



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

RAYANNE EXPEDITA LOPES PEREIRA

**OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE SISTEMA DE
CONTRAVENTAMENTO EM EDIFICAÇÕES,
CONSIDERANDO OS EFEITOS DO VENTO**

Caruaru
2018

RAYANNE EXPEDITA LOPES PEREIRA

OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE SISTEMA DE CONTRAVENTAMENTO EM EDIFICAÇÕES, CONSIDERANDO OS EFEITOS DO VENTO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental-PPGECAM do Centro Acadêmico do Agreste - CAA, da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil e Ambiental

Área de concentração: Estruturas e Materiais

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Bono

Caruaru
2018

Catálogo na fonte:
Simone Xavier - CRB/4 - 1242

P436o Pereira, Rayanne Expedita Lopes.
Otimização topológica de sistema de contraventamento em edificações, considerando os efeitos do vento. / Rayanne Expedita Lopes Pereira. - 2018.
141 f. ; il. : 30 cm.

Orientador: Gustavo Bono
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, 2018.
Inclui Referências.

1. Ventos - efeitos. 2. Ventilação - Edifícios. 3. Engenharia de estruturas. I. Bono, Gustavo (Orientador). II. Título.

620 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2018-245)

RAYANNE EXPEDITA LOPES PEREIRA

**OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE SISTEMA DE CONTRAVENTAMENTO EM
EDIFICAÇÕES, CONSIDERANDO OS EFEITOS DO VENTO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental - PPGECAM da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil e Ambiental.

Aprovada em: 11 / 09 / 18 .

BANCA EXAMINADORA

Profº. Dr. Gustavo Bono (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Profº. Dr. Alessandro Romário Echevarria (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Profº. Dr. Pablo Andrés Muñoz Rojas (Examinador Externo)
Universidade do Estado de Santa Catarina

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Prof. Dr. Gustavo Bono, pelo auxílio, disponibilidade de tempo, conhecimento e atenção prestada ao longo do curso.

Aos amigos conquistados nessa caminhada, com os apoios adquiridos, a jornada tornou-se mais branda.

Ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil e Ambiental - PPGECAM da Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, por ter disponibilizado e fornecido toda a infraestrutura necessária para a realização da pesquisa

À Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia de Pernambuco (FACEPE), pelo apoio financeiro prestado para que o trabalho pudesse ser desenvolvido com maior determinação e tempo.

Ao professor Krister Svanberg por ter disponibilizado o código do método de atualização das variáveis, Method of Moving Asymptotic (MMA).

Aos meus pais, que mesmo distante possuem a capacidade de me fortalecer nos momentos mais frágeis diante da caminhada.

A DEUS, por permitir que conquistas como essa seja possível em minha vida.

RESUMO

A verticalização dos centros urbanos das cidades brasileiras traz consigo desafios decorrentes da exposição dos edifícios aos carregamentos horizontais oriundos dos ventos. Diante dessa realidade, engenheiros, arquitetos e projetistas buscam cada vez mais ferramentas para analisar os efeitos dos ventos sobre as edificações. Tendo em vista o amadurecimento das ferramentas de simulação numéricas, bem como o avanço dos computadores, a Otimização Topológica (OT) apresenta-se como uma eficiente ferramenta para a determinação de sistemas de contraventamento para edifícios altos. No presente trabalho, são utilizados os métodos de OT, SIMP (Solid Isotropic Material with Penalty) e BESO (Bi-directional Evolutionary Structural Optimization). Para o método SIMP, será apresentado um estudo comparativo de dois esquemas de interpolação, RAMP e ModSIMP, bem como, análises dos principais métodos de atualização das variáveis (OC, SAO-Dual, SAO-QP e MMA). Os programas de OT implementados no ambiente MATLAB são validados, analisando dois exemplos clássicos (viga MBB e viga longa engastada). Para o desenvolvimento do presente trabalho, utilizam-se como base os códigos implementados no MATLAB por Andreassen et al. (2011) para o método SIMP e o código de Huang e Xie (2010) para o método BESO. Para a obtenção dos carregamentos do vento, duas metodologias distintas são empregadas, a norma NBR 6123/1988 e a Dinâmica dos Fluidos Computacional. Finalmente, estuda-se como os sistemas de contraventamento no edifício CAARC variam em função dos métodos de OT, do carregamento de forças devido ao vento e do ângulo de incidência do vento.

Palavras-chave: Otimização topológica. SIMP. BESO. CFD. Sistema de contraventamento.

ABSTRACT

The verticalization of the urban centers of the Brazilian cities is one of the most important applications of the horizons from the winds. Faced with this reality, engineers, architects and designers are increasingly looking for tools to analyze the effects of the winds on buildings. The Topology Optimization (OT) presents a tool for the determination of the bracing systems for the tops. In the present work, the OT, SIMP (Solid Isotropic Material with Penalty) and BESO (Bidirectional Evolutionary Structural Optimization) methods are used. For the SIMP, a comparative set of two interpolation schemes, RAMP and ModSIMP, SAO-QP, SAO-QP and MMA will be presented. The OT programs implemented in the MATLAB environment are validated by analyzing two classical samples (MBB beam and crimped long beam). For the development of the present work, to use as basis the codes implemented in MATLAB by Andreassen et al. (2011) for the SIMP method and the Huang and Xie (2010) code for the BESO method. In order to obtain the wind loads, two different methodologies are employed, the norm NBR 6123/1988 and Computational Fluid Dynamics. Finally, it is studied how the bracing systems in the CAARC building vary according to OT methods, wind load loading and wind angle.

Keywords: Topology optimization. SIMP. BESO. CFD. Bracing system.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -	Tabuleiro de Xadrez	23
Figura 2 -	Linha do tempo da OT sob a ótica da indústria	23
Figura 3 -	Aplicação da Manufatura Aditiva num problema de OT 3D	24
Figura 4 -	Aplicação de sistema de contraventamento	28
Figura 5 -	Sistema de contraventamento em Edificações	29
Figura 6 -	Etapas da OT	31
Figura 7 -	Métodos de otimização Estrutural	31
Figura 8 -	Otimização topológica de peças automotivas	34
Figura 9 -	Fluxograma para o método SIMP	38
Figura 10 -	Apresentação do raio e domínio para o filtro	41
Figura 11 -	Fluxograma para o método BESO	44
Figura 12 -	Gráfico das assíntotas móveis	51
Figura 13 -	Técnicas de penalização e regularização das densidades	60
Figura 14 -	Estrutura com tabuleiro de xadrez	62
Figura 15 -	Estrutura com dependência de malha	63
Figura 16 -	Apresentação do raio e domínio para o filtro	64
Figura 17 -	Alturas da camada limite em diversas áreas	66
Figura 18 -	Forças do vento sobre um obstáculo	69
Figura 19 -	Mapa das isopletas no Brasil	70
Figura 20 -	Fluxograma da metodologia usada nesse trabalho	77
Figura 21 -	Edifício CAARC	78
Figura 22 -	Ângulos de incidência do vento considerados nas análises.....	78
Figura 23 -	Fluxograma de obtenção das cargas de vento através da NBR 6123/1988	80
Figura 24 -	Fluxograma do estudo comparativo no método SIMP	84
Figura 25 -	Fluxograma da calibração e validação do código baseado no método SIMP	85
Figura 26 -	Viga Messerschmitt-Bolkow-Blohm BB)	86
Figura 27 -	Viga MBB, modelada considerando a simetria do problema	87
Figura 28 -	Viga longa engastada (VLE)	88
Figura 29 -	Efeitos da discretização na viga MBB	89

Figura 30 -	Efeitos da discretização na viga longa engastada	89
Figura 31 -	Processo topológico da VLE com malha 120x30 e método SIMP.....	90
Figura 32 -	Processo topológico da VLE com malha 120x30 e método BESO	90
Figura 33 -	Efeitos da penalização na viga MBB	91
Figura 34 -	Efeitos da penalização na viga longa engastada.....	92
Figura 35 -	Efeito da fração de volume na viga MBB.....	94
Figura 36 -	Efeitos da fração de volume na viga longa engastada.....	94
Figura 37 -	Efeitos do raio de influência do filtro na viga MBB.....	95
Figura 38 -	Efeitos do raio de influência do filtro na viga longa engastada.	96
Figura 39 -	Análise comparativa entre os métodos de atualização das variáveis Viga MBB – Malha 75X25	97
Figura 40 -	Análise comparativa entre os métodos de atualização das variáveis Viga longa engastada – Malha 120X30	97
Figura 41 -	Análise comparativa entre os métodos de atualização das variáveis para a viga MBB	98
Figura 42 -	Análise comparativa entre os métodos de atualização das variáveis para a viga longa engastada.....	99
Figura 43 -	Análise comparativa entre os métodos de penalização para a viga MBB	100
Figura 44 -	Análise comparativa e validação para a viga curta engastada com proporção 2:1	101
Figura 45 -	Análise entre os métodos de penalização (ModSIMP e RAMP) para a viga longa engastada	103
Figura 46 -	Análise de convergência para os métodos ModSIMP e RAMP na estrutura MBB	104
Figura 47 -	Análise comparativa entre os programas BESO ORIGINAL e TOP71_BESO para viga MBB	106
Figura 48 -	Análise comparativa entre os programas BESO ORIGINAL e TOP71_BESO para a viga longa engastada	107

Figura 49 -	Varição da função objetivo e volume para a viga MBB (malha 150x50)	108
Figura 50 -	Varição da função objetivo e volume para a viga longa engastada (malha 120x30)	108
Figura 51 -	Análise do tempo de processamento para a viga MBB	109
Figura 52 -	Análise do tempo de processamento para a viga longa engastada	109
Figura 53 -	Análise comparativa da solução para a viga MBB	111
Figura 54 -	Análise comparativa da solução para a viga longa engastada .	112
Figura 55 -	Convergência dos métodos SIMP e BESO para a viga MBB (malha 150x50)	113
Figura 56 -	Convergência dos métodos SIMP e BESO para a viga longa engastada (malha 160x40)	113
Figura 57 -	Distribuição das cargas no edifício CAARC	115
Figura 58 -	Resultado da OT com a NBR 6123/1988 para cargas em todos os andares e carregamentos nas duas faces (Caso 1) e em uma face (Caso 2)	116
Figura 59 -	Resultado da OT com a NBR 6123/1988 para cargas cada 3 andares e carregamentos nas duas faces (Caso 1) e em uma face (Caso 2)	118
Figura 60 -	Estruturas de contraventamento obtidas através da OT	119
Figura 61 -	Linhas de corrente e distribuição do coeficiente de pressão ao redor do prédio CAARC	120
Figura 62 -	Coeficientes de pressão nas faces do prédio CAARC	121
Figura 63 -	Coeficientes de pressão obtidos no túnel de vento do TUP (2018)	122
Figura 64 -	Varição das cargas em função da altura	124
Figura 65 -	Resultado da OT com o programa HEXAFEM_3D_IFF para cargas a cada 3 andares	125

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Trabalhos que utilizaram à OT para análise de estruturas submetidas às ações do vento	27
Tabela 2 - Cargas de vento obtidas pela NBR 6123/1988	115
Tabela 3 - Coeficientes de pressão total	122
Tabela 4 - Valores das cargas para Análise comparativa entre as cargas	123

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 -	Comparação entre as três técnicas de solução	73
Quadro 2 -	Análise do fator de penalização para a viga MBB, método SIMP	93
Quadro 3 -	Análise comparativa da flexibilidade ($\times 10^6 \text{ kNm}$) obtida através da OT com carregamento determinado através da NBR 6123/1988 e CFD	126

LISTA DE ABREVIATURAS

AR	Volume de adição
ARmax	Razão máxima de adição
BESO	Bi-directional Evolutionary Structural Optimization
CAARC	Commonwealth Advisory Aeronautical Research Council
CAD	Projeto Assistido por Computador
CCSA	Aproximações Separáveis Convexas Conservadoras
CFD	Dinâmica dos Fluidos Computacionais
CTBUH	Conselho de Edifícios Altos e Habitat Urbano
ESO	Evolutionary Structural Optimization
EVC	Engenharia do Vento Computacional
ISE	Expansão de série incompleta
LES	Simulação de Grandes Escalas
MEF	Método dos Elementos Finitos
MBB	Messerschmitt-Bolkow-Blohm
MMA	Method of Moving Asymptotes
ModSIMP	Modified Solid Isotropic Material with Penalization
OC	Critério de Otimalidade
OT	Otimização Topológica
RAMP	Rational Approximation of Material Properties
RC	Região de confiança
SAO	Otimização por Aproximação Sequencial
SAO-Dual	Subproblema Aproximado em forma Dual
SAO-QP	Subproblema Aproximado considerando Programação Quadrática

SLP	Programação Linear Sequencial
SQP	Programação Quadrática Sequencial
SIMP	Solid Isotropic Material with Penalization
TSA	Topological Sensitivity Analysis
KKT	condição de Karush–Kuhn–Tucker

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área
A_e	Área frontal efetiva
B_e	Condição de otimização
C	Flexibilidade Média
C_a	Coefficiente de arrasto
C_e	Coefficiente de forma externo
C_i	Coefficiente de forma interno
c_{2ij}	Termos de segunda ordem da série de Taylor
d	Deslocamento
Δl	Deformação elástica
ER	Razão evolutiva
E_e	Módulo de elasticidade do elemento
E_0	Módulo de elasticidade material
f_0	Função Objetivo
\bar{f}_0	Função objetivo aproximada
f_v	Fração de volume
f	Vetor de carga
F_a	Força de arrasto
F	Força do vento
F_{el}	Força elástica
H_e	Fator de convolução
l	Tolerância de convergência permitida
k	Numero de Iterações
K_e	Matriz de rigidez elementar
K_0	Matriz de rigidez do elemento
L_i^k e U_i^k	Assíntotas móveis
L^K	Equação aproximada lagrangeano
$move$	Constante de movimento
M	Número total de nós
m	Quantidade de funções de restrições

N	Número de dimensões espaciais
n	Número de variáveis de projeto (OT) e cossenos diretores da normal externa num ponto (CFD)
η	Coefficiente de amortecimento numérico
p	Fator de penalização de densidades intermediárias (OT) ou pressão termodinâmica (CFD)
P_{ter}	Pressão termodinâmica
ρ	Densidade do filtro (OT) ou massa específica (CFD)
q_d	Pressão dinâmica
q	Fator de penalização do método RAMP
Q^k	Matriz hessiana do langregiano aproximado
σ_e^{vm}	Tensão de von Mises do elemento
σ_{MAX}^{vm}	Máxima tensão de von Mises na estrutura
r_{min}	Raio mínimo
r_{ij}	Distância entre o centro do elemento i e o centro do elemento j
RR_I	Razão de rejeição
S_1	Fator topográfico
S_2	Fator de rugosidade
S_3	Fator estatístico
τ_{ij}	Componentes do tensor de tensões
t	Coordenadas temporais
μ	Viscosidade do fluido
u	Vetor de deslocamentos
u_e	Vetor de deslocamento do elemento
v_c	Velocidade cinemática
ν	Coefficiente de Poisson
ν_i	Componente da velocidade na direção x_i
V_k	Velocidade característica do vento
V	Volume total da estrutura
V_T	Volume total de domínio
V_e	Volume elementar

V_0	Velocidade básica
x_e	Densidade do elemento
x_{min}	Vetor de densidades relativas mínimas
x	Variáveis de projeto (OT) ou coordenada espacial (CFD)
\check{x}	Limite inferior
\hat{x}	Limite superior
w	Fator de peso
ω	Coefficiente de rigidez da mola
λ	Multiplicador de Lagrange
$\phi_i(\rho)$	Densidades filtradas
δ_{ij}	Delta de Kronecker

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	Objetivos	20
1.1.1	Objetivo Geral	20
1.1.2	Objetivos específicos.....	20
1.2	Revisão bibliográfica	20
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	28
2.1	Sistema de contraventamento	28
2.2	Otimização estrutural	29
2.3	Otimização topológica (OT)	32
2.4	Métodos de otimização topológica (OT)	34
2.4.1	Método SIMP - <i>Solid Isotropic Material with Penalization</i>	34
2.4.2	Método BESO - <i>Bi-directional Evolutionary Structural Optimization</i>	38
2.5	Métodos para atualização das variáveis	46
2.5.1	Critério de Otimalidade (OC)	46
2.5.2	O Método das Assíntotas Móveis (MMA).....	47
2.5.3	Otimização Aproximada Sequencial (SAO)	51
2.5.3.1	<i>Aproximação do Sub-problema na forma Dual (SAO – Dual)</i>	54
2.5.3.2	<i>Aproximação do Sub-problema considerando Programação Quadrática (SAO – QP)</i>	55
2.6	Técnicas de penalização e regularização das densidades	57
2.6.1	Esquema de interpolação SIMP	57
2.6.2	Esquema de interpolação ModSIMP	58
2.6.3	Esquema de interpolação RAMP	59
2.7	Problemas numéricos da otimização topológica	60
2.7.1	Tabuleiro de xadrez (<i>checkerboard</i>)	60
2.7.2	Dependência de malha.....	62
2.8	Influência do carregamento dos ventos sobre as edificações	66
2.9	Aspectos da norma NBR 6123/1988 - forças devidas ao vento em edificações	69
2.10	Dinâmica dos fluidos computacional (CFD)	72

3	METODOLOGIA	76
3.1	Quantificação das cargas de vento.....	77
3.1.1	Norma NBR 6123/1988 - Forças devidas ao vento em edificações	78
3.1.2	CFD – HEXAFEM.....	81
3.2	Métodos de otimização topológica (OT)	82
3.2.1	Método SIMP.....	82
3.2.2	Método BESO	84
4	ESTUDO DOS PARÂMETROS E CALIBRAÇÃO DO PROGRAMA	85
4.1	Estudo dos parâmetros para o processo topológico	86
4.2	Resultados dos parâmetros para o processo topológico	88
4.2.1	Discretização	89
4.2.2	Fator de penalização	91
4.2.3	Fração de volume	93
4.2.4	Raio de influência do filtro	95
4.3	Análise dos métodos de atualização das variáveis	96
4.4	Análise dos métodos de penalização	100
5	VALIDAÇÃO DOS PROGRAMAS BESO E SIMP	106
6	RESULTADOS.....	114
6.1	OT considerando os efeitos do vento.....	114
6.1.1	Cargas do vento devido à norma NBR 6123/1988.....	114
6.1.2	Cargas do vento devido à CFD/HEXAFEM	120
7	CONCLUSÕES	127
7.1	Programa beso	128
7.2	Validação e estudo dos parâmetros - simp e beso	128
7.3	Estudo dos métodos de atualização das variáveis - simp	128
7.4	Estudo dos métodos de penalização - simp.....	129
7.5	Otimização topológica do prédio caarc	129
7.6	Sugestões para trabalhos futuros.....	131
	REFERÊNCIAS.....	132

1 INTRODUÇÃO

Edificações em geral são expostas as forças do vento, cuja ação é de caráter dinâmico e possuem crescente necessidade de ser quantificada, haja vista que, os efeitos induzidos pelo vento sobre os sistemas estruturais apresentam-se como fatores de risco à estabilidade das edificações, podendo provocar acidentes ou danos.

Tendo em vista que o crescimento vertical das cidades brasileiras é uma realidade, torna-se necessário cada vez mais avaliar a influência dessas edificações frente aos efeitos do vento, uma vez que os edifícios adjacentes existentes podem diminuir ou aumentar as cargas de vento em um edifício, dependendo das características geométricas, estruturais, topológicas do terreno e do vento.

Outro ponto a ser observado no cenário dos edifícios altos nas cidades, é a necessidade de reduzir custos e materiais, havendo desta forma a necessidade dos engenheiros desenvolverem metodologias para conceber melhores projetos. Despontando, como alternativa, pode-se citar o uso de técnicas de otimização, haja vista que o processo de otimização estrutural consiste em obter o projeto de melhor desempenho, sendo esse avaliado através de uma função objetivo definida a partir de um conjunto de variáveis que descrevem o sistema estrutural.

Apesar da importância da ação dos ventos sobre as estruturas, por um longo tempo a principal ferramenta disponível para a avaliação dessa ação tinha sido o túnel do vento. No entanto, com o avanço tecnológico dos computadores, juntamente com os métodos numéricos, atualmente os projetistas podem empregar a simulação numérica para analisar e simular os efeitos relacionados ao vento. Para Tang (2011), os aspectos que favorecem o emprego da simulação numérica na análise de problemas relacionados com a ação do vento foi o amplo desenvolvimento das técnicas baseadas na Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD do inglês *Computational Fluid Dynamics*). Estas técnicas fornecem uma boa relação custo-benefício para estudar escoamentos de fluidos reais. Embora os testes de túnel de vento produzam resultados satisfatórios, o custo é relativamente elevado, sendo justificado muitas vezes para edifícios altos com geometrias complexas.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo principal deste trabalho é a otimização bidimensional de sistemas de contraventamento de edifícios altos através dos métodos de Otimização Topológica (OT): SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*) e BESO (*Bi-Directional Evolutionary Structural Optimization*), considerando os efeitos do vento. Nessa análise, as cargas devido ao vento serão determinadas através da norma Brasileira NBR 6123/1988 - *Forças devido ao vento em Edificações* e da Dinâmica dos Fluidos Computacional.

1.1.2 Objetivos específicos

- Implementar nos códigos tomados como base novos esquemas de interpolação e métodos de resolução, visando a otimização bidimensional de sistema sistema de contraventamento em edifícios altos;
- Analisar como os principais parâmetros dos algoritmos SIMP e BESO influenciam na otimização topológica;
- Realizar um estudo comparativo, analisando diferentes esquemas de interpolação (RAMP e ModSIMP) e métodos de resolução do problema de otimização topológica (OC, SAO-Dual, SAO-QP e MMA);
- Realizar um estudo comparativo, considerando o carregamento de vento segundo a norma NBR 6123/1988 e através de um programa baseado na Dinâmica dos Fluidos Computacional;
- Realizar um estudo paramétrico analisando como os sistemas de contraventamento do edifício CAARC variam em função: dos métodos de OT, do carregamento de forças devido ao vento e do ângulo de incidência do vento.

1.2 Revisão bibliográfica

Na área da otimização estrutural pode-se destacar o trabalho pioneiro desenvolvido por Maxwell em 1872, tendo como objetivo reduzir a massa para estruturas uniaxiais submetidas a carregamentos. A continuidade do trabalho de Maxwell, deu-se por de Michell (1904), obtendo resultados analíticos para alguns casos de otimização.

O objetivo do trabalho de Michell consistia fundamentalmente em calcular os campos de tensões principais, utilizando a teoria da elasticidade, para uma força aplicada em um ponto do domínio que está sujeito a restrições de deslocamento em outros pontos. A ideia básica e fundamentada na otimização, era buscar uma distribuição ótima das barras (treliças) de modo que as mesmas estivessem alinhadas às direções principais. Desta forma, a estrutura ótima, poderia estar sujeita apenas aos esforços de tração e compressão.

Nos anos 70, Prager (1974), retomou e estendeu o conceito de otimização proposto por Michell (1904). Posteriormente, surgiram outros trabalhos baseados na teoria de Michell (1904), conforme visto nos trabalhos de Rozvany (1972a) e Rozvany (1972b).

Nas décadas de 80 e 90, o desenvolvimento das capacidades computacionais e o avanço dos métodos de simulação numérica, favoreceram o início das investigações numéricas na área da OT. O trabalho de Bendsoe e Kikuchi (1988), pode ser considerado fundamental para o desenvolvimento dos métodos numéricos na área de OT. Os autores propuseram que a existência ou não de material poderia ser tratada através do uso de um modelo de material fictício. Essa ideia foi baseada no conceito de microestruturas, sendo denominada como método de homogeneização. Isto contribuiu para a disseminação do processo de otimização, até então pouco utilizado em virtude da complexidade matemática envolvida na existência ou não existência de material.

Na extensiva análise dos métodos numéricos para OT, dois possuem destaque, os métodos SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*) e ESO (*Evolutionary Structural Optimization*), esse que mais tarde deu origem ao método BESO (*Bi-Directional Evolutionary Structural Optimization*).

O método SIMP, é um dos métodos de OT mais popular, foi descrito pela primeira vez por Bendsoe (1989), sob o nome abordagem direta, ou densidade artificial, e o termo SIMP foi introduzido pelos autores Rozvany, Zhou e Birker (1992). A ideia central do método é uma abordagem, cuja existência ou não de material pode ser tratada através de um material fictício, podendo obter comportamento intermediário entre sólido e vazio. Esse método faz parte do grupo das estruturas contínuas com

aproximação por microestrutura, haja vista que, os algoritmos baseados em microestruturas propõem encontrar a melhor disposição do material, de maneira a minimizar ou maximizar a função objetivo.

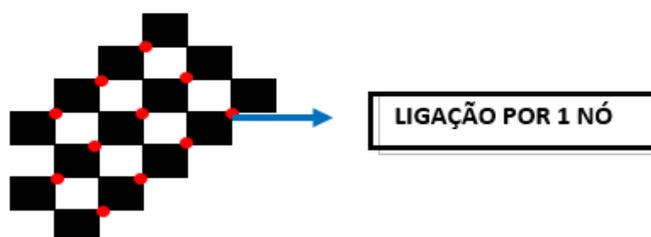
Na década de 90, Xie et al. (1996), propuseram o método de Otimização Estrutural Evolucionária, ESO (*Evolutionary Structural Optimization*), para a otimização topologia de estruturas. Este método tem como base o conceito de que, ao realizar a remoção lenta do material ineficiente de uma estrutura, a forma residual evoluirá na direção de uma melhor estrutura. Desde então, o método ESO foi melhorando e evoluindo em muitos aspectos e tem várias aplicações nas áreas de arquitetura e engenharia.

Apesar da difusão na utilização do método ESO, Huang e Xie (2010), observaram que o material removido em uma iteração precoce pode ser necessário mais tarde para fazer parte do projeto ideal. No entanto, o algoritmo ESO é incapaz de recuperar o material que por ventura tenha sido removido prematuramente ou erroneamente da estrutura. Como consequência, a solução final da otimização pode não ser necessariamente o ideal absoluto. Motivado pelas deficiências do método ESO, um melhor algoritmo foi desenvolvido pelos autores Querin, Steven e Xie (1998) e Yang et al. (1999), sendo esse conhecido como método BESO (*Bi-Directional Evolutionary Structural Optimization*), cuja principal diferença entre ambos é que, enquanto aquele só é possível eliminar elementos que não atendam a determinado critério, neste é possível adicionar e eliminar elementos menos eficazes.

Esse método faz parte do grupo de estruturas contínuas com aproximação por macroestrutura, sendo característico desse grupo, realizar o processo de otimização topológico através da inserção de furos no domínio discretizado.

Sanches (2011), empregou malhas hexagonais na Otimização Estrutural Evolucionária (método BESO), tendo como principal motivação a eliminação da instabilidade numérica conhecida como tabuleiro de xadrez, provocada pela alternância de regiões com material, cuja densidade é 1, e região sem material, cuja densidade é 0. A vantagem de empregar elementos hexagonais é evitar a conexão por apenas um nó entre elementos, conforme pode ser visualizado na Figura 1, cujas conexões formam o padrão tabuleiro de xadrez.

Figura 1 – Tabuleiro de Xadrez



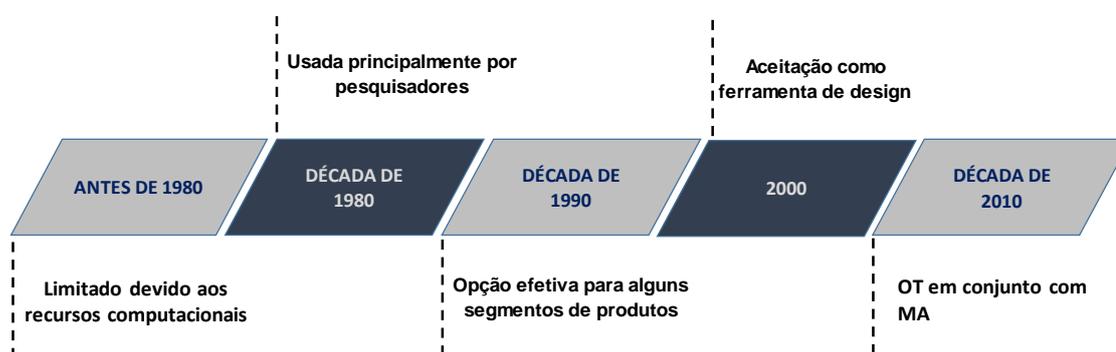
Fonte: Autor (2018)

Os primeiros softwares comerciais de OT foram desenvolvidos no final da década de 80 e início de 90. Entre os principais softwares destacam-se o *Optishape*, *GENESIS*, *OptiStruct*, *MSC. Nastran*, entre outros.

Devido à natureza dos algoritmos de otimização e suas especificações para implementação diferir muito, não é trivial a escolha do melhor método para desenvolver um software simples e didático, para que o usuário não precise ser um especialista em teoria da otimização (VANDERPLAAST, 2006).

Tomando como base Saitou et al. (2005), a análise da otimização estrutural sob a perspectiva da indústria pode ser apresentada de forma cronológica, de modo a salientar as distintas características dessa análise ao longo dos anos, conforme mostrado na Figura 2.

Figura 2 – Linha do tempo da OT sob a ótica da indústria

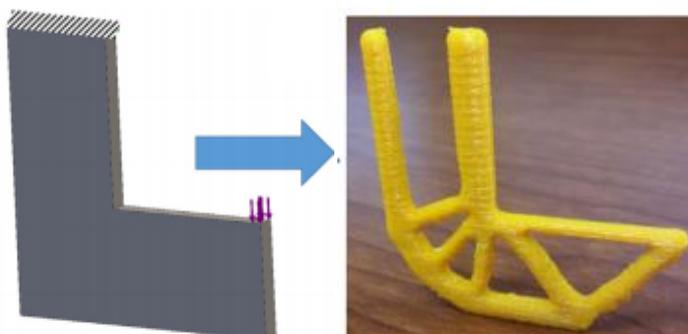


Fonte: Autor (2018)

- Antes de 1980: devido às limitações dos recursos computacionais não era viável a resolução numérica de problemas de otimização estrutural.

- Década de 1980: as análises estruturais tornaram-se uma ferramenta de design iteração / exploração. Apesar do crescente interesse, a otimização estrutural era principalmente uma ferramenta empregada por pesquisadores.
- Década de 1990: o acoplamento com o Desenho Assistido por Computador (*Computer Aided Design, CAD*), tornou a otimização estrutural uma ferramenta com muito potencial na análises de projetos. A otimização estrutural tornou-se uma opção efetiva para alguns segmentos de produtos.
- Década de 2000: as simulações estruturais são utilizadas para substituir testes físicos em alguns tipos de produtos. A otimização estrutural ganha popularidade principalmente nas aplicações industriais.
- Década de 2010: devido às tecnologias de Manufatura Aditiva (MA) a Otimização Topológica emprega-se rotineiramente nas mais diversas áreas. A manufatura através da impressão 3D, apresenta inúmeras vantagens com relação aos processos de fabricação tradicional. Na Figura 3, mostra-se uma simples aplicação dessa metodologia obtida por Mirzendehtel e Suresh (2016).

Figura 3 – Aplicação da Manufatura Aditiva num problema de OT 3D



Fonte: Mirzendehtel e Suresh (2016)

As bases matemáticas da otimização estão bem estabelecidas e podem ser aplicada em diferentes áreas, como a dinâmica de fluidos, mecânica dos sólidos, biomecânica, indústria automotriz e aeronáutica, entre outros, conforme visto nos trabalhos de Oktay, Akay e Merttopcuoglu (2011), Kutuk e Gov (2013), Cavazzuti et al. (2011), Zhu, Zhang e Xia (2016), Zakhama et al. (2007), respectivamente.

A OT é comumente usada na fase conceitual de design, apresentando possibilidades de novas e inovadoras estruturas. As principais análises por otimização

são por exemplo, a maximização da rigidez (minimizar a flexibilidade) ou minimização do peso total (volume) da estrutura, sujeita a algumas restrições sobre o volume total, rigidez total, máximos deslocamentos e/ou tensões, entre outros. Normalmente, a discretização do domínio é realizada utilizando o Método dos Elementos Finitos (BENDSOE E SIGMUND, 2003; OÑATE, 2009).

Por exemplo, no trabalho de Kutuk e Gov (2013), mostram-se aplicações da otimização na biomecânica. Emprega-se a OT no estudo de placas de fixação, tendo como principal objetivo a redução de material na fabricação das mesmas. Foram avaliados três tipos de placas utilizadas na osteotomia tibial alta, sendo que ao final do processo topológico as placas mantiveram o desempenho ideal do implante, porém, com menor peso de material.

No trabalho de Cavazzuti et al. (2011), apresenta-se a OT de chassis de veículos, obtendo como resultados a redução de peso em cumprimento as restrições de desempenho estrutural, conforme necessário pelos padrões da Ferrari.

Na indústria aeronáutica, a OT aplica-se nas mais diversas áreas. Zhu, Zhang e Xia, (2016), apresentam uma revisão bibliográfica analisando os recentes avanços das técnicas de OT em projetos aeronáuticos e aeroespaciais. No trabalho, apresenta-se várias aplicações bem-sucedidas mostrando a OT como uma ferramenta poderosa e eficaz.

Conforme visto, a OT tem aplicabilidade nas mais diversas áreas, no entanto, a discussão neste trabalho é limitada a problemas estruturais de Engenharia Civil.

Zakhama et al. (2007), apresenta o problema de OT levando em consideração os efeitos das cargas de vento sobre edifícios altos. Sabendo que o vento normalmente possui muitas direções com velocidades variadas, e tendo a necessidade de modelar de forma realista o comportamento deste sobre as estruturas, os autores contemplam a necessidade da utilização de casos com múltiplas cargas.

O estudo da concepção de edifícios sujeitos à carga do vento foi analisado por Xie, Felicetti e Tang (2014), empregando-se para isso a OT, o Método dos Elementos Finitos e a Dinâmica dos Fluidos Computacional (*Computational Fluid Dynamics*, CFD). A distribuição das pressões provocadas pelo vento sobre os edifícios foi obtida mediante a CFD e a topologia da estrutura ótima determinou-se através de um

procedimento evolucionário que se baseia na simples remoção gradual de material ineficiente da estrutura. Para o trabalho foram consideradas várias direções de vento, os resultados finais demonstram a capacidade do método BESO em otimizar prédios altos sob carga de vento.

Segundo Awruch, Braum e Greco (2015), a atual conjuntura tecnológica dos computadores aliado à maturidade dos métodos numéricos já desenvolvidos, tem propiciado à simulação numérica uma ferramenta essencial na análise da ação do vento sobre estruturas. Diversos assuntos de interesse na engenharia civil, tais como aerodinâmica de pontes e prédios, conforto de pedestres e dispersão de poluentes podem ser avaliados através da CFD, conforme pode ser observado nos trabalhos de Yu et al. (2017), Blocken, Janssen e Hooff (2012) e Blocken et al. (2011).

Segundo Versteeg e Malalasekera (2007), a Dinâmica de Fluidos Computacional ou CFD pode ser definida como a análise de sistemas envolvendo fluxo de fluidos, transferência de calor e fenômenos associados, tais como reações químicas, mediante simulação fundamentada em computador. Os escoamentos de fluidos podem ser descritos através de equações diferenciais parciais as quais não podem ser resolvidas analiticamente, exceto em casos especiais (Ferziger e Perić, 2002). Para obter uma solução numericamente aproximada, é necessário utilizar algum método de discretização dessas equações para escrever sistemas de equações algébricas, podendo então ser resolvido em um computador. Segundo Anderson (1995), a CFD poderia ser definida como a “arte” de substituir as integrais ou as derivadas parciais das equações com formas algébricas discretizadas.

Na Tabela 1, mostram-se de forma resumida alguns dos principais trabalhos da literatura que utilizaram a OT como ferramenta de otimização de edifícios altos sob as cargas de ventos.

Tabela 1 – Trabalhos que utilizaram à OT para análise de estruturas submetidas às ações do vento

AUTOR (ES)	ANO	MÉTODO UTILIZADO	OBJETIVO
Tang	2011	ESO	OT de edifícios com cargas de vento usando o método ESO. As cargas de vento são obtidas a partir de testes de túnel de vento, códigos normativos ou simulações CFD.
Tang, J. Xie, Y, M. Felicetti, P.	2012	BESO	O método BESO foi vinculado ao ANSYS para realizar a OT estrutural considerando carregamento do vento. As cargas de vento são simuladas no ANSYS CFX e a resposta do prédio submetido ao vento determinam-se no ANSYS Static.
Boddy et al.	2014	SIMP	Propor uma estrutura inovadora, definida especificamente para o projeto de edifícios altos sujeitos a cargas de vento, em que a OT dessas estruturas pode ser realizada introduzindo um conjunto de objetivos de desempenho definidos pelo usuário.
Tang, J. Xie, Y, M. Felicetti, P.	2014	BESO	As cargas de vento são determinadas através da CFD, e a resposta estrutural do edifício é obtida a partir de análise do método de elementos finitos. O algoritmo BESO com um esquema de interpolação de material é utilizado para a OT considerando vários casos de carregamento de vento.
Kazakis et al.	2017	SIMP	Apresentar possibilidades para integrar técnicas computacionais na fase de definição das estruturas civis, relacionando à OT o design arquitetônico assistido por computador
Luo et al.	2017	SIMP	Nesse trabalho o conceito PBD (<i>Performance-Based Design</i>), amplamente aplicada para conseguir sistemas estruturais resistentes a terremotos, foi expandido para a engenharia do vento.

Fonte: Autor (2018)

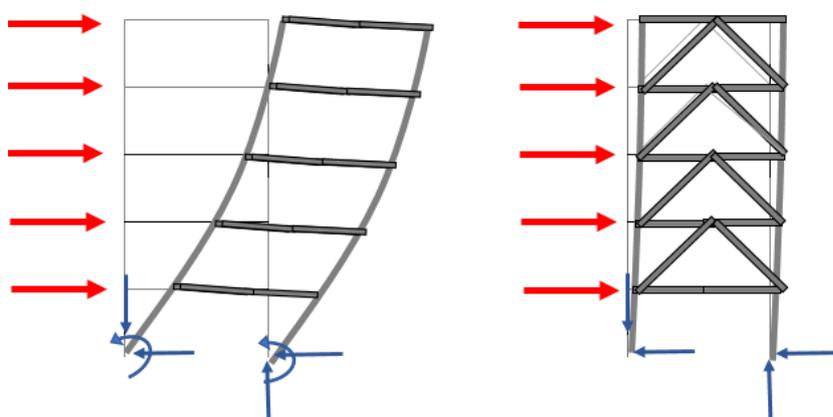
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Sistema de contraventamento

O sistema de contraventamento pode ser considerada uma estrutura auxiliar dimensionada para resistir às solicitações adversas que por ventura possam surgir nos edifícios, bem como carregamentos horizontais elevados que possam provocar instabilidade na estrutura. O principal objetivo é aumentar a rigidez da estrutura, permitindo-lhe resistir às ações horizontais, sendo essa a grande responsável pela segurança das estruturas de edifícios altos.

Para Franca (2003), o sistema de contraventamento permite que as estruturas possuam um comportamento mais eficiente em relação às estruturas puramente aporticadas. Isso ocorre, em decorrência da eliminação dos momentos de ligações entre vigas e colunas. Ao inserir barras diagonais no interior dos quadros aporticados é possível fazer a eliminação desses momentos. Dessa forma, o esforço devido a carga lateral é absorvido primeiramente pelas diagonais e não mais pelas vigas. Assim, todos os elementos que formam este treliçamento praticamente ficam sujeitos apenas a esforços axiais, o que torna este sistema estrutural particularmente eficiente. O melhor desempenho pode ser justificado pelo fato das barras trabalharem predominantemente sob esforços axiais de tração e compressão, resultando em estruturas mais rígidas às cargas laterais. Na Figura 4, mostra-se esquematicamente a aplicação do sistema de contraventamento.

Figura 4 – Aplicação de sistema de contraventamento

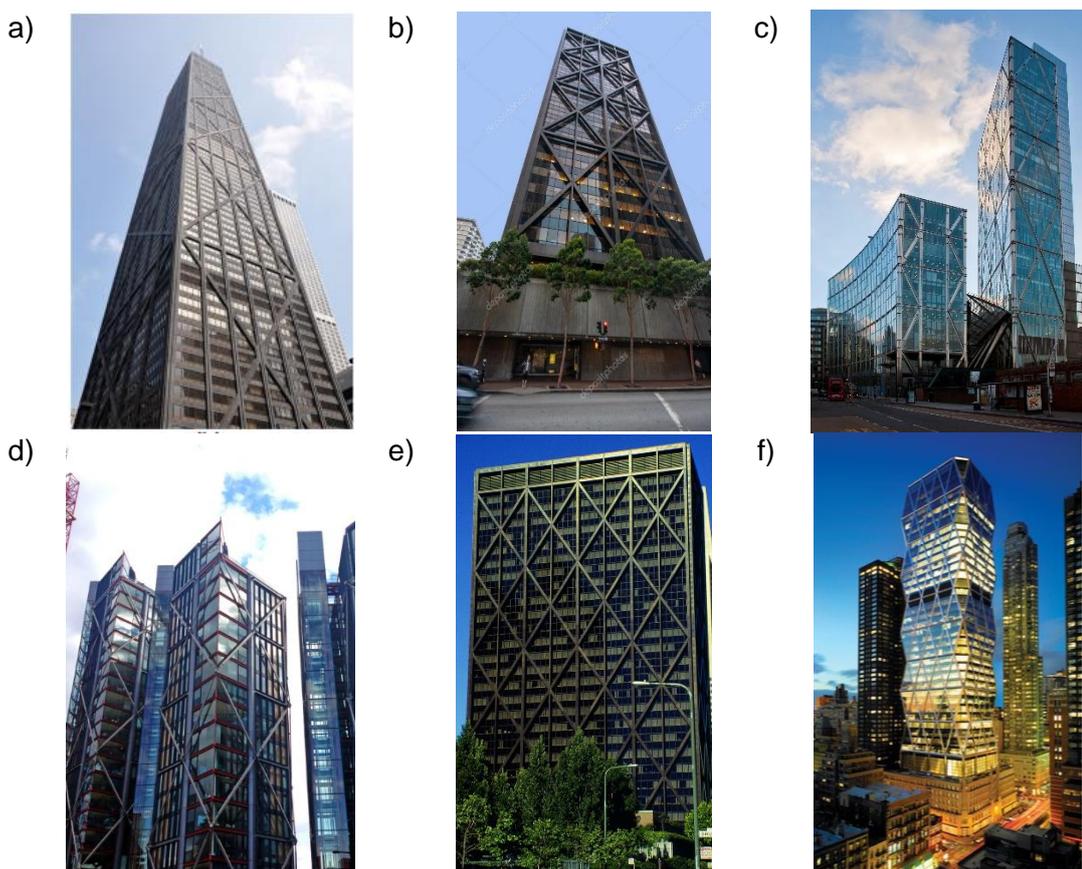


Fonte: Autor (2018)

Na Figura 5, apresentam-se algumas aplicações reais dos sistemas de contraventamento combinado com as concepções arquitetônicas nos edifícios.

Figura 5 – Sistema de contraventamento em edificações

- a) John Hancock Center em Chicago b) One Maritime Plaza em São Francisco c) Bishopsgate e Broadgate tower em Londres d) NEO Banking em Londres e) Alcoa building em São Francisco f) Hearst Tower em Nova York



Fonte: a) A view on cities¹, b) Deposiphotos², c) Wikipedia³, d) Arkitalker⁴, e) Diva⁵ e f) ArchDaily⁶

2.2 Otimização estrutural

De acordo com Xie, Felicetti e Tang (2014), o processo de otimização estrutural consiste em obter o projeto de melhor desempenho. Deste modo, o resultado conseguido através da otimização estrutural, torna-se independente do profissional.

¹ <http://www.aviewoncities.com/buildings/chicago/johnhancockcenter.htm>

² <https://pt.depositphotos.com/61442329/stock-photo-san-francisco-us-oct-3.html>

³ https://en.wikipedia.org/wiki/Broadgate_Tower

⁴ <https://arkitalker.wordpress.com/2015/08/11/neo-bankside-london-richard-rogers-architecture/>

⁵ <https://diva.sfsu.edu/collections/hrrme/bundles/212360>

⁶ <https://www.archdaily.com/204701/flashback-hearst-tower-foster-and-partners>

Para que seja obtido o projeto ótimo, este é avaliado através de uma função objetivo definida a partir de um conjunto de variáveis que descrevem o sistema estrutural, denominadas variáveis de projeto.

Matematicamente, pode-se apresentar o problema de otimização da seguinte forma:

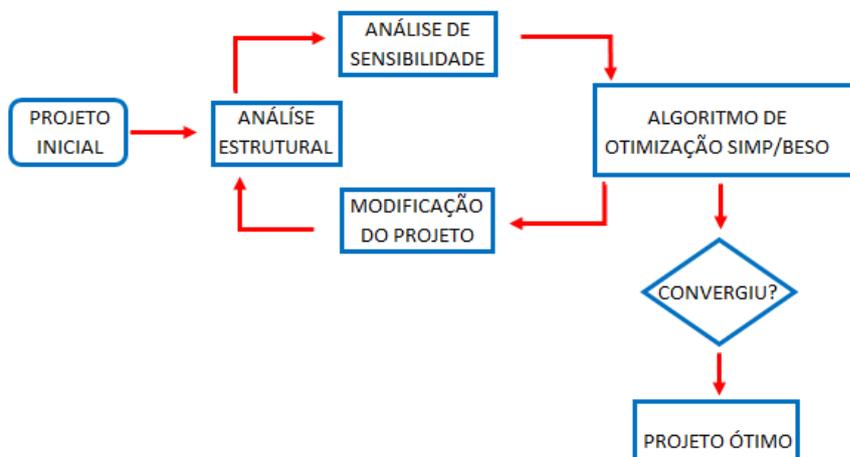
$$\begin{aligned} \text{minimizar } & f(x) \rightarrow \text{Função custo ou função objetivo} & (1) \\ \text{sujeita às } & g(x) \leq 0 \\ & h(x) = 0 \rightarrow \text{Restrições do problema} \end{aligned}$$

onde $x \in \mathbf{R}^t$, $f \in \mathbf{R}$, $g \in \mathbf{R}^r$ e $h \in \mathbf{R}^s$, sendo, t, r e s escalares que definem o número de variáveis, restrições de desigualdade e de igualdade.

O propósito das técnicas de otimização é buscar os extremos da função objetivo dentro de uma região de projeto denominada região viável ou factível. Esta região reúne os pontos de projeto que atendem às restrições do problema, frequentemente classificadas em restrições de igualdade e desigualdade.

Para se obter uma estrutura ótima é frequente a utilização de informações referentes à sensibilidade, sabendo que essa é a derivada da função objetivo e restrições impostas ao problema, em relação a cada variável de projeto. Esta sensibilidade possui relevante importância, já que após sua análise, os algoritmos de otimização impõem modificações nas variáveis de projeto segundo suas próprias metodologias. Na Figura 6, apresenta-se um fluxograma que mostra as principais etapas envolvidas no processo de otimização estrutural.

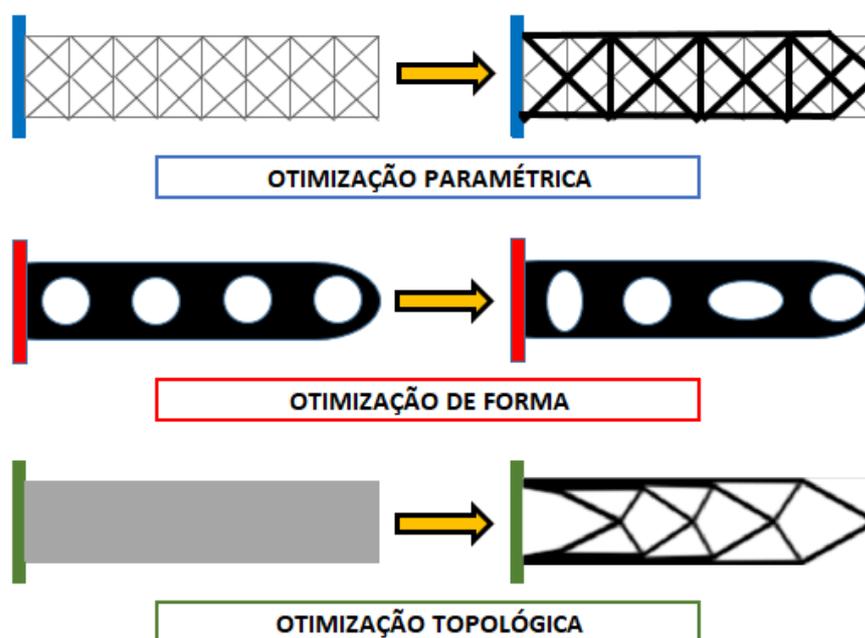
Figura 6 – Etapas da OT



Fonte: Autor (2018)

A otimização estrutural, segundo as variáveis de projeto, classifica-se frequentemente em paramétrica, de forma e topológica. Na Figura 7, mostra-se esquematicamente a estrutura obtida para os três tipos de otimização estrutural.

Figura 7 – Métodos de otimização Estrutural



Fonte: Autor (2018)

A otimização paramétrica possui como característica, a permanência da forma e a topologia da estrutura, podendo adotar como variáveis de projeto, dados como: as dimensões do diâmetro, altura e espessura das barras. Deste modo, ao adotar a

variável de projeto, conforme mencionada anteriormente, a otimização será voltada apenas nela. (SIMONETTI, 2016)

A otimização de forma, teve origem na década de 70 na área da mecânica dos fluidos, conforme apresentado por Pironneau (1974) e Mohammadi e Pironneau (2004). O princípio de otimização utilizado neste método, consiste em variar a geometria pela fronteira sem alterar a topologia, isto é, os números de componentes de conexões da sua fronteira mantêm-se iguais ao da estrutura inicial.

A otimização topológica será apresentada na próxima subseção de forma mais ampla, tendo em vista que, é a metodologia utilizada no presente trabalho.

2.3 Otimização Topológica (OT)

O objetivo do método de OT é a busca pelo layout ou topologia de uma quantidade fixa de material que satisfaça determinados conjuntos de restrições em projetos estruturais, tendo como propósito minimizar ou maximizar a função objetivo.

Conforme apresentado por Eschenauer e Olhoff (2001), a OT pode ser classificada em dois tipos, discreta ou contínua, dependendo do tipo de estrutura. No caso da OT de estruturas discretas, por exemplo, determina-se o número total de barras, suas respectivas conectividades e sua posição. Além de avaliar a maximização da rigidez, conforme visto em muitos trabalhos, essa metodologia pode ser aplicada para maximização da frequência de ressonância, maximização da carga de flambagem, minimização da resposta em frequência da estrutura e maximização da energia de impacto. A aplicabilidade da OT de estruturas discretas pode ser verificada no trabalho de Achtziger (1997). Por sua vez, a OT de estruturas contínuas, tem por objetivo determinar a existência ou não de material no domínio, seus respectivos formatos e a conectividade entre os elementos.

A OT de estruturas contínuas pode ser subdividido em dois grupos, conforme Eschenauer e Olhoff (2001):

- Aproximação por microestrutura (Material): o processo de OT baseia-se no estabelecimento de uma relação entre a rigidez e a densidade associada ao domínio, sabendo que, as densidades podem assumir qualquer valor do intervalo 0-1,

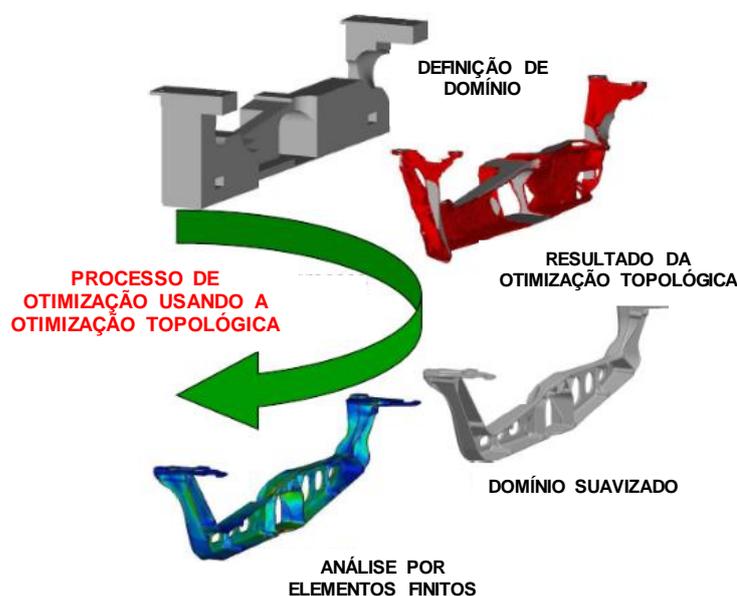
convencionalmente adotado valor 0 (vazio) e 1 (material sólido). No entanto, existe a terceira opção, que seriam os elementos porosos, caracterizados pelas densidades intermediárias. Conhecendo os valores das variáveis, densidades, os algoritmos baseados em microestrutura, objetivam encontrar a melhor disposição do material, de maneira a minimizar ou maximizar a função custo. Alguns dos métodos que fazem parte desse grupo são: SIMP, *homogeneous porous materials*, entre outros.

- Aproximação por macroestrutura (Geométrica): Neste caso a topologia da estrutura é modificada através da inserção de furos no domínio. Podem-se citar os métodos fundamentados na inserção de furos em sistemas contínuos, tais como TSA - Topological Sensitivity Analysis) e Bubble Method, conforme pode ser visto em Pereira e Bittencourt (2010) e Eschenauer, Kobelev e Schumacher (1994), respectivamente. No caso da introdução de furos em sistemas discretos, destacam-se os métodos baseados em algoritmos evolucionários tais como ESO - *Evolutionary Structural Optimization* e BESO - *Bi-directional Evolutionary Structural Optimization*.

As soluções encontradas com ambas aproximações, precisam muitas vezes de uma interpretação (suavização dos contornos e definição dos elementos sólidos) para que as estruturas sejam construtivamente viáveis, haja vista que, o nível de refinamento da malha ou mesmo as densidades intermediárias, torna o resultado algumas vezes impossível de ser manufaturado. Após a interpretação do resultado, é necessário realizar uma nova análise da estrutura para verificar se as modificações na topologia não afetaram a eficiência da estrutura otimizada. Na Figura 8, mostra-se esquematicamente os passos que foram apresentados anteriormente.

A OT mostra-se como uma excelente alternativa, pelo fato, de que a escolha da topologia apropriada de uma estrutura na fase conceitual é geralmente o fator mais decisivo no desenvolvimento de um novo produto. Também, deve-se mencionar que o dimensionamento usual e a otimização de forma não conseguem alterar a topologia durante o processo de análise das soluções, dessa forma, a OT se apresenta como uma valiosa ferramenta de dimensionamento e otimização estrutural (ESCHENAUER e OLHOFF, 2001).

Figura 8 – Otimização topológica de peças automotivas



Fonte: Adaptado de Topology Optimization Guide⁷

2.4 Métodos de Otimização Topológica (OT)

2.4.1 Método SIMP - Solid Isotropic Material with Penalization

O método foi descrito pela primeira vez por Bendsoe (1989), sob o nome abordagem direta, ou densidade artificial, e o termo SIMP foi introduzido pelos autores Rozvany, Zhou e Birker (1992).

As metodologias mais utilizadas na otimização topológica estrutural são baseadas no método das densidades, que incluem o popular, *Solid Isotropic Material with Penalization* (SIMP). Os métodos baseados em densidade operam em um domínio fixo, geralmente emprega-se o Método dos Elementos Finitos (Zienkiewicz e Taylor, 2000; Oñate, 2009 e Rao, 2011), identificando os elementos que serão definidos como material sólido ou vazio, a fim de minimizar uma função objetiva. Com frequência, na OT adota-se como função objetivo a flexibilidade e para as restrições a quantidade de material que pode ser utilizado. (DEATON e GRANDHI, 2014)

Neste método, a existência ou não de material é tratado através do uso de um modelo de material fictício, em que as regiões possuem valores de densidades,

⁷ Disponível em: < <http://www.topology-opt.com/page/8/> > acesso em jun. 2017.

variando entre os limites de 0 e 1, configurando o material vazio e sólido, respectivamente. Deste modo, ao utilizar a técnica denominada SIMP o comportamento constitutivo do material intermediário (artificial) é definido por uma função paramétrica ρ , associada com a densidade do material. O material sólido é representado com densidade igual a um e o vazio com densidade zero. A densidade associada a cada ponto do domínio emprega-se para a determinação do tensor constitutivo do material, conforme mostrado por Bendsoe (1995) e Bendsoe e Sigmund (1999).

O método SIMP baseia-se numa relação heurística, entre a densidade do elemento e o módulo de elasticidade, conforme apresentado na Eq. (2). O fator de penalização, emprega-se para minimizar as densidades intermediárias, ou seja, as regiões que possuem difícil interpretação quanto a presença ou não de material no resultado final. Esta região também, denomina-se escala de cinza em virtude de as densidades possuírem valores intermediários, sabendo que, a densidade com valor igual a 0 representam vazio e identificam-se com a cor branca, e densidade com valor igual a 1, sólido, representam-se com a cor preta. Desse modo, valores intermediários entre 0 e 1, não se classifica em nenhuma das opções mencionadas, dificultado, portanto, a interpretação dos resultados.

A seguir, tem-se a relação entre a densidade e o modulo de elasticidade do elemento.

$$E_e = x_e^p(E_0), \quad x_e \in [0,1] \quad (2)$$

onde, E_e é o módulo de elasticidade do elemento, E_0 é o módulo de elasticidade material, p é o fator de penalização de densidades intermediárias e x_e é a densidade do elemento.

Um aspecto crítico dos métodos baseados em densidade é a seleção de uma função de interpolação apropriada e a definição de um valor adequado para a penalização como forma de expressar as quantidades físicas do problema em função das variáveis de projeto contínuo. A função das variáveis de projeto interpretam-se como a densidade de material em cada elemento finito. Os valores do intervalo de densidade definem-se entre $0 \leq x_e \leq 1$ ou $0 < x_{min} \leq x_e \leq 1$, onde 0 corresponde a um elemento vazio, 1 a um elemento sólido e x_{min} é o valor mínimo de densidade

(DEATON E GRANDHI, 2014). Define-se o mínimo valor da densidade para evitar um dos principais desafios da OT, ou seja, impedir que a matriz de rigidez do sistema se torne singular, além de permitir que seja possível o retorno do material ao processo topológico (Bendsoe e Sigmund, 2003). O fenômeno das topologias singulares, consiste na degeneração do espaço de solução, ou seja, a instabilidade numérica provocada no sistema tem origem quando o material é considerado vazio.

Uma desvantagem do método SIMP, é que a solução depende do grau de penalização, valor de p , e não necessariamente convergem para a solução mais viável em termos interpretativos, haja vista que esse fator influencia diretamente nas escalas de cinza (Stolpe e Svanberg, 2001). No entanto, para Rozvany (2009), a OT está cada vez mais popular em uma ampla gama de indústrias, incluindo automotiva, aeronáutica e aeroespacial, etc. Esta aceitação se deve em parte à implementação de métodos de OT em softwares comerciais de análises de elementos finitos, por exemplo: os programas *OptiStruct*, *Genesis*, *MSC/Nastran*, *Ansys* e *Tosca* baseiam-se no método SIMP (FIEBIG e AXMANN, 2013).

Com a necessidade de orientar o problema para uma solução sólida / vazia, ou seja, fazer com que as densidades fiquem nos extremos do intervalo, e desse modo, reduzir as densidades intermediárias, geralmente são usadas técnicas implícitas de penalização. A mais comum é o método de penalização, SIMP, no entanto, Stolpe e Svanberg (2001) propuseram um esquema alternativo de interpolação conhecido como *Rational Approximation of Material Properties* (RAMP).

Uma característica desejável do modelo RAMP é que, ao contrário do SIMP, possui uma sensibilidade diferente de zero com o valor de densidade nula. Bruns (2005) apresenta outro esquema alternativo de interpolação conhecido como SINH, cuja principal característica diverge dos outros esquemas em que geralmente os parâmetros de material são penalizados, enquanto no método SINH a formulação do volume é penalizada.

A definição formal do problema de OT para minimização de flexibilidade pode ser apresentada como:

$$\begin{aligned}
\text{minimizar } C(x) &= \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} = \sum_{e=1}^N (x_e)^p \mathbf{u}_e^T K_e \mathbf{u}_e & (3) \\
\text{sujeita a } \frac{V(x)}{V_T} &= f_v \\
\mathbf{K} \mathbf{u} &= \mathbf{f} \\
0 < x_{min} &\leq x_e \leq 1
\end{aligned}$$

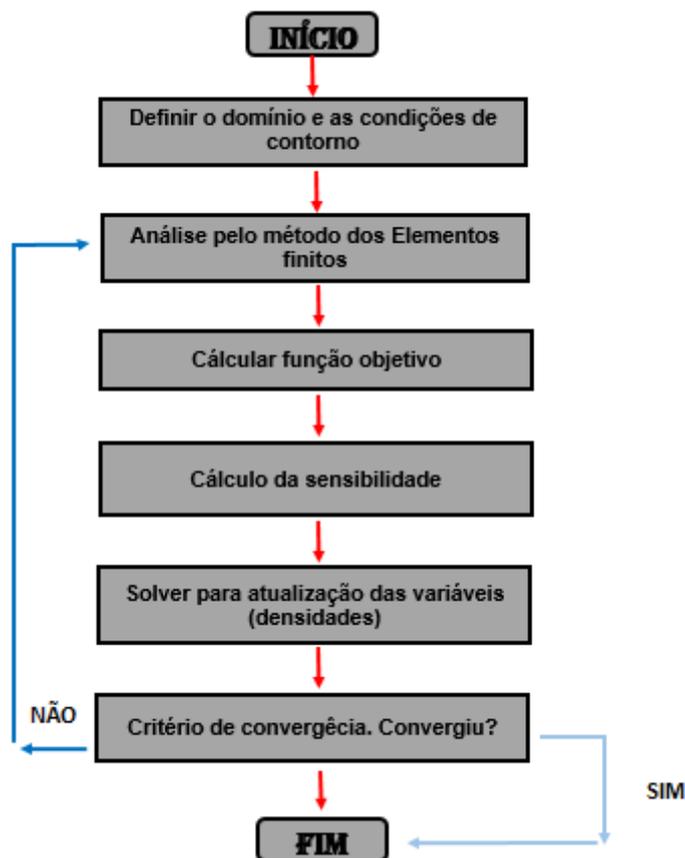
onde, $C(x)$ é a flexibilidade, K_0 é a matriz de rigidez do elemento, u é o vetor de deslocamentos, $V(x)$ é o volume, V_T é o volume total de domínio, f_v é a fração de volume, f é o vetor de carga, u_e é o vetor de deslocamento do elemento, x_e é a densidade do elemento e x_{min} é o vetor de densidades relativas mínimas.

A função escalar que estuda a sensibilidade da função custo com relação às variáveis de projeto levando em conta as restrições definidas no problema, definem-se conforme apresentado por Bendsoe e Sigmund (2003):

$$\begin{aligned}
\frac{\partial C}{\partial x_e} &= -p(x_e)^{p-1} \mathbf{u}_e^T K_e \mathbf{u}_e & (4) \\
\frac{\partial V}{\partial x_e} &= v_e
\end{aligned}$$

Na Figura 9, apresenta-se um fluxograma com as principais etapas necessárias para o desenvolvimento da OT utilizando o método SIMP.

Figura 9 – Fluxograma para o método SIMP



Fonte: Autor (2018)

2.4.2 Método BESO - Bi-directional Evolutionary Structural Optimization

O método de otimização estrutural evolucionária BESO, baseia-se em métodos heurísticos onde seleciona-se certa quantidade de material a ser removido ou adicionado gradualmente (HUANG e XIE, 2010). Essa adição ou remoção, ocorre em virtude da sensibilidade dos elementos. Assim, o volume de adição (AR) é uma restrição que em conjunto a razão máxima de adição, AR_{max} , controla o máximo número de elementos que devem ser adicionados à estrutura. Desse modo, quando $AR > AR_{max}$, apenas alguns dos elementos com números de sensibilidade mais altos são adicionados para definir $AR = AR_{max}$. Portanto, os elementos com os números de sensibilidade mais baixos são removidos para satisfazer o volume. Elementos ainda podem ser adicionados levando em consideração a sua vizinhança, tendo em vista que os elementos vazios cuja localização se dá próximo a elementos altamente

solicitados, possuem valores de sensibilidade diferente de zero, retornando a estrutura na condição de elemento sólido. (PICELLI, VICENTE e PAVANELLO, 2014).

O método BESO foi desenvolvido a partir da metodologia proposta por Xie e Steven (1996) e conhecida como *Evolutionary Structural Optimization* (ESO). Os desenvolvimentos iniciais do método ESO foram limitados a permitir apenas a remoção de material da estrutura, e os elementos removidos não podem ser readmitidos na evolução posterior. A versão inicial do ESO bidirecional (BESO) foi proposta por Querin, Steven e Xie (1998) e Young et al. (1999).

O procedimento envolvido no método BESO para a eliminação e adição de material segue a técnica de que os elementos sólidos com os números de menor sensibilidade são removidos da estrutura, e os elementos vazios com os números de maior sensibilidade são transformados em sólidos (HUANG e XIE, 2010). O esquema mencionado anteriormente ocorre através de dois parâmetros não relacionados: a razão de rejeição (RR) e a razão de inclusão (IR), respectivamente.

Os critérios adotados como princípios de eliminação de materiais na estrutura podem ser vários, Young et al. (1999) e Liang, Xie e Steven (2000), por exemplo: os critérios de tensão e de deslocamentos, entre outros. Para o critério de tensão, emprega-se a expressão dada pela seguinte inequação,

$$\frac{\sigma_e^{vm}}{\sigma_{MAX}^{vm}} < RR_I \quad (5)$$

onde, σ_e^{vm} é a tensão de von Mises do elemento, σ_{MAX}^{vm} é a máxima tensão de von Mises na estrutura e RR_I é a razão de rejeição.

Para o critério de tensão, Young et al. (1999), define que o domínio físico em estudo tem áreas de grande e baixas tensões, deste modo, os elementos com menores tensões de von Mises são removidos, e os elementos vazios perto das regiões de tensão de von Mises mais elevadas são modificados adicionando elementos sólidos.

No método BESO, uma estrutura é otimizada removendo e adicionando elementos, ou seja, o elemento em si, ao invés de ser associado a parâmetros físicos

tratados como a variável de projeto. Deste modo, o problema de otimização com restrição de volume pode ser definido por:

$$\text{minimizar } C = \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{u} \quad (6)$$

$$\text{sujeita à } V - \sum_{i=1}^N V_e x_e = 0$$

$$\mathbf{K} \mathbf{u} = \mathbf{f}$$

$$x_e = 0 \text{ ou } 1$$

Sabendo que, f é o vetor de carga, u é o vetor de deslocamentos, C é a flexibilidade média, V_e é o volume elementar, V é o volume total da estrutura, N é o número total de elementos e x_e é a variável de projeto que define a ausência (0) ou a presença (1) de um elemento.

Durante o processo de otimização, quando ocorre a remoção de um elemento sólido, a alteração da flexibilidade média ou energia de deformação é igual à energia de deformação elementar. Esta alteração é definida através do número de sensibilidade elementar, dado por:

$$\alpha_i^e = \Delta C e = \frac{1}{2} u_e^T K_e u_e \quad (7)$$

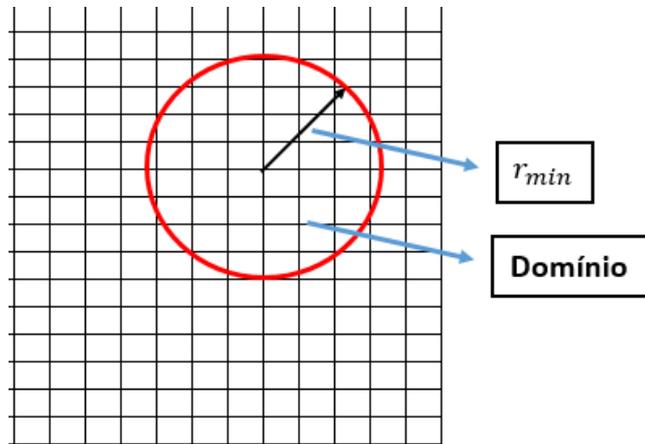
onde, u_e é o vetor de deslocamento nodal, K_e é a matriz de rigidez elementar e $\alpha_i^e = \Delta C e$ são a sensibilidade elementar.

As instabilidades numéricas, que provocam os problemas de dependência de malha e tabuleiro de xadrez, são tratadas através de artifícios matemáticos eficazes. No método BESO, o problema pode ser resolvido com um esquema de suavização simples da média dos números de sensibilidade dos elementos (HUANG e XIE, 2007).

Os números de sensibilidade nodal serão então convertidos em sensibilidade elementar suavizada, para este processo de conversão é então utilizado o filtro de sensibilidade. O filtro tem um comprimento denominado r_{min} , que não muda em virtude do refinamento da malha. O principal papel desse parâmetro no filtro é

determinar os nós que irão influenciar a sensibilidade do i -ésimo elemento, conforme pode ser visto na Figura 10.

Figura 10 – Apresentação do raio e domínio para o filtro



Fonte: Autor (2018)

Os nós localizados dentro do domínio contribuem para o cálculo do número de sensibilidade melhorado do i -ésimo elemento conforme pode ser verificado através da Eq. (8):

$$\alpha_i = \frac{\sum_{j=1}^M w(r_{ij}) \alpha_j^n}{\sum_{j=1}^M w(r_{ij})} \quad (8)$$

$$w(r_{ij}) = r_{min} - r_{ij} \quad (j = 1, 2, \dots, M) \quad (9)$$

onde, M é o número total de nós, w é o fator de peso, r_{min} é o raio mínimo e r_{ij} é a distância entre o centro do elemento i e o centro do elemento j .

Através do esquema de filtragem, os números de sensibilidade dos elementos vazios são obtidos automaticamente. Eles podem ter valores altos em virtude da elevada sensibilidade dos elementos sólidos dentro do domínio. Deste modo, alguns dos elementos vazios podem ser alterados para elementos sólidos na próxima iteração. Segundo Huang e Xie (2010), o filtro apresentado é puramente heurístico, no entanto, os problemas numéricos como tabuleiro de xadrez e dependência de malha, podem ser efetivamente minimizados.

O filtro apresentado, apesar de eficaz nos termos mencionados anteriormente, pode não convergir para a topologia ótima, deste modo Huang e Xie (2007), mostraram que os números de sensibilidade apresentados devem ser calculados com números de iterações anteriores. Deste modo o número atualizado de sensibilidade deve incluir toda a história. Portanto, esse histórico é conseguido através da seguinte relação:

$$\alpha_i = \frac{\alpha_i^k + \alpha_i^{k-1}}{2} \quad (10)$$

sabendo que k refere-se ao número de iterações e α_i é o número de sensibilidade suavizado do elemento i .

Antes que os elementos sejam removidos ou adicionados, o volume da próxima iteração determina-se empregando:

$$V_{k+1} = V_k(1 \pm ER) \quad (k = 1,2,3 \dots) \quad (11)$$

onde, ER é a razão evolutiva e k é o número de iterações.

Tendo em vista que os números de sensibilidade de todos os elementos são calculados conforme descrito na Eq. (8), os elementos são ordenados de acordo com os valores de seus números de sensibilidade em ordem decrescente. Deste modo, o elemento sólido (1), será removido (alterado para 0) se:

$$\alpha_i \leq \alpha_{del}^{ath} \quad (12)$$

por sua parte o elemento vazio (0), será adicionado (mudado para 1) se:

$$\alpha_i > \alpha_{add}^{ath} \quad (13)$$

onde α_{del}^{ath} e α_{add}^{ath} são os números de sensibilidade limites para remoção e adição de elementos.

Os números de sensibilidade limite são determinados de acordo com os três seguintes passos:

1. Para o primeiro caso, adota-se $\alpha_{del}^{ath} = \alpha_{add}^{ath} = \alpha^{ath}$, assim α^{ath} pode ser determinado para um volume de referência V_{k+1} . Por exemplo, existem 1000 elementos no domínio de projeto e $\alpha_1 > \alpha_2 > \dots > \alpha_{1000}$ são os números de sensibilidade ordenados em ordem decrescente. Se V_{k+1} corresponde a uma fração de volume com 725 elementos, então $\alpha^{ath} = \alpha_{725}$.

2. Calcule o índice de admissão de volume (AR), que é definido como o número de elementos adicionados dividido pelo número total de elementos no domínio do projeto. Se $AR \leq AR_{max}$, tendo em vista que AR_{max} é o índice de admissão de volume máximo prescrito, pule o passo 3. Senão, calcule α_{del}^{ath} e α_{add}^{ath} como no passo 3.
3. Calcule α_{add}^{ath} ao se ordenar primeiramente os números de sensibilidade dos elementos vazios (0). O número de elementos a serem adicionados será igual a AR_{max} multiplicado pelo número total de elementos no domínio de projeto. Por sua parte, α_{del}^{ath} é o número de sensibilidade que fará com que o volume removido seja igual a (volume de elementos adicionados - $V_{k+1} + V_k$).

Uma vez que o volume final prescrito é atingido, o volume (V) permanece constante e o algoritmo evolui até que um critério de convergência com uma tolerância de erro predefinida seja satisfeito. O erro de convergência estima-se com:

$$erro = \frac{|\sum_{i=1}^S C_{k-i+1} - \sum_{i=1}^S C_{k-S-i+1}|}{\sum_{i=1}^S C_{k-i+1}} < l \quad (14)$$

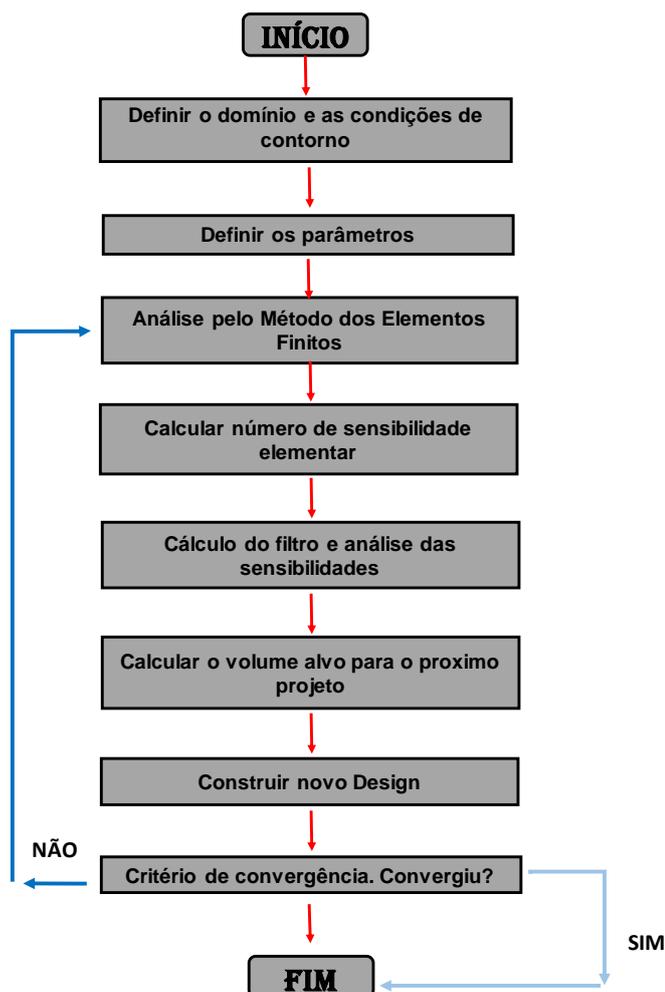
onde, k é o número de iteração corrente, l é a tolerância de convergência permitida e S é o número inteiro, normalmente seleciona-se igual a 5, o que implica que a mudança na flexibilidade média das 10 últimas iterações é aceitavelmente pequeno (HUANG e XIE, 2010).

O procedimento do método BESO, mostra-se através de um fluxograma na Figura 11 e pode ser resumido nas seguintes etapas:

- 1 - Discretizar o domínio de projeto usando uma malha de elementos finitos e atribuir valores de propriedade iniciais;
- 2 - Analisar através do método dos elementos finitos e, em seguida, calcular o número de sensibilidade, através da Eq. (8);
- 3 - Determinar a média do número de sensibilidade com a informação do histórico usando a Eq. (10) e depois salvar o número de sensibilidade resultante para a próxima iteração;
- 4 - Determine o volume alvo para a próxima iteração usando a Eq. (11);

- 5 - Adicionar e eliminar elementos de acordo com o procedimento descrito nas equações (12) e (13);
- 6 - Repetir os passos 2 a 5 até obter o volume final (V) e atingir o critério de convergência dado pela Eq. (14).

Figura 11 – Fluxograma para o método BESO



Fonte: Autor (2018)

O método BESO apresentado é conhecido como *Hard Kill*, devido à remoção completa dos elementos ineficientes. A principal vantagem dessa abordagem é a redução do tempo computacional, principalmente em casos 3D, em virtude de os elementos excluídos não fazerem parte nas análises de elementos finitos subsequentes. No entanto, foi questionada a eficiência desta evolução teórica ESO/BESO, especialmente quando Zhou e Rozvany (2001), mostrou que o método

nem sempre garante a obtenção da estrutura ótima, falhando no problema conhecido como problema Zhou-Rozvany.

As instabilidades apresentadas para o método são justificáveis em decorrência da remoção completa de um elemento sólido do domínio de design, podendo resultar em dificuldades no processo de OT. Como forma de solucionar essa instabilidade, alguns autores propuseram alternativas, em que o principal objetivo é realizar a “remoção” do elemento reduzindo para um valor muito pequeno o módulo de elasticidade ou umas das dimensões características como a espessura do elemento que deve ser “removido”. Huang e Xie (2009) propuseram um método chamado BESO *soft-kill* em que é usando um esquema de interpolação do material com penalização, semelhante ao tratado no modelo SIMP (Bendsoe e Sigmund, 1999).

Para obter um projeto de vazio-sólido com rigidez máxima, a flexibilidade média é minimizada para um determinado volume de material. O problema de otimização com o método BESO *Soft Kill* formula-se de forma semelhante à metodologia BESO *Hard Kill*, entretanto, observa-se a presença do valor x_{min} (por ex. 0,001) usado para a declaração do elemento vazio.

$$\begin{aligned} \text{minimizar } C &= \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \mathbf{u} & (15) \\ \text{sujeita à } V - \sum_{i=1}^N V_e x_e &= 0 \\ \mathbf{K} \mathbf{u} &= \mathbf{f} \\ x_e &= x_{min} \text{ ou } 1 \end{aligned}$$

O valor de x_{min} , é utilizado para indicar que nenhum elemento pode ser completamente removido do domínio.

Nos esquemas de interpolação de material com penalização têm sido amplamente utilizado o método SIMP para orientar a solução para projetos sólidos-vazios (Bendsøe 1989; Bendsøe e Sigmund 2003), desta forma para alcançar a condição vazio-sólido, o módulo de Young do material intermediário é interpolado como uma função da densidade do elemento, conforme visto a seguir:

$$E(x_e) = E_e x_e^p \quad (16)$$

Desta forma, a matriz de rigidez global pode ser associada a matriz de rigidez elementar e as variáveis de projeto x_e ,

$$K = \sum_e x_e^p K_e \quad (17)$$

A sensibilidade da função objetivo em relação à mudança no i -ésimo elemento pode ser determinada por.

$$\frac{\partial C}{\partial x_e} = -\frac{1}{2} p(x_e)^{p-1} u_e^T K_e u_e \quad (18)$$

sabendo que, p é o fator de penalização, x_e são as variáveis de projeto, K_e e a matriz de rigidez elementar e u_e é o vetor deslocamento elementar.

Conclui-se que, as variáveis de projeto no método BESO *soft-kill* podem ser 1 ou x_{min} , sabendo que para x_{min} adota-se um valor muito pequeno (por exemplo, 0,001). Portanto, as topologias obtidas apresentam-se sem densidades intermediárias entre 1 e x_{min} , contrariamente com o método SIMP, cujas variáveis de projeto são contínuas, o que pode resultar em topologias difusas com elementos "cinzas".

2.5 Métodos para atualização das variáveis

Várias técnicas de solução para a OT têm sido utilizadas como esquemas de atualização das variáveis. Algoritmos de programação matemática são formulados a partir da busca pelo mínimo ou máximo de funções, que utilizam a análise de sensibilidade para geração automática da topologia.

Problemas de otimização estrutural podem ter sua função objetivo e restrições escritas como funções implícitas das variáveis de projeto e possuem funções não convexas. Uma forma de resolver estes problemas é gerar uma sequência de subproblemas explícitos com funções convexas que são aproximações do problema original (CHRISTENSEN e KLARBRING, 2008).

A seguir são descritos alguns dos principais critérios existentes na literatura para atualização das densidades.

2.5.1 Critério de Otimalidade (OC)

Este método pode ser baseado nas condições Karush–Kuhn–Tucker (KKT), cuja ideia central é a garantia de que x_e é realmente um ponto extremo se as condições forem satisfeitas (ARORA, 2011). O método utiliza algoritmos iterativos para encontrar as variáveis do domínio que otimizam o problema enquanto a restrição de volume é satisfeita.

Conforme apresentado por Bendsoe e Sigmund (2003), as atualizações das densidades podem ser realizadas por:

$$x_e^{new} = \begin{cases} \max(0, x_e - move) & \text{se } x_e B_e^\eta \leq (0, x_e - move) \\ \max(0, x_e + move) & \text{se } x_e B_e^\eta \leq (0, x_e + move) \\ x_e B_e^\eta & \text{outros} \end{cases} \quad (19)$$

onde, x_e é a densidade do elemento, $move$ é a constante que limita as grandes modificações na densidade relativa em uma iteração, mesmo sabendo que o elemento irá de vazio a sólido. A introdução de limites móveis permite controlar a variável de projeto, a variação poderá ocorrer para valores entre 0 e 1, contudo, na maioria das vezes utiliza-se 0,50. O propósito desses limites móveis é estabilizar a iteração. Para o coeficiente de amortecimento numérico, η , normalmente adota-se 0,50, adicionado como expoente da condição de otimização B_e ,

$$B_e = \frac{-\frac{\partial c}{\partial x_e}}{\lambda \frac{\partial V}{\partial x_e}} \quad (20)$$

onde λ é o multiplicador de Lagrange e deve também satisfazer a restrição de volume. A proposta é que o amortecimento estabilize a iteração. (PANTOJA, 2012).

Para problemas de otimização, com apenas uma variável envolvida no processo, por exemplo a flexibilidade com uma restrição (volume), o método OC pode ser o mais indicado e eficiente em comparação com os demais métodos utilizados para atualização das variáveis. (GROENWOLD e ETMAN, 2008).

2.5.2 O Método das Assíntotas Móveis (MMA)

Para Svanberg (2002), uma forma eficiente de resolver problemas de otimização é através do emprego de uma classe de métodos de otimização com convergência

global baseados em Conservative Convex Separable Approximations (CCSA). Os métodos CCSA são destinados a problemas de programação não linear com restrições de desigualdade. Esse método possui como vantagem, a possibilidade de aplicação a problemas de otimização cujo número de variáveis é elevado, por exemplo 10^4 - 10^5 (SVANBERG, 2002).

O Método das Assíntotas Móveis desenvolvido por Svanberg em 1987, é um dos principais métodos CCSA. A formulação baseia-se em uma expansão em série de Taylor de primeira ordem da função objetivo e das restrições. O método é muito popular nos problemas de OT, conforme pode ser visto sua aplicabilidade nos trabalhos de Groenwold e Etman (2008) e Gomes-Ruggiero, Sachine e Santos (2011), entre outros.

O método MMA segue uma abordagem geral e bem estabelecida para resolver problemas sequenciais, nos subproblemas emprega-se o seguinte processo iterativo dado pelos passos:

1. Escolher um ponto inicial x^0 , sendo o índice de iteração $k = 0$;
2. Dada a iteração x^k , calcular $f_j(x^k)$ e os gradientes $\nabla f_j(x^k)$ para $j = 1, \dots, m$;
3. Gerar o subproblema P^k substituindo em P , as funções geralmente implícitas f_j por funções aproximadas explícitas \bar{f}_j^k , baseado no cálculo do passo 2;
4. Resolver P^k e deixar a solução ótima desse subproblema ser o ponto $x^{(k+1)}$ da próxima iteração. Fazer $k = k + 1$ e voltar ao passo 2.

No MMA cada função \bar{f}_j é aproximado por:

$$\bar{f}_j = f_j(x^k) - \sum_{i=1}^n \left(\frac{p_{ij}^k}{U_i^k - x_i^k} - \frac{q_{ij}^k}{x_i^k - L_i^k} \right) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{p_{ij}^k}{U_i^k - x_i} - \frac{q_{ij}^k}{x_i - L_i^k} \right) \quad (21)$$

onde, p_{ij}^k e q_{ij}^k são definidas por:

$$\begin{aligned}
p_{ij}^k & \begin{cases} (U_i^k - x_i^k)^2 \left(\frac{\partial f_j}{\partial x_i}\right)^k & \text{se } \left(\frac{\partial f_j}{\partial x_i}\right)^k > 0 \\ 0 & \text{se } \left(\frac{\partial f_j}{\partial x_i}\right)^k \leq 0 \end{cases} \\
q_{ij}^k & \begin{cases} 0 & \text{se } \left(\frac{\partial f_j}{\partial x_i}\right)^k \geq 0 \\ (x_i^k - L_i^k)^2 \left(\frac{\partial f_j}{\partial x_i}\right)^k & \text{se } \left(\frac{\partial f_j}{\partial x_i}\right)^k < 0 \end{cases} \quad (22)
\end{aligned}$$

sendo, $j = 1, \dots, m$ indica a quantidade de funções de restrições, \bar{f}_j refere-se à função de aproximação, correspondente ao sub-problema. L_i^k e U_i^k são dois parâmetros inicialmente definidos pelo usuário e ajustados ao longo do processo de otimização, os quais são chamados de assíntotas móveis. Matematicamente esses parâmetros estão restritos pela desigualdade x_i , de forma a assegurar a convexidade da aproximação e evitar um denominador nulo. Na expressão, o índice i varia de 1 até o número de variáveis, n , e k refere-se ao número de iterações no processo.

A característica mais importante do MMA é que através dos valores fornecidos para as assíntotas móveis L_i^k e U_i^k , é possível modificar a curvatura da aproximação, o que equivale a ter o controle sobre o grau de convexidade e conservação, ou seja, a tendência de gerar uma solução dentro da região admissível da mesma, conforme apresentado na Figura 12, com variáveis L_i^k e U_i^k como assíntotas moveis satisfazendo

$$L_i^k < x_i < U_i^k \quad (23)$$

A fim de obter uma convergência rápida e estável, é necessário definir critérios para atualização das assíntotas móveis. Dessa forma, Svanberg (1987), propõe a seguinte estratégia:

- Para as duas primeiras iterações, os valores podem ser obtidos como segue:

$$L_i^k = x_i - s_0(\hat{x}_i - \hat{x}_i) \quad U_i^k = x_i + s_0(\hat{x}_i - \hat{x}_i) \quad (24)$$

sendo, \check{x} o limite inferior, \hat{x} o limite superior e s_0 um parâmetro a fixar.

- Na sequência do processo iterativo, considera-se que se houver oscilações, então é necessário fazer com que as assíntotas moveis fiquem próximas do valor de x_i , para que assim seja atingida a estabilização do processo. Portanto, caso os valores de $(x_i^k - x_i^{k-1})$ e $(x_i^{k-1} - x_i^{k-2})$ sejam opostos, considera-se (ROJAS, 2003):

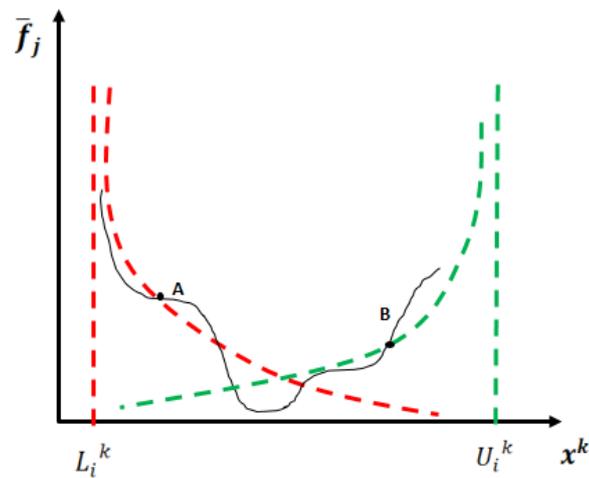
$$\begin{aligned} L_i^k &= x_i^k - s_1(x_i^{(k-1)} - L_i^{(k-1)}) \\ U_i^k &= x_i^k + s_1(U_i^{(k-1)} - x_i^{(k-1)}) \end{aligned} \tag{25}$$

- Caso contrário, ou seja, o processo iterativo encontra-se lento e monótono, então é possível conseguir o relaxamento da otimização afastando as assíntotas do ponto de análise x_i . Assim, se os sinais $(x_i^k - x_i^{k-1})$ e $(x_i^{k-1} - x_i^{k-2})$ são iguais, então adota-se:

$$\begin{aligned} L_i^k &= x_i^k - s_2(x_i^{(k-1)} - L_i^{(k-1)}) \\ U_i^k &= x_i^k + s_2(U_i^{(k-1)} - x_i^{(k-1)}) \end{aligned} \tag{26}$$

Considerando que os valores do coeficientes s_0 , s_1 e s_2 podem ser considerados 0,50, 0,70 e 1,20 respectivamente, conforme sugestão de Svanberg (1987).

Figura 12 – Gráfico das assíntotas móveis



Fonte: Adaptado de Rojas (2003)

2.5.3 Otimização Aproximada Sequencial (SAO)

A Otimização Aproximada Sequencial (SAO, *Sequential Approximation Optimization*), consiste em decompor o processo de otimização em uma sequência de subproblemas, com cada um deles restrito a uma pequena região do espaço de projeto, denominada região de confiança. A otimização é realizada utilizando funções aproximadas que substituem as funções objetivo e de restrições reais, essas que são computacionalmente mais caras (MUNRO e GROENWOLD, 2016).

O método SAO usando aproximações quadráticas diagonais é caracterizado por basear-se em expansões de série de Taylor de segunda ordem, conforme pode ser visto a seguir:

$$\bar{f}_j = f_j(x^k) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f_j}{\partial x_i} \right)^k (x_i - x_i^k) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n c_{2ij}^k (x_i - x_i^k)^2 \quad (27)$$

sabendo que x_i são as variáveis de projeto, n é o número de variáveis e c_{2ij} corresponde aos termos de segunda ordem da série de Taylor.

Tendo em vista a necessidade que seja garantido que a aproximação exponencial seja estritamente convexa e separável, tem-se

$$\tilde{f}_{E(x)} = f(x^k) + \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{x_i}{x_i^{(k)}} \right)^{a_i^{(k)}} - 1 \right] \left(\frac{x_i^{(k)}}{a_i^{(k)}} \right) \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^{(k)} \quad (28)$$

Para derivar os termos da diagonal aproximada da Hessiana, construímos a aproximação da série de Taylor de segunda ordem com a aproximação exponencial sobre a iteração atual x^k . As primeiras e segundas derivadas parciais de \tilde{f}_E são obtidas como

$$\frac{\partial \tilde{f}_E}{\partial x_i} = \left(\frac{x_i^{(k)}}{x_i} \right)^{(1-a_i^{(k)})} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^{(k)} \quad (29)$$

e

$$\frac{\partial^2 \tilde{f}_E}{\partial x_i^2} = (a_i^{(k)} - 1) (x_i^{(k)})^{(1-a_i^{(k)})} x_i^{(a_i^{(k)}-2)} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^{(k)} \quad (30)$$

respectivamente. Além disso, no ponto atual x^k , estes, respectivamente, reduzem para

$$\frac{\partial \tilde{f}_E}{\partial x_i}(x^{(k)}) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^{(k)} \quad (31)$$

e

$$\frac{\partial^2 \tilde{f}_E}{\partial x_i^2}(x^{(k)}) = \frac{(a_i^{(k)} - 1)}{x_i^{(k)}} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^{(k)} \quad (32)$$

Então, renomeando a equação (32) é possível obter a aproximação quadrática (27) com

$$c_{2i}^k = \frac{\partial^2 \tilde{f}_E}{\partial x_i^2}(x^{(k)}) = \frac{(a_i^{(k)} - 1)}{x_i^{(k)}} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^{(k)} \quad (33)$$

Desse modo, através de (33) e considerando $a_i^{(k)} = -1$, construímos a aproximação de Taylor de segunda ordem para a aproximação exponencial no ponto x^k ,

$$c_{2i}^k = -\frac{2}{x_i^k} \left| \frac{\partial f_j}{\partial x_i} \right|^k \quad (34)$$

No entanto, para problemas de otimização estrutural, Etman, Groenwold e Rooda (2012) propõe ser mais vantajoso utilizar (34) como equação positiva, conforme visto a seguir

$$c_{2i}^k = \frac{2}{x_i^k} \left| \frac{\partial f_j}{\partial x_i} \right|^k \quad (35)$$

Isso implica na construção da expansão da série quadrática de Taylor para a aproximação recíproca, em que apenas os termos diagonais da Hessiana são mantidos. Segundo Groenwold e Etman (2008), os métodos SAO tornam-se mais eficazes quando comparados ao método OC em sistemas de otimização com múltiplas restrições, haja vista que este último é limitado em problemas com mais de uma restrição. No entanto, os autores, Yin e Yang (2001), apresentam em seu trabalho uma ampliação do método OC, de forma a permitir que esse método seja aplicado em casos de múltiplas restrições.

As principais etapas no método SAO são apresentadas considerando os passos:

1. Assumir o ponto e tamanho inicial da região de confiança (RC);
2. Gerar amostras no interior da RC;
3. Calcular as funções objetivo e restrições reais nas amostras;
4. Construir o modelo substituto para as funções objetivo e restrições não lineares;
5. Otimizar o problema dentro da RC usando as funções aproximadas sujeitas a restrições não lineares aproximadas e a restrições lineares originais;
6. Recalcular as funções objetivo e restrições reais no ponto ótimo encontrado no passo 5;
7. Verificar os critérios de convergência, se convergir, para;
8. Manter/reduzir/aumentar a nova sub-região de acordo com a acurácia do modelo aproximado comparado à função verdadeira e os valores das restrições;

9. Voltar para o passo 2.

Os critérios de convergência se baseiam no número de iterações consecutivas que melhoram a função objetivo, no número total de iterações e no tamanho mínimo da RC.

2.5.3.1 Aproximação do Sub-problema na forma Dual- (SAO – Dual)

O problema de otimização aproximada escrito na forma primal, pode ser reescrito em um formato eficiente de aproximação dual. Para maiores detalhes, ver os trabalhos de Falk (1976) e Groenwold e Etman (2008).

O sub-problema dual aproximado pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} &\text{maximizar } \left\{ \gamma(\lambda) = \bar{f}_0(x(\lambda)) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \bar{f}_j(x(\lambda)) \right\} & (36) \\ &\text{sujeita a } \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, m \end{aligned}$$

onde, m é o número de restrições, \bar{f}_0 é a função objetivo aproximada e m é o número de restrições.

O requisito crucial para a construção de uma formulação dual eficiente é que o problema seja estritamente convexo e separável. Usando as aproximações quadráticas diagonais, ver Eq. (27), para a função objetivo, bem como as funções de restrição no subproblema aproximado, é possível encontrar uma relação simples (analítica) entre as variáveis de projeto x e os multiplicadores de Lagrange λ (GROENWOLD e ETMAN, 2008). A relação entre as variáveis primais x e as variáveis duais λ pode ser definida por

$$x_i(\lambda) = \begin{cases} \beta_i(\lambda) & \text{se } \check{x}_i^k < \beta_i(\lambda) < \hat{x}_i^k \\ \check{x}_i^k & \text{se } \beta_i(\lambda) \leq \check{x}_i^k \\ \hat{x}_i^k & \text{se } \beta_i(\lambda) \geq \hat{x}_i^k \end{cases} \quad (37)$$

Essas restrições vinculadas contêm um limite de movimento constante, *move*, podendo ser rescrita conforme

$$\begin{aligned}\tilde{x} &= x_l = \max\{x^k - \text{move}, 0\} \\ \hat{x} &= x_u = \min\{x^k + \text{move}, 1\}\end{aligned}\quad (38)$$

onde, os valores para as variáveis de projeto x possuem um limite inferior \tilde{x} e limite superior \hat{x} . $\beta_i(\lambda)$ é definido como

$$\beta_i(\lambda) = x_i^k - \left(c^k_{2i0} + \sum_{j=1}^m \lambda_j c^k_{2i0j} \right)^{-1} \left(\frac{\partial f^k}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^m \lambda_j \frac{\partial f_j^k}{\partial x_i} \right) \quad (39)$$

sendo k o número de iterações, c_{2ij} os termos de segunda ordem da série de Taylor, m o número de restrições e λ os multiplicadores de Lagrange.

Na OT, o método OC é mais conveniente para a solução topológica clássica, em que uma única restrição é avaliada, como por exemplo, a minimização da flexibilidade, cuja restrição é o volume final. Os subproblemas baseados na SAO Dual, por outro lado, possibilitam a fácil manipulação de restrições lineares, para casos em que é adotado apenas uma ou mesmo em situações de múltiplas restrições. De acordo com Groenwold e Etman (2008), as expressões de atualização desse método são bastante semelhantes para casos com uma ou múltiplas restrições.

O problema clássico de OT, minimização de flexibilidade com restrição de volume, resolve-se através da solução de subproblemas unidimensionais simples no caso da metodologia SAO. Nessa situação, a utilização do método OC, torna-se mais viável.

Tendo em vista que o método SAO – Dual é uma extensão do método SAO-Primal, a utilização daquele é mais conveniente para casos em que o problema avaliado possua o número de restrições muito menor que o número de variáveis Groenwold e Etman (2010).

2.5.3.2 Aproximação do Sub-problema considerando Programação Quadrática (SAO – QP)

Substituindo, em cada passo, a função objetivo por uma aproximação quadrática no problema não-linear original, pode-se reescrever a Programação Convexa Sequencial – SCP em subproblemas QP. Isto resulta em uma região de confiança

diagonal, sendo essa estimada através das variáveis intervenientes (ETMAN, GROENWOLD e ROODA, 2011).

O método de aproximação QP, apresenta vantagens nos problemas nos quais: (1) o número de restrições é maior que o número de variáveis, (2) quando o método SAO-Dual não apresenta vantagens, ou (3) quando o número de variáveis de projeto e restrições forem muito grandes.

Como as aproximações são (diagonais) quadráticas, os subproblemas são facilmente transformados em um problema quadrático, definido como:

$$\text{minimizar } \bar{f}_0^{\{k\}}(s) = f_0(x^{\{k\}}) + \nabla f_0^T(x^{\{k\}})s + \frac{1}{2}s^T Q^{\{k\}}s \quad (40)$$

$$\text{sujeita a } \bar{f}_j^{\{k\}}(s) = f_j(x^{\{k\}}) + \nabla f_j^T(x^{\{k\}})s \leq 0$$

onde, $j = 1, 2, 3 \dots m$, $s = (x - x^k)$, Q^k é a matriz hessiana do langregiano aproximado, f_0 é a função objetivo aproximada e f_j é a função de restrição aproximada.

Sabendo que,

$$s_l \leq s \leq s_u \quad (41)$$

pode-se definir

$$s_l = \max\{-move, x_l - x^k\} \quad e \quad s_u = \min\{move, x_u - x^k\} \quad (42)$$

Usando a função objetivo quadrática diagonal e as funções aproximadas da restrição, a equação aproximada do Lagrangeano, L^K , pode ser expressa conforme apresentado por

$$L^K = \bar{f}_0^k(x^k) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \bar{f}_j(x^k) \quad (43)$$

Os elementos diagonais com os quais Q^K é construído tornam-se:

$$Q_{ii}^K = c_{2i0}^k + \sum_{j=1}^m \lambda_j^k c_{2ij}^k \quad (44)$$

Esta abordagem é muito semelhante ao conhecido método SQP (Programação Quadrática Sequencial) padrão, sendo a principal mudança na forma como a matriz Hessiana do Lagrangeano é determinada. Em vez de usar o valor exato ou aproximado da matriz hessiana, como comumente usados em algoritmos SQP clássicos, empregam-se apenas termos da diagonal aproximada estimados a partir de variável interveniente adequada para as expressões da função objetivo e de todas as restrições (ETMAN, GROENWOLD e ROODA, 2011).

2.6 Técnicas de penalização e regularização das densidades

O problema de OT é formulado de tal forma que a densidade do material varia continuamente entre 0 (vazio) e 1 (sólido). No entanto, é desejável obter valores próximos de uma solução 0 ou 1, a fim de evitar possíveis valores intermediários, que podem dificultar a interpretação dos resultados finais. Dessa forma, esquemas de interpolação de material são utilizados para penalizar valores de densidades intermediárias.

Existem vários esquemas de interpolações contínuas para os valores intermediários das densidades, sendo alguns dos principais dados a seguir:

- *Solid Isotropic Material with Penalization* - SIMP
- *Modified Solid Isotropic Material with Penalization* - ModSIMP
- *Rational Approximation of Material Properties* - RAMP
- SINH – Esquema apresentado por Bruns (2005) em que a formulação é baseada no seno hiperbólico da função.

2.6.1 Esquema de interpolação SIMP

Este método foi inicialmente desenvolvido por Bendsoe (1989) e Zhou e Rozvany (1991), sob a condição solido/vazio, em que as densidades assumem valores 1 e 0, respectivamente. Em 1992, os autores Rozvany, Zhou e Birker, propuseram intitular o método como SIMP, sendo uma abordagem de formulação contínua que faz uso do conceito de penalização, cuja formulação é dada pela relação:

$$E_e(x_e) = x_e^p E_e^0, \quad 0 < x_{min} \leq x_e \leq 1 \quad (45)$$

onde E_e^0 corresponde ao coeficiente de elasticidade, x_e as densidades, p é o fator de penalização, apresentado na seção 2.4 deste trabalho e a pequena constante positiva x_{min} é introduzida para evitar singularidade, associadas com o valor zero, na matriz de rigidez do método dos Elementos Finitos (DEATON, GRANDHI, 2014).

A evolução do processo de OT, baseia-se na presença de material sólido ou material vazio, sendo avaliado em decorrência dos valores das densidades dos elementos (Sigmund, 2003). Devido à presença de valores intermediários, é provável que o resultado final do processo topológico apresente a conhecida escala de cinza. Como forma de minimizar esses efeitos, utiliza-se o fator de penalização, tendo em vista que seu objetivo é tornar mínimo a presença de valores intermediários de densidades, fazendo com que esses valores cheguem o mais próximo possível dos extremos (DU e CHEN, 2012).

Percebe-se que o fator de penalização precisa ser maior que 1 para que os dados das densidades sejam penalizados com maior eficiência para os valores extremos, ou seja 0 e 1. O valor da penalização pode ser determinado através das expressões dadas por Sigmund (2003). No entanto, o autor ressalta que para casos bidimensionais e tridimensionais o menor valor admissível é 3, considerando o valor do coeficiente de Poisson igual a 1/3.

$$p \geq \max \left\{ \frac{2}{1-\nu}, \frac{4}{1+\nu} \right\} \quad (\text{caso } 2 - D)$$

$$p \geq \max \left\{ 15 \frac{1-\nu}{7-5\nu}, \frac{3}{2} \frac{1-\nu}{1-2\nu} \right\} \quad (\text{caso } 3 - D) \quad (46)$$

sendo, p o fator de penalização e ν o coeficiente de Poisson.

2.6.2 Esquema de interpolação ModSIMP

O esquema *Modified Solid Isotropic Material with Penalization* - (ModSIMP) é baseado nos mesmos princípios que o esquema SIMP, e os valores das variáveis de projeto, densidade, são penalizadas conforme:

$$E_e(x_e) = E_{min} + x_e^p (E_e^0 - E_{min}), \quad 0 \leq x_e \leq 1 \quad (47)$$

onde E_{min} é uma constante de valor pequeno, podendo ser utilizado 10^{-9} , atribuída a elementos vazios para evitar singularidades associadas à discretização com o método dos Elementos Finitos. A constante, E_{min} , tem, portanto, o mesmo propósito que x_{min} na Eq. (45). O fator de penalização p é selecionado da mesma maneira que o esquema de interpolação SIMP. Uma vez que o esquema de interpolação ModSIMP permite que x_e assumo o valor 0.

2.6.3 Esquema de interpolação RAMP

O esquema de interpolação conhecido como *Rational Approximation of Material Properties* (RAMP), foi proposto por Stolpe e Svanberg (2001). Diferentemente do SIMP, possui uma característica desejável, ou seja, possui uma sensibilidade diferente de zero com densidade zero. Como resultado, o modelo de material RAMP tem sido utilizado para remediar algumas dificuldades numéricas em problemas relacionados a valores de densidade muito baixa na presença de carga dependente do projeto. (DEATON, GRANDHI, 2014)

Stolpe e Svanberg (2001) demonstraram que a trajetória das soluções ótimas dos problemas penalizados através da abordagem SIMP podem ser não-suaves e mesmo descontínuas. Outras abordagens também podem não ser efetivas, apresentando o mesmo comportamento, independente de qual valor seja adotado para o fator de penalização. Assim, Stolpe e Svanberg (2001) propuseram o esquema RAMP, como forma a tornar o problema de otimização côncavo, aumentando a probabilidade de se obter uma solução 0-1 para o problema contínuo. O esquema de interpolação RAMP, define-se como:

$$E_e(x_e) = E_{min} + \frac{x_e}{1 + q(1 - x_e)} (E_e^0 - E_{min}), \quad 0 \leq x_e \leq 1 \quad (48)$$

onde, q é o fator de penalização e pode assumir valores entre 0 e 1. Para materiais com coeficiente de Poisson $\nu = 0,30$, os valores podem ser definidos conforme os limites inferiores e superiores de Hashin – Shtrikman, (HASHIN e SHTRIKMAN, 1963)

$$q \geq 2 \frac{E_e^0 - E_{min}}{E_e^0 - 2E_{min}} \quad (49)$$

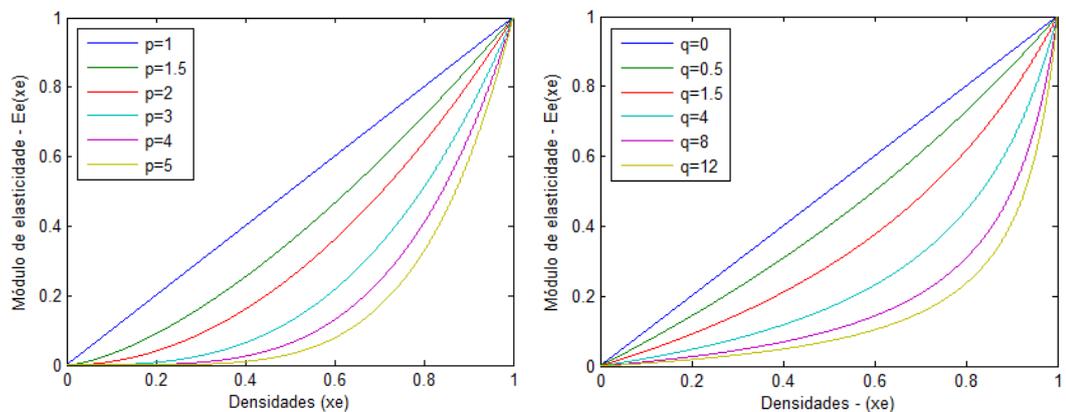
$$q \leq \frac{2(E_e^0 - E_{min})}{3E_{min}} \quad (50)$$

A primeira derivada do esquema de interpolação RAMP, pode-se escrever como:

$$\frac{\partial E_e}{\partial x_e} = \frac{1 + q}{(1 + q(1 - x_e))^2} (E_e^0 - E_{min}) \quad (51)$$

Na Figura 13, mostra-se uma comparação entre os esquemas de interpolação SIMP e RAMP considerando diferentes valores para os coeficientes p e q . Conforme mostrado na formulação, a abordagem RAMP impede que ao interpolar a elasticidade, a rigidez assuma valores próximos a zero (NAKASONE, 2011).

Figura 13 – Técnicas de penalização e regularização das densidades, (a) – Esquema de interpolação SIMP, (b) – Esquema de interpolação RAMP



Fonte: Autor (2018)

2.7 Problemas numéricos da otimização topológica

2.7.1 Tabuleiro de xadrez (*checkerboard*)

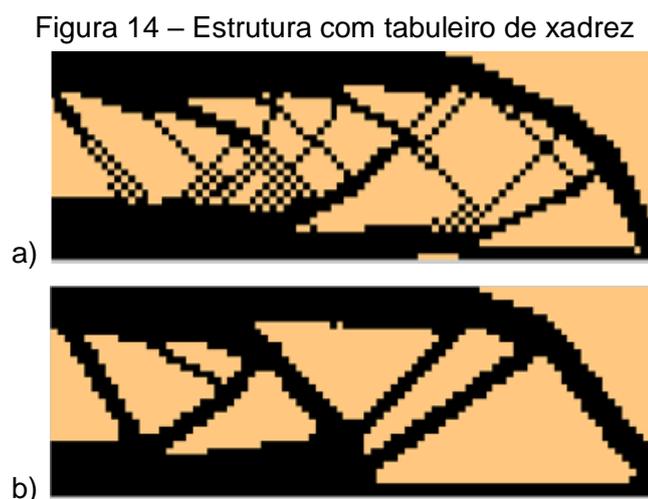
O problema de instabilidade de tabuleiro é caracterizado pela formação na topologia final de regiões com alternância de vazios (sem material) e sólidos (com material), conforme pode ser visualizado na Figura 1. Esta alternância concebe à estrutura otimizada uma semelhança ao tabuleiro de xadrez (DIAZ e SIGMUND, 1995). A

presença do tabuleiro de xadrez dificulta a interpretação da solução ótima e também da manufatura da estrutura. Segundo Diaz e Sigmund (1995), a formação do tabuleiro de xadrez, em problemas de otimização de layout contínuo de minimização de flexibilidade, pode ser explicada pela indução de uma rigidez artificial, numericamente alta, que surge principalmente quando elementos quadrilaterais de quatro nós estão envolvidos no processo.

Alguns métodos utilizados para solucionar o problema de tabuleiro de xadrez são:

- Prevenção do tabuleiro de xadrez por técnicas de processamento de imagem. Considerando que o domínio de design na OT pode ser visto como uma imagem digital, cada elemento representa um pixel e a densidade em cada elemento é representada pela escala de cinza: branco é nulo e preto é material sólido. Dessa forma, a instabilidade de tabuleiro de xadrez pode ser interpretada como ruídos indesejados na estrutura otimizada, e, portanto, uma das técnicas desenvolvidas para a limpeza do ruído pode ser usada como um esquema de prevenção de tabuleiro de xadrez (SIGMUND, 1994). Uma desvantagem desse método é que ele só pode ser aplicado em malhas retangulares regulares. No entanto, o domínio de design pode ser dividido em subseções, porém, exigiria um algoritmo complicado.
- Bendsoe e Sigmund (2003) sugerem como técnica para eliminação dessa instabilidade, a utilização de elementos com funções interpoladoras de alta ordem. Sanches (2011), utiliza o elemento hexagonal para solucionar essa instabilidade, no entanto, o princípio é diferente do mencionado anteriormente, aqui, em virtude da geometria do elemento, dois elementos serão sempre conectados por mais de um nó, evitando o problema do tabuleiro de xadrez, conforme visto também no trabalho de Talischi et al. (2008).
- Técnica de Filtragem, Sigmund (1994), apresentou um filtro para prevenir o problema do tabuleiro de xadrez, que implica na modificação das sensibilidades usadas em cada iteração do algoritmo que resolve o problema discretizado. O filtro faz com que a sensibilidade do elemento específico dependa de uma média ponderada sobre um elemento em si e seus vizinhos diretos.

Na Figura 14, mostra-se a otimização de uma viga isostática com carregamento concentrado no meio, conhecida como modelo de viga Messerschmitt-Bölkow-Blohm (MBB). Os resultados foram obtidos considerando uma malha de 90x30 elementos e o método de otimização BESO. Na Figura 14a, pode-se observar o problema numérico do tabuleiro de xadrez. Em contrapartida, na Figura 14b, observa-se que o problema da instabilidade numérica foi resolvido empregando filtro das sensibilidades.



Fonte: Autor (2018)

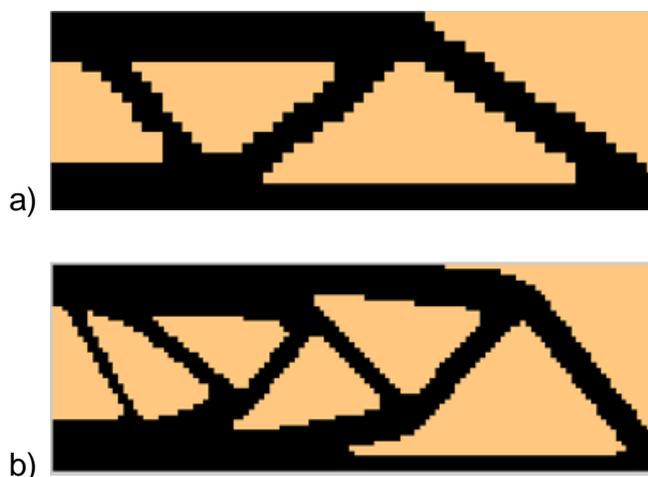
2.7.2 Dependência de malha

Este problema de instabilidade numérica no método de OT é provocado pelo refinamento da malha. Para Sigmund e Petersson (1998), intuitivamente, era de se esperar que ao aumentar o refinamento de uma malha de elementos finitos, melhoraria a nitidez da topologia ótima da estrutura. No entanto, percebe-se a alteração das topologias conforme muda o refinamento da malha. Essa instabilidade acontece, pois, o refinamento da discretização do contínuo por elementos finitos, além de melhorar a definição dos contornos da estrutura, altera a topologia da estrutura otimizada, influenciando na complexidade e detalhamento da topologia.

Na Figura 15, apresenta-se a topologia da viga MBB, obtida através do método BESO para dois níveis de refinamento. Na Figura 15a, mostra-se a otimização utilizando uma malha de 60x20 e na Figura 15b emprega-se uma discretização de 120x40. Percebe-se que houve um aumento considerável da quantidade de barras e

consequentemente da complexidade da estrutura, especialmente no tocante da exequibilidade.

Figura 15 – Estrutura com dependência de malha



Fonte: Autor (2018)

Várias técnicas têm sido sugeridas para superar o problema de dependência de malha, tal como o método de controle de perímetro, cuja primeira implementação foi realizada por Haber, Jog e Bendsoe. (1996), e o esquema de filtro de sensibilidade, proposto por Sigmund (1994), sendo uma extensão do filtro proposto para eliminar o problema do tabuleiro de xadrez.

O filtro tem muita importância, haja vista que, é necessário para a eliminação do problema de instabilidade do tabuleiro de xadrez além de ser uma forma eficaz de minimizar os problemas de dependência de malha (BOURDIN, 2001). Este baseia-se na modificação das sensibilidades dos elementos através da média ponderada entre elementos fixos na vizinhança. O esquema funciona modificando as sensibilidades do elemento conforme:

$$\overline{\frac{\partial c}{\partial x}} = \frac{1}{x \sum_{e=1}^{nele} \widehat{H}_e} \sum_{e=1}^{\theta} \widehat{H}_e x \frac{\partial c}{\partial x} \quad (52)$$

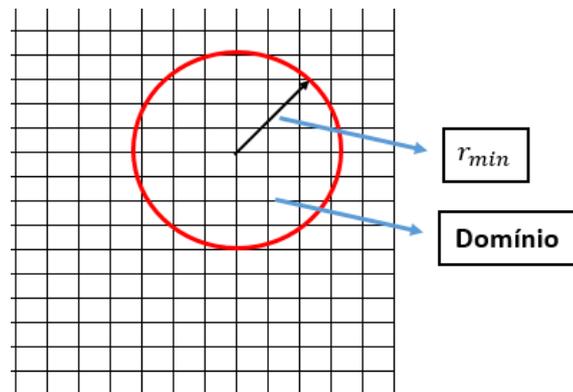
onde, $nele$ é o número de elementos total da malha, c a flexibilidade, $\frac{\partial c}{\partial x}$ a sensibilidade e H_e é o fator de convolução (fator de ponderação) definido como:

$$\widehat{H}_e = r_{min} - dist(t, l), \quad \{l \in \theta | dis(t, l) \leq r_{min}, \}, t = 1, 2, \dots, nele \quad (53)$$

sendo, o operador $dist(t, l)$ definido como a distância entre o elemento t e o centro do l -ésimo elemento. O operador de convolução é zero fora do filtro, e para o l -ésimo elemento, o valor do operador decai linearmente com a distância do elemento t . Outro ponto a ser observado, é que quando o valor do operador se aproxima de zero, os valores das sensibilidades tendem aos valores originais, resultando em uma distribuição uniforme de material. O comprimento do filtro, define-se a partir do raio de influência do filtro r_{min} , que não muda em virtude do refinamento da malha. O papel principal desse parâmetro no filtro é determinar os nós que irão influenciar a sensibilidade do l -ésimo elemento, conforme pode ser visto na Figura 16.

Apesar do r_{min} não sofrer influência direta do refinamento da malha, uma alternativa eficaz para a dependência de malha é fazer com que o tamanho do r_{min} seja um percentual do valor referente à altura do domínio, vários autores empregam 8% (SIGMUND E BENDSOE, 2003).

Figura 16 – Apresentação do raio e domínio para o filtro



Fonte: Autor (2018)

O método BESO com controle de perímetro demonstrou ser capaz de obter soluções independentes da malha, conforme visto no trabalho de Yang et al. (1999). No caso do controle de perímetro, será adicionado mais uma restrição ao problema topológico, no entanto essa técnica é bastante complexa, tendo em vista a necessidade de se prever ou selecionar um valor apropriado do comprimento do

perímetro para uma nova topologia. Para Petersson (1999), o perímetro controlado permite que o problema de instabilidade numérica seja sanado, no entanto o autor também menciona a complexidade da utilização desta restrição ao problema.

Entre as opções mencionadas para solucionar tal instabilidade numérica, Sigmund e Petersson (1998), apresentam algumas vantagens e desvantagens de cada proposta, desse modo, os autores relatam que a grande vantagem do esquema de filtragem é que não existem restrições extras no problema de OT, diferentemente do método de controle de perímetro, além de ter fácil implementação e apresentar boa estabilidade e convergência. No entanto, a desvantagem do método é a base em soluções heurísticas.

Os autores Zhou, Shyy e Thomas (2001), apresentaram em seu trabalho uma análise comparativa entre as técnicas sugeridas para evitar a dependência de malha. Nesse trabalho foi mencionado que o método de controle do perímetro apresenta-se razoavelmente eficiente em obter resultados independentes de malha, uma vez que apenas é adicionado uma restrição adicional ao problema de otimização, apresentando apenas dificuldades no limite do perímetro que leva ao controle topológico. O método de filtragem demonstrou ser bastante eficiente quanto ao tamanho mínimo dos membros, esperando dificuldades apenas quando for analisado otimizações com múltiplas restrições

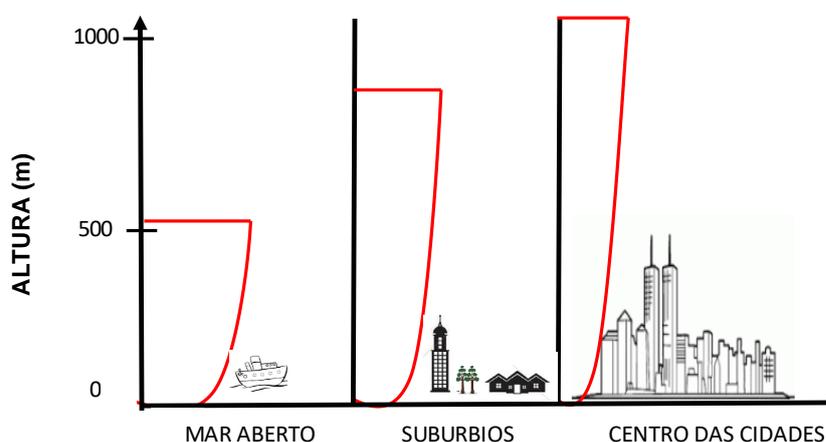
Além dos métodos mais populares mencionados anteriormente para a supressão do problema de dependência de malha, outros métodos foram estudados por diferentes autores, podendo-se mencionar: (1) a definição de uma nova classe de esquemas de restrição baseados na morfologia, que funcionam como filtros de densidade, isto é, a rigidez física de um elemento é baseada em uma função das variáveis topológicas dos elementos vizinhos (SIGMUND, 2006) e (2) utilização de elementos finitos poligonais em malhas não estruturadas para a supressão do problema de tabuleiro de xadrez. Porém, os resultados relacionados com a dependência de malha não foram satisfatórios (TALISCHI et al, 2010).

2.8 Influência do carregamento dos ventos sobre as edificações

O vento ocorre em virtude de uma diferença de temperatura nos diversos pontos da Terra, que, segundo Taranath (1988), varia conforme a incidência de raios solares e as diferentes propriedades térmicas dos solos e oceanos, ocasionando em diferenças de pressões entre as massas de ar.

A camada limite da superfície envolvendo movimento horizontal do vento se estende até uma altura em que o fluxo de ar horizontal não é mais influenciado pelo efeito do solo. Nesta camada limite, é precisamente onde a maior parte da atividade humana é conduzida, e, portanto, como os efeitos dos ventos são sentidos dentro dessa zona é uma grande preocupação na engenharia. Na camada limite, a velocidade do vento varia de intensidades próximas a zero, na superfície, em virtude da rugosidade do terreno, para a velocidade gradiente do vento em uma altura conhecida como a altura do gradiente. Como pode ser visto na Figura 17, a altura do gradiente dentro de um grande centro urbano é muito maior do que sobre o mar onde a rugosidade da superfície é menor (MENDIS et al., 2007).

Figura 17 – Alturas da camada limite em diversas áreas



Fonte: autor (2018)

Diante do que foi mencionado, é imprescindível entender que, para realizar a elaboração de um projeto estrutural, é indispensável o levantamento de cargas permanentes e variáveis que atuarão na edificação. Deste modo, em edifícios altos, observa-se que o vento constitui umas das cargas permanentes de grande influência

na estrutura. Para Mendis et al. (2007), três tipos básicos de efeitos devem ser considerados em edifícios sensíveis às cargas de ventos:

1. Impacto no entorno: Esse é caracterizado pelo vento que passa por uma estrutura, sofre alteração no seu movimento, e surgem componentes em diversas direções. Essa movimentação dos ventos, gerada pelas componentes em várias direções pode afetar objetos no entorno, podendo causar danos a outras estruturas existentes, ou desconforto aos pedestres que passam próximo ao edifício;
2. Cargas de vento aplicadas às fachadas: Devido à complexidade de formas da construção, características dinâmicas dos ventos e estrutura do edifício, os códigos de vento não podem avaliar com precisão as cargas de projeto. Deste modo, os testes em túnel de vento apresentam-se com uma ferramenta possível de avaliar as cargas de projetos para os revestimentos. O objetivo é minimizar custos com manutenção relacionados com avarias (falhas estruturais), eliminando possíveis danos nos elementos de fechamento, como painéis e vidros.
3. Cargas de vento na estrutura: São as principais cargas, tendo em vista que, definem o deslocamento da estrutura, bem como sua estabilidade. Através desta análise é definido o sistema estrutural responsável por impedir o deslocamento lateral do edifício.

A carga decorrente de ventos sobre as estruturas é dependente da diferença de pressão nas faces opostas da edificação. A norma brasileira NBR 6123/88 – Forças devidas ao vento em edificações, permitem calcular as forças a partir dos coeficientes de força.

As cargas produzidas pela ação do vento, não são estáticas na natureza, mas flutuam constantemente. O fato destas cargas serem de natureza dinâmica, podem fazer com que as estruturas entrem em ressonância, sendo de maior risco em estruturas esbeltas e flexíveis. Desta forma, as respostas dinâmicas podem ser muito maiores do que aquelas produzidas pelas cargas estáticas. Para o caso de edifícios

baixos e rígidos, esta resposta dinâmica é menos significativa e o projeto pode ser baseado nas equivalentes cargas estáticas do vento (VIEIRA, 2013).

Para Assaad (2015), as repetidas cargas de vento provocadas por sucessivas rajadas, é um fator importante no projeto de edifícios altos. Haja vista que, carregamento repetidos podem levar a estrutura a fadiga, falha, assentamento da fundação, deflexões excessivas causando fissuras na estrutura, além do movimento induzido que pode afetar o conforto dos ocupantes da estrutura ou torna-la inviável ao uso.

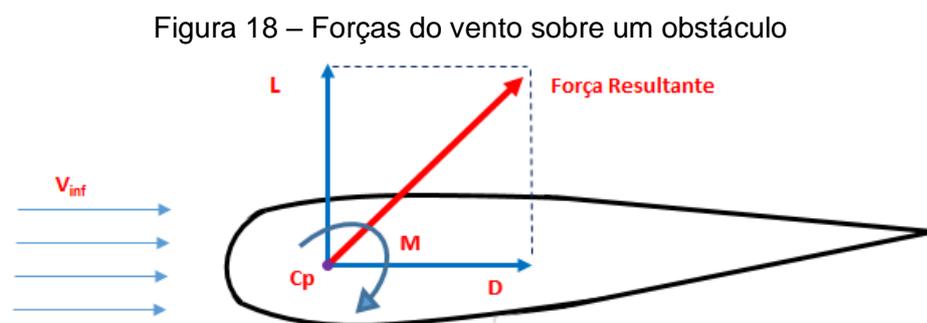
O *Council on Tall Buildings and Urban Habitat* (CTBUH) desenvolveu alguns critérios para orientar na definição de um edifício alto, sendo, alguns destes critérios apresentados a seguir:

- Altura relativa: não é apenas sobre a altura, mas sobre o contexto em que existe. Um edifício de 20 andares não pode ser considerado um prédio alto em uma cidade de grande porte, mas em uma cidade ou subúrbio provinciano isso pode ser sim considerado edifício alto;
- Tecnologias: se um edifício contém tecnologias que podem ser atribuídas como sendo um produto de grandeza, como elevadores de alta velocidade e reforço as cargas de ventos, então este edifício pode ser classificado como um edifício alto.

As cargas impostas às estruturas pelo vento são carregamentos horizontais, e deste modo não são resistidas pelo sistema estrutural principal, tendo em vista que, esse é projetado para suportar verticalmente as cargas gravitacionais. Portanto, são necessários dois sistemas estruturais distintos para a efetiva estabilidade, uma para resistir a cargas verticais e uma para resistir a cargas horizontais devido ao vento. Ambos podem estar contidos em um mesmo componente, ou estar separadamente, como exemplo de uma torre em treliça, na qual as colunas resistem cargas gravitacionais enquanto os membros diagonais proporcionam estabilidade da carga horizontal (TANG, 2011).

A medida que os edifícios se tornam mais altos, as cargas de vento também aumentam, devido ao efeito da rugosidade imposta pela superfície terrestre, provocando um efeito de fricção que retarda o movimento horizontal do vento. Quando o escoamento de vento atinge um obstáculo, geram-se pressões e

consequentemente, forças. Na aerodinâmica, esse conjunto de forças pode ser dividida em três parcelas, conforme visto na Figura 18.



Fonte: Autor (2018)

Onde, D é a força na direção do escoamento, denominada de força de arrasto, L é a força na direção transversal à direção do escoamento sendo denominada de força de sustentação, C_p é o coeficiente de pressão e M é o momento provocado pelas parcelas D e L , em relação a um ponto de referência.

Sob o ponto de vista da resposta dinâmica da estrutura, entende-se que, quando o vento atinge um objeto, parte de sua energia se transfere a este corpo (Taranath, 1988). O fator de resposta é conhecido pela quantidade de energia que é transferida, deste modo, percebe-se que, quanto mais esbelta for a estrutura, maior será a sua resposta dinâmica ao vento.

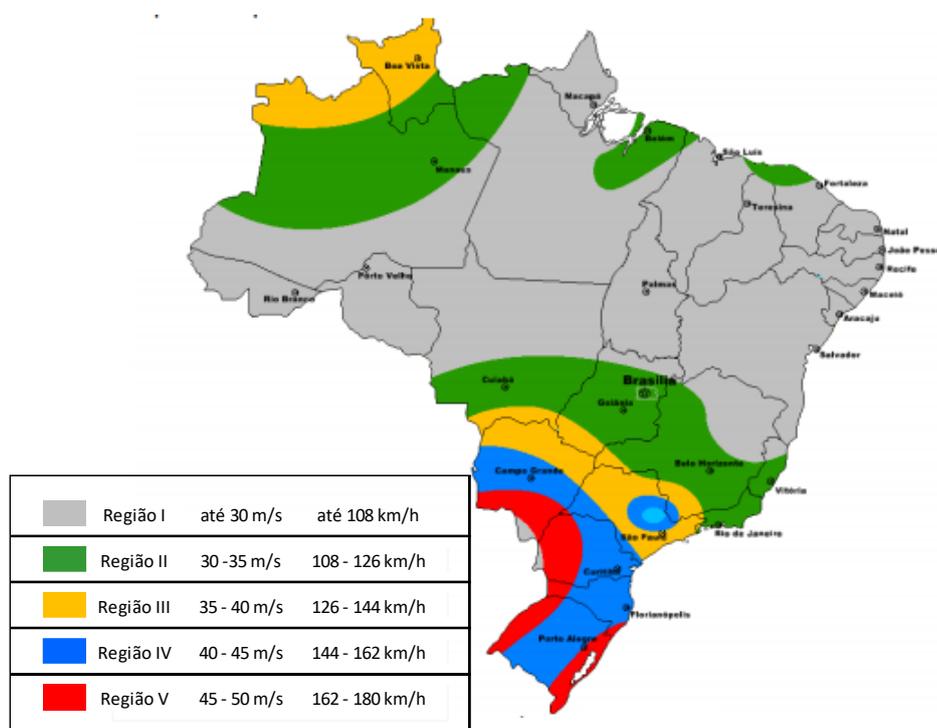
2.9 Aspectos da norma NBR 6123/1988 - Forças devidas ao vento em edificações

A norma brasileira NBR 6123/1988, Forças devidas ao vento em edificações, tem como objetivo fixar as condições exigíveis na consideração das cargas provocadas sobre as estruturas devido as ações estática e dinâmica do vento, para efeitos de cálculo em edificações.

O procedimento para o cálculo das forças devido às ações do vento em edificações considerando as exigências desta norma mostra-se resumidamente nos próximos parágrafos.

A velocidade básica é dependente do local onde a edificação se localiza, sendo determinada através das isopletas de velocidade básicas, conforme mostra-se na Figura 19.

Figura 19 – Mapa das isopletas no Brasil



Fonte: construrohr⁸

A velocidade característica do vento (V_k), emprega-se no cálculo da pressão dinâmica, obtida a partir da velocidade básica corrigida por fatores de ajustes, conforme:

$$V_k = V_0 S_1 S_2 S_3 \quad (54)$$

onde, V_0 é a velocidade básica e os fatores S_1 , S_2 e S_3 definem-se conforme:

- Fator topográfico (S_1), inerente às condições topográficas do terreno;

⁸ Disponível em: < <http://www.desempenho.construrohr.com.br/norma/detalhamento> > acesso em Fev. 2018.

- Fator de rugosidade (S_2), correlaciona o efeito combinado da rugosidade do terreno, da variação da velocidade do vento em relação a altura acima do terreno e das dimensões das edificações ou somente parte dela;
- Fator estatístico (S_3), baseia-se em conceitos estatísticos, considerando o grau de segurança requerido e a vida útil da edificação.

Através da velocidade característica do vento, é possível determinar a pressão dinâmica utilizando a equação dada por:

$$q_d = 0,613V_k^2 \quad (55)$$

sendo, q_d em $[N/m^2]$ e V_k em $[m/s]$.

A força devida ao vento depende da diferença de pressão nas faces opostas da edificação. A NBR 6123/1988 permite calcular as forças a partir de coeficientes de pressão ou coeficientes de força. Vale ressaltar que o vento tem natureza de caráter dinâmico, e os coeficientes de pressão da norma representam a incidência através de uma ação estática equivalente. Deste modo, a força do vento sobre um elemento plano da edificação de área (A) atua em direção perpendicular a ele, e determina-se por:

$$F = (C_e - C_i)q_dA \quad (56)$$

onde, C_e é o coeficiente de forma externo e C_i é o coeficiente de forma interno.

Segundo a NBR 6123/1988, valores positivos dos coeficientes de forma externo e interno correspondem a sobrepções, e valores negativos correspondem a sucções. Um valor positivo para (F) indica que esta força atua para o interior, e um valor negativo indica que esta força atua para o exterior da edificação. Para obter a força global (F_g) do vento sobre a edificação ou parte dela é necessário realizar a soma vetorial das forças do vento que aí atuam. Caso deseje-se encontrar a parcela da força global que atua na direção do escoamento, ou seja, a força de arrasto (F_a), esta é calculada através da equação:

$$F_a = C_a q_d A_e \quad (57)$$

onde, C_a é o coeficiente de arrasto, A_e é a área frontal efetiva, ou seja, área da projeção ortogonal da edificação, estrutura ou elemento estrutural sobre um plano perpendicular à direção do vento ("área de sombra").

2.10 Dinâmica dos Fluidos Computacional - CFD

A Engenharia do Vento Computacional (EVC), faz uso de todas as metodologias desenvolvidas na Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD), porém, para o tratamento de diversos problemas de interesse na engenharia civil, cujo principal objetivo é a determinação dos efeitos causados pela ação do vento sobre estruturas e no meio-ambiente. Nas últimas décadas, o amadurecimento dos modelos numéricos e do avanço na tecnologia dos computadores, permitiu um crescimento acelerado da CFD na área científica e industrial (LOHNER E BAUM, 2013, SLOTRICK et al, 2014 E BLOCKEN, 2015).

Desde sua origem a CFD resultou fortalecida em virtude de que os resultados obtidos através de tratamentos teóricos ou experimentais nem sempre se apresentavam de forma satisfatória. As razões para isso, são apresentadas por Fortuna (2000), o fenômeno em estudo, nem sempre apresenta a possibilidade de ser reproduzido em laboratórios, mesmo em escala reduzida. Por exemplo: problemas hipersônicos, de bioengenharia, previsão de tempo, etc.. O custo e o tempo da montagem experimental podem ser inacessíveis. Por exemplo: problemas em reatores nucleares, reservatórios de petróleo, etc..

O uso de métodos numéricos, não implica que a mecânica dos fluidos experimental e as análises teóricas percam relevância, pelo contrário, as três técnicas sempre que possível devem ser utilizadas de forma a se complementar. Fortuna (2000), apresenta uma análise comparativa entre as vantagens e desvantagens das três técnicas, ver Quadro 1.

Quadro 1 – Comparação entre as três técnicas de solução

TÉCNICA	VANTAGENS	DESVANTAGENS
Experimental	<ul style="list-style-type: none"> ▣ Mais realista 	<ul style="list-style-type: none"> ▣ Equipamento exigido ▣ Problemas de escala ▣ Dificuldades de medição ▣ Custo operacional
Teórica	<ul style="list-style-type: none"> ▣ Mais geral ▣ Fórmula fechada 	<ul style="list-style-type: none"> ▣ Restrita a geometrias e processos físicos simples ▣ Geralmente restrita a problemas lineares
Numérica	<ul style="list-style-type: none"> ▣ Não há restrição à linearidade ▣ Geometrias e processos complicados ▣ Evolução temporal do processo 	<ul style="list-style-type: none"> ▣ Erros de truncamento ▣ Prescrição das condições de contorno apropriadas ▣ custos computacionais

Fonte: Fortuna (2000)

A CFD pode reduzir substancialmente o tempo e os custos de projeto e produção em comparação com a abordagem experimental e oferece a capacidade de resolver uma série de problemas complexos.

As principais equações que descrevem o escoamento de fluidos são as de continuidade, de Navier-Stokes e da energia, as quais combinadas formam um sistema de equações diferenciais parciais. Através de aproximações numéricas, essas equações não lineares podem ser resolvidas numericamente. Portanto, a CFD, objetiva solucionar numericamente problemas de escoamentos de fluido utilizando meios computacionais, tornando possível solucionar problemas envolvendo múltiplas físicas (POTTER e WIGGERT, 2002).

As equações de conservação de massa e de quantidade de movimento são as equações mais gerais para a descrição de um escoamento em um meio contínuo, tridimensional, isotérmico, turbulento e em regime transiente. Desprezando as forças de volume e a existência de fonte/sumidouro, as equações que governam o problema podem ser escritas da seguinte maneira:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial x_i} = 0 \text{ em } \Omega \quad (58)$$

$$\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i v_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_j} \delta_{ij} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \text{ em } \Omega \quad (59)$$

com $i, j = 1, 2, 3$ onde $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ e $t \in [0, T]$ são os domínios espacial e temporal, respectivamente, $N = 3$ é o número de dimensões espaciais e Γ denota o contorno de Ω . As coordenadas espaciais e temporais são denotadas por x e t . v_i é a componente da velocidade na direção da coordenada x_i , ρ é a massa específica, p é a pressão termodinâmica, τ_{ij} são as componentes do tensor de tensões viscosas e δ_{ij} é o delta de Kronecker.

Considerando a hipótese de Stokes a equação constitutiva é definida como

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (60)$$

onde μ é a viscosidade dinâmica do fluido. Para definir totalmente o problema, devem-se adicionar ao sistema de equações, dado pelas equações (58) e (59), as condições iniciais e de contorno para as variáveis. As condições iniciais, em $t = t^0$, são dadas por

$$v_i = v_i^0, \quad p = p^0 \quad (61)$$

As condições de contorno essenciais (Dirichlet) são as seguintes

$$v_i = \bar{v}_i \text{ em } \Gamma_v \quad (62)$$

$$p = \bar{p} \text{ em } \Gamma_p \quad (63)$$

onde, \bar{v}_i e \bar{p} são os valores prescritos das variáveis v_i e p nas partes Γ_v e Γ_p do contorno Γ . As condições de contorno naturais (Neumann) são dadas por

$$(-p\delta_{ij} + \tau_{ij})n_j = \hat{t}_i \text{ em } \Gamma_\sigma \quad (64)$$

sendo n_j os cossenos diretores da normal externa num ponto de Γ_σ com o eixo x_i , \hat{t}_i é a componente de uma força de superfícies na direção do x_i , atuando na parte Γ_σ do contorno

A CFD, tem sido utilizada intensamente como ferramenta para análise de problema de Mecânica dos Fluidos em diversas áreas, conforme pode ser visto, por exemplo nos trabalhos de: Stathopoulos e Baskaran (1990) e Blocken e Persoon

(2009) cujo estudo está relacionado ao conforto de pedestres em virtude da ação do vento, Tominaga, Murakami e Mochida (1997), Gromke et al. (2008) e Yu et al (2017) que estudaram a dispersão de poluentes, Jiang e Chen (2002) e Hooff e Blocken (2010), apresentaram a aplicação da CFD na ventilação natural e Selvan (1997), Stathopoulos (1997), Tamura et al (1997), Nozu et al. (2008) e Tamura, Nozawa e Kondo (2008) utilizaram a metodologia da CFD para análises da influência dos ventos sobre edificações. Além desses, tem-se outros autores que possuem bastante influencia na difusão da Dinâmica dos Fluidos Computacional, podendo citar, Anderson (1995), Gresho e Sani (1999), Lohner (2001), Pletcher, Tannehill e Anderson (2011).

3 METODOLOGIA

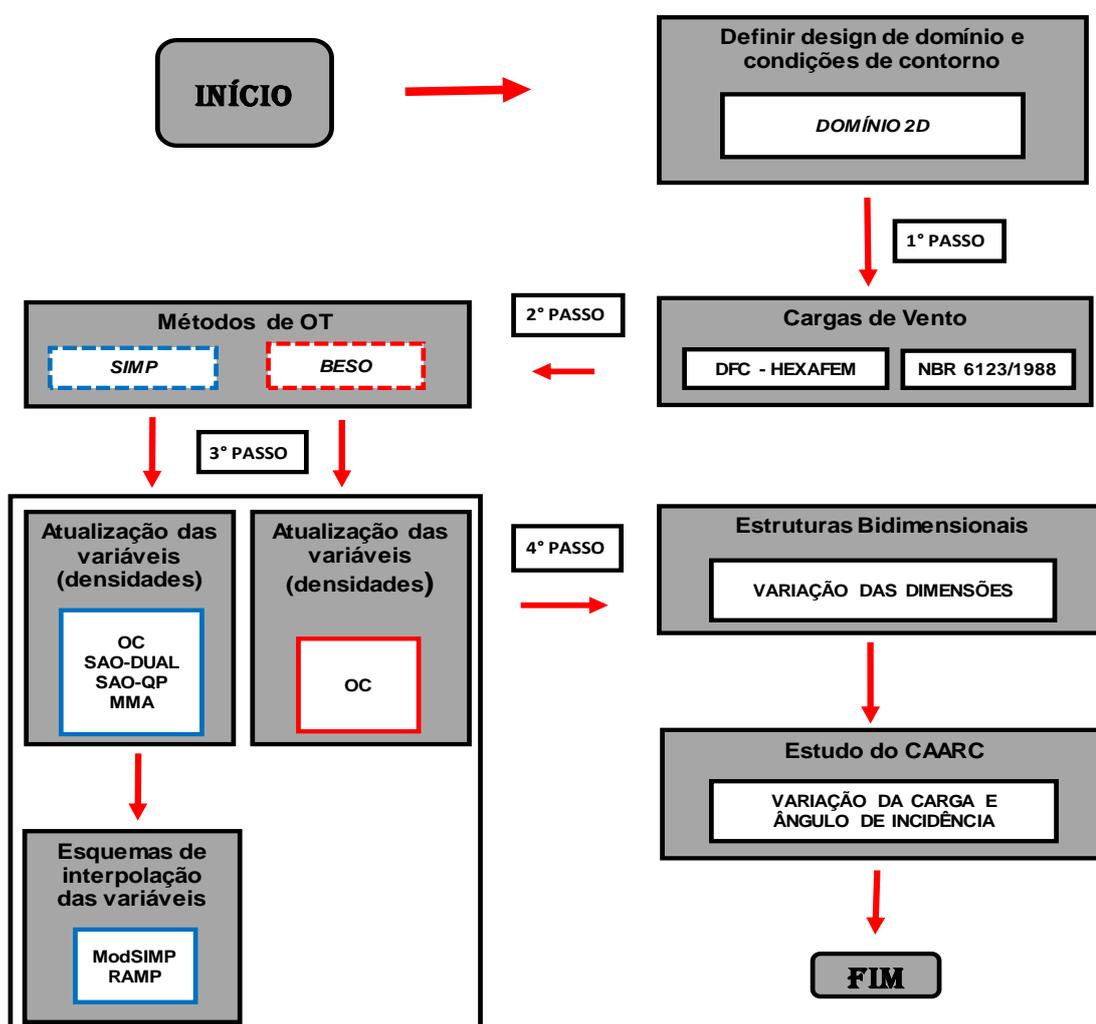
O presente trabalho foi iniciado com uma revisão bibliográfica abordando assuntos pertinentes e necessários para o desenvolvimento da pesquisa na área de Otimização Topológica (OT). Foram estudados e analisados os conceitos de otimização, métodos de OT, formulação dos métodos SIMP e BESO, influência das cargas de vento sobre as estruturas, bem como a utilização da norma Brasileira NBR 6123/88 - Forças devido ao vento em edificações e da Dinâmica dos Fluido Computacional na análise dos esforços provocados pelo vento.

Neste capítulo, serão apresentadas as etapas para implementação e aplicação dos métodos de OT. Para isso, empregam-se os códigos de OT de problemas em Elasticidade Linear bidimensional baseados nos métodos *BESO* e *SIMP*, e implementados no MATLAB por Huang e Xie (2010) e Andreassen et al. (2011), respectivamente. Para a discretização do domínio, emprega-se o elemento quadrilateral bilinear no contexto Método dos Elementos Finitos (Zienkiewicz e Taylor, 2000; Oñate, 2009 e Rao, 2011).

Foram implementados nos códigos: diferentes esquemas de interpolação das variáveis, vários métodos de resolução dos problemas de OT, o carregamento referente às cargas de ventos em edifícios altos, bem como as condições de contorno do problema. As pressões sobre os edifícios serão obtidas utilizando a norma brasileira NBR 6123/88 e a Dinâmica dos Fluido Computacional através do programa HEXAFEM_3D_IFF (NASCIMENTO, BONO e BONO, 2017).

Na Figura 20, apresenta-se um fluxograma mostrado de forma genérica os principais passos da metodologia implantada no presente trabalho.

Figura 20 – Fluxograma da metodologia usada nesse trabalho



Fonte: Autor (2018)

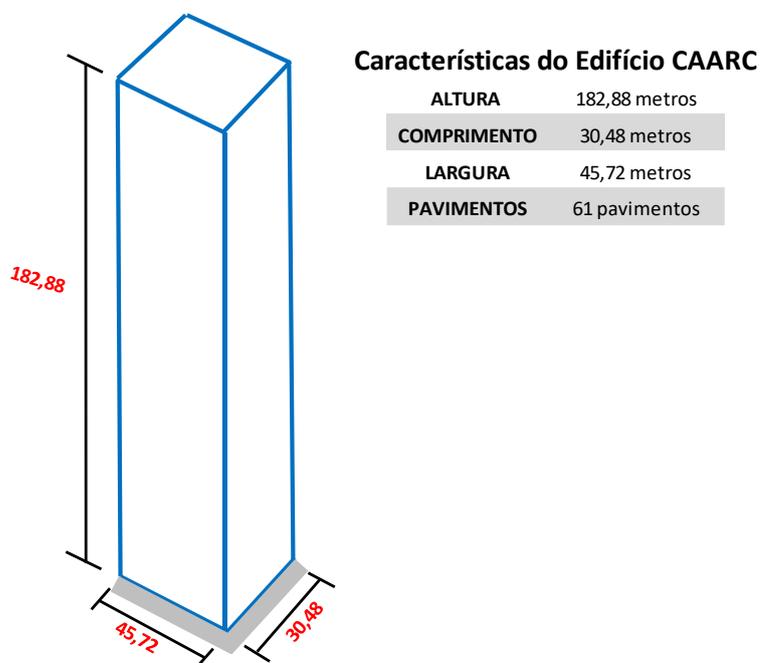
3.1 Quantificação das cargas de vento

Conforme visto no fluxograma, a 1ª Etapa da metodologia corresponde à determinação das cargas utilizando duas técnicas, a norma brasileira NBR 6123/1988 e a Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD).

No presente trabalho os carregamentos decorrentes dos ventos foram determinados no edifício padrão do Commonwealth Advisory Aeronautical Research (CAARC). Este modelo de edificação tem sido uma referência recorrente em diversas pesquisas na área da Engenharia do Vento, por exemplo, Melbourne (1980), Braun e Awruch (2009), Elshaer et al. (2016), entre outros. O edifício padrão CAARC, tem formato de um prisma retangular, com topo plano e sem parapeitos ou qualquer

detalhe geométrico nas fachadas. Na Figura 21, apresentam-se as principais características do mesmo.

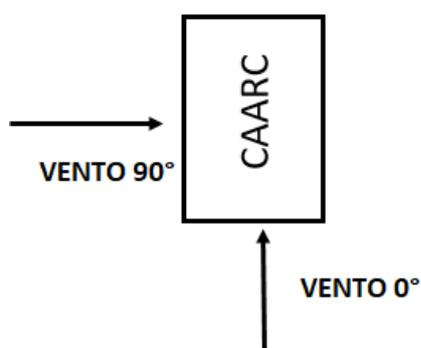
Figura 21 – Edifício CAARC



Fonte: Autor (2018)

Para o estudo serão considerados os dois ângulos de incidência do vento sobre a estrutura, ver Figura 22, conforme contemplados na norma brasileira NBR 6123/1988.

Figura 22 – Ângulos de incidência do vento considerados nas análises



Fonte: Autor (2018)

3.1.1 Norma NBR 6123/1988 - Forças devidas ao vento em edificações

A norma brasileira NBR 6123/1988 apresenta uma metodologia prática para o cálculo das forças devidas à ação estática e dinâmica do vento em edificações. A

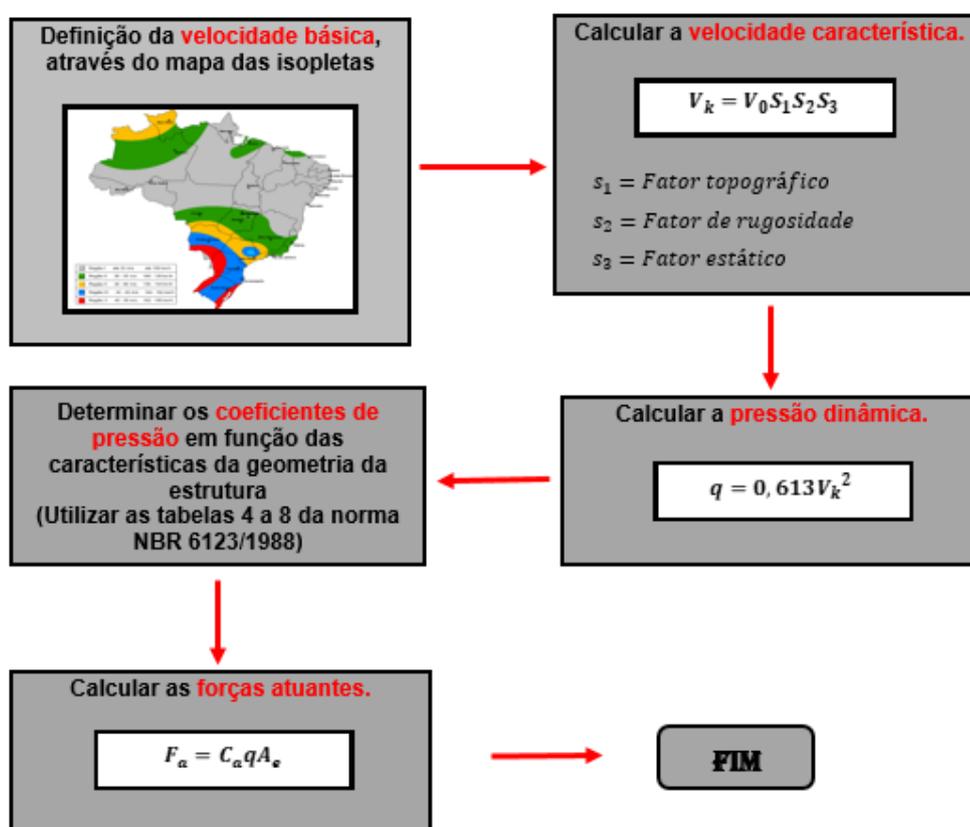
norma possibilita que as cargas de vento sejam calculadas como uma carga estática equivalente, uma vez que a ação do vento em estruturas é um fenômeno instável, que apresenta rajadas aleatórias de curta duração, o que dificulta sua determinação de forma precisa, conforme pode ser visto no trabalho e Nascimento, Bono e Bono (2017).

O procedimento para a determinação das forças estáticas devidas ao vento em edificações de formas e dimensões padrões apresentados na norma, pode ser brevemente resumido nos seguintes passos:

1. Definir a velocidade básica do vento, utilizando como referência o mapa de isopletas presente na norma;
2. Determinar a velocidade característica, utilizando os coeficientes S_1 , S_2 e S_3 , cuja finalidade é a adequação da velocidade básica às particularidades do local da edificação, suas dimensões e grau desejado de segurança. Desse modo, informações referentes à topografia e rugosidade do terreno, altura da edificação e grau de segurança requerido são essenciais para a definição dos mesmos;
3. Com a velocidade característica, calcula-se a pressão dinâmica;
4. Através das características geométricas das estruturas, determina-se os coeficientes de pressão;
5. Cálculo das forças atuantes na edificação.

O fluxograma com a sequência de obtenção de cargas conforme a norma NBR 6123/1988 mostra-se na Figura 23.

Figura 23 – Fluxograma de obtenção das cargas de vento através da NBR 6123/1988



Fonte: Autor (2018)

Considera-se que o edifício CAARC está localizado na cidade de Caruaru (PE), e, portanto, sua velocidade básica V_0 é 30 m/s, conforme o mapa das isopletas na Figura 19.

A velocidade característica foi determinada considerando um fator topográfico de S_1 igual a 1, tendo em vista que a topografia do terreno é considerada plana ou fracamente acidentada. Para o fator S_2 , considera-se uma rugosidade do terreno e classe de edificação definida como Categoria IV e Classe C. O fator estatístico S_3 , possui valor igual a 1, haja vista que considera-se que a edificação é do tipo hotéis e residências ou edificação para comércio e indústria com alto fator de ocupação.

Para o cálculo das forças de arrasto, utiliza-se a Eq. (57), contudo, é necessário definir os coeficientes de arrasto utilizando o ábaco representado na Fig. 4 da seção 6.3 da NBR 6123/1988. Desse modo, considerando o vento em baixa turbulência, os valores obtidos em concordância com a geometria do prédio CAARC foi de 1,25 para vento a 0° e 1,45 para o caso da direção 90° .

3.1.2 CFD – HEXAFEM

Nesta seção, apresenta-se o programa baseado na Dinâmica dos Fluidos Computacional, HEXAFEM_3D_IFF. No programa, o escoamento é governado pelas equações de Navier-Stokes e pela equação de conservação de massa, considerando-se a hipótese de pseudo-compressibilidade para problemas isotérmicos. Emprega-se o Método dos Elementos Finitos, MEF, (Zienkiewicz e Taylor, 2000; Oñate, 2009 e Rao, 2011) para a discretização espacial do domínio de análise, utilizando o elemento isoparamétrico hexaédrico de oito nós. O programa HEXAFEM_3D_IFF emprega o esquema explícito de dois passos de Taylor-Galerkin, ver detalhes em Bono, Lyra e Bono (2011). Para a simulação da turbulência, utiliza-se a Simulação de Grandes Escalas (LES do inglês *Large Eddy Simulation*), com o modelo clássico de Smagorinsky para as escalas de turbulência inferiores à resolução da malha, adotando-se o valor de 0,18 para a constante de Smagorinsky. Outros detalhes podem ser vistos em Bono, Lyra e Bono (2011).

A validação do programa para exemplos com baixos e moderados números de Reynolds podem ser vistos em Bono, Lyra e Bono (2011), Cabral, Bono e Bono (2012), Nascimento, Bono e Bono (2016) e Nascimento, Bono e Bono (2017). Os resultados obtidos com o programa mostraram ótima concordância quando comparados com resultados numéricos e experimentais apresentados por outros autores

Embora o programa HEXAFEM permita a resolução de problemas tridimensionais, no presente trabalho, os exemplos estudados foram resolvidos como problemas bidimensionais (2D). O problema 2D foi modelado geometricamente como um problema tridimensional (1 elemento hexaédrico na direção perpendicular) sendo adotadas as condições de contorno para simular um escoamento bidimensional.

As dimensões do domínio computacional foram adotadas conforme as recomendações dadas em Franke et al. (2007) e Tominaga et al. (2008). Baseado nessas recomendações, adota-se um domínio computacional de 3706 [m] x 915 [m] e na entrada prescreve-se um perfil de velocidade exponencial (lei da potência) de Camada Limite Atmosférica com expoente de 0,25. O número de Reynolds é igual a 8×10^4 , calculado com base na velocidade de entrada $V_0 = 10$ m/s a uma altura de $\delta = 183$ [m]. Detalhes com relação às condições de contorno e condições iniciais podem-

se encontrados em Nascimento, Bono e Bono (2016). Para a discretização do domínio foram empregados 21140 elementos hexaédricos e 42984 nós, respectivamente.

3.2 Métodos de Otimização Topológica (OT)

Conforme apresentado na 2ª etapa do fluxograma mostrado na Figura 20, foram empregados dois métodos de OT amplamente difundidos no meio científico, os métodos BESO e SIMP. Na seção 2.4, apresentou-se com mais detalhes a formulação e as principais características de ambos métodos.

3.2.1 Método SIMP

Sigmund (2001) implementou um código de OT baseado na metodologia SIMP para minimização da flexibilidade em estruturas bidimensionais estaticamente carregadas no ambiente do MATLAB, nomeado como *top99*. O programa ajudou na popularização do método e mostrou o potencial da OT devido a ser facilmente adaptável para atender diferentes problemas e restrições.

Uma versão do código mais compacto e eficiente com relação ao tempo de processamento e consumo de memória foi desenvolvida por Andreassen et al. (2011). O novo código denominado *top88*, possui 88 linhas implementadas na linguagem de programação MATLAB. As principais diferenças entre os programas *top99* e *top88*, podem ser resumidas em: (1) os loops utilizados para montar as matrizes dos elementos finitos, calcular a flexibilidade e executar a operação de filtragem foram vetorizados, (2) os arranjos construídos por meio de um loop são devidamente pré-alocados e (3) a maior quantidade de linhas de programação foram movidas para fora do loop de otimização para garantir que ele seja executado apenas uma vez. Andreassen et al. (2011), também propuseram melhoras na implementação do processo de filtragem reduzindo o consumo de memória no código *top88*, dando origem ao programa *top71*. Este último código, torna-se a base para o desenvolvimento do presente trabalho.

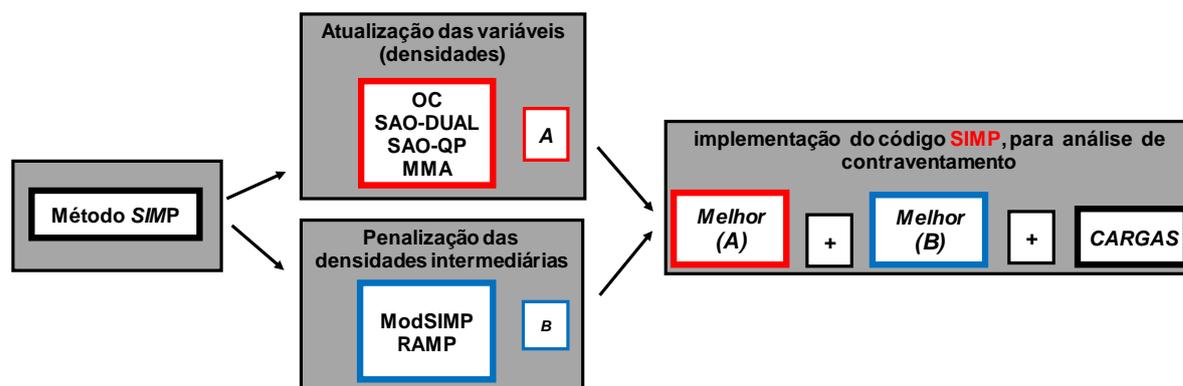
Os dados necessários para que seja iniciado o processo de otimização no programa são: o número de elementos, a fração de volume (razão entre o volume final e inicial do domínio), o coeficiente de penalização e o tamanho do filtro.

Tendo em vista que a topologia ótima da estrutura obtém-se através de um processo iterativo, é necessário promover a atualização das variáveis de projeto. No código desenvolvido por Sigmund (2001), empregou-se no otimizador o critério de Otimalidade (*Optimality Criteria - OC*), no entanto, conforme visto na seção 2.5, existem outras propostas que podem ser utilizadas. No presente trabalho, foram implementados no código *top71*, os solvers baseados nos métodos de Otimização por Aproximação Sequencial (*SAO - Sequential Approximate Optimization*) de sub-problemas: (1) o SAO-Dual (*Approximate Sub-problem in Dual form*), (2) o SAO-QP (*Approximate Sub-problem in Quadratic Program form*) e (3) o Método das Assíntotas Móveis (*MMA - Method of Moving Asymptotes*). As quatro metodologias de atualizações das variáveis foram comparadas, analisando-se a estrutura final e o desempenho através do tempo de processamento, valor da função objetivo, número de iterações, convergência, entre outros.

A influência dos métodos de interpolação no programa *top71* também foi analisada. Para isso, foram considerados os métodos apresentados na seção 2.6, ModSIMP (*Modified Solid Isotropic Material with Penalization*) e RAMP (*Rational Approximation of Material Properties*).

Em virtude da grande combinação de possíveis soluções dados pelos métodos de atualização das variáveis (*OC, SAO-Dual, SAO-QP e MMA*) no processo de otimização e dos métodos de interpolação (*ModSIMP e RAMP*), foi definido através de análises comparativos, qual solver e método de interpolação são mais eficientes para a resolução do problema de OT aplicados a sistemas de contraventamento em edifícios altos. Na Figura 24, apresenta-se um fluxograma resumindo a metodologia adotada na parametrização do material com o método SIMP.

Figura 24 – Fluxograma do estudo comparativo no método SIMP



Fonte: Autor (2018)

3.2.2 Método BESO

Tomando como base o código *top99* (Sigmund, 2001) os pesquisadores Huang e Xie (2010) implementaram no MATLAB o método de Otimização Topológica, BESO *Soft Kill*. Foi observado que o programa implementado por Huang e Xie (2010) se mostrava ineficiente com relação ao tempo de processamento em comparação com o programa baseado no método SIMP, *top71*. Com o intuito de melhorar o desempenho do código BESO, no presente trabalho foram implementadas as mesmas modificações empregadas por Andreassen et al. (2011) no método SIMP. Identifica-se à nova versão do código como *top71_BESO* para diferenciá-la da versão original de Huang e Xie (2010).

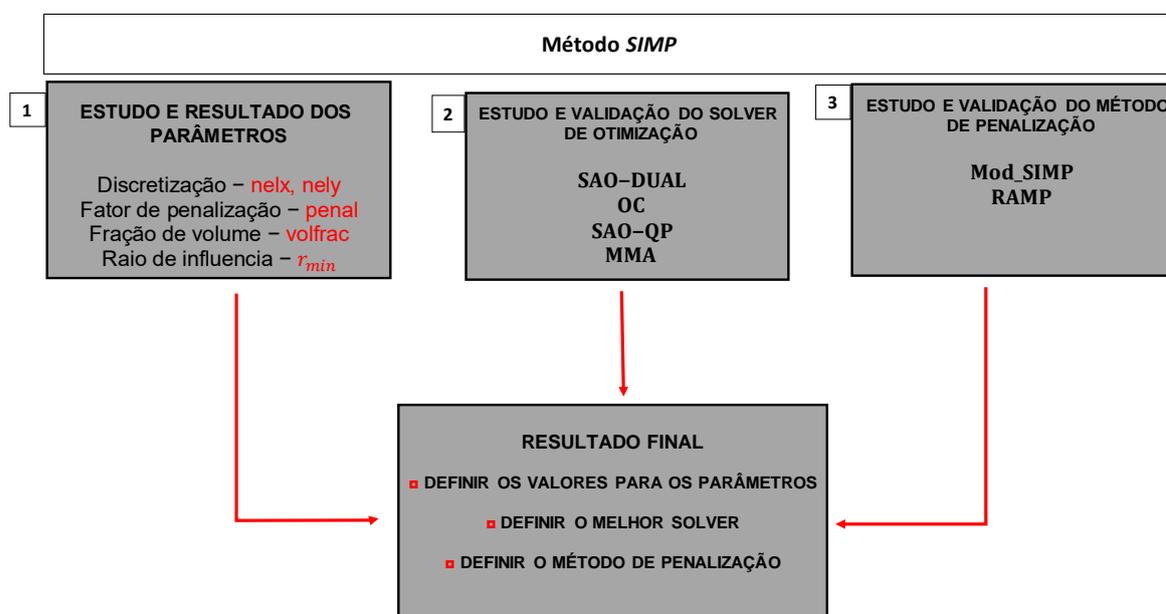
As densidades para os métodos SIMP e BESO *Soft Kill* diferem entre si, uma vez que são variáveis contínuas e discretas, respectivamente. Portanto, para o método BESO, emprega-se para a atualização das variáveis apenas o critério de Otimalidade (OC).

4 ESTUDO DOS PARÂMETROS E CALIBRAÇÃO DO PROGRAMA

Neste capítulo, estuda-se como os principais parâmetros, critérios de resolução e métodos de penalização afetam os resultados finais da OT. Inicialmente, realiza-se um estudo paramétrico dos parâmetros de entrada empregados nos métodos SIMP e BESO. Posteriormente, são realizados alguns testes para determinar quais são os valores dos parâmetros que apresentam maior eficiência na otimização. Na sequência, são estudados e apresentados resultados do tempo de processamento e convergência para os diferentes tipos de solver de otimização e métodos de penalização das variáveis que foram implementados no presente trabalho. Pretende-se, obter ao fim do presente estudo, uma estimativa de quais solvers de otimização e método de penalização, apresentam os melhores resultados para os casos estudados. Vale salientar que o estudo do solver e do método de penalização restringe-se ao método SIMP, haja vista que o mesmo possui variáveis contínuas.

Na Figura 25, apresenta-se um fluxograma mostrando a sequência dos passos que foram desenvolvidos no caso do programa baseado no método SIMP.

Figura 25 – Fluxograma da calibração e validação do código baseado no método SIMP



Fonte: Autor (2018)

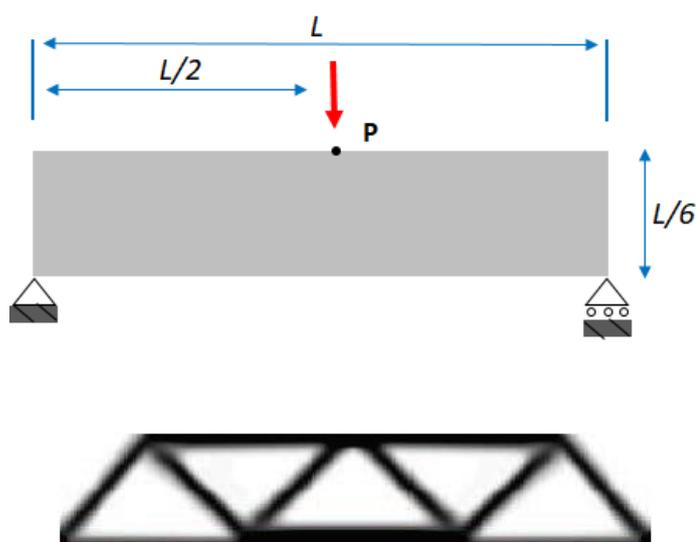
4.1 Estudo dos parâmetros para o processo topológico

Os principais parâmetros necessários para a utilização dos códigos desenvolvidos neste trabalho, são:

- Discretização – (n_{elx} e n_{ely})
- Fator de penalização ($penal$)
- Fração de volume ($volfrac$)
- Raio de influência do filtro (r_{min})

Para o estudo paramétrico, utilizou-se dois exemplos clássicos da literatura de OT, a viga MBB e a viga longa engastada. A viga Messerschmitt-Bolkow-Blohm, mais conhecida como MBB, refere-se a uma viga bi apoiada com o carregamento concentrado no meio, conforme pode ser visto na Figura 26.

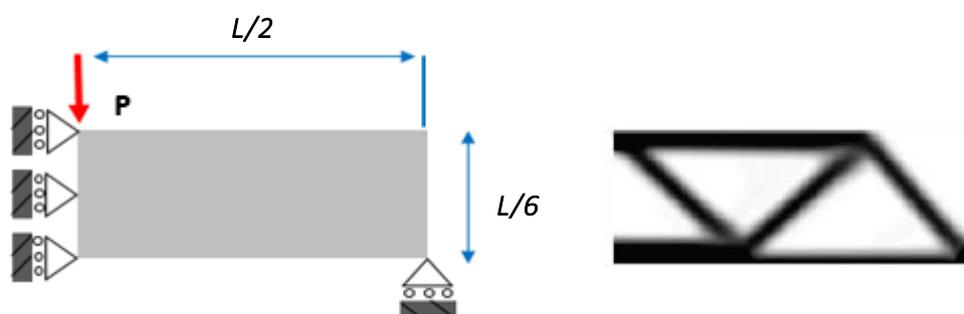
Figura 26 – Viga Messerschmitt-Bolkow-Blohm (MBB)



Fonte: Autor (2018)

Em virtude da simetria apresentada pela viga MBB, pode-se utilizar o domínio reduzido, conforme mostrado na Figura 27. A redução do domínio permite uma otimização no custo computacional, ou seja, menor tempo de processamento.

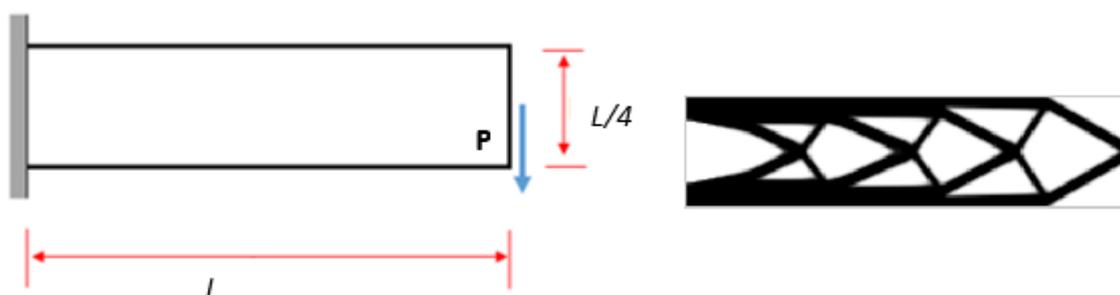
Figura 27 – Viga MBB, modelada considerando a simetria do problema



Fonte: Autor (2018)

O segundo exemplo utilizado, a viga longa engastada (VLE) com carga concentrada na extremidade, apresenta uma configuração final dada por uma estrutura reticulada disposta ao longo do domínio. A característica dessa viga apresenta-se na Figura 28.

Figura 28 – Viga longa engastada (VLE)



Fonte: Autor (2018)

Para as análises dos parâmetros, em ambos exemplos, emprega-se o Critério de Otimalidade (OC) como solver de atualização das variáveis para o método SIMP e BESO. Adota-se o filtro das sensibilidades, conforme Eq. (52) e coeficiente de Poisson, $\nu = 0,30$. Em todos os casos analisados sempre se adota uma distribuição inicial uniforme de densidades nos elementos do domínio, sendo para o caso do método SIMP igual ao valor predefinido pela fração de volume e no caso do método BESO considera-se todos os elementos sólidos.

Os parâmetros avaliados neste ponto são a discretização, a fração de volume, o radio de influência do filtro e o fator de penalização. A discretização refere-se a

quantidade de elementos empregados na discretização do domínio bidimensional. Para todos os exemplos emprega-se um domínio retangular com uma malha estrutura, especificando-se a quantidade de elementos nas direções x e y .

A fração de volume tem uma forte influência sobre a topologia final, pois determina o volume e, por conseguinte a massa final que terá a estrutura. Pode assumir valores dentro do intervalo de 0 a 1, no entanto, os valores extremos não possuem muito interesse prático.

O raio de influência do filtro r_{min} , é o comprimento do filtro das sensibilidades, utilizado para minimizar as instabilidade da dependência de malha e tabuleiro de xadrez. Por fim, tem-se o fator de penalização cujo objetivo é fazer com que as densidades intermediárias sejam penalizadas em valores próximos de 0 ou 1, minimizando portanto, a instabilidade da escala de cinza.

4.2 Resultados dos parâmetros para o processo topológico

A seguir, serão apresentados resultados de como os parâmetros, r_{min} , p , V e a discretização influenciam no processo topológico.

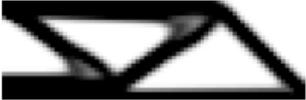
Para todas as análises dos exemplos, serão adotados como parâmetros bases os seguintes valores: raio de influência do filtro $r_{min} = 2,0$, fator de penalização $p = 3$, fração de volume $V = 0,50$ e malha de 120×40 e 160×40 para o caso da viga MBB e viga longa engastada, respectivamente. Deve-se ressaltar, que os parâmetros sofrerão alterações conforme necessário. Também, define-se os seguintes dados: coeficiente de Poisson igual a $0,30$, módulo de elasticidade, $E = 1$ MPa, carga de valor unitário e tolerância de $0,01$ aplicado na variável de projeto para o critério de parada.

Vale ressaltar também que, para o caso do método SIMP, em que as variáveis contínuas permitem o surgimento de densidades intermediárias, podendo assumir valores entre 0 e 1, é necessário definir a partir de qual valor podem-se considerar o elemento como sólido ou vazio, haja vista que o surgimento das escalas de cinza em decorrência dos valores intermediários para as densidades, prejudica a interpretação final da topologia ótima. Desse modo, adota-se no presente trabalho o mesmo valor apresentado no código de Liu e Tovar (2014), em que as densidades acima de $0,50$ são consideradas como elementos sólidos e abaixo desse valor, vazio.

4.2.1 Discretização

Para o estudo da discretização, foram empregados 3 níveis de refinamento das malhas, utilizou-se malhas de 75x25, 150x50 e 300x100 elementos para a viga MBB e 120x30, 200x50 e 360x90 elementos para a viga longa engastada. Nas Figuras 29 e 30, mostram-se os resultados das estruturas obtidos e o valor da função objetivo em função da discretização e do método de OT.

Figura 29 – Efeitos da discretização na viga MBB

<i>SIMP</i>	<i>BESO</i>	MALHA
 F. Obj. = 205,60	 F. Obj. = 186,98	75X25
 F. Obj. = 193,39	 F. Obj. = 185,90	
 F. Obj. = 189,77	 F. Obj. = 184,32	

Fonte: Autor (2018)

Figura 30 – Efeitos da discretização na viga longa engastada

<i>SIMP</i>	<i>BESO</i>	MALHA
 F. Obj. = 392,71	 F. Obj. = 366,52	120X30
 F. Obj. = 375,25	 F. Obj. = 363,90	
 F. Obj. = 366,11	 F. Obj. = 356,96	

Fonte: Autor (2018)

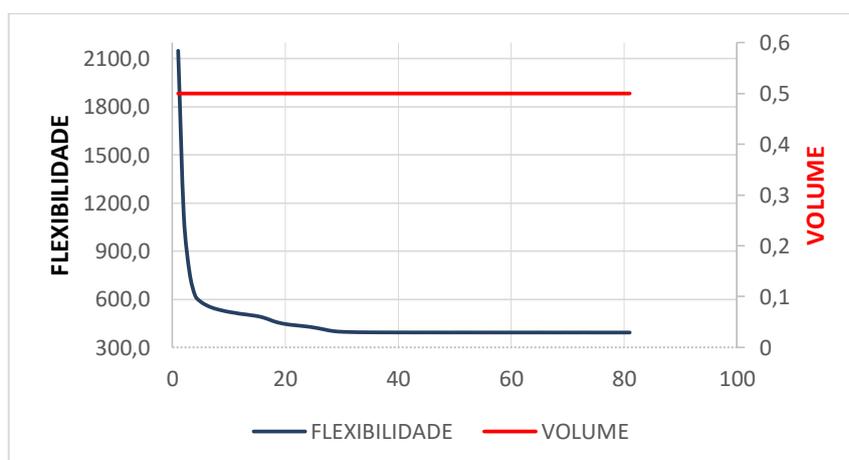
Pode-se observar que a discretização influencia significativamente na solução final, tendo em vista que em ambos métodos, foi obtida uma topologia final mais complexa. Esta dependência da discretização para a topologia final, refere-se à instabilidade numérica conhecida na literatura como dependência de malha.

O valor da função objetivo para os casos do método SIMP, sempre resulta levemente superior aos valores obtidos no método BESO. Esta discrepância deve-se à contribuição dos elementos com densidades intermediárias.

Nas Figuras 31 e 32, mostra-se a variação do valor da função objetivo (flexibilidade) e do volume em função do número de iterações para o caso do problema da viga longa engastada (VLE) com malha 120x30 e ambos métodos de OT.

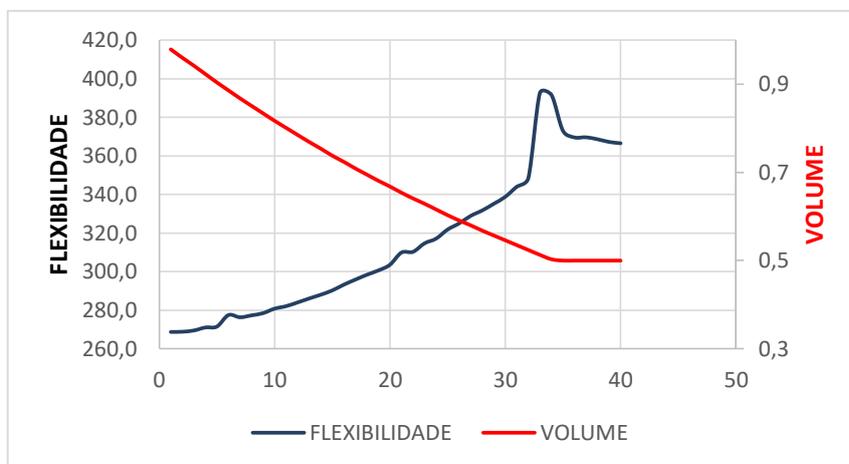
Para o caso do método SIMP, a restrição de volume mantém-se constante durante todo o processo, enquanto que o valor da flexibilidade diminui até atingir o critério de parada, conforme visto na Figura 31. De acordo com Huang e Xie (2010), a flexibilidade média do método BESO aumenta, com saltos ocasionalmente abruptos (em decorrência da quebra de algumas barras) e o volume diminui gradualmente. Após cerca de 35 iterações o seu volume atinge o valor predefinido. Em iterações subsequentes, enquanto o volume mantém-se inalterado, a flexibilidade aumenta e converge para um valor constante até o que o critério de parada seja atingido, conforme pode ser visto no processo evolutivo apresentado na Figura 32.

Figura 31 – Processo topológico da VLE com malha 120x30 e método SIMP



Fonte: Autor (2018)

Figura 32 – Processo topológico da VLE com malha 120x30 e método BESO



Fonte: Autor (2018)

4.2.2 Fator de penalização

Para a análise foram adotados os valores 1,5; 3,0 e 6,0 no fator de penalização. As influências deste parâmetro no processo topológico mostram-se nas Figuras 33 e 34, para ambos métodos e exemplos.

Figura 33 – Efeitos da penalização na viga MBB

<i>SIMP</i>	<i>BESO</i>	FATOR DE PENALIZAÇÃO
 F. Obj. = 190,20	não convergiu F. Obj. = ----	1,5
 F. Obj. = 196,04	 F. Obj. = 184,88	3
 F. Obj. = 206,57	 F. Obj. = 184,20	6

Fonte: Autor (2018)

Figura 34 – Efeitos da penalização na viga longa engastada

<i>SIMP</i>	<i>BESO</i>	FATOR DE PENALIZAÇÃO
 F. Obj. = 370,25	não convergiu F. Obj. = ----	1,5
 F. Obj. = 381,36	 F. Obj. = 363,42	3
 F. Obj. = 388,01	 F. Obj. = 363,76	6

Fonte: Autor (2018)

Percebe-se, através dos resultados, que a penalização com o valor 1,50 apresenta um alto número de elementos com densidades intermediárias no caso do método SIMP. Em contrapartida, o método BESO não convergiu. À medida que se incrementa o valor do fator de penalização as regiões com escala de cinza são minimizadas.

No Quadro 2, mostram-se em porcentagens as distribuições de elementos (sólidos, vazios e com densidades intermediárias), em função do valor do fator de penalização.

Quadro 2 – Análise do fator de penalização para a viga MBB, método SIMP

CASO	FATOR DE PENALIZAÇÃO	ELEM. SÓLIDOS (DENSIDADE = 1)	ELEM. VAZIOS (DENSIDADE = 0)	DENSIDADES INTERMEDIÁRIAS
MBB	1,5	1232 (26 %)	177 (4 %)	3391 (70 %)
	3,0	1892 (40%)	1401 (29%)	1507 (31%)
	6,0	2044 (43%)	1812 (38%)	944 (19%)
LONGA ENGASTADA	1,5	1760 (28%)	306 (5%)	4334 (67%)
	3,0	2524 (40%)	1482 (23%)	2394 (37%)
	6,0	2706 (43%)	1946 (30%)	1748 (27%)

Fonte: Autor (2018)

Conforme esperado, fica evidente a funcionalidade do fator de penalização, tendo em vista que, conforme incrementa-se esse valor, as quantidades de elementos com densidades intermediárias são reduzidas, minimizando portanto, os efeitos da instabilidade numérica, escala de cinza, para o caso do método SIMP. Deve-se salientar que os efeitos de escala de cinza, densidades intermediárias, não se aplica para o método BESO, em virtude dos métodos SIMP e BESO possuírem características distintas quanto às variáveis, tendo em vista que são variáveis contínuas e discretas, respectivamente.

Pode-se concluir através dos resultados obtidos, que o valor 3,0 mostra-se como a melhor alternativa, haja vista que para o método SIMP conseguiu minimizar o problema de instabilidade numérica de escalas de cinza e forneceu o menor valor de flexibilidade em comparação ao valor 6,0.

4.2.3 Fração de volume

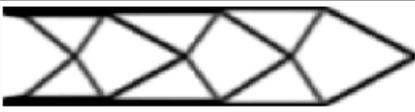
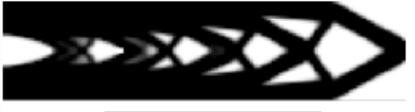
A seguir, apresenta-se nas Figuras 35 e 36 o estudo da influência da fração de volume nos exemplos da viga MBB e VLE. Para a análise comparativa foram adotados os valores 0,25; 0,50 e 0,75.

Figura 35 – Efeito da fração de volume na viga MBB

<i>SIMP</i>	<i>BESO</i>	FRAÇÃO DE VOLUME
 F. Obj. = 395,11	não convergiu F. Obj. = ----	0.25
 F. Obj. = 196,04	 F. Obj. = 184,88	0.50
 F. Obj. = 144,46	 F. Obj. = 141,80	0.75

Fonte: Autor (2018)

Figura 36 – Efeitos da fração de volume na viga longa engastada

<i>SIMP</i>	<i>BESO</i>	FRAÇÃO DE VOLUME
 F. Obj. = 839,71	não convergiu F. Obj. = ----	0.25
 F. Obj. = 381,36	 F. Obj. = 363,76	0.50
 F. Obj. = 294,37	 F. Obj. = 289,92	0.75

Fonte: Autor (2018)

Conforme pode-se observado, quando mais próximo de 1 for o valor da fração de volume, mais robusta (menor flexibilidade) será a estrutura, em contrapartida, ao reduzir o valor da fração de volume, as estruturas ficam mais leves. Em algumas situações, apresentam-se problemas de convergência como no caso do método BESO e fração de volume igual a 0,25.

4.2.4 Raio de influência do filtro

Para análise do raio de influência do filtro, r_{min} , foram mantidos constante os demais parâmetros e adotados para r_{min} os valores 1,0; 2,0 e 3,0. Os resultados obtidos para ambos métodos e exemplos são apresentados nas Figuras 37 e 38.

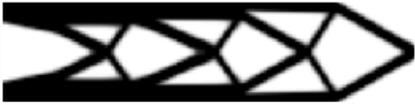
Figura 37 – Efeitos do raio de influência do filtro na viga MBB

<i>SIMP</i>	<i>BESO</i>	r_{min}
 F. Obj. = 202,00	 F. Obj. = 188,94	1
 F. Obj. = 196,04	 F. Obj. = 184,88	2
 F. Obj. = 207,04	 F. Obj. = 186,78	3

Fonte: Autor (2018)

Observa-se que em ambos os casos, viga MBB e viga longa engastada, existe o problema da instabilidade numérica do tabuleiro de xadrez para o caso de $r_{min} = 1$. Isso acontece porque o valor do raio é insuficiente para considerar os elementos vizinhos, e portanto, a rotina de filtragem responsável por suavizar as variáveis dos métodos SIMP e BESO resulta ineficiente. Aumentando o valor do r_{min} , as instabilidades de tabuleiro de xadrez são corrigidas, entretanto, valores elevados no método SIMP induzem uma suavização nos contornos da geometria aumentando a quantidade de elementos com densidades intermediárias.

Figura 38 – Efeitos do raio de influência do filtro na viga longa engastada

<i>SIMP</i>	<i>BESO</i>	r_{min}
 F. Obj. = 392,68	 F. Obj. = 379,88	1
 F. Obj. = 381,36	 F. Obj. = 363,76	2
 F. Obj. = 402,84	 F. Obj. = 375,18	3

Fonte: Autor (2018)

Percebe-se, que o raio de influência do filtro r_{min} com valor 2,0 apresenta o melhor desempenho, haja vista que soluciona o problema numérico de tabuleiro de xadrez, além de apresentar o menor valor da flexibilidade em comparação ao valor $r_{min} = 3$.

4.3 Análise dos métodos de atualização das variáveis

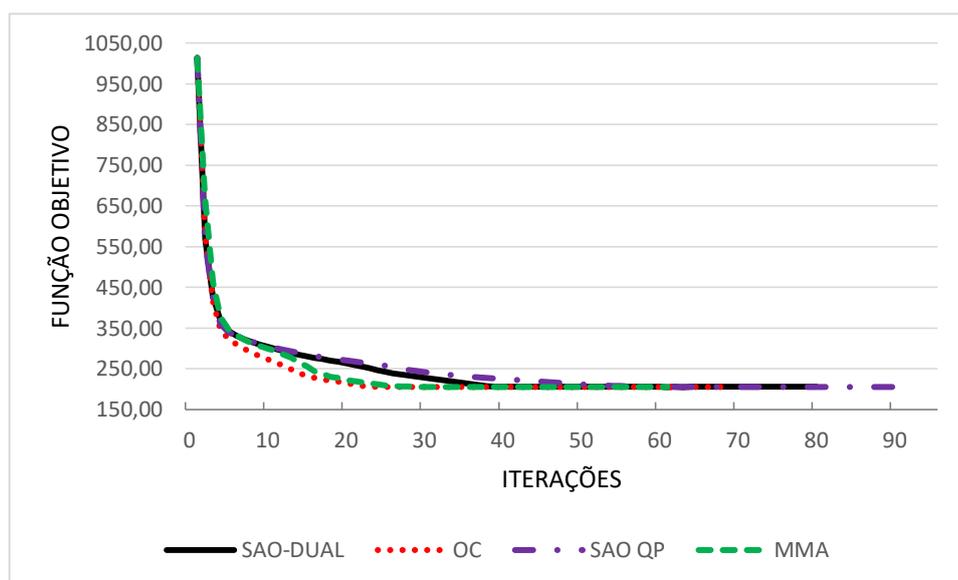
Nesta seção, considerando dois níveis de refinamento da malha, analisa-se os problemas da viga MBB e viga longa engastada com os quatro métodos de atualização das variáveis implementados no programa: OC, SAO-Dual, SAO-QP e MMA conforme apresentado no item 2.5.

Para o estudo comparativo adotam-se os seguintes valores necessários para o processo topológico: coeficiente de Poisson igual a 0,30, fator de penalização $p = 3$, fração de volume igual a 0,50, módulo de elasticidade $E = 1$ MPa, tolerância de 0,01 para o critério de parada e para a constante que limita grandes modificações da densidade relativa nas iterações, adota-se $move = 0,20$. O ultimo parâmetro estabiliza a convergência do processo topológico, sendo utilizado em todos os métodos de atualização das variáveis apresentados nesse trabalho.

Nas Figuras 39 e 40, apresenta-se a variação da função objetivo (flexibilidade) em função do número de iterações para os dois exemplos analisados com malha menos refinada e os quatro métodos implementados.

Figura 39 – Análise comparativa entre os métodos de atualização das variáveis

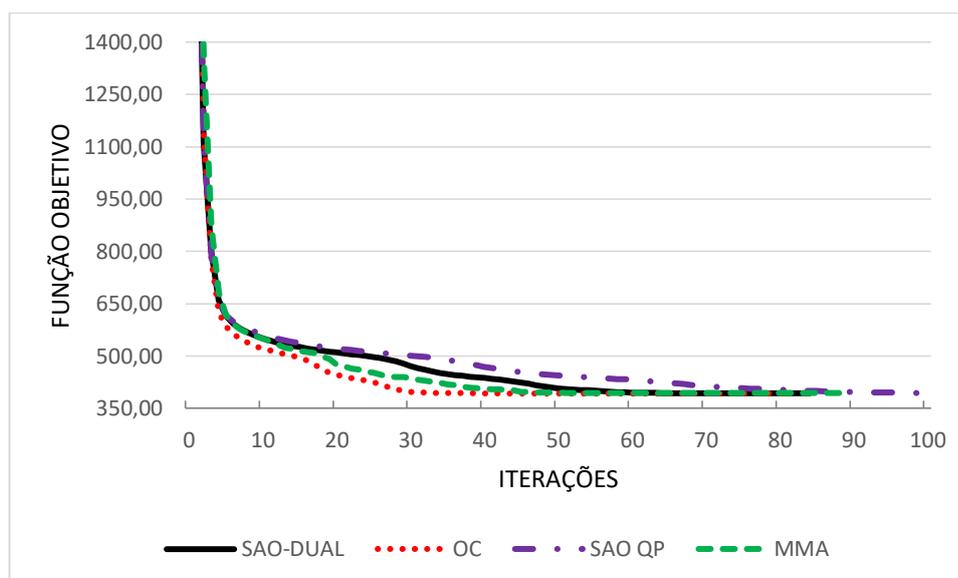
Viga MBB – Malha 75X25



Fonte: Autor (2018)

Figura 40 – Análise comparativa entre os métodos de atualização das variáveis

Viga longa engastada – Malha 120X30

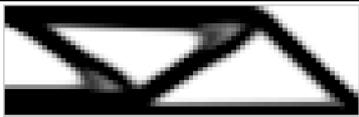
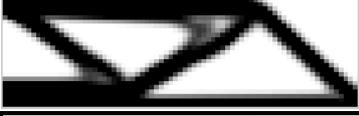
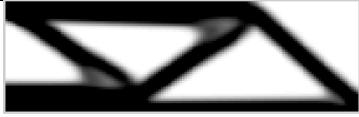


Fonte: Autor (2018)

Pode-se observar, que para os problemas resolvidos, o método OC apresentou maior eficiência, tendo em vista que atinge a convergência para um menor número de iterações, em contrapartida, o método SAO-QP apresentou maiores desvantagens diante dos demais.

O resultado da topologia final nos casos da viga MBB e viga longa engastada para todos os métodos de atualização das variáveis abordados e dois níveis de refinamento da malha mostram-se nas Figuras 41 e 42. Também, informa-se na figura o número de iterações, o valor da função objetivo e o tempo adimensionalizado com relação ao tempo de processamento do método OC.

Figura 41 – Análise comparativa entre os métodos de atualização das variáveis para a viga MBB

Parâmetros	Solver	Resultado	Iterações	F. Obj	Tempo
MALHA = 75X25 rmin = 2	OC		68	205,60	1
	SAO-DUAL		80	205,49	1,22
	SAO-QP		92	205,33	4,52
	MMA		61	205,48	1,58
MALHA = 150X50 rmin = 4	OC		94	208,66	1
	SAO-DUAL		77	208,96	0,78
	SAO-QP		148	213,73	5,96
	MMA		167	208,3	3,19

Fonte: Autor (2018)

Figura 42 – Análise comparativa entre os métodos de atualização das variáveis para a viga longa engastada

Parâmetros	Solver	Resultado	Iterações	F. Obj	Tempo
MALHA = 120X30 rmin = 2	OC		81	392,71	1
	SAO-DUAL		84	393,10	1,02
	SAO-QP		100	394,49	5,07
	MMA		89	393,5	1,92
MALHA = 200X50 rmin = 2	OC		158	375,27	1
	SAO-DUAL		168	376,67	1,03
	SAO-QP		205	379,52	6,41
	MMA		276	375,13	3,32

Fonte: Autor (2018)

Observando os resultados apresentados, pode-se concluir que método OC mostra-se mais eficiente com relação ao tempo de processamento e número de iterações em comparação aos outros métodos. Em contrapartida, o método SAO-QP, apresenta o maior tempo de processamento e número de iterações.

Deve-se ressaltar, que existe pouca diferença no tempo de processamento entre os métodos OC e SAO-Dual. Deste modo, o método SAO-Dual mostra-se um excelente substituto do método OC para problemas com mais de uma restrição, tendo em vista a dificuldade do método OC para esse tipo de análises (GROENWOLD e ETMAN, 2010).

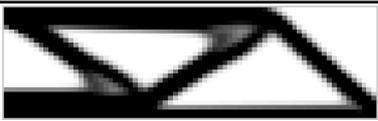
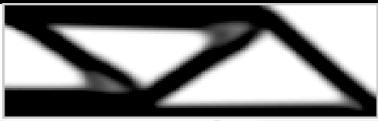
Embora, os valores da função objetivo não sofram variações significativas entre os quatro métodos, geralmente, o método MMA apresenta os menores valores de flexibilidade, seguido pelos métodos OC, SAO-Dual e SAO-QP.

4.4 Análise dos métodos de penalização

No presente trabalho, foram utilizados dois esquemas de interpolação das densidades intermediárias, os métodos ModSIMP e RAMP, conforme apresentado no item 2.6. Ambos métodos, tem por objetivo tornar os valores das densidades próximos dos extremos do intervalo utilizado para as variáveis, ou seja 0 e 1.

Para a análise dos métodos de penalização, adotam-se os mesmos valores de parâmetros e coeficientes da seção 4.2. Na Figura 43, apresenta-se um estudo comparativo dos principais parâmetros (número de iterações, valor da função objetivo e tempo de processamento adimensionalizado com relação ao método ModSIMP) obtidos nos métodos de penalização ModSIMP e RAMP para o exemplo da viga MBB com dois níveis de refinamento.

Figura 43 – Análise comparativa entre os métodos de penalização para a viga MBB

Parâmetros	Solver	Resultado	Iteração	F. Obj	Tempo
MALHA = 75X25 rmin = 2	<i>ModSIMP</i> $p=3$		68	205,60	1
	<i>RAMP</i> $q=5$		72	204,03	1,17
MALHA = 150X50 rmin = 4	<i>ModSIMP</i> $p=3$		94	208,66	1
	<i>RAMP</i> $q=5$		63	206,41	0,68

Fonte: Autor (2018)

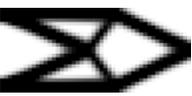
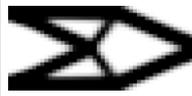
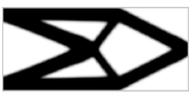
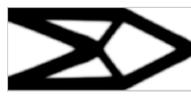
Pode-se verificar, que as estruturas otimizadas na viga MBB apresentam topologias semelhantes para ambos métodos e refinamentos da malha. Observa-se que as regiões com material intermediário são sensivelmente reduzidas no caso do

método RAMP, além desta vantagem, o método também apresenta os menores valores da função objetivo.

A seguir, analisa-se a influência do fator de penalização (q) no método RAMP para os casos de: (1) viga curta engastada e (2) viga longa engastada. Ambos exemplos, apresentam as mesmas condições de contorno e carregamento, diferenciado apenas no tamanho do domínio, sendo as proporções das geometrias dessas estruturas 2:1 e 4:1, respectivamente.

Os resultados da topologia final no caso da viga curta engastada para o método RAMP com diferentes valores de q e dois níveis de refinamento da malha mostram-se na Figura 44. Também, informa-se na figura o número de iterações, o valor da função objetivo e o tempo adimensionalizado com relação ao tempo de processamento do método OC. No caso da malha mais refinada, comparam-se os resultados com os obtidos por Dzierzanowski (2012).

Figura 44 – Análise comparativa e validação para a viga curta engastada com proporção 2:1

PARÂMETROS	RAMP	RAMP	RAMP	RAMP	ModSIMP
	$q = 4$	$q = 5$	$q = 6$	$q = 10$	$p = 3$
MALHA = 48x24 $r_{min} = 2$					
	iterações = 57 função objetivo = 68,61 tempo = 1,25	iterações = 48 função objetivo = 68,91 tempo = 1	iterações = 45 função objetivo = 69,44 tempo = 0,75	iterações = 39 função objetivo = 70,77 tempo = 1	iterações = 44 função objetivo = 69,91 tempo = 1
PARÂMETROS	RAMP	RAMP	ModSIMP	Dzierzanowski (2012)	Dzierzanowski (2012)
	$q = 5$	$q = 6$	$p = 3$	$q = 2$ Método = RAMP	$p = 3$ Método = SIMP
MALHA = 200X100 $r_{min} = 4$					
	iterações = 49 função objetivo = 65,20 tempo = 0,58	iterações = 52 função objetivo = 65,41 tempo = 0,54	iterações = 92 função objetivo = 66,04 tempo = 1	função objetivo = 63,36	função objetivo = 64,69

Fonte: Autor (2018)

Observando a Figura 44, percebe-se que no caso da malha de 48x24 elementos, o número de iterações diminui conforme o fator de penalização (q) aumenta. Por sua vez, o valor da função objetivo aumenta conforme cresce o fator de penalização. Na

malha mais refinada, o menor valor da flexibilidade e número de iterações se atinge com o menor valor do fator de penalização, $q = 5,0$.

Conclui-se ainda que os valores da função objetivo e topologias apresentadas por outros autores mostram boa concordância quando comparadas com os encontrados no presente trabalho, além de ser coerente com as obtidas com o método ModSIMP.

Na Figura 45, mostram-se as topologias finais e os principais parâmetros obtidos para os métodos ModSIMP e RAMP no caso da viga longa engastada com três níveis de refinamento da malha.

Figura 45 – Análise entre os métodos de penalização (ModSIMP e RAMP) para a viga longa engastada

Parâmetros	Solver	Resultado	Iterações	F. Obj	Tempo
MALHA= 120X30 rmin = 2	<i>ModSIMP</i> $p = 3$		81	392,71	1
	<i>RAMP</i> $q = 5$		546	419,30	6,37
	<i>RAMP</i> $q = 6$		1094	407,22	15
MALHA= 200X50 rmin = 2	<i>ModSIMP</i> $p = 3$		158	375,27	1
	<i>RAMP</i> $q = 5$		306	381,19	2,28
	<i>RAMP</i> $q = 6$		328	382,02	3,02
MALHA= 400X100 rmin = 2	<i>ModSIMP</i> $p = 3$		329	365,13	1
	<i>RAMP</i> $q = 5$		345	363,33	0,88
	<i>RAMP</i> $q = 6$		350	364,32	1,05

Fonte: Autor (2018)

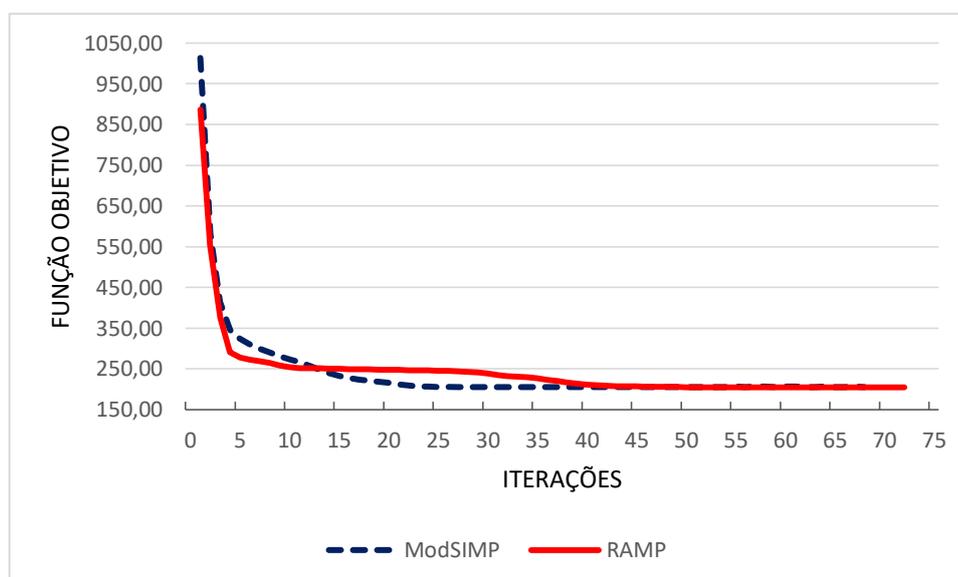
Percebe-se que ao utilizar o método RAMP no domínio estendido, caso da viga longa engastada, os resultados obtidos com as duas malhas menos refinadas (120x30 e 200x50) apresentam topologias irregulares e diferentes das conseguidas com o

método ModSIMP. Por sua parte, o método ModSIMP mostra estruturas finais semelhantes nas duas malhas e sempre apresenta o menor valor da função objetivo em comparação com o método RAMP. As estruturas finais no caso do método RAMP, não apresentam simetria quando o valor do parâmetro de penalização é igual a $q = 6,0$.

No caso da malha mais refinada (400x100), observa-se que as topologias obtidas com ambos métodos são similares e os valores da função objetivo são muito próximos. Deve-se ressaltar, que o método RAMP com $q = 5,0$ apresentou os menores valores da função objetivo e tempo de processamento adimensionalizado com relação ao método ModSIMP.

Na Figura 46, mostra-se a variação da função objetivo em função do número de iterações para os métodos de penalização ModSIMP e RAMP no caso da viga MBB com a malha de 75X25. Observa-se que ambos métodos mostram um comportamento bastante similar, apresentado apenas diferença no número de iterações no qual atinge-se o critério de parada estabelecido. O método ModSIMP, mostra-se mais eficiente atingindo mais rapidamente a convergência por tolerância.

Figura 46 – Análise de convergência para os métodos ModSIMP e RAMP na estrutura MBB



Fonte: Autor (2018)

Analisando todos os resultados apresentados, pode-se concluir que o método ModSIMP, sempre se mostrou mais estável nas mudanças propostas de refinamento de malha e tamanho de domínio. Além de fornecer na maioria nos casos avaliados

um menor número de iterações, bem como o valor da função objetivo. Portanto, o método de penalização ModSIMP será utilizado nos próximos estudos do presente trabalho.

5 VALIDAÇÃO DOS PROGRAMAS BESO E SIMP

Neste capítulo, inicialmente realiza-se uma análise comparativa entre o código original, desenvolvido por Huang e Xie (2010), e a versão otimizada no presente trabalho, top71_BESO. Posteriormente, analisam-se os resultados obtidos pelos programas implementados com as metodologias SIMP e BESO e os resultados obtidos por outros autores.

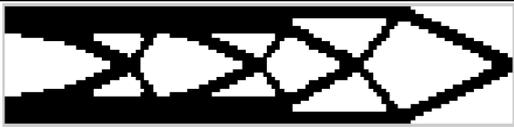
Nas Figuras 47 e 48, mostram-se as estruturas otimizadas, número de iterações, valor da função objetivo e tempo de processamento adimensionalizado com relação ao programa otimizado, top71_BESO, para os dois códigos baseados no método BESO no caso dos exemplos da viga MBB e a viga longa engastada.

Figura 47 – Análise comparativa entre os programas BESO ORIGINAL e TOP71_BESO para viga MBB

Código Xie e Steven	MALHA	ITERAÇÃO	F. OBJ	TEMPO
	150 x 50	42	92,96	37,75
top71_BESO	MALHA	ITERAÇÃO	F. OBJ	TEMPO
	150x50	42	92,95	1

Fonte: Autor (2018)

Figura 48 – Análise comparativa entre os programas BESO ORIGINAL e TOP71_BESO para a viga longa engastada

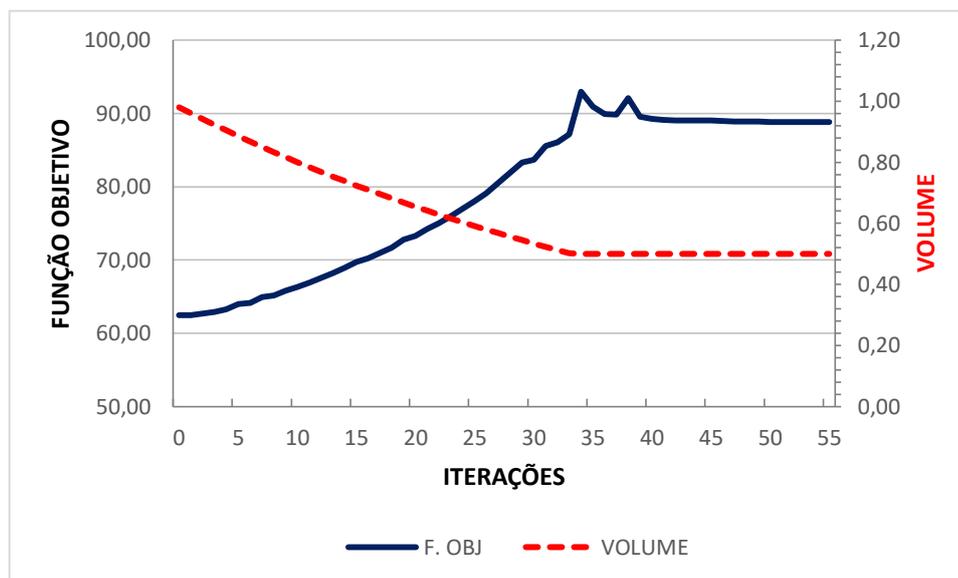
Código Xie e Steven	MALHA	ITERAÇÃO	F. OBJ	TEMPO
	120 X 30	53	182,76	11,82
top71_BESO	MALHA	ITERAÇÃO	F. OBJ	TEMPO
	120 X 30	53	182,76	1

Fonte: Autor (2018)

Analisando as Figura 47 e 48, percebe-se que as estruturas finais são as mesmas para ambos programas, entretanto, o tempo de processamento foi notavelmente reduzido quando se emprega o programa top71_BESO. O código original de Huang e Xie (2010), demandou aproximadamente de 38 e 12 vezes mais tempo de processamento para as vigas MBB e longa engastada, respectivamente.

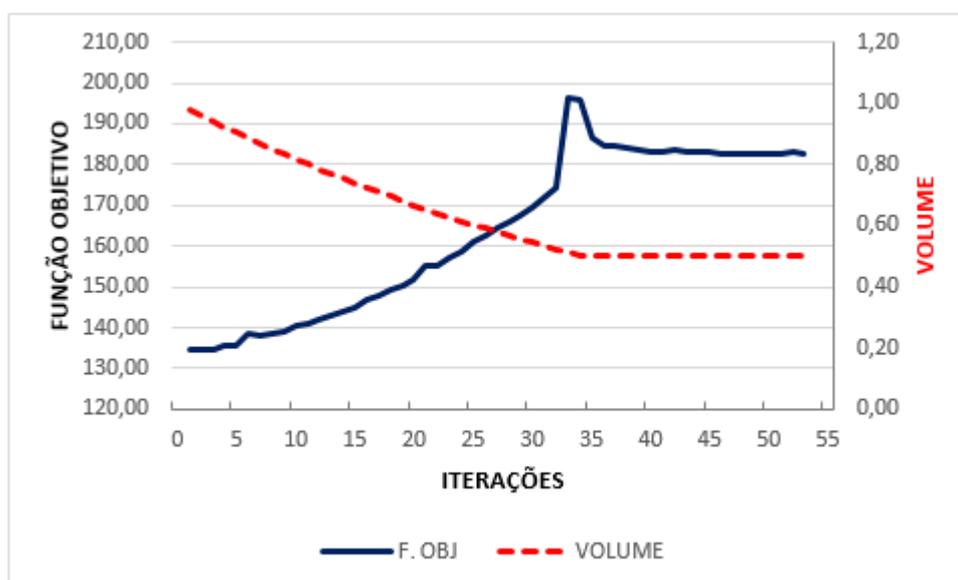
Nas Figuras 49 e 50, mostram-se as variações do volume e valor da flexibilidade em função do número de iterações obtidos com o programa top71_BESO no caso da viga MBB e viga longa engastada. Analisando o processo evolutivo do método BESO, percebe-se que a convergência do método ocorrendo aproximadamente após a iteração número 35 para ambos exemplos.

Figura 49 – Variação da função objetivo e volume para a viga MBB (malha 150x50)



Fonte: Autor (2018)

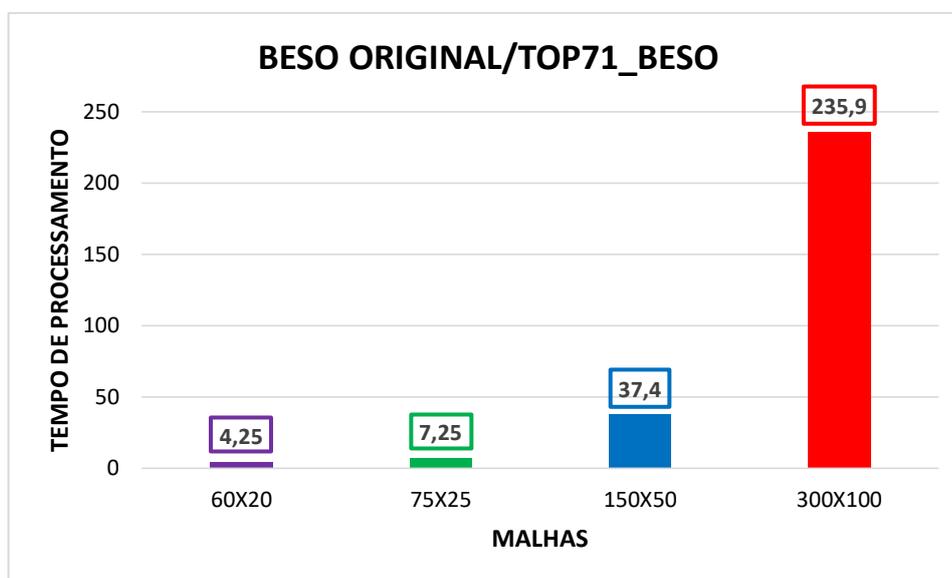
Figura 50 – Variação da função objetivo e volume para a viga longa engastada (malha 120x30)



Fonte: Autor (2018)

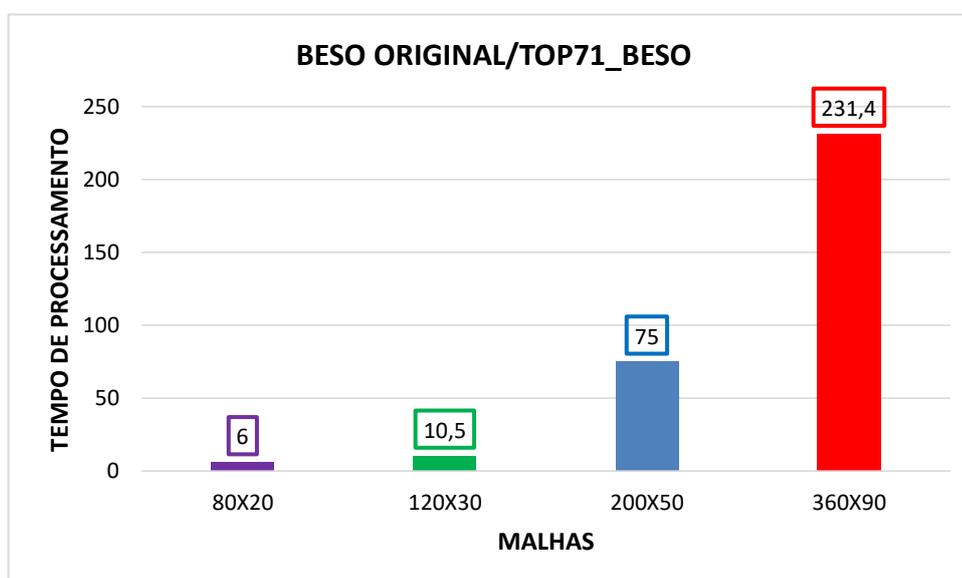
A seguir, mostra-se nas Figuras 51 e 52, uma análise comparativa do tempo de processamento relativo entre os códigos na versão original e top71_BESO para quatro níveis de refinamento no caso da viga MBB e viga longa engastada.

Figura 51 – Análise do tempo de processamento para a viga MBB



Fonte: Autor (2018)

Figura 52 – Análise do tempo de processamento para a viga longa engastada



Fonte: Autor (2018)

Analisando os resultados, pode-se observar que as implementações propostas por Andreassen et al. (2011) melhoram notavelmente o desempenho do programa BESO original. A eficiência obtida com relação ao tempo de processamento em ambos casos (viga MBB e VLE) foi até 230 vezes mais rápido no programa top71_BESO em

comparação com BESO original, conforme pode ser visto nas malhas 300x100 e 360x90, respectivamente.

Nas Figuras 53 e 54, apresentam-se os resultados da topologia final nos casos da viga MBB e viga longa engastada considerando três níveis de refinamento da malha e obtidos com os programas desenvolvidos neste trabalho para os métodos SIMP e BESO. Também, são mostrados na figura o número de iterações, o valor da função objetivo, o tempo adimensionalizado com relação ao tempo de processamento do método BESO e os resultados obtidos por outros autores.

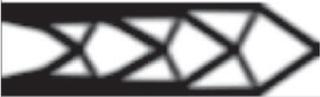
Para o estudo comparativo são mantidos constantes os seguintes valores necessários para o processo topológico: coeficiente de Poisson igual a 0,30, fator de penalização $p = 3$, fração de volume igual a 0,50, módulo de elasticidade $E = 1$ MPa, tolerância de 0,01 para o critério de parada. Para o método SIMP, utilizou-se como solver de atualização das variáveis o método OC e para a interpolação foi considerado o ModSIMP.

Figura 53 – Análise comparativa da solução para a viga MBB

Parâmetros	Método	Autor	Resultado	Iteração	F. Obj	Tempo
MALHA = 90 X30 rmin=3	B-spline (Método das densidades)	QIAN (2013)		-	227,04	-
	SIMP	AUTOR		96	211,37	1,75
	BESO	AUTOR		43	187,02	1
MALHA = 120X40 rmin = 3	SIMP	NOBEL- JORGENSEN e BAERENTZEN (2015)		-	-	-
	SIMP	AUTOR		100	207,04	2,33
	BESO	AUTOR		46	186,46	1
MALHA = 150X50 rmin = 4	SIMP	AUTOR		94	208,66	1,25
	BESO	AUTOR		42	188,26	1
MALHA = 300X100 rmin = 16	SIMP	ANDREASSEN et al. (2011)		-	222,29	-
	SIMP	AUTOR		95	246,05	1,38
	BESO	AUTOR		42	195,88	1

Fonte: Autor (2018)

Figura 54 – Análise comparativa da solução para a viga longa engastada

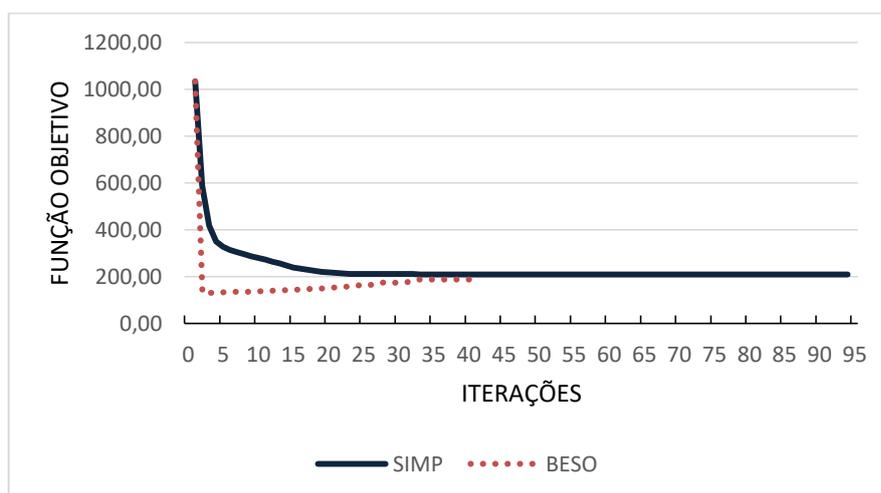
Parâmetros	Método	Autor	Resultado	Iteração	F. Obj	Tempo
MALHA = 160X40 rmin = 3	BESO	XIE e STEVEN (2010)		-	362,34	-
	SIMP	XIE e STEVEN (2010)		-	403,40	-
	SIMP	AUTOR		74	402,84	1,81
	BESO	AUTOR		44	363,44	1
MALHA = 160X40 rmin = 2.5	-	ABDALA (2002)		-	-	-
	SIMP	AUTOR		85	394,2	0,98
	BESO	AUTOR		42	363,32	1
MALHA = 200X50 rmin = 3	SIMP	BARROS (2017)		-	-	-
	CELULAR AUTOMATA	ZAKHAMA (2009)		-	385,96	-
	SIMP	AUTOR		100	390,18	1,3
	BESO	AUTOR		43	361,56	1

Fonte: Autor (2018)

Analisando os resultados obtidos, observa-se que os mesmos estão em conformidade com as soluções encontradas na literatura. O método BESO, sempre se apresentou mais eficiente em relação ao valor da função objetivo e do tempo de processamento em comparação com o método SIMP. Esta diferença pode ser justificada em virtude da energia de tensão superestimada para os elementos com densidades intermediárias na topologia SIMP (HUANG e XIE, 2010).

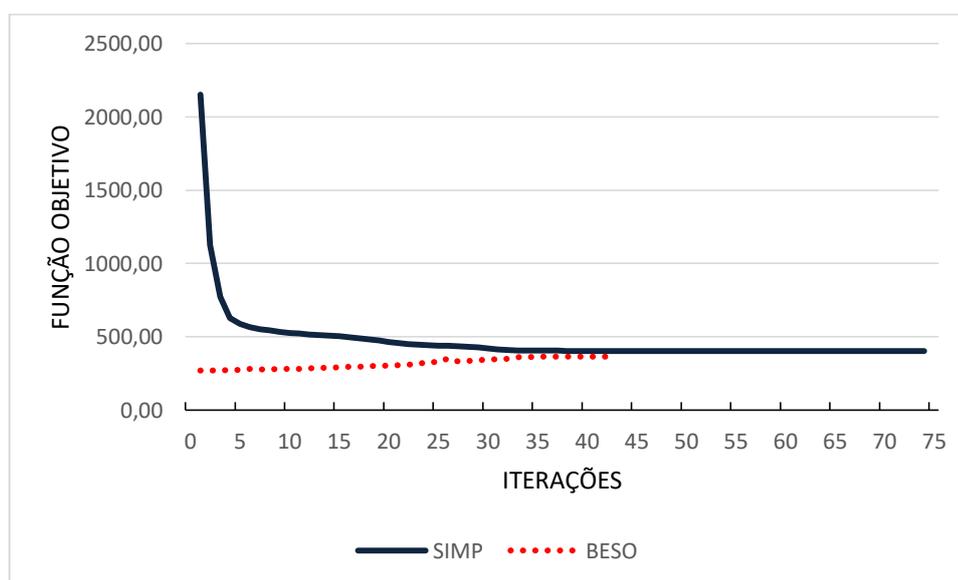
A variação do valor da função objetivo com relação ao número de iterações para os programas baseados nos métodos SIMP e BESO para os dois casos analisados mostram-se nas Figuras 55 e 56.

Figura 55 – Convergência dos métodos SIMP e BESO para a viga MBB (malha 150x50)



Fonte: Autor (2018)

Figura 56 – Convergência dos métodos SIMP e BESO para a viga longa engastada (malha 160x40)



Fonte: Autor (2018)

Observa-se que o método BESO, mostra-se mais eficiente com relação à convergência em comparação ao método SIMP, atingindo os menores valores da função objetivo com o mínimo número de iterações.

6 RESULTADOS

Neste capítulo, apresenta-se a otimização bidimensional de sistemas de contraventamento no prédio padrão CAARC, considerando os efeitos do vento. Os métodos de OT utilizados no presente trabalho restringem-se aos métodos SIMP e BESO.

Em função dos estudos apresentados nos capítulos anteriores, para o método SIMP, utilizou-se como método de atualização das variáveis o Critério de Otimalidade (OC), tendo em vista que apresentou ótimos resultados com excelente tempo de processamento, conforme visto na seção 4.3. Para o esquema de interpolação, adota-se o método ModSIMP, devido a mostrar-se mais estável e eficiente nos estudos desenvolvidos na seção 4.4. No caso do método BESO, também se emprega para a atualização das variáveis o Critério de Otimalidade (OC.)

Consideram-se os seguintes dados para o estudo topológico sobre o prédio CAARC: fator de penalização $p = 3$, fração de volume igual a 0,50, raio de influência do filtro $r_{min} = 2,0$, coeficiente de Poisson igual a 0,30, módulo de elasticidade $E = 1$ GPa e tolerância de 0,01 para o critério de parada conforme empregado por Andreassen (2011).

Os carregamentos provenientes das cargas de ventos foram determinados através da norma NBR 6123/1988 e da CFD, especificamente neste trabalho pelo programa HEXAFEM_3D_IFF.

6.1 OT considerando os efeitos do vento

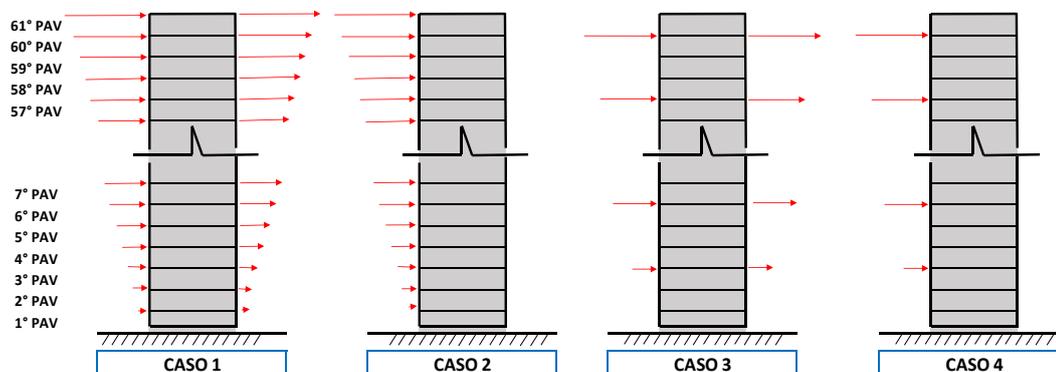
6.1.1 Cargas do vento devido à norma NBR 6123/1988

No presente estudo, foram consideradas 4 combinações de cargas conforme mostra-se na Figura 57. Os quatro casos, apresentam as seguintes características:

- Caso 1: carregamento nas duas faces da edificação e aplicada em todos os andares, ou seja, a cada 3 metros,
- Caso 2: carregamento em uma única face da edificação e aplicada em todos os andares,
- Caso 3: carregamento em todas as faces da edificação e aplicada a cada 3 andares,

- Caso 4: carregamento em uma face da edificação e aplicada a cada 3 andares.

Figura 57 – Distribuição das cargas no edifício CAARC



Fonte: Autor (2018)

Na Tabela 2, apresentam-se os valores das cargas de vento determinadas segundo a norma NBR 6123/1988 para o caso 2, considerando as duas direções de incidência do vento (0 e 90 graus) analisadas neste trabalho.

Tabela 2 – Cargas de vento obtidas pela NBR 6123/1988

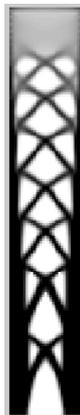
DIREÇÃO 0°											
ALTURA	F (kN)	ALTURA	F (kN)	ALTURA	F (kN)	ALTURA	F (kN)	ALTURA	F (kN)	ALTURA	F (kN)
3	33,60	33	55,60	63	66,25	93	72,87	123	79,53	153	83,83
6	33,60	36	56,67	66	66,90	96	73,55	126	79,95	156	84,27
9	33,60	39	57,75	69	67,55	99	74,23	129	80,38	159	84,71
12	38,86	42	58,84	72	68,20	102	74,92	132	80,81	162	85,15
15	44,49	45	59,95	75	68,86	105	75,61	135	81,23	165	85,59
18	46,42	48	61,06	78	69,52	108	76,30	138	81,66	168	86,03
21	48,56	51	62,18	81	70,19	111	77,00	141	82,10	171	86,47
24	50,70	54	63,54	84	70,85	114	77,70	144	82,53	174	86,91
27	52,79	57	64,45	87	71,52	117	78,40	147	82,96	177	87,36
30	54,54	60	65,61	90	72,20	120	79,10	150	83,40	180	87,80
										183	88,25
DIREÇÃO 90°											
ALTURA	F (kN)	ALTURA	F (kN)	ALTURA	F (kN)	ALTURA	F (kN)	ALTURA	F (kN)	ALTURA	F (kN)
3	58,47	33	96,75	63	115,28	93	126,80	123	138,38	153	145,87
6	58,47	36	98,61	66	116,41	96	127,98	126	139,12	156	146,63
9	58,47	39	100,49	69	117,54	99	129,17	129	139,86	159	147,39
12	67,61	42	102,39	72	118,68	102	130,36	132	140,60	162	148,15
15	77,42	45	104,31	75	119,82	105	131,56	135	141,35	165	148,92
18	80,77	48	106,24	78	120,97	108	132,77	138	142,10	168	149,69
21	84,49	51	108,19	81	122,12	111	133,97	141	142,85	171	150,46
24	88,22	54	110,56	84	123,28	114	135,19	144	143,60	174	151,23
27	91,86	57	112,15	87	124,45	117	136,41	147	144,35	177	152,00
30	94,90	60	114,16	90	125,62	120	137,64	150	145,11	180	152,78
										183	153,56

Fonte: Autor (2018)

Conforme esperado, os valores das forças na edificação são menores na direção de 0° em comparação com os obtidos na direção 90°, devido à maior área frontal da edificação estar localizada para este último ângulo de incidência do vento. Como previsto, os carregamentos nos andares superiores são maiores em virtude da diminuição do atrito na região do solo.

Na Figura 58, mostram-se as estruturas de contraventamento obtidas considerando os métodos de OT, SIMP e BESO, para os dois casos com carregamentos em todos os andares (caso 1 e caso 2) e ângulos de incidências do vento igual a 0° e 90°. Também, apresentam-se os valores da função objetivo, o número de iterações e o tempo de processamento adimensional. Para facilitar a comparação dos tempos de processamento se adimensionaliza com relação ao tempo obtido no exemplo dado pela combinação: Caso 2/método BESO/direção 90°.

Figura 58 – Resultado da OT com a NBR 6123/1988 para cargas em todos os andares e carregamentos nas duas faces (Caso 1) e em uma face (Caso 2)

	Carregamento em todos os andares							
	Direção 90°				Direção 0°			
	BESO		SIMP		BESO		SIMP	
								
	Caso 1	Caso 2	Caso 1	Caso 2	Caso 1	Caso 2	Caso 1	Caso 2
F.Obj (10 ⁶ kNm)	793,86	367,62	835,6	391,01	90,61	42,61	99,78	45,28
Iter.	46	40	260	157	40	45	219	218
Tempo	1,51	1	10,4	3,55	2,65	1,25	12,85	5,9

Fonte: Autor (2018)

Analisando os resultados, percebe-se que em todas as estruturas há um acúmulo de material nas regiões do engastamento. Esse resultado está coerente, haja

vista que os máximos esforços da estrutura estão localizados nessas regiões. Do ponto de vista arquitetônico, essa diferença de acúmulo de materiais nas estruturas podem apresenta-se como uma desvantagem construtiva.

Observa-se que a modelagem do carregamento considerando as cargas do vento a barlavento e sotavento, Caso 1, apresentaram uma distribuição simétrica de material no domínio considerado. Por sua parte, o Caso 2, concentra maior quantidade de material na face na qual está aplicada o carregamento.

Comparando os métodos de OT, pode-se concluir que o método BESO, sempre obteve resultados livres de escala de cinza, uma vez que esse método não possui densidades intermediárias, desse modo, os resultados são facilmente interpretados. Em contrapartida, nas estruturas otimizadas com o método SIMP existem amplas regiões com escala de cinza, principalmente na parte superiores das estruturas.

Com relação aos valores da função objetivo, pode-se identificar que independentemente do método de OT empregado e do ângulo de incidência do vento, as estruturas sempre apresentaram os menores valores de flexibilidade nos casos em que os carregamentos foram aplicados em apenas uma face (Caso 2). Considerando o valor da flexibilidade com relação à direção do vento, observa-se que sempre as estruturas com direção 90° apresentam maior valor de flexibilidade em comparação com as estruturas submetidas a um vento com direção igual a 0° , independentemente do método de OT utilizado. Isto acontece em virtude da maior esbeltez da primeira estrutura.

Analisando os valores da função objetivo com relação aos métodos de OT, verifica-se que sempre o método BESO apresenta o menor valor de flexibilidade em comparação com as estruturas obtidas com o método SIMP, independentemente do ângulo de incidência do vento. Os elementos com densidades intermediarias contribui com o aumento da flexibilidade e, portanto, com a redução da rigidez da estrutura.

Analisando o tempo de processamento e numero de iterações, percebe-se que em todos os casos o método BESO resulta mais eficiente em comparação com o método SIMP. Vale ressaltar, que o método BESO, utiliza os valores da sensibilidade

para atualizar seus dados, e no caso do método SIMP, essa atualização ocorre através dos valores das densidades.

Na Figura 59, apresentam-se os resultados das estruturas otimizadas considerando a influência das cargas aplicadas a cada 3 andares (caso 3 e caso 4), considerando os métodos de OT, SIMP e BESO, e os ângulos de incidências do vento igual a 0° e 90°. Na figura, também, apresentam-se os valores da função objetivo, o número de iterações e o tempo de processamento adimensionalizado com relação ao tempo obtido no exemplo dado pela combinação: Caso 4/método BESO/direção 90°.

Figura 59 –Resultado da OT com a NBR 6123/1988 para cargas cada 3 andares e carregamentos nas duas faces (Caso 1) e em uma face (Caso 2)

	Carregamento a cada 3 andares							
	Direção 90°				Direção 0°			
	BESO		SIMP		BESO		SIMP	
								
	Caso 3	Caso 4	Caso 3	Caso 4	Caso 3	Caso 4	Caso 3	Caso 4
F. Obj (10⁶ kNm)	2638,84	1192,95	2638,6	1257,17	294,84	138,34	322,12	146,91
Iter.	54	33	268	224	40	38	161	281
Tempo	2,71	1	11,42	6,57	5,71	3,57	19,2	18,3

Fonte: Autor (2018)

As mesmas conclusões e observações realizadas no caso dos exemplos com cargas em todos os pavimentos (Casos 1 e 2), podem ser aplicadas para este novo tipo de carregamento (Casos 3 e 4). Entretanto, deve-se ressaltar que diferentemente dos casos com cargas em todos os pavimentos, para o Caso 3 e ângulo de incidência nulo o valor da função objetivo resulta praticamente o mesmo para ambos métodos de OT.

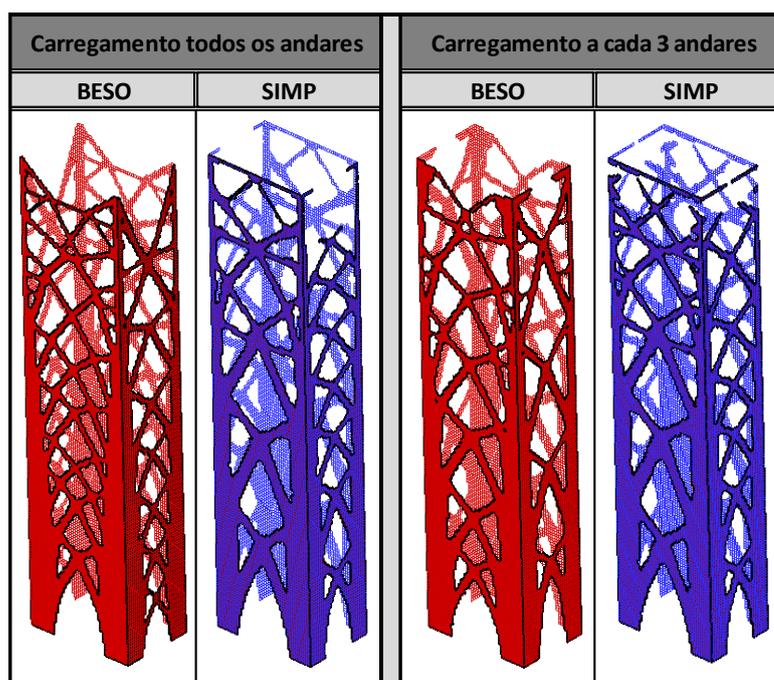
Comparando os resultados entre os exemplos com cargas em todos os andares (Casos 1 e 2) e cargas cada 3 andares (Casos 3 e 4), pode-se observar que as estruturas nos últimos casos apresentaram um maior valor de flexibilidade. Isso ocorre, em virtude dos maiores valores das cargas nos Casos 3 e 4.

Analisando o número de iterações e tempo de processamento adimensional, percebe-se que não teve mudanças significativas o número de iterações entre os Casos 1/2 e 3/4, porém, o tempo de processamento resulto sensivelmente reduzido nos Casos 3 e 4 devido ao menor número de cargas aplicadas nas condições de contorno.

Na Figura 60, mostram-se as estruturas de contraventamento do edifício CAARC obtidas a partir das otimizações topológicas 2D. No caso do método SIMP, considera-se como material sólidos os elementos com densidades superiores a 0,50, conforme adotado por Liu e Tovar (2014).

Comparando as estruturas finais obtidas com os métodos SIMP e BESO, pode-se observar que as estruturas otimizadas com o método BESO são mais complexas devido à maior quantidade de barras.

Figura 60 – Estruturas de contraventamento obtidas através da OT



Fonte: Autor (2018)

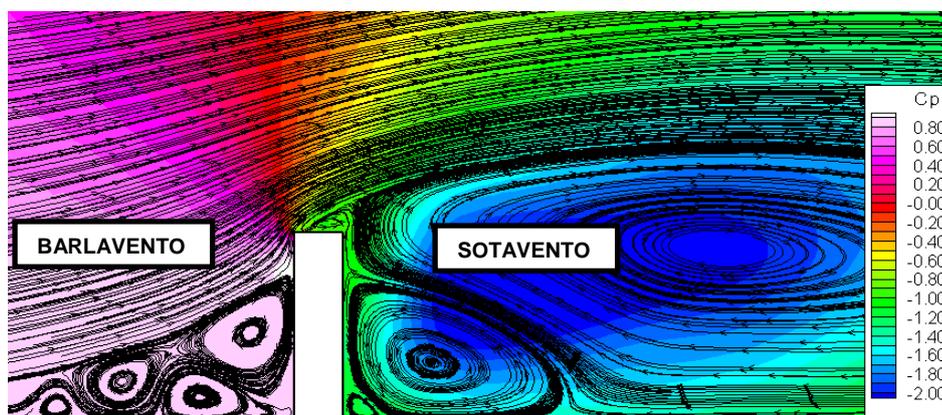
6.1.2 Cargas do vento devido à CFD/HEXAFEM

Os resultados obtidos considerando o carregamento do vento utilizando a metodologia da Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) sobre o prédio CAARC apresenta-se nesta seção.

Na Figura 61, mostram-se as linhas de corrente e a distribuição coeficiente de pressão nas proximidades do prédio CAARC para o vento com direção 0 graus. Pode-se observar, que as máximas pressões estão localizadas na região a barlavento e as baixas pressões na região de sotavento. O complexo escoamento apresenta regiões de recirculação com grandes vórtices a barlavento e sotavento da edificação.

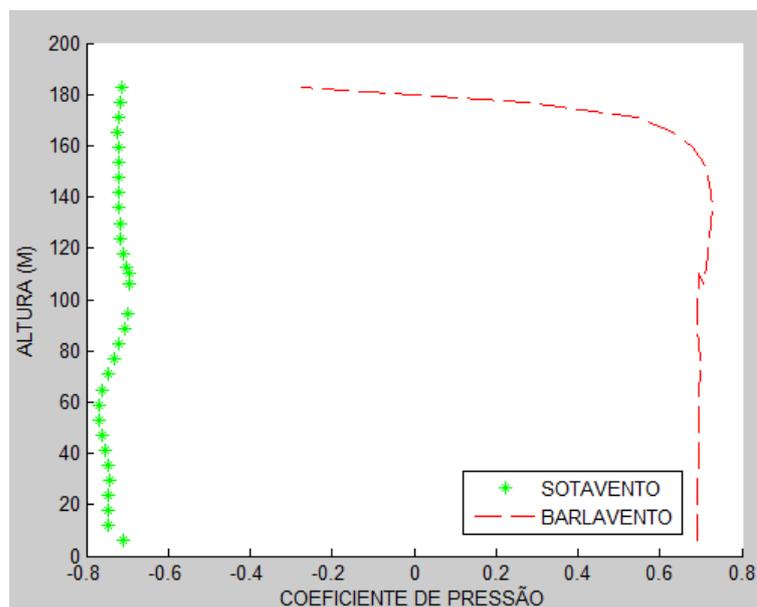
A distribuição dos coeficientes de pressão nas faces a barlavento e sotavento do edifício obtidos através do programa HEXAFEM apresentam-se na Figura 62.

Figura 61 – Linhas de corrente e distribuição do coeficiente de pressão ao redor do prédio CAARC



Fonte: Autor (2018)

Figura 62 – Coeficientes de pressão nas faces do prédio CAARC

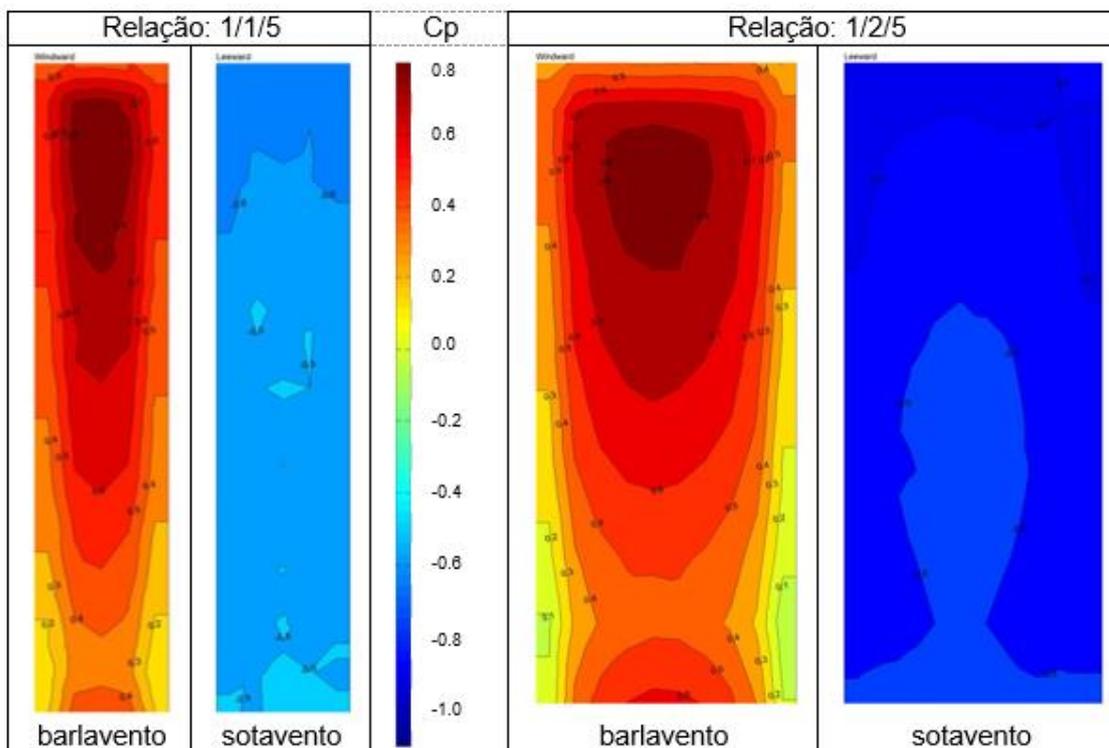


Fonte: Autor (2018)

Na Figura 63, mostram-se os valores dos coeficientes de pressão obtidos através de ensaios no túnel vento de Camada Limite Atmosférico do TPU (2018)⁹, considerando dois paralelepípedos com relação comprimento/largura/altura iguais a 1/1/5 e 1/2/5. Foram contemplados esses valores já que na base de dados do TPU (2018) não existe a relação do CAARC, 1/1,5/6. Comparando qualitativamente as distribuições dos coeficientes de pressão, pode-se observar uma boa concordância entre os resultados obtidos na presente simulação numérica e os resultados experimentais localizados no plano de simetria.

⁹ <http://www.wind.arch.t-kougei.ac.jp/system/eng/contents/code/tpu>

Figura 63 – Coeficientes de pressão obtidos no túnel de vento do TUP (2018).



Fonte: Tokyo Polytechnic University, TPU Aerodynamic Database

As cargas do vento foram determinadas através dos valores dos coeficientes de pressão total C_{pT} correspondentes a cada uma das áreas avaliadas, neste caso considera-se a cada 3 pavimentos. Os valores dos coeficientes de pressão foram obtidas através de interpolação, sendo o coeficiente de pressão total determinado como a diferença de pressão do valor C_p a montante da fachada, e o valor do C_p a jusante da mesma. Na Tabela 3, mostram-se as pressões totais referente a cada área avaliada.

Tabela 3 – Coeficientes de pressão total

Direção 0°					
Altura	C_{pT}	Altura	C_{pT}	Altura	C_{pT}
3	1,40	66	1,45	129	1,29
12	1,44	75	1,44	138	1,45
21	1,44	84	1,41	147	1,44
30	1,44	93	1,39	165	1,36
39	1,44	102	1,39	174	1,13
48	1,46	111	1,41	183	0,44
57	1,46	120	1,43		

Fonte: Autor (2018)

Com os valores dos coeficientes de pressão total, pode-se obter as cargas do vento na estrutura, conforme mostra-se Tabela 4. Na tabela, mostram-se também os resultados obtidos através do cálculo normativo da NBR 6123/1988 considerando o Caso 3.

Tabela 4 – Valores das cargas para Análise comparativa entre as cargas

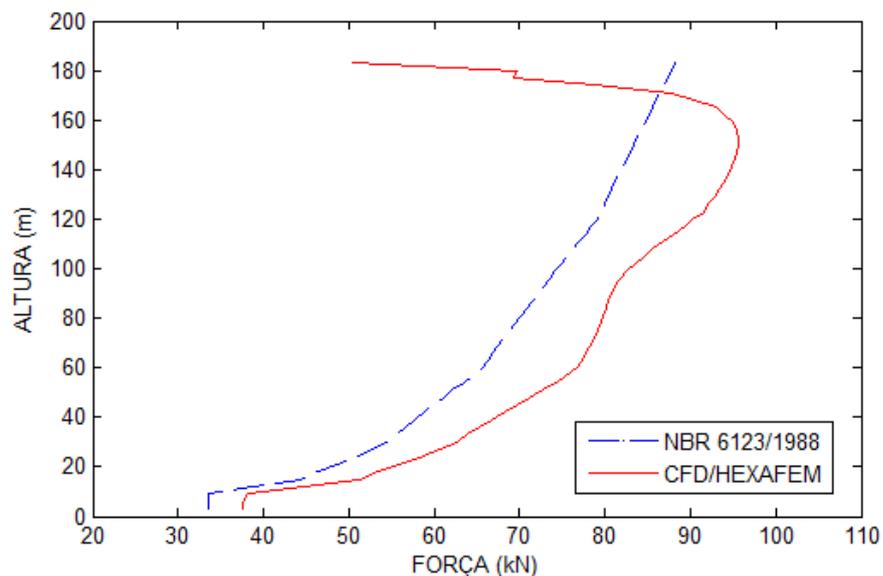
Direção 0°											
CFD/HEXAFEM						NBR 6123/1988					
Altura	F (kN)	Altura	F (kN)	Altura	F (kN)	Altura	F (kN)	Altura	F (kN)	Altura	F (kN)
3	112,88	66	233,53	129	278,43	3	102,43	66	203,91	129	244,99
12	134,16	75	237,38	138	283,36	12	118,44	75	209,89	138	248,91
21	167,59	84	240,20	147	286,31	21	148,00	84	215,96	147	252,87
30	188,02	93	243,59	156	286,19	30	166,24	93	222,12	156	256,85
39	200,25	102	250,58	165	279,03	39	176,03	102	228,36	165	260,87
48	213,65	111	260,61	174	236,08	48	186,10	111	234,69	174	264,91
57	226,22	120	270,79	183	151,24	57	196,46	120	241,10	183	268,99
TOTAL (KN)			4780,09			TOTAL (KN)			4448,12		

Fonte: Autor (2018)

Observa-se que os resultados obtidos através de ambas metodologias são próximo, uma vez que o erro apresentado no somatório das cargas aplicadas na estrutura foi de aproximadamente 7%.

Na Figura 64, apresenta-se a distribuição das forças em função da altura da edificação para as duas metodologias consideradas, norma NBR 6123/1988 e CFD/HEXAFEM. Pode-se observar que existe uma pequena variação na evolução das cargas para ambas metodologias, no entanto, verificando o valor da força total resultante, percebe-se uma boa concordância.

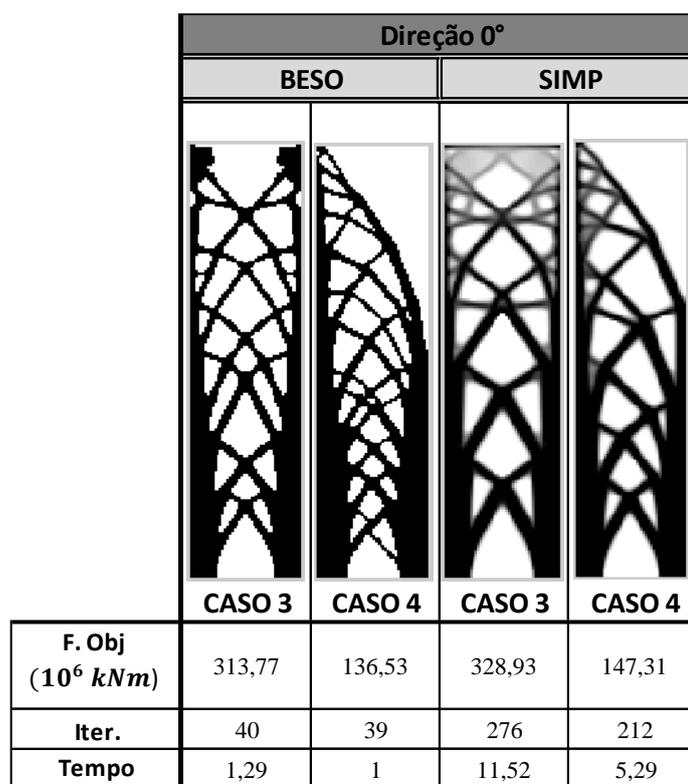
Figura 64 –Variação das cargas em função da altura



Fonte: Autor (2018)

Na Figura 65, mostram-se as estruturas de contraventamento obtidas considerando os métodos de OT, SIMP e BESO, para os dois casos com cargas aplicadas a cada 3 andares (Casos 3 e 4) e ângulos de incidência do vento igual a 0° . Também, apresentam-se na figura os valores da função objetivo, número de iterações e tempo de processamento adimensional.

Figura 65 – Resultado da OT com o programa HEXAFEM_3D_IFF para cargas a cada 3 andares



Fonte: Autor (2018)

As topologias resultantes são semelhantes às que foram determinadas considerando o cálculo das cargas do vento via normativa, ver Figura 59. Com relação ao valor da função objetivo, número de iterações e tempo de processamento, observam-se as mesmas tendências citadas no caso do carregamento determinado através da norma NBR 6123/1988.

Finalmente, no Quadro 3, mostram-se os valores da função objetivo obtidos com os métodos de OT, SIMP e BESO, e considerando ambas metodologias de determinação das cargas do vento, norma NBR 6123/1988 e CFD. Percebe-se que os valores são semelhantes, uma vez que o erros encontrados ao avaliar ambas metodologias de obtenção de cargas foram satisfatórios. Portanto, pode-se concluir que a OT considerando o carregamento do vento determinado via cálculo normativo e CFD, obtiveram estruturas de contraventamento com topologias finais semelhantes.

Quadro 3 – Análise comparativa da flexibilidade ($\times 10^6 \text{ kNm}$) obtida através da OT com carregamento determinado através da NBR 6123/1988 e CFD

DIREÇÃO 0°			
Método BESO			
CARREGAMENTO	NBR 6123/1988	CFD/Hexafem	Diferença
2 FACES	298,84	313,77	5%
1 FACE	138,34	136,53	1%

Método SIMP			
CARREGAMENTO	NBR 6123/1988	CFD/HEXAFEM	Diferença
2 FACES	322,12	328,93	2%
1 FACE	146,91	147,31	0,3%

Fonte: Autor (2018)

7 CONCLUSÕES

O presente trabalho teve como principal objetivo a otimização bidimensional de sistemas de contraventamento de edifícios altos através dos métodos de Otimização Topológica (OT): SIMP (*Solid Isotropic Material with Penalization*) e BESO (*Bi-Directional Evolutionary Structural Optimization*), considerando os efeitos do vento. Para tal análise, as cargas devido ao vento no edifício padrão CAARC (*Commonwealth Advisory Aeronautical Council*) foram determinadas através da norma brasileira NBR 6123/1988 - *Forças devido ao vento em Edificações* e da Dinâmica dos Fluidos Computacional. A proposta analisou o problema bidimensional de minimização da flexibilidade com restrição de volume no âmbito da teoria de elasticidade linear.

Para o estudo foi desenvolvido um código implementado no ambiente MATLAB, empregando-se o método dos Elementos Finitos para a discretização do domínio e os métodos de OT, SIMP e BESO. O método SIMP, foi baseado no código *top71* desenvolvido por Andreassen et al. (2011) para o critério de otimalidade OC (*Optimality Criteria*). No presente trabalho, foram implementados no código *top71*, os solvers baseados nos métodos de otimização por aproximação sequencial (SAO - *Sequential Approximate Optimization*) de sub-problemas: (1) o SAO-Dual (*Approximate Sub-problem in Dual form*), (2) o SAO-QP (*Approximate Sub-problem in Quadratic Program form*) e (3) o Método das Assíntotas Móveis (MMA - *Method of Moving Asymptotes*). Para os métodos de interpolação, foram implementados a aproximação RAMP (*Rational Approximation of Material Properties*) e ModSIMP (*Modified Solid Isotropic Material with Penalization*).

O método de OT evolucionário, BESO, foi desenvolvido tomando-se como referência o programa implementado por Huang e Xie (2010) para o critério de otimalidade, OC. A eficiência do código original foi notavelmente aumentada adotando-se na programação as modificações propostas por Andreassen et al. (2011).

Para a verificação e validação do programa de OT implementados, foram analisadas duas estruturas bastante utilizadas na literatura, a viga MBB (*Messerschmitt-Bolkow-Blohm*) e a viga longa engastada com carga concentrada na

extremidade. Os dois exemplos analisados, também, foram empregados para estudar como os principais parâmetros dos métodos SIMP e BESO influenciam os resultados.

Com a definição dos parâmetros no método SIMP, se analisaram e compararam os métodos de atualização das variáveis (OC, SAO-Dual, SAO-QP e MMA) e os métodos de penalização, ModSIMP e RAMP.

Finalmente, foram analisadas as estruturas de contraventamento no prédio CAARC obtidas através dos métodos de OT, SIMP e BESO, considerando 4 carregamentos do vento e duas direções do vento, 0° e 90°, conforme especificado na norma NBR 6123/1988. No caso da análise através do programa HEXAFEM, baseado na Dinâmica dos Fluidos Computacional, considera-se 2 carregamentos e ângulo de incidência do vento igual a 0°.

A seguir apresentam-se com mais detalhes as principais conclusões obtidas nas diferentes etapas do trabalho desenvolvido:

7.1 Programa BESO

- Na nova versão do programa, *top71_BESO*, o tempo de processamento foi reduzido em aproximadamente 230 vezes em comparação ao código original desenvolvido por Huang e Xie (2010), para o caso das malhas que consideram uma discretização de 300x100 e 360x90 nas vigas MBB e VLE, respectivamente.

7.2 Validação e estudo dos parâmetros - SIMP e BESO

- Os resultados obtidos com os programas de OT baseados nos métodos SIMP e BESO, apresentaram uma boa concordância quando comparados com os resultados mostrados por outros autores.
- Observou-se que os valores que minimizaram as instabilidades numéricas (escalas de cinza, dependência de malha e tabuleiro de xadrez) nos exemplos analisados são: fator de penalização $p = 3,0$ e raio de influência do filtro igual 2,0.

7.3 Estudo dos métodos de atualização das variáveis - SIMP

- Observou-se que na maioria dos casos avaliados, o método OC apresentou o melhor desempenho com relação ao tempo de processamento e número de iterações em comparação com os outros métodos. Em contrapartida, o método SAO-QP,

apresenta o pior desempenho, sendo o tempo de processamento aproximadamente 5 vezes maior em comparação com o método OC.

- Os métodos OC e SAO-Dual, apresentam um desempenho semelhante, portanto, o segundo método mostra-se como uma excelente alternativa para o método OC, e embora, não fosse tratado no presente trabalho, possibilitaria o tratamento de problemas com mais de uma restrição.
- Os valores finais da função objetivo (flexibilidade) são relativamente próximos entre os quatro métodos. Geralmente, o método MMA apresenta os menores valores, seguido pelos métodos OC, SAO-Dual e SAO-QP.
- Os métodos OC e MMA, apresentaram uma convergência muito semelhante, embora para o mesmo número de iterações o método MMA demanda aproximadamente o dobro do tempo de processamento.

7.4 Estudo dos métodos de penalização - SIMP

- Através dos exemplos analisados, percebeu-se que o parâmetro de penalização (q) no método RAMP tem uma forte influência na topologia final e no tempo de processamento. Os melhores resultados foram obtidos adotando-se $q = 5,0$.
- Verificou-se que o método ModSIMP não apresentou nenhum tipo de instabilidade na estrutura final, independentemente do tamanho do domínio e da discretização empregada. Na maioria dos casos avaliados o método apresentou um menor número de iterações, tempo de processamento e valor da função objetivo. Deve-se ressaltar que os métodos de atualização das variáveis e os métodos de penalização foram utilizados apenas para o método SIMP.

7.5 Otimização Topológica do prédio CAARC

- Comparando ambos métodos de OT, observa-se que o método BESO sempre obteve resultados livres de escala de cinza, uma vez que esse método não possui densidades intermediárias, tornando os resultados mais fáceis de serem interpretados. No entanto, as estruturas otimizadas com o método SIMP apresentaram amplas áreas com escala de cinza, sendo facilmente identificadas na região superior da estrutura.

- Com relação ao valor da função objetivo, pode-se identificar que independentemente do método de OT empregado e do ângulo de incidência do vento, as estruturas sempre apresentaram os menores valores de flexibilidade nos casos em que os carregamentos foram aplicados em apenas uma face (Casos 2 e 4).
- Considerando o valor da flexibilidade com relação à direção do vento, observa-se que sempre as estruturas com direção 90° apresentam maior valor de flexibilidade em comparação com as estruturas submetidas a um vento com direção igual a 0° , independentemente do método de OT utilizado.
- Analisando os valores da função objetivo com relação aos métodos de OT, verifica-se que sempre o método BESO apresenta o menor valor de flexibilidade em comparação com as estruturas obtidas com o método SIMP, independentemente do ângulo de incidência do vento.
- Com relação ao tempo de processamento e número de iterações, percebe-se que em todos os casos o método BESO resulta mais eficiente em comparação com o método SIMP.
- Comparando os resultados entre os exemplos com cargas em todos os andares e cargas cada 3 andares, pode-se observar que as estruturas nos últimos casos apresentaram um maior valor de flexibilidade. Por sua parte, o tempo de processamento apresentou-se sensivelmente reduzido nos Casos 3 e 4 devido ao menor número de cargas aplicadas nas condições de contorno.
- Os resultados obtidos via a norma NBR 6123/1988 e a CFD/HEXAFEM mostrando ótima concordância com relação os valores da função objetivo e o formato da estrutura final.
- Em função dos resultados obtidos, pode-se observar que a Otimização Topológica é uma poderosa ferramenta para o cálculo e design de estruturas de contraventamento ótimas. Quanto às metodologias utilizadas para a determinação das cargas do vento, NBR6123/1988 e CFD, pode-se perceber que ambas metodologias apresentam valores das cargas do vento similares, portanto, as estruturas finais de contraventamento são semelhantes. Deve-se destacar, que a combinação OT+CFD, tem um potencial enorme na análise de edificações com arquitetura complexas e

arrojadas. Por sua parte, o cálculo normativo, fica limitado para geometrias simples e isoladas.

7.6 Sugestões para trabalhos futuros

- Tendo em vista que os algoritmos para atualização das variáveis são extremamente importantes no processo de OT, sugere-se implementar o método SINH e analisar sua influência.
- Considerar novas fórmulas de atualização das variáveis para o método BESO, haja vista que, no presente trabalho utilizou-se apenas o critério de Otimalidade.
- Avaliar os sistemas de contraventamento em edificações com diferentes alturas e geometrias, bem como, os efeitos de vizinhança.
- Analisar as distribuições de deformações e tensões no sistema de contraventamento, sendo, subsídios para novas pesquisas.

REFERÊNCIAS

- ABDALA, M.M; GURDAL, Z. **Structural design using optimality based cellular automata**. 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Con. Denver, Colorado, 2002.
- ACHTZIGER, W. **Topology Optimization of Discrete Structures**. Topology Optimization in Structural Mechanics, v. 347, p. 57-100, 1997.
- ANDERSON, J. D. **Computational fluid dynamics: The basics with applications**. 1. ed. New York: McGraw-Hill, 1995.
- ANDREASSEN, E; SIGMUND, O; CLAUSEN, A; SCHEVENELS, M; LAZAROV, B. S. **Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code**. Struct. Multidisc. Optim., v. 43, p. 1-16, 2011.
- ARORA, J. S. **Introduction to optimum design**. 3. ed. Oxford; Elsevier, 2011.
- ASSAAD, B. **Wind effect on super-tall buildings using computational fluid dynamics and structural dynamics**. 2015. Tese (Computer Engineering) – Florida Atlantic University, 2015.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro, 1988.
- AWRUCH, A. M; BRAUN, A.L; GRECO, M. **Engenharia do vento computacional e suas aplicações na engenharia civil. Análise aerodinâmica e aeroelástica**. Elsevier: Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, v. 31, p.55-64, 2015.
- BARROS, G.C.G. **Topology optimization considering limit analysis**. 2017. Dissertação de mestrado (Engenharia Civil) – Pontifica Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2017.
- BENDSOE, M.P. **Optimization of structural topology, shape, and material**. 1. ed. Berlin, Heidelberg, New York; Springer, 1995.
- BENDSOE, M.P; KIKUCHI, N. **Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method**. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., v. 71, p.197-224, 1988.
- BENDSOE, M.P. **Optimal shape design as a material distribution problem**. Structural Optimization, v. 1, p. 193-202, 1989.
- BENDSOE, M.P; SIGMUND, O. **Material interpolation schemes in topology optimization**. Archive of Applied Mechanics, v. 69, p. 635-654, 1999.

BENDSOE, M.P; SIGMUND, O. **Topology optimization – theory, methods and applications**. New York. Springer, 2003.

BLOCKEN, B; PERSON, J. **Pedestrian wind comfort around a large football stadium in an urban environment: CFD simulation, validation and application of the new Dutch wind nuisance standard**. J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., v. 97, p. 255–270, 2009.

BLOCKEN, B; STATHOPOULOS, T; CARMELIET, J; HENSEN, J. **Application of CFD in building performance simulation for the outdoor environment: an overview**. Journal of Building Performance Simulation, v. 4, p.157-184, 2011.

BLOCKEN, B; JANSSEN, W. D; HOOFF, T.V. **CFD simulation for pedestrian wind comfort and wind safety in urban areas: General decision framework and case study for the eindhoven university campus**. Environmental Modelling and Software, v.30, p.15-34, 2012.

BLOCKEN, B. **Computational fluid dynamics for urban physics: importance, scales, possibilities, limitations and ten tips and tricks towards accurate and reliable simulations**. Building and Environment, v.91, p. 219-245, 2015.

BODDY, S; SPENCE, S. M.J; BERNARDINI, E; KAREEM, A. **Performance-based topology optimization for wind-excited tall buildings: A framework**. Engineering Structures. v. 74, p. 242-255, 2014.

BONO, G., LYRA, P.R.M. e BONO, G.F.F. **Simulação em escoamentos incompressíveis através do método dos elementos finitos**, Anais Congresso Ibero-Americano em Engenharia Mecânica, p. 721-733, 2011.

BOURDIN, B. **Filters in topology optimization**. Int. J. Numer. Meth. Engng, v. 50, p. 2143-2158, 2001.

BRAUN, A.L; AWRUCH, A.M. **Aerodynamic and aeroelastic analyses on the CAARC standard tall building model using numerical simulation**. Computers and Structures, v. 87, p. 564-581, 2009.

BRUNS, T. E. **A reevaluation of the SIMP method with filtering and an alternative formulation for solid–void topology optimization**, Struct. Multidisc. Optim., v. 30, p. 428-436, 2005.

CABRAL, D. N; BONO, G; BONO, G.F.F. **Estudo paramétrico de dispositivos de controle passivo de vibrações induzidas por vórtices**. Mecânica Computacional, v. 31, p. 69-84, 2012.

CAVAZZUTI, M; BALDINI, A; BERTOCCHI, E; COSTI, D; TORRICELLI, E; MORUZZI, P. **High performance automotive chassis design: a topology optimization based approach**. Struct. Multidisc. Optim., v. 44, p. 45-56, 2011.

CHRISTENSEN, P. W; KLARBRING, A. **An introduction to structural optimization**. New York: Springer, 2008.

DEATON, J. D; GRANDHI, R. V. **A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000**. Struct. Multidisc. Optim., v. 49, p. 1-38, 2014.

DIAZ, A; SIGMUND, O. **Checkerboard patterns in layout optimization**. Structural Optimization, v. 10, p. 40-45, 1995.

DZIERZANOWSKI, G. **On the comparison of material interpolation schemes and optimal composite properties in plane shape optimization**. Struct. Multidisc. Optim., v. 46, p. 693-710, 2012.

DU, Y; CHEN, D. **Suppressing gray-scale elements in topology optimization of continua using modified optimality criterion methods**. Comp. Modeling in Eng. Sciences, v. 86, p.53-70, 2012.

ESCHENAUER, H. A; KOBELEV, V.V; SCHUMACHER, A. **Bubble method for topology and shape optimization of structures**. Structural Optimization, v. 8, p. 42-51, 1994.

ESCHENAUER, H. A; OLLOFF, N. **Topology optimization of continuum structures: A review**. Appl. Mech., v. 54, 2001.

ELSHAER, A; ABOSHOSHA, H; BITSUAMLAK, G; DAMATTY, A.E; DAGNEW, A. **LES evaluation of wind-induced responses for an isolated and a surrounded tall building**. Engineering Structures, v. 115, p. 179-195, 2016.

ETMAN, L. F.P; GROENWOLD, A. A; ROODA, J.E. **First-order sequential convex programming using approximate diagonal QP subproblems**. Struct. Multidisc. Optim., v. 45, p. 479-488, 2011.

FALK, J.E. **Lagrange multipliers and nonlinear programming**. Journal of mathematical analysis and applications. v.19, p. 141-159, 1976.

FERZIGER, J.H; PERÍĆ, M. **Computarional methods for fluid dynamics**. 3. ed. New York: Springer, 2002.

FIEBIG, S; AXMANN, J. K. **Using a binary material model for stress constraints and nonlinearities up to crash in topology optimization**. 10th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, Orlando, 2013.

FORTUNA, A.O. **Técnicas computacionais para dinâmica dos fluidos - conceitos básicos e aplicações**. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2000.

FRANCA, M. P. A. **Estudo da eficiência dos contraventamentos treliçados em edifícios com estrutura de aço**. 2003. Tese (Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco. 2003.

FRANKE, J; HELLSTEN, A; SCHLUNZEN, H; CARISSIMO, B. **Best practice guideline for the CFD simulation of flows in the urban environment**. COST Office, 2007.

GOMES-RUGGIERO, M.A; SACHINE, M; SANTOS, S.A. **Solving the dual subproblem of the method of moving asymptotes using a trust-region scheme**. *Comput. Appl. Math.*, v. 30. p. 151-170, 2011.

GRESHO, P.M; SANI, R.L. **Incompressible flow and the finite element method**. 1. ed. New York, USA, WILEY, 1999.

GROENWOLD, A. A; ETMAN, L.F.P. **On the equivalence of optimality criterion and sequential approximate optimization methods in the classical topology layout problem**. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, v. 73, p. 297-316, 2008.

GROENWOLD, A; ETMAN, L. **A quadratic approximation for structural topology optimization**. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, v. 82, p. 505-524, 2010.

GROMKE, C; BUCCOLIERI, R; SABATINO, S.D; RUCK, B. **Dispersion study in a street canyon with tree planting by means of wind tunnel and numerical investigations – Evaluation of CFD data with experimental data**. *Atmospheric Environment*, v, 42, p. 8640–8650, 2008.

HABER, R.B; BENDSOE, M.P; JOG,C.S. **A new approach to variable-topology shape design using a constraint on perimeter**. *Structural Optimization*. v. 11, p. 1-12, 1996.

HOOFF, T.V; BLOCKEN, B. **On the effect of wind direction and urban surroundings on natural ventilation of a large semi-enclosed stadium**. *Computers & Fluids*, v. 39, p. 1146-1155, 2010.

HUANG, X.; XIE, Y.M. **Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method**. *Finite Elements in Analysis and Design*, v. 2007, p. 1039-1049, 2007.

HUANG, X.; XIE, Y.M. **Bi-directional evolutionary topology optimization of continuum structures with one or multiple materials**. *Comput. Mech.*, v. 43, p. 393-401, 2009.

HUANG, X.; XIE, Y.M. **Evolutionary topology optimization of continuum structures**. 1. ed. New Delhi, India: WILEY, 2010.

JIANG, Y; CHEN, Q. **Effect of "fluctuating wind direction on cross natural ventilation in buildings from large eddy simulation**. *Building and Environment*, v.37, p. 379 - 386, 2002.

KAZAKIS, G; KANELLOPOULOS, I; SOTIROPOULOS, S; LAGAROS, N.K. **Topology optimization aided structural design: Interpretation, computational aspects and 3D printing**. *Heliyon*, v. 3, 2017.

KUTUK, M. A; GOV, I; **Application of topology optimization to the tibial osteotomy fixation plates**. Applied Bionics and Biomechanics, v. 10, 125-133, 2013.

LIANG, Q.Q; XIE, Y.M; STEVEN, G.P. **Optimal topology selection of continuum structures with displacement constraints**. Computers and Structures, v. 77, 635-644, 2000.

LIU, K; TOVAR, A. **An efficient 3D topology optimization code written in Matlab**. Struct. Multidisc. Optim, v.50, p.1175-1196, 2014.

LOHNER, R; BAUM, J. **Handling tens of thousands of cores with industrial/legacy codes: Approaches, implementation and timings**. Computers & Fluids, v. 85, p. 53-62, 2013.

LOHNER, R. **Applied CFD Techniques: An Introduction Based on Finite Element Methods**. 1 ed. New York, USA, WILEY, 2001.

LUO, X; SUKSUWAN, A; SPENCE, S.M.J; KAREEM, A. **Topology optimization and performance-based design of tall buildings: A spatial framework**. Conference, Structures congress: ASCE, Colorado, USA, 2017.

MELBOURNE, W.H. **Comparison of measurements on the CAARC standard tall building model in simulated model wind flows**. J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., v. 6, p. 73 - 88, 1980.

MENDIS, P; NGO, T; HARITOS, N; HIRA, A. SAMALI, B; CHEUNG, J. **Wind loading on tall buildings**. EJSE Special Issue, v. 7, p. 41-54, 2007.

MICHELL, A. G.M. **The limits of economy of material in frame structures**, Phil. Mag, v. 8, p. 589-597, 1904.

MIRZENDEHDEL, A.M, SURESH, K. **Support structure constrained topology optimization for additive manufacturing**. Computer-Aided Design, v. 81, p. 1-13, 2016.

MOHAMMADI, B; PIRONNEAU, O. **Shape optimization in fluid mechanics**. Annu. Rev. Fluid Mech, v. 36, p. 1-25, 2004.

MUNRO, D; GROENWOLD, A. A. **On sequential approximate simultaneous analysis and design in classical topology optimization**. Int. J. Numer. Meth. Engng, v. 110, p. 227-247, 2016.

NASCIMENTO, A. V; BONO, G.F.F; BONO, G. **Estudo computacional de edificações com diferentes Inclinações do telhado**. Mecânica Computacional, v. 34, p. 2027-2036, 2016.

NASCIMENTO, A. V; BONO, G.F.F; BONO, G. **Determinação das forças devidas ao vento em edificações com diferentes inclinações do telhado segundo a NBR 6123 e a engenharia do vento computacional.** Mecânica Computacional, v. 35, p. 2381-2390, 2017.

NAKASONE, P. H. **Projeto de transdutores baseados em placas piezelétricas através do método de otimização topológica.** 2011. Tese (Engenharia Mecânica) - Universidade de São Paulo, 2011.

NOZU, T; TAMURA, T; OKUDA, Y; SANADA, S. **LES of the flow and building wall pressures in the center of Tokyo.** J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., v. 96, p. 1762 - 1773, 2008.

NOBEL-JORGENSEN, M; BAERENTZEN, J.A. **Interactive topology optimization.** PHD - Technical University of Denmark, Kgs. Lyngby, 2015.

OKTAY, E; AKAY. H.U; MERTTOPCUOGLU, O. **Parallelized structural topology optimization and CFD coupling for design of aircraft wing structures.** Computers & Fluids, v. 49, p. 141-145, 2011.

OÑATE, E. **Structural analysis with the finite element method linear statics.** 1. Ed. Espanha, Springer, 2009.

PANTOJA, J.C. **Geração automática via otimização topológica e avaliação de segurança de modelos de bielas e tirantes.** Tese (Engenharia Civil) – Pontifca Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2012.

PETERSSON, J. **Some convergence results in perimeter-controlled topology optimization.** Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., v. 171, p.123-140, 1999.

PEREIRA, C. E. L; BITTENCOURT, M.L. **Topological sensitivity analysis for a two-parameter MooneyRivlin hyperelastic constitutive model.** Latin American Journal of Solids and Structures, v. 7, p. 391-411, 2010.

PICELLI, R; VICENTE, W.N; PAVANELLO, R. **Bi-directional evolutionary structural optimization for design-dependent fluid pressure loading problems.** Engineering Optimization, v. 47, p. 1324-1343, 2014.

PIRONNEAU, O. **On optimum design in fluid mechanics.** J. Fluid Mech., v. 64, p. 97-110, 1974.

PLETCHER, R. H; TANNEHILL, J.C, ANDERSON, D. A. **Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer (Series in Computational and Physical Processes in Mechanics and Thermal Sciences).** 3. ed. New York, USA, CRC Press Taylor & Francis Group, 2011.

POTTER, M.C; WIGGERT, D.C. **Mecânica de fluidos.** 3. ed. México, Thomson, 2002.

PRAGER, W. **A note on discretized Michell structures.** Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., v. 3, p. 349-355, 1974.

QIAN, X. **Topology optimization in B-spline space.** Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., V. 265, p. 15-35, 2013.

QUERIN, O.M; STEVEN, G.P; XIE, Y.M, **Evolutionary structural optimisation (ESO) using a bidirectional algorithm,** Eng. Comput., v. 15, p. 1031-1048, 1998.

RAO, S. S. **The finite element method in engineering.** 5. Ed, Florida, Butterworth-Heinemann, 2011.

ROJAS, P. A. M. **Otimização de pré-formas e matrizes em problemas bidimensionais de forjamento.** Tese (Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2003.

ROZVANY, G.I.N.; ZHOU, M. **The COC algorithm, Part I: cross-section optimization or sizing.** Comp. Meth. Appl. Mech. Eng, v. 89, p. 281-308, 1991.

ROZVANY, G.I.N; ZHOU, M; BIRKER.T. **Generalized shape optimization without homogenization.** Structural Optimization, v. 4, p. 250-252, 1992.

ROZVANY, G.I.N. **Grillages of maximum strength and maximum stiffness.** Int. J. Mech. Sci. v.14, p. 651–666, 1972a.

ROZVANY, G.I.N. **Optimal load transmission by flexure.** Comput. Methods Appl. Mech. Eng. v.1, p. 253–263, 1972b.

ROZVANY, G.I.N. **A critical review of established methods of structural topology optimization.** Struct. Multidisc. Optim., v. 37, p. 217-237, 2009.

SAITOU, K; IZUI, K; NISHIWAKI, S; PAPALAMBROS, P. **A survey of structural optimization in mechanical product development.** Journal Of Computing and Information Science in Engineering. v. 5, p. 214-226, 2005.

SANCHES, R. P. **Otimização estrutural evolucionária usando malhas hexagonais.** 2011. Dissertação (Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual de Campinas, 2011.

SELVAN, R.P. **Computation of pressures on Texas tech university building using large eddy simulation,** J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., v. 67 e 68, p. 647-657, 1997.

SIGMUND, O. **Design of material structures using topology optimization.** Thesis of Phd (Department of Mechanical Engineering/Solid Mechanics) - Technical University of Denmark, 1994.

SIGMUND, O; PETERSSON, J. **Numerical instabilities in topology optimization: A survey on procedures dealing with checkerboards mesh dependencies and local minima.** Structural Optimization. v. 16, p. 68-75, 1998.

SIGMUND, O. **A 99 line topology optimization code written in matlab.** Struct. Multidisc. Optim., v.21, p. 120-127, 2001.

SIGMUND, O. **Morphology-based black and white filters for topology optimization.** Struct Multidisc Optim, v.33, p. 401-424, 2007.

SIMONETTI, H. L. **Otimização topológica de estruturas elásticas 2D via MEC baseada em uma nova abordagem evolucionária.** 2016. Tese (Engenharia Civil) – Universidade Federal de Ouro Preto, 2016.

SLOTRICK, J; KHODADOUST, A; ALONSO, J; DARMOFAL, D; GROPP, W; LURIE, W; MAVRIPLIS, D. **CFD vision 2030 study: A path to revolutionary computational aerosciences.** NASA/CR 218178, 2014.

STATHOPOULOS. T. **Computational wind engineering: Past achievements and future challenges.** J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., v. 67 e 68, p. 509-532, 1997.

STATHOPOULOS, T; BASKARAN, A. **Boundary treatment for the computation of three-dimensional wind flow conditions around a building.** J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., v. 35, p. 177-200, 1990.

SVANBERG, K. **The Method of moving asymptotes - A new method for structural optimization.** Int. J. Numer. Meth. Engng, v. 24, p. 359-373, 1987.

STOLPE, M. SVANBERG, K. **On the trajectories of penalization methods for topology optimization.** Struct. Multidisc. Optim., v. 21, p. 128-139, 2001.

SVANBERG, K. **A class of globally convergent optimization methods based on conservative convex separable approximations.** Siam J. Optim., v.12, p. 555-573, 2002.

TALISCHI, C; PEREIRA, A; MENEZES. I. F.M; PAULINO, G.H. **Topology optimization with wachspress and voronoi finite elements.** International Conference on Engineering Optimization, Rio de Janeiro, Brasil, 2008.

TALISCHI, C; PAULINO, G.H; PEREIRA. A; MENEZES. I.F.M. **Polygonal finite elements for topology optimization: A unifying paradigm.** Int. J. Numer. Meth. Engng, v. 82, p. 671-698, 2010.

TAMURA, T; KAWAI, H; KAWAMOTO, S; NOZAWA, K; SAKAMOTO, S; OHKUMA, T. **Numerical prediction of wind loading on buildings and structures - Activities of AIJ cooperative project on CFD.** J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., v. 67 e 68, p. 671 685, 1997.

TAMURA, T. NOZAWA, K. KONDO, K. **AIJ guide for numerical prediction of wind loads on buildings.** J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., v. 96, p. 1974 -1984, 2008.

TANG, J. **Developing evolutionary structural optimization techniques for civil engineering applications**. 2011. Tese – RMIT University, 2011.

TANG, J; XIE, Y. M; FELICETTI, P. **Topology optimization of building structures considering wind loading**. Mechanics of Advanced Materials and Structures, 2012.

TARANATH, B.S. **Structural analysis and design of tall buildings**. New York. McGraw-Hill Book Company, 1988.

TOMINAGA, Y; MOCHIDA, A; YOSHIE, R; KATAOKA, H; NOZU, T; YOSHIKAWA, M; SHIRASAWA, T. **AIJ guidelines for practical applications of CFD to pedestrian wind environment around buildings**. J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., v. 96, p. 1749-1761, 2008.

TOMINAGA, Y; MURAKAMI, S; MOCHIDA, A. **CFD prediction of gaseous diffusion around a cubic model using a dynamic mixed SGS model based on composite grid technique**. J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., v. 67 e 68, p.827-841, 1997.

TOKYO Polytechnic University, **TPU Aerodynamic Database**. Disponível em: <<http://www.wind.arch.t-kougei.ac.jp/system/eng/contents/code/tpu>>. Acesso em: 10 fev, 2018.

TAYLOR R, L; ZIENKIEWICZ, O.C. **The finite element method: The basis**. 5. Ed. Oxford, Butterworth Heinemann, 2000. v.1.

TAYLOR R, L; ZIENKIEWICZ, O.C. **The finite element method: Solid Mechanics**. 5. Ed. Oxford, Butterworth Heinemann, 2000. v.2.

VANDERPLAAST, G. N. **Structural optimization for statics, dynamics and beyond**. International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics, Ouro Preto. MG, v. 18, 2006.

VERSTEEG, H. K; MALALASEKERA, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics**. 2. Ed. England. Pearson Education, 2007.

VIEIRA, C. M. M. **Ação do vento em edifícios altos**. 2013. Dissertação (Engenharia Mecânica) - Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, 2013.

XIA, L; XIA. Q; HUANG, X; XIE, Y. M. **Bi-directional evolutionary structural optimization on advanced structures and materials: A comprehensive review**. Arch Computat Methods Eng, v. 25, p. 437-478, 2016.

XIE, Y; CHU, D. N; M; HIRA, A; STEVEN, G.P. **Evolutionary structural optimization for problems with stiffness constraints**. Finite Elements in Analysis and Design, v. 21, p.239-251, 1996.

XIE, Y.M, STEVEN,G.P. **Evolutionary structural optimization for dynamic problems**. Comp. Struct., v. 58, p. 1067–1073, 1996.

XIE, Y. M; FELICETTI, P; TANG, J. **Conceptual design of building structures subjected to wind load by using to topology optimization.** Wind and Structures, v.18, p. 21-35, 2014.

YANG, X.Y; XIE, Y. M; STEVEN, G. P, QUERIN, O. M. **Bidirectional evolutionary method for stiffness optimization.** AIAA Journal, v. 37, p. 1483–1488, 1999.

YIN, L; YANG, W. **Optimality criteria method for topology optimization under multiple constraints.** Computers and Structures, v. 79, p. 1839-1850, 2001.

YOUNG, V; QUERIN, O.M; STEVEN, G.P; XIE, Y.P. **3D and multiple load case bi-directional evolutionary structural optimization (BESO).** Structural Optimization, v.18, p. 183-192, 1999.

YU, Y; KWOK, K.C.S; LIU, X.P; ZHANG, Y. **Air pollutant dispersion around high-rise buildings under different angles of wind incidence.** J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., v. 167, p. 51-61, 2017.

ZAKHAMA, R; ABDALLA, M; GURDAL, Z; SMAOUI, H. **Wind load effect in topology optimization problems.** Journal of Physics, v. 75, n.1, p.12-48, 2007.

ZAKHAMA, R; ABDALLA, M; SMAOUI, H; GURDAL, Z. **Multigrid Implementation of cellular automata for topology optimization of continuum structures.** CMES, v. 51, p. 1-24, 2009.

ZHOU, M; ROZVANY, G.I.N. **On the validity of ESO type methods in topology optimization.** Struct. Multidisc. Optim., v. 21, p. 80-83, 2001.

ZHOU, M; SHYY, Y.K; THOMAS, H.L. **Checkerboard and minimum member size control in topology optimization.** Struct. Multidisc. Optim., v. 21, p. 152–158, 2001.

ZHU, J. H; ZHANG, H.Z; XIA, L. **Topology optimization in aircraft and aerospace structures design.** Arch. Computat. Methods Eng., v. 23, p. 595–622, 2016.