forma a rotação e o fator de escala são determinados, ou seja, através de a e b por:

$$fs = \sqrt{(a^2 + b^2)} \quad (3.59)$$

$$\varepsilon = \text{tg}^{-1} \left(\frac{b}{a} \right) \quad (3.60)$$

Nota-se que a equação (3.60) é igual a (3.39). O cálculo das coordenadas transformadas X e Y é feito através das seguintes equações:

$$X_t = T_x + (ax) - (by) \quad (3.61)$$

$$Y_t = T_y + (bx) + (ay) \quad (3.62)$$

Os valores das coordenadas obtidas por (3.61) e (3.62) correspondem as componentes do vetor da equação (3.29). De acordo com KAHMEN e FAIG (1988), estimando-se os resíduos nos pontos idênticos é possível detectar tensões existentes nas redes pela seguinte expressão:

$$v_x = (X_s + a\Delta x_i + b\Delta y_i) - X_t \quad (3.63)$$

$$v_y = (Y_s + b\Delta x_i + a\Delta y_i) - Y_t \quad (3.64)$$

Na transformação de Helmert, quando o número de pontos homólogos com coordenadas conhecidas é maior que dois ($p > 2$), os quatro parâmetros de transformação devem ser estimados através de um ajustamento pelo método dos mínimos quadrados, que será visto no capítulo 4.

3.5 TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT NO SISTEMA ELIPSOIDAL 3D

No presente trabalho a transformação de Helmert foi também aplicada aos sistemas de coordenadas elipsoidais. De forma que neste item será mostrado o desenvolvimento do processo de transformação utilizando-se este tipo de coordenadas e nas relações com as coordenadas cartesianas.

A partir da equação (3.9) descreveremos as variações diferenciais das coordenadas elipsoidais sobre as coordenadas cartesianas, e considerando que os dois conjuntos de coordenadas se relacionam sobre o mesmo elipsóide de referência, não serão incluídas diferenciações em relação aos parâmetros a e f do elipsóide.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N+h)\cos(\phi)\cos(\lambda) \\ (N+h)\cos(\phi)\sin(\lambda) \\ (N(1-e^2)+h)\sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

$$dx = \frac{\partial x(\phi, \lambda, h)}{\partial \phi} d\phi + \frac{\partial x(\phi, \lambda, h)}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial x(\phi, \lambda, h)}{\partial h} dh \quad (3.66)$$

$$dy = \frac{\partial y(\phi, \lambda, h)}{\partial \phi} d\phi + \frac{\partial y(\phi, \lambda, h)}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial y(\phi, \lambda, h)}{\partial h} dh \quad (3.67)$$

$$dz = \frac{\partial z(\phi, \lambda, h)}{\partial \phi} d\phi + \frac{\partial z(\phi, \lambda, h)}{\partial \lambda} d\lambda + \frac{\partial z(\phi, \lambda, h)}{\partial h} dh \quad (3.68)$$

Desenvolvendo as equações (3.66), (3.67) e (3.68), obtém-se:

$$dx = -(M + h)\sin(\phi)\cos(\lambda)d\phi - (N + h)\cos(\phi)\sin(\lambda)d\lambda + \cos(\phi)\cos(\lambda)dh \quad (3.69)$$

$$dy = -(M + h)\sin(\phi)\sin(\lambda)d\phi + (N + h)\cos(\phi)\cos(\lambda)d\lambda + \cos(\phi)\sin(\lambda)dh \quad (3.70)$$

$$dz = (M + h)\cos(\phi)d\phi + \sin(\phi)dh \quad (3.71)$$

Reorganizando as equações acima, na forma matricial, resulta em:

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\phi)\cos(\lambda) & -\sin(\lambda) & \cos(\phi)\cos(\lambda) \\ -\sin(\phi)\sin(\lambda) & \cos(\lambda) & \cos(\phi)\sin(\lambda) \\ \cos(\phi) & 0 & \sin(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (M + h)d\phi \\ (N + h)\cos(\phi)d\lambda \\ dh \end{bmatrix} \quad (3.72)$$

Em que a relação entre os dois tipos de coordenadas é representada pela matriz de rotação ortogonal, que indicaremos por B :

$$B = \begin{bmatrix} -\sin(\phi)\cos(\lambda) & -\sin(\phi) & \sin(\phi)\cos(\lambda) \\ -\sin(\phi)\sin(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 \\ \cos(\phi)\cos(\lambda) & \cos(\phi)\sin(\lambda) & \sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (3.73)$$

Na equação (3.26), verificamos que se diferenciando as coordenadas cartesianas (X_i , Y_i , Z_i) em relação aos parâmetros ($d\varepsilon_x$, $d\varepsilon_y$, $d\varepsilon_z$) temos a matriz dos coeficientes A (também conhecida como matriz de configuração ou matriz design), ou seja:

$$\frac{dX_i}{dX} = A \quad (3.74)$$

ou

$$dX_i = AdX \quad (3.75)$$

No caso da transformação de Helmert em coordenadas elipsoidais designaremos a matriz dos coeficientes por G :

$$G = \begin{bmatrix} 0 & -z & -y & 1 & 0 & 0 & x \\ z & 0 & -x & 0 & 1 & 0 & y \\ -y & x & 0 & 0 & 0 & 1 & z \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

E o vetor dos parâmetros de transformação p :

$$p = [d\varepsilon_x \quad d\varepsilon_y \quad d\varepsilon_z \quad T_x \quad T_y \quad T_z \quad dfs]^T \quad (3.77)$$

Mas o que queremos aqui são as variações nas coordenadas elipsoidais (ϕ , λ , h) em relação aos parâmetros, o que se pode obter através da relação:

$$\frac{d\phi}{dp} = \frac{d\phi}{dX_i} \frac{dX_i}{dp} \quad (3.78)$$

A expressão $d\phi/dX_i$ da equação acima é obtida invertendo-se a posição dos membros na equação (3.72)

$$\begin{bmatrix} (M+h)d\phi \\ (N+h)\cos(\phi)d\lambda \\ dh \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\phi)\cos(\lambda) & -\sin(\phi) & \sin(\phi)\cos(\lambda) \\ -\sin(\phi)\sin(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 \\ \cos(\phi)\cos(\lambda) & \cos(\phi)\sin(\lambda) & \sin(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

Isolando-se as diferenciais das coordenadas elipsoidais no 1º membro da equação (3.79), temos:

$$\begin{bmatrix} (M+h) & 0 & 0 \\ 0 & (N+h)\cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\phi \\ d\lambda \\ dh \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\phi)\cos(\lambda) & -\sin(\phi) & \sin(\phi)\cos(\lambda) \\ -\sin(\phi)\sin(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 \\ \cos(\phi)\cos(\lambda) & \cos(\phi)\sin(\lambda) & \sin(\phi) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

Onde a 1ª matriz do 1º membro será indicada por D , e sua inversa permite fazer a conversão de unidades métricas em unidades de arco:

$$D = \begin{bmatrix} (M+h) & 0 & 0 \\ 0 & (N+h)\cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

Passando a matriz D para o 2º membro da equação (3.80), temos:

$$\begin{bmatrix} d\phi \\ d\lambda \\ dh \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (M+h) & 0 & 0 \\ 0 & (N+h)\cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\sin\phi\cos\lambda & -\sin\phi & \sin\phi\cos\lambda \\ -\sin\phi\sin\lambda & \cos\lambda & 0 \\ \cos\phi\cos\lambda & \cos\phi\sin\lambda & \sin\phi \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

Reescrevendo a equação numa forma mais simplificada:

$$\frac{d\phi}{dp} = D^{-1}B^T G \quad (3.83)$$

Ou

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \lambda \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi' \\ \lambda' \\ h' \end{bmatrix} - D^{-1}B^T G \begin{bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y \\ d\varepsilon_z \\ T_x \\ T_y \\ T_z \\ fs \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

O M da equação (3.72) é o raio de curvatura meridiana, que como o próprio nome indica, é o raio de um arco de meridiano. Sua equação é dada por:

$$M = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2\sin^2(\phi))^{3/2}} \quad (3.85)$$

O N é a grande normal, cuja representação geométrica foi mostrada na seção 3.2.3.

4 ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DE TRANSFORMAÇÃO

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão discutidos os modelos funcionais para a estimação dos parâmetros de transformação através de um ajustamento pelo método dos mínimos quadrados (MMQ), que foram utilizados tanto na transformação de Helmert como no método de colocação.

Na transformação de Helmert, o modelo funcional de ajustamento que estabelece as relações entre as coordenadas dos pontos homólogos (pontos idênticos), definidas nos dois sistemas, é o paramétrico, em que apenas um sistema de coordenadas é tomado como estocástico. Para o método de colocação, o modelo funcional adequado é o chamado modelo combinado (ou modelo geral) de ajustamento.

Em ambos modelos, para o aumento da precisão e da confiabilidade dos parâmetros estimados, deve-se usar mais coordenadas que o mínimo necessário para se estimar os sete parâmetros de transformação.

Por causa dos erros aleatórios e sistemáticos oriundos da determinação das coordenadas dos pontos da rede, o sistema de equações apresenta inconsistências que aparecerão como resíduos entre as coordenadas de origem e as coordenadas transformadas com os parâmetros estimados, os quais serão minimizados pelo MMQ.

Com o objetivo de apresentar resultados do procedimento mais comumente utilizado na estimação dos parâmetros de transformação, a presente pesquisa foi desenvolvida usando-se os modelos matemáticos de transformação de sistemas pelo método de Helmert e pelo método de colocação, também com coordenadas cartesianas.

Foi introduzido neste capítulo um item referente à estimação dos parâmetros em uma transformação de similaridade bidimensional (transformação de Helmert 2D), a qual tem muitas aplicações na engenharia e no cadastro imobiliário, onde coordenadas UTM da carta são relacionadas a coordenadas cartesianas topográficas ou mesmo coordenadas determinadas por GPS (e convertidas posteriormente para UTM).

4.2 MÉTODO PARAMÉTRICO NA TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT (COORDENADAS CARTESIANAS)

As observações e parâmetros são relacionados por uma função matemática explícita F da seguinte maneira:

$$L_a = F(p_a) \quad (4.1)$$

Onde:

L_a : vetor dos valores observados ajustados;

p_a : vetor dos parâmetros ajustados.

Tem-se que:

$$L_a = L_b + V \quad (4.2)$$

$$p_a = p_o + p \quad (4.3)$$

Sendo:

p_o : vetor dos valores aproximados dos parâmetros ($px1$);

p : vetor das correções ($px1$);

L_b : vetor dos valores observados ($nx1$);

V : vetor dos resíduos ($nx1$).

Para uma melhor compreensão do contexto, os índices a , b , o p indicam:

a : quantidades ajustados;

b : quantidades observadas;

o : quantidades aproximadas.

A função matemática, explicitada na equação (4.1) é o modelo que relaciona as observações e os parâmetros. Através do método dos mínimos quadrados (MMQ) estima-se as incógnitas do processo através da minimização da função $V^T P V$. Para isso é necessário um número superabundante, ou seja, um número redundante de observações.

Substituindo (4.2) e (4.3) em (4.1) tem-se:

$$L_b + V = F(p_o + p) \quad (4.4)$$

A equação (4.4) não é linear, portanto deve ser linearizada e isso é feito pela aplicação do desenvolvimento em série de Taylor, para assim ser possível aplicar o MMQ. Dessa maneira:

$$F(p_o + p) = F(p_o) + \left. \frac{\partial F}{\partial p_a} \right|_{p_a=p_o} p \quad (4.5)$$

A equação (4.5) pode ser reescrita como:

$$L_b + V = L_o + Ap \Rightarrow V = Ap + L_o - L_b = Ap - (L_b - L_o) \quad (4.6)$$

Com:

$$L_o = F(p_o) \quad (4.7)$$

e

$$A = \left. \frac{\partial F}{\partial p_a} \right|_{(p_o)} \quad (4.8)$$

Onde:

L_o : designa a função dos parâmetros aproximados;

A: matriz dos coeficientes (*design*).

Rescrevendo a (4.6) como:

$$V = Ap + L \quad (4.9)$$

Que é o modelo linearizado para o método paramétrico, em que:

$$L = L_b - L_o \quad (4.10)$$

Matricialmente o modelo (4.9) fica assim:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ M \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial p_{a1}} & \frac{\partial f_1}{\partial p_{a2}} & \Lambda & \frac{\partial f_1}{\partial p_{ap}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial p_{a1}} & \frac{\partial f_2}{\partial p_{a2}} & \Lambda & \frac{\partial f_2}{\partial p_{ap}} \\ M & M & O & M \\ \frac{\partial f_n}{\partial p_{a1}} & \frac{\partial f_n}{\partial p_{a2}} & \Lambda & \frac{\partial f_n}{\partial p_{ap}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ M \\ p_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ M \\ l_n \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Destacando-se que $a_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial x_{aj}}$, com $i = 1, 2, \dots, n$ e $j = 1, 2, \dots, p$.

A equação (4.9) é solucionada minimizando-se a forma quadrática fundamental, obtendo-se:

$$\phi = V^T P V = (Ap + L)^T P (Ap + L) = \text{mínimo}. \quad (4.12)$$

P é a matriz dos pesos dada por:

$$P = Q^{-1} = \sigma_o^{-2} \Sigma_{Lb}^{-1} \quad (4.13)$$

Onde:

Q: matriz dos cofatores;

σ_o^2 : variância a priori;

Σ_{Lb} : MVC das observações.

De acordo com GEMAEL (1994), a variância da unidade de peso σ_o^2 costuma ser arbitrada pelo calculista. Desenvolvendo a equação (4.12):

$$\phi = (p^T A^T P A p) + (p^T A^T P L) + (L^T P A p) + (L^T P L) = \text{mínimo}. \quad (4.14)$$

Simplificando a (4.14), tem-se:

$$\phi = (p^T A^T P A p) + 2(p^T A^T P L) + (L^T P L) = \text{mínimo}. \quad (4.15)$$

Anulando-se a primeira derivada parcial aplicada à equação (4.15) em relação a X, obtém-se a solução para os parâmetros, de forma que:

$$\frac{\partial \phi}{\partial X} = 2(A^T P A p) + 2(A^T P L) = 0 \quad (4.16)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial X} = (A^T P A p) + (A^T P L) = 0 \quad (4.17)$$

$$p = -(A^T P A)^{-1} (A^T P L) \quad (4.18)$$

Substituindo o primeiro e segundo termos da equação (4.18) por N e U, temos:

$$N = A^T P A \quad (4.19)$$

$$U = A^T P L \quad (4.20)$$

Substituindo-se (4.19), (4.20) em (4.18), temos:

$$p = -N^{-1}U \quad (4.21)$$

Aplicando (4.21) em (4.3) e com os valores de p_o , calculam-se os parâmetros ajustados. Da mesma forma são obtidos os resíduos por (4.9) e, conseqüentemente as observações ajustadas pela equação (4.2). Cabe ressaltar que no presente estudo a matriz dos pesos foi tomada como unitária, portanto nas equações esse termo pode ser negligenciado.

4.2.1 CASO 2D

Aplicando-se o método paramétrico na determinação dos parâmetros de transformação de similaridade bidimensional na equação (3.29), em que:

$$p = [a \quad b \quad T_x \quad T_y]^T \quad (4.22)$$

Os termos do vetor (4.22) já mostrados na seção 3.4, as translações em T_x e T_y são obtidas por (3.57) e (3.58), a rotação e o fator de escala pelas equações (3.60) e (3.59) respectivamente.

Para que o modelo matemático do presente trabalho fique na forma (4.1), manipula-se as equações (3.61) e (3.62). Assim teremos:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

A determinação de todas as grandezas envolvidas pode ser visto no capítulo 3. A matriz A das derivadas parciais (4.8) é obtida derivando-se (4.23) com relação aos parâmetros. Como pode ser visto, cada ponto possui coordenadas x e y conhecidas, assim gerando as sub-matrizes A_s e sub-vetores L_s , dados por:

$$A_s = \begin{bmatrix} x & -y & 1 & 0 \\ y & x & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$L_s = \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

O conjunto das sub-matrizes A_s e dos sub-vetores L_s , tomados em um único conjunto, para cada caso, ficará assim:

$${}_{2n}A_4 = \begin{bmatrix} A_{s1} \\ A_{s2} \\ M \\ A_{sn} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$${}_{2n}L_1 = \begin{bmatrix} L_{s1} \\ L_{s2} \\ M \\ L_{sn} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Resultando em:

$${}_{3n}A_4 = \begin{bmatrix} x_1 & -y_1 & 1 & 0 \\ y_1 & x_1 & 0 & 1 \\ x_2 & -y_2 & 1 & 0 \\ y_2 & x_2 & 0 & 1 \\ M & M & M & M \\ x_n & -y_n & 1 & 0 \\ y_n & x_n & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$${}_{3n}L_1 = [X_1 \ Y_1 \ X_2 \ Y_2 \ M \ X_n \ Y_n]^T \quad (4.29)$$

No presente estudo espera-se que as translações e rotação sejam pequenas, assim como fator de escala, portanto o vetor dos parâmetros aproximados será nulo, ou seja:

$$p_o = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (4.30)$$

As componentes do vetor p convertem os parâmetros aproximados em ajustados pela seguinte equação:

$$p_a = p_o + p \quad (4.31)$$

Que é o modelo mostrado em (4.3). Após o ajustamento é possível a obtenção do desvio-padrão da unidade de peso a posteriori em função da matriz dos pesos e do vetor dos resíduos, por:

$$\hat{\sigma}_o = \sqrt{\frac{V^T P V}{S}} \quad (4.32)$$

Onde:

S: redundância (nº de graus de liberdade), dada por $(2n - 4)$.

A matriz variância-covariância (MVC) dos parâmetros ajustados que nos fornece informações sobre a precisão das quantidades estimadas é obtida pela seguinte expressão:

$$\Sigma_{pa} = \hat{\sigma}_o^2 N^{-1} \quad (4.33)$$

4.2.2 CASO 3D

O modelo matemático da transformação de Helmert para sistemas tridimensionais é o mostrado pela equação (3.16) e esse será o adotado nessa estratégia de ajustamento. Para tornar a equação (3.16) mais adequada ao nosso objetivo, a mesma será reordenada, obtendo-se a seguinte notação:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Tx \\ Ty \\ Tz \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dfs & d\epsilon_z & -d\epsilon_y \\ -d\epsilon_z & dfs & d\epsilon_x \\ d\epsilon_y & -d\epsilon_x & dfs \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Note que as coordenadas (X, Y, Z) e (x, y, z) representam as coordenadas dos pontos homólogos nos dois sistemas, respectivamente. Os parâmetros a serem estimados no caso 3D são três translações (T_x, T_y, T_z) , três rotações $(d\epsilon_x, d\epsilon_y, d\epsilon_z)$ e um fator de escala fs na equação (4.34).

O vetor dos parâmetros p é dado por:

$$p = [Tx \quad Ty \quad Tz \quad d\epsilon_x \quad d\epsilon_y \quad d\epsilon_z \quad dfs]^T \quad (4.35)$$

O vetor L que é composto pelas coordenadas dos pontos do sistema tomado como observado, é dado por:

$${}_{3n}L_1 = [X_1 \quad Y_1 \quad Z_1 \quad X_2 \quad Y_2 \quad Z_2 \quad \Lambda \quad X_n \quad Y_n \quad Z_n]^T \quad (4.36)$$

Com o mesmo procedimento para estimar a matriz dos coeficientes aplicado para se

chegar em (4.28), no caso 3D a matriz dos coeficientes para o caso geral de 7 parâmetros de transformação é definida como:

$${}_{3n}A_7 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -z_1 & y_1 & x_1 \\ 0 & 1 & 0 & z_1 & 0 & -x_1 & y_1 \\ 0 & 0 & 1 & -y_1 & x_1 & 0 & z_1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -z_2 & -x_2 & x_2 \\ 0 & 1 & 0 & z_2 & 0 & y_2 & y_2 \\ 0 & 0 & 1 & -y_2 & x_2 & 0 & z_2 \\ M & M & M & M & M & M & M \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -z_n & y_n & x_n \\ 0 & 1 & 0 & z_n & 0 & -x_n & y_n \\ 0 & 0 & 1 & -y_n & x_n & 0 & z_n \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

A resolução das equações normais é feita da mesma forma que em (4.19) e (4.20), obtendo-se, neste caso, o vetor dos parâmetros:

$${}_7p_1 = -{}_7N_7^{-1} {}_7U_1 \quad (4.38)$$

Onde $N=A^T A$ e $U=A^T L$.

O vetor dos parâmetros ajustados tem a mesma notação aplicada em (4.3). O sigma a posteriori para o caso 3D é estimado pela mesma equação do caso 2D, ou seja a (4.32), porém com a diferença de que a redundância S é determinada por:

$$S = (3n - 7) \quad (4.39)$$

A MVC dos parâmetros ajustados é dada pela seguinte equação:

$$\Sigma_{pa} = \hat{\sigma}_o^2 (A^T A)^{-1} \quad (4.40)$$

4.3 MÉTODO PARAMÉTRICO NA TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT 3D (COORDENADAS ELIPSOIDAIIS)

A estimação dos parâmetros de transformação no modelo funcional de Helmert (3.84), por meio do método paramétrico de ajustamento para o caso de coordenadas

elipsoidais tem desenvolvimento semelhante ao utilizado no item 4.2.2 para coordenadas cartesianas. No entanto, outras matrizes são incluídas, como foi mostrado no item 3.5.

A linearização do modelo funcional de transformação (3.84):

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \lambda \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi' \\ \lambda' \\ h' \end{bmatrix} - D^{-1} B^T G \begin{bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y \\ d\varepsilon_z \\ T_x \\ T_y \\ T_z \\ dfs \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Ou, em notação simplificada:

$$E = E' - D^{-1} B^T G p \quad (4.42)$$

em que p representa o vetor dos parâmetros estimados; D , B e G são as mesmas matrizes definidas pelas equações (3.73), (3.76) e (3.81) respectivamente, tem a seguinte forma:

$$V = L - B^T G p \quad (4.43)$$

Onde L é o vetor das coordenadas do sistema fim, ou seja, do vetor das observações. A matriz dos pesos P é obtida com:

$$P = \sigma_o^2 Q_{LL}^{-1} \quad (4.44)$$

Em que σ_o^2 é a variância a priori da unidade de peso, e Q_{LL} é a matriz dos cofatores.

Com a minimização da função $V^T P V$, formamos as equações normais matriciais do ajustamento, análogas às equações (4.19) e (4.20), cuja resolução nos fornece o vetor dos parâmetros ajustados p :

$$p = (G^T P G)^{-1} G^T B P L \quad (4.45)$$

A matriz variância-covariância (MVC) dos parâmetros ajustados é dada por:

$$\Sigma_{p_a} = \hat{\sigma}_o^2 (G^T P G)^{-1} \quad (4.46)$$

Em que $\hat{\sigma}_o^2$ é determinado através da relação (4.32).

4.4 MÉTODO DE COLOCAÇÃO

4.4.1 INTRODUÇÃO

Segundo MIKHAIL (1976), o método conhecido por Colocação por Mínimos Quadrados combina técnicas bem estabelecidas de ajustamento, interpolação e filtragem. A filtragem se refere à remoção dos ruídos; e a interpolação, à remoção dos sinais em pontos arbitrados onde não se realizou observações.

O modelo matemático da colocação é:

$$L_b = A p_a + s' + n \quad (4.47)$$

Este modelo é uma generalização do modelo do ajustamento pelo método paramétrico (equação 4.9), onde o termo v é substituído pela soma do vetor dos sinais s' nos pontos de observação com o vetor dos ruídos n (erros de observação).

A componente $A p_a$ é a parte sistemática e as componentes s' e n são aleatórias, onde representam a parte não modelada. O sinal é considerado como uma falha no modelo matemático, que não relaciona por completo as observações com os parâmetros. Outro detalhe é que o sinal existe em pontos onde não se realizaram observações, com caráter contínuo, podendo este ser usado para a interpolação (GEMAEL, 1994).

No presente estudo, para melhor diferenciar os procedimentos, chamou-se de predição a determinação das coordenadas nos pontos de observação através da remoção dos sinais s' , calculados com a equação (4.88); e de interpolação a determinação das coordenadas nos pontos de cálculo (pontos arbitrados), por meio da remoção dos sinais s , obtidos com a equação (4.86).

4.4.2 MODELAGEM MATEMÁTICA

A representação geométrica da colocação pode ser vista na Figura 4.1.

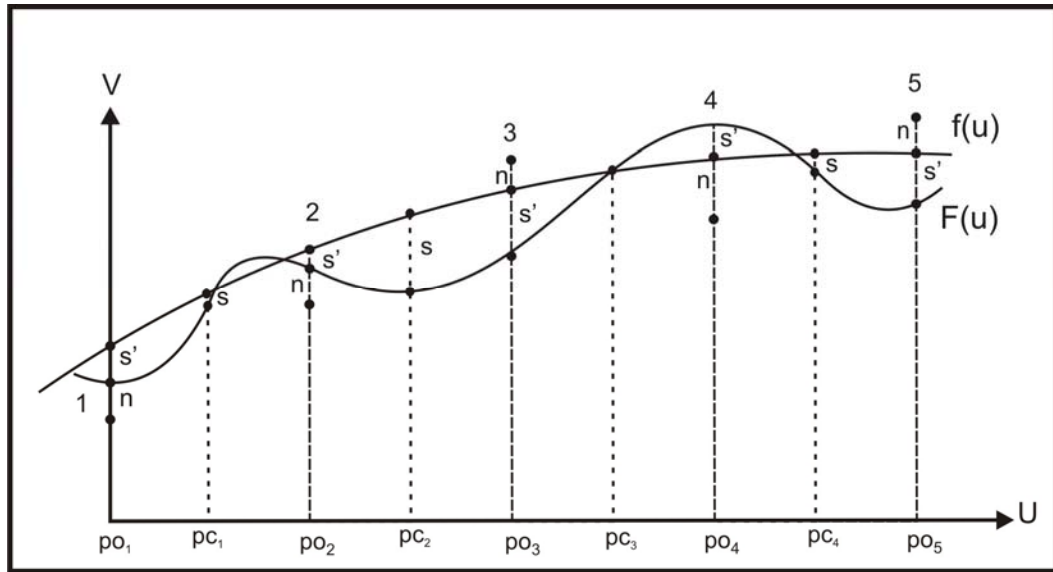


Figura 4.1: Geometria do método de Colocação. Fonte: MORITZ (1972).

A função que será interpolada é formada pela soma da parte sistemática $f(u)$ com a parte aleatória $s(u)$. Como pode ser observado na Figura 4.1, existem erros de observação n os quais uma vez removidos caracteriza a filtragem, logo:

$$L_b - n = F(u) \quad (4.48)$$

Onde (4.48) pode ser reescrita como:

$$L_b - n = f(u) + s(u) \quad (4.49)$$

Caracterizando que os valores interpolados já estão livres de erros nas observações. O problema da interpolação consiste em encontrar o valor de $F(u)$ em um ponto arbitrado, (MORITZ, 1972). Todos os sinais e ruídos podem ser expressos em termos de funções covariância, então:

$$\text{Cov}(s', s') = C(d_{ij}) \quad (4.50)$$

Em que:

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} \quad (4.51)$$

Onde d_{ij} é a distância entre P_i e P_j no espaço. Então a covariância de s' é estimada

em relação à distância entre os pontos. Da mesma forma são determinadas as covariâncias do sinal s ($Cov(s,s)$), do ruído n ($Cov(n,n)$) e a covariância cruzada ($Cov(s',s)$) entre o sinal s' nos pontos de observação e os sinais s nos pontos de cálculo, (MORITZ, 1972).

$$Cov(s,s) = C(dc_{ij}) \quad (4.52)$$

$$Cov(n,n) = C(d_{ij}) \quad (4.53)$$

$$Cov(s',s) = C(d'_{ij}) \quad (4.54)$$

Onde dc_{ij} é a distância calculada com as coordenadas dos pontos de cálculo e d'_{ij} a distância calculada entre m pontos observados e um ponto de cálculo, como pode ser visto na seguinte equação

$$d'_{ij} = \sqrt{(x_{oi} - x_{cj})^2 + (y_{oi} - y_{cj})^2 + (z_{oi} - z_{cj})^2} \quad (4.55)$$

A matriz variância-covariância das observações é determinada por:

$$C_{LbLb} = C_{s's'} + C_{nn} \quad (4.56)$$

A variância do ruído n tem o mesmo valor para todos os pontos, logo sua matriz variância-covariância (MVC) é determinada por:

$$C_{nn} = \sigma_n^2 \quad I \quad (4.57)$$

Em que I é a matriz identidade e σ_n^2 é a variância do ruído n . O vetor dos sinais s nos pontos de cálculo fica da seguinte maneira:

$$s = [sx_1 \quad sy_1 \quad sz_1 \quad sx_2 \quad sy_2 \quad sz_2 \quad \Lambda \quad sx_c \quad sy_c \quad sz_c]^T \quad (4.58)$$

Para os pontos de observação, os vetores dos sinais s' e dos ruídos n ficam da seguinte forma:

$$s' = [s'x_1 \quad s'y_1 \quad s'z_1 \quad s'x_2 \quad s'y_2 \quad s'z_2 \quad \Lambda \quad s'x_o \quad s'y_o \quad s'z_o]^T \quad (4.59)$$

$$n = [nx_1 \quad ny_1 \quad nz_1 \quad nx_2 \quad ny_2 \quad nz_2 \quad \Lambda \quad nx_o \quad ny_o \quad nz_o]^T \quad (4.60)$$

Fazendo a integração do sinal s' com o ruído obtém-se o vetor z , logo:

$$z = \begin{bmatrix} s'x_1 \\ s'y_1 \\ s'z_1 \\ M \\ s'x_{po} \\ s'y_{po} \\ s'z_{po} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} nx_1 \\ ny_1 \\ nz_1 \\ M \\ nx_{po} \\ ny_{po} \\ nz_{po} \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

Com isso pode-se reescrever (4.6) como:

$$L_b = Ap_a + z \quad (4.62)$$

Para introduzir o vetor dos sinais s nos pontos de cálculo, faz-se a junção dos vetores z e dos sinais s num vetor v , dessa forma o vetor v é estimado assim:

$$v = \begin{bmatrix} s \\ z \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

Portanto, para introduzir o vetor v na equação (4.62), deve-se usar um artifício que não comprometa o modelo matemático, isso é conseguido através da inclusão da matriz B , que combina uma matriz nula e uma matriz identidade, dada por:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ M & M & M & O & M & M & M & M & O & M \\ 0 & 0 & 0 & \Lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & \Lambda & 1 \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

Assim, a equação (4.62) fica determinada por:

$$L_b = Ap_a + Bv \quad (4.65)$$

O termo Ap_a da equação (4.65) pode ser substituído por $L_o + Ap$, então (4.65) resultará em:

$$L_b = L_o + Ap + Bv \quad (4.66)$$

Manipulando (4.66), tem-se:

$$Ap + Bv + L_o - L_b = 0 \quad (4.67)$$

Fazendo:

$$w = L_o - L_b \quad (4.68)$$

Então (4.67) será reescrita como:

$$Ap + Bv + w = 0 \quad (4.69)$$

Nota-se que o modelo da equação (4.69) é o usado no método combinado, que é resolvido pelo método de Lagrange (GEMAEL, 1994). Para se obter v , K e X a partir de P , A , B e w , aplica-se a seguinte função de variação:

$$\phi(v, K, p) = v^T P v - 2K^T (Ap + Bv + w) \quad (4.70)$$

Onde a matriz peso é dada por:

$$P = \sigma_o^{-2} C_{vv}^{-1} \quad (4.71)$$

C_{vv} é a MVC do vetor v definido em (4.63) por:

$$C_{vv} = \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{ss'} \\ C_{s's} & C_{lb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{sz} \\ C_{zs} & C_{zz} \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

A matriz dos pesos pode ser obtida por:

$$P = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{ss'} \\ C_{s's} & C_{Lb} \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.73)$$

Para se obter v , K e p a partir de P , A , B e w , aplica-se a seguinte função de variação:

$$\phi(v, K, p) = v^T P v - 2K^T (Ap + Bv + w) \quad (4.74)$$

Sendo K o vetor dos multiplicadores de Lagrange.

Aplicando-se as derivadas parciais para a solução das equações normais, temos:

$$\frac{\partial \phi}{\partial v} = 2Pv - 2B^T K \therefore Pv - B^T K = 0 \quad (4.75)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial K} = -2(Ap + Bv + w) \therefore Ap + Bv + w = 0 \quad (4.76)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial X} = -A^T K \therefore A^T K = 0 \quad (4.77)$$

Colocando a equação (4.75) em termos de K e aplicando-a em (4.76) tem-se:

$$Ap + BP^{-1}B^T K + w = 0 \quad (4.78)$$

Reordenando (4.78) em termos de p e aplicando-a em (4.77) resultará em:

$$-A^T (BP^{-1}B^T)^{-1} (Ap + w) = 0 \quad (4.79)$$

O termo $B.P^{-1}.B^T$ pode ser simplificado por:

$$BP^{-1}B^T = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{ss'} \\ C_{s's} & C_{Lb} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} = C_{Lb} \quad (4.80)$$

Aplicando esse resultado em (4.78):

$$p = -[A^T (C_{Lb})^{-1} A]^{-1} [A^T (C_{Lb})^{-1} w] \quad (4.81)$$

Substituindo (4.80) em (4.78) é possível calcular K pela seguinte expressão:

$$K = -(C_{Lb})^{-1}(Ap + w) \quad (4.82)$$

O vetor v é extraído de (4.72), então:

$$v = P^{-1}B^TK \quad (4.83)$$

A partir do conhecimento de p determina-se K e v e também p_a pela equação (4.31). Neste caso também será aplicado p_0 como nulo. Necessita-se encontrar um termo equivalente a $P^{-1}B^T$ através de (4.64) e (4.73), que substituindo em (4.80) fica:

$$P^{-1}B^T = \begin{bmatrix} C_{ss} & C_{ss'} \\ \Sigma_{s's} & C_{Lb} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} I \\ O \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{ss'} \\ C_{Lb} \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

Substituindo (4.84) em (4.83) obtém-se o sinal s nos pontos de cálculo (pc) e o vetor z , por:

$$v = \begin{bmatrix} s \\ z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} C_{ss'} \\ C_{Lb} \end{bmatrix} (C_{ss'})^{-1} (Ap + w) \quad (4.85)$$

Logo s e z ficam definidos por:

$$s = -C_{ss'}(C_{Lb})^{-1}(Ap + w) \quad (4.86)$$

$$z = -(Ap + w) \quad (4.87)$$

E a obtenção dos sinais s' e dos ruídos n nos pontos observados é feita através das respectivas equações:

$$s' = -C_{s's'}(C_{Lb})^{-1}(Ap + w) \quad (4.88)$$

$$n = -C_{nn}(C_{Lb})^{-1}(Ap + w) \quad (4.89)$$

A equação geral da transformação aplicada ao caso 3D fica expressa por:

$$\begin{bmatrix} Tx \\ Ty \\ Tz \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dfs & d\epsilon_z & -d\epsilon_y \\ -d\epsilon_z & dfs & -d\epsilon_x \\ d\epsilon_y & d\epsilon_x & dfs \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x - X \\ y - Y \\ z - Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.90)$$

A matriz A neste caso é dada da mesma forma que (4.37). O desvio-padrão a posteriori da unidade de peso a posteriori é calculado por:

$$\hat{\sigma}_o = \sqrt{\frac{v^T P v}{S}} \quad (4.91)$$

O vetor v é estimado por (4.85). Abaixo está a relação das equações aplicadas para a estimação das precisões dos parâmetros ajustados, vetor z , sinais s , sinais s' , ruído n e coordenadas interpoladas, para o método da colocação, (MORITZ, 1972):

$$C_{pa} = (A^T (C_{Lb})^{-1} A)^{-1} \quad (4.92)$$

$$C_z = C_{Lb} + A C_{pa} A^T \quad (4.93)$$

$$C_s = C_{ss} + C_{ss'} (C_{Lb})^{-1} A C_{pa} A^T (C_{Lb})^{-1} C_{s's} - C_{ss'} (C_{Lb})^{-1} C_{s's} \quad (4.94)$$

$$C_{s'} = C_{s's'} + C_{ss''} (C_{Lb})^{-1} A C_{pa} A^T (C_{Lb})^{-1} C_{s's'} - C_{s's'} (C_{Lb})^{-1} C_{s's'} \quad (4.95)$$

$$C_n = C_{nn} + C_{nn} (C_{Lb})^{-1} A C_{pa} A^T (C_{Lb})^{-1} C_{nn} - C_{nn} (C_{Lb})^{-1} C_{nn} \quad (4.96)$$

$$C_i = C_{ss} + (C_{ss'} (C_{Lb})^{-1} A - A_i) C_{pa} (A^T (C_{Lb})^{-1} C_{s's} - A_i^T) - C_{ss'} (C_{Lb})^{-1} C_{s's} \quad (4.97)$$

4.4.3 INTERPOLAÇÃO

Na predição são removidos das observações os sinais s' dos pontos de observação, como pode ser observado na seguinte expressão:

$$X_{ipred} = X_{jo} - A p_a - s' \quad (4.98)$$

Onde:

X_{jo} : vetor das coordenadas dos pontos de observação;

A interpolação é feita através da inserção de pontos arbitrariamente na área de

estudo e estes pontos estão sob efeito do sinal e do ruído, mesmo sem terem sido levantadas em campo, como já foi explicado anteriormente. Mas o sinal, nesse caso é calculado em relação aos pontos arbitrados e utiliza a matriz covariância cruzada de s com L_b (C_{ss}). A equação representativa da interpolação é mostrada a seguir:

$$X_{\text{interp}} = X_{\text{jc}} - A_c p_a - s \quad (4.99)$$

Onde:

X_{jc} : vetor das coordenadas dos pontos de cálculo;

Na interpolação a matriz A_c (montada da mesma forma que a A) é formada com base nos pontos de cálculo. A matriz A usada no processo de estimação dos parâmetros de transformação e na predição é idêntica à apresentada na equação (4.37).

4.5 FUNÇÃO COVARIÂNCIA

A obtenção das MVC's de s , s' e ss' pode ser feita aproximadamente através da função analítica, chamada função covariância de Gauss, ou simplesmente função gaussiana:

$$C(d) = C_o e^{-a^2 d^2} \quad (4.100)$$

Onde:

C_o e a : parâmetros da função covariância;

d : distância entre dois pontos;

$C(d)$: covariância entre dois pontos;

e : exponencial.

A função covariância pode ser caracterizada através de três parâmetros: a variância C_o , o comprimento de correlação ξ e pelo parâmetro de curvatura χ . O comprimento de correlação é determinado por:

$$\xi = \frac{\sqrt{\text{Ln}(2)}}{a} \quad (4.101)$$

O parâmetro de curvatura é calculado por:

$$\chi = 2\text{Ln}(2) \quad (4.102)$$

A distância d é determinada por:

$$d = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} \quad (4.103)$$

A Figura 4.2 mostra os parâmetros locais da função covariância:

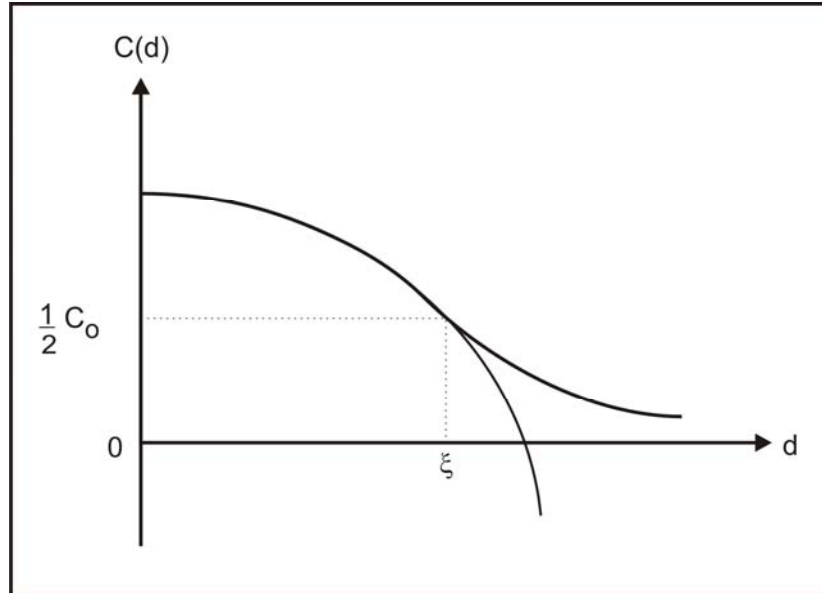


Figura 4.2: Parâmetros Locais da Função Covariância. Fonte: adaptado de MORITZ (1978).

As variâncias e covariâncias amostrais podem ser determinadas através das observações, como no presente estudo, pelas coordenadas de pontos homólogos de sistemas de referências distintos, pelas seguintes expressões:

$$C_L(0) = \frac{1}{n-1} \sum_{K=1}^n \Sigma(L_k - L_m) \quad (4.104)$$

$$C_L(d) = \frac{\sum_{pi} (v_{xi})(v_{xj})}{pi} \quad (4.105)$$

Em que pi : é o número de covariâncias determinadas entre os pontos dentro do intervalo. A mesma forma de cálculo das covariâncias amostrais para x será aplicada nas componentes y e z .

Nos experimentos da presente pesquisa, calculou-se as diferenças de coordenadas dos pontos homólogos e estas diferenças foram usadas para determinar (4.104) e (4.105). Nota-se que as diferenças são as mesmas utilizadas na formação do vetor w . A Figura 4.3 mostra a função covariância determinada a partir dos dados observados. A equação utilizada para formação dos intervalos é:

$$D_i = (2k - 1)amp \quad (4.106)$$

Onde:

amp: amplitude do intervalo.

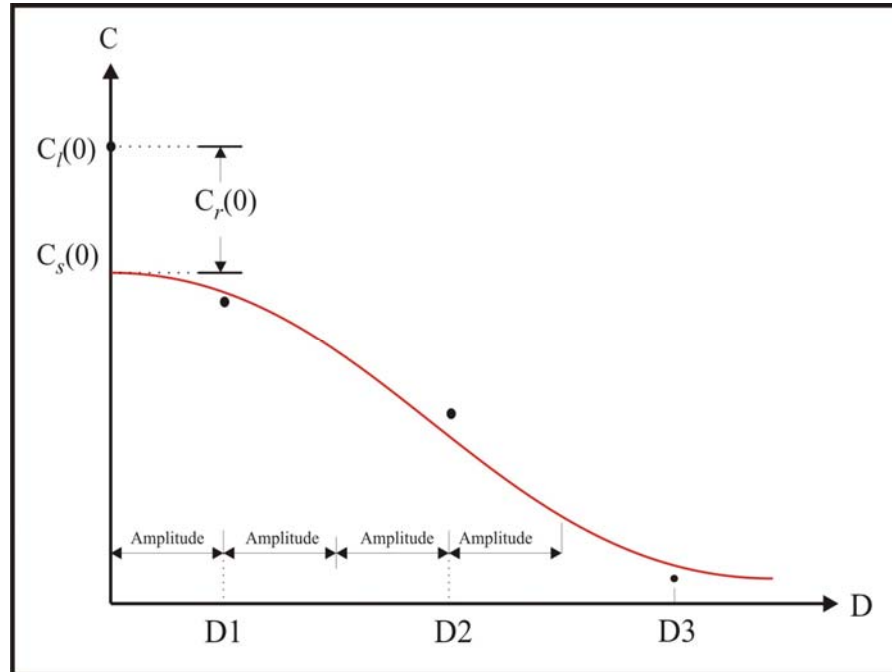


Figura 4.3: Função Covariância a Partir dos Dados. Fonte: adaptado de MIKHAIL (1976).

A amplitude (*amp*) é arbitrada pelo usuário e as covariâncias são estimadas para o ponto médio do intervalo. A amplitude de cada intervalo, com *k* variando de 1 até um número máximo de intervalos, será:

0	→	1amp
1amp	→	3amp
3amp	→	5amp
M	M	M
$[2(k - 1) - 1]amp$	→	$(2k - 1)amp$

Para se obter C_0 e a , é necessário que todas as covariâncias de todos os intervalos sejam calculadas, assim como as distâncias d_i ; e depois aplicar o ajustamento paramétrico. A matriz A é formada por meio das derivadas parciais em relação aos parâmetros C_0 e a da equação (4.100), isso resultará em:

$${}_m A_2 = \begin{bmatrix} 1 & -d_1^2 \\ 1 & -d_2^2 \\ 1 & -d_3^2 \\ M & M \\ 1 & -d_m^2 \end{bmatrix} \quad (4.107)$$

O vetor L é formado calculando-se o logaritmo natural para os m valores das covariâncias amostrais, logo:

$$Y = L_n(C(d)) \quad (4.108)$$

Então:

$${}_m L_1 = -[y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad \Lambda \quad y_m]^T \quad (4.109)$$

Os parâmetros C_o e a são estimados pelo vetor X , dado por:

$${}_2 p_{a1} = [b \quad a]^T = -N^{-1}U \quad (4.110)$$

Onde:

$${}_2 N_2 = {}_2 A_m^T P_{mm} A_2 \quad (4.111)$$

$${}_2 U_1 = {}_2 A_m^T P_{mm} L_1 \quad (4.112)$$

A variância C_o é obtida por:

$$C_o = e^b \quad (4.113)$$

A questão de dividir os dados em intervalos é devido ao grande número de distâncias calculadas, onde a covariância será calculada para o ponto médio desse intervalo. Para isso é preciso calcular uma matriz de distâncias e determinar a máxima distância entre pares de pontos. Esta matriz de distâncias deve conter a combinação de todas as distâncias envolvidas dos seus pontos tomados dois a dois.

Uma vez obtidas todas as combinações de distâncias e sabendo qual a máxima distância envolvida, criam-se os intervalos e procura-se na matriz de distâncias quais pares

de pontos estão nesse intervalo. Este será o número de pontos do intervalo. Então estima-se a covariância para este intervalo usando as observações contidas no intervalo.

4.6 MÉTODO DE COLOCAÇÃO USANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIAS

Na colocação com coordenadas elipsoidais aplica-se a mesma metodologia usada na colocação com coordenadas cartesianas, diferenciando-se em algumas equações. O modelo funcional aplicado é o mesmo que em (3.84), a matriz G é a mesma que (3.76), assim como as matrizes B e D são respectivamente iguais a (3.73) e (3.81). O vetor L agora é calculado por:

$$L = B^T G p + s' + n \quad (4.114)$$

Em que o ruído n e o sinal s' são determinados por:

$$n = C_{nn}(C_{Lb})^{-1}(L - B^T G p) \quad (4.115)$$

$$s' = C_{s's'}(C_{Lb})^{-1}(L - B^T G p) \quad (4.116)$$

Os parâmetros p são determinados por:

$$p = (G^T B(C_{Lb})^{-1} B^T G)^{-1} G^T B(C_{Lb})^{-1} L \quad (4.117)$$

As coordenadas transformadas são determinadas por:

$$\phi_t = \phi' - D^{-1} B^T G p \quad (4.118)$$

As coordenadas preditas nos pontos de observação são obtidas por:

$$\phi_{pred} = \phi' - D^{-1} B^T G p - s' \quad (4.119)$$

Para as coordenadas interpoladas nos pontos de cálculo, é primeiramente determinado o sinal s , por:

$$s = C_{ss'}(C_{Lb})^{-1}(L - B^T G p_a) \quad (4.120)$$

A equação usada na obtenção das coordenadas interpoladas é:

$$\phi_{\text{int}} = \phi' - D_c^{-1} B_c^T G_c p - s \quad (4.121)$$

As matrizes B_c , G_c e D_c são calculadas em relação as coordenadas dos pontos de cálculos. A determinação das MVC's de s , s' e n é feita da maneira como foi apresentada na seção 4.5. A variância a posteriori é obtida por:

$$\sigma_o^2 = \frac{(s'^T (C_{s's'})^{-1} s' + n^T (C_{nn})^{-1} n)}{S} \quad (4.122)$$

O vetor z é calculado pela seguinte expressão:

$$z = (L - B^T G p) \quad (4.123)$$

O vetor z representa o efeito integrado do sinal s' e do ruído n nos pontos de observação o qual compõe a parte aleatória para a colocação.

As precisões dos parâmetros, da componente z , dos sinais, dos ruídos e das observações são determinadas pelas seguintes equações:

$$C_{pa} = (G^T B (C_{Lb})^{-1} B^T G)^{-1} \quad (4.124)$$

$$C_z = C_{Lb} + B^T G C_{pa} G^T B \quad (4.125)$$

$$C_s = C_{ss} + C_{ss'} (C_{Lb})^{-1} B^T G C_{pa} G^T B (C_{Lb})^{-1} C_{s's} - C_{ss'} (C_{Lb})^{-1} C_{s's} \quad (4.126)$$

$$C_{s'} = C_{s's'} + C_{s's'} (C_{Lb})^{-1} B^T G C_{pa} G^T B (C_{Lb})^{-1} C_{s's'} - C_{s's'} (C_{Lb})^{-1} C_{s's'} \quad (4.127)$$

$$C_n = C_{nn} + C_{nn} (C_{Lb})^{-1} B^T G C_{pa} G^T B (C_{Lb})^{-1} C_{nn} - C_{nn} (C_{Lb})^{-1} C_{nn} \quad (4.128)$$

$$C_l = C_{ss} + (C_{ss'} (C_{Lb})^{-1} B_c^T G_c - B_c^T G_c) C_{pa} (G_c^T B_c (C_{Lb})^{-1} C_{s's}) - G_c^T B_c - C_{ss'} (C_{Lb})^{-1} C_{s's} \quad (4.129)$$

5. PESQUISA REALIZADA

5.1 ÁREA DE ESTUDO

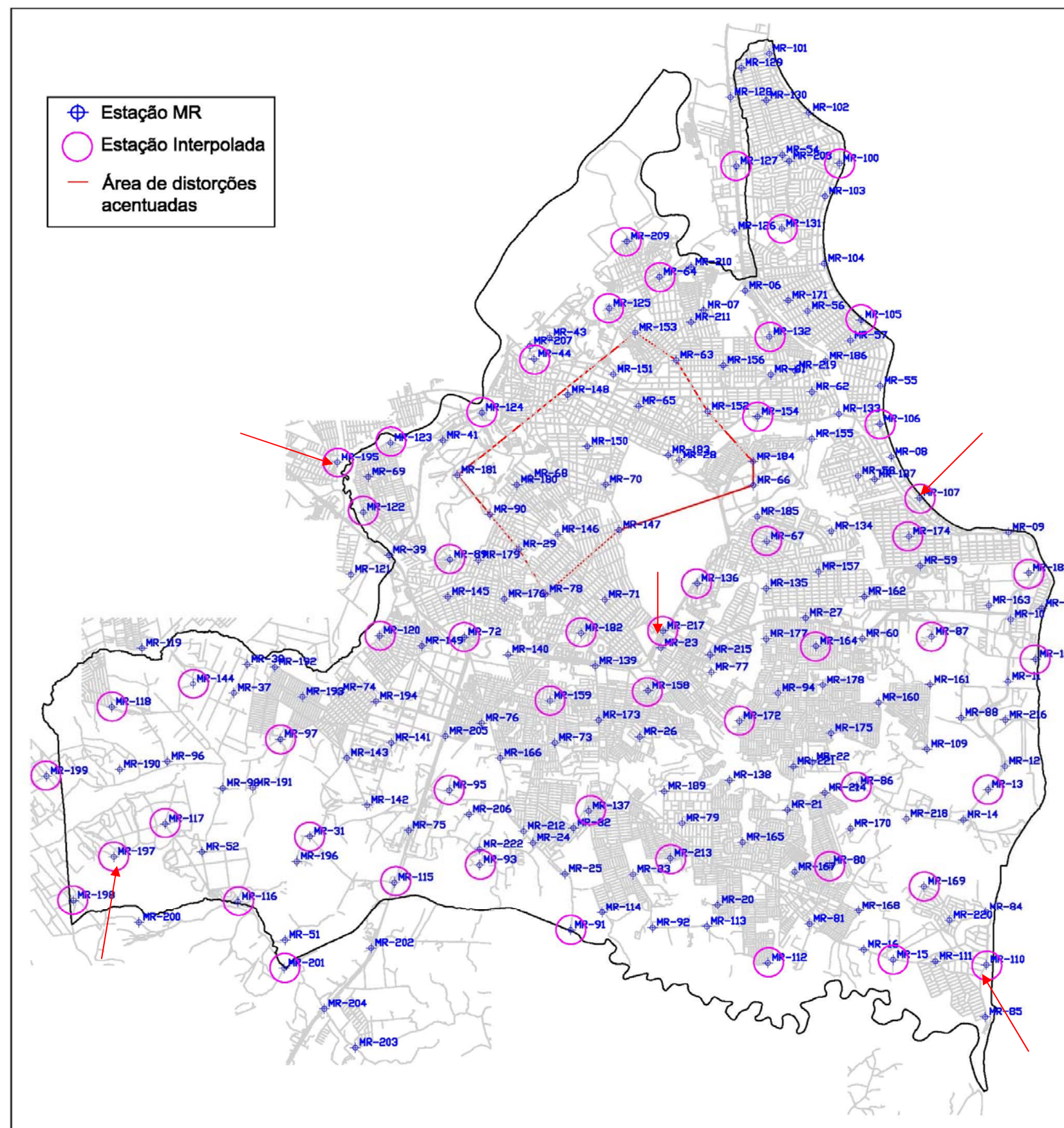
Para a realização dos experimentos, utilizou-se coordenadas de 199 pontos (Figura 5.1) obtidas da carta digital Mapa Urbano Básico Digital de João Pessoa (MUBDJP), capital do no Estado da Paraíba. A carta MUBDJP foi gentilmente cedida pela Secretaria de Planejamento da Prefeitura Municipal de João Pessoa.

A área está localizada entre as latitudes $-7^{\circ}02'$ e $-7^{\circ}15'$ e longitudes $-34^{\circ}58'$ e $-34^{\circ}47'$. Dos pontos denominados *MR*, 30 são pontos da rede GPS implantada para apoio na elaboração da carta digital. Foram inseridos mais 169 pontos *MR's* para compor uma rede bem distribuída cobrindo toda a área.

Desses 199 pontos, 54 foram escolhidos, no presente estudo, para aplicação dos testes de interpolação do método de colocação. Esses pontos são os circulados, conforme legenda da Figura 5.1. Para comparação entre os resultados da predição e da interpolação, foram escolhidos mais cinco pontos existentes entre os 150 *MR's* (indicados por setas na Figura 5.1). A área destacada indica a região em que foram aplicadas distorções mais acentuadas nas suas coordenadas, em torno de 6 m; nos demais, essas distorções foram da ordem de 2 m. A escolha das dimensões das distorções foi baseada em estudos feitos no município de João Pessoa, onde foram encontradas distorções na rede que variam de 1 a 6m, GALDINO (2006).

Para comparação da predição e interpolação, que serão feitas aplicando o método de colocação, selecionou-se 5 pontos, sendo eles o **MR-107**, **MR-110**, **MR-195**, **MR-197** e **MR-217**, os quais estão indicados na Figura 5.1 por meio de setas. Maiores detalhes desse procedimento podem ser vistos na seção 5.8.5.

9220320,7931



9197640,5561

281607,2975

302360,7198

Figura 5.1: Área de estudo.

5.2 PROCEDIMENTOS REALIZADOS

O fluxograma apresentado na Figura 5.2 resume todo procedimento utilizado no presente trabalho, como explicado a seguir:

Etapa1: simulação das coordenadas GPS

- 5 Da carta digital MUBDJP foram extraídas as coordenadas UTM (N, E) de 199 pontos (MR 's) definidas no SAD-69, as quais denominaremos no presente trabalho de coordenadas originais da carta. Essas coordenadas foram convertidas para elipsoidais (ϕ, λ), às quais foram introduzidas as alturas elipsoidais h obtendo-se $(\phi, \lambda, h)_{SAD}$. Essas coordenadas foram, posteriormente, convertidas em cartesianas $(X, Y, Z)_{SAD}$ aplicando-se as formulações apresentadas na seção 3.2.3;
- 6 Esse conjunto de coordenadas cartesianas foi transformado do sistema SAD-69 para o sistema WGS-84, aplicando-se os parâmetros oficiais de translação do IBGE;
- 7 Obteve-se, assim, 199 pontos com coordenadas cartesianas $(X, Y, Z)_{WGS}$ no sistema WGS-84. Estas coordenadas cartesianas foram convertidas em elipsoidais $(\phi, \lambda, h)_{WGS}$, usando os parâmetros do elipsóide de referência 1980. Essas coordenadas elipsoidais referentes aos 199 pontos, referenciadas ao sistema WGS-84, foram denominadas **coordenadas originais do sistema GPS**. Dentre os 199 pontos, foram retiradas as coordenadas de 54 pontos para serem usadas na determinação da interpolação com o método de colocação.

Etapa 2: construção do sistema de coordenadas da carta

- 7.7 Às coordenadas UTM (N, E) dos 199 pontos extraídas da carta MUBJP foram introduzidas distorções simuladas;
- 7.8 Essas coordenadas, agora distorcidas foram convertidas em coordenadas elipsoidais (ϕ, λ), onde também foram inseridas as altitudes elipsoidais h determinando $(\phi, \lambda, h)_{SAD}$ e, posteriormente, convertidas em coordenadas cartesianas $(X, Y, Z)_{SAD}$;
- 7.9 O conjunto de coordenadas cartesianas acima foi transformado do sistema SAD-69 para o WGS-84 com os parâmetros do IBGE, obtendo-se $(X, Y, Z)_{WGS}$, usando os parâmetros do elipsóide 1980;
- 7.10 As coordenadas cartesianas foram convertidas para elipsoidais, as quais foram denominadas aqui como coordenadas do sistema carta.

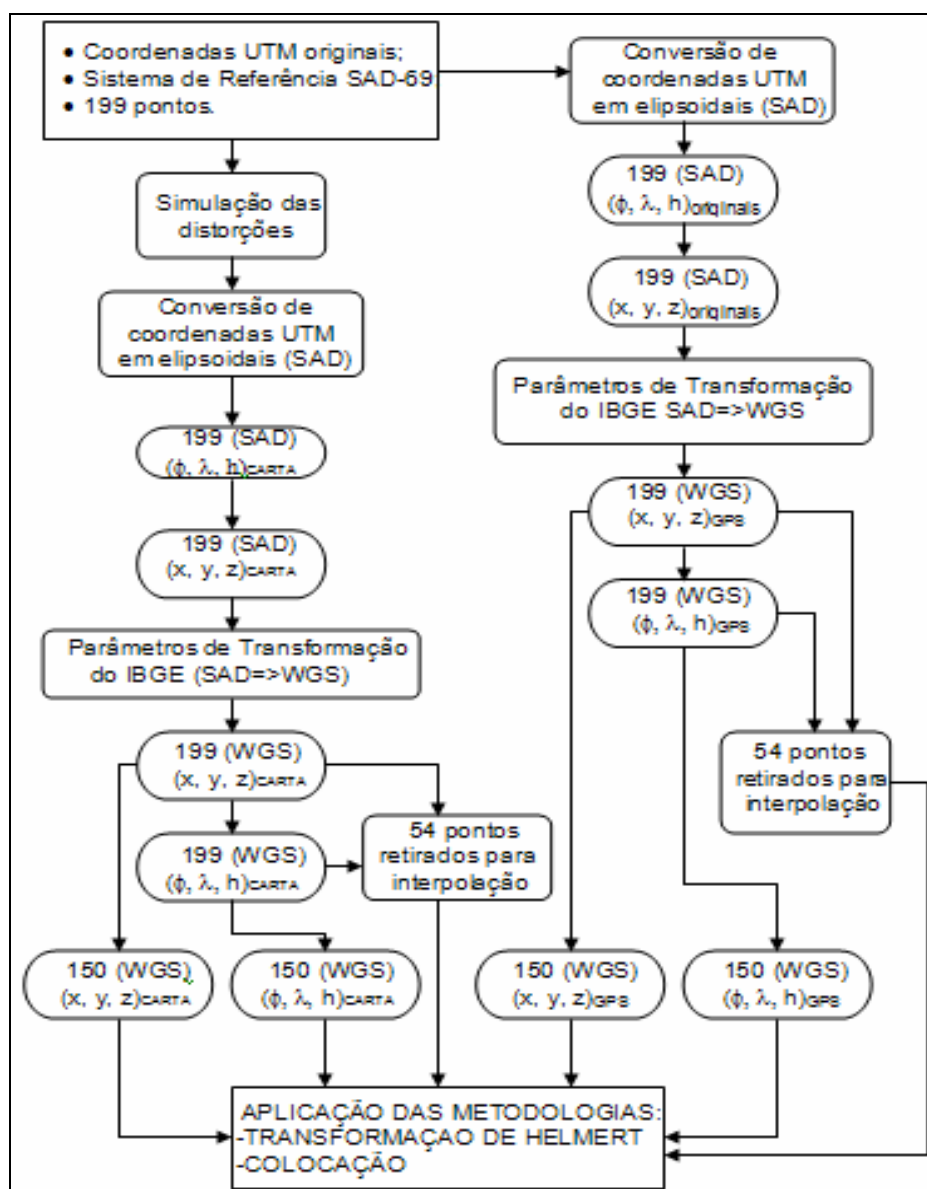


Figura 5.2: Fluxograma dos Procedimentos Realizados.

5.3 SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE COORDENADAS GPS

Da carta digital MUBDJP, foram extraídas coordenadas UTM das estações (*MR's*) distribuídas na área de estudo (ver Figura 5.1). No site da Secretaria de Planejamento da Prefeitura Municipal de João Pessoa contém um mapa interativo do município, o qual possui informações como: itinerário de como chegar à estação *MR*, coordenadas UTM, coordenadas elipsoidais, altitude ortométrica; porém nem todas possuem informações completas, esse mapa pode ser visto na Figura 5.3;

Para as *MR's* que não possuíam altitudes geométricas, esses dados foram obtidos a partir da altura ortométrica H , retirada de um mapa de curvas de nível, referenciadas ao sistema SAD-69, e da ondulação geoidal N através da equação (3.11).

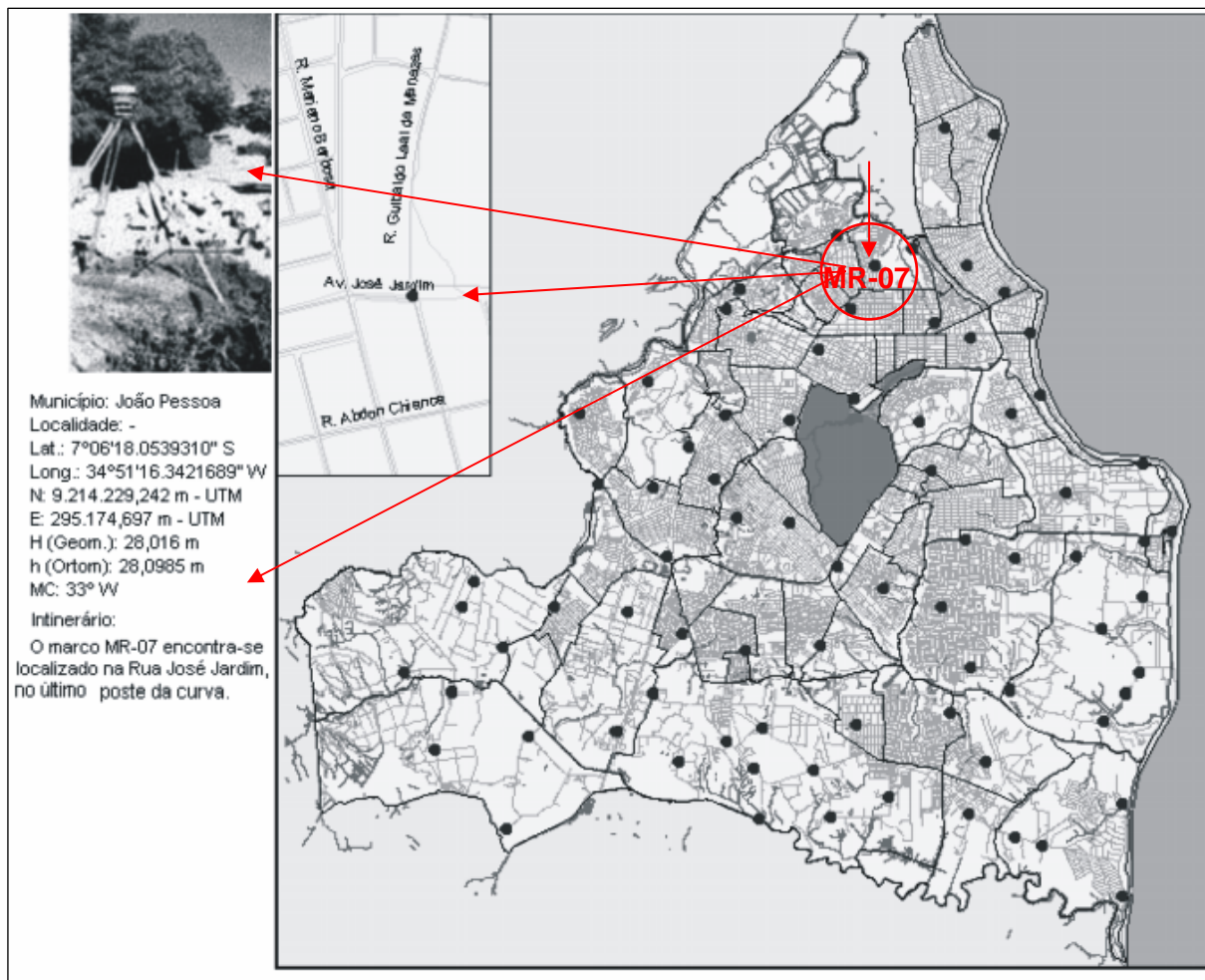


Figura 5.3: Marcos Geodésicos (MR's) Implantados no Município de João Pessoa.

A rede composta de 30 pontos MR's foi densificada inserindo-se 169 MR's novos, bem distribuídos de forma a contemplar toda a área de estudo, compondo assim o conjunto de 199 pontos. Para esses novos pontos as informações de altitude geométrica foram simuladas.

A simulação das altitudes (h) geométricas foi feita a partir das alturas ortométricas (H) determinadas através do mapa altimétrico do município o qual é composto por pontos cotados, onde com as coordenadas do respectivo ponto determinou-se a altitude ortométrica do mesmo consultando o mapa altimétrico digital. Com as altitudes ortométricas e as ondulações geoidais obtidas, aplicou-se a equação (3.1) e determinaram-se as altitudes geométricas dos pontos que formam a rede.

As coordenadas UTM dos 199 pontos foram convertidas em elipsoidais (ϕ, λ). A esse conjunto foram introduzidas suas respectivas altitudes geométricas para compor o conjunto (ϕ, λ e h). Esse sistema de coordenadas elipsoidais referenciadas ao SAD-69 foi então convertido para se obter o sistema de coordenadas cartesianas (X, Y, Z) referenciados ao SAD-69. Usando-se os parâmetros de translação oficiais do IBGE:

$$\Delta x = -66,87 \text{ m}$$

$$\Delta y = 4,37 \text{ m}$$

$$\Delta z = -38,52 \text{ m}$$

Essas coordenadas foram transformadas para o sistema geocêntrico WGS-84, simulando assim um sistema de coordenadas GPS. Essas novas coordenadas cartesianas GPS foram convertidas, usando os parâmetros do elipsóide de referência *Geodetic Reference System 1980* (GRS80), em coordenadas elipsoidais com as equações (3.12) a (3.15). Esse conjunto de coordenadas (estações MR's) constitui os seguintes vetores de coordenadas cartesianas e elipsoidais, denominadas aqui de **sistemas de coordenadas GPS originais** que serão usadas na presente pesquisa:

$$E_{\text{GPS}} = [\phi_1 \quad \lambda_1 \quad h_1 \quad \phi_2 \quad \lambda_2 \quad h_2 \quad \Lambda \quad \phi_{199} \quad \lambda_{199} \quad h_{199}]_{\text{WGS}}^T \quad (5.1)$$

$$X_{\text{GPS}} = [X_1 \quad Y_1 \quad Z_1 \quad X_2 \quad Y_2 \quad Z_2 \quad \Lambda \quad X_{199} \quad Y_{199} \quad Z_{199}]_{\text{WGS}}^T \quad (5.2)$$

5.4 CONSTRUÇÃO DO SISTEMA DE COORDENADAS DA CARTA

Ao conjunto de coordenadas UTM retiradas da carta MUBDJP, referenciadas ao SAD-69 (ver seção 6.3), foram simuladas e aplicadas distorções de forma aleatória nas duas coordenadas (N e E) com valores na ordem do metro (ver Figura 5.5). Em uma área, constituída por 20 estações previamente selecionada, essas distorções foram mais acentuadas, em torno de 5 e 6 m (área em vermelho da Figura 5.4).

No restante dos pontos as distorções aplicadas foram na ordem de 2 m. Na Figura 5.1 pode ser observado que alguns pontos foram circulados, esses constituíram os pontos selecionados para aplicação da interpolação pelo método de colocação.

Essas coordenadas em UTM (N , E) foram convertidas para elipsoidais (ϕ , λ). A simulação das altitudes geométricas foi feita da mesma forma apresentada na seção 5.3, ou seja, determinaram-se as ondulações do geóide e com altitudes ortométricas obtidas no mapa altimétrico estimaram-se as altitudes geométricas. Dessa forma determinou-se as coordenadas elipsoidais (ϕ , λ , h)_{SAD}.

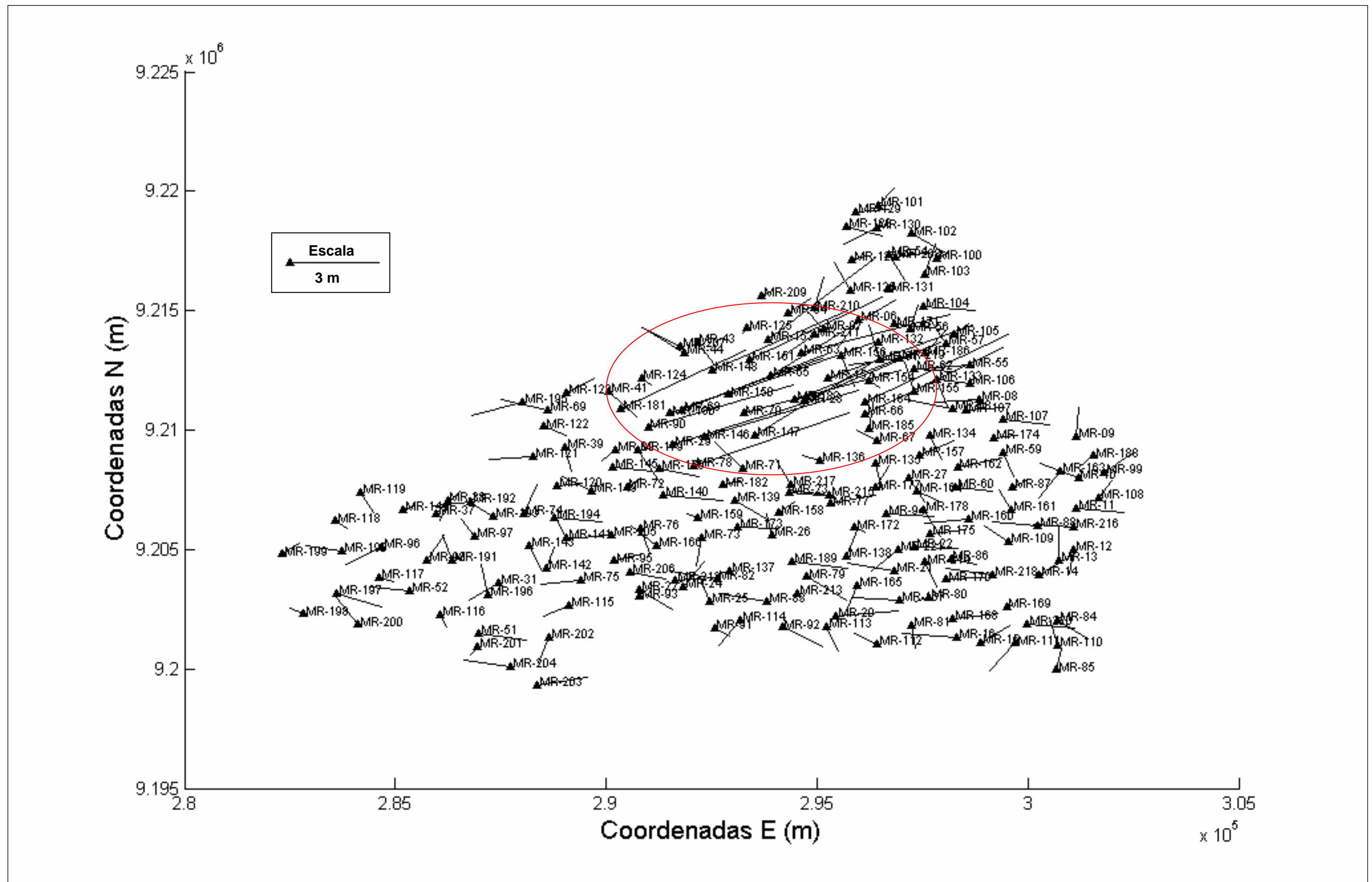


Figura 5.4: Simulação das distorções.

As coordenadas elipsoidais foram convertidas em cartesianas $(X, Y, Z)_{SAD}$, as quais foram transformadas do sistema SAD-69 para o sistema geocêntrico WGS-84 através dos parâmetros oficiais de translação do IBGE. O conjunto de coordenadas cartesianas e elipsoidais compõe os seguintes vetores, designados **sistemas de coordenadas da carta**, que serão usados na presente pesquisa:

$$E_{CARTA} = [\phi_1 \quad \lambda_1 \quad h_1 \quad \phi_2 \quad \lambda_2 \quad h_2 \quad \Lambda \quad \phi_{199} \quad \lambda_{199} \quad h_{199}]_{WGS}^T \quad (5.3)$$

$$X_{CARTA} [X_1 \quad Y_1 \quad Z_1 \quad X_2 \quad Y_2 \quad Z_2 \quad \Lambda \quad X_{199} \quad Y_{199} \quad Z_{199}]_{WGS}^T \quad (5.4)$$

Com a finalidade de mostrar o aspecto das distorções aplicadas, foram gerados gráficos em três dimensões, contemplando a área de estudo, para as componentes leste, norte e altitude. A Figura 5.5 mostra o aspecto 3D das distorções aplicadas nas coordenadas UTM leste dadas em metros. Assim como as Figuras 5.6 e 5.7 que mostram essas distorções nas coordenadas norte e na altitude, respectivamente.

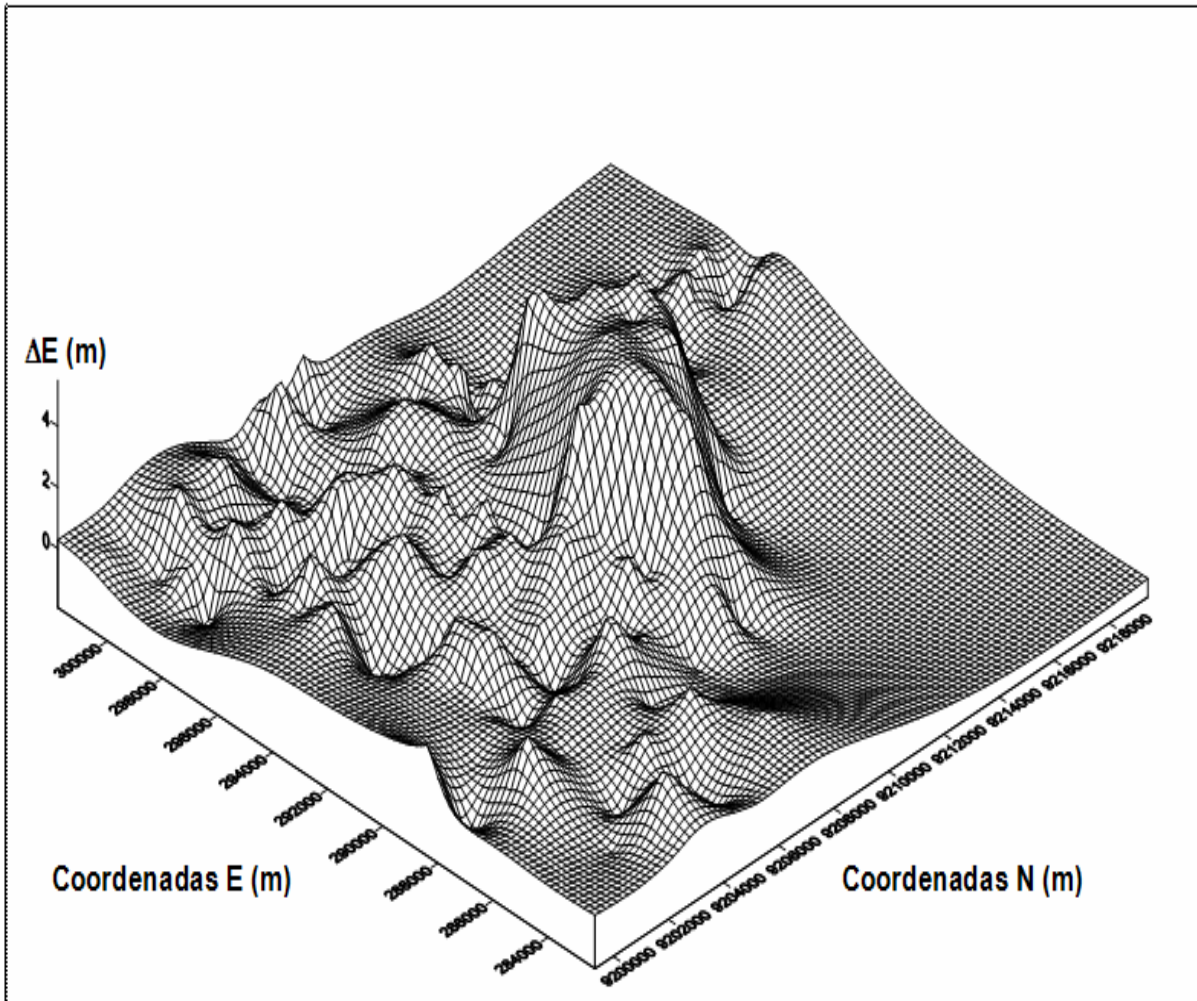


Figura 5.5: Distorções Simuladas nas Coordenadas Leste E da Carta.

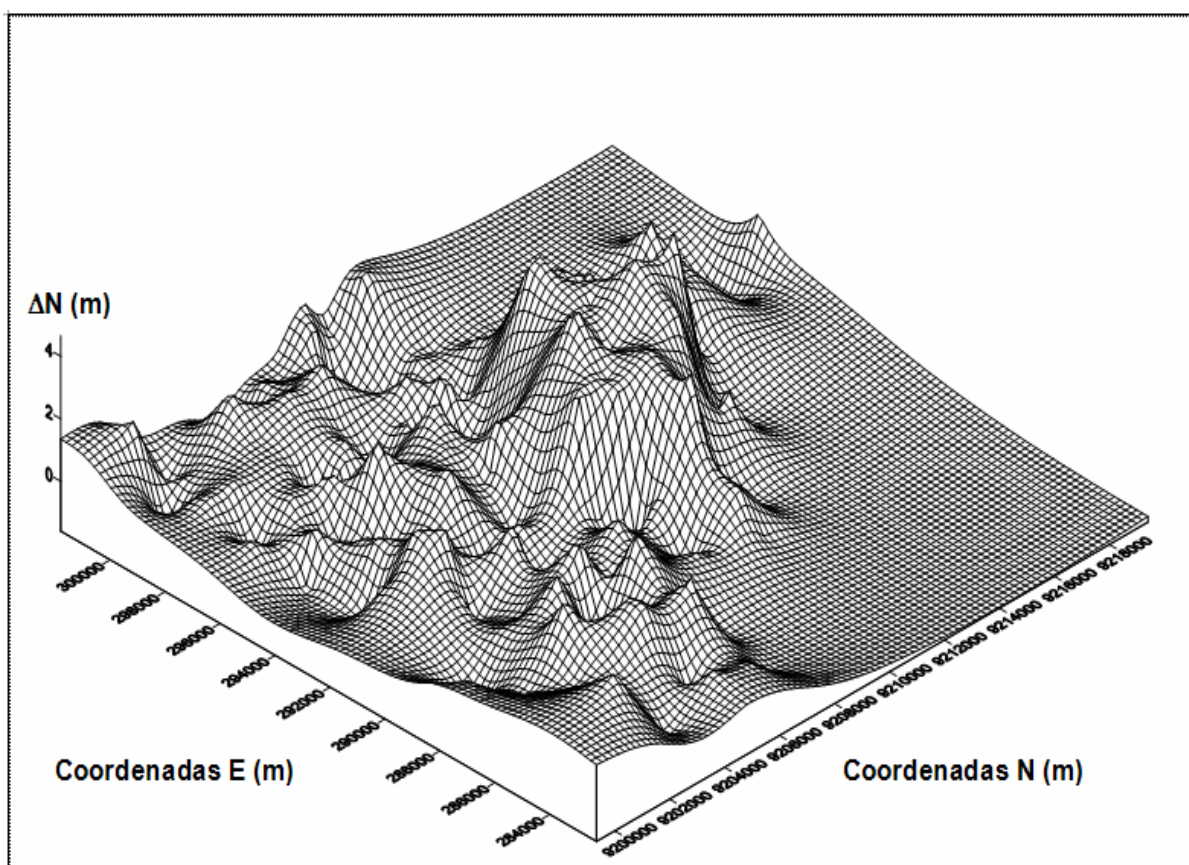


Figura 5.6: Distorções Simuladas nas Coordenadas Norte N da Carta.

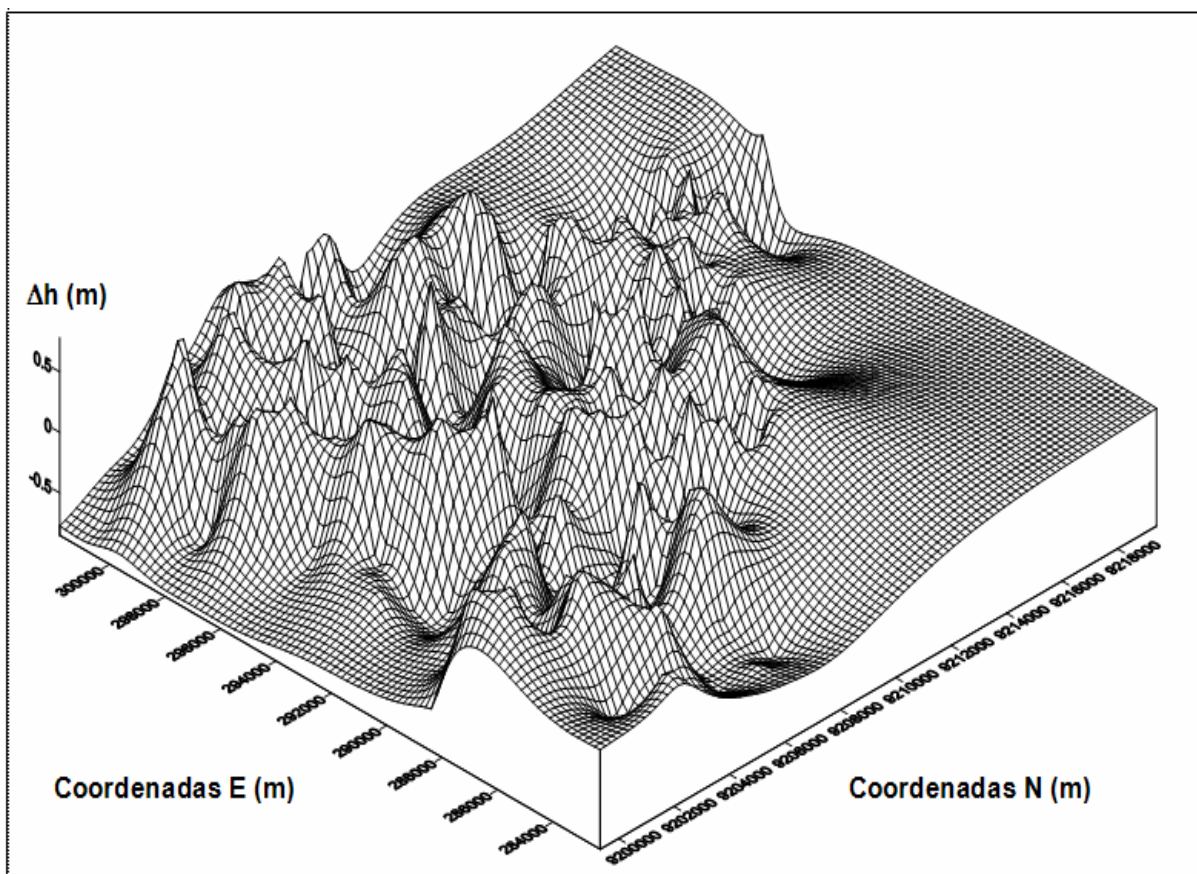


Figura 5.7: Distorções Simuladas nas Altitudes Geométricas h .

5.5 APLICAÇÃO DA TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT

5.5.1 USANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIS

O modelo de transformação de Helmert (4.84):

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \lambda \\ h \end{bmatrix}_{\text{GPS}} = \begin{bmatrix} \phi' \\ \lambda' \\ h' \end{bmatrix}_{\text{CARTA}} - D^{-1} B^T G \begin{bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y \\ d\varepsilon_z \\ T_x \\ T_y \\ T_z \\ fs \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Foi aplicado às coordenadas elipsoidais dos 150 pontos homólogos da Carta e GPS para determinação dos parâmetros de transformação com o modelo paramétrico de ajustamento entre os dois sistemas, onde o sistema da Carta foi tomado como livre de erros e o sistema de coordenadas GPS foi tomado como estocástico, de pesos iguais.

$$p = (G^T G)^{-1} G^T B L \quad (5.6)$$

Onde a matriz B é formada por:

$$B_i = \begin{bmatrix} -\text{sen}(\phi_i) \cos(\lambda_i) & -\text{sen}(\lambda_i) & \cos(\phi_i) \cos(\lambda_i) \\ -\text{sen}(\phi_i) \text{sen}(\lambda_i) & \cos(\lambda_i) & \cos(\phi_i) \text{sen}(\lambda_i) \\ \cos(\phi_i) & 0 & \text{sen}(\phi_i) \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

O vetor L é obtido por:

$$L = D(E_{\text{CARTA}} - E_{\text{GPS}}) \quad (5.8)$$

Em que D é a matriz obtida por:

$$D_i = \begin{bmatrix} (M_i + h_i) & 0 & 0 \\ 0 & (N_i + h_i) \cos(\phi_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Sendo N a grande normal e M o raio da seção meridiana.

A partir das 150 matrizes parciais D_i chega-se a matriz geral D da seguinte forma:

$$D = \begin{bmatrix} D_1 & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & D_2 & \Lambda & 0 \\ M & M & O & M \\ 0 & 0 & \Lambda & D_n \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Com $n = 1, 2, \dots, 150$.

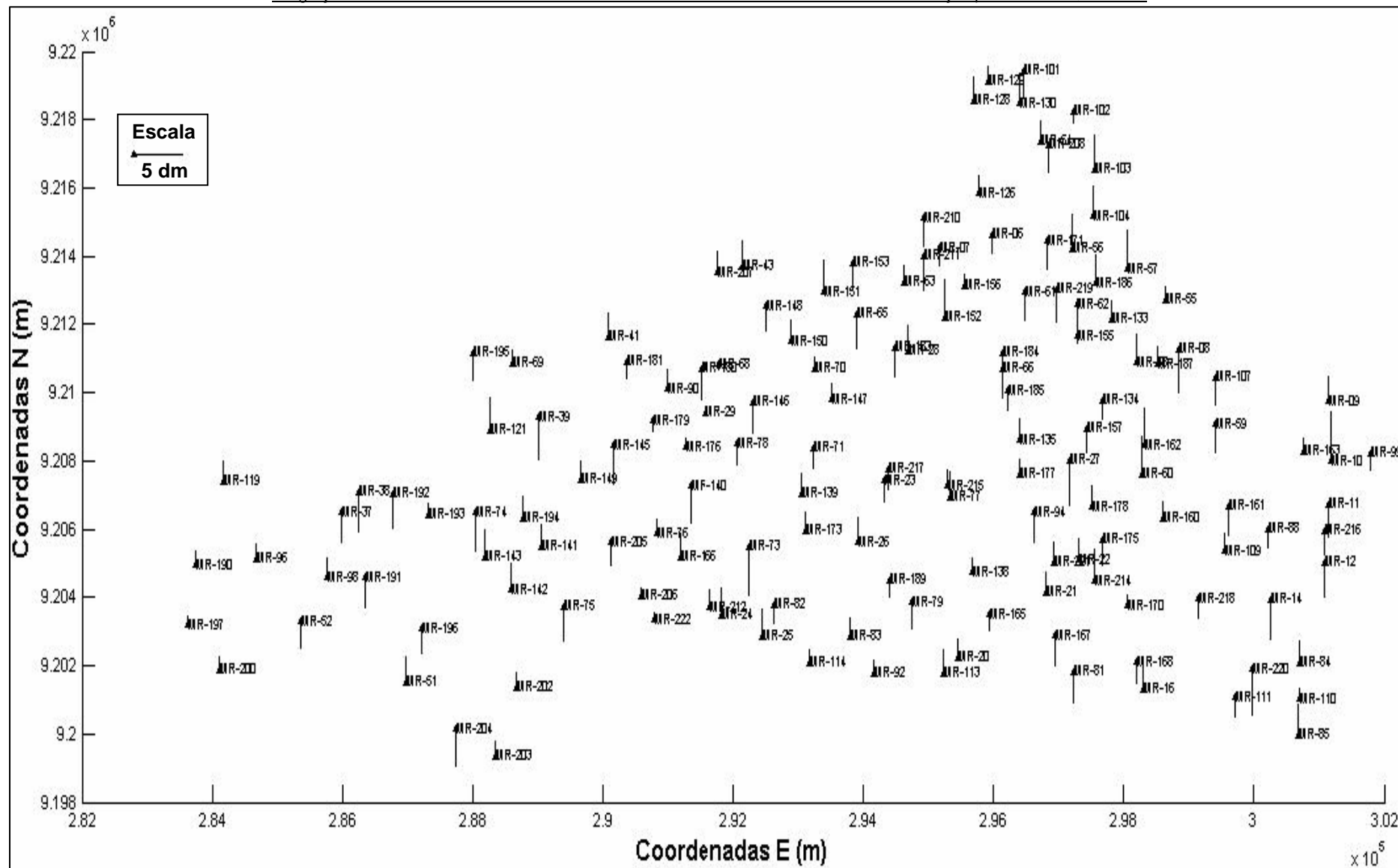
Os valores dos sete parâmetros de transformação estimados pela transformação de Helmert através da equação (4.45) encontram-se na tabela 1.

Tabela 1: Parâmetros de Transformação de Helmert para os 150 pontos homólogos (coordenadas elipsoidais).

	Parâmetros	Precisão
Tx (m)	2.683	± 4.564
Ty (m)	5.572	± 4.06315
Tz (m)	2.698	± 2.96927
dε_x	0° 0' 10.330956"	$\pm 0.0000991''$
dε_y	-0° 0' 5.7896610"	$\pm 0.0001173''$
dε_z	-0° 0' 3.3763380"	$\pm 0.0001506''$
fs	0.999966045	± 0.00034 ppm

As precisões dos parâmetros ajustados foram calculadas pela equação (4.46). Através desses parâmetros as coordenadas da carta foram transformadas para o sistema de coordenadas GPS, denominadas de coordenadas transformadas GPS. Os resíduos (v_i) resultantes dos resíduos nas coordenadas latitude e longitude estão apresentados na Figura 5.8 e para as altitudes geométricas na Figura 5.9. Os valores numéricos dos resíduos da transformação de Helmert são mostrados na tabela 2 (ANEXO VI).

Wendel Gerônimo dos Santos

Figura 5.9: Resíduos na altitude geométrica h (150 pontos – coordenadas elipsoidais).

Os resíduos apresentados na Figura 5.8, na sua maioria, tem um comprimento de aproximadamente 2 m. Na região circulada esses resíduos foram maiores, apresentando valores até 4 m. Os resíduos apresentam sentidos aleatórios, como era esperado, por causa da aleatoriedade das distorções aplicadas. Na região destacada, os resíduos mantiveram as mesmas direções das distorções simuladas, no mesmo sentido (SO-NE), como mostra a Figura 5.4. Na Figura 5.9 observa-se que os resíduos da componente h apresentaram valores abaixo de 5 dm.

Com o objetivo de comparar as discrepâncias entre as coordenadas originais e as interpoladas pelo método de colocação com os resíduos resultantes do ajustamento da Transformação de Helmert realizado com os 199 pontos homólogos, cujos resultados serviram de referência neste estudo, foram destacadas e apresentadas nas Figuras 5.10 e 5.11 os resíduos correspondentes aos 54 pontos selecionados para interpolação.

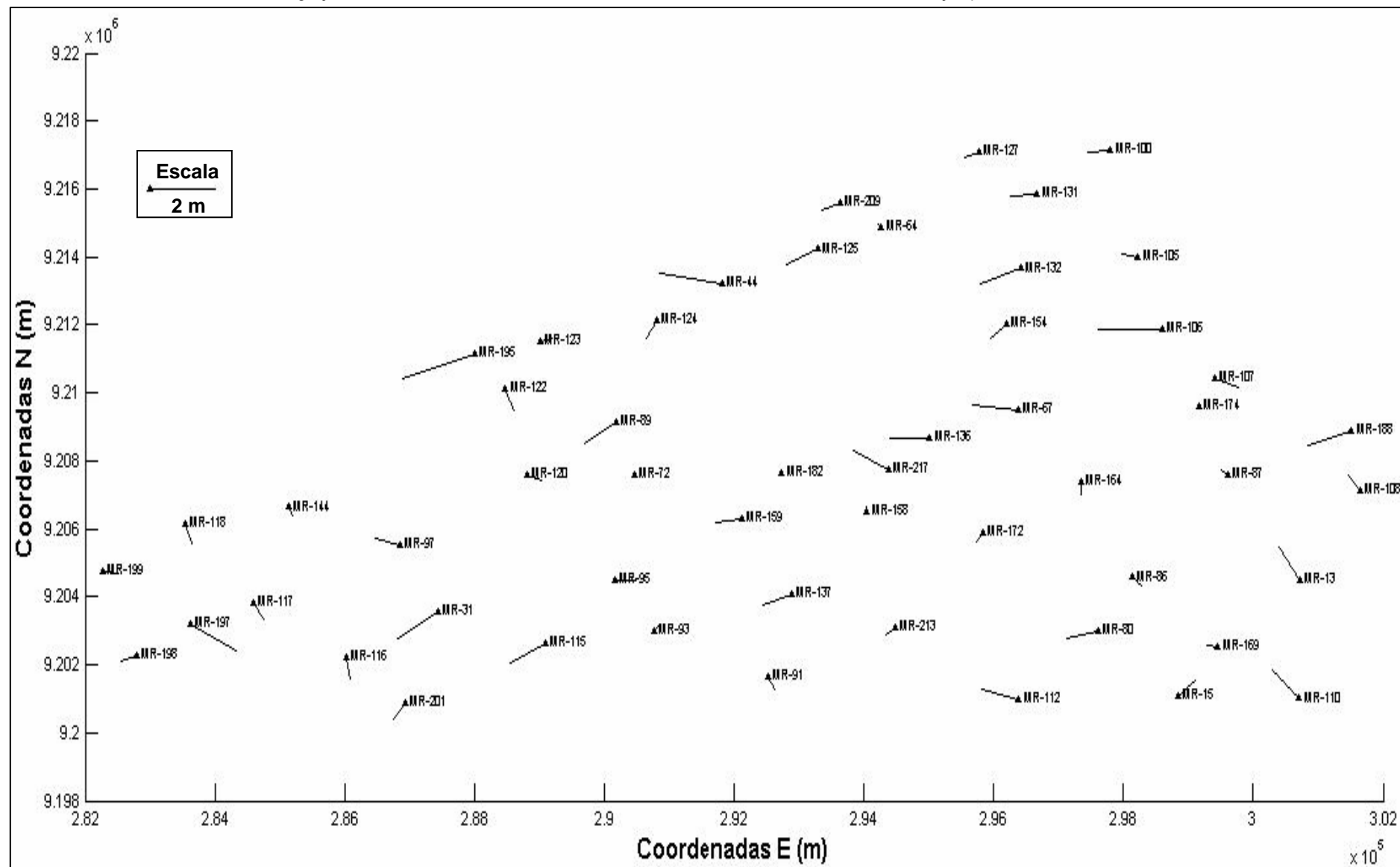
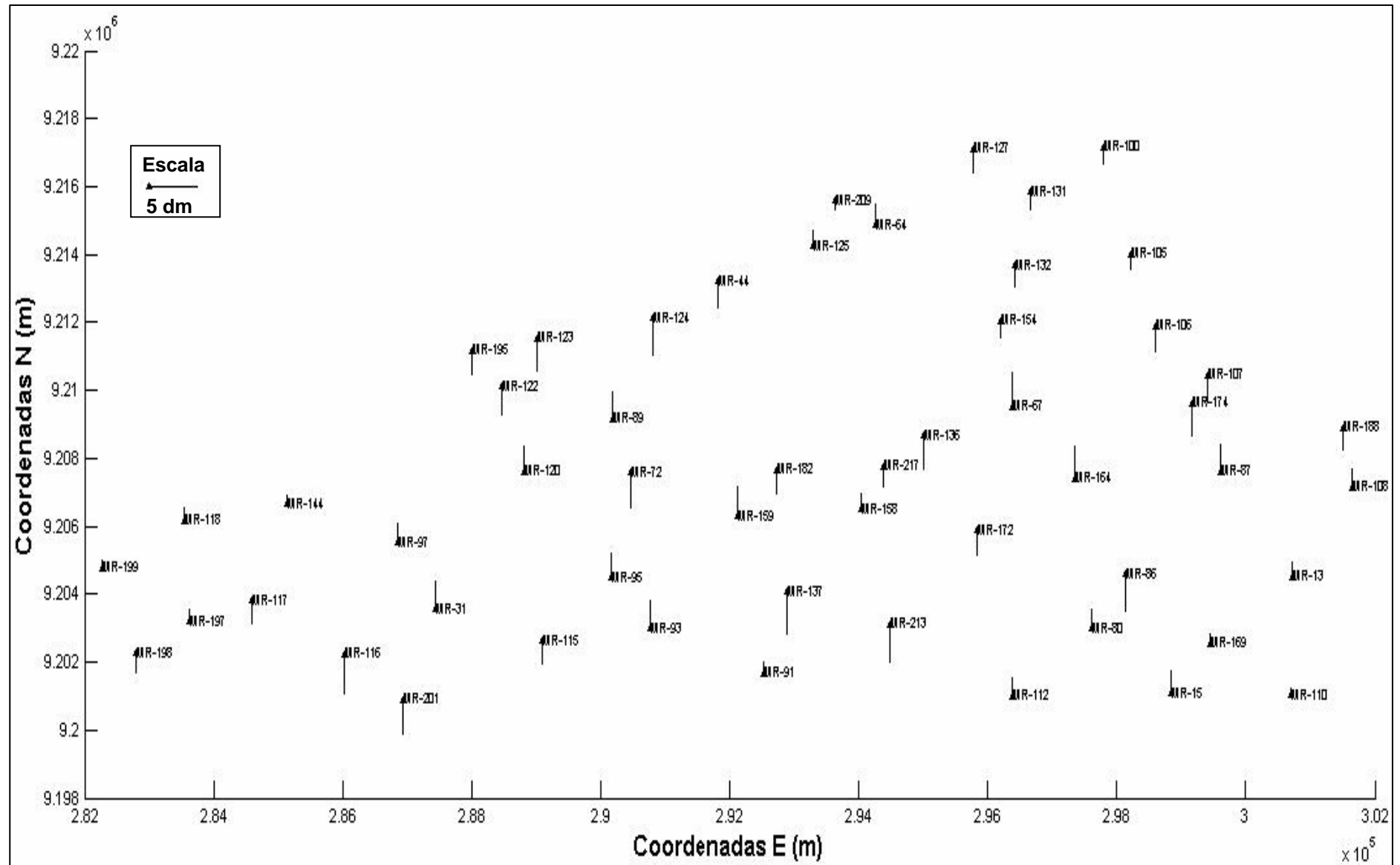


Figura 5.10: Resíduos das componentes ϕ e λ da Transformação de Helmert (54 pontos – coordenadas elipsoidais).



A Figura 5.10 mostra os resíduos resultantes das componentes latitude e longitude, onde se verifica que os maiores têm um comprimento da ordem de 2 m. Como foi observado no ajustamento com os 150 pontos, aqui também há uma aleatoriedade nos sentidos dos vetores. A Figura 5.11 mostra que os resíduos da componente h tiveram uma média de comprimento abaixo de 5 dm.

Aplicando-se os parâmetros estimados à equação (4.45), foram obtidas as coordenadas transformadas do sistema Carta para o sistema GPS. A partir dessas coordenadas transformadas determinaram-se os resíduos dessas coordenadas subtraindo-se as coordenadas transformadas das originais GPS, que constituem os resíduos apresentados nas Figuras 5.8 e 5.9.

Esses resíduos foram posteriormente usados na determinação das covariâncias amostrais para o cálculo dos parâmetros da Função Covariância Gaussiana (C_o, a) para cada componente (ϕ, λ, h) em um ajustamento com o método paramétrico de regressão. Através dessas funções, são obtidas as matrizes covariâncias necessárias ao método de colocação por mínimos quadrados (ver seção 4.5).

O desvio-padrão da unidade de peso a posteriori foi calculado com a equação (4.32), cujo valor foi de: $\hat{\sigma}_0 = 1.4455$.

5.5.2 USANDO AS COORDENADAS CARTESIANAS

Neste item, a transformação de Helmert foi empregada utilizando-se coordenadas cartesianas nos dois sistemas de pontos homólogos para a estimação dos 7 parâmetros de transformação, através de um ajustamento pelo método paramétrico.

Como visto na seção 3.3, o modelo matemático da transformação de Helmert é dado pela equação (3.22):

$$\begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Tx \\ Ty \\ Tz \end{bmatrix} + (1 + dfs) \begin{bmatrix} 1 & d\epsilon_z & -d\epsilon_y \\ -d\epsilon_z & 1 & -d\epsilon_x \\ d\epsilon_y & d\epsilon_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Os parâmetros de transformação foram estimados com o modelo:

$$p = (A^T A)^{-1} A^T L \quad (5.12)$$

Onde o sistema de coordenadas da carta (5.4) foi considerado livre de erros e o sistema de coordenadas GPS (5.2) foi tomado como estocástico de pesos iguais à unidade.

Os parâmetros da transformação geométrica obtidos a partir das 150 observações estão apresentados na tabela 3, onde as precisões foram determinadas por (4.40).

Tabela 3: Parâmetros de Transformação de Helmert para os 150 pontos homólogos (coordenadas cartesianas).

	Parâmetros	Precisão
T_x (m)	2.683	± 4.56583
T_y (m)	5.572	± 4.06378
T_z (m)	2.698	± 2.96971
D_{ε_x}	0° 0' 10.330975"	± 0.0000991"
D_{ε_y}	-0° 0' 5.7896820"	± 0.0001174"
D_{ε_z}	-0° 0' 3.3763280"	± 0.0001506"
fs	0.99996604	± 0.00034 ppm

Com o objetivo de comparar os resultados utilizando-se coordenadas cartesianas e geográficas, os resíduos foram convertidos de suas componentes cartesianas para curvilíneas (em latitude e em longitude) e apresentadas em grandezas lineares. Esses resíduos v_i , decorrentes do ajustamento, estão mostrados nas Figuras 5.12 e 5.13, e seus valores numéricos são encontrados na tabela 4 do ANEXO VII.

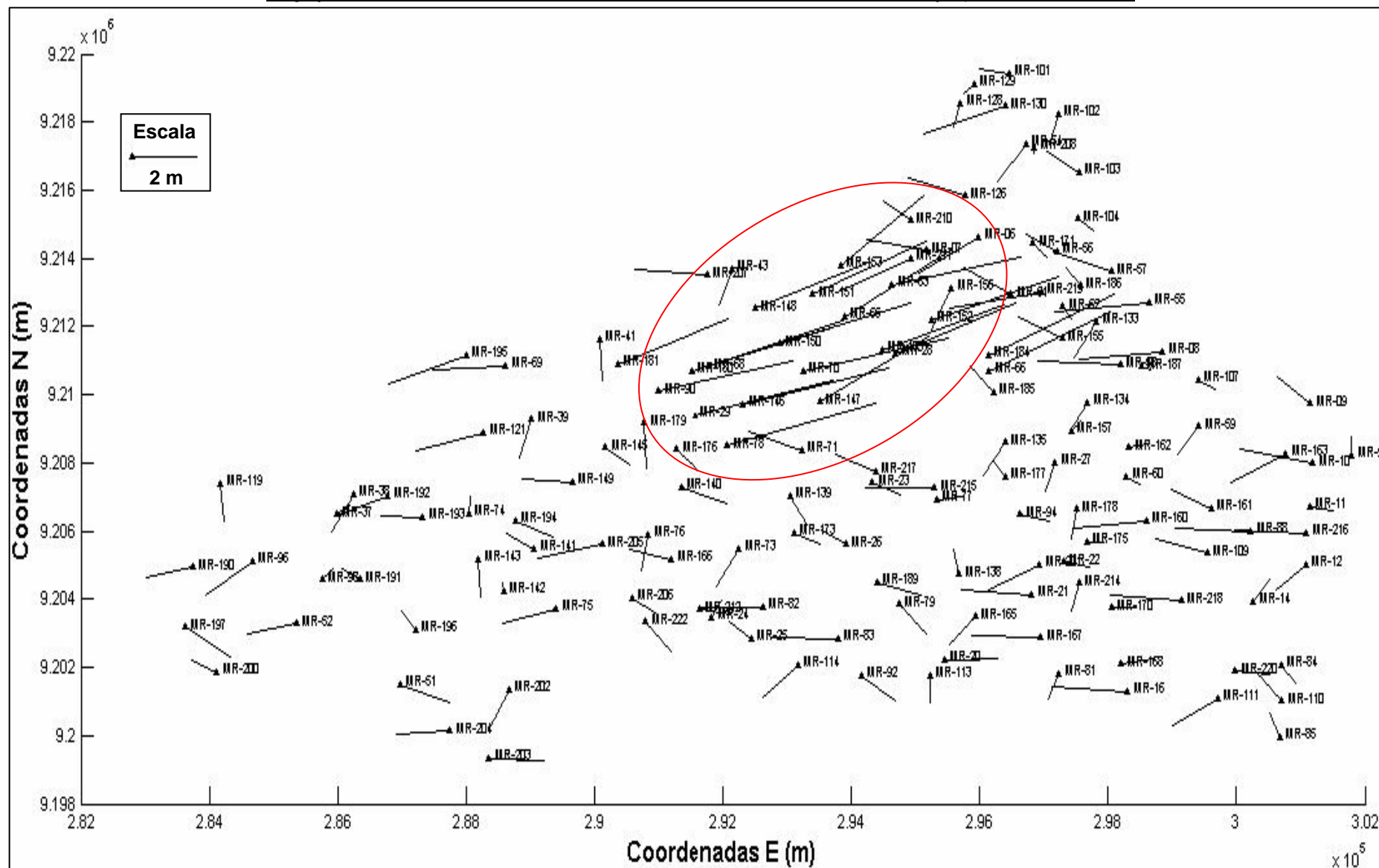


Figura 5.12: Resíduos da Transformação de Helmert para as componentes ϕ e λ (150 pontos – coordenadas cartesianas).

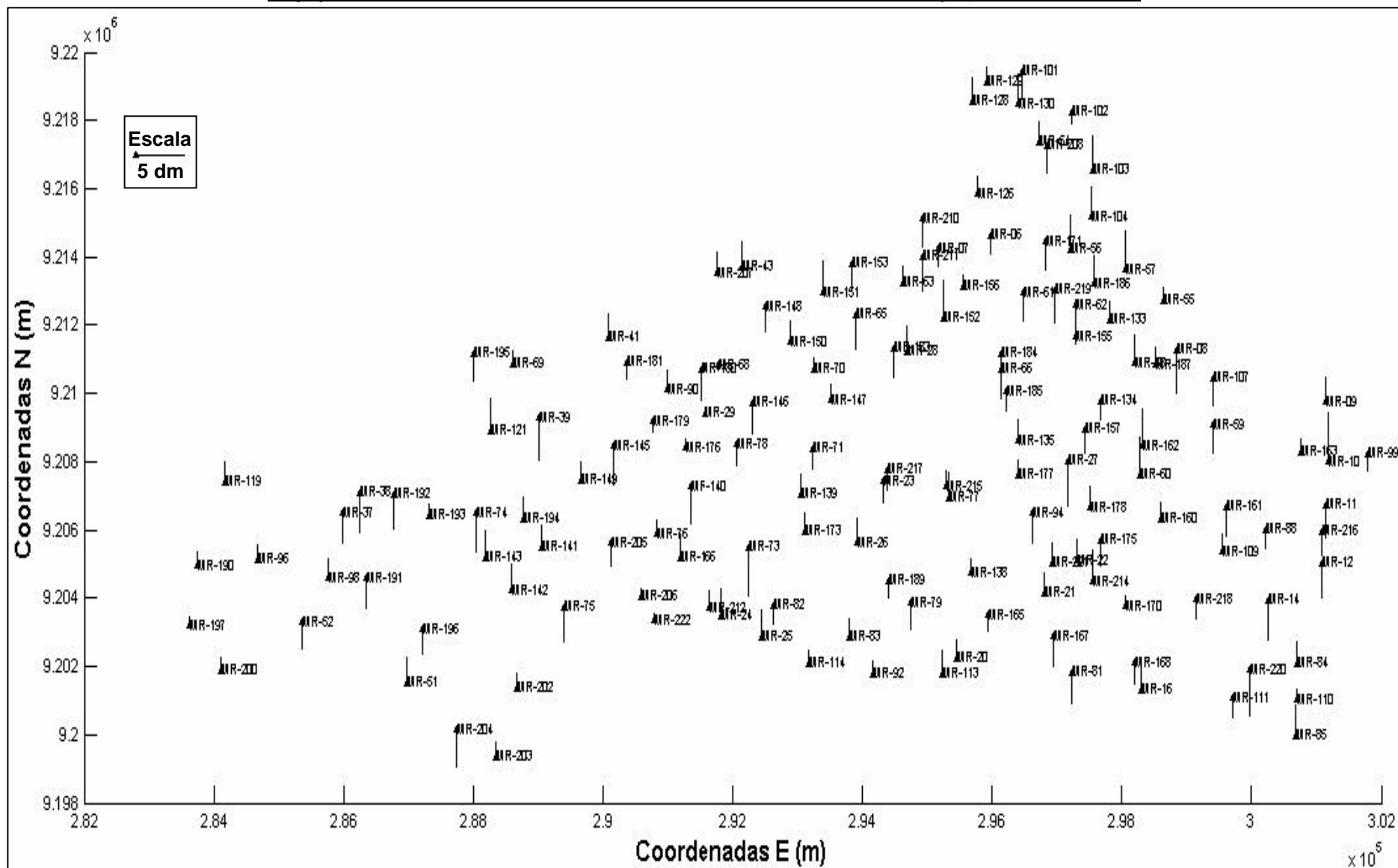


Figura 5.13: Resíduos da componente h da Transformação de Helmert (150 pontos – coordenadas cartesianas).

Na Figura 5.12 verifica-se que a maioria dos resíduos tem um comprimento em torno de 2 m; na região circulada estes resíduos foram em média de 4 m. Os sentidos dos resíduos apresentam-se aleatoriamente distribuídos, menos na região circulada, a qual manteve o sentido das distorções simuladas. A Figura 5.13 mostra que os resíduos têm uma média de comprimento abaixo de 5 dm.

Para comparar as discrepâncias da interpolação do método de colocação com as discrepâncias resultantes do ajustamento da Transformação de Helmert, como na seção anterior, aqui também foram retirados 54 resíduos de um processamento utilizando-se os 199 pontos homólogos, o que pode ser visto na Figura 5.14, assim como os resíduos da componente h , que estão mostrados na Figura 5.15.

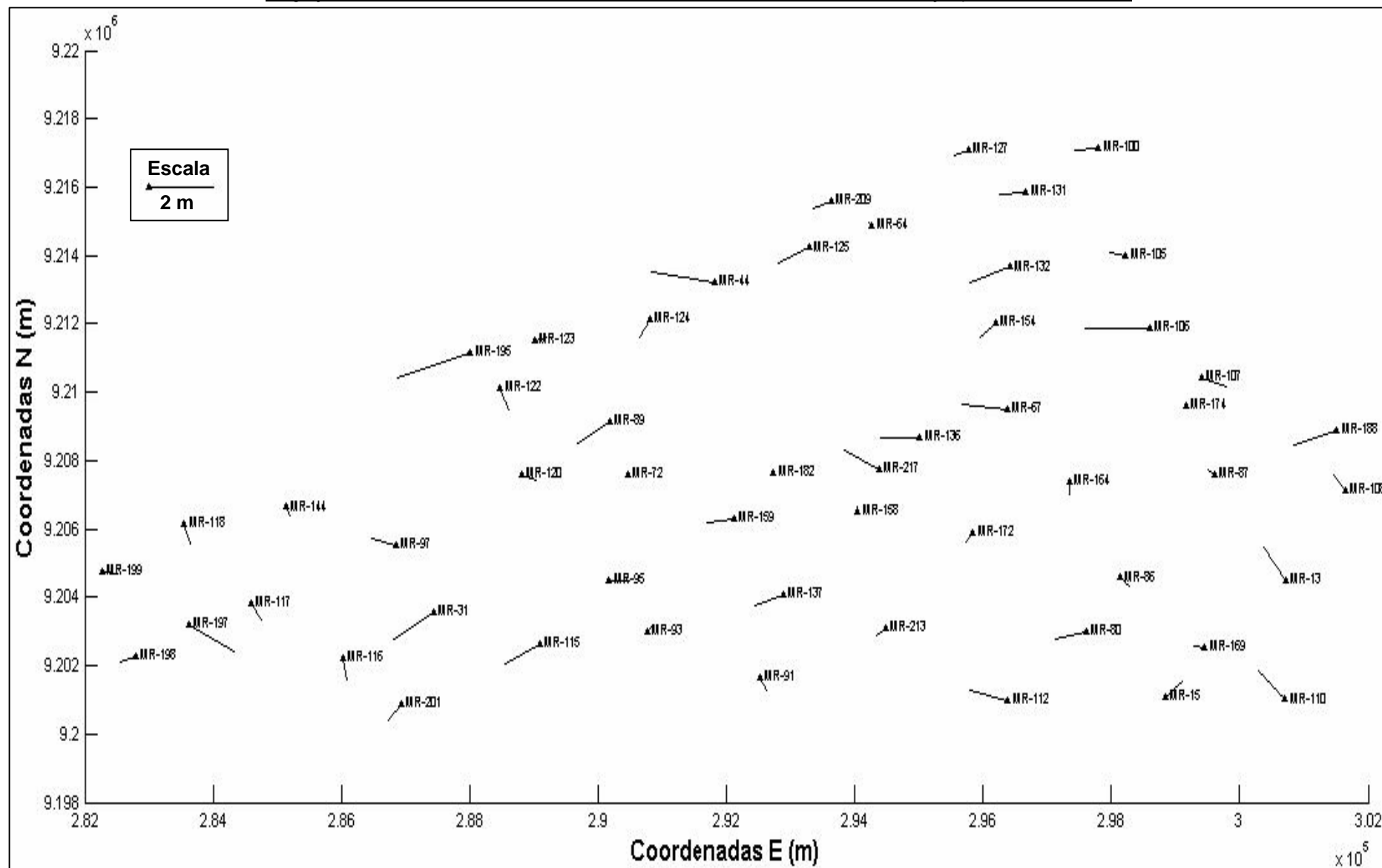
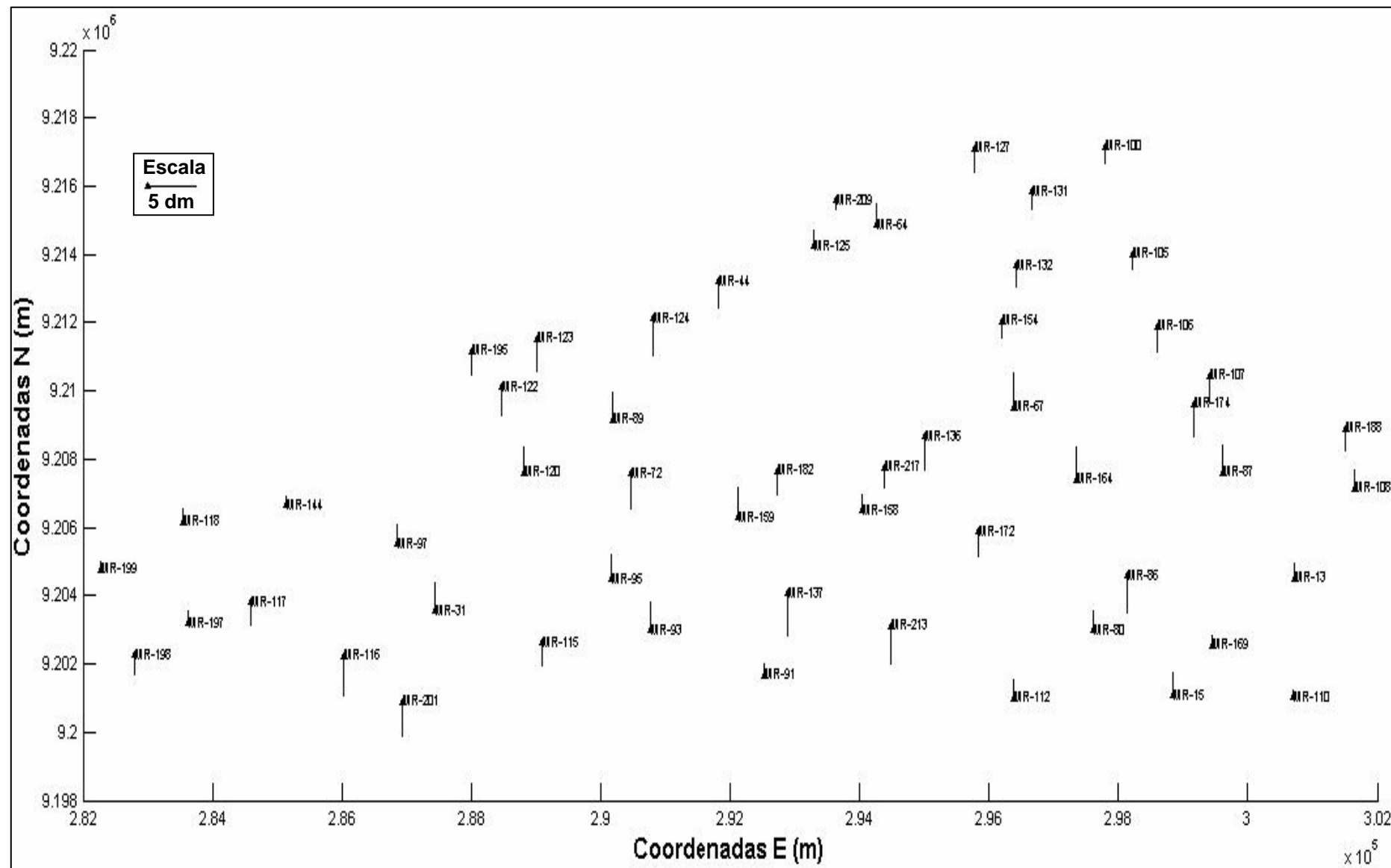


Figura 5.14: Resíduos da Transformação de Helmert para as componentes ϕ e λ (54 pontos – coordenadas cartesianas).

Figura 5.15: Resíduos da componente h (54 pontos – coordenadas cartesianas).

A Figura 5.14 apresenta a distribuição dos resíduos nas componentes latitude e longitude, onde se observa que o comprimento dos maiores resíduos chega a 2 m. Como foi observado no ajustamento com os 150 pontos, aqui também há uma aleatoriedade nos sentidos dos vetores. A Figura 5.15 apresenta os resíduos na componente h, cujos valores estão em média em 5 dm.

Da mesma forma que na seção 6.5.1 os resíduos foram usados na determinação das covariâncias amostrais e posterior cálculo dos parâmetros da Função Covariância Gaussiana (C_0, a), em um ajustamento com o método paramétrico, necessários ao método de colocação por mínimos quadrados (ver seção 4.5). O desvio-padrão da unidade de peso a posteriori foi de: $\hat{\sigma}_0 = 1.4455$.

5.6 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE COLOCAÇÃO USANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIS

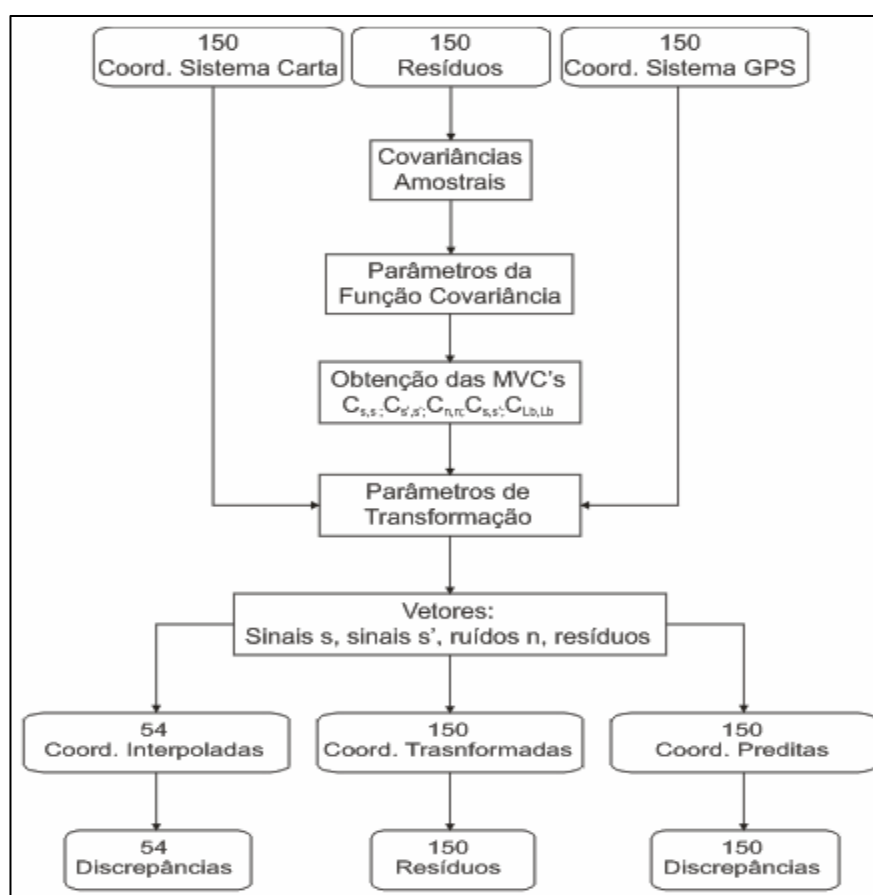


Figura 5.16: Fluxograma do Método de Colocação.

O fluxograma da Figura 5.16 mostra as etapas seguidas para a determinação da interpolação nos pontos de cálculo, dos parâmetros de transformação e da predição nos pontos de observação, assim como suas respectivas discrepâncias e resíduos. Os resíduos

resultantes do ajustamento pelo método paramétrico da transformação de Helmert com 150 pontos homólogos foram utilizados para determinação das covariâncias amostrais.

Foram determinados os parâmetros da função covariância gaussiana a partir do ajustamento paramétrico feito com as covariâncias amostrais, mostrado na seção 4.5. Posteriormente foram determinadas as matrizes variância-covariância do sinal s , sinal s' , ruído n , das observações L_b e da covariância cruzada do sinal s com o sinal s' .

Foram usadas 150 estações com suas respectivas coordenadas elipsoidais (ϕ, λ, h) do sistema original da carta e suas respectivas homólogas do sistema GPS. Das 199 estações foram retiradas 54 para serem interpoladas no sistema GPS; e essas são as estações arbitradas denominadas no presente estudo como pontos de cálculo, conforme já foi explicado na seção 5.5.1, as quais não foram usadas para a determinação dos parâmetros.

A partir das matrizes variância-covariância, das coordenadas dos pontos homólogos determinaram-se os parâmetros de transformação, as coordenadas preditas, coordenadas interpoladas, coordenadas transformadas e, conseqüentemente, as respectivas discrepâncias e resíduos.

5.6.1 MODELO FUNCIONAL E ESTOCÁSTICO

O modelo matemático do método de colocação com coordenadas elipsoidais é:

$$L = B^T G p + s' + n \quad (5.13)$$

Os parâmetros de transformação são determinados pela equação (4.117):

$$p = (G^T B (C_{L_b})^{-1} B^T G)^{-1} G^T B (C_{L_b})^{-1} L \quad (5.14)$$

Para a presente pesquisa, os valores aproximados dos parâmetros foram tomados como nulos:

$$X_o = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (5.15)$$

Os sinais s' nos pontos observados são determinados por:

$$s' = C_{s's'} (C_{L_b})^{-1} (L - B^T G p) \quad (5.16)$$

Os ruídos n nos pontos observados são gerados por:

$$n = C_{nn}(C_{Lb})^{-1}(L - B^T G p) \quad (5.17)$$

Os sinais s nos pontos de cálculo são calculados pela seguinte equação:

$$s = C_{ss'}(C_{Lb})^{-1}(L - B_c B_c^T G_c p) \quad (5.18)$$

O desvio-padrão da unidade de peso a posteriori é dado por:

$$\hat{\sigma}_o = \frac{s'^T (C_{ss'})^{-1} s' + n^T (C_{nn})^{-1} n}{S} \quad (5.19)$$

A matriz variância-covariância das observações é dada por:

$$C_{Lb} = \begin{bmatrix} C_{1,1}^{\phi,\lambda,h} & C_{1,2}^{\phi,\lambda,h} & \Lambda & C_{1,n}^{\phi,\lambda,h} \\ C_{2,1}^{\phi,\lambda,h} & C_{2,2}^{\phi,\lambda,h} & \Lambda & C_{2,n}^{\phi,\lambda,h} \\ M & M & \Lambda & M \\ C_{n,1}^{\phi,\lambda,h} & C_{n,2}^{\phi,\lambda,h} & \Lambda & C_{n,n}^{\phi,\lambda,h} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Onde as sub-matrizes da diagonal de C_{Lb} .

$$C_{n,n}^{\phi,\lambda,h} = \begin{bmatrix} C_{n,n}^{\phi} & 0 & 0 \\ 0 & C_{n,n}^{\lambda} & 0 \\ 0 & 0 & C_{n,n}^h \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Fora da diagonal de C_{Lb} as matrizes são dadas por:

$$C_{n,1}^{\phi,\lambda,h} = \begin{bmatrix} C_{n,1}^{\phi} & 0 & 0 \\ 0 & C_{n,1}^{\lambda} & 0 \\ 0 & 0 & C_{n,1}^h \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

As coordenadas preditas são determinadas por:

$$\phi_{\text{PRED}} = \phi_{\text{CARTA}} - D^{-1} B^T G p - s' \quad (5.23)$$

As coordenadas interpoladas são determinadas por:

$$\phi_{INT} = \phi_{CARTA} - D_c^{-1} B_c^T G_c p - s \quad (5.24)$$

5.6.2 MODELAGEM DA FUNÇÃO COVARIÂNCIA

Para a determinação das covariâncias amostrais foram usadas os resíduos entre as coordenadas transformadas e as origina da transformação de Helmert, conforme apresentado nas seções 5.5.1 e 5.5.2, sendo que a seção 5.5.1 referente aos resíduos da Transformação de Helmert com coordenadas elipsoidais e a seção 5.5.2 aos resíduos da transformação de Helmert com coordenadas cartesianas. Foram 150 pontos do sistema Carta e do sistema GPS; 150 resíduos para as componentes latitude, longitude e altitude, respectivamente, além de 54 pontos arbitrados, constituindo-se assim os dados de entrada utilizados nas rotinas desenvolvidas no MATLAB.

Com os 150 resíduos foram calculadas as covariâncias amostrais para as componentes (ϕ , λ e h), através de uma função analítica, denominada função covariância gaussiana, cujo modelo é dado pela equação (4.100):

$$C(d) = C_0 e^{-a^2 d^2} \quad (5.25)$$

As distâncias espaciais foram calculadas por (4.103), as quais determinam um perfil que foi dividido em intervalos iguais de 500 m de amplitude, onde as covariâncias são estimadas para o ponto médio do intervalo, para as três componentes (ϕ , λ e h), como foi mostrado na seção 4.5, Figura 4.2. Os resultados para as covariâncias amostrais determinadas por (4.105) podem ser vistos na tabela 5.

Tabela 5: Covariâncias amostrais nos pontos médios dos intervalos (coordenadas elipsoidais).

Dist. (km)	Cov ϕ (m²)	Cov λ (m²)	Cov h (m²)
0,5	0,7462	1,9792	-0,0019
1,0	0,7505	1,9420	-0,0211
1,5	0,6456	1,3841	-0,0076
2,0	0,4375	0,8747	-0,0067
2,5	0,3335	0,6275	-0,0052
3,0	0,1719	0,3404	-0,0036
3,5	0,0860	0,1845	-0,0032
4,0	0,0266	0,0329	-0,0029
4,5	0,0070	-0,0474	-0,0022
5,0	-0,0236	-0,0866	-0,0034
5,5	-0,0337	-0,0909	-0,0027
6,0	-0,0333	-0,0778	-0,0021
6,5	-0,0328	-0,0625	-0,0022
7,0	-0,0318	-0,0531	-0,0018
7,5	-0,0263	-0,0388	-0,0017
8,0	-0,0208	-0,0295	-0,0017
8,5	-0,0165	-0,0269	-0,0019
9,0	-0,0180	-0,0251	-0,0020
9,5	-0,0176	-0,0229	-0,0018
10,0	-0,0164	-0,0234	-0,0017
10,5	-0,0164	-0,0234	-0,0017
11,0	-0,0163	-0,0234	-0,0017

Com esses dados aplicou-se uma regressão através de um ajustamento paramétrico com o objetivo de estimar os parâmetros da função covariância (C_0 , a) que definem a curva Gaussiana (Função Covariância).

Para isso foram usados os dados da tabela 5, onde as distâncias (primeira coluna da tabela 5) são aplicadas para compor a matriz A da equação (4.107), as covariâncias (colunas 2, 3 e 4) são usadas em (4.108) que conseqüentemente é introduzida em (4.109), compondo o vetor L . Logo os parâmetros são estimados por (4.110).

Os parâmetros da função covariância estão apresentados na tabela 6, em que o parâmetro C_0 é dado em m² e o parâmetro a em km⁻¹.

Tabela 6: Parâmetros da Função Covariância (coordenadas elipsoidais).

Parâmetros	ϕ	λ	H
C_0 (m²)	0.74	1.97	-0.079
a (km⁻¹)	0.36	0.45	0.318

O comprimento de correlação dado na equação (4.101) é calculado a partir do parâmetro a por:

$$\xi = \frac{\sqrt{\ln(2)}}{a} \quad (5.26)$$

A tabela 7 mostra o comprimento de correlação para cada componente:

Tabela 7: Parâmetro a e Comprimento de Correlação (coordenadas elipsoidais).

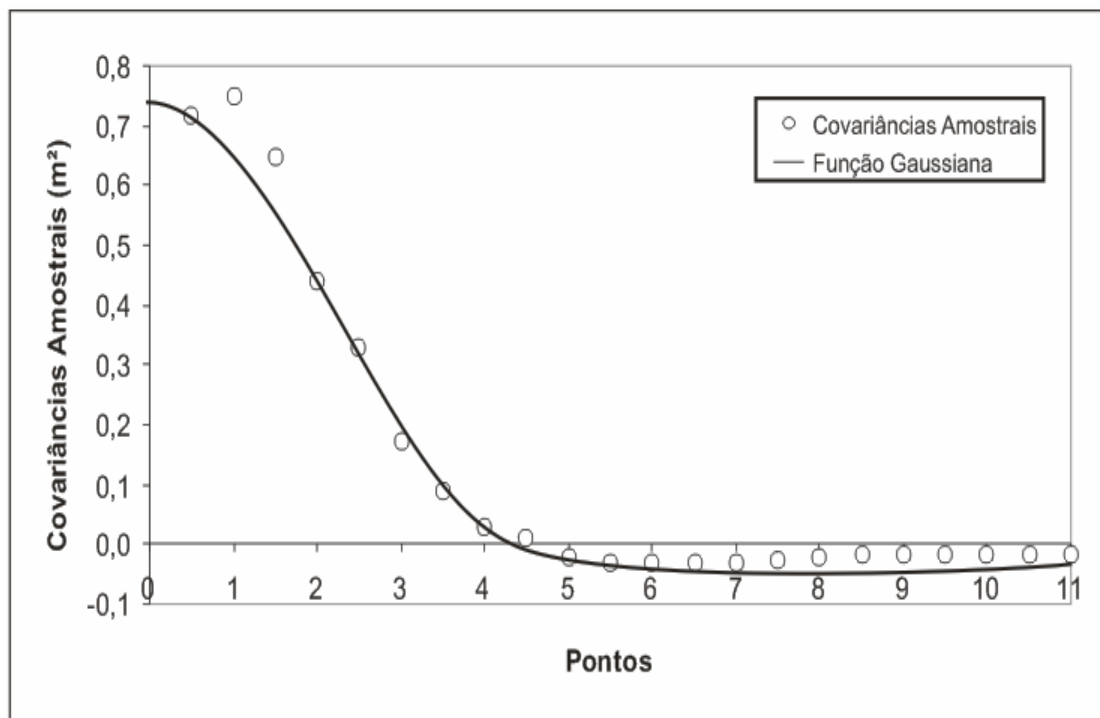
Parâmetros	ϕ	λ	H
$a^2 \text{ (km}^2\text{)}$	0.1296	0.2025	0.1011
$\xi \text{ (km)}$	2.312	1.850	2.618

Os valores das variâncias das observações, do sinal e do ruído para as três componentes podem ser vistas na tabela 8, determinadas pela equação (4.104).

Tabela 8: Variâncias (coordenadas elipsoidais).

Parâmetros	ϕ	λ	H
$C_l(0) \text{ (m}^2\text{)}$	2.451172	3.50461	0.256477
$C_s(0) \text{ (m}^2\text{)}$	0.73	2.00	0.015
$C_n(0) \text{ (m}^2\text{)}$	1.721172	1.50461	0.241477

Os gráficos referentes às covariâncias amostrais e função gaussiana estão apresentados respectivamente nas Figuras 5.17, 5.18 e 5.19, para as componentes latitude, longitude e altitude. A metodologia aplicada foi a explicada na 4.5. As distâncias d no eixo das abscissas X são dadas em km; e as covariâncias amostrais são dadas em m^2 , representadas por um círculo cinza. A curva representada pela linha cheia é a função covariância da equação (4.100), cujos parâmetros são mostrados na tabela 7. O valor da ordenada onde a curva intercepta o eixo das covariâncias amostrais corresponde ao C_0 , que é a variância $C_s(0)$.

Figura 5.17: Covariâncias amostrais para componente ϕ (coordenadas elipsoidais).

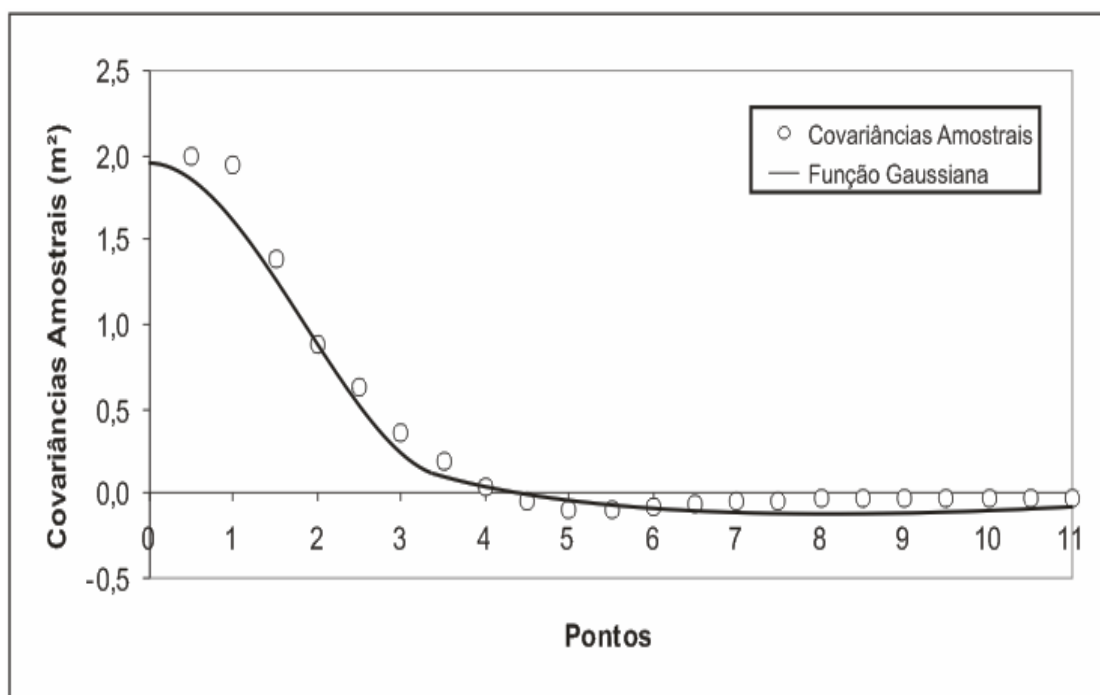


Figura 5.18: Covariâncias amostrais para componente λ (coordenadas elipsoidais).

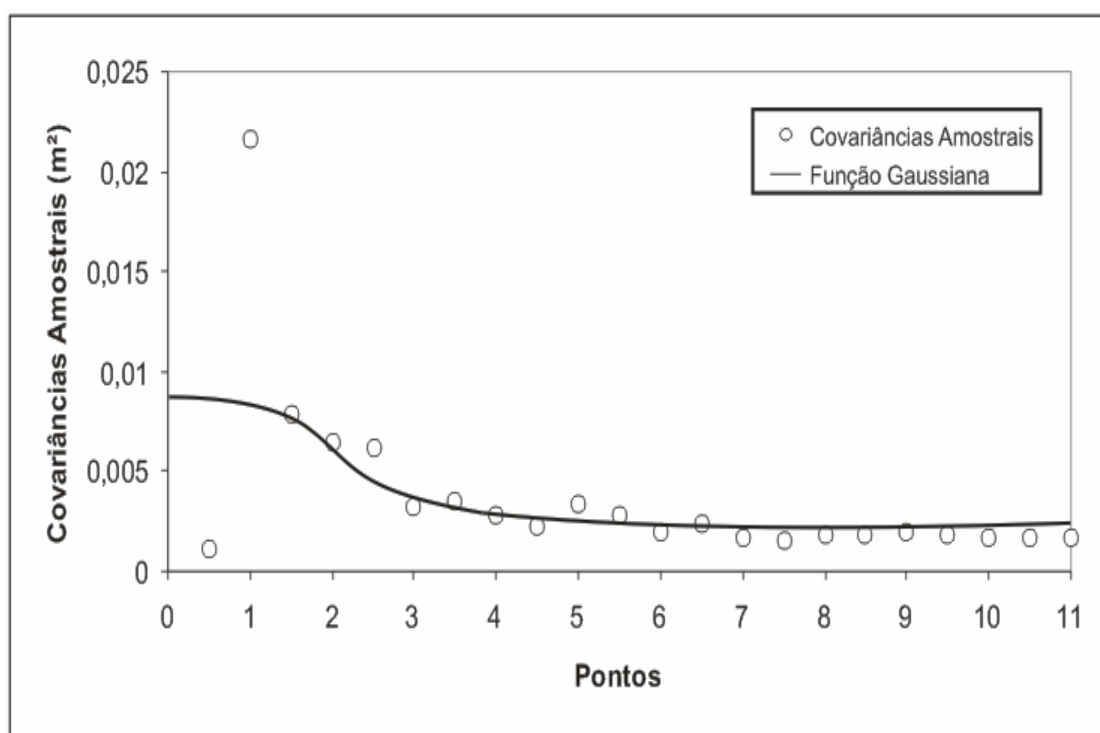


Figura 5.19: Covariâncias amostrais para componente h (coordenadas elipsoidais).

Com os parâmetros da função gaussiana (C_o , a) determinou-se as MVC's do sinal s (C_{ss}), do ruído n (C_{nn}) e do sinal s' ($C_{s's'}$) para as distâncias d , como também a MVC cruzada $C_{s's}$. A partir da soma de $C_{ss}+C_{nn}$ obtém-se a MVC das observações (C_{Lb}), essencial para determinação dos parâmetros de transformação.

5.6.3 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS

Os parâmetros de transformação ajustados, estimados pelo método de colocação, são mostrados na tabela 9:

Tabela 9: Parâmetros de transformação do método de colocação (150 pontos-coordenadas elipsoidais).

	Parâmetros	Precisão
T_x (m)	0.209	± 4.15555
T_y (m)	2.102	± 9.54329
T_z (m)	3.454	± 12.95170
dε_x	0° 0' 2.560462"	± 0.0000000"
dε_y	-0° 0' 0.173187"	± 0.0001135"
dε_z	-0° 0' 1.944197"	± 0.0000173"
fs	0.9999627	±0.00157 ppm

Os resíduos resultantes são mostrados na Figura 5.20. A Figura 5.21 mostra o gráfico referente aos resíduos das altitudes. Os valores numéricos dos resíduos desse ajustamento são mostrados na tabela 10 (ANEXO VIII).

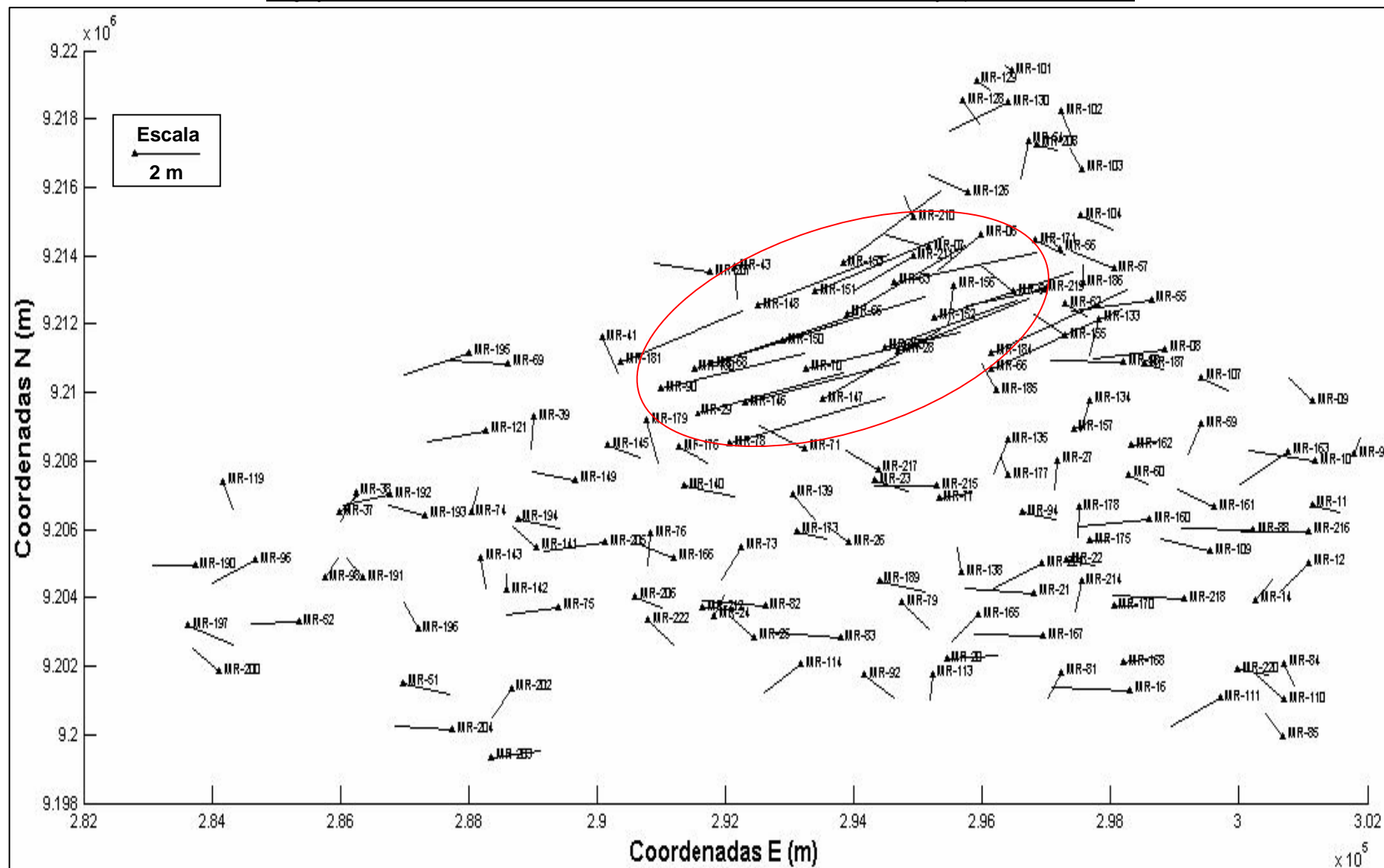


Figura 5.20: Resíduos das componentes ϕ e λ do método de colocação (150 pontos- coordenadas elipsoidais).

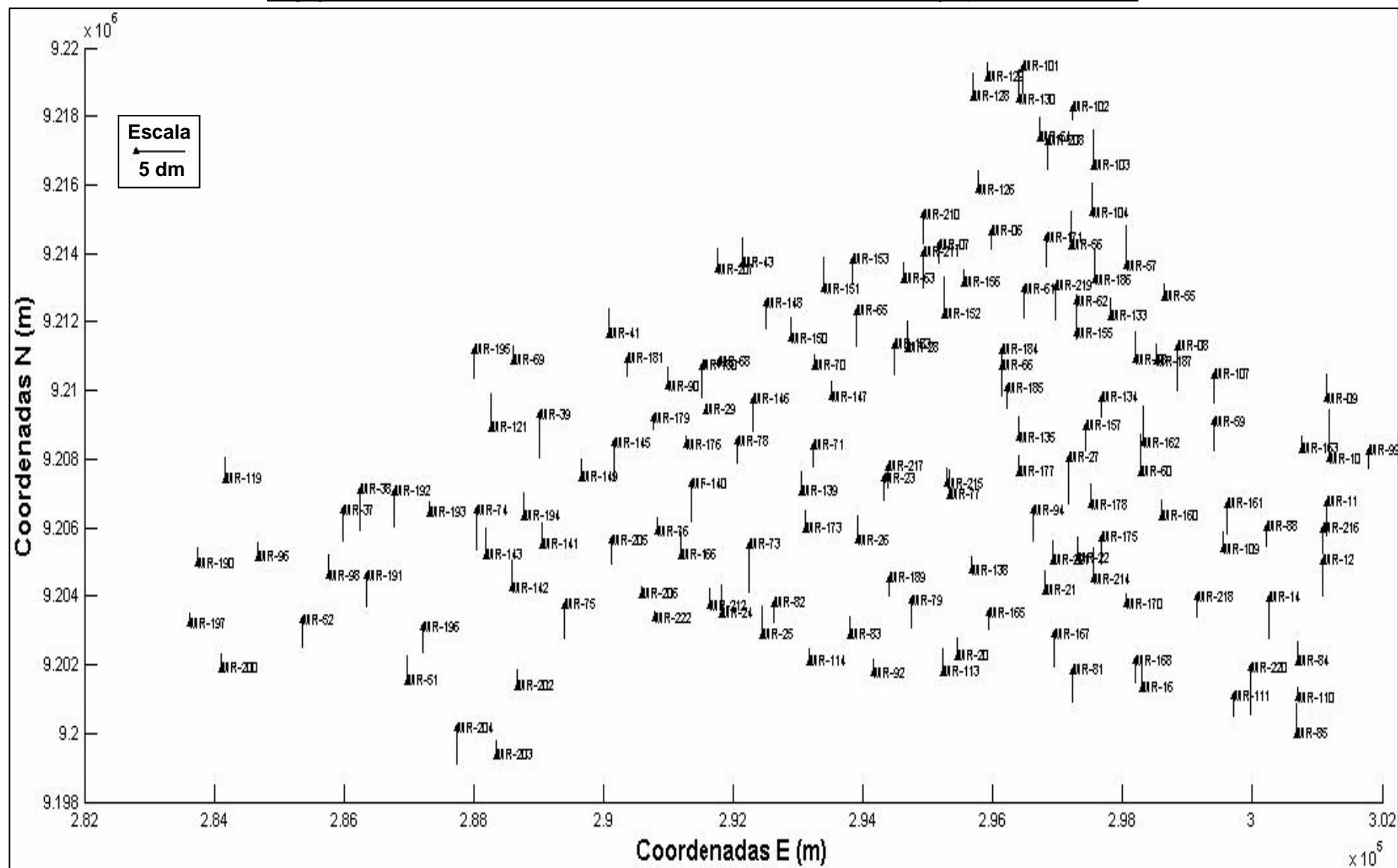


Figura 5.21: Resíduos da componente altitude h do método de colocação (150 pontos- coordenadas elipsoidais).

Na Figura 5.20 pode-se observar que há uma predominância de resíduos com uma média de 2 m, porém na área circulada esses resíduos são maiores alcançando 4 m em alguns pontos. Comparando-se esses resultados com os resíduos do método de Helmert (Figura 5.8), verificamos que os valores e sentidos dos vetores se mantêm, o que era esperado, apresentando ligeiras diferenças, como pode ser visto nos Anexos V e VII. A Figura 5.21 mostra os vetores dos resíduos da componente h onde se verifica que há a predominância de resíduos com comprimento abaixo de 5 dm.

O desvio-padrão da unidade de peso a posteriori foi calculado com a equação (4.122), cujo valor foi de: $\hat{\sigma}_0 = 0.978$.

5.6.4 DETERMINAÇÃO DOS SINAIS (s' e s) E DOS RUÍDOS (n)

Os sinais s' e os ruídos n , ambos estimados para os pontos de observação, são calculados pelas equações (4.116) e (4.115), em que os sinais s' representam as distorções sistemáticas residuais e o ruído n os erros das observações. Para o vetor s' estimou-se a MVC da equação (4.120) por meio da modelagem da função (4.100) e a MVC do ruído n foi estimada por (4.57). As Figuras 5.22, 5.23 e 5.24 representam os sinais s' e as Figuras 5.25, 5.26 e 5.27 os ruídos n obtidos para as componentes ϕ , λ e h . Abaixo são mostrados os vetores s' e n .

$$s' = [s'\phi_1 \quad s'\lambda_1 \quad s'h_1 \quad s'\phi_2 \quad s'\lambda_2 \quad s'h_2 \quad \Lambda \quad s'\phi_n \quad s'\lambda_n \quad s'h_n]^T \quad (5.27)$$

$$n = [n\phi_1 \quad n\lambda_1 \quad nh_1 \quad n\phi_2 \quad n\lambda_2 \quad nh_2 \quad \Lambda \quad n\phi_n \quad n\lambda_n \quad nh_n]^T \quad (5.28)$$

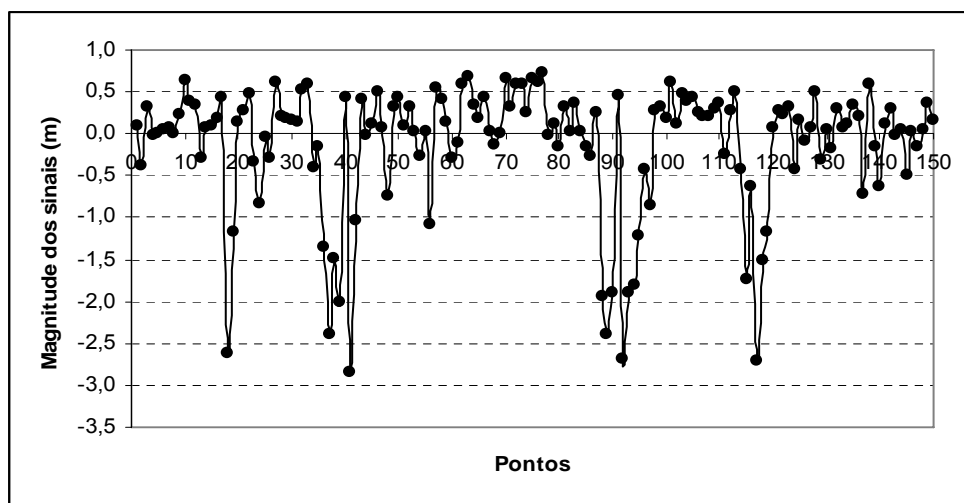


Figura 5.22: Sinais s' da componente ϕ (coordenadas elipsoidais).

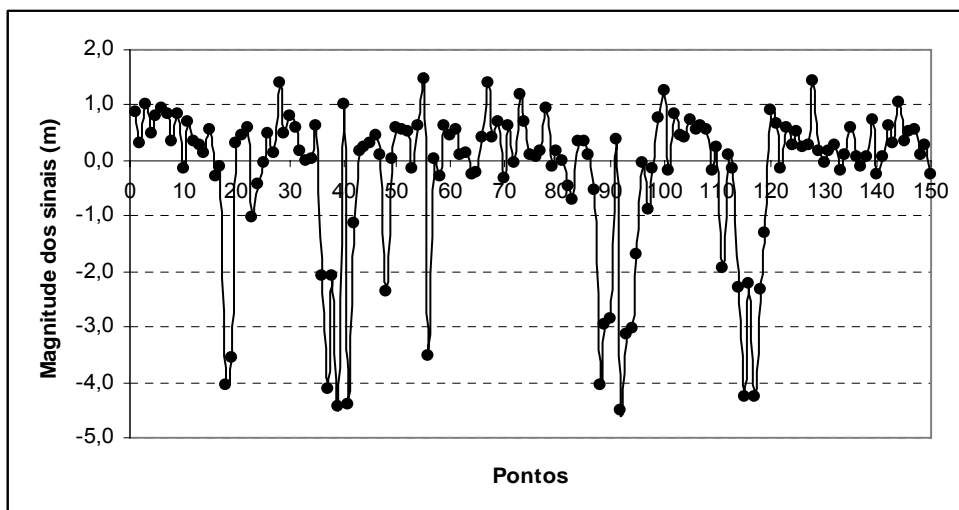


Figura 5.23: Sinais s' da componente λ (coordenadas elipsoidais).

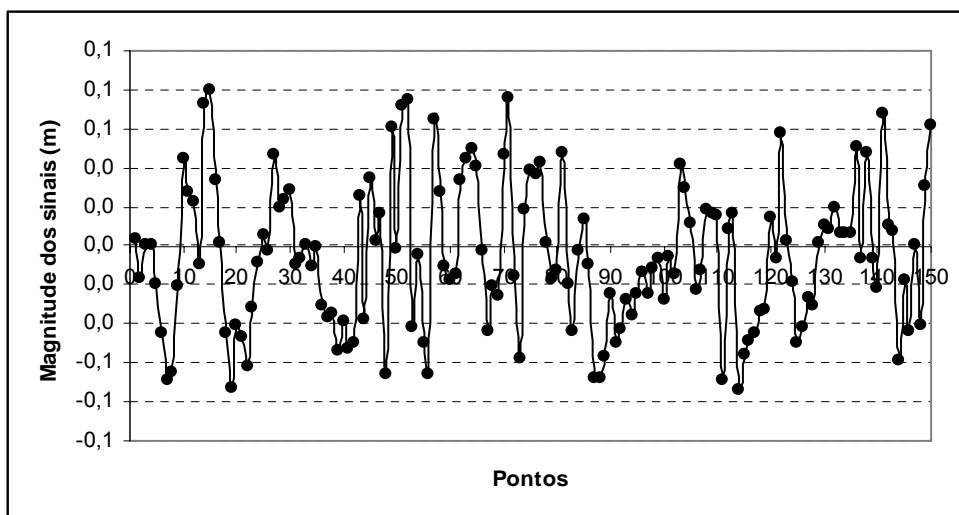


Figura 5.24: Sinais s' da componente h (coordenadas elipsoidais).

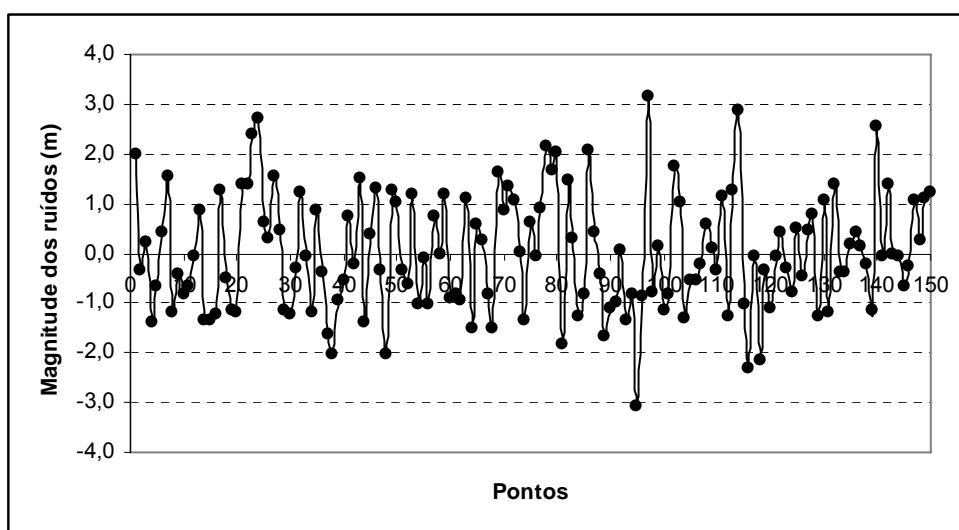


Figura 5.25: Ruídos n da componente ϕ (coordenadas elipsoidais).

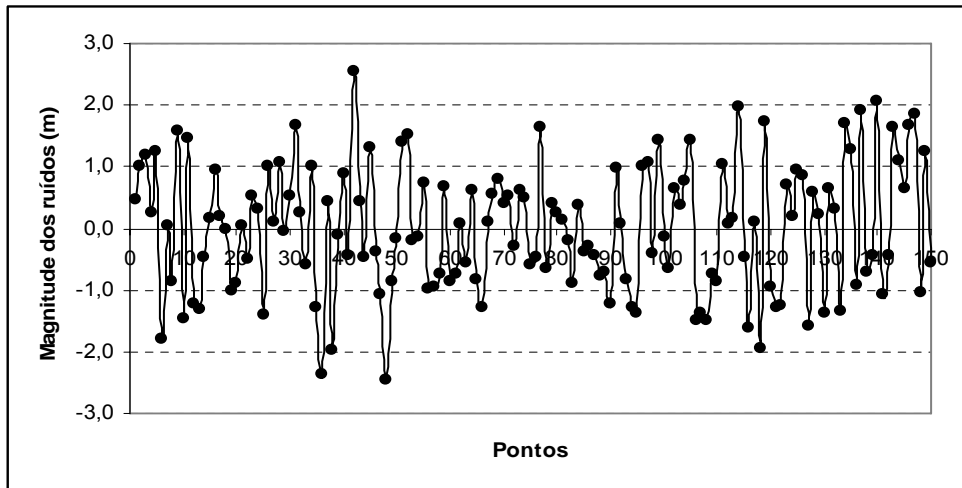


Figura 5.26: Ruídos n da componente λ (coordenadas elipsoidais).

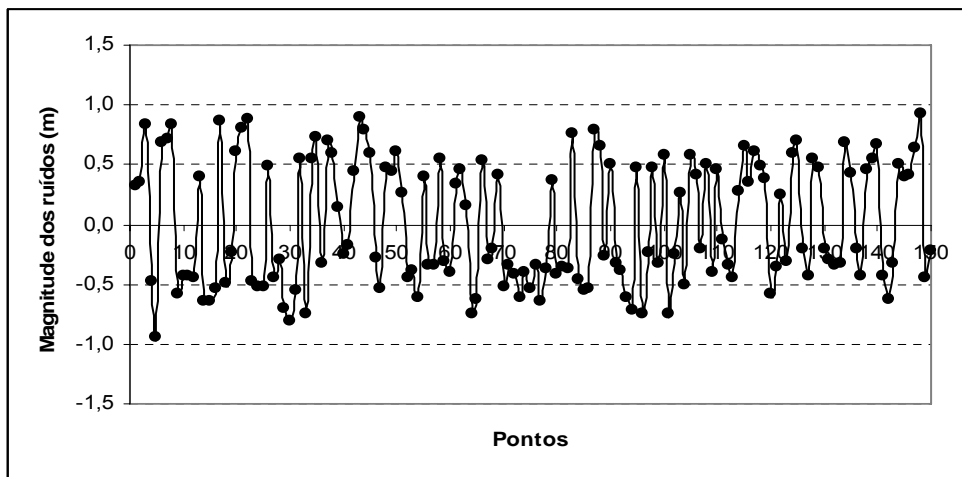


Figura 5.27: Ruídos n da componente h (coordenadas elipsoidais).

5.6.5 PREDIÇÃO NOS PONTOS DE OBSERVAÇÃO

As coordenadas elipsoidais nos pontos de observação foram preditas, de acordo com a equação (4.119):

$$\phi_{\text{PRED}} = \phi_{\text{CARTA}} - D^{-1}B^T Gp - s' \quad (5.29)$$

Em que s' foi determinado em 6.6.1. As discrepâncias entre as coordenadas preditas e as coordenadas originais do sistema GPS são apresentadas nas Figuras 5.28 e 5.29. Na predição, como já explicado na seção 4.6, utiliza a equação (4.116), em que os sinais das coordenadas dos pontos observados são removidos, conseqüentemente as discrepâncias resultantes das coordenadas estimadas pela predição para o sistema GPS subtraídas das originais do sistema GPS, que foram inseridas para determinação dos parâmetros de transformação. A tabela 11 (ANEXO IX) mostra os valores numéricos das discrepâncias.

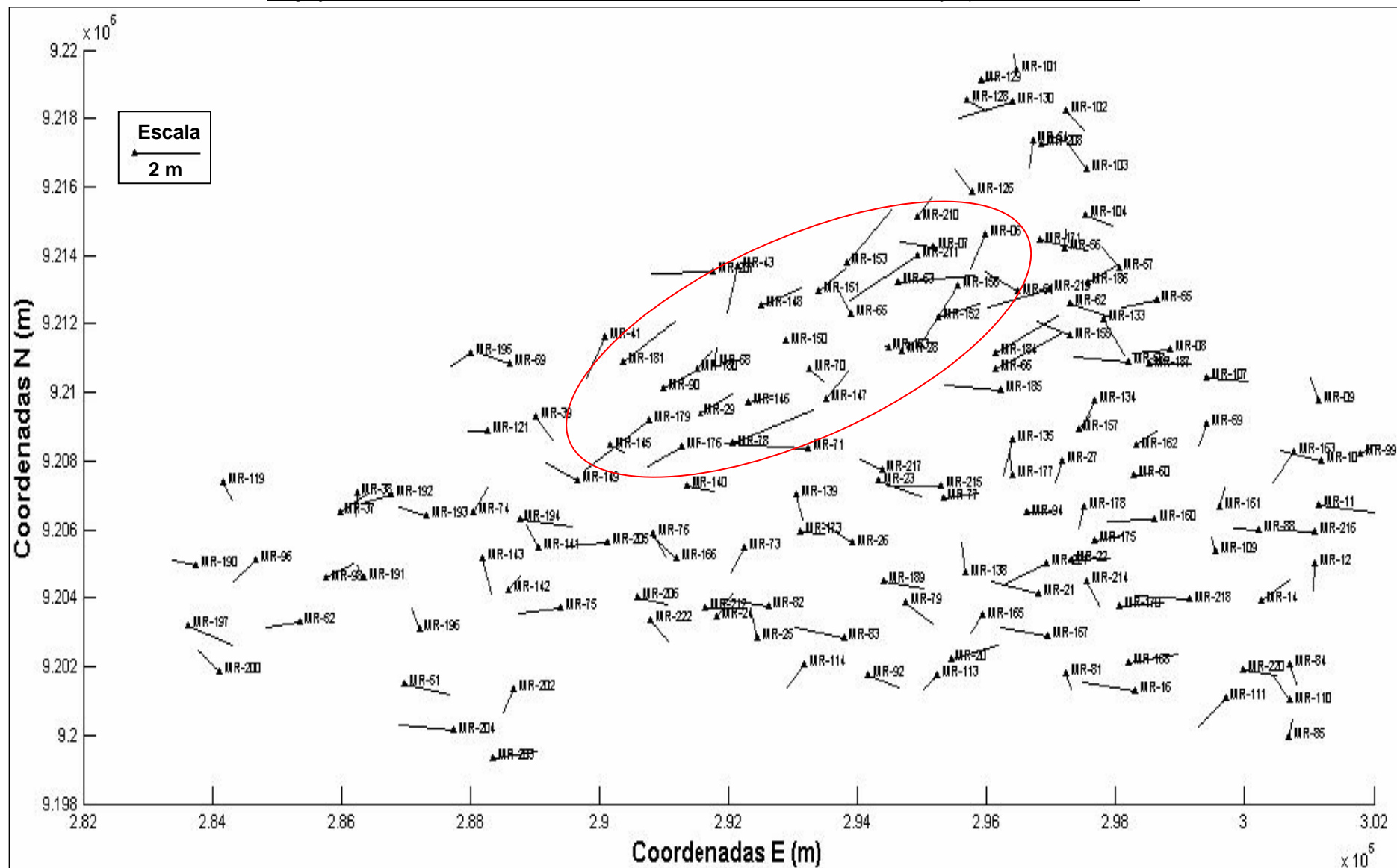


Figura 5.28: Discrepâncias entre as coordenadas preditas e originais em ϕ e λ do método de colocação (150 pontos – coordenadas elipsoidais).

Figura 5.29: Discrepâncias entre as coordenadas preditas e originais em h do método de colocação (150 pontos – coordenadas elipsoidais).

Na Figura 5.28 são mostradas as discrepâncias entre as coordenadas originais e as preditas para as componentes ϕ e λ , onde se observa que existe a predominância de discrepâncias com comprimento numa média de 1 m. Alguns pontos apresentam 2 m de discrepâncias e esses estão situados na região onde foram introduzidas as maiores distorções simuladas.

Na região destacada, os resíduos mantiveram as mesmas direções das distorções simuladas, no mesmo sentido contrário (SO-NE), o restante teve seu sentido aleatório com dimensões mais uniformizadas, onde verificou uma tendência de homogeneização dessas discrepâncias de forma generalizada, como já era esperado que ocorresse na questão da predição. Na Figura 5.29 observam-se as discrepâncias entre as coordenadas originais e preditas em h , onde as mesmas tiveram um comprimento predominantemente semelhante, onde grande parte destes apresentaram um comprimento de 5 dm, porém uma grande parte teve valor inferior a este.

5.6.6 INTERPOLAÇÃO NOS PONTOS DE CÁLCULO

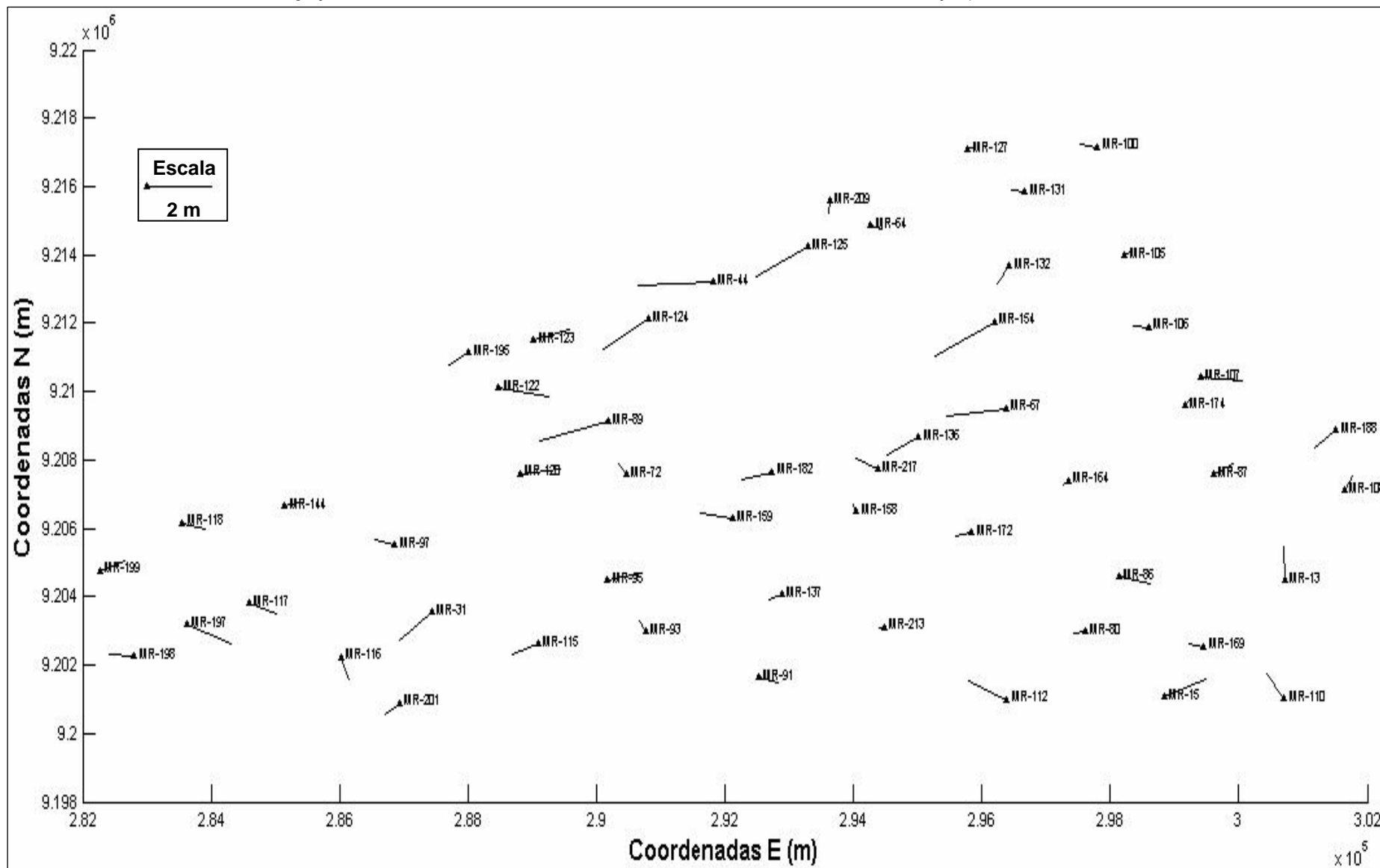
O vetor s é usado na determinação das coordenadas interpoladas e são calculados com as coordenadas arbitradas. No seu cálculo é necessário a estimação da matriz variância covariância cruzada do sinal s com o sinal s' ($C_{ss'}$), para isso devem ser calculadas as distâncias espaciais entre os pontos de cálculo e os pontos de observação pela equação (4.55). As coordenadas interpoladas são determinadas por:

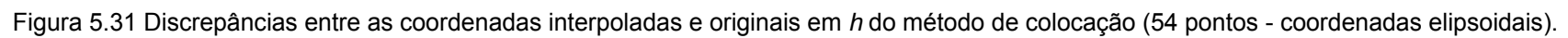
$$E_{\text{Interp}} = E_{\text{CARTA}} - D_c^{-1} B_c^T p - s \quad (5.30)$$

A matriz D_c é calculada por (3.81), porém na interpolação os termos M_i , N_i e ϕ são estimados pelas coordenadas dos pontos de cálculo. Os valores numéricos das discrepâncias podem ser vistos na tabela 12, assim como sua representação através das Figuras 5.30 e 5.31.

Tabela 12: Discrepâncias entre as coordenadas originais e interpoladas do método de Colocação (coordenadas elipsoidais).

Discrepâncias entre as coordenadas originais e interpoladas (coordenadas elipsoidais)							
Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)	Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)
MR-13	-1,903	0,019	-0,272	MR-124	1,718	1,413	0,809
MR-15	-1,100	-1,282	-0,481	MR-125	1,709	1,600	-0,229
MR-31	1,604	0,991	-0,531	MR-127	-0,086	-0,170	0,480
MR-44	0,191	2,370	0,583	MR-131	-0,149	0,417	0,381
MR-64	0,173	-0,340	-0,343	MR-132	1,019	0,382	0,435
MR-67	0,444	1,863	-0,612	MR-136	1,028	0,956	0,706
MR-72	-0,585	0,226	0,775	MR-137	0,337	0,386	0,758
MR-80	0,036	0,360	-0,401	MR-144	-0,240	-0,466	-0,099
MR-86	0,334	-0,959	0,685	MR-154	1,960	1,826	0,371
MR-87	-0,560	-0,623	-0,536	MR-158	-0,434	0,093	-0,311
MR-89	1,116	2,152	-0,417	M-159	-0,372	1,020	-0,579
MR-91	0,339	-0,604	-0,331	MR-164	0,251	0,138	-0,643
MR-93	-0,640	0,179	-0,616	MR-169	-0,126	0,466	-0,172
MR-95	-0,428	-1,030	-0,494	MR-172	0,202	0,507	0,450
MR-97	-0,361	0,611	-0,306	MR-174	-0,371	-0,174	0,645
MR-100	-0,125	0,545	0,351	MR-182	0,420	0,919	0,545
MR-105	-0,182	-0,168	0,281	MR-188	1,056	0,669	0,429
MR-106	-0,046	0,486	0,520	MR-198	-0,062	0,775	0,405
MR-108	-0,767	-0,224	-0,332	MR-199	-0,584	-0,762	-0,107
MR-112	-1,103	1,199	-0,400	MR-201	0,621	0,445	0,685
MR-115	0,653	0,810	0,430	MR-209	0,657	0,046	0,249
MR-116	1,280	-0,235	0,788	MR-213	0,019	0,162	0,651
MR-117	0,607	-0,859	0,493	MR-107	0,263	-1,293	0,533
MR-118	0,380	-0,736	-0,212	MR-110	-1,526	0,551	-0,197
MR-120	-0,240	-1,260	-0,414	MR-195	0,774	0,595	0,547
MR-122	0,503	-1,565	0,669	MR-197	1,083	-1,388	-0,206
MR-123	-0,602	-1,129	0,735	MR-217	-0,649	0,651	0,407





A Figura 5.30 mostra as discrepâncias entre as coordenadas originais e as interpoladas das componentes latitude e longitude, aonde o comprimento de alguns vetores nessa área chegam a 2 m, em sua maioria as discrepâncias apresentaram direções no sentido (NE-SO). Na Figura 5.31 as discrepâncias entre as coordenadas originais e interpoladas para a componente h tem seus comprimentos com uma média de 2,5 dm, embora que grande parte destes atingem os 5 dm, como pode ser visto comparando a escala.

5.7 APLICAÇÃO DO MÉTODO DE COLOCAÇÃO USANDO COORDENADAS CARTESIANAS

Com a metodologia apresentada em 5.6.1 e os modelos matemáticos descritos em 4.4, proporcionalmente com a mesma sequência de etapas dispostas no fluxograma da Figura 5.16, neste utilizou-se como dados de entrada as coordenadas cartesianas do sistema da Carta e as originais cartesianas do sistema GPS do quadro 5.1 (Anexo I).

5.7.1 MODELO FUNCIONAL E ESTOCÁSTICO

O modelo matemático do método de colocação com coordenadas cartesianas é dado por:

$$L_b = AX_a + s' + n \quad (5.31)$$

Os parâmetros de transformação são determinados pela equação (4.81):

$$p = (A^T (C_{Lb})^{-1} A)^{-1} A^T (C_{Lb})^{-1} w \quad (5.32)$$

Para a presente pesquisa, os valores aproximados dos parâmetros foram tomados como nulos:

$$X_o = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (5.33)$$

Os sinais s' nos pontos observados são determinados por:

$$s' = -C_{s's'} (C_{Lb})^{-1} (Ap + w) \quad (5.34)$$

Os ruídos n nos pontos observados são gerados por:

$$n = -C_{nn}(C_{Lb})^{-1}(Ap + w) \quad (5.35)$$

Os sinais s nos pontos de cálculo são calculados pela seguinte equação:

$$s = -C_{ss'}(C_{Lb})^{-1}(Ap + w) \quad (5.36)$$

O desvio-padrão da unidade de peso a posteriori é dado por:

$$\hat{\sigma}_o = \sqrt{\frac{v^T v}{S}} \quad (5.37)$$

A matriz variância covariância das observações é dada por:

$$C_{Lb} = \begin{bmatrix} C_{1,1}^{x,y,z} & C_{1,2}^{x,y,z} & \Lambda & C_{1,n}^{x,y,z} \\ C_{2,1}^{x,y,z} & C_{2,2}^{x,y,z} & \Lambda & C_{2,n}^{x,y,z} \\ M & M & \Lambda & M \\ C_{n,1}^{x,y,z} & C_{n,2}^{x,y,z} & \Lambda & C_{n,n}^{x,y,z} \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Onde as sub-matrizes da diagonal de C_{Lb} .

$$C_{n,n}^{x,y,z} = \begin{bmatrix} C_{n,n}^x & 0 & 0 \\ 0 & C_{n,n}^y & 0 \\ 0 & 0 & C_{n,n}^z \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

Fora da diagonal de C_{Lb} as matrizes são dadas por:

$$C_{n,1}^{x,y,z} = \begin{bmatrix} C_{n,1}^x & 0 & 0 \\ 0 & C_{n,1}^y & 0 \\ 0 & 0 & C_{n,1}^z \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

As coordenadas preditas são estimadas por:

$$X_{PRED} = X_{CARTA} - Ap - s' \quad (5.41)$$

As coordenadas interpoladas são determinadas por:

$$X_{\text{INT}} = X_{\text{CARTA}} - A_c p - s \quad (5.42)$$

5.7.2 MODELAGEM DA FUNÇÃO COVARIÂNCIA

Para a determinação das covariâncias amostrais foram usadas os resíduos entre as coordenadas transformadas e as originas da transformação de Helmert, conforme apresentado na seção 5.5.2 com os resíduos da transformação de Helmert com coordenadas cartesianas. Foram 150 pontos do sistema Carta, 150 do sistema GPS, 150 resíduos para as componentes X , Y e Z , além de 49 pontos arbitrados, constituindo os dados de entrada utilizados nas rotinas desenvolvidas no MATLAB.

Com os 150 resíduos foram calculadas as covariâncias amostrais para as componentes (X, Y, Z) . O modelo da função covariância é:

$$C(d) = C_o e^{-a^2 d^2} \quad (5.43)$$

As distâncias espaciais foram calculadas por (4.51), as quais determinam um perfil que foi dividido em intervalos iguais de 500 m de amplitude, onde as covariâncias são estimadas para o ponto médio do intervalo, para as três componentes (X, Y, Z) , como foi mostrado na seção 4.5, Figura 4.2. Os resultados para as covariâncias amostrais, estimadas por (4.105), podem ser vistos na tabela 13.

Tabela 13: Covariâncias amostrais nos pontos médios dos intervalos (coordenadas cartesianas).

Dist. (km)	Cov X (m ²)	Cov Y (m ²)	Cov Z (m ²)
0,5	0,7905	1,1891	0,7439
1,0	0,7262	1,1997	0,7455
1,5	0,5122	0,8667	0,6433
2,0	0,3269	0,5414	0,4371
2,5	0,2326	0,3915	0,3317
3,0	0,1205	0,2170	0,1713
3,5	0,0558	0,1258	0,0857
4,0	0,0099	0,0202	0,0267
4,5	-0,0161	-0,0324	0,0058
5,0	-0,0294	-0,0599	-0,0243
5,5	-0,0395	-0,0549	-0,0329
6,0	-0,0358	-0,0450	-0,0325
6,5	-0,0290	-0,0361	-0,0324
7,0	-0,0228	-0,0324	-0,0315
7,5	-0,0145	-0,0261	-0,0261
8,0	-0,0104	-0,0207	-0,0208
8,5	-0,0104	-0,0185	-0,0165
9,0	-0,0103	-0,0169	-0,0178
9,5	-0,0098	-0,0151	-0,0174
10,0	-0,0098	-0,0155	-0,0162
10,5	-0,0099	-0,0154	-0,0161
11,0	-0,0099	-0,0154	-0,0161

Com esses dados aplicou-se uma regressão através de um ajustamento paramétrico com o objetivo de estimar os parâmetros da função covariância (C_0 , a) que definem a curva Gaussiana.

Para isso foram usados os dados da tabela 13, onde as distâncias (primeira coluna da) são aplicadas para compor a matriz A da equação (4.107), as covariâncias (colunas 2, 3 e 4) são usadas em (4.108) que conseqüentemente é introduzida em (4.109), compondo o vetor L . Os parâmetros da função covariância são estimados por (4.110)

Os parâmetros da função covariância estão apresentados na tabela 14, em que o parâmetro C_0 é dado em m² e o parâmetro a em km⁻¹.

Tabela 14: Parâmetros da Função Covariância (coordenadas cartesianas).

Parâmetros	X	Y	Z
C_0 (m ²)	0.79	1.21	0.85
a (km ⁻¹)	0.43	0.41	0.416

A tabela 15 mostra o comprimento de correlação para cada componente:

Tabela 15: Parâmetro a e Comprimento de Correlação (coordenadas cartesianas).

Parâmetros	X	Y	Z
a^2 (km ⁻²)	0.1849	0.1681	0.1156
ξ (km)	1.936	2.030	2.448

Os valores das variâncias das observações, do sinal e do ruído podem ser vistas na

tabela 16 e foram estimadas pela equação (4.104).

Tabela 16: Variâncias (coordenadas cartesianas).

Parâmetros	X	Y	Z
$C_l(0) \text{ (m}^2\text{)}$	1.470053	2.300349	2.400859
$C_s(0) \text{ (m}^2\text{)}$	0.79	1.21	0.85
$C_n(0) \text{ (m}^2\text{)}$	0.680053	1.090349	1.550859

Os gráficos referentes as covariâncias amostrais e função gaussiana estão apresentados respectivamente nas Figuras 5.32 6.33 e 5.34, para as componentes X, Y e Z. A metodologia aplicada foi a explicada na 4.5. As distâncias d no eixo das abscissas X são dadas em km e as covariâncias amostrais são dadas em m^2 , representadas por um círculo. A curva representada pela linha cheia é a função covariância da equação (4.100), cujos parâmetros são mostrados na tabela 14. O valor da ordenada onde a curva intercepta o eixo das covariâncias amostrais corresponde ao C_o , que é a variância $C_s(0)$.

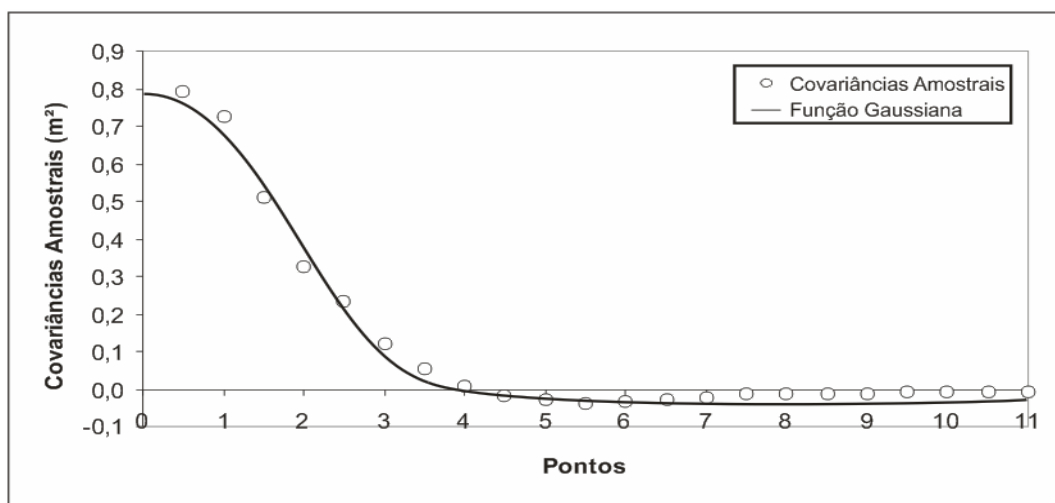


Figura 5.32: Covariâncias amostrais para componente X (coordenadas cartesianas).

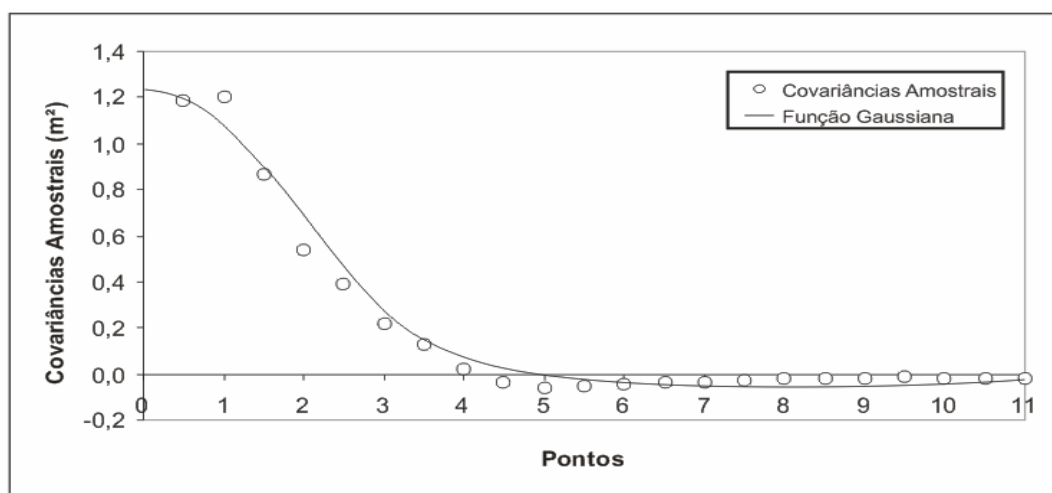


Figura 5.33: Covariâncias amostrais para componente Y (coordenadas cartesianas).

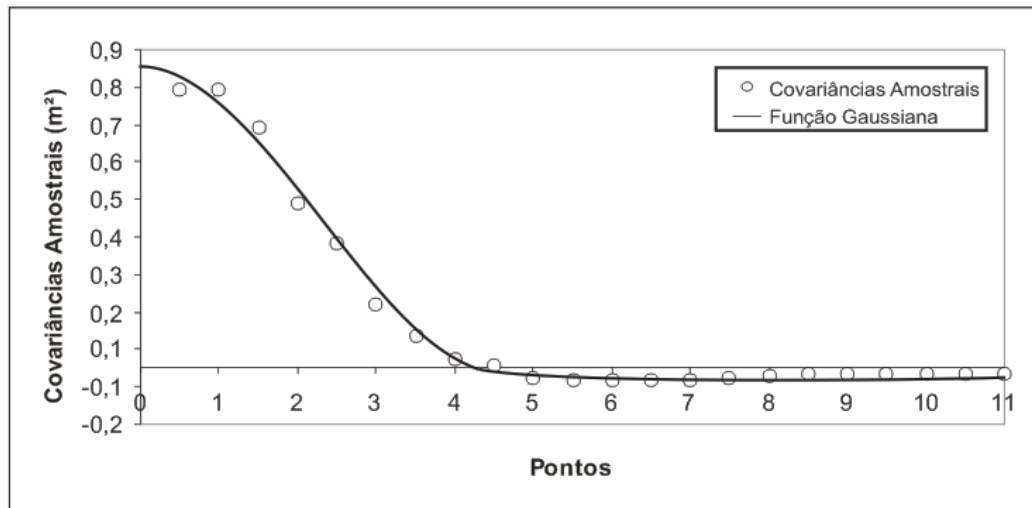


Figura 5.34: Covariâncias amostrais para componente Z (coordenadas cartesianas).

Da mesma forma que no método de colocação com coordenadas elipsoidais, ou seja, com os parâmetros da função gaussiana (C_o , a) determinou-se as MVC's do sinal s (C_{ss}), do ruído n (C_{nn}) e do sinal s' ($C_{s's'}$) para as distâncias d , também a MVC cruzada $C_{s's}$. A partir da soma de $C_{ss}+C_{nn}$ obtém-se a MVC das observações (C_{Lb}), essencial para determinação dos parâmetros de transformação.

5.7.3 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS

Os parâmetros de transformação ajustados são mostrados na tabela 17:

Tabela 17: Parâmetros de Transformação da Colocação (150 pontos – coordenadas cartesianas).

	Parâmetros	Precisão
T_x (m)	0.568	± 13.41898
T_y (m)	2.102	± 15.85264
T_z (m)	3.715	± 10.72150
$d\epsilon_x$	$0^\circ 0' 2.590534''$	$\pm 0.0003855''$
$d\epsilon_y$	$-0^\circ 0' 1.158431''$	$\pm 0.0003395''$
$d\epsilon_z$	$-0^\circ 0' 3.135926''$	$\pm 0.0004446''$
fs	0.999960136	± 0.00123 ppm

Os resíduos resultantes são mostrados na Figura 5.35. A Figura 5.36 mostra o gráfico referente aos resíduos das altitudes. Os valores numéricos dos resíduos desse ajustamento são mostrados na tabela 18 (ANEXO X). Cabe ressaltar que a determinação dos resíduos foi feita em relação às coordenadas elipsoidais, ou seja, os parâmetros estimados foram aplicados para se obter as coordenadas transformadas em cartesianas, essas coordenadas cartesianas foram convertidas em elipsoidais, posteriormente fez-se a subtração das mesmas pelas coordenadas elipsoidais originais do sistema GPS, com isso obteve-se os resíduos em relação as coordenadas elipsoidais.

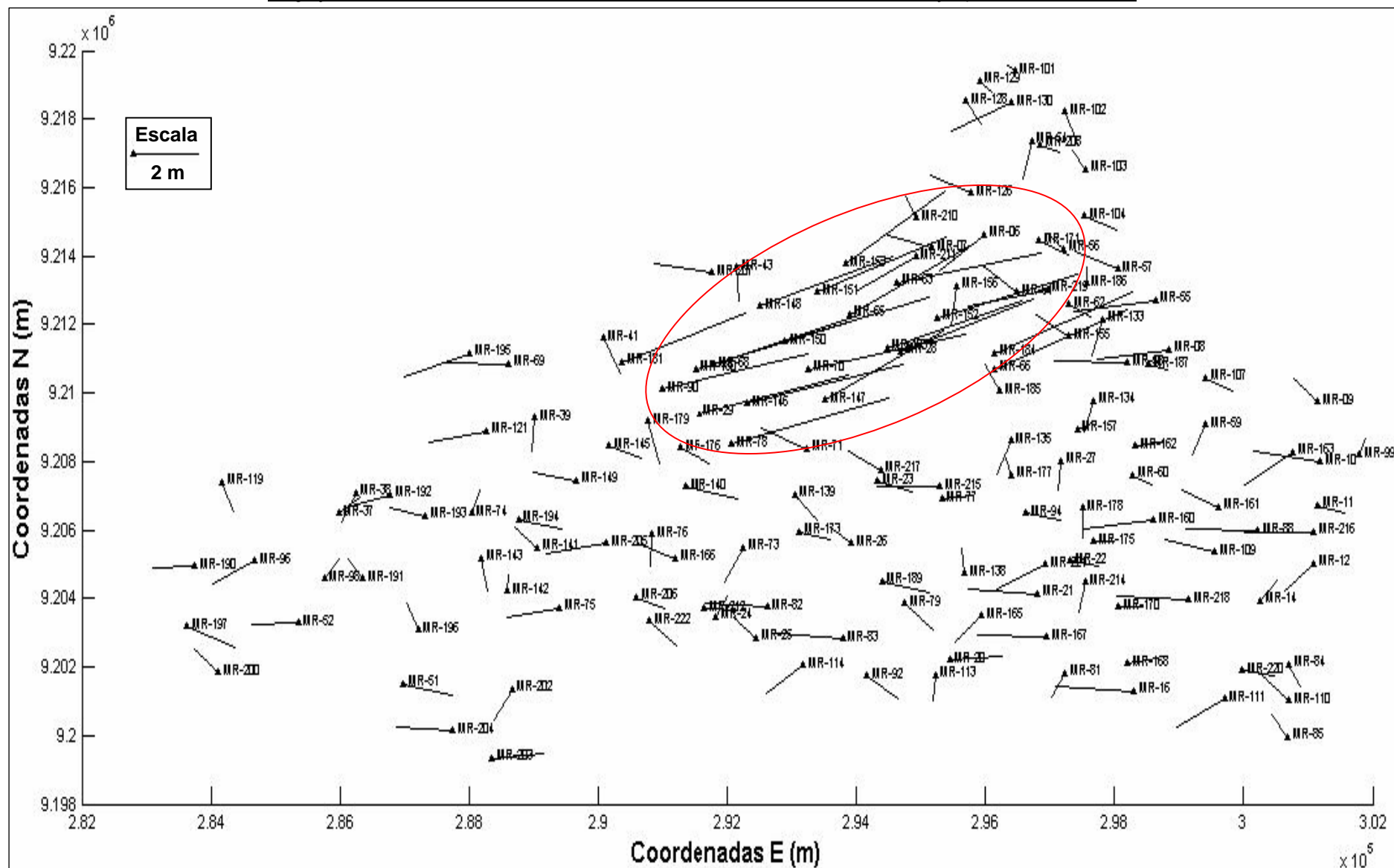


Figura 5.35: Resíduos das componentes ϕ e λ do método de colocação (150 pontos – coordenadas cartesianas).

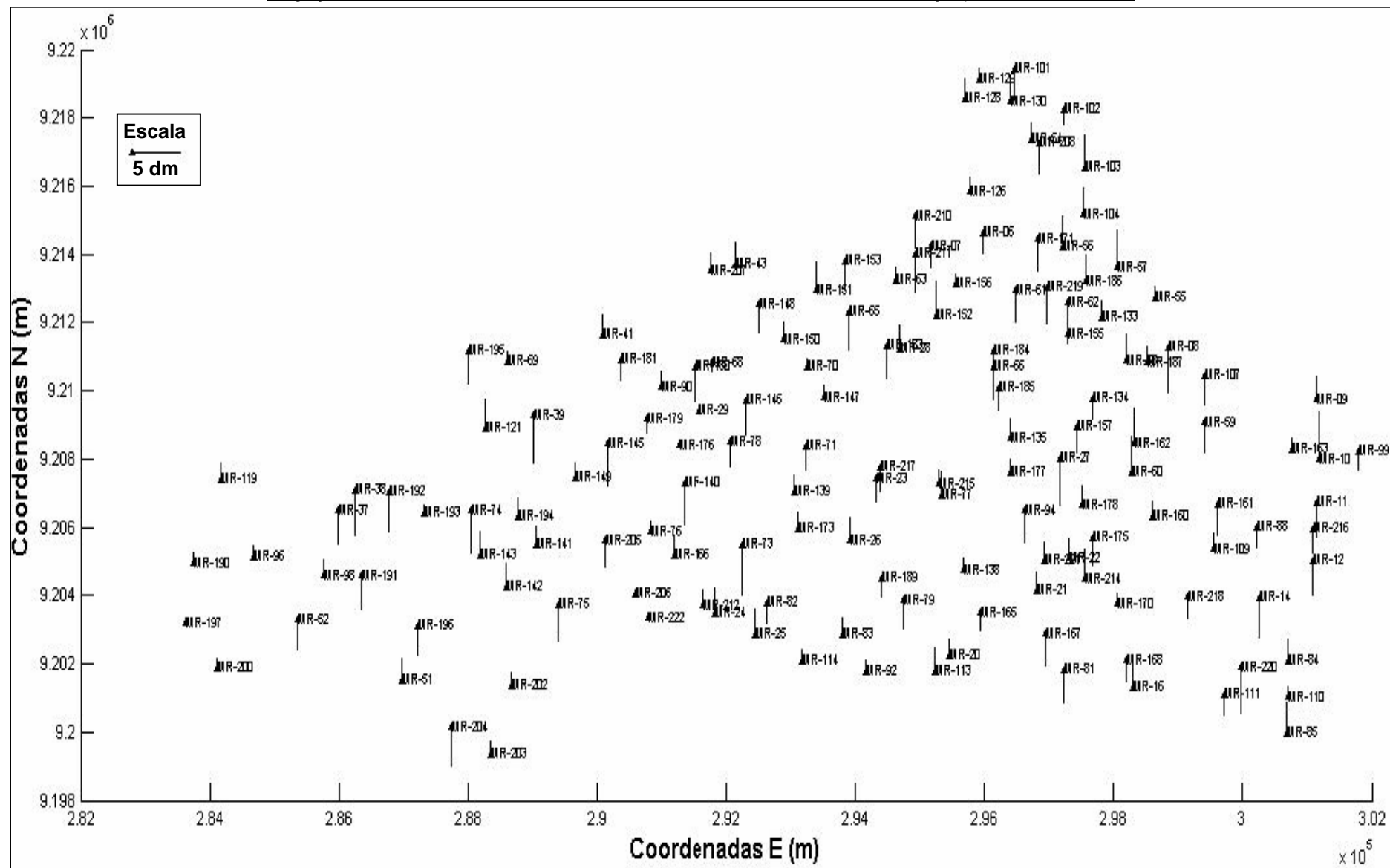


Figura 5.36: Resíduos da altitude h do método de colocação (150 pontos – coordenadas cartesianas).

Na Figura 5.35 observa-se uma maior distribuição dos resíduos com comprimento próximo a 2 m, outros chegando a média de 1 m, porém na área circulada esses resíduos chegam a cerca de 4 m, Na região destacada, os resíduos mantiveram as mesmas direções das distorções simuladas, no mesmo sentido (SO-NE), como mostra a Figura. No restante dos pontos esse sentido é mais aleatório. A Figura 5.36 mostra os resíduos da componente altitude h onde o comprimento predominante ficou ligeiramente abaixo de 5 dm.

O desvio-padrão da unidade de peso a posteriori foi calculado com a equação (4.91), cujo valor foi de: $\hat{\sigma}_o = 0.989$.

5.7.4 DETERMINAÇÃO DOS SINAIS (s' e s) E DOS RUÍDOS (n)

Os sinais s' e os ruídos n , ambos estimados para os pontos de observação, são calculados pelas equações (4.88) e (4.89), em que os sinais s' representam as distorções sistemáticas residuais e o ruído n os erros das observações. Para o vetor s' estimou-se a MVC da equação (4.88) por meio da modelagem da função (4.100) e a MVC do ruído n foi estimada por (4.57). As Figuras 5.37, 5.38 e 5.39 representam os sinais s' e as Figuras 5.40, 5.41 e 5.42 os ruídos n obtidos para as componentes X , Y e Z . Abaixo são mostrados os vetores s' e n .

$$s' = [s'\phi_1 \quad s'\lambda_1 \quad s'h_1 \quad s'\phi_2 \quad s'\lambda_2 \quad s'h_2 \quad \Lambda \quad s'\phi_n \quad s'\lambda_n \quad s'h_n]^T \quad (5.44)$$

$$n = [n\phi_1 \quad n\lambda_1 \quad nh_1 \quad n\phi_2 \quad n\lambda_2 \quad nh_2 \quad \Lambda \quad n\phi_n \quad n\lambda_n \quad nh_n]^T \quad (5.45)$$

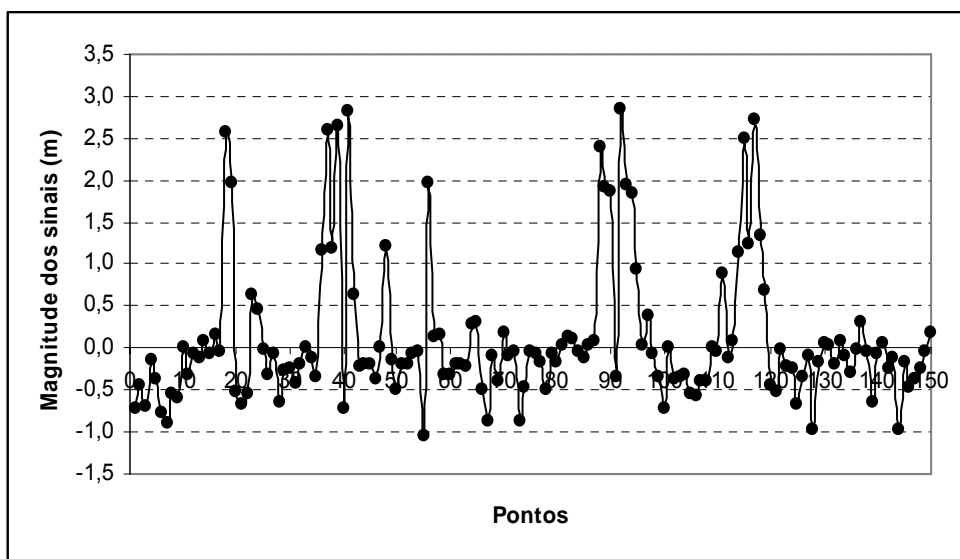


Figura 5.37: Sinais s' da componente X (coordenadas cartesianas).

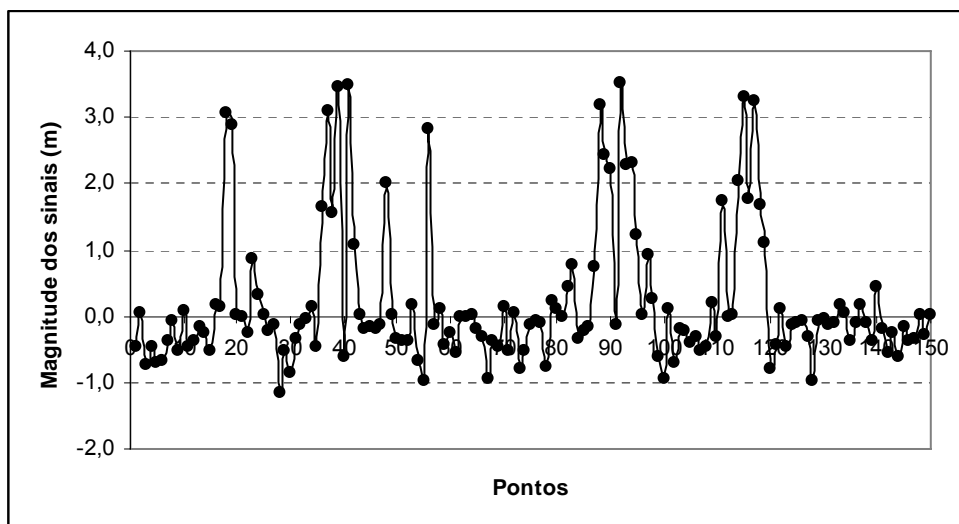


Figura 5.38: Sinais s' da componente Y (coordenadas cartesianas).

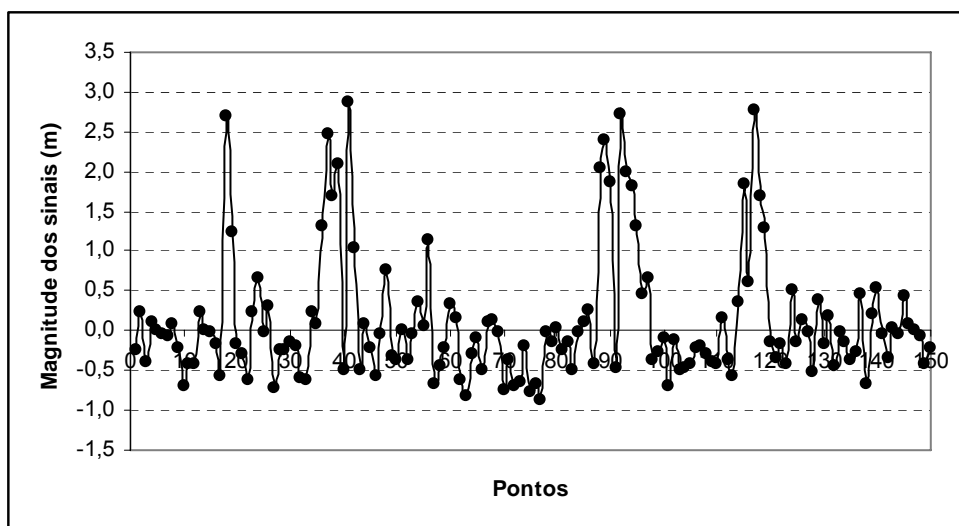


Figura 5.39: Sinais s' da componente Z (coordenadas cartesianas).

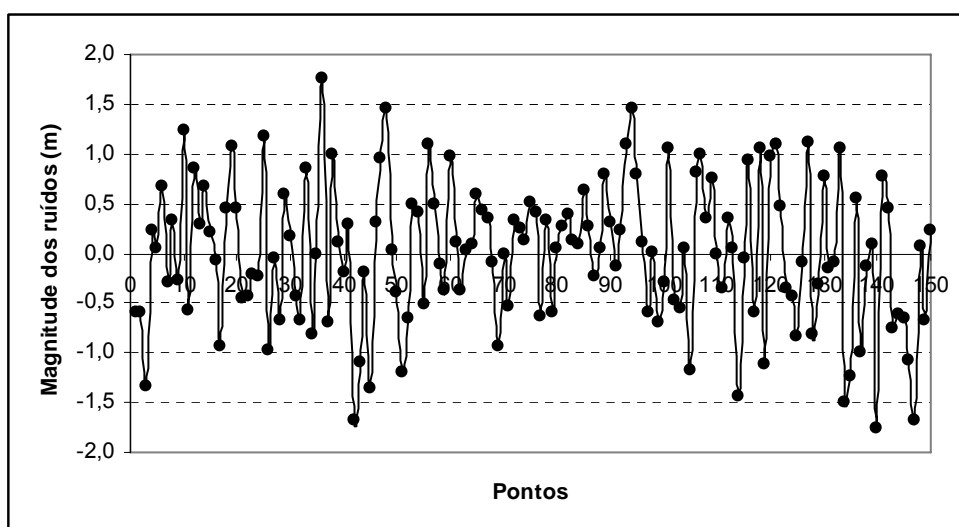


Figura 5.40: Ruídos n da componente X (coordenadas cartesianas).

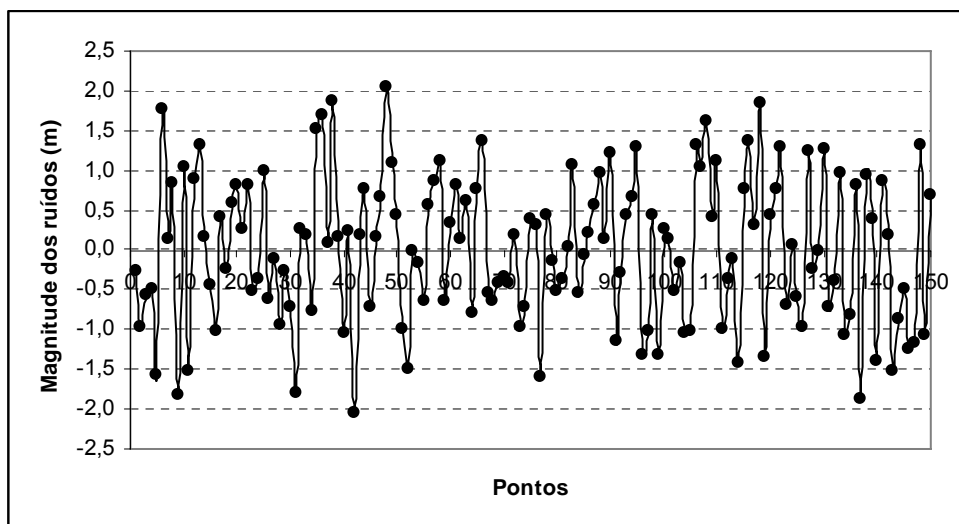


Figura 5.41: Ruídos n da componente Y (coordenadas cartesianas).

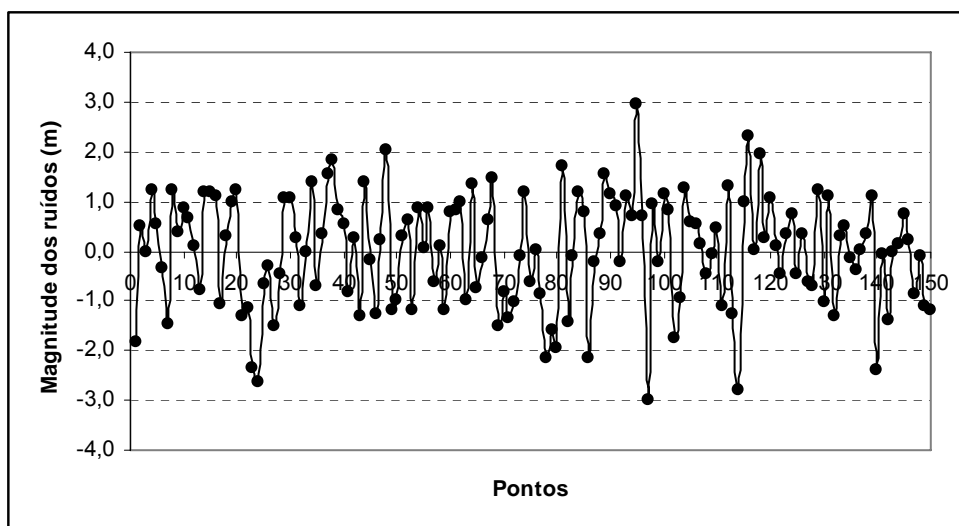


Figura 5.42: Ruídos n da componente Z (coordenadas cartesianas).

5.7.5 PREDIÇÃO NOS PONTOS DE OBSERVAÇÃO

Neste, foram aplicados os mesmos procedimentos para a determinação das coordenadas preditas no método de colocação com coordenadas elipsoidais, porém com as respectivas equações voltadas para o método de colocação com coordenadas cartesianas, onde a equação usada foi a (4.98).

A tabela 19 (ANEXO XI) mostra os valores numéricos das discrepâncias da predição do método de colocação com coordenadas cartesianas. As Figuras 5.43 e 5.44 mostram as respectivas discrepâncias, sendo que a Figura 5.43 abrange as componentes latitude e longitude, já a Figura 5.44 está relacionada à componente altitude.

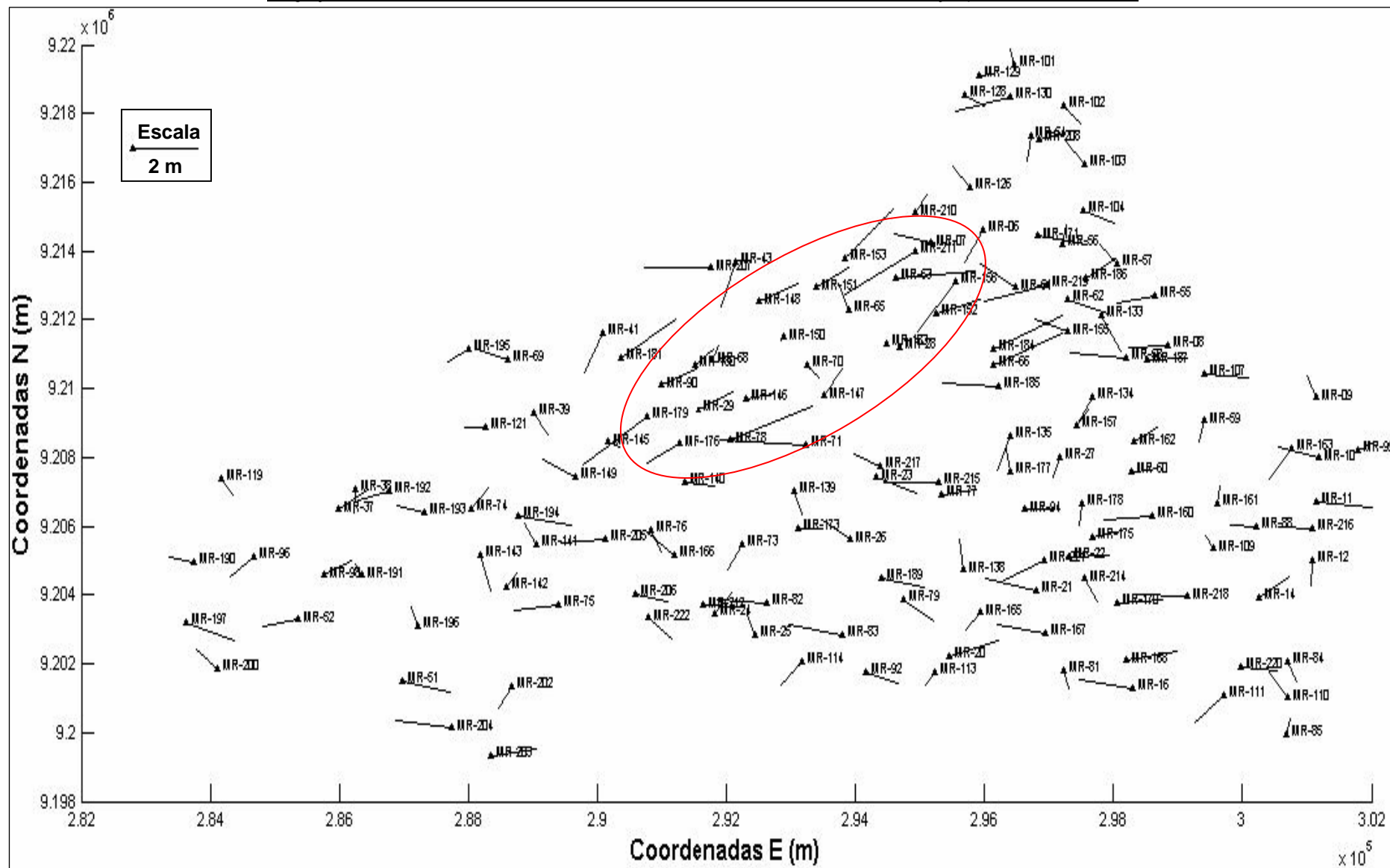


Figura 5.43: Discrepâncias entre as coordenadas previstas e originais em ϕ e λ da predição do método de colocação (150 pontos - coordenadas cartesianas).

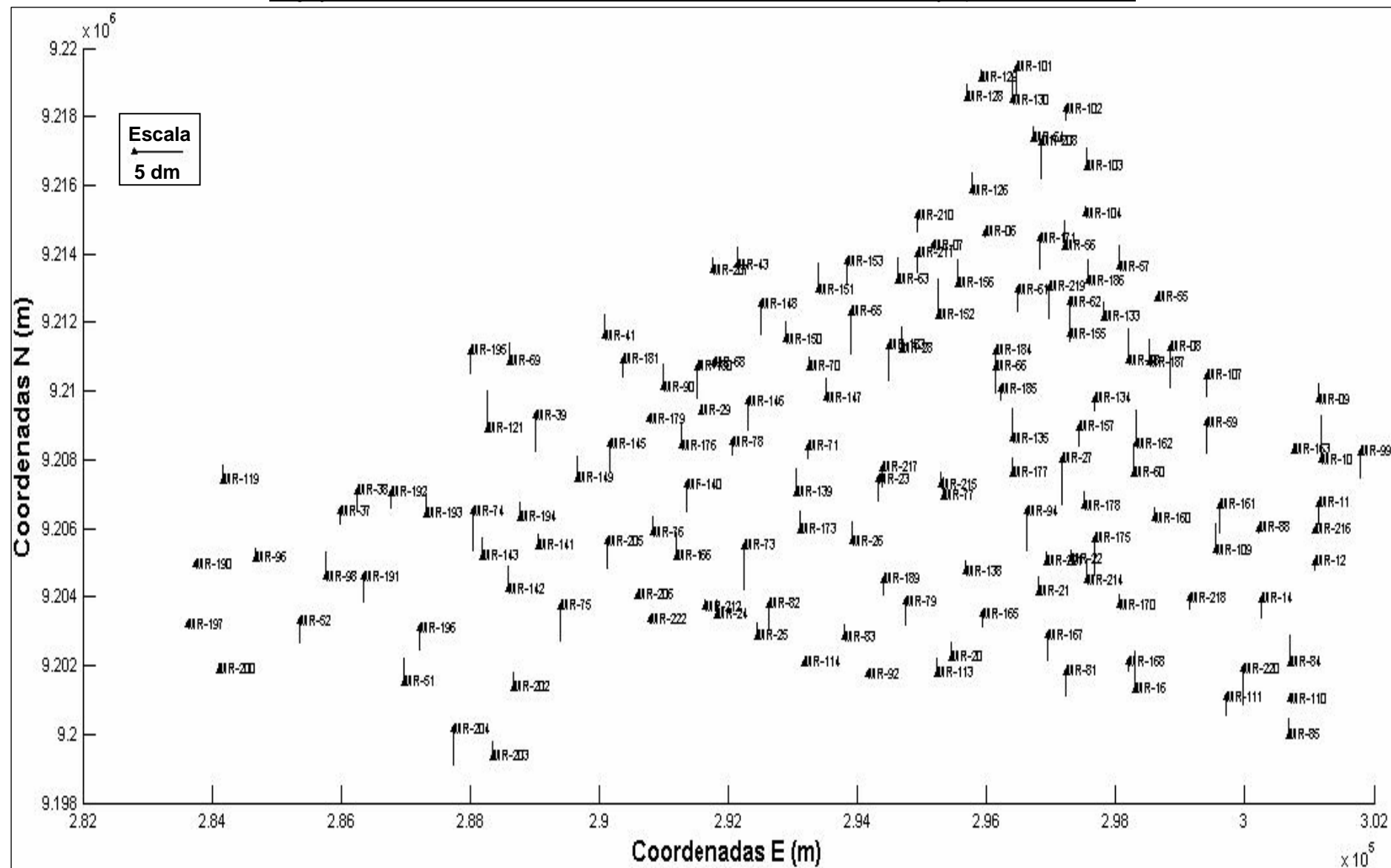


Figura 5.44: Discrepâncias entre as coordenadas previstas e originais em h do método de colocação (150 pontos - coordenadas cartesianas).

A Figura 5.43 mostra as discrepâncias entre as coordenadas originais e preditas em ϕ e λ , onde se verifica a predominância uma diferença com comprimento de em média 1 m e alguns chegam a 2 m. As discrepâncias apresentam sentidos aleatórios, como era esperado, por causa da aleatoriedade das distorções aplicadas. Na região destacada, os resíduos mantiveram as mesmas direções das distorções simuladas, no mesmo sentido (SO-NE), como mostra a Figura.

Contudo, constatou-se que houve uma homogeneização dessas discrepâncias de forma geral e aleatória semelhante a predição do método de colocação com coordenadas elipsoidais, onde foi observado que houve uma tendência de uniformização na questão das dimensões dos vetores, inclusive diminuindo seus comprimentos. A Figura 5.44 mostra as discrepâncias entre as coordenadas originais e preditas em h que, como pode ser observado, tem uma predominância dos comprimentos abaixo dos 5 dm, apresentando também grande quantidade de pontos com dimensão entorno de 5 dm.

5.7.6 INTERPOLAÇÃO NOS PONTOS DE CÁLCULO

A tabela 20 mostra os valores numéricos das discrepâncias calculadas entre as coordenadas originais e as interpoladas no método de colocação com coordenadas cartesianas para as respectivas componentes. As Figuras 5.45 e 5.46 mostram as discrepâncias entre as coordenadas originais e as interpoladas das componentes latitude, longitude e altitude onde foi utilizada a equação (4.99) com essa finalidade.

Na Figura 5.45 observar-se que os vetores das discrepâncias têm uma direção no sentido diagonal (NE-SO), e o comprimento de alguns vetores chegam a 2 m, porém em sua maioria o comprimento é bem inferior a esse. Na Figura 5.46 as discrepâncias da componente h tem seus comprimentos com uma média de 2,5 dm, embora que grande parte destes atingem os 5 dm, como pode ser visto comparando a escala.

Tabela 20: Discrepâncias entre as coordenadas originais e interpoladas do método de Colocação (coordenadas cartesianas).

Discrepâncias entre as coordenadas originais e interpoladas (coord. cartesianas)							
Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)	Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)
MR-13	-1,926	0,031	-0,822	MR-124	1,599	1,505	0,908
MR-15	-1,146	-1,214	-0,618	MR-125	1,846	1,463	-0,201
MR-31	1,701	0,989	-0,581	MR-127	-0,056	-0,186	0,741
MR-44	0,032	2,551	0,739	MR-131	-0,039	0,345	0,650
MR-64	0,297	-0,370	-0,553	MR-132	0,782	0,492	0,246
MR-67	0,441	1,957	-0,851	MR-136	0,925	1,184	0,504
MR-72	-0,694	0,274	0,527	MR-137	0,430	0,489	0,841
MR-80	0,058	0,359	-0,538	MR-144	-0,314	-0,520	-0,274
MR-86	0,348	-0,973	0,829	MR-154	2,004	1,744	0,304
MR-87	-0,529	-0,591	-0,447	MR-158	-0,406	0,050	-0,163
MR-89	0,985	2,221	-0,702	MR-159	-0,536	0,964	-0,717
MR-91	0,358	-0,565	0,073	MR-164	0,180	0,071	-0,545
MR-93	-0,648	0,011	-0,329	MR-169	-0,147	0,322	-0,530
MR-95	-0,470	-0,994	-0,355	MR-172	0,322	0,430	0,699
MR-97	-0,289	0,560	-0,459	MR-174	-0,458	-0,272	0,559
MR-100	-0,095	0,575	0,580	MR-182	0,360	0,885	0,341
MR-105	-0,027	-0,240	0,801	MR-188	1,153	0,733	0,654
MR-106	-0,100	0,579	0,589	MR-198	-0,030	0,664	0,622
MR-108	-0,796	-0,325	-0,472	MR-199	-0,532	-0,797	0,144
MR-112	-1,080	1,171	-0,330	MR-201	0,584	0,395	0,730
MR-115	0,522	0,869	0,429	MR-209	0,846	-0,053	0,228
MR-116	1,326	-0,272	0,762	MR-213	-0,041	0,124	0,720
MR-117	0,565	-0,836	0,542	MR-107	0,197	-1,389	0,400
MR-118	0,365	-0,705	0,057	MR-110	-1,504	0,588	-0,104
MR-120	-0,191	-1,251	-0,491	MR-195	0,770	0,660	0,434
MR-122	0,441	-1,510	0,518	MR-197	1,035	-1,498	-0,023
MR-123	-0,658	-1,067	0,720	MR-217	-0,692	0,781	0,336

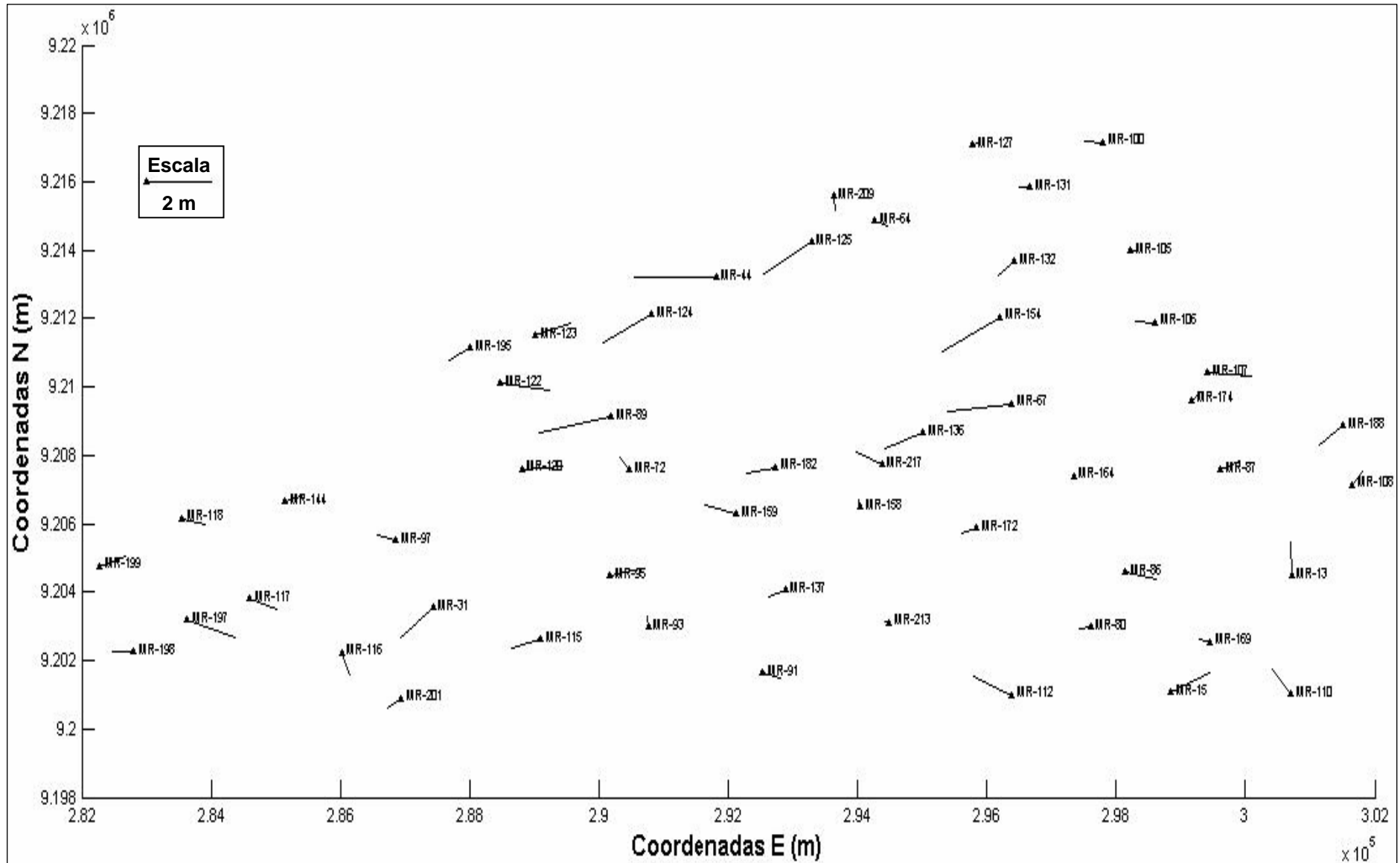


Figura 5.45: Discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e originais em ϕ e λ do método de colocação (54 pontos - coordenadas cartesianas).

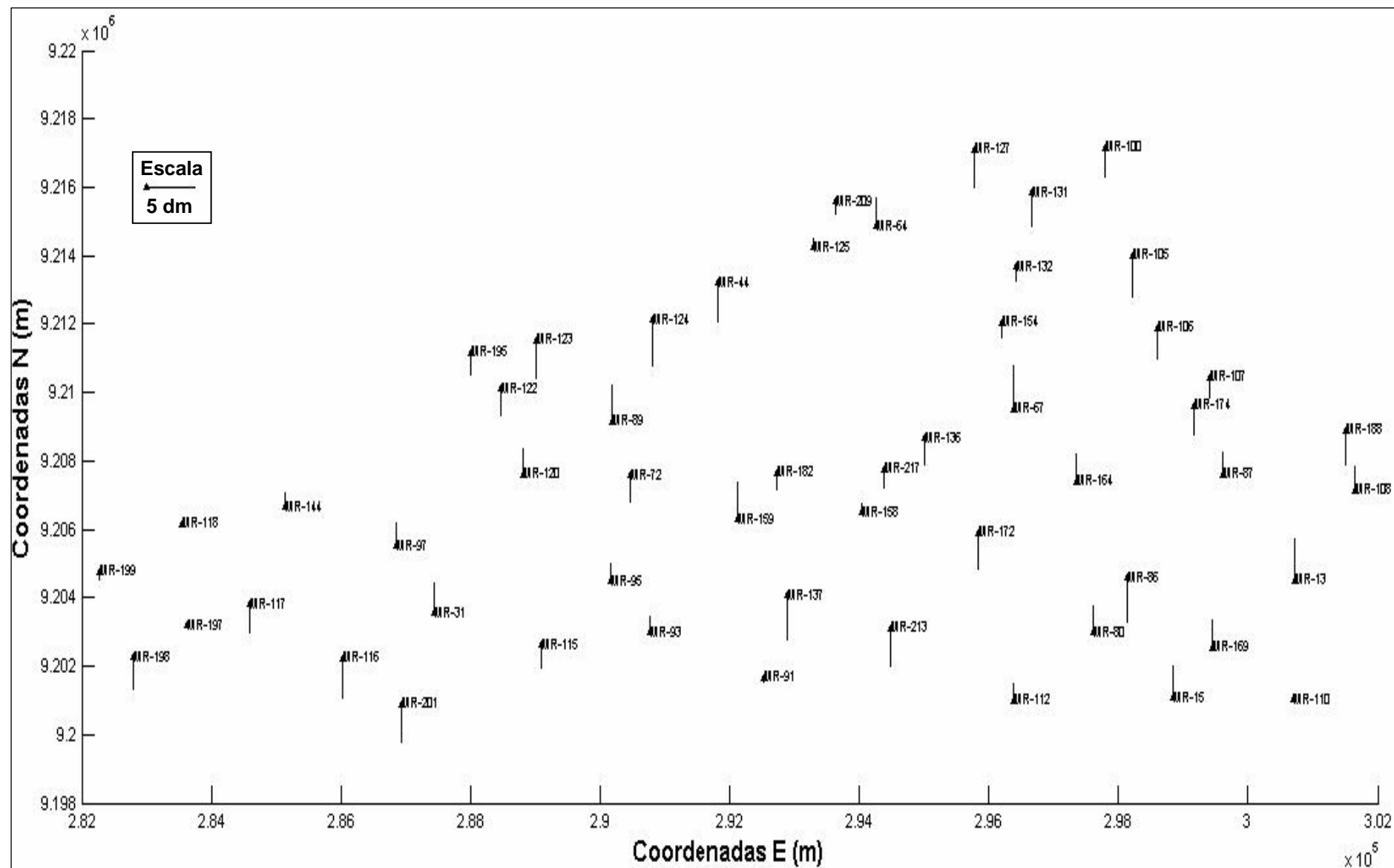


Figura 5.46: Discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e originais em h do método de colocação (54 pontos - coordenadas cartesianas).

5.8 ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.8.1 PARÂMETROS DE TRANSFORMAÇÃO

Com a metodologia apresentada na seção 5 e os modelos matemáticos da seção 4, foram estimados os parâmetros de transformação entre os sistemas SAD-69 e WGS-84 a partir dos dados de entrada, ou seja, as coordenadas mostradas no quadro 5.1 do Anexo I. Duas metodologias foram aplicadas para determinação dos parâmetros, sendo uma a transformação de Helmert e outra o método de colocação por mínimos quadrados, sendo que para as duas metodologias numa estimativa aplicou-se coordenadas elipsoidais e na outra estimativa foram aplicadas coordenadas cartesianas.

Tabela 21: Comparação dos Parâmetros de Transformação.

Transf. Helmert (Coord. Elipsoidais)			Colocação (coord. elipsoidais)	
	Parâmetros	Precisão	Parâmetros	Precisão
T_x (m)	2.683	± 4.56400	0.209	± 4.15555
T_y (m)	5.572	± 4.06315	2.102	± 9.54329
T_z (m)	2.698	± 2.96927	3.454	± 12.95170
$d\epsilon_x$	$0^\circ 0' 10.330956''$	$\pm 0.0000991''$	$0^\circ 0' 2.560462''$	$\pm 0.00''$
$d\epsilon_y$	$-0^\circ 0' 5.7896610''$	$\pm 0.0001173''$	$-0^\circ 0' 0.173187''$	$\pm 0.0001135''$
$d\epsilon_z$	$-0^\circ 0' 3.3763380''$	$\pm 0.0001506''$	$-0^\circ 0' 1.944197''$	$\pm 0.0000173''$
fs	0.999966045	± 0.00034 ppm	0.99996275	± 0.00157 ppm
Transf. Helmert (Coord. Carteseianas)			Colocação (coord. Carteseianas)	
	Parâmetros	Precisão	Parâmetros	Precisão
T_x (m)	2.863	± 4.56483	0.568	± 13.41898
T_y (m)	5.572	± 4.06314	2.102	± 15.85264
T_z (m)	2.698	± 2.96927	3.715	± 10.72150
$d\epsilon_x$	$0^\circ 0' 10.330975''$	$\pm 0.0000991''$	$0^\circ 0' 2.590534''$	$\pm 0.0003855''$
$d\epsilon_y$	$-0^\circ 0' 5.789682''$	$\pm 0.0001173''$	$-0^\circ 0' 1.158431''$	$\pm 0.0003395''$
$d\epsilon_z$	$-0^\circ 0' 3.376328''$	$\pm 0.0001506''$	$-0^\circ 0' 3.135926''$	$\pm 0.0004446''$
fs	0.999966045	± 0.00034 ppm	0.999960136	± 0.00123 ppm

Os parâmetros de transformação da transformação de Helmert com coordenadas elipsoidais foram estimados pela equação (4.45), com coordenadas cartesianas foi usada a equação (4.18), onde as componentes N e U são obtidas por (4.19) e (4.20). No método de colocação com coordenadas elipsoidais os parâmetros foram estimados por (4.117), com coordenadas cartesianas a equação foi a (4.81). A diferença de cada estimativa do método da colocação em relação a transformação de Helmert se dá pela inclusão da MVC das observações, que é estimada por (4.56), onde na mesma o sinal s' é propagado.

A tabela 22 mostra as diferenças dos parâmetros estimados pelas metodologias aplicadas no presente estudo.

Tabela 22: Diferenças entre os parâmetros de transformação.

	THExColocElips	THCxColocCart	THExTHC	ColocElipsxColocCart
ΔT_x (m)	2.474	2,295	0	-0.359
ΔT_y (m)	3.470	3,470	0	0
ΔT_z (m)	-0.756	-1,017	0	-0.261
ΔR_x (")	7.770494	7,740441	-0,000019	-0.030072
ΔR_y (")	5.616474	4,631251	-0,000021	-0.985244
ΔR_z (")	1.432141	0,240402	0,00001	-1.191729
ΔF_s (ppm)	3.295	5.909	0	2.614

Onde:

THE: Transformação de Helmert com coordenadas elipsoidais;

THC: Transformação de Helmert com coordenadas cartesianas;

ColocElips: Método de colocação com coordenadas elipsoidais;

ColocCart: Método de colocação com coordenadas cartesianas.

Analisando a primeira coluna da tabela 22, onde foram calculadas as diferenças entre os parâmetros de transformação estimados pela transformação de Helmert e o método de colocação, ambos usando coordenadas elipsoidais, verifica-se que houve uma discrepância entre as estimativas, com a mesma ordem de grandeza das discrepâncias mostradas na coluna 2 da tabela 22, nesse caso usando coordenadas cartesianas. Em ambos os casos houve divergência nos parâmetros estimados pela transformação de Helmert em relação ao método de colocação e isso ocorre devido a inclusão da MVC das observações para o método de colocação, entre as outras MVC's utilizadas, as quais são influenciadas diretamente pela modelagem da função gaussiana através dos parâmetros C_0 e a .

Na coluna 3 da tabela 22 observa-se a diferença entre os parâmetros de transformação estimados para a transformação de Helmert para ambos os casos, ou seja, com coordenadas elipsoidais e cartesianas. Ficou claro que neste caso as discrepâncias entre as estimativas foram praticamente inexistentes, como pode ser observado para as translações, rotações e fator de escala.

A coluna 4 da tabela 22 mostra as discrepâncias entre os parâmetros estimados pelos métodos de colocação usando coordenadas elipsoidais e cartesianas, respectivamente. Neste verifica-se que as discrepâncias foram significantes para todos os parâmetros, principalmente para a rotação em Z, ficando as translações na casa dos centímetros.

A comparação de qual método foi o mais eficaz em relação a determinação de pontos com coordenadas mais próximas das originais do sistema GPS será analisado adiante, com a verificação das coordenadas preditas e interpoladas dos métodos de colocação e as determinadas pela transformação de Helmert através das discrepâncias e

pela análise estatística e as estimativas das precisões, com isso será possível a posteriori saber qual conjunto de parâmetros de transformação será mais confiável.

5.8.2 ANÁLISE ESTATÍSTICA

Para as análises estatísticas foi usada a metodologia apresentado no Anexo IV, onde foi aplicado o teste global unilateral baseado na distribuição qui-quadrado. Para um grau de liberdade estimado por (4.39) de 443 e nível de significância (α) de 5%, os resultados obtidos estão mostrados na tabela 23.

Tabela 23: Análise Estatística.

	Transf. Helmert (elips.)	Transf. Helmert (cart.)	Colocação (elips.)	Colocação (cart.)
$V^T P V$	925,6042	925,6042	433,2983	433,2983
S	443	443	443	443
$\hat{\sigma}_o^2$	2,0894	2,0894	0,9781	0,9781
χ_c^2	925,6042	925,6042	421,1158	433,2983
$\chi_t^2(443;0,95)$	545,1	545,1	545,1	545,1

O qui-quadrado calculado, comparado com o teórico foi menor para os casos do método de colocação, sendo assim a hipótese básica é aceita ao nível de significância de 5%, porém para o método da transformação de Helmert o qui-quadrado calculado foi superior ao teórico, com isso a hipótese básica não é aceita ao nível de significância de 5% para a transformação de Helmert tanto usando coordenadas elipsoidais quanto cartesianas.

Com esses resultados, verifica-se que os dados utilizados para o caso da transformação de Helmert deveriam ser revistos se apenas esse método fosse aplicado, diferentemente do método de colocação, que consegue através do tratamento dos dados um resultado aceitável, representado no sigma a posteriori que ficou próximo do esperado, ou seja, 1 passando no teste.

5.8.3 COMPARAÇÃO DA PREDIÇÃO COM A TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT

5.8.3.1 USANDO COORDENADAS ELIPSÓIDAIAS

Primeiramente será analisado, por meio das figuras representativas dos vetores das discrepâncias e resíduos já apresentados nos resultados do capítulo 5, se houve alguma melhora do método de colocação em relação a transformação de Helmert no que diz respeito a determinação de pontos cujas coordenadas fossem mais aproximadas das reais, ou seja, das coordenadas originais do sistema GPS que serviu de referência no presente

estudo. Nos dois métodos foram usadas coordenadas elipsoidais em uma estratégia e coordenadas cartesianas, em outra estratégia. Essa primeira análise está direcionada a aplicação das coordenadas elipsoidais.

Como já foi mostrado na Figura 5.8, os resíduos da transformação de Helmert tiveram seus vetores gerados a partir dos resíduos do ajustamento para as componentes latitude e longitude, cujos comprimentos tiveram uma variação de 2 a 3 m. No caso da predição do método de colocação com coordenadas elipsoidais pela Figura 5.28 os vetores gerados pela diferença das coordenadas preditas das originais do sistema GPS, determinando assim as discrepâncias, tiveram uma predominância de comprimento entorno de 1 m, com alguns pontos apresentando discrepâncias de 2 m, porém uma característica marcante neste caso foi a visível tendência de homogeneização dessa diferença de coordenadas, ou seja, da discrepância, que ocorreu de forma aleatória e em toda a área de estudo.

Para a componente altitude h os resíduos da transformação de Helmert ficaram abaixo dos 5 dm, como pode ser observado na Figura 5.9, já na predição as discrepâncias para a mesma componente foi de 2,5 dm em média.

Portanto, a predição apresentou melhorias significativas em relação as coordenadas determinadas neste método, por proporcionar discrepâncias relativamente pequenas, o que indica que as coordenadas preditas tiveram um valor mais próximo dos de referência (coordenadas originais do sistema GPS), além da principal característica que foi a homogeneização das discrepâncias, como já foi explicado. As próximas figuras mostram as superfícies geradas pelas discrepâncias entre as coordenadas preditas e as originais e as geradas pelos resíduos da transformação de Helmert.

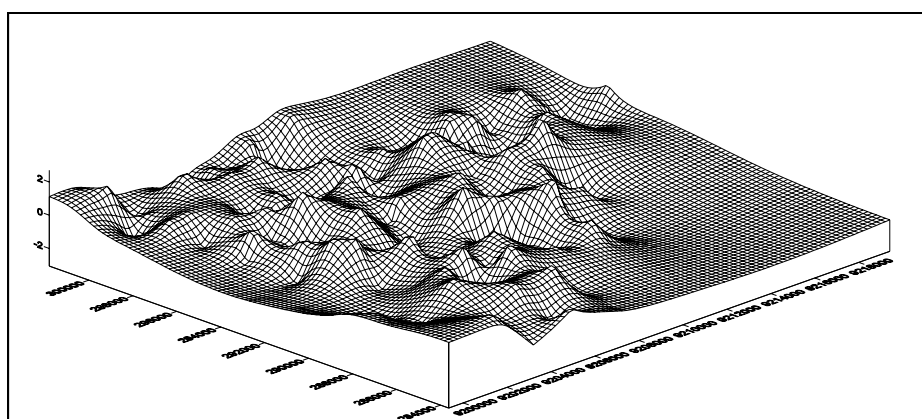


Figura 5.47: Discrepâncias entre as coordenadas preditas e as originais da componente ϕ (coordenadas elipsoidais).

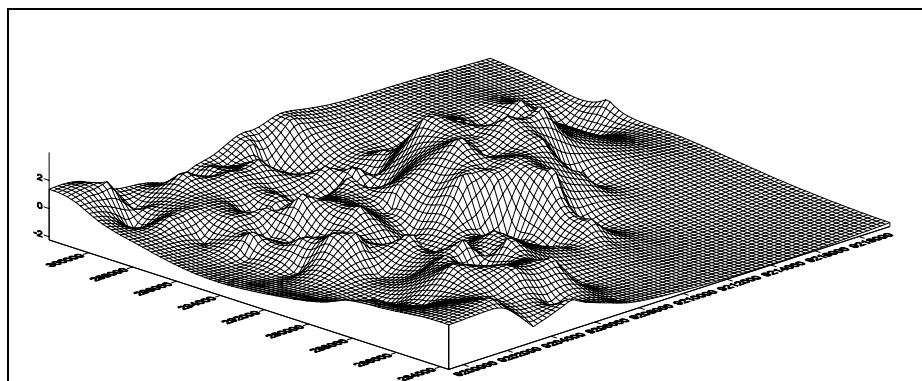


Figura 5.48: Resíduos da transformação de Helmert para a componente ϕ (coordenadas elipsoidais).

Das Figuras 5.47 e 5.48 verifica-se que a superfície gerada pelas discrepâncias entre as coordenadas preditas e originais para a componente ϕ tem uma deformação menor mais regular relacionada aos resíduos provenientes da transformação de Helmert. O mesmo resultado pode ser observado nas figuras 5.49 e 5.50 para a componente λ , onde os resultados da predição determinaram uma superfície, também, menos deformada que a dos resíduos da transformação de Helmert.

Para a componente h , através da observação das Figuras 5.51 e 5.52, que não houve maiores diferenças, ou seja, para esta componente em ambos os casos os resultados, apresentados e melhor visualizáveis através das superfícies, são idênticos.

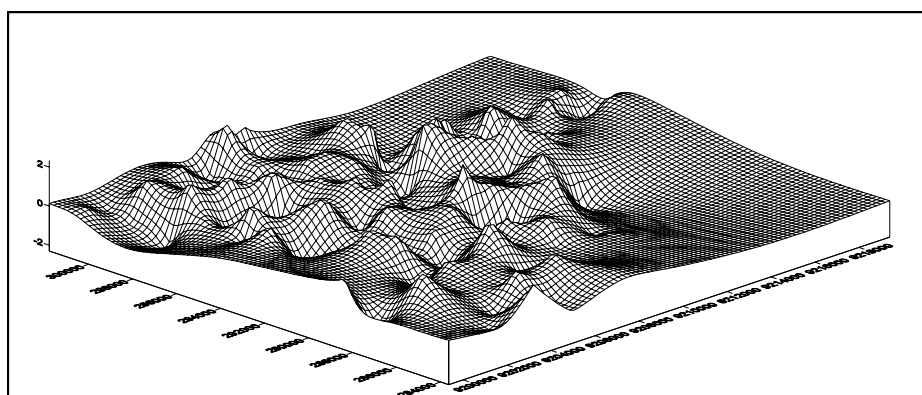


Figura 5.49: Discrepâncias entre as coordenadas preditas e as originais da componente λ (coordenadas elipsoidais).

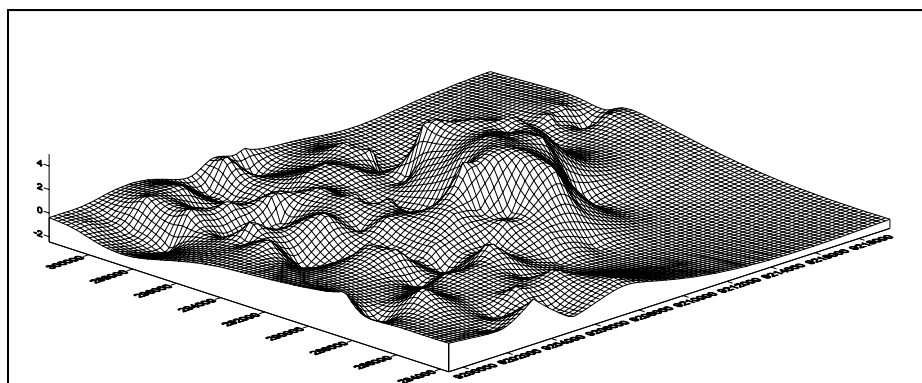


Figura 5.50: Resíduos da transformação de Helmert para a componente λ (coordenadas elipsoidais).

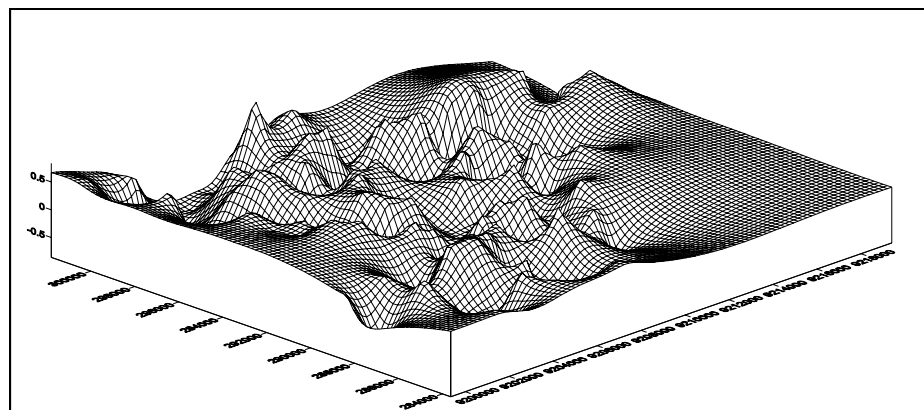


Figura 5.51: Discrepâncias entre as coordenadas preditas e as originais da componente h (coordenadas elipsoidais).

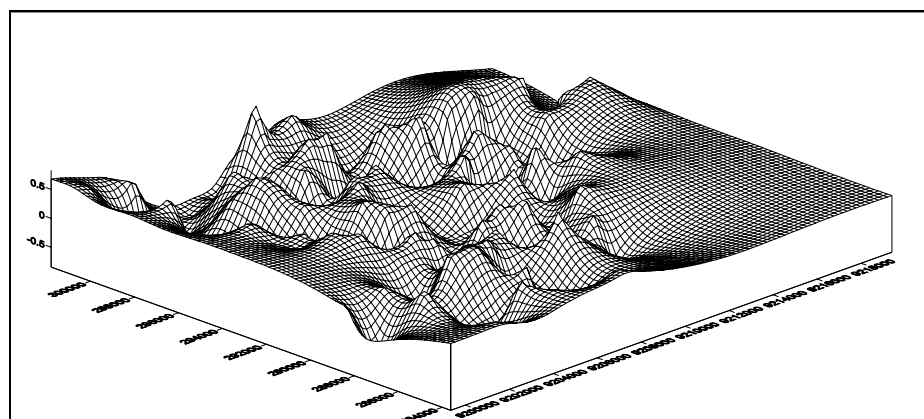


Figura 5.52: Resíduos da transformação de Helmert para a componente h (coordenadas elipsoidais).

5.8.3.2 USANDO COORDENADAS CARTESIANAS

Antes de avançar nas análises, cabe aqui ressaltar que tanto para a transformação de Helmert quanto para o método de colocação, ambos usando coordenadas cartesianas na entrada dos cálculos, todos os resultados foram convertidos para coordenadas elipsoidais, assim como os resíduos do ajustamento que foram obtidos ao converter as coordenadas transformadas cartesianas para transformadas elipsoidais, essas foram subtraídas das originais elipsoidais do sistema GPS e linearizadas.

Na transformação de Helmert com coordenadas cartesianas foi mostrado, através da Figura 5.12, que os resíduos apresentaram um comprimento com uma média de 2 m e alguns pontos esse valor alcançou 4 m para as componentes latitude e longitude. Na predição as discrepâncias entre estas coordenadas e as originais tiveram um comprimento predominante de 1 m, apresentando alguns pontos com 2 m de discrepância, como foi mostrado na Figura 5.43, contudo, neste caso verificou-se uma tendência predominante de homogeneização dessas discrepâncias de forma aleatória no entorno de toda a área de estudo.

Para a transformação de Helmert a componente h (Figura 5.13) teve uma média

residual abaixo de 5 dm o mesmo ocorreu para a predição (Figura 5.44), ou seja, as discrepâncias da componente h mantiveram uma média abaixo de 5 dm. Na transformação de Helmert observou-se a aleatoriedade nos sentidos dos resíduos, menos na região destacada, onde a teve uma direção no sentido diagonal, a mesma que foi aplicada na simulação das distorções.

Sendo assim, verificou-se que a predição neste método resultou em pontos mais próximos dos tomados como referência, além de estarem distribuídos com uma dimensão mais homogênea e aleatória, dessa forma se sobressaindo sobre os resultados provenientes da Transformação de Helmert. As próximas figuras mostram as superfícies geradas pelas discrepâncias entre as coordenadas preditas e as originais e as geradas pelos resíduos da transformação de Helmert.

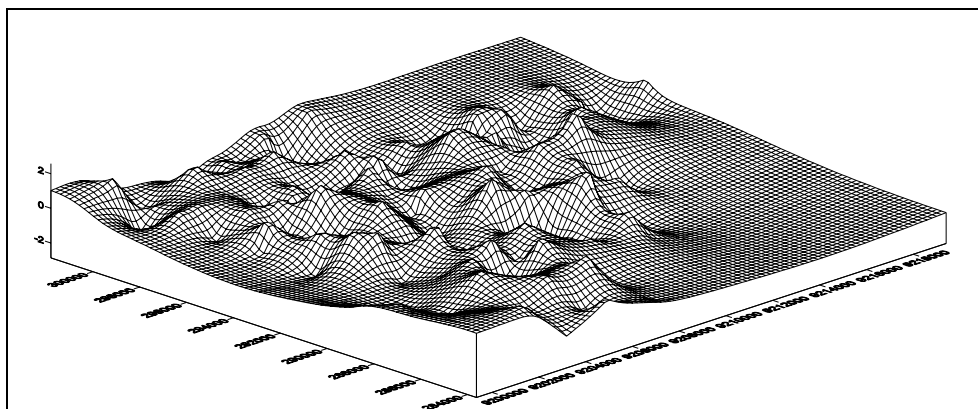


Figura 5.53: Discrepâncias entre as coordenadas preditas e as originais da componente ϕ (coordenadas cartesianas).

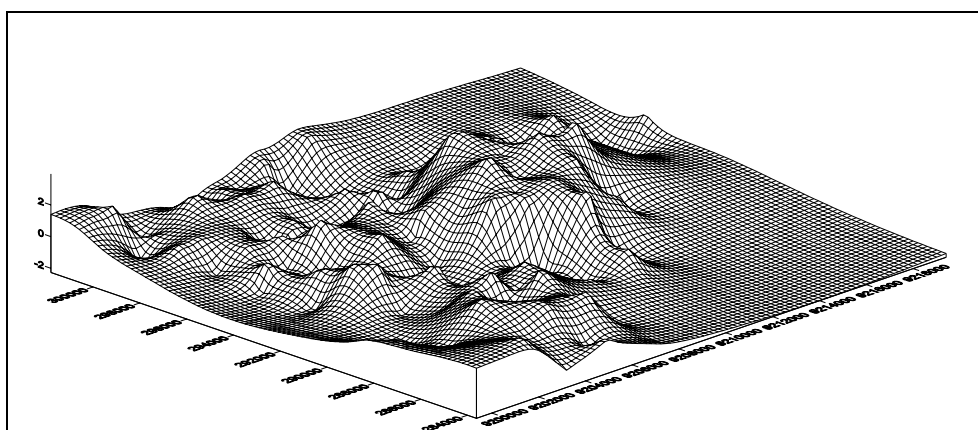


Figura 5.54: Resíduos da transformação de Helmert para a componente ϕ (coordenadas cartesianas).

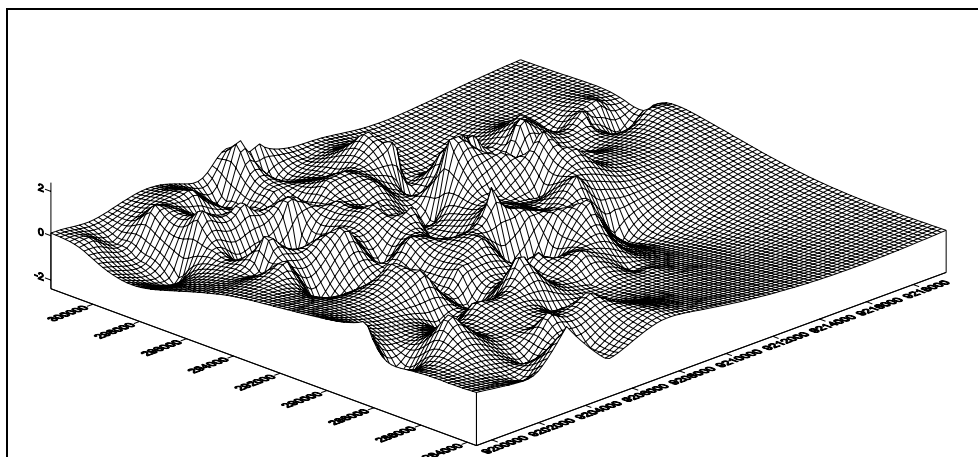


Figura 5.55: Discrepâncias entre as coordenadas preditas e as originais da componente λ (coordenadas cartesianas).

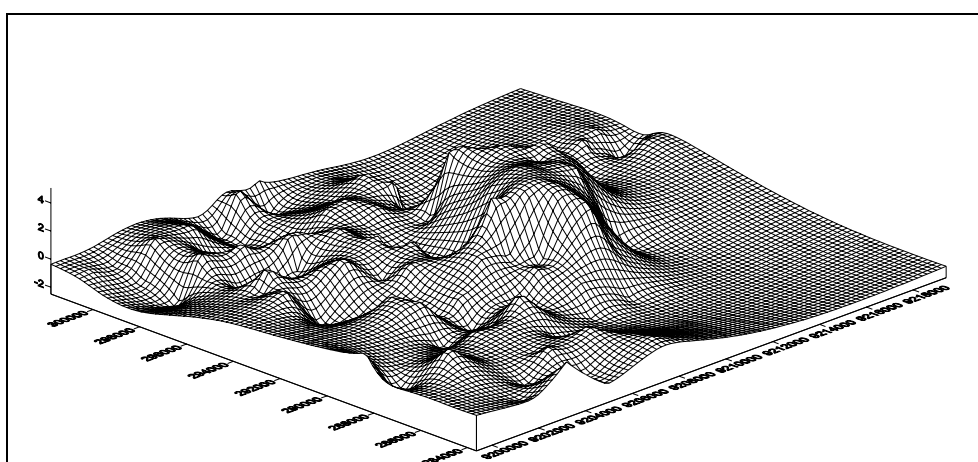


Figura 5.56: Resíduos da transformação de Helmert para a componente λ (coordenadas cartesianas).

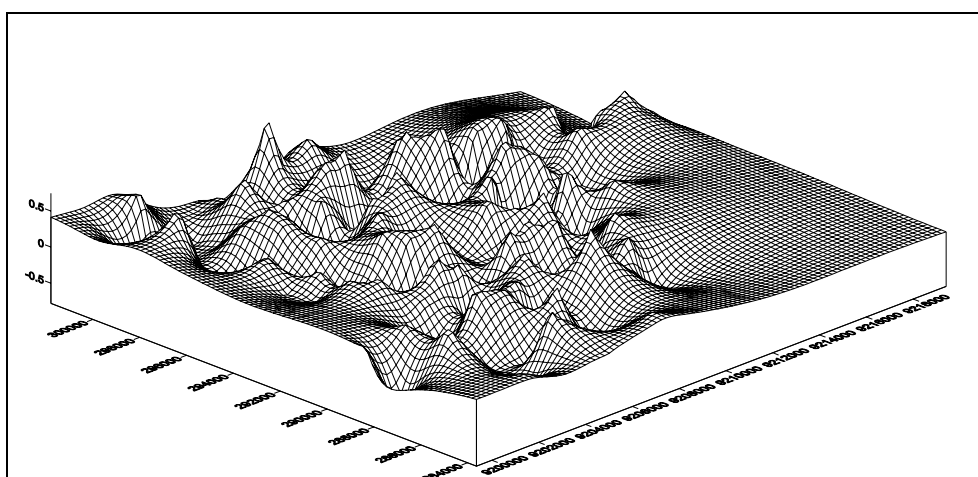


Figura 5.57: Discrepâncias entre as coordenadas preditas e as originais da componente h (coordenadas cartesianas).

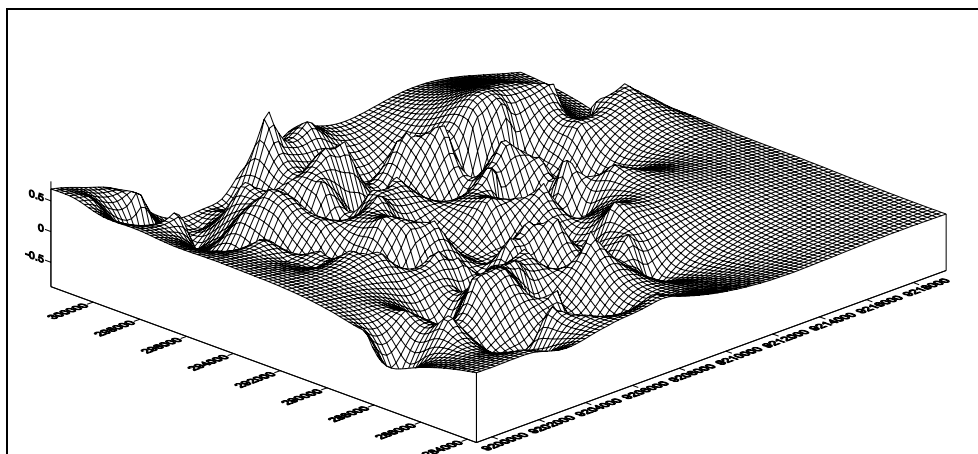


Figura 5.58: Resíduos da transformação de Helmert para a componente h (coordenadas cartesianas).

Assim como nos resultados mostrados no item anterior, com coordenadas cartesianas a predição apresentou superfícies geradas pelas discrepâncias menos deformadas e mais regulares que as da transformação de Helmert, como pode ser observado nas Figuras 5.53 a 5.56, para as componentes ϕ e λ . Na região central das superfícies da transformação de Helmert há uma intensificação das deformações para essas duas componentes. Para a componente h , assim como no item anterior, as superfícies geradas são praticamente idênticas (ver Fig. 5.57 e 5.58).

5.8.4 COMPARAÇÃO DA INTERPOLAÇÃO COM A TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT

Essa análise foi feita por meio da comparação das figuras 5.10, 5.11 e Figuras 5.30, 5.31 e para os métodos usando coordenadas elipsoidais e pelas figuras 5.14, 5.15 com a 5.45 e 5.46 aplicando coordenadas cartesianas.

5.8.4.1 USANDO COORDENADAS ELIPSÓIDAIAS

Podem-se observar algumas diferenças dos resultados dos dois métodos empregados através de suas respectivas Figuras 5.10 com a 5.30. Nos dois casos verifica-se que os vetores têm sentido diagonal, onde nesse contexto alguns pontos apresentam uma dimensão de no máximo 2 m. Para a componente altitude foi visto que as diferenças, ou seja, pelas Figuras 5.11 e Figura 5.31 praticamente não existiram. As próximas figuras mostram as superfícies geradas pelas discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e as originais e as geradas pelos resíduos da transformação de Helmert com os 54 pontos.

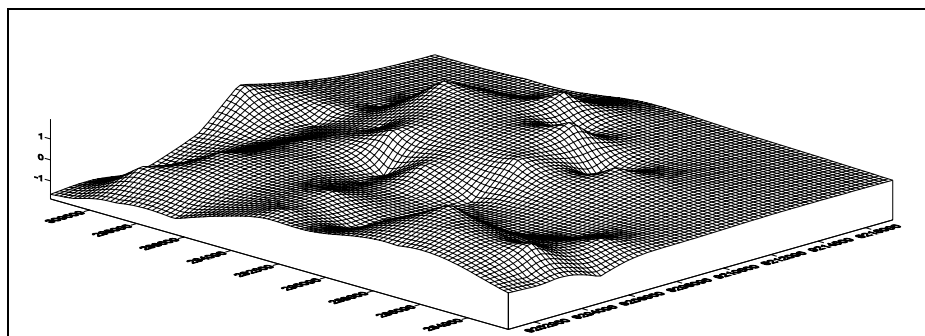


Figura 5.59: Discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e as originais da componente ϕ (coordenadas elipsoidais).

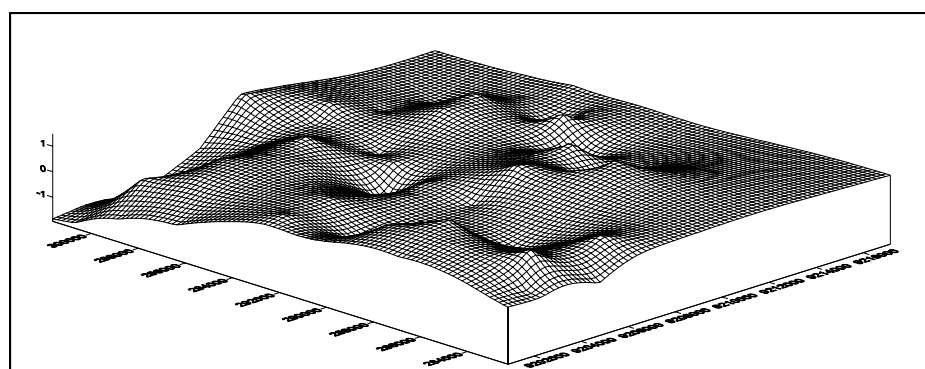


Figura 5.60: Resíduos da transformação de Helmert para a componente ϕ (54 pontos - coordenadas elipsoidais).

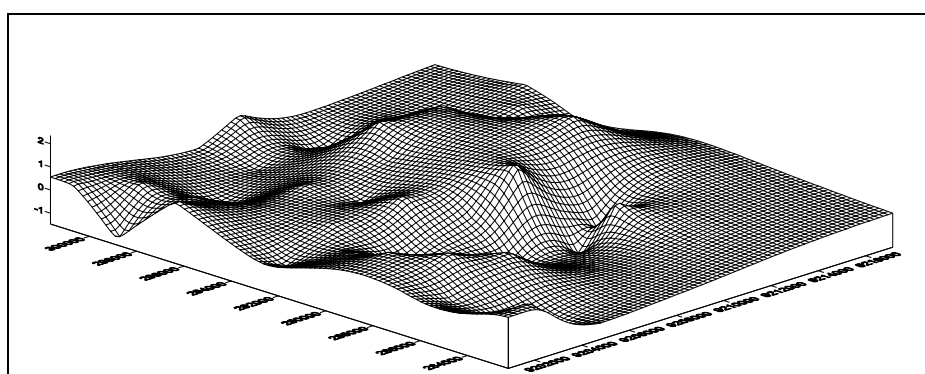


Figura 5.61: Discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e as originais da componente λ (coordenadas elipsoidais).

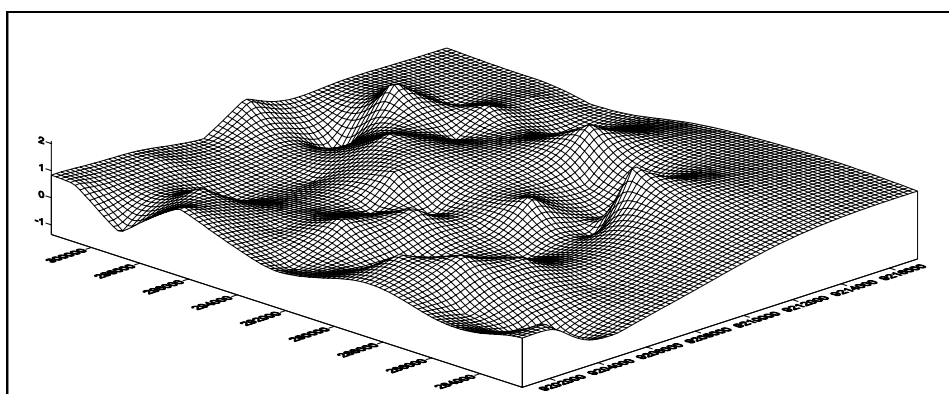


Figura 5.62: Resíduos da transformação de Helmert para a componente λ (54 pontos - coordenadas elipsoidais).

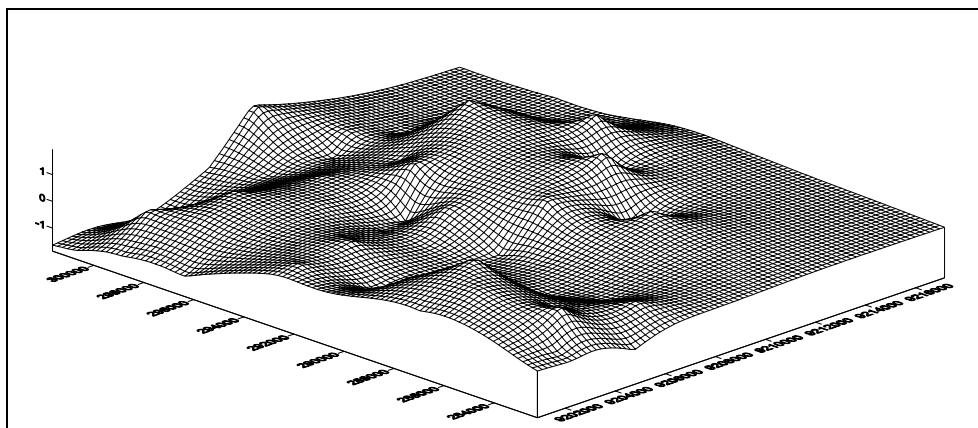


Figura 5.63: Discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e as originais da componente h (coordenadas elipsoidais).

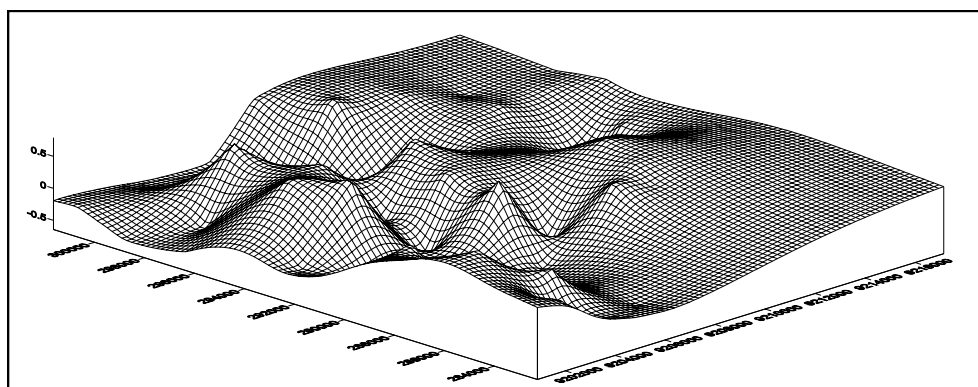


Figura 5.64: Resíduos da transformação de Helmert para a componente h (54 pontos - coordenadas elipsoidais).

Pelas análises das superfícies, verificou-se que existe uma grande semelhança dos resultados da interpolação e transformação de Helmert para a componente ϕ e λ , porém para a componente h a superfície da interpolação é menos deformada. Para as componentes ϕ e λ , embora que para cada superfície existe deformação em pontos diferentes, o nível de deformação é semelhante.

5.8.4.2 USANDO COORDENADAS CARTESIANAS

Observou-se que na Figura 5.14, a qual mostrou a distribuição residual dos 54 pontos referentes aos escolhidos para comparação com a interpolação, a maioria dos resíduos são inferiores a 2 m, alguns chegaram a esse valor. A Figura 5.45 mostrou as discrepâncias entre as coordenadas originais e as interpoladas, onde estas tiveram uma variação nos comprimentos, alguns maiores chegando a 2 m de comprimento, porém os demais ficaram menores que os da transformação de Helmert.

Ambos os casos foram semelhantes ao explicado no item 5.8.4.1, onde as direções dos vetores tiveram um sentido diagonal. Para a componente h na transformação de Helmert assim como na interpolação, como pode ser observado através das Figuras 5.15 e

5.45, os resíduos ficaram em média variando de 2,5 dm a 5 dm e tiveram um comportamento muito semelhante em termos de direção e dimensões. As próximas figuras mostram as superfícies geradas pelas discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e as originais e as geradas pelos resíduos da transformação de Helmert com os 54 pontos.

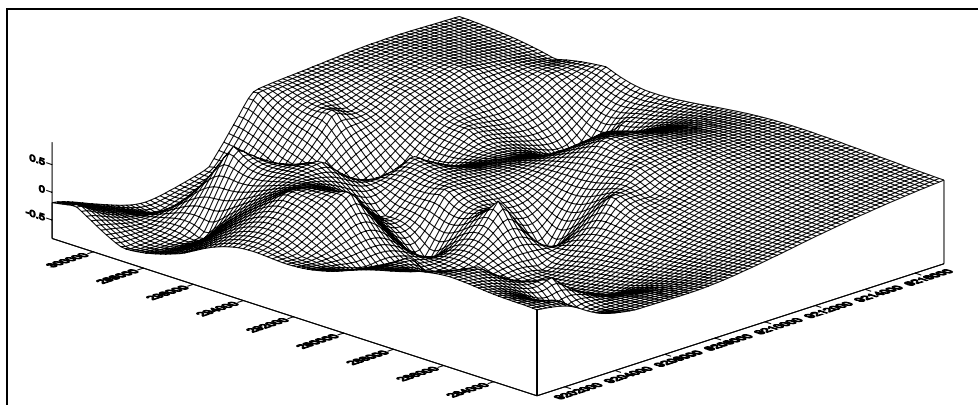


Figura 5.65: Discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e as originais da componente ϕ (coordenadas cartesianas).

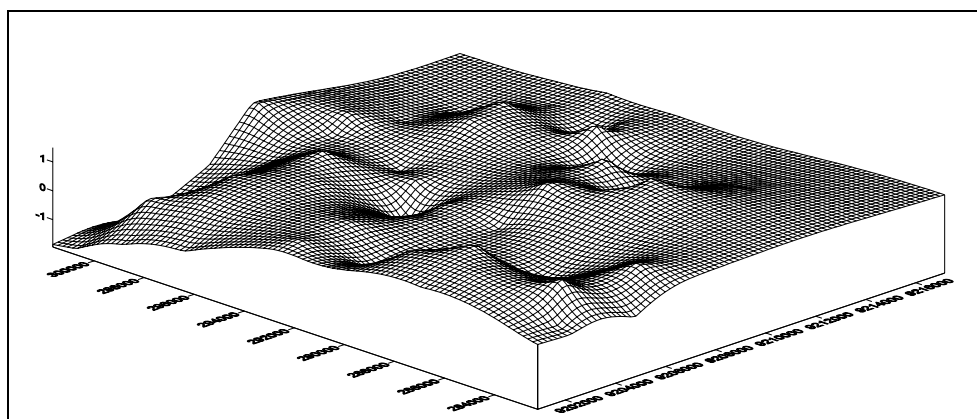


Figura 5.66: Resíduos da transformação de Helmert para a componente ϕ (54 pontos - coordenadas cartesianas).

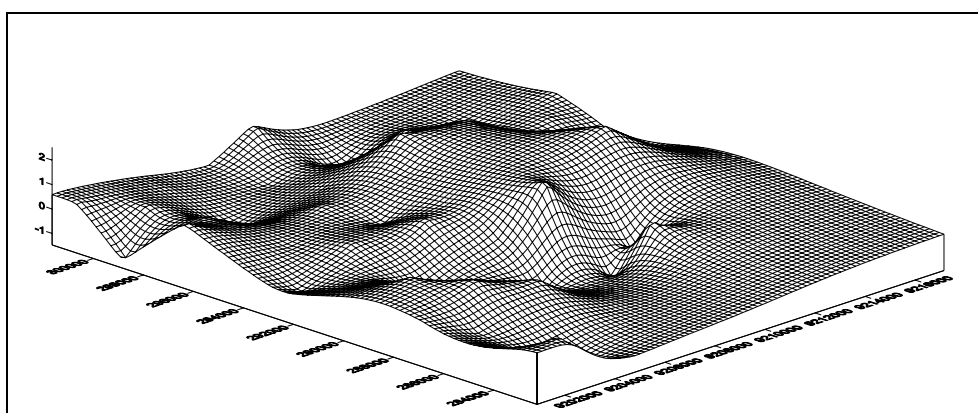


Figura 5.67: Discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e as originais da componente λ (coordenadas cartesianas).

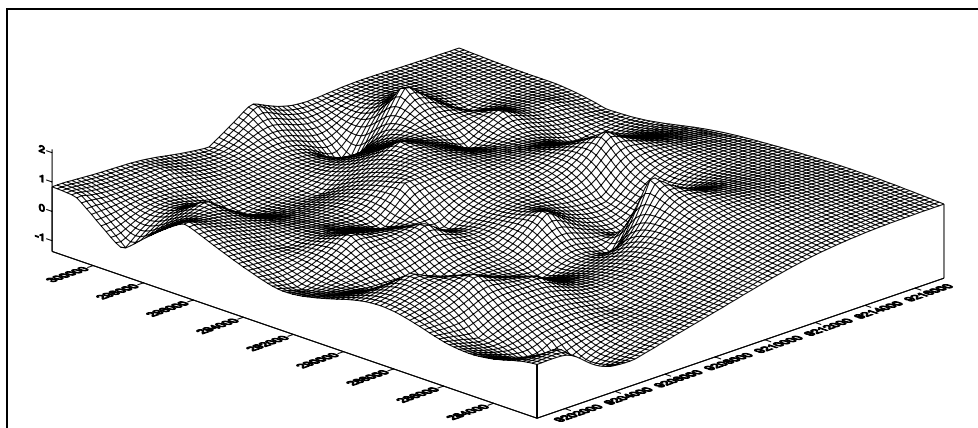


Figura 5.68: Resíduos da transformação de Helmert para a componente λ (54 pontos - coordenadas cartesianas).

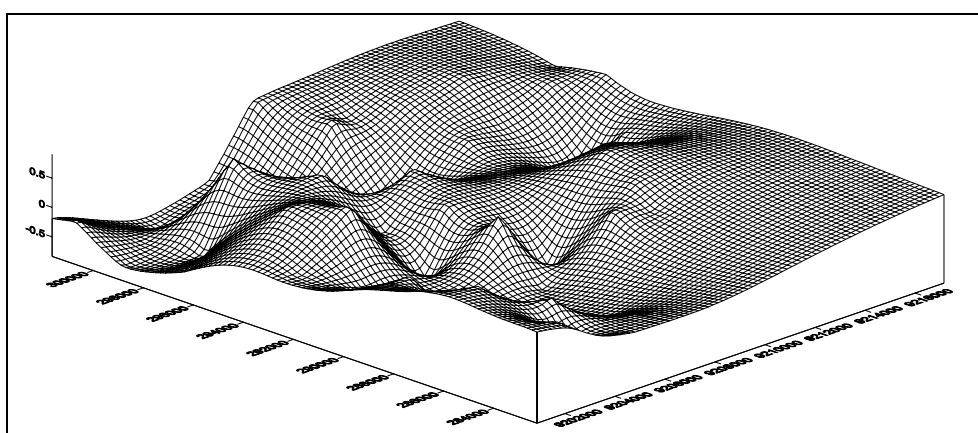


Figura 5.69: Discrepâncias entre as coordenadas interpoladas e as originais da componente h (coordenadas cartesianas).

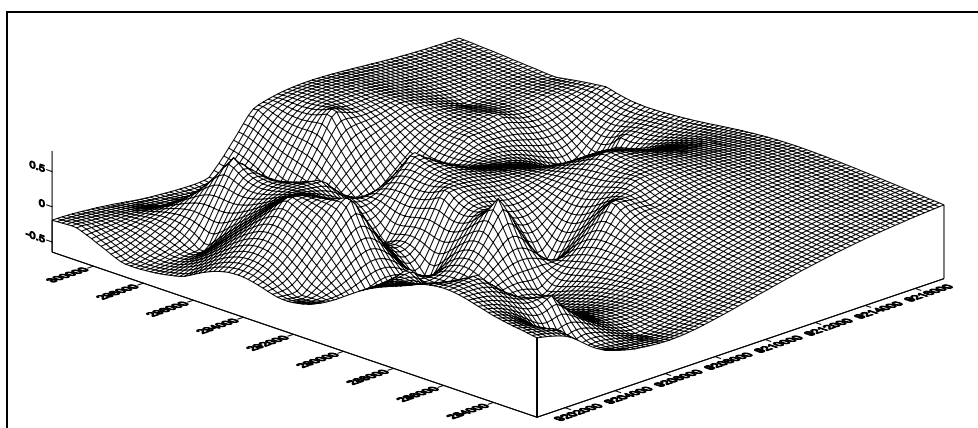


Figura 5.70: Resíduos da transformação de Helmert para a componente h (54 pontos - coordenadas cartesianas).

As superfícies geradas, neste caso, como pode ser observado nas Figuras 5.65 a 5.68 para as componentes ϕ e λ , verifica-se que para a componente ϕ os resíduos da transformação de Helmert produzem uma superfície menos deformada, já para as componentes λ e h as superfícies são mais semelhantes, comparadas as respectivas superfícies geradas pela interpolação, principalmente para h , que são praticamente idênticas.

5.8.5 COMPARAÇÃO DA PREDIÇÃO COM A INTERPOLAÇÃO

Para essa comparação no processo de cálculo da predição e interpolação, cinco pontos foram usados em ambos os métodos de forma a verificar se a interpolação gerou pontos mais precisos que os da predição. Os pontos estão situados em cantos opostos, sendo 2 para o lado esquerdo e 2 para o lado direito, além de um central na área de estudo, como pode ser observado na Figura 5.47.

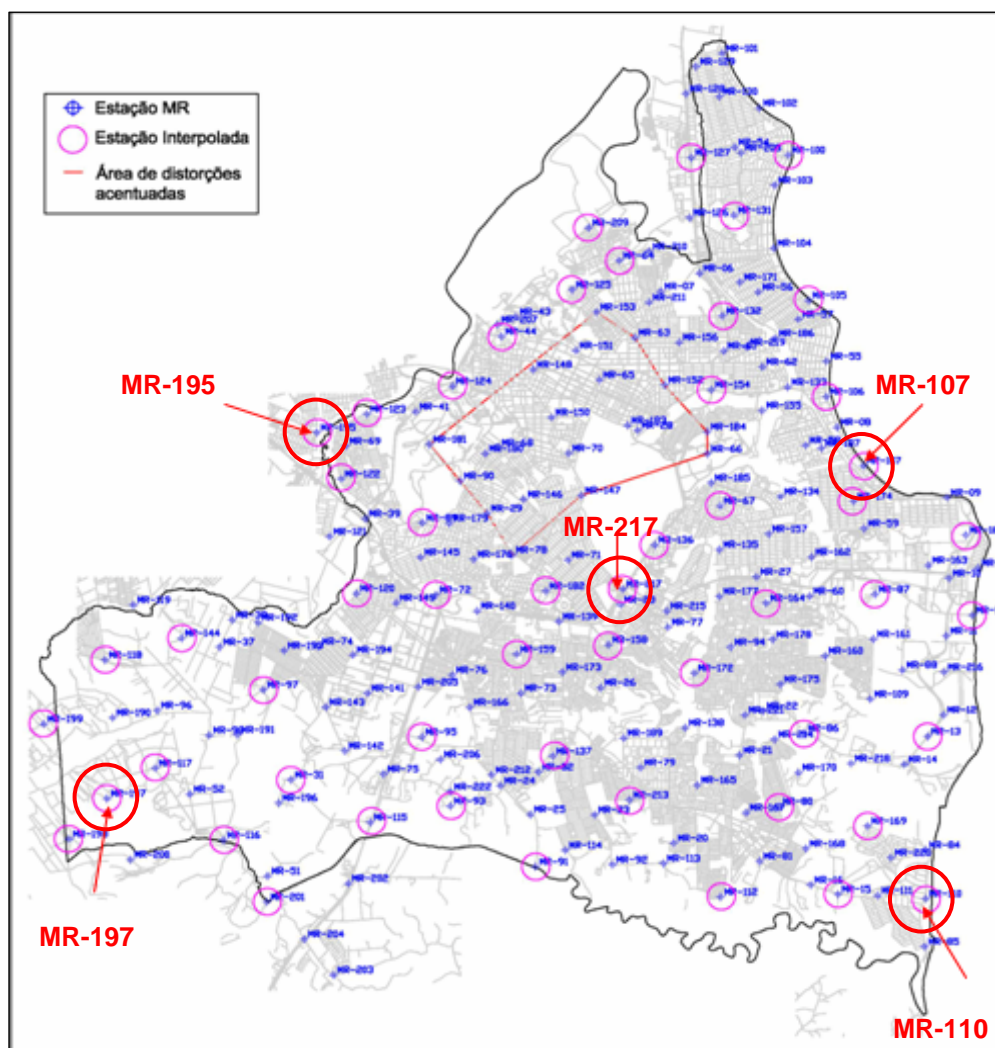


Figura 5.47: Pontos de teste para predição e interpolação.

Os pontos relacionados acima são: MR-107, MR-110, MR-195, MR-197 e MR-217, os quais possuem uma distorção original de:

MR-107 = 1,6299 m

MR-110 = 1,6699 m

MR-195 = 1,8500 m

MR-197 = 1,7299 m

MR-217 = 1,5399 m

5.8.5.1 USANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIS

A tabela 24 mostra os valores das discrepâncias entre as coordenadas preditas, interpoladas e as coordenadas originais para os respectivos pontos.

Tabela 24: Comparação de pontos preditos e interpolados (coordenadas elipsoidais).

Ponto	PREDIÇÃO (m)	INTERPOLAÇÃO (m)	DIFERENÇA (m)
MR-107	1,319	1,319	0
MR-110	1,622	1,622	0
MR-195	0,976	0,976	0
MR-197	1,761	1,761	0
MR-217	0,919	0,919	0

A quarta coluna da tabela 24 mostra as diferenças entre as discrepâncias da predição e da interpolação. Para todos os cinco pontos as discrepâncias da interpolação foram iguais as da predição. Essa fato ocorre devido os sinais s e sinais s' para esses pontos específicos serem iguais, como pode ser verificado no Anexo II.

5.8.5.2 USANDO COORDENADAS CARTESIANAS

Neste, também foram escolhidos os mesmos pontos para fazer a comparação, de forma que se obtiveram as seguintes discrepâncias mostradas na tabela 25.

Tabela 25: Comparação de pontos preditos e interpolados (coordenadas cartesianas).

PONTO	PREDIÇÃO (m)	INTERPOLAÇÃO (m)	DIFERENÇA (m)
MR-107	1,402	1,402	0
MR-110	1,615	1,614	0.001
MR-195	1,013	1,014	0.001
MR-197	1,820	1,820	0
MR-217	1,043	1,043	0

Comparando verificou-se, através das diferenças, que tanto na interpolação como para predição as discrepâncias são praticamente iguais, com pequenas diferenças nos pontos MR-110 e MR-195. Essa pequena diferença é influenciada pela matriz cruzada, contudo esses valores são justificados por serem os mesmos pontos utilizados nos dois processos e os valores podem ser vistos no Anexo III.

5.8.6 COMPARAÇÃO DAS COORDENADAS DA PREDIÇÃO E DA INTERPOLAÇÃO COM AS COORDENADAS ORIGINAIS.

Na tabela 26 verifica-se a comparação da predição e interpolação com as distorções originais aplicadas na simulação para os pontos em questão, onde esta se deu por meio da média aritmética.

Tabela 26: Comparação da predição e interpolação com as distorções originais.

Ponto	Dist. Originais	Coordenadas Elipsoidais		Coordenadas Cartesianas	
	(m)	Predição (m)	Interpolação (m)	Predição (m)	Interpolação (m)
MR-107	1,629	1,319	1,319	1,402	1,402
MR-110	1,669	1,622	1,622	1,615	1,614
MR-195	1,850	0,976	0,976	1,013	1,014
MR-197	1,729	1,761	1,761	1,820	1,820
MR-217	1,539	0,919	0,919	1,043	1,043
MÉDIA	1,683	1,319	1,319	1,378	1,378

Pelos resultados constatou-se que no método de colocação usando coordenadas elipsoidais os resultados mostraram que houve uma pequena diferença nas discrepâncias, em média, em relação ao método de colocação com coordenadas cartesianas para mais, ou seja, a média das discrepâncias para os pontos estudados do método de colocação com coordenadas elipsoidais, tanto para predição quanto para a interpolação foi 60 mm maior que o da colocação com coordenadas cartesianas.

Através dessa análise verifica-se que no método de colocação usando coordenadas elipsoidais os resultados alcançados ficaram ligeiramente melhores. As coordenadas preditas do método de colocação usando coordenadas elipsoidais mais próximas das tomadas como referência, ou seja, as originais, onde apresentaram uma diferença menor, embora que em ambos os casos verificou-se que as direções dos vetores tiveram seus sentidos diagonais, assim como uma dimensão mais uniforme dos mesmos, indicando a homogeneização esperada.

5.8.7 COMPARAÇÃO DOS RESÍDUOS v E DO VETOR z

5.8.7.1 USANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIS

Como foram mostrados nas Figuras 5.8 e 5.20, para a transformação de Helmert e o método de colocação respectivamente, nas duas metodologias os resíduos tiveram um comportamento muito semelhante, com comprimentos e direção dos vetores, resultantes dos resíduos estimados para as componentes latitude e longitude, praticamente idênticos, onde houve a predominância de vetores com a direção no sentido diagonal e comprimento dos maiores variando de 2 a 4 m. Para a componente altitude também foi observado a equivalência dos resíduos, onde mantiveram uma média próxima de 5 dm de comprimento.

5.8.7.2 USANDO COORDENADAS CARTESIANAS

Nas Figuras 5.12 e 5.35 foram mostrados os resíduos gerados para as componentes latitude e longitude para a transformação de Helmert e o método de colocação

respectivamente. Para a transformação de Helmert foi verificado que os resíduos tiveram suas direções em sentidos aleatórios para a grande maioria dos pontos, ressaltando que na região destacada na os sentidos foram os mesmos aplicados na simulação das distorções e nessa região estes vetores alcançaram os 4 m.

Para o método de colocação (Fig. 5.35) o comportamento dos resíduos foi semelhante aos da região destacada da Figura 5.12, também com vetores de comprimentos entorno de 4 m na região circulada e mesmas direções, com sentido diagonal (NE-SO) e comprimentos semelhantes. Para a componente altitude os comprimentos dos resíduos foram praticamente idênticos, com vetores de comprimentos em uma média que varia de 2,5 dm a 5 dm.

5.8.8 ANÁLISE DO SINAL s' E RUÍDO r

5.8.8.1 USANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIS

As Figuras 5.22, 5.23 e 5.24 mostram os sinais s' nos pontos de observação, respectivamente para as componentes latitude, longitude e altitude. Para a componente latitude foi determinada uma média de 13,197 cm para os sinais, em alguns pontos observam-se picos que atingem as proximidades de 2,838 m. Os sinais da componente longitude tem uma média de 21,398 cm, contudo em alguns pontos parecem picos que atingem aproximadamente 4,492 m. Em relação a componente altitude a média dos sinais é de 5,805 mm. Visualizando a Figura 5.24, nota-se que há uma grande variação da magnitude dos sinais.

As Figuras 5.25, 5.26 e 5.27 representam os ruídos nos pontos de observação, para a componente latitude estes tiveram uma média de 96,428 cm, com alguns picos cujas dimensões alcançaram os 3,158 m. Para a componente longitude os ruídos ficaram em média entorno de 86,197 cm, também com picos que chegaram a 2,556 m. A componente altitude teve uma média de 48,366 cm sem nenhum pico de ruído com uma dimensão mais acentuada.

Com esses dados, verificou-se que para os sinais existem pontos onde os mesmos apresentaram valores mais acentuados, muito diferentes dos demais, os quais mantiveram um certo nível de distribuição mais coerente. O sinal s' é interpretado como uma falha no modelo matemático, ou seja, a inabilidade do modelo para descrever completamente o atual relacionamento entre as medidas L_b e os parâmetros p_a . Contudo, esses picos nos sinais indicam grandes distorções locais das redes.

Pela magnitude dos ruídos, que constituem os erros das observações em que a partir da sua remoção faz-se a assim chamada filtragem, verifica-se que existem grandes erros

nas observações, principalmente nos pontos onde foram detectados grandes picos, principalmente para as componentes latitude e longitude, caso justificado pelas grandes distorções aplicadas na simulação.

5.8.8.2 USANDO COORDENADAS CARTESIANAS

Os sinais s' para as componentes X , Y e Z foram mostrados nas Figuras 5.37, 5.38 e 5.39. A componente X apresentou uma média de 10,125 cm nos sinais, com pontos que apresentaram picos que chegaram a 2,846 m. A componente Y teve uma média de 20,626 cm também com picos que chegaram a 3,527 m. Na componente Z essa média foi de 11,512 cm com picos que atingiram os 2,859 m.

As Figuras 5.40, 5.41 e 5.42 representam a distribuição dos ruídos para as componentes X , Y e Z . Pela Figura 5.40 verifica-se uma média de 57,360 cm, com alguns pontos onde esses ruídos foram mais acentuados chegando ao nível de 1,768 m. A componente Y teve uma média de 77,246 cm dos ruídos, onde alguns apresentaram picos que chegaram a 2,057 m de magnitude. A componente Z teve uma média de 91,041 cm e nesta os picos de alguns pontos alcançaram os 2,991 m de magnitude.

Os sinais s' apresentaram também picos com uma magnitude destacada, em média os demais pontos não tenderam a zero, isto indica que existem as grandes distorções na rede, as quais podem não ter sido absorvidas pelo modelo matemático, provavelmente este fato se deu pelas grandes distorções aplicadas na simulação das distorções.

6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A partir das análises dos dados concluiu-se que:

- Os parâmetros da transformação geométrica estimados na transformação de Helmert estão na mesma ordem de grandeza, tanto para a transformação de Helmert com coordenadas elipsoidais, quanto com coordenadas cartesianas determinaram parâmetros praticamente idênticos, porém no método de colocação houve a diferenciação dos parâmetros, sendo que as maiores diferenças apresentaram-se nas rotações e isso acontece devido a inclusão da MVC das observações, a qual contempla a soma da MVC dos sinais s' com MVC dos ruídos n , ou seja, as distorções sistemáticas residuais e os erros das observações, respectivamente, contribuindo de forma direta para que essas diferenças ocorram;
- Em todos os pontos, as coordenadas estimadas pelo método de colocação através da predição, tanto para coordenadas elipsoidais quanto para cartesianas, se aproximaram mais dos valores das coordenadas originais tomados como referência, diferentemente da coordenadas estimadas pela transformação de Helmert onde essas diferenças foram mais acentuadas, embora tenha, também, minimizado a dimensão das distorções simuladas;
- A predição do método de colocação com coordenadas elipsoidais determinou melhores coordenadas em comparação com a predição da colocação utilizando coordenadas cartesianas, por apresentar discrepâncias entre as coordenadas originais e as preditas da latitude e longitude menores, sendo assim, estas foram mais próximas das de referência, embora ambos os métodos tenha homogeneizado essas diferenças de coordenadas, uniformizando a distribuição dos vetores em termos de dimensões e sentidos de deslocamento;
- As coordenadas interpoladas pelo método da colocação, tanto com coordenadas elipsoidais quanto cartesianas, ficaram nas mesmas ordens de grandeza das estimadas pela transformação de Helmert;
- As coordenadas interpoladas comparadas as preditas, relacionadas aos cinco pontos que foram usados em ambos os procedimentos, não apresentaram diferenças, caso já esperado devido a coincidência dos pontos para os sinais s e s' ;
- As variâncias a posteriori para os métodos de colocação passaram no teste global unilateral baseado na distribuição qui-quadrado ao nível de significância de 5%, não ocorrendo o mesmo para as transformações de Helmert nesse nível de confiança e isso mostrou que dados que necessitariam de ser revistos, ao se aplicar o método de colocação, podem ser tratados, gerando resultados confiáveis;

- Como os resultados da Colocação foram relativamente melhores, foi um indicativo de que houve uma boa modelagem da função covariância Gaussiana a partir dos dados.

Dessa forma recomenda-se:

- Que seja feita uma modelagem da colocação para o plano bidimensional, devido ao emprego crescente do posicionamento por satélite GPS híbrido com os levantamentos topográficos na engenharia em geral e no cadastro imobiliário;
- Aplicar testes de comparação da interpolação com a predição com um número maior de pontos bem distribuídos, cujos dados originais sejam de redes não simuladas e sim com dados reais;
- Aplicar essa metodologia com dados de outras regiões para analisar os parâmetros da transformação geométrica;
- Explorar a aplicação do programa em nível de pesquisa;
- Aperfeiçoar o programa, de forma que o seu aplicativo não necessariamente tenha que estar instalado no computador para que o programa seja executado, o que não é o caso do MATLAB.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR-14166: Rede de Referência Cadastral Municipal - Procedimentos**. Rio de Janeiro, 1998.

AMORIM, G. P. **Confiabilidade de Rede GPS de Referência Cadastral Municipal – Estudo de Caso: Rede do Município de Vitória (ES)**. Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, Dissertação de Mestrado, São Paulo, 2004.

BLITZKOW, D. e MATOS, A. C. C. de. **A Evolução dos Referenciais Usados em Geodésia: A Era Moderna**. Boletim de Ciências Geodésicas, Curitiba, v. 8, nº 1, 2002.

COSTA, M. F. **Modelagem da Função Covariância por Transformação de Referenciais Geodésicos por Colocação**. Universidade Federal do Paraná, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Tese de Doutorado, Curitiba, 2003.

COSTA, S. M. A. **Integração da Rede Geodésica Brasileira aos Sistemas de Referência Terrestre**. Universidade Federal do Paraná, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Tese de Doutorado, Curitiba, 1999.

DALAZOANA, R. & FREITAS, S. R. C. de. **Efeitos na Cartografia Devido a Evolução do Sistema Geodésico Brasileiro a Adoção de um Referencial Geocêntrico**. UFPR, 2002.

Disponível em:

http://www2.prudente.unesp.br/rbc/pdf_54_2002/54_07.pdf. Acesso em: 10/08/05.

FORTES, L.P.S. & GODOY, R. A. Z. **Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema de Posicionamento Global – GPS**. Coletânea de Trabalhos Técnicos do XV Congresso Brasileiro de Cartografia, vol 3. São Paulo, 1991.

FREITAS, S. R. C. de. **Sistemas Geodésicos de Referência e Bases Cartográficas Parte I - Aspectos Introdutórios**. Curso de Pós Graduação em Ciências Geodésicas, Departamento de Geomática - Setor de Ciências da Terra, UFPR, Curitiba, 2005.

GALDINO, C. A. P. M. **Cadastro de Parcelas Territoriais Vinculados ao Sistema de Referência Geocêntrico – SIRGAS-2000**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. UFSC, Florianópolis, 2006.

GEMAEL, C. **Introdução ao Ajustamento de Observações: Aplicações Geodésicas**. Curitiba: Ed. UFPR, 1994.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J. **GPS: theory and practice**. 3 ed. Wien: Springer, 2001.

IBGE. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Ajustamento da Rede Planimétrica do Sistema Geodésico Brasileiro: Relatório Julho de 1996**. Rio de Janeiro, 1996.

_____. **SIRGAS: relatório final**. IAG97, Rio de Janeiro, 1997.

_____. **Referenciais Geodésicos Brasileiros: Passado Presente e Futuro**: Documento Preliminar – Texto para discussão. Rio de Janeiro, 1999.

_____. **Sistemas de Referência**. Modificado pelo IBGE em:13/10/05. Disponível em <http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/>. Acesso em:17/10/06.

_____. **Noções Básicas de Cartografia**. 2006. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br>. Acesso em: 03/02/06.

_____. **RBMC**. 2006. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/geociencias>. Acesso em: 19/09/06.

_____. **Sistema Geodésico Brasileiro**. 2006b. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/geociencias>, acesso em:11/09/06.

_____. **Sistema Geodésico Brasileiro: Redes Estaduais GPS**. 2008. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/geociencias>. Acesso em 12/04/08.

INCRA. Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária. **Rede INCRA de Bases Comunitárias (RIBAC)**. 2007. Disponível em: <http://www.incra.gov.br/>. Acesso em: 12/09/07.

KAHMEN, H. e WOLFGANG Faig. **Surveying**. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 1988.
MIKHAIL, E. M. **Observations and Least Squares**. University Press of America, New York, 1976.

MONICO, F. G. **Posicionamento pelo NAVISTAR-GPS: Descrição, fundamentos e**

aplicações. São Paulo: Editora UNESP, 2000.

MORITZ, H. **Advanced Least Squares Methods.** Report nº 175, The Ohio University, Research Foundation, Columbus, 1972.

MORITZ, H. **Least Squares Collocation.** Review of Geophysics and Space Physics, V. 16, n. 3, 1978.

PREFEITURA MUNICIPAL – SECRETARIA DE PLANEJAMENTO. **Mapa Urbano Básico Digital de João Pessoa (MUBDJP).** Termo de Referência. João Pessoa, 1997.

OLIVEIRA, L. C. de. **Realizações do Sistema Geodésico Brasileiro Associadas ao SAD 69 – Uma Proposta Metodológica de Transformação.** Tese (Doutorado em Engenharia). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 1998.

PIMENTA, A. F., ZANETTI, M. A. Z., DALAZOANA, R., OLIVEIRA, R. **ITRF2000 e sua Utilização.** Boletim de Ciências Geodésicas, Curitiba, v. 8, nº 1, p.59-70, 2002.

ROMÃO, V.M.C., SILVA, T. F. e SILVA, A. S. **Rede de Referência Cadastral Municipal - Uma proposta do Grupo de Trabalho de Cadastro Municipal do DECart – UFPE.** Anais do II COBRAC, Florianópolis, 1996.

ROMÃO, V. M. C.; SILVA, T. F. e SILVA, A. S. **A Lei 10.267 e a Norma 14.166: Procedimentos para o Georreferenciamento.** Anais do V COBRAC, Florianópolis, 2002.

SEEBER, G. **Satellite Geodesy.** New York: Walter de Gruyter, 2003.

SOLER, T. **On Differential Transformations Between Cartesian and Curvilinear (Geodetic) Coordinates.** The Ohio University, Report nº 236, Research Foundation, Columbus, 1976.

TORGE, W. **Geodesy.** 2 ed. New York: De Gruyter, 1991.

VANÍČEK, P., KRAKIWSKY, E. J. **Geodesy: The Concepts.** North Holland Publishing, 1982.

VERONEZ, M. R. **Proposta de Parâmetros de Transformação entre os Sistemas WGS-**

84 e o SAD-69 para a região de São Carlos-SP. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. Dissertação de Mestrado. São Paulo, 1998.

WELLENHOF, B. HOFMANN et al. **Theory and Prattice.** Germany: Ed. Springer, 2ª edição, 1992.

WOLF, P. R. e GHILANI, C. D. **Adjustment Computations: Statistic and Least Squares in Surveyng and GIS.** New York: Jonh Wiley & Sons, Inc, 1997.

ANEXO I – COORDENADAS UTILIZADAS NO PRESENTE ESTUDO (199)

Quadro 5.1: Coordenadas Utilizadas (199).

Est.	Coordenadas da Carta (WGS84)							Coordenadas do GPS (WGS84)						
	Latitude			Longitude			Altitude	Latitude			Longitude			Altitude
	o	'	"	o	'	"	m	o	'	"	o	'	"	m
MR-06	-7	6	6,8287	-34	50	50,8927	6,75769	-7	6	6,8788	-34	50	50,9146	6,4577
MR-07	-7	6	19,5666	-34	51	17,4610	20,02491	-7	6	19,5244	-34	51	17,4837	19,7249
MR-08	-7	7	56,3527	-34	49	17,9045	-3,2988	-7	7	56,3567	-34	49	17,9529	-4,0988
MR-09	-7	8	46,6084	-34	48	3,4015	15,92182	-7	8	46,5518	-34	48	3,3990	16,4218
MR-10	-7	9	43,7590	-34	48	2,1827	18,74715	-7	9	43,7291	-34	48	2,2241	19,7471
MR-11	-7	10	24,5805	-34	48	4,1192	15,63242	-7	10	24,5894	-34	48	4,0668	15,0324
MR-12	-7	11	20,5309	-34	48	6,1573	26,83304	-7	11	20,5788	-34	48	6,1616	26,2331
MR-13	-7	11	35,9208	-34	48	17,1076	16,92423	-7	11	35,8557	-34	48	17,1073	17,3242
MR-14	-7	11	55,6242	-34	48	32,9615	14,62219	-7	11	55,5818	-34	48	32,9223	13,9222
MR-15	-7	13	27,4116	-34	49	18,5189	24,18692	-7	13	27,3792	-34	49	18,4861	24,7869
MR-16	-7	13	20,7080	-34	49	37,1069	25,02654	-7	13	20,6998	-34	49	37,1670	25,7265
MR-20	-7	12	50,7596	-34	51	10,1676	24,99746	-7	12	50,7497	-34	51	10,0996	25,4974
MR-21	-7	11	48,6180	-34	50	25,1901	19,16933	-7	11	48,6033	-34	50	25,2415	19,6694
MR-22	-7	11	17,2599	-34	50	9,1523	34,25778	-7	11	17,2626	-34	50	9,1039	34,7577
MR-23	-7	10	1,6686	-34	51	45,7587	36,56329	-7	10	1,6777	-34	51	45,7080	36,2633
MR-24	-7	12	9,6434	-34	53	7,8084	43,09604	-7	12	9,5958	-34	53	7,7856	43,7960
MR-25	-7	12	29,9814	-34	52	47,5343	39,94712	-7	12	29,9358	-34	52	47,5451	40,6471
MR-26	-7	11	0,4264	-34	51	59,2823	34,94043	-7	11	0,3851	-34	51	59,2880	35,5404
MR-27	-7	9	42,1687	-34	50	13,0977	35,69059	-7	9	42,2149	-34	50	13,0800	34,8906
MR-28	-7	7	58,1842	-34	51	33,5499	24,08919	-7	7	58,0688	-34	51	33,3987	24,6892
MR-29	-7	8	56,5278	-34	53	16,0953	36,98907	-7	8	56,4385	-34	53	15,9314	37,3890
MR-31	-7	12	4,7413	-34	55	30,2627	1,12273	-7	12	4,7737	-34	55	30,2954	1,8228
MR-37	-7	10	30,5708	-34	56	18,3933	49,79011	-7	10	30,5250	-34	56	18,3671	49,3901
MR-38	-7	10	11,3549	-34	56	9,6961	44,86444	-7	10	11,3957	-34	56	9,7045	44,2645
MR-39	-7	8	59,9154	-34	54	38,8697	-4,11638	-7	8	59,9612	-34	54	38,8617	-4,8164
MR-41	-7	7	44,1457	-34	54	4,1995	10,87123	-7	7	44,1951	-34	54	4,1698	11,4713
MR-43	-7	6	37,1885	-34	52	55,9869	19,95519	-7	6	37,2314	-34	52	55,9672	20,5552
MR-44	-7	6	51,2211	-34	53	5,7317	18,60589	-7	6	51,1786	-34	53	5,7722	18,1059
MR-51	-7	13	12,9129	-34	55	46,5301	1,0704	-7	13	12,9264	-34	55	46,4774	1,7704
MR-52	-7	12	14,6567	-34	56	39,1098	57,5964	-7	12	14,6486	-34	56	39,1537	57,2964
MR-54	-7	4	37,6341	-34	50	26,7861	-4,05585	-7	4	37,6839	-34	50	26,7699	-3,6558
MR-55	-7	7	9,6408	-34	49	24,8238	-3,15288	-7	7	9,6469	-34	49	24,8802	-2,8529
MR-56	-7	6	20,4204	-34	50	11,0771	-3,94596	-7	6	20,3727	-34	50	11,0688	-3,2460
MR-57	-7	6	39,8592	-34	49	43,7954	-5,99625	-7	6	39,8081	-34	49	43,8142	-5,1963
MR-58	-7	8	9,0943	-34	49	39,1981	21,96154	-7	8	9,0763	-34	49	39,2485	22,5615
MR-59	-7	9	8,1577	-34	48	59,8825	29,59794	-7	9	8,2051	-34	48	59,8720	29,0980
MR-60	-7	9	56,0134	-34	49	37,0137	30,04061	-7	9	56,0216	-34	49	36,9725	30,8406
MR-61	-7	7	1,9557	-34	50	34,7597	22,38708	-7	7	1,8878	-34	50	34,7716	21,8870
MR-62	-7	7	13,3581	-34	50	8,5300	21,60021	-7	7	13,3653	-34	50	8,4856	20,9002
MR-63	-7	6	52,3540	-34	51	35,2086	29,97505	-7	6	52,2800	-34	51	35,0447	30,3750
MR-64	-7	5	57,6944	-34	51	45,5128	-3,13521	-7	5	57,6668	-34	51	45,4876	-2,7353
MR-65	-7	7	22,4016	-34	51	59,3981	35,80566	-7	7	22,2545	-34	51	59,2593	35,2056
MR-66	-7	8	15,0730	-34	50	46,3637	30,44903	-7	8	14,9455	-34	50	46,2109	29,9490
MR-67	-7	8	51,8667	-34	50	37,5486	26,98563	-7	8	51,8455	-34	50	37,5703	27,6856
MR-68	-7	8	10,1322	-34	53	8,5272	39,68764	-7	8	10,0212	-34	53	8,3644	39,6876
MR-69	-7	8	8,4481	-34	54	51,8874	36,16451	-7	8	8,4272	-34	54	51,9379	36,5645
MR-70	-7	8	14,1888	-34	52	20,5777	33,90054	-7	8	14,1057	-34	52	20,4036	34,2005

MR-71	-7	9	29,8263	-34	52	21,3048	37,81624	-7	9	29,7731	-34	52	21,3351	37,5162
MR-72	-7	9	54,1519	-34	53	51,1204	25,82754	-7	9	54,1341	-34	53	51,1053	25,2275
MR-73	-7	11	3,9663	-34	52	53,5693	45,74026	-7	11	4,0203	-34	52	53,5755	44,9402
MR-74	-7	10	30,4797	-34	55	11,2640	38,64888	-7	10	30,4218	-34	55	11,2485	38,0489
MR-75	-7	12	0,9824	-34	54	27,0460	26,54436	-7	12	0,9903	-34	54	27,0900	26,0613
MR-76	-7	10	50,9287	-34	53	40,1992	25,17817	-7	10	50,9779	-34	53	40,1898	25,5781
MR-77	-7	10	17,7544	-34	51	13,4301	28,04444	-7	10	17,7368	-34	51	13,3803	28,6444
MR-78	-7	9	26,1066	-34	52	59,3234	16,57976	-7	9	26,0038	-34	52	59,1513	16,2797
MR-79	-7	11	57,0368	-34	51	32,5525	36,6144	-7	11	57,0824	-34	51	32,5093	36,2143
MR-80	-7	12	25,0860	-34	49	58,5486	19,1449	-7	12	25,0940	-34	49	58,5633	19,6449
MR-81	-7	13	3,7775	-34	50	11,7638	27,55859	-7	13	3,8219	-34	50	11,7598	27,0586
MR-82	-7	11	59,9549	-34	52	41,8475	37,88759	-7	11	59,9398	-34	52	41,8977	37,6876
MR-83	-7	12	30,4841	-34	52	3,8720	38,40896	-7	12	30,4692	-34	52	3,9243	38,9089
MR-84	-7	12	56,2765	-34	48	18,9958	-1,87782	-7	12	56,3150	-34	48	18,9622	-1,3778
MR-85	-7	14	4,8595	-34	48	19,9331	22,1284	-7	14	4,8188	-34	48	19,9278	22,8284
MR-86	-7	11	33,2008	-34	49	41,1874	-4,34637	-7	11	33,2126	-34	49	41,1588	-4,9464
MR-87	-7	9	54,9206	-34	48	52,7620	20,12701	-7	9	54,9053	-34	48	52,7440	20,7270
MR-88	-7	10	48,6698	-34	48	34,0728	7,24569	-7	10	48,6611	-34	48	34,1219	6,9457
MR-89	-7	9	3,0256	-34	53	59,9799	20,25781	-7	9	3,0466	-34	53	59,9947	20,8578
MR-90	-7	8	33,5014	-34	53	34,5115	17,0171	-7	8	33,4187	-34	53	34,3508	17,5170
MR-91	-7	13	7,1188	-34	52	44,2087	-5,92128	-7	13	7,1342	-34	52	44,1922	-5,5213
MR-92	-7	13	5,7828	-34	51	51,8910	15,17671	-7	13	5,8214	-34	51	51,8460	15,5767
MR-93	-7	12	23,9180	-34	53	41,9915	1,10887	-7	12	23,8966	-34	53	41,9770	1,8088
MR-94	-7	10	32,0325	-34	50	30,9748	29,7815	-7	10	32,0372	-34	50	30,9215	29,2815
MR-95	-7	11	34,8649	-34	54	1,1275	20,0413	-7	11	34,8497	-34	54	1,0955	20,6413
MR-96	-7	11	15,1478	-34	57	0,9336	9,14299	-7	11	15,1804	-34	57	0,9725	9,6430
MR-97	-7	11	0,9570	-34	55	48,7239	45,16182	-7	11	0,9244	-34	55	48,7395	45,6617
MR-98	-7	11	33,0158	-34	56	25,7392	2,27503	-7	11	32,9664	-34	56	25,7206	2,8750
MR-99	-7	9	36,5958	-34	47	42,5012	-3,81769	-7	9	36,5570	-34	47	42,4689	-4,1177
MR-100	-7	4	43,3451	-34	49	50,3897	-3,50066	-7	4	43,3343	-34	49	50,3783	-3,9007
MR-101	-7	3	31,1884	-34	50	34,9363	-3,68904	-7	3	31,1537	-34	50	34,9183	-4,1891
MR-102	-7	4	9,9223	-34	50	9,9145	-5,31473	-7	4	9,9592	-34	50	9,8762	-5,5148
MR-103	-7	5	4,8126	-34	49	59,6725	-4,07442	-7	5	4,7546	-34	49	59,6604	-3,3745
MR-104	-7	5	49,3297	-34	50	0,4327	-3,88454	-7	5	49,3368	-34	50	0,3759	-3,2846
MR-105	-7	6	26,3647	-34	49	36,9320	-4,71035	-7	6	26,3461	-34	49	36,9169	-5,0104
MR-106	-7	7	34,7280	-34	49	25,0646	-3,35834	-7	7	34,7200	-34	49	25,1005	-3,8584
MR-107	-7	8	23,7076	-34	49	0,1002	-4,27776	-7	8	23,7184	-34	49	0,0482	-4,7778
MR-108	-7	10	9,9978	-34	47	46,3829	-4,96572	-7	10	9,9653	-34	47	46,3684	-4,5657
MR-109	-7	11	9,2583	-34	48	55,9857	27,24485	-7	11	9,2268	-34	48	56,0125	27,6449
MR-110	-7	13	30,8886	-34	48	18,9897	25,20578	-7	13	30,8350	-34	48	18,9988	25,5058
MR-111	-7	13	28,3711	-34	48	51,5616	21,20465	-7	13	28,4233	-34	48	51,5894	20,9047
MR-112	-7	13	29,1047	-34	50	38,4179	6,39259	-7	13	29,0838	-34	50	38,4429	6,8925
MR-113	-7	13	5,0531	-34	51	17,2866	-3,84122	-7	13	5,0998	-34	51	17,2736	-3,2413
MR-114	-7	12	55,4729	-34	52	23,9848	32,08579	-7	12	55,5231	-34	52	24,0089	32,4858
MR-115	-7	12	35,1969	-34	54	36,4232	-0,64957	-7	12	35,2189	-34	54	36,4507	-0,9496
MR-116	-7	12	47,3715	-34	56	16,4383	10,70979	-7	12	47,3966	-34	56	16,4299	10,1098
MR-117	-7	11	56,1523	-34	57	2,6903	55,60828	-7	11	56,1605	-34	57	2,6753	55,3083
MR-118	-7	10	39,3608	-34	57	36,3806	57,15306	-7	10	39,3765	-34	57	36,3674	57,5530
MR-119	-7	10	0,3921	-34	57	16,8687	43,26026	-7	10	0,4314	-34	57	16,8539	43,8602
MR-120	-7	9	52,9280	-34	54	45,1368	6,01629	-7	9	52,9209	-34	54	45,1080	6,6162
MR-121	-7	9	12,5576	-34	55	3,1886	4,09045	-7	9	12,5637	-34	55	3,2377	4,8905
MR-122	-7	8	31,6268	-34	54	55,3653	18,50017	-7	8	31,6444	-34	54	55,3396	18,0001

MR-123	-7	7	45,7396	-34	54	37,6787	-3,30283	-7	7	45,7107	-34	54	37,6476	-3,9029
MR-124	-7	7	26,1592	-34	53	39,2290	-4,39687	-7	7	26,1726	-34	53	39,2177	-5,0969
MR-125	-7	6	18,1387	-34	52	17,6215	7,02062	-7	6	18,1468	-34	52	17,6262	7,3207
MR-126	-7	5	27,5056	-34	50	57,5569	-5,94981	-7	5	27,4502	-34	50	57,5741	-5,5499
MR-127	-7	4	44,8469	-34	50	56,1827	-2,64938	-7	4	44,8398	-34	50	56,1644	-3,1494
MR-128	-7	3	59,6355	-34	50	59,7373	-6,97868	-7	3	59,6546	-34	50	59,6977	-6,4787
MR-129	-7	3	40,4681	-34	50	52,7783	-6,03403	-7	3	40,4630	-34	50	52,7411	-5,7341
MR-130	-7	4	1,7017	-34	50	36,8064	-4,13205	-7	4	1,7323	-34	50	36,8419	-3,5321
MR-131	-7	5	25,9240	-34	50	27,2600	-2,4752	-7	5	25,9107	-34	50	27,2547	-2,8752
MR-132	-7	6	37,1687	-34	50	35,6075	18,75179	-7	6	37,1833	-34	50	35,6190	18,3518
MR-133	-7	7	27,8315	-34	49	51,3724	-4,70848	-7	7	27,8857	-34	49	51,3598	-4,3085
MR-134	-7	8	45,3570	-34	49	56,4677	9,30336	-7	8	45,4029	-34	49	56,4551	9,0034
MR-135	-7	9	22,7462	-34	50	38,2888	13,05252	-7	9	22,7969	-34	50	38,2828	13,5525
MR-136	-7	9	19,3342	-34	51	22,1527	31,48508	-7	9	19,3231	-34	51	22,1712	30,8851
MR-137	-7	11	48,8415	-34	52	32,1952	40,62654	-7	11	48,8499	-34	52	32,2102	39,9265
MR-138	-7	11	29,0920	-34	51	2,0600	1,91119	-7	11	29,0359	-34	51	2,0467	2,3112
MR-139	-7	10	13,3270	-34	52	27,6060	38,94883	-7	10	13,3657	-34	52	27,5683	39,4488
MR-140	-7	10	5,5933	-34	53	23,1932	23,6254	-7	10	5,6037	-34	53	23,1272	23,0253
MR-141	-7	11	3,6069	-34	54	37,9934	28,23059	-7	11	3,5561	-34	54	38,0075	28,8306
MR-142	-7	11	44,4571	-34	54	53,5777	25,15216	-7	11	44,4167	-34	54	53,5689	25,8521
MR-143	-7	11	13,3916	-34	55	6,4932	31,1975	-7	11	13,4410	-34	55	6,4790	31,8975
MR-144	-7	10	24,1844	-34	56	44,4299	52,98806	-7	10	24,1763	-34	56	44,4165	53,2880
MR-145	-7	9	27,3853	-34	54	1,5736	22,77342	-7	9	27,3943	-34	54	1,5295	22,1734
MR-146	-7	8	46,7971	-34	52	51,3667	11,70082	-7	8	46,7068	-34	52	51,1952	11,2008
MR-147	-7	8	44,1622	-34	52	12,0279	32,04568	-7	8	44,0167	-34	52	11,8923	32,4456
MR-148	-7	7	14,8242	-34	52	44,5811	21,75253	-7	7	14,7100	-34	52	44,4314	21,3524
MR-149	-7	9	59,7210	-34	54	18,2202	17,96329	-7	9	59,6922	-34	54	18,2530	18,4633
MR-150	-7	7	48,6531	-34	52	32,1594	36,92687	-7	7	48,5526	-34	52	31,9986	37,4268
MR-151	-7	7	1,4785	-34	52	15,4166	32,97375	-7	7	1,3604	-34	52	15,2692	33,6736
MR-152	-7	7	26,1291	-34	51	15,3337	29,01913	-7	7	26,0277	-34	51	15,1731	29,8191
MR-153	-7	6	34,2465	-34	52	1,2338	31,44542	-7	6	34,0893	-34	52	1,1156	31,0454
MR-154	-7	7	29,4548	-34	50	43,2846	17,56652	-7	7	29,4682	-34	50	43,2733	17,2665
MR-155	-7	7	44,2419	-34	50	8,7081	-6,01699	-7	7	44,1865	-34	50	8,7179	-5,2170
MR-156	-7	6	55,6950	-34	51	4,9512	31,17074	-7	6	55,7534	-34	51	4,9364	31,4708
MR-157	-7	9	11,9227	-34	50	4,8686	34,55358	-7	9	11,8948	-34	50	4,8297	34,1535
MR-158	-7	10	30,0205	-34	51	53,9839	34,22988	-7	10	29,9994	-34	51	53,9663	34,6299
MR-159	-7	10	36,4906	-34	52	56,6386	26,13974	-7	10	36,4834	-34	52	56,6500	26,8397
MR-160	-7	10	38,4572	-34	49	26,6952	31,08321	-7	10	38,4650	-34	49	26,7448	31,4831
MR-161	-7	10	26,6959	-34	48	53,8074	30,64015	-7	10	26,6568	-34	48	53,8211	30,1401
MR-162	-7	9	28,3696	-34	49	35,5928	27,95332	-7	9	28,3527	-34	49	35,5442	28,7533
MR-163	-7	9	34,4177	-34	48	16,0442	25,06541	-7	9	34,4694	-34	48	16,0675	25,3654
MR-164	-7	10	0,8618	-34	50	6,5925	28,9756	-7	10	0,8788	-34	50	6,5694	29,6756
MR-165	-7	12	9,6291	-34	50	53,9316	20,14873	-7	12	9,6730	-34	50	53,9410	19,9487
MR-166	-7	11	13,9681	-34	53	28,4895	9,19127	-7	11	13,9300	-34	53	28,5170	9,7913
MR-167	-7	12	29,3244	-34	50	20,8230	21,60954	-7	12	29,3178	-34	50	20,8753	21,1095
MR-168	-7	12	55,0574	-34	49	40,2620	1,87544	-7	12	55,0457	-34	49	40,2118	1,5754
MR-169	-7	12	39,1585	-34	48	58,2986	15,09896	-7	12	39,1549	-34	48	58,2914	15,3990
MR-170	-7	12	1,0207	-34	49	45,0565	20,93038	-7	12	1,0166	-34	49	45,0120	21,2303
MR-171	-7	6	13,3169	-34	50	23,4392	-1,47546	-7	6	13,3253	-34	50	23,3864	-1,9755
MR-172	-7	10	50,1656	-34	50	55,6446	12,38058	-7	10	50,1738	-34	50	55,6329	11,9806
MR-173	-7	10	49,2900	-34	52	25,5685	39,32437	-7	10	49,2939	-34	52	25,5237	39,8244
MR-174	-7	8	48,9486	-34	49	6,8844	27,6689	-7	8	48,9425	-34	49	6,8593	27,0689

MR-175	-7	10	58,4259	-34	49	57,1834	27,66466	-7	10	58,4198	-34	49	57,1431	27,2646
MR-176	-7	9	29,0212	-34	53	25,4838	28,45776	-7	9	29,0383	-34	53	25,4408	28,7577
MR-177	-7	9	56,0283	-34	50	38,3559	28,33583	-7	9	55,9862	-34	50	38,3422	28,7358
MR-178	-7	10	26,6790	-34	50	2,4097	26,34957	-7	10	26,7288	-34	50	2,3896	26,8496
MR-179	-7	9	3,3398	-34	53	41,8532	35,99486	-7	9	3,4055	-34	53	41,8290	35,8948
MR-180	-7	8	14,1503	-34	53	17,3834	43,48	-7	8	14,0443	-34	53	17,2145	42,9799
MR-181	-7	8	7,6106	-34	53	55,1443	13,64486	-7	8	7,4985	-34	53	55,0062	13,4448
MR-182	-7	9	51,7592	-34	52	36,5052	38,58158	-7	9	51,7512	-34	52	36,4862	38,1816
MR-183	-7	7	54,6361	-34	51	40,5595	27,54958	-7	7	54,5318	-34	51	40,4059	27,0495
MR-184	-7	7	59,4096	-34	50	46,4214	26,53161	-7	7	59,2773	-34	50	46,2625	26,1315
MR-185	-7	8	35,5741	-34	50	43,7864	24,7611	-7	8	35,5113	-34	50	43,7802	24,4610
MR-186	-7	6	53,2837	-34	49	59,6964	0,12834	-7	6	53,2350	-34	49	59,6722	0,7283
MR-187	-7	8	11,3086	-34	49	28,7691	27,17729	-7	8	11,3029	-34	49	28,7258	27,5772
MR-188	-7	9	13,2443	-34	47	50,4700	17,55251	-7	9	13,2657	-34	47	50,4857	17,1525
MR-189	-7	11	36,1260	-34	51	43,9447	24,26571	-7	11	36,1407	-34	51	43,8829	24,0657
MR-190	-7	11	20,3054	-34	57	31,3168	10,23319	-7	11	20,2949	-34	57	31,3565	10,7332
MR-191	-7	11	32,7829	-34	56	6,5061	3,56177	-7	11	32,7336	-34	56	6,5156	3,1617
MR-192	-7	10	13,2006	-34	55	52,0491	45,4319	-7	10	13,2095	-34	55	52,0892	44,9319
MR-193	-7	10	33,2177	-34	55	34,5682	45,13337	-7	10	33,1882	-34	55	34,5967	45,5333
MR-194	-7	10	36,3685	-34	54	47,7246	34,24624	-7	10	36,3749	-34	54	47,6719	34,8463
MR-195	-7	7	58,6967	-34	55	11,5675	-6,33434	-7	7	58,7209	-34	55	11,6227	-6,7344
MR-196	-7	12	21,2456	-34	55	38,6762	7,26775	-7	12	21,1864	-34	55	38,6830	6,9677
MR-197	-7	12	17,5186	-34	57	35,5475	56,51645	-7	12	17,5465	-34	57	35,4985	56,9164
MR-198	-7	12	46,1008	-34	58	1,3014	62,95703	-7	12	46,0903	-34	58	1,3160	62,7571
MR-199	-7	11	24,5465	-34	58	18,1838	58,04996	-7	11	24,5257	-34	58	18,1636	58,3499
MR-200	-7	13	0,9774	-34	57	19,5615	56,45332	-7	13	0,9250	-34	57	19,5854	56,9533
MR-201	-7	13	31,2736	-34	55	46,9972	-1,09549	-7	13	31,2889	-34	55	47,0057	-1,5955
MR-202	-7	13	18,2632	-34	54	51,5383	-5,5576	-7	13	18,3135	-34	54	51,5506	-5,0577
MR-203	-7	14	23,2319	-34	55	1,9960	-4,66159	-7	14	23,2185	-34	55	1,9396	-4,1616
MR-204	-7	13	57,8069	-34	55	21,5415	-4,27391	-7	13	57,7938	-34	55	21,5940	-4,7739
MR-205	-7	10	59,3643	-34	54	3,3703	24,29389	-7	10	59,3719	-34	54	3,4209	23,9939
MR-206	-7	11	50,7795	-34	53	48,6461	19,26271	-7	11	50,7922	-34	53	48,6070	19,5627
MR-207	-7	6	42,7185	-34	53	8,4182	-6,78153	-7	6	42,6807	-34	53	8,4605	-6,2816
MR-208	-7	4	41,6009	-34	50	22,4329	-3,26571	-7	4	41,5914	-34	50	22,3890	-3,7657
MR-209	-7	5	34,3070	-34	52	6,2902	-6,24687	-7	5	34,2988	-34	52	6,2794	-6,4469
MR-210	-7	5	51,3980	-34	51	25,2404	0,59003	-7	5	51,3365	-34	51	25,2293	0,0900
MR-211	-7	6	27,3442	-34	51	25,4837	31,69795	-7	6	27,3893	-34	51	25,5222	31,0980
MR-212	-7	12	1,9578	-34	53	13,8073	44,41435	-7	12	1,9522	-34	53	13,7627	44,9143
MR-213	-7	12	20,0332	-34	51	40,1573	38,76071	-7	12	20,0423	-34	51	40,1522	38,1607
MR-214	-7	11	37,4880	-34	50	1,3862	-4,06407	-7	11	37,5375	-34	50	1,3733	-3,3641
MR-215	-7	10	6,2273	-34	51	14,1808	32,03703	-7	10	6,2162	-34	51	14,2267	32,4371
MR-216	-7	10	50,1872	-34	48	5,7411	11,74331	-7	10	50,1810	-34	48	5,7860	11,3433
MR-217	-7	9	50,5016	-34	51	44,2043	34,82659	-7	9	50,4540	-34	51	44,2201	34,5265
MR-218	-7	11	54,7870	-34	49	9,2065	-2,82196	-7	11	54,7753	-34	49	9,2569	-3,1220
MR-219	-7	6	59,3234	-34	50	19,2514	27,59892	-7	6	59,3377	-34	50	19,3073	26,9989
MR-220	-7	13	1,6511	-34	48	42,4260	16,73726	-7	13	1,6602	-34	48	42,3733	15,9372
MR-221	-7	11	20,0851	-34	50	21,2661	28,91142	-7	11	20,1270	-34	50	21,2966	29,4115
MR-222	-7	12	13,6808	-34	53	41,9667	15,56662	-7	12	13,7194	-34	53	41,9297	15,8666

ANEXO II - VETORES DOS SINAIS E DO RUÍDO ESTIMADOS NA COLOCAÇÃO COM COORDENADAS ELIPSOIDAIAS

Quadro 5.2: Sinais nos pontos de cálculo (colocação - coordenadas elipsoidais).

Vetores dos sinais nos pontos de cálculo							
Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)	Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)
MR-13	0,034	0,698	-0,069	MR-124	-0,775	-1,304	-0,022
MR-15	0,129	0,882	-0,024	MR-125	-0,880	-0,882	-0,017
MR-31	-0,354	0,240	0,001	MR-127	0,526	0,299	0,037
MR-44	-0,936	-0,610	-0,010	MR-131	0,340	0,133	0,037
MR-64	-0,428	0,172	-0,014	MR-132	-0,049	0,647	-0,001
MR-67	-0,728	-0,559	-0,026	MR-136	-1,017	0,182	-0,028
MR-72	0,405	-0,308	-0,054	MR-137	0,129	0,507	0,067
MR-80	0,322	0,684	-0,006	MR-144	0,388	0,222	-0,031
MR-86	0,193	0,701	-0,007	MR-154	-1,083	-1,514	-0,025
MR-87	0,351	0,786	-0,016	MR-158	0,070	-0,134	0,010
MR-89	-0,040	-1,295	-0,071	MR-159	0,449	-0,237	-0,005
MR-91	0,255	0,478	0,072	MR-164	0,550	-0,211	0,010
MR-93	0,175	-0,285	0,063	MR-169	0,089	-0,029	-0,047
MR-95	0,217	0,372	0,037	MR-172	0,290	-0,302	0,038
MR-97	-0,308	0,092	-0,032	MR-174	0,524	0,130	-0,007
MR-100	0,431	-0,126	0,049	MR-182	-0,324	-1,028	-0,043
MR-105	0,126	0,449	0,036	MR-188	-0,114	0,625	-0,005
MR-106	0,232	1,350	0,007	MR-198	0,001	-0,288	0,012
MR-108	-0,014	0,568	-0,035	MR-199	0,307	0,176	0,012
MR-112	0,511	0,099	0,015	MR-201	0,008	-0,011	0,005
MR-115	0,222	0,308	0,032	MR-209	-0,279	0,216	-0,006
MR-116	-0,287	0,128	0,001	MR-213	0,414	0,158	0,066
MR-117	-0,059	0,510	0,000	MR-107	0,434	0,431	-0,003
MR-118	0,499	0,429	-0,002	MR-110	-0,121	0,411	-0,021
MR-120	0,411	0,687	-0,054	MR-195	0,498	1,432	-0,030
MR-122	0,525	1,101	-0,049	MR-197	0,059	-0,053	0,010
MR-123	0,246	0,540	-0,029	MR-217	-0,487	0,363	-0,018

Quadro 5.3: Sinais nos pontos de observação (colocação - coordenadas elipsoidais).

Vetores dos sinais nos pontos de observação							
Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)	Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)
MR-06	0,096	0,880	0,003	MR-129	0,627	0,059	0,036
MR-07	-0,377	0,327	-0,017	MR-130	0,734	0,164	0,043
MR-08	0,320	1,023	0,000	MR-133	-0,023	0,961	0,002
MR-09	-0,020	0,479	0,001	MR-134	0,108	-0,122	-0,017
MR-10	0,007	0,805	-0,020	MR-135	-0,153	0,158	-0,012
MR-11	0,041	0,937	-0,045	MR-138	0,316	-0,004	0,048
MR-12	0,063	0,835	-0,069	MR-139	0,036	-0,478	-0,020
MR-14	0,012	0,342	-0,065	MR-140	0,357	-0,724	-0,043
MR-16	0,229	0,841	-0,020	MR-141	0,020	0,352	-0,002
MR-20	0,629	-0,133	0,045	MR-142	-0,143	0,364	0,013
MR-21	0,382	0,697	0,027	MR-143	-0,257	0,106	-0,010
MR-22	0,349	0,331	0,022	MR-145	0,260	-0,539	-0,068
MR-23	-0,279	0,281	-0,010	MR-146	-1,939	-4,037	-0,068
MR-24	0,080	0,146	0,073	MR-147	-2,397	-2,951	-0,057
MR-25	0,099	0,569	0,080	MR-148	-1,895	-2,853	-0,025
MR-26	0,196	-0,275	0,034	MR-149	0,451	0,374	-0,050
MR-27	0,443	-0,113	0,002	MR-150	-2,680	-4,492	-0,043

MR-28	-2,612	-4,053	-0,045	MR-151	-1,903	-3,132	-0,028
MR-29	-1,179	-3,572	-0,073	MR-152	-1,801	-3,047	-0,036
MR-37	0,145	0,296	-0,041	MR-153	-1,206	-1,691	-0,025
MR-38	0,266	0,442	-0,047	MR-155	-0,419	-0,023	-0,013
MR-39	0,486	0,595	-0,062	MR-156	-0,854	-0,885	-0,024
MR-41	-0,337	-1,035	-0,032	MR-157	0,268	-0,150	-0,012
MR-43	-0,840	-0,416	-0,008	MR-160	0,313	0,754	-0,007
MR-51	-0,042	-0,050	0,005	MR-161	0,187	1,272	-0,028
MR-52	-0,293	0,471	-0,003	MR-162	0,612	-0,175	-0,005
MR-54	0,627	0,122	0,047	MR-163	0,111	0,845	-0,015
MR-55	0,201	1,388	0,019	MR-165	0,476	0,451	0,042
MR-56	0,192	0,482	0,023	MR-166	0,396	0,434	0,030
MR-57	0,152	0,788	0,028	MR-167	0,445	0,734	0,012
MR-58	0,148	0,582	-0,009	MR-168	0,259	0,565	-0,023
MR-59	0,523	0,161	-0,007	MR-170	0,214	0,630	-0,012
MR-60	0,588	-0,018	0,000	MR-171	0,205	0,559	0,019
MR-61	-0,406	0,024	-0,011	MR-173	0,298	-0,176	0,017
MR-62	-0,158	0,612	0,000	MR-175	0,368	0,236	0,015
MR-63	-1,360	-2,066	-0,031	MR-176	-0,238	-1,938	-0,069
MR-65	-2,395	-4,130	-0,037	MR-177	0,267	0,092	0,009
MR-66	-1,481	-2,085	-0,035	MR-178	0,509	-0,143	0,017
MR-68	-2,003	-4,429	-0,054	MR-179	-0,422	-2,295	-0,073
MR-69	0,425	1,006	-0,039	MR-180	-1,743	-4,251	-0,056
MR-70	-2,838	-4,395	-0,053	MR-181	-0,634	-2,223	-0,049
MR-71	-1,038	-1,138	-0,050	MR-183	-2,699	-4,249	-0,045
MR-73	0,401	0,173	0,026	MR-184	-1,500	-2,309	-0,033
MR-74	-0,018	0,251	-0,038	MR-185	-1,181	-1,292	-0,032
MR-75	0,111	0,327	0,034	MR-186	0,082	0,904	0,015
MR-76	0,494	0,466	0,003	MR-187	0,285	0,669	-0,007
MR-77	0,080	0,100	0,016	MR-189	0,220	-0,144	0,057
MR-78	-0,743	-2,375	-0,066	MR-190	0,318	0,604	0,003
MR-79	0,330	0,015	0,061	MR-191	-0,422	0,271	-0,019
MR-81	0,424	0,601	-0,001	MR-192	0,165	0,527	-0,050
MR-82	0,093	0,556	0,072	MR-193	-0,084	0,257	-0,042
MR-83	0,328	0,535	0,075	MR-194	0,077	0,278	-0,027
MR-84	0,021	-0,150	-0,042	MR-195	0,498	1,432	-0,030
MR-85	-0,267	0,632	-0,004	MR-196	-0,309	0,187	0,001
MR-88	0,036	1,477	-0,050	MR-197	0,059	-0,053	0,010
MR-90	-1,082	-3,530	-0,066	MR-200	-0,179	0,161	0,009
MR-92	0,552	0,018	0,065	MR-202	0,307	0,292	0,019
MR-94	0,422	-0,287	0,028	MR-203	0,071	-0,187	0,007
MR-96	0,148	0,643	-0,011	MR-204	0,117	0,096	0,007
MR-98	-0,294	0,447	-0,017	MR-205	0,336	0,601	0,007
MR-99	-0,118	0,558	-0,015	MR-206	0,202	0,057	0,051
MR-101	0,604	0,110	0,034	MR-207	-0,715	-0,115	-0,006
MR-102	0,689	0,126	0,044	MR-208	0,595	0,080	0,048
MR-103	0,348	-0,240	0,050	MR-210	-0,148	0,720	-0,007
MR-104	0,197	-0,199	0,041	MR-211	-0,635	-0,258	-0,022
MR-107	0,434	0,431	-0,003	MR-212	0,108	0,073	0,068
MR-109	0,018	1,399	-0,043	MR-214	0,297	0,635	0,011
MR-110	-0,121	0,411	-0,021	MR-215	-0,028	0,316	0,007
MR-111	0,007	0,691	-0,026	MR-216	0,050	1,040	-0,059

MR-113	0,650	-0,318	0,046	MR-217	-0,487	0,363	-0,018
MR-114	0,314	0,614	0,076	MR-218	0,034	0,528	-0,044
MR-119	0,590	-0,033	-0,016	MR-219	-0,142	0,542	0,000
MR-121	0,593	1,194	-0,058	MR-220	0,050	0,089	-0,040
MR-126	0,257	0,690	0,019	MR-221	0,366	0,280	0,030
MR-128	0,660	0,086	0,039	MR-222	0,167	-0,240	0,062

Quadro 5.4: Ruídos nos pontos de observação (colocação - coordenadas elipsoidais).

Vetores dos ruídos nos pontos de observação							
Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)	Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)
MR-06	2,005	0,458	0,328	MR-129	-0,051	-0,481	-0,333
MR-07	-0,361	1,002	0,358	MR-130	0,909	1,653	-0,639
MR-08	0,207	1,195	0,829	MR-133	2,136	-0,641	-0,369
MR-09	-1,399	0,248	-0,479	MR-134	1,661	0,408	0,366
MR-10	-0,674	1,248	-0,947	MR-135	2,045	0,269	-0,421
MR-11	0,440	-1,779	0,686	MR-138	-1,841	0,135	-0,351
MR-12	1,555	0,037	0,722	MR-139	1,469	-0,211	-0,376
MR-14	-1,199	-0,845	0,831	MR-140	0,305	-0,893	0,759
MR-16	-0,440	1,598	-0,581	MR-141	-1,275	0,383	-0,452
MR-20	-0,826	-1,455	-0,429	MR-142	-0,834	-0,366	-0,556
MR-21	-0,671	1,453	-0,435	MR-143	2,079	-0,277	-0,536
MR-22	-0,074	-1,211	-0,439	MR-145	0,418	-0,435	0,786
MR-23	0,872	-1,316	0,401	MR-146	-0,413	-0,754	0,660
MR-24	-1,345	-0,466	-0,636	MR-147	-1,662	-0,694	-0,260
MR-25	-1,334	0,158	-0,644	MR-148	-1,089	-1,226	0,498
MR-26	-1,213	0,935	-0,528	MR-149	-0,966	0,978	-0,322
MR-27	1,279	0,204	0,864	MR-150	0,074	0,075	-0,380
MR-28	-0,483	-0,008	-0,491	MR-151	-1,343	-0,837	-0,608
MR-29	-1,143	-1,018	-0,226	MR-152	-0,833	-1,270	-0,710
MR-37	-1,173	-0,901	0,605	MR-153	-3,067	-1,358	0,479
MR-38	1,385	0,031	0,805	MR-155	-0,850	1,004	-0,747
MR-39	1,369	-0,495	0,882	MR-156	3,158	1,064	-0,230
MR-41	2,374	0,534	-0,471	MR-157	-0,789	-0,392	0,469
MR-43	2,730	0,325	-0,524	MR-160	0,149	1,432	-0,328
MR-51	0,640	-1,391	-0,518	MR-161	-1,163	-0,145	0,582
MR-52	0,314	1,014	0,493	MR-162	-0,828	-0,636	-0,742
MR-54	1,559	0,107	-0,439	MR-163	1,745	0,639	-0,251
MR-55	0,448	1,084	-0,297	MR-165	1,021	0,372	0,261
MR-56	-1,127	-0,031	-0,699	MR-166	-1,297	0,784	-0,500
MR-57	-1,220	0,522	-0,807	MR-167	-0,534	1,437	0,587
MR-58	-0,301	1,668	-0,552	MR-168	-0,550	-1,503	0,417
MR-59	1,246	0,244	0,548	MR-170	-0,208	-1,379	-0,203
MR-60	-0,061	-0,577	-0,741	MR-171	0,599	-1,482	0,507
MR-61	-1,188	1,009	0,550	MR-173	0,094	-0,741	-0,406
MR-62	0,851	-1,282	0,735	MR-175	-0,344	-0,849	0,461
MR-63	-0,387	-2,363	-0,317	MR-176	1,150	1,036	-0,122
MR-65	-1,624	0,434	0,701	MR-177	-1,264	0,085	-0,335
MR-66	-2,021	-1,978	0,591	MR-178	1,269	0,156	-0,446
MR-68	-0,938	-0,101	0,144	MR-179	2,861	1,960	0,282

MR-69	-0,559	0,893	-0,246	MR-180	-1,041	-0,477	0,649
MR-70	0,736	-0,427	-0,168	MR-181	-2,317	-1,601	0,349
MR-71	-0,234	2,557	0,444	MR-183	-0,050	0,109	0,610
MR-73	1,524	0,438	0,895	MR-184	-2,134	-1,935	0,486
MR-74	-1,405	-0,453	0,785	MR-185	-0,360	1,725	0,392
MR-75	0,366	1,313	0,603	MR-186	-1,087	-0,938	-0,587
MR-76	1,317	-0,384	-0,274	MR-187	-0,070	-1,281	-0,357
MR-77	-0,337	-1,076	-0,530	MR-189	0,435	-1,266	0,252
MR-78	-2,033	-2,454	0,468	MR-190	-0,291	0,711	-0,312
MR-79	1,248	-0,848	0,450	MR-191	-0,788	0,209	0,591
MR-81	1,012	-0,162	0,606	MR-192	0,498	0,937	0,704
MR-82	-0,358	1,399	0,256	MR-193	-0,462	0,866	-0,204
MR-83	-0,636	1,516	-0,450	MR-194	0,460	-1,596	-0,431
MR-84	1,201	-0,189	-0,384	MR-195	0,774	0,590	0,547
MR-85	-1,022	-0,127	-0,607	MR-196	-1,271	0,226	0,473
MR-88	-0,110	0,751	0,403	MR-197	1,083	-1,377	-0,206
MR-90	-1,006	-0,975	-0,334	MR-200	-1,201	0,648	-0,300
MR-92	0,737	-0,954	-0,336	MR-202	1,393	0,322	-0,345
MR-94	-0,026	-0,752	0,551	MR-203	-0,398	-1,343	-0,317
MR-96	1,199	0,684	-0,307	MR-204	-0,400	1,702	0,682
MR-98	-0,913	-0,849	-0,406	MR-205	0,196	1,293	0,429
MR-99	-0,820	-0,741	0,341	MR-206	0,422	-0,915	-0,209
MR-101	-0,935	0,079	0,463	MR-207	0,125	1,909	-0,422
MR-102	1,124	-0,543	0,154	MR-208	-0,240	-0,698	0,460
MR-103	-1,515	0,617	-0,743	MR-210	-1,149	-0,430	0,544
MR-104	0,585	-0,816	-0,626	MR-211	2,572	2,058	0,667
MR-107	0,263	-1,282	0,533	MR-212	-0,072	-1,066	-0,431
MR-109	-0,809	0,115	-0,293	MR-214	1,388	-0,427	-0,627
MR-110	-1,526	0,547	-0,197	MR-215	-0,018	1,647	-0,323
MR-111	1,613	0,809	0,415	MR-216	-0,062	1,091	0,506
MR-113	0,880	0,407	-0,527	MR-217	-0,649	0,646	0,407
MR-114	1,356	0,540	-0,341	MR-218	-0,265	1,678	0,418
MR-119	1,051	-0,280	-0,412	MR-219	1,070	1,857	0,635
MR-121	0,034	0,627	-0,613	MR-220	0,272	-1,040	0,922
MR-126	-1,348	0,511	-0,394	MR-221	1,115	1,242	-0,444
MR-128	0,640	-0,598	-0,530	MR-222	1,223	-0,554	-0,217

ANEXO III - VETORES DOS SINAIS E DO RUÍDO ESTIMADOS NA COLOCAÇÃO COM COORDENADAS CARTESIANAS

Quadro 5.5: Sinais nos pontos de cálculo (colocação - coordenadas cartesianas).

Vetores dos sinais nos pontos de cálculo							
Est.	X (m)	Y (m)	Z (m)	Est.	X (m)	Y (m)	Z (m)
MR-13	-0,788	-0,277	0,014	MR-124	0,891	1,089	0,602
MR-15	-0,563	-0,570	-0,147	MR-125	0,490	0,559	0,972
MR-31	-0,170	-0,120	0,430	MR-127	-0,130	-0,321	-0,549
MR-44	0,591	0,551	0,718	MR-131	-0,024	-0,258	-0,281
MR-64	-0,295	-0,054	0,543	MR-132	-0,542	-0,293	-0,184
MR-67	0,233	0,634	0,733	MR-136	-0,062	0,108	0,914
MR-72	-0,056	0,501	-0,510	MR-137	-0,243	-0,287	-0,048
MR-80	-0,530	-0,439	-0,276	MR-144	-0,383	-0,019	-0,477
MR-86	-0,311	-0,636	-0,193	MR-154	0,845	1,150	1,106
MR-87	-0,397	-0,643	-0,330	MR-158	0,129	0,044	-0,071
MR-89	0,537	1,311	-0,093	MR-159	-0,103	0,323	-0,609
MR-91	-0,015	-0,475	-0,282	MR-164	0,065	0,140	-0,632
MR-93	0,209	0,048	-0,224	MR-169	-0,322	0,108	-0,058
MR-95	-0,169	-0,249	-0,289	MR-172	0,261	0,114	-0,200
MR-97	-0,191	0,011	0,362	MR-174	-0,289	-0,082	-0,600
MR-100	0,118	0,072	-0,445	MR-182	0,422	0,939	0,264
MR-105	0,042	-0,686	-0,048	MR-188	-0,131	-0,603	0,184
MR-106	-0,742	-1,030	-0,302	MR-198	0,227	0,135	-0,030
MR-108	-0,479	-0,485	0,006	MR-199	-0,013	-0,180	-0,326
MR-112	-0,072	-0,065	-0,486	MR-201	-0,019	0,036	-0,070
MR-115	-0,233	-0,087	-0,364	MR-209	-0,226	-0,241	0,434
MR-116	-0,116	-0,052	0,308	MR-213	-0,170	-0,084	-0,474
MR-117	-0,285	-0,331	-0,023	MR-107	-0,493	-0,309	-0,486
MR-118	-0,124	-0,341	-0,585	MR-110	-0,086	-0,371	0,145
MR-120	-0,499	-0,445	-0,386	MR-195	-0,977	-0,964	-0,528
MR-122	-0,810	-0,685	-0,606	MR-197	0,049	-0,032	-0,163
MR-123	-0,367	-0,309	-0,339	MR-217	-0,169	-0,151	0,434

Quadro 5.6: Sinais nos pontos de observação (colocação - com coordenadas cartesianas).

Vetores dos sinais nos pontos de observação							
Est.	X (m)	Y (m)	Z (m)	Est.	X (m)	Y (m)	Z (m)
MR-06	-0,731	-0,457	-0,245	MR-129	-0,076	-0,058	-0,681
MR-07	-0,434	0,055	0,244	MR-130	-0,173	-0,096	-0,874
MR-08	-0,695	-0,731	-0,395	MR-133	-0,485	-0,751	-0,019
MR-09	-0,137	-0,474	0,114	MR-134	-0,076	0,245	-0,145
MR-10	-0,375	-0,697	0,001	MR-135	-0,180	0,095	0,026
MR-11	-0,780	-0,681	-0,043	MR-138	0,038	0,005	-0,253
MR-12	-0,902	-0,371	-0,059	MR-139	0,136	0,453	-0,146
MR-14	-0,542	-0,074	0,076	MR-140	0,108	0,763	-0,484
MR-16	-0,592	-0,522	-0,219	MR-141	-0,054	-0,350	-0,023
MR-20	0,011	0,079	-0,701	MR-142	-0,126	-0,236	0,103
MR-21	-0,313	-0,466	-0,410	MR-143	0,044	-0,168	0,264
MR-22	-0,062	-0,363	-0,411	MR-145	0,085	0,754	-0,408
MR-23	-0,117	-0,155	0,244	MR-146	2,384	3,181	2,053
MR-24	0,075	-0,251	0,004	MR-147	1,907	2,429	2,407
MR-25	-0,057	-0,508	-0,023	MR-148	1,865	2,228	1,864
MR-26	0,167	0,166	-0,160	MR-149	-0,332	-0,137	-0,474
MR-27	-0,033	0,154	-0,561	MR-150	2,847	3,527	2,713

MR-28	2,570	3,076	2,699	MR-151	1,955	2,283	1,997
MR-29	1,977	2,890	1,243	MR-152	1,833	2,310	1,814
MR-37	-0,520	0,019	-0,169	MR-153	0,936	1,212	1,307
MR-38	-0,664	-0,024	-0,291	MR-155	0,027	0,008	0,467
MR-39	-0,553	-0,239	-0,620	MR-156	0,395	0,915	0,652
MR-41	0,624	0,849	0,236	MR-157	-0,060	0,259	-0,368
MR-43	0,451	0,329	0,672	MR-160	-0,346	-0,618	-0,265
MR-51	-0,014	0,034	-0,015	MR-161	-0,725	-0,938	-0,089
MR-52	-0,317	-0,236	0,301	MR-162	0,011	0,113	-0,690
MR-54	-0,072	-0,123	-0,718	MR-163	-0,359	-0,702	-0,113
MR-55	-0,634	-1,171	-0,232	MR-165	-0,336	-0,205	-0,496
MR-56	-0,258	-0,520	-0,247	MR-166	-0,307	-0,214	-0,460
MR-57	-0,238	-0,853	-0,131	MR-167	-0,537	-0,405	-0,419
MR-58	-0,413	-0,355	-0,188	MR-168	-0,561	-0,325	-0,214
MR-59	-0,202	-0,143	-0,590	MR-170	-0,391	-0,512	-0,182
MR-60	0,018	-0,052	-0,616	MR-171	-0,399	-0,471	-0,305
MR-61	-0,118	0,136	0,234	MR-173	0,017	0,189	-0,384
MR-62	-0,337	-0,469	0,091	MR-175	-0,046	-0,311	-0,421
MR-63	1,158	1,643	1,325	MR-176	0,878	1,752	0,166
MR-65	2,602	3,089	2,478	MR-177	-0,106	-0,013	-0,357
MR-66	1,184	1,568	1,680	MR-178	0,085	0,021	-0,559
MR-68	2,644	3,453	2,093	MR-179	1,144	2,042	0,353
MR-69	-0,715	-0,614	-0,494	MR-180	2,498	3,311	1,838
MR-70	2,811	3,480	2,859	MR-181	1,242	1,778	0,620
MR-71	0,631	1,074	1,040	MR-183	2,714	3,238	2,769
MR-73	-0,229	0,013	-0,493	MR-184	1,329	1,676	1,699
MR-74	-0,201	-0,203	0,091	MR-185	0,691	1,103	1,291
MR-75	-0,182	-0,154	-0,219	MR-186	-0,449	-0,782	-0,146
MR-76	-0,367	-0,197	-0,573	MR-187	-0,513	-0,425	-0,351
MR-77	0,016	-0,140	-0,041	MR-189	-0,010	0,117	-0,157
MR-78	1,203	1,999	0,757	MR-190	-0,214	-0,458	-0,429
MR-79	-0,145	0,033	-0,327	MR-191	-0,237	-0,138	0,516
MR-81	-0,500	-0,333	-0,375	MR-192	-0,661	-0,103	-0,149
MR-82	-0,191	-0,384	0,009	MR-193	-0,342	-0,058	0,134
MR-83	-0,203	-0,365	-0,371	MR-194	-0,099	-0,314	-0,010
MR-84	-0,057	0,159	-0,048	MR-195	-0,977	-0,964	-0,528
MR-85	-0,045	-0,679	0,354	MR-196	-0,180	-0,078	0,380
MR-88	-1,042	-0,976	0,058	MR-197	0,049	-0,032	-0,163
MR-90	1,967	2,823	1,135	MR-200	0,028	-0,121	0,192
MR-92	0,132	-0,118	-0,679	MR-202	-0,187	-0,093	-0,453
MR-94	0,168	0,126	-0,436	MR-203	0,088	0,178	-0,029
MR-96	-0,328	-0,436	-0,227	MR-204	-0,082	0,046	-0,142
MR-98	-0,326	-0,254	0,345	MR-205	-0,298	-0,386	-0,370
MR-99	-0,195	-0,556	0,158	MR-206	-0,017	-0,095	-0,258
MR-101	-0,191	-0,023	-0,624	MR-207	0,306	0,159	0,469
MR-102	-0,218	-0,012	-0,818	MR-208	-0,036	-0,100	-0,667
MR-103	0,294	0,034	-0,296	MR-210	-0,636	-0,375	0,202
MR-104	0,316	-0,184	-0,105	MR-211	-0,056	0,446	0,532
MR-107	-0,493	-0,309	-0,486	MR-212	0,070	-0,188	-0,044
MR-109	-0,871	-0,945	0,113	MR-214	-0,244	-0,557	-0,340
MR-110	-0,086	-0,371	0,145	MR-215	-0,129	-0,242	0,020
MR-111	-0,397	-0,473	-0,029	MR-216	-0,972	-0,622	-0,052

MR-113	0,190	0,151	-0,734	MR-217	-0,169	-0,151	0,434
MR-114	-0,093	-0,517	-0,365	MR-218	-0,461	-0,365	0,078
MR-119	-0,043	0,037	-0,699	MR-219	-0,365	-0,350	0,007
MR-121	-0,867	-0,784	-0,649	MR-220	-0,256	0,011	-0,077
MR-126	-0,477	-0,521	-0,191	MR-221	-0,032	-0,285	-0,410
MR-128	-0,033	-0,127	-0,763	MR-222	0,172	0,026	-0,208

Quadro 5.7: Ruídos nos pontos de observação (colocação - coordenadas cartesianas).

Vetores dos ruídos nos pontos de observação							
Est.	X (m)	Y (m)	Z (m)	Est.	X (m)	Y (m)	Z (m)
MR-06	-0,586	-0,275	-1,823	MR-129	0,407	0,304	0,039
MR-07	-0,598	-0,970	0,505	MR-130	-0,633	-1,593	-0,860
MR-08	-1,343	-0,566	-0,034	MR-133	0,337	0,451	-2,138
MR-09	0,231	-0,490	1,236	MR-134	-0,589	-0,132	-1,575
MR-10	0,043	-1,579	0,545	MR-135	0,060	-0,526	-1,968
MR-11	0,679	1,776	-0,346	MR-138	0,274	-0,357	1,724
MR-12	-0,295	0,148	-1,453	MR-139	0,388	0,045	-1,413
MR-14	0,330	0,848	1,209	MR-140	0,122	1,077	-0,105
MR-16	-0,279	-1,810	0,364	MR-141	0,089	-0,529	1,187
MR-20	1,226	1,032	0,848	MR-142	0,632	-0,065	0,775
MR-21	-0,563	-1,519	0,647	MR-143	0,268	0,206	-2,165
MR-22	0,863	0,896	0,086	MR-145	-0,235	0,566	-0,203
MR-23	0,294	1,311	-0,797	MR-146	0,060	0,971	0,330
MR-24	0,673	0,162	1,168	MR-147	0,799	0,139	1,561
MR-25	0,211	-0,441	1,169	MR-148	0,317	1,225	1,126
MR-26	-0,065	-1,014	1,097	MR-149	-0,137	-1,151	0,912
MR-27	-0,929	0,412	-1,047	MR-150	0,227	-0,279	-0,206
MR-28	0,448	-0,228	0,285	MR-151	1,094	0,428	1,117
MR-29	1,074	0,597	0,999	MR-152	1,452	0,658	0,686
MR-37	0,455	0,813	1,224	MR-153	0,800	1,288	2,961
MR-38	-0,453	0,272	-1,288	MR-155	0,112	-1,309	0,684
MR-39	-0,423	0,826	-1,150	MR-156	-0,587	-1,010	-2,992
MR-41	-0,208	-0,515	-2,354	MR-157	0,017	0,433	0,934
MR-43	-0,234	-0,371	-2,646	MR-160	-0,692	-1,313	-0,233
MR-51	1,168	0,986	-0,664	MR-161	-0,284	0,272	1,130
MR-52	-0,977	-0,607	-0,291	MR-162	1,055	0,135	0,807
MR-54	-0,041	-0,108	-1,527	MR-163	-0,481	-0,527	-1,758
MR-55	-0,667	-0,954	-0,458	MR-165	-0,544	-0,155	-0,952
MR-56	0,584	-0,276	1,072	MR-166	0,052	-1,055	1,277
MR-57	0,177	-0,719	1,078	MR-167	-1,184	-1,012	0,587
MR-58	-0,440	-1,801	0,261	MR-168	0,813	1,322	0,561
MR-59	-0,678	0,257	-1,100	MR-170	0,990	1,031	0,155
MR-60	0,848	0,180	-0,002	MR-171	0,351	1,609	-0,449
MR-61	-0,807	-0,763	1,396	MR-173	0,752	0,421	-0,067
MR-62	-0,003	1,508	-0,703	MR-175	-0,009	1,111	0,457
MR-63	1,768	1,708	0,341	MR-176	-0,352	-0,997	-1,119
MR-65	-0,684	0,078	1,567	MR-177	0,343	-0,356	1,298
MR-66	0,995	1,865	1,849	MR-178	0,054	-0,121	-1,261
MR-68	0,111	0,160	0,808	MR-179	-1,428	-1,414	-2,774
MR-69	-0,200	-1,043	0,555	MR-180	-0,055	0,763	0,970
MR-70	0,284	0,249	-0,825	MR-181	0,935	1,382	2,314
MR-71	-1,677	-2,057	0,253	MR-183	-0,583	0,325	0,008

MR-73	-1,099	0,201	-1,317	MR-184	1,047	1,837	1,947
MR-74	-0,197	0,769	1,385	MR-185	-1,117	-1,333	0,269
MR-75	-1,356	-0,724	-0,194	MR-186	0,980	0,436	1,056
MR-76	0,317	0,168	-1,278	MR-187	1,097	0,755	0,083
MR-77	0,957	0,669	0,222	MR-189	0,477	1,305	-0,461
MR-78	1,467	2,048	2,025	MR-190	-0,347	-0,692	0,325
MR-79	0,028	1,096	-1,179	MR-191	-0,425	0,072	0,725
MR-81	-0,386	0,448	-0,967	MR-192	-0,836	-0,594	-0,461
MR-82	-1,189	-0,999	0,286	MR-193	-0,098	-0,959	0,346
MR-83	-0,645	-1,504	0,625	MR-194	1,123	1,248	-0,607
MR-84	0,486	-0,022	-1,202	MR-195	-0,807	-0,236	-0,710
MR-85	0,413	-0,162	0,868	MR-196	-0,316	-0,020	1,223
MR-88	-0,518	-0,647	0,067	MR-197	0,764	1,279	-1,030
MR-90	1,088	0,556	0,859	MR-200	-0,152	-0,705	1,110
MR-92	0,486	0,871	-0,636	MR-202	-0,096	-0,396	-1,291
MR-94	-0,110	1,115	0,110	MR-203	1,063	0,957	0,300
MR-96	-0,366	-0,640	-1,185	MR-204	-1,496	-1,066	0,492
MR-98	0,976	0,348	0,768	MR-205	-1,235	-0,815	-0,124
MR-99	0,115	0,827	0,819	MR-206	0,543	0,819	-0,397
MR-101	-0,381	0,151	0,980	MR-207	-1,000	-1,863	0,029
MR-102	0,027	0,615	-0,985	MR-208	-0,141	0,944	0,350
MR-103	0,099	-0,799	1,345	MR-210	0,090	0,384	1,123
MR-104	0,593	0,762	-0,764	MR-211	-1,763	-1,384	-2,400
MR-107	0,441	1,372	-0,145	MR-212	0,766	0,859	-0,051
MR-109	0,355	-0,529	0,635	MR-214	0,446	0,185	-1,406
MR-110	-0,093	-0,646	1,479	MR-215	-0,764	-1,514	-0,025
MR-111	-0,927	-0,404	-1,514	MR-216	-0,612	-0,868	0,128
MR-113	-0,008	-0,345	-0,842	MR-217	-0,646	-0,495	0,728
MR-114	-0,534	-0,408	-1,331	MR-218	-1,081	-1,233	0,206
MR-119	0,334	0,192	-1,025	MR-219	-1,674	-1,168	-0,867
MR-121	0,243	-0,970	-0,091	MR-220	0,060	1,308	-0,117
MR-126	0,130	-0,724	1,200	MR-221	-0,667	-1,063	-1,111
MR-128	0,504	0,389	-0,619	MR-222	0,240	0,701	-1,205

ANEXO IV – TESTE GLOBAL UNILATERAL BASEADO NA DISTRIBUIÇÃO QUI- QUADRADO

A análise estatística empregada nesse estudo foi a do teste global baseado na distribuição χ^2 para o caso unilateral. Neste teste duas hipóteses são aplicadas:

H₀: hipótese básica: $(\sigma_o^2 = \hat{\sigma}_o^2)$;

H₁: hipótese alternativa: $(\sigma_o^2 < \hat{\sigma}_o^2)$.

Logo, a hipótese básica é aceita se $\chi_c^2 < \chi_{t(s;1-\alpha)}^2$, em que χ_c^2 é o qui-quadrado calculado a partir da equação:

$$\chi_c^2 = \frac{\hat{\sigma}_o^2}{\sigma_o^2} S = \frac{v^T P v}{\sigma_o^2} \quad (A.1)$$

χ_t^2 : é o qui-quadrado teórico, onde seus valores são tabelados na tabela de distribuição χ^2 . Uma maior explicação sobre esse teste é encontrada em GEMAEL (1994).

ANEXO V – RESÍDUOS DA TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT UTILIZANDO COORDENADAS ELIPSÓIDAIAS

Tabela 2: Resíduos do ajustamento paramétrico da transformação de Helmert
(coordenadas elipsoidais).

Resíduos - Ajustamento Paramétrico (coordenadas elipsoidais)							
Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)	Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)
MR-06	-2,126	-1,869	-0,341	MR-74	0,997	0,040	-0,758
MR-07	0,674	-1,844	-0,351	MR-75	-0,849	-1,681	-0,644
MR-08	-0,429	-2,587	-0,833	MR-76	-2,108	-0,207	0,264
MR-09	1,621	-1,004	0,478	MR-77	0,175	0,826	0,510
MR-10	0,863	-2,257	0,968	MR-78	2,546	4,623	-0,410
MR-11	-0,290	0,720	-0,639	MR-79	-1,697	0,824	-0,513
MR-12	-1,436	-0,927	-0,649	MR-81	-1,445	-0,353	-0,601
MR-14	1,326	0,507	-0,762	MR-82	0,046	-1,989	-0,332
MR-16	0,249	-2,340	0,605	MR-83	0,140	-2,037	0,373
MR-20	0,104	1,666	0,385	MR-84	-1,068	0,433	0,432
MR-21	0,268	-2,188	0,408	MR-85	1,434	-0,320	0,619
MR-22	-0,270	0,822	0,417	MR-88	0,219	-2,342	-0,351
MR-23	-0,720	0,859	-0,397	MR-90	1,813	4,216	0,389
MR-24	1,006	0,315	0,559	MR-92	-1,443	1,026	0,271
MR-25	1,004	-0,708	0,561	MR-94	-0,419	0,915	-0,581
MR-26	0,865	-0,765	0,490	MR-96	-1,935	-1,448	0,304
MR-27	-1,714	-0,295	-0,868	MR-98	0,667	0,325	0,411
MR-28	2,998	3,730	0,528	MR-99	1,164	-0,011	-0,324
MR-29	2,072	4,337	0,289	MR-101	0,346	-0,936	-0,510
MR-37	0,505	0,439	-0,578	MR-102	-1,766	-0,266	-0,209
MR-38	-2,159	-0,674	-0,772	MR-103	1,223	-0,986	0,684
MR-39	-2,225	-0,393	-0,833	MR-104	-0,731	0,482	0,576
MR-41	-2,349	0,106	0,489	MR-107	-0,575	0,548	-0,533
MR-43	-2,097	-0,397	0,519	MR-109	0,902	-1,595	0,339
MR-51	-1,091	1,522	0,505	MR-110	1,797	-0,825	0,225
MR-52	-0,585	-1,518	-0,501	MR-111	-1,517	-1,378	-0,383
MR-54	-2,166	-0,878	0,381	MR-113	-1,634	-0,004	0,481
MR-55	-0,556	-2,912	0,273	MR-114	-1,870	-1,099	0,263
MR-56	0,967	-0,951	0,668	MR-119	-2,245	0,096	0,412
MR-57	1,137	-1,786	0,773	MR-121	-1,033	-2,111	0,658
MR-58	0,220	-2,603	0,558	MR-126	1,061	-1,788	0,364
MR-59	-1,651	-0,654	-0,542	MR-128	-1,323	-0,191	0,479
MR-60	-0,468	0,420	0,740	MR-129	-0,588	-0,308	0,284
MR-61	1,588	-1,480	-0,546	MR-130	-1,634	-2,532	0,584
MR-62	-0,662	0,255	-0,741	MR-133	-2,060	-0,719	0,362
MR-63	1,655	4,004	0,339	MR-134	-1,730	-0,572	-0,353
MR-65	3,889	3,307	-0,673	MR-135	-1,918	-0,665	0,429
MR-66	3,472	3,761	-0,562	MR-138	1,452	-0,186	0,302
MR-68	2,706	4,210	-0,101	MR-139	-1,693	0,522	0,390
MR-69	-0,250	-2,282	0,271	MR-140	-0,930	1,441	-0,724
MR-70	1,936	4,515	0,212	MR-141	0,874	-0,854	0,445
MR-71	1,097	-1,665	-0,401	MR-142	0,570	-0,053	0,534
MR-73	-2,156	-0,717	-0,926	MR-143	-2,245	0,072	0,536

MR-145	-0,997	0,734	-0,728	MR-185	1,512	-0,740	-0,365
MR-146	2,138	4,528	-0,601	MR-186	1,050	-0,414	0,566
MR-147	3,902	3,373	0,309	MR-187	-0,134	0,286	0,360
MR-148	2,789	3,677	-0,484	MR-189	-0,789	1,373	-0,312
MR-149	0,168	-1,566	0,362	MR-190	-0,660	-1,431	0,295
MR-150	2,426	4,069	0,413	MR-191	0,697	-0,562	-0,583
MR-151	3,094	3,550	0,626	MR-192	-1,146	-1,669	-0,667
MR-152	2,566	3,942	0,738	MR-193	0,086	-1,294	0,234
MR-153	4,145	2,585	-0,466	MR-194	-0,930	1,176	0,447
MR-155	1,295	-1,363	0,755	MR-195	-1,683	-2,423	-0,531
MR-156	-2,353	-0,631	0,246	MR-196	1,104	-0,422	-0,484
MR-157	0,545	0,299	-0,460	MR-197	-1,787	1,419	0,183
MR-160	-0,392	-2,321	0,335	MR-200	0,755	-0,774	0,280
MR-161	1,094	-1,266	-0,553	MR-202	-2,114	-0,537	0,320
MR-162	0,279	0,598	0,745	MR-203	-0,109	1,718	0,306
MR-163	-1,678	-1,698	0,266	MR-204	-0,179	-1,675	-0,695
MR-165	-1,562	-0,822	-0,304	MR-205	-0,863	-2,024	-0,444
MR-166	0,618	-1,318	0,464	MR-206	-0,939	0,826	0,151
MR-167	0,070	-2,150	-0,598	MR-207	0,363	-2,291	0,416
MR-168	0,327	1,026	-0,390	MR-208	-0,330	-0,019	-0,518
MR-170	0,029	0,757	0,217	MR-210	1,225	-0,839	-0,548
MR-171	-0,789	0,422	-0,534	MR-211	-2,013	-2,308	-0,655
MR-173	-0,581	0,805	0,384	MR-212	-0,302	0,982	0,358
MR-175	0,000	0,527	-0,476	MR-214	-1,671	-0,244	0,617
MR-176	-1,179	0,666	0,181	MR-215	-0,037	-2,154	0,311
MR-177	0,968	-0,365	0,323	MR-216	0,197	-2,239	-0,443
MR-178	-1,758	-0,151	0,428	MR-217	1,013	-1,218	-0,394
MR-179	-2,727	0,056	-0,219	MR-218	0,318	-2,229	-0,371
MR-180	2,536	4,414	-0,604	MR-219	-0,912	-2,859	-0,642
MR-181	2,650	3,490	-0,312	MR-220	-0,203	1,055	-0,876
MR-183	2,643	3,803	-0,573	MR-221	-1,493	-1,596	0,414
MR-184	3,605	3,921	-0,459	MR-222	-1,697	0,796	0,149

ANEXO VI – RESÍDUOS DA TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT UTILIZANDO COORDENADAS CARTESIANAS

Tabela 4: Resíduos do ajustamento paramétrico da transformação de Helmert.
(Coordenadas Cartesiana).

Resíduos - Transformação de Helmert (coordenadas cartesianas)							
Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)	Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)
MR-06	-2,125	-1,869	-0,341	MR-74	0,997	0,040	-0,759
MR-07	0,674	-1,844	-0,351	MR-75	-0,848	-1,681	-0,644
MR-08	-0,428	-2,587	-0,833	MR-76	-2,107	-0,207	0,264
MR-09	1,621	-1,004	0,478	MR-77	0,175	0,826	0,510
MR-10	0,864	-2,257	0,968	MR-78	2,547	4,623	-0,410
MR-11	-0,290	0,720	-0,639	MR-79	-1,697	0,824	-0,513
MR-12	-1,435	-0,927	-0,649	MR-81	-1,445	-0,353	-0,601
MR-14	1,326	0,507	-0,762	MR-82	0,046	-1,989	-0,332
MR-16	0,250	-2,340	0,605	MR-83	0,141	-2,037	0,373
MR-20	0,104	1,666	0,385	MR-84	-1,068	0,433	0,432
MR-21	0,268	-2,188	0,408	MR-85	1,434	-0,320	0,619
MR-22	-0,270	0,822	0,417	MR-88	0,220	-2,342	-0,351
MR-23	-0,720	0,859	-0,397	MR-90	1,814	4,216	0,389
MR-24	1,007	0,315	0,559	MR-92	-1,442	1,026	0,271
MR-25	1,005	-0,708	0,561	MR-94	-0,418	0,915	-0,581
MR-26	0,865	-0,765	0,490	MR-96	-1,935	-1,448	0,304
MR-27	-1,713	-0,295	-0,868	MR-98	0,668	0,325	0,411
MR-28	2,998	3,730	0,528	MR-99	1,164	-0,011	-0,324
MR-29	2,072	4,337	0,289	MR-101	0,346	-0,936	-0,510
MR-37	0,506	0,439	-0,578	MR-102	-1,766	-0,266	-0,209
MR-38	-2,159	-0,674	-0,772	MR-103	1,223	-0,986	0,684
MR-39	-2,224	-0,393	-0,833	MR-104	-0,731	0,482	0,576
MR-41	-2,348	0,106	0,489	MR-107	-0,575	0,548	-0,533
MR-43	-2,097	-0,397	0,519	MR-109	0,902	-1,595	0,339
MR-51	-1,090	1,522	0,505	MR-110	1,797	-0,825	0,225
MR-52	-0,584	-1,518	-0,501	MR-111	-1,516	-1,378	-0,383
MR-54	-2,166	-0,878	0,381	MR-113	-1,633	-0,004	0,481
MR-55	-0,555	-2,912	0,273	MR-114	-1,869	-1,099	0,263
MR-56	0,967	-0,951	0,668	MR-119	-2,244	0,096	0,411
MR-57	1,137	-1,786	0,773	MR-121	-1,033	-2,111	0,658
MR-58	0,221	-2,603	0,558	MR-126	1,062	-1,788	0,364
MR-59	-1,651	-0,654	-0,542	MR-128	-1,323	-0,191	0,479
MR-60	-0,467	0,420	0,740	MR-129	-0,588	-0,308	0,284
MR-61	1,588	-1,480	-0,546	MR-130	-1,633	-2,532	0,584
MR-62	-0,662	0,255	-0,741	MR-133	-2,060	-0,719	0,362
MR-63	1,655	4,004	0,338	MR-134	-1,730	-0,572	-0,353
MR-65	3,889	3,307	-0,673	MR-135	-1,918	-0,665	0,429
MR-66	3,472	3,761	-0,562	MR-138	1,452	-0,186	0,302
MR-68	2,706	4,210	-0,101	MR-139	-1,693	0,522	0,390
MR-69	-0,249	-2,282	0,271	MR-140	-0,929	1,441	-0,724
MR-70	1,936	4,515	0,212	MR-141	0,874	-0,854	0,445
MR-71	1,098	-1,665	-0,401	MR-142	0,570	-0,053	0,534
MR-73	-2,156	-0,717	-0,926	MR-143	-2,245	0,072	0,536

MR-145	-0,997	0,734	-0,728	MR-185	1,512	-0,740	-0,365
MR-146	2,139	4,528	-0,601	MR-186	1,051	-0,414	0,566
MR-147	3,903	3,373	0,309	MR-187	-0,134	0,286	0,360
MR-148	2,789	3,677	-0,484	MR-189	-0,788	1,373	-0,312
MR-149	0,169	-1,566	0,362	MR-190	-0,659	-1,431	0,295
MR-150	2,426	4,069	0,413	MR-191	0,698	-0,562	-0,583
MR-151	3,094	3,550	0,626	MR-192	-1,146	-1,669	-0,667
MR-152	2,567	3,942	0,738	MR-193	0,086	-1,294	0,234
MR-153	4,145	2,585	-0,466	MR-194	-0,929	1,176	0,447
MR-155	1,296	-1,363	0,755	MR-195	-1,683	-2,423	-0,531
MR-156	-2,353	-0,631	0,246	MR-196	1,104	-0,422	-0,484
MR-157	0,545	0,299	-0,460	MR-197	-1,787	1,419	0,183
MR-160	-0,391	-2,321	0,335	MR-200	0,755	-0,774	0,280
MR-161	1,095	-1,266	-0,553	MR-202	-2,114	-0,537	0,320
MR-162	0,280	0,598	0,745	MR-203	-0,109	1,718	0,306
MR-163	-1,677	-1,698	0,266	MR-204	-0,179	-1,675	-0,695
MR-165	-1,562	-0,822	-0,304	MR-205	-0,863	-2,024	-0,444
MR-166	0,619	-1,318	0,463	MR-206	-0,939	0,826	0,151
MR-167	0,070	-2,150	-0,598	MR-207	0,364	-2,291	0,415
MR-168	0,328	1,026	-0,390	MR-208	-0,329	-0,019	-0,518
MR-170	0,030	0,757	0,217	MR-210	1,225	-0,839	-0,548
MR-171	-0,788	0,422	-0,534	MR-211	-2,013	-2,308	-0,655
MR-173	-0,581	0,805	0,384	MR-212	-0,302	0,982	0,358
MR-175	0,000	0,527	-0,476	MR-214	-1,670	-0,244	0,617
MR-176	-1,179	0,666	0,181	MR-215	-0,036	-2,154	0,311
MR-177	0,969	-0,365	0,323	MR-216	0,197	-2,239	-0,444
MR-178	-1,758	-0,151	0,428	MR-217	1,013	-1,218	-0,394
MR-179	-2,727	0,056	-0,219	MR-218	0,319	-2,229	-0,371
MR-180	2,537	4,414	-0,604	MR-219	-0,911	-2,859	-0,642
MR-181	2,650	3,490	-0,312	MR-220	-0,202	1,055	-0,876
MR-183	2,644	3,803	-0,573	MR-221	-1,493	-1,596	0,414
MR-184	3,606	3,921	-0,459	MR-222	-1,697	0,796	0,149

ANEXO VII - RESÍDUOS DO MÉTODO DE COLOCAÇÃO UTILIZANDO COORDENADAS ELIPSOIDAIS

Tabela 10: Resíduos do método de colocação (coordenadas elipsoidais).

Resíduos - Método de Colocação (coord. elipsoidais)							
Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)	Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)
MR-06	-2,102	-1,338	-0,331	MR-77	0,257	0,976	0,513
MR-07	0,738	-1,329	-0,341	MR-78	2,775	4,829	-0,402
MR-08	-0,527	-2,218	-0,830	MR-79	-1,578	0,833	-0,511
MR-09	1,420	-0,727	0,478	MR-81	-1,436	-0,439	-0,604
MR-10	0,666	-2,053	0,967	MR-82	0,266	-1,955	-0,329
MR-11	-0,480	0,842	-0,641	MR-83	0,308	-2,051	0,375
MR-12	-1,618	-0,873	-0,653	MR-84	-1,222	0,340	0,426
MR-14	1,187	0,502	-0,766	MR-85	1,289	-0,505	0,611
MR-16	0,211	-2,438	0,601	MR-88	0,075	-2,228	-0,353
MR-20	0,197	1,588	0,384	MR-90	2,088	4,505	0,400
MR-21	0,289	-2,150	0,408	MR-92	-1,289	0,936	0,272
MR-22	-0,275	0,880	0,417	MR-94	-0,397	1,039	-0,579
MR-23	-0,593	1,035	-0,392	MR-96	-1,347	-1,328	0,318
MR-24	1,264	0,319	0,563	MR-98	1,207	0,402	0,423
MR-25	1,235	-0,727	0,564	MR-99	0,938	0,184	-0,326
MR-26	1,017	-0,660	0,494	MR-101	0,331	-0,189	-0,497
MR-27	-1,722	-0,090	-0,865	MR-102	-1,813	0,417	-0,198
MR-28	3,095	4,061	0,536	MR-103	1,167	-0,378	0,693
MR-29	2,322	4,590	0,299	MR-104	-0,782	1,015	0,585
MR-37	1,028	0,605	-0,564	MR-107	-0,697	0,852	-0,531
MR-38	-1,651	-0,473	-0,758	MR-109	0,791	-1,514	0,337
MR-39	-1,854	-0,100	-0,820	MR-110	1,647	-0,958	0,218
MR-41	-2,036	0,501	0,502	MR-111	-1,620	-1,500	-0,389
MR-43	-1,890	0,091	0,532	MR-113	-1,529	-0,089	0,481
MR-51	-0,598	1,442	0,513	MR-114	-1,670	-1,154	0,265
MR-52	-0,021	-1,485	-0,490	MR-119	-1,641	0,313	0,427
MR-54	-2,186	-0,228	0,392	MR-121	-0,627	-1,821	0,671
MR-55	-0,649	-2,472	0,278	MR-126	1,091	-1,201	0,375
MR-56	0,935	-0,451	0,676	MR-128	-1,299	0,512	0,491
MR-57	1,068	-1,310	0,779	MR-129	-0,576	0,422	0,297
MR-58	0,154	-2,249	0,562	MR-130	-1,642	-1,817	0,597
MR-59	-1,769	-0,405	-0,541	MR-133	-2,113	-0,320	0,368
MR-60	-0,527	0,596	0,741	MR-134	-1,769	-0,286	-0,349
MR-61	1,594	-1,033	-0,539	MR-135	-1,892	-0,427	0,433
MR-62	-0,693	0,670	-0,735	MR-138	1,525	-0,131	0,303
MR-63	1,747	4,429	0,348	MR-139	-1,505	0,689	0,396
MR-65	4,019	3,696	-0,664	MR-140	-0,662	1,617	-0,716
MR-66	3,502	4,063	-0,556	MR-141	1,255	-0,736	0,455
MR-68	2,941	4,530	-0,090	MR-142	0,978	0,002	0,543
MR-69	0,134	-1,899	0,285	MR-143	-1,822	0,171	0,546
MR-70	2,102	4,822	0,221	MR-145	-0,678	0,975	-0,718
MR-71	1,272	-1,419	-0,394	MR-146	2,352	4,791	-0,592
MR-73	-1,925	-0,611	-0,921	MR-147	4,059	3,645	0,317
MR-74	1,423	0,202	-0,748	MR-148	2,984	4,079	-0,473
MR-75	-0,477	-1,641	-0,637	MR-149	0,515	-1,352	0,372
MR-76	-1,811	-0,082	0,271	MR-150	2,606	4,418	0,423

MR-151	3,245	3,969	0,636	MR-189	-0,655	1,409	-0,309
MR-152	2,633	4,317	0,746	MR-190	-0,027	-1,315	0,309
MR-153	4,273	3,050	-0,455	MR-191	1,209	-0,479	-0,572
MR-155	1,269	-0,981	0,760	MR-192	-0,663	-1,464	-0,654
MR-156	-2,304	-0,179	0,255	MR-193	0,546	-1,123	0,246
MR-157	0,521	0,542	-0,457	MR-194	-0,537	1,319	0,457
MR-160	-0,461	-2,186	0,335	MR-195	-1,272	-2,023	-0,516
MR-161	0,976	-1,127	-0,555	MR-196	1,580	-0,413	-0,475
MR-162	0,215	0,811	0,747	MR-197	-1,142	1,431	0,195
MR-163	-1,856	-1,484	0,265	MR-200	1,381	-0,809	0,291
MR-165	-1,497	-0,823	-0,303	MR-202	-1,700	-0,614	0,326
MR-166	0,901	-1,218	0,470	MR-203	0,327	1,530	0,311
MR-167	0,089	-2,171	-0,599	MR-204	0,283	-1,798	-0,689
MR-168	0,291	0,938	-0,394	MR-205	-0,532	-1,894	-0,436
MR-170	-0,006	0,750	0,215	MR-206	-0,624	0,857	0,158
MR-171	-0,804	0,923	-0,526	MR-207	0,590	-1,794	0,428
MR-173	-0,392	0,917	0,389	MR-208	-0,355	0,618	-0,508
MR-175	-0,024	0,613	-0,476	MR-210	1,297	-0,290	-0,537
MR-176	-0,912	0,902	0,191	MR-211	-1,937	-1,800	-0,645
MR-177	0,997	-0,177	0,326	MR-212	-0,037	0,993	0,363
MR-178	-1,778	-0,013	0,429	MR-214	-1,685	-0,208	0,617
MR-179	-2,439	0,335	-0,209	MR-215	0,045	-1,964	0,315
MR-180	2,784	4,728	-0,593	MR-216	0,011	-2,131	-0,447
MR-181	2,952	3,824	-0,300	MR-217	1,136	-1,009	-0,389
MR-183	2,750	4,140	-0,565	MR-218	0,231	-2,207	-0,374
MR-184	3,634	4,244	-0,453	MR-219	-0,928	-2,399	-0,635
MR-185	1,541	-0,433	-0,359	MR-220	-0,322	0,952	-0,882
MR-186	1,005	0,034	0,572	MR-221	-1,480	-1,522	0,414
MR-187	-0,216	0,612	0,364	MR-222	-1,390	0,794	0,155

**ANEXO VIII - DISCREPÂNCIAS ENTRE AS COORDENADAS ORIGINAIS E PREDITAS
DO MÉTODO DE COLOCAÇÃO UTILIZANDO COORDENADAS ELIPSÓIDAIAS.**

Tabela 11: Discrepâncias entre as coordenadas originais e preditas do Método de Colocação (coordenadas elipsoidais).

Discrepâncias entre as coordenadas originais e preditas (coord. elipsoidais)							
Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)	Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)
MR-06	-2,005	-0,462	-0,328	MR-76	-1,317	0,387	0,274
MR-07	0,361	-1,010	-0,358	MR-77	0,337	1,085	0,530
MR-08	-0,207	-1,204	-0,829	MR-78	2,033	2,473	-0,468
MR-09	1,399	-0,250	0,479	MR-79	-1,248	0,854	-0,450
MR-10	0,674	-1,258	0,947	MR-81	-1,012	0,163	-0,606
MR-11	-0,440	1,793	-0,686	MR-82	0,358	-1,410	-0,256
MR-12	-1,555	-0,038	-0,722	MR-83	0,636	-1,528	0,450
MR-14	1,199	0,851	-0,831	MR-84	-1,201	0,191	0,384
MR-16	0,440	-1,610	0,581	MR-85	1,022	0,128	0,607
MR-20	0,826	1,467	0,429	MR-88	0,110	-0,757	-0,403
MR-21	0,671	-1,465	0,435	MR-90	1,006	0,983	0,334
MR-22	0,074	1,220	0,439	MR-92	-0,737	0,961	0,336
MR-23	-0,872	1,326	-0,401	MR-94	0,026	0,758	-0,551
MR-24	1,345	0,469	0,636	MR-96	-1,199	-0,690	0,307
MR-25	1,334	-0,159	0,644	MR-98	0,913	0,856	0,406
MR-26	1,213	-0,942	0,528	MR-99	0,820	0,747	-0,341
MR-27	-1,279	-0,205	-0,864	MR-101	0,935	-0,080	-0,463
MR-28	0,483	0,008	0,491	MR-102	-1,124	0,547	-0,154
MR-29	1,143	1,026	0,226	MR-103	1,515	-0,622	0,743
MR-37	1,173	0,908	-0,605	MR-104	-0,585	0,822	0,626
MR-38	-1,385	-0,031	-0,805	MR-107	-0,263	1,293	-0,533
MR-39	-1,369	0,499	-0,882	MR-109	0,809	-0,116	0,293
MR-41	-2,374	-0,538	0,471	MR-110	1,526	-0,551	0,197
MR-43	-2,730	-0,328	0,524	MR-111	-1,613	-0,815	-0,415
MR-51	-0,640	1,403	0,518	MR-113	-0,880	-0,410	0,527
MR-52	-0,314	-1,022	-0,493	MR-114	-1,356	-0,544	0,341
MR-54	-1,559	-0,108	0,439	MR-119	-1,051	0,283	0,412
MR-55	-0,448	-1,093	0,297	MR-121	-0,034	-0,632	0,613
MR-56	1,127	0,031	0,699	MR-126	1,348	-0,515	0,394
MR-57	1,220	-0,526	0,807	MR-128	-0,640	0,603	0,530
MR-58	0,301	-1,681	0,552	MR-129	0,051	0,485	0,333
MR-59	-1,246	-0,246	-0,548	MR-130	-0,909	-1,666	0,639
MR-60	0,061	0,582	0,741	MR-133	-2,136	0,646	0,369
MR-61	1,188	-1,017	-0,550	MR-134	-1,661	-0,411	-0,366
MR-62	-0,851	1,292	-0,735	MR-135	-2,045	-0,272	0,421
MR-63	0,387	2,382	0,317	MR-138	1,841	-0,136	0,351
MR-65	1,624	-0,437	-0,701	MR-139	-1,469	0,212	0,376
MR-66	2,021	1,994	-0,591	MR-140	-0,305	0,900	-0,759
MR-68	0,938	0,102	-0,144	MR-141	1,275	-0,386	0,452
MR-69	0,559	-0,900	0,246	MR-142	0,834	0,369	0,556
MR-70	-0,736	0,430	0,168	MR-143	-2,079	0,279	0,536
MR-71	0,234	-2,577	-0,444	MR-145	-0,418	0,439	-0,786
MR-73	-1,524	-0,441	-0,895	MR-146	0,413	0,760	-0,660
MR-74	1,405	0,456	-0,785	MR-147	1,662	0,699	0,260
MR-75	-0,366	-1,324	-0,603	MR-148	1,089	1,236	-0,498

MR-149	0,966	-0,986	0,322	MR-187	0,070	1,291	0,357
MR-150	-0,074	-0,075	0,380	MR-189	-0,435	1,276	-0,252
MR-151	1,343	0,844	0,608	MR-190	0,291	-0,716	0,312
MR-152	0,833	1,280	0,710	MR-191	0,788	-0,210	-0,591
MR-153	3,067	1,369	-0,479	MR-192	-0,498	-0,944	-0,704
MR-155	0,850	-1,011	0,747	MR-193	0,462	-0,873	0,204
MR-156	-3,158	-1,072	0,230	MR-194	-0,460	1,609	0,431
MR-157	0,789	0,395	-0,469	MR-195	-0,774	-0,595	-0,547
MR-160	-0,149	-1,443	0,328	MR-196	1,271	-0,228	-0,473
MR-161	1,163	0,146	-0,582	MR-197	-1,083	1,388	0,206
MR-162	0,828	0,641	0,742	MR-200	1,201	-0,653	0,300
MR-163	-1,745	-0,644	0,251	MR-202	-1,393	-0,325	0,345
MR-165	-1,021	-0,375	-0,261	MR-203	0,398	1,353	0,317
MR-166	1,297	-0,790	0,500	MR-204	0,400	-1,716	-0,682
MR-167	0,534	-1,448	-0,587	MR-205	-0,196	-1,303	-0,429
MR-168	0,550	1,515	-0,417	MR-206	-0,422	0,922	0,209
MR-170	0,208	1,390	0,203	MR-207	-0,125	-1,924	0,422
MR-171	-0,599	1,494	-0,507	MR-208	0,240	0,704	-0,460
MR-173	-0,094	0,747	0,406	MR-210	1,149	0,433	-0,544
MR-175	0,344	0,856	-0,461	MR-211	-2,572	-2,074	-0,667
MR-176	-1,150	-1,044	0,122	MR-212	0,072	1,075	0,431
MR-177	1,264	-0,086	0,335	MR-214	-1,388	0,430	0,627
MR-178	-1,269	-0,157	0,446	MR-215	0,018	-1,660	0,323
MR-179	-2,861	-1,976	-0,282	MR-216	0,062	-1,100	-0,506
MR-180	1,041	0,481	-0,649	MR-217	0,649	-0,651	-0,407
MR-181	2,317	1,613	-0,349	MR-218	0,265	-1,692	-0,418
MR-183	0,050	-0,110	-0,610	MR-219	-1,070	-1,872	-0,635
MR-184	2,134	1,950	-0,486	MR-220	-0,272	1,049	-0,922
MR-185	0,360	-1,739	-0,392	MR-221	-1,114	-1,252	0,444
MR-186	1,087	0,945	0,587	MR-222	-1,223	0,559	0,217

ANEXO IX – RESÍDUOS DO MÉTODO DE COLOCAÇÃO UTILIZANDO COORDENADAS CARTESIANAS

Tabela 18: Resíduos do método de colocação (coordenadas cartesianas).

Resíduos - Método de Colocação (coord. cartesianas)							
Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)	Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)
MR-06	-2,134	-1,363	-0,401	MR-76	-1,839	-0,052	0,207
MR-07	0,703	-1,351	-0,414	MR-77	0,242	0,998	0,469
MR-08	-0,541	-2,246	-0,872	MR-78	2,745	4,884	-0,470
MR-09	1,418	-0,743	0,454	MR-79	-1,587	0,866	-0,547
MR-10	0,669	-2,074	0,950	MR-81	-1,430	-0,415	-0,619
MR-11	-0,474	0,848	-0,654	MR-82	0,249	-1,938	-0,375
MR-12	-1,607	-0,874	-0,659	MR-83	0,299	-2,035	0,338
MR-14	1,197	0,518	-0,772	MR-84	-1,205	0,360	0,429
MR-16	0,221	-2,431	0,594	MR-85	1,311	-0,484	0,622
MR-20	0,194	1,632	0,359	MR-88	0,080	-2,241	-0,367
MR-21	0,287	-2,147	0,382	MR-90	2,049	4,555	0,320
MR-22	-0,278	0,902	0,391	MR-92	-1,294	0,979	0,241
MR-23	-0,613	1,058	-0,443	MR-94	-0,406	1,060	-0,615
MR-24	1,246	0,358	0,513	MR-96	-1,395	-1,289	0,223
MR-25	1,220	-0,696	0,520	MR-98	1,164	0,453	0,336
MR-26	1,001	-0,642	0,447	MR-99	0,942	0,178	-0,340
MR-27	-1,734	-0,086	-0,904	MR-101	0,287	-0,224	-0,583
MR-28	3,066	4,094	0,472	MR-102	-1,851	0,389	-0,276
MR-29	2,288	4,641	0,225	MR-103	1,135	-0,406	0,625
MR-37	0,981	0,650	-0,657	MR-104	-0,810	1,002	0,521
MR-38	-1,698	-0,439	-0,852	MR-107	-0,707	0,850	-0,566
MR-39	-1,898	-0,078	-0,908	MR-109	0,795	-1,517	0,321
MR-41	-2,082	0,516	0,412	MR-110	1,666	-0,944	0,225
MR-43	-1,934	0,090	0,444	MR-111	-1,604	-1,488	-0,388
MR-51	-0,629	1,509	0,445	MR-113	-1,531	-0,056	0,456
MR-52	-0,062	-1,444	-0,574	MR-114	-1,680	-1,126	0,228
MR-54	-2,223	-0,257	0,316	MR-119	-1,697	0,358	0,321
MR-55	-0,667	-2,506	0,229	MR-121	-0,672	-1,809	0,581
MR-56	0,908	-0,471	0,614	MR-126	1,054	-1,229	0,299
MR-57	1,045	-1,336	0,724	MR-128	-1,343	0,488	0,405
MR-58	0,138	-2,274	0,518	MR-129	-0,621	0,395	0,209
MR-59	-1,775	-0,412	-0,571	MR-130	-1,684	-1,861	0,514
MR-60	-0,533	0,604	0,710	MR-133	-2,133	-0,333	0,317
MR-61	1,568	-1,052	-0,600	MR-134	-1,783	-0,290	-0,392
MR-62	-0,715	0,664	-0,790	MR-135	-1,908	-0,425	0,388
MR-63	1,713	4,457	0,276	MR-138	1,516	-0,111	0,269
MR-65	3,985	3,724	-0,737	MR-139	-1,528	0,714	0,339
MR-66	3,480	4,093	-0,610	MR-140	-0,692	1,654	-0,783
MR-68	2,903	4,575	-0,169	MR-141	1,222	-0,706	0,382
MR-69	0,085	-1,896	0,189	MR-142	0,945	0,043	0,472
MR-70	2,070	4,866	0,151	MR-143	-1,858	0,212	0,469
MR-71	1,246	-1,416	-0,455	MR-145	-0,715	1,005	-0,795
MR-73	-1,948	-0,589	-0,976	MR-146	2,319	4,841	-0,663
MR-74	1,383	0,238	-0,830	MR-147	4,030	3,683	0,252
MR-75	-0,505	-1,612	-0,701	MR-148	2,944	4,113	-0,554

MR-149	0,478	-1,336	0,295	MR-187	-0,230	0,609	0,322
MR-150	2,570	4,456	0,348	MR-189	-0,667	1,446	-0,349
MR-153	3,208	3,998	0,559	MR-190	-0,078	-1,274	0,210
MR-151	2,604	4,346	0,682	MR-191	1,168	-0,437	-0,656
MR-152	4,235	3,067	-0,533	MR-192	-0,709	-1,440	-0,745
MR-155	1,248	-0,996	0,709	MR-193	0,504	-1,095	0,160
MR-156	-2,334	-0,189	0,188	MR-194	-0,574	1,363	0,380
MR-157	0,509	0,548	-0,498	MR-195	-1,324	-2,020	-0,616
MR-160	-0,463	-2,196	0,311	MR-196	1,546	-0,367	-0,548
MR-161	0,977	-1,132	-0,575	MR-197	-1,189	1,500	0,102
MR-162	0,207	0,819	0,713	MR-200	1,339	-0,754	0,205
MR-163	-1,855	-1,500	0,245	MR-202	-1,724	-0,567	0,267
MR-165	-1,501	-0,804	-0,331	MR-203	0,307	1,602	0,258
MR-166	0,876	-1,196	0,410	MR-204	0,258	-1,754	-0,748
MR-167	0,091	-2,164	-0,619	MR-205	-0,562	-1,876	-0,503
MR-168	0,299	0,970	-0,404	MR-206	-0,648	0,901	0,099
MR-170	-0,003	0,774	0,197	MR-207	0,545	-1,808	0,340
MR-171	-0,833	0,914	-0,590	MR-208	-0,392	0,596	-0,583
MR-173	-0,412	0,948	0,337	MR-210	1,259	-0,307	-0,614
MR-175	-0,027	0,630	-0,503	MR-211	-1,972	-1,824	-0,718
MR-176	-0,945	0,928	0,119	MR-212	-0,056	1,036	0,311
MR-177	0,984	-0,169	0,285	MR-214	-1,685	-0,192	0,594
MR-178	-1,785	-0,003	0,398	MR-215	0,029	-1,966	0,270
MR-179	-2,476	0,356	-0,286	MR-216	0,019	-2,145	-0,456
MR-180	2,746	4,776	-0,673	MR-217	1,116	-1,003	-0,442
MR-181	2,909	3,867	-0,386	MR-218	0,237	-2,209	-0,386
MR-183	2,720	4,173	-0,631	MR-219	-0,953	-2,430	-0,693
MR-184	3,611	4,274	-0,509	MR-220	-0,307	0,979	-0,882
MR-185	1,521	-0,436	-0,411	MR-221	-1,485	-1,517	0,386
MR-186	0,982	0,020	0,516	MR-222	-1,412	0,839	0,100

**ANEXO X – DISCREPÂNCIAS ENTRE AS COORDENADAS ORIGINAIS E PREDITAS DO
MÉTODO DE COLOCAÇÃO UTILIZANDO COORDENADAS CARTESIANAS**

Tabela 19: Discrepâncias entre as coordenadas originais e preditas do método de colocação (coordenadas cartesianas).

Discrepâncias entre as coordenadas originais e preditas (coord. cartesianas)							
Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)	Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)
MR-06	-1,849	-0,565	-0,096	MR-77	0,271	1,105	0,372
MR-07	0,509	-1,147	0,001	MR-78	2,013	2,538	-0,220
MR-08	-0,131	-1,241	-0,769	MR-79	-1,245	0,922	-0,451
MR-09	1,285	-0,273	0,312	MR-81	-1,031	0,149	-0,447
MR-10	0,657	-1,282	0,861	MR-82	0,233	-1,511	-0,437
MR-11	-0,400	1,861	-0,409	MR-83	0,662	-1,615	0,250
MR-12	-1,483	-0,048	-0,142	MR-84	-1,141	0,261	0,559
MR-14	1,172	0,892	-0,363	MR-85	0,916	0,103	0,319
MR-16	0,462	-1,658	0,753	MR-88	0,060	-0,834	-0,064
MR-20	0,894	1,560	0,307	MR-90	0,923	1,087	0,463
MR-21	0,693	-1,581	0,322	MR-92	-0,643	1,001	-0,019
MR-22	0,110	1,238	0,184	MR-94	0,019	0,859	-0,735
MR-23	-0,854	1,254	-0,405	MR-96	-1,168	-0,740	0,214
MR-24	1,216	0,522	0,310	MR-98	0,837	0,851	0,500
MR-25	1,213	-0,243	0,276	MR-99	0,766	0,751	-0,476
MR-26	1,154	-0,876	0,385	MR-101	0,924	-0,095	-0,516
MR-27	-1,163	-0,194	-0,860	MR-102	-1,018	0,524	-0,205
MR-28	0,345	0,070	0,459	MR-103	1,401	-0,604	0,367
MR-29	1,058	1,113	0,411	MR-104	-0,751	0,972	0,146
MR-37	1,203	0,934	-0,245	MR-107	-0,197	1,389	-0,400
MR-38	-1,343	-0,037	-0,362	MR-109	0,705	-0,234	0,510
MR-39	-1,243	0,438	-0,670	MR-110	1,504	-0,588	0,104
MR-41	-2,320	-0,546	0,415	MR-111	-1,569	-0,868	-0,336
MR-43	-2,623	-0,442	0,347	MR-113	-0,812	-0,290	0,295
MR-51	-0,609	1,489	0,473	MR-114	-1,346	-0,645	-0,036
MR-52	-0,346	-1,066	-0,413	MR-119	-0,997	0,352	0,290
MR-54	-1,512	-0,113	0,216	MR-121	0,004	-0,661	0,760
MR-55	-0,455	-1,173	0,054	MR-126	1,255	-0,524	0,369
MR-56	1,143	0,108	0,499	MR-128	-0,591	0,612	0,266
MR-57	1,139	-0,493	0,418	MR-129	0,058	0,486	0,154
MR-58	0,342	-1,743	0,630	MR-130	-0,805	-1,682	0,493
MR-59	-1,179	-0,178	-0,561	MR-133	-2,119	0,567	0,284
MR-60	0,072	0,637	0,589	MR-134	-1,613	-0,449	-0,209
MR-61	1,357	-1,096	-0,398	MR-135	-1,909	-0,401	0,592
MR-62	-0,804	1,245	-0,770	MR-138	1,764	-0,137	0,210
MR-63	0,397	2,431	0,429	MR-139	-1,366	0,261	0,467
MR-65	1,480	-0,330	-0,795	MR-140	-0,169	0,961	-0,499
MR-66	1,803	2,115	-0,477	MR-141	1,225	-0,386	0,224
MR-68	0,802	0,197	-0,101	MR-142	0,839	0,311	0,454
MR-69	0,605	-0,977	0,361	MR-143	-2,136	0,325	0,371
MR-70	-0,807	0,369	0,192	MR-145	-0,265	0,332	-0,487
MR-71	0,226	-2,668	-0,230	MR-146	0,265	0,837	-0,543
MR-73	-1,434	-0,468	-0,844	MR-147	1,620	0,575	0,377
MR-74	1,299	0,522	-0,770	MR-148	1,063	1,196	-0,576
MR-75	-0,280	-1,380	-0,668	MR-149	0,973	-1,030	0,429
MR-76	-1,247	0,322	0,322	MR-150	-0,161	-0,100	0,369

MR-151	1,189	0,984	0,510	MR-189	-0,502	1,355	-0,294
MR-152	0,781	1,380	0,724	MR-190	0,337	-0,772	0,070
MR-153	2,928	1,526	-0,446	MR-191	0,670	-0,186	-0,477
MR-155	0,783	-1,018	0,749	MR-192	-0,501	-0,973	-0,285
MR-156	-2,957	-1,173	0,466	MR-193	0,402	-0,849	0,422
MR-157	0,898	0,368	-0,348	MR-194	-0,576	1,679	0,280
MR-160	-0,208	-1,485	0,209	MR-195	-0,770	-0,660	-0,434
MR-161	1,073	0,062	-0,526	MR-196	1,183	-0,199	-0,399
MR-162	0,899	0,719	0,682	MR-197	-1,035	1,498	0,023
MR-163	-1,756	-0,713	0,126	MR-200	1,137	-0,670	0,138
MR-165	-0,989	-0,441	-0,236	MR-202	-1,262	-0,382	0,309
MR-166	1,348	-0,842	0,481	MR-203	0,339	1,404	0,284
MR-167	0,533	-1,519	-0,464	MR-204	0,411	-1,744	-0,673
MR-168	0,546	1,562	-0,158	MR-205	-0,192	-1,386	-0,527
MR-170	0,182	1,423	0,203	MR-206	-0,397	0,990	0,027
MR-171	-0,524	1,533	-0,571	MR-207	0,060	-2,116	0,240
MR-173	-0,020	0,782	0,382	MR-208	0,267	0,700	-0,693
MR-175	0,373	0,914	-0,695	MR-210	1,096	0,370	-0,283
MR-176	-1,075	-1,027	0,419	MR-211	-2,463	-2,160	-0,354
MR-177	1,349	-0,097	0,319	MR-212	-0,034	1,151	0,143
MR-178	-1,237	-0,069	0,271	MR-214	-1,363	0,409	0,434
MR-179	-2,797	-1,992	-0,014	MR-215	0,005	-1,692	0,240
MR-180	0,903	0,599	-0,599	MR-216	0,126	-1,071	-0,023
MR-181	2,293	1,681	-0,311	MR-217	0,692	-0,781	-0,336
MR-183	-0,074	-0,068	-0,660	MR-218	0,181	-1,642	-0,208
MR-184	1,909	2,122	-0,430	MR-219	-0,948	-1,930	-0,594
MR-185	0,247	-1,745	-0,188	MR-220	-0,204	1,118	-0,677
MR-186	1,117	0,925	0,420	MR-221	-1,095	-1,263	0,199
MR-187	0,141	1,256	0,455	MR-222	-1,221	0,718	-0,051

**ANEXO XI – RESÍDUOS DA TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT USANDO
COORDENADAS ELIPSOIDAIIS (54 PONTOS)**

Tabela 27: Resíduos da transformação de Helmert (54 pontos – coord. elipsoidais).

Resíduos da Transformação de Helmert (54 pontos – coord. elipsoidais)							
Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)	Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)
MR-13	1,975	-0,650	0,313	MR-124	-1,047	-0,311	-0,725
MR-15	1,000	0,535	0,462	MR-125	-0,851	-0,957	0,310
MR-31	-1,509	-1,231	0,553	MR-127	-0,373	-0,440	-0,444
MR-44	0,676	-1,977	-0,509	MR-131	-0,110	-0,817	-0,357
MR-64	0,265	-0,096	0,422	MR-132	-0,912	-1,238	-0,386
MR-67	0,310	-1,391	0,661	MR-136	-0,028	-1,219	-0,655
MR-72	0,033	-0,010	-0,685	MR-137	-0,574	-0,870	-0,822
MR-80	-0,348	-0,957	0,382	MR-144	-0,446	0,133	0,182
MR-86	-0,490	0,295	-0,695	MR-154	-0,836	-0,469	-0,307
MR-87	0,308	-0,193	0,549	MR-158	0,305	0,005	0,314
MR-89	-1,220	-0,978	0,534	MR-159	-0,190	-0,822	0,604
MR-91	-0,730	0,203	0,248	MR-164	-0,765	0,037	0,638
MR-93	0,291	0,140	0,558	MR-169	0,094	-0,324	0,184
MR-95	0,031	0,637	0,474	MR-172	-0,507	-0,208	-0,487
MR-97	0,408	-0,762	0,374	MR-174	-0,051	-0,041	-0,627
MR-100	-0,185	-0,712	-0,336	MR-182	-0,181	0,037	-0,476
MR-105	0,165	-0,491	-0,274	MR-188	-0,782	-1,334	-0,428
MR-106	-0,082	-1,981	-0,500	MR-198	-0,333	-0,488	-0,383
MR-108	0,931	-0,344	0,351	MR-199	-0,113	0,501	0,147
MR-112	0,554	-1,160	0,353	MR-201	-0,922	-0,371	-0,683
MR-115	-1,097	-1,083	-0,453	MR-209	-0,379	-0,547	-0,171
MR-116	-1,300	0,123	-0,770	MR-213	-0,506	-0,261	-0,728
MR-117	-0,883	0,306	-0,456	MR-107	-0,583	0,749	-0,516
MR-118	-1,223	0,195	0,270	MR-110	1,725	-0,797	0,168
MR-120	-0,363	0,456	0,509	MR-195	-1,460	-2,230	-0,449
MR-122	-1,211	0,276	-0,561	MR-197	-1,509	1,405	0,232
MR-123	0,198	0,370	-0,640	MR-217	1,094	-1,077	-0,370

**ANEXO XII – RESÍDUOS DA TRANSFORMAÇÃO DE HELMERT USANDO
COORDENADAS CARTESIANAS (54 PONTOS)**

Tabela 28: Resíduos da transformação de Helmert (54 pontos – coord. cartesianas).

Resíduos da Transformação de Helmert (54 pontos - coord. cartesianas)							
Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)	Est.	ϕ (m)	λ (m)	h (m)
MR-13	-1,974	0,655	-0,313	MR-124	1,047	0,314	0,725
MR-15	-0,999	-0,540	-0,462	MR-125	0,850	0,965	-0,310
MR-31	1,509	1,241	-0,553	MR-127	0,372	0,443	0,444
MR-44	-0,677	1,992	0,509	MR-131	0,109	0,823	0,357
MR-64	-0,266	0,097	-0,422	MR-132	0,911	1,248	0,386
MR-67	-0,310	1,402	-0,661	MR-136	0,028	1,229	0,655
MR-72	-0,033	0,011	0,686	MR-137	0,575	0,877	0,822
MR-80	0,349	0,964	-0,382	MR-144	0,446	-0,132	-0,182
MR-86	0,491	-0,298	0,695	MR-154	0,836	0,472	0,307
MR-87	-0,308	0,194	-0,549	MR-158	-0,305	-0,005	-0,314
MR-89	1,220	0,986	-0,534	MR-159	0,190	0,828	-0,604
MR-91	0,731	-0,205	-0,248	MR-164	0,765	-0,038	-0,638
MR-93	-0,291	-0,141	-0,558	MR-169	-0,093	0,326	-0,184
MR-95	-0,031	-0,642	-0,474	MR-172	0,507	0,210	0,487
MR-97	-0,408	0,769	-0,374	MR-174	0,051	0,040	0,627
MR-100	0,184	0,717	0,336	MR-182	0,181	-0,037	0,476
MR-105	-0,166	0,494	0,274	MR-188	0,782	1,344	0,428
MR-106	0,082	1,996	0,500	MR-198	0,334	0,493	0,383
MR-108	-0,931	0,346	-0,351	MR-199	0,113	-0,504	-0,147
MR-112	-0,554	1,169	-0,353	MR-201	0,923	0,375	0,683
MR-115	1,098	1,092	0,453	MR-209	0,378	0,552	0,171
MR-116	1,301	-0,123	0,770	MR-213	0,506	0,263	0,728
MR-117	0,883	-0,308	0,456	MR-107	0,583	-0,756	0,516
MR-118	1,223	-0,195	-0,270	MR-110	-1,724	0,802	-0,168
MR-120	0,364	-0,459	-0,509	MR-195	1,460	2,248	0,449
MR-122	1,210	-0,277	0,561	MR-197	1,509	-1,415	-0,232
MR-123	-0,199	-0,373	0,640	MR-217	-1,094	1,085	0,370

S237i

Santos, Wendel Gerônimo dos

Integração de sistemas de referência locais ao SIRGAS-2000 utilizando o método de colocação por mínimos quadrados / Wendel Gerônimo dos Santos. – Recife: O Autor, 2008.

xiv, 187 f.; il., gráfs., figs., tabs.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, 2008.

Inclui referências bibliográficas e anexos.

1. Engenharia Cartográfica. 2. Transformação de Helmert. 3. Colocação por Mínimos Quadrados. 4. Sistemas de Referência. I. Título.

526 CDD (22.ed.)

UFPE/BCTG/2008-174

INTEGRAÇÃO DE SISTEMAS DE REFERÊNCIA LOCAIS EXISTENTES AO SIRGAS-2000 UTILIZANDO O MÉTODO DE COLOCAÇÃO POR MÍNIMOS QUADRADO

POR

WENDEL GERÔNIMO DOS SANTOS

Dissertação defendida e aprovada em 14.03.08.

Banca Examinadora:



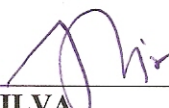
Prof.ª Dr.ª. VERÔNICA MARIA DA COSTA ROMÃO (Orientadora)

Departamento de Engenharia Cartográfica - Universidade Federal de Pernambuco



Prof. Dr. CARLOS ALBERTO PESSOA MELLO GALDINO

Departamento de Engenharia Cartográfica - Universidade Federal de Pernambuco



Prof. Dr. ANTÔNIO SIMÕES SILVA

Departamento de Engenharia Civil - Universidade Federal de Viçosa.