



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO**  
**DEPARTAMENTO DE FÍSICA – CCEN**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

**ANDRÉ CHAVES AZEVEDO SIQUEIRA**

**CONSTRUÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DE FONTE SINTONIZÁVEL DE  
PULSOS ULTRACURTOS NO INFRAVERMELHO PRÓXIMO BASEADA  
EM AMPLIFICADORES PARAMÉTRICOS**

Recife  
2018

**ANDRÉ CHAVES AZEVEDO SIQUEIRA**

**CONSTRUÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DE FONTE SINTONIZÁVEL DE  
PULSOS ULTRACURTOS NO INFRAVERMELHO PRÓXIMO BASEADA  
EM AMPLIFICADORES PARAMÉTRICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Área de concentração: Óptica Não Linear

Orientador: Prof. Dr. Edilson Lucena Falcão Filho

Recife  
2018

Catálogo na fonte  
Bibliotecária Elaine Freitas CRB4-1790

S618c Siqueira, André Chaves Azevedo  
Construção e caracterização de fonte sintonizável de pulsos ultracurtos no infravermelho próximo baseada em amplificadores paramétricos / André Chaves Azevedo Siqueira . – 2018.  
127 f. ; fig., tab.

Orientador: Edilson Lucena Falcão Filho.  
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCEN. Física. Recife, 2018.  
Inclui referências e apêndices.

1. Óptica não linear. 2. Amplificação paramétrica óptica . 3. Diferença de Frequência. I. Falcão Filho, Edilson Lucena (Orientador). II. Título.

535.2                    CDD (22. ed.)                    UFPE-FQ 2018-74

ANDRÉ CHAVES AZEVEDO SIQUEIRA

**CONSTRUÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DE FONTE SINTONIZÁVEL DE  
PULSOS ULTRACURTOS NO INFRAVERMELHO PRÓXIMO BASEADA  
EM AMPLIFICADORES PARAMÉTRICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Aprovada em: 14/06/2018.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Edilson Lucena Falcão Filho  
Orientador  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Dr. Marcio Heraclito Gonçalves de Miranda  
Examinador Interno  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Ana Maria de Paula  
Examinadora Externa  
Universidade Federal de Minas Gerais

*In memoriam*

Aos meus avós Moisés e Denise,

Ao meu tio Luiz Pessoa.

## AGRADECIMENTOS

Desejo exprimir os meus sinceros agradecimentos à minha família pelos incentivos e apoios que tive o privilégio de receber por toda a minha vida. Sou muito grato à educação construtivista que aprendi do Instituto Helena Lubienska, da qual tem sido de fundamental importância para a minha trajetória profissional e pelos valores pelos quais eu tenho o prazer de absorver.

Comecei a estudar óptica sob a orientação do Prof. Edilson Falcão no 2<sup>a</sup> período da graduação, na época estava com algumas dúvidas sobre quais áreas seguir e não sabia ao certo onde isso poderia chegar. Hoje não, já faz um bom tempo em que eu posso dizer que esta foi a melhor decisão que tomei na minha vida profissional e uma das melhores decisões no âmbito pessoal. O Prof. Edilson me deu a grande oportunidade de trabalhar com um sistema sofisticado, onde houve muita aprendizagem e amadurecimento sobre os novos conceitos que ali estavam presentes. Com isso, gostaria de agradecer imensamente ao Prof. Edilson pela orientação e pela confiança, e também por ter me proporcionado uma viagem de colaboração com Prof. Kyung Han Hong, no MIT, pra quem eu também deixo os meus agradecimentos por ter me recebido com cordialidade.

Outra pessoa que gostaria de agradecer o privilégio da convivência é a minha companheira Glenda Lira, que sempre está ao meu lado para me dar um alento e afeto em todos os momentos.

Extendo os agradecimentos aos professores: Lúcio Acioli, José Rios Leite e Maurício Coutinho, pelas boas discussões que tivemos nos corredores do Departamento de Física, e também sou grato aos professores Anderson Gomes, Cid Bartolomeu e novamente Lúcio Acioli, pelos empréstimos de componentes ópticos que muitas vezes me salvaram. Agradeço também ao Prof. Cristian Manzoni do Politecnico di Milano por sua visita ao departamento, que me proporcionou experiências e aprendizados imprescindíveis para a evolução deste trabalho.

Por fim, gostaria de agradecer aos meus amigos de profissão, nos quais eu tive um imenso prazer de conhecer: Arthur Brum, Mario Barbosa, Rodolfo Brandão, Romero Carvalho, Ricardo Ximenes, Lucas de Queiroz, Filipe Rodrigues, Gabriel Luz, Felipe Costa, Daniel Miranda e Max Vieira. E também aos meus amigos de fora do ambiente acadêmico: Miguel Morais, Advogado Markola, Marcelo Hns, Leonardo Cavalcanti, Iuri Lira, Gabriel Pessoa, Paulo Henrique, Gabriel Coutinho, Caio Assis, Tais Matos, Eduardo

Jordão, Ciro Cordeiro, João Uchoa e a banda Kalouv pelos tantos momentos de inspiração.

## RESUMO

A amplificação paramétrica óptica (Optical Parametric Amplification, OPA) é um processo onde um feixe de luz intenso transfere energia para um feixe mais fraco através de um meio não linear. Em particular, a configuração mais explorada para a obtenção do OPA utiliza o processo de diferença de frequência em um meio que apresenta não linearidade de segunda ordem. Atualmente, sistemas amplificados baseados em OPA são bastante utilizados no desenvolvimento de fontes pulsadas, sintonizáveis, e de alta potência de pico. A razão para isto está associada ao fato que a amplificação paramétrica ocorre na região de transparência do meio ativo, sem a necessidade de se explorar qualquer ressonância atômica do cristal. Neste trabalho, utilizando um sistema amplificado de Ti:safira como bombeamento principal, construímos uma fonte banda larga, pulsada, no infravermelho próximo (~1700 nm), através da geração de diferença de frequência entre dois amplificadores paramétricos sincronizados. Ambos os OPAs tiveram como bombeamento o segundo harmônico do Ti:safira e como semente um único feixe, banda larga, obtido através de processo de geração de supercontínuo em um cristal de safira. Enquanto um dos OPAs foi montado para operar fixo no infravermelho próximo (~970 nm), em configuração banda estreita, o outro foi desenhado para trabalhar sintonizável no visível, em configuração banda larga. Ganhos com fatores acima de mil vezes foram aferidos nestes OPAs. Ao final, após a diferença de frequência entre os feixes de saída dos dois OPAs, foi observado emissão entre 1400 nm a 2000 nm, com capacidade de suportar pulsos de poucos ciclos ópticos e de se ter fase da envoltória portadora auto-estabilizada devido ao processo de diferença de frequência.

**Palavras-chave:** OPA. Diferença De Frequência. Amplificação. Não Linearidade. Poucos Ciclos Ópticos. Geração De Supercontínuo.

## ABSTRACT

Optical parametric amplification (OPA) is a nonlinear process that occurs in a transparent medium and is characterized by the energy transfer from an intense light beam to a much weaker seed. In particular, the most exploited OPA configuration use difference frequency generation (DFG) in a medium, which presents second-order nonlinearity. The most important aspect of OPAs is its tunability because in OPAs the gain process is not associated to any resonance of active medium. In general, amplifiers based on atomic resonances present limited and fixed gain spectrum, which is associated to the atomic resonance itself. As a consequence, nowadays, OPA based systems are very popular in the ultrafast optics community as a tool of key importance not only for time resolved pump-and-probe spectroscopy but also for the development of new high power broadband optical amplifiers. In this Master Thesis, using an amplified Ti:sapphire system as the main light source, we built a broadband near infrared (~1700 nm) pulsed source via difference frequency generation between two synchronized parametric amplifiers. Both OPAs used as a pump the second harmonic of the Ti:sapphire and as seed beam a broadband beam obtained via supercontinuum generation in a sapphire plate. Indeed, one of the OPAs was built to operate in the near infrared (~970 nm), in a narrowband configuration, while the second OPA was design to operate in the visible range, in a broadband configuration. Gains factors higher than thousand were measured in these OPAs. At the end, after the difference frequency between the output beams from both OPAs, we observed a DFG emission between 1400 nm to 2000 nm, able to support few-optical-cycle pulses with carrier-envelope phase self-stabilized.

**Keywords:** OPA. Difference Frequency Generation. Amplification. Nonlinearity. Few-Optical-Cycle Pulses. Supercontinuum Generation.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - (a) A componente $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$ é gerada pela GDF. (b) A componente $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ é gerada pela GSF .	20
Figura 2 - Plot da função $\text{sinc}^2\left(\frac{\Delta kL}{2}\right)$ .	25
Figura 3 - Diagrama de energia da geração de diferença de frequência: (a) Configuração inicial das ondas incidentes no cristal. (b) O processo de GDF entre as ondas $\omega_3$ e $\omega_1$ , gerando a onda $\omega_2$ com a intensidade das ondas $\omega_3$ e $\omega_1$ diminuindo e aumentando, respectivamente. (c) O processo de GDF entre as ondas $\omega_3$ e $\omega_2$ , gerando a onda $\omega_1$ .	26
Figura 4 - (a) Direções ordinária e extraordinária de um cristal uniaxial birrefringente. (b) Secção do elipsóide dos índices de refração, com o eixo óptico na direção z. Figura retirada de [15].	30
Figura 5 - Dispersão do Índice de refração da safira.	34
Figura 6 - Distribuição radial da intensidade de um feixe Gaussiano.	35
Figura 7 - (a) Perfil de intensidade de um pulso Gaussiano. (b) Distribuição das frequências geradas sob chirp positivo. (c) Ilustração do chirp positivo em um pulso Gaussiano.	38
Figura 8 - (a) Pulso sem chirp. (b) Pulso com chirp positivo.	39
Figura 9 - (a) GVD da safira. (b) Terceira ordem de dispersão da safira.	41
Figura 10 - Espectro e forma temporal do pulso após a propagação em (a) 1 mm de cristal de safira (b) 3 mm de cristal de safira. (c) 5 mm de cristal de safira.	45
Figura 11 - Evolução da propagação unidimensional do pulso ao longo de 5 mm de cristal de safira. (a) Evolução espectral. (b) Evolução temporal.	46
Figura 12 - A intensidade do bombeamento é $100 \text{ GW/cm}^2$ e o cristal possui 2 mm de espessura. (a) Largura de banda do casamento de fase do tipo 1 e 2 para o BBO com bombeamento em 400 nm. (b) Largura de banda do casamento de fase do tipo 1 e 2 para o BBO com bombeamento em 800 nm. Figuras retiradas de [1].	51
Figura 13 - (a) Curvas do ângulo de casamento de fase para o BBO com o bombeamento em 400 nm. (b) Curvas do ângulo de casamento de fase para o BBO com o bombeamento em 800 nm. Figuras retiradas de [1].	52
Figura 14 - (a) Representação esquemática da interação entre o bombeamento, sinal e <i>idler</i> . (b) Representação dos pulsos sinal e <i>idler</i> no caso da geometria colinear. (c) Representação dos pulsos sinal e <i>idler</i> no caso da geometria não colinear.	53

Figura 15 - Descasamento da velocidade de grupo para diversos cristais não lineares. (a) bombeamento em 400 nm. (b) bombeamento em 800 nm. Figuras retiradas de [15]. .....	55
Figura 16 - Curvas de casamento de fase do tipo 1 para geometria não colinear em cristais de BBO, no qual o bombeamento é em 400 nm, como função do ângulo interno entre sinal e bombeamento. Figura retirada de [1]. .....	57
Figura 17 - Ilustração pictórica da lei de Snell-Descartes se pronunciando na propagação dos feixes dentro do cristal BBO. ....	58
Figura 18 - Ilustração da atenuação do anel de superfluorescência de um OPA otimizado devido a presença do sinal. ....	58
Figura 19 - Curvas do descasamento da velocidade de grupo entre o bombeamento-sinal e entre bombeamento- <i>idler</i> para o cristal BBO com o comprimento de onda do bombeamento em 400 nm para casamento de fase do tipo 1 (linha sólida) e tipo 2 (linha tracejada). Figura retirada de [1]. .....	59
Figura 20 - Curvas do descasamento da velocidade de grupo entre o bombeamento-sinal e entre bombeamento- <i>idler</i> para o cristal BBO com o comprimento de onda do bombeamento em 800 nm para casamento de fase do tipo 1 (linha sólida) e tipo 2 (linha tracejada). Retirada de [1]. .....	60
Figura 21 - Ilustração do mecanismo de retroalimentação entre sinal e <i>idler</i> . .....	61
Figura 22 - Pulsos com poucos ciclos ópticos (a) e (c) e com muitos ciclos ópticos (b) e (d). Os gráficos (a) e (b) representam um campo do tipo “cosseno”, enquanto os gráficos (c) e (d) representam um campo do tipo “seno”. Figuras retiradas de [26] .....	62
Figura 23 - (a) Espectro do laser. (b) Sinal da autocorrelação do pulso (25 fs à meia altura). 66	
Figura 24 - Tempo de duração do pulso a partir da transformada inversa de Fourier do espectro do laser. ....	67
Figura 25 - Transmissão da safira no visível e infravermelho. Retirado de [47]. ....	68
Figura 26 - Ilustração do experimento sobre a geração de supercontínuo com uma lente convergente com foco de 75 cm. ....	68
Figura 27 - (a) Espectro do laser após a passagem no filtro F2 (Thorlabs FB790-10) . (b) Transformada inversa de Fourier do espectro do laser após a passagem no filtro F2. ....	69
Figura 28 - Espectros do supercontínuo para diversos valores de potência média em um cristal de safira de 2 mm de espessura. ....	70
Figura 29 - Espectros do supercontínuo para diversos valores de potência média em um cristal de safira de 3 mm de espessura. ....	70
Figura 30 - Espectros do supercontínuo para diversos valores de potência média em um cristal de safira de 5 mm de espessura. ....	71

Figura 31 - Espectro do corpo negro em $T = 2700 \text{ K}$ .....	71
Figura 32 - Espectro de uma lâmpada incandescente (temperatura da cor $2700 \text{ K}$ ). .....	72
Figura 33 - Função resposta do espectrômetro.....	72
Figura 34 - Evolução do espectro do supercontínuo .....	73
Figura 35 - Simulação da evolução do supercontínuo (limitado por TF).....	75
Figura 36 - Simulação da evolução do supercontínuo (limitado por TF).....	76
Figura 37 - Evolução espectral com seu respectivo tempo de duração do pulso. ....	78
Figura 38 - Ilustração do experimento sobre a geração de supercontínuo .....	79
Figura 39 - Geração de supercontínuo em cristais de safira.....	81
Figura 40 - Panorâma geral do sistema completo. ....	82
Figura 41 - Ilustração do OPA-IR construído sobre a mesa óptica .....	83
Figura 42 - Espectro do supercontínuo gerado em $3 \text{ mm}$ de cristal de safira .....	84
Figura 43 - (a) Espectro do pulso de bombeamento do OPA-IR centralizado em $397 \text{ nm}$ e com $5,7 \text{ nm}$ de largura de banda à meia altura. (b) forma temporal do pulso (limitado por transformada) com $26 \text{ fs}$ de largura à meia altura. ....	85
Figura 44 - Transmitância do filtro (bombeamento).....	86
Figura 45 - (a) Espectro do pulso sinal amplificado centrado em $972 \text{ nm}$ e com $18 \text{ nm}$ de largura de banda à meia altura. (b) forma temporal do pulso com $72 \text{ fs}$ de largura à meia altura.....	87
Figura 46 - (a) Espectro do pulso <i>idler</i> centrado em $680 \text{ nm}$ com $9 \text{ nm}$ de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso <i>idler</i> com $64 \text{ fs}$ de largura temporal à meia altura.....	88
Figura 47 - Ilustração do OPA-VIS construído sobre a mesa óptica . ....	89
Figura 48 - Amplificação paramétrica no espectro visível, com espectro começando em $705 \text{ nm}$ (a) e terminando em $485 \text{ nm}$ (c), os respectivos tempos de duração à meia altura dos pulsos estão em (b) e (d). ....	90
Figura 49 - Transmitância do filtro utilizado para filtrar o feixe remanescente da geração de segundo harmônico do OPA-VIS. ....	91
Figura 50 - (a) Espectro do OPA-VIS. (b) Forma temporal do pulso (LTF). ....	93
Figura 51 - (a) Espectro do OPA-VIS. (b) Forma temporal do pulso (LTF). ....	94
Figura 52 - (a) Espectro do OPA-VIS. (b) Forma temporal do pulso (LTF). ....	95
Figura 53 - (a) Espectro do OPA-VIS. (b) Forma temporal do pulso (LTF). ....	96
Figura 54 - (a) Espectro do OPA-VIS. (b) Forma temporal do pulso (LTF). ....	97
Figura 55 - Espectro das cinco configurações do OPA-VIS. ....	98
Figura 56 - Número de ciclos ópticos em função do comprimento de onda central do OPA-VIS, cuja a barra vertical representa a largura de banda do pulso. ....	98
Figura 57 - Refletância dos espelhos chirped na incidência normal ( $0^\circ$ ). ....	100

Figura 58	-	Dispersão do atraso do grupo do par de espelhos dielétricos <i>chirped</i> .....	101
Figura 59	-	Ilustração completa do sistema de OPAs sobre a mesa óptica .....	102
Figura 60	-	(a) Espectro do OPA-VIS (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura 16,5 fs (limitado por transformada de Fourier). .....	103
Figura 61	-	(a) Espectro do OPA-VIS (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura 17,2 fs (limitado por transformada de Fourier). .....	104
Figura 62	-	(a) Espectro do OPA-VIS antes e depois do espelho chirped, centrado em 610 nm com 36 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura 16 fs (LTF). .....	105
Figura 63	-	(a) Espectro do OPA-VIS, antes e depois do espelho chirped, centrado em 622 nm com 38 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura 17 fs (LTF). .....	106
Figura 64	-	(a) Espectro do OPA-VIS antes e depois do espelho chirped, centrado em 660 nm com 66 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura 11,4 fs (LTF) . .....	107
Figura 65	-	(a) Espectro da diferença de frequência entre o OPA-VIS e OPA-IR, centrado em 1450 nm e com 120 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura de 25,0 fs (limitado por transformada de Fourier).....	110
Figura 66	-	(a) Espectro da diferença de frequência entre o OPA-VIS e OPA-IR, centrado em 1600 nm e com 245 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura de 13,6 fs (LTF). .....	111
Figura 67	-	(a) Espectro da diferença de frequência entre o OPA-VIS e OPA-IR, centrado em 1660 nm e com 245 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura de 18,0 fs (LTF). .....	112
Figura 68	-	(a) Espectro da diferença de frequência entre o OPA-VIS e OPA-IR, centrado em 1660 nm e com 320 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura de 14,4 fs (LTF). .....	113
Figura 69	-	(a) Espectro da diferença de frequência entre o OPA-VIS e OPA-IR, centrado em 1840 nm e com 235 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura de 19,5 fs (LTF). .....	114
Figura 70	-	Espectro da diferença de frequência entre as cinco configurações do OPA-VIS e o OPA-IR. ....	115
Figura 71	-	Número de ciclos ópticos em função do comprimento de onda central da diferença de frequência, cuja a barra vertical representa a largura de banda. ....	115

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Coeficientes da relação de Sellmeier para a safira.....	34
Tabela 2 - (a) Características do pulso de entrada na fibra. (b) Características da safira.....	74
Tabela 3 - intervalo espectral do supercontínuo.....	77
Tabela 4 - Características do espectro e tempo de duração do pulso do OPA-IR e das cinco configurações do OPA-VIS (antes dos espelhos <i>chirped</i> ). .....	92
Tabela 5 - Potências médias do OPA-IR e das cinco configurações do OPA-VIS.....	92
Tabela 6 - Espectro e tempo de duração do pulso dos OPAs.....	108
Tabela 7 - Potências médias dos OPAs.....	109
Tabela 8 - Informações sobre o pulso da diferença de frequência entre os OPAs. ....	116

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	15
<b>2</b>	<b>EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM NA POLARIZAÇÃO</b> .....	18
2.1	EQUAÇÃO DE ONDA E POLARIZAÇÃO NÃO LINEAR.....	18
2.2	POLARIZAÇÃO NÃO LINEAR DE 2ª ORDEM.....	19
2.3	EQUAÇÕES ACOPLADAS PARA A GSF.....	22
2.4	EQUAÇÕES ACOPLADAS PARA A GDF .....	25
2.5	CASAMENTO DE FASE EM CRISTAIS BIRREFRIGENTES .....	29
<b>3</b>	<b>GERAÇÃO DE SUPERCONTÍNUO EM CRISTAIS DE SAFIRA</b> .....	33
3.1	EFEITOS ÓPTICOS DE TERCEIRA ORDEM NA POLARIZAÇÃO NÃO LINEAR. 33	
3.2	AUTOFOCALIZAÇÃO.....	35
3.3	AUTOMODULAÇÃO DE FASE.....	36
3.4	DISPERSÃO DE PULSOS ULTRACURTOS .....	40
3.5	GERAÇÃO DE SUPERCONTÍNUO EM DISPERSÃO NORMAL .....	42
<b>4</b>	<b>AMPLIFICAÇÃO PARAMÉTRICA ÓPTICA</b> .....	47
4.1	INTRODUÇÃO .....	47
4.2	GANHO PARAMÉTRICO DE PULSOS ULTRACURTOS.....	48
4.2.1	Geometria colinear entre os pulsos sinal e de bombeamento.....	52
4.2.2	Geometria não colinear entre os pulsos sinal e de bombeamento .....	52
4.3	ESTABILIZAÇÃO PASSIVA DO CEP.....	61
<b>5</b>	<b>ESTUDOS DA GERAÇÃO DE SUPERCONTÍNUO</b> .....	66
5.1	LASER .....	66
5.2	GERAÇÃO DE SUPERCONTÍNUO EM CRISTAIS DE SAFIRA.....	67
5.2.1	1ª Configuração .....	68
5.2.2	2ª Configuração .....	79
<b>6</b>	<b>OPA NO INFRAVERMELHO PRÓXIMO E NO VISÍVEL</b> .....	82
6.1	AMPLIFICAÇÃO PARAMÉTRICA NO INFRAVERMELHO PRÓXIMO .....	82
6.2	AMPLIFICAÇÃO PARAMÉTRICA NO VISÍVEL .....	89
<b>7</b>	<b>DIFERENÇA DE FREQUÊNCIA ENTRE O OPA-IR E OPA-VIS</b> .....	99
<b>8</b>	<b>CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS</b> .....	117
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	119
	<b>APÊNDICE A - REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DO CAMPO ELÉTRICO E POLARIZAÇÃO</b> .....	122
	<b>APÊNDICE B - SIMETRIAS</b> .....	123
	<b>APÊNDICE C - EQUAÇÕES ACOPLADAS PARA PULSOS ULTRACURTOS ...</b>	126

## 1 INTRODUÇÃO

O campo da óptica ultrarrápida é uma área fascinante, representando os eventos mais rápidos que a humanidade consegue estudar. Para por em perspectiva as escalas de tempo relevantes para pulsos curtos, segue as definições:

$$1 \text{ nanosegundo (1 ns)} = 10^{-9} \text{ s} = 0,000000001 \text{ s} ;$$

$$1 \text{ picosegundo (1 ps)} = 10^{-12} \text{ s} = 0,000000000001 \text{ s} ;$$

$$1 \text{ femtosegundo (1 fs)} = 10^{-15} \text{ s} = 0,000000000000001 \text{ s} ;$$

$$1 \text{ attosegundo (1 as)} = 10^{-18} \text{ s} = 0,000000000000000001 \text{ s} ;$$

Considerando a distância que a luz propaga nessas ordens de grandezas de tempo, um pulso com 1 s de duração possui uma extensão de 300.000 km o que é equivalente a aproximadamente 7,5 voltas na Terra. Diminuindo a escala de tempo, temos para um pulso com 1 ns de duração, uma extensão de 30 cm. A partir da escala de picosegundo, a palavra *ultrarrápida* pode ser usualmente aplicada, e, considerando um pulso com a duração de 1 ps, teremos uma extensão espacial relativamente curta igual 0,3 mm, no qual é aproximadamente a metade da espessura de um cartão de crédito convencional. Nas escalas de femtosegundo e attosegundo, entramos na área de pulsos realmente ultracurtos, para se ter uma ideia dos valores envolvidos nessas escalas, entre 5 a 8 minutos em relação a idade do universo (10 a 15 bilhões de anos) é equivalente a 1 fs em relação a 1 s, enquanto que 1 as para 1 segundo, equivale ao que um segundo é para 2 vezes a idade do universo.

Assim, a óptica ultrarrápida é uma área multidisciplinar em evolução acelerada, que possibilita, por exemplo, a excitação de um meio material com pulsos de femtosegundos seguida de sondagem das modificações induzidas nas propriedades do meio também em escalas de tempo ultracurtos. Esta capacidade faz da óptica ultrarrápida uma importante ferramenta no avanço de novas áreas de pesquisa em física, química e biologia [1], possibilitando novas técnicas para a observação de processos fundamentais em escala de femtosegundo, tais como: o movimento de pacotes de ondas de elétrons durante a excitação de átomos ou moléculas [2], mapeamentos de reações químicas [3] e estudo de eventos primários da fotossíntese [4].

Por esta razão, nos últimos anos, houve uma grande busca por fontes de pulsos ultracurtos utilizando lasers de semicondutores, fibras dopadas e fibras altamente não lineares para a geração de supercontínuo [5-8], seguido por processos ópticos não lineares paramétricos [1]. Em particular, quatro aspectos principais são considerados ao se propor uma nova fonte de pulsos ultracurtos: o tempo de duração dos pulsos, a energia dos pulsos, a capacidade de sintonização da emissão e a necessidade de estabilidade da CEP (*Carrier-Envelope Phase*). Por exemplo, pulsos de poucos ciclos ópticos possuem grandes larguras de banda. Neste caso se faz necessária uma fonte cujo espectro tenha de se estender ao longo do espectro visível e infravermelho próximo [9]. Já a sintonização do comprimento de onda permite o controle de qual região do espectro irá interagir com o material, sendo possível se aproximar ou se afastar de alguma ressonância específica do material, abrindo caminho para a investigação de mecanismos fundamentais de efeitos de campo forte fora da ressonância [10]. Por sua vez, fontes de pulsos ultracurtos com a CEP estável são de fundamental importância para o controle coerente de processos dependentes da forma precisa do campo elétrico, como na geração de altos harmônicos, sendo elemento chave para a manipulação e controle dos pulsos de attosegundos [11, 12].

Neste trabalho de Dissertação de Mestrado, utilizando um sistema amplificado de Ti:safira como bombeamento principal, construímos uma fonte banda larga, pulsada, no infravermelho próximo (~1700 nm), através da geração de diferença de frequência entre dois amplificadores paramétricos sincronizados, com capacidade de suportar pulsos de poucos ciclos ópticos e de apresentar fase da envoltória portadora autoestabilizada devido ao processo de diferença de frequência. Como processos não lineares de segunda e terceira ordem são explorados em vários estágios de nosso sistema, decidimos utilizar alguns dos capítulos introdutórios para fazermos uma breve discussão sobre fenomenologia e fundamentos associados a estes processos. Assim, no segundo capítulo encontram-se aspectos básicos da interação não linear de segunda ordem, no qual se discute a geração da soma e diferença de frequência, bem como também o casamento de fase em cristais uniaxiais. O terceiro capítulo trata de efeitos de terceira ordem na polarização não linear, como o índice de refração dependente da intensidade (autofocalização, autoinclinação e automodulação de fase) e também efeitos dispersivos em pulsos ultracurtos, estes são os principais fenômenos responsáveis pela geração de supercontínuo no visível. No quarto capítulo, encontra-se os princípios básicos para o entendimento dos mecanismos de um OPA (colinear e não colinear), no qual o

supercontínuo é a fonte do sinal, incluindo uma breve introdução sobre a estabilização passiva do CEP através da diferença de frequência entre os OPAs. Antes de apresentarmos os resultados experimentais dos OPAs, no capítulo 5 se encontram alguns resultados sobre a geração de supercontínuo no regime de dispersão normal, com algumas simulações através da solução numérica da equação não linear de Schrödinger (ENLS) utilizando o método RK4IP (*fourth-order Runge-Kutta in interaction picture*) [21]. No capítulo 6, são apresentadas as configurações em que cada OPA foi montado com seus respectivos espectros e características. Por fim, no capítulo 7 descrevemos brevemente a física de espelhos *chirped* (*Chirped Mirrors*) e mostramos os resultados da diferença de frequência entre os OPAs. No capítulo 8 são apresentadas as conclusões deste trabalho e suas perspectivas.

## 2 EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM NA POLARIZAÇÃO

### 2.1 EQUAÇÃO DE ONDA E POLARIZAÇÃO NÃO LINEAR

As equações de Maxwell são um conjunto de relações envolvendo os campos elétrico ( $\mathbf{E}$ ) e magnético ( $\mathbf{H}$ ), nas quais é possível se obter as equações que descrevem a propagação de todas as formas de radiação eletromagnética dentro de um meio. No sistema de unidades MKS, considerando que o meio é dielétrico, ou seja, não há qualquer densidade de carga ligada associada com a polarização, nem densidade de corrente associada com o movimento de cargas ligadas e que o meio é não magnético, as equações de Maxwell tomam a forma (2.1 – 2.3) [13], onde letras em negrito representam um vetor.

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0 , \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = - \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} , \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} , \quad (2.3)$$

com as relações constitutivas,

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) , \quad (2.4)$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \left( \epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}^{(1)}(\mathbf{r}, t) \right) + \mathbf{P}^{(nl)}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{D}^{(1)} + \mathbf{P}^{(nl)} , \quad (2.5)$$

$$c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} . \quad (2.6)$$

Observe que nas equações acima, foi considerado os possíveis termos de polarização não linear induzida pelo campo elétrico óptico. O procedimento clássico para encontrar a equação de onda é aplicar o operador rotacional na equação 2.2 (com 2.4 substituído):

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial(\nabla \times \mathbf{H})}{\partial t} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} , \quad (2.7)$$

onde a partir de 2.5, o deslocamento elétrico em primeira ordem (regime linear) pode ser escrito como

$$\mathbf{D}^{(1)} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}^{(1)} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \varepsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E} = \varepsilon_0 n^2(\omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t). \quad (2.8)$$

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{n^2(\omega)}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{(nl)}(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2}. \quad (2.9)$$

Substituindo a equação 2.8 em 2.5 e em seguida substituindo 2.5 em 2.7, obtém-se

A relação entre polarização induzida no meio devido a um campo elétrico óptico é linear se estamos tratando de campos fracos (muito menores em relação ao campo interatômico), caso contrário a polarização dependerá do campo elétrico como uma expansão em série de potências do campo elétrico [14]:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) &= \varepsilon_0 (\chi^{(1)} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \chi^{(2)} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)^2 + \chi^{(3)} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)^3) \dots = \\ &= \mathbf{P}^{(1)} + \mathbf{P}^{(2)} + \mathbf{P}^{(3)} + \dots = \mathbf{P}^{(1)} + \mathbf{P}^{(nl)}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Portanto, a equação de onda em um meio opticamente não linear é uma equação diferencial não homogênea que pode ser descrita por 2.9, com o termo de fonte  $\partial^2 \mathbf{P}^{(nl)}(\mathbf{r}, t) / \partial t^2$ .

## 2.2 POLARIZAÇÃO NÃO LINEAR DE 2ª ORDEM

Para explorar efeitos de polarização não linear de segunda ordem ( $\mathbf{P}^{(2)} = \varepsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)^2$ ), é instrutivo começar considerando dois campos elétricos ópticos monocromáticos, cada um oscilando com sua respectiva frequência angular  $\omega_1$  e  $\omega_2$  representados na forma:

$$\mathbf{E}(t) = E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e^{-i\omega_2 t} + c. c. \quad (2.11)$$

Estes campos podem gerar uma polarização não linear de segunda ordem, em um meio com  $\chi^{(2)} \neq 0$ , conforme escrito na equação 2.12. Por sua vez, ela se manifesta gerando campos com frequências ópticas  $\omega_1 + \omega_2$  (geração de soma de frequência, ou GSF),  $\omega_1 - \omega_2$  (geração de diferença de frequência, ou GDF),  $2\omega_1$  e  $2\omega_2$ . Note ainda que os termos que oscilam com o dobro de sua frequência fundamental ( $\omega_1$  e  $\omega_2$ ) representam o fenômeno conhecido como geração de segundo harmônico (GSH) e os termos que não

oscilam (último termo da equação 2.12) representam uma retificação óptica (RO), no qual um campo elétrico estático é criado através do cristal não linear [14].

$$\mathbf{P}^{(2)} = \varepsilon_0 \chi^{(2)} (E_1^2 e^{-2i\omega_1 t} + E_2^2 e^{-2i\omega_2 t} + 2E_1 E_2 e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t} + 2E_1 E_2^* e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} + c. c) + 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} (|E_1|^2 + |E_2|^2) . \quad (2.12)$$

Para ilustrar os processos mencionados acima, é interessante analisar os diagramas de energias sob o ponto de vista quântico (Figura 1). O estado virtual mencionado na Figura 1 não representa um autoestado do hamiltoniano do sistema em questão. O processo ocorre fora da ressonância da transição eletrônica para o estado excitado mais próximo do estado fundamental. Desta forma, os estados quânticos iniciais e finais são idênticos, não havendo energia transferida para o material. Tal processo é denominado processo paramétrico, e como o nome sugere, os processos não paramétricos descrevem processos com transferência de energia para o sistema, ou seja, existe absorção de radiação e transferência de populações do estado fundamental para algum estado excitado [14].

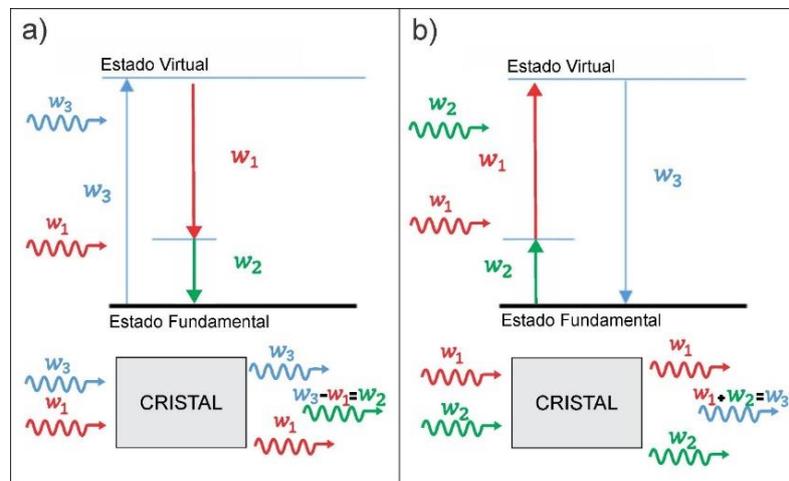


Figura 1 - (a) A componente  $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$  é gerada pela GDF. (b) A componente  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  é gerada pela GSF .

Para generalizar a polarização não linear de segunda ordem, é útil descrevê-la como um somatório que abrange todas as componentes de frequências do campo elétrico (positivas e negativas) (apêndice A)

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{l}} \mathbf{P}(\omega_{\mathbf{l}}) e^{-i\omega_{\mathbf{l}}t} . \quad (2.13)$$

Assim, a polarização não linear de segunda ordem em uma GSF arbitrária ( $\omega_1 + \omega_m$ ), pode ser descrita como a equação 2.14, onde os índices  $ijk$  são versores referentes as componentes cartesianas ( $x, y, z$ ) dos possíveis campos elétricos ópticos.

$$\mathbf{P}_i(\omega_1 + \omega_m) = \varepsilon_0 \sum_{jk} \sum_{(lm)} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_1 + \omega_m, \omega_1, \omega_m) \mathbf{E}_j(\omega_1) \mathbf{E}_k(\omega_m) . \quad (2.14)$$

A consequência desta definição pode ser explorada analisando o processo de GSF ilustrada na Figura 1 (b). Neste caso, um fóton da onda  $\omega_1$  e outro da onda  $\omega_2$  são aniquilados interferometricamente em favor da geração da onda  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ , com a amplitude  $E(\omega_3)$  associada com a dependência temporal  $\exp(-i\omega_3 t)$ . Portanto, é imediato ver que o produto dos dois campos na equação 2.15 é associado com a dependência temporal  $\exp(-i(\omega_1 + \omega_2)t)$  resultando na contribuição da polarização não linear que oscila na frequência  $\omega_1 + \omega_2$ .

Sob um olhar mais criterioso, a equação 2.15 pode ser reduzida se o sistema obedece às condições simetria de permutação geral do tensor de susceptibilidade não linear (apêndice B para mais detalhes), como mostra a equação 2.16.

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_i(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2) &= \varepsilon_0 \sum_{jk} [\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3; \omega_1, \omega_2) \mathbf{E}_j(\omega_1) \mathbf{E}_k(\omega_2) \\ &+ \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3; \omega_1, \omega_2) \mathbf{E}_j(\omega_2) \mathbf{E}_k(\omega_1) ] . \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{P}_i(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2) = g\varepsilon_0 \sum_{jk} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3; \omega_1, \omega_2) \mathbf{E}_j(\omega_1) \mathbf{E}_k(\omega_2) . \quad (2.16)$$

Com  $g$  representando o número de permutações distintas das componentes de frequências dos campos aplicados. Considerando a susceptibilidade não linear como aproximadamente independente da frequência e pela natureza paramétrica dos processos não lineares em questão, além de considerar a resposta do sistema como instantânea ao campo aplicado, esse conjunto de condições formam a conhecida condição de simetria de

Kleinman, na qual se satisfeita, a notação contraída da susceptibilidade pode ser usualmente adotada [14] (apêndice B)

$$d_{il} = \frac{\chi_{ijk}^{(2)}}{2} . \quad (2.17)$$

Considerando que as condições mencionadas acima são satisfeitas para uma geometria fixa (direções de polarização e propagação fixadas), a polarização não linear pode tomar a forma escalar (2.18). Desta maneira, a notação contraída possui um valor efetivo ( $d_{\text{eff}}$ ), no qual depende da classe do cristal [14]. Analogamente, a geração de diferença de frequência e de 2ª harmônico tomam as respectivas formas em 2.19 e 2.20, enquanto o caso da GSF está representado na equação 2.18.

$$\mathbf{P}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2) = 4\varepsilon_0 d_{\text{eff}} \mathbf{E}(\omega_1) \mathbf{E}(\omega_2) . \quad (2.18)$$

$$\mathbf{P}(\omega_2 = \omega_3 - \omega_1) = 4\varepsilon_0 d_{\text{eff}} \mathbf{E}(\omega_3) \mathbf{E}^*(\omega_1) . \quad (2.19)$$

$$\mathbf{P}(\omega_2 = 2\omega_1) = 2\varepsilon_0 d_{\text{eff}} \mathbf{E}^2(\omega_1) . \quad (2.20)$$

### 2.3 EQUAÇÕES ACOPLADAS PARA A GSF

Na seção 2.2 foi apresentado que campos elétricos intensos são capazes de polarizar o meio de forma não linear, na situação em que a polarização não linear dominante é a de segunda ordem. Nesse caso, processos como GSF, GDF e GSH são os principais processos paramétricos responsáveis pela geração de novas componentes de frequências para o campo elétrico da radiação. Para explorar como essas novas frequências tornam-se acopladas pela interação não linear, por conveniência, aqui será considerado que o processo ocorre em um meio não linear com  $d_{\text{eff}} \neq 0$ , sem perdas, envolvendo feixes monocromáticos e colimados.

Para analisar a geração de uma onda  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ , primeiro considera-se a onda  $\omega_3$  propagando ao longo do eixo  $z$ . Então, o campo elétrico pode ser expresso na seguinte forma (apêndice A):

$$E_3(z, t) = A_3(\omega_3) e^{i(k_3 z - \omega_3 t)} + c. c = E(\omega_3) e^{-i\omega_3 t} + c. c. \quad (2.21)$$

Note que  $E_i(z, t) = E(\omega_i)e^{-i\omega_i t}$ , com  $E(\omega_i) = A(\omega_i)e^{ik_i z}$ . Desta forma, a polarização não linear de segunda ordem para a onda  $\omega_3$  torna-se

$$P_3(z, t) = P(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2)e^{-i\omega_3 t} = P_3(z)e^{-i\omega_3 t} . \quad (2.22)$$

Considerando a forma escalar, a equação 2.18 pode ser substituída em 2.22

$$P_3(z, t) = 4\varepsilon_0 d_{\text{eff}} A(\omega_1)A(\omega_2)e^{i(k_1 + k_2)z - i\omega_3 t} . \quad (2.23)$$

$$P_3(z) = P(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2) = 4\varepsilon_0 d_{\text{eff}} A_1(z)A_2(z) e^{i(k_1 + k_2)z} . \quad (2.24)$$

Com  $A_1(z)$  e  $A_2(z)$  sendo as amplitudes do campo das ondas  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , respectivamente, na qual variam lentamente no espaço.

Para examinar como as equações de Maxwell descrevem a geração dessas novas frequências (GSF e GDF), a equação 2.9 pode ser reescrita considerando para o campo somente a dependência da coordenada longitudinal  $z$  :

$$\frac{d^2 E(z, t)}{dz^2} - \frac{n^2(\omega)}{c^2} \frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 P^{(nl)}(z, t)}{\partial t^2} . \quad (2.25)$$

Para o caso da GSF ( $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ ), a onda  $E_3(z, t) = A_3(z)e^{i(k_3 z - \omega_3 t)}$  juntamente com sua respectiva polarização não linear (equação 2.24), são substituídas na equação 2.26

$$\frac{d^2 E_3(z, t)}{dz^2} - \frac{n^2(\omega_3)}{c^2} \frac{\partial^2 E_3(z, t)}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 P_3^{(nl)}(z, t)}{\partial t^2} . \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{d^2 A_3(z)}{dz^2} + 2ik_3 \frac{dA_3(z)}{dz} - k_3^2 A_3(z) + \frac{n^2(\omega_3)\omega_3^2 A_3(z)}{c^2} \right] e^{i(k_3 z - \omega_3 t)} + c. c \\ & = \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} (-4\varepsilon_0 d_{\text{eff}} \omega_3^2 A_1(z)A_2(z) e^{i(k_1 + k_2)z} e^{-i\omega_3 t}) + c. c . \end{aligned} \quad (2.27)$$

Uma vez que  $k_3^2 = n^2(\omega_3)\omega_3^2/c^2$ , a equação 2.27 pode ser simplificada

$$\frac{d^2 A_3(z)}{dz^2} + 2ik_3 \frac{dA_3(z)}{dz} = \frac{-4\varepsilon_0 d_{\text{eff}} \omega_3^2 A_1(z)A_2(z) e^{i(k_1 + k_2 - k_3)z}}{c^2} . \quad (2.28)$$

Assumindo a aproximação da envoltória lenta, isto é, ao longo do comprimento de onda óptico não ocorre mudanças significativas na envoltória  $A_3(z)$  [14].

$$\left| \frac{d^2 A_3(z)}{dz^2} \right| \ll \left| k_3 \frac{dA_3(z)}{dz} \right|. \quad (2.29)$$

Portanto, a equação que descreve como a amplitude da onda  $\omega_3$  varia ao longo da propagação influenciada pelo acoplamento das ondas  $\omega_1$  e  $\omega_2$  é

$$\frac{dA_3(z)}{dz} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_3^2 A_1(z)A_2(z) e^{i\Delta kz}}{k_3 c^2}, \quad (2.30)$$

onde  $\Delta k = k_1 + k_2 - k_3$  é o descasamento de fase. O procedimento para encontrar a equação 2.30 pode ser repetido de forma análoga para as ondas  $\omega_1$  e  $\omega_2$ . Seguindo esse roteiro, encontra-se as três equações acopladas que descrevem a propagação da envoltória das ondas  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  e  $\omega_3$ , em um meio sem perdas.

$$\frac{dA_2(z)}{dz} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_2^2 A_3(z)A_1^*(z) e^{-i\Delta kz}}{k_2 c^2}, \quad (2.31)$$

$$\frac{dA_1(z)}{dz} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_1^2 A_3(z)A_2^*(z) e^{-i\Delta kz}}{k_1 c^2}. \quad (2.32)$$

Considerando a aproximação de não depleção para os feixes de entrada, ou seja,  $A_1(z) = A_1$  e  $A_2(z) = A_2$ . Com isto, a equação 2.30 pode ser resolvida, por exemplo para um cristal de comprimento  $L$

$$\int_0^L dA_3(z) = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_3^2 A_1 A_2}{k_3 c^2} \int_0^L e^{i\Delta kz} dz, \quad (2.33)$$

$$A_3(L) = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_3^2 A_1 A_2}{k_3 c^2} \left( \frac{e^{i\Delta kL} - 1}{i\Delta k} \right). \quad (2.34)$$

A intensidade da onda  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  toma a forma [14]

$$I_3(L) = \frac{8d_{\text{eff}}^2 \omega_3^2 I_1 I_2 L^2}{n(\omega_1)n(\omega_2)n(\omega_3)\epsilon_0 c^2} \text{sinc}^2\left(\frac{\Delta kL}{2}\right). \quad (2.35)$$

Com  $I_i = 2n(\omega_i)\epsilon_0 c |A_i|^2$ ,  $i = 1, 2$  e  $3$ . A função  $\text{sinc}^2(\Delta kL/2)$  é definida como  $\text{sinc}(x) = \text{sen}(x)/x$ , sendo conhecida por ser função do descasamento de fase e por seu efeito na eficiência da geração de soma de frequência, conforme mostrado na Figura 2.

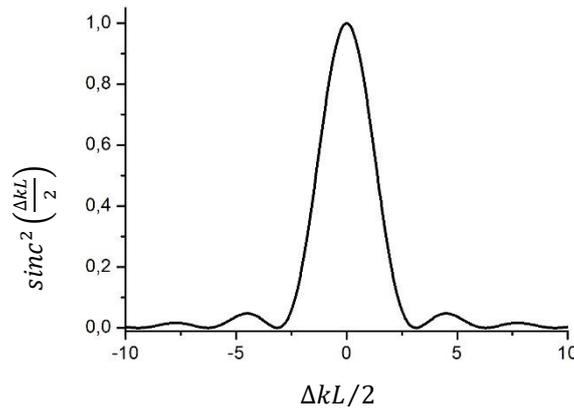


Figura 2 - Plot da função  $\text{sinc}^2\left(\frac{\Delta k L}{2}\right)$ .

É imediato ver que a intensidade da onda  $\omega_3$  é máxima para  $\Delta k = 0$ , situação em que o casamento de fase é perfeito e, portanto  $\text{sinc}(0) = 1$

$$I_3(L) = \frac{8d_{\text{eff}}^2 w_3^2 I_1 I_2 L^2}{n(\omega_1)n(\omega_2)n(\omega_3)\epsilon_0 c^2} = I_3^{\text{máx}} . \quad (2.36)$$

Porém, saindo do caso ideal do casamento de fase perfeito, existe uma dependência da função  $\text{sinc}^2(\Delta k L / 2)$  com o comprimento  $L$  de propagação no meio não linear, à medida que  $L$  cresce a eficiência da geração de soma de frequência diminui de tal forma que a potência da onda  $\omega_3$  pode fluir para as ondas  $\omega_2$  e  $\omega_1$ , ou seja, o processo contrário da geração de soma de frequência pode ocorrer. Assim, para o caso  $\Delta k \neq 0$ , o processo de geração de soma de frequência eficiente exige comprimentos de propagação  $L$  curtos para que  $\text{sinc}^2(\Delta k L / 2) \rightarrow 1$ . No entanto, a geração de uma onda  $\omega_2$  através da GDF ( $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$ ) ao longo de um cristal é qualitativamente diferente da onda  $\omega_3$  gerada pela GSF. Para a GDF, o crescimento da onda  $\omega_2$  implica em um crescimento na onda  $\omega_1$  e vice-versa. Portanto, para entender melhor como esse crescimento ocorre é necessário analisar as equações acopladas para a GDF.

## 2.4 EQUAÇÕES ACOPLADAS PARA A GDF

Um outro efeito não linear que pode ser explorado de forma análoga à geração de soma de frequência é a geração de diferença de frequência. Nesse caso, uma onda  $\omega_3$  e outra  $\omega_1$  interagem não linearmente em um cristal adequado para produzir  $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$ . A partir da Figura 3 observa-se que a interação não linear da onda  $\omega_3$  com a onda  $\omega_1$  gera a onda  $\omega_2$ , que por sua vez, pode interagir não linearmente com a onda  $\omega_3$  gerando a onda  $\omega_1$  e assim, ocorrendo a amplificação das ondas  $\omega_1$  e  $\omega_2$ .

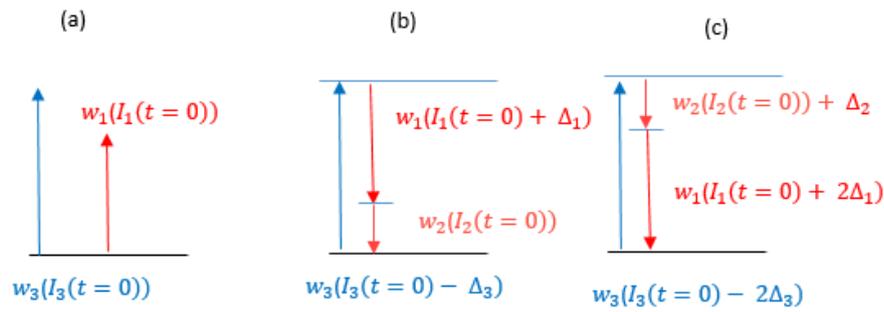


Figura 3 - Diagrama de energia da geração de diferença de frequência: (a) Configuração inicial das ondas incidentes no cristal. (b) O processo de GDF entre as ondas  $\omega_3$  e  $\omega_1$ , gerando a onda  $\omega_2$  com a intensidade das ondas  $\omega_3$  e  $\omega_1$  diminuindo e aumentando, respectivamente. (c) O processo de GDF entre as ondas  $\omega_3$  e  $\omega_2$ , gerando a onda  $\omega_1$ .

Para encontrar as equações acopladas que descrevem o crescimento das ondas envolvidas na GDF, o procedimento é o análogo ao realizado na seção 2.3. Primeiro, reescreve-se o termo da polarização não linear responsável pela GDF (equação 2.19) em termo da envoltória do campo elétrico (2.33)

$$\begin{aligned} P_2(z, t) &= P(\omega_2 = \omega_3 - \omega_1) e^{-i\omega_2 t} = \\ &= P_2(z) e^{-i\omega_2 t} = 4\epsilon_0 d_{\text{eff}} A_3(z) A_1^*(z) e^{i([k_3 - k_1]z - \omega_2 t)}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Deste modo, assumindo a aproximação da envoltória lenta, a equação que descreve a propagação da envoltória da onda  $\omega_2$  :

$$\frac{dA_2(z)}{dz} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_2^2 A_3(z) A_1^*(z) e^{i\Delta k z}}{k_2 c^2}, \quad (2.38)$$

onde  $\Delta k = k_3 - k_2 - k_1$ . Similarmente para as ondas  $\omega_3$  e  $\omega_1$ , pode-se mostrar que as equações diferenciais que descrevem a propagação de suas respectivas envoltórias do campo elétrico são dadas por:

$$\frac{dA_1(z)}{dz} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_1^2 A_3(z) A_2^*(z) e^{i\Delta k z}}{k_1 c^2}, \quad (2.39)$$

$$\frac{dA_3(z)}{dz} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_3^2 A_1(z) A_2(z) e^{-i\Delta k z}}{k_3 c^2}. \quad (2.40)$$

Uma situação que será explorada no capítulo 4, é quando a onda  $\omega_3$  é muito mais intensa que as ondas  $\omega_1$  e  $\omega_2$ . Neste caso, a aproximação de não depleção para a onda  $\omega_3$  ( $A_3(z) \approx A_3(z=0)$ ) pode ser considerada também. Desta maneira, assumindo a condição de casamento de fase perfeito ( $\Delta k = 0$ ), as três equações acopladas podem ser reescritas como

$$\frac{dA_2(z)}{dz} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_2^2 A_3(z)A_1^*(z)}{k_2 c^2}, \quad (2.41)$$

$$\frac{dA_1(z)}{dz} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_1^2 A_3(z)A_2^*(z)}{k_1 c^2}, \quad (2.42)$$

$$A_3(z) \approx A_3(z=0). \quad (2.43)$$

Para resolver esse sistema de equações, deriva-se a equação 2.41 em relação a coordenada  $z$

$$\frac{d^2 A_2(z)}{dz^2} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_2^2}{k_2 c^2} \left( A_1^*(z) \frac{dA_3(z)}{dz} + A_3(z) \frac{dA_1^*(z)}{dz} \right). \quad (2.44)$$

O complexo conjugado da equação 2.42 pode ser substituído na equação 2.44

$$\begin{aligned} \frac{d^2 A_2(z)}{dz^2} &= \frac{2id_{\text{eff}}\omega_2^2}{k_2 c^2} \left( A_1^*(z) \frac{dA_3(z)}{dz} - \frac{2id_{\text{eff}}\omega_1^2 A_2(z)|A_3(z)|^2}{k_1 c^2} \right) \approx \\ &\approx \frac{4d_{\text{eff}}^2 \omega_1^2 \omega_2^2 A_2(z)|A_3(z=0)|^2}{k_2 k_1 c^4}. \end{aligned} \quad (2.45)$$

A equação 2.45 pode ser organizada separando a variável  $A_2(z)$  da constante de acoplamento  $\alpha$ . O mesmo método pode ser aplicado para a onda  $\omega_1$  (equação 2.48).

$$\alpha^2 = \frac{4d_{\text{eff}}^2 \omega_1^2 \omega_2^2 |A_3(z=0)|^2}{k_2 k_1 c^4}, \quad (2.46)$$

$$\frac{d^2 A_2(z)}{dz^2} = \alpha^2 A_2(z), \quad (2.47)$$

$$\frac{d^2 A_1(z)}{dz^2} = \alpha^2 A_1(z), \quad (2.48)$$

Se  $A_3(z = 0)$  é real, então a constante de acoplamento  $\alpha$  é também real, e as equações diferenciais tem a solução [14]

$$A_1(z) = A \sinh(\alpha z) + B \cosh(\alpha z), \quad (2.49)$$

$$A_2(z) = C \sinh(\alpha z) + D \cosh(\alpha z). \quad (2.50)$$

Os termos A, B, C e D são constantes de integração cujo os respectivos valores dependem da condição de contorno do problema. Considerando que inicialmente só há as ondas  $\omega_3$  e  $\omega_1$ , onde a onda  $\omega_2$  será gerada a partir da GDF com  $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$ . Então, impõe-se a condição inicial  $A_2(z = 0) = 0$ , com  $A_1(z = 0) = A_1(0)$ :

$$A_2(0) = C \sinh(0) + D \cosh(0) = D = 0, \quad (2.51)$$

logo,

$$A_2(z) = C \sinh(\alpha z). \quad (2.52)$$

Em  $z = 0$ , as equações 2.41 e 2.52 tomam a forma, respectivamente:

$$\frac{dA_2(z)}{dz} \Big|_{z=0} = \frac{2i d_{\text{eff}} \omega_2^2 A_3(0) A_1^*(0)}{k_2 c^2}, \quad (2.53)$$

$$\frac{dA_2(z)}{dz} \Big|_{z=0} = C \alpha \cosh(0) = C \alpha = \frac{2i d_{\text{eff}} \omega_2^2 A_3(0) A_1^*(0)}{k_2 c^2}, \quad (2.54)$$

$$\alpha = \frac{2 d_{\text{eff}} \omega_2 \omega_1 |A_3(z = 0)|}{\sqrt{k_2 k_1} c^2}. \quad (2.55)$$

Portanto, a equação 2.54 pode ser reescrita

$$C \left( \frac{2 d_{\text{eff}} \omega_2 \omega_1 |A_3(0)|}{\sqrt{k_2 k_1} c^2} \right) = \frac{2i d_{\text{eff}} \omega_2^2 A_3(0) A_1^*(0)}{k_2 c^2}, \quad (2.56)$$

$$C = \frac{i \sqrt{\omega_2 n(\omega_1)} A_3(0) A_1^*(0)}{\sqrt{\omega_1 n(\omega_2)} |A_3(0)|}. \quad (2.57)$$

Substituindo a equação 2.57 em 2.52, encontra-se a expressão que descreve a evolução espacial do envelope do campo elétrico da onda  $\omega_2$ :

$$A_2(z) = \left( \frac{i\sqrt{\omega_2 n(\omega_1)} A_3(0) A_1^*(0)}{\sqrt{\omega_1 n(\omega_2)} |A_3(0)|} \right) \sinh(\alpha z). \quad (2.58)$$

O mesmo procedimento é realizado para a onda  $A_1(z)$ , a partir da solução 2.49

$$A_1(z=0) = A \sinh(0) + B \cosh(0) = B = A_1(0). \quad (2.59)$$

Então, a expressão que descreve a evolução espacial do envelope do campo elétrico da onda  $\omega_1$ :

$$A_1(z) = A_1(0) \cosh(\alpha z). \quad (2.60)$$

Ambos os envelopes,  $A_1(z)$  e  $A_2(z)$  crescem monotonicamente com  $z$ , e assintoticamente ( $\alpha z \gg 1$ ) possuem crescimento exponencial. No entanto, esse crescimento satura quando a onda  $\omega_3$  sai do regime de não depleção, isto é, quando a onda  $\omega_3$  perde energia suficiente para as ondas  $\omega_2$  e  $\omega_1$  [14].

## 2.5 CASAMENTO DE FASE EM CRISTAIS BIRREFRIGENTES

A interação não linear dos processos paramétricos depende fortemente da relação entre as fases das ondas em questão. Para que os processos paramétricos ocorram de forma eficiente é preciso que o material tenha um valor adequado para o  $d_{\text{eff}}$  e satisfaça a condição de casamento de fase. No caso da mistura de três ondas, foi visto nas seções anteriores que a interação não linear é maximizada quando  $\Delta k = k_3 - k_2 - k_1 = 0$ , no qual é dito que o casamento de fase entre as ondas envolvidas no processo é perfeito:

$$k_1 + k_2 = k_3, \quad (2.61)$$

$$\frac{n(\omega_1)\omega_1}{c} + \frac{n(\omega_2)\omega_2}{c} = \frac{n(\omega_3)\omega_3}{c}. \quad (2.62)$$

No caso particular da geração de segundo harmônico ( $\omega_1 = \omega_2$ ):

$$2n(\omega_1)\omega_1 = n(\omega_3 = 2\omega_1)2\omega_1, \quad (2.63)$$

$$n(\omega_1) = n(\omega_3 = 2\omega_1). \quad (2.64)$$

Em geral, materiais transparentes apresentam dispersão normal, isto é, considerando que  $\omega_3 > \omega_2 \geq \omega_1$ , o índice de refração do material cresce com a frequência da onda ( $n(\omega_3) > n(\omega_2) \geq n(\omega_1)$ ), assim, a condição  $n(\omega_1) = n(\omega_3 = 2\omega_1)$  não pode ser satisfeita [13]. Uma das formas usuais para satisfazer a relação 2.61 é através de cristais uniaxiais (birrefringentes). Esses cristais possuem um eixo óptico bem definido no qual o índice de refração depende da polarização e direção de propagação do feixe [13]. Conforme mostrado na Figura 4, o eixo óptico do cristal e o vetor de onda  $\vec{k}$  definem um plano  $\sigma$  e duas direções normais (ordinária e extraordinária)

Um feixe com polarização ortogonal ao eixo óptico experimenta um dos índices de refração do cristal, conhecido como índice de refração ordinário ( $n_o$ ) e qualquer outra direção de polarização do feixe experimentará o outro índice de refração que é conhecido como índice de refração extraordinário ( $n_e(\theta)$ ), no qual depende do ângulo entre o vetor normal da frente de onda e o eixo óptico. A dependência de  $n_e(\theta)$  com a direção de propagação é dada por:

$$\frac{1}{n_e(\theta)^2} = \frac{\cos^2(\theta)}{n_o^2} + \frac{\sin^2(\theta)}{n_e^2}. \quad (2.65)$$

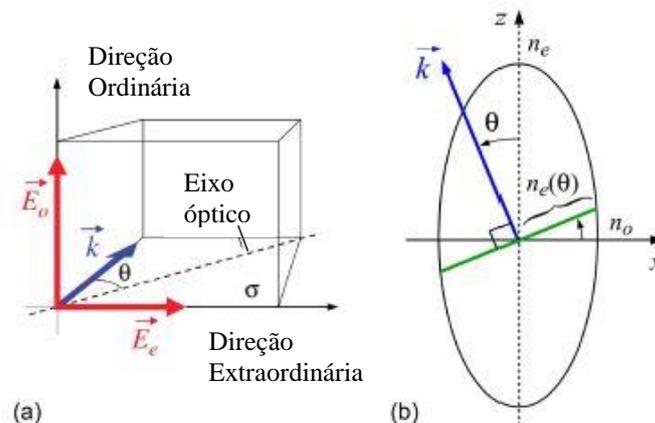


Figura 4 - (a) Direções ordinária e extraordinária de um cristal uniaxial birrefringente. (b) Secção do elipsóide dos índices de refração, com o eixo óptico na direção z. Figura retirada de [15].

Sendo assim, é possível encontrar um valor para a direção de propagação  $\theta$  que resulta no valor correto para  $n_e$ , no qual satisfaz a condição de casamento de fase. Esse ângulo é denotado como  $\theta_m$  e é chamado de ângulo do casamento de fase [15].

Os cristais uniaxiais podem ser divididos em duas categorias quanto ao valor de seus índices de refração. O cristal uniaxial é positivo se  $n_e(\theta) > n_o$  e negativo quando  $n_e(\theta) < n_o$ , para ambos existem duas formas de se obter o casamento de fase [14]. Uma das possíveis configurações de casamento de fase é fazendo a escolha da onda de maior frequência ( $\omega_3$ ) para ter a direção de polarização que resulta num menor índice de refração, no caso de um cristal uniaxial negativo, se a onda  $\omega_3$  está polarizada ao longo do eixo extraordinário do cristal, enquanto se as ondas  $\omega_1$  e  $\omega_2$  possuem a mesma polarização ao longo do eixo ordinário, isto é  $n(\omega_3)_e = n(\omega_2)_o + n(\omega_1)_o$  é dito que o casamento de fase é do tipo 1. Mas, se a onda  $\omega_1$  ou a  $\omega_2$  é polarizada paralelamente a polarização da onda  $\omega_3$  (eixo extraordinário), tem-se o casamento de fase do tipo 2. Analogamente, o casamento de fase do tipo 1 para um cristal uniaxial positivo toma a forma  $n(\omega_3)_o = n(\omega_2)_e + n(\omega_1)_e$  enquanto que para o tipo 2, a onda  $\omega_1$  ou  $\omega_2$  é polarizada ao longo do eixo ordinário.

Portanto, do ponto de vista ondulatório, durante a propagação das ondas  $\omega_1$  e  $\omega_2$  no cristal, a não linearidade permite que as novas componentes sejam geradas e sobrepostas entre si. Para uma conversão de frequência eficiente, a velocidade de fase dos campos gerados devem satisfazer a condição de que a interferência seja construtiva ao longo de sua propagação [15], por exemplo, o termo da polarização não linear ( $\partial^2 P_{nl}/\partial t^2$ ) e da onda gerada pela GSF propagam com os respectivos termos:

$$e^{i((k_1+k_2)z - \omega_3 t)}, \quad (2.66)$$

$$e^{i(k_3 z - \omega_3 t)}, \quad (2.67)$$

logo, as respectivas velocidades de fase são

$$v_{Pnl} = \frac{k_1 + k_2}{\omega_3}, \quad (2.68)$$

$$v_3 = \frac{k_3}{\omega_3}, \quad (2.69)$$

portanto, o casamento de fase ocorre quando:

$$k_1 + k_2 = k_3 . \quad (2.70)$$

Na interpretação de fótons como corpúsculos para a interação não linear, o casamento de fase pode ser interpretado como a conservação de momento durante tais colisões. Essa forma de interpretar a interação não linear caminha na direção da análise vetorial, abrindo a possibilidade de estudar a interação de feixes não colineares. O casamento de fase não colinear para a GSF pode ser expresso como a equação 2.71 [15]

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3 , \quad (2.71)$$

e seguindo a natureza geométrica dos vetores, é possível deduzir a direção da propagação do feixe  $\omega_3$  [15].

Ambas as análises feitas para a GSF ( $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ ) podem ser estendidas para o processo de GDF ( $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$ ) ocorrendo durante amplificação dos feixes  $\omega_2$  e  $\omega_1$ , isto é, se a polarização das ondas  $\omega_2$  e  $\omega_1$  é a mesma, o casamento de fase é do tipo 1, se forem ortogonais entre si, então a mistura de onda é do tipo 2.

### 3 GERAÇÃO DE SUPERCONTÍNUO EM CRISTAIS DE SAFIRA

No capítulo anterior foram explorados efeitos de segunda ordem na polarização não linear de um meio dielétrico, os quais são responsáveis pelos fenômenos de geração de soma e diferença de frequência. Neste capítulo serão explorados os efeitos de terceira ordem na polarização não linear de um meio dielétrico e efeitos dispersivos de pulsos ultracurtos, com ênfase no regime de dispersão normal.

#### 3.1 EFEITOS ÓPTICOS DE TERCEIRA ORDEM NA POLARIZAÇÃO NÃO LINEAR

Um pulso intenso pode sofrer modificações em suas próprias características quando se propaga através de um meio em que o índice de refração é modulado, ou seja, devido a alta intensidade do pulso, o perfil temporal do pulso induz mudanças no índice de refração via polarização não linear de terceira ordem [13]. Para uma rápida

$$P = P^{(1)} + P^{(3)} = \varepsilon_0 [\chi^{(1)} + 3\chi^{(3)}|E(\omega)|^2] E(\omega) . \quad (3.1)$$

demonstração, considere a expansão em série de potências da polarização não linear de um meio (expressão 2.10) em um cristal com centro de simetria, assim, as susceptibilidades de ordem par são nulas, de forma que somente termos de ordem ímpar contribuem para a polarização não linear. Assumindo que o campo elétrico incidente neste cristal isotrópico e sem dispersão, é linearmente polarizado, então, o caráter tensorial de  $\chi^{(3)}$  pode ser desprezado, ou seja,  $\chi^{(3)}$  pode ser considerado um escalar e o caráter vetorial da polarização pode ser omitido, de acordo com [14]:

O fator 3 surge devido ao somatório de todas as permutações da mistura de quatro ondas, com repetição ( $3 = 3!/2!$ ). A consequência direta de considerar a terceira ordem da polarização não linear, está em mudanças que ocorrem no índice de refração, levando a um índice de refração efetivo,  $n^2 = 1 + \chi_{\text{eff}}$ , no qual a susceptibilidade também é efetiva,  $\chi_{\text{eff}} = \chi^{(1)} + 3\chi^{(3)}|E(\omega)|^2$ . A forma comumente utilizada para representar essas mudanças no índice de refração, pode ser de acordo com 3.2.

$$n(l) = n_0 \pm n_2 l = n_0 \pm \Delta n . \quad (3.2)$$

Onde,  $n_2 = 3\chi^{(3)}/4\epsilon_0cn_0^2$  é o índice de refração não linear induzido e  $I = n_0\epsilon_0c|E|^2/2$  é a intensidade média de um campo óptico [14, 16]. Este fenômeno é conhecido na literatura como efeito Kerr óptico, no qual os meios que obedecem a expressão 3.2, são ditos, meios Kerr [14]. Para tornar a relação 3.2 mais intuitiva, considere um cristal de safira ( $Al_2O_3$ ), no qual, além de ser centro simétrico, não é condutor, não é magnetizável e possui boas propriedades para o estudo de efeitos de terceira ordem [17, 18]. Assim, a expressão 3.3 representa a relação de Sellmeier, cujo os coeficientes estão na tabela 3.1 e a Figura 5 mostra a dispersão do índice de refração, ambos para a safira.

$$n_0^2 = 1 + \frac{B_1 \lambda^2}{\lambda^2 - C_1^2} + \frac{B_2 \lambda^2}{\lambda^2 - C_2^2} + \frac{B_3 \lambda^2}{\lambda^2 - C_3^2} . \quad (3.3)$$

B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>
1,43134936	0,65054713	5,3414021	0,0726631	0,1193242	18,028251

Tabela 1 - Coeficientes da relação de Sellmeier para a safira.

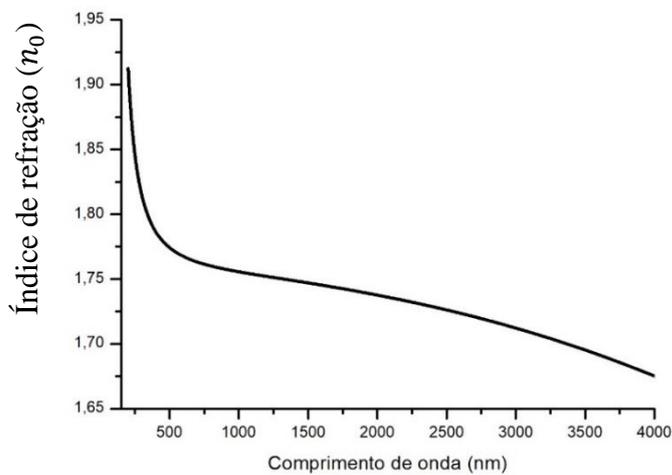


Figura 5 - Dispersão do Índice de refração da safira.

Em 790 nm o índice de refração da safira é igual a 1,76 e seu índice de refração não linear é de aproximadamente  $n_2 = 2,9 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{GW}$ , ou seja, um laser com  $120 \text{ GW}/\text{cm}^2$  de intensidade pode induzir uma mudança no índice de refração de  $\Delta n = 3,5 \cdot 10^{-5}$  na safira.

### 3.2 AUTOFOCALIZAÇÃO

Feixes laser com perfil Gaussiano possuem perfil transversal de intensidade (3.4), no qual a região central é a região com maior intensidade em comparação com as bordas do feixe, como mostra a Figura 6

$$I(r) = I_0 \exp(-2 r^2/w^2) . \quad (3.4)$$

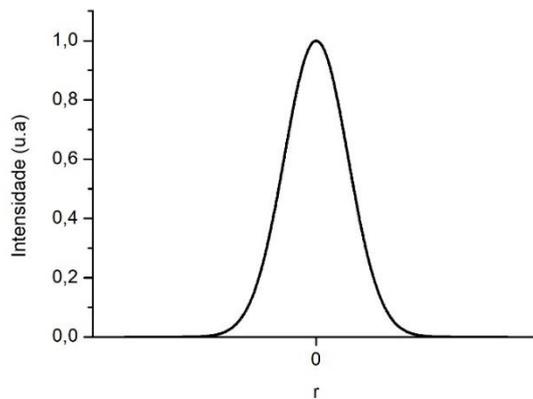


Figura 6 - Distribuição radial da intensidade de um feixe Gaussiano.

A consequência imediata da propagação deste tipo de feixe em um meio Kerr, ou seja, um meio com o índice de refração dependente da intensidade do laser, é a variação espacial no índice de refração (3.5), onde cada região do feixe vai induzir uma mudança no índice de refração correspondendo a sua respectiva intensidade. Assim, devido a simetria radial de um feixe Gaussiano, o centro do feixe induz maiores mudanças no índice de refração [16].

$$n(r) = n_0 \pm n_2 I(r) . \quad (3.5)$$

No caso da safira ( $n_2 > 0$ ), ocorre um maior aumento no índice de refração na região central do feixe, pois como as trajetórias de raios ópticos obedecem o princípio de Fermat, os caminhos dos raios convergem para a região de maior índice de refração, então, à medida que o feixe Gaussiano provoca um maior aumento no índice de refração no meio, localizado na região central do feixe, ocorre o fenômeno da autofocalização. Por outro lado, um meio com  $n_2 < 0$ , ocorre uma maior diminuição no índice de refração na

região central do feixe, em comparação com as bordas, provocando a autodesfocalização [14].

### 3.3 AUTOMODULAÇÃO DE FASE

No tópico anterior, foi visto que um feixe com perfil transversal de intensidade é capaz de modular o índice de refração no espaço, ou seja, as distorções que ocorrem na frente de onda se deve a autofocalização e autodesfocalização do feixe. No caso de um pulso, a variação temporal da intensidade do laser também induz a modulação no índice de refração, como mostra a expressão 3.6

$$n(t) = n_0 \pm n_2 I(t) . \quad (3.6)$$

Este fenômeno é chamado de automodulação de fase [19], no qual um deslocamento de fase não linear adicional é imposto no domínio temporal do pulso, causando um defasamento temporal.

A propagação de um pulso óptico na direção  $z$  através de um meio Kerr de espessura  $L$  pode ser descrita como:

$$E(L, t) = A(L, t)e^{i(kL - \omega_0 t)} + c. c , \quad (3.7)$$

onde  $k = n(L)\omega/c$  é o vetor de onda. Com isso, o efeito da contribuição do índice de refração não linear dependente da intensidade na fase no pulso, assume a forma:

$$E(L, t) = A(L, t)e^{i(k_0 L - \omega_0 t)} e^{i(2\pi L n_2 I(t)/\lambda_0)} = A(L, t)e^{i(\phi_0 + \phi_{NL})} . \quad (3.8)$$

Então, a contribuição do índice de refração não linear atua como uma fase no domínio temporal do campo, não ocorrendo alteração na envoltória temporal do pulso ( $|E(L, t)|^2 = |A(L, t)|^2$ ). No entanto, o espectro  $S(\omega)$  que pode ser calculado a partir da transformada de Fourier do campo, sofre modificações com o aparecimento de novas componentes de frequência [20]

$$S(\omega) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} (A(L, t)e^{i(2\pi L n_2 I(t)/\lambda_0)}) e^{i(\omega - \omega_0)t} dt \right|^2 , \quad (3.9)$$

Isto pode ser facilmente verificado, uma vez que a derivada temporal da fase é simplesmente a frequência angular instantânea do pulso (3.10), logo, a modulação na fase leva a modulação na frequência [19]:

$$\omega_{\text{inst}} = -\frac{d(\phi_0 + \phi_{\text{NL}})}{dt} = \omega_0 - \frac{2\pi L n_2}{\lambda_0} \frac{dI(t)}{dt}. \quad (3.10)$$

Assim, considerando a intensidade de um pulso Gaussiano propagando ao longo da direção  $z$ :

$$I(t) = I_0 \exp\left(-4 \ln(2) \frac{t^2}{\tau^2}\right), \quad (3.11)$$

onde  $\tau$  é o tempo de duração do pulso à meia altura. Então, a geração de novas frequências, para um pulso Gaussiano, pode ser mostrada ao se substituir 3.11 em 3.10:

$$\omega_{\text{inst}} = \omega_0 + \frac{8\pi \ln(2) L n_2 I_0 t}{\lambda_0 \tau^2} \exp\left(-4 \ln(2) \frac{t^2}{\tau^2}\right). \quad (3.12)$$

Com a expressão 3.10 em mente, a Figura 7(a) mostra o perfil de intensidade de um pulso gaussiano, onde em  $t < 0$ , a curva possui derivada positiva ( $dI(t)/dt > 0$ ), correspondendo a parte da frente do pulso, ou seja, em um meio com  $n_2 > 0$ , na frente do pulso ocorre a geração de frequências menores que a frequência central do pulso ( $\omega_0$ ), correspondendo a região 1 da Figura 7(b). Analogamente, em  $t > 0$  (Figura 7(a)), a curva possui derivada negativa ( $dI(t)/dt < 0$ ), correspondendo a parte traseira do pulso, tendo como resultado a geração de frequências maiores que  $\omega_0$  na região traseira do pulso, correspondendo a região 2 da Figura 7 (b). No entanto, caso o meio possuísse  $n_2 < 0$ , seria observado o oposto.

Portanto, a automodulação de fase na safira, meio com  $n_2 > 0$ , produz a formação de componentes de maiores comprimentos de onda (deslocamento para o vermelho) na frente do pulso, enquanto que as componentes de menores comprimentos de onda (deslocamento para o azul) são geradas na traseira do pulso, isso significa que a frequência instantânea cresce com o tempo (Figura 7 (b)), ocorrendo assim, a introdução do chamado *chirp* positivo no pulso (Figura 7(c)) [16].

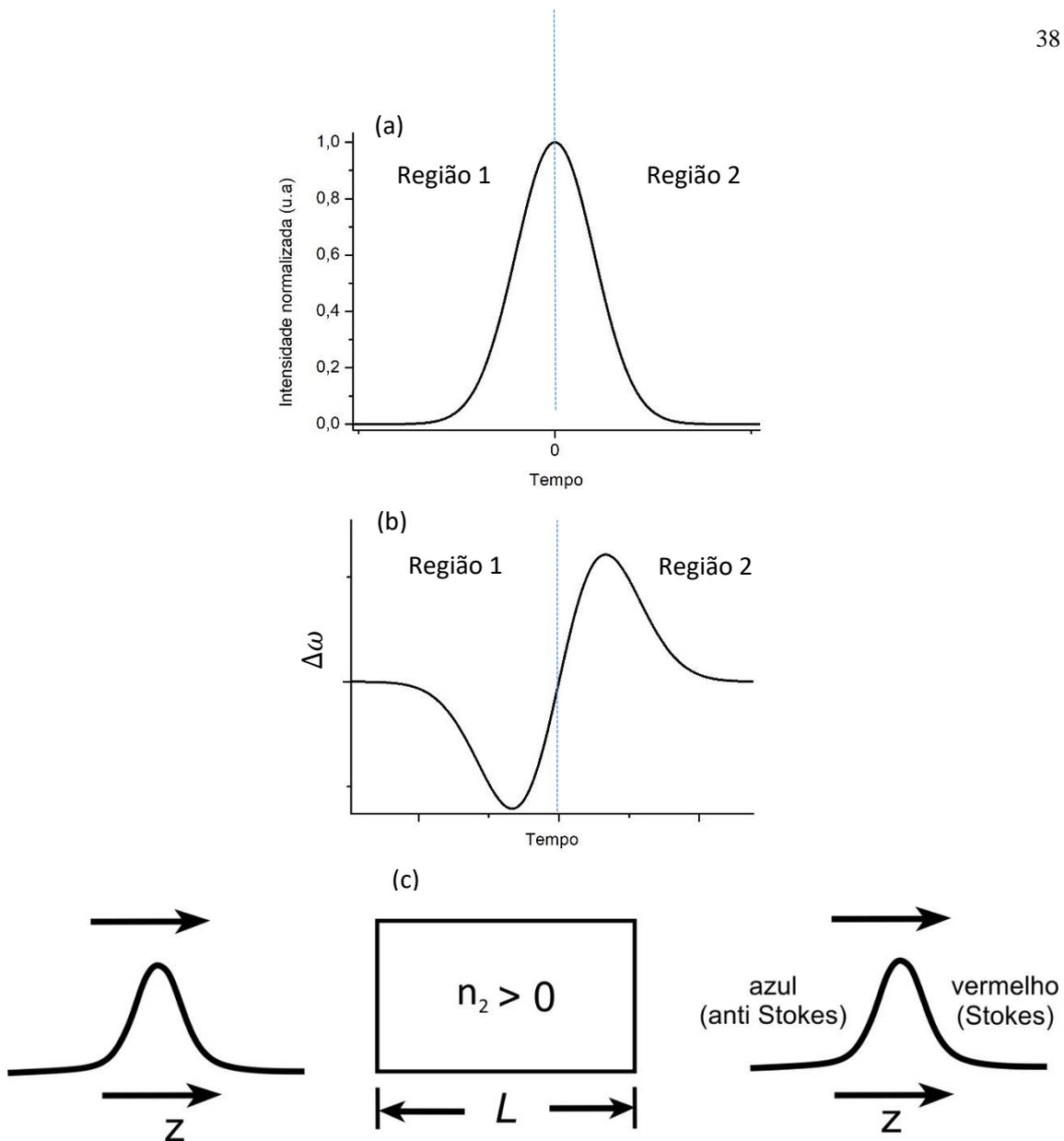


Figura 7 - (a) Perfil de intensidade de um pulso Gaussiano. (b) Distribuição das frequências geradas sob chirp positivo. (c) Ilustração do chirp positivo em um pulso Gaussiano.

Nestas condições, quando em um pulso, sua frequência instantânea muda no tempo, o pulso é dito *chirped*. Em particular, na situação em que a frequência instantânea varia linearmente com o tempo, o *chirp* é linear. Esse caso pode ser explorado para um pulso Gaussiano considerando apenas a região vizinha do pico, valendo a aproximação  $\tau \gg t$  na fase não linear [16]:

$$\phi_{NL} = \frac{2\pi L n_2}{\lambda_0} I_0 \exp\left(-4 \ln(2) \frac{t^2}{\tau^2}\right) \approx a \left[1 - 4 \ln(2) \frac{t^2}{\tau^2}\right], \quad (3.13)$$

$$a = \frac{2\pi L n_2}{\lambda_0} I_0. \quad (3.14)$$

A frequência instantânea toma a forma

$$\omega_{\text{inst}} = -\frac{d(\phi_0 + \phi_{\text{NL}})}{dt} = \omega_0 + bt. \quad (3.15)$$

Onde  $b = 8a \times \ln(2) / \tau^2$  é o parâmetro do *chirp*, no qual o pulso possui *chirp* positivo quando  $b > 0$ . Para exemplificar a ideia de pulsos com *chirp*, considere um pulso Gaussiano com 25 fs de tempo de duração à meia altura, centrado em 790 nm e com  $I_0 = 120 \text{ GW/cm}^2$ , em um meio Kerr com  $n_2 = 2,9 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{GW}$  e  $L = 1,5 \text{ cm}$ . Nessa configuração, o parâmetro do *chirp* vale  $b = 3,6 \cdot 10^{-2} \text{ fs}^{-2}$ , onde o campo elétrico de um pulso Gaussiano com *chirp* linear (3.12) pode ser representado, de acordo com [16]:

$$\varepsilon(t) = E_0 \exp(-\Omega t^2) \exp(-i\omega_0 t), \quad (3.16)$$

$$\Omega = \frac{2 \ln(2)}{\tau^2} + ib. \quad (3.17)$$

A Figura 8(a) mostra o pulso sem *chirp*, enquanto a Figura 8(b) mostra a situação onde a frequência instantânea sobre o envelope do pulso cresce com o tempo, caracterizando o *chirp* positivo. Chamamos atenção que este gráfico (Figura 8(b)) é meramente ilustrativo, obtido a partir do caso ideal de se introduzir um *chirp* linear, sem o uso de elementos dispersivos.

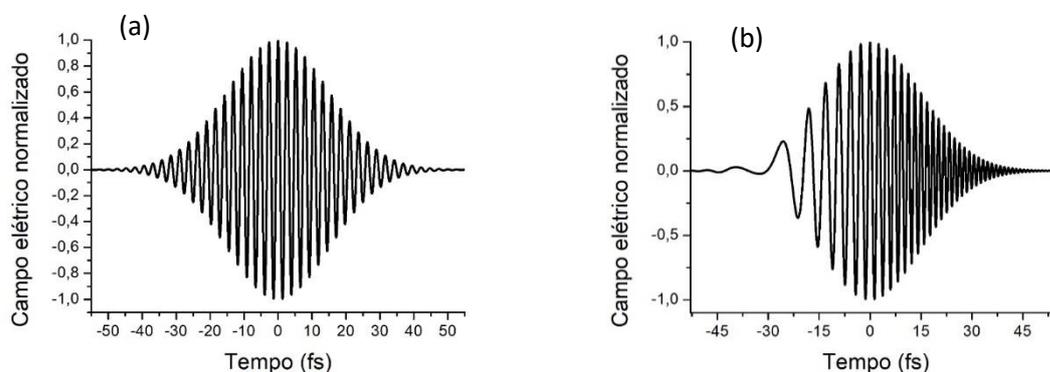


Figura 8 - (a) Pulso sem chirp. (b) Pulso com chirp positivo.

### 3.4 DISPERSÃO DE PULSOS ULTRACURTOS

Um pulso óptico pode ser representado como uma superposição de ondas monocromáticas com frequência angular  $\omega$  e número de onda  $k(\omega) = \beta(\omega)$ . Assim, a quantidade :

$$\beta(\omega)z = \frac{n(\omega)\omega}{c}z = \phi(\omega), \quad (3.18)$$

representa a fase espectral acumulada por cada onda monocromática ao longo da propagação do pulso, no qual a dependência de  $\phi$  com  $n(\omega)$  é responsável pela dispersão do pulso [15]. Considerando um pulso centrado em  $\omega_0$ , uma forma de analisar a vizinhança de  $\omega_0$  é através da expansão em série de Taylor de  $\beta(\omega)$  em torno de  $\omega_0$ :

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2!}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{3!}\beta_3(\omega - \omega_0)^3 + \dots, \quad (3.19)$$

onde,

$$\beta_m = \left. \frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right|_{\omega=\omega_0}. \quad (3.20)$$

Diferentes componentes espectrais de um pulso viajam com velocidades diferentes devido a dispersão cromática, isto é, a velocidade de fase de cada componente dependente do índice de refração pode ser relacionada com o primeiro termo da expansão (3.19), no qual é um deslocamento de fase constante determina o atraso da fase da onda portadora (*carrier wave*) [16].

$$V_{\text{fase}} = \frac{c}{n(\omega)} = \frac{\beta(\omega_0)}{\omega_0}. \quad (3.21)$$

Note que o nome “onda portadora” é atribuído ao campo elétrico oscilante no tempo dentro do envelope do pulso (Figura 8). O segundo termo da expansão 3.19 é relacionado com a velocidade de grupo do pulso, uma vez que  $\beta_1$

$$\beta_1 = \left. \frac{d\beta}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} = \frac{1}{c} \left( n(\omega_0) + \omega \left. \frac{dn(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} \right) = \frac{n_g(\omega_0)}{c}, \quad (3.22)$$

é relacionado com o índice de refração do grupo ( $n_g$ ). Assim,  $V_{\text{grupo}} = 1/\beta_1$ .

O terceiro termo da expansão (3.19) é conhecido como a dispersão da velocidade de grupo (*group velocity dispersion*, GVD), o qual é o responsável por mudanças na largura temporal do pulso:

$$\beta_2 = \frac{1}{c} \left( 2 \frac{dn(\omega)}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0} + \omega \frac{d^2n(\omega)}{d\omega^2} \Big|_{\omega=\omega_0} \right) = - \frac{1}{V_{\text{grupo}}^2} \frac{dV_{\text{grupo}}}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0}. \quad (3.23)$$

Um pulso óptico pode experimentar, essencialmente, dois tipos de dispersão (normal e anômala). Então, com a expressão 3.23 em mente, quando  $\beta_2 > 0$ , o índice de refração cresce com a frequência da onda, com isso, as componentes de maiores  $\lambda$  viajam mais rápido em comparação com as componentes de menores  $\lambda$ . Na situação em que  $\beta_2 < 0$ , o índice de refração diminui com o aumento da frequência, ou seja, componentes de menores  $\lambda$  viajam mais rápido em comparação com as componentes de maiores  $\lambda$ . No caso de  $\beta_2 = 0$ , temos o comprimento de onda de dispersão zero ( $\lambda_{\text{ZD}}$ ).

É importante mencionar que à medida que o pulso se torna mais curto, maior a necessidade de tratar os efeitos dispersivos de altas ordens, no qual, esses efeitos podem distorcer pulsos ultracurtos (temporalmente) em meios lineares e não lineares. Portanto, incluir  $\beta_3$  é imprescindível para pulsos ultracurtos (ordem de fs) ou quando o comprimento de onda do pulso se aproxima do comprimento de onda de dispersão zero ( $\lambda_{\text{ZD}}$ ) em alguns nanômetros [21].

No caso da safira, a Figura 9(a) mostra o gráfico da dispersão da velocidade de grupo (GVD), enquanto que Figura 9(b) mostra a terceira ordem de dispersão ( $\beta_3$ ) em função do comprimento de onda. De acordo com os gráficos,  $\lambda_{\text{ZD}} = 1,3 \mu\text{m}$ , em 790 nm o valor da GVD é igual a  $\beta_2 = +59,2 \text{ ps}^2/\text{km}$  e para a terceira ordem de dispersão,  $\beta_3 = 41,6 \cdot 10^{-3} \text{ ps}^3/\text{km}$ . Portanto, em 790 nm, a dispersão é normal, e à medida que o comprimento de onda diminui, na faixa do visível,  $\beta_2$  se torna cada vez maior

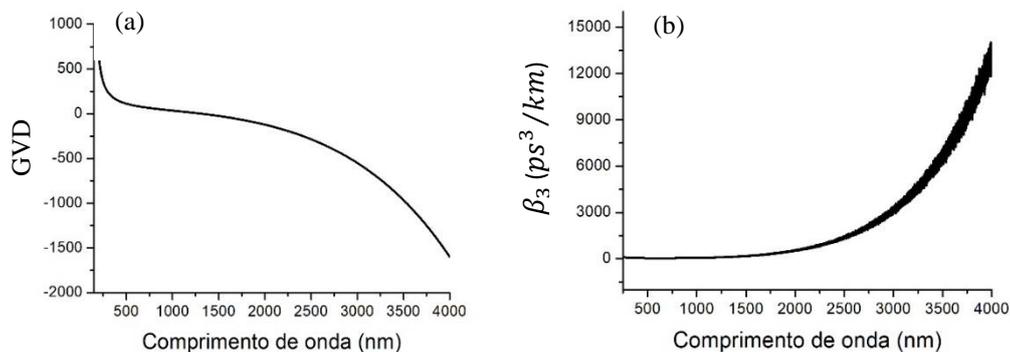


Figura 9 - (a) GVD da safira. (b) terceira ordem de dispersão da safira ( $\beta_3$ ).

### 3.5 GERAÇÃO DE SUPERCONTÍNUO EM DISPERSÃO NORMAL

Nas seções anteriores, foram vistos os ingredientes básicos para a obtenção do supercontínuo em um cristal não linear no regime de dispersão normal. Essencialmente, a geração de supercontínuo é um processo, no qual pulsos com grandes larguras de banda podem ser obtidos a partir de um laser com largura de banda estreita (quase monocromático) [19].

A automodulação de fase é considerada o principal fenômeno responsável pela geração de novas frequências, aumentando a largura de banda do pulso, enquanto que a autofocalização é responsável por aumentar a intensidade de pico do pulso. Assim, uma vez que a fase não linear da automodulação de fase é basicamente proporcional a intensidade de pico do pulso (3.8), é evidente que à medida que o pulso autofocaliza, a geração de novas frequências toma grandes proporções, obtendo assim, a geração de supercontínuo.

Por exemplo, considere a focalização de um pulso centrado em  $\lambda_0 = 790 \text{ nm}$  em um cristal de safira, nesse caso, as novas componentes de frequência encontram-se no regime de dispersão normal ( $\beta_2 > 0$ ). Assim, a geração de componentes de comprimentos de onda deslocadas para o vermelho (lado Stokes),  $\lambda > \lambda_0$ , além de viajarem mais rápido em comparação com as componentes deslocadas para o azul (lado anti Stokes),  $\lambda < \lambda_0$ , são geradas na região da frente do pulso devido ao *chirp* positivo, enquanto que o lado anti Stokes é gerado na região traseira do pulso [14]. O resultado da dinâmica entre a automodulação de fase, *chirp* positivo e a dispersão normal é um alargamento temporal no pulso. Então, nesse regime, inevitavelmente o tempo de duração do pulso aumenta e assim, a intensidade de pico é reduzida, prejudicando a automodulação de fase. Por esses motivos, é preciso que a potência de pico do pulso incidente no cristal de safira seja suficientemente grande para que os efeitos da autofocalização e automodulação de fase não sejam comprometidos pela dispersão normal [19].

Existem outros efeitos não lineares, além da automodulação de fase, que contribuem para a geração de supercontínuo, entre eles vale destacar a autoinclinação (*self-steepening*) do pulso. A partir da expressão 3.22, podemos ver que a velocidade de grupo depende implicitamente da intensidade na forma

$$V_{\text{grupo}} = \frac{c}{n(I) + \omega \frac{dn(I)}{d\omega}}, \quad (3.24)$$

ou seja, a região do pico do pulso, por possuir maiores intensidades, possui menores velocidades de grupo em comparação com as bordas, então, tendo em mente que dinâmica entre a automodulação de fase, dispersão normal e o *chirp* positivo, basicamente consiste em gerar componentes vermelhas na região frontal do pulso e as componentes azuis na região traseira do pulso, levando em conta que as componentes vermelhas viajam mais rápido em comparação com as azuis, assim, se existe uma diminuição na velocidade de grupo na região do pico do pulso, então o que ocorre é um atraso temporal do pico do pulso (autoinclinação do pulso), deslocando o pico da intensidade para a região traseira do pulso (lado anti Stokes). Portanto, o efeito da autoinclinação do pulso para um supercontínuo gerado em um cristal de safira no regime de dispersão normal, é tornar o espectro assimétrico e deslocado para o lado azul [14].

Para exemplificar o estudo da geração de supercontínuo, vamos explorar um pouco a geração de supercontínuo a partir da propagação unidimensional de pulsos ultracurtos em cristais de safira. Assim, sem grandes detalhes teóricos, considere a equação não linear de Schrödinger (ENLS), que é uma das equações usuais que descreve a propagação unidimensional de um pulso [40, 21]:

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})A(z, T), \quad (3.25)$$

$$\hat{D} = \sum_{k \geq 2} \frac{i^{k+1}}{k!} \beta_k \frac{\partial^k}{\partial T^k}, \quad (3.26)$$

$$\hat{N} = \frac{i\gamma}{A(z, T)} \left( 1 + \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T} \right) |A(z, T)|^2, \quad (3.27)$$

onde  $\hat{D}$  é o operador dispersão e  $\hat{N}$  é o operador não linearidade, no qual o fator de não linearidade é definido como  $\gamma = n_2 \omega_0 / c A_{\text{eff}}$ , sendo  $A_{\text{eff}}$  a área efetiva da secção transversal do pulso, o termo  $\frac{i}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T}$  é o responsável pela autoinclinação do pulso e o termo  $i\gamma |A(z, T)|^2$  é o responsável pela automodulação de fase.

Assim, a ENLS (3.25) pode ser resolvida numericamente através do método RK4IP (*fourth-order Runge-Kutta in interaction picture*) [21]. Para isso, considere um laser que emite pulsos Gaussianos sem *chirp* com 1 KHz de taxa de repetição,  $\tau = 80 \text{ fs}$  (tempo de duração à meia altura),  $\lambda_0 = 790 \text{ nm}$  e potência média igual a  $4 \text{ mW}$ . Considerando que o diâmetro da seção transversal do feixe é de  $64 \mu\text{m}$ , então o fator de

não linearidade é igual a aproximadamente  $\gamma = 0,07 \text{ km}^{-1}\text{W}^{-1}$ . Os valores referentes a dispersão na safira são  $\beta_2 = +59,2 \text{ ps}^2/\text{km}$  e  $\beta_3 = 41,6 \cdot 10^{-3} \text{ ps}^3/\text{km}$  (Figura 9).

As figuras 3.6, 3.7 e 3.8, mostram os espectros e a forma temporal do pulso, para cristais de safira com comprimentos igual a 1 mm, 3 mm e 5 mm, respectivamente, juntamente com o espectro e a forma temporal do pulso antes de entrar no cristal ( $L = 0$ ). Analisando os gráficos, o efeito da dispersão normal é notável em todos os casos, no qual é possível também ver o efeito da autoinclinação do pulso, ou seja, ocorre uma leve inclinação do pico para a região traseira do pulso. Assim, partindo de um feixe com tempo de duração à meia altura igual a 80 fs, após a propagação em 5 mm na safira, o pulso alarga para aproximadamente 200 fs (Figura 10 (c)). Em relação a evolução da geração de supercontínuo, a Figura 10 indica que 1 mm de propagação é suficiente para gerar um modesto supercontínuo, cujo o espectro, em -70 dB, se estende entre 650 nm a 950 nm. Nos cristais de 3 mm e 5 mm, o supercontínuo se torna cada vez mais amplo, com o espectro se estendendo até, aproximadamente, entre 500 nm e 1450 nm. Para ter uma noção mais clara da evolução da geração de supercontínuo, a Figura 11 (a) mostra a evolução do espectro ao longo de 5 mm de propagação do pulso, enquanto que a Figura 11 (b) mostra a evolução do tempo de duração do pulso ao longo do cristal de safira.

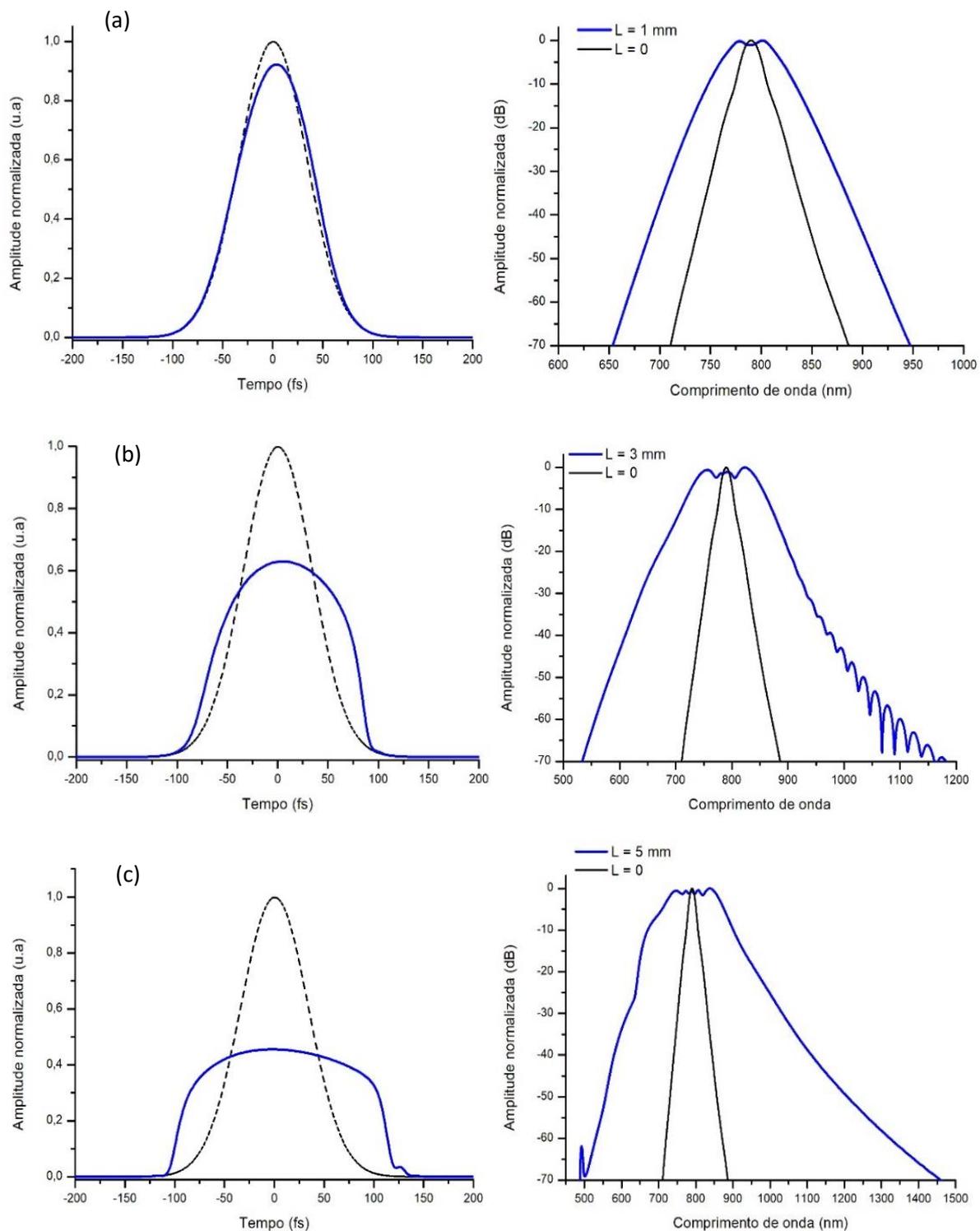


Figura 10 - Espectro e forma temporal do pulso após a propagação em (a) 1 mm de cristal de safira (b) 3 mm de cristal de safira. (c) 5 mm de cristal de safira.

Portanto, como mostra a Figura 11, o início do processo da geração de supercontínuo deve realmente começar após aproximadamente 1 mm de propagação, com deslocamento crescente de frequências para o lado azul até aproximadamente 3,5 mm, a partir deste ponto, o deslocamento se torna menos dramático, enquanto que o deslocamento para o lado Stokes é sempre crescente.

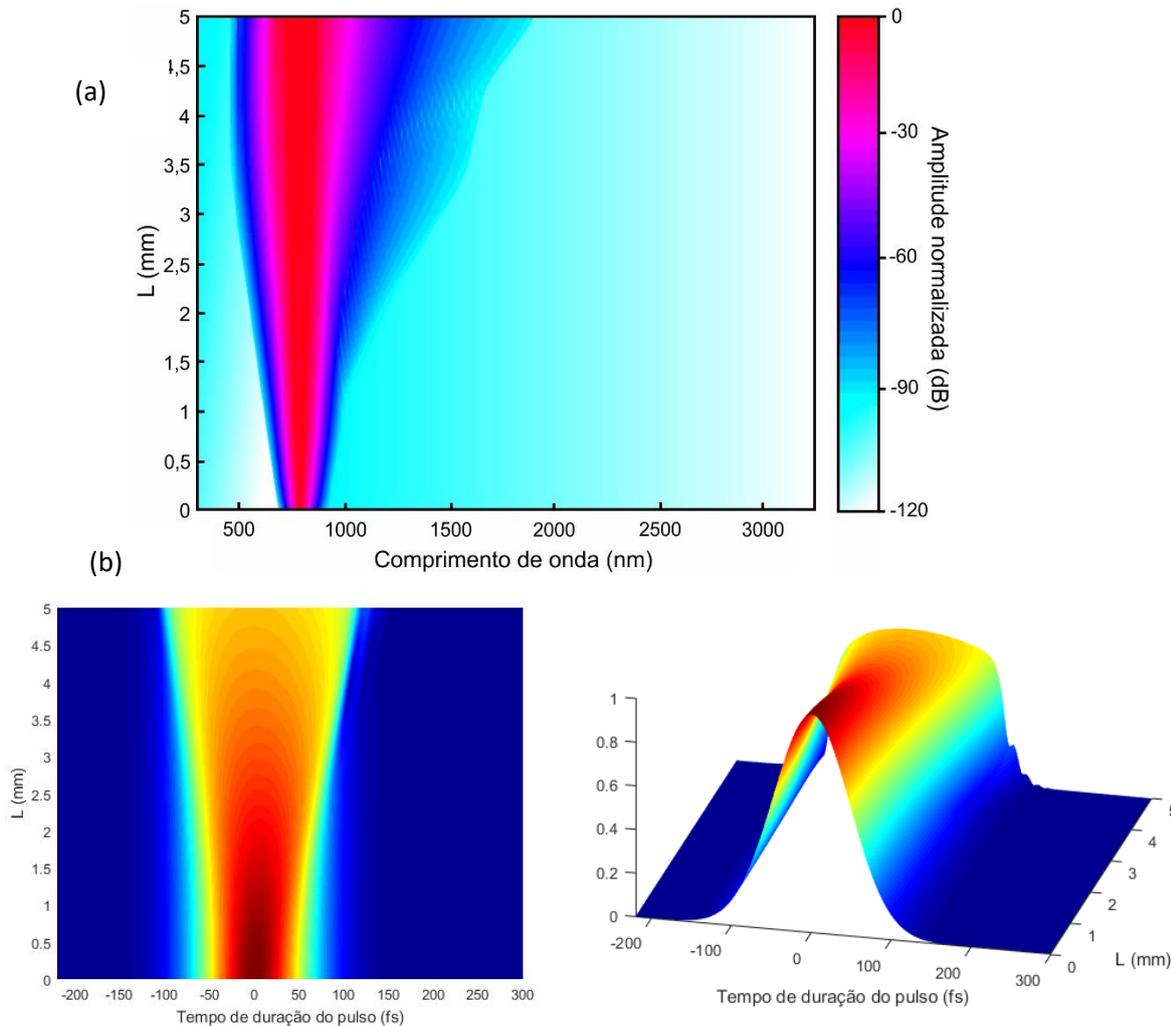


Figura 11 - Evolução da propagação unidimensional do pulso ao longo de 5 mm de cristal de safira.

(a) Evolução espectral. (b) Evolução temporal.

É importante perceber que, em casos de intensidades extremamente elevadas, a variação transversal na intensidade do pulso além de produzir a autofocalização devido a variação na fase não linear, também pode provocar outras distorções na frente de onda. Por exemplo, no caso da geração de supercontínuo é observado uma emissão conica, onde diferentes componentes de frequência difratam em diferentes ângulos de divergência [19].

## 4 AMPLIFICAÇÃO PARAMÉTRICA ÓPTICA

### 4.1 INTRODUÇÃO

A geração de luz branca (supercontínuo) e os processos paramétricos foram explorados nos capítulos anteriores. Neste capítulo, o foco será tratar a amplificação paramétrica com pulsos ultracurtos e suas implicações.

No capítulo 2 foi visto que na geração de diferença de frequência ( $\omega_2 = \omega_3 - \omega_1$ ) a onda  $\omega_1$  é amplificada devido a interação não linear com a onda  $\omega_3$ , gerando a onda  $\omega_2$ , cujo o processo é paramétrico. A amplificação paramétrica óptica (OPA – *Optical Parametric Amplification*) ocorre quando a potência associada a onda  $\omega_3$  é muito maior que a potência da onda  $\omega_1$ . No contexto da fenomenologia de OPAs, a onda amplificada ( $\omega_1$ ) é chamada de sinal ( $\lambda_s$ ) e a onda  $\omega_2$  gerada no processo é conhecida como *idler* ( $\lambda_i$ ), onde ambas são amplificadas a custa da onda  $\omega_3$  (bombeamento,  $\lambda_p$ ).

Assumindo a aproximação de não depleção do bombeamento e considerando uma intensidade inicial para o sinal ( $I_{s0}$ ), as equações 2.41 a 2.43 podem ser resolvidas para se obter as intensidades do sinal,  $I_s$ , e *idler*,  $I_i$ , após um comprimento de propagação  $L$  em um cristal não linear [1].

$$I_s(L) = I_{s0} \left\{ 1 + \left[ \frac{\Gamma}{g} \sinh(gL) \right]^2 \right\}, \quad (4.1)$$

$$I_i(L) = I_{s0} \frac{\omega_i}{\omega_s} \left[ \frac{\Gamma}{g} \sinh(gL) \right]^2, \quad (4.2)$$

com

$$g^2 = \Gamma^2 - \left( \frac{\Delta k}{2} \right)^2, \quad (4.3)$$

$$\Gamma^2 = \frac{8\pi^2 d_{\text{eff}}^2 I_p}{n_p n_s n_i \lambda_i \lambda_s \epsilon_0 c_0}, \quad (4.4)$$

onde,  $I_j = 2\epsilon_0 c_0 n_j |A_j|^2$  é a intensidade do feixe frequência  $\omega_j$ ,  $\epsilon_0$  é a permissividade do vácuo,  $c_0$  é a velocidade da luz no vácuo e  $n_j$  ( $j = i, s, p$ ) como o índice de refração na frequência do bombeamento (pump), *idler* e sinal.

O ganho paramétrico  $G(L)$  do processo é definido como

$$G(L) = \frac{I_s(L)}{I_{s0}} = 1 + \left[ \frac{\Gamma}{g} \sinh(gL) \right]^2, \quad (4.5)$$

e possui valor máximo quando  $\Delta k = 0$  (casamento de fase perfeito), levando a  $g = \Gamma$ . Assumindo a aproximação de grande ganho ( $gL \gg 1$ ), as equações 4.1 e 4.2 se reduzem a [1]

$$I_s(L) \approx I_{s0} \left( \frac{\Gamma}{g} \right)^2 \frac{e^{2gL}}{4}, \quad (4.6)$$

$$I_i(L) \approx I_{s0} \frac{\omega_i}{\omega_s} \left( \frac{\Gamma}{g} \right)^2 \frac{e^{2gL}}{4}, \quad (4.7)$$

$$G(L) \approx \left( \frac{\Gamma}{g} \right)^2 \frac{e^{2gL}}{4}. \quad (4.8)$$

Notando que nessa situação  $g = \Gamma \propto \sqrt{I_P}$ , isto é, o ganho paramétrico (equação 4.8) cresce com a exponencial da raiz quadrada da intensidade de pico do bombeamento:

$$G \propto e^{\sqrt{I_P}}, \quad (4.9)$$

assim, a utilização de pulsos ultracurtos favorece o ganho paramétrico, uma vez que, ao se considerar pulsos de mesma energia, quanto mais curto for o tempo de duração do pulso maior será sua potência de pico e intensidade [15].

## 4.2 GANHO PARAMÉTRICO DE PULSOS ULTRACURTOS

Até então, em todas as discussões sobre OPAs foi considerado uma aproximação quase-CW com ondas monocromáticas. Contudo, devido ao ganho dependente da intensidade do feixe forte, OPAs com pulsos ultracurtos são sistemas bastante interessantes. Desta forma, considerando o uso de pulsos ultracurtos em OPAs, outros aspectos devem ser considerados, tais como, o tempo de duração dos pulsos e suas velocidades de grupo devido ao descasamento das velocidades de grupo entre os pulsos que interagem não linearmente no cristal birrefringente. O apêndice C mostra a dedução das três equações acopladas para a GDF que descrevem a propagação dos três pulsos (bombeamento, *idler* e sinal).

Em particular, um dos maiores limitantes para a obtenção de um alto ganho paramétrico é o descasamento da velocidade de grupo (*group velocity mismatch* - GVM) entre os pulsos. De fato, o GVM entre sinal e *idler* ( $\delta_{si} = 1/v_{gs} - 1/v_{gi}$ ) limita a largura de banda do casamento de fase da amplificação paramétrica e os GVM's entre o feixe de bombeamento e os pulsos amplificados (sinal e *idler*) limitam o comprimento de interação que promove o ganho paramétrico [1].

Para obter uma amplificação com ganho paramétrico aproximadamente constante sobre a largura de banda do sinal é preciso manter o descasamento de fase  $\Delta k$  com menor valor possível para cada comprimento de onda do sinal, levando em conta que o sinal possui uma grande largura de banda.

$$\Delta k = k_p - k_s - k_i = 0. \quad (4.10)$$

Considerando um feixe de bombeamento de largura de banda estreita e frequência central  $\omega_p$ , e um sinal banda larga de frequência  $\omega_s = \omega_{s0} + \Delta\omega$ , onde  $\omega_{s0}$  é a frequência central do sinal. Então, por conservação de energia, o *idler* gerado possui frequência  $\omega_i = \omega_{i0} - \Delta\omega$ . Portanto, partindo das equações (4.11) e (4.12), o descasamento de fase pode ser aproximado, em primeira ordem, como (4.19)

$$k_s = k_{s0} + \Delta k = k(\omega_{s0} + \Delta\omega), \quad (4.11)$$

$$k_i = k_{i0} - \Delta k = k(\omega_{i0} - \Delta\omega), \quad (4.12)$$

$$\left. \frac{\partial k}{\partial \omega} \right|_{\omega = \omega_{s0} + \Delta\omega} = \frac{k(\omega_{s0} + \Delta\omega) - k(\omega_{s0})}{(\omega_{s0} + \Delta\omega) - \omega_{s0}} = \frac{k_s - k_{s0}}{\Delta\omega} = \frac{\partial k_s}{\partial \omega_s}, \quad (4.13)$$

$$\left. \frac{\partial k}{\partial \omega} \right|_{\omega = \omega_{i0} - \Delta\omega} = \frac{k(\omega_{i0} - \Delta\omega) - k(\omega_{i0})}{(\omega_{i0} - \Delta\omega) - \omega_{i0}} = \frac{k_i - k_{i0}}{-\Delta\omega} = \frac{\partial k_i}{\partial \omega_i}, \quad (4.14)$$

logo,

$$k_s = k_{s0} + \frac{\partial k_s}{\partial \omega_s} \Delta\omega, \quad (4.15)$$

$$k_i = k_{i0} - \frac{\partial k_i}{\partial \omega_i} \Delta\omega, \quad (4.16)$$

portanto,

$$\Delta k = k_p - k_s - k_i = (k_p - k_{s0} - k_{i0}) - \frac{\partial k_s}{\partial \omega_s} \Delta \omega + \frac{\partial k_i}{\partial \omega_i} \Delta \omega. \quad (4.17)$$

Considerando que o casamento de fase do processo é perfeito nos comprimentos de onda central dos pulsos,  $\lambda_0$ . A expansão em primeira ordem toma a forma:

$$\Delta k \cong - \frac{\partial k_s}{\partial \omega_s} \Delta \omega + \frac{\partial k_i}{\partial \omega_i} \Delta \omega, \quad (4.18)$$

$$\Delta k \cong \left( - \frac{1}{\frac{\partial \omega_s}{\partial k_s}} + \frac{1}{\frac{\partial \omega_i}{\partial k_i}} \right) \Delta \omega = \left( \frac{1}{v_{gi}} - \frac{1}{v_{gs}} \right) \Delta \omega. \quad (4.19)$$

A largura de banda total a meia altura (*full width at half-maximum* – FWHM) do ganho paramétrico pode ser calculado a partir da equação 4.5, dentro da aproximação de baixa depleção do pulso de bombeamento, como [9, 25]

$$\Delta v = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\pi |\delta_{si}|} \sqrt{\frac{\Gamma}{L}}. \quad (4.20)$$

A equação 4.20 mostra que a largura de banda do ganho paramétrico é inversamente proporcional ao GVM entre sinal e *idler*, e também sobre o a raiz quadrada do comprimento do cristal ( $L$ ). Na situação em que ocorre casamento entre as velocidades de grupo dos pulsos sinal e *idler* ( $v_{gi} = v_{gs}$ ), a equação 4.20 deixa de ser válida e 4.19 precisa ser expandida para segunda ordem, resultando na equação 4.21 [9, 25], com a largura de banda do ganho paramétrico sendo limitada pela dispersão da velocidade de grupo (*group velocity dispersion* - GVD),  $\partial^2 k / \partial \omega^2$ , do sinal e *idler*.

$$\Delta v = \frac{2(\ln 2)^{1/4}}{\pi} \left( \frac{\Gamma}{L} \right)^{1/4} \frac{1}{\left| \frac{\partial^2 k_i}{\partial \omega_i^2} + \frac{\partial^2 k_s}{\partial \omega_s^2} \right|^{1/2}}. \quad (4.21)$$

Portanto, considerando  $\delta_{si} = 0$ , torna-se possível obter ganhos paramétricos sobre uma grande largura de banda do sinal, centrado em  $\omega_{s0}$  [26]. A Figura 12 mostra os gráficos da largura de banda do casamento de fase para o cristal BBO, com o bombeamento centrado em 400 nm e 800 nm, onde há uma diferença notável entre o casamento de fase do tipo 1 e 2 para ambos os casos.

Na Figura 12 (a), a largura de banda do casamento de fase do tipo 1 é sempre maior em comparação com o casamento de fase do tipo 2, onde o sinal está na região do visível. Nesse caso, a largura de banda do casamento de fase do tipo 2 permanece aproximadamente constante sobre o comprimento de onda do sinal. Enquanto que para o casamento de fase do tipo 1, como esperado, a largura de banda aumenta dramaticamente à medida que o OPA se aproxima da degenerescência [1].

A Figura 12 (b) mostra um comportamento análogo, exceto que a largura de banda do casamento de fase do tipo 2 é maior em comparação com o tipo 1 até aproximadamente 1180 nm, após esse valor, o comportamento dos gráficos se tornam equivalentes.

A escolha do tipo de casamento de fase do cristal depende muito do tipo de aplicação que se pretende ter. Em geral, o casamento de fase do tipo 1 é requisitado para obtenção de pulsos temporalmente mais curtos e o casamento de fase do tipo 2 permite a obtenção larguras de banda mais estreitas, mas aproximadamente constante sobre um grande intervalo do sinal [1]

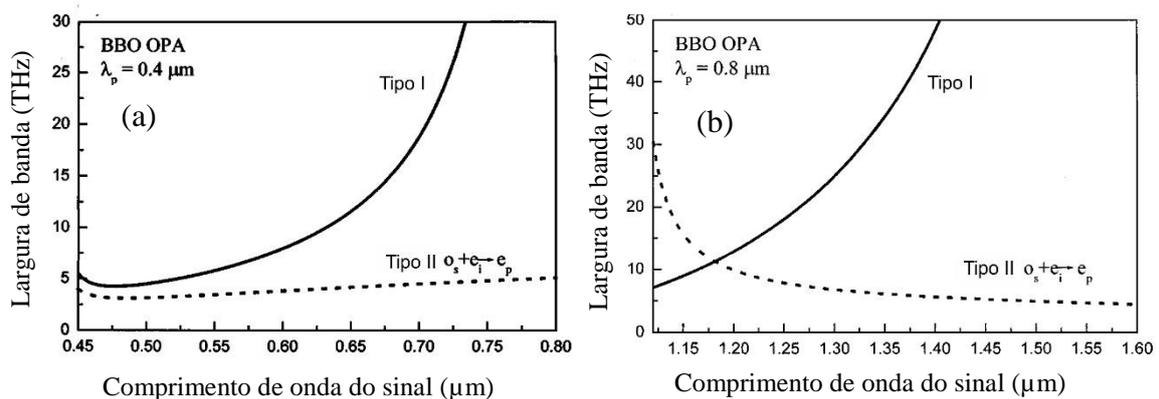


Figura 12 - A intensidade do bombeamento é  $100 \text{ GW/cm}^2$  e o cristal possui 2 mm de espessura. (a) Largura de banda do casamento de fase do tipo 1 e 2 para o BBO com bombeamento em 400 nm. (b) Largura de banda do casamento de fase do tipo 1 e 2 para o BBO com bombeamento em 800 nm. Figuras retiradas de [1].

A Figura 13 indica o ângulo de casamento de fase para a geração de diferença de frequência de um OPA em um cristal de BBO. É notável que para o casamento de fase do tipo 1 o ângulo de casamento de fase é menos dependente do comprimento de onda em comparação com o casamento de fase do tipo 2 [1].

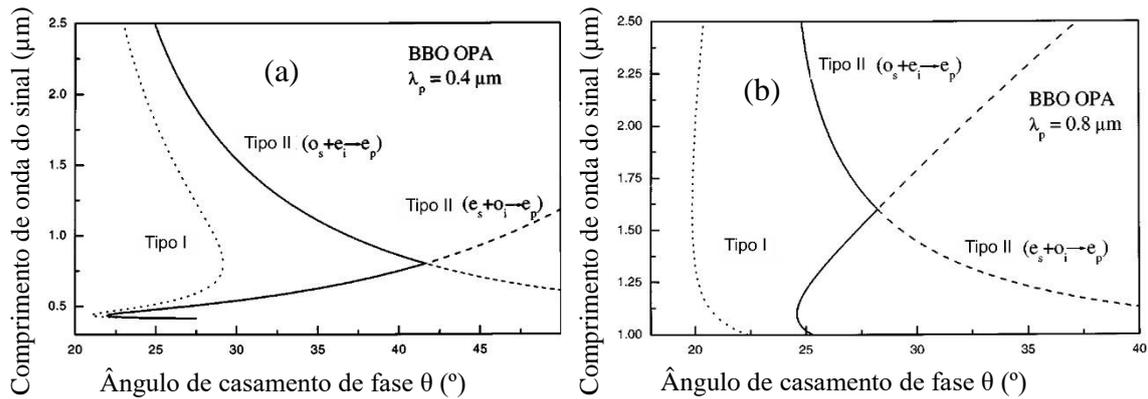


Figura 13 - (a) Curvas do ângulo de casamento de fase para o BBO com o bombeamento em 400 nm.  
 (b) Curvas do ângulo de casamento de fase para o BBO com o bombeamento em 800 nm.  
 Figuras retiradas de [1].

#### 4.2.1 Geometria colinear entre os pulsos sinal e de bombeamento

A interação entre os pulsos de bombeamento (*pump*) e o sinal em um OPA geram os fótons *idler* para cada casamento de fase entre sinal e bombeamento. Desta forma, a direção de propagação dentro do cristal não linear é selecionada para satisfazer a condição de casamento de fase para uma dada frequência  $\omega_{s0}$ . Para um OPA com geometria colinear (Figura 14 (b)) o sinal e o bombeamento são dispostos colinearmente na entrada do cristal, as velocidades de grupo do sinal e *idler* são fixas e, em geral, não casam ao longo do cristal [26].

O caso da frequência degenerada ( $\omega_{s0} = \omega_{i0} = 2\omega_p$ ) torna possível o casamento das velocidades de grupo do sinal e *idler* em cristais birrefringentes com casamento de fase do tipo 1 (seção 2.5). Se a frequência do sinal é sintonizada para fora da degenerescência, isso causa  $\delta_{si} \neq 0$ , levando a um estreitamento na largura de banda do casamento de fase do ganho paramétrico. Assim, a largura de banda do casamento de fase aumenta à medida em que o OPA se aproxima da degenerescência ( $\delta_{si} = 0$ )

#### 4.2.2 Geometria não colinear entre os pulsos sinal e de bombeamento

Nos OPAs colineares, uma vez que a condição de casamento de fase é obtida ( $\Delta k = 0$ ), as velocidades de grupo dos pulsos sinal e *idler*, e assim, a largura de banda do casamento de fase são definidas. Porém, um grau de liberdade adicional surge na geometria não colinear [27], isto é, se um ângulo  $\alpha$  entre os vetores de onda dos pulsos sinal e de bombeamento é introduzido adequadamente, é possível obter simultaneamente

casamento de fase e de velocidade de grupo entre o sinal e *idler*, aumentando a largura de banda do ganho paramétrico, com o *idler* sendo emitido num ângulo  $\Omega = \Omega(\omega_s)$  com respeito ao sinal (Figura 14 (a)).

Para análise dessa situação de geometria não colinear, vamos tratar a condição de casamento de fase vetorialmente, onde o caso da geometria colinear é uma situação particular da equação vetorial para a GDF (4.22)

$$\vec{\Delta k} = \vec{k}_p - \vec{k}_s - \vec{k}_i = 0. \quad (4.22)$$

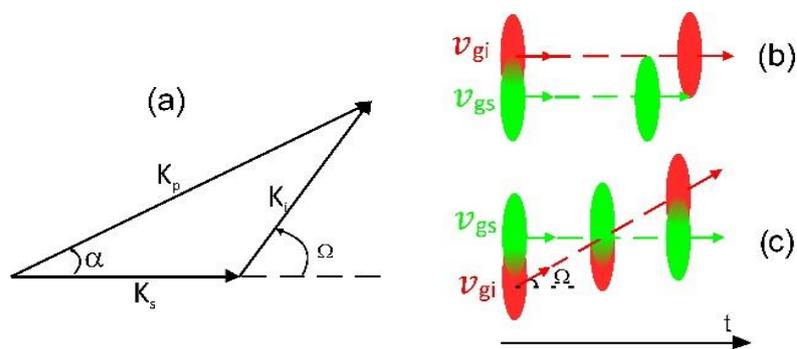


Figura 14 - (a) Representação esquemática da interação entre o bombeamento, sinal e *idler*. (b) Representação dos pulsos sinal e *idler* no caso da geometria colinear. (c) Representação dos pulsos sinal e *idler* no caso da geometria não colinear.

No referencial do sinal, isto é, projetando a equação 4.22 nas direções paralelas e perpendiculares ao vetor de onda do sinal

$$\vec{k}_p = [k_p \cos(\alpha)]_{\text{paralelo}} + [k_p \sin(\alpha)]_{\text{perpendicular}}, \quad (4.23)$$

$$\vec{k}_s = [k_s \cos(\alpha = 0)]_{\text{paralelo}} + [k_s \sin(\alpha = 0)]_{\text{perpendicular}} = k_s, \quad (4.24)$$

$$\vec{k}_i = [k_i \cos(\Omega)]_{\text{paralelo}} + [k_i \sin(\Omega)]_{\text{perpendicular}}, \quad (4.25)$$

logo,

$$\vec{\Delta k} = [k_p \cos(\alpha) - k_i \cos(\Omega) - k_s]_{\text{paralelo}} + [k_p \sin(\alpha) - k_i \sin(\Omega)]_{\text{perpendicular}}. \quad (4.26)$$

Por conveniência, vamos usar a notação

$$\vec{\Delta k} = \vec{\Delta k}'' + \vec{\Delta k}^\perp. \quad (4.27)$$

Considerando que a largura de banda do pulso de bombeamento é estreita suficiente para considerarmos sua frequência como fixa ( $\omega_p = \omega_{p0}$ ). Analogamente à seção 4.2, o sinal por ser banda larga possui frequência do tipo  $\omega_s = \omega_{s0} + \Delta\omega$  e, por conservação de energia, o *idler* gerado possui frequência  $\omega_i = \omega_{i0} - \Delta\omega$ . Portanto, o descasamento de fase em primeira ordem toma a forma da equação 4.29 para a direção paralela ao sinal, enquanto na equação 4.31 está tratando a direção perpendicular ao sinal.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Delta k}'' &= \{k_{p0} \cos(\alpha) - k_{i0} \cos[\Omega(\omega_{s0})] - k_{s0}\} - \Delta\omega \frac{\partial k_s}{\partial \omega_s} \Big|_{\omega_s = \omega_{s0}} \\ &+ \Delta\omega k_{i0} \text{sen}[\Omega(\omega_{s0})] \frac{\partial \Omega(\omega_s)}{\partial \omega_s} \Big|_{\omega_s = \omega_{s0}} + \Delta\omega \cos[\Omega(\omega_{s0})] \frac{\partial k_i}{\partial \omega_i} \Big|_{\omega_i = \omega_{i0}} \\ &- (\Delta\omega)^2 \text{sen}[\Omega(\omega_{s0})] \frac{\partial \Omega(\omega_s)}{\partial \omega_s} \Big|_{\omega_s = \omega_{s0}} \frac{\partial k_i}{\partial \omega_i} \Big|_{\omega_i = \omega_{i0}}, \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Delta k}'' &= -\Delta\omega \frac{\partial k_s}{\partial \omega_s} \Big|_{\omega_s = \omega_{s0}} + \Delta\omega k_{i0} \text{sen}[\Omega(\omega_{s0})] \frac{\partial \Omega(\omega_s)}{\partial \omega_s} \Big|_{\omega_s = \omega_{s0}} + \\ &+ \Delta\omega \cos[\Omega(\omega_{s0})] \frac{\partial k_i}{\partial \omega_i} \Big|_{\omega_i = \omega_{i0}} - (\Delta\omega)^2 \text{sen}[\Omega(\omega_{s0})] \frac{\partial \Omega(\omega_s)}{\partial \omega_s} \Big|_{\omega_s = \omega_{s0}} \frac{\partial k_i}{\partial \omega_i} \Big|_{\omega_i = \omega_{i0}}. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Analogamente,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Delta k}^\perp &= \{k_{p0} \cos(\alpha) - k_{i0} \cos[\Omega(\omega_{s0})] - k_{s0}\} - \Delta\omega k_{i0} \cos[\Omega(\omega_{s0})] \frac{\partial \Omega(\omega_s)}{\partial \omega_s} \Big|_{\omega_s = \omega_{s0}} \\ &+ \Delta\omega \text{sen}[\Omega(\omega_{s0})] \frac{\partial k_i}{\partial \omega_i} \Big|_{\omega_i = \omega_{i0}} \\ &+ (\Delta\omega)^2 \cos[\Omega(\omega_{s0})] \frac{\partial \Omega(\omega_s)}{\partial \omega_s} \Big|_{\omega_s = \omega_{s0}} \frac{\partial k_i}{\partial \omega_i} \Big|_{\omega_i = \omega_{i0}}, \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\Delta k}^\perp &= -\Delta\omega k_{i0} \cos[\Omega(\omega_{s0})] \frac{\partial \Omega(\omega_s)}{\partial \omega_s} \Big|_{\omega_s = \omega_{s0}} + \Delta\omega \text{sen}[\Omega(\omega_{s0})] \frac{\partial k_i}{\partial \omega_i} \Big|_{\omega_i = \omega_{i0}} \\ &+ (\Delta\omega)^2 \cos[\Omega(\omega_{s0})] \frac{\partial \Omega(\omega_s)}{\partial \omega_s} \Big|_{\omega_s = \omega_{s0}} \frac{\partial k_i}{\partial \omega_i} \Big|_{\omega_i = \omega_{i0}}. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Por conservação de energia, se o sinal está centrado em  $\omega_{s0}$ , então o *idler* gerado estará com sua frequência central  $\omega_{i0}$ , ou seja, fisicamente, analisar a vizinhança de  $\omega_{s0}$  é equivalente a também analisar a vizinhança de  $\omega_{i0}$ , fato levado em conta nas expansões acima.

Para obter o casamento de fase sobre a largura de banda do sinal centrado em  $\omega_{s0}$ , é preciso que  $\overrightarrow{\Delta k} = \overrightarrow{\Delta k}'' + \overrightarrow{\Delta k}^\perp = 0$ . Então, multiplicando a equação 4.29 por  $\cos[\Omega(\omega_{s0})]$  e a equação 4.31 por  $\text{sen}[\Omega(\omega_{s0})]$  e somando ambas, obtemos a equação 4.32

$$\frac{\partial k_i}{\partial \omega_i} - \cos(\Omega) \frac{\partial k_s}{\partial \omega_s} = 0, \quad (4.32)$$

ou, equivalentemente

$$v_{gs} = v_{gi} \cos(\Omega). \quad (4.33)$$

Para geometria colinear, os pulsos sinal e *idler* propagam-se com velocidades de grupo diferentes, exceto na degenerescência ( $\omega_{s0} = \omega_{i0} = 2\omega_p$ ). Assim, dentro do cristal não linear, estes dois pulsos se atrasam dando origem a uma limitação na largura de banda do casamento de fase do ganho paramétrico. Uma vez que a sobreposição entre o sinal e *idler* pode ocorrer de forma mais efetiva no caso da geometria não colinear (Figura 14 (C)), o casamento de fase sobre a largura de banda do sinal é mais largo em comparação com a geometria colinear, tal que a velocidade de grupo do sinal pode ser igual a velocidade de grupo do *idler* projetada ao longo da propagação do sinal no cristal [27].

De acordo com a equação 4.33,  $v_{gi} > v_{gs}$  é a situação que satisfaz tal equação, permitindo que a amplificação ocorra sobre um espectro mais largo do sinal. Essa configuração implica no GVM entre sinal e *idler*  $\delta_{si} = 1/v_{gs} - 1/v_{gi} > 0$ , na qual a velocidade de grupo do *idler* pode ser projetada ao longo da direção do sinal, obedecendo assim a equação 4.33.

Para exemplificar essa teoria, a Figura 15 mostra o GVM entre sinal e *idler* para diversos cristais opticamente não lineares. Analisando o caso do cristal BBO, especificamente, no qual possui o comprimento de onda de dispersão zero (ZDW – *zero dispersion wavelength*)  $\lambda_{ZDW} = 1,38 \mu\text{m}$ .

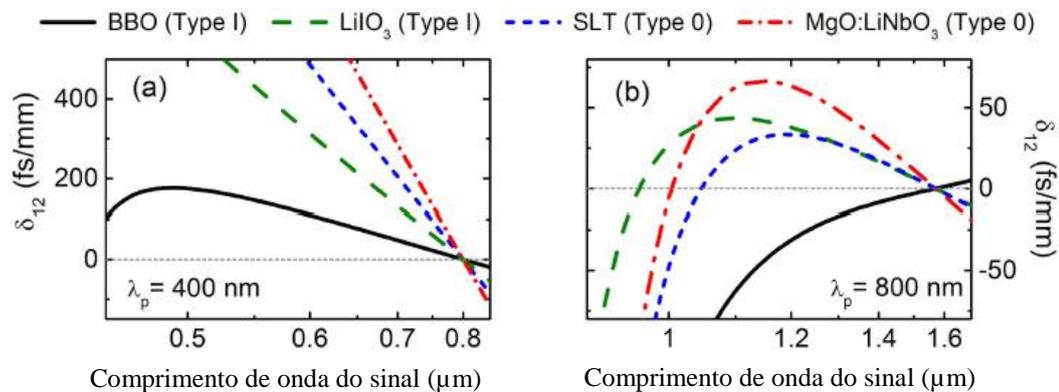


Figura 15 - Descasamento da velocidade de grupo para diversos cristais opticamente não lineares. (a) bombeamento em 400 nm. (b) bombeamento em 800 nm. Figuras retiradas de [15].

Analisando a Figura 15 (a), vale notar que na degenerescência o GVM entre sinal e *idler* é  $\delta_{si} = 0$ , e aproximando o comprimento de onda do sinal acima dos 800 nm, na direção do  $\lambda_{ZDW}$ , o GVM entre sinal e *idler* torna-se  $\delta_{si} < 0$ , ou seja,  $v_{gs} > v_{gi}$ , uma vez que a velocidade de grupo é máxima no comprimento de onda de dispersão zero e por conservação de energia, na diferença de frequência o *idler* terá comprimentos de onda abaixo dos 800 nm. Então, o *idler* será necessariamente mais lento em comparação com o sinal [15]. A situação  $\delta_{si} < 0$  pode não parecer interessante. Porém, uma vez que uma menor largura de banda do sinal é amplificada em comparação com a situação  $\delta_{si} > 0$ , isso pode significar uma maior amplificação sobre um intervalo estreito de comprimentos de onda do sinal, pois na situação  $\delta_{si} > 0$ , mais componentes de frequência estarão sujeitas a interagir com o pulso de bombeamento. Para um ganho paramétrico sobre uma grande largura de banda do sinal, segundo a Figura 15 (a), é preciso que  $\lambda_s < 800$  nm na geometria não colinear, para que  $\delta_{si} > 0$ .

Sob o ponto de vista prático, é mais útil conhecer o ângulo  $\alpha$  entre o bombeamento e o sinal, na qual é dada pela equação 4.34 [1]. Onde, o ângulo  $\Omega$  se ajusta a partir do ângulo  $\alpha$ , de acordo com 4.26, para satisfazer o casamento de fase.

$$\alpha = \sin^{-1} \left( \frac{1 - v_{gs}^2/v_{gi}^2}{1 + 2v_{gs}n_s\omega_s/v_{gi}n_i\omega_i + n_s^2\omega_s^2/n_i^2\omega_i^2} \right)^{1/2}. \quad (4.34)$$

Para um OPA que opera com um cristal de BBO (casamento de fase do tipo 1), com um bombeamento de 400 nm e um sinal centrado em 600 nm,  $\alpha = 3,7^\circ$  é o ângulo que permite que a amplificação paramétrica ocorra sobre uma grande largura de banda [1]. A Figura 16 ilustra o ângulo de casamento de fase  $\theta_m$  como função do comprimento de onda do sinal para diferentes valores de  $\alpha$ . É importante notar que a dependência do ângulo de casamento de fase com o comprimento de onda do sinal torna-se cada vez menos relevante partindo da geometria colinear ( $\alpha = 0$ ) até o ângulo  $\alpha = 3,7^\circ$  ( $\theta \cong 31,3^\circ$ ) e este é o ângulo, dentro do cristal, que torna possível o casamento de fase simultaneamente sobre uma grande largura de banda do sinal (entre 500 nm e 750 nm).

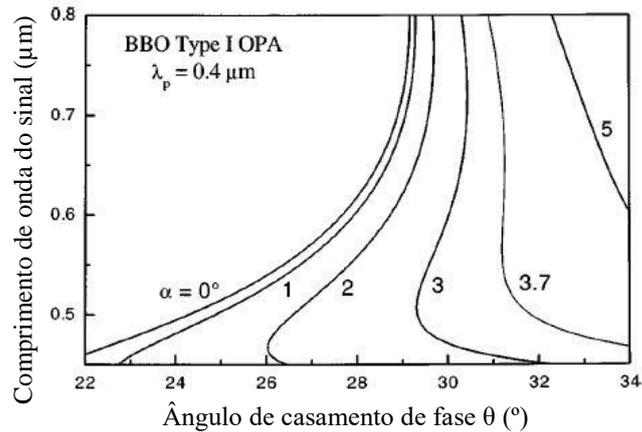


Figura 16 - Curvas de casamento de fase do tipo 1 para geometria não colinear em cristais de BBO, no qual o bombeamento é em 400 nm, como função do ângulo interno entre sinal e bombeamento. Figura retirada de [1].

Um fato experimental é que para a situação quando o BBO é alinhado perpendicularmente em relação ao pulso de bombeamento (400 nm), ocorre uma forte emissão cônica conhecida como cone de superfluorescência paramétrica [28]. Alinhando cuidadosamente o sinal para coincidir com o ângulo do cone (Figura 18), essa é a direção cujo o casamento de fase entre sinal e idler é garantida [28, 29].

Devido ao alto índice de refração do cristal BBO, o ângulo incidente no cristal é bastante diferente do ângulo interno necessário para o casamento da velocidade de grupo entre o *idler* e o sinal. A Figura 17 mostra a manifestação da lei de Snell-Descartes e a partir dela descobrir o valor do ângulo incidente entre o bombeamento e o sinal, para que o ângulo interno seja  $\alpha = 3,7^\circ$ .

Então, considerando que o ângulo interno seja  $\alpha = 3,7^\circ$ , o casamento de fase do tipo 1 com o sinal polarizado no eixo ordinário ( $n_o$ ) e o bombeamento polarizado para sentir o índice de refração extraordinário do cristal ( $n_e$ ). Um pulso sinal que está com comprimento de onda centrado em 600 nm ( $n_o(600 \text{ nm}) = 1,6708$ ), através da relação de Sellmeier para o cristal de BBO), o valor do ângulo de incidência pode ser facilmente resolvido usando a lei de Snell-Descartes (equação 4.35), resultando em  $\beta \approx 6,2^\circ$ , cujo valor é aproximadamente igual ao ângulo do cone de superfluorescência [9].

$$n_{ar} \text{sen}(\beta) = n_{BBO} \text{sen}(\alpha = 3,7^\circ). \quad (4.35)$$

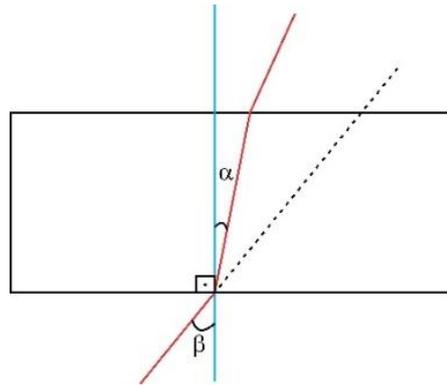


Figura 17 - Ilustração pictórica da lei de Snell-Descartes se pronunciando na propagação dos feixes dentro do cristal BBO.

Uma importante observação que é útil sobre a eficiência da amplificação paramétrica, é a diminuição da luminosidade dos anéis (cone de superfluorescência) que ocorre quando a interação não linear entre os pulsos está adequada, a Figura 18 ilustra a situação. Esta é uma boa forma de conferir se o OPA está funcionando de forma otimizada, ou seja, operando com máximo ganho paramétrico sobre a largura de banda do sinal.

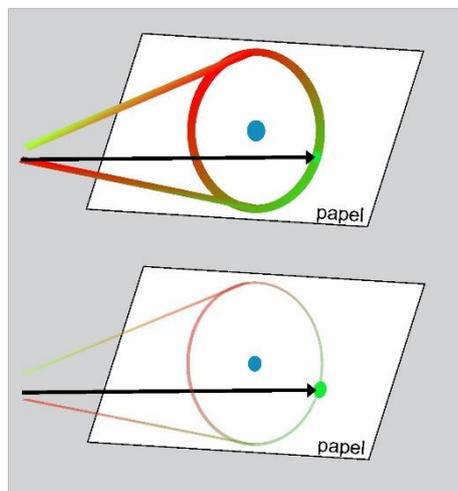


Figura 18 - Ilustração da atenuação do anel de superfluorescência de um OPA otimizado devido a presença do sinal.

Outro parâmetro importante é o GVM entre o bombeamento e o sinal (ou *idler*), no qual limita o comprimento de interação, onde ocorre a amplificação paramétrica, ou mais explicitamente, limita o ganho paramétrico do OPA. Imagine a situação em que o bombeamento e o sinal acabaram de incidir no cristal não linear adequado para GDF, fora

da degenerescência ( $\delta_{si} \neq 0$ ). Assim, o sinal começa ser amplificado, o *idler* começa a ser gerado e depois de um determinado comprimento de propagação, o bombeamento se afasta temporalmente do sinal (ou *idler*) devido ao GVM até um ponto em que a amplificação paramétrica não ocorre mais. Tal comprimento de interação é conhecido na literatura como comprimento de divisão do pulso, sendo definido como [1]

$$l_{jp} = \left| \frac{\tau}{\delta_{jp}} \right|, \quad j = s, i, \quad (4.36)$$

onde  $\tau$  é o tempo de duração do pulso e  $\delta_{jp} = 1/v_{gj} - 1/v_{gp}$  é o descasamento da velocidade de grupo (GVM) entre o bombeamento e o sinal (ou *idler*). Com o comprimento de divisão do pulso sendo proporcional ao tempo de duração do pulso e inversamente proporcional ao GVM entre o bombeamento e o sinal (ou *idler*).

Para caracterizar o descasamento da velocidade de grupo entre o bombeamento e o sinal (ou *idler*), primeiramente é preciso conhecer o tipo de cristal não linear que será usado, o comprimento de onda do bombeamento e o tipo de casamento de fase da interação não linear (casamento de fase do tipo 1 ou 2). As figuras 4.8 e 4.9 mostram as curvas do GVM para o cristal BBO, com o comprimento de onda do bombeamento igual a 400 nm e 800 nm, respectivamente.

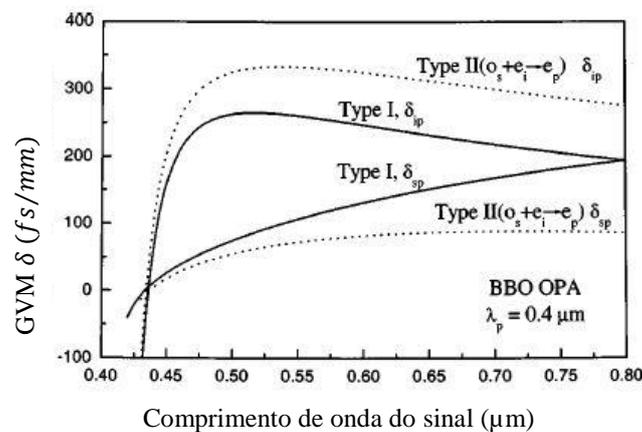


Figura 19 - Curvas do descasamento da velocidade de grupo entre o bombeamento-sinal ( $\delta_{sp}$ ) e entre bombeamento-idler ( $\delta_{ip}$ ) para o cristal BBO com o comprimento de onda do bombeamento em 400 nm para casamento de fase do tipo 1 (linha sólida) e tipo 2 (linha tracejada). Figura retirada de [1].

Como na região do espectro visível a dispersão possui maiores valores comparado com a dispersão no infravermelho, o GVM é maior na região do visível. Fato que pode ser observado comparando as Figuras 19 e 20 [1].

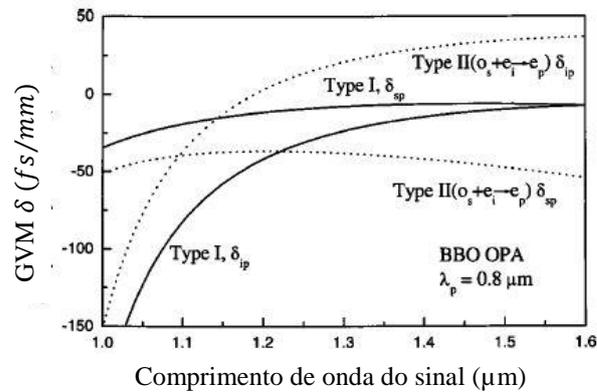


Figura 20 - Curvas do descasamento da velocidade de grupo entre o bombeamento-sinal ( $\delta_{sp}$ ) e entre bombeamento-idler ( $\delta_{ip}$ ) para o cristal BBO com o comprimento de onda do bombeamento em 800 nm para casamento de fase do tipo 1 (linha sólida) e tipo 2 (linha tracejada). Retirada de [1].

Há uma diferença relevante entre os casos em que  $\delta_{sp}$  e  $\delta_{ip}$  possuem o mesmo sinal ou sinais contrários. No referencial do bombeamento, quando  $\delta_{sp}\delta_{ip} > 0$ , tanto o sinal quanto o *idler* propagam para fora do bombeamento e na mesma direção. Assim, o processo de amplificação é interrompido para distâncias de propagação maiores que o comprimento de divisão do pulso.

O outro caso, quando  $\delta_{sp}\delta_{ip} < 0$ , o sinal e o *idler* tendem a ficar localizados na região do bombeamento, ou seja, o ganho paramétrico pode ocorrer quando a parte de trás de um pulso e a parte da frente do outro estão sobrepostas temporalmente com o bombeamento [15]. Para exemplificar essa situação, considere o caso em que  $v_{gs} > v_{gp}$  ( $\delta_{sp} < 0$ ) e  $v_{gi} < v_{gp}$  ( $\delta_{ip} > 0$ ), desta maneira  $\delta_{sp}\delta_{ip} < 0$ . Assumindo que o sinal está levemente na frente do pico do bombeamento, então o *idler* gerado na interação não linear entre bombeamento e sinal, por ter uma velocidade grupo inferior ao bombeamento, tenderá a se atrasar em relação ao bombeamento, isso significa que o *idler* enquanto se move para atrás do bombeamento, passando pelo pico do mesmo, gera sinal enquanto há sobreposição entre o bombeamento e o *idler*, e o sinal gerado, por sua vez tenderá a passar através do bombeamento, já que ele está sendo gerado na região do *idler*, e claro, gerando *idler* enquanto há sobreposição entre sinal e o bombeamento. Então, durante o processo

paramétrico, o sinal gera fótons do *idler*, no qual se movem para trás na direção do pico do bombeamento, enquanto o *idler* gera fótons do sinal que tendem a mover-se para frente do bombeamento. A Figura 21 ilustra pictoricamente o exemplo explorado acima.

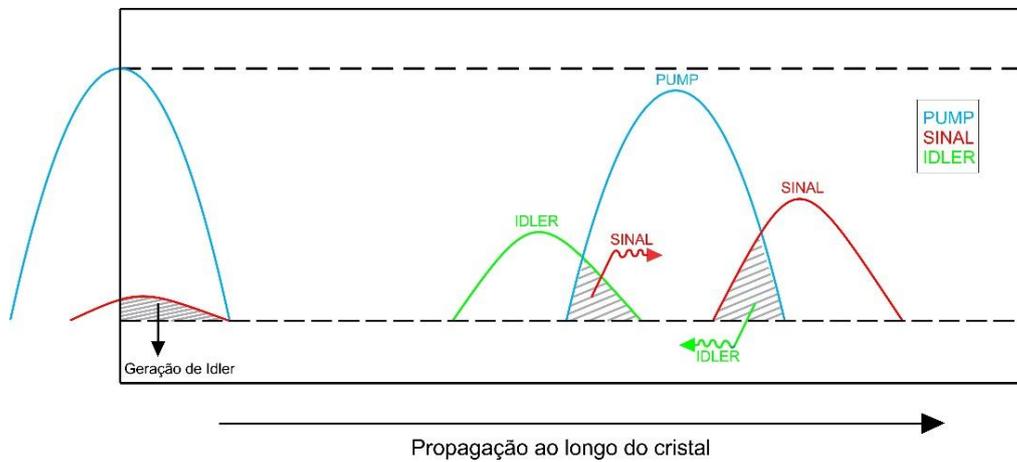


Figura 21 - Ilustração do mecanismo de retroalimentação entre sinal e idler do caso  $\delta_{sp}\delta_{ip} < 0$ .

O mecanismo de retroalimentação entre sinal e *idler* do caso  $\delta_{sp}\delta_{ip} < 0$  permite o uso de cristais significativamente maiores que o comprimento de divisão do pulso, onde a amplificação paramétrica acontece até o ponto que o ganho satura, isto é, no instante em que ocorre a depleção do bombeamento. Desta forma, na depleção do bombeamento, além da amplificação paramétrica ser interrompida, o sinal e o *idler* se afastam do bombeamento [15].

Portanto, antes de concluir esse tópico, vale introduzir a importância do descasamento da velocidade de grupo entre *idler* e sinal nesse contexto. Se o objetivo é obter um OPA com uma grande amplificação paramétrica é imprescindível que  $\delta_{sp}\delta_{ip} < 0$ . Se além disso, é desejável que essa amplificação ocorra sobre um amplo espectro do sinal, então  $v_{gi} > v_{gs}$  ( $\delta_{si} > 0$ ) é o caso.

### 4.3 ESTABILIZAÇÃO PASSIVA DO CEP

O controle da duração de um pulso, comprimento de onda central e a fase do campo elétrico em relação ao pico do envelope (*carrier-envelope phase*, CEP) que é indispensável para o controle coerente da geração de altos harmônicos e física de attosegundos, onde, os experimentos requerem pulsos ultracurtos (poucos ciclos ópticos) com comprimento de onda no intervalo do infravermelho próximo e com o CEP estável

[30, 31]. A Figura 22 mostra que uma variação no CEP ( $\phi$ ) para um pulso com vários ciclos de campo elétrico tem um efeito desprezível em comparação com um pulso de poucos ciclos [26, 32].

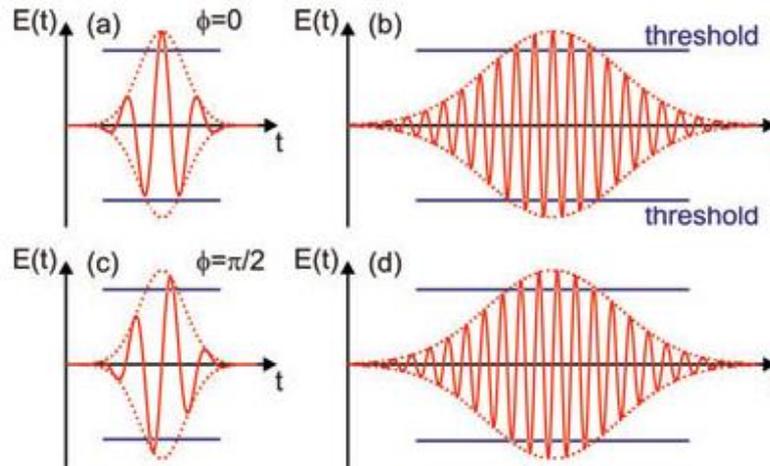


Figura 22 - Pulsos com poucos ciclos ópticos (a) e (c) e com muitos ciclos ópticos (b) e (d). Os gráficos (a) e (b) representam um campo do tipo “cosseno” ( $\phi = 0$ ), enquanto os gráficos (c) e (d) representam um campo do tipo “seno” ( $\phi = \pi/2$ ). Figuras retiradas de [26].

Em geral, lasers de femtossegundo (fs) geram pulsos cujo o CEP varia pulso a pulso [32]. Uma forma de compreender como um OPA ou a interação não linear de dois OPAs pode contribuir para a estabilização do CEP é considerar que na mistura das três ondas (bombeamento, sinal e *idler*) as ondas são monocromáticas. Retornando as equações acopladas que descrevem a GDF (equações 2.38 – 2.40)

$$\frac{dA_s(z)}{dz} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_s^2 A_p(z)A_i^*(z) e^{i\Delta kz}}{k_s c^2}, \quad (4.37)$$

$$\frac{dA_i(z)}{dz} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_i^2 A_p(z)A_s^*(z) e^{i\Delta kz}}{k_i c^2}, \quad (4.38)$$

$$\frac{dA_p(z)}{dz} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_p^2 A_s(z)A_i(z) e^{-i\Delta kz}}{k_p c^2}. \quad (4.39)$$

Nesse caso, as amplitudes ( $A_s, A_i$  e  $A_p$ ) e a fase do campo elétrico em relação ao pico do envelope (CEP) não dependem do tempo. Portanto, podemos escrever as amplitudes, como [15]

$$A_j(z) = B_j(z)e^{-i\phi_j}, \quad j = s, i, p . \quad (4.40)$$

Derivando 4.40 em relação a coordenada  $z$  e igualando a sua respectiva equação (4.37, 4.38 ou 4.39), as três equações acopladas são transformadas em

$$\frac{dB_s}{dz} = \gamma_s B_p B_i \text{sen}(\psi) , \quad (4.41)$$

$$\frac{dB_i}{dz} = \gamma_i B_p B_s \text{sen}(\psi) , \quad (4.42)$$

$$\frac{dB_p}{dz} = -\gamma_p B_s B_i \text{sen}(\psi) , \quad (4.43)$$

$$\frac{d\psi}{dz} = \left( \frac{\gamma_s B_p B_i}{B_s} + \frac{\gamma_i B_p B_s}{B_i} - \frac{\gamma_p B_s B_i}{B_p} \right) \cos(\psi) - \Delta k , \quad (4.44)$$

onde, a fase generalizada ( $\psi$ ) é definida como

$$\psi = \phi_p - \phi_s - \phi_i - \Delta k z . \quad (4.45)$$

Admitindo que o casamento de fase é perfeito ( $\Delta k = 0$ ), podemos analisar uma geração de soma de frequência (GSF), com  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$  (é equivalente a 1 = sinal, 2 = *idler* e 3 = bombeamento), sob a condição inicial  $B_3(z = 0) = 0$  . Então, a fase generalizada que maximiza a equação 4.39 é  $\psi = -\pi/2$ . Logo, a partir de 4.45

$$\phi_3^{\text{GSF}} = \phi_1 + \phi_2 - \pi/2 . \quad (4.46)$$

Note que para a geração de segundo harmônico (GSH), com  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_{\text{fundamental}}$

$$\phi_3^{\text{GSH}} = 2\phi_{\text{fundamental}} - \pi/2 . \quad (4.47)$$

Agora, vamos voltar a considerar a GDF ( $\omega_i = \omega_p - \omega_s$ ) que ocorre em um OPA, sob a condição inicial  $B_i(z = 0) = 0$ . Nesse caso, o valor da fase generalizada que maximiza  $B_i$  vale  $\pi/2$ . Com isso, é fácil mostrar que o CEP do *idler*, inerentemente, depende do CEP do sinal e bombeamento (equação 4.44).

$$\phi_1^{\text{GDF}} = \phi_p - \phi_s - \pi/2 . \quad (4.48)$$

Se  $\phi_p$  e  $\phi_s$  são relativamente fixos, o pulso gerado na GDF possuirá CEP constante pulso a pulso. Portanto, esse processo pode ser utilizado para obter um trem de pulsos com CEP constante, a partir de uma fonte de laser pulsado, onde o CEP varia aleatoriamente pulso a pulso. Esta técnica é conhecida como estabilização passiva do CEP [15]

A automodulação de fase (*self-phase modulation*, SPM) descreve o alargamento espectral do pulso causado pelas variações no índice de refração dependente da intensidade instantânea em um meio Kerr, podendo ser considerada como um caso especial de uma mistura de quatro ondas [21, 26, 33], isto é, genericamente, considera-se inicialmente três ondas ( $\omega_1, \omega_2$  e  $\omega_3$ , por exemplo), todas pertencentes ao espectro do mesmo pulso e a nova frequência gerada pela automodulação de fase pode ser do tipo  $\omega_{\text{SPM}} = \omega_1 - \omega_2 + \omega_3$ . Portanto, considerando que a mistura de pulsos compartilham o mesmo CEP ( $\phi = \phi_1 = \phi_2 = \phi_3$ ), a automodulação de fase terá o CEP [26]

$$\phi^{\text{SPM}} = \phi_1 - \phi_2 + \phi_3 - \pi/2 = \phi - \pi/2. \quad (4.49)$$

A geração de luz branca (ou supercontínuo) por ter a automodulação de fase como processo dominante no alargamento espectral, isto é, possui o CEP preservado, sendo assim considerada como o elemento chave para a estabilização passiva do CEP [26].

Para tornar o entendimento dos conceitos vistos acima mais intuitivo, considere que o bombeamento do OPA está na frequência fundamental do laser, logo o CEP do bombeamento é da forma

$$\phi_p = \phi + c_p. \quad (4.50)$$

Note que  $c_p$  é a fase acumulada do bombeamento na propagação e o  $\phi$  é o CEP do laser (podendo flutuar pulso a pulso) operando na frequência fundamental. Se o sinal do OPA é produzido via geração de luz branca, a partir da frequência fundamental do laser, logo, o seu CEP é ligado ao bombeamento (através de  $\phi$ ), por

$$\phi_s = \phi - \pi/2 + c_s. \quad (4.51)$$

Por sua vez, novamente, o *idler* gerado na diferença de frequência possui o CEP estabilizado passivamente

$$\phi_i = \phi_p - \phi_s - \pi/2 = c_p - c_s. \quad (4.52)$$

Portanto, fica claro que se temos uma geração de diferença de frequência entre dois pulsos ( $\omega_1$  e  $\omega_2$ ), no qual compartilham as mesmas flutuações no CEP ( $\phi_1 = \phi + c_1$ ,  $\phi_2 = \phi + c_2$ ), assim  $\phi_{\text{GDF}} = c_2 - c_1 - \pi/2 = \text{constante}$ , ou seja, as flutuações são automaticamente canceladas [26, 31].

Os conceitos explorados nesse capítulo são fundamentais para entender o funcionamento de diferentes OPAs. Com o objetivo de obter um laser com tempo de duração ultracurto, CEP estabilizado e controle do comprimento de onda no infravermelho próximo. Neste projeto, foi construído um OPA (OPA-IR) que amplifica o pulso sinal com comprimento de onda igual a 970 nm (20 nm de largura de banda) e outro OPA que amplifica o sinal na região do visível (OPA-VIS). Os sinais dos dois OPAs por serem obtidos na geração de luz branca, compartilham então as mesmas flutuações no CEP. Desta forma, foi realizada a geração de diferença de frequência entre os dois sinais amplificados, permitindo a obtenção de pulsos ultracurtos na região do infravermelho próximo e com o CEP estável.

## 5 ESTUDOS DA GERAÇÃO DE SUPERCONTÍNUO

### 5.1 LASER

A principal fonte de bombeamento utilizada neste trabalho de dissertação consiste em um amplificador de Ti:Safira, modelo *Legend Elite HE-USX (Coherent)*, no qual fornece pulsos com energia em torno de 4 mJ e com comprimento de onda central de 790 nm. A duração dos pulsos à meia altura é em torno de 25 fs numa taxa de repetição de 1 kHz. A Figura 23 (a) mostra o espectro do laser, enquanto que a Figura 23(b) mostra o sinal de uma autocorrelação não colinear realizada em um autocorrelacionador (*Single-shot Autocorrelator - Coherent*). Assim, a partir do sinal de autocorrelação, considerando que o pulso é Gaussiano, pode-se verificar que o tempo de duração do pulso é de aproximadamente igual a 25 fs.

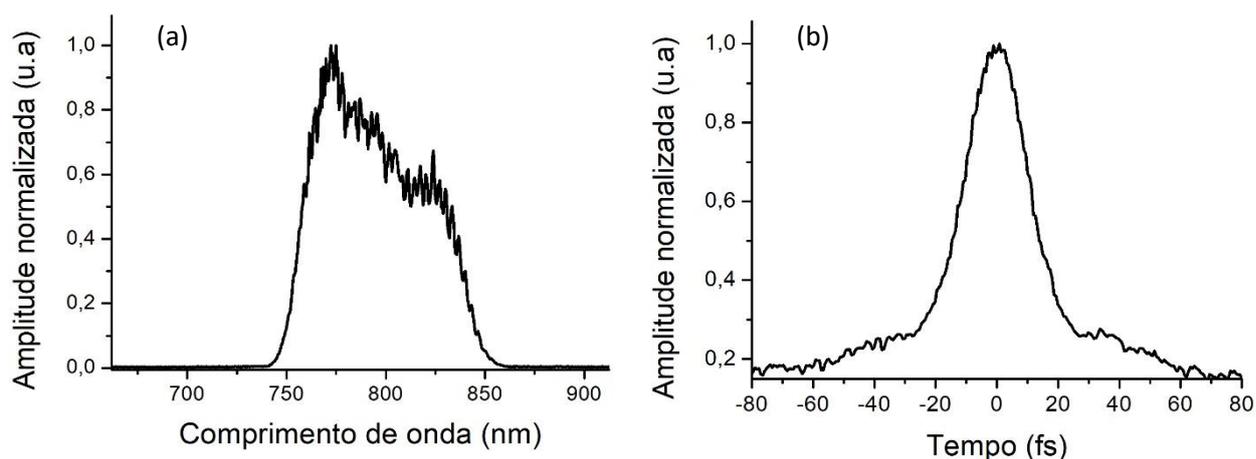


Figura 23 - (a) Espectro do laser. (b) Sinal da autocorrelação do pulso (25 fs à meia altura).

Uma outra forma de estimar a duração dos pulsos é através da transformada inversa de Fourier do espectro [34]. Assim, assumindo que o pulso é limitado por transformada de Fourier, ou seja, a fase é a mesma ao longo do espectro do pulso (pulso sem *chirp*), podemos verificar através da Figura 24 que tempo de duração do pulso seria igual a 15 fs. Evidentemente, esse tempo de duração é menor ao que foi medido no

autocorrelacionador devido à algum efeito dispersivo que é desprezado ao se considerar que o pulso é limitado por transformada.

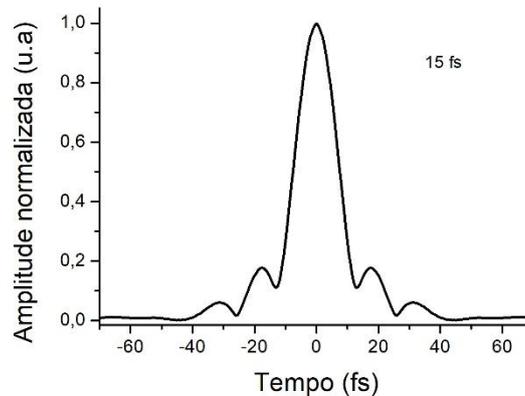


Figura 24 - Tempo de duração do pulso a partir da transformada inversa de Fourier do espectro do laser.

Como o laser possui as seguintes características: comprimento de onda central  $\lambda_0 \cong 790$  nm, largura de banda à meia altura  $\Delta\lambda_0 \cong 76,5$  nm ( $\Delta\nu_0 \cong 36,5$  THz), então, o produto  $\Delta\nu_0 \tau$  para o pulso limitado por transformada ( $\tau \cong 15$  fs) é igual a  $\Delta\nu_0 \tau = 0,54$ , enquanto que para o tempo de duração do pulso medido na autocorrelação ( $\tau \cong 25$  fs),  $\Delta\nu_0 \tau = 0,91$ . Assim, esses valores do  $\Delta\nu_0 \tau$  sugerem que o laser pode possuir alguma forma entre a Gaussiana e a super Gaussiana, com *chirp*, uma vez que  $\Delta\nu_0 \tau \cong 0,441$  para um pulso gaussiano e  $\Delta\nu_0 \tau \cong 0,686$  para um pulso gaussiano de 2ª ordem (super gaussiano) [35].

## 5.2 GERAÇÃO DE SUPERCONTÍNUO EM CRISTAIS DE SAFIRA

O supercontínuo gerado através de um cristal de safira ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) é conhecido por gerar espectros de banda larga e pelo seu alto limiar de dano. A safira é um meio com centro de simetria, onde não possui cargas livres, não é condutor, não é magnetizável e também é transparente no espectro visível e infravermelho próximo (Figura 25). Essas propriedades são essenciais para a autofocalização e a automodulação de fase envolvidas na geração de supercontínuo [22].

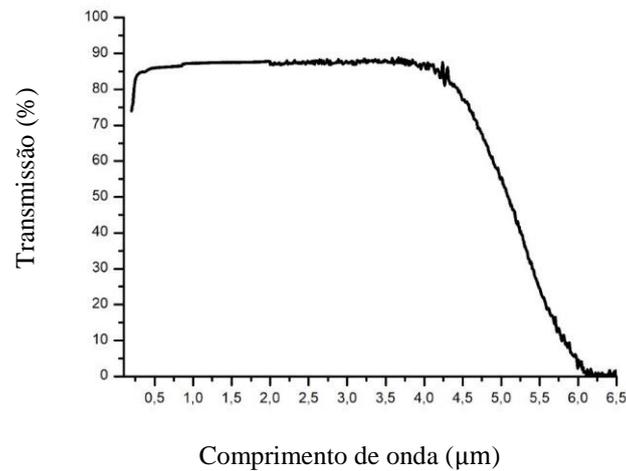


Figura 25 - Transmissão da safira no visível e infravermelho. Retirado de [47].

### 5.2.1 1ª Configuração

A Figura 26 ilustra como o experimento foi montado, no qual foi utilizado um filtro reflexivo neutro variável F1 para controlar a potência da luz incidente e também foi necessário utilizar o filtro F2 (*Thorlabs* FB790-10) para tornar o espectro mais simétrico em relação ao comprimento de onda central, a custa de diminuir a grande largura da banda do pulso do laser (Figura 23 (a)), levando a um alargamento temporal do pulso. Assim, a transferência de energia para as outras frequências do supercontínuo ocorre, inicialmente, a partir de um pulso centrado em 790 nm e com 10 nm de largura de banda à meia altura como mostra a Figura 27 (a).

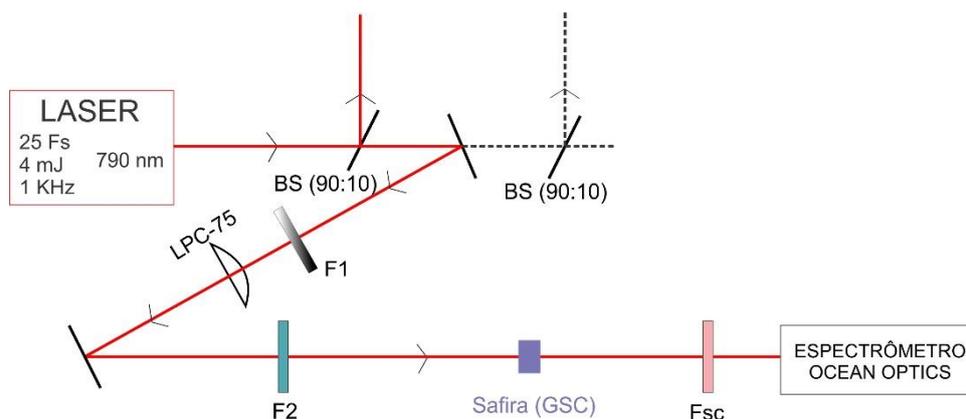


Figura 26 - Ilustração do experimento sobre a geração de supercontínuo com uma lente convergente com foco de 75 cm.

Assumindo que o pulso é limitado por transformada de Fourier, então, a partir da transformada inversa de Fourier do espectro após o filtro F2 (Figura 27 (a)), o tempo de duração do pulso é de aproximadamente  $\tau = 90$  fs (Figura 27 (b)).

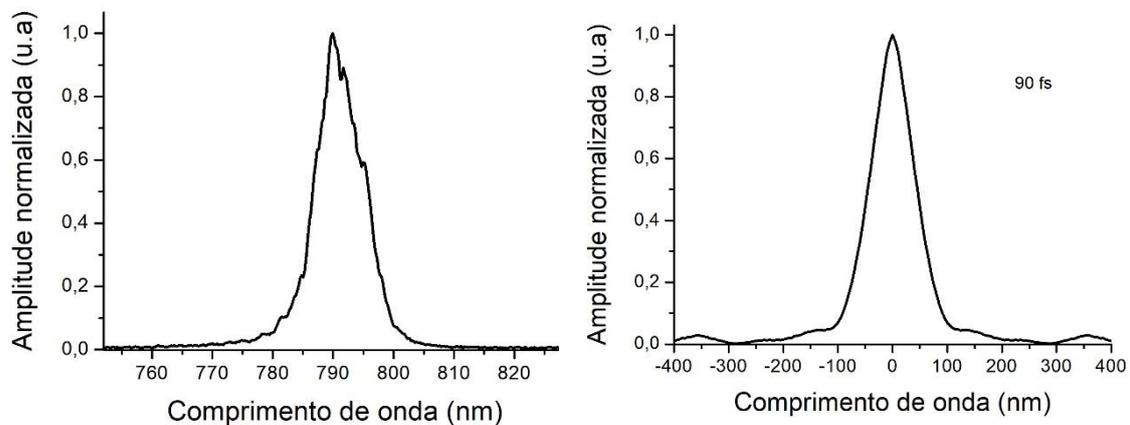


Figura 27 - (a) Espectro do laser após a passagem no filtro F2 (Thorlabs FB790-10). (b) Transformada inversa de Fourier do espectro do laser após a passagem no filtro F2.

Portanto, após o filtro F2, o pulso continua centrado em  $\lambda_0 \cong 790$  nm, porém sua largura de banda diminui para  $\Delta\lambda_0 \cong 10$  nm ( $\Delta\nu_0 \cong 4,8$  THz) provocando um aumento no tempo de duração do pulso para 90 fs (limitado por transformada). Nesse caso, a relação  $\Delta\nu_0 \tau \cong 0,432$  indica que o pulso possui forma aproximadamente Gaussiana.

O primeiro experimento sobre a geração de supercontínuo foi realizado através da focalização do feixe a partir de uma lente convergente (plano convexa) com foco de 75 cm. Os cristais de safira foram colocados na mesma região focal, região tal que a primeira face do cristal coincide com a cintura mínima do feixe. Considerando a propagação de um pulso Gaussiano focalizado, a cintura mínima do feixe foi estimada em, aproximadamente,  $w_0 \approx 32$   $\mu\text{m}$ , assim, o comprimento Rayleigh foi estimado em  $Z_0 \approx 4$  mm, no qual o comprimento Rayleigh de um feixe de laser Gaussiano é a distância a partir da cintura mínima do feixe até a região onde o raio do feixe aumenta por um fator de  $\sqrt{2}$  [14].

Os resultados da geração de supercontínuo foram obtidos com a potência média variando entre 2 mW a 10 mW para os três cristais de safira com espessuras igual a 2 mm, 3 mm e 5 mm, como mostram as Figuras 28, 29 e 30, respectivamente. Para analisar a geração de supercontínuo, foi necessário o uso do filtro  $F_{sc}$  para filtrar a região central do espectro entre 775 nm e 805 nm, com isto foi possível detectar somente as novas

frequências geradas no processo e sem saturar o espectrômetro (Ocean Optics HR4000CG-UV-NIR).

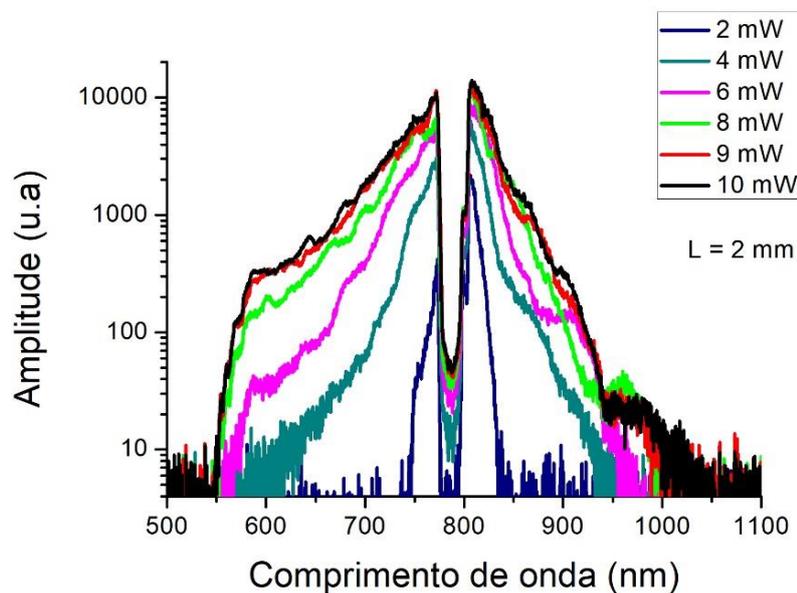


Figura 28 - Espectros do supercontínuo para diversos valores de potência média em um cristal de safira de 2 mm de espessura.

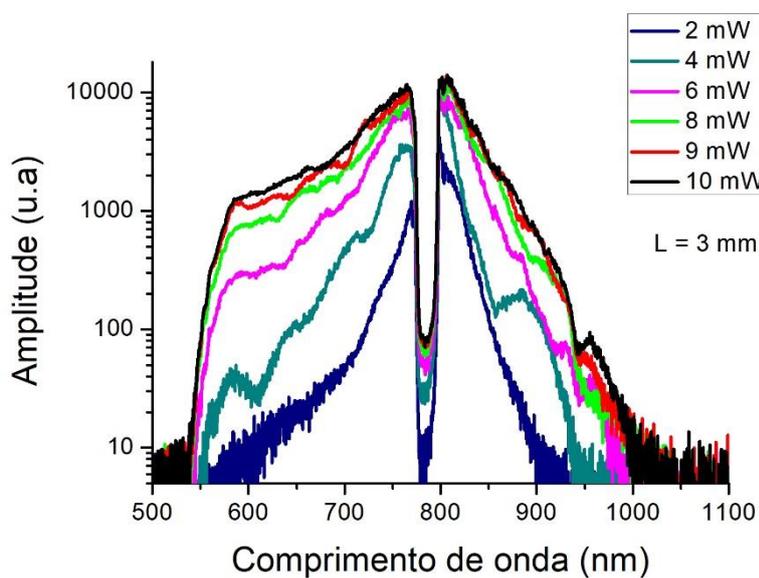


Figura 29 - Espectros do supercontínuo para diversos valores de potência média em um cristal de safira de 3 mm de espessura.

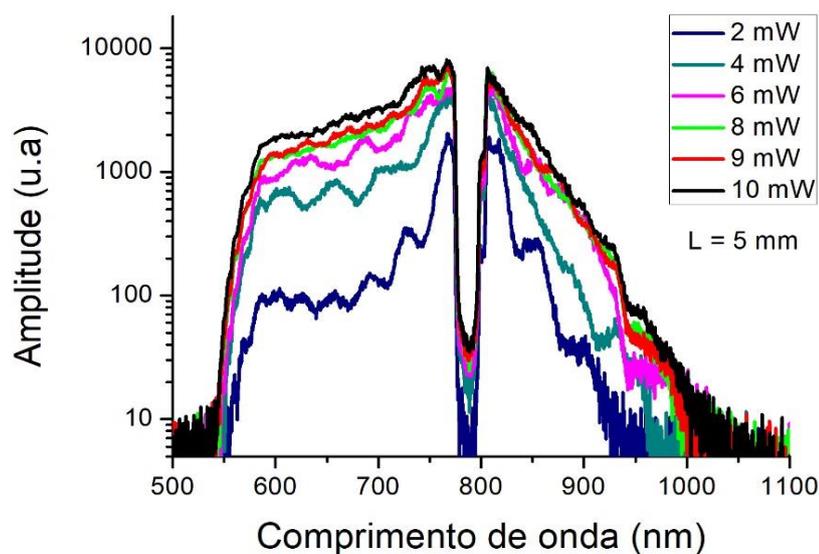


Figura 30 - Espectros do supercontínuo em escala logarítmica para diversos valores de potência média em um cristal de safira de 5 mm de espessura.

Analisando os gráficos acima, com potência média a partir de 2 mW já é suficiente para obter luz branca para as amostras de 3 mm e 5 mm de espessura, enquanto que na amostra de 2 mm, somente é observado automodulação de fase com a região espectral se estendendo de 750 nm a 835 nm. Aumentando gradativamente a potência até 10 mW, foram obtidos espectros que se estendem de 540 nm a 1040 nm, para o cristal de 5 mm.

Pode-se observar um aumento predominante da geração de onda anti Stokes ( $\lambda < \lambda_0$ ), porém, o espectrômetro utilizado não possui a mesma eficiência de detecção para todos os comprimentos de onda. Este fato pode ser comprovado através do espectro de uma lâmpada incandescente (Figura 32), fonte térmica que produz radiação similar a um corpo negro com  $T = 2700$  K (Figura 31), possuindo amplo espectro sobre toda a faixa do visível até o infravermelho médio ( $> 3000$  nm).

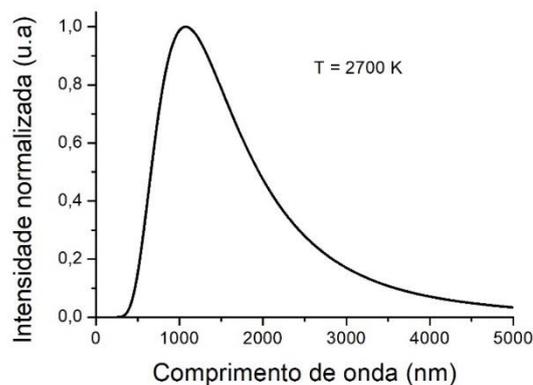


Figura 31 - Espectro do corpo negro em  $T = 2700$  K.

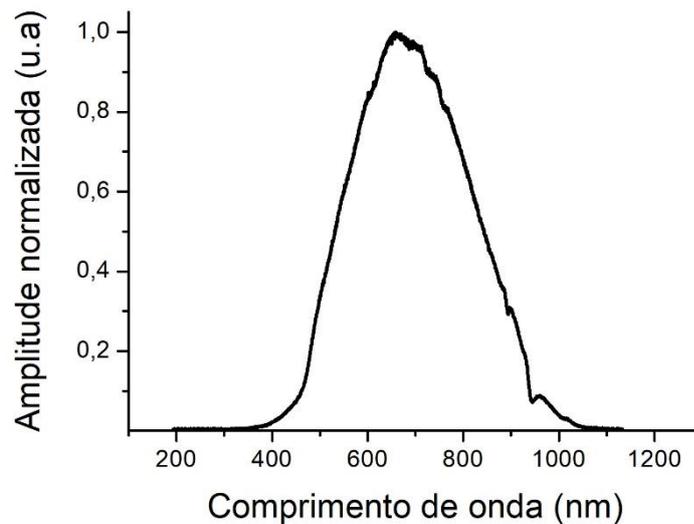


Figura 32 - Espectro de uma lâmpada incandescente (temperatura da cor 2700 K).

Desta forma, a detecção do lado Stokes ( $\lambda > \lambda_0$ ) do supercontínuo foi prejudicada, contudo, este fato não comprometeu os experimentos, uma vez que o mesmo espectrômetro foi utilizado em todas as medidas sobre a geração de supercontínuo e não é objetivo deste trabalho obter espectros acima de 1000 nm, como ficará evidente no próximo capítulo. A Figura 33 mostra a função resposta do espectrômetro (razão entre as figuras 5.10 e 5.9).

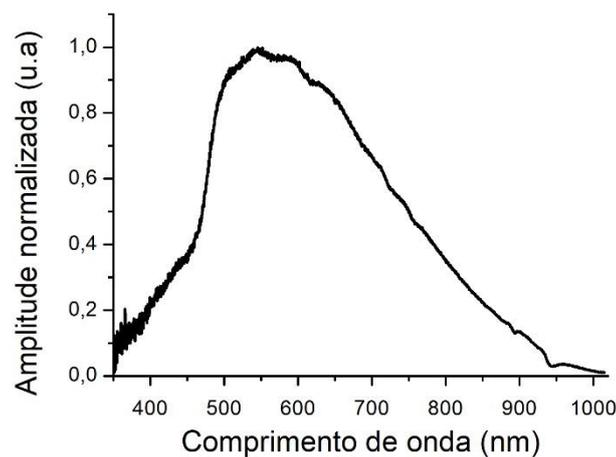


Figura 33 - Função resposta do espectrômetro

Os gráficos da Figura 34 mostram a evolução do espectro com a potência constante e variando somente a espessura do cristal de safira, no caso da potência média em  $P_{\text{méd}} = 2 \text{ mW}$ , o supercontínuo começa a surgir após a propagação em 3 mm de safira, no qual o espectro se estende entre 600 nm e 900 nm. Aumentando a potência média para

$P_{\text{méd}} = 4 \text{ mW}$ , após 2 mm de safira, também ocorre o aparecimento do início do supercontínuo, cujo o espectro se estende entre 600 nm e 930 nm, sendo então muito semelhante ao caso em que  $P_{\text{méd}} = 2 \text{ mW}$  (após 3 mm).

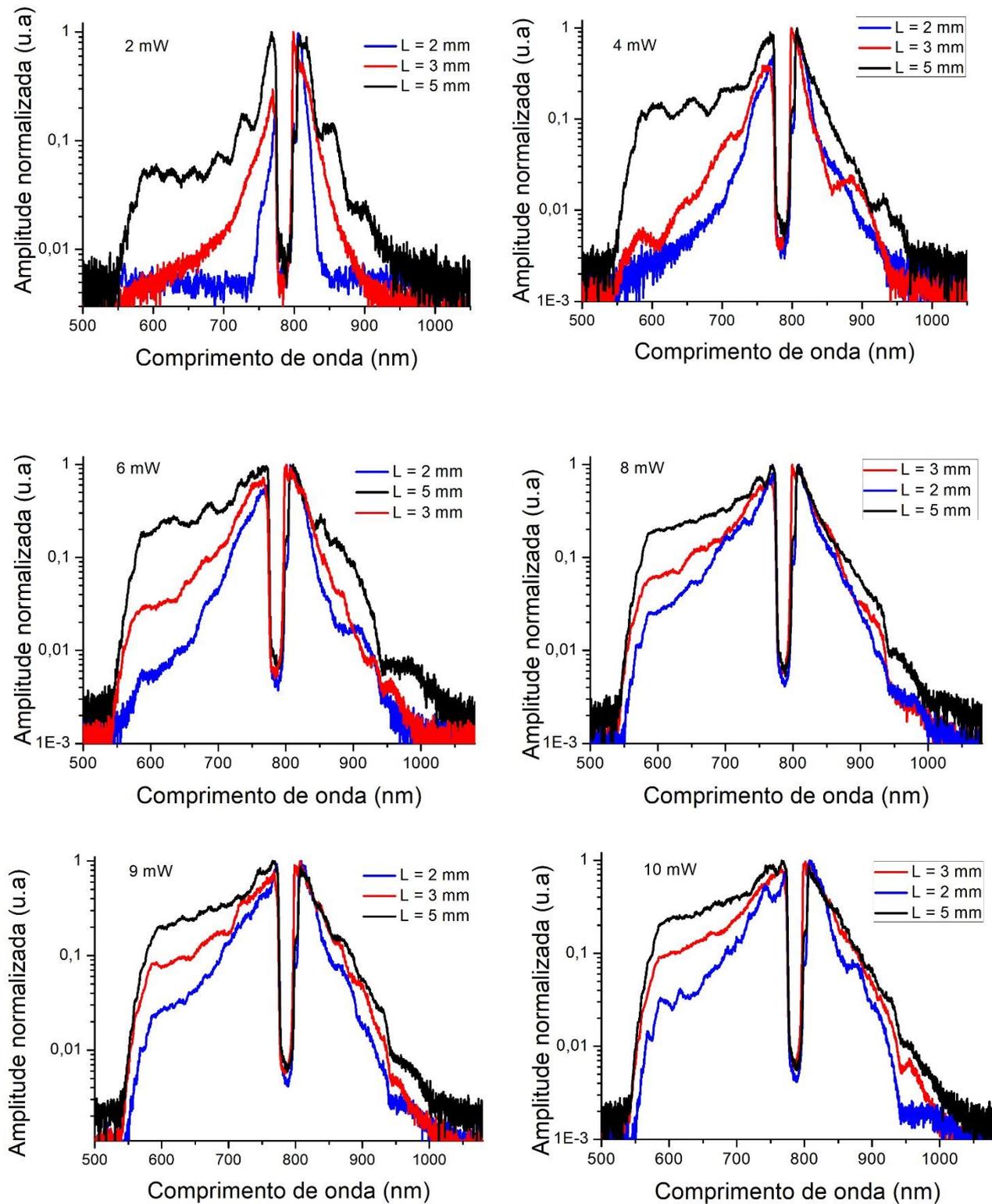


Figura 34 - Evolução do espectro do supercontínuo com a potência constante e variando somente a espessura do cristal de safira.

É importante observar que na maioria dos casos ocorrem oscilações nos espectros do supercontínuo na região de 960 nm, com um crescimento na amplitude quase vertical no lado anti Stokes, começando em torno de 540 nm.

Para complementar os resultados da geração de supercontínuo obtidos nesta configuração, foram realizadas simulações a partir da equação não linear de Schrödinger (equação 3.25). Uma vez que o comprimento Rayleigh do feixe é de aproximadamente 4 mm, então, foi considerado que a cintura mínima do feixe permanece constante ao longo de sua propagação dentro dos cristais de 2 mm e 3 mm de espessura. Assim, é possível comparar qualitativamente o comportamento da simulação do supercontínuo gerado a partir da propagação unidimensional de pulsos, em cristais de 2 mm e 3 mm de espessura. Evidentemente, o caso do cristal de 5 mm, o feixe diverge suficiente, dentro do cristal, tal que a consideração de cintura constante ao longo da propagação pode não ser adequada.

Em relação as simulações, analogamente ao exemplo explorado no capítulo 3 sobre a simulação da geração de supercontínuo, a equação não linear de Schrödinger que descreve a propagação unidimensional de pulsos pode ser resolvida, numericamente, utilizando o método RK4IP (*fourth-order Runge-Kutta in the Interaction Picture*) [24]. A tabela 5.1 (a) mostra as características do pulso de entrada nos cristais de safira, assumindo a aproximação da cintura do feixe constante ao longo do cristal, enquanto que a tabela 5.1 (b) mostra as características sobre a dispersão e não linearidade da safira.

(a)	Taxa de repetição	1 kHz
	$\lambda_0$	790 nm
	$\tau$	90 fs
	Pulso de entrada	$A(0, T) = \sqrt{P_0} \exp\left(-2\ln(2) \frac{t^2}{\tau^2}\right)$

(b)	$\beta_2$	59,2 ps <sup>2</sup> /km
	$\beta_3$	41,6. 10 <sup>-3</sup> ps <sup>3</sup> /km
	$\gamma$	0,07 km <sup>-1</sup> W <sup>-1</sup>

Tabela 2 - (a) Características do pulso de entrada na fibra. (b) Características da safira.

Os gráficos das Figura 35 e 36 mostram os resultados da simulação da geração de supercontínuo, isto é, o espectro e a forma temporal do respectivo pulso, no qual é notável o efeito da dispersão normal e da autoinclinação (*self-steepening*) ao longo da propagação

do pulso. Assim, partindo de um pulso Gaussiano e sem *chirp*, ocorre um maior alargamento temporal no caso do cristal com 3 mm de espessura e com  $P_{\text{méd}} = 10 \text{ mW}$ , onde, a duração do pulso inicial (90 fs) aumenta para aproximadamente  $\tau = 195 \text{ fs}$ .

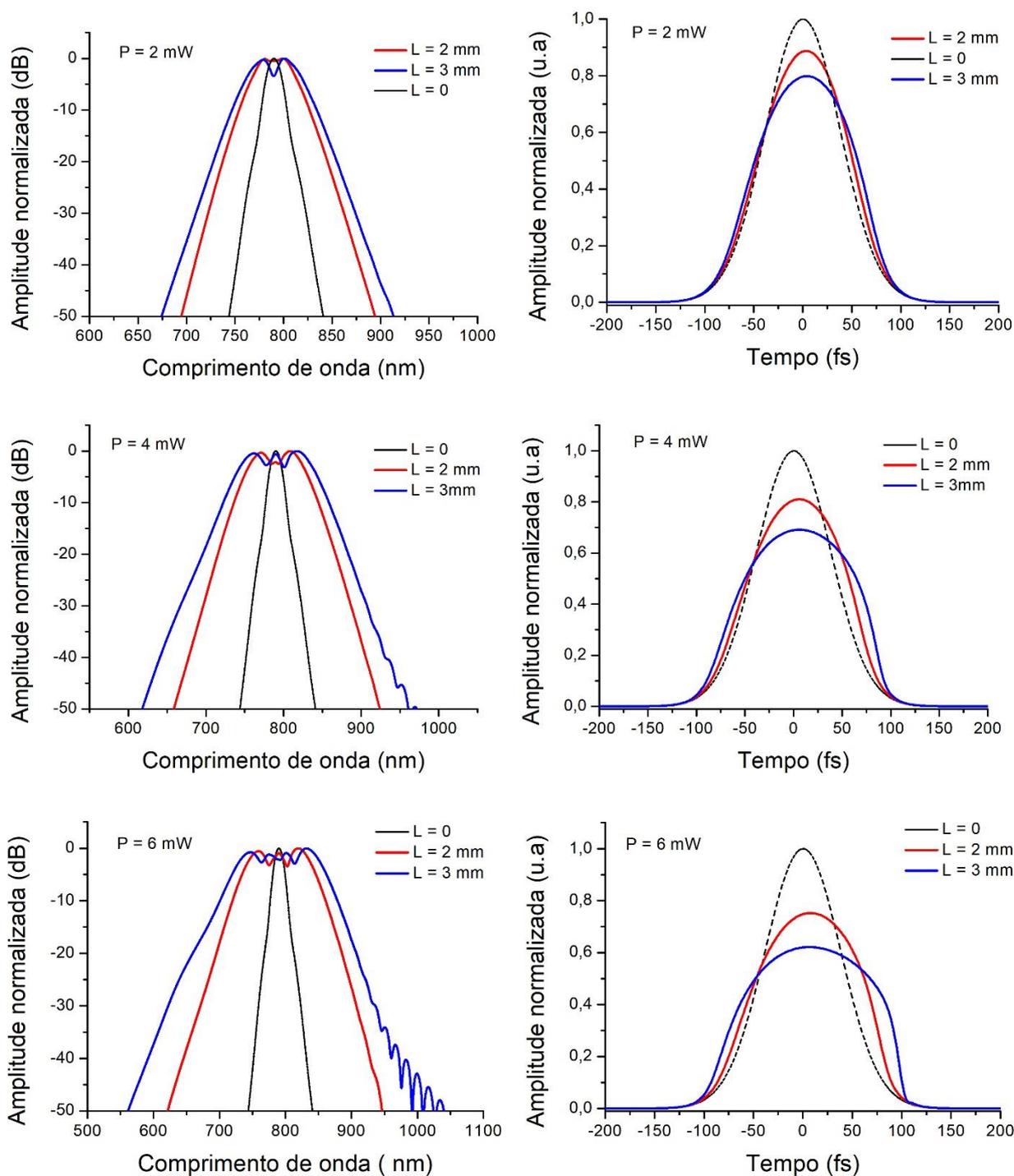


Figura 35 - Simulação da evolução do espectro do supercontínuo com a potência constante e variando somente a espessura do cristal de safira, juntamente com sua respectiva forma temporal (limitado por transformada de Fourier).

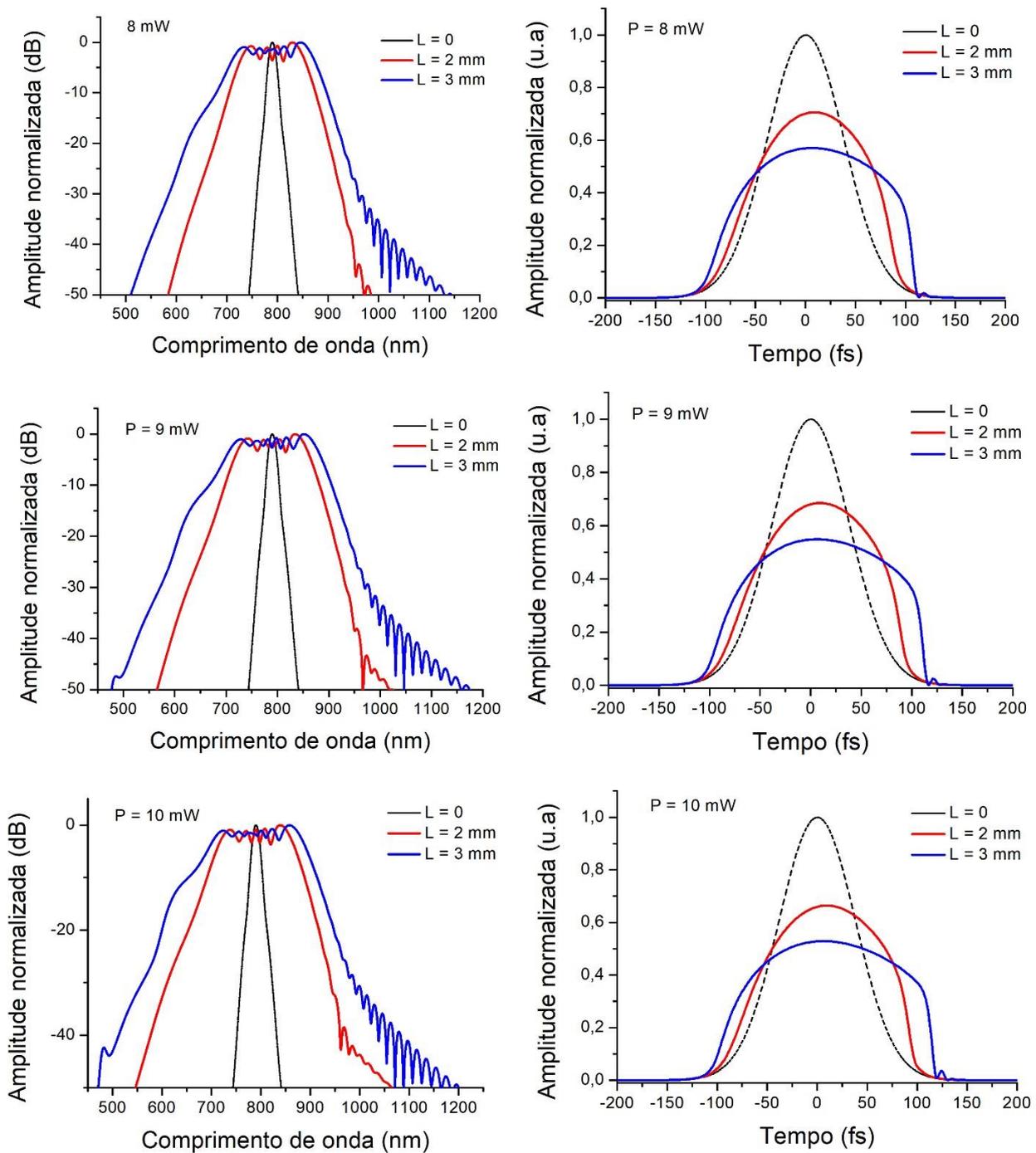


Figura 36 - Simulação da evolução do espectro do supercontínuo com a potência constante e variando somente a espessura do cristal de safira, juntamente com sua respectiva forma temporal (limitado por transformada de Fourier).

Em relação ao espectro do supercontínuo, a tabela 5.2 mostra os intervalos de comprimentos de onda, em -40 dB em relação ao pico, no qual vale destacar algumas semelhanças entre o resultado experimental e as simulações. Conforme foi observado nos resultados experimentais, ocorrem oscilações no espectro em torno de 960 nm, o mesmo

ocorre nos resultados numéricos, indicando que nesta região ambos resultados são semelhantes.

Vale destacar alguns resultados da tabela 5.2 devido a sua semelhança em relação ao experimento equivalente, no caso em que  $P_{\text{méd}} = 9 \text{ mW}$ , as simulações forneceram espectros no intervalo entre 590 nm – 960 nm e 526 nm – 1055 nm, para  $L = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3 \text{ mm}$ , respectivamente. Nos resultados experimentais equivalentes (Figura 32), os espectros obtidos estão compreendidos nos intervalos 555 nm – 985 nm e 545 nm – 990 nm, para  $L = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3 \text{ mm}$ , respectivamente. Para  $P_{\text{méd}} = 10 \text{ mW}$ , as simulações forneceram espectros nos intervalos entre 575 nm – 972 nm e 510 nm – 1080 nm, para  $L = 2 \text{ mm}$  e  $L = 3 \text{ mm}$ , respectivamente, enquanto que os resultados experimentais equivalentes, os espectros estão compreendidos nos intervalos 550 nm – 1000 nm e 545 nm – 1010 nm.

	L = 2 mm	L = 3 mm
$P_{\text{méd}} = 2 \text{ mW}$	708 nm – 877 nm	690 nm – 893 nm
$P_{\text{méd}} = 4 \text{ mW}$	677 nm – 905 nm	640 nm – 930 nm
$P_{\text{méd}} = 6 \text{ mW}$	645 nm – 928 nm	590 nm – 970 nm
$P_{\text{méd}} = 8 \text{ mW}$	610 nm – 950 nm	545 nm – 1032 nm
$P_{\text{méd}} = 9 \text{ mW}$	590 nm – 960 nm	526 nm – 1055 nm
$P_{\text{méd}} = 10 \text{ mW}$	575 nm – 972 nm	510 nm – 1080 nm

Tabela 3 - intervalo espectral do supercontínuo em -40 dB em relação ao pico, com suas respectivas potências.

Para visualizar melhor o início da geração de supercontínuo, os gráficos da Figura 37 mostram a evolução espectral com seu respectivo tempo de duração do pulso ao longo da propagação até 3 mm, para  $P_{\text{méd}} = 2 \text{ mW}$ , 6 mW e 10 mW, respectivamente.

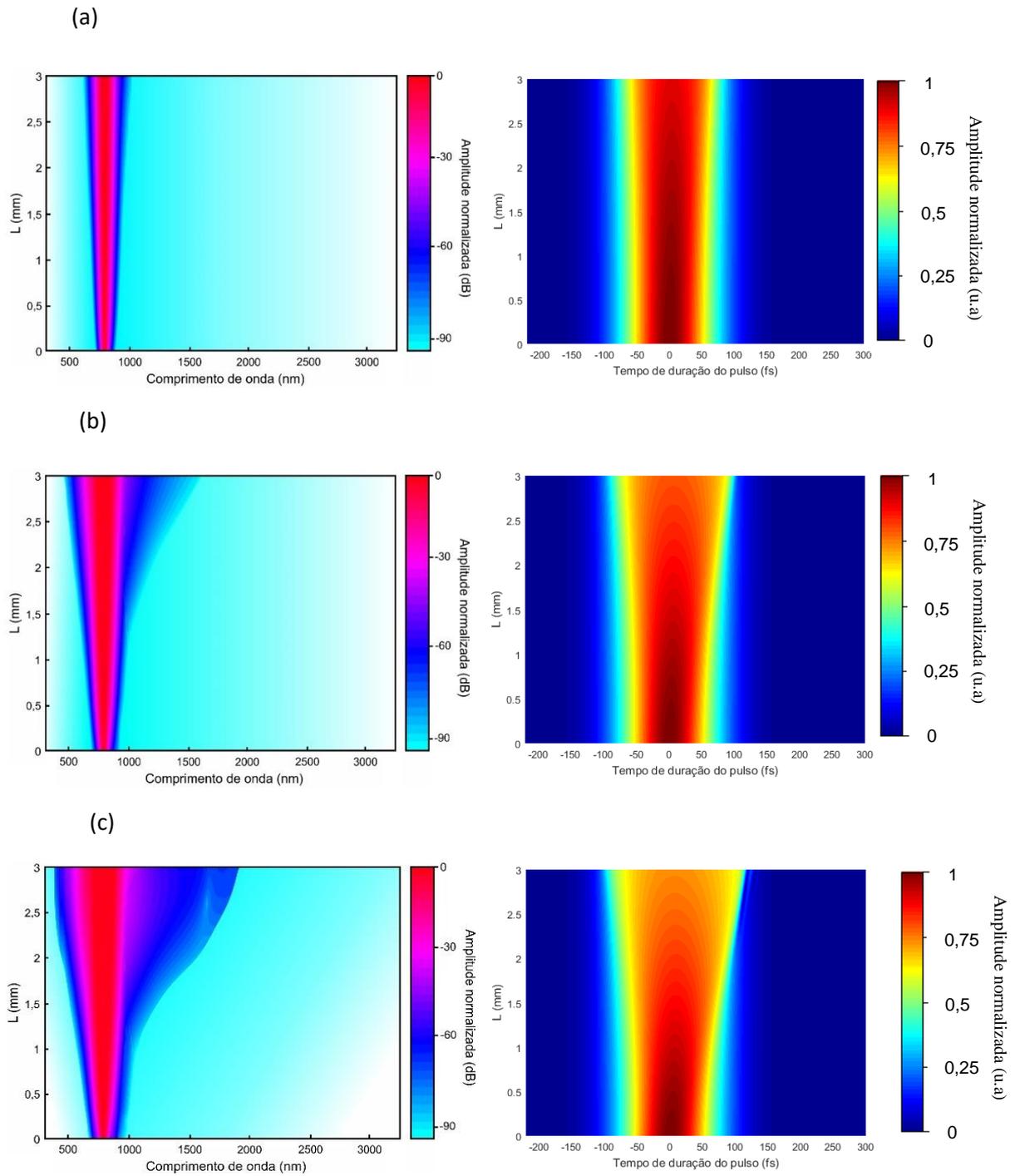


Figura 37 - Evolução espectral com seu respectivo tempo de duração do pulso ao longo da propagação até 3 mm, para (a)  $P_{méd} = 2$  mW . (b)  $P_{méd} = 6$  mW. (c)  $P_{méd} = 10$  mW.

Analisando os gráficos da Figuras 37, o aparecimento do supercontínuo começa após 3 mm da propagação do pulso no caso em que  $P_{\text{méd}} = 2 \text{ mW}$ , note que experimentalmente também é em torno de 3 mm que inicia o processo da geração de supercontínuo. Para  $P_{\text{méd}} = 10 \text{ mW}$ , é notável que após 2 mm de propagação do pulso, o crescimento do lado anti Stokes diminui e a indução de novas componentes de frequência, nessa região, atinge até em torno de 475 nm, de forma semelhante ao que ocorre no experimento, no qual atinge até 540 nm. Portanto, levando em conta a complexidade da dinâmica entre os processos que geram o supercontínuo, no qual é realmente não trivial fazer um estudo comparativo entre simulação e experimento, e também as aproximações consideradas, os resultados numéricos podem ser considerados consistentes com os resultados experimentais.

### 5.2.2 2ª Configuração

A Figura 38 ilustra como o segundo experimento sobre a geração de supercontínuo foi montado, no qual também foi utilizado um filtro reflexivo neutro variável F1 (thorlabs NDL-10C-4) para controlar a potência da luz incidente e também foi necessário utilizar o filtro F2 (Thorlabs FB790-10) para tornar o espectro mais simétrico em relação ao comprimento de onda central. Assim, o pulso de entrada nos cristais de safira é centrado em 790 nm, com 10 nm de largura de banda à meia altura e

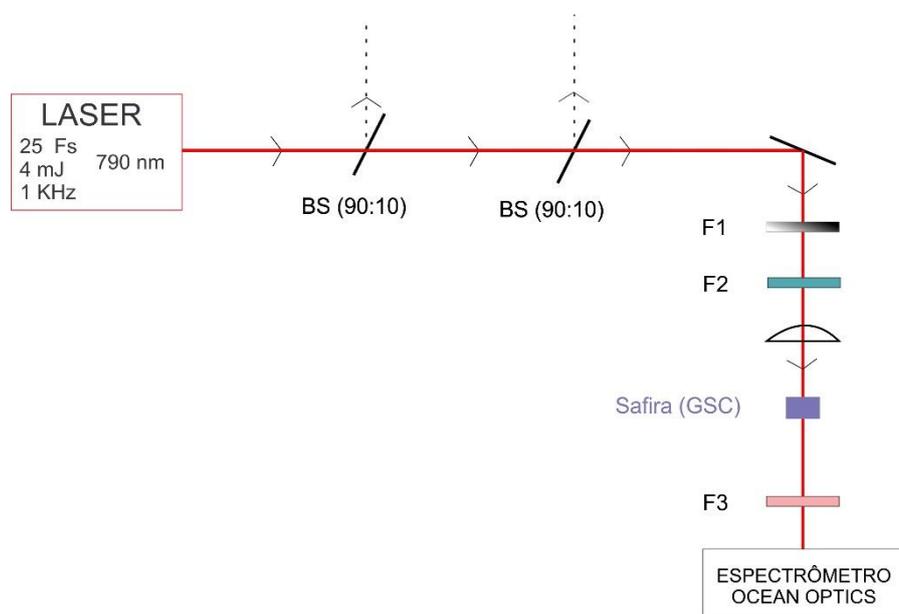


Figura 38 - Ilustração do experimento sobre a geração de supercontínuo com uma lente convergente com foco de 7,5 cm.

90 fs de tempo de duração (Figura 27). Esta foi a configuração final usada para a produção da semente (sinal) do sistema de OPAs, como será visto nos próximos capítulos.

Nesta configuração, a geração de supercontínuo foi obtida a partir da focalização do feixe através de uma lente convergente (plano convexa) com foco de 7,5 cm. Analogamente ao experimento anterior, os cristais de safira foram colocados na mesma região focal, região tal que a primeira face do cristal coincide com a cintura do feixe. Considerando a propagação de um feixe Gaussiano focalizado, a cintura estimada do feixe é de  $w_0 \approx 3,2 \mu\text{m}$ , assim, o comprimento Rayleigh seria de  $Z_0 \approx 41 \mu\text{m}$ . Com isso, é evidente que há uma forte divergência do feixe após o foco, tal que após 2 mm de propagação, um feixe gaussiano com essas configurações terá raio (cintura)  $w(z = 2 \text{ mm}) \approx 156 \mu\text{m}$ , ou seja, ao longo da propagação do pulso dentro do cristal de safira, após uma determinada distância relativamente pequena, a área efetiva da secção transversal do feixe é grande suficiente para que os efeitos não lineares não contribuam para a geração de supercontínuo, restando ao pulso sofrer a dispersão normal dentro da safira.

Os resultados da geração de supercontínuo foram obtidos com a potência média variando entre 0,4 mW a 1 mW para os três cristais de safira com espessuras igual a 2 mm, 3 mm e 5 mm, como mostram os gráficos da Figura 39, respectivamente. Para analisar a geração de supercontínuo, novamente foi utilizado o filtro  $F_{sc}$  para filtrar a região central do espectro entre 775 nm e 805 nm, com isto foi possível detectar somente as novas frequências geradas no processo e sem saturar o espectrômetro (Ocean Optics HR4000CG-UV-NIR)

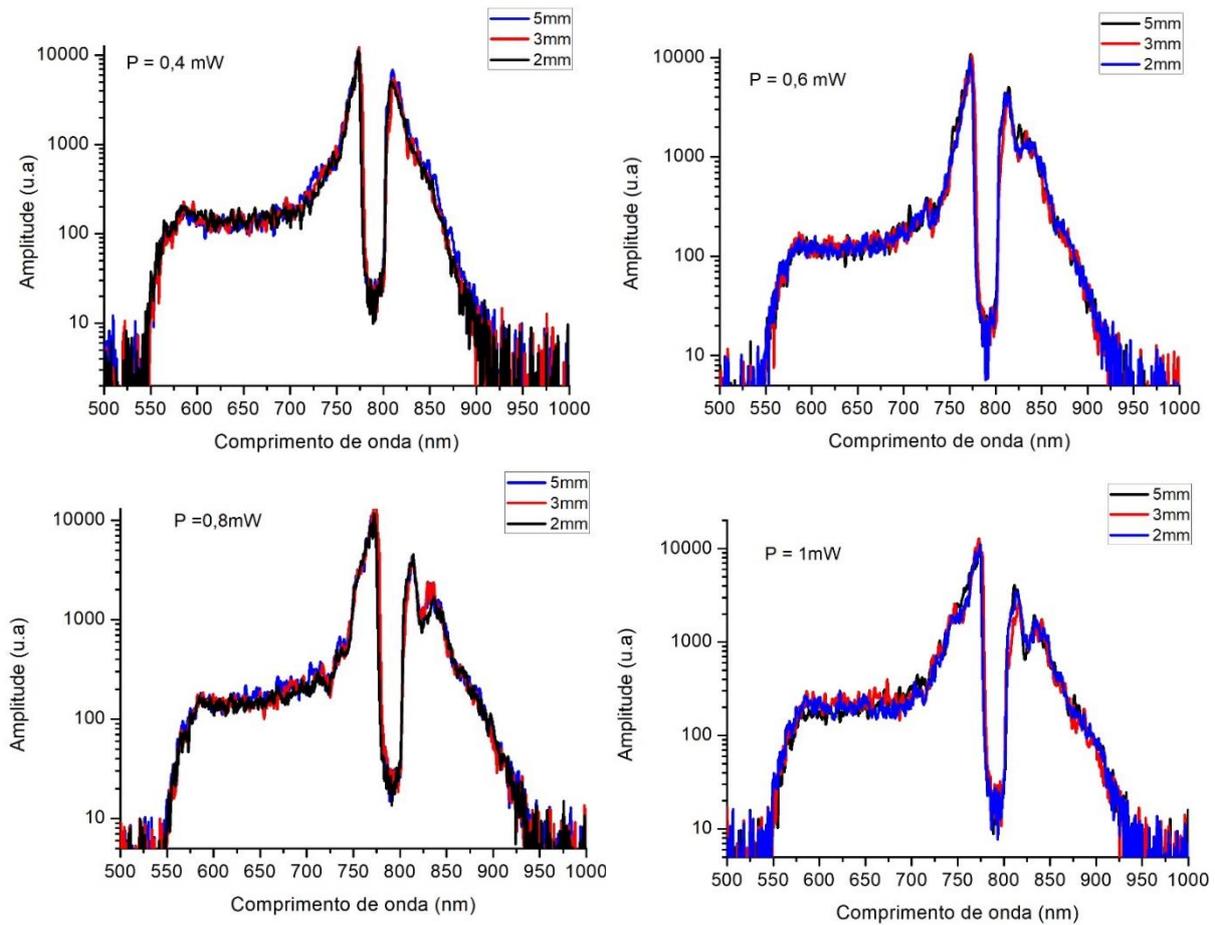


Figura 39 - Geração de supercontínuo com a potência constante e variando somente a espessura do cristal de safira.

Como mostram os espectros acima, os três cristais de safira por terem espessuras muito maiores que o valor do comprimento Rayleigh do feixe, então todos os processos que contribuem para a geração de supercontínuo ocorrem até 2 mm de propagação na safira, pois, para cada potência, todos os espectros são praticamente idênticos. O lado Stokes aumenta à medida que a potência média do pulso aumenta, enquanto o lado anti Stokes praticamente permanece praticamente inalterado. Portanto, é importante observar que o objetivo da montagem desta configuração foi explorar a geração de supercontínuo a partir de uma lente convergente com 7,5 cm de focalização, pois foi exatamente essa configuração implementada para a obtenção do supercontínuo no sistema de OPAs, no qual serão tratados nos próximos capítulos.

## 6 OPA NO INFRAVERMELHO PRÓXIMO E NO VISÍVEL

Este capítulo introduz a caracterização dos dois OPAs não colineares montados neste projeto, no qual um amplifica uma faixa estreita do espectro infravermelho próximo e o outro amplifica uma banda larga no visível. Ambos os sinais amplificados têm como semente a geração de supercontínuo em um cristal de safira, e como feixe de bombeamento o segundo harmônico do modo fundamental do laser (790 nm). Ao final, foi realizada a diferença de frequência entre os dois feixes dos OPAs. A Figura 40 ilustra o panorâma geral do sistema completo.

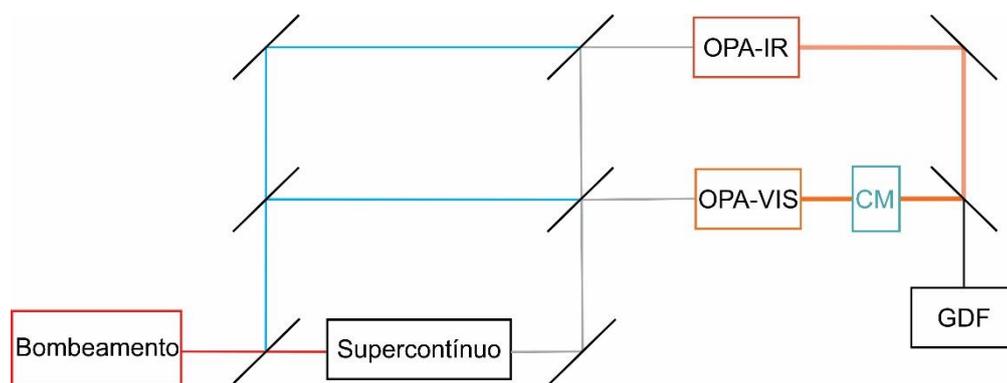


Figura 40 - Panorâma geral do sistema completo, onde CM denomina um par de espelhos chirped e GDF é o estágio de diferença de frequência entre os dois OPAs.

### 6.1 AMPLIFICAÇÃO PARAMÉTRICA NO INFRAVERMELHO PRÓXIMO

A geração de supercontínuo é um processo coerente, como mostra a referência [36, 37], dois pulsos de supercontínuo mesmo sendo gerados em posições diferentes em uma amostra, ambos pulsos possuem fase travada, ou simplesmente uma relação de fase constante. Estas propriedades tornam o supercontínuo uma ótima semente para obtenção de pulsos ultracurtos, com poucas dezenas de femtosegundos, na saída de OPAs.

O primeiro estágio do sistema foi a montagem de um OPA (Figura 41), no qual amplifica o pulso sinal na região do infravermelho próximo proveniente do supercontínuo, cujo o nome deste estágio será denotado como OPA-IR. Antes da geração do supercontínuo, foi utilizado um filtro reflexivo neutro variável F1 para controlar a potência da luz incidente e também um filtro passa banda F2 para tornar o espectro do pulso mais estreito e simétrico em relação ao comprimento de onda central do laser (790 nm), deixando o pulso com  $\Delta\lambda_0 = 10$  nm de largura de banda à meia altura e com

tempo de duração em torno de 90 fs no caso do pulso limitado por transformada (LT), como mostram os gráficos da Figura 27.

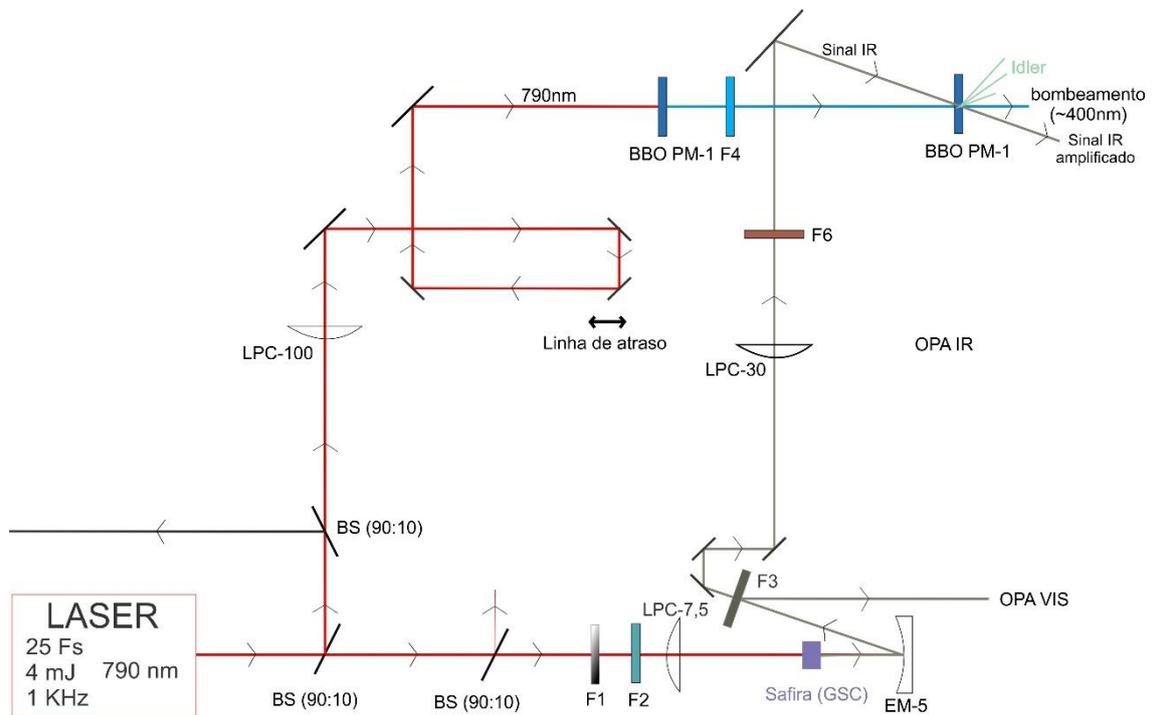


Figura 41 - Ilustração do OPA-IR construído sobre a mesa óptica .

A Figura 41 ilustra como o experimento foi montado sobre a mesa óptica. Em relação ao sinal, o supercontínuo foi gerado a partir de uma pequena fração do pulso do laser ( $1 \mu\text{J}$  de energia) após passar pelos filtros F1 e F2, no comprimento de onda fundamental do laser (790 nm) através da focalização com uma lente plano convexa de 7,5 cm de foco (LPC-7,5) em um cristal de safira (3 mm de espessura). A Figura 42 mostra o espectro do supercontínuo que atua como semente (sinal) para os dois OPAs montados neste projeto, no qual o espectro se estende de 555 nm a 980 nm. Posteriormente, o supercontínuo foi colimado através de um espelho esférico metálico de prata (côncavo) com 5 cm de foco.

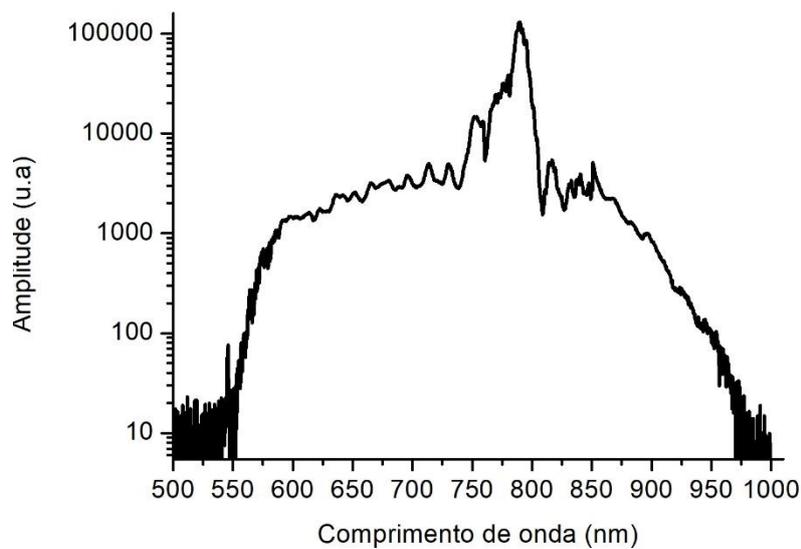


Figura 42 - Espectro do supercontínuo gerado em 3 mm de cristal de safira, no qual se estende entre 555 nm a 980 nm.

Como mostra a Figura 41, a linha de atraso controla a superposição temporal entre o sinal e o bombeamento, no qual o feixe forte foi focalizado através de uma lente plano convexa com 100 cm de foco (LPC-100), cuja a região de focalização está localizada a alguns centímetros antes da sobreposição entre o bombeamento e o sinal, a fim de evitar efeitos de terceira ordem misturado com a diferença de frequência.

O feixe de bombeamento é o segundo harmônico do modo fundamental do laser, no qual um cristal de BBO (casamento de fase do tipo 1 e ângulo de corte  $\theta = 29^\circ$ ) com 1 mm de espessura foi utilizado para gerar o segundo harmônico. O cristal foi colocado em uma região onde o diâmetro do feixe é adequado ( $\approx 2,5$  mm) para uma mistura de onda eficiente suficiente para o bombeamento do OPA-IR, cujo o valor da eficiência da conversão paramétrica para o pulso azul foi de aproximadamente de 20%. A Figura 43(a) mostra o espectro do pulso de bombeio centrado em  $\lambda_p = 397$  nm e com  $\Delta\lambda_p = 5,7$  nm de largura de banda à meia altura.

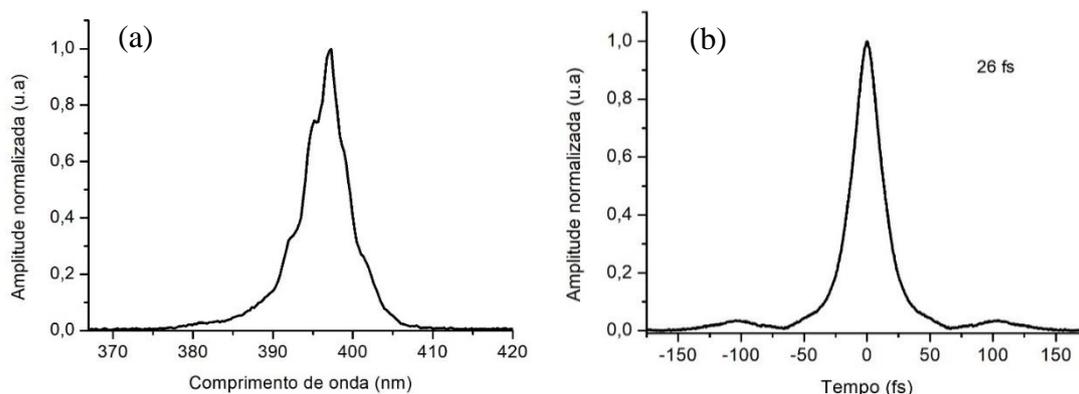


Figura 43 - (a) Espectro do pulso de bombeamento do OPA-IR centralizado em 397 nm e com 5,7 nm de largura de banda à meia altura. (b) forma temporal do pulso (limitado por transformada) com 26 fs de largura à meia altura.

Para fazer a reconstrução da forma temporal do pulso a partir do espectro, foi aplicada a transformada inversa de Fourier, numericamente, sobre os dados do espectro, onde foi obtido que o pulso de bombeio possui em torno de 26 fs de tempo de duração à meia altura (figura (6.4(b))). É importante notar que esse processo de obter a reconstrução temporal do pulso não contabiliza o chirp, ou seja, possivelmente, o pulso deve possuir tempo de duração igual ou maior que 26 fs.

A luz residual (790 nm) da geração de segundo harmônico foi filtrada através de do filtro F4 na Figura 41, no qual sua transmitância encontra-se na Figura 44. O filtro F4 é eficiente o suficiente para a filtragem na região de 790 nm, porém não é perfeitamente adequado para pulsos ultracurtos e de alta energia, pois notoriamente foi observado que a transmissão do segundo harmônico diminui com o tempo devido a um processo de fotoescurecimento (*photodarkening*) no filtro [38, 39]. Contudo, o filtro não comprometeu o funcionamento do OPA-IR. Vale mencionar que o espectro (Figura 43) e a potência média do feixe de bombeamento foram medidos após o filtro F4.

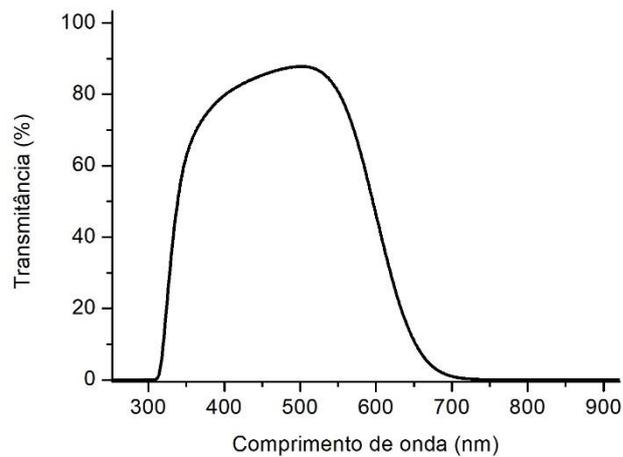


Figura 44 - Transmissão do filtro utilizado para filtrar o feixe remanescente da geração de segundo harmônico do OPA-IR

A partir do feixe fundamental com potência média  $P_m^{790} = 290$  mW, foi obtido para o segundo harmônico após a filtragem dos 790 nm, pulso de bombeio com potência média  $P_m^{397} = 39$  mW, porém este valor diminuiu para aproximadamente 35 mW após 5-10 minutos devido à absorção do filtro F4, onde uma leve mudança na posição do filtro retorna a potência esperada.

Após a filtragem do sinal no filtro F6 de banda estreita (FB970-10 Thorlabs), o mesmo foi focalizado através de uma lente plano convexa de 30 cm de foco (LPC-30), no qual foi possível amplificar o sinal centrado em  $\lambda_s = 972$  nm e com  $\Delta\lambda_s = 18$  nm de largura de banda à meia altura a partir da diferença de frequência entre o sinal e o pulso de bombeamento obtido na geração de segundo harmônico ( $\lambda_p = 397$  nm). Desta maneira, o sinal e o bombeamento foram superpostos não colinearmente com um ângulo interno em torno de  $2,5^\circ$  [40] em 1 mm de cristal de BBO (casamento de fase do tipo 1 e ângulo de corte  $\theta = 29^\circ$ ), para produzir a diferença de frequência, e portanto, obter amplificação paramétrica sobre a banda do sinal (com a geração e amplificação do *idler*). Na prática, o ângulo entre o bombeamento e o sinal é obtido direcionando o sinal para coincidir, aproximadamente, com o ângulo do cone de superfluorescência gerado pelo bombeamento [15]. Posteriormente, o sinal foi colimado através de outra lente plano convexa com 30 cm de foco (LPC-30).

Quantitativamente, o sinal chega no cristal de BBO, após a passagem do supercontínuo pelo filtro F6, com potência média  $P_m^{*972} = 11 \text{ nW}$  (o asterisco simboliza a potência média na ausência do bombeamento), e após a amplificação paramétrica, a potência média do sinal cresce para  $P_m^{972} = 0,41 \text{ mW}$ , assim, o ganho paramétrico deste OPA-IR foi de aproximadamente  $37 \cdot 10^3$ , cuja a intensidade de pico do bombeamento no OPA pode ser estimada, considerando a propagação de um feixe Gaussiano, em torno de  $I_p \approx 780 \text{ GW/cm}^2$ , no qual o diâmetro deste feixe é em torno de  $650 \text{ }\mu\text{m}$ , na região de interação com o sinal. A Figura 45(a) mostra o espectro do sinal amplificado, ou simplesmente, o espectro do OPA-IR, enquanto a Figura 45(b) mostra a forma temporal do pulso, onde o mesmo método (transformada inversa de Fourier) aplicado para obter a reconstrução da forma temporal do pulso realizada para o bombeamento, foi aplicado para o OPA-IR. Assim, foi obtido que o OPA-IR deve possuir em torno de  $72 \text{ fs}$  de tempo de duração à meia altura (limitado por transformada de Fourier).

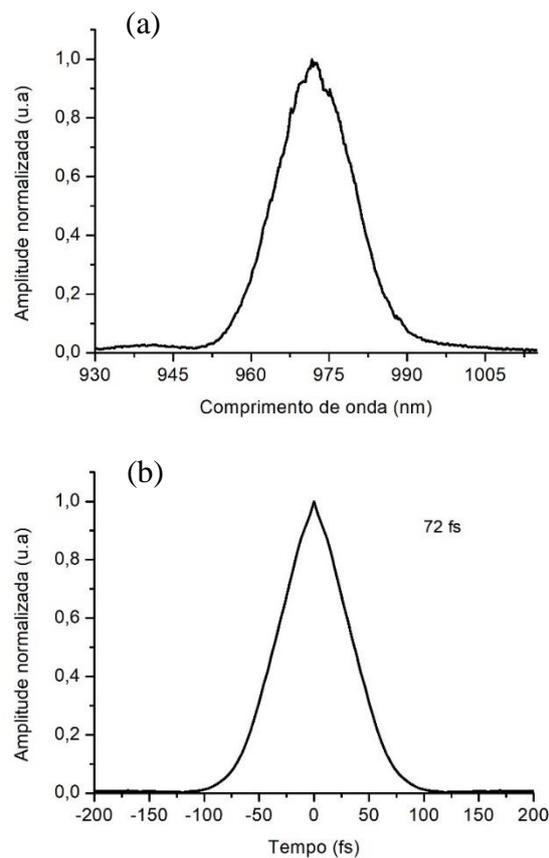


Figura 45 - (a) Espectro do pulso sinal amplificado centrado em 972 nm e com 18 nm de largura de banda à meia altura. (b) forma temporal do pulso com 72 fs de largura à meia altura.

É importante mencionar que temos controle sobre o tempo de duração do pulso inicial do laser, como mencionado no capítulo anterior. Assim, os valores medidos da potência média do OPA-IR foram obtidos otimizando a compressão do pulso inicial. Também foi realizada a caracterização do espectro do *idler*, no qual foi obtido com comprimento de onda central  $\lambda_i = 680$  nm (9 nm de largura de banda à meia altura) e tempo de duração da ordem de 64 fs (limitado por transformada de Fourier), como mostram as Figuras 46 (a) e (b), respectivamente, e com potência média de aproximadamente 0,4 mW.

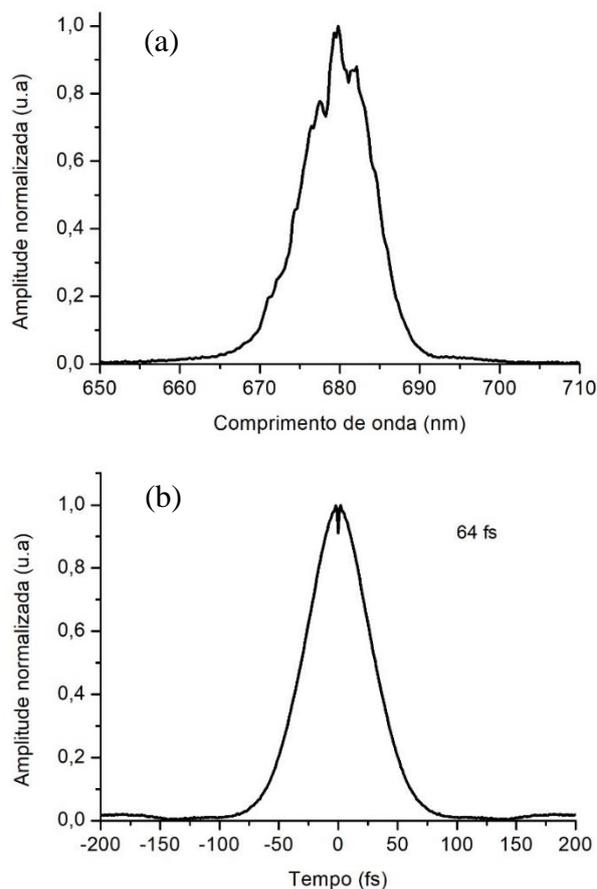


Figura 46 - (a) Espectro do pulso idler centrado em 680 nm com 9 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso idler com 64 fs de largura temporal à meia altura.

A amplificação do sinal e a geração e amplificação do *idler* ocorrem devido ao mecanismo de retroalimentação visto no capítulo 4. Com isso em mente, é esperado que a largura de banda do *idler* e do sinal sejam compatíveis para satisfazer a conservação de energia. A largura de banda do sinal amplificado é em torno de 5,7 THz, enquanto que a largura de banda do *idler* é aproximadamente 5,8 THz. Essa diferença entre as larguras

de banda pode ser justificada devida a limitação do espectrômetro (Ocean Optics HR4000CG-UV-NIR) na detecção de comprimentos de ondas acima de 900 nm, como visto no capítulo 5.

É importante observar, que a melhor forma que foi encontrada para gerar o segundo harmônico a partir do feixe forte e em seguida focalizar no BBO para gerar a diferença de frequência do OPA, sem causar danos ópticos, foi utilizando uma lente plano convexa (LPC-100) de distância focal grande no início do estágio e fazer as duas misturas de ondas ao longo da focalização do feixe.

## 6.2 AMPLIFICAÇÃO PARAMÉTRICA NO VISÍVEL

O segundo estágio do sistema consistiu na montagem de outro OPA, no qual amplifica uma faixa do espectro visível proveniente do mesmo supercontínuo do OPA-IR, cujo o nome deste estágio será denotado como OPA-VIS (Figura 47). Neste ponto, é importante mencionar que foi utilizado um filtro reflexivo neutro, filtro F3, para dividir o pulso do supercontínuo, onde a parte transmitida foi amplificada no OPA-IR e a parte refletida foi amplificada no OPA-VIS.

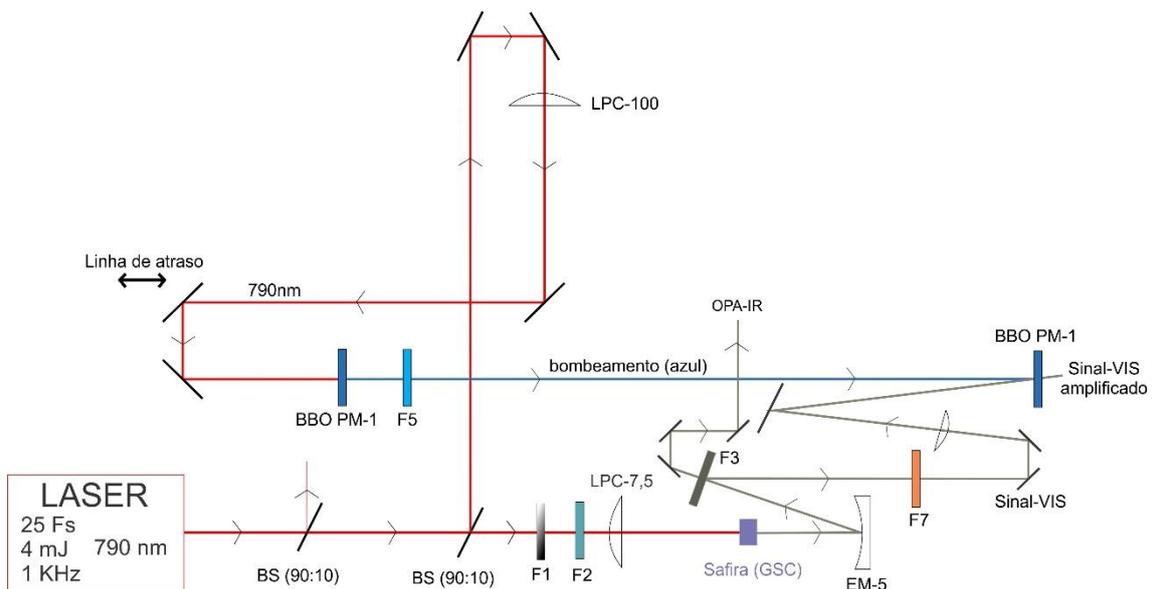


Figura 47 - Ilustração do OPA-VIS construído sobre a mesa óptica .

É importante ressaltar que o OPA-IR foi montado para operar na mesma configuração óptica, isto é, sempre com a mesma largura de banda estreita ( $\approx 18$  nm) e com comprimento de onda central em torno de 970 nm. Já o OPA-VIS possui largura de banda e comprimento de onda central que pode ser variável, onde ajustando o atraso entre o bombeamento e o sinal na região visível, exatamente na linha de atraso da Figura 47, devido ao forte chirp positivo do supercontínuo, é possível selecionar a região do visível à ser amplificada, no qual as componentes vermelhas estão na parte da frente do pulso, enquanto as azuis estão na traseira do pulso. Desta forma, foi observado neste OPA, pulsos com espectros a partir dos 705 nm (20 nm de largura de banda à meia altura) e atrasando o bombeamento em relação ao supercontínuo em até 290  $\mu\text{m}$ , é possível obter a amplificação do outro extremo do espectro da luz branca centralizado em 485 nm (17 nm de largura de banda à meia altura), conforme mostra a Figura 48, juntamente com seus tempos de duração (limitados por transformada de Fourier).

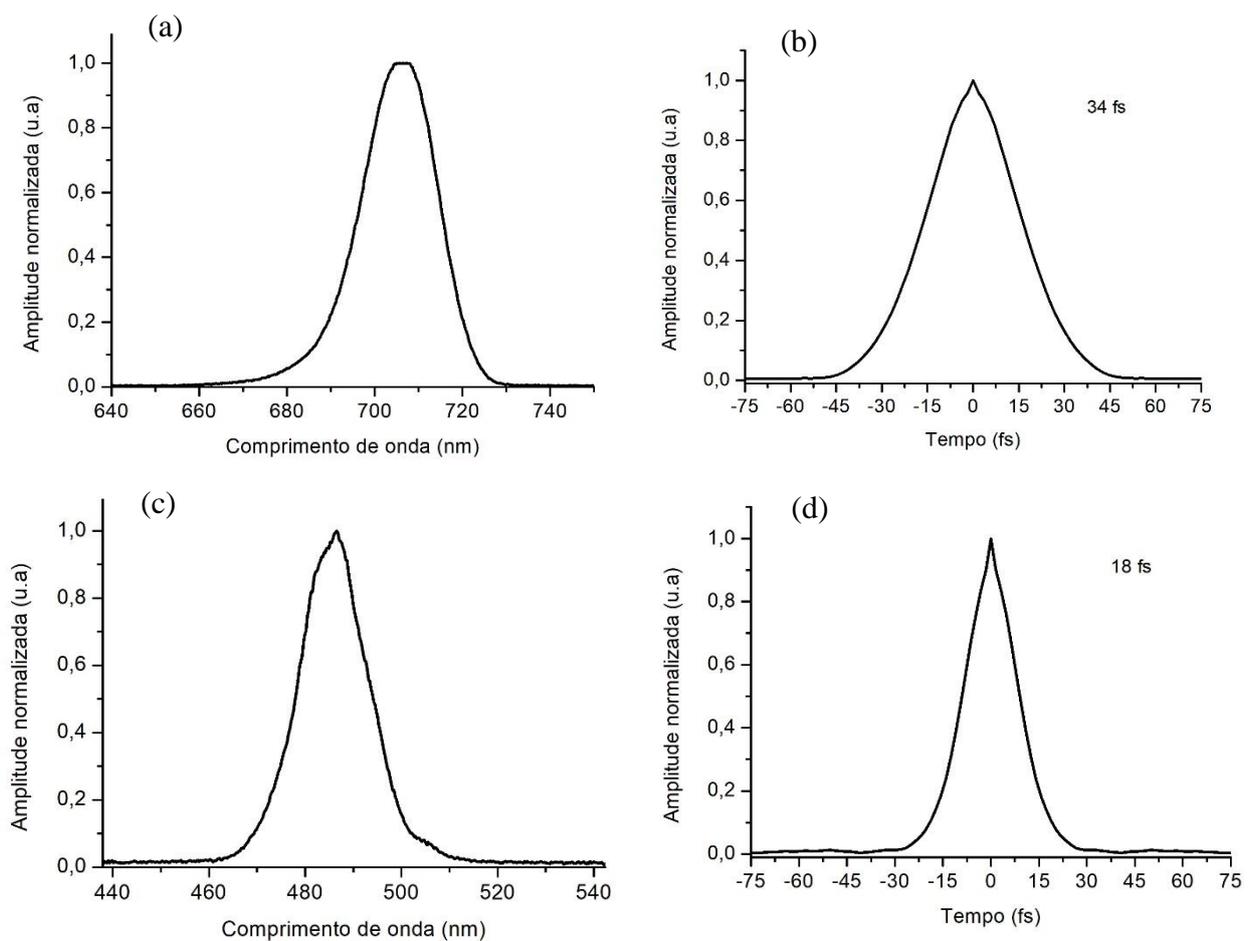


Figura 48 - Amplificação paramétrica no espectro visível, com espectro começando em 705 nm (a) e terminando em 485 nm (c), os respectivos tempos de duração à meia altura dos pulsos estão em (b) e (d).

Note ainda que existe um filtro F7 o qual foi utilizado para filtrar comprimentos de onda maiores que 700 nm do supercontínuo antes da amplificação, limitando a região espectral do OPA-VIS em faixas abaixo dos 700 nm.

O bombeamento deste OPA é similar ao do OPA-IR, isto é, ambos bombeamentos propagam através das mesmas quantidades e tipos de componentes ópticos, se diferenciando apenas na energia do feixe forte. Para o OPA-VIS, a potência média do feixe forte foi de  $P_m^{790} = 390$  mW, no qual gerou o segundo harmônico com aproximadamente  $P_m^{395} = 56$  mW. O gráfico de transmitância do filtro F5 utilizado para eliminar a luz remanescente dos 790 nm encontra-se na Figura 49. Desta forma, foi importante que o bombeamento do OPA-VIS fosse mais energético, devido uma menor eficiência de conversão paramétrica sobre a grande largura de banda no visível, comparada com a largura de banda estreita do OPA-IR.

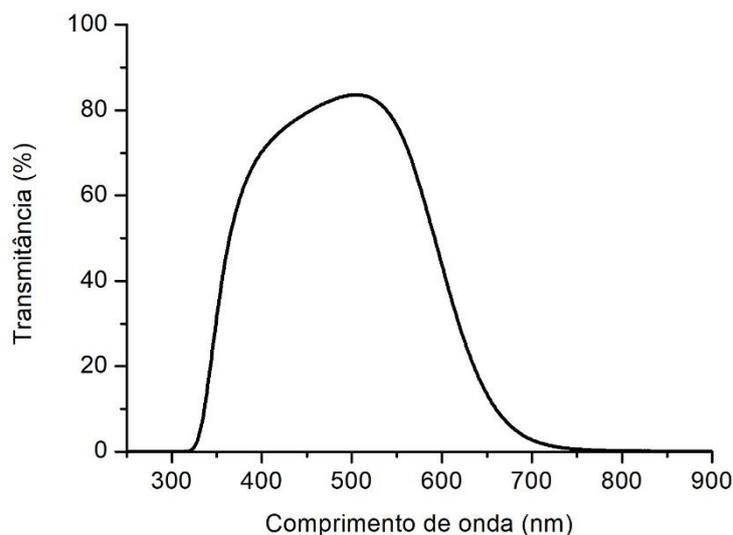


Figura 49 - Transmitância do filtro utilizado para filtrar o feixe remanescente da geração de segundo harmônico do OPA-VIS.

Após a passagem do sinal no visível pelo o filtro F7, no qual filtra comprimentos de ondas maiores que 700 nm, sua focalização ocorreu através de uma lente plano convexa com 50 cm de foco (LPC-50). Assim, o sinal e o bombeamento foram superpostos não colinearmente com um ângulo interno em torno de  $3,7^\circ$  [40] em 1 mm de cristal de BBO (casamento de fase do tipo 1 e ângulo de corte  $\theta = 32^\circ$ ), para produzir a diferença de frequência, e portanto, obter amplificação paramétrica sobre a banda do sinal (com a geração e amplificação do *idler*). Novamente, o ângulo entre o bombeamento

e o sinal pode ser obtido direcionando o sinal para coincidir, aproximadamente, com o ângulo do cone de superfluorescência gerado pelo bombeamento. A intensidade de pico do bombeamento no OPA-VIS pode ser estimada, assumindo que a propagação é de um feixe Gaussiano, em torno de  $I_p \approx 1125 \text{ GW/cm}^2$ , cujo diâmetro deste feixe, na região de interação, é em torno de  $650 \mu\text{m}$ . Posteriormente, o OPA-VIS foi colimado através de um espelho esférico metálico de prata com 10 cm de foco, para evitar mais acúmulo de *chirp* positivo.

Portanto, foi realizada a caracterização de cinco configurações deste OPA, cada configuração difere entre si no espectro, no qual pode ser sintonizado ajustando o atraso entre o bombeio e o sinal a ser amplificado, e também no ganho paramétrico. Para cada configuração, posteriormente, foi realizada a diferença de frequência deste OPA, após as reflexões no par de espelhos *chirped*, com o OPA-IR (centralizado em 972 nm). As tabelas 6.1 e 6.2 reúnem todas as informações sobre o espectro, tempo de duração, ciclos ópticos, potências médias e os ganhos paramétricos das cinco configurações obtidas para este OPA.

Configuração	$\lambda_0$	Largura de banda ( $\Delta\lambda_0$ ; $\Delta\nu_0$ )	Tempo de duração (LT)	$\Delta\nu_0\tau$	Cíclon ópticos
OPA-IR	972 nm	18 nm ; 5,7 THz	72,0 fs	0,41	22,2
OPA-VIS 1	580 nm	30 nm ; 26,7 THz	16,0 fs	0,43	8,3
OPA-VIS 2	600 nm	35 nm ; 29,1 THz	17,0 fs	0,49	8,5
OPA-VIS 3	610 nm	40 nm ; 32,2 THz	13,8 fs	0,44	6,8
OPA-VIS 4	622 nm	45 nm ; 34,9 THz	13,0 fs	0,45	6,3
OPA-VIS 5	660 nm	70 nm ; 48,2 THz	9,8 fs	0,47	4,5

Tabela 4 - Características do espectro e tempo de duração do pulso do OPA-IR e das cinco configurações do OPA-VIS (antes dos espelhos chirped).

Configuração	Potência média (sem ganho)	Potência média	Ganho paramétrico
OPA-IR	11nW	0,41 mW	$37 \cdot 10^3$
OPA-VIS 1	0,40 $\mu\text{W}$	4,0 mW	$10 \cdot 10^3$
OPA-VIS 2	0,30 $\mu\text{W}$	3,0 mW	$10 \cdot 10^3$
OPA-VIS 3	0,34 $\mu\text{W}$	2,9 mW	$8,5 \cdot 10^3$
OPA-VIS 4	0,31 $\mu\text{W}$	3,0 mW	$9,5 \cdot 10^3$
OPA-VIS 5	0,35 $\mu\text{W}$	2,5 mW	$7,1 \cdot 10^3$

Tabela 5 - Valores das potências médias do OPA-IR e das cinco configurações do OPA-VIS, com seus respectivos ganhos paramétricos.

### Configuração 1

A Figura 50 (a) mostra o sinal amplificado centrado em  $\lambda_{01} = 580 \text{ nm}$  ( $\Delta\lambda_{01} = 30 \text{ nm}$  de largura de banda à meia altura) com potência média  $P_m^{580} = 4 \text{ mW}$  ( $P_m^{*580} = 0,40 \text{ } \mu\text{W}$  sem a amplificação), assim, o ganho paramétrico foi de aproximadamente  $g \cong 10 \cdot 10^3$ . A Figura 50 (b) mostra a reconstrução da forma temporal do pulso, no qual foi obtido que o pulso possui  $16,0 \text{ fs}$  de tempo de duração à meia altura (limitado por transformada de Fourier).

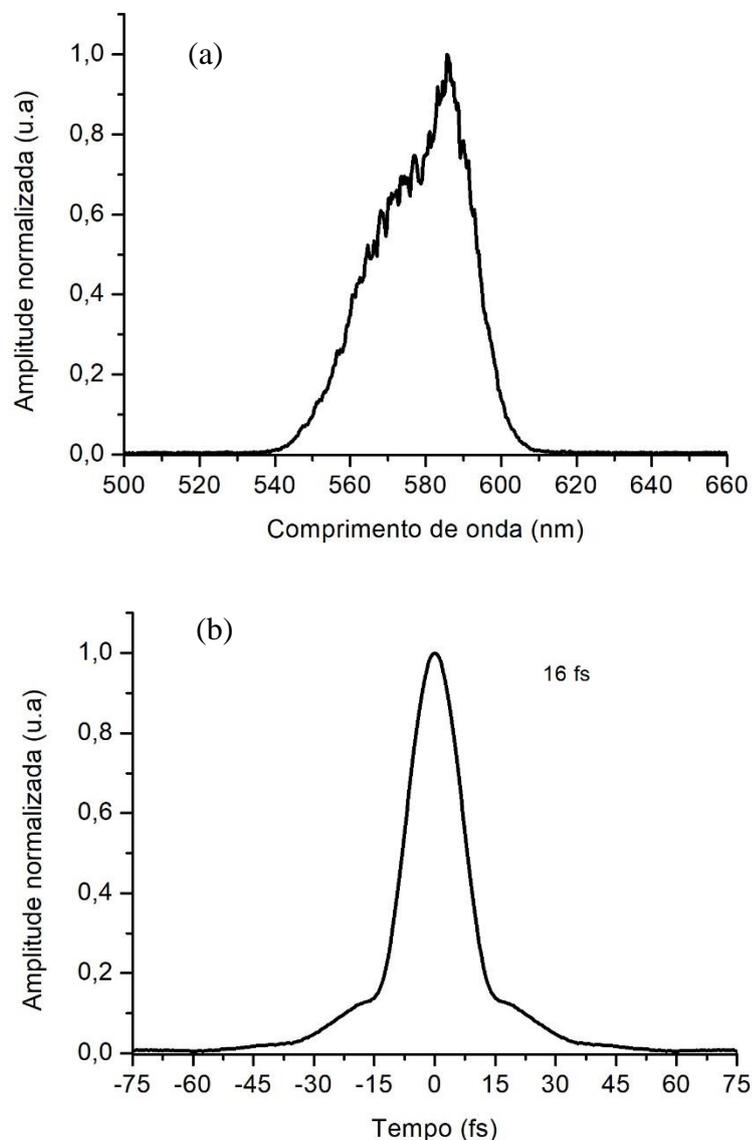


Figura 50 - (a) Espectro do OPA-VIS centrado em 580 nm com 30 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura 16,0 fs (limitado por transformada de Fourier).

## Configuração 2

A Figura 51 (a) mostra o sinal amplificado centrado em  $\lambda_{02} = 600$  nm ( $\Delta\lambda_{03} = 35$  nm de largura de banda à meia altura) com potência média  $P_m^{600} = 3,0$  mW ( $P_m^{*600} = 0,30$   $\mu$ W sem a amplificação), assim, o ganho paramétrico foi em torno de  $g \cong 10 \cdot 10^3$ . A Figura 51 (b) mostra a reconstrução da forma temporal do pulso, no qual foi obtido que o pulso possui 17,0 fs de tempo de duração à meia altura (limitado por transformada de Fourier).

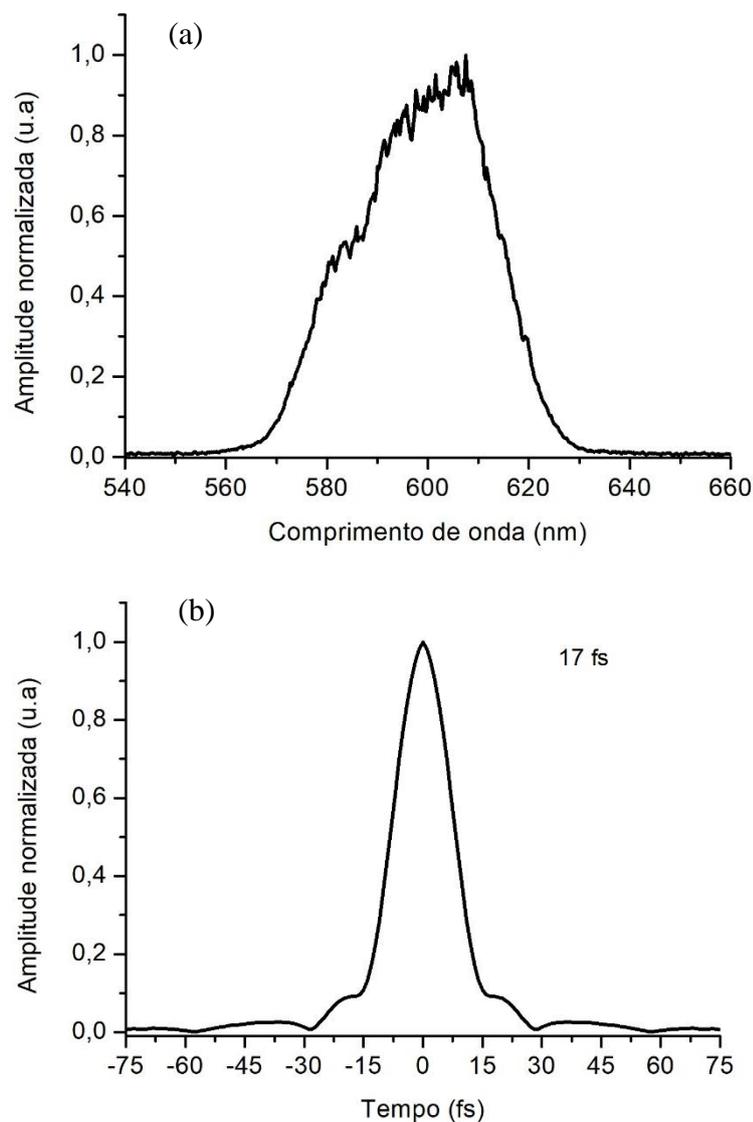


Figura 51 - (a) Espectro do OPA-VIS centrado em 600 nm com 30 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura 17,0 fs (limitado por transformada de Fourier).

### Configuração 3

A Figura 52 (a) mostra o sinal amplificado centrado em  $\lambda_{03} = 610$  nm ( $\Delta\lambda_{03} = 40$  nm de largura de banda à meia altura) com potência média  $P_m^{610} = 2,9$  mW ( $P_m^{*610} = 0,34$   $\mu$ W sem a amplificação), assim, o ganho paramétrico foi em torno de  $g \cong 8,5 \cdot 10^3$ . A Figura 52 (b) mostra a reconstrução da forma temporal do pulso, no qual foi obtido que o pulso possui 13,8 fs de tempo de duração à meia altura (limitado por transformada de Fourier).

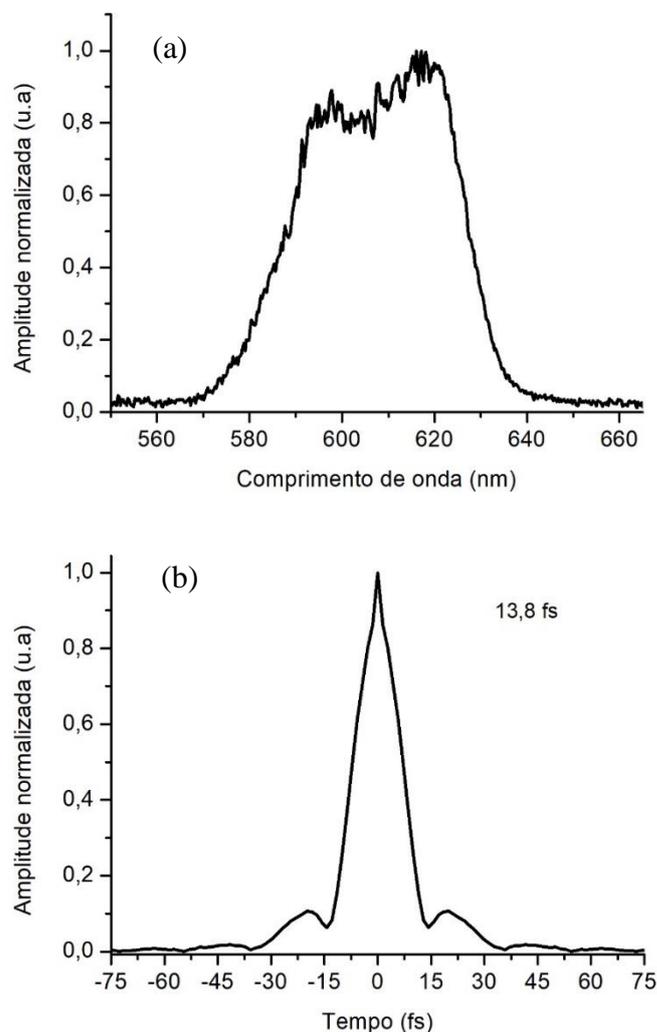


Figura 52 - (a) Espectro do OPA-VIS centrado em 610 nm com 40 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura 13,8 fs (limitado por transformada de Fourier).

### Configuração 4

A Figura 53 (a) mostra o sinal amplificado centrado em  $\lambda_{04} = 622 \text{ nm}$  ( $\Delta\lambda_{04} = 45 \text{ nm}$  de largura de banda à meia altura) com potência média  $P_m^{622} = 3,0 \text{ mW}$  ( $P_m^{*622} = 0,31 \text{ } \mu\text{W}$  sem a amplificação), assim, o ganho paramétrico foi em torno de  $g \cong 9,5 \cdot 10^3$ . A Figura 53 (b) mostra a reconstrução da forma temporal do pulso, no qual foi obtido que o pulso possui  $13,0 \text{ fs}$  de tempo de duração à meia altura (limitado por transformada de Fourier).

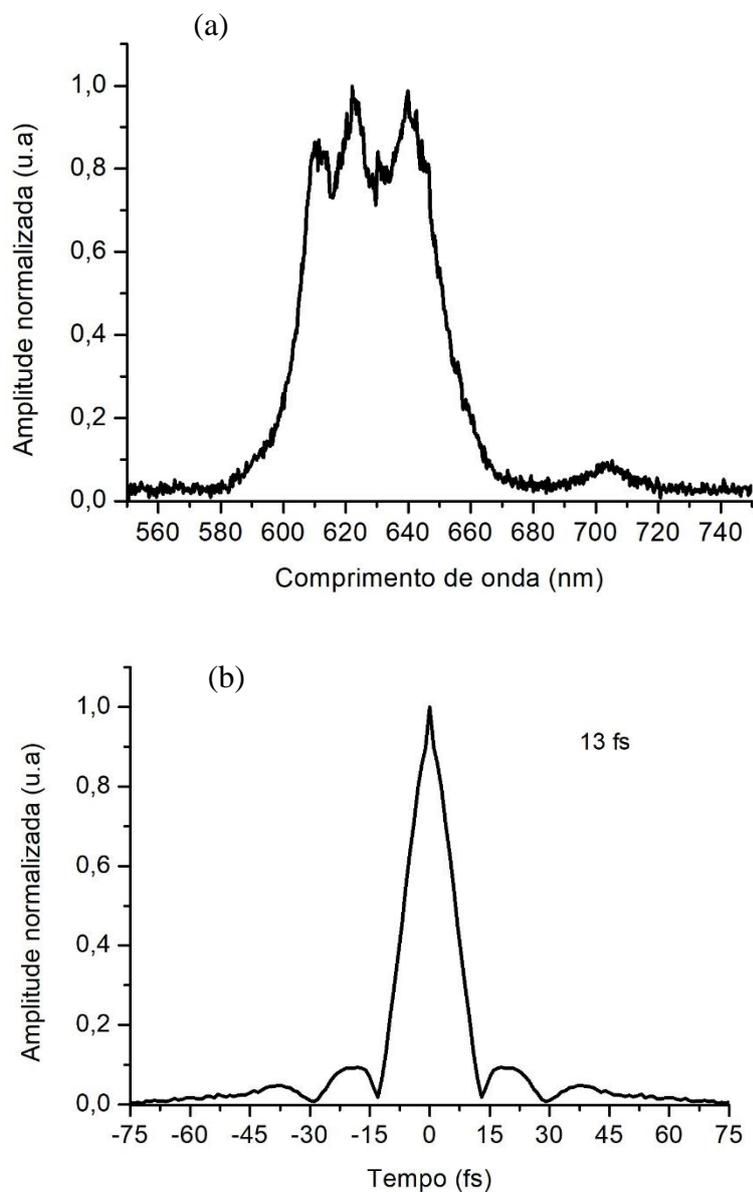


Figura 53 - (a) Espectro do OPA-VIS centrado em 622 nm com 45 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura 13,0 fs (limitado por transformada de Fourier).

### Configuração 5

A Figura 54(a) mostra o sinal amplificado centrado em  $\lambda_{05} = 660$  nm ( $\Delta\lambda_{05} = 70$  nm de largura de banda à meia altura) com potência média  $P_m^{660} = 2,5$  mW ( $P_m^{*660} = 0,35$   $\mu$ W sem a amplificação), assim, o ganho paramétrico foi em torno de  $g \cong 7,1 \cdot 10^3$ . A Figura 54(b) mostra a reconstrução da forma temporal do pulso, no qual foi obtido que o pulso possui 9,8 fs de tempo de duração à meia altura (limitado por transformada de Fourier).

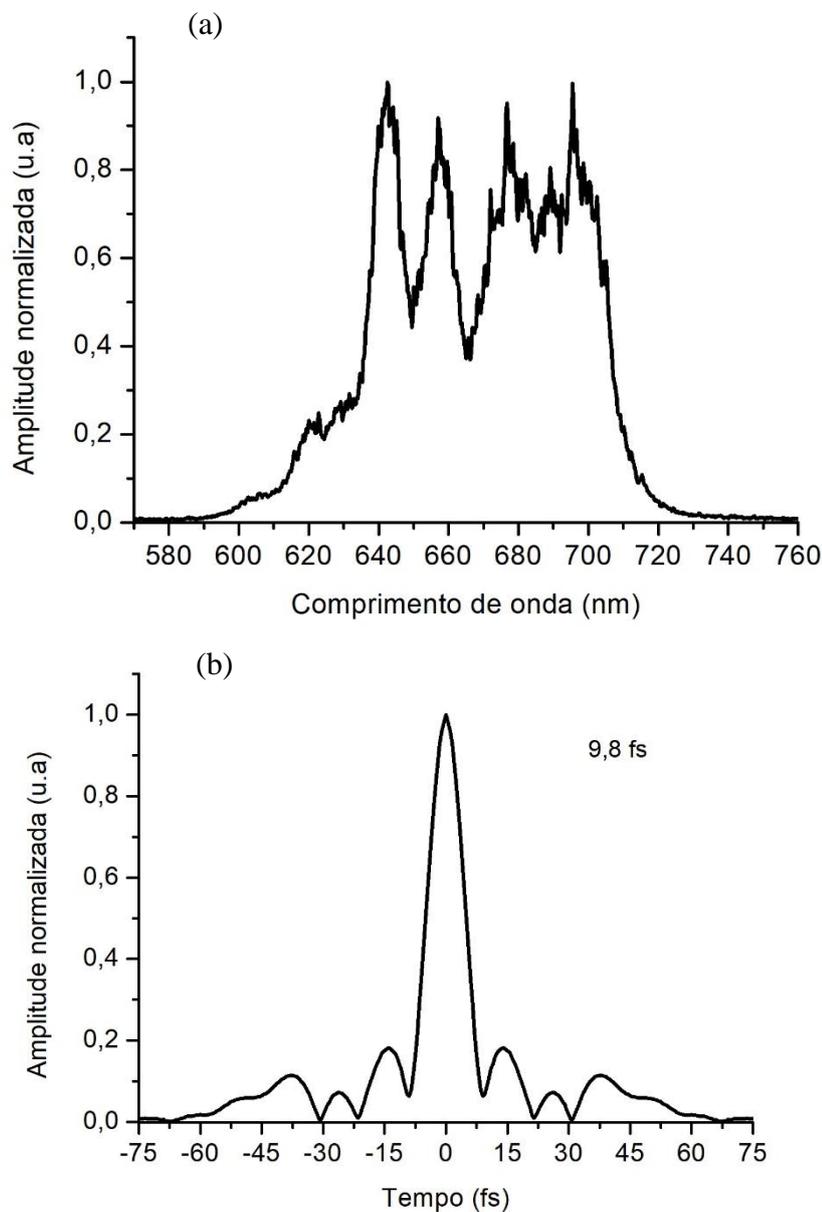


Figura 54 - (a) Espectro do OPA-VIS centrado em 660 nm com 70 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura 9,8 fs (limitado por transformada de Fourier).

Para resumir os principais resultados deste capítulo, a Figura 55 mostra todos os espectros obtidos para este OPA, enquanto o gráfico da Figura 56 mostra o número de ciclos ópticos em função da sintonização, cuja a barra de erro vertical representa a largura de banda. Portanto, foi possível obter a amplificação paramétrica do sinal do supercontínuo entre 565 nm a 705 nm à meia altura da amplitude normalizada e com poucos ciclos ópticos (tabela 6.1).

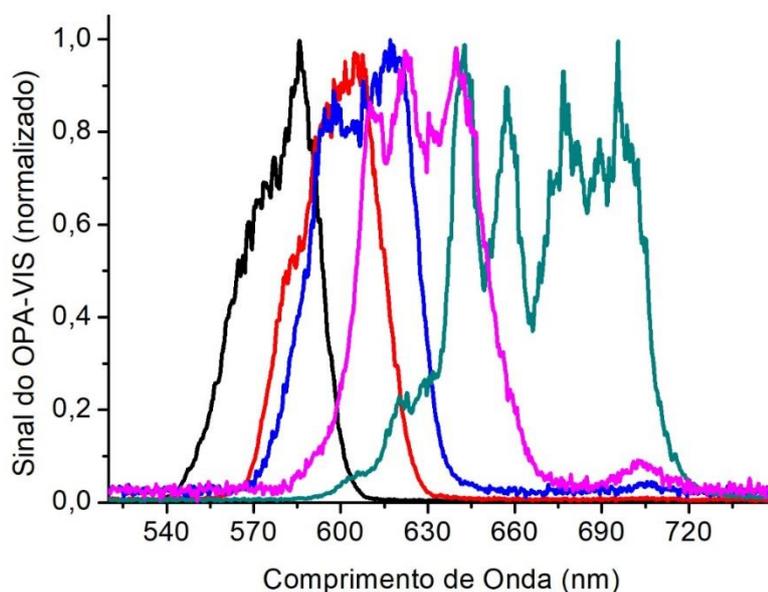


Figura 55 - Espectro das cinco configurações do OPA-VIS.

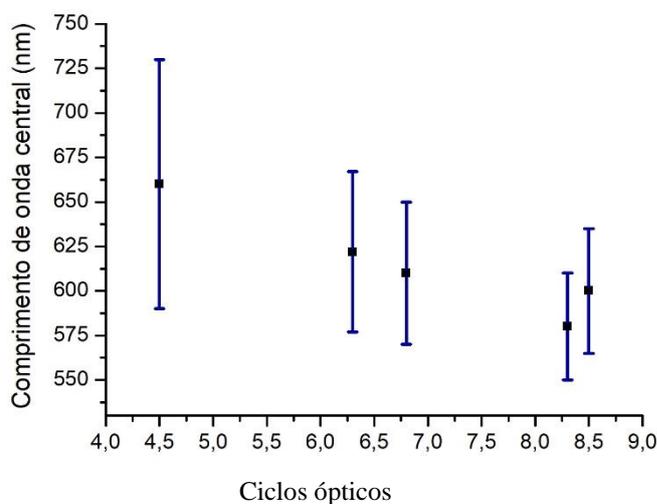


Figura 56 - Número de ciclos ópticos em função do comprimento de onda central do OPA-VIS, cuja a barra vertical representa a largura de banda do pulso.

## 7 DIFERENÇA DE FREQUÊNCIA ENTRE O OPA-IR E OPA-VIS

A etapa final deste trabalho consistiu na geração de diferença de frequência entre o OPA-IR e o OPA-VIS. Tal mistura de onda permite a obtenção de pulsos ultracurtos, onde é esperado que este pulso possua o CEP estabilizado [40]. Conforme já foi visto, o OPA-IR opera sempre no mesmo comprimento de onda (972 nm), enquanto o OPA-VIS possui frequência sintonizável na região do visível. Então, como será visto neste capítulo, o resultado da diferença de frequência foi a obtenção de pulsos de banda larga na região do infravermelho próximo a comprimentos de onda usados em telecomunicações.

Antes de mostrar os resultados da diferença de frequência, é importante discutir um pouco mais sobre o uso dos espelhos dielétricos *chirped* após o OPA-VIS. A necessidade de se usar os espelhos *chirped* é devido ao forte *chirp* positivo presente nos componentes ópticos do OPA-VIS, isto é, as componentes com maiores comprimentos de onda (lado vermelho) se distribuem na frente do pulso, enquanto as componentes de menores comprimentos de onda (lado azul) se distribuem na traseira do pulso [21]. Para compensar este efeito, é preciso, de alguma forma, introduzir um atraso nas componentes vermelhas em relação as componentes azuis, tal que o *chirp* do pulso seja reduzido. Assim, os espelhos *chirped* são desenhados para introduzir dispersão do atraso do grupo (*group delay dispersion, GDD*) negativa em pulsos.

Para entender os espelhos dielétricos *chirped*, é didático entender que um espelho dielétrico ordinário é capaz de refletir apenas uma faixa estreita de frequência de luz, sendo composto por um material base transparente (sílica, em geral) com várias camadas finas de materiais ópticamente transparentes e diferentes, no qual são depositadas no substrato de sílica (material base). Assim, pela escolha do tipo e espessura das camadas dielétricas, a interferência da luz refletida associada as diferentes camadas podem ser construtivas, ou seja, é possível aumentar a refletividade do espelho para valores acima de 99% [13, 41-43].

Os espelhos dielétricos *chirped* possuem como mecanismo de funcionamento a extensão da ideia do espelho dielétrico ordinário, isto é, variando o espaçamento entre as camadas dielétricas ao longo da profundidade do espelho, é possível selecionar maiores comprimentos de onda (lado vermelho) para refletir em camadas mais profundas do espelho, enquanto que o lado azul do espectro reflete em uma região mais próxima da superfície do espelho. Desta maneira, o espelho dielétrico *chirped* é capaz de compensar

pulsos com chirp positivo, uma vez que nesses pulsos as componentes vermelhas estão localizadas na frente e as azuis atrás do pulso [44-46].

A Figura 57 mostra o gráfico da refletividade dos espelhos dielétricos *chirped* utilizados nesse experimento, onde os espelhos permitem a correção eficiente na GDD e alta refletividade na faixa do espectro  $> 560$  nm e até 1000 nm. Em geral, os espelhos dielétricos *chirped* são construídos para serem usados em pares, isto é, o número de reflexões é sempre par, pois sempre ocorrem oscilações nos valores da GDD nesses espelhos ao longo do comprimento de onda, como pode ser visto na Figura 58. Desta forma, ao serem usados em pares, as oscilações que ocorrem nos dois espelhos podem ser minimizadas no caso em que os dois espelhos possuem oscilações diferentes na GDD, assim o valor efetivo da dispersão do atraso de grupo sentido pelo pulso é a média da dispersão causada pelos dois espelhos.

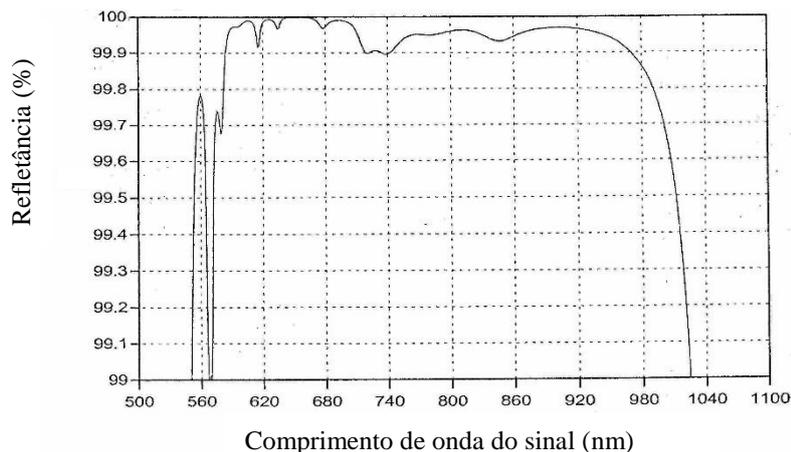


Figura 57 - Refletância dos espelhos *chirped* na incidência normal ( $0^\circ$ ).

Então, o número de reflexões que deve ser realizada nesses espelhos depende do quão “*chirped* positivamente” está o pulso. Como ainda não houve análise experimental do chirp positivo do OPA-VIS, foram realizadas doze reflexões no total (seis em cada espelho) para compensar o chirp positivo do pulso e com a possibilidade de ter introduzido chirp negativo. O número de reflexões foi estimado levando em conta a GDD positiva acumulada ao longo do experimento, podendo ser verificada através do atraso relativo entre o sinal e o bombeamento no OPA-VIS e com base nas referências [1, 9, 40]. Vale notar que ainda não foi feito um estudo detalhado sobre essa questão do número de reflexões nos espelhos *chirped*, pois temos a perspectiva de fazer algumas

substituições de componentes ópticos, no qual irá alterar consideravelmente o *chirp* positivo do OPA-VIS e assim, o número de reflexões nos espelhos *chirped*.

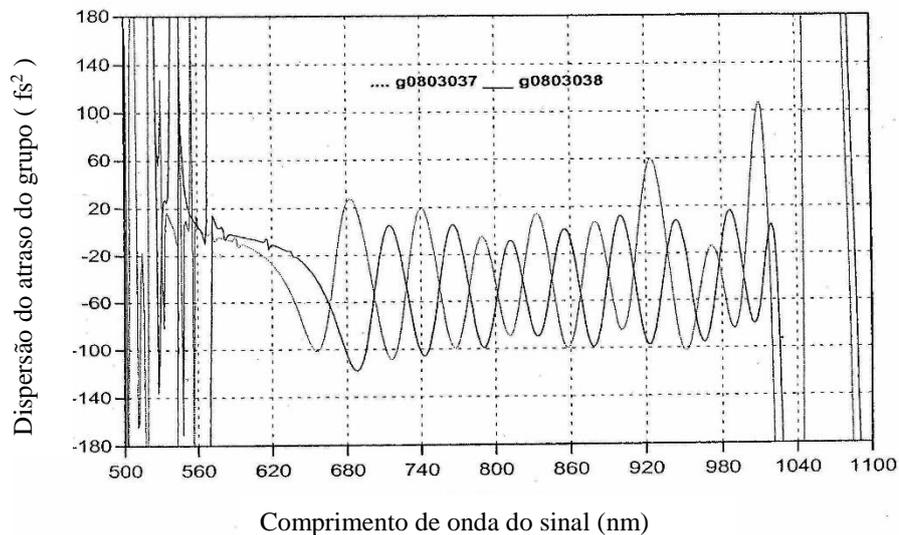


Figura 58 - Dispersão do atraso do grupo do par de espelhos dielétricos *chirped*.

A Figura 59 ilustra como todo o experimento foi montado, onde a diferença de frequência foi obtida pela superposição colinear entre os dois OPAs a partir da focalização de um espelho metálico côncavo de 10 cm de foco em um cristal de BBO (0,3 mm de espessura), cujo o casamento de fase é do tipo 2 e ângulo de corte  $\theta = 36,9^\circ$ . É importante ressaltar que o casamento de fase, neste caso, precisa ser do tipo 2 devido ao OPA-VIS e o OPA-IR possuírem a mesma polarização (ordinária), gerando o sinal da diferença de frequência com polarização extraordinária, que é diferente do que ocorre nas diferenças de frequência do OPA-IR e VIS, cujo o casamento de fase no cristal de BBO é do tipo 1, como já foi mencionado, pois o segundo harmônico (bombeamento) possui polarização extraordinária, enquanto que os sinais provenientes do supercontínuo possuem polarização ordinária, assim, o *idler* gerado em ambos OPAs possuem a mesma polarização (ordinária) do sinal.

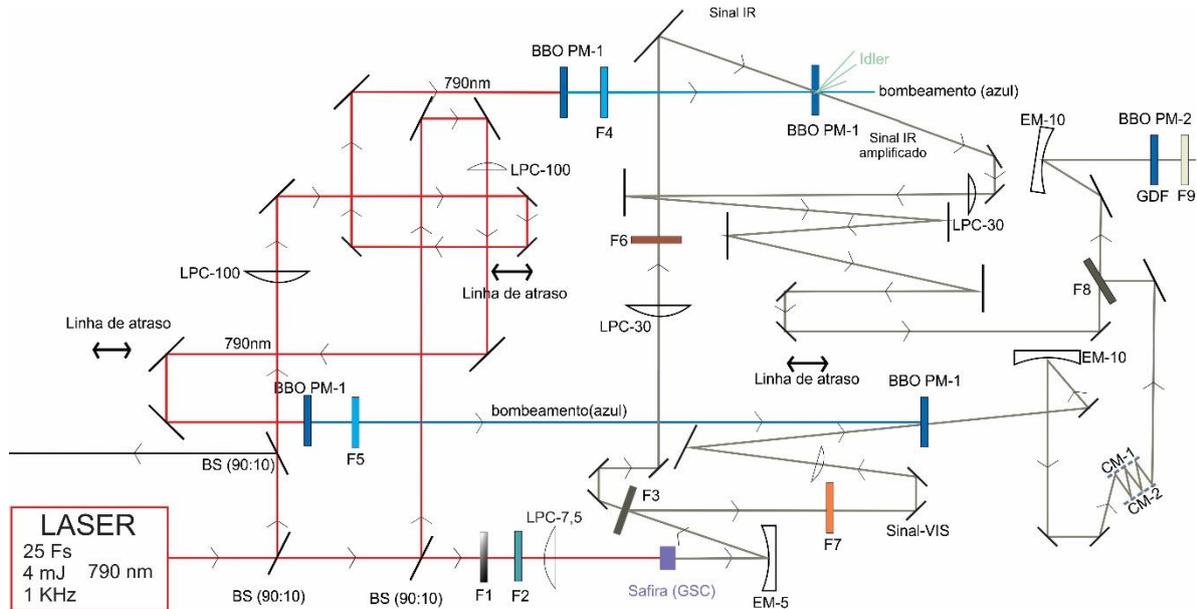


Figura 59 - Ilustração completa do sistema de OPAs sobre a mesa óptica

Os resultados da diferença de frequência entre o OPA-VIS e o OPA-IR, foram obtidos após o OPA-VIS realizar as 12 reflexões nos espelhos *chirped*, então é importante mostrar o espectro e a forma temporal (limitada por transformada de Fourier) das cinco configurações do OPA-VIS após as reflexões nos espelhos *chirped*, que são as mesmas configurações analisadas no capítulo anterior. Note que a alta refletividade dos espelhos *chirped* (Figura 57) é em torno de 99,9%, mas esses valores são para a situação de incidência normal. No nosso caso, existe uma pequena inclinação entre o feixe e o vetor normal da superfície do espelho, no qual é suficiente para diminuir um pouco a refletividade dos espelhos *chirped*, pois, foi observado um pouco de luz transmitida em cada reflexão nos espelhos.

### Configuração 1.1

A Figura 60 (a) mostra, após seis reflexões em cada espelho dielétrico *chirped*, o sinal amplificado centrado em  $\lambda_{01} = 580$  nm ( $\Delta\lambda_{01} = 29,5$  nm de largura de banda à meia altura) com potência média  $P_m^{580} = 3$  mW ( $P_m^{580} = 4$  mW antes dos espelhos *chirped*), ou seja, houve uma perda de aproximadamente 25% na energia do OPA inicial e como pode ser notado, também houve mudança na curva espectral em comparação com a Figura 50(a) (Figura 60 (a) curva vermelha). A Figura 60(b) mostra a reconstrução da forma temporal do pulso, onde foi obtido que o pulso possui 16,5 fs (16 fs antes dos espelhos *chirped*) de tempo de duração à meia altura (limitado por transformada de Fourier).

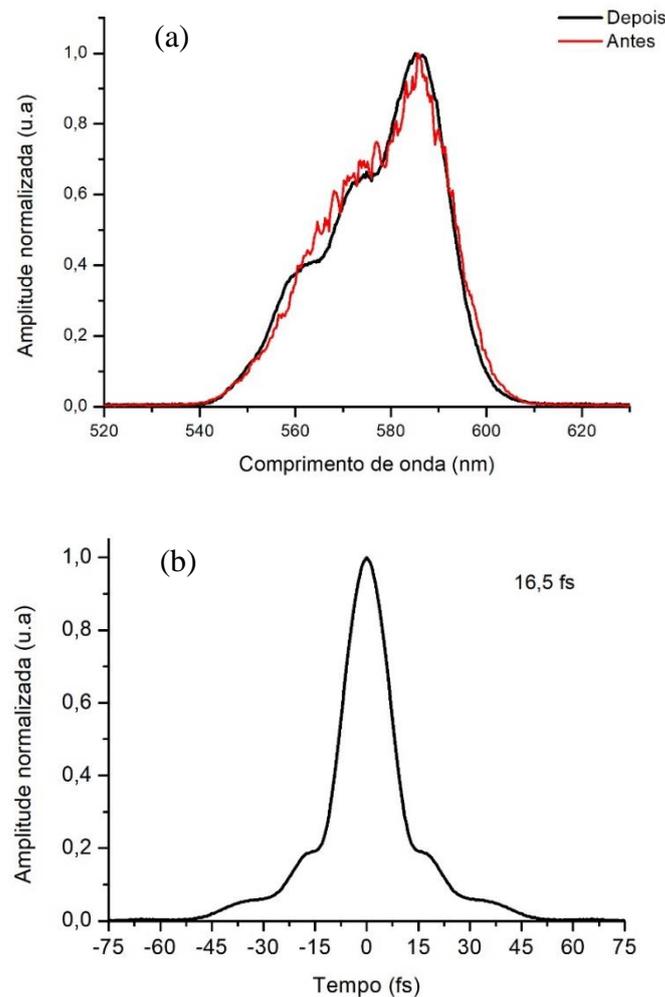


Figura 60 - (a) Espectro do OPA-VIS antes e depois do espelho chirped, centrado em 580 nm com 29,5 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura 16,5 fs (limitado por transformada de Fourier).

### Configuração 2.1

A Figura 61 (a) mostra, após seis reflexões em cada espelho dielétrico *chirped*, o sinal amplificado centrado em  $\lambda_{02} = 600$  nm ( $\Delta\lambda_{02} = 34$  nm de largura de banda) com potência média  $P_m^{600} = 2,5$  mW ( $P_m^{600} = 3$  mW antes dos espelhos *chirped*), ou seja, houve uma perda de aproximadamente 16,5% na energia do OPA inicial e como pode ser notado, também houve mudança na curva espectral em comparação com a Figura 51(a) (Figura 61 (a) curva vermelha). A Figura 61(b) mostra a reconstrução da forma temporal do pulso, onde foi obtido que o pulso possui 17,2 fs (17 fs antes dos espelhos *chirped*) de tempo de duração à meia altura (limitado por transformada de Fourier).

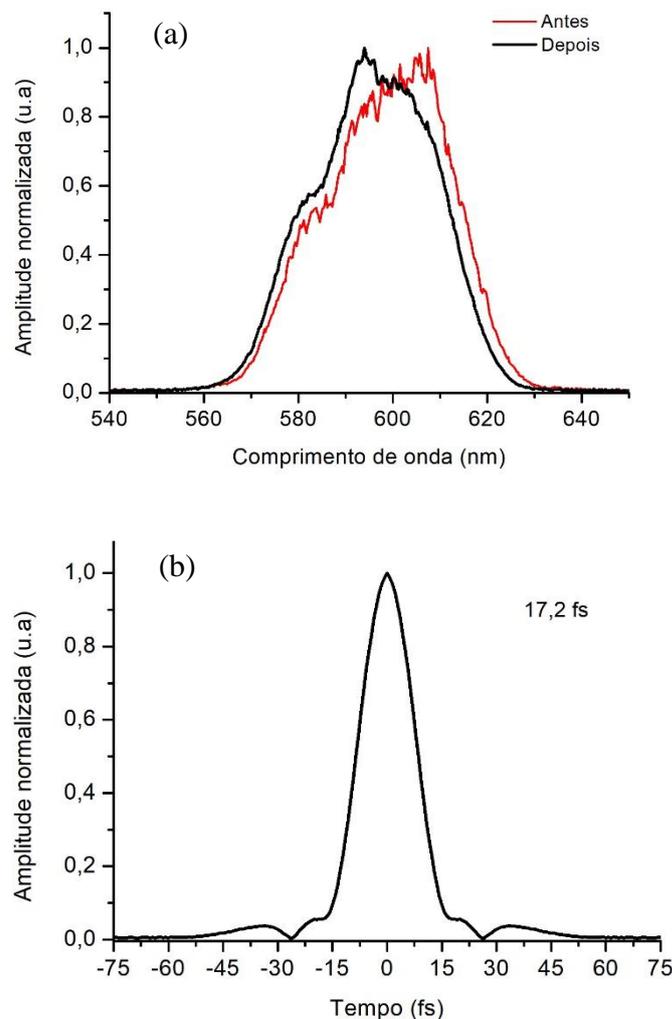


Figura 61 - (a) Espectro do OPA-VIS antes e depois do espelho chirped, centrado em 600 nm com 34 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura 17,2 fs (limitado por transformada de Fourier).

### Configuração 3.1

A Figura 62(a) mostra, após seis reflexões em cada espelho dielétrico *chirped*, o sinal amplificado centrado em  $\lambda_{03} = 610$  nm ( $\Delta\lambda_{03} = 36$  nm de largura de banda) com potência média  $P'_m{}^{610} = 2,4$  mW ( $P_m{}^{610} = 2,9$  mW antes dos espelhos *chirped*), ou seja, houve uma perda de aproximadamente 17% na energia do OPA inicial e como pode ser notado, também houve mudança na curva espectral em comparação com a figura 52(a) (Figura 62 (c) curva vermelha). A Figura 62 (b) mostra a reconstrução da forma temporal do pulso, onde foi obtido que o pulso possui 17,2 fs (13,8 fs antes dos espelhos *chirped*) de tempo de duração à meia altura (limitado por transformada de Fourier).

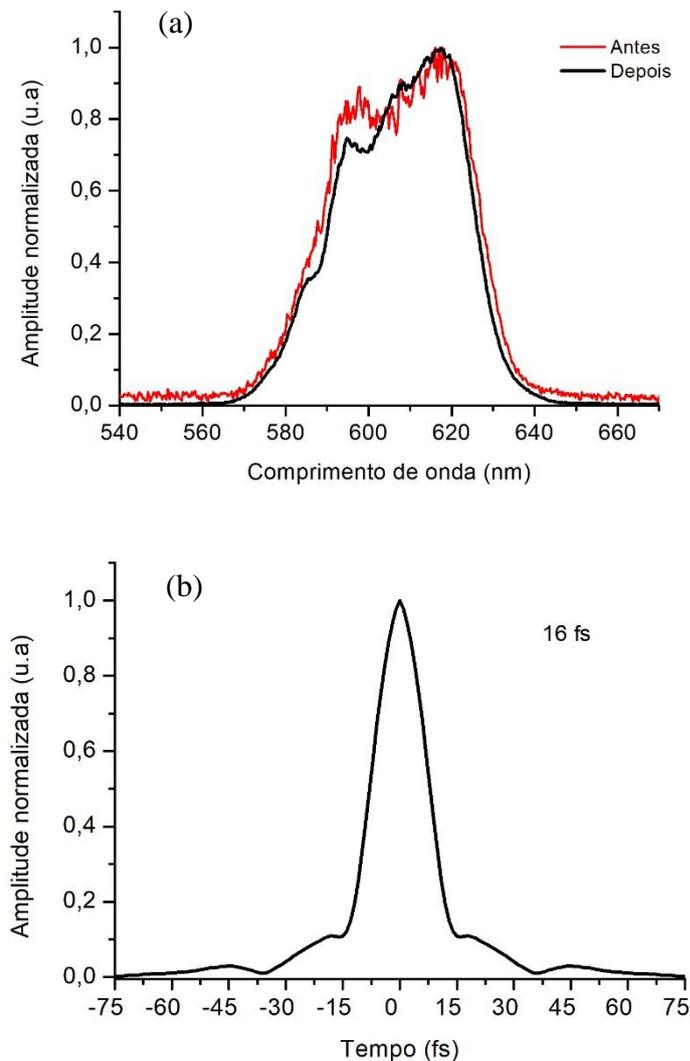


Figura 62 - (a) Espectro do OPA-VIS antes e depois do espelho chirped, centrado em 610 nm com 36 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura 16 fs (limitado por transformada de Fourier).

### Configuração 4.1

A Figura 63(a) mostra, após seis reflexões em cada espelho dielétrico *chirped*, o sinal amplificado centrado em  $\lambda_{04} = 622$  nm ( $\Delta\lambda_{04} = 38$  nm de largura de banda) com potência média  $P_m^{622} = 2,2$  mW ( $P_m^{622} = 3$  mW antes dos espelhos *chirped*), ou seja, houve uma perda de aproximadamente 26,5% na energia do OPA inicial e como pode ser notado, também houve mudança na curva espectral em comparação com a figura 53(a) (Figura 63 (a) curva vermelha). A Figura 63(b) mostra a reconstrução da forma temporal do pulso, onde foi obtido que o pulso possui 17 fs (13 fs antes dos espelhos *chirped*) de tempo de duração à meia altura (limitado por transformada de Fourier).

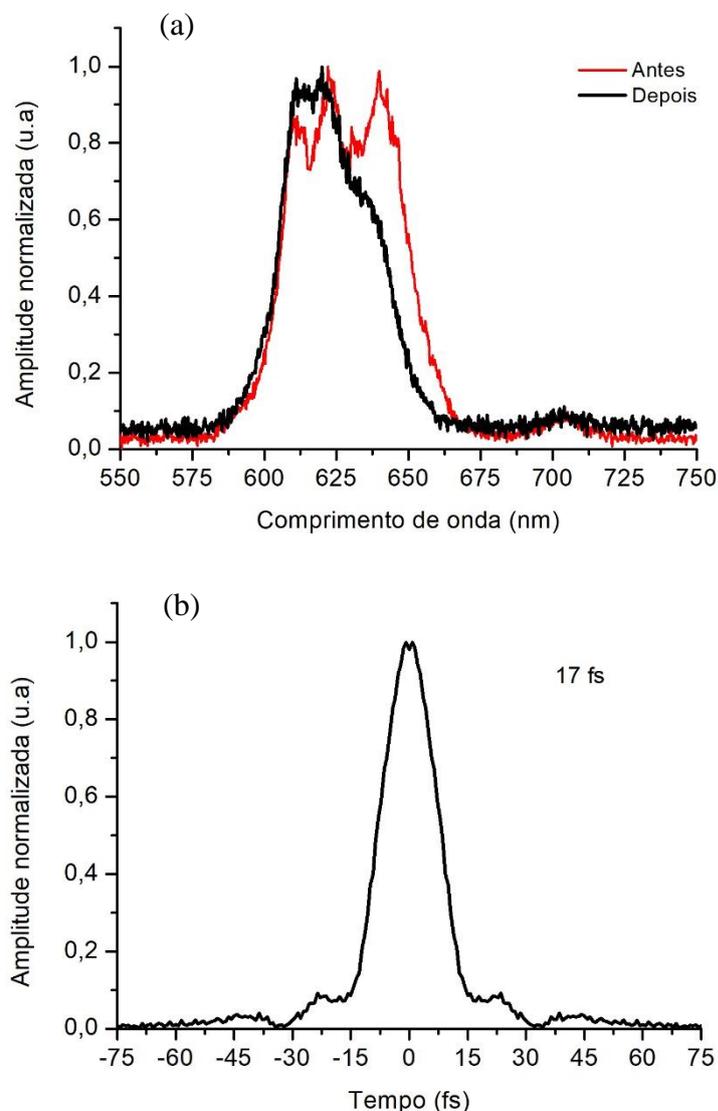


Figura 63 - (a) Espectro do OPA-VIS, antes e depois do espelho chirped, centrado em 622 nm com 38 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura 17 fs (limitado por transformada de Fourier).

### Configuração 5.1

A Figura 64(a) mostra, após seis reflexões em cada espelho dielétrico *chirped*, o sinal amplificado centrado em  $\lambda_{05} = 660$  nm ( $\Delta\lambda_{05} = 66$  nm de largura de banda) com potência média  $P'_m{}^{660} = 1,9$  mW ( $P_m{}^{660} = 2,5$  mW antes dos espelhos *chirped*), ou seja, houve uma perda de aproximadamente 24% na energia do OPA inicial e como pode ser notado, também houve mudança na curva espectral em comparação com a figura 54(a) (Figura 64 (a) curva vermelha). A Figura 64(b) mostra a reconstrução da forma temporal do pulso, onde foi obtido que o pulso possui 11,4 fs (9,8 fs antes dos espelhos *chirped*) de tempo de duração à meia altura (limitado por transformada de Fourier).

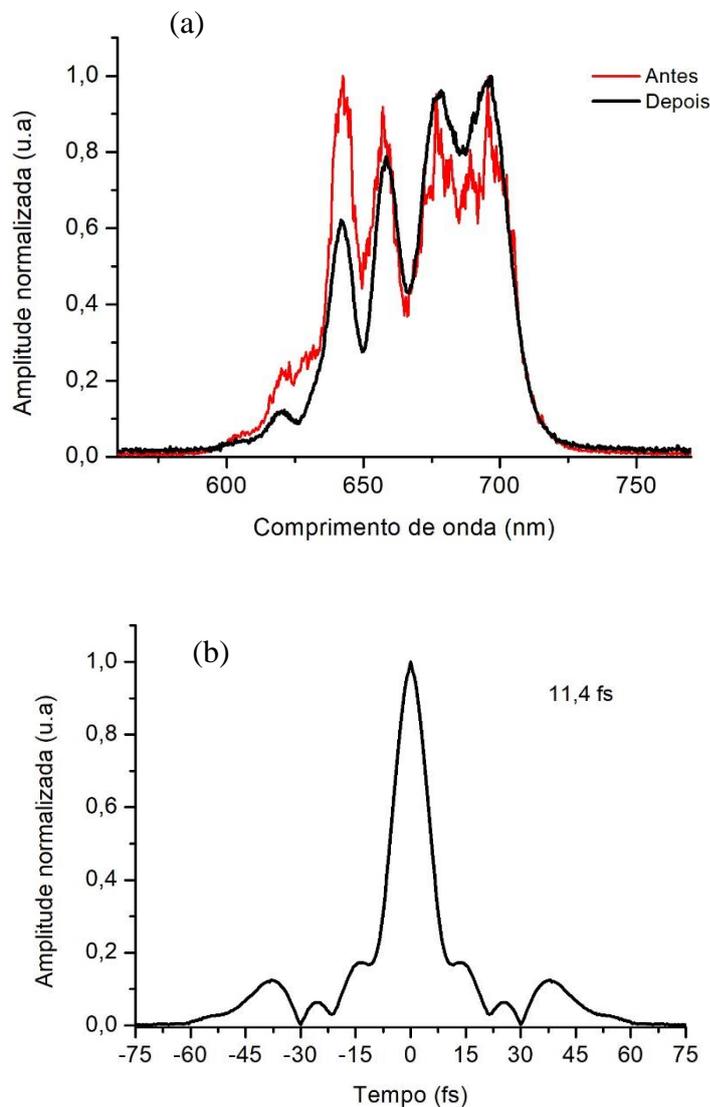


Figura 64 - (a) Espectro do OPA-VIS antes e depois do espelho chirped, centrado em 660 nm com 66 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura 11,4 fs (limitado por transformada de Fourier) .

A tabela 7.1 reúne as configurações dos pulsos responsáveis pela diferença de frequência, juntamente com os seus respectivos números de ciclos ópticos. A sobreposição espacial entre o OPA-IR e o OPA-VIS é colinear e ocorre através de um filtro neutro reflexivo (figura 7.2). A consequência imediata do uso deste tipo de filtro são as perdas devido a refletividade, ou seja, ocorre uma diminuição significativa na potência média do OPA-VIS e do OPA-IR após a reflexão do OPA-VIS e a transmissão do OPA-IR no filtro.

OPA	$\lambda_0$	Largura de banda ( $\Delta\lambda_0$ ; $\Delta\nu_0$ )	Tempo de duração (LT)	$\Delta\nu_0\tau$	Ciclos ópticos
OPA-IR	972 nm	18,0 nm; 5,7 THz	72,0 fs	0,41	22,2
OPA-VIS 1.1	580 nm	29,5 nm; 26,3 THz	16,5 fs	0,43	8,5
OPA-VIS 2.1	600 nm	34,0 nm; 28,3 THz	17,2 fs	0,48	8,6
OPA-VIS 3.1	610 nm	36,0 nm; 29,0 THz	16,0 fs	0,46	7,8
OPA-VIS 4.1	622 nm	38,0 nm; 29,4 THz	17,0 fs	0,49	8,2
OPA-VIS 5.1	660 nm	66,0 nm; 45,4 THz	11,4 fs	0,51	5,2

Tabela 6 - Características do espectro e tempo de duração do pulso do OPA-IR e das cinco configurações do OPA-VIS após as reflexões no par de espelhos *chirped*.

A tabela 7.2 mostra as potências médias de ambos os OPAs antes e após o filtro neutro reflexivo que os une, e também, foi incluído as perdas efetivas após o filtro, porque além das perdas que ocorrem no filtro reflexivo neutro, também há acúmulo de perdas em outros componentes ópticos ao longo da propagação dos OPAs até chegar neste filtro, no caso do OPA-IR, o pulso é colimado através de uma lente plano convexa de sílica fundida com 30 cm de distância focal (LPC-30) e posteriormente passa por nove reflexões em espelhos metálicos de prata antes do pulso chegar no filtro reflexivo, e no caso do OPA-VIS, após as reflexões nos espelhos *chirped* (primeira coluna da tabela 7.2), o pulso ainda passa por uma reflexão em um espelho metálico de alumínio que possui perdas maiores que os espelhos de prata, que são os espelhos metálicos usados no restante do sistema experimental.

OPA	Potência média antes do filtro	Potência média após o filtro	Perda efetiva
OPA-IR	0,41 mW	0,06 mW	85 %
OPA-VIS 1.1	3,0 mW	0,45 mW	85 %
OPA-VIS 2.1	2,5 mW	0,47 mW	81 %
OPA-VIS 3.1	2,4 mW	0,42 mW	82 %
OPA-VIS 4.1	2,2 mW	0,40 mW	82 %
OPA-VIS 5.1	1,9 mW	0,40 mW	79 %

Tabela 7 - Valores das potências médias do OPA-IR e das cinco configurações do OPA-VIS após as reflexões no par de espelhos chirped antes e depois do filtro reflexivo neutro.

Portanto, foi realizada a caracterização espectral do sinal da diferença de frequência entre as cinco configurações do OPA-VIS e o OPA-IR, descritas nas tabelas 7.1 e 7.2. Posteriormente, foi realizada a reconstrução temporal para cada configuração de diferença de frequência, assumindo que os pulsos são limitados por transformada de Fourier.

Chamamos atenção que para a configuração que possui espectro em regiões acima de 1800 nm, as medições de potência média estão comprometidas devido a limitação na resposta do medidor utilizado, o OP-2 IR. Com isso em mente, duas configurações das cinco caracterizadas, possuem valores da potência média subdimensionados (tabela 7.3).

### Configuração 1.DF

A Figura 65 (a) mostra o sinal da diferença de frequência centrado em  $\lambda_{01} = 1450$  nm ( $\Delta\lambda_{01} = 120$  nm de largura de banda à meia altura) com potência média  $P_m^{1450} = 1,0$   $\mu$ W. A Figura 65 (b) mostra a reconstrução da forma temporal do pulso, onde foi obtido que o mesmo possui 25,0 fs de tempo de duração à meia altura (limitado por transformada de Fourier).

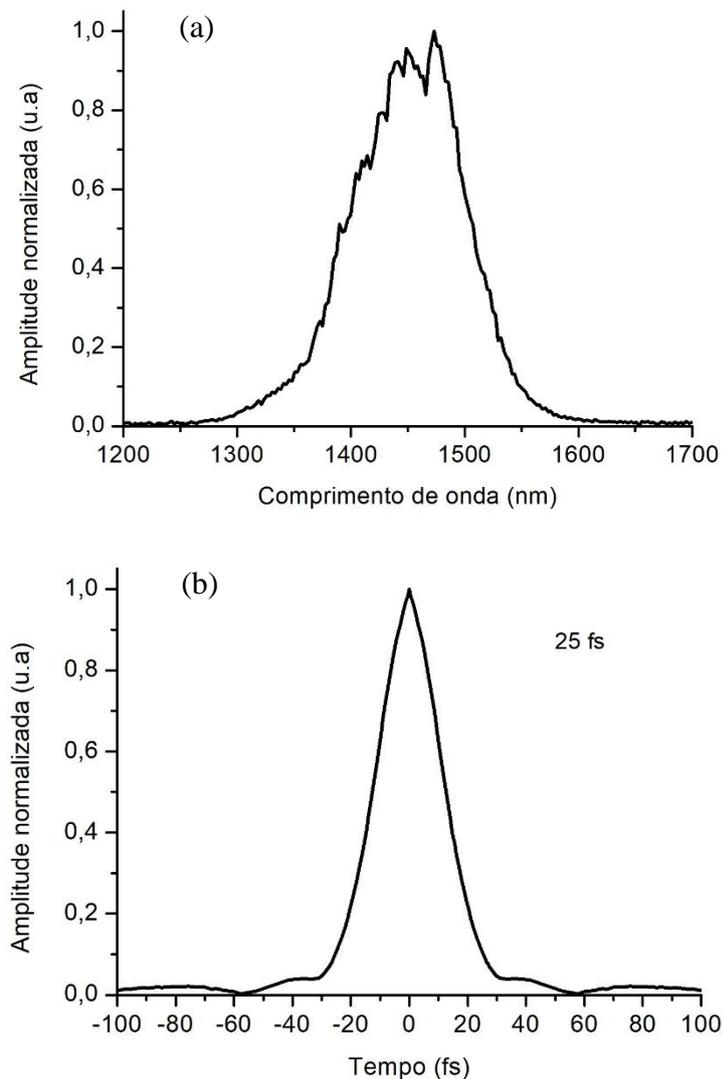


Figura 65 - (a) Espectro da diferença de frequência entre o OPA-VIS e OPA-IR, centrado em 1450 nm e com 120 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura de 25,0 fs (limitado por transformada de Fourier).

### Configuração 2.DF

A Figura 66(a) mostra o sinal da diferença de frequência centrado em  $\lambda_{02} = 1600$  nm ( $\Delta\lambda_{02} = 245$  nm de largura de banda à meia altura) com potência média  $P_m^{1600} = 1,0$   $\mu$ W. A Figura 66 (b) mostra a reconstrução da forma temporal do pulso, onde foi obtido que o mesmo possui 13,6 fs de tempo de duração à meia altura (limitado por transformada de Fourier).

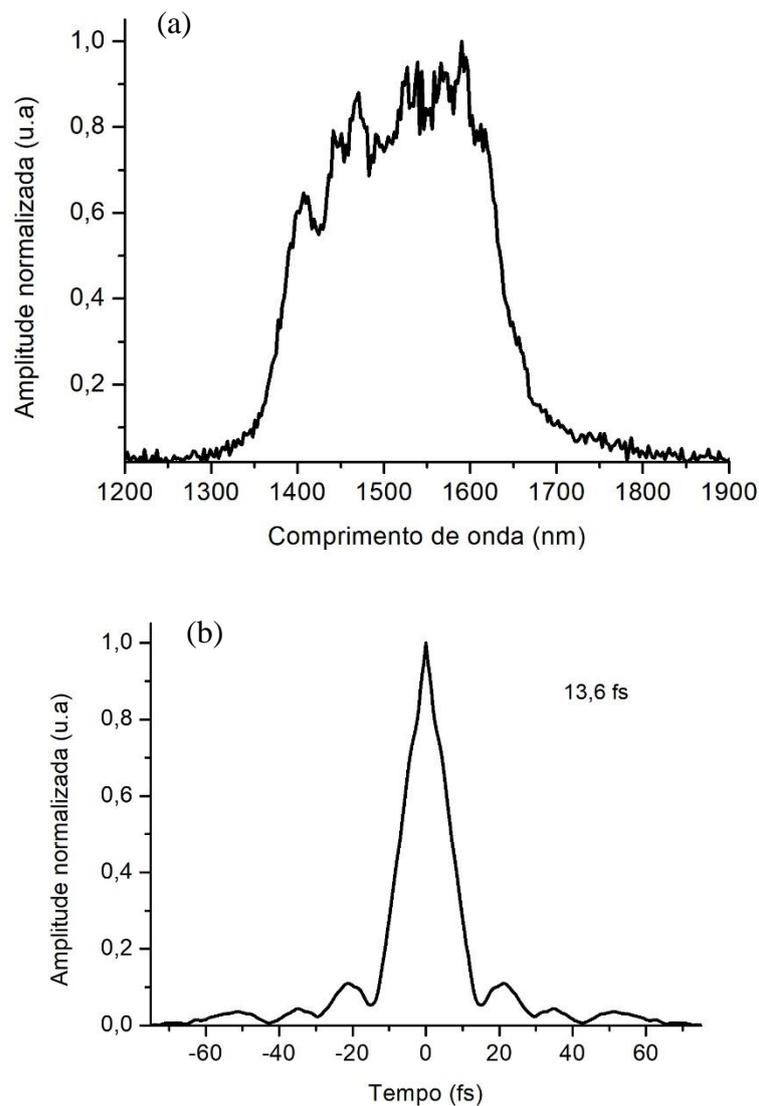


Figura 66 - (a) Espectro da diferença de frequência entre o OPA-VIS e OPA-IR, centrado em 1600 nm e com 245 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura de 13,6 fs (limitado por transformada de Fourier).

### Configuração 3.DF

A Figura 67(a) mostra o sinal da diferença de frequência centrado em  $\lambda_{03} = 1660$  nm ( $\Delta\lambda_{03} = 245$  nm de largura de banda à meia altura) com potência média  $P_m^{1660} = 1,5$   $\mu$ W. A Figura 67 (b) mostra a reconstrução da forma temporal do pulso, onde foi obtido que o mesmo possui 18,0 fs de tempo de duração à meia altura (limitado por transformada de Fourier).

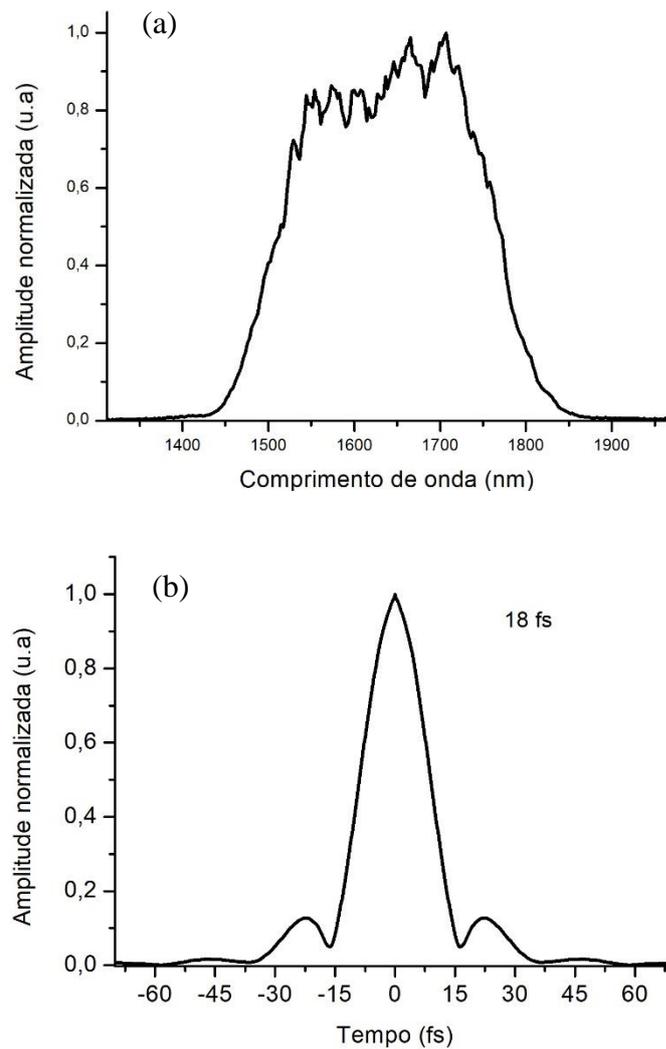


Figura 67 - (a) Espectro da diferença de frequência entre o OPA-VIS e OPA-IR, centrado em 1660 nm e com 245 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura de 18,0 fs (limitado por transformada de Fourier).

### Configuração 4.DF

A Figura 68(a) mostra o sinal da diferença de frequência centrado em  $\lambda_{04} = 1750$  nm ( $\Delta\lambda_{04} = 320$  nm de largura de banda à meia altura) com potência média  $P_m^{1750} = 0,34$   $\mu$ W. A Figura 68(b) mostra a reconstrução da forma temporal do pulso, onde foi obtido que o mesmo possui 14,4 fs de tempo de duração à meia altura (limitado por transformada de Fourier).

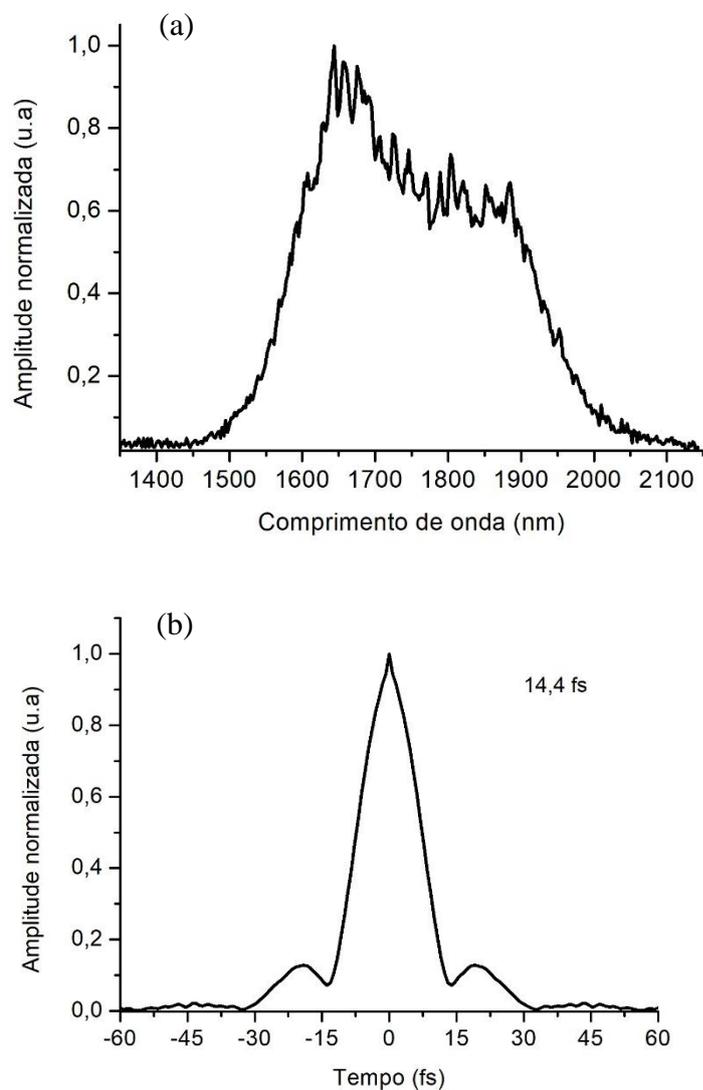


Figura 68 - (a) Espectro da diferença de frequência entre o OPA-VIS e OPA-IR, centrado em 1660 nm e com 320 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura de 14,4 fs (limitado por transformada de Fourier).

### Configuração 5.DF

A Figura 69 (a) mostra o sinal da diferença de frequência centrado em  $\lambda_{05} = 1840$  nm ( $\Delta\lambda_{05} = 235$  nm de largura de banda à meia altura) com potência média  $P_m^{1840} = 0,07$   $\mu$ W. A Figura 69 (b) mostra a reconstrução da forma temporal do pulso, onde foi obtido que o mesmo possui 19,5 fs de tempo de duração à meia altura (limitado por transformada de Fourier).

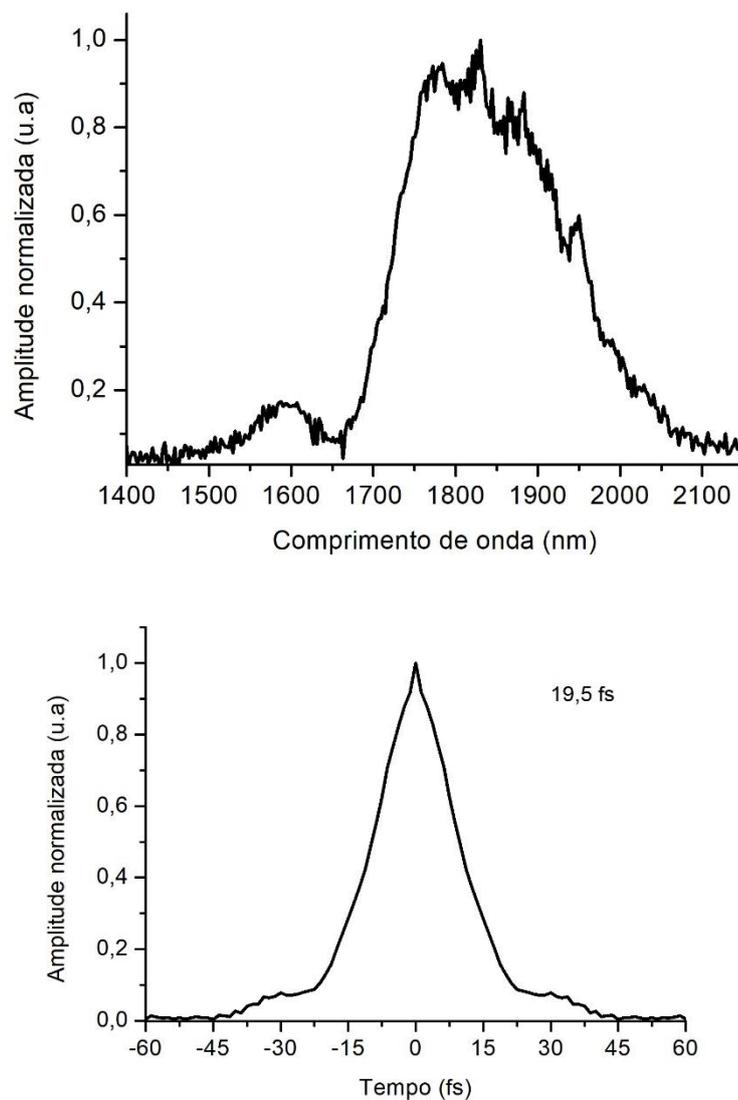


Figura 69 - (a) Espectro da diferença de frequência entre o OPA-VIS e OPA-IR, centrado em 1840 nm e com 235 nm de largura de banda à meia altura. (b) Forma temporal do pulso com tempo de duração à meia altura de 19,5 fs (limitado por transformada de Fourier).

Para resumir os resultados da diferença de frequência entre o OPA-IR e o OPA-VIS, a Figura 70 mostra todos os espectros obtidos para a diferença de frequência, no qual podem ser sintonizados entre 1390 nm e 1960 nm, através da sintonização do OPA-VIS que ocorre atrasando ou adiantando temporalmente o bombeio em relação ao sinal no visível que será amplificado.

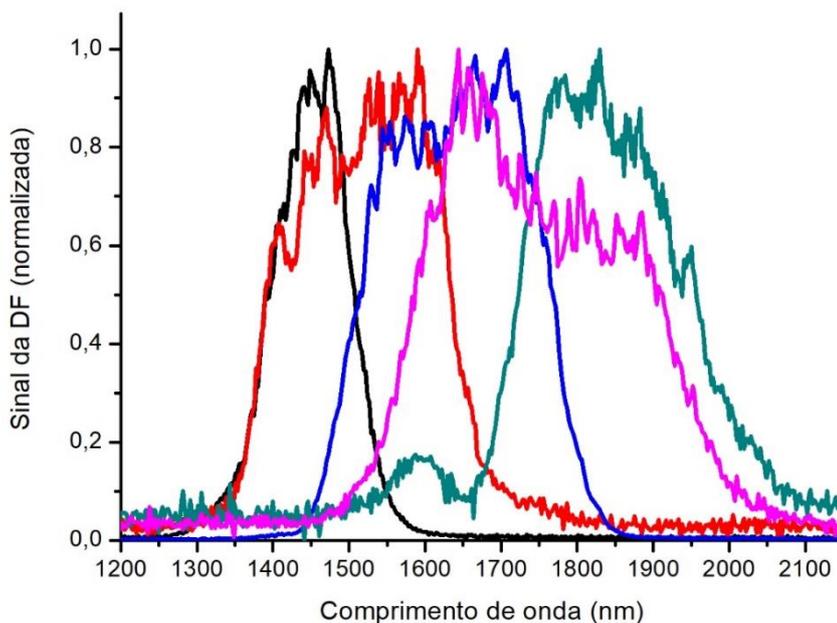


Figura 70 - Espectro da diferença de frequência entre as cinco configurações do OPA-VIS e o OPA-IR.

O gráfico da Figura 71 mostra o número de ciclos ópticos em função da sintonização, cuja a barra de erro vertical representa a largura de banda à meia altura..

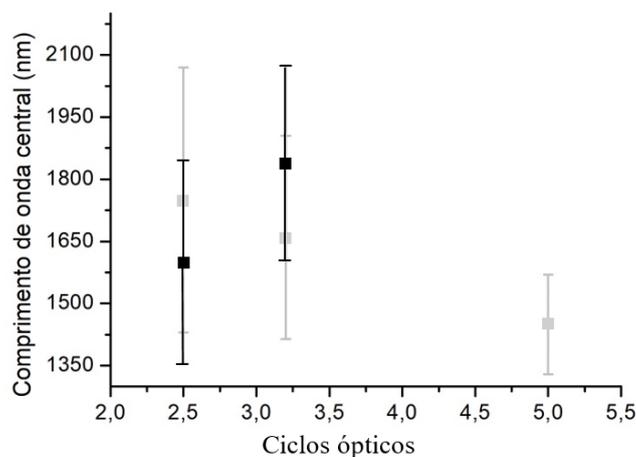


Figura 71 - Número de ciclos ópticos em função do comprimento de onda central da diferença de frequência, cuja a barra vertical representa a largura de banda.

Configuração	$\lambda_0$	Largura de banda ( $\Delta\lambda_0$ ; $\Delta\nu_0$ )	Tempo de duração do pulso (LT)	$\Delta\nu_0\tau$	Potência média	Ciclos ópticos
1.DF	1450 nm	120 nm ; 17,1 THz	25 fs	0,43	1,0 $\mu$ W	5,0
2.DF	1600 nm	245 nm ; 28,7 THz	13,6 fs	0,39	1,0 $\mu$ W	2,5
3.DF	1660 nm	245 nm ; 26,7 THz	18,0 fs	0,48	1,5 $\mu$ W	3,2
4.DF	1750 nm	320 nm ; 31,3 THz	14,4 fs	0,45	0,34 $\mu$ W	2,5
5.DF	1840 nm	235 nm ; 20,8 THz	19,5 fs	0,41	0,07 $\mu$ W	3,2

Tabela 8 - Informações sobre o espectro, tempo de duração e potência média das cinco configurações da diferença de frequência entre o OPA-VIS e o OPA-IR.

A tabela 7.3 resume as informações sobre os espectros, tempo de duração, potência média e número de oscilações estimados para pulsos limitados por transformada. As potências médias possuem valores que variam entre 1,0  $\mu$ W a 1,5  $\mu$ W, onde os valores obtidos para as configurações 4.DF e 5.DF, estão comprometidos devido a limitação do medidor de potência nesta região espectral (> 1800 nm), como já mencionado, então, é bem provável que esses valores medidos sejam maiores. Fica também evidente que o sistema possui capacidade para suportar pulsos com 2,5 a 5 ciclos ópticos e com tempo de duração variando entre 13,6 fs a 25 fs.

## 8 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Nesta dissertação foi realizada a construção e caracterização de uma fonte sintonizável de pulsos ultracurtos no infravermelho próximo baseada em amplificadores paramétricos. O sistema montado foi composto por: um estágio de geração de supercontínuo que serve de semente para amplificação, dois OPA's (OPA-VIS e OPA-IR) sincronizados e um estágio de geração de diferença de frequência (DFG). Os OPA-VIS e OPA-IR, foram projetados para operarem com amplificação, respectivamente, em uma faixa estreita do infravermelho próximo, centralizado em torno de 970 nm, e uma amplificação de uma banda larga no visível, na região entre 565 nm a 705 nm. Posteriormente, a saída do OPA-VIS passou por doze reflexões em um par de espelhos *chirped* para compensar o forte *chirp* positivo presente na região visível do supercontínuo. Ao final, foi realizada a diferença de frequência entre os dois feixes dos OPAs, sendo possível a obtenção de pulsos ultracurtos com 2,5 a 5 ciclos ópticos (limitados por transformada de Fourier), na faixa do infravermelho próximo entre 1400 nm a 2000 nm, no qual, é esperado que este pulso de saída apresente o CEP (*Carrier-Envelope Phase*) estável [30].

Durante o processo de montagem foi necessário à realização de estudos de propagação de pulsos curtos em meios não lineares dispersivos para uma melhor compreensão e controle do processo de geração de supercontínuo, bem como também se fez necessário um estudo sobre a fenomenologia associada à polarização não linear de segunda ordem (soma e diferença de frequência) e amplificação paramétrica para o entendimento dos OPAs e do estágio de DFG. Em particular, nos estudos de propagação de pulsos curtos foram realizados experimentos sistemáticos sobre a geração de supercontínuo em cristais de safira com 2 mm, 3 mm e 5 mm de espessura, em duas configurações distintas e com potência do feixe incidente variável. Os resultados estão dentro do esperado [30, 44], no qual os feixes de luz branca formaram um único filamento estável, isto é, não ocorreu multifilamentação e nem dano óptico nos cristais de safira. Esses experimentos foram importantes para entendermos o comportamento do supercontínuo, no qual foi usado como semente (sinal) para os OPAs. Para complementar o estudo da geração de supercontínuo, também foram realizadas simulações da propagação unidimensional de pulsos em cristais de safira, assumindo que o comprimento Rayleigh é maior que as espessuras dos cristais, a partir da solução numérica da equação não linear de Schrödinger (ENLS) através do método RK4IP (*fourth-order Runge-Kutta*

*in interaction picture*). Portanto, levando em conta a complexidade da dinâmica entre os processos que geram o supercontínuo, no qual é realmente não trivial fazer um estudo comparativo entre simulação e experimento, e também as aproximações consideradas, os resultados numéricos podem ser considerados consistentes com os resultados experimentais

As perspectivas para a continuação deste trabalho consistem na otimização do OPA-VIS, no qual a lente de focalização do sinal será substituída por um espelho esférico metálico, com isso, esperamos diminuir efeitos do *chirp* positivo presente neste OPA. Posteriormente, será realizado um estudo mais detalhado para compensar o *chirp* positivo a partir das reflexões nos espelhos *chirped* (*Chirped Mirrors*). Assim, esperamos obter pulsos ainda mais curtos na diferença de frequência entre os OPAs. Também será preciso fazer um experimento de autocorrelação do sinal da diferença de frequência para obtermos informações mais concretas sobre o tempo de duração dos pulsos, assim como um experimento para analisar as flutuações do CEP. Para finalizar as perspectivas, é considerada a montagem de mais dois estágios de amplificação paramétrica para amplificar o sinal de saída da diferença de frequência, no qual, esperamos obter, ao final, pulsos com  $\sim 500 \mu\text{J}$  de energia para serem usados em experimentos de geração de altos harmônicos [48]. Para isto, conforme já reportado na literatura, sabe-se que a forma mais eficiente é se utilizar pulsos ultracurtos no infravermelho com comprimentos de onda longos (acima de 1000 nm) [49].

## REFERÊNCIAS

- [1] CERULLO, G.; DE SILVESTRI, S. Ultrafast optical parametric amplifiers. **Review of Scientific Instruments**, v. 74, n. 1 I, p. 1–18, 2003.
- [2] GOULIELMAKIS, E. et al. Real-time observation of valence electron motion. **Nature**, v. 466, n. 7307, p. 739–743, 2010.
- [3] MOKHTARI, A. et al. Direct femtosecond mapping of trajectories in a chemical reaction. **Nature**, v.348, p. 225-227, 1990 .
- [4] ALFANO, R.R. **The Supercontinuum Laser Source**. Springer, 2006.
- [5] ALFANO, R.R.; SHAPIRO, S. L. Emission in region 400 to 7000 Å via four-photon coupling in glass,” **Phys. Rev. Lett.** 24, p. 584-587, 1970.
- [6] BRADLER, M. et al. Femtosecond continuum generation in bulk laser host materials with sub-μJ pump pulses. **Appl. Phys. B**, v.97, p. 561–574, 2009.
- [7] KNIGHT, J. C. Photonic crystal fibers. **Nature**, v.424, p. 847–851, 2003.
- [8] RUSSELL, P. Photonic crystal fibers. **Science**, v.299, p.358–362, 2003.
- [9] BRIDA, D. et al. Few-optical-cycle pulses tunable from the visible to the mid-infrared by optical parametric amplifiers. **Journal of Optics A: Pure and Applied Optics**, v. 12, n. 1, 2010.
- [10] KRAUSZ, F.; IVANOV, M. Attosecond physics. **Rev. Mod. Phys.** 81, p. 163–234, 2009.
- [11] ITATANI, J. et al. Tomographic imaging of molecular orbitals. **Nature**, v. 432, n. 7019, p. 867–871, 2004.
- [12] NISOLI, M. et al. Effects of carrier-envelope phase differences of few-optical-cycle light pulses in single-shot high-order-harmonic spectra. **Physical Review Letters**, v. 91, n. 21, p. 1–4, 2003.
- [13] WEINER, A. **Ultrafast Optics. Wiley Series in Pure and Applied Optics, 2011.**
- [14] BOYD, R. W. Nonlinear optics. Academic Press, 2008.
- [15] MANZONI, C. ; CERULLO, G. Design criteria for ultrafast optical parametric amplifiers. **Journal of Optics**, v. 18, n. 10, p. 103501, 2016.
- [16] CHANG, Z. **Fundamentals of Attosecond Optics**. CRC Press, 2011.
- [17] DOBROVINSKAYA, E.R ; LYTVYNOV, L.A ; PISHCHIK, V. **Properties of Sapphire**. Springer, 2009.
- [18] WEBER, M. J. **Handbook of Optical Materials**. CRC Press, 2002.
- [19] ALFANO, R.R. **The Supercontinuum Laser Source**. Springer, 2006.
- [20] LEE, C.; WANG, J. Femtosecond self-focusing dynamics measured by three-dimensional phase-retrieval cross correlation. **J. Opt. Soc. Am. B**, v. 17, n. 9, p. 1626–1635, 2000.
- [21] G. P. AGRAWAL, Nonlinear Fiber Optics, 4th ed. Academic Press, 2007.
- [22] UHLIG, S. **Self-Organized Surface Structures with Ultrafast White-Light**. Springer, 2015.
- [23] DUDLEY, J. M.; COEN, S. Numerical simulations and coherence properties of supercontinuum generation in photonic crystal and tapered optical fibers. **IEEE Journal on Selected Topics in Quantum Electronics**, v. 8, n. 3, p. 651–659, 2002.

- [24] HULT, J. A Fourth-Order Runge-Kutta in the Interaction Picture Method for Simulating Supercontinuum Generation in Optical Fibers. **Journal of Lightwave Technology**, v. 25, n. 12, p. 3770–3775, 2007
- [25] DANIELIUS, R. et al. Traveling-wave parametric generation of widely tunable, highly coherent femtosecond light pulses. **Journal of the Optical Society of America B**, v. 10, n. 11, p. 2222, 1993.
- [26] CERULLO, G. et al. Few-optical-cycle light pulses with passive carrier-envelope phase stabilization. **Laser and Photonics Reviews**, v. 5, n. 3, p. 323–351, 2011.
- [27] RIEDLE, E. et al. Generation of 10 to 50 fs pulses tunable through all of the visible and the NIR. **Applied Physics B: Lasers and Optics**, v. 71, n. 3, p. 457–465, 2000.
- [28] CERULLO, G. et al. Sub-8-fs pulses from an ultrabroadband optical parametric amplifier in the visible. **Optics letters**, v. 23, n. 16, p. 1283–1285, 1998.
- [29] DANIELIUS, R. et al. Matching of group velocities by spatial walk-off in collinear three-wave interaction with tilted pulses. **Optics Letters**, v. 21, n. 13, p. 973, 1996.
- [30] YARIV, A. **Quantum Electronics**. Wiley, 1989.
- [31] BALTUŠKA, A.; FUJI, T.; KOBAYASHI, T. Controlling the Carrier-Envelope Phase of Ultrashort Light Pulses with Optical Parametric Amplifiers. **Physical Review Letters**, v. 88, n. 13, p. 4, 2002.
- [32] CUNDIFF, S. T.; YE, J. Colloquium: Femtosecond optical frequency combs. **Reviews of Modern Physics**, v. 75, n. 1, p. 325–342, 2003.
- [33] BOTINEAU, J.; STOLEN, R. H. Effect of polarization on spectral broadening in optical fibers. **Journal of the Optical Society of America**, v. 72, n. 12, p. 1592, 1982.
- [34] SALEH, E.B. ;TEICH, C.M. **Fundamentals of Photonics**. Wiley, 2013.
- [35] YANG, Q. et al. The influence of output pulse spectral shape and bandwidth on pulse contrast in the chirped pulse amplification. **Optik**, v. 125, n. 3, p. 1448–1450, 2014.
- [36] BELLINI, M.; HÄNSCH, T. W. Phase-locked white-light continuum pulses: toward a universal optical frequency-comb synthesizer. **Optics Letters**, v. 25, n. 14, p. 1049, 2000.
- [37] COOK, K.; KAR, A. K.; LAMB, R. A. White-light supercontinuum interference of self-focused filaments in water. **Applied Physics Letters**, v. 83, n. 19, p. 3861–3863, 2003.
- [38] NOLTE, D.D. **Photorefractive Effects and Materials**. Springer, 1995.
- [39] KOPONEN, J. et al. Photodarkening rate in Yb-doped silica fibers. **Applied Optics**, v. 47, n. 9, p. 1247–1256, 2008.
- [40] VOGELSANG, J. et al. High passive CEP stability from a few-cycle, tunable NOPA-DFG system for observation of CEP-effects in photoemission. **Optics Express**, v. 22, n. 21, p. 25295, 2014.
- [41] CERULLO, G. et al. Mirror-dispersion-controlled OPA: A compact tool for sub-10-fs spectroscopy in the visible. **Applied Physics B: Lasers and Optics**, v. 70, n. SUPPL. 1, p. 253–259, 2000.
- [42] DOBROWOLSKI, J. A; LOWE, D. Optical thin film synthesis program based on the use of Fourier transforms. **Applied Optics**, v. 17, n. 19, p. 3039, 1978.
- [43] TIKHONRAVOV, A. V.; BAUMEISTER, P. W.; POPOV, K. V. Phase properties of multilayers. **Applied Optics**, v. 36, n. 19, p. 4382–4392, 1997.
- [44] SZIPÖCS, R. et al. Chirped multilayer coatings for broadband dispersion control in femtosecond lasers. **Optics Letters**, v. 19, n. 3, p. 201, 1994.

- [45] MAYER, E. J. et al. Ultrabroadband chirped mirrors for femtosecond lasers. **Optics Letters**, v. 22, n. 8, p. 528, 1997.
- [46] Kärtner, F. X. et al. Design and fabrication of double-chirped mirrors. **Optics Letters**, v. 22, n. 11, p.831-833 1997.
- [47] < [https://www.thorlabs.com/NewGroupPage9.cfm?ObjectGroup\\_ID=3982](https://www.thorlabs.com/NewGroupPage9.cfm?ObjectGroup_ID=3982) >. Acesso em 10 de abril, 2018.
- [48] VOZZI, C. et al. High energy self-phase-stabilized pulses tunable in the near-IR by difference frequency generation and optical parametric amplification. **Laser and Particle Beams**, v. 25, n. 3, p. 471–479, 2007.
- [49] FALCÃO-FILHO, E. L. et al. Analytic scaling analysis of high harmonic generation conversion efficiency. **Optics Express**, v. 17, n. 13, p. 11217, 2009.

## APÊNDICE A - REPRESENTAÇÃO MATEMÁTICA DO CAMPO ELÉTRICO E POLARIZAÇÃO

O campo elétrico de uma radiação pode ser representado matematicamente por uma soma de campos com suas respectivas componentes de frequências  $\omega_m$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_m \mathbf{E}_m(\mathbf{r}, t), \quad (\text{A.1})$$

onde,

$$\mathbf{E}_m(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}_m(\omega_m) e^{i(\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{r} - \omega_m t)} + \text{c. c} = \mathbf{E}_m(\omega_m) e^{-i\omega_m t} + \text{c. c}. \quad (\text{A.2})$$

É assumido que  $\mathbf{A}_m(\omega_m)$  é a amplitude do campo elétrico que varia lentamente no domínio espacial, com  $\mathbf{E}_m(\omega_m) = \mathbf{A}_m(\omega_m) e^{i\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{r}} = \mathbf{E}_m(\mathbf{r})$ .

Analogamente, a mesma notação também pode ser convenientemente adotada para a polarização não linear

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \sum_m \mathbf{P}_m(\mathbf{r}, t), \quad (\text{A.3})$$

$$\mathbf{P}_m(\mathbf{r}, t) = \mathbf{P}_m(\omega_m) e^{-i\omega_m t} + \text{c. c} = \mathbf{P}_m(\mathbf{r}) e^{-i\omega_m t} + \text{c. c}. \quad (\text{A.4})$$

Ambos os somatórios (A.1 e A.3) são sobre todas as frequências positivas e negativas [14].

## APÊNDICE B - SIMETRIAS

Sob um olhar mais criterioso, a equação 2.11 pode ser reduzida se o sistema obedece às condições simetria de permutação intrínseca (B.1). Nesse caso, é necessário que a susceptibilidade não linear seja invariante pelas permutações entre os índices  $k, j$  e simultaneamente entre os índices  $l, m$ .

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_1 + \omega_m; \omega_1, \omega_m) = \chi_{ikj}^{(2)}(\omega_m + \omega_1; \omega_m, \omega_1). \quad (\text{B.1})$$

Portanto, a equação B.2 representa equação 2.11 assumindo que a susceptibilidade não linear possui simetria de permutação intrínseca.

$$\mathbf{P}_i(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2) = 2\varepsilon_0 \sum_{jk} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3; \omega_1, \omega_2) \mathbf{E}_j(\omega_1) \mathbf{E}_k(\omega_2). \quad (\text{B.2})$$

Para o processo de geração de soma de frequência com as componentes  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , o número de permutações que podem ocorrer é  $g = 2! = 2$ . Porém, se  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$  (GSH) haverá permutação com repetição,  $g = 2!/2! = 1$  (equação B.3). Portanto, um outro passo a ser dado é introduzir o fator de degenerescência ( $g$ ), explicitamente, para a polarização de segunda ordem como mostrado na equação B.4.

$$\mathbf{P}_i(\omega_3 = 2\omega) = \varepsilon_0 \sum_{jk} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3; \omega, \omega) \mathbf{E}_j(\omega) \mathbf{E}_k(\omega), \quad (\text{B.3})$$

$$\mathbf{P}_i(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2) = g\varepsilon_0 \sum_{jk} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3; \omega_1, \omega_2) \mathbf{E}_j(\omega_1) \mathbf{E}_k(\omega_2). \quad (\text{B.4})$$

Os processos de GSF e GDF como já mencionados são processos paramétricos, isso quer dizer que as interações ópticas não lineares envolvem componentes de frequências menores do que a menor frequência de ressonância do material não linear em questão. Nesse cenário, a susceptibilidade não linear é aproximadamente independente da frequência e, portanto, pode-se considerar a resposta do sistema como instantânea ao campo aplicado.

$$\begin{aligned} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2; \omega_1, \omega_2) &= \chi_{jik}^{(2)}(\omega_1 = \omega_3 - \omega_2; \omega_3, \omega_2) = \chi_{kji}^{(2)}(\omega_2 = -\omega_1 + \omega_3; \omega_1, \omega_3) \\ &= \chi_{ikj}^{(2)}(\omega_3 = \omega_2 + \omega_1; \omega_2, \omega_1) = \chi_{kij}^{(2)}(\omega_2 = \omega_3 - \omega_1; \omega_3, \omega_1) = \\ &= \chi_{jki}^{(2)}(\omega_1 = -\omega_2 + \omega_3; \omega_2, \omega_3). \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Considerando que o sistema obedece a uma condição mais geral que a simetria de permutação intrínseca, isto é, o sistema respeita a condição de simetria de permutação geral (B.5). Conforme a dispersão da susceptibilidade não linear de segunda ordem não é levada em conta, as susceptibilidades mostradas em B.5 podem ter seus respectivos índices permutados enquanto suas frequências são mantidas fixas (B.6).

$$\begin{aligned} \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2; \omega_1, \omega_2) &= \chi_{jik}^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2; \omega_1, \omega_2) = \chi_{kji}^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2; \omega_1, \omega_2) \\ &= \chi_{ikj}^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2; \omega_1, \omega_2) = \chi_{kij}^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2; \omega_1, \omega_2) = \\ &= \chi_{jki}^{(2)}(\omega_3 = \omega_1 + \omega_2; \omega_1, \omega_2). \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Portanto, esse conjunto de condições formam a conhecida condição de simetria de Kleinman, na qual se satisfeita, a notação contraída da susceptibilidade pode ser convenientemente adotada [14]. Então, considere o tensor de susceptibilidade não linear de segunda ordem

$$\chi_{ijk}^{(2)} = \begin{bmatrix} \chi_{111}^{(2)} & \chi_{112}^{(2)} & \chi_{113}^{(2)} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \chi_{331}^{(2)} & \chi_{332}^{(2)} & \chi_{333}^{(2)} \end{bmatrix}, \quad (\text{B.7})$$

no qual é um tensor de rank 3 com  $9 \times 3 = 27$  componentes. Então, a contração dos dois últimos índices na forma

<i>jk</i>	11	22	33	23 ou 32	13 ou 31	12 ou 21
<i>l</i>	1	2	3	4	5	6

, (B.8)

leva a notação contraída

$$d_{il} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix}, \quad (\text{B.9})$$

onde

$$d_{il} = \frac{\chi_{ijk}^{(2)}}{2}. \quad (\text{B.10})$$

Aplicando a condição de simetria de Kleinman, a notação contraída da susceptibilidade não linear de segunda ordem, assume a forma

$$d_{ij} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{16} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{14} & d_{12} \\ d_{15} & d_{24} & d_{33} & d_{23} & d_{13} & d_{14} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.11})$$

Como exemplo, a polarização não linear da geração de soma de frequência (com  $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ ) pode ser descrita pela equação

$$\begin{bmatrix} P_x(\omega_3) \\ P_y(\omega_3) \\ P_z(\omega_3) \end{bmatrix} = 4\epsilon_0 \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x(\omega_1)E_x(\omega_2) \\ E_y(\omega_1)E_y(\omega_2) \\ E_z(\omega_1)E_z(\omega_2) \\ E_y(\omega_1)E_z(\omega_2) + E_z(\omega_1)E_y(\omega_2) \\ E_x(\omega_1)E_z(\omega_2) + E_z(\omega_1)E_x(\omega_2) \\ E_x(\omega_1)E_y(\omega_2) + E_y(\omega_1)E_x(\omega_2) \end{bmatrix}. \quad (\text{B.12})$$

## APÊNDICE C - EQUAÇÕES ACOPLADAS PARA PULSOS ULTRACURTOS

Na seção 2.4 foi introduzido as equações que descrevem a evolução espacial das ondas monocromáticas  $\omega_3$  (bombeamento),  $\omega_1$  (sinal) e  $\omega_2$  (*idler*), na diferença de frequência ( $\omega_i = \omega_p - \omega_s$ ). Para estender o conceito da amplificação paramétrica para pulsos ultracurtos, considera-se um pulso com campo elétrico do tipo

$$E(z, t) = \frac{1}{2} [A(z, t)e^{i(kz-\omega t)} + A^*(z, t)e^{-i(kz-\omega t)}] = \text{Re}\{A(z, t)e^{i(kz-\omega t)}\}. \quad (\text{C.1})$$

A partir da equação de onda (2.25) e a polarização não linear (2.37)

$$\frac{d^2 E(z, t)}{dz^2} - \frac{n^2(\omega)}{c^2} \frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 P^{(nl)}(z, t)}{\partial t^2}. \quad (\text{C.2})$$

A equação que descreve a propagação do *idler*, pode ser desenvolvida

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{d^2 A_i(z, t)}{dz^2} + 2ik_i \frac{dA_i(z, t)}{dz} - k_i^2 A_i(z, t) \right] e^{i(k_i z - \omega_i t)} \\ & - \frac{n^2(\omega_i)}{c^2} \left[ \frac{d^2 A_i(z, t)}{dt^2} - 2i\omega_i \frac{dA_i(z, t)}{dt} - \omega_i^2 A_i(z, t) \right] e^{i(k_i z - \omega_i t)} \\ & = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \left[ -4\epsilon_0 d_{\text{eff}} \omega_i^2 A_p A_s^* e^{i(k_p - k_s)z} e^{-i\omega_i t} \right]. \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Considerando a aproximação da amplitude lenta e desprezando o alargamento temporal devido a segunda ordem de dispersão ou ordens mais altas

$$\frac{dA_i(z, t)}{dz} + \frac{n(\omega_i)}{c} \frac{dA_i(z, t)}{dt} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_i^2 A_p A_s^* e^{i(k_p - k_s - k_i)z}}{k_i c^2}, \quad (\text{C.4})$$

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{d^2 A_i(z, t)}{dz^2} + 2ik_i \frac{dA_i(z, t)}{dz} + \frac{2in^2(\omega_i)\omega_i}{c^2} \frac{dA_i(z, t)}{dt} - \frac{n^2(\omega_i)}{c^2} \frac{d^2 A_i(z, t)}{dt^2} \right] e^{i(k_i z - \omega_i t)} \\ & = \frac{1}{c^2} \left( -4d_{\text{eff}}\omega_i^2 A_p A_s^* e^{i(k_p - k_s)z} e^{-i\omega_i t} \right). \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

Com a velocidade de grupo sendo por definição  $v_g = d\omega/dk = n/c$ . Então, a velocidade de grupo do *idler* ( $v_{gi}$ ) toma a forma  $v_{gi} = n(\omega_i)/c$ . Portanto, as três equações acopladas que descrevem a evolução dos três pulsos em um meio com não linearidade de segunda ordem. Com  $\Delta k = k_p - k_s - k_i$

$$\frac{dA_i(z, t)}{dz} + \frac{1}{v_{gi}} \frac{dA_i(z, t)}{dt} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_i^2 A_p A_s^* e^{i\Delta kz}}{k_i c^2}, \quad (\text{C.6})$$

$$\frac{dA_s(z, t)}{dz} + \frac{1}{v_{gs}} \frac{dA_s(z, t)}{dt} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_s^2 A_p A_i^* e^{i\Delta kz}}{k_s c^2}, \quad (\text{C.7})$$

$$\frac{dA_p(z, t)}{dz} + \frac{1}{v_{gp}} \frac{dA_p(z, t)}{dt} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_p^2 A_s A_i e^{-i\Delta kz}}{k_p c^2}. \quad (\text{C.8})$$

No caminho de simplificar esse conjunto de equações, usualmente, as mesmas são reescritas em um referencial que se move com a velocidade de grupo do pulso de bombeamento ( $\tau = t - z/v_{gp}$  e  $z = z'$ )

$$\frac{dA_i(z, t)}{dz} = \frac{dA_i}{d\tau} \left( \frac{d\tau}{dz} \right) + \frac{dA_i}{dz'} \left( \frac{dz'}{dz} \right) = -\frac{1}{v_{gp}} \frac{dA_i}{d\tau} + \frac{dA_i}{dz'}, \quad (\text{C.9})$$

$$\frac{dA_i(z, t)}{dt} = \frac{dA_i}{d\tau} \left( \frac{d\tau}{dt} \right) + \frac{dA_i}{dz'} \left( \frac{dz'}{dt} \right) = \frac{dA_i}{d\tau}. \quad (\text{C.10})$$

Portanto, as equações acopladas tomam a forma

$$\frac{dA_s(z, \tau)}{dz} + \left( \frac{1}{v_{gs}} - \frac{1}{v_{gp}} \right) \frac{dA_s(z, \tau)}{d\tau} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_s^2 A_p A_i^* e^{i\Delta kz}}{k_s c^2}, \quad (\text{C.11})$$

$$\frac{dA_i(z, \tau)}{dz} + \left( \frac{1}{v_{gi}} - \frac{1}{v_{gp}} \right) \frac{dA_i(z, \tau)}{d\tau} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_i^2 A_p A_s^* e^{i\Delta kz}}{k_i c^2}, \quad (\text{C.12})$$

$$\frac{dA_p(z, \tau)}{dz} = \frac{2id_{\text{eff}}\omega_p^2 A_s A_i e^{-i\Delta kz}}{k_p c^2}. \quad (\text{C.13})$$