

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
ESCOLA DE ENGENHARIA DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CARTOGRÁFICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS GEODÉSICAS E
TECNOLOGIAS DA GEOINFORMAÇÃO

MARIA CAROLINA DA MOTTA AGRA

**AVALIAÇÃO DE INTERPOLADORES PARA GERAÇÃO DE
MODELO NUMÉRICO DE ELEVAÇÃO**



Recife, 2007

Maria Carolina da Motta Agra

Dissertação de Mestrado

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO - UFPE

Centro de Tecnologia e Geociências - CTG

Ano 2007

**AVALIAÇÃO DE INTERPOLADORES PARA GERAÇÃO DE MODELO
NUMÉRICO DE ELEVAÇÃO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, do Centro de Tecnologia e Geociências da Universidade Federal de Pernambuco, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, área de concentração Cartografia e Sistemas de Geoinformação.

Orientador: Prof. Dr. José Luiz Portugal

Recife

Ano 2007

A277a Agra, Maria Carolina da Motta.

Avaliação de interpoladores para geração de modelo numérico de elevação / Maria Carolina da Motta Agra. - Recife: O Autor, 2007.

xv, 76 folhas., il., gráf., tabs.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, 2007.

Inclui Referências e Anexos.

1. Geociências. 2. Mapas - Sistema de Geoinformação.
3. Modelo Numérico de Elevação. 4. Análises Espaciais. I. Título.

526.1 CDD (22. ed.)

**UFPE
BCTG/2009-163**

FOLHA DE APROVAÇÃO

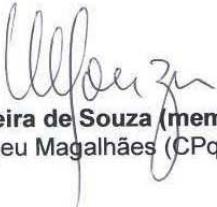
Candidato: Mestre **MARIA CAROLINA DA MOTTA AGRA**

Título da Dissertação: **Avaliação de Interpoladores para Geração de Modelo Numérico de Elevação**

Dissertação defendida e aprovada em 31 / 08 / 2007
pela Comissão Julgadora:


Prof. Doutor **José Luiz Portugal (Orientador)**
Departamento de Engenharia Cartográfica – Universidade Federal de Pernambuco


Prof. Doutora **Lucilene Antunes C. Marques de Sá (membro da Banca Examinadora)**
Departamento de Engenharia Cartográfica – Universidade Federal de Pernambuco


Prof. Doutor **Wayner Vieira de Souza (membro da Banca Examinadora)**
Centro de Pesquisa Aggeu Magalhães (CPqAM) - FIOCRUZ

D_EDICATÓRIA

Dedico essa dissertação primeiramente a *Deus*, que sem ele não teria conseguido alcançar mais esse objetivo em minha vida, a meus pais *Josephina* e *Antônio José* (*in memorium*), minha irmã *Fernanda* e meu noivo *Aloisio*, que tiveram tanta compreensão comigo durante o período de dedicação ao meu curso de Mestrado.

AGRADECIMENTOS

A realização desse trabalho de pesquisa nasceu, principalmente, a partir de motivações e inquietações pessoais, na relação entre a utilização da tecnologia da informação e as necessidades informacionais nas organizações.

Com 13 anos de conclusão de meu curso de Engenharia Civil, e enveredada a cerca de 12 anos em atividades na área de mapeamento cartográfico, banco de dados e sistemas de informações geográficas, percebi em 1998 a necessidade de consolidar o meu conhecimento técnico prático através do aperfeiçoamento teórico na universidade. Dessa forma, resolvi participar do VI Curso de Especialização em Cartografia Aplicada ao Geoprocessamento, desenvolvendo a monografia intitulada “*Um Sistema de Informações Geográficas como Instrumento do Planejamento e Tomada de Decisão*”, com orientação do Prof. José Luiz Portugal. Essa oportunidade me proporcionou, pessoalmente, mais segurança técnica no trabalho ora desenvolvido. Essa monografia criou um sistema gerencial de informações hídricas do estado de Pernambuco, objetivando proporcionar informações mais dinâmicas e seguras para o tomador de decisão.

Passados 07 anos, quando trabalhava na Agência Estadual de Planejamento e Pesquisas de Pernambuco – CONDEPE/FIDEM, vislumbrei a oportunidade de desenvolver mais um trabalho de pesquisa que poderia ter sua aplicação prática, visando um serviço de melhor qualidade à sociedade em geral. O enfoque do trabalho de pesquisa e a avaliação de interpoladores matemáticos de forma que eles representassem com maior fidelidade o relevo de regiões sob análise. Os resultados dessa Dissertação possibilitaram a criação de procedimentos de trabalho que poderão ser repetidos em outras regiões, considerando as características topográficas peculiares de cada localidade. Com a definição do modelo matemático mais adequado, será possível construir uma superfície física, e assim poder-se-á elaborar novos mapeamentos temáticos, realizar cálculos de área, volume, produzindo informações mais confiáveis.

Então tendo em vista que minhas necessidades profissionais se adequaram as necessidades de modernização das técnicas de planejamento territorial utilizada pela Agência CONDEPE/FIDEM nessa época, obtive apoio da Presidência da Agência, no sentido de cursar as disciplinas do Mestrado de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, e também o fornecimento de materiais informacionais necessários ao desenvolvimento do trabalho.

Essa dissertação não chegaria a bom termo sem a inestimável cooperação de instituições e pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para sua realização. Mesmo correndo o risco de cometer injustiças, omitindo, involuntariamente, preciosas colaborações, registro agradecimentos a:

- A **Agência CONDEPE/FIDEM**, através de seu corpo diretivo e técnico representados aqui pela hoje Diretora de Informações e Pesquisas, **Dra. Sheilla Pincovsky**, que, assegurou as condições objetivas de participação nas disciplinas do curso através de minha liberação, na cessão do material necessário ao desenvolvimento do trabalho, e que creditou total confiança nos resultados produzidos;
- Aos **Professores do Departamento de Engenharia Cartográfica – DeCart** e a **Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas**, na pessoa do **Profº Dr. Admilson da Penha Pacheco**, sempre dispostos a aceitarem os desafios das propostas numa constante doação sem limites de tempo e paciência;
- Agradecimentos especiais são devidos ao meu Orientador **Profº Dr. José Luiz Portugal**, a quem credito confiança, e pela sua paciência e dedicação dispensada, e também pelo crédito depositado sobre mais essa proposta de trabalho desenvolvida;
- Aos meus Eternos Mestres **Profº Heber Rodrigues Compasso (in memorium)** e **Terezinha Matilde de Meneses Uchôa**, que me iniciaram nessa área de geoprocessamento, e dedicam a mim até hoje toda atenção para minha formação mais completa possível;
- A Banca Examinadora da minha Dissertação, nas pessoas dos professores, **Lucilene Antunes Correia Marques de Sá** e **Wayner Vieira de Souza**, que se dispuseram a analisar esse trabalho técnico;

- Aos **Colegas do curso**, pelo companheirismo e incentivo durante a realização do mesmo;
- As estagiárias da Agência CONDEPE/FIDEM, **Carolina Barbosa de Lima (Carolzinha)** e **Vanessa Maranhão**, que durante o transcorrer do curso, e auxiliaram bastante na confecção da cartografia altimétrica digital da área de estudo;
- A **Eveline Glória Borges Samary** que me auxiliou nas avaliações e correções finais do texto técnico elaborado;
- Hoje também, credito a conclusão de minha dissertação a **Companhia Hidro Elétrica do São Francisco – CHESF**, empresa da qual sou funcionária, na pessoa da Gerente da Divisão de Gestão dos Recursos Hídricos, **Sonáli Cavalcanti de Oliveira**, que compreendeu a necessidade e importância para conclusão de minha dissertação.

*“A vitória mais bela que se pode
alcançar é vencer a si mesmo.”*

Santo Inácio de Loyola

Artigo I. SUMÁRIO

RESUMO E PALAVRAS-CHAVE.....	x
ABSTRACT AND KEYWORDS.....	xi
LISTA DE FIGURAS.....	xii
LISTA DE TABELAS.....	xiv
LISTA DE ABREVIATURAS.....	xv
1. INTRODUÇÃO.....	01
2. OBJETIVOS DA PESQUISA.....	07
2.1. Objetivo Geral.....	07
2.2. Objetivos Específicos.....	07
3. AQUISIÇÃO DA AMOSTRA PONTUAL TRIDIMENSIONAL.....	08
3.1. Crítica a Aquisição da Amostra Pontual por Curvas de Nível.....	13
4. MODELOS DE INTERPOLAÇÃO.....	15
4.1. Superfície de Tendência.....	17
4.2. Inverso da Distância Ponderada.....	18
4.3. Polinomial Local.....	20
4.4. Funções de Base Radial.....	21
4.5. Krigagem Ordinária.....	22
5. AVALIAÇÃO DE MODELOS DE INTERPOLAÇÃO.....	27
6. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	34
7. CONCLUSÕES.....	50
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	54
ANEXO 1 – Resultado do georeferenciamento das ortofotocartas 1/2.000.....	59

RESUMO

AGRA, Maria Carolina da Motta. **AVALIAÇÃO DE INTERPOLADORES PARA GERAÇÃO DE MODELO NUMÉRICO DE ELEVAÇÃO** Recife, 2007, 82. p. Dissertação (Mestrado) – Centro de Tecnologia e Geociências, Universidade Federal de Pernambuco.

O Modelo Numérico de Elevação (MNE) pode ser conceituado como qualquer representação numérica de uma superfície física do terreno. Um fato a ser observado diz respeito as possíveis fontes de Erros do MNE, uma vez que esses têm relação direta com a qualidade da superfície a ser estimada. Essas fontes podem ter a seguinte classificação: (i) Erros devidos à idade do dado, a densidade e a distribuição da amostra; (ii) Erros de medição da amostra coletada; (iii) Erros de interpolação, de classificação, de generalização e de truncamento. Sobre essa última fonte, observa-se que qualquer que seja o interpolador empregado, sempre existirá incerteza no ponto estimado. Sendo assim, julga-se pertinente criar procedimentos de avaliação de modelos de interpolação objetivando selecionar os melhores adaptados ao relevo topográfico de uma determinada região.

Palavras-chave: Mapas e Bases de Dados, Análises Espaciais, Avaliação Geoestatística.

ABSTRACT

AGRA, Maria Carolina da Motta. **INTERPOLATORS ASSESSMENT FOR GENERATION OF NUMERICAL ELEVATION MODEL.** Recife, 2007, 82 p. Dissertation (Master's degree) - Technology and Geosciences Center, Federal University of Pernambuco State.

The Numerical Elevation Model (MNE) can be defined as any numerical representation of a land physical surface. A fact to be observed that says respect the possible sources of MNE's Errors, once that these have direct relation with the quality of the predict surface. These sources can have the following classification: (*i*) Errors due to the data age, the density and the distribution of the sample; (*ii*) measurement Errors of the collected sample; (*iii*) Errors of interpolation, classification, generalization and truncation. About of this last source, it is observed that any that is the used interpolater, always will exist uncertainty in the predict point. Being thus, it is judged pertinent to create evaluation procedures of interpolation models being objectified to select best the suitable ones to the topographical relief of one determined region.

Keywords: Maps and Databases, Spatial Analyses; Geostatistics Assessment.

Artigo II. LISTA DE FIGURAS

- Figura 1 - Grade Regular (Adaptado de FELGUEIRAS; CÂMARA, 2004)
- Figura 2 - Malha Triangular Irregular (Adaptado de FELGUEIRAS; CÂMARA, 2004)
- Figura 3 - Tipos de amostragem por pontos (Adaptado de FELGUEIRAS; CÂMARA, 2004)
- Figura 4 - Articulação das ortofotocartas
- Figura 5 - Procedimento de conversão de base cartográfica analógica em pontos tridimensionais digitais (Adaptado de BURROUGH; MCDONNELL, 1998)
- Figura 6 - Curvas de Nível com propriedades de cota erroneamente executada
- Figura 7 (a, b) - Conversão do mapa de isolinhas altimétricas em pontos tridimensionais
- Figura 8 - Método de interpolação local (Adaptado de CAMARGO *et. al.*, 2004)
- Figura 9 - Método de interpolação Superfície de Tendência para os graus 1, 2 e 3, respectivamente
- Figura 10 - Superfície gerada pelo Inverso da Distância Ponderada
- Figura 11 - Superfície gerada por um polinômio local de ordem um
- Figura 12 (a, b, c, d, e) - Superfícies geradas pelas Funções de Base Radial
- Figura 13 - Variação espacial da variável regionalizada (Adaptado de BURROUGH; MCDONNELL, 1998)
- Figura 14 - Variograma (Adaptado de BURROUGH; MCDONNELL, 1998)
- Figura 15 (a, b) - Variograma e Superfície derivada
- Figura 16 - Procedimento do Teste das Diferenças entre Médias (Adaptado de BURROUGH; MCDONNELL, 1998)
- Figura 17 - Distribuição Amostral
- Figura 18 - Estimador *Kernel* para mostra de 809.309 pontos tridimensionais
- Figura 19 - Distribuição dos valores preditos para diferentes interpoladores
- Figura 20 - *Outlayers* do interpolador Polinomial Local
- Figura 21 - *Outlayers* do interpolador *RBF Completely Regularized Spline* e *RBF Inverse Multiquadric Function*
- Figura 22 - Dimensionamento da região modelada

Figura 23 -	Amostra Observada x Amostra obtida pelo Inverso da Distância Ponderada
Figura 24 -	Amostra Observada x Amostra obtida pelo Polinomial Local
Figura 25 -	Amostra Observada x Amostra obtida pelo <i>RBF Thin Plate Spline</i>
Figura 26 -	Amostra Observada x Amostra obtida pelo <i>RBF Spline with Tension</i>
Figura 27 -	Amostra Observada x Amostra obtida pelo <i>RBF Completely Regularized Spline</i>
Figura 28-	Amostra Observada x Amostra obtida pelo <i>RBF Multiquadric Function</i>
Figura 29 -	Amostra Observada x Amostra obtida pelo <i>RBF Inverse Multiquadric Function</i>
Figura 30 -	Amostra Observada x Amostra obtida pelo <i>RBF Krigagem Ordinária</i>
Figura 31 -	Resultado PEC e de Indicadores Estatísticos - Inverso da Distância Ponderada
Figura 32 -	Resultado PEC e de Indicadores Estatísticos - Polinomial Local
Figura 33 -	Resultado PEC e de Indicadores Estatísticos - <i>RBF Thin Plate Spline</i>
Figura 34 -	Resultado PEC e de Indicadores Estatísticos - <i>RBF Spline with Tension</i>
Figura 35 -	Resultado PEC e de Indicadores Estatísticos - <i>RBF Completely Regularized Spline</i>
Figura 36 -	Resultado PEC e de Indicadores Estatísticos - <i>RBF Multiquadric Function</i>
Figura 37 -	Resultado PEC e de Indicadores Estatísticos - <i>RBF Inverse Multiquadric Function</i>
Figura 38 -	Resultado PEC e de Indicadores Estatísticos - <i>Krigagem Ordinária</i>
Figura 39 (a,b)-	Curvas de nível observadas e geradas pelo Modelo Numérico de Elevação

Artigo III. LISTA DE TABELAS

Tabela 1 -

Bias

Tabela 2 -

R-Bias

Tabela 3 -

ARAD

Tabela 4 -

RMSE

Tabela 5 -

R-RMSE

Tabela 6 -

L-RMSE

Tabela 7 -

Resumo dos resultados obtidos pelo TDM e pelo PEC

Artigo IV. LISTA DE ABREVIATURAS

MNE -	Modelo Numérico de Elevação
MIT -	<i>Massachusetts Institute of Technology</i>
TIN -	<i>Triangular Irregular Network</i>
RMS -	<i>Root Means Square</i>
TSA -	<i>Trend Surface Analysis</i>
RBF -	<i>Radial Basis Function</i>

1. INTRODUÇÃO

A associação dos elementos existentes da superfície terrestre pode ser representada numa simples folha de papel na forma de um mapa ou uma carta, utilizando para isso símbolos e convenções. A carta ou mapa representam as duas dimensões existentes na terra. A primeira refere-se ao plano, e a segunda à altitude. As convenções que representam essas duas dimensões são denominadas de duas ordens: Planimétrica e Altimétrica, respectivamente.

A Planimetria é dividida em duas partes. A primeira corresponde à Hidrografia e Vegetação. A segunda parte decorre da Ocupação Humana, Sistema Viário, Construções, Limites Políticos ou Administrativos, etc.

A Altimetria corresponde ao relevo terrestre que é representado pelas curvas de nível e ponto cotados. Sendo assim, uma carta composta por curvas de nível e pontos cotados, os usuários podem obter um valor aproximado da altitude em qualquer parte da carta.

Para composição de uma carta altimétrica existem diversos modelos matemáticos que realizam interpolações em intervalos pré-existentes dando valores a pontos escolhidos de forma a calcular o valor do 3º eixo de coordenadas. Cada modelo aplicado determina um valor para essa coordenada através de análise estatística espacial induzindo ao menor erro possível.

Essa pesquisa objetiva apontar qual a precisão obtida por alguns modelos matemáticos de interpolação de alguns pontos medidos gerando outros preditos de forma que se chegue aos resultados mais fiéis à representação da superfície terrestre. Será utilizada a coordenada altimétrica da região de estudo no município de Camaragibe como o valor a ser testado e obtido pelo modelo.

Esse estudo também visa apresentar que os modelos matemáticos funcionam diferentemente, a depender da região em análise, utilizando para isso análise estatística espacial. A quantidade de pontos existentes utilizados na análise, e sua disposição no espaço definirão os valores dos demais pontos sem valores de coordenadas preditos.

O estudo englobará a obtenção de uma amostra pontual tridimensional; em seguida avaliar os modelos de interpolação por meio de significância estatística; e por final a geração do Modelo Numérico de Elevação para região.

2. EMBASAMENTO TEÓRICO

As pesquisas iniciais na área de Modelagem Numérica de Elevação (MNE) são creditadas ao Professor Charles L. Miller, do *Massachusetts Institute of Technology (MIT)*, tendo como objetivo principal a execução de projetos de estradas auxiliada por computação. No projeto construído foram criados modelos altimétricos do terreno, a partir de pontos de altitudes obtidos por métodos fotogramétricos, espaçados a intervalos regulares (PROJETO E-FOTO, 2005).

O MNE pode ser conceituado como qualquer representação numérica para uma determinada superfície física (relevo, por exemplo) de terreno (PROJETO E-FOTO, 2005). São diversas suas aplicações, sendo sugeridas as seguintes (BURROUGH; MCDONNELL, 1998):

- Cálculo de volumes;
- Construção de perfis e seções transversais;
- Geração de imagens sombreadas ou em níveis de cinza;
- Confecção de mapas de declividade e orientação (aspecto);
- Geração de fatiamentos e perspectivas tridimensionais; e
- Cálculo de áreas e distâncias em superfície real.

A escolha da melhor aplicação do MNE depende diretamente do tipo de terreno que se queira representar e da disponibilidade dos dados de entrada. As etapas para sua construção envolvem (BURROUGH; MCDONNELL, 1998):

- Aquisição das Amostras ou Amostragem;
- Geração da Superfície; e
- Aplicações.

Cada uma dessas etapas é decisiva para a qualidade do modelo gerado, sendo também interdependentes, ou seja, uma pode influenciar diretamente na outra (BURROUGH; MCDONNELL, 1998).

A Aquisição da Amostra ou Amostragem tem por finalidade a obtenção de pontos tridimensionais (X, Y, Z) que tenham propriedades de representar, com fidelidade, o relevo da região estudada. As fontes mais comuns de aquisição de amostras são (FELGUEIRAS; CÂMARA, 2004):

- Bases topográficas com curvas de nível e pontos fotogramétricos (no formato analógico e digital);
- Levantamentos de dados em campo; e
- Restituição fotogramétrica.

A Geração da Superfície consiste na transformação da estrutura de dados amostrais em outra de grade regular ou malha triangular irregular (BURROUGH; MCDONNELL, 1998).

A Grade Regular, apresentada na *Figura 1*, é obtida tanto por aquisição regular quanto por interpolação. Seu armazenamento se processa numa estrutura matricial, onde a linha e a coluna materializam a posição em duas dimensões, e o valor de Z, terceira dimensão, é a variável em estudo, neste trabalho sendo a altitude. (CAMARGO et. al., 2004).

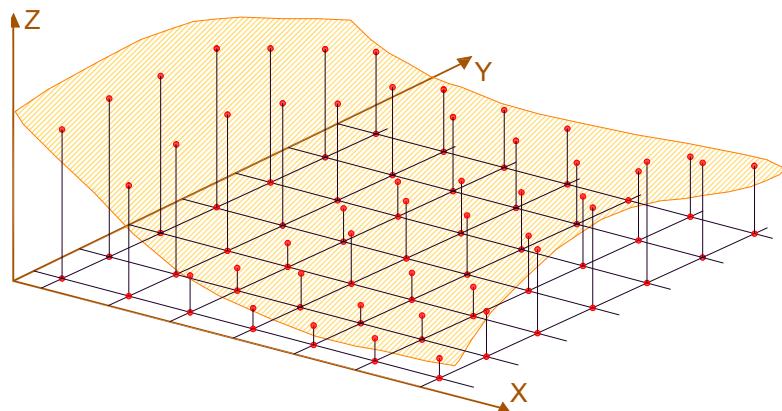


Figura 1 – Grade Regular (Adaptado de FELGUEIRAS; CÂMARA, 2004)

O espaçamento da grade é denominado resolução geométrica (ou resolução espacial do objeto, tem relação com as propriedades geométricas do sensor ou do objeto imageado e do método de avaliação usado para medi-lo - SILVA e DALMOLIN, 1998), e deve ser definido a priori, ou seja, antes da mesma ser gerada. Uma alta resolução geométrica implicará numa maior quantidade de informações, e uma baixa resolução geométrica, o contrário. A partir da definição das dimensões da grade, aplica-se um método de interpolação para o cálculo dos valores da matriz (CÂMARA; MONTEIRO, 2004).

A Malha Triangular Irregular, também denominada de *TIN* (*Triangular Irregular Network*), é materializada pelos pontos amostrais, conectados três a três, formando triângulos irregulares, que no espaço tridimensional representam poliedros com faces triangulares, conforme esquematizado na *Figura 2* (CAMARGO et. al., 2004).

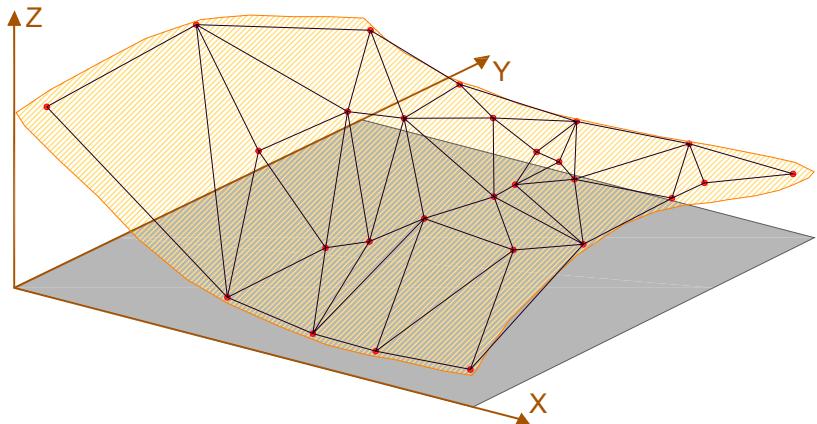


Figura 2 – Malha Triangular Irregular (Adaptado de FELGUEIRAS; CÂMARA, 2004)

A Aplicação do MNE é função do objetivo pretendido, e se processa através de funções matemáticas e estatísticas, como o emprego das derivadas direcionais e gradiente para obtenção da direção das águas sobre a superfície e dos mapas de declividade, respectivamente (CAMARGO et. al., 2004).

Sobre o uso dos modelos, é essencial observar suas fontes de possíveis erros, uma vez que esses têm relação direta com a qualidade da superfície a ser estimada (predita). Esses erros podem ter a seguinte classificação (WECHSLER, 1999):

- Erros de medição da amostra coletada;
- Erros de classificação, de generalização, de truncamento e de interpolação;
- Erros devidos à idade do dado, à densidade e à distribuição da amostra.

Os erros de medição da amostra são devidos à qualidade de trabalhos de campo, de gabinete (medições fotogramétricas), de dilatação dos originais cartográficos, ou ainda da baixa qualidade da vetorização (BURROUGH; MCDONNELL, 1998).

Os erros de classificação são devidos à diversidade de unidades espaciais de análise e as faixas de domínio do evento considerado, como por exemplo, a eqüidistância de curvas de nível (SEIXAS; FERREIRA, 2007).

O erro de generalização é relacionado com escala do mapa. Para representar uma informação, a escala do mapa é essencial, pois mapas em pequena escala podem ter detalhes insuficientes para representar suas informações, ao mesmo tempo em que mapas de grandes escalas podem representar uma poluição de dados que não têm uso ao objetivo em questão (SEIXAS; FERREIRA, 2007).

O erro de truncamento é um erro devido ao método de aproximação empregado para o cálculo de uma função exata. Ele é inerente ao dado (SHIGUE, 2003).

Com relação aos erros de interpolação, eles são decorrentes da densidade e distribuição da amostra (BURROUGH; MCDONNELL, 1998).

Os erros causados pela idade do dado existem, em sua maioria, porque dificilmente todos os dados necessários ao desenvolvimento da pesquisa/trabalho foram coletados juntos, numa mesma época (BURROUGH; MCDONNELL, 1998).

Outro ponto a ser ponderado utilizando dados de épocas distintas, é que padronizações adotadas na época da coleta dos dados podem ter sido alteradas para os dias de hoje. Muitas vezes não é possível fazer equivalência entre os períodos de informação. Esses dados antigos têm sido desprezados pelos altos custos envolvidos para executar sua reclassificação com relação à atualidade (BURROUGH; McDONNELL, 1998).

Finalmente, cabe a observação que, a densidade relaciona-se com o número de pontos amostrais por unidade de área, e a distribuição relaciona-se com o espalhamento dos pontos amostrais sobre a área (WECHSLER, 1999). Pode-se afirmar que quanto maior a densidade de pontos utilizados pela amostra, maior é a fidedignidade da representação da realidade terrestre. Também quanto mais aleatória (conceito de estatística, significando algum evento que acontece com qualquer distribuição de probabilidade, onde normalmente se associa uma falta de influência ou correlação, a menos que especificado de outra forma – FERNANDES e AZEVEDO, 2006) for à distribuição da amostra, maior será a precisão do modelo (FELGUEIRAS; CÂMARA, 2004).

Para a representação do relevo é importante observar que ele tenha um padrão aproximado sugerido pelas Leis do Modelado (referem-se aos três principais elementos do modelado do terreno, a saber: Linhas de Talvegue, Vertentes e Linhas de Fêsto. São variáveis que representam as superfícies do terreno, e dizem apenas com relação à forma ideal para a qual tendem os terrenos normalmente constituídos e sujeitos à erosão regular das águas. Essas regras conduzem a conclusões sobre o aspecto do terreno - SAUNDERS, 1994). Levando em consideração essa assertiva, sugeriu-se que a amostra fosse estratificada, principalmente em relação às Linhas de Fêsto e Fundos de Vale.

Sobre a distribuição das amostras é possível classificá-las como se segue e conforme mostrado na *Figura 3* (FELGUEIRAS; CÂMARA, 2004):

- **Regular:** a posição bi-dimensional (X, Y) mantém regularidade em relação aos eixos coordenados;
- **Semi-regular:** a posição bi-dimensional (X, Y) mantém regularidade somente em relação a um eixo coordenado;
- **Irregular:** a posição bi-dimensional mantém aleatoriedade em relação aos eixos coordenados.

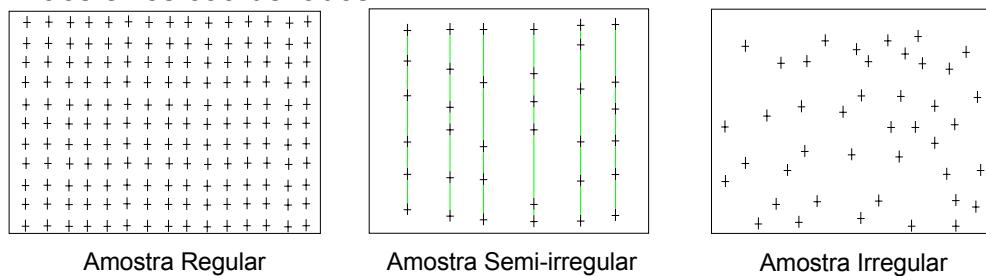


Figura 3 – Tipos de amostragem por pontos (Adaptado de FELGUEIRAS; CÂMARA, 2004).

A distribuição irregular é a mais vantajosa, pois permite que os pontos sejam obtidos nas Linhas de Fêsto (são linhas divisoras das águas na superfície - SAUNDERS, 1994) e Linhas de Fundo de Vale (são linhas coletores das águas da superfície - SAUNDERS, 1994), que são feições modeladoras do relevo (SAUNDERS, 1994). Neste trabalho, a distribuição irregular é materializada por vértices de curvas de nível.

Outro fator de influência na qualidade do MNE é o interpolador empregado, pois este sempre traduzirá a incerteza no ponto estimado. Sendo assim, é recomendável identificar dentre os modelos possíveis qual induz ao menor erro, comparando-se a superfície real com a calculada (WECHSLER, 1999).

Com base na premissa acima se pretende criar procedimentos de avaliação de interpoladores, que possam ser testados em situações semelhantes, com objetivo de selecionar os melhores adaptados ao relevo topográfico.

3. OBJETIVOS DA PESQUISA

3.1. Objetivo Geral

Avaliar diferentes modelos de interpolação de forma a definir critérios para seleção de interpoladores por meio de análise estatística espacial.

3.2. Objetivos Específicos

- Obter amostra pontual tridimensional, a partir de mapas de curvas de nível;
- Avaliar modelos de interpolação por meio de significância estatística;
- Gerar o Modelo Numérico de Elevação.

4. AQUISIÇÃO DA AMOSTRA PONTUAL TRIDIMENSIONAL

A amostra selecionada para este trabalho é obtida pelos vértices de curvas de nível, caracterizando-se por serem estratificadas em relação as suas eqüidistâncias, porém sem contabilizar as Linhas de Fêsto e Linhas de Fundo de Vale. A amostra é localizada no município de Camaragibe, Pernambuco, como apresenta a *Figura 4*.

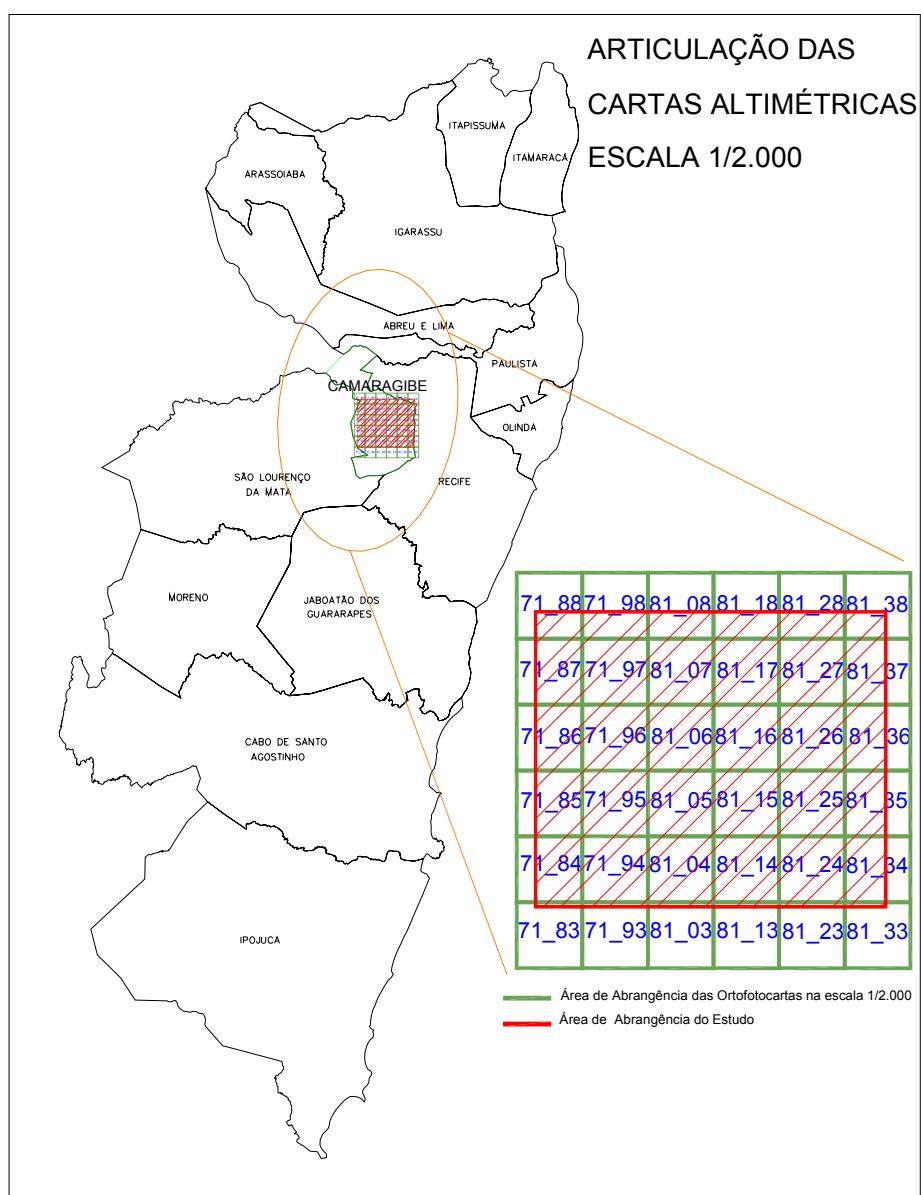


Figura 4 – Articulação das ortofotocartas

As curvas de nível definidas nos fotolitos de ortofotocartas representados na escala planimétrica de 1:2.000, com eqüidistância de um metro (1,00 m), foram elaborados a partir de coberturas aerofotogramétricas tomadas no ano de 1974, na escala 1:6.000, pela empresa Aerofoto Cruzeiro do Sul S.A (extinta), para atendimento das demandas existentes na Fundação de Desenvolvimento da Região Metropolitana do Recife – FIDEM (hoje Agência Estadual de Planejamento e Pesquisa de Pernambuco – CONDEPE/FIDEM). A base cartográfica está referida ao Sistema Geodésico Córrego Alegre, e sua articulação baseada nas coordenadas UTM (*Universa Transversa de Mercator*) no seu canto inferior esquerdo (CONDEPE/FIDEM, 2006).

Como o material disponível constava em formato analógico (fotolitos em papel), houve a necessidade de convertê-lo para o meio digital, de modo que as curvas de nível, feição de interesse deste trabalho, pudessem ser transformadas em pontos tridimensionais. Para esse estudo só foram utilizadas as curvas de nível pares, isto é, com eqüidistância de 2 metros. A operação de conversão das informações analógicas para digital compreende o procedimento esquematizado na **Figura 5.**

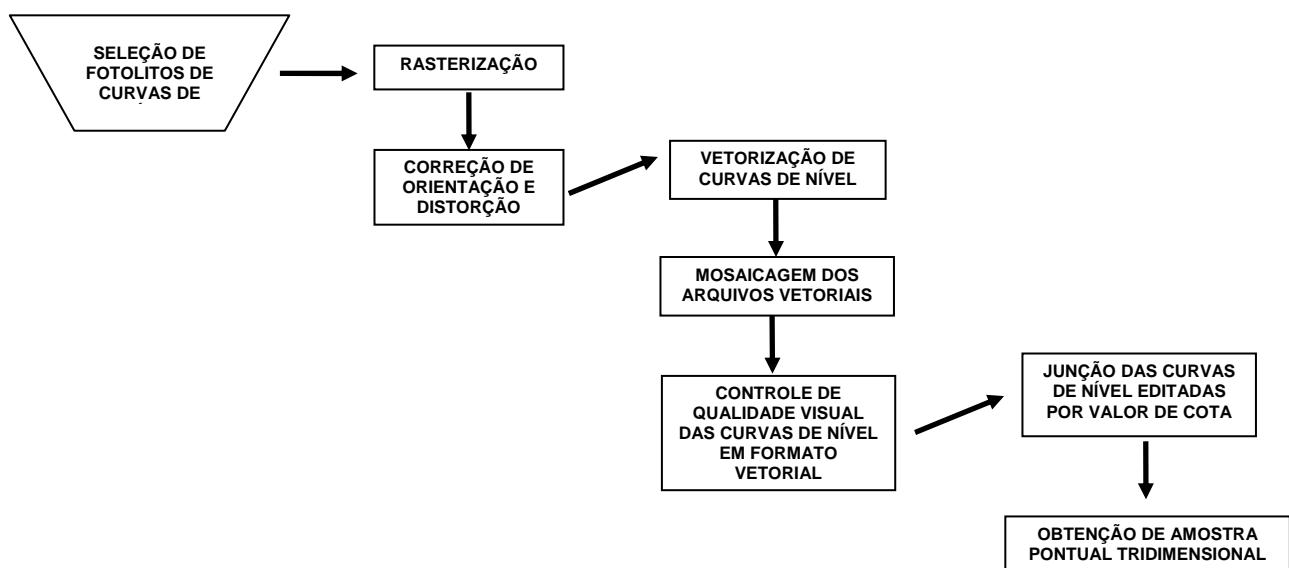


Figura 5 – Procedimento de conversão de base cartográfica analógica em pontos tridimensionais digitais (Adaptado de BURROUGH; MCDONNELL, 1998).

A etapa de Seleção de Fotolitos de Curvas de Nível compreende a escolha do material cartográfico a ser utilizado, que emprega trinta e seis (36) fotolitos de ortofotocartas analógicas na escala 1:2.000.

A *Rasterização* (Processo de transformação de um mapa em formato analógico para o digital, por meio de uso de equipamentos do tipo *scanner* - TEIXEIRA e CHRISTOFOLETTI, 1997) dos fotolitos das curvas de nível foi executada empregando-se um *scanner* tamanho A0, gerando e armazenando arquivos em formato *TIFF (TAGGED IMAGE FILE FORMAT)*, grupo de formatos de arquivos para armazenamento e intercâmbio de imagens *raster*, utilizado por diversos programas - TEIXEIRA e CHRISTOFOLETTI, 1997), com resolução geométrica de cem *dpi (DOTS PER INCH)* é o número de pontos que um dispositivo - impressora, *scanner*, *plotter*, etc. - consegue gerar numa polegada linear - TEIXEIRA e CHRISTOFOLETTI, 1997) (100dpi). Essa operação resultou na obtenção de trinta e seis (36) arquivos digitais, com tamanho médio de dezenove *megabytes* (19Mb) cada um.

A Correção de Orientação e Distorção (ou Georeferenciamento, é a operação que referencia espacialmente uma entidade geográfica ao terreno por meio de sua localização, utilizando-se para tal um sistema de coordenadas conhecido - TEIXEIRA e CHRISTOFOLETTI, 1997) foi efetuada no aplicativo computacional *AutoCAD Map 3D/Raster Design*, utilizando-se como controle os valores das coordenadas *UTM (X, Y)* dos quatro (04) pontos extremos do reticulado de cada fotolito de ortofotocarta, os resultados da operação estão apresentados no *Anexo 1*. O maior *RMS Total (ROOT MEAN SQUARE)* ou Erro Médio Quadrático representa o erro entre os valores originais de localização e os novos valores calculados pelos processos de transformação. O erro *RMS* mais baixo depende da precisão da digitalização ou da transformação. O processo de cálculo do *RMS* define os parâmetros de transformação, que são: transformação de escala, rotação, e translação, nas direções X e Y - TEIXEIRA e CHRISTOFOLETTI, 1997) registrado foi de 0,2753 metros, que é inferior ao Erro de Grafismo (Chamado também de *Precisão Gráfica (ε)*, é o nome dado ao raio do menor círculo no interior do qual se pode marcar um ponto com os recursos do desenho técnico. O valor de (ε), para os

levantamentos topográficos desenhados manualmente, é da ordem de 0,2mm (1/5mm) - MEDEIROS, 2006) para escala 1:2.000, cujo valor é de 0,40 metros.

A Vetorização das Curvas de Nível foi executada em tela de computador, onde se associou um *layer* (Conceito lógico utilizado para distinguir subdivisões de grupos de dados em um mapa digital - TEIXEIRA e CHRISTOFOLETTI, 1997) para cada curva de mesma altitude vetorizada (digitalizada, isto é, conversão de dados do formato analógico - contínuo - para o formato digital - discreto - TEIXEIRA e CHRISTOFOLETTI, 1997). Essa operação foi executada repetidamente para cada ortofotocarta digital (*raster*, isto é, estrutura de representação de dados espaciais em que os elementos são codificados na forma de uma matriz - TEIXEIRA e CHRISTOFOLETTI, 1997), resultando em trinta e seis (36) arquivos vetoriais de curvas de nível.

A Mosaicagem dos Arquivos Vetoriais é o processo de articulação conjunta dos trinta e seis (36) arquivos vetoriais de ortofotocartas, resultando em um único arquivo composto pelas trinta e seis (36) ortofotocartas estudadas.

O Controle de Qualidade Visual das Curvas de Nível em Formato Vetorial possibilitou a visualização das descontinuidades normalmente encontradas em articulações de documentos cartográficos, e também os erros grosseiros decorrentes da digitalização e digitação.

A *Figura 6* mostra um exemplo da descontinuidade de curvas de nível ocorrida nas articulações das ortofotocartas 7196 e 8106.

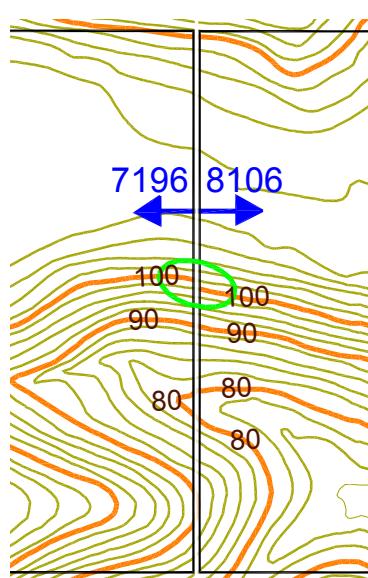


Figura 6 – Curvas de nível com propriedades de cota erroneamente executada.

A Junção das Curvas de Nível editadas por Valor de Cota caracteriza-se pela ligação das curvas de mesma cota. Como resultado dessa operação, o arquivo vetorial da área de estudo teve sua feição de curvas de nível conectadas em suas articulações, com a representação dessas curvas em três dimensões (X, Y, Z).

A Obtenção de Amostra Pontual Tridimensional é materializada pela transformação das curvas de nível, mostrada na *Figura 7(a)*, em uma nuvem de pontos tridimensional, mostrada na *Figura 7(b)*. Esses pontos, num total de 809.309, correspondem aos vértices definidores das curvas de nível, sendo recuperados por programa de computador, nesse caso o *ArcGis*.

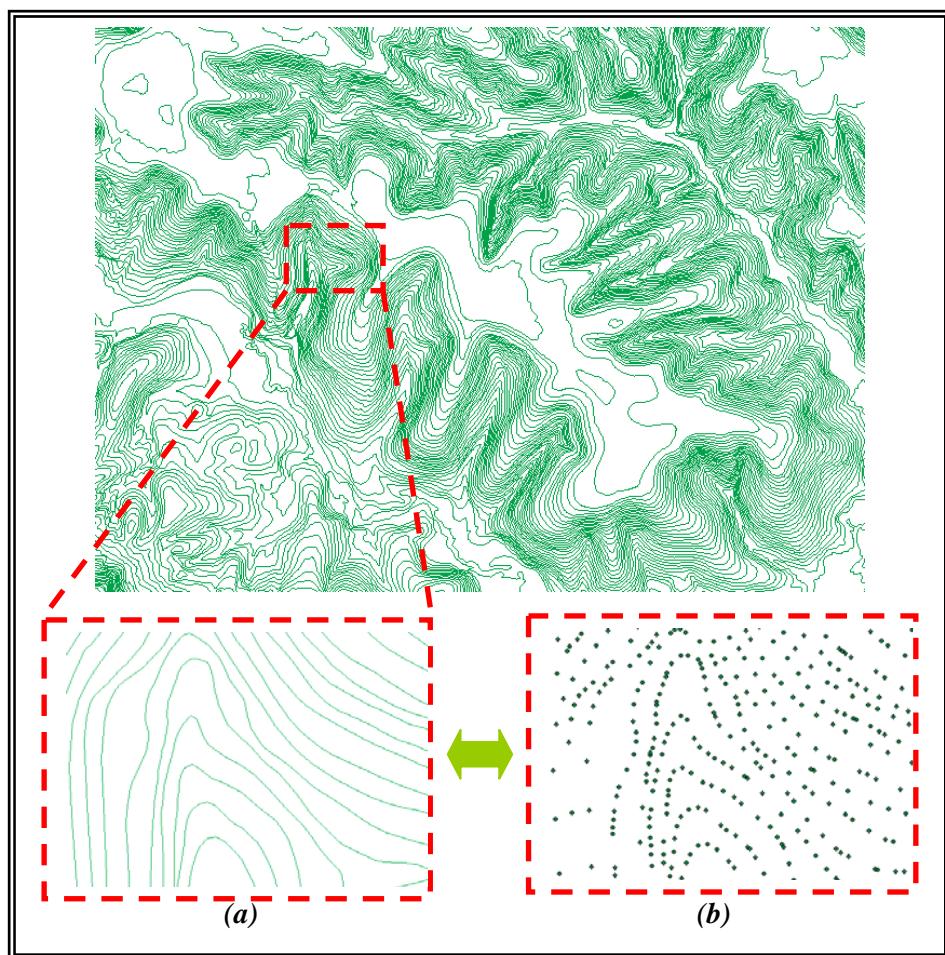


Figura 7 – Conversão do mapa de isolinhas altimétricas em pontos tridimensionais

A nuvem de pontos tridimensionais obtida corresponde à amostra a ser densificada por meio de interpolação, e também é tratada como a verdade terrestre.

4.1. Crítica à Aquisição da Amostra Pontual por Curvas de Nível

Sobre a qualidade do MNE, observa-se que as informações altimétricas obtidas a partir de curvas de nível são insatisfatórias quando comparadas com as obtidas por aerofotogrametria (BURROUGH; McDONNELL, 1998). Esse resultado deriva das seguintes causas:

- Ocorrência de erros de digitalização e de posicionamento planimétrico das curvas, devido à dilatação do material onde elas estão representadas. Esses erros podem ser dimensionados a partir da operação de georeferenciamento através do RMS;
- Dependendo do tipo de relevo, as curvas de nível podem ter espaçamento variável. Quanto mais plana for à superfície, mais afastadas estarão às curvas de nível, e menor será a sua densidade de dados, podendo gerar terraços nessas posições. A identificação desse óbice pode ser obtida por interpretação visual, ou por estimadores de intensidade como o *Kernel*. Uma alternativa para solucionar esse problema é a inclusão de informações adicionais, representadas pelas linhas de cumeada e pelos fundos de vale.

O estimador *Kernel*, identificado pela *Fórmula (1)*, utilizado neste trabalho, é uma técnica não paramétrica (são testes cujas listas de requisitos não incluem normalidade de distribuição ou nível intervalar de mensuração - LEVIN, 1987) que promove a suavização estatística de uma superfície, representada pela intensidade de ocorrência de um evento por unidade de área. Em termos práticos, a superfície *Kernel* identifica se um determinado fenômeno espacial tem distribuição aleatória ou em aglomerados numa determinada região (SANTOS, et. al., 2001).

$$\hat{\lambda}_\tau(s) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\tau^2} K\left(\frac{(s - s_i)}{\tau}\right), \quad (1)$$

Onde:

$\kappa(\cdot)$ → função de suavização;

τ → largura da banda que define o grau de suavização;

s → centro da área a ser previda;

s_i → localização dos eventos;

n → número total de pontos;

$\hat{\lambda}_\tau(s)$ → o valor estimado.

Para cada $\kappa(\cdot)$ escolhido e banda τ , o $\hat{\lambda}_\tau(s)$ é estimado em cada ponto na região R . Desta forma, obtém-se a estimativa da densidade de eventos ocorridos por unidade de área, a qual é atribuída às células componentes de uma grade regular que abrange a região estudada (SANTOS, et. al., 2001).

5. MODELOS DE INTERPOLAÇÃO

A interpolação é um procedimento utilizado para converter dados de observação de pontos em superfícies contínuas, sendo necessária quando (BURROUGH; MCDONNELL, 1998):

- Uma superfície discretizada exige um grau de resolução diferente da original (Ex.: transformação de grade com resolução de 100 *dpi* para 50 *dpi*), ou
- Uma superfície contínua é representada por um modelo de dados diferente do requerido (Ex.: transformação de malha triangular irregular para grade regular), ou
- Os dados disponíveis não cobrem o domínio de interesse completamente (Ex.: os infinitos pontos de uma superfície não estão disponíveis).

O fundamento básico da interpolação respalda-se na evidência de que os valores de pontos próximos no espaço são mais similares que os valores de pontos mais distantes. Assim classificam-se os seus métodos como (BURROUGH; MCDONNELL, 1998):

- Globais: Método freqüentemente baseado em padrões estatísticos de análise de variância e regressão. Normalmente são empregados em análise exploratória, e na identificação de Superfícies de Tendência. Esse método trabalha com todos os dados utilizados pelo modelo disponíveis para ajustar a predição da área de interesse.
- Determinísticos Locais: Tem como princípio a existência de flutuações randômicas de pequena amplitude. São métodos que operam dentro de uma pequena zona em torno do ponto que será interpolado para assegurar que as estimativas sejam realizadas somente com dados das posições na vizinhança imediata. Assim, o valor predito em um ponto desconhecido é mais influenciado pelas amostras mais próximas a ele do que pelas mais afastadas. O método tem por função suavizar

a superfície mediante emprego de parte da amostra obtida na sua vizinhança física para gerar os pontos preditos (desconhecidos).

Para execução dos Interpoladores Determinísticos Locais são sugeridas as seguintes etapas, relacionadas abaixo e ilustradas na *Figura 8* (CAMARGO et. al., 2004):

- Definição da área de busca ao redor do ponto a ser predito - *Figura 8(a)*;
- Captura de dados pontuais dentro desta vizinhança – *Figura 8(b)*;
- Escolha de uma função matemática que represente a variação sobre o número limitado de pontos; e
- Cálculo dos pontos componentes da grade regular – *Figura 8(c)*.

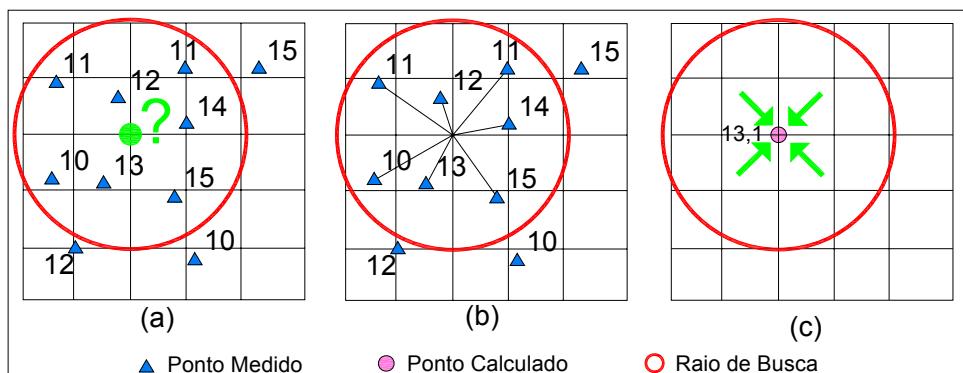


Figura 8 – Método de Interpolação Local (Adaptado de CAMARGO et. al., 2004)

Quando os dados são abundantes, a maioria dos métodos Locais de Interpolação produz resultados semelhantes, o que não acontece quando os dados são escassos. (BURROUGH; MCDONNELL, 1998).

Apesar da superabundância de dados conduzirem a resultados semelhantes, sempre existirão diferenças, por menor que seja em função do interpolador empregado.

A seguir serão discutidos alguns interpoladores normalmente empregados em MNE.

5.1. Superfície de Tendência

A Superfície de Tendência (*Trend Surface Analysis – TSA*) é uma técnica que consiste no ajustamento de equações que representam à variação espacial de valores através de superfícies matemáticas (MICHAEL; TRIVELONI, 2006).

É um interpolador Global onde uma superfície polinomial, previamente definida, é adaptada a todos os pontos amostrais (BAJJALI, 2002). O modelo matemático desse interpolador é definido pela *Fórmula (2)* (BURROUGH; MCDONNELL, 1998):

$$f\{(x, y)\} = \sum_{r+s \leq p} (b_{rs} \cdot x^r \cdot y^s), \quad (2)$$

Onde:

$f\{(x, y)\}$ → é o valor de elevação (Z), nas coordenadas (X, Y);

b → são os coeficientes do polinômio de grau p ;

p → é a ordem da superfície de tendência.

Exemplificando:

- Uma superfície da forma $f(x, y) = b_0$ corresponde a um plano horizontal;
- Uma superfície da forma $f(x, y) = b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot y$ corresponde a um plano inclinado;
- Uma superfície da forma $f(x, y) = b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot y + b_3 \cdot x^2 + b_4 \cdot x \cdot y + b_5 \cdot y^2$ corresponde a uma quadrática.

A *Figura 9*, a seguir, apresenta o resultado obtido com o interpolador Superfície de Tendência, empregando 3 graus de polinômios, para a amostra coletada de 809.309 pontos.

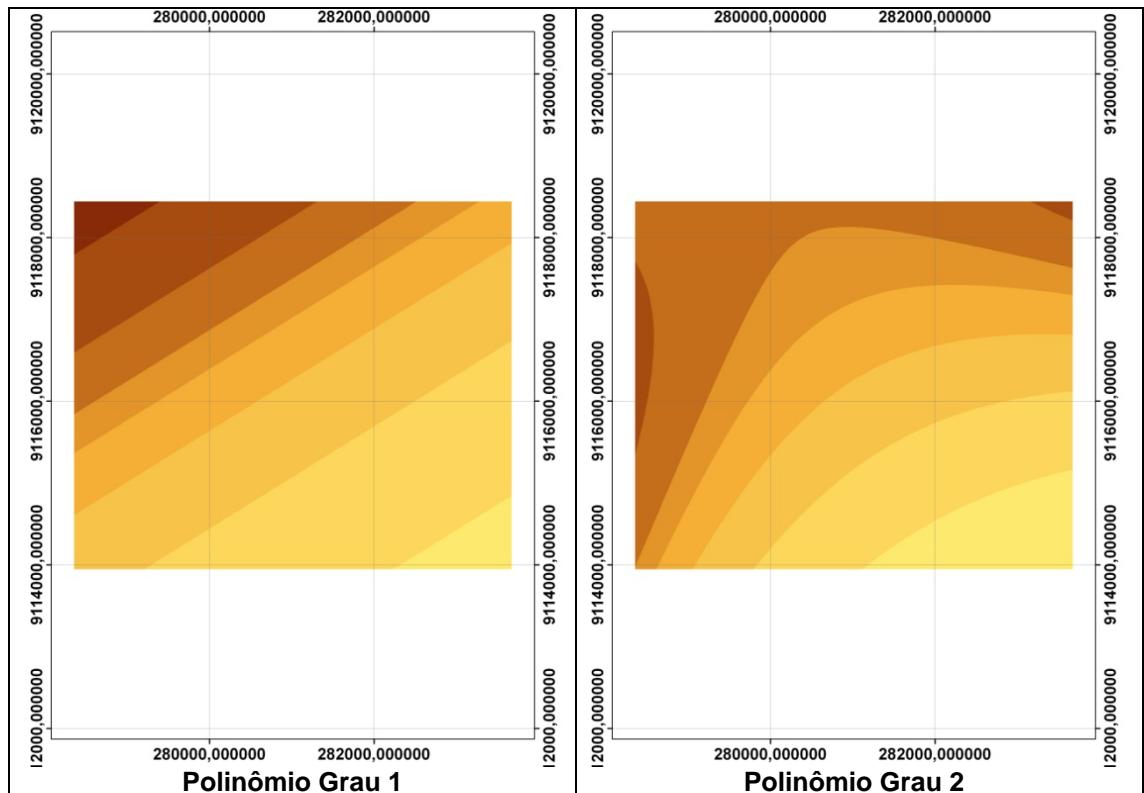


Figura 9 – Método de interpolação Superfície de Tendência para os polinômios de graus 1, 2 e 3, respectivamente

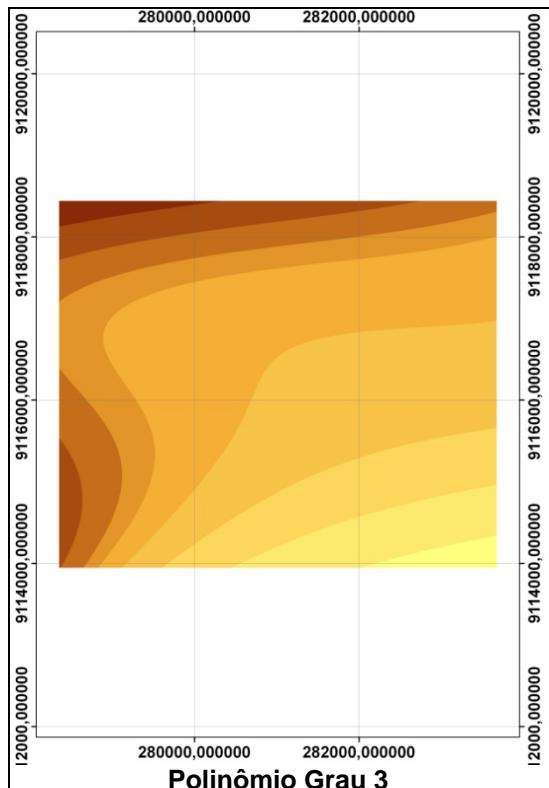


Figura 9 – Método de interpolação Superfície de Tendência para os polinômios de graus 1, 2 e 3, respectivamente (*continuação*)

A Superfície de Tendência não é o método mais adequado para desenvolvimento deste trabalho, por não ter construído um polinômio perfeitamente adaptado a essa amostra levantada. Entretanto, vale a observação de que essa superfície pode ser utilizada para remoção de dados amostrais discrepantes, antes de empregar-se um interpolador local (BURROUGH; MCDONNELL, 1998).

Outra propriedade dessa técnica é o fato de não ser um interpolador Exato, ou seja, os pontos amostrais quando preditos sofrem alteração.

5.2. Inverso da Distância Ponderada

O Inverso da Distância Ponderada é um Interpolador Local cujo modelo matemático é definido pela *Fórmula (3)* (BAJJALI, 2002):

$$Z_o = \frac{\sum_{i=1}^n Z_i \frac{1}{d_i^p}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_i^p}}, \quad (3)$$

Onde:

Z_o → é o valor predito no ponto O ;

Z_i → são os valores dos pontos amostrais vizinhos ao ponto desconhecido Z_o ;

d_i → é a distância que separa cada ponto amostral i ao ponto desconhecido O ;

n → é o número de vizinhos;

p → é a potência adotada.

Esse interpolador tem por propriedade ser Exato, isto é, um ponto amostral quando predito não sofre alteração. O modelo permite a manipulação dos seguintes parâmetros: as dimensões do raio de busca, o número de vizinhos a serem processados no cálculo e a potência a ser empregada na ponderação da distância (ESTRADA e SAFRIET, 2007). A *Figura 10* apresenta o resultado obtido com esse interpolador para a amostra coletada de 809.309 pontos.

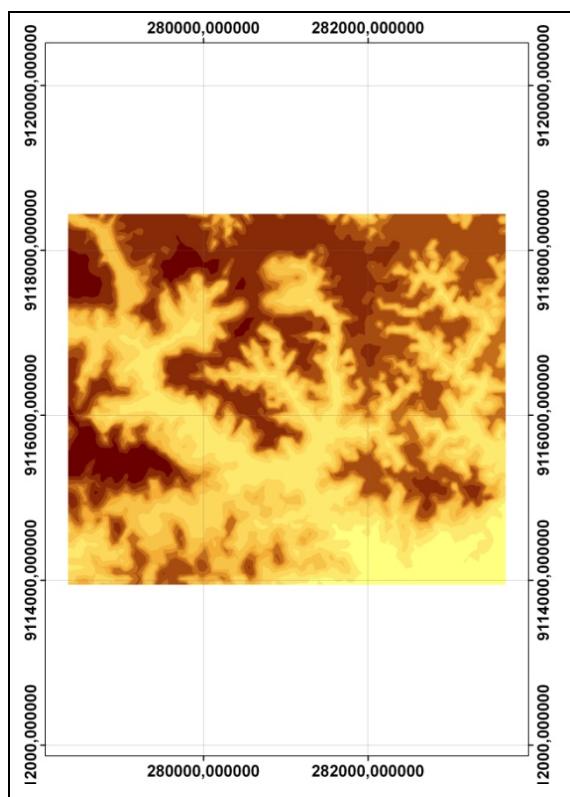


Figura 10 – Superfície gerada pelo Inverso da Distância Ponderada

5.3. Polinomial Local

O interpolador Polinomial Local possui o mesmo modelo matemático da Superfície de Tendência, com a diferença que agora são adaptadas “n” superfícies na região de trabalho, sendo estas definidas pelas dimensões do raio de busca. Deste modo, esse raio identifica os pontos amostrais que serão empregados no cálculo dos valores preditos. Também é possível ponderar a influência dos vizinhos pela distância que os separa do ponto predito, exatamente do mesmo modo que o método do Inverso da Distância Ponderada. A *Figura 11* apresenta o resultado obtido com esse interpolador gerado por um polinômio de ordem um (01), para a amostra coletada de 809.309 pontos (SIMÕES, 1993).

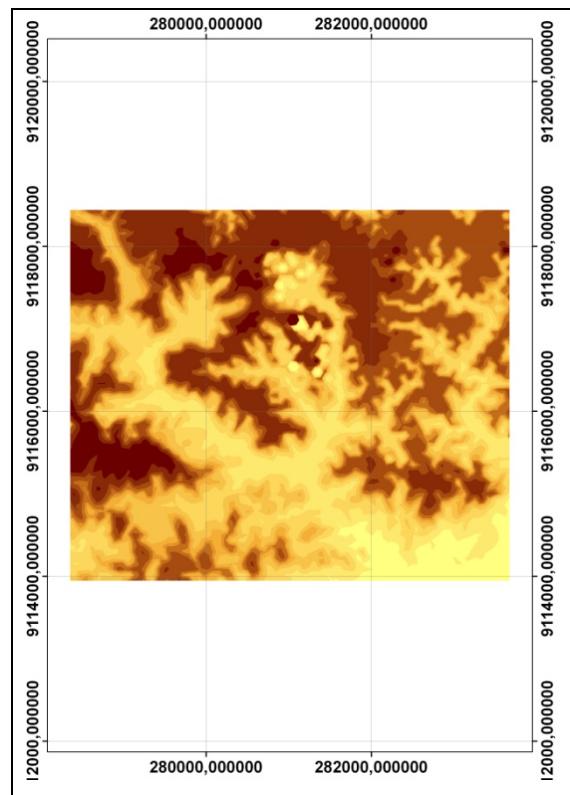


Figura 11 – Superfície gerada por um Polinômio Local de ordem um.

O interpolador Polinomial Local tem a característica de não ser Exato, isto é, um ponto amostral quando predito pode sofrer alteração. O modelo permite a manipulação dos seguintes parâmetros: o grau do polinômio, as dimensões do raio de busca, o número de vizinhos a serem processados no cálculo e a ponderação dos vizinhos (ESTRADA e SAFRIET, 2007).

5.4. Funções de Base Radial

As Funções de Base Radial correspondem a um grupo de interpoladores chamados *Splines* que produzem superfícies suaves (CHIN-SHUNG YANG et al.). O princípio das *Splines* é minimizar a curvatura total da superfície, garantindo-se que a mesma contenha os pontos amostrais, configurando-se como um interpolador Exato (JAKOB e YOUNG, 2006). Essa superfície pode ser interpretada como uma membrana de borracha flexível, perfeitamente adaptada à amostra (ESTRADA e SAFRIET, 2007). Por causa dessa característica, as *Splines* não são recomendadas para as superfícies com grandes variações de gradientes (JAKOB e YOUNG, 2006).

As Funções de Base Radial estudadas são citadas a seguir e apresentadas às superfícies geradas na *Figura 12*:

- *Thin Plate Spline – Figura 12(a);*
- *Spline with Tension – Figura 12(b);*
- *Completely Regularized Spline – Figura 12(c);*
- *Multiquadric Function - Figura 12(d);*
- *Inverse Multiquadric Function - Figura 12(e).*

A **Figura 12** apresenta o resultado obtido com esse interpolador para a amostra coletada de 809.309 pontos.

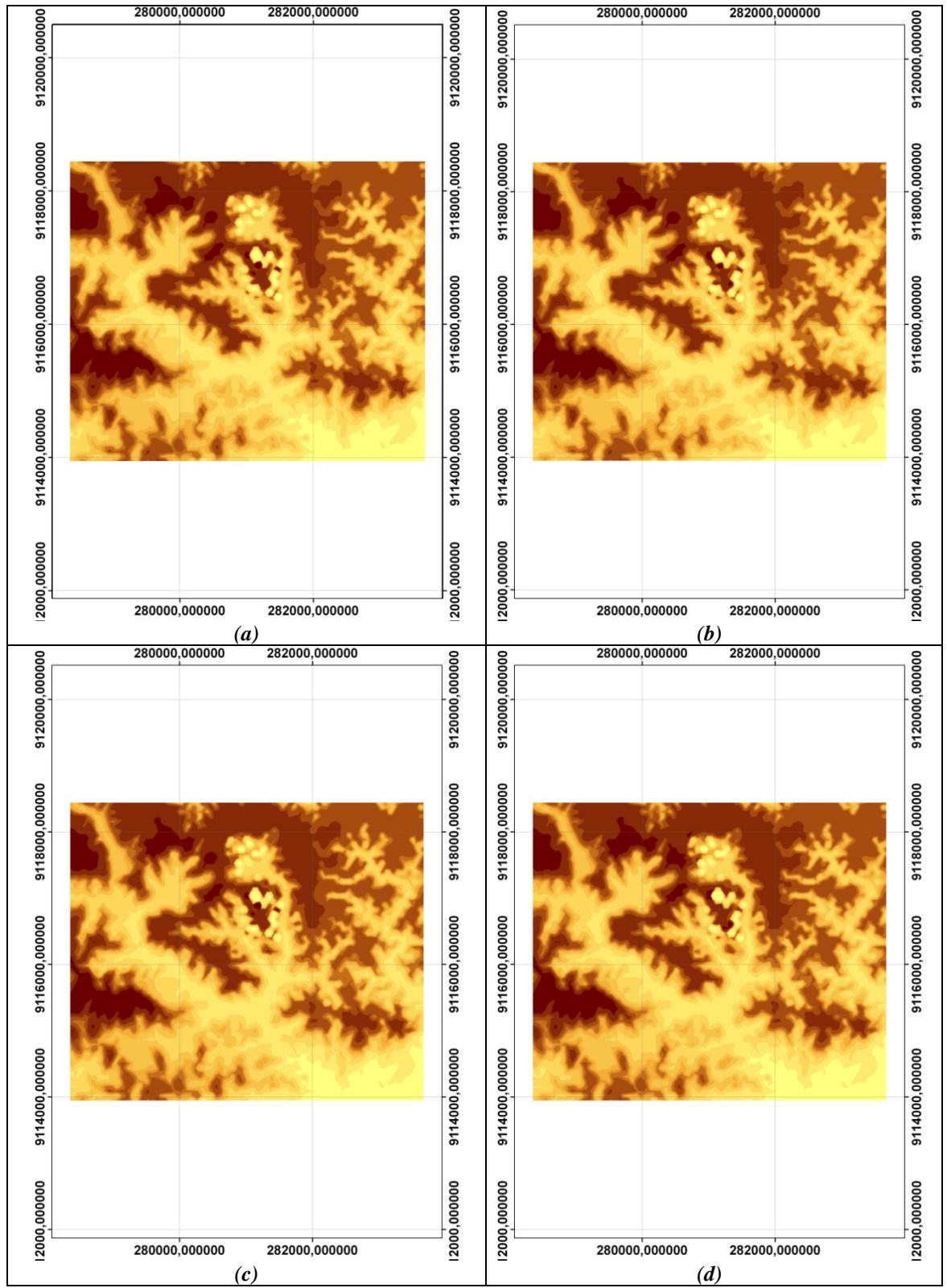


Figura 12 – Superfícies geradas pelas Funções de Base Radial

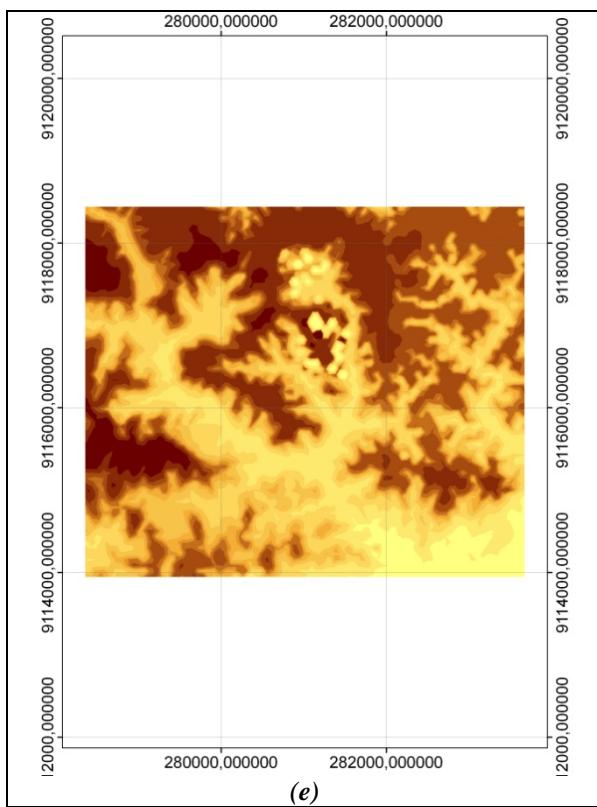


Figura 12 – Superfícies geradas pelas Funções de Base Radial (continuação)

5.5. Krigagem Ordinária

Esse método foi desenvolvido por *Daniel G. Krige*, diferenciando-se dos demais por estimar uma Matriz de Covariância Espacial (estimador que tem por objetivo identificar a correlação espacial entre valores de uma mesma amostra e seus vizinhos - BAILEY; GATRELL, 1995) que define os pesos atribuídos às diversas amostras, pelo tratamento de redundância dos dados, pela vizinhança a ser considerada e pelo erro associado ao valor estimado (CAMARGO, 2004).

A *Krigagem* é um estimador Exato que considera tanto efeitos Locais como Globais em sua predição, ou seja, é função dos dados e de covariância espacial (CHAPLOT; et. al., 2006). Ele identifica que o deslocamento espacial de uma variável regionalizada pode ser expresso por três componentes (CAMARGO, 2004):

- (i) Um componente estrutural, associado a um valor médio constante ou a uma tendência constante;
- (ii) Um componente aleatório, espacialmente correlacionado;
- (iii) Um ruído aleatório ou resíduo.

Esse modelo é expresso pela *Fórmula (4)*, e visualizado na *Figura 13(a)*, onde $\mu(s)$ apresenta-se constante, e na *Figura 13(b)*, onde $\mu(s)$ apresenta-se com tendência (BURROUGH; MCDONNELL, 1998).

$$Z(s) = \mu(s) + \varepsilon'(s) + \varepsilon'', \quad (4)$$

Onde:

$Z(s) \rightarrow$ é o valor da função aleatória numa posição s ;

$\mu(s) \rightarrow$ é uma função determinística que descreve a componente estrutural Z numa posição s ;

$\varepsilon'(s) \rightarrow$ é um termo estocástico correlacionado com variação local;

$\varepsilon'' \rightarrow$ é um ruído aleatório não correlacionado, normalmente distribuído.

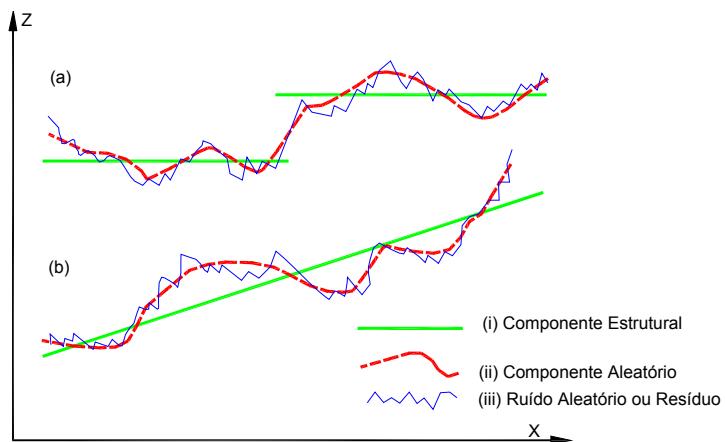


Figura 13 – Variação espacial da variável regionalizada (Adaptado de BURROUGH; MCDONNELL, 1998)

Um caso particular da *Krigagem* é a Ordinária. Esta considera que $\mu(s)$ é constante na região de estudo, indicando que os efeitos Globais são praticamente inexistentes. Desse modo, o modelo da **fórmula (4)** recai sobre a determinação do termo estocástico $\varepsilon'(s)$, que é obtido em função do Variograma (BURROUGH; MCDONNELL, 1998).

O Variograma é uma técnica de suporte a *Krigagem*, que permite representar quantitativamente a variação de um fenômeno regionalizado no espaço, e é definido pela **Fórmula (5)** (MELLO *et. al.*, 2005).

$$2\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{n(h)} \sum_{|s_i - s_j|} (Z_i - Z_j)^2, \quad (5)$$

Onde:

$n(h)$ → é o número de amostras separadas por uma distância d ;

Z_i e Z_j → são os valores amostrais nas posições s_i e s_j , separados pela distância d ;

$\hat{\gamma}(h)$ → é a semivariância de todos os pares de amostras Z_i e Z_j .

Convém observar que o Variograma é representado na forma gráfica, conforme *Figura 14*, com os seguintes parâmetros (SCHAFFRATH; *et. al.*, 2007):

- **Alcance (A):** materializa a distância onde as amostras apresentam-se correlacionadas espacialmente;
- **Patamar (C):** valor da semivariância correspondente ao Alcance (A). O Patamar (C) indica o ponto que deixa de existir a dependência espacial, dado que a variância da diferença entre pares de amostras torna-se aproximadamente constante;

- **Efeito Pepita (C_0):** representa a curva que passa pela origem. Sua construção aponta uma descontinuidade, que pode ocorrer por se considerar distâncias menores que a menor distância entre as amostras, por erros de medição ou pelo acaso.

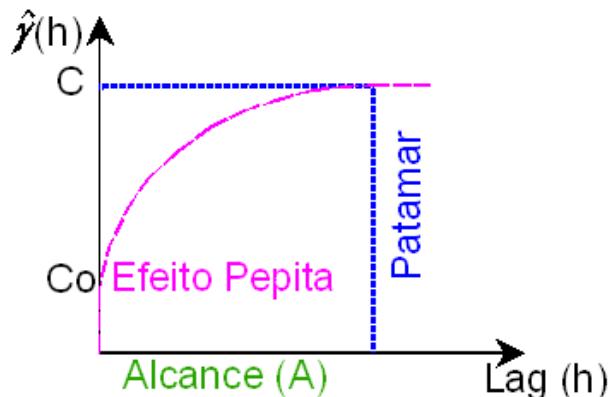


Figura 14 – Variograma (Adaptado de BURROUGH; MCDONNELL, 1998)

A superfície gerada pela *Krigagem Ordinária* corresponde a uma grade, cujos pontos são calculados em função da variação local da amostra, conforme definido na *Fórmula (6)* (BURROUGH; MCDONNELL, 1998).

$$\hat{Z}(s_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(s_i), \quad (6)$$

Onde:

$\hat{Z}(s_0)$ → é o valor calculado dos pontos da grade;

$Z(s_i)$ → é o valor amostral;

λ_i → é o peso, com $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$.

Os pesos λ_i são obtidos quando $\sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(s_i, s_j) + \phi = \gamma(s_i, s_0)$ para todo j .

Nesse caso:

$\gamma(s_i, s_j) \rightarrow$ é a semivariância de \hat{z} entre os pontos amostrais s_i e s_j ;

$\gamma(s_i, s_0) \rightarrow$ é a semivariância de \hat{z} entre os pontos amostrais s_i e os desconhecidos s_0 .

Os valores das semivariâncias acima são retirados do Variograma melhor adaptado à amostra. Nesse caso, o tipo esférico foi selecionado cujo modelo é dado pela **Fórmula (7)**:

$$\begin{aligned}\hat{\gamma}(h) &= c_0 + c \left(\frac{3h}{2\alpha} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{\alpha} \right)^3, \quad 0 < h \leq \alpha; \\ \hat{\gamma}(h) &= c_0 + c, \quad h > \alpha \\ \hat{\gamma}(0) &= 0\end{aligned}, \quad (7)$$

Onde,

$\hat{\gamma}(h) \rightarrow$ é a semivariância de todos os pares de amostras Z_i e Z_j ;

$C_0 \rightarrow$ é o Efeito Pepita (C_0) para todos os pares de amostras Z_i e Z_j ;

$C \rightarrow$ é o valor da semivariância correspondente ao Alcance (Patamar - C);

$\alpha \rightarrow$ é o Alcance (A);

$h \rightarrow$ é o eixo das distâncias, isto é, o *Lag* (h).

A *Figura 15(a)* mostra o Variograma do tipo Esférico, obtido com a amostra coletada de 809.309 pontos, tendo como parâmetros o Alcance (*Major Range*) de 975,035 metros, o Patamar (*Partial Sill*) de 234,57 metros, e um Efeito Pepita (*Nugget*) de 124,24 metros. A *Figura 15(b)* mostra a superfície derivada desse Variograma.

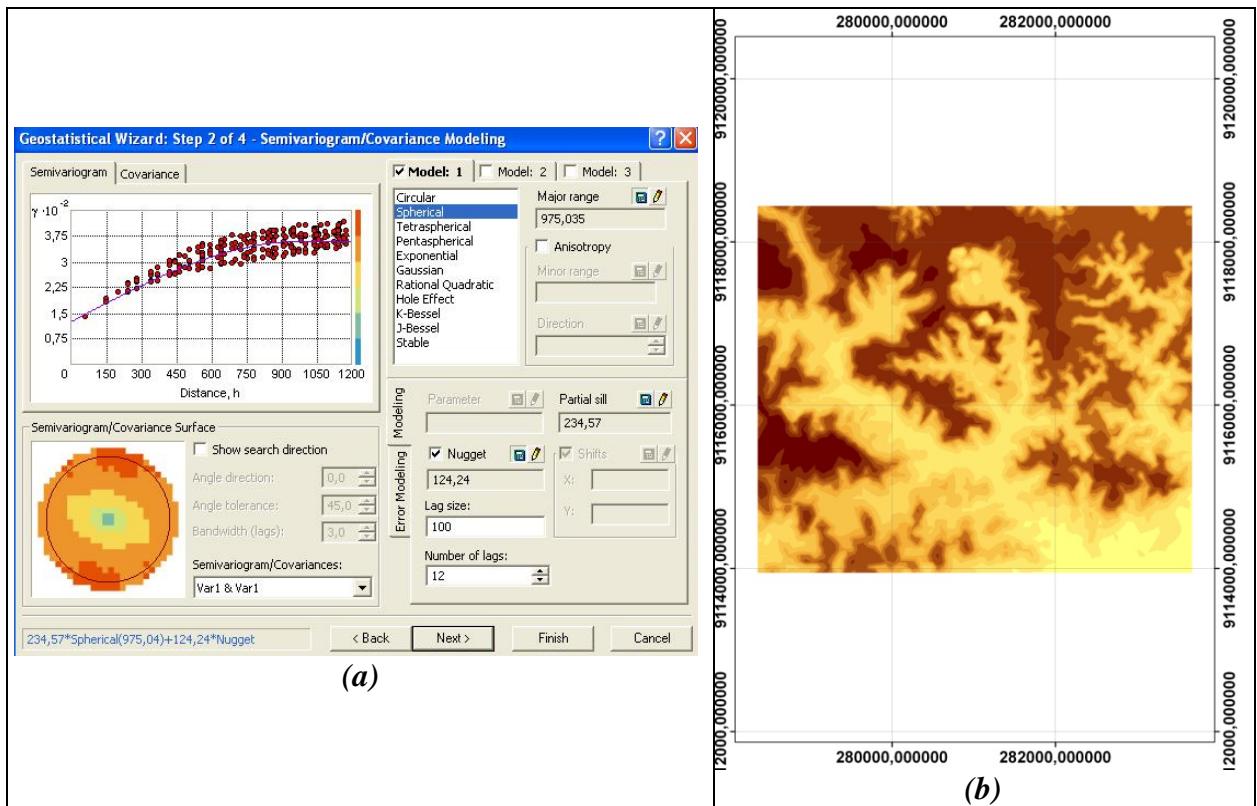


Figura 15 – Variograma e Superfície derivada

6. AVALIAÇÃO DE MODELOS DE INTERPOLAÇÃO

A avaliação de modelos de interpolação visa determinar qual interpolador que mais se adequa à superfície estudada.

Segundo *GOUSIE* e *FRANKLIN* (2003) os seguintes procedimentos de avaliação podem ser experimentados:

- Comparação visual entre o modelo gerado e a superfície amostral definida pelas curvas de nível. Essa técnica é possível através da confecção de mapas de relevo sombreado, caracterizando-se por ser puramente qualitativa.
- Cálculo do quadrado da curvatura total. A curvatura resultante deve ter um valor próximo à zero, de modo a identificar uma superfície suave. Sua *Fórmula (8)* é apresentada a seguir:

$$C_{sq} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=2}^{n-1} (Z_{i+1,j} + Z_{i-1,j} + Z_{i,j+1} + Z_{i,j-1} - 4Z_{i,j})^2, \quad (8)$$

Onde:

Z → representa a elevação dos pontos da grade, indexados por i e j .

- Cálculo do quadrado da curvatura média absoluta da superfície. É calculado pela *Fórmula (9)*:

$$C_{ave} = \frac{1}{(n-2)^2} \sum_{i=2}^{n-1} \sum_{j=2}^{n-1} |(Z_{i+1,j} + Z_{i-1,j} + Z_{i,j+1} + Z_{i,j-1} - 4Z_{i,j})|, \quad (9)$$

- Comparação entre as cotas originais das curvas de nível com as obtidas pelo modelo (MNE). Essa comparação pode ser obtida pelo Erro Quadrático Médio calculado pela *Fórmula (10)*:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{Z}_i - Z_i)^2}, \quad (10)$$

Onde:

\hat{Z}_i → é a elevação interpolada no MNE no ponto de teste i ;

Z_i → é a elevação verdadeira do ponto de teste i .

WECHSLER (1999) emprega somente estimadores estatísticos para a avaliação, citando-se os seguintes:

- **Tendência (Média)**

A Média identifica o desvio médio de uma amostra, que nada mais é que a média dos resíduos, sendo expresso pela *Fórmula (11)*:

$$\text{Média} = \frac{\sum_{i=1}^N \hat{Z}_i - Z_i}{N}, \quad (11)$$

Onde,

\hat{Z}_i → refere-se ao valor da altitude predita;

Z_i → refere-se ao valor da altitude verdadeira (observada, medida);

N → refere-se ao tamanho da amostras.

- **Diferença Absoluta Relativa Média (ARAD)**

A ARAD padroniza o desvio médio absoluto de uma amostra em relação ao valor observado da altitude, e é expresso pela *Fórmula (12)*:

$$ARAD = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{|\hat{Z}_i - Z_i|}{Z_i} \right)}{N}, \quad (12)$$

- **Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE)**

O conceito desse estimador é o mesmo formulado por GOUSIE e FRANKLIN, conforme *Fórmula (10)*.

- **Raiz Relativa do Erro Quadrático Médio (R-RMSE)**

O R-RMSE padroniza o RMSE, em relação ao valor observado da altitude, e é expresso pela *Fórmula (13)*:

$$R - RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\hat{Z}_i - Z_i}{Z_i} \right)^2}{N}}, \quad (13)$$

- **Logaritmo da Raiz do Erro Quadrático Médio (L-RMSE)**

O L-RMSE identifica o logaritmo do RMSE de uma amostra que é expresso pela *Fórmula (14)*, tendo por propriedade dar maior peso a subestimação que a sobreestimação.

$$L - RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \left(\ln\left(\frac{\hat{Z}_i}{Z_i}\right) \right)^2}{N}}, \quad (14)$$

- **Média e Desvio Padrão**

A Média e o Desvio Padrão simplesmente calculam a média e o desvio padrão dos valores preditos, como expressos nas *Fórmulas 15(a) e (b)*.

$$\bar{Z} = \frac{\sum_{i=1}^N \hat{Z}_i}{N}, \quad 15(a) \qquad S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\hat{Z}_i - \bar{Z})^2}{N}}, \quad 15(b)$$

Onde:

\bar{Z} → refere-se à média dos valores preditos;

S → refere-se ao desvio padrão dos valores preditos.

- **Média e Desvio Padrão dos Resíduos**

Esses estimadores representam à média e o desvio padrão dos resíduos (valor observado subtraído do valor predito) como expresso nas *Fórmulas 16(a) e (b)*.

$$\bar{Z}_{res} = \frac{\sum_{i=1}^N (\hat{Z}_i - Z_i)}{N}, 16(a) \qquad S_{res} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N [(Z_i - \hat{Z}_i) - \bar{Z}_{res}]^2}{N}}, \quad 16(b)$$

Onde:

\bar{Z}_{res} → refere-se à média dos resíduos;

S_{res} → refere-se ao desvio padrão dos resíduos.

Como alternativa aos processos de avaliação acima descritos sugere-se a aplicação do Teste de Diferenças entre Médias (TDM), realizado segundo o procedimento esquematizado na *Figura 16*.

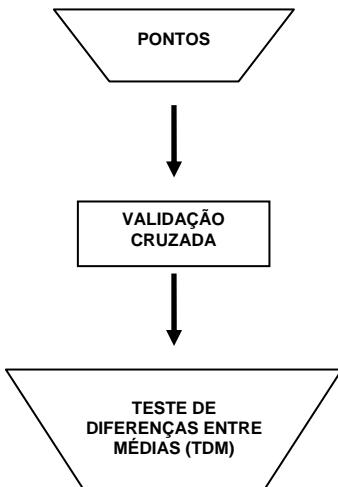


Figura 16 – Procedimento do Teste das Diferenças entre Médias (Adaptado de BURROUGH; McDONNELL, 1998).

A etapa PONTOS materializa a nuvem de pontos tridimensionais, considerada como amostra, obtida pela discretização das curvas de nível identificadas pelo procedimento mostrado anteriormente na *Figura 7*.

A VALIDAÇÃO CRUZADA é um procedimento onde cada ponto amostral " P_i " é retirado, e seu valor é predito através de um interpolador em função do restante da amostra. Essa operação é repetida para os " n " pontos amostrais, possibilitando identificar a diferença (erro) entre os valores medidos (observados) e os preditos (estimados) (BAILEY; GATRELL, 1995).

O TDM testa hipóteses acerca da diferença de média entre duas amostras. Neste trabalho o teste será aplicado comparando-se a amostra observada com os valores preditos pela técnica de Validação Cruzada para cada interpolador, de acordo com os seguintes passos:

- Cálculo da média aritmética da amostra observada e dos valores preditos, segundo as *Fórmulas 17(a) e (b)*:

$$\bar{Z}_{obs} = \frac{\sum Z_{obs}}{N}, \text{ } 17(a) \quad \bar{Z}_{pred} = \frac{\sum Z_{pred}}{N}, \text{ } 17(b)$$

Onde:

$\bar{Z}_{obs}, \bar{Z}_{pred}$ → refere-se à média da amostras observadas e dos valores preditos, respectivamente;

Z_{obs}, Z_{pred} → refere-se aos valores amostrais observados e aos preditos, respectivamente;

N → refere-se ao tamanho da amostra.

- Cálculo do desvio padrão da amostra e dos valores estimados, segundo as *Fórmulas 18(a) e (b)*:

$$S_{obs} = \sqrt{\left(\frac{\sum Z_{obs}^2}{N} - \bar{Z}_{obs}^2 \right)}, \text{ } 18(a) \quad S_{pred} = \sqrt{\left(\frac{\sum Z_{pred}^2}{N} - \bar{Z}_{pred}^2 \right)}, \text{ } 18(b)$$

Onde:

S_{obs}, S_{pred} → refere-se ao desvio padrão da amostra observada e dos valores preditos, respectivamente;

- Cálculo do erro padrão de cada média, segundo as *Fórmulas 19(a) e (b)*:

$$\sigma_{\bar{Z}_{obs}} = \frac{S_{obs}}{\sqrt{N}}, \text{ } 19(a) \quad \sigma_{\bar{Z}_{pred}} = \frac{S_{pred}}{\sqrt{N}}, \text{ } 19(b)$$

Onde:

$\sigma_{\bar{Z}_{obs}}, \sigma_{\bar{Z}_{pred}}$ → refere-se ao erro padrão das médias entre as amostras observadas e os valores preditos, respectivamente;

4. Cálculo do erro padrão da diferença entre as médias das amostras observada e os valores preditos, segundo a *Fórmula 20*:

$$\sigma_{dif} = \sqrt{\left(\sigma_{\bar{Z}_{obs}}^2 + \sigma_{\bar{Z}_{pred}}^2\right)}, \quad (20)$$

Onde:

σ_{dif} → refere-se ao erro padrão da diferença entre as médias das amostras observada e os valores preditos.

5. Cálculo da diferença média amostral em unidades de erro padrão da diferença, segundo a *Fórmula 21*:

$$t = \frac{\bar{Z}_{obs} - \bar{Z}_{pred}}{\sigma_{dif}}, \quad (21)$$

Onde:

t → refere-se à diferença das médias, em unidades de erro padrão da diferença, entre a amostra observada e os valores preditos.

6. Teste da Hipótese Nula (H_0), com base no valor de Z para testar, se não existe diferença entre a amostra observada e a amostra predita, dentro de um determinado nível de significância, ou seja, $H_0: Z_{obs} - Z_{pred} = 0$ (Teste da Diferença de Médias de amostras independentes).

Esse teste é executado segundo o modelo de Amostras Pareadas descrito nas *Fórmulas 22(a), (b), (c) e (d)*, a seguir:

$$x = Z_{obs} - Z_{pred}, \quad 22(a)$$

$$H_0: \bar{x} = 0, \quad 22(c)$$

$$\sigma_x = \frac{S_x}{\sqrt{N}}, \quad 22(b)$$

$$t = \frac{\bar{x} - 0}{\sigma_x / \sqrt{N}}, \quad 22(d)$$

7. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A primeira etapa da avaliação dos modelos de interpolação trata da análise da distribuição da amostra de 809.309 pontos tridimensionais, no que diz respeito à variável altimétrica (Z). De acordo com a *Figura 17*, observa-se que os pontos calculados apresentam, no gráfico, o comportamento aproximado de uma curva normal, com altitude média de 76,65 metros. A variação de altitudes está entre 6 e 136 metros, caracterizando um relevo acidentado.

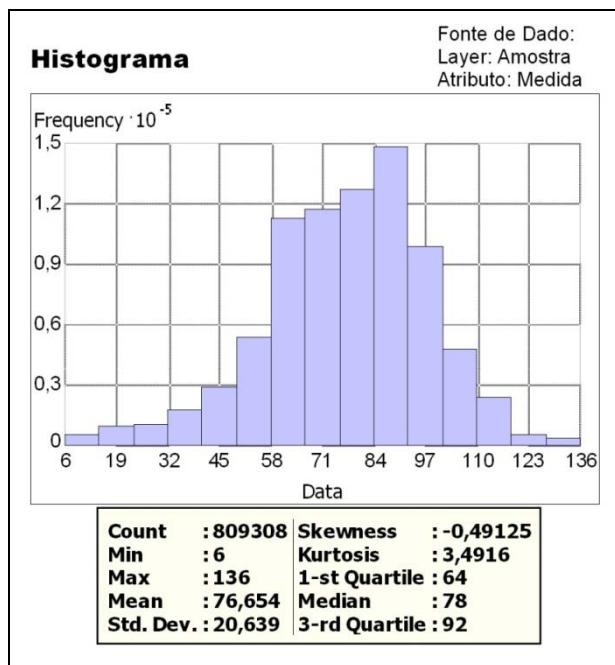


Figura 17 – Distribuição Amostral

Sobre a densidade da amostra, apresenta um valor médio de 0,034 pontos por m², dado que a região de estudo abrange uma área de 23.933.858 m².

A distribuição da amostra foi verificada empregando-se Estimador *Kernel*, fixando-se como largura de banda o valor de 130 metros. O resultado desse estimador é mostrado na *Figura 18*. Verifica-se um aglomerado de baixa densidade amostral em sua região nordeste, podendo comprometer a interpolação nesses locais. A inclusão das linhas de fundo de vale e de cumeada, que sanariam essa problemática, não pôde ser realizada, por falta dessa informação nas bases cartográficas originais.

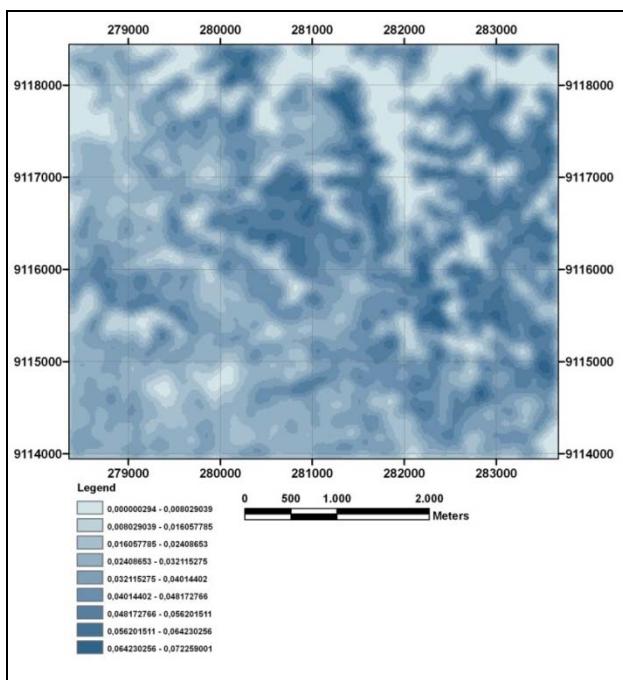


Figura 18 – Estimador *Kernel* para amostra de 809.309 pontos tridimensionais.

Os erros de digitalização e de posicionamento planimétrico das curvas de nível foram dimensionados pelo *RMS* resultante do georeferenciamento de cada uma das trinta e seis (36) ortofotocartas, que compunham a região de estudo. Esses valores constam no *Anexo 1* e variam de 0,0243 metros a 0,2753 metros. Ressalta-se que o erro de grafismo de cartas topográficas corresponde a 0,2 milímetros de sua escala (BRASIL, 1984). Como as ortofotocartas estão na escala de 1:2.000, o erro de grafismo correspondente é de 0,4 metros, inferior ao maior *RMS* encontrado. Assim, conclui-se que os erros de digitalização e posicionamento planimétrico não comprometem a interpolação.

Uma vez descrita à amostra passa-se a avaliação dos modelos de interpolação propriamente ditos, lembrando que os valores observados correspondem à amostra medida e os valores preditos correspondem ao resultado da validação cruzada para cada interpolador. Os parâmetros: raio de busca, com valor de 1.742 metros; número de vizinhos mínimos e máximos, por quadrante, com valor de 10 e 15, respectivamente; foram os mesmos utilizados para todos os métodos. As *Tabelas 1 a 5* mostram os estimadores sugeridos por *WECHSLER*, ordenados por colunas, do melhor para o pior resultado:

Tabela 1 - MÉDIA

<i>RBF Thin Plate Spline</i>	<i>RBF Spline with Tension</i>	<i>RBF Inverse Multiquadric Function</i>	Polinomial Local	<i>RBF Multiquadric Function</i>	<i>RBF Completely Regularized Spline</i>	Krigagem Ordinária	Inverso da Distância Ponderada
-0,000106	-0,000126	-0,000355	-0,000422	-0,00084	-0,001758	0,008897	-0,021105

Tabela 2 – ARAD

<i>RBF Thin Plate Spline</i>	<i>RBF Spline with Tension</i>	<i>RBF Completely Regularized Spline</i>	<i>RBF Inverse Multiquadric Function</i>	<i>RBF Multiquadric Function</i>	Polinomial Local	Inverso da Distância Ponderada	Krigagem Ordinária
0,002487	0,002487	0,002753	0,002784	0,002987	0,004401	0,005604	0,008412

Tabela 3 – RMSE

<i>RBF Spline with Tension</i>	<i>RBF Thin Plate Spline</i>	<i>RBF Multiquadric Function</i>	Polinomial Local	<i>RBF Inverse Multiquadric Function</i>	Inverso da Distância Ponderada	<i>RBF Completely Regularized Spline</i>	Krigagem Ordinária
0,377150	0,387040	0,419100	0,566843	0,661592	0,664160	0,672033	0,806586

Tabela 4 – R-RMSE

<i>RBF Spline with Tension</i>	<i>RBF Thin Plate Spline</i>	<i>RBF Multiquadric Function</i>	Polinomial Local	<i>RBF Inverse Multiquadric Function</i>	<i>RBF Completely Regularized Spline</i>	Inverso da Distância Ponderada	Krigagem Ordinária
0,005477	0,005477	0,006083	0,008124	0,009487	0,009644	0,010488	0,013304

Tabela 5 – L-RMSE

<i>RBF Spline with Tension</i>	<i>RBF Thin Plate Spline</i>	<i>RBF Multiquadric Function</i>	Polinomial Local	<i>RBF Completely Regularized Spline</i>	<i>RBF Inverse Multiquadric Function</i>	Inverso da Distância Ponderada	Krigagem Ordinária
0,005479	0,005479	0,006057	0,008050	0,008821	0,009513	0,010421	0,013199

Os resultados apresentados nessas tabelas identificam que a *Krigagem Ordinária* e o Inverso da Distância Ponderada estão entre os três piores de todos estimadores, e que o *RBF Spline with Tension* e *RBF Thin Plate Spline* estão entre os três melhores.

Para execução do Teste de Diferenças entre Médias (TDM) convém, inicialmente, analisar a distribuição do valor predito para cada interpolador, conforme apresentado na *Figura 19*. Verifica-se que todos eles, graficamente, apresentam comportamento semelhante ao encontrado em uma curva normal. Verificou-se também, que os interpoladores Inverso da Distância Ponderada e a *Krigagem Ordinária* não alteraram os valores máximos e mínimos da amostra original, caracterizando a propriedade de serem interpoladores Exatos. Os interpoladores Polinomial Local, *RBF Completely Regularized Spline* e o *RBF Inverse Multiquadric Function* geraram *Outlayers ou Fora da Série* (pontos residuais), encontrados alterando sobremaneira os valores máximos e mínimos da amostra original. Resultados também apresentados graficamente na *Figura 19*.

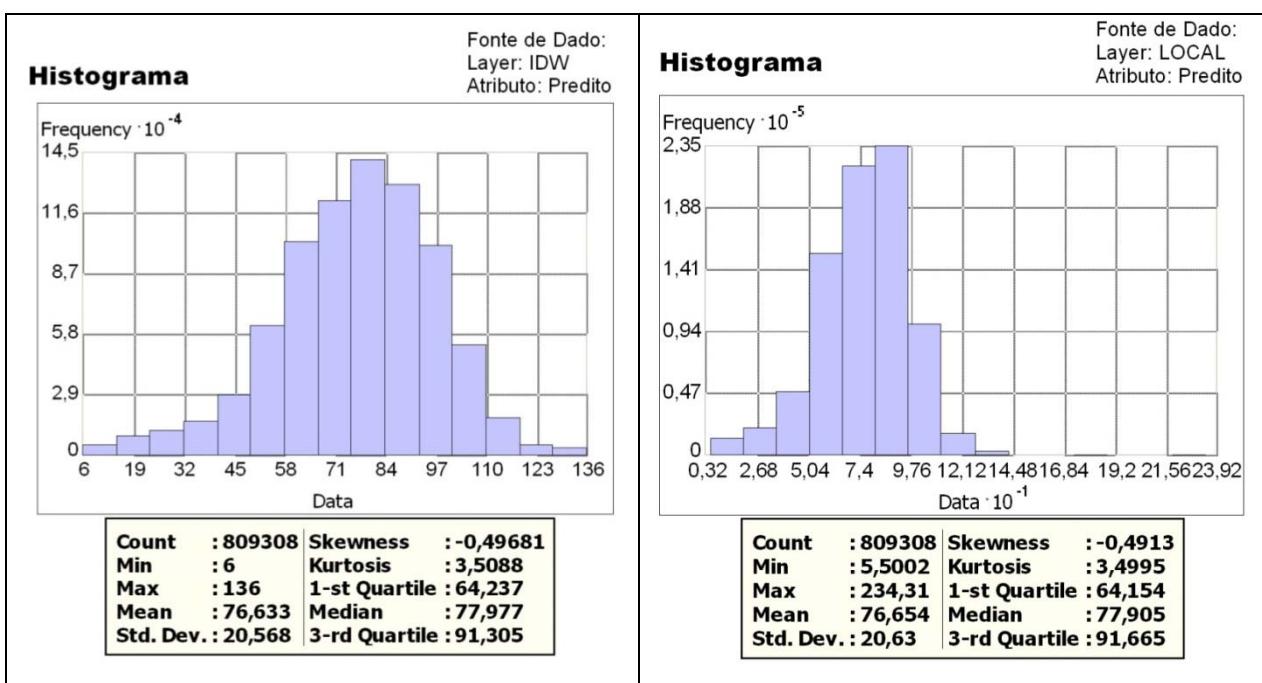


Figura 19 – Distribuição dos valores preditos para diferentes interpoladores.

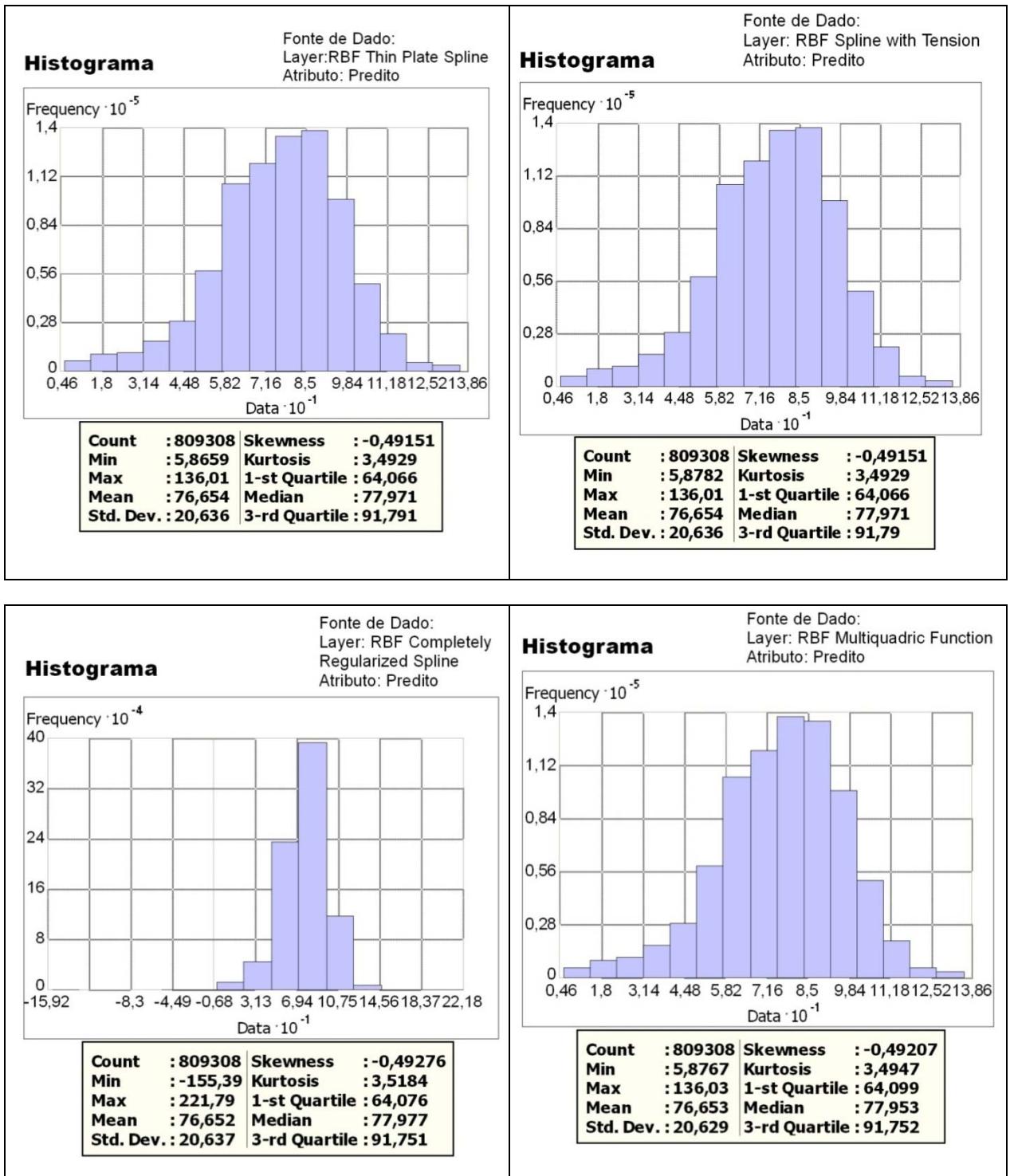


Figura 19 – Distribuição dos valores preditos para diferentes interpoladores (continuação).

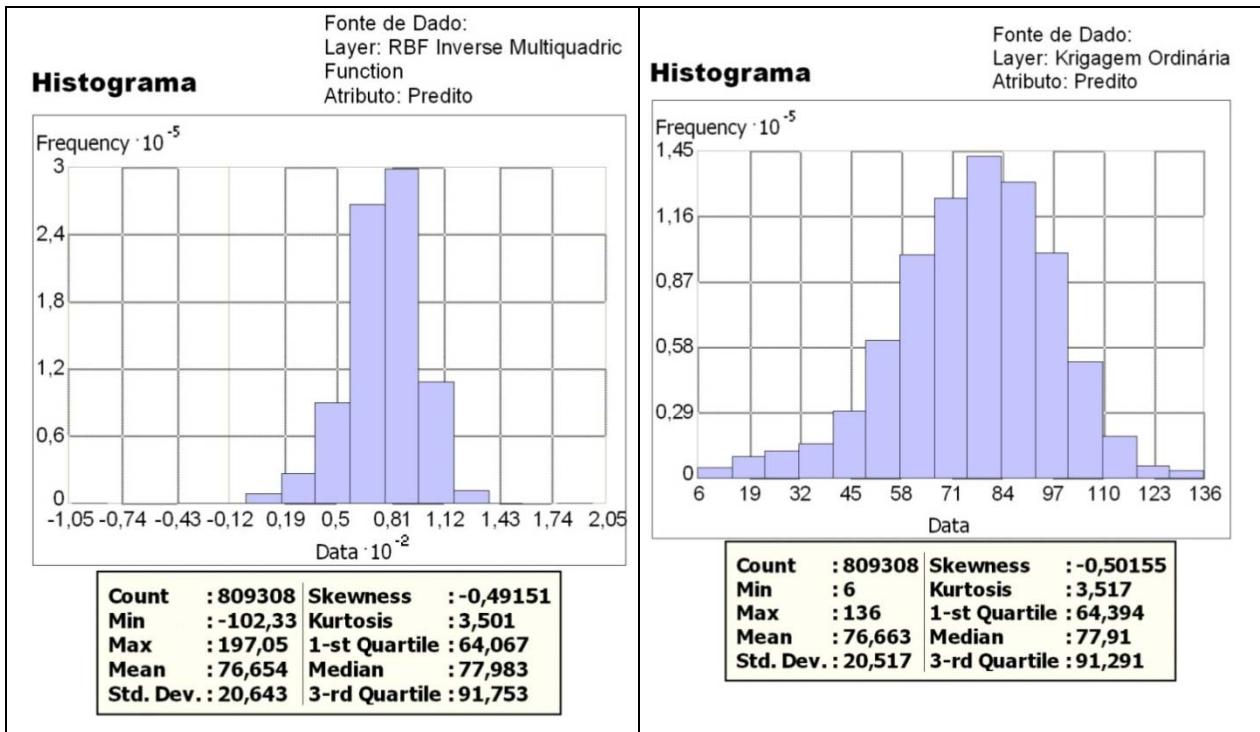


Figura 19 – Distribuição dos valores preditos para diferentes interpoladores (continuação).

O emprego do interpolador Polinomial Local possibilitou evidenciar, na área estudada, dois pontos residuais – Fora da Série, conforme apresentado na *Figura 20*. Essa situação pode ser entendida como simplesmente ruído, podendo ser minimizada pelo emprego de filtros do tipo passa-baixa (do tipo que atenua as altas freqüências, aquelas associadas a detalhes da imagem, e deixam apenas as baixas freqüências. Seu efeito é a remoção de detalhes da imagem e sua suavização - CENTENO, 2004).

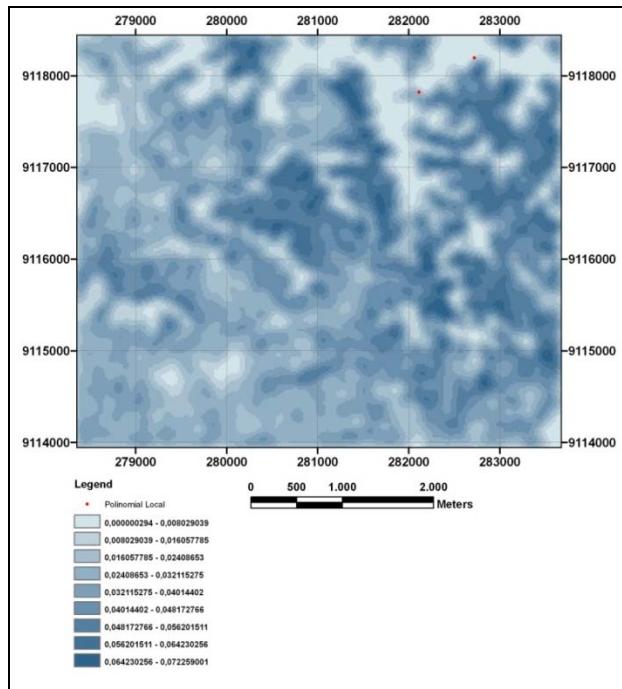


Figura 20 – Outlayers do interpolador Polinomial Local

Os *outlayers* encontrados pelo uso dos interpoladores RBF *Completely Regularized Spline* e *RBF Inverse Multiquadric Function* foram em número de 137 e 181, respectivamente, conforme identificados na *Figura 21(a)* e *21(b)*.

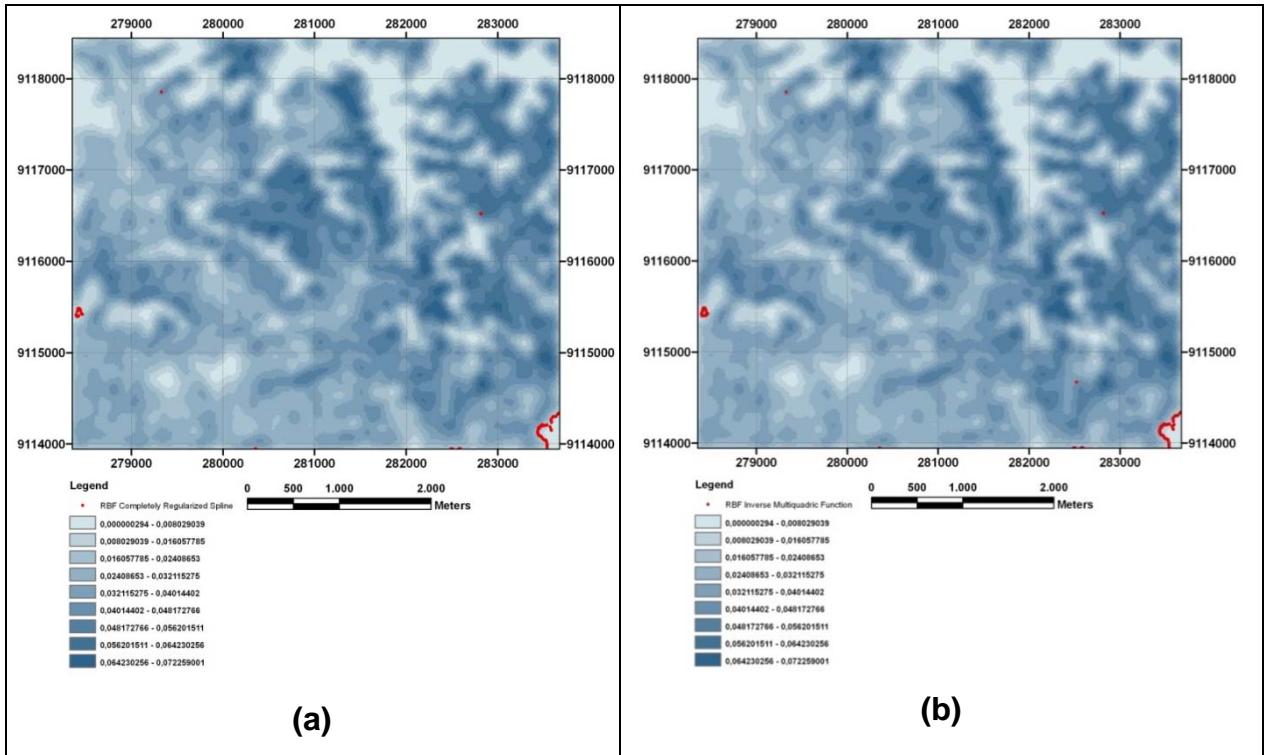


Figura 21 – Outlayers do interpolador RBF Completely Regularized Spline e RBF Inverse Multiquadric Function

Deve ser observado que a localização espacial dos *outlayers* restringe-se às áreas de borda, onde a amostra original apresenta os maiores e menores valores de altitude. Essa situação pode ser minimizada dimensionando-se para menos a região a ser modelada em relação à região ocupada pela amostra, como esquematizado na **Figura 22**.

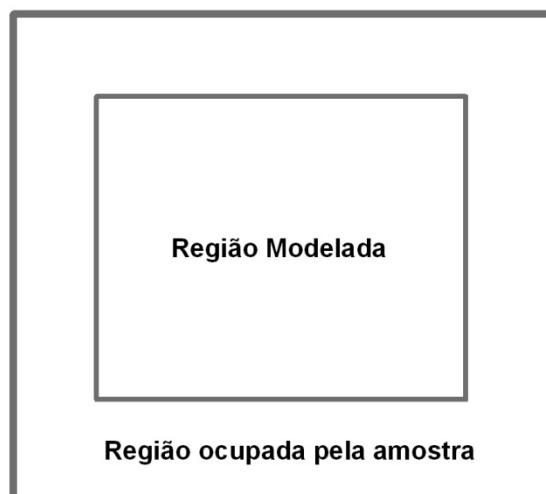


Figura 22 – Dimensionamento da região modelada

Mesmo com os *outliers* identificados em alguns interpoladores aplica-se o TDM. Esse teste pode ser procedido em programa de estatística clássica, na opção Comparação de Amostras Pareadas. Nesse caso, as amostras testadas correspondem aos pares: Amostra observada x Amostras preditas. O pareamento fica definido pelo fato de que a amostra observada tem a mesma posição espacial das amostras preditas.

A Hipótese Nula a ser verificada é a de que não existe diferença entre os valores medidos e os preditos, dado um nível de significância de 5%. Por outro lado, a Hipótese Alternativa admite a diferença no mesmo nível de significância. Os resultados do teste são apresentados nas *Figuras 23 a 30*.

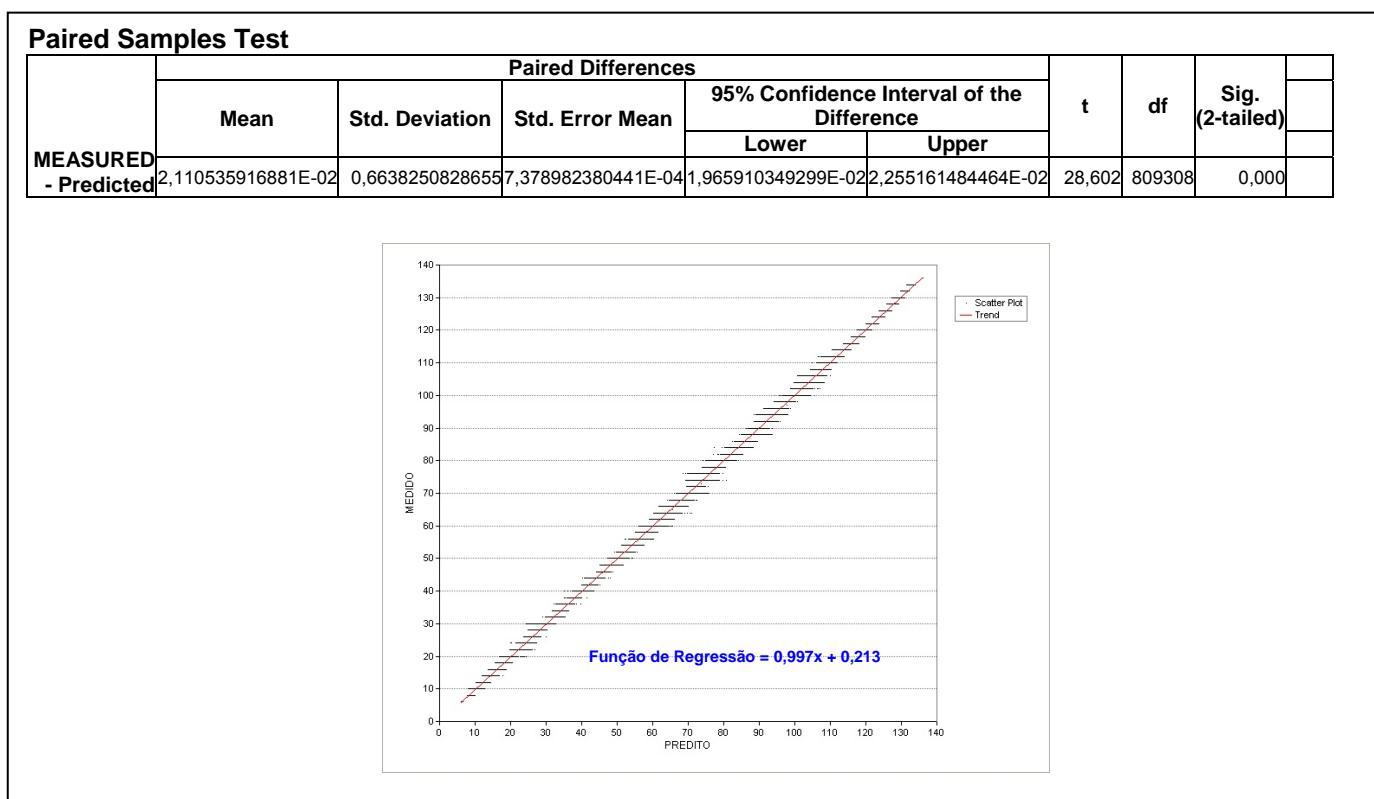


Figura 23 – Amostra Observada x Amostra obtida pelo Inverso da Distância Ponderada

Paired Samples Test

MEASURED - Predicted	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)					
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference									
				Lower	Upper								
4,222330557866E-04	0,5668428054179	6,300941590822E-04	-8,1273025879457E-04	1,657196370368E-03	0,670	809308	0,503						

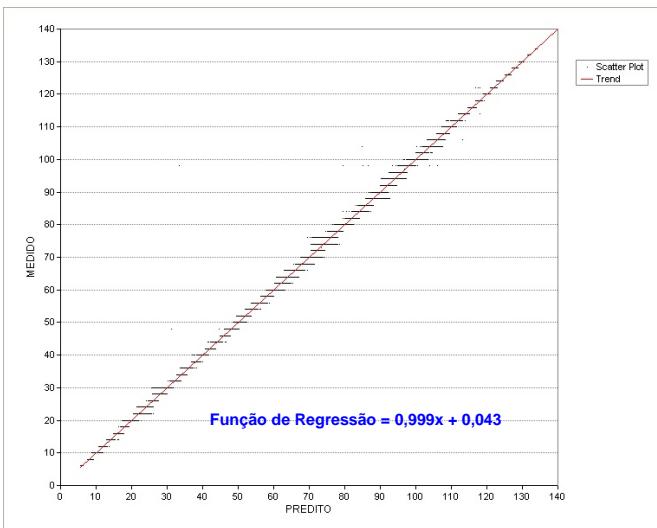


Figura 24 – Amostra Observada x Amostra obtida pelo Polinomial Local

Paired Samples Test

MEASURED - Predicted	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)					
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference									
				Lower	Upper								
1,062875426641E-04	0,3870400961772	4,302281013377E-04	-7,3694503519043E-04	9,495201205186E-04	0,247	809308	0,805						

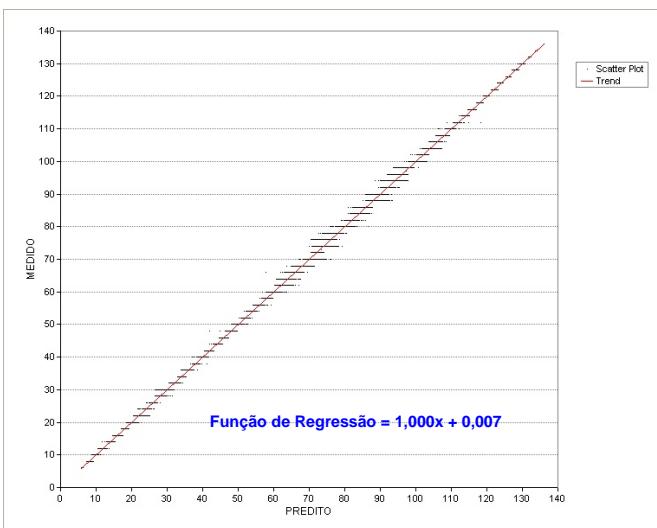


Figura 25 – Amostra Observada x Amostra obtida pelo RBF Thin Plate Spline



Figura 26 – Amostra Observada x Amostra obtida pelo RBF Spline with Tension

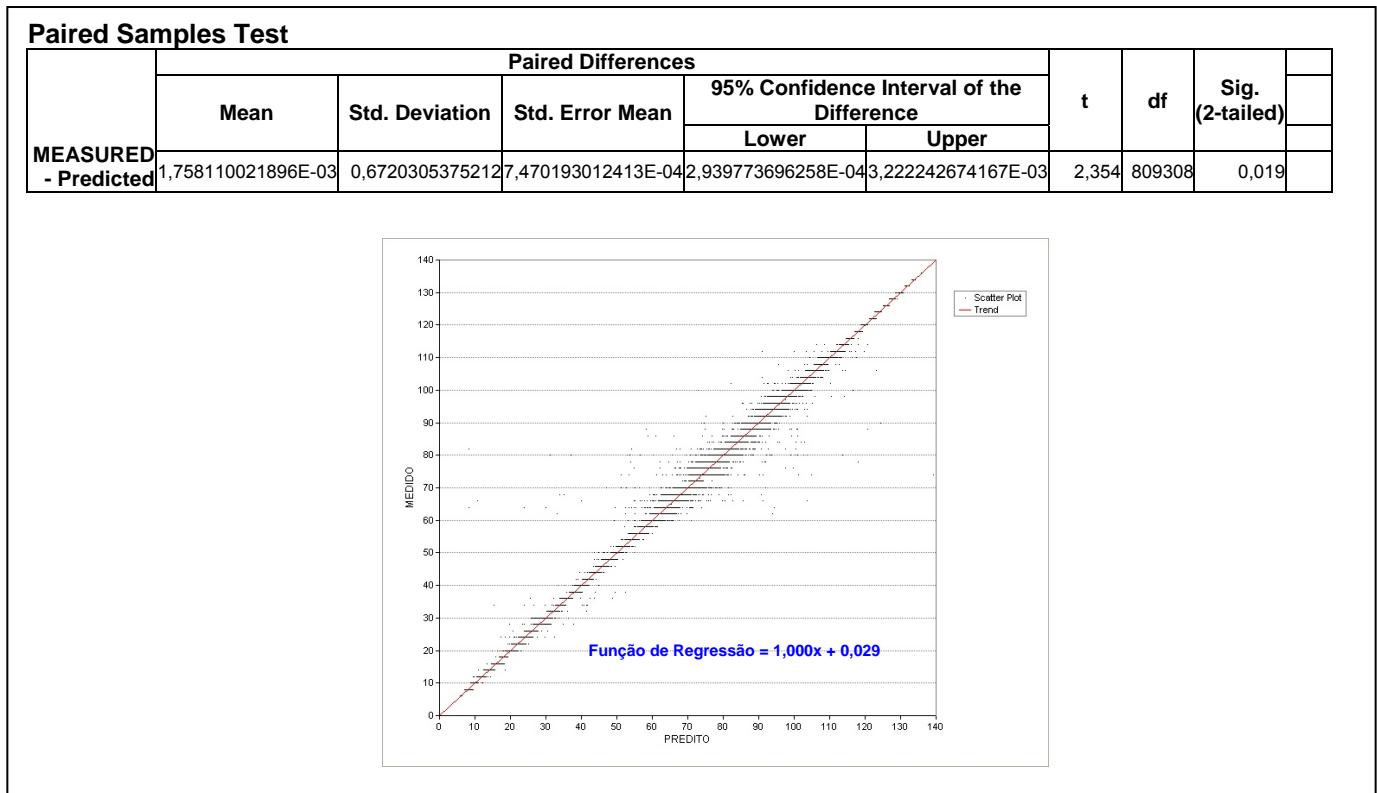


Figura 27 – Amostra Observada x Amostra obtida pelo RBF Completely Regularized Spline

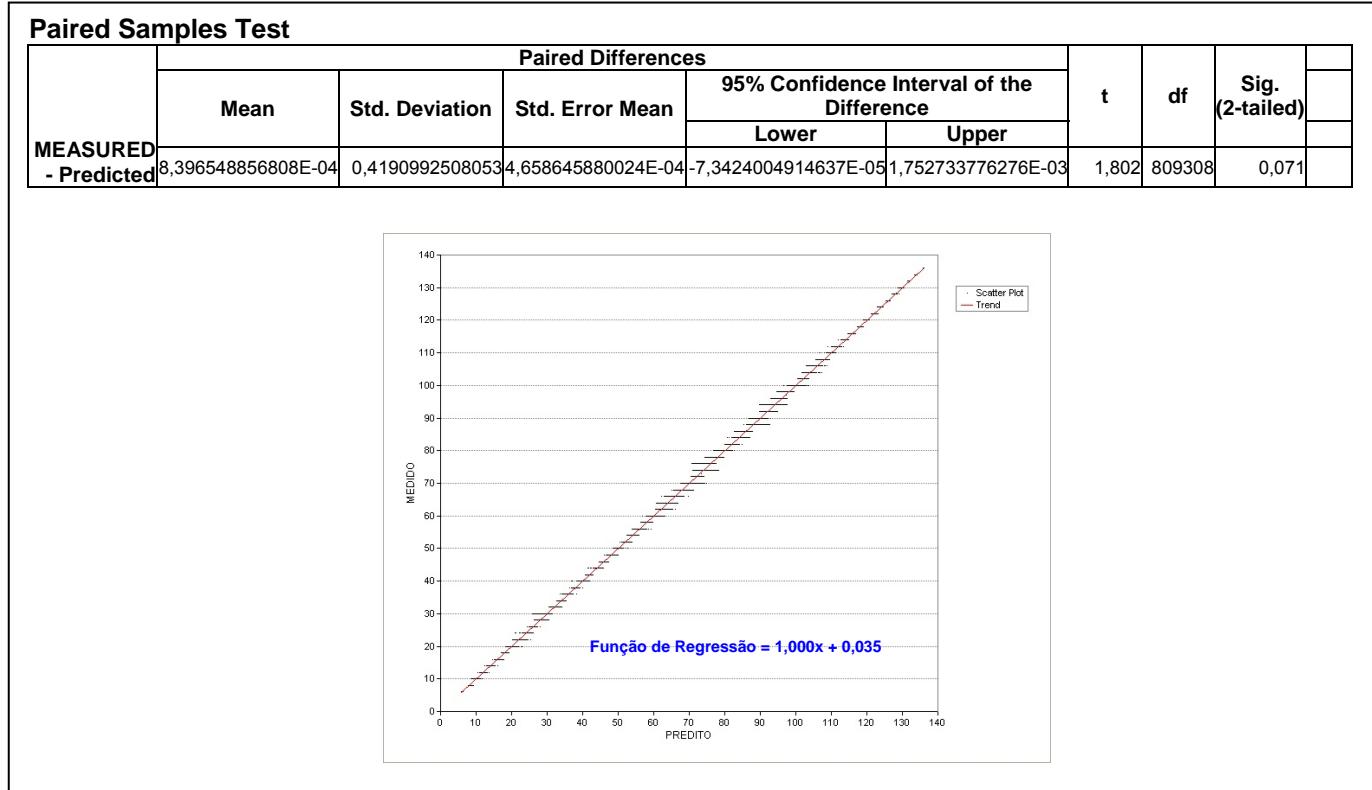


Figura 28 – Amostra Observada x Amostra obtida pelo RBF Multiquadric Function



Figura 29 – Amostra Observada x Amostra obtida pelo RBF Inverse Multiquadric Function

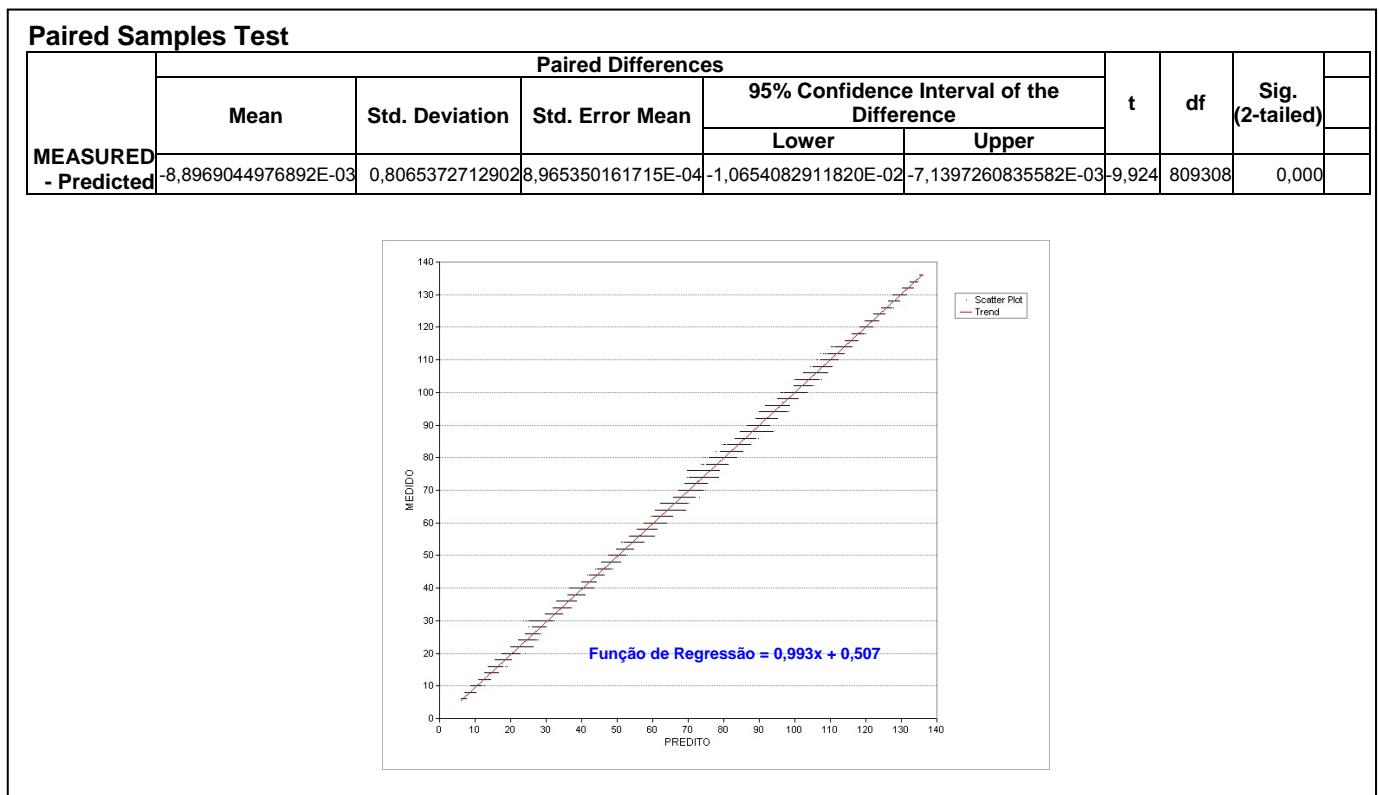


Figura 30 – Amostra Observada x Amostra obtida pelo RBF Krigagem Ordinária

De acordo com os quadros constantes nas *Figuras 23 a 30*, verifica-se que a hipótese nula é rejeitada para os interpoladores Inverso da Distância Ponderada, *RBF Completely Regularized Spline* e *Krigagem Ordinária*, existindo evidências de que a amostra interpolada difere da amostra medida. Assim, esses interpoladores não são adequados para representar o MNE nessa particular região de trabalho.

Verifica-se ainda que a hipótese nula seja aceita para os interpoladores Polinomial Local, *RBF Thin Plate Spline*, *RBF Spline with Tension*, *RBF Multiquadric Function*, *RBF Inverse Multiquadric Function*, existindo evidências de que a amostra interpolada não difere da amostra medida. Assim, esses interpoladores são os mais adequados para representar o MNE nessa particular região de trabalho.

Após a realização do teste, julga-se pertinente observar se os resultados encontrados contemplam as especificações do Padrão de Exatidão Cartográfica (PEC), constantes no Decreto Nº. 89.817, de 20 de junho de 1984, que trata das Instruções Reguladoras das Normas Técnicas da Cartografia Nacional (IRNTC).

O PEC obtido através do Erro-Padrão define a acuracidade com que as cartas devem ser elaboradas. Para as altitudes é determinado que “noventa por cento (90%) dos pontos isolados de altitude, quando testados no terreno, não deverão apresentar erro superior ao PEC estabelecido” (Decreto Nº. 89.817, de 20 de junho de 1984). Para cartas Classe A, que pertencem à classe mais rigorosa, o Erro-Padrão altimétrico corresponde a um terço da eqüidistância das curvas de nível. Desse modo, o PEC fica especificado pela *Fórmula (23)*.

$$PEC = \frac{1}{3} \langle \text{Eqüidistância - Curvas - de - Nível} \rangle \times 1,6449 \quad , \quad (23)$$

Onde:

1,6449 → Refere-se ao Escore Padronizado correspondente a porcentagem de noventa por cento (90%) de área sob a curva Normal.

Dado que a amostra testada foi obtida a partir da elaboração de curvas de nível com eqüidistância de dois metros (2,00m), o PEC correspondente para cartas Classe A, calculado pela *Fórmula (23)* apresenta o valor de 1,0966 metro.

A partir da identificação do Padrão de Exatidão Cartográfica, as amostras preditas pelos diversos interpoladores foram analisadas, para identificar quais delas têm possibilidade gerar um MNE que atenda as especificações da Classe A. Os resultados da análise, compostos de mapas que identificam pontos com valores fora do PEC (a) e de indicadores estatísticos (b), são apresentados nas *Figuras 31 a 38*.

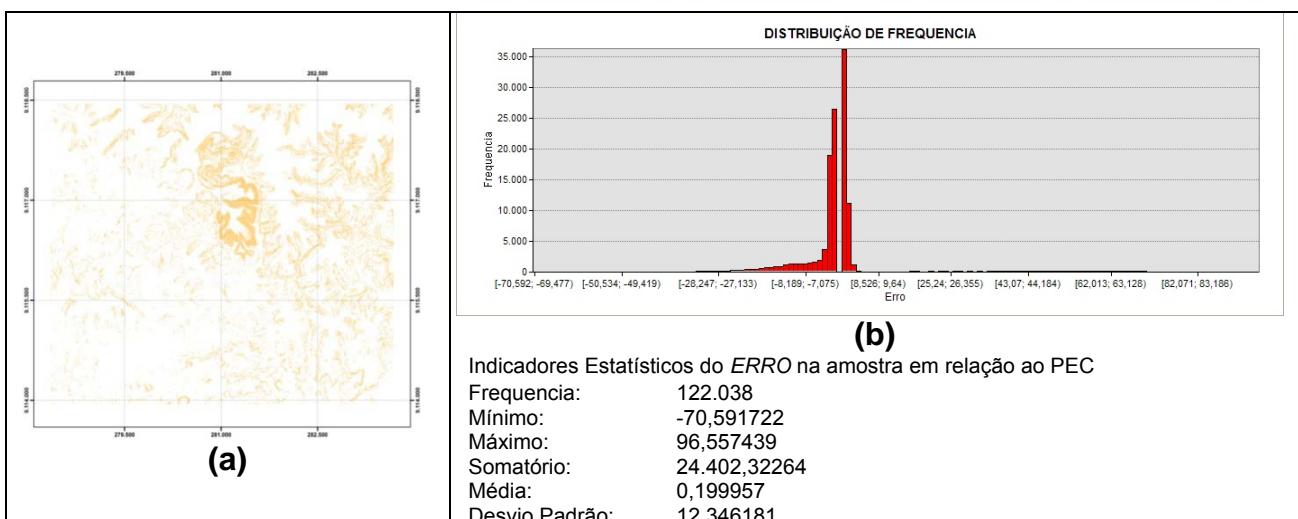


Figura 31 – Análise para o interpolador Inverso da Distância Ponderada

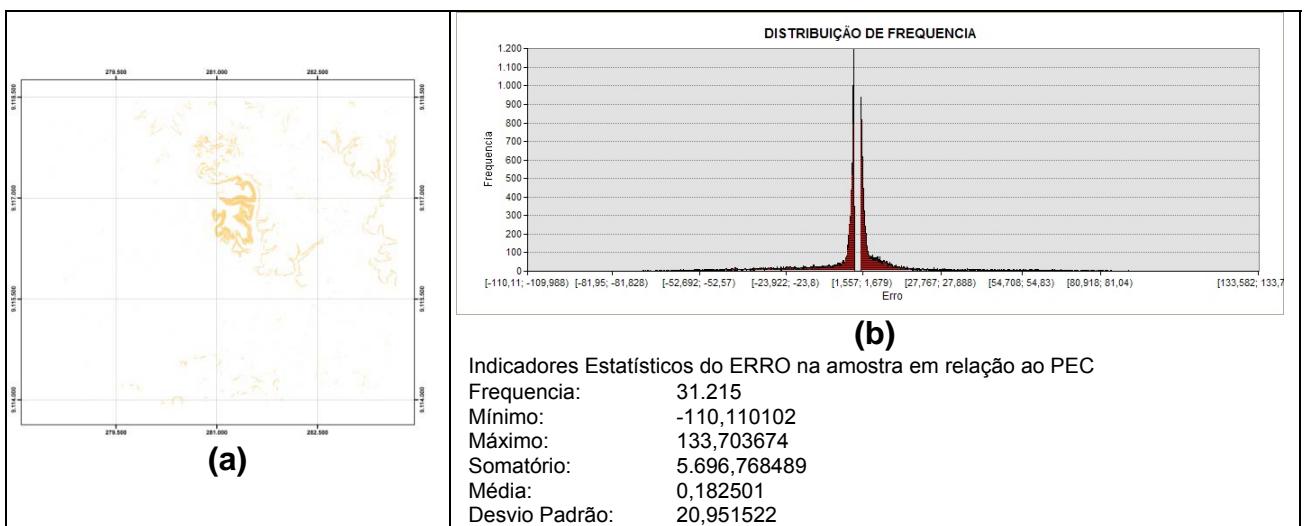


Figura 32 – Análise para o interpolador Polinomial Local

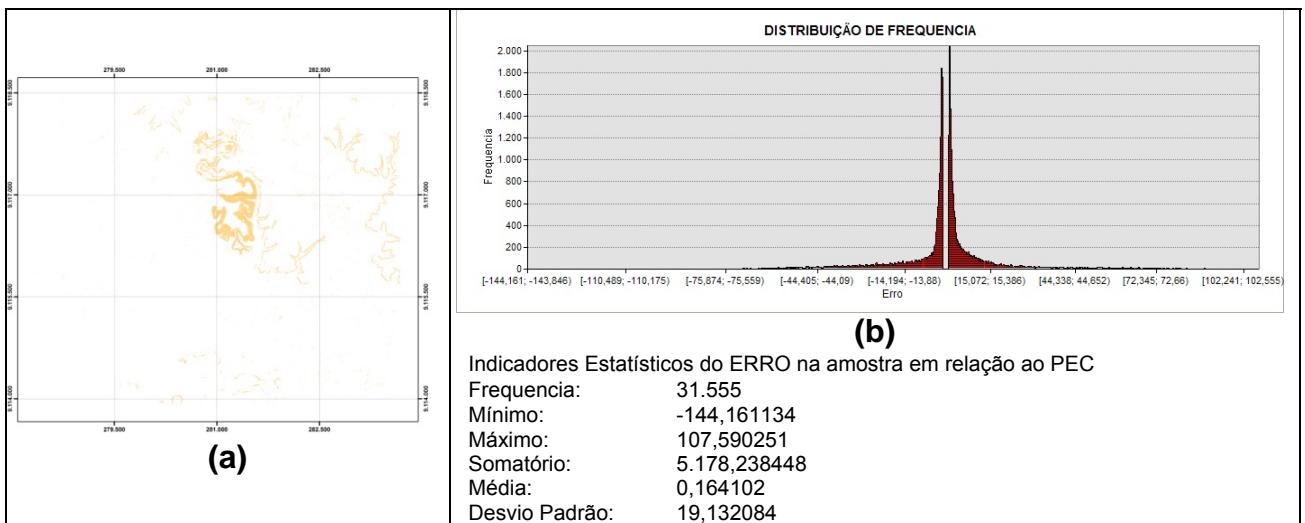


Figura 33 – Análise para o interpolador RBF Thin Plate Spline

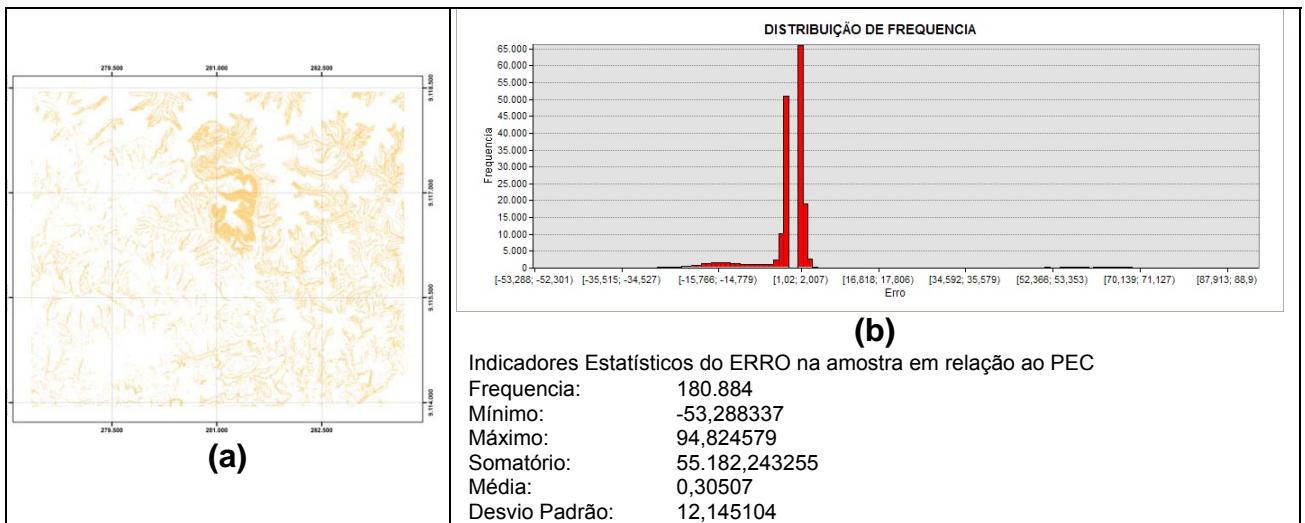


Figura 34 – Análise para o interpolador RBF Spline with Tension

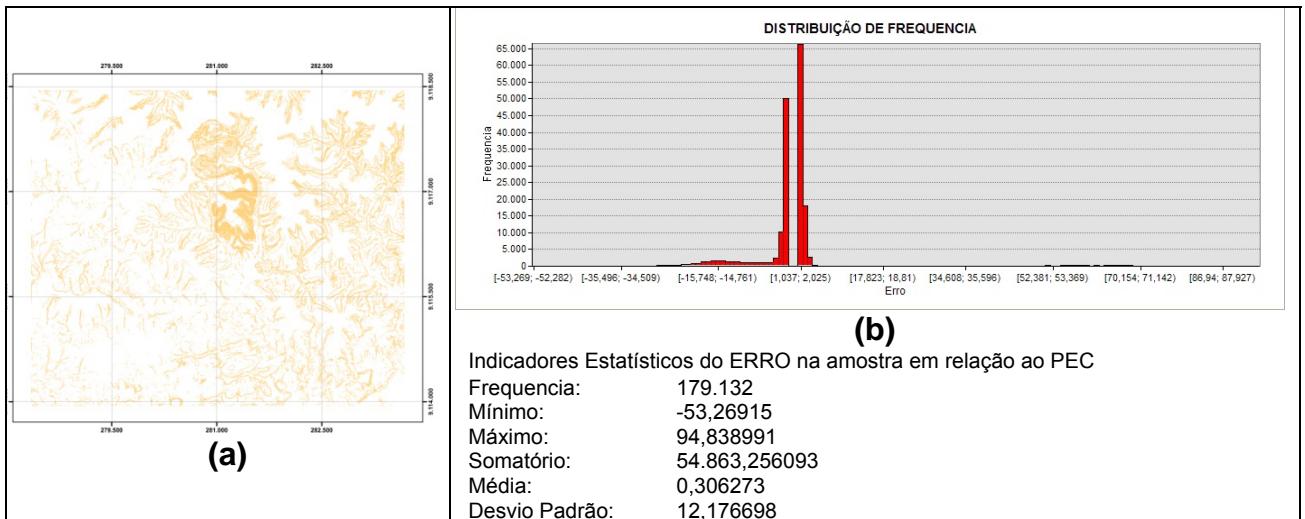


Figura 35 – Análise para o interpolador RBF Completely Regularized Spline

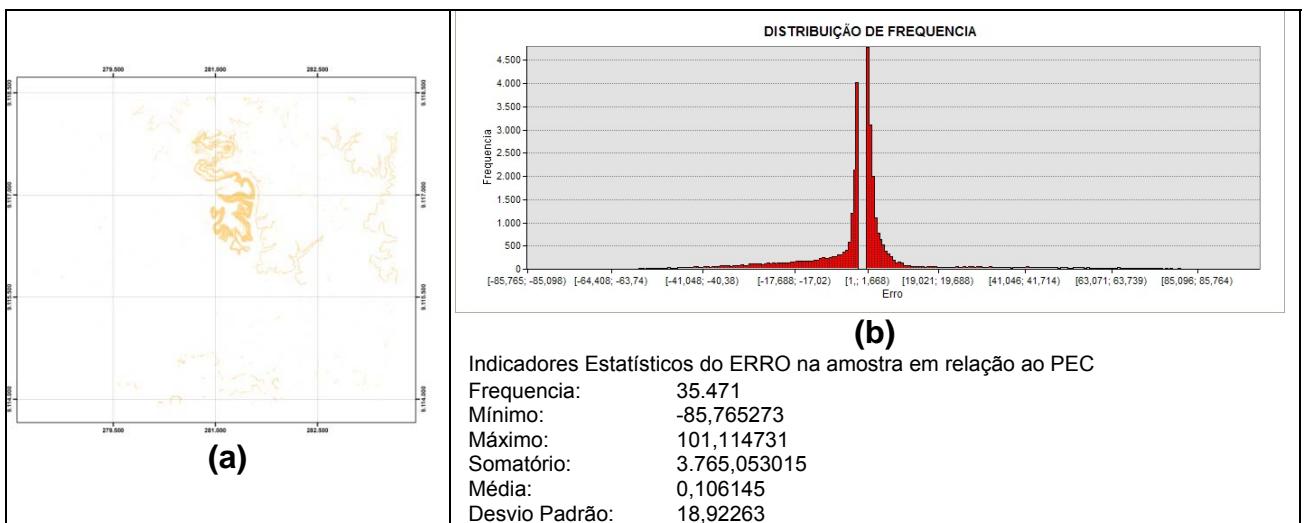


Figura 36 – Análise para o interpolador RBF Multiquadric Function

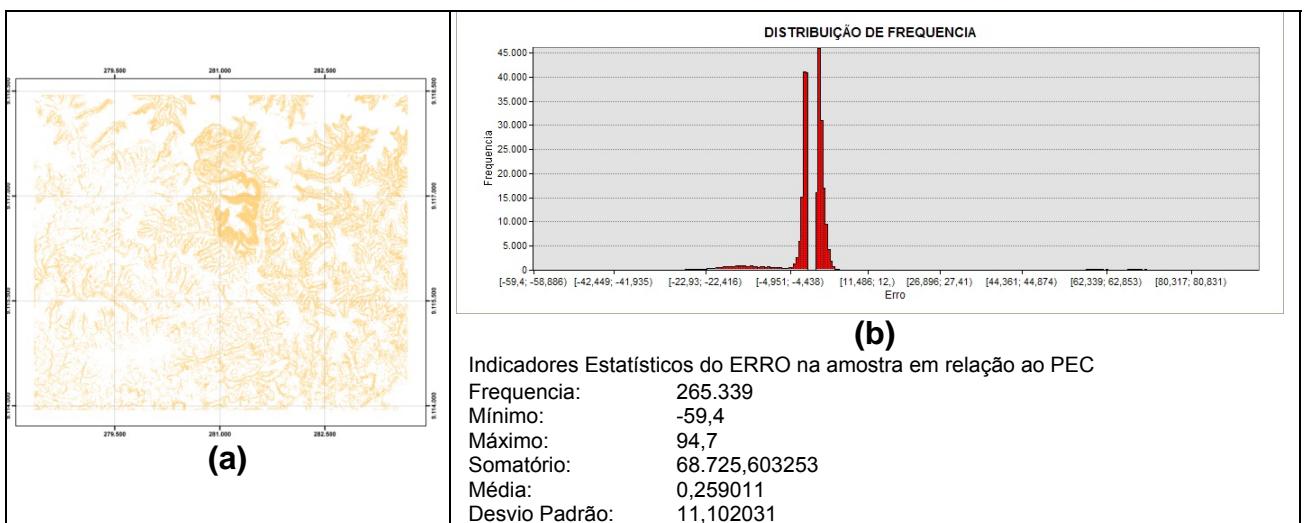


Figura 37 – Análise para o interpolador RBF Inverse Multiquadric Function

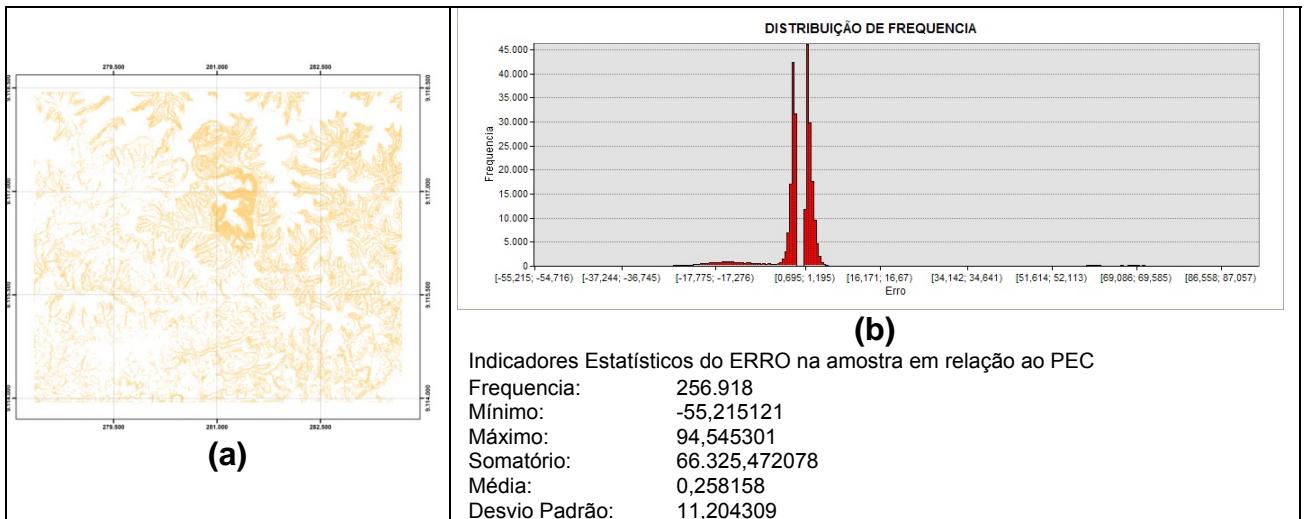


Figura 38 – Análise para o interpolador Krigagem Ordinária

Como as amostras preditas são compostas de 809.309 pontos e as cartas Classe A exigem que no máximo 10% desses (80.931 pontos) podem exceder o PEC de 1,0966 metro, verifica-se que:

- As amostras obtidas pelos interpoladores Polinomial Local, *RBF Thin Plate Spline* e *RBF Multiquadric Function* se adequam a Padrão de Exatidão Cartográfico;
- As amostras obtidas pelos interpoladores Inverso da Distância Ponderada, *RBF Spline with Tension*, *RBF Completely Regularized Spline*, *RBF Inverse Multiquadric Function* e *Krigagem Ordinária* não se adequam ao Padrão de Exatidão Cartográfico.

A aplicação do teste TDM e o enquadramento no PEC das interpolações obtidas resultaram na classificação em termos de aprovação/não aprovação do método de interpolação aplicado às amostras na região estudada. Os resultados alcançados pelo TDM e pelo enquadramento no PEC são apresentados sistematizados na **Tabela 6**.

Tabela 6 – Resumo dos resultados obtidos pelo TDM e pelo PEC

CRITÉRIO ADOTADO	Inverso da Distância Ponderada	Polinomial Local	RBF <i>Thin Plate Spline</i>	RBF <i>Spline with Tension</i>	RBF <i>Completely Regularized Spline</i>	RBF <i>Multiquadric Function</i>	RBF <i>Inverse Multiquadric Function</i>	Krigagem Ordinária
TDM	Não Aprovado	Aprovado	Aprovado	Aprovado	Não Aprovado	Aprovado	Aprovado	Não Aprovado
PEC	Não Aprovado	Aprovado	Aprovado	Não Aprovado	Não Aprovado	Aprovado	Não Aprovado	Não Aprovado

Concluindo, observa-se que os interpoladores Polinomial Local, *RBF Thin Plate Spline* e *RBF Multiquadric Function* têm possibilidades de gerar um MNE, tanto adequado ao TDM quanto ao PEC, uma vez que foram aprovados por esses dois critérios. Outra observação pertinente é o fato de que os interpoladores aprovados apresentaram concentração de erros superiores ao PEC na região leste, merecendo um estudo mais aprofundado sobre esse aspecto.

8. CONCLUSÕES

Este trabalho avaliou a precisão das técnicas de interpolação para uma mesma amostra, procurando apontar qual delas induz ao menor erro, objetivando a construção de Modelos Numéricos de Elevação (MNE). Um fator que influencia a qualidade de um MNE é o interpolador empregado, pois qualquer que seja sempre traduzirá a incerteza nos pontos estimados.

Foram apresentadas as etapas necessárias à construção de MNE incluindo a Aquisição das Amostras; Geração da Superfície e suas Aplicações. Destaque foi dado à etapa de Aquisição das Amostras, que deve ser tratada de forma cuidadosa e com acuracidade, para não comprometer os resultados das fases posteriores para construção do MNE. A aquisição da amostra foi realizada em função da densidade e distribuição dos pontos. Com subsídios do Estimador *Kernel* foi avaliado o comportamento da amostra indicando aglomerados de baixa densidade amostral na região nordeste.

A aquisição da amostra utilizada foi obtida pelos vértices de curvas de nível para uma escala de mapeamento de 1:2.000. Foi apresentada a metodologia para obtenção de uma amostra pontual tridimensional desde a seleção dos fotolitos de curvas de nível, sua transformação em arquivos digitais, processamento desses arquivos digitais até seu georeferenciamento, vetorização da feição de curvas de nível com a definição de seus valores de cota, mosaicagem dos arquivos digitais de fotolitos, análise da compatibilidade dessas isolinhas de altitude, efetivação de ligações das feições nas áreas de articulação de ortofotocartas, e como uma última etapa, a conversão dessas isolinhas em uma amostra composta por 809.309 pontos tridimensionais.

De posse da amostra pontual tridimensional foram executados os seguintes modelos de interpolação: Inverso da Distância Ponderada, Polinomial Local, *RBF Thin Plate Spline*, *RBF Spline with Tension*, *RBF Completely Regularized Spline*, *RBF Multiquadric Function*, *RBF Inverse Multiquadric Function*, Krigagem Ordinária. A interpolação foi processada com a amostra observada produzindo assim uma amostra predita utilizando técnica de Validação Cruzada. Como fundamento básico

do processo de interpolação, foi considerado que os valores de pontos próximos no espaço são mais similares que os valores dos pontos mais distantes.

Com o modelo de interpolação gerado não indicava qual o que melhor representava a superfície observada, objetivando dirimir essa dúvida passou-se para a etapa de avaliação da qualidade dos interpoladores em estudo.

Inicialmente foi utilizado um procedimento adotado por *Gousie e Franklin*, incluindo a comparação visual entre o modelo gerado e a superfície observada, e análise por alguns estimadores. Também foram estudados os estimadores estatísticos propostos por *Wechsler*, tais como, *RMSE*, *R-BIAS*, *ARAD*, *R-RMSE*, *L-RMSE*, Média e Desvio Padrão, e Média e Desvio Padrão dos Resíduos, e como uma terceira alternativa proposta por este trabalho foi sugerida a realização do Teste da Diferenças entre Médias (TDM), que testa as hipóteses de aceitação ou rejeição da amostra predita, a cerca da diferença de médias entre duas amostras, observada e predita.

Na etapa da avaliação de interpoladores propriamente dita, os estimadores sugeridos por *Wechsler*, identificam que a *Krigagem Ordinária* e o *Inverso da Distância Ponderada* estão entre os dois piores de todos estimadores, e que o *RBF Spline with Tension* e *RBF Thin Plate Spline* estão entre os dois melhores.

Já a análise pelo TDM verificou-se que os melhores métodos de interpolação para representação da superfície são *Polinomial Local*, *RBF Thin Plate Spline*, *RBF Spline with Tension*, *RBF Multiquadric Function*, *RBF Inverse Multiquadric Function*, apresentando evidências de que a amostra interpolada não difere da amostra medida.

Visando aprovar o melhor método de interpolação a ser escolhido para representar a superfície em análise, o Padrão de Exatidão Cartográfica foi também considerado como um critério de avaliação, de forma que as amostras atendessem as especificações exigidas para elaboração de cartas para a *Classe A*. As amostras obtidas pelos modelos de interpolação *Polinomial Local*, *RBF Thin Plate Spline* e *RBF Multiquadric Function* adequaram-se ao Padrão de Exatidão Cartográfico.

Finalmente observa-se que os interpoladores Polinomial Local, *RBF Thin Plate Spline* e *RBF Multiquadric Function* foram aprovados pelos critérios do TDM e do PEC sendo escolhidos para a geração do MNE. A *Figura 39(a)* apresenta as curvas de nível obtidas por restituição fotogramétrica, e a *Figura 39(b)* mostra as curvas de nível geradas pelo modelo de interpolação *RBF Thin Plate Spline*, um dos aprovados pela análise.

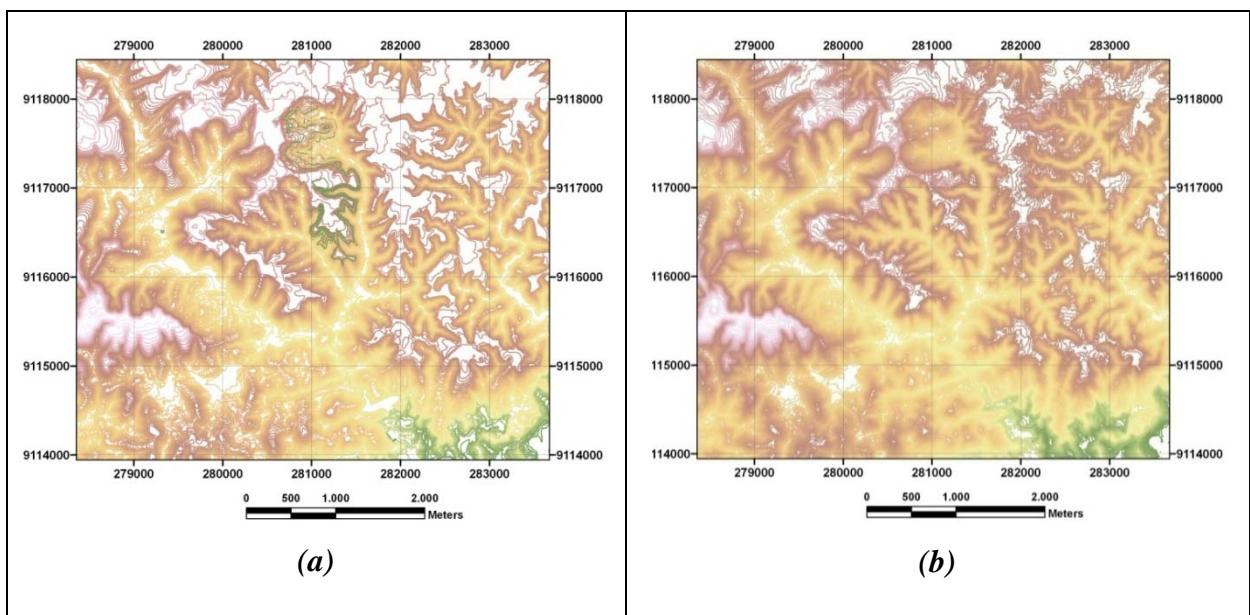


Figura 39 – Curvas de nível observadas e geradas pelo Modelo Numérico de Elevação

A variação ocorrida na área centro-norte da *Figura 39 (a)* e *(b)* estão previstas no intervalo de erros admissíveis pelo modelo de interpolação *RBF Thin Plate Spline*.

O estudo comprovou que as técnicas utilizadas em gabinete, pelo uso de métodos de interpolação, obedecendo a critérios matemáticos, cartográficos, estatísticos e legais, são confiáveis, e seus erros não comprometem a qualidade exigida pelo modelo e, portanto, não diferindo seus resultados da amostra original. De onde se conclui que esses interpoladores aprovados podem ser aplicados com economia de tempo e de recursos investidos para essa região de estudo. Essa seqüência de procedimento apresentadas podem ser repetida para outras áreas, de forma que sejam adequados os métodos de interpolação que melhor se adaptem a região em estudo.

Contudo, sugere-se a observação dos seguintes pontos visando aperfeiçoar os procedimentos adotados para a geração de Modelos Numéricos de Elevação:

- Bases cartográficas sistematizadas em sistemas de referências únicos, ou pelo menos uniformizado, seguindo o padrão oficial do país, de modo que seus dados sejam integrados de forma direta e com menos erros associados;
- Organização da base cartográfica sob forma de níveis de informação, permitindo que as feições dos dados sejam modeladas facilmente;
- Quando a feição a ser modelada é a superfície física do terreno, é recomendada a utilização de outras feições, tal como a rede hidrográfica para auxiliar a geração da superfície interpolada, objetivando assim a exclusão de pontos de dúvida relativo a mudança de declividade.

Como recomendação é sugerida a realização de outros estudos nessa linha de avaliação da qualidade de interpoladores utilizando outros critérios de análise dos resultados obtidos com a modelagem que não sejam o Teste da Diferença entre Médias e o PEC, e também estudos para determinação de linhas de cumeadas através da interpolação de pontos da superfície, já que as linhas de fundo de vale já estão definidas pela rede hidrográfica.

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAILEY, Trevor C.; GATRELL, Anthony C. **Interactive Spatial Data Analysis.** Prentice Hall; Pap/Dsk edition. 1995. 432p.

BAJJALI, William. **Model the Effect of Four Artificial Recharge Dams on the Quality of Groundwater using Geostatistical Methods in GIS Environment, Oman.** 2002. *Journal of Spatial Hydrology Fall*, Vol. 5, Nº. 2. Department of Biology and Earth Sciences, University of Wisconsin – Superior, Superior, WI 54880. wbajjali@uwsuper.edu. Disponível em: <<http://frontpage.uwsuper.edu/bajjali/>>.

BRASIL, Presidência da República, Casa Civil, Subchefia de Assuntos Jurídicos. **Normas Técnicas da Cartografia Nacional.** Decreto Nº 89.817 de 20 de Junho de 1984. Publicado no Diário Oficial da União em 22/06/1984. Disponível em <www.concar.ibge.gov.br>. Acesso em 19/08/2007.

BURROUGH, Peter A.; McDONNELL, Rachael A. **Principles of Geographical Information Systems - Spatial Information Systems and Geostatistic.** New York. 1998.

CÂMARA, Gilberto; MONTEIRO, Antônio Miguel; FUCKS, Suzana Druck; et al. **Análise Espacial e Geoprocessamento.** INPE, 2004.

CAMARGO, Eduardo Celso Gerbi; FUCKS, Suzana Druck; CÂMARA, Gilberto. **Análise Espacial de Superfícies.** INPE, 2004.

CAMARGO, Eduardo Celso Gerbi. **Geoestatística: Fundamentos e Aplicações. Geoprocessamento em Projetos Ambientais.** INPE, 2004

CENTENO, Jorge A. Silva. **Sensoriamento Remoto e Processamento de Imagens Digitais**. Universidade Federal do Paraná – UFPR. Curitiba, 2004.

CHAPLOT, Vincent; DARBOUX, Frédéric; BOURENNANE, Hocine; et. al. **Accuracy of interpolation techniques for the derivation of digital elevation models in relation to landform types and data density**. Geomorphology – Vol 77, Issues 1 – 2, Páginas 126 – 141, 15 July 2006.

CONDEPE/FIDEM, AGÊNCIA ESTADUAL DE PLANEJAMENTO E PESQUISAS DE PERNAMBUCO. **Coletânea de Trabalhos Cartográficos**. Recife, 2006.

ESTRADA, Leo; SAFRIET, Christine. **Advanced Techniques for Geographic Information Systems**. 2006. SPA Computer Lab. Disponível em <www.spa.ucla.edu/up206b/interpolation_methods.htm>, acesso em 25/11/2006.

FELGUEIRAS, Carlos Alberto; CÂMARA, Gilberto. **Modelagem Numérica do Terreno**. Introdução a Ciência da Geoinformação, INPE. 2004.

FERNANDES, Rafael de M. S.; AZEVEDO, Tiago de S. **Teoria da Informação e suas Aplicações em Compressão e Aleatoriedade**. PESC – COPPE. Maio de 2006.

GOUSIE, Michael B.; FRANKLIN, Wm. Randolph. **Constructing a DEM from Grid-based Data by Computing Intermediate Contours**. Department of Mathematics & Computer Science Wheaton College Norton. Electrical, Computer, and Systems Engineering Department. Rensselaer Polytechnic Institute. Troy - NY. GIS'03, November 7–8, 2003. Disponível em: <www.scielo.org>.

JAKOB, Alberto Augusto Eichman; YOUNG, Andrea Ferraz. **Uso de Métodos de Interpolação Espacial de Dados nas Análises Sociodemográficas**. XV Encontro Nacional de Estudos Popacionais, Caxambú: ABEP, 2006.

LEVIN, Jack. **Estatística Aplicada a Ciências Humanas**. 2^a Edição. Editora Harbra. 1987, 392p.

MEDEIROS, Vanildo Mendes de. **Aula de Topografia**. Centro de Tecnologia - Universidade Federal do Ceará Campus do Pici – Fortaleza/CE - e-mail: admin@det.ufc.br. Disponível em: <metro.det.ufc.br/vanildo/Aula_2004/Topografia/Aula_2/Aula%2002_Transpar%88ncia.doc>, acesso em 28/11/2006.

MELLO, José Marcio de; BATISTA, João Luís Ferreira; RIBEIRO JR., Paulo Justiniano; OLIVEIRA, Marcelo Silva. **Ajuste e seleção de modelos espaciais de semivariograma visando à estimativa volumétrica de *Eucalyptus grandis***. Revista SCIENTIA FORESTALIS n. 69, p.25-37, dez. 2005.

MICHAEL, Rosemeri; Triveloni, Carlos Alberto Peruzzo. **Uso de Inferência Estatística e Análise de Superfície de Tendência para Avaliação em Massa de Imóveis**. In: Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário, 2006, Santa Catarina.

PODOBNIKAR, Tomaž; Stancic, ZORAN; OŠTIR, Krištof. **Data Integration for the DTM Production**. Scientific Research Centre of the Slovenian Academy of Sciences and Arts. Ljubljana, 2000.

PROJETO E-FOTO. **Geração de Modelos Numéricos de Elevações**. 2005. Disponível em: <www.efoto.eng.uerj.br/cap8.pdf>, Acesso em 20/04/2007.

SANTOS, Simone M., BARCELLOS, Christovam, CARVALHO, Marilia Sá et al. **Spatial clusters of violent deaths in Porto Alegre**, Rio Grande do Sul, Brazil, 1996. *Cad. Saúde Pública* [online]. 2001, vol. 17, nº. 5 pp. 1141-1151. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-311X2001000500015&lng=en&nrm=iso>. Acesso em 10/08/2007.

SAUNDERS, Cláudio Augusto Barreto. **Notas de Cartografia**. 2ª edição. Vol. 1. Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia. 1994.

SCHAFFRATH, Valter R.; TORMENA, Cássio A.; GONÇALVES, Antônio C. A.; et. al. **Variabilidade Espacial de Plantas Daninhas em Dois Sistemas de Manejo de Solo**. Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental. v.11, n.1, p.53–60, 2006. Campina Grande, PB, DEAg/UFCG <<http://www.agriambi.com.br>>. Acessado em 28/12/2006.

SHIGUE, Carlos.Y. **Introdução ao Cálculo Numérico e Computacional**. 2003. Acessado em 17/08/2007.

SILVA, Daniel Carneiro da; DALMOLIN, Quintino. **Avaliação da Resolução de Imagens Digitais para Cadastro**. In: Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário, Florianópolis, 1998.

SIMÕES, Margareth Gonçalves. **Modeladores Digitais de Terreno em Sistemas de Informação Geográfica**, 1993, 167p. Dissertação de Docência em Engenharia de Sistemas e Computação, Faculdade de Engenharia de Sistemas e Computação do Rio de Janeiro.

SOUTO, Marcílio de. **TESTE DE HIPÓTESE**. In: Estatística Aplicada à Indústria. Porto Alegre: UFRGS, 2007. Disponível em: <www.dimap.ufrn.br/~marcilio/AM/testehipotese.ppt>. Acessado em 12/08/2007.

TEIXEIRA, Amandio Luís de Almeida; CHRISTOFOLETTI, Antonio. **Sistemas de Informação Geográfica** – Dicionário Ilustrado. Editora HUCITEC. São Paulo, 1997.

CHIN-SHUNG YANG; SZU-PYNG KAO; FEN-BIN LEE; PEN-SHAN HUNG. **Twelve Different Interpolation Methods:** A Case Study of Surfer 8.0. National Chung Hsing University, Taichung, Taiwan, Feng Chia University, Taichung, Taiwan.

WECHSLER, Suzanne P. **Digital Elevation Model (DEM) Uncertainty: Evaluation and Effect on Topographic Parameters.** State University of New York. College of Environmental Science and Forestry. 1999.

A N E X O S

Anexo I – Resultado do georeferenciamento das ortofotocartas 1/2.000

ORTOFOTOCARTA (NÚMERO DE IDENTIFICAÇÃO)	ID	PONTO DE ORIGEM		PONTO DE DESTINO		ERRO PONTUAL	ERRO RMS TOTAL
		X	Y	X	Y		
71_83	1	279.606,0067	9.114.418,0096	279.063,6736	9.114.013,3981	0,1052	
	2	278.267,1059	9.114.457,3065	278.065,5876	9.114.013,3981	0,1052	
	3	278.226,6991	9.113.115,9072	278.065,5876	9.113.008,2414	0,1052	0,1053
	4	279.566,0804	9.113.076,3145	279.063,6736	9.113.008,2414	0,1052	
71_84	1	279.182,8889	9.115.055,4848	279.063,6736	9.115.018,5547	0,2724	
	2	278.202,0014	9.115.055,3778	278.065,5876	9.115.018,5547	0,2727	
	3	278.199,7209	9.114.073,0995	278.065,5876	9.114.013,3981	0,2725	0,2725
	4	279.181,2273	9.114.072,3376	279.063,6736	9.114.013,3981	0,2722	
71_85	1	279.359,9581	9.116.056,3850	279.063,6736	9.116.023,7113	0,2492	
	2	278.139,1450	9.116.061,6012	278.065,5876	9.116.023,7113	0,2491	
	3	278.132,4615	9.114.839,1326	278.065,5876	9.115.018,5547	0,2489	0,2491
	4	279.354,2864	9.114.834,5934	279.063,6736	9.115.018,5547	0,2490	
71_86	1	279.092,2771	9.117.001,6065	279.063,6736	9.117.028,8679	0,1386	
	2	278.176,3702	9.116.996,1533	278.065,5876	9.117.028,8679	0,1386	
	3	278.180,9702	9.116.079,2109	278.065,5876	9.116.023,7113	0,1385	0,1386
	4	279.097,3850	9.116.084,6331	279.063,6736	9.116.023,7113	0,1385	
71_87	1	279.195,1960	9.118.100,1406	279.063,6736	9.118.034,0245	0,2199	
	2	278.188,1563	9.118.099,8101	278.065,5876	9.118.034,0245	0,2200	
	3	278.186,7575	9.117.091,0757	278.065,5876	9.117.028,8679	0,2201	0,2200
	4	279.193,6658	9.117.090,5322	279.063,6736	9.117.028,8679	0,2199	

Anexo 1 – Resultado do georeferenciamento das ortofotocartas 1/2.000

(Continuação)

ORTOFOTOCARTA (NÚMERO DE IDENTIFICAÇÃO)	ID	PONTO DE ORIGEM		PONTO DE DESTINO		ERRO PONTUAL	ERRO RMS TOTAL
		X	Y	X	Y		
71_88	1	279.137,0637	9.119.051,7805	279.063,6736	9.119.039,1812	0,1071	
	2	278.182,2267	9.119.051,2981	278.065,5876	9.119.039,1812	0,1071	
	3	278.181,2884	9.118.094,3624	278.065,5876	9.118.034,0245	0,1071	0,1071
	4	279.136,4880	9.118.094,6548	279.063,6736	9.118.034,0245	0,1070	
71_93	1	280.068,8490	9.113.958,4416	280.061,7595	9.114.013,3981	0,2287	
	2	279.174,1084	9.113.958,4598	279.063,6736	9.114.013,3981	0,2285	
	3	279.173,7198	9.113.061,9502	279.063,6736	9.113.008,2414	0,2284	0,2286
	4	280.068,9538	9.113.062,5835	280.061,7595	9.113.008,2414	0,2286	
71_94	1	280.157,1709	9.115.051,3926	280.061,7595	9.115.018,5547	0,05902	
	2	279.182,0487	9.115.050,2560	279.063,6736	9.115.018,5547	0,05902	
	3	279.182,3188	9.114.073,5241	279.063,6736	9.114.013,3981	0,05900	0,0590
	4	280.157,6647	9.114.074,7165	280.061,7595	9.114.013,3981	0,05901	
71_95	1	280.104,1717	9.116.003,5517	280.061,7595	9.116.023,7113	0,1747	
	2	279.177,7322	9.116.003,9306	279.063,6736	9.116.023,7113	0,1746	
	3	279.176,2218	9.115.075,5410	279.063,6736	9.115.018,5547	0,1746	0,1747
	4	280.102,8075	9.115.075,7910	280.061,7595	9.115.018,5547	0,1747	
71_96	1	280.165,6580	9.117.081,0034	280.061,7595	9.117.028,8679	0,1900	
	2	279.172,0813	9.117.080,7905	279.063,6736	9.117.028,8679	0,1901	
	3	279.171,0237	9.116.084,8658	279.063,6736	9.116.023,7113	0,1901	0,1901
	4	280.164,8141	9.116.084,3559	280.061,7595	9.116.023,7113	0,1899	

Anexo 1 – Resultado do georeferenciamento das ortofotocartas 1/2.000

(Continuação)

ORTOFOTOCARTA (NÚMERO DE IDENTIFICAÇÃO)	ID	PONTO DE ORIGEM		PONTO DE DESTINO		ERRO PONTUAL	ERRO RMS TOTAL
		X	Y	X	Y		
71_97	1	280.098,4111	9.118.015,5192	280.061,7595	9.118.034,0245	0,1115	
	2	279.170,8059	9.118.014,9456	279.063,6736	9.118.034,0245	0,1115	
	3	279.169,9633	9.117.085,5557	279.063,6736	9.117.028,8679	0,1115	0,1115
	4	280.097,4710	9.117.085,7281	280.061,7595	9.117.028,8679	0,1115	
71_98	1	280.094,9599	9.119.025,1382	280.061,7595	9.119.039,1812	0,02431	
	2	279.162,1324	9.119.025,9440	279.063,6736	9.119.039,1812	0,02431	
	3	279.160,7689	9.118.090,9875	279.063,6736	9.118.034,0245	0,02431	0,0243
	4	280.093,6801	9.118.090,1456	280.061,7595	9.118.034,0245	0,2431	
81_03	1	281.183,3157	9.114.060,5476	281.059,8455	9.114.013,3981	0,2352	
	2	280.009,1843	9.114.060,1579	280.061,7595	9.114.013,3981	0,2354	
	3	280.009,6559	9.112.878,3085	280.061,7595	9.113.008,2414	0,2355	0,2354
	4	281.183,2134	9.112.877,7512	281.059,8455	9.113.008,2414	0,2353	
81_04	1	281.190,8081	9.115.085,2045	281.059,8455	9.115.018,5547	0,1885	
	2	280.179,4752	9.115.088,4692	280.061,7595	9.115.018,5547	0,1884	
	3	280.175,5113	9.114.075,5903	280.061,7595	9.114.013,3981	0,1883	0,1884
	4	281.187,2971	9.114.072,9374	281.059,8455	9.114.013,3981	0,1884	
81_05	1	281.185,9750	9.116.079,1257	281.059,8455	9.116.023,7113	0,09236	
	2	280.188,3684	9.116.078,3652	280.061,7595	9.116.023,7113	0,09239	
	3	280.188,1079	9.115.079,1098	280.061,7595	9.115.018,5547	0,09239	0,0924
	4	281.185,7199	9.115.079,5030	281.059,8455	9.115.018,5547	0,09236	

Anexo 1 – Resultado do georeferenciamento das ortofotocartas 1/2.000

(Continuação)

ORTOFOTOCARTA (NÚMERO DE IDENTIFICAÇÃO)	ID	PONTO DE ORIGEM		PONTO DE DESTINO		ERRO PONTUAL	ERRO RMS TOTAL
		X	Y	X	Y		
81_06	1	281.094,4241	9.117.016,3754	281.059,8455	9.117.028,8679	0,1454	
	2	280.161,8917	9.117.015,7815	280.061,7595	9.117.028,8679	0,1455	
	3	280.161,5416	9.116.081,4039	280.061,7595	9.116.023,7113	0,1455	0,1455
	4	281.093,9757	9.116.081,4655	281.059,8455	9.116.023,7113	0,1454	
81_07	1	281.142,3476	9.118.053,9343	281.059,8455	9.118.034,0245	0,08971	
	2	280.177,6812	9.118.053,2094	280.061,7595	9.118.034,0245	0,08974	
	3	280.177,9166	9.117.087,0495	280.061,7595	9.117.028,8679	0,08975	0,0897
	4	281.142,4110	9.117.087,4747	281.059,8455	9.117.028,8679	0,08973	
81_08	1	281.141,4151	9.119.059,1505	281.059,8455	9.119.039,1812	0,2442	
	2	280.177,1441	9.119.060,1805	280.061,7595	9.119.039,1812	0,2443	
	3	280.175,6579	9.118.094,0625	280.061,7595	9.118.034,0245	0,2445	0,2444
	4	281.139,0353	9.118.092,7288	281.059,8455	9.118.034,0245	0,2444	
81_13	1	282.033,2125	9.114.032,3485	282.057,9314	9.114.013,3981	0,1093	
	2	281.006,5719	9.114.032,7107	281.059,8455	9.114.013,3981	0,1093	
	3	281.005,6567	9.113.003,9302	281.059,8455	9.113.008,2414	0,1093	0,1094
	4	282.031,9080	9.113.003,7921	282.057,9314	9.113.008,2414	0,1094	
81_14	1	282.153,9994	9.115.050,6770	282.057,9314	9.115.018,5547	0,2557	
	2	281.179,6733	9.115.047,8844	281.059,8455	9.115.018,5547	0,2560	
	3	281.181,7941	9.114.071,3511	281.059,8455	9.114.013,3981	0,2559	0,2559
	4	282.156,3563	9.114.073,1771	282.057,9314	9.114.013,3981	0,2557	

Anexo 1 – Resultado do georeferenciamento das ortofotocartas 1/2.000

(Continuação)

ORTOFOTOCARTA (NÚMERO DE IDENTIFICAÇÃO)	ID	PONTO DE ORIGEM		PONTO DE DESTINO		ERRO PONTUAL	ERRO RMS TOTAL
		X	Y	X	Y		
81_15	1	282.131,8891	9.116.050,0442	282.057,9314	9.116.023,7113	0,1273	
	2	281.162,4766	9.116.051,9539	281.059,8455	9.116.023,7113	0,1273	
	3	281.160,1123	9.115.080,0781	281.059,8455	9.115.018,5547	0,1272	0,1273
	4	282.130,0165	9.115.078,2219	282.057,9314	9.115.018,5547	0,1272	
81_16	1	282.148,0287	9.117.074,5860	282.057,9314	9.117.028,8679	0,09775	
	2	281.161,2106	9.117.074,0998	281.059,8455	9.117.028,8679	0,09771	
	3	281.160,8267	9.116.085,5317	281.059,8455	9.116.023,7113	0,09770	0,0977
	4	282.147,7344	9.116.086,3919	282.057,9314	9.116.023,7113	0,09774	
81_17	1	282.122,3762	9.118.047,4369	282.057,9314	9.118.034,0245	0,08285	
	2	281.164,5501	9.118.046,8867	281.059,8455	9.118.034,0245	0,08286	
	3	281.164,1755	9.117.087,0652	281.059,8455	9.117.028,8679	0,08283	0,0828
	4	282.122,3111	9.117.087,5428	282.057,9314	9.117.028,8679	0,08283	
81_18	1	282.092,1577	9.119.022,2338	282.057,9314	9.119.039,1812	0,1777	
	2	281.162,7227	9.119.020,4822	281.059,8455	9.119.039,1812	0,1778	
	3	281.163,0627	9.118.090,1898	281.059,8455	9.118.034,0245	0,1779	0,1778
	4	282.092,1825	9.118.091,3619	282.057,9314	9.118.034,0245	0,1777	
81_23	1	283.119,6195	9.114.021,7453	283.056,0173	9.114.013,3981	0,1644	
	2	282.166,9802	9.114.021,6290	282.057,9314	9.114.013,3981	0,1645	
	3	282.166,5805	9.113.066,4692	282.057,9314	9.113.008,2414	0,1644	0,1645
	4	283.119,6231	9.113.066,1061	283.056,0173	9.113.008,2414	0,1643	

Anexo 1 – Resultado do georeferenciamento das ortofotocartas 1/2.000

(Continuação)

ORTOFOTOCARTA (NÚMERO DE IDENTIFICAÇÃO)	ID	PONTO DE ORIGEM		PONTO DE DESTINO		ERRO PONTUAL	ERRO RMS TOTAL
		X	Y	X	Y		
81_24	1	283.174,1837	9.115.069,1933	283.056,0173	9.115.018,5547	0,1806	
	2	282.182,1269	9.115.069,2673	282.057,9314	9.115.018,5547	0,1808	
	3	282.180,6689	9.114.075,0333	282.057,9314	9.114.013,3981	0,1808	0,1807
	4	283.172,7970	9.114.074,2476	283.056,0173	9.114.013,3981	0,1806	
81_25	1	283.132,1248	9.116.039,6721	283.056,0173	9.116.023,7113	0,2596	
	2	282.171,9800	9.116.038,1946	282.057,9314	9.116.023,7113	0,2599	
	3	282.172,3505	9.115.077,2950	282.057,9314	9.115.018,5547	0,2600	0,2598
	4	283.132,1828	9.115.077,8281	283.056,0173	9.115.018,5547	0,2597	
81_26	1	283.226,6046	9.117.139,4853	283.056,0173	9.117.028,8679	0,2751	
	2	282.181,5222	9.117.138,2107	282.057,9314	9.117.028,8679	0,2754	
	3	282.180,8960	9.116.092,6454	282.057,9314	9.116.023,7113	0,2754	0,2753
	4	283.225,8624	9.116.092,7797	283.056,0173	9.116.023,7113	0,2751	
81_27	1	283.175,0787	9.118.079,8047	283.056,0173	9.118.034,0245	0,1185	
	2	282.188,2403	9.118.079,6271	282.057,9314	9.118.034,0245	0,1185	
	3	282.187,6040	9.117.091,0420	282.057,9314	9.117.028,8679	0,1186	0,1186
	4	283.174,0022	9.117.091,0584	283.056,0173	9.117.028,8679	0,1186	
81_28	1	283.120,0403	9.119.055,0347	283.056,0173	9.119.039,1812	0,2190	
	2	282.158,1789	9.119.055,6584	282.057,9314	9.119.039,1812	0,2191	
	3	282.156,0756	9.118.092,0905	282.057,9314	9.118.034,0245	0,2189	0,2190
	4	283.118,7431	9.118.091,2170	283.056,0173	9.118.034,0245	0,2188	

Anexo 1 – Resultado do georeferenciamento das ortofotocartas 1/2.000

(Continuação)

ORTOFOTOCARTA (NÚMERO DE IDENTIFICAÇÃO)	ID	PONTO DE ORIGEM		PONTO DE DESTINO		ERRO PONTUAL	ERRO RMS TOTAL
		X	Y	X	Y		
81_33	1	284.137,0824	9.114.051,7783	284.054,1033	9.114.013,3981	0,09219	
	2	283.156,2935	9.114.050,0094	283.056,0173	9.114.013,3981	0,09217	
	3	283.157,4021	9.113.067,4077	283.056,0173	9.113.008,2414	0,09219	0,0922
	4	284.137,9782	9.113.069,4682	284.054,1033	9.113.008,2414	0,09221	
81_34	1	284.150,3013	9.115.066,6780	284.054,1033	9.115.018,5547	0,2691	
	2	283.159,6087	9.115.065,3354	283.056,0173	9.115.018,5547	0,2694	
	3	283.159,5982	9.114.073,4974	283.056,0173	9.114.013,3981	0,2693	0,2693
	4	284.150,6462	9.114.073,8374	284.054,1033	9.114.013,3981	0,2690	
81_35	1	284.131,8926	9.116.054,5870	284.054,1033	9.116.023,7113	0,08938	
	2	283.158,1695	9.116.054,3276	283.056,0173	9.116.023,7113	0,08936	
	3	283.157,2585	9.115.078,9931	283.056,0173	9.115.018,5547	0,08933	0,0894
	4	284.131,2840	9.115.079,4256	284.054,1033	9.115.018,5547	0,08935	
81_36	1	284.078,5024	9.117.000,6438	284.054,1033	9.117.028,8679	0,2130	
	2	283.158,9096	9.117.000,9311	283.056,0173	9.117.028,8679	0,2132	
	3	283.157,2796	9.116.079,6254	283.056,0173	9.116.023,7113	0,2131	0,2131
	4	284.077,2393	9.116.078,6473	284.054,1033	9.116.023,7113	0,2129	
81_37	1	284.139,6571	9.118.070,9530	284.054,1033	9.118.034,0245	0,05114	
	2	283.162,6237	9.118.069,8295	283.056,0173	9.118.034,0245	0,05115	
	3	283.163,0715	9.117.091,4228	283.056,0173	9.117.028,8679	0,05116	0,0512
	4	284.140,0976	9.117.092,3481	284.054,1033	9.117.028,8679	0,05114	

Anexo 1 – Resultado do georeferenciamento das ortofotocartas 1/2.000

(Continuação)

ORTOFOTOCARTA (NÚMERO DE IDENTIFICAÇÃO)	ID	PONTO DE ORIGEM		PONTO DE DESTINO		ERRO PONTUAL	ERRO RMS TOTAL
		X	Y	X	Y		
81_38	1	284.032,4106	9.119.058,4318	284.054,1033	9.119.039,1812	0,2190	
	2	282.960,0236	9.119.057,6332	283.056,0173	9.119.039,1812	0,2192	
	3	282.958,3001	9.117.982,9321	283.056,0173	9.118.034,0245	0,2191	0,2191
	4	284.031,2097	9.117.982,9517	284.054,1033	9.118.034,0245	0,2189	