



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE  
NÚCLEO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

JOÃO MATHEUS ALVES MONTEIRO

**DIMENSIONAMENTO OTIMIZADO DE VIGAS EM PÓRTICOS PLANOS DE  
CONCRETO ARMADO UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS**

Caruaru

2019

JOÃO MATHEUS ALVES MONTEIRO

**DIMENSIONAMENTO OTIMIZADO DE VIGAS EM PÓRTICOS PLANOS DE  
CONCRETO ARMADO UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil e Ambiental.

**Área de concentração:** Estruturas e Materiais

**Orientadora:** Prof<sup>ta</sup>. Dr<sup>a</sup>. Giuliana Furtado Franca Bono

Caruaru

2019

Catálogo na fonte:  
Bibliotecária – Paula Silva - CRB/4 - 1223

M775d Monteiro, João Matheus Alves.  
Dimensionamento otimizado de vigas em pórticos planos de concreto armado utilizando algoritmos genéticos. / João Matheus Alves Monteiro. – 2019.  
102 f.; il.: 30 cm.

Orientadora: Giuliana Furtado Franca Bono.  
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, 2019.  
Inclui Referências.

1. Concreto armado. 2. Vigas de concreto. 3. Otimização estrutural. 4. Algoritmos genéticos. I. Bono, Giuliana Furtado Franca. II. Título.

CDD 620 (23. ed.) UFPE (CAA 2019-196)

JOÃO MATHEUS ALVES MONTEIRO

**DIMENSIONAMENTO OTIMIZADO DE VIGAS EM PÓRTICOS PLANOS DE  
CONCRETO ARMADO UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil e Ambiental.

Aprovada em: 25/07/2019.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Giuliana Furtado Franca Bono (Orientadora)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof<sup>º</sup>. Dr. Douglas Mateus de Lima (Examinador Externo)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof<sup>º</sup>. Dr. Charlei Marcelo Paliga (Examinador Externo)  
Universidade Federal de Pelotas

## AGRADECIMENTOS

À Deus por me apresentar incontáveis oportunidades.

Aos meus pais e irmãos por sempre facilitarem meu caminho com um apoio além do que eu pudesse desejar. À Thássia por nunca me permitir carregar sozinho alguma dificuldade, pela amizade, carinho e amor.

À minha orientadora, professora Giuliana Bono, pela confiança e pelos conselhos, não restritos a esta pesquisa.

Aos meus amigos, Anderson, Alison, Arianne, Germano, Hugo e Jhonata, que fizeram parte da minha trajetória na universidade até a pós-graduação.

À Marcelo e Euclécia por estarem sempre à disposição para ajudar na secretaria do PPGEAM.

À Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia de Pernambuco (FACEPE) pelo incentivo financeiro em parte desta pesquisa.

“a felicidade só é verdadeira quando compartilhada” (NA  
NATUREZA..., 2007).

## RESUMO

O desenvolvimento de ferramentas computacionais proporcionou maiores facilidades na elaboração de projetos estruturais, entretanto ainda é comum a utilização de processos de tentativa e erro que dificilmente levam às soluções mais econômicas. Nesta dissertação, buscou-se incorporar ao processo de dimensionamento de vigas em pórticos planos de concreto armado o método de otimização dos Algoritmos Genéticos presente no *software* MATLAB. Foram seguidas as recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2014), além de condições construtivas. As variáveis de projeto consideradas foram a base, a altura e o  $f_{ck}$  da viga, com o objetivo de minimizar seu custo de execução. A fim de validar o programa foram realizadas comparações com um exemplo presente na literatura, sendo constatada a eficiência do programa desenvolvido nesta dissertação. Obteve-se redução de custo com a utilização da formulação matricial dos métodos dos deslocamentos em relação ao uso da simplificação de viga contínua. Com o auxílio do método estatístico de Planejamento de Experimentos observou-se que a altura é a variável com maior efeito sobre o custo e aumenta sua influência com o aumento dos vãos da viga. O  $f_{ck}$  interferiu, principalmente, nas dimensões da seção transversal da viga otimizada. Foi analisado o comportamento das variáveis de projeto na otimização de quatro vigas com diferentes vãos, concluindo-se que o custo relativo às fôrmas é o mais significativo. Verificou-se, portanto, a eficiente adaptação dos Algoritmos Genéticos a um problema de otimização estrutural, sendo resultado desta dissertação uma ferramenta prática que possibilita o dimensionamento otimizado de vigas de concreto armado, reduzindo custos e incentivando novos estudos.

Palavras-chave: Concreto armado. Vigas. Otimização estrutural. Algoritmos genéticos.

## ABSTRACT

The development of computational tools has provided greater facilities in the elaboration of structural design. However, it is still common to use trial and error processes that hardly lead to the most economical solutions. In this master thesis, it was sought to incorporate the method of optimization of Genetic Algorithms present in the MATLAB software to the process of beams design in reinforced concrete frames. The recommendations of NBR 6118 (ABNT, 2014) were followed, in addition to constructive conditions. The design variables considered were the base, depth and  $f_{ck}$  of the beam, in order to minimize its execution cost. In order to validate the program, comparisons were made with one example present in the literature, being verified the efficiency of the program developed in this master thesis. Cost reduction was obtained by using the matrix stiffness method in relation to the use of continuous beam simplification. With the aid of the statistical method of Design of Experiments it was observed that depth is the variable with greater effect on the cost and increases its influence with the increase of the spans of the beam. The  $f_{ck}$  interfered mainly in the cross-sectional dimensions of the optimized beam. It was analyzed the behavior of the design variables in the optimization of four beams with different spans, and concluded that the cost relative to the forms is the most significant. It was verified, therefore, the efficient adaptation of the Genetic Algorithms to a problem of structural optimization, being the result of this dissertation a practical tool that allows the optimized design of reinforced concrete beams, reducing costs and encouraging new studies.

Keywords: Reinforced concrete. Beams. Structural optimization. Genetic algorithms.

## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	Área da seção transversal
$A_{cri}$	Área de concreto de envolvimento protegida pela barra $\phi_i$
$A'_c$	Área de concreto comprimido
$a_i$	Flecha imediata
$a_l$	Comprimento de decalagem
$A_s$	Área da armadura longitudinal tracionada
$A'_s$	Área de armadura longitudinal comprimida
$A_{s1}$	Área de armadura longitudinal tracionada necessária para equilibrar o momento resultante de compressão no concreto
$A_{s2}$	Área de aço tracionado necessária para equilibrar o momento que comprime a armadura
$a_t$	Flecha total diferida
$b_w$	Largura da seção transversal
$ca_{\phi_j}$	Custo do aço referente ao diâmetro $\phi_j$
$cc_{f_{ck}}$	Custo do concreto referente ao $f_{ck}$
$cf$	Custo referente à fôrma
$c_f$	Contraflecha
$d$	Altura útil
$d'$	Distância entre a fibra mais comprimida da seção transversal de concreto e o centro geométrico da armadura longitudinal comprimida
$\{d_{loc}\}$	Vetor dos deslocamentos nodais locais
$E$	Módulo de elasticidade longitudinal
$E_{cs}$	Módulo de elasticidade longitudinal secante do concreto
$f_{bd}$	Resistência de aderência de cálculo da armadura passiva
$f_{ck}$	Resistência característica à compressão do concreto
$f_{cd}$	Resistência à compressão de cálculo do concreto
$f_{ct}$	Resistência à tração direta do concreto
$f_{ctd}$	Resistência de cálculo do concreto à tração direta
$\{f_{loc}\}$	Vetor dos esforços locais nas extremidades de cada barra
$\{F_{loc}\}$	Vetor das forças nodais locais aplicadas

$f_{yk}$	Tensão de escoamento característica do aço
$f_{yd}$	Tensão de escoamento de cálculo do aço
$f_{ywd}$	Tensão de escoamento de cálculo na armadura transversal
$F_d$	Valor de cálculo das ações para combinação última
$F_i$	Valor da função aptidão do indivíduo $i$
$F_q$	Soma das ações variáveis
$F_{q1}$	Valor característico da ação variável principal
$F_{q2}$	Valor característico da ação variável secundária
$F_g$	Soma das ações permanentes
$h$	Altura da seção transversal
$I$	Momento de inércia da seção transversal
$I_{II}$	Momento de inércia da seção fissurada (estádio II)
$[k]$	Matriz de rigidez local
$[K]$	Matriz de rigidez global
$L$	Comprimento longitudinal
$l_b$	Comprimento de ancoragem básico
$l_{b,nec}$	Comprimento de ancoragem necessário
$M_{1d}$	Momento resultante do esforço de compressão no concreto
$M_{2d}$	Momento resultante do esforço de compressão da armadura longitudinal comprimida
$M_d$	Momento fletor de cálculo
$M_r$	Momento de fissuração
$M_{resist}$	Momento fletor resistente
$M_{solic}$	Momento fletor solicitante
$N_{pop}$	Número de indivíduos da população
$p_i$	Probabilidade de seleção do indivíduo $i$
$R_{cc}$	Esforço normal resultante de compressão no concreto
$R_{st}$	Esforço normal resultante de tração na armadura longitudinal
$s$	Espaçamento longitudinal entre estribos
$s_t$	Espaçamento transversal entre ramos sucessivos dos estribos
$V_c$	Esforço cortante resistido pelo concreto
$V_{Rd2}$	Força cortante resistente das diagonais comprimidas
$V_{sd}$	Esforço cortante de cálculo atuante

$V_{sw}$	Esforço resistente da armadura transversal
$W_0$	Módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada
$w_k$	Valor característico da abertura de fissuras
$x$	Posição da linha neutra em relação à fibra mais comprimida do concreto
$y_t$	Distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada
$Z_{cc}$	Distância entre a linha de ação de $R_{cc}$ e $R_{st}$
$\lambda$	Relação entre a profundidade $y$ do diagrama retangular de compressão equivalente e a profundidade efetiva $x$ da linha neutra
$\alpha$	Fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta
$\alpha_c$	Parâmetro de redução da resistência do concreto na compressão
$\alpha_E$	Relação entre os módulos de elasticidade longitudinais do aço e do concreto
$\alpha_f$	Fator aproximado de fluência
$\epsilon_c$	Deformação específica do concreto
$\epsilon_{cd}$	Deformação específica de cálculo do concreto comprimido
$\epsilon_{cu}$	Deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura
$\epsilon_{sd}$	Deformação específica de cálculo do aço tracionado
$\epsilon_{yd}$	Deformação específica de cálculo de escoamento do aço
$\epsilon'_{sd}$	Deformação longitudinal na armadura comprimida
$\phi_i$	Diâmetro da barra que protege a região de envolvimento considerada
$\gamma_c$	Coefficiente de ponderação da resistência do concreto
$\gamma_g$	Coefficiente de ponderação para ação permanente
$\gamma_q$	Coefficiente de ponderação para ação variável
$\gamma_s$	Coefficiente de ponderação da resistência do aço
$\psi_2$	Fator de redução de combinação quase permanente
$\psi_1$	Fator de redução de combinação frequente
$\eta_1$	Coefficiente de conformação superficial da armadura considerada
$\rho$	Massa específica do aço
$\rho_{ri}$	Taxa de armadura passiva em relação a $A_{cri}$

$\rho'$	Taxa geométrica da armadura longitudinal de compressão
$\sigma_{cd}$	Tensão de compressão de cálculo no concreto
$\sigma_{sd}$	Tensão de tração de cálculo na armadura longitudinal
$\sigma_{si}$	Tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>14</b>
1.1	OBJETIVO GERAL .....	15
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	15
1.3	ESTRUTURA DA PESQUISA .....	15
1.4	DELINEAMENTO DA PESQUISA .....	16
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>18</b>
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>23</b>
3.1	DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO .....	24
<b>3.1.1</b>	<b>Combinações de ações .....</b>	<b>24</b>
<b>3.1.2</b>	<b>Esforços e deslocamentos .....</b>	<b>24</b>
<b>3.1.3</b>	<b>Hipóteses de cálculo .....</b>	<b>26</b>
<b>3.1.4</b>	<b>Estado-Limite Último (ELU) .....</b>	<b>27</b>
3.1.4.1	Esforços normais de flexão.....	27
3.1.4.2	Cisalhamento .....	31
<b>3.1.5</b>	<b>Estados-Limites de Serviço (ELS).....</b>	<b>34</b>
3.1.5.1	Estado-limite de deformação .....	34
3.1.5.2	Estado-limite de fissuração.....	36
<b>3.1.6</b>	<b>Detalhamento .....</b>	<b>37</b>
3.2	ALGORITMOS GENÉTICOS.....	39
<b>3.2.1</b>	<b>Nomenclatura.....</b>	<b>40</b>
<b>3.2.2</b>	<b>Procedimento.....</b>	<b>40</b>
<b>3.2.3</b>	<b>Representação .....</b>	<b>41</b>
<b>3.2.4</b>	<b>Avaliação .....</b>	<b>42</b>
<b>3.2.5</b>	<b>Seleção.....</b>	<b>43</b>
3.2.5.1	Seleção por roleta .....	43
3.2.5.2	Seleção por torneio .....	45
<b>3.2.6</b>	<b>Cruzamento .....</b>	<b>45</b>
3.2.6.1	Cruzamento uniponto.....	46
3.2.6.2	Cruzamento multiponto .....	46
3.2.6.3	Cruzamento uniforme .....	47
<b>3.2.7</b>	<b>Mutação .....</b>	<b>47</b>
3.3	PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS .....	48

<b>4</b>	<b>MÉTODO .....</b>	<b>53</b>
4.1	DESCRIÇÃO DO PROGRAMA IMPLEMENTADO .....	53
4.2	VALIDAÇÃO.....	65
<b>4.2.1</b>	<b>Viga biapoiada otimizada por Chakrabarty (1992) e Alexandre (2014) ....</b>	<b>65</b>
4.3	VIGA DIMENSIONADA POR ARAÚJO (2014C) E OLIVEIRA (2014) .....	68
4.4	PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS .....	70
4.5	OTIMIZAÇÃO DAS VIGAS.....	74
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>75</b>
5.1	VIGA DIMENSIONADA POR ARAÚJO (2014C) E OLIVEIRA (2014) .....	75
5.2	ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DAS VARIÁVEIS COM DOE .....	78
5.3	ANÁLISE DOS RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO DAS VIGAS.....	91
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>96</b>
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	98
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>99</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A alta competitividade no mercado da construção civil, além do crescente interesse da sociedade pelo desenvolvimento sustentável, incentiva a busca pela redução do consumo de materiais, acarretando vantagens econômicas e possibilitando a aproximação de objetivos de um desenvolvimento sustentável com menor agressão ao meio ambiente.

O avanço tecnológico permite melhores condições para a análise de estruturas, entretanto, mesmo com o crescente desenvolvimento dos *softwares* de cálculo estrutural, a elaboração de projetos consiste muitas vezes em um procedimento de tentativa e erro guiado pela experiência do projetista, o que pode distanciar da realização ótima de objetivos como a redução do impacto ambiental ou do custo total para a construção de determinada estrutura.

Contudo, se aliar o avanço computacional aos processos de otimização, pode-se atingir significativa redução no consumo de materiais, no impacto ambiental e no custo de determinada obra. A otimização no consumo de materiais de um elemento estrutural implicará na redução deste elemento, como também, na redução dos elementos que o suportam, uma vez que ocorrerá diminuição no peso do elemento estrutural otimizado e, conseqüentemente, no carregamento transferido aos outros elementos estruturais, acarretando a elaboração de elementos estruturais com menores dimensões.

Existem diversas técnicas de otimização que podem ser aplicadas no dimensionamento de um elemento estrutural, seja com o objetivo de minimizar o custo, o consumo de materiais ou o impacto ambiental. Podem ser divididas em duas vertentes: técnicas determinísticas, como por exemplo a Programação Quadrática e o método dos Pontos Interiores, e técnicas não-determinísticas, como os Algoritmos Genéticos e Enxame de Partículas.

Enquanto os métodos de otimização determinísticos são voltados para variáveis contínuas e convergem para um ponto de mínimo sem fazer distinção entre mínimo local e global, os métodos não-determinísticos, ou evolucionários, são bem adaptados em variáveis discretas e evitam convergir em mínimos locais. Os projetos de estruturas se caracterizam por considerar variáveis discretas e com funções objetivo sujeitas a um conjunto de restrições que tornam o problema não linear e com a ocorrência de múltiplos mínimos. Sendo assim, os métodos de otimização evolucionários são mais apropriados para analisar este tipo de problema.

Um dos métodos de otimização evolucionários de maior destaque são os Algoritmos Genéticos. Pela extensa pesquisa realizada nas últimas décadas e apresentação de bons resultados, o método dos Algoritmos Genéticos se encontra consolidado como uma excelente ferramenta de otimização para estruturas de concreto armado.

## 1.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral deste trabalho consiste em realizar o dimensionamento otimizado de vigas em pórticos planos de concreto armado, visando obter redução nos custos dos materiais.

## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- a) Verificar as diferenças resultantes no dimensionamento de vigas calculando-se os esforços com a simplificação de vigas contínuas presente na NBR 6118 (ABNT, 2014) e utilizando a formulação matricial do método dos deslocamentos;
- b) Identificar a influência das variáveis de projeto na função objetivo do problema de otimização;
- c) Analisar a influência dos custos relativos às fôrmas, ao aço e ao concreto no custo total das vigas otimizadas;
- d) Analisar o comportamento do custo otimizado com a variação no comprimento de vigas com dois vãos.

## 1.3 ESTRUTURA DA PESQUISA

Esta dissertação está subdividida em seis capítulos, organizados de maneira a facilitar o entendimento do estudo realizado. Uma breve descrição do conteúdo de cada capítulo é realizada a seguir.

No presente capítulo é mostrada uma visão geral do estudo.

No Capítulo 2 são apresentados importantes trabalhos a respeito de otimização de vigas de concreto armado utilizando Algoritmos Genéticos, indicando as principais características e resultados.

No Capítulo 3 são apresentados procedimentos e exigências para o dimensionamento de vigas de concreto armado. É apresentada, também, a teoria na qual os Algoritmos Genéticos são baseados, explicando as principais características da técnica de otimização. Neste capítulo, discute-se, ainda, sobre o método estatístico de Planejamento de Experimentos (DOE).

No Capítulo 4 é apresentado o método utilizado nesta dissertação. Descreve-se as considerações sobre a implementação e validação do programa, a análise realizada com o DOE e o estudo do comportamento do custo de vigas otimizadas.

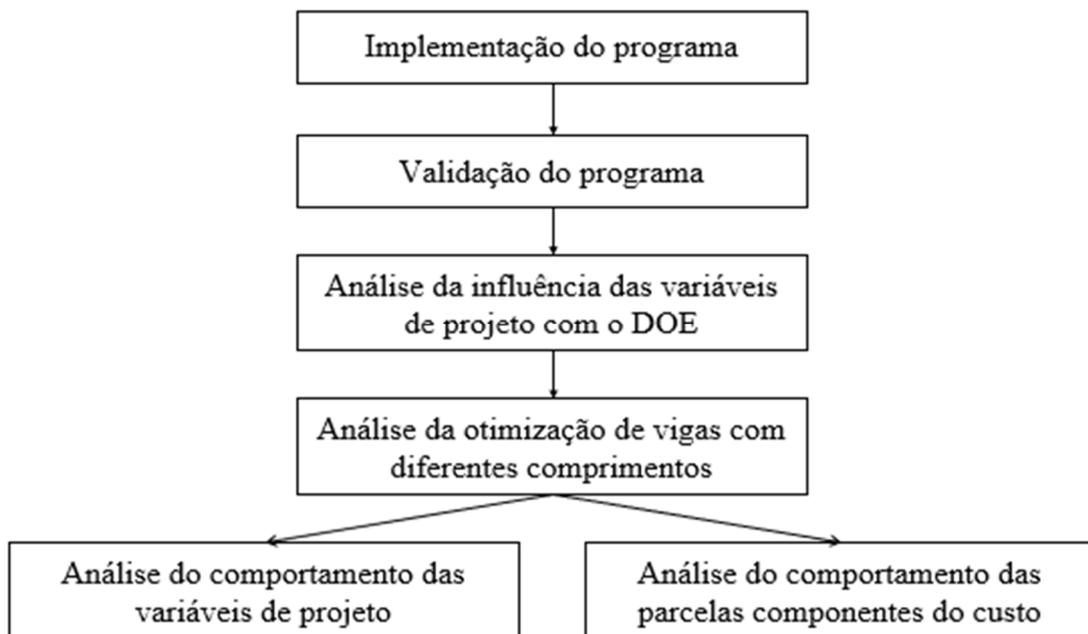
No Capítulo 5 são apresentados e discutidos os resultados obtidos com o programa desenvolvido. Comparam-se as soluções obtidas com exemplos presentes na literatura, identifica-se a influência das variáveis de projeto na função objetivo e analisa-se o comportamento do custo com a variação do comprimento das vigas.

No Capítulo 6 é brevemente apresentado o que foi produzido nesta dissertação e são apontadas as principais conclusões acerca deste trabalho. Por fim, são apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

#### 1.4 DELINEAMENTO DA PESQUISA

Apresenta-se no Fluxograma 1 as etapas realizadas durante a elaboração desta dissertação com o desenvolvimento do programa computacional para o dimensionamento otimizado e análises de vigas de concreto armado.

Fluxograma 1 – Etapas realizadas para elaboração da dissertação.



Fonte: O Autor (2019).

O programa foi implementado no ambiente do MATLAB, utilizando a sua ferramenta de otimização com Algoritmos Genéticos. Durante a etapa de pré-processamento, permite-se a leitura de um arquivo gerado pelo Ftool para a entrada de dados. Com o programa desenvolvido, realiza-se o dimensionamento otimizado de vigas pertencentes a pórticos planos, considerando as dimensões da seção transversal e o  $f_{ck}$  das vigas como variáveis de projeto e o custo total como função objetivo. Após a implementação, o programa desenvolvido foi validado por meio da comparação dos resultados obtidos com vigas já dimensionadas e otimizadas por outros autores.

Com o programa desenvolvido e validado, foi analisada a influência de cada variável de projeto e da interação entre elas no custo das vigas. Para esta análise, o método de Planejamento

de Experimentos (DOE) foi utilizado, empregando-o com o auxílio do Minitab, *software* que permite a construção de gráficos que facilitam a identificação da relevância das variáveis de projeto na composição da função objetivo.

Por fim, foram realizadas análises sobre vigas otimizadas com diferentes comprimentos, verificando o comportamento das variáveis de projeto e das parcelas componentes do custo total de materiais das vigas, conforme se variavam os vãos.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A otimização estrutural é um tema vastamente pesquisado e tem sua eficiência demonstrada em diversos trabalhos. Para a contextualização da presente dissertação são comentados a seguir alguns trabalhos nos quais o dimensionamento ótimo de vigas em concreto armado está inserido.

Lee e Ahn (2003) desenvolveram um AG para a otimização de pórticos planos em concreto armado de forma discreta, definindo um conjunto de possíveis dimensões dos elementos e disposições de aço, reduzindo um espaço de busca semi-infinito para duas bases de dados, uma para as vigas e outra para os pilares. Esta redução foi alcançada por meio da limitação das dimensões e de imposições construtivas e normativas, como pelo menos duas barras nas faces superiores e inferiores ao longo de todo o vão da viga para suporte dos estribos, como também, áreas mínimas e máximas de aço tanto nas vigas como nos pilares. Não foi considerado o dimensionamento aos esforços cortantes.

A função objetivo do trabalho de Lee e Ahn (2003) buscou minimizar o custo do concreto, do aço e das fôrmas utilizados no conjunto de pilares e vigas que formam o pórtico. Foram executados pórticos de 3 vãos com 3, 9 e 20 pavimentos, com cargas laterais nos nós e cargas uniformemente distribuídas nas vigas, testando diferentes populações iniciais, critérios de convergência, probabilidades de cruzamento, taxa de mutação e peso de penalidades. Observaram que gradativamente aumentar o peso das penalidades e diminuir a taxa de mutação com o processamento das gerações resultou nos melhores projetos para os exemplos analisados.

Para realizar a otimização discreta de vigas de concreto armado submetidas à flexão e ao cisalhamento, Leps e Sejnoha (2003) propuseram a aplicação de AG acrescido do método de Recozimento Simulado. O número de soluções inviáveis que passa de uma geração a outra é controlado pelo método do Recozimento Simulado por meio da alteração do peso das penalidades. Para a otimização de uma viga contínua foram feitas 50 execuções com populações de 100 indivíduos, escolhendo os 20 melhores após a convergência de cada execução, formando uma população de 1000 indivíduos, e destes, foram selecionados 400 para uma nova execução.

Leps e Sejnoha (2003) utilizaram uma função objetivo que considera apenas o custo do concreto e do aço empregado, restrições de deflexão, resistência à flexão e ao cisalhamento de acordo com o EN 1992-1-1 (1995). Os resultados para 10 otimizações independentes apresentados por Leps e Sejnoha (2003) alcançaram uma redução do custo entre 30% e 42% comparados com os dimensionamentos não otimização.

Govindaraj e Ramasamy (2005) realizaram a otimização de vigas contínuas de concreto armado, utilizando Algoritmos Genéticos com apenas as dimensões das vigas como variáveis de projeto, sendo a área de aço determinada conforme as exigências normativas adotadas em função das demais características das vigas. Para a determinação do detalhamento das armaduras que atenda a área de aço exigida no dimensionamento foi gerada uma base de dados de todas as possíveis combinações de barras dispostas em um padrão pré-estabelecido, com regras seguindo as boas práticas da construção civil, como por exemplo, posicionamento das barras com diâmetros maiores sempre abaixo das barras de diâmetros menores na face inferior da viga. Após determinar as possíveis combinações para atendimento da área de aço, obtém-se a de menor peso para o problema proposto.

Além da flexão, Govindaraj e Ramasamy (2005) consideraram os esforços de cisalhamento, analisando a viga em três regiões diferentes por vão, uma próxima ao apoio esquerdo, uma no centro e outra próxima ao apoio direito, dimensionando os estribos com espaçamentos constantes em cada intervalo. Foram analisados três exemplos, duas vigas simplesmente apoiadas em uma comparação com os resultados obtidos por Kanagasundram e Karihaloo (1991), aos quais atingiram uma redução de 11,28% e 7,46% no custo das vigas, e uma viga contínua com três vãos, no qual a convergência continuou a ser alcançada sem complicações.

Lima (2011) desenvolveu um programa que otimiza uma viga contínua na qual possíveis posições de apoios intermediários foram estabelecidas e a escolha em quais a viga irá se apoiar é uma variável de projeto. Foram, ainda, variáveis de projeto as dimensões da viga, o diâmetro das barras longitudinais e dos estribos, a quantidade de barras longitudinais e o espaçamento dos estribos.

As restrições empregadas por Lima (2011) foram critérios de resistência à flexão e cisalhamento e de execução, implicando este último em uma otimização discreta com dimensões da viga determinadas em múltiplos de 5 cm e restringidas em um intervalo de valor máximo e mínimo e em bitolas de aço comerciais. A função objetivo foi composta do custo do volume de concreto, do peso do aço e da área de fôrmas empregadas para a viga.

Lima (2011) validou o programa em um problema já tratado por dois autores com metodologias distintas. Um utilizou uma abordagem determinística, enquanto o outro utilizou uma abordagem probabilística. Lima (2011) dimensionou uma viga biapoiada otimizada por Soares (1997) e Castilho (2003) e observou que a solução ótima foi obtida em 85% dos testes realizados em seu programa, considerando os resultados satisfatórios.

Oliveira (2014) otimizou vigas de concreto armado, utilizando uma estratégia de dois níveis: no primeiro nível as dimensões da seção, posição da linha neutra e a relação entre áreas de aço comprimida e tracionada são as variáveis de projeto, enquanto no segundo nível a distribuição da área de aço em barras com bitolas comerciais é otimizada. Comparou com o dimensionamento de vigas de um vão de Clímaco (2005), dois vãos de Araújo (2014c) e três vãos de Sacoman *et al* (1987), obtendo uma redução no custo de até 2,40% no primeiro caso, 6,58% no segundo e 14,26% no último.

Em Alexandre (2014) foi elaborado um programa baseado em AG para minimizar o custo de vigas de concreto armado submetidas a flexão e ao cisalhamento, composto pela soma dos custos dos materiais e da mão de obra, considerando a influência da rigidez dos pilares. As variáveis de projeto consideradas foram a resistência à compressão do concreto, inclinação da biela comprimida, altura da viga, diâmetros das armaduras longitudinais positivas, armaduras longitudinais negativas e armaduras transversais.

Os resultados de Alexandre (2014) foram similares em um caso e mais econômicos em outro, comparados com dois exemplos presentes na literatura. Observou-se que a solução obtida quando considerada a taxa de armadura como variável de projeto tende a ser menos econômica do que a obtida quando considerado o diâmetro do aço como variável de projeto. Verificou-se em um estudo de sensibilidade que variações nos preços adotados para os insumos pouco influenciou no resultado. Como também, constatou-se que o custo com fôrmas é o mais representativo.

Além do custo monetário, Fraga e Kripka (2015) avaliaram os custos ambientais gerados por vigas de concreto armado por meio da otimização, contribuindo para projetos de estruturas de menor impacto ambiental. A variável de projeto adotada foi a altura da viga, enquanto a função objetivo foi o custo total dos materiais empregados (concreto, aço e fôrmas), variando este custo entre o valor monetário e o ambiental. As restrições foram as condições exigidas de Estados Limites Último e de Serviço pela norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2007). Para a otimização foi utilizado o método do Gradiente Reduzido Generalizado, presente na ferramenta *Solver* do *Microsoft Excel*. Para a indicação dos custos ambientais foram utilizados Eco-indicadores, Potencial de Aquecimento Global e emissão de CO<sub>2</sub>, conforme o trabalho de Medeiros (2012). Foram analisadas vigas biapoiadas com diferentes solicitações de carregamento, vãos variando entre 1,5 e 10 m e resistência característica do concreto à compressão ( $f_{ck}$ ) de 20, 25 e 35 MPa.

Fraga e Kripka (2015) concluíram que a flecha limite foi o fator de maior influência na restrição da altura ótima das vigas. Observaram, ainda, que o aumento do  $f_{ck}$  implicou na

elevação tanto dos custos econômicos quanto nos ambientais. O material que mais afetou o custo econômico foi o aço, já o concreto teve uma menor influência. Entretanto, para os critérios ambientais, o concreto teve o maior impacto, enquanto as fôrmas causam o menor dano ambiental.

Coelho *et al.* (2016) otimizaram pórticos planos em concreto armado, utilizando Algoritmos Genéticos e o método de Penalização Adaptativa (APM), no qual os coeficientes de penalização são adaptados a cada iteração a partir da leitura de informações da população. Foi considerado na função objetivo o custo do concreto, do aço e das fôrmas. Foram consideradas as condições de resistência, estabilidade e segurança conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014), no entanto não foram verificadas restrições de serviço referentes à abertura de fissuras e flecha máxima. Coelho *et al.* (2016) obtiveram resultados satisfatórios mesmo com um número pequeno de gerações e indivíduos na população e concluíram que o tratamento das restrições por meio da técnica APM mostrou-se importante para contornar as dificuldades de lidar com muitas restrições.

Para realizar o dimensionamento otimizado de seções de viga de concreto armado, Bezerra (2017) elaborou um programa no *software* MATLAB com a utilização do *toolbox* de Algoritmos Genéticos. Bezerra (2017) otimizou vigas simplesmente apoiadas e engastadas-livre, empregando uma função objetivo composta da soma dos custos referentes ao concreto, armaduras longitudinais e transversais e área de fôrmas. Bezerra (2017) utilizou como variáveis de projeto a altura útil, a largura da viga, a área de armadura longitudinal tracionada e comprimida e a quantidade de estribos, todas com valores contínuos, mas aproximando-as para valores inteiros e comerciais mais próximos para a apresentação dos resultados. As restrições impostas ao dimensionamento foram exigências normativas da NBR 6118 (ABNT, 2014), levando em consideração dimensões mínimas e máximas da seção transversal da viga, quantidade mínima e máxima de área de armadura, relação entre o comprimento e a altura da viga, contraflecha e espaçamento máximo e mínimo de estribos.

Bezerra (2017) comparou o uso de dois *solver* presentes no MATLAB, o Algoritmo Genético Lagrangeano Aumentado (ALGA) e o Função de Penalidade (*Penalty Function*), obtendo resultados semelhantes para a função objetivo. Entretanto, constatou redução em 98% do tempo de processamento ao empregar o *solver Penalty Function*. Bezerra (2017) otimizou uma viga biapoiada presente nos trabalhos de Chakrabarty (1992), de Coello, Hernández e Farrera (1997) e de Alexandre (2014) e obteve uma redução de cerca de 2,0% no custo total. Dentre as conclusões de Bezerra (2017) está que a limitação da flecha em vigas biapoiadas tende a diminuir a área da armadura e que o aumento da resistência característica à compressão

do concreto na maioria das vezes implica na redução do custo, reduzindo a área da seção transversal e da armadura e a quantidade de estribos.

Coelho (2017) implementou uma rotina de ajuste dos parâmetros e operadores do AG, a qual permite obter automaticamente os melhores parâmetros internos para determinado problema. Aplicou na otimização de três pórticos planos: o primeiro de vão e andar únicos, presente em Horowitz (1998) e Torres (2001), no qual determinou uma função objetivo 7,1% menor; um pórtico com 3 andares e 3 vãos, otimizado por Lee e Ahn (2003) e Kwak e Kim (2007) e obteve uma solução com o custo 5% mais elevado, fato explicado pela limitação da configuração do algoritmo implementado no número de gerações e indivíduos da população; por último um pórtico com 6 andares e 2 vãos presente em Akin e Saka (2015) e otimizado pelo método de Busca Harmônica. A solução obtida por Coelho (2017) reduziu o custo em 17%.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A elaboração de projetos estruturais de concreto armado é realizada convencionalmente por meio de um procedimento de tentativa e erro para a determinação das características, normalmente geométricas, dos elementos que compõem a estrutura, buscando atender requisitos de serviço, resistência, exequibilidade e economia, associados às especificações normativas pertinentes. A utilização de procedimentos de dimensionamento otimizados está cada vez mais facilitada com o avanço da capacidade de processamento e com a eficiência crescente na obtenção de soluções ótimas em comparação com métodos convencionais.

A otimização pode ser interpretada como uma ferramenta de suporte de decisão, a qual necessita para sua aplicação da identificação das variáveis do problema e de uma relação entre elas de maneira a se obter um valor para a tomada de decisão (PIRES, 2014). É composta por uma função objetivo, representando o que se pretende minimizar ou maximizar, uma ou mais variáveis de projeto, os parâmetros que variam dentro do sistema durante o processo de otimização, e pode, ou não, estar sujeita a restrições de igualdade e/ou desigualdade, limitando o espaço de busca das soluções (região factível). Pode ser expressa matematicamente como:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimizar } f(x) & \text{(função objetivo)} \\
 x \in X \subseteq \mathbb{R} & \text{(espaço de busca)} \\
 \text{Sujeito a } h_i(x) = 0, i = 1, 2, \dots, m & \text{(restrições de igualdade)} \\
 g_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, n & \text{(restrições de desigualdade)}
 \end{array} \quad (1)$$

com  $x$  sendo o vetor de variáveis de projeto.

Uma vertente dos métodos de otimização é a probabilística (ou não-determinística), na qual técnicas inspiram-se em fenômenos ou processos encontrados na natureza. Diferentemente dos métodos determinísticos (ou métodos clássicos), não são baseados no cálculo de derivadas de primeira ordem, ou de aproximações destas, logo, não necessitam de funções contínuas e deriváveis (OLIVIERI, 2004).

Métodos não-determinísticos como o do Recozimento Simulado, dos Algoritmos Genéticos, do Enxame de Partículas e da Colônia de Formigas, surgem com características estocásticas e princípios combinatórios para superar os obstáculos de se obter o mínimo global em problemas com muitas soluções locais (OLIVEIRA, 2008).

Neste trabalho foi realizado o dimensionamento otimizado de vigas contínuas de concreto armado, utilizando o método dos Algoritmos Genéticos, com objetivo de determinar a solução mais econômica que respeite às restrições de projeto provenientes de condições

normativas e de exequibilidade. Portanto, nos próximos itens são detalhadas algumas exigências da NBR 6118 (ABNT, 2014) que devem orientar o projeto de estruturas de concreto armado e é apresentado o método dos Algoritmos Genéticos.

### 3.1 DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

#### 3.1.1 Combinações de ações

O dimensionamento e verificações exigidas pela NBR 6118 (ABNT, 2014) nos estados-limite último (ELU) e de serviço (ELS) consideram diferentes combinações das ações atuantes nas vigas. Para atender aos critérios do ELU deve ser utilizada a combinação última normal, enquanto as prescrições de serviço podem fazer uso das combinações rara, frequente e quase permanente, todas expressas a seguir:

$$F_d = \gamma_g F_g + \gamma_q F_q \quad (\text{Combinação última}) \quad (2)$$

$$F_{d,ser} = F_g + \psi_2 F_q \quad (\text{Combinação quase permanente}) \quad (3)$$

$$F_{d,ser} = F_g + \psi_1 F_{q1} + \psi_2 F_{q2} \quad (\text{Combinação frequente}) \quad (4)$$

$$F_{d,ser} = F_g + F_{q1} + \psi_1 F_{q2} \quad (\text{Combinação rara}) \quad (5)$$

em que  $F_d$  é o valor de cálculo das ações para combinação última;  $\gamma_g$  é o coeficiente de ponderação para ação permanente;  $F_g$  é a soma das ações permanentes, consideradas agrupadas;  $\gamma_q$  é o coeficiente de ponderação para ação variável;  $F_q$  é a soma das ações variáveis, consideradas agrupadas;  $F_{d,ser}$  é o valor de cálculo das ações para combinações de serviço;  $\psi_1$  é o fator de redução de combinação frequente;  $\psi_2$  é o fator de redução de combinação quase permanente;  $F_{q1}$  é o valor característico da ação variável principal;  $F_{q2}$  é o valor característico da ação variável que não é principal. Os coeficientes de ponderação e os fatores de redução são adotados conforme o item 11.7 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

#### 3.1.2 Esforços e deslocamentos

Com a geometria e ações definidas para a estrutura, o método dos deslocamentos surge como possibilidade para a determinação dos esforços internos e deslocamentos de vigas.

Para uma viga inserida em um pórtico plano é necessário determinar a matriz de rigidez de cada barra do pórtico. Segundo Soriano (2005), a matriz de rigidez local das barras constituintes do pórtico plano é dada por:

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{E.A}{L} & 0 & 0 & -\frac{E.A}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12.E.I}{L^3} & \frac{6.E.I}{L^2} & 0 & -\frac{12.E.I}{L^3} & \frac{6.E.I}{L^2} \\ 0 & \frac{6.E.I}{L^2} & \frac{4.E.I}{L} & 0 & -\frac{6.E.I}{L^2} & \frac{2.E.I}{L} \\ -\frac{E.A}{L} & 0 & 0 & \frac{E.A}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12.E.I}{L^3} & -\frac{6.E.I}{L^2} & 0 & \frac{12.E.I}{L^3} & -\frac{6.E.I}{L^2} \\ 0 & \frac{6.E.I}{L^2} & \frac{2.E.I}{L} & 0 & -\frac{6.E.I}{L^2} & \frac{4.E.I}{L} \end{bmatrix} \quad (6)$$

em que  $[k]$  é a matriz de rigidez local da barra,  $E$  é o módulo de elasticidade longitudinal,  $A$  é a área da seção transversal,  $I$  é o momento de inércia principal da seção transversal e  $L$  é o comprimento longitudinal da barra.

Com a matriz de rigidez de todas as barras determinadas, é possível determinar os deslocamentos globais da estrutura com a resolução do sistema de equações formado por:

$$[K]\{d\}=\{F\} \quad (7)$$

em que  $[K]$  é a matriz de rigidez global do pórtico plano,  $\{d\}$  é o vetor global dos deslocamentos nodais e  $\{F\}$  é o vetor global das forças nodais.

Por fim, determinam-se os esforços locais de cada barra como expresso na equação a seguir:

$$\{f_{loc}\} = [k]\{d_{loc}\} + \{F_{loc}\} \quad (8)$$

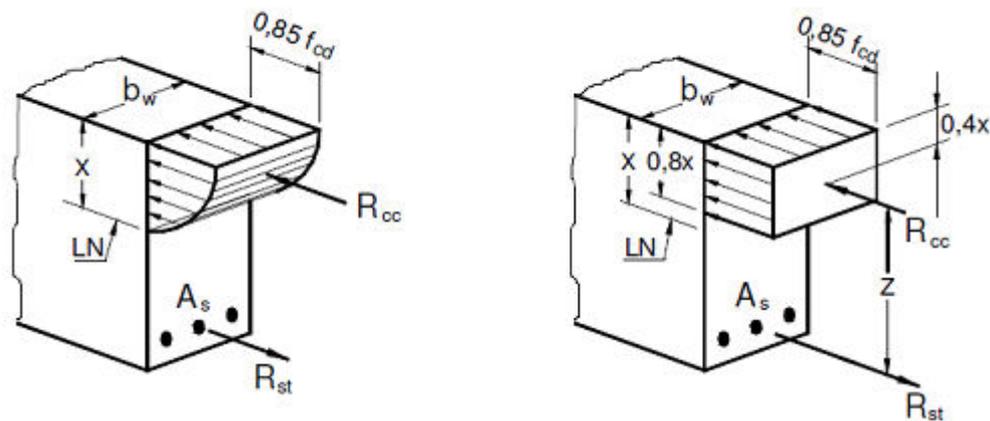
em que  $\{f_{loc}\}$  é o vetor dos esforços locais nas extremidades de cada barra,  $\{d_{loc}\}$  é o vetor dos deslocamentos nodais locais e  $\{F_{loc}\}$  é o vetor das forças nodais locais aplicadas.

### 3.1.3 Hipóteses de cálculo

Para a análise dos esforços resistentes de uma seção de viga em concreto armado devem ser consideradas as seguintes hipóteses básicas segundo o item 17.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

- As seções transversais se mantêm planas após a deformação;
- A resistência à tração normal à seção transversal do concreto deve ser desprezada;
- Ao invés da distribuição de tensões com o diagrama parábola-retângulo, a distribuição de tensões no concreto pode ser feita com um retângulo de profundidade  $y = \lambda x$ , sendo  $\lambda = 0,8$  (para concretos até 50 MPa) com tensão constante igual a  $f_{cd} \alpha_c$  para uma seção retangular, sendo  $\alpha_c = 0,85$  (para concretos até 50 MPa). Pode-se observar a simplificação do diagrama para concretos até 50 MPa na Figura 1:

Figura 1 – Distribuição de tensões de compressão no concreto, segundo os diagramas parábola-retângulo e retangular simplificado.



Fonte: Bastos (2015).

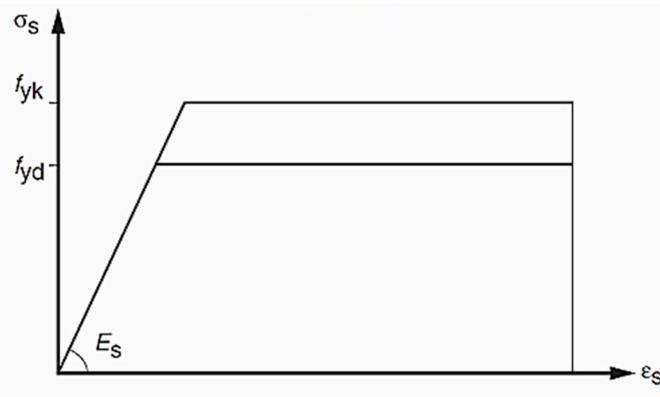
em que  $f_{ck}$  é a resistência característica à compressão do concreto,  $f_{cd}$  é a resistência à compressão de cálculo do concreto, definida na Equação 9:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (9)$$

em que  $\gamma_c$  é o coeficiente de ponderação da resistência do concreto, em combinações normais com valor igual a 1,4.

- A tensão nas armaduras deve ser obtida a partir dos diagramas tensão-deformação, conforme apresentado na Figura 2:

Figura 2 – Diagrama tensão-deformação do aço.



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014).

em que  $f_{yk}$  é a tensão de escoamento característica do aço e  $f_{yd}$  é a tensão de escoamento de cálculo do aço, definida com a Equação 10:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (10)$$

em que  $\gamma_s$  é o coeficiente de ponderação da resistência do aço, em combinações normais com valor igual a 1,15.

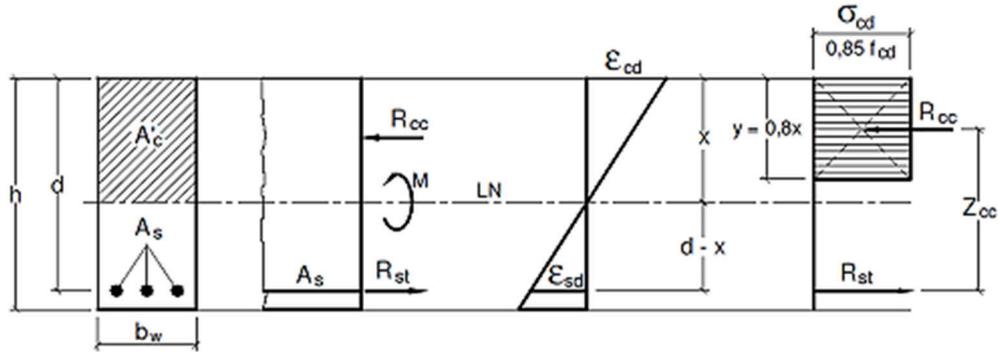
Busca-se dimensionar uma viga de concreto armado em seu estado-limite último no Domínio 3 caracterizado pela NBR 6118 (ABNT, 2014) com o concreto no bordo comprimido em seu encurtamento limite ( $\varepsilon_c = \varepsilon_{cu} = 3,5\%$ ), se  $f_{ck}$  menor ou igual a 50 MPa, e deformação do aço entre a deformação máxima permitida (10%) e a deformação de escoamento ( $\varepsilon_{yd}$ ). É permitido, ainda, o dimensionamento no Domínio 2, estando o concreto comprimido com deformação inferior à deformação limite e o aço com o máximo alongamento permitido (10%).

### 3.1.4 Estado-Limite Último (ELU)

#### 3.1.4.1 Esforços normais de flexão

O dimensionamento de uma viga de concreto armado é realizado por meio do equilíbrio dos esforços internos normais e dos momentos fletores atuantes na seção transversal em análise. Na Figura 3, pode-se observar a distribuição de tensões e deformações longitudinais em uma viga de seção transversal retangular com armadura simples.

Figura 3 – Distribuição de tensões e deformações longitudinais em viga de seção transversal retangular com armadura simples.



Fonte: Bastos (2015).

Sendo  $h$  a altura,  $b_w$  a largura,  $A_s$  a área da armadura longitudinal tracionada,  $A'_c$  é a área de concreto comprimido,  $d$  é a altura útil,  $x$  a posição da linha neutra,  $\varepsilon_{cd}$  é a deformação de cálculo do concreto comprimido,  $\varepsilon_{sd}$  é a deformação de cálculo do aço tracionado,  $\sigma_{cd}$  é a tensão de compressão de cálculo no concreto,  $R_{cc}$  é o esforço normal resultante de compressão no concreto,  $R_{st}$  é o esforço normal resultante de tração na armadura longitudinal,  $Z_{cc}$  é distância entre a linha de ação de  $R_{cc}$  e  $R_{st}$ .

Os esforços normais são definidos pelas seguintes equações:

$$R_{cc} = \sigma_{cd} A'_c \quad (11)$$

$$R_{st} = \sigma_{sd} A_s \quad (12)$$

Calculando a área de concreto comprimido a partir do diagrama retangular simplificado, a resultante de compressão pode ser expressa como:

$$R_{cc} = 0,85 f_{cd} 0,8x b_w \quad (13)$$

Ou, ainda:

$$R_{cc} = 0,68 f_{cd} x b_w \quad (14)$$

Para o equilíbrio de momentos fletores na seção transversal, o momento fletor solicitante deve ser equilibrado por um momento fletor resistente, ou, simplificadaamente, ambos os momentos devem ser iguais ao momento fletor de cálculo.

$$M_{solic} = M_{resist} = M_d \quad (15)$$

Para o equilíbrio em relação a linha de ação do esforço normal resultante de tração na armadura longitudinal  $R_{st}$ , o momento de cálculo pode ser expresso por:

$$M_d = 0,68f_{cd}xb_w(d - 0,4x) \quad (16)$$

Considerando o equilíbrio em relação a linha de ação do esforço normal resultante de compressão no concreto  $R_{cc}$ , o momento de cálculo pode ser expresso por:

$$M_d = \sigma_{sd}A_s(d - 0,4x) \quad (17)$$

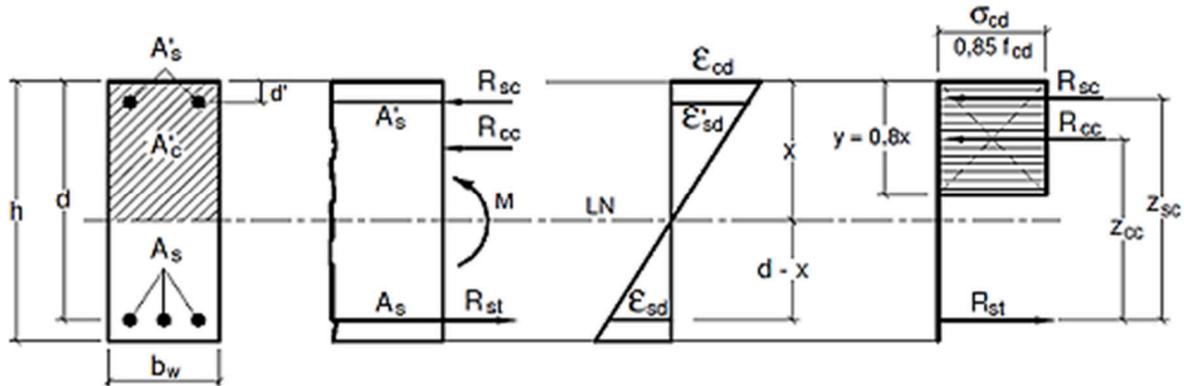
Logo, conhecendo-se o momento fletor de cálculo, as características geométricas da seção transversal e a resistência dos materiais, pode-se formar um sistema com as Equações 16 e 17 de forma a obter o valor da posição da linha neutra ( $x$ ) e da área de armadura longitudinal tracionada ( $A_s$ ).

Para garantir o comportamento dúctil da estrutura, a NBR 6118 (ABNT, 2014) exige que a relação entre a posição da linha neutra e a altura útil ( $x/d$ ) seja menor ou igual a 0,45 para concretos com resistência até 50 MPa.

Caso uma seção transversal proposta não obtenha valores adequados para seu comportamento dúctil, pode-se, alternativamente à modificação de suas características (como a mudança de suas dimensões), acrescentar armadura na região comprimida. Na prática, a maioria dos casos em que há necessidade de armadura dupla surge de seções submetidas a momentos fletores negativos, nos apoios intermediários de vigas contínuas.

Na Figura 4, representa-se a distribuição de tensões e deformações longitudinais de uma viga retangular com armadura dupla.

Figura 4 – Seção transversal retangular com armadura dupla.



Fonte: Bastos (2015).

Sendo  $d'$  a distância entre a fibra mais comprimida da seção transversal de concreto e o centro geométrico da armadura longitudinal comprimida,  $A'_s$  é a área de armadura longitudinal comprimida,  $R_{sc}$  é o esforço atuante na armadura longitudinal comprimida e  $\varepsilon'_{sd}$  é a deformação longitudinal na armadura comprimida. Acrescenta-se, então, ao caso de armadura simples o esforço de compressão ( $R_{sc}$ ) atuante na área de armadura longitudinal comprimida ( $A'_s$ ), expresso pela seguinte equação:

$$R_{sc} = \sigma'_{sd} A'_s \quad (18)$$

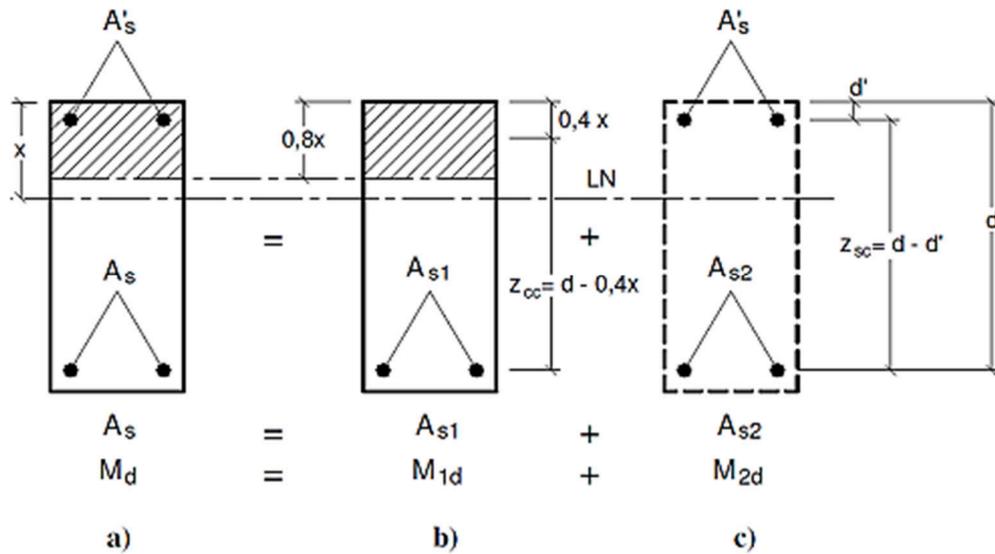
Considerando o equilíbrio em relação a linha de ação do esforço resultante na armadura tracionada, o momento de cálculo pode ser expresso pela soma da parcela referente ao momento resultante do esforço de compressão no concreto ( $M_{1d}$ ) e da parcela referente ao momento resultante do esforço de compressão da armadura longitudinal comprimida ( $M_{2d}$ ), conforme as Equações 19, 20 e 21 e representado na Figura 5:

$$M_{1d} = 0,68 f_{cd} x b_w (d - 0,4x) \quad (19)$$

$$M_{2d} = A'_s \sigma'_{sd} (d - d') \quad (20)$$

$$M_d = 0,68 f_{cd} x b_w (d - 0,4x) + A'_s \sigma'_{sd} (d - d') \quad (21)$$

Figura 5 – Decomposição da seção com armadura dupla.



Fonte: Bastos (2015).

Sendo,  $A_{s1}$  a área de armadura longitudinal tracionada necessária para equilibrar o momento resultante de compressão no concreto e  $A_{s2}$  a área de aço tracionado necessária para equilibrar o momento que comprime a armadura.

Admitindo que a linha neutra estará na posição limite ( $x = 0,45d$ ) e reorganizando as Equações 17, 19, 20 e 21, as seguintes expressões para as áreas de aço são obtidas:

$$A_{s1} = \frac{M_{1d}}{f_{yd}(d - 0,4x)} \quad (22)$$

$$A_{s2} = \frac{M_{2d}}{f_{yd}(d - d')} \quad (23)$$

$$A'_s = \frac{M_{2d}}{\sigma'_{sd}(d - d')} \quad (24)$$

Sendo a área total de armadura longitudinal tracionada  $A_s$  obtida pela soma de  $A_{s1}$  e  $A_{s2}$ .

### 3.1.4.2 Cisalhamento

O dimensionamento ao esforço cisalhante de uma viga de concreto armado é realizado de acordo com o modelo de treliça idealizado por Morsch (1910), na qual é analisado o caso de

uma viga fissurada em que o esforço cortante é equilibrado pela associação de bielas comprimidas de concreto e de diagonais tracionadas, acompanhando as trajetórias das tensões principais (ARAÚJO, 2014a).

A NBR 6118 (ABNT, 2014) permite que a armadura transversal seja calculada na diagonal tracionada com ângulo em relação ao eixo longitudinal da viga variando entre 45° e 90°. Entretanto, devido a praticidade na execução é normalmente empregado a armadura transversal perpendicular ao eixo da viga.

São dois os modelos de cálculo presentes na NBR 6118 (ABNT, 2014). No primeiro modelo as diagonais de compressão têm inclinação de 45° em relação ao eixo longitudinal da viga, enquanto no segundo modelo as diagonais de compressão do concreto têm inclinação variável entre 30° e 45°.

Neste trabalho será verificado o esmagamento da biela comprimida de concreto e dimensionada a armadura transversal tracionada de acordo com o modelo de cálculo I em acordo com o item 17.4.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), com procedimento descrito a seguir.

a) Verificação do esmagamento da biela comprimida de concreto

A força cortante resistente de cálculo relativa à ruína das diagonais comprimidas no modelo I é determinada pela expressão:

$$V_{Rd2} = 0,27\alpha_{v2}f_{cd}b_wd \quad (25)$$

em que

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (26)$$

com  $f_{ck}$  expresso em MPa.

A força cortante resistente das diagonais comprimidas ( $V_{Rd2}$ ) deve ser maior ou igual ao esforço cortante de cálculo ( $V_{sd}$ ) atuante.

b) Cálculo da armadura transversal

Calcula-se a parcela do esforço cortante resistido pelo concreto ( $V_c$ ), expresso por:

$$V_c = 0,6f_{ctd}b_wd \quad (27)$$

em que

$$f_{ctd} = 0,15\sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (28)$$

Determina-se, então, a parcela de esforço a ser resistido pela armadura transversal ( $V_{sw}$ ), dado por:

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c \quad (29)$$

e calcula-se a armadura transversal por unidade de comprimento com a Equação (30):

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sw}}{0,9f_{ywd}d} \quad (30)$$

sendo,  $f_{ywd}$  a tensão de escoamento de cálculo na armadura transversal e considerada igual a 435 MPa (CA – 50). O espaçamento entre estribos ( $s$ ), medido segundo o eixo longitudinal do elemento estrutural, é calculado por:

$$s = \frac{2A_{\phi t}}{A_{sw}} \quad (31)$$

onde,  $A_{\phi t}$  é a área correspondente ao diâmetro do estribo.

Este espaçamento entre estribos ( $s$ ) deve respeitar os limites:

Se  $V_{sd} \leq 0,67 V_{Rd2}$

$$s_{max} = 0,6d \quad (32)$$

$$s_{max} \leq 30 \text{ cm} \quad (33)$$

Se  $V_{sd} > 0,67 V_{Rd2}$

$$s_{max} = 0,3d \quad (34)$$

$$s_{max} \leq 20 \text{ cm} \quad (35)$$

O espaçamento transversal entre ramos sucessivos da armadura constituída por estribos ( $s_t$ ) deve respeitar os seguintes limites:

Se  $V_{sd} \leq 0,20 V_{Rd2}$

$$s_{tmax} = d \quad (36)$$

$$s_{tmax} \leq 80 \text{ cm} \quad (37)$$

Se  $V_{sd} > 0,20 V_{Rd2}$

$$s_{tmax} = 0,6d \quad (38)$$

$$s_{tmax} \leq 35 \text{ cm} \quad (39)$$

### 3.1.5 Estados-Limites de Serviço (ELS)

Além da capacidade resistente da viga, deve ser analisado o comportamento da estrutura sob as condições normais de serviço (utilização). Desta forma, a viga deve ser suficientemente rígida para que suas deformações não provoquem danos em elementos não estruturais, não afetem o uso ou a aparência, nem causem desconforto aos usuários. Aliado a isso, as fissuras quase inevitáveis em estruturas de concreto armado sob flexão não devem afetar a durabilidade da estrutura (ARAÚJO, 2014b).

Para a análise do estado-limite de deformações excessivas, a deflexão vertical das vigas é analisada, a qual é influenciada pelo vão da viga, pelo carregamento exigido e pela rigidez à flexão da do elemento estrutural. Os valores limites de deslocamentos estão presentes no item 13.3, Tabela 13.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014), sendo utilizado nesta pesquisa o critério de aceitabilidade sensorial (visual) com deslocamento-limite de  $l/250$  ( $l$  é o comprimento do vão).

Devido à baixa resistência do concreto a esforços normais de tração, a fissuração de vigas de concreto armado está quase sempre presente, estando associada, também, aos diâmetros das barras de aço e ao posicionamento das armaduras longitudinais. O controle da abertura de fissuras é fundamental para a proteção das armaduras à corrosão, de modo a não comprometer o bom desempenho e durabilidade da estrutura (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2014). A NBR 6118 (ABNT, 2014) no item 13.4.2, Tabela 13.4, limita a fissuração para valores entre 0,2 e 0,4 mm em estruturas de concreto armado, variando em função da classe de agressividade ambiental na qual está inserida a estrutura.

As verificações necessárias do estado-limite de deformações excessivas são descritas no item 17.3.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), enquanto as exigências para o estado-limite de fissuração estão presentes no item 17.3.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014), detalhados a seguir.

#### 3.1.5.1 Estado-limite de deformação

Para determinar o momento de fissuração ( $M_r$ ), o qual separa os estádios I e II, utiliza-se a seguinte expressão:

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t} \quad (40)$$

sendo,  $\alpha$  o fator que correlaciona aproximadamente a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta, sendo 1,5 para seções retangulares;  $f_{ct}$  é a resistência à tração direta do concreto;  $I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto;  $y_t$  é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada.

Deve-se comparar o momento atuante obtido com a combinação quase permanente com o momento de fissuração calculado com o  $f_{ctk,inf}$  (Equação 41). Caso o momento atuante seja menor ou igual ao momento de fissuração, a seção é considerada no estágio I. Se o momento atuante for superior ao momento de fissuração, a seção estará no estágio II.

$$f_{ctk,inf} = 0,21 \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (41)$$

Quando o cálculo ocorre no estágio I, para a obtenção da rigidez considera-se a inércia da seção bruta de concreto determinada pela equação a seguir:

$$EI = E_{cs} I_c \quad (42)$$

sendo,  $E_{cs}$  o módulo de elasticidade longitudinal secante do concreto, expresso por:

$$E_{cs} = \alpha_i \alpha_E 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (43)$$

na qual, conforme item 8.2.8 da NBR 6118 (ABNT, 2014),  $\alpha_E$  depende do agregado graúdo e para este trabalho considera-se a utilização de granito, com valor igual a 1,0 e  $\alpha_i$ :

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (44)$$

Quando o cálculo ocorre no estágio II, a rigidez equivalente é obtida pela seguinte expressão:

$$(EI)_{eq} = \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (45)$$

sendo  $M_r$  calculado com  $f_{ct}$  igual a  $f_{ct,m}$  (Equação 46),  $M_a$  é calculado com a combinação quase permanente e  $I_{II}$  é o momento de inércia da seção fissurada.

$$f_{ct,m} = 0,3f_{ck}^{2/3} \quad (46)$$

Então é calculada a flecha imediata ( $a_i$ ), utilizando a combinação quase permanente e rigidez apropriada da viga. É aplicado à flecha imediata o fator aproximado de fluência, determinado como na expressão a seguir:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} \quad (47)$$

onde,  $\xi$  é um coeficiente função do tempo. Neste trabalho a sua variação foi a correspondente à aplicação da carga em 1 mês e valor de flecha diferida após 70 meses, obtendo para esta consideração  $\Delta\xi$  igual a 1,32 e  $\rho'$  é calculado pela expressão a seguir:

$$\rho' = \frac{A'_s}{bd} \quad (48)$$

A flecha total ( $a_t$ ) será, portanto, calculada por:

$$a_t = a_i(1 + \alpha_f) \quad (49)$$

Caso a flecha total seja superior ao limite estabelecido, o qual neste trabalho é de  $l/250$ , é permitida a aplicação de uma contraflecha ( $c_f$ ), calculada pela seguinte expressão:

$$c_f = a_t - \frac{l}{250} \quad (50)$$

Limitada em:

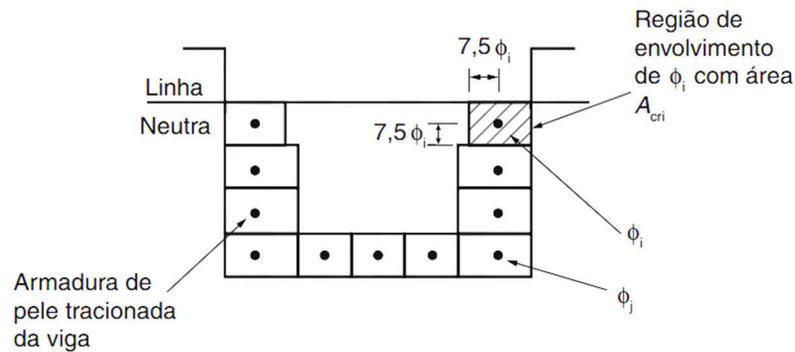
$$c_f \leq \frac{l}{350} \quad (51)$$

### 3.1.5.2 Estado-limite de fissuração

O valor da abertura característica de fissuras pode ser determinado da seguinte forma: considera-se uma área do concreto de envolvimento ( $A_{cr}$ ) para cada elemento ou grupo de

elementos das armaduras tracionadas formada por um retângulo cujos lados estejam a no máximo  $7,5\phi$  do eixo da barra da armadura, conforme apresentado na Figura 6.

Figura 6 – Concreto de envolvimento da armadura.



Fonte: NBR 6118 (ABNT, 2014).

Então, considera-se que o valor característico da abertura de fissuras é o menor entre as equações a seguir:

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_i} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}} \quad (52)$$

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_i} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \left( \frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \quad (53)$$

onde:

$\phi_i, \sigma_{si}, E_{si}, \rho_{ri}$  são definidos para cada área de envolvimento;

$A_{cri}$  é a área de envolvimento protegida pela barra  $\phi_i$ ;

$E_{si}$  é o módulo de elasticidade longitudinal do aço da barra considerada;

$\phi_i$  é o diâmetro da barra que protege a região de área  $A_{cri}$ ;

$\rho_{ri}$  é a taxa de armadura passiva em relação a  $A_{cri}$ ;

$\sigma_{si}$  é a tensão de tração no centro de gravidade da armadura considerada, calculada no estágio II;

$\eta_1$  é o coeficiente de conformação superficial da armadura considerada. Neste trabalho será considerado o utilizado para barras nervuradas, igual a 2,25.

### 3.1.6 Detalhamento

A NBR 6118 (ABNT, 2014) contém exigências para que o arranjo das armaduras atenda não só à sua função estrutural, bem como às condições adequadas de execução, particularmente com relação ao lançamento e ao adensamento do concreto. O espaçamento entre barras deve

permitir a introdução do vibrador, impedir a segregação dos agregados e a ocorrência de vazios no interior do elemento estrutural.

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), a armadura longitudinal de uma viga de concreto armado deve atender a:

- a) Quantidades limites: a área de armadura longitudinal não deve ser maior que 4% da área da seção transversal de concreto, fora da zona de emendas, conforme item 17.3.5.2.4. De acordo com o item 17.3.5.2.1, a armadura longitudinal de tração não deve ser inferior a 0,15% da área da seção transversal ou da área calculada com o momento mínimo:

$$M_{d,min} = 0,8W_0f_{ctk,sup} \quad (54)$$

em que  $W_0$  é o módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada e  $f_{ctk,sup}$  é a resistência característica superior do concreto à tração.

- b) Distribuição horizontal – item 18.3.2.2 alínea a: o espaçamento mínimo livre entre as faces das armaduras longitudinais deve ser igual ou superior a: 20 mm, ao diâmetro desta barra, a 1,2 vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo;
- c) Distribuição vertical – item 18.3.2.2 alínea b: o espaçamento mínimo livre entre as faces das armaduras longitudinais deve ser igual ou superior a: 20 mm, ao diâmetro desta barra, a 0,5 vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo;
- d) Armadura lateral (pele) de 0,10% da área da seção transversal da alma de concreto em cada face, mas não superior a 5 cm<sup>2</sup>/m, para vigas com altura superior a 60 cm, com espaçamento entre as barras não maior que 20 cm, conforme o item 17.3.5.2.3.
- e) Ancoragem por aderência de armaduras de tração – item 18.3.2.3.1: deve-se prolongar as barras de tração para o maior comprimento entre: o resultante do prolongamento de 10 vezes o diâmetro da barra além do ponto teórico de tensão nula na barra e do prolongamento do comprimento de ancoragem necessário ( $l_{b,nec}$  - Equação 55) além do ponto onde a tensão na barra começa a diminuir. O diagrama de momento fletor utilizado para o cálculo da tensão nas barras deve ser decalado em um comprimento  $a_l$  (Equação 57).

$$l_{b,nec} = \alpha l_b \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,min} \quad (55)$$

em que:

$\alpha$  é 1,0 para barras sem gancho e 0,7 para barras tracionadas com gancho;

$$l_b = \frac{\phi f_{yd}}{4f_{bd}} \geq 25\phi \quad (56)$$

$l_{b,min}$  é o maior valor entre  $0,3l_b$ ,  $10\phi$  e 100 mm.

$$0,5d \leq a_l = \frac{d}{2} \frac{V_{sd,máx}}{(V_{sd,máx} - V_c)} \leq d \quad (57)$$

- f) Armadura de tração nas seções de apoio – item 18.3.2.4: a armadura de tração em apoios extremos deve garantir a ancoragem da diagonal de compressão. A armadura de tração em apoios extremos e intermediários deve ser superior a 1/3 da armadura de tração no vão se o momento no apoio for nulo ou negativo de valor absoluto menor que metade do momento no vão, ou superior a 1/4 da armadura de tração no vão se o momento no apoio for negativo e de valor absoluto menor que metade do momento do vão. Ainda é recomendado no item 18.3.2.4.1 que em apoios extremos o comprimento de ancoragem mínimo a partir da face do apoio é o maior valor entre: comprimento de ancoragem necessário, raio de curvatura dos ganchos somado a 5,5 vezes o diâmetro da barra e 60 mm.

### 3.2 ALGORITMOS GENÉTICOS

Algoritmos Genéticos são algoritmos de busca baseados nos mecanismos de evolução de populações de seres vivos, inspirados na seleção natural e sobrevivência dos mais apto, como proposto por Darwin (1859). Desenvolvidos por John Holland em 1975, utilizam uma codificação para representação de uma população de cromossomos (soluções de um problema) que, assim como na biologia, passará por operadores de reprodução, cruzamento e mutação (GOLDBERG, 1989).

Goldberg (1989) cita como as principais diferenças dos Algoritmos Genéticos em relação aos métodos determinísticos: a utilização de uma codificação dos parâmetros, não trabalhando com os parâmetros em si; a realização de buscas a partir de uma população de pontos, ao invés de apenas um ponto inicial; a avaliação da função objetivo, sem fazer uso de derivadas, implicando na não necessidade de funções contínuas e diferenciáveis; o uso de um procedimento probabilístico e não determinístico. Têm-se, ainda, como vantagens a fácil

implementação e funcionamento adequado com variáveis discretas, como exigido em muitos problemas de engenharia.

### 3.2.1 Nomenclatura

Para melhor entendimento do trabalho, alguns termos característicos do AG são descritos a seguir, destacando-se o paralelo feito entre a biologia e o procedimento matemático de otimização:

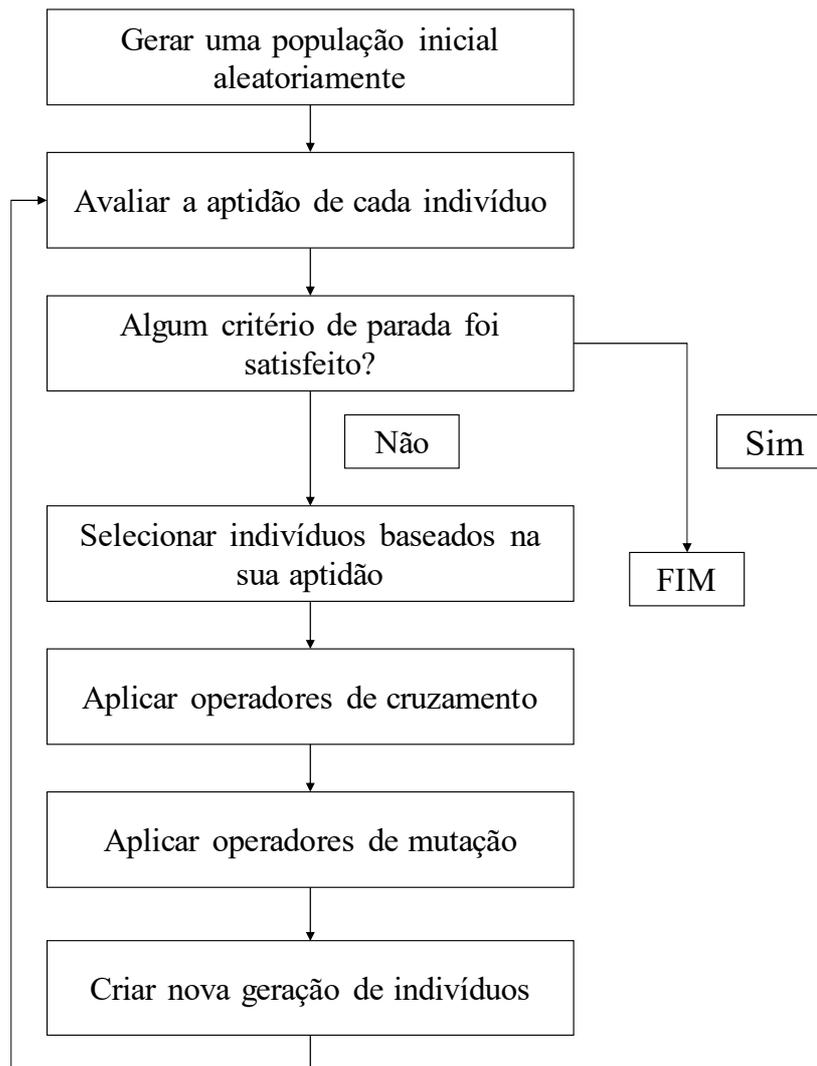
- a) Gene: é a unidade básica de um cromossomo, cada característica de um indivíduo é controlada por um gene. Na otimização representa cada variável de projeto;
- b) Cromossomo: é um agrupamento de genes, ou seja, constitui matematicamente uma solução do problema;
- c) População: é um conjunto de indivíduos de uma mesma espécie. Para a otimização será um conjunto de indivíduos dotados de um único cromossomo. Ou seja, é um conjunto de possíveis soluções;
- d) Geração: é o espaço de tempo correspondente ao intervalo que separa cada grau de filiação. Representa o número de iterações executadas por um AG;
- e) Aptidão: o quão melhor se adaptar um indivíduo ao seu meio, maior será a chance de suas características serem transmitidas entre gerações, refletindo sua capacidade de deixar descendentes. Em um problema de otimização a função aptidão estará relacionada à função objetivo.

### 3.2.2 Procedimento

Um AG funciona nas seguintes etapas (Figura 7): uma população inicial é gerada aleatoriamente, na qual cada indivíduo representa uma possível solução de um problema. Esta representação é feita por meio de uma codificação (binária ou real). A população é avaliada, atribuindo a cada indivíduo um valor de aptidão que corresponde ao seu grau de proximidade com a solução ótima. Indivíduos que possuem um maior valor de aptidão, ou seja, estão mais próximos da solução ótima (mais adaptados) possuem mais chances de se reproduzir, quando comparados a indivíduos com valor de aptidão menores. Ocorre, então, a seleção dos indivíduos que terão suas características combinadas e modificadas por meio da mutação. Os novos indivíduos gerados com o cruzamento dos indivíduos selecionados formam uma nova geração, a qual passará por nova avaliação, observando se algum critério de parada foi satisfeito. Caso contrário, segue-se com a execução do algoritmo de forma iterativa.

São critérios de parada: número máximo de gerações alcançadas; tempo limite excedido; a média das aptidões se aproxima da aptidão do melhor indivíduo; a taxa de incremento da aptidão do melhor indivíduo, ou da média das aptidões; não apresenta valores significativos em determinado número de gerações e solução aceitável encontrada.

Figura 7 – Etapas de um Algoritmo Genético.



Fonte: O Autor (2019).

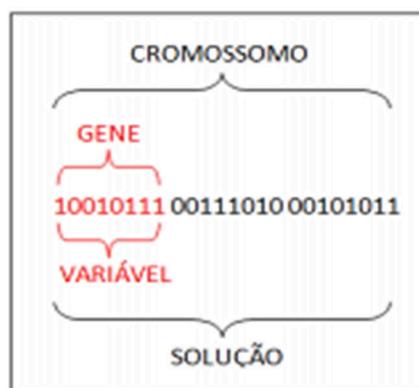
### 3.2.3 Representação

Como já citado, os AG trabalham com os parâmetros de um problema codificados, utilizando-se, principalmente, uma representação binária ou real. A mais empregada nos Algoritmos Genéticos é a representação binária, uma vez que foi a utilizada nos primeiros trabalhos com AG, é mais simples para implementação do que a real, como também, possui

uma melhor adaptação a problemas discretos. A representação real é mais indicada para problemas contínuos, como também, em problemas que exijam alta precisão numérica (CHAMBERS, 2000; HERRERA; LOZANO; VERDEGAY, 1998).

A representação binária consiste na utilização de um vetor composto de uma cadeia de caracteres binários para a formação de cada cromossomo. Essa cadeia de caracteres pode ser subdividida em grupos de caracteres, sendo que cada grupo consiste na representação de uma variável do problema e esses grupos são nomeados de genes (Figura 8).

Figura 8 – Representação binária de um cromossomo.



Fonte: Carvalho (2014).

Na representação real os genes são representados por números reais de forma que em um problema de duas variáveis, um cromossomo pode representar seus dois genes por um vetor do tipo (0,5234 0,8123). Evita-se, então, a decodificação dos parâmetros necessária quando representados na forma binária, evitando um custo computacional.

### 3.2.4 Avaliação

A avaliação dos cromossomos obtidos em cada geração, ou seja, as soluções geradas em cada iteração, é realizada pela função aptidão, a qual quantificará a qualidade das soluções presentes em cada iteração, determinando a aptidão de cada uma delas. O quão melhor for a solução, maior será sua probabilidade de ser selecionada para a próxima etapa do AG, o cruzamento. Quanto maior a aptidão de um indivíduo, maior será a chance de transmitir suas características (genes) para outra geração, proporcionando a evolução desejada das soluções com a composição das melhores características genéticas.

A função aptidão geralmente é uma composição da função objetivo com uma função de penalidade, a qual é relacionada às restrições impostas pelo problema.

Os AG são métodos de otimização essencialmente irrestritos, sendo assim, para a análise de problemas com restrições, torna-se necessário a penalização da função aptidão. Com a função de penalidade, caso alguma restrição seja violada por uma solução gerada, a aptidão desta solução é decrescida, diminuindo sua probabilidade de seleção e transmissão de valores adotados para as variáveis fora da região factível do problema. Entretanto, deve ser tratada de forma cuidadosa a penalização da função aptidão dos indivíduos para que haja distinção entre a punição de soluções que violam mais restrições, ou violam em maior grau determinada restrição, do que outras soluções com menos restrições violadas, ou com violações de menor nível.

Diferenciar a punição dos indivíduos é importante para que não sejam desperdiçadas informações de soluções que estão mais próximas da região factível com a mesma frequência de soluções distantes, evitando o desperdício de informações que podem ser essenciais ao problema.

### 3.2.5 Seleção

Com a aptidão de cada indivíduo conhecida após o processo de avaliação é iniciado o procedimento de seleção dos cromossomos que transmitirão suas características para a próxima geração. O operador de seleção é o responsável por simular a prevalência dos genes dos indivíduos mais aptos sobre os de menor aptidão na seleção natural das espécies. Para que as melhores soluções sejam escolhidas, os processos de seleção utilizam a aptidão de cada indivíduo como critério que norteará a escolha. Embora empregada de diferentes formas pelos diferentes métodos de seleção, sempre será o fator principal que conduzirá a prioridade das melhores soluções. Os métodos mais comuns são os de Seleção por Roleta e Seleção por Torneio, os quais serão apresentados a seguir.

#### 3.2.5.1 Seleção por Roleta

Neste procedimento, a probabilidade de escolha de um indivíduo é proporcional à sua função aptidão. Logo, prevalecerá na geração seguinte as características dos cromossomos mais aptos, uma vez que serão os de maior probabilidade de escolha. Em uma analogia com uma roleta, cada indivíduo estaria disposto em uma seção com tamanho proporcional à sua função aptidão. A probabilidade de seleção de cada indivíduo se dará por:

$$p_i = \frac{F_i}{\sum_{i=1}^{N_{pop}} F_i} \quad (58)$$

na qual:  $p_i$  é a probabilidade de seleção do indivíduo  $i$ ;  $F_i$  é o valor da função aptidão do indivíduo  $i$ ;  $N_{pop}$  é o número de indivíduos da população.

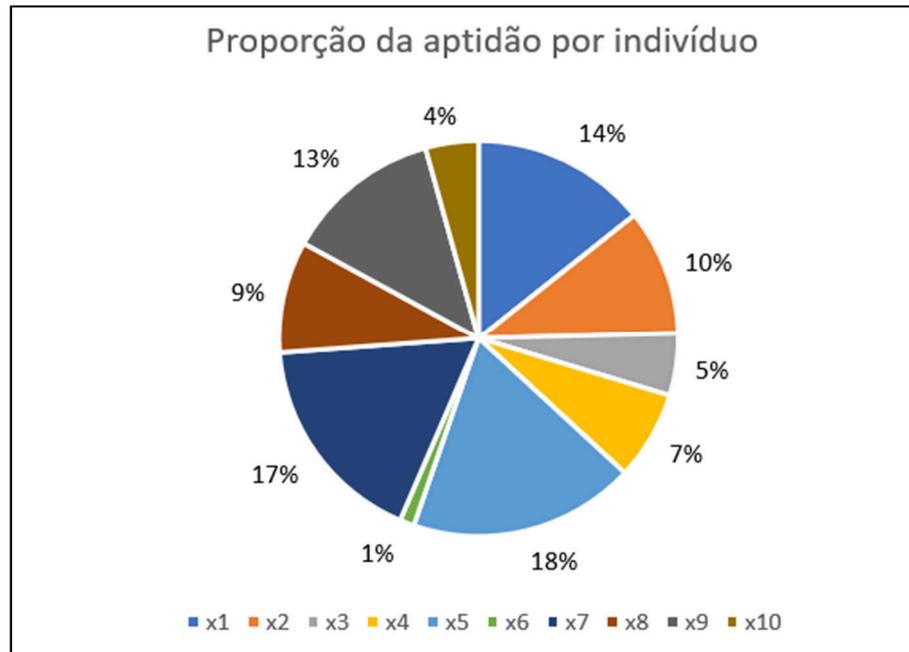
Por exemplo, supõe-se no Quadro 1 uma população com dez indivíduos de diferentes aptidões. A seção correspondente a cada indivíduo na roleta, mostrado no Gráfico 1, possui tamanho proporcional a representatividade das aptidões individuais em relação à soma das aptidões.

Quadro 1 – Exemplo de população com dez indivíduos.

Indivíduo	Aptidão
x <sub>1</sub>	73
x <sub>2</sub>	53
x <sub>3</sub>	26
x <sub>4</sub>	37
x <sub>5</sub>	94
x <sub>6</sub>	6
x <sub>7</sub>	89
x <sub>8</sub>	47
x <sub>9</sub>	65
x <sub>10</sub>	22

Fonte: O Autor (2019)

Gráfico 1 – Exemplo das seções proporcionais de uma roleta à aptidão dos indivíduos.



Fonte: O Autor (2019).

Apesar da vasta utilização e comprovada eficiência, este método pode acarretar problemas de convergência prematura. Caso a população tenha poucos indivíduos de boa aptidão, pode ocorrer uma rápida dominância desses indivíduos sobre os demais de baixa aptidão, não havendo diversidade na população, ou seja, sem a devida busca pelo domínio das soluções, e prematuramente convergir para um mínimo local.

### 3.2.5.2 Seleção por torneio

Na Seleção por Torneio, inicialmente são selecionados um número ‘n’ de indivíduos, todos com a mesma probabilidade de seleção, para que entre eles seja escolhido o de melhor aptidão. O processo se repete até que haja o número desejado de indivíduos selecionados para o cruzamento. Geralmente, são escolhidos dois ou três indivíduos para cada iteração da seleção por torneio.

Por exemplo, para a população já apresentada no Quadro 1 é realizada uma seleção por torneio com dois indivíduos selecionados para cada torneio, como mostrado no Quadro 2.

Quadro 2 – Exemplo de seleção por torneio.

Torneios		Escolhido
X1	X9	X1
X5	X3	X5
X3	X9	X9
X7	X1	X7
X4	X5	X5
X6	X7	X7
X4	X8	X8
X6	X10	X10
X7	X5	X5
X2	X10	X2

Fonte: O Autor (2019).

Nota-se que os indivíduos de maior aptidão tendem a serem selecionados mais vezes e, portanto, terão maior representatividade na formação da nova população, gerada pelo cruzamento dos indivíduos selecionados.

### 3.2.6 Cruzamento

O operador de cruzamento é o responsável por combinar as características genéticas dos indivíduos escolhidos pelo operador de seleção. Dois indivíduos são sorteados aleatoriamente para que ocorra a troca de genes em seus cromossomos e produzam outros dois cromossomos,

consequentemente outros dois indivíduos. Esta troca de informação ocorrerá em uma taxa definida pelo AG implementado, de forma que os pares de indivíduos que não tenham as características combinadas são copiados para a nova geração.

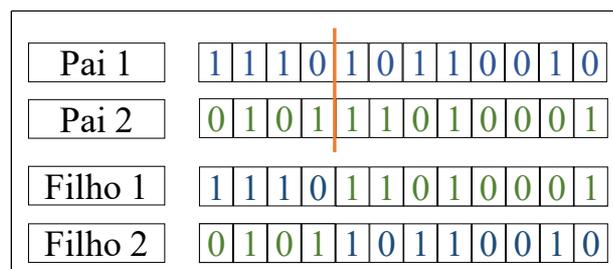
Uma taxa de cruzamento baixa pode implicar em uma convergência mais lenta, pois o número de novos indivíduos da geração seguinte será baixo. Contudo, uma taxa de cruzamento excessivamente alta pode ocasionar na perda dos melhores indivíduos. Para evitar a perda dos melhores indivíduos, uma técnica de elitismo pode ser empregada, a qual preserva as melhores soluções entre gerações (BASTOS, 2004). A técnica de elitismo consiste na seleção obrigatória dos melhores indivíduos de uma geração e introdução na próxima geração sem que haja cruzamento, não permitindo a perda dos melhores resultados.

Os métodos mais comuns são os de cruzamento uniponto, cruzamento multiponto e cruzamento uniforme. O cruzamento uniponto é o método mais simples e utilizado.

#### 3.2.6.1 Cruzamento uniponto

Conforme pode ser observado na Figura 9, consiste na divisão dos cromossomos dos indivíduos selecionados em um ponto (linha laranja) e na combinação das informações dos cromossomos a partir deste ponto. Este ponto pode ser fixo ou variar ao longo da execução do AG.

Figura 9 – Exemplo de cruzamento uniponto.



Fonte: O Autor (2019).

#### 3.2.6.2 Cruzamento multiponto

O cruzamento multiponto tem o mesmo princípio do uniponto, entretanto, mais de um ponto de cruzamento é definido para a combinação do material genético dos cromossomos selecionados, conforme pode ser observado na Figura 10. Nesta figura é representado um cruzamento de dois pontos.

Figura 10 – Exemplo de cruzamento multiponto.

Pai 1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
Pai 2	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1
Filho 1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0
Filho 2	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1

Fonte: O Autor (2019).

### 3.2.6.3 Cruzamento uniforme

No cruzamento Uniforme não é definido um ponto de cruzamento, no entanto uma máscara de bits aleatórios é gerada e a partir dela é realizada a combinação do material genético. No exemplo ilustrado na Figura 11, para cada bit de valor 1 da máscara, o “Filho 1” recebe o material genético do “Pai 2”, enquanto o “Filho 2” recebe do “Pai 1”, já para cada bit de valor 0 da máscara, o “Filho 1” recebe o material genético do “Pai 1” e o “Filho 2” recebe do “Pai 2”.

Figura 11 – Exemplo de cruzamento uniforme.

Pai 1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	0
Pai 2	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1
Máscara	1	1	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0
Filho 1	0	1	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0
Filho 2	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	1

Fonte: O Autor (2019).

### 3.2.7 Mutação

O operador de mutação tem a responsabilidade de diversificar a população aleatoriamente, evitando que haja convergência prematura devido a homogeneização dos indivíduos. A mutação garante, ainda, que a probabilidade de um ponto do espaço de busca não ser examinado seja sempre zero. As características do operador de mutação são essenciais para que mínimos locais sejam contornados, amplificando a busca por uma solução de mínimo global.

A mutação ocorre após o cruzamento, na qual cada bit dos indivíduos descendentes fica sujeito a ser alterado em uma probabilidade previamente definida, ou seja, é gerado um número aleatório entre 0 e 1, se for menor ou igual a probabilidade de mutação o bit deverá ser trocado, caso contrário, nada ocorre. Em uma codificação binária, essa troca significa substituir o zero por um e vice-versa.

A taxa de mutação geralmente é definida entre 0,1% e 5% (LIMA, 2011), ressaltando-se que se for muito baixa pode prejudicar a variabilidade da população e se for muito alta pode ocasionar a perda excessiva de material genético dos cromossomos, tornando a busca demasiadamente aleatória. Além de implicar em elevado custo computacional.

### 3.3 PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS

A técnica de Planejamento de Experimentos (DOE, *Design of Experiments*) consiste em uma técnica estatística desenvolvida por Ronald A. Fisher entre os anos de 1920 e 1930, para análises de dados relacionados à agricultura em Londres, e posteriormente expandida ao longo dos anos para diversos campos da indústria e engenharia (MONTGOMERY, 2001).

Esta técnica baseia-se em realizar mudanças intencionais nas variáveis de um experimento ou séries de experimentos com o objetivo de identificar como influenciam nas respostas ou variáveis de saída. No contexto da otimização é utilizada para identificar os efeitos que determinadas variáveis de projeto têm sobre a função objetivo.

São vantagens da aplicação das técnicas de planejamento de experimentos:

- a) Redução do número de ensaios sem prejuízo da qualidade da informação;
- b) Estudo simultâneo de diversas variáveis, separando seus efeitos;
- c) Realização da pesquisa em etapas em um processo iterativo de acréscimo de novos ensaios;
- d) Seleção das variáveis que influem em um processo com número reduzido de ensaios;
- e) Elaboração de conclusões a partir de resultados qualitativos.

Para o estudo e utilização do DOE é necessário compreender os seguintes termos:

- a) Fatores: são as variáveis que sofrem alterações no experimento e cujas influências pretende-se avaliar no resultado. Em um processo de otimização são equivalentes às variáveis de projeto;
- b) Variável de resposta: a variável correspondente ao resultado do experimento. Em otimização equivale ao resultado da função objetivo;
- c) Níveis: valores atribuídos aos fatores, podendo ser quantitativos ou qualitativos. Quando quantitativos são empregados pelo menos dois níveis, identificados por nível baixo (-1)

e nível alto (+1). Quando possível, pode ser utilizada uma variação percentual para mais (nível alto) e para menos (nível baixo) em relação a um valor central.

Um método de aplicação do DOE é o Experimento Fatorial Completo, no qual, após a definição do número de níveis ( $n$ ) e do número de fatores ( $k$ ), são realizados  $n^k$  experimentos, ou seja, é avaliada a resposta para todas as combinações dos fatores em diferentes níveis. Normalmente são empregados dois níveis (um nível alto e um nível baixo) e este modelo é chamado de experimento fatorial completo  $2^k$  (BOX; HUNTER; HUNTER, 2005).

Alternativamente ao Experimento Fatorial Completo, pode-se utilizar o método Fatorial Fracionado, com a qual são realizados  $2^{k-p}$  testes, sendo  $k$  o número de fatores com dois níveis e  $p$  a redução de experimentos desejada em relação ao método completo. Para cada valor incrementado de  $p$ , o número de experimentos é reduzido pela metade. Este tipo de análise é empregado quando não é esperado efeitos significativos de interação entre fatores de ordem superior (GALDÁMEZ, 2002).

A alteração da variável resposta como consequência da alteração do nível de um fator caracteriza o efeito deste fator no experimento. Este efeito é conhecido como efeito principal, uma vez que se refere aos fatores principais, sem consideração da interação entre eles. No entanto, um fator pode alterar a variável resposta em intensidades diferentes conforme o nível de outros fatores, caracterizando o efeito de interação. Rodrigues (2011) explica o cálculo dos efeitos por meio dos exemplos descritos a seguir.

Para um experimento com dois fatores, na Tabela 1 pode-se observar a matriz de planejamento para o método Fatorial Completo  $2^2$ .

Tabela 1 – Resultados para experimento fatorial completo.

Experimento	Fator A	Fator B	Resposta
1	-1	-1	50
2	+1	-1	30
3	-1	+1	80
4	+1	+1	60

Fonte: Rodrigues (2011).

Os resultados do experimento suposto na Tabela 1 podem ser lidos como: no primeiro experimento do exemplo, os fatores A e B estavam no nível baixo e o resultado obtido foi igual a 50. No segundo experimento, enquanto o fator B permaneceu em seu nível baixo, o fator A foi alterado para o nível alto, alterando o resultado do experimento para 30. De maneira

semelhante estão expostos os níveis dos fatores A e B e as respostas obtidas nos experimentos 3 e 4.

O efeito principal para o fator A é calculado como sendo a média dos resultados para o fator A no nível +1 subtraído da média dos resultados no nível -1 (Equação 59).

$$A = \frac{60 + 30}{2} - \frac{80 + 50}{2} = -20 \quad (59)$$

Quando as diferenças na variável resposta são as mesmas entre os níveis alto e baixo de um fator para todos os níveis dos demais fatores, não há interação entre fatores. Por exemplo, para não haver interação entre os fatores A e B, a variação da resposta entre o nível alto e baixo de A quando B está em seu nível baixo, deve ser a mesma variação determinada entre o nível alto e baixo de A quando B está em seu nível alto, caso contrário, haveria interação.

Considerando uma nova matriz de planejamento na Tabela 2, no nível baixo do fator B (experimentos 1 e 2), o efeito de A será a diferença da resposta entre o seu nível alto e baixo, expresso na Equação 60:

Tabela 2 – Resultados para experimento fatorial completo.

Experimento	Fator A	Fator B	Resposta
1	-1	-1	20
2	+1	-1	50
3	-1	+1	40
4	+1	+1	12

Fonte: Rodrigues (2011).

$$A = 50 - 20 = 30 \quad (60)$$

No nível alto de B (experimentos 3 e 4), o efeito de A será novamente a diferença entre seu nível alto e baixo:

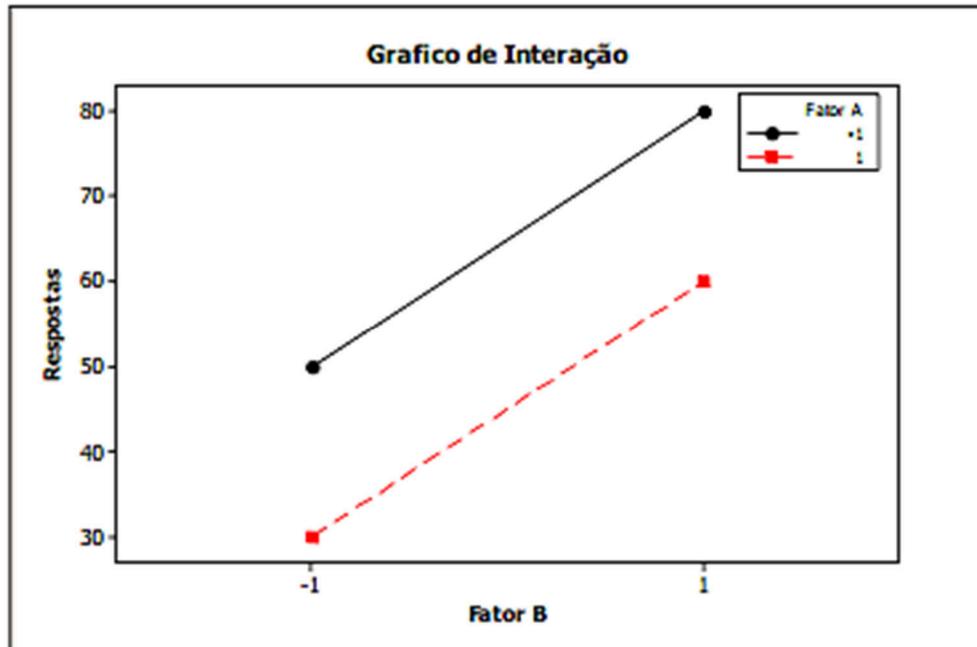
$$A = 12 - 40 = -28 \quad (61)$$

O efeito da interação será a diferença média entre os efeitos de A para B em seu nível alto e baixo:

$$AB = \frac{-28 - 30}{2} = -29 \quad (62)$$

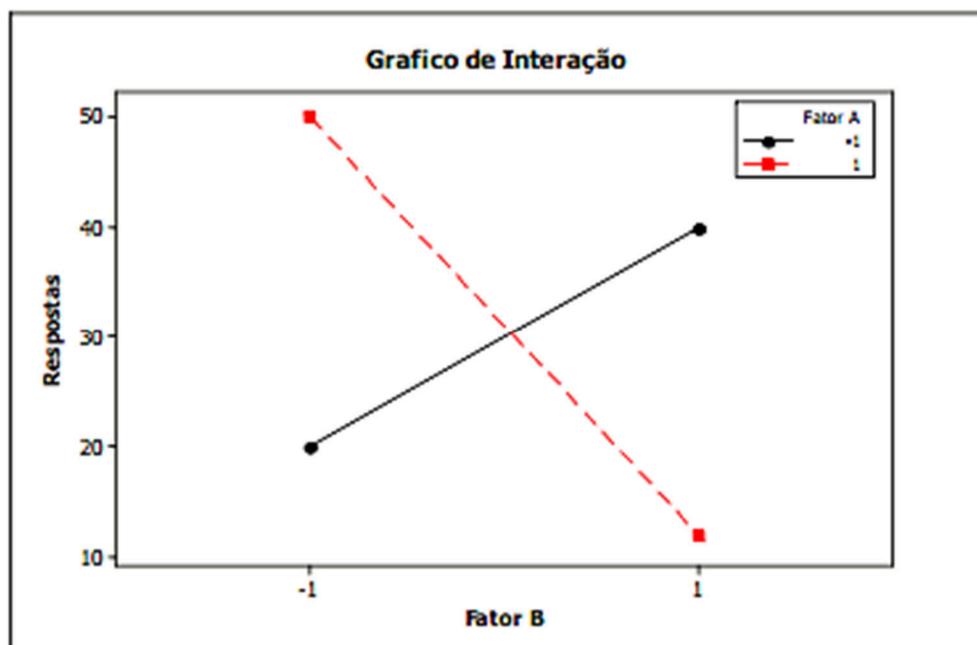
Pode-se observar a interação dos efeitos graficamente, por exemplo, como mostrado no Gráfico 2 para o exemplo da Tabela 1 e no Gráfico 3 para o exemplo da Tabela 2.

Gráfico 2 – Interação dos fatores do experimento da Tabela 1.



Fonte: Rodrigues (2011).

Gráfico 3 – Interação dos fatores do experimento da Tabela 2.

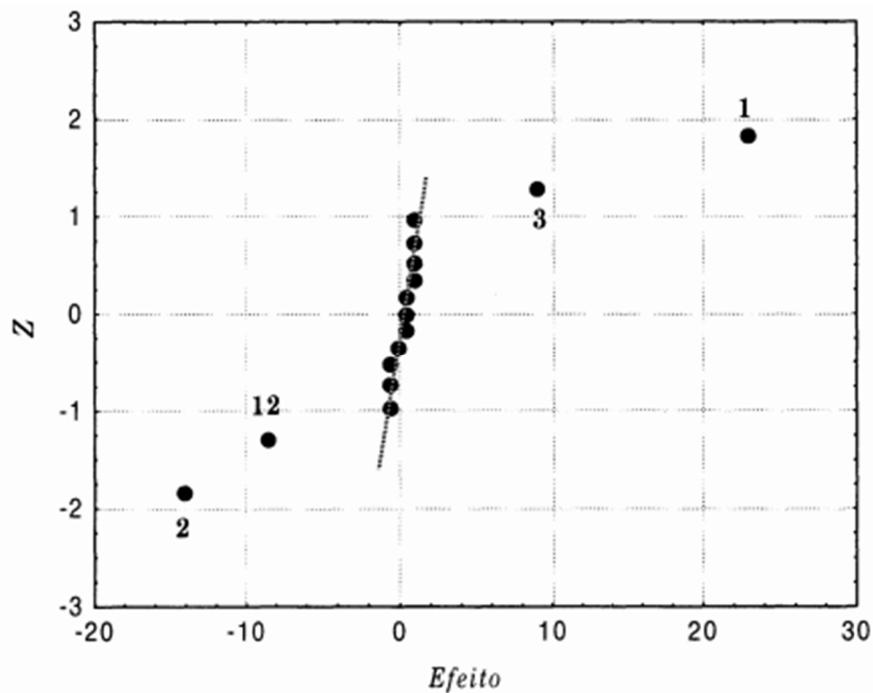


Fonte: Rodrigues (2011).

Observam-se nos dois gráficos os valores da variável resposta referente ao fator A nos dois níveis de B. No primeiro gráfico as linhas são paralelas, ou seja, a variação na variável resposta devido a mudança de nível do fator A é a mesma para os dois níveis de B, indicando ausência de interação. Enquanto no segundo gráfico as linhas não são paralelas, demonstrando que o efeito provocado pela mudança de nível do fator A na resposta depende do nível do fator B, e consequentemente interação entre os fatores A e B.

Para identificar o quão significativos são os efeitos, pode-se construir um gráfico com os valores dos efeitos e com os valores correspondentes a uma distribuição normal padronizada (BARROS NETO; SCARMINIO; BRUNS, 2001), conforme apresentado no Gráfico 4.

Gráfico 4 – Exemplo de gráfico normal dos efeitos.



Fonte: Barros Neto, Scarminio e Bruns (2011).

No Gráfico 4 observa-se que diversos pontos se ajustam a uma reta que representa uma distribuição normal de média zero, ou seja, sem significado físico. Podem estar associados aos erros da análise, que constituem valores aleatórios pertencentes a uma distribuição normal. Entretanto, os fatores associados aos pontos 1, 2, 3 e 12 não pertencem a mesma população que produziu os pontos centrais, logo, são efeitos realmente significativos.

## 4 MÉTODO

Foi elaborado com o auxílio do software MATLAB um programa para o dimensionamento otimizado de vigas de concreto armado em pórticos planos. A função objetivo da otimização é a minimização do custo total da viga, composto pelo valor dos materiais empregados (concreto, aço e fôrmas) e pela mão de obra, em acordo com as composições do SINAPI (2018) para Pernambuco (Equação 63). As variáveis de projeto consideradas são as dimensões da seção transversal retangular das vigas (base e altura) e a resistência característica do concreto à compressão ( $f_{ck}$ ) dos pórticos planos. Como restrições, foram empregadas as exigências da NBR 6118 (ABNT, 2014) dos estados limites últimos e de serviço, além de disposições construtivas que permitam a exequibilidade da viga.

A fim de validar o programa implementado foi utilizado um exemplo já estudado por outros autores: uma viga biapoiada proposta e otimizada por Chakrabarty (1992), a qual Alexandre (2014) também otimizou e com novas considerações em relação à Chakrabarty (1992), como armaduras construtivas, transversais e de pele.

Para destacar as diferenças no resultado do dimensionamento de vigas contínuas entre a utilização do método simplificado sugerido pela NBR 6118 (ABNT, 2014) e o uso da formulação matricial dos métodos dos deslocamentos, uma viga com dois vãos dimensionada por meio de técnicas convencionais por Araújo (2014c) e otimizada por Oliveira (2014) foi estudada. Ela é pertencente à um pórtico plano composto de nove vigas de pavimentos tipo, além das vigas baldrame.

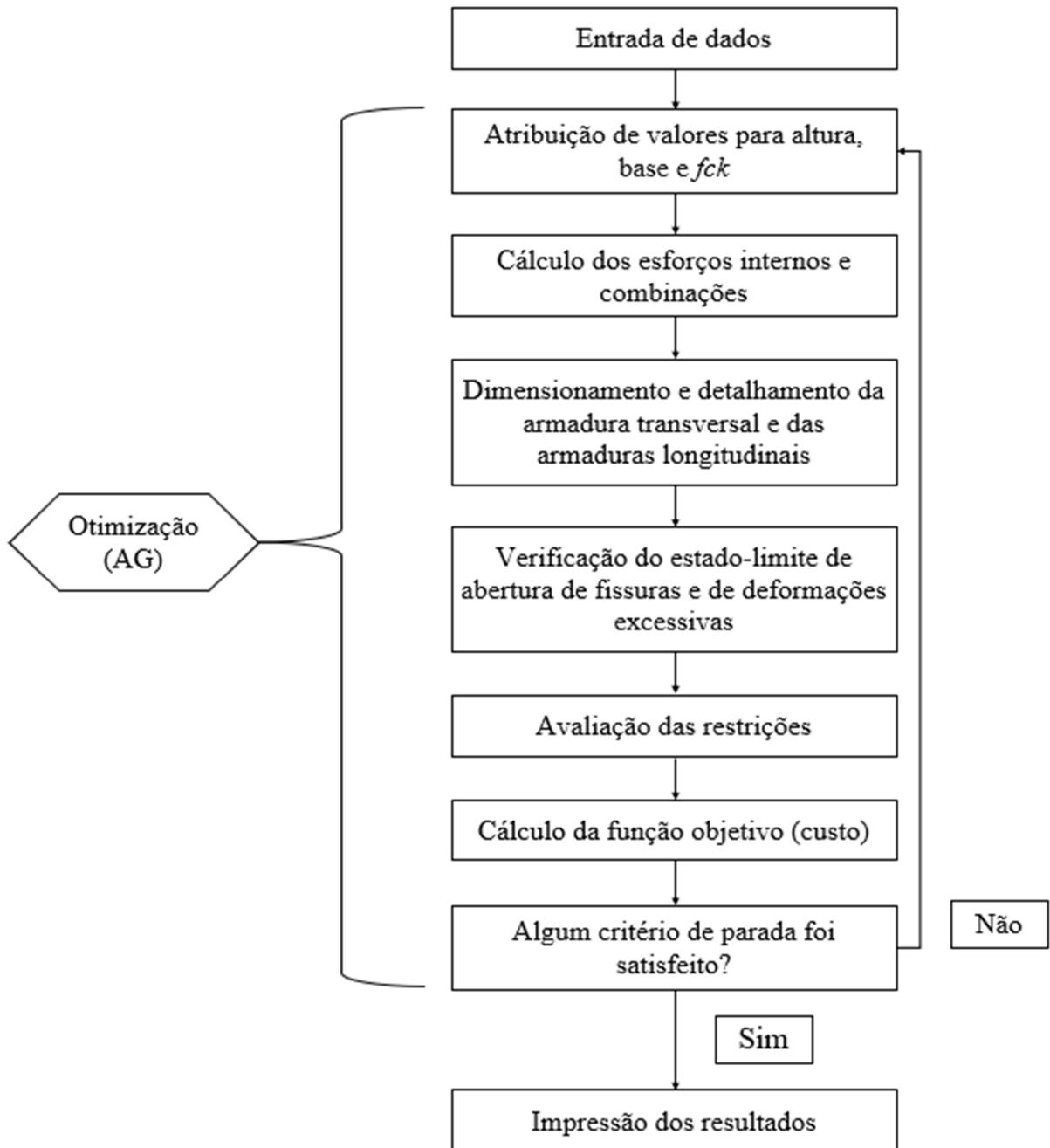
Para identificar a influência das variáveis de projeto na função objetivo, foi realizado uma análise estatística por meio do método de Planejamento de Experimentos (*Desing of Experiments* – DOE) com o auxílio do programa Minitab 18. Foram analisadas quatro vigas com dois vãos, todas possuindo as mesmas características, exceto pelo tamanho dos vãos, variados de 3,0 m a 7,5 m e níveis dos fatores altura, base e  $f_{ck}$ , admitindo-se dois valores para cada fator em cada viga.

As vigas analisadas com o DOE também foram otimizadas, determinando-se a altura, a base e o  $f_{ck}$  que minimizaram o custo. Foram observados os comportamentos das variáveis de projeto, do custo relacionado com as fôrmas, aço e concreto, além do custo total conforme a variação nos valores dos vãos.

### 4.1 DESCRIÇÃO DO PROGRAMA IMPLEMENTADO

Para uma melhor compreensão do programa implementado, pode-se observar no Fluxograma 2 as etapas implementadas.

Fluxograma 2 – Etapas desenvolvidas no programa.



Fonte: O Autor (2019).

O programa foi implementado no ambiente do MATLAB e foi feito uso de sua *toolbox* para Algoritmos Genéticos. Foi utilizada a ferramenta para otimização com variáveis discretas, a fim de obter resultados próximos da realidade prática. Na otimização discreta, a ferramenta disponível no MATLAB não permite a modificação do tipo de população, forma de criação da população, tipo de cruzamento e mutação, sendo utilizado o *default* com valores apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Parâmetros genéticos padrões do MATLAB.

Parâmetro	% da população afetada
Taxa de elite	5,0
Taxa de cruzamento	80,0
Taxa de mutação	1,0

Fonte: MathWorks (2019).

Foi utilizado o método de minimização da função penalidade, o qual tem o valor constituído em duas formas: se a solução analisada é factível, o seu valor é igual ao de sua aptidão (função objetivo); se a solução analisada não é factível, o seu valor é igual ao máximo valor entre as soluções factíveis da população, somado as penalizações devido a violação das restrições.

A função objetivo é determinada pelo custo relacionado ao volume de concreto empregado, à área de fôrmas, incluindo o custo de sua montagem e desmontagem, e ao peso do aço, havendo distinção dos custos para a armação das vigas por bitolas utilizadas. Os valores associados a função objetivo estão apresentados na Tabela 4, todos retirados do SINAPI (2018) para Pernambuco, exceto o do concreto, uma vez que o SINAPI (2018) não fornece valores para todas as resistências características do concreto presentes no programa. Portanto, optou-se por uma referência local, conforme apresentado na Tabela 4. A Equação 63 representa a função objetivo a ser minimizada.

$$f = \sum_{i=1}^n b_i h_i l_i c c_{fck} + \sum_{i=1}^n (b_i + 2h_i) l_i c f + \sum_{j=1}^m \rho l_{\phi_j} A_{\phi_j} c a_{\phi_j} \quad (63)$$

sendo:

$n$  é o número de vigas otimizadas;

$b_i$  é a base da viga em cm;

$h_i$  é a altura da viga em cm;

$l_i$  é o comprimento da viga em cm;

$c c_{fck}$  é o custo do concreto referente ao  $f_{ck}$  em R\$/cm<sup>3</sup>;

$c f$  é o custo da fôrma em R\$/cm<sup>2</sup>;

$m$  é o número de diâmetros de barras aço utilizados;

$\rho$  é a massa específica do aço em kg/cm<sup>3</sup>;

$A_{\phi_j}$  é a área de aço referente ao diâmetro  $\phi_j$  em cm<sup>2</sup>;

$l_{\phi_j}$  é o comprimento total das barras de aço referente ao diâmetro  $\phi_j$  em cm;  
 $ca_{\phi_j}$  é o custo do aço referente ao diâmetro  $\phi_j$  em R\$/kg.

Tabela 4 – Preços que compõem a função objetivo fornecidos pela SINAPI (2018) e ConcreArte.

Referência	Item	Unidade	Preço (R\$)
ConcreArte – Caruaru	Concreto – $f_{ck} = 20$ MPa	m <sup>3</sup>	275,00
ConcreArte – Caruaru	Concreto – $f_{ck} = 25$ MPa	m <sup>3</sup>	285,00
ConcreArte – Caruaru	Concreto – $f_{ck} = 30$ MPa	m <sup>3</sup>	310,00
ConcreArte – Caruaru	Concreto – $f_{ck} = 35$ MPa	m <sup>3</sup>	328,00
ConcreArte – Caruaru	Concreto – $f_{ck} = 40$ MPa	m <sup>3</sup>	345,00
ConcreArte – Caruaru	Concreto – $f_{ck} = 45$ MPa	m <sup>3</sup>	360,00
ConcreArte – Caruaru	Concreto – $f_{ck} = 50$ MPa	m <sup>3</sup>	380,00
SINAPI – 92874	Lançamento, adensamento e acabamento de concreto em estruturas	m <sup>3</sup>	26,49
SINAPI – 92759	Armação de viga com aço de 5,0 mm	kg	9,82
SINAPI – 92760	Armação de viga com aço de 6,3 mm	kg	8,68
SINAPI – 92761	Armação de viga com aço de 8,0 mm	kg	8,57
SINAPI – 92762	Armação de viga com aço de 10,0 mm	kg	7,01
SINAPI – 92763	Armação de viga com aço de 12,5 mm	kg	6,29
SINAPI – 92764	Armação de viga com aço de 16,0 mm	kg	5,92
SINAPI – 92765	Armação de viga com aço de 20,0 mm	kg	5,28
SINAPI – 92766	Armação de viga com aço de 25,0 mm	kg	6,04
SINAPI – 92451	Montagem e desmontagem de fôrma de viga, escoramento de madeira, em chapa de madeira resinada	m <sup>2</sup>	123,19

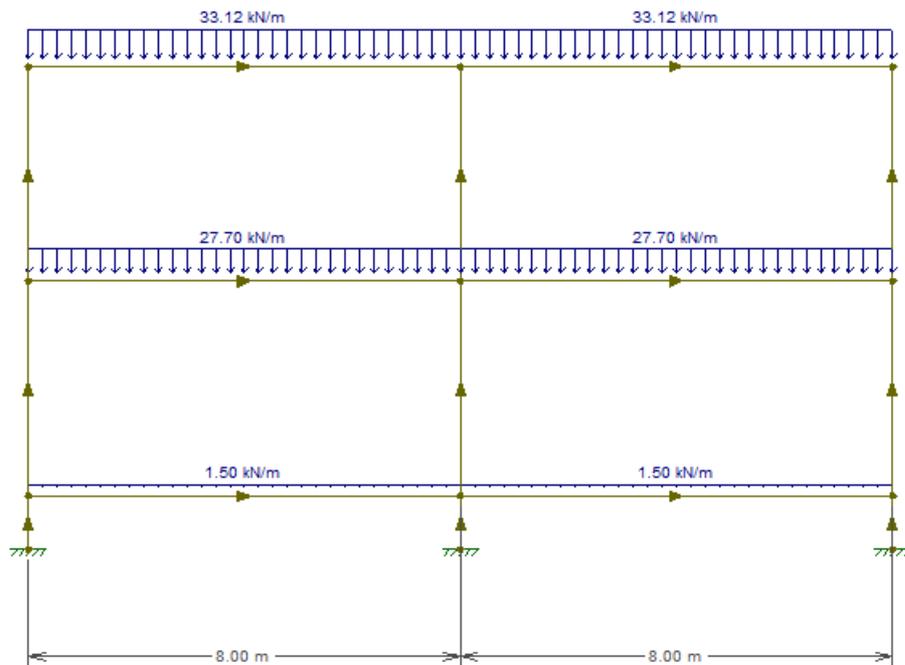
Fonte: O Autor (2019).

A entrada de dados no programa é realizada em duas etapas: por meio do *software* Ftool, as características geométricas e de carregamento são fornecidas, gerando um arquivo tipo *.pos* com as cargas permanentes (*Carga P.pos*), outro com as cargas variáveis principais e, se houver, outro arquivo com as cargas variáveis secundárias (*Carga Vp.pos* e *Carga Vs.pos*). No arquivo com o carregamento permanente não deve ser incluído o peso próprio das vigas a serem otimizadas, uma vez que elas terão sua seção alterada e, conseqüentemente, seu peso próprio também alterado a cada iteração durante o processo de otimização.

Em um arquivo do tipo *.txt* (*Entrada de dados.txt*) devem ser fornecidos a classe de agressividade ambiental, diâmetros das armaduras transversais, diâmetro das armaduras longitudinais comprimidas e tracionadas para a estimativa inicial da altura útil, diâmetro do vibrador, fatores de redução para combinações, custo das fôrmas, número de vigas otimizadas, número de seções permitidas para o conjunto das vigas otimizadas, número de barras constituintes de cada viga e sua identificação, conforme enumeradas pelo Ftool. Os custos para o concreto e aço podem ser modificados diretamente no programa.

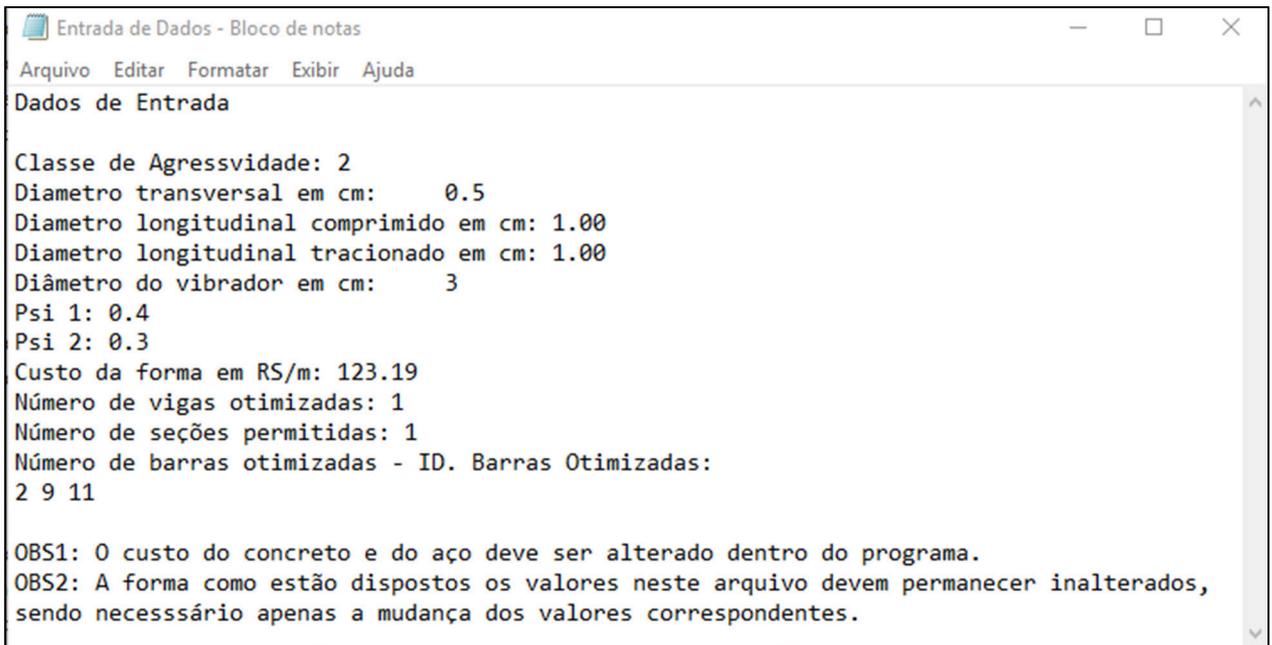
Na Figura 12, apresenta-se um exemplo ilustrativo de pórtico plano com o carregamento permanente aplicado nas vigas, gerado no Ftool. O arquivo *Entrada de dados.txt* associado ao pórtico plano apresentado na Figura 12, pode ser observado na Figura 13 e na Figura 14.

Figura 12 – Exemplo de pórtico no Ftool com o carregamento permanente nas vigas.



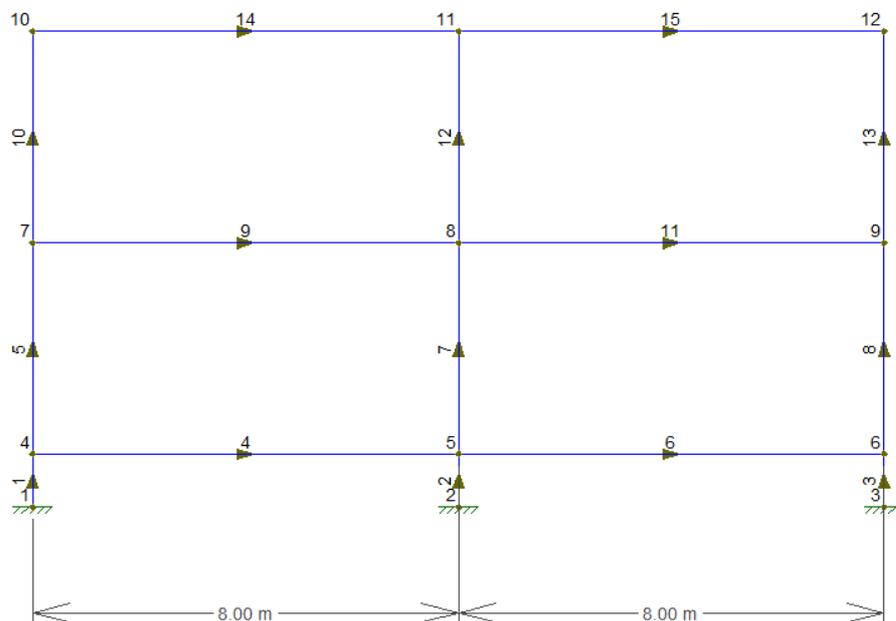
Fonte: O Autor (2019).

Figura 13 – Modelo do arquivo de texto utilizado na entrada de dados.



Fonte: O Autor (2019).

Figura 14 – Exemplo de numeração das barras geradas no Ftool.



Fonte: O Autor (2019).

Nota-se na Figura 14 que apenas uma viga seria otimizada neste exemplo, a constituída por duas barras, identificadas como 9 e 11 do pórtico plano. Conforme mostrado na Figura 14, seria uma viga de dois vãos, no segundo pavimento do pórtico.

As barras pertencentes às vigas otimizadas são discretizadas, ocorrendo a adição de um nó a cada 10 cm. Vale ressaltar que esta distância entre nós pode ser modificada internamente no programa. Para cada nó serão obtidos os valores de esforços internos (momento fletor e esforço cortante) e de deslocamento com as combinações de ações pertinentes. Estes cálculos são realizados por meio da adaptação realizada no programa numérico para análise de estruturas reticuladas bidimensionais desenvolvido por alunos pertencentes ao grupo de pesquisa do Laboratório de Engenharia Computacional (LECOM). Este programa utiliza a formulação matricial do método dos deslocamentos e foi acoplado ao programa desenvolvido nesta dissertação, a fim de determinar os esforços internos e deslocamentos da estrutura para cada solução testada durante a otimização.

A otimização é realizada considerando variáveis discretas, sendo necessário fornecer internamente no programa os valores admissíveis para as variáveis de projeto, ou seja, os possíveis valores para a base, altura e resistência característica do concreto à compressão  $f_{ck}$ . Entretanto, os valores para o  $f_{ck}$  são restritos a concretos do grupo I (até 50 MPa) e o limite inferior também é limitado internamente pela exigência da Tabela 7.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), em acordo com a classe de agressividade do ambiente.

O programa desenvolvido permite otimizar mais de uma viga do pórtico plano e para um número definido de seções diferentes. Para isso, foram criadas duas alternativas de cálculo:

- a) a primeira consiste na construção do domínio factível ao número de seções permitidas, por meio da criação de uma matriz na qual cada linha representa uma solução e cada coluna contém a seção transversal escolhida para as vigas de uma mesma solução. Por exemplo, caso sejam permitidos 5 valores de base e 10 valores de altura, há um total de 50 combinações de seções, se 7 vigas são otimizadas e apenas uma seção permitida para todas as vigas, então somente 50 soluções são factíveis a esta primeira restrição com seções iguais para todas as vigas, em um domínio com  $50^7$  combinações para a consideração com seções diferentes. Uma matriz com 50 linhas e 7 colunas será construída, na qual cada linha terá suas colunas identificando a mesma seção transversal, ou seja, cada solução será composta por vigas de mesma seção. Com a construção do domínio factível à restrição do número de seções, o número de variáveis no processo de otimização se reduz a duas: a linha da matriz que contém as seções transversais de cada viga e o  $f_{ck}$  das vigas;
- b) a segunda alternativa consiste em permitir a busca no domínio completo, verificando-se o atendimento à restrição do número de seções após a escolha da solução pelo Algoritmo Genético. Por exemplo, se para o mesmo exemplo anterior fossem permitidas

7 seções diferentes, o domínio factível para o número de seções seria igual ao domínio total ( $50^7$ ), não fazendo sentido a construção do domínio factível. Neste caso, o número de variáveis no processo de otimização seria igual a duas vezes o número de vigas a serem otimizadas (altura e base de cada viga) mais uma variável para o  $f_{ck}$ .

A primeira alternativa é escolhida sob duas condições: se a relação entre número de combinações factíveis e o número de combinações totais é menor que  $10^{-6}$  e se o tamanho total do domínio construído não excede a memória *ram* disponível (o padrão definido foi de 2 GB, o que representa aproximadamente  $10^9$  elementos na matriz do domínio factível).

As restrições avaliadas durante a otimização são descritas a seguir:

- a) Equações 64 e 65: é exigido que a relação entre vão teórico ( $l$ ) e altura da viga ( $h$ ) seja igual ou superior a dois para vigas isostáticas, ou superior a três para vigas contínuas, conforme o item 18.3.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014);

Se a viga é isostática:

$$\frac{l}{h} \geq 2 \quad (64)$$

Se a viga é contínua:

$$\frac{l}{h} \geq 3 \quad (65)$$

- b) Equação 66: o esforço cortante solicitante de cálculo ( $V_{sd}$ ) não deve ser superior ao esforço cortante resistente de cálculo ( $V_{Rd2}$ ), calculado com a Equação 25 do item 3.1.4.1 desta dissertação, relativo à ruína das diagonais comprimidas de concreto, conforme o item 17.4.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014);

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad (66)$$

- c) Equação 67: o espaçamento ( $s$ ) entre os estribos, calculado com a Equação 31 do item 3.1.4.1 desta dissertação, deve ser igual ou superior ao espaçamento mínimo ( $s_{min}$ ) adotado, mas suficiente para permitir a passagem do vibrador, conforme o item 18.3.3.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Nesta dissertação o espaçamento mínimo foi adotado como o diâmetro do vibrador acrescido de um centímetro:

$$s \geq s_{min} \quad (67)$$

- d) Equação 68: a contraflecha ( $c_f$ ) aplicada, calculada com a Equação 50 do item 3.1.5.1 desta dissertação, não deve ser superior a contraflecha máxima ( $c_{f,max} = l/350$ ), conforme na Tabela 13.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$c_f \leq c_{f,max} \quad (68)$$

- e) Equação 69: a área de aço longitudinal tracionada ( $A_s$ ) somada a área de aço longitudinal comprimida ( $A'_s$ ) não deve ter valor maior que 4% da área da seção transversal de concreto ( $A_c$ ), conforme o item 17.3.5.2.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$A_s + A'_s \leq 0,04A_c \quad (69)$$

- f) Equação 70: o número de seções transversais diferentes ( $n_s$ ) no grupo de vigas otimizadas não deve ser superior ao limite ( $n_{s,max}$ ) imposto pelo usuário:

$$n_s \leq n_{s,max} \quad (70)$$

- g) Equação 71: a largura de ancoragem efetiva ( $l_{ape}$ ) dos apoios extremos deve permitir a ancoragem mínima das barras de tração ( $l_{ap,min}$ ), calculada conforme o item 3.1.6 desta dissertação, em acordo com o item 18.3.2.4.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$l_{ape} \geq l_{ap,min} \quad (71)$$

- h) Equação 72: a abertura de fissuras ( $w_k$ ), calculada com as Equações 52 e 53 do item 3.1.5.2 desta dissertação, não deve ser superior aos limites máximo ( $w_{k,max}$ ), exigidos na Tabela 13.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014):

$$w_k \leq w_{k,max} \quad (72)$$

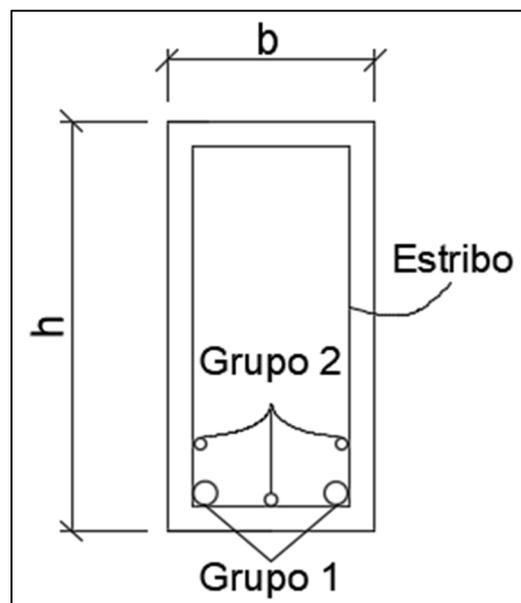
Também são atendidas durante o processo de dimensionamento as exigências normativas relativas ao detalhamento, conforme já expostos no item 3.1.6 desta dissertação, os critérios referentes a armadura longitudinal de: quantidades limites, itens 17.3.5.2.4 e 17.3.5.2.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014); distribuição horizontal e vertical, item 18.3.2.2 da NBR 6118

(ABNT, 2014); armadura lateral (pele), item 17.3.5.2.3 da NBR 6118 (ABNT, 2014); ancoragem por aderência de armaduras de tração, item 18.3.2.3.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014); armadura de tração nas seções de apoio, item 18.3.2.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

Destaca-se, a seguir, alguns critérios adotados para o detalhamento das armaduras.

Para atendimento à área de aço exigida e alocação das armaduras longitudinais, foram utilizadas combinações com até dois diâmetros de barras, separando-as em dois grupos, conforme pode ser observado na Figura 15.

Figura 15 – Exemplo de alocação das barras longitudinais.



Fonte: O Autor (2019).

O grupo 1 de barras sempre terá diâmetro superior ao grupo 2. O grupo 1 terá pelo menos duas barras, dispostas inicialmente nos cantos dos estribos. O grupo 1 tem suas barras alocadas antes do grupo 2. Um exemplo do arranjo das barras pode ser observado na Figura 15, no qual foi utilizada uma combinação com duas barras do grupo 1 e três barras do grupo 2 no bordo inferior. Entretanto, esta configuração também é seguida no detalhamento de armaduras no bordo superior.

A partir dos procedimentos descritos e verificando as exigências de detalhamento da NBR 6118 (ABNT, 2014) relativas as distribuições horizontais e verticais das barras, são montadas todas as combinações atendendo a área de aço dimensionada. Em seguida, é escolhida a combinação com área de aço efetiva mais próxima da área de aço calculada que respeite o critério da abertura de fissuras e a distância do centro de gravidade das armaduras não seja mais distante que 10% da altura da armadura mais afastada, conforme o item 17.2.4.1 da NBR 6118

(ABNT, 2014). Para evitar um número excessivo de barras, foram priorizadas as combinações com até duas camadas, caso sejam atendidas todas as condições normativas. No entanto, é possível aumentar o número de camadas a ser priorizado internamente no programa.

Para a consideração de armadura construtiva, optou-se pelo prolongamento das barras já existentes, localizadas nos cantos dos estribos do bordo superior. As barras escolhidas para serem prolongadas são as de menor diâmetro, dentre as localizadas em dois apoios consecutivos, sendo levadas ao encontro das barras de maior diâmetro.

Para atender ao comprimento de ancoragem nos apoios extremos pode ser necessário aumentar a área efetiva ancorada, a fim de reduzir a relação entre área necessária a ancorar e área ancorada e, conseqüentemente, diminuir o comprimento de ancoragem. Entretanto, em algumas situações, mesmo que todas as barras dimensionadas fossem levadas ao apoio, a área de aço efetiva não reduziria suficientemente o comprimento de ancoragem para adequar ao comprimento efetivo do apoio. Neste caso, optou-se por adicionar grampos com comprimentos iguais a 100 vezes o seu diâmetro, aumentando-se a área ancorada nos apoios de extremidade até um valor que se permita a ancoragem.

Ao fim da otimização, o programa fornecerá os resultados do processo, indicando se houve convergência na resposta ( $Exitflag = 1$ ), as dimensões e  $f_{ck}$  escolhidos, os custos totais e por viga referentes ao concreto, ao aço e às fôrmas, além de tabelas com as informações do detalhamento produzido. Os resultados para uma viga de três vãos podem ser observados nas figuras a seguir.

Figura 16 – Resultados referentes a todas as vigas otimizadas.

	<b>Resultados</b>
<b>Exitflag</b>	1
<b>fck (MPa)</b>	25
<b>ContraFlechaMax (cm)</b>	0
<b>CustoConc (R\$)</b>	590.21
<b>CustoAco (R\$)</b>	1080.3
<b>CustoForma (R\$)</b>	4547.6
<b>CustoTotal (R\$)</b>	6218.1
<b>TempProc (s)</b>	137.25

Fonte: O Autor (2019).

Figura 17 – Resultados para a Viga 1 da estrutura.

Viga 1	
	Resultados
Base (cm)	15
Altura (cm)	65
CustoConc (R\$)	590.21
CustoAco (R\$)	1080.3
CustoForma (R\$)	4547.6
CustoTotal (R\$)	6218.1

Fonte: O Autor (2019).

Figura 18 – Detalhes das armaduras transversais.

Estribos:								
Grupo	n	phi_cm	s_cm	xi_cm	xf_cm	ramos	L_cm	Tramo
1	23	0.5	30	25	709.5	2	146	1
2	45	0.5	15	728.5	1390.5	2	146	2
3	22	0.5	30	1409.5	2056	2	146	3

Fonte: O Autor (2019).

Figura 19 – Detalhes das armaduras longitudinais negativas.

Armaduras Negativas:									
Grupo	n	phi_cm	xi_cm	xf_cm	Gancho_i_cm	Gancho_f_cm	Lreto_cm	Ltotal_cm	Apoio
4	2	0.8	-22	109	10	0	131	141	1
5	2	1.25	-22	448	16	0	470	486	1
7	1	1.6	571.9	866.1	0	0	294	294	2
8	2	1.6	443	936	0	0	493	493	2
12	1	1.25	1271.7	1528.3	0	0	257	257	3
13	2	1.6	931	1677	0	0	746	746	3
16	2	0.8	1971	2103	0	10	132	142	4
17	2	1.25	1672	2103	0	16	431	447	4

Fonte: O Autor (2019).

Figura 20 – Detalhes das armaduras longitudinais positivas.

Armaduras Positivas:									
Grupo	n	phi_cm	xi_cm	xf_cm	Gancho_i_cm	Gancho_f_cm	Lreto_cm	Ltotal_cm	Tramo
6	6	0.63	-22	715.8	0	0	738	738	1
9	2	1.25	716	1403	0	0	687	687	2
10	1	0.63	951.7	1186.3	0	0	235	235	2
11	1	1.25	865.5	1252.5	0	0	387	387	2
15	3	0.8	1401.5	2103	10	10	702	722	3

Fonte: O Autor (2019).

Figura 21 – Detalhes das armaduras de pele.

Pele:						
Grupo	n	phi_cm	s_cm	xi_cm	xf_cm	L_cm
18	4	0.8	18	0	719	719
19	4	0.8	18	719	1400	681
20	4	0.8	18	1400	2081	681

Fonte: O Autor (2019).

Figura 22 – Detalhes dos grampos.

Grampos:				
Grupo	n	phi_cm	Lreto_cm	Dobra_cm
0	0	0	0	0
14	1	0.63	63	4

Fonte: O Autor (2019).

## 4.2 VALIDAÇÃO

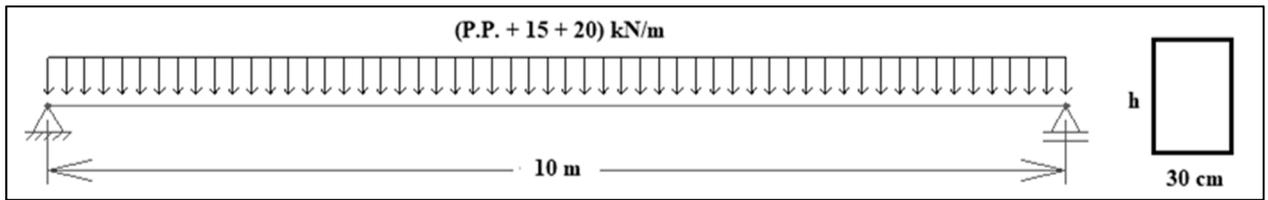
Foi realizada a otimização de uma viga de concreto armado já analisadas por outros autores a fim de validar o programa implementado com a verificação dos resultados e da eficiência da otimização empregada.

### 4.2.1 Viga biapoiada otimizada por Chakrabarty (1992) e Alexandre (2014)

Alexandre (2014) otimizou a viga proposta por Chakrabarty (1992), mas com a consideração do escalonamento das armaduras e utilização de Algoritmo Genético, enquanto Chakrabarty (1992) fez uso da programação geométrica para a otimização.

O problema de otimização tem como variável de projeto neste trabalho apenas a altura, uma vez que a resistência do concreto e a largura foram fixadas, respectivamente, em 30 MPa e 30 cm, por Chakrabarty (1992) e Alexandre (2014). A viga biapoiada possui um vão de 10 m, está submetida a um carregamento permanente de 15 kN/m, além do peso próprio, e um carregamento variável de 20 kN/m, conforme representada na Figura 23. Os demais parâmetros podem ser observados na Tabela 5.

Figura 23 – Representação da viga otimizada por Chakrabarty (1992) e Alexandre (2014).



Fonte: O Autor (2019).

Tabela 5 – Parâmetros utilizados no exemplo de Chakrabarty (1992) e Alexandre (2014).

Parâmetro	Valor	Unidade
Largura	30	cm
Resistência do concreto ( $f_{ck}$ )	30	MPa
Resistência do aço ( $f_{yk}$ )	300	MPa
Fator de majoração de carga permanente	1,40	Adimensional
Fator de majoração de carga variável	1,70	Adimensional
Fator de minoração das resistências ( $\gamma_c$ e $\gamma_s$ )	1,11	Adimensional
Massa específica do concreto	2323	Kg/m <sup>3</sup>
Massa específica do aço	7850	Kg/m <sup>3</sup>
Cobrimento nominal	2,50	cm
Custo do concreto	64,50	\$/m <sup>3</sup>
Custo das fôrmas	2,155	\$/m <sup>2</sup>
Custo do aço	0,72	\$/kg

Fonte: O Autor (2019).

Nota: Adaptado de Chakrabarty (1992) e Alexandre (2014).

O dimensionamento realizado por Chakrabarty (1992) não verificou o cisalhamento, a abertura de fissuras e a flecha máxima, nem fez uso de armadura de pele ou construtiva. Para esta comparação o programa foi adaptado a estas considerações. No entanto, Chakrabarty (1992) não considerou o escalonamento das barras de armaduras longitudinais e utilizou valores contínuos para a altura da seção transversal da viga. No programa de Alexandre (2014) e no programa desenvolvido neste trabalho foi realizado o escalonamento das armaduras e permitidos apenas valores inteiros para a altura. Os resultados da otimização podem ser observados na Tabela 6.

Tabela 6 – Resultados obtidos por Chakrabarty (1992), Alexandre (2014) e pelo programa desenvolvido neste trabalho.

<b>Parâmetro</b>	<b>Chakrabarty</b>	<b>Alexandre</b>	<b>Programa</b>
Altura (cm)	94,67	95,00	96,00
Base (cm)	30,00	30,00	30,00
Custo de concreto (\$)	183,20	183,80	185,76
Custo do aço (\$)	213,00	181,40	185,35
Custo das fôrmas (\$)	47,30	47,40	47,84
Custo total (\$)	443,50	412,60	418,95
Custo total relativo	-	-6,97%	-5,54%

Fonte: O Autor (2019).

Nota-se que as alturas obtidas nos três trabalhos foram bastante próximas, entretanto em Alexandre (2014) houve uma redução de 6,97% do custo em relação a Chakrabarty (1992). Já o programa deste trabalho reduziu o custo em 5,54%. Ambas economias são devidas, principalmente, a redução significativa do custo do aço, com uma maior eficiência em Alexandre (2014) mesmo sendo utilizada uma seção transversal com altura menor que a obtida neste trabalho. A maior economia de Alexandre (2014) no custo do aço pode ser explicada por todas as barras terem sido escalonadas, enquanto o programa desta dissertação escalona grupos de duas barras sempre quando possível, optando-se pela maior praticidade na montagem das armaduras.

Alexandre (2014) também analisou a viga de Chakrabarty (1992), acrescentando a consideração de armadura transversal, construtiva e de pele. Na Tabela 7 são apresentados os valores obtidos em Alexandre (2014) nesta análise e os obtidos pelo programa desenvolvido neste trabalho, levando em consideração as armaduras adicionais.

Tabela 7 – Resultados obtidos por Alexandre (2014) e pelo programa desenvolvido neste trabalho com os custos relativos às armaduras transversal, construtiva e de pele.

<b>Parâmetro</b>	<b>Alexandre</b>	<b>Programa</b>
Altura da viga (cm)	86,00	86,00
Base (cm)	30,00	30,00
Custo de concreto (\$)	166,40	166,41
Custo do aço (\$)	273,10	266,63
Custo das fôrmas (\$)	43,50	43,53
Custo total (\$)	483,00	476,57
Custo total relativo	-	-1,35%

Fonte: O Autor (2019).

Verifica-se na Tabela 7 considerável redução na altura da viga de Alexandre (2014) e desta dissertação quando comparada com a análise anterior. Embora as seções transversais sejam iguais, o custo total obtido neste trabalho foi 1,35% inferior ao de Alexandre (2014), diferença que se deve a parcela relativa ao aço, mas sem variação significativa. Destaca-se que a consideração das armaduras transversal, construtiva e de pele foi mais econômica neste trabalho do que em Alexandre (2014), visto que na comparação anterior, sem estas armaduras, a viga de Alexandre (2014) apresentou-se com menor custo.

Nota-se que os resultados foram bastante próximos nas duas análises, principalmente na altura obtida pelos três trabalhos comparados na primeira análise (Tabela 6) e em todos os resultados deste trabalho comparados com o de Alexandre (2014) em ambas análises comparativas (Tabela 6 e Tabela 7).

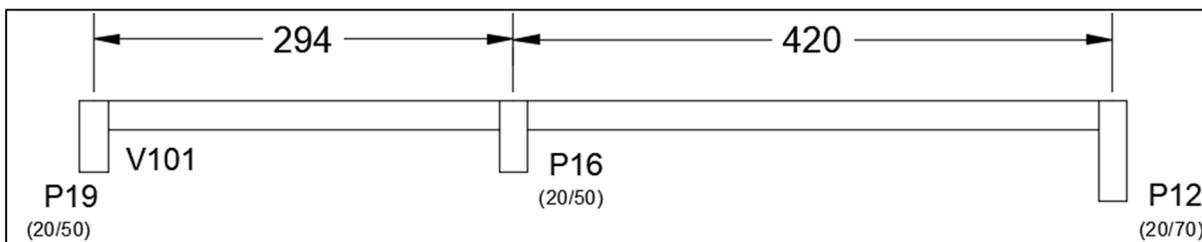
#### 4.3 VIGA DIMENSIONADA POR ARAÚJO (2014C) E OLIVEIRA (2014)

Oliveira (2014) otimizou uma viga de dois vãos dimensionada e detalhada por Araújo (2014c) por meio de técnicas convencionais. Foram consideradas como variáveis de projeto as dimensões da seção transversal da viga, base e altura, mantendo-se as demais características inalteradas.

A viga representada na Figura 24 pertence ao pórtico plano mostrado na Figura 25 e está no primeiro de nove pavimentos tipo. Possui dois vãos, o primeiro tem 2,94 m de comprimento, ligado a pilares de seção transversal (20 x 50) cm, o segundo possui 4,20 m e está ligado ao pilar intermediário de seção (20 x 50) cm e ao pilar na extremidade de seção (20 x 70) cm. O primeiro vão está submetido à carga permanente de 9,22 kN/m, excetuando-se o peso próprio,

e à carga acidental de 2,30 kN/m, enquanto o segundo está submetido à carga permanente de 11,18 kN/m, excetuando-se o peso próprio, e à carga acidental de 3,18 kN/m. As demais características da viga, bem como os custos utilizados em Oliveira (2014), podem ser observadas na Tabela 8. Além das vigas dos pavimentos tipo, o pórtico possui uma viga do térreo de seção transversal (20 x 30) cm e peso próprio de 1,5 kN/m.

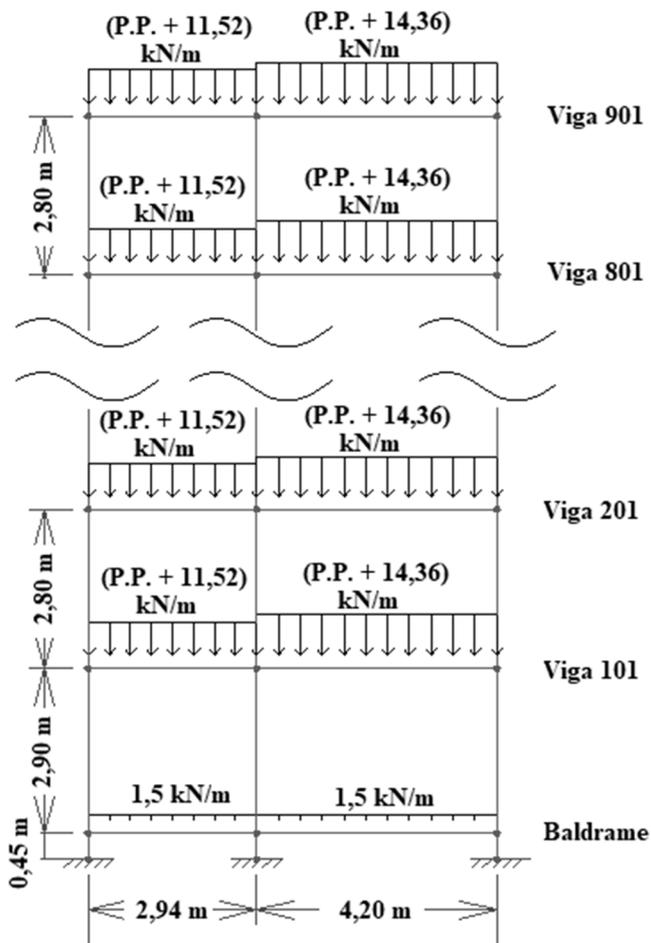
Figura 24 – Representação em planta da viga dimensionada por Araújo (2014c) e Oliveira (2014).



Fonte: O Autor (2019).

Nota: Adaptado de Araújo (2014c).

Figura 25 – Pórtico plano no qual a viga dimensionada por Araújo (2014c) e Oliveira (2014) está inserida.



Fonte: O Autor (2019).

Nota: Adaptado de Araújo (2014c).

Tabela 8 – Parâmetros utilizados no exemplo de Araújo (2014c) e Oliveira (2014).

<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>	<b>Unidade</b>
Resistência do concreto ( $f_{ck}$ )	25	MPa
Peso específico do concreto	25	kN/m <sup>3</sup>
Peso específico do aço	7850	kg/m <sup>3</sup>
Cobrimento nominal	2,50	Cm
Custo do concreto	415,81	R\$/m <sup>3</sup>
Custo das fôrmas	82,08	R\$/m <sup>2</sup>
Custo do aço	3,72	R\$/kg

Fonte: O Autor (2019).

Nota: Adaptado de Araújo (2014c) e Oliveira (2014).

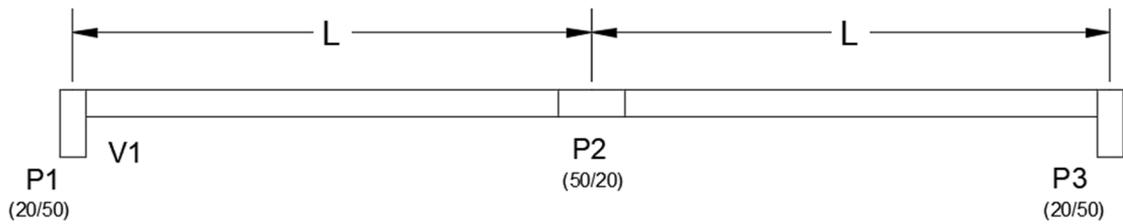
#### 4.4 PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS

Com o objetivo de estudar a influência da base, altura e  $f_{ck}$  no custo total de uma viga contínua, foram realizadas análises estatísticas com a técnica de Planejamento de Experimentos (DOE). Para compreender a relação do custo total com as variáveis da otimização em vigas de diferentes comprimentos, foram estudadas quatro vigas distintas, com dois vãos iguais, variando o tamanho dos vãos (3,0 m, 4,5 m, 6,0 m e 7,5 m) e os fatores estudados: as dimensões da seção transversal e o  $f_{ck}$ .

Como apenas três variáveis (base, altura e  $f_{ck}$ ) são estudadas no problema, utilizou-se o experimento fatorial completo para conservar todas as informações e, devido ao baixo número de variáveis, não implicar em uma elevada quantidade de testes. Com a utilização de dois níveis para cada variável, um alto e um baixo, são necessários  $2^3$  experimentos, além do teste com os pontos centrais, ou seja, utilizando o valor médio dos níveis de cada variável, totalizando nove experimentos por viga analisada.

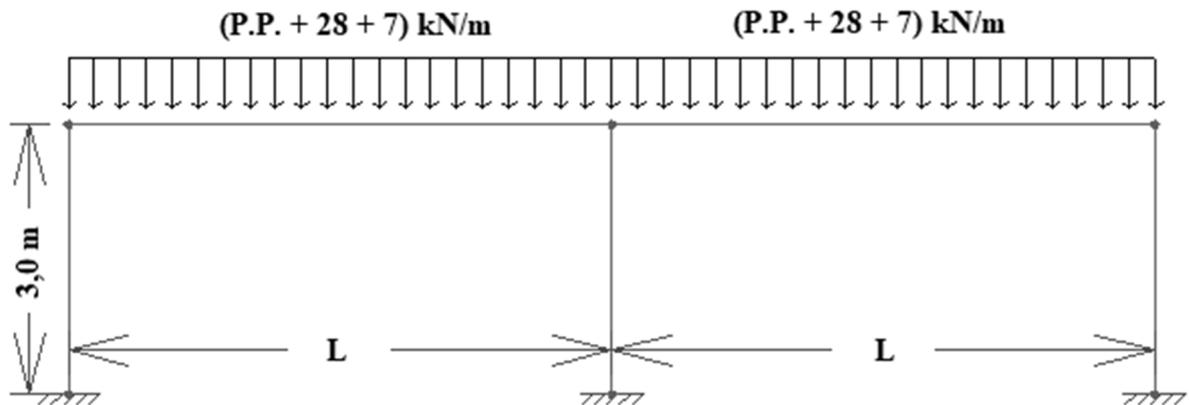
As vigas consideradas foram adaptações da viga apresentada em Pinheiro (2015), representadas na Figura 26 e na Figura 27. Elas possuem dois vãos com comprimentos iguais, fazem parte de um pórtico plano com pilares nas extremidades de seção (20 x 50) cm e intermediário de seção (50 x 20) cm. Estão submetidas a uma carga permanente uniformemente distribuída de 28,0 kN/m, sem a consideração do peso próprio, e uma carga variável de 7,0 kN/m. Estando as vigas inseridas em um ambiente de classe I de agressividade, os concretos devem possuir  $f_{ck}$  igual ou superior à 20 MPa e cobrimento de 25 mm.

Figura 26 – Representação em planta da viga analisada com o DOE.



Fonte: Autor (2019).

Figura 27 – Pórtico plano no qual a viga analisada com o DOE está inserida.



Fonte: O Autor (2019).

O  $f_{ck}$  é limitado aos valores práticos que possuem o custo disponível, logo os valores dos níveis de  $f_{ck}$  adotados foram mantidos constantes para todas as vigas, sendo utilizado 25 MPa para o nível baixo e 45 MPa para o nível alto. Já os valores para os níveis da altura e da base variaram entre as vigas, de maneira que as restrições exigidas pelo dimensionamento e detalhamento fossem atendidas em todos os experimentos. Em todos os fatores, a variação mínima em relação ao ponto central foi de 20%, evitando-se que os efeitos ficassem mascarados pelos erros estimados na análise, ou seja, fossem considerados efeitos não significativos. Pode-se observar os valores dos fatores em todos os experimentos na matriz de planejamento de cada viga (Tabela 9, Tabela 10, Tabela 11 e Tabela 12).

As matrizes de planejamento foram montadas com o auxílio do Minitab, programa que também auxiliou na construção dos gráficos para interpretação dos resultados provenientes do DOE.

Tabela 9 – Matriz de planejamento para a viga com 3,0 m de vão.

Experimento	Altura	Base	$f_{ck}$
1	30,0	12	45
2	30,0	12	25
3	45,0	18	45
4	45,0	18	25
5	37,5	15	35
6	30,0	18	45
7	45,0	12	25
8	45,0	12	45
9	30,0	18	25

Fonte: O Autor (2019).

Tabela 10 – Matriz de planejamento para a viga com 4,5 m de vão.

Experimento	Altura	Base	$f_{ck}$
1	40	14,0	45
2	60	21,0	25
3	50	17,5	35
4	60	14,0	25
5	60	21,0	45
6	60	14,0	45
7	40	14,0	25
8	40	21,0	25
9	40	21,0	45

Fonte: O Autor (2019).

Tabela 11 – Matriz de planejamento para a viga com 6,0 m de vão.

Experimento	Altura	Base	$f_{ck}$
1	50,0	15,00	45
2	50,0	22,50	25
3	50,0	22,50	45
4	62,5	18,75	35
5	75,0	15,00	45
6	50,0	15,00	25
7	75,0	22,50	45
8	75,0	22,50	25
9	75,0	15,00	25

Fonte: O Autor (2019).

Tabela 12 – Matriz de planejamento para a viga com 7,5 m de vão.

Experimento	Altura	Base	$f_{ck}$
1	60	25,50	25
2	75	21,25	35
3	90	25,50	25
4	60	17,00	25
5	90	25,50	45
6	60	17,00	45
7	90	17,00	45
8	90	17,00	25
9	60	25,50	45

Fonte: O Autor (2019).

#### 4.5 OTIMIZAÇÃO DAS VIGAS

As vigas analisadas por meio da técnica estatística DOE foram otimizadas para se observar como as variáveis de projeto ótimas variavam com o aumento dos vãos, além de analisar a influência das parcelas de custo relativas às fôrmas, ao aço e ao concreto no custo, bem como o comportamento de cada uma dessas parcelas e do custo total com o crescimento dos vãos.

As vigas foram otimizadas em relação ao custo total considerando a altura, a base e o  $f_{ck}$  como variáveis de projeto. Foram utilizadas variáveis discretas, sendo considerado o intervalo dos números inteiros entre 25 cm e 90 cm para a altura, o intervalo dos números inteiros entre 12 cm e 30 cm para a base e o intervalo entre 20 MPa e 50 MPa dos múltiplos de 5 MPa para o  $f_{ck}$ . As exigências de estados limites último e serviço da NBR 6118 (ABNT, 2014) foram verificadas, bem como empregadas, caso necessário, armaduras de pele, armadura construtiva e grampos. As demais características das quatro vigas otimizadas, com dois vãos iguais de 3,0 m, 4,5 m, 6,0 m e 7,5 m, estão descritas no item 4.4 desta dissertação.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 5.1 VIGA DIMENSIONADA POR ARAÚJO (2014C) E OLIVEIRA (2014)

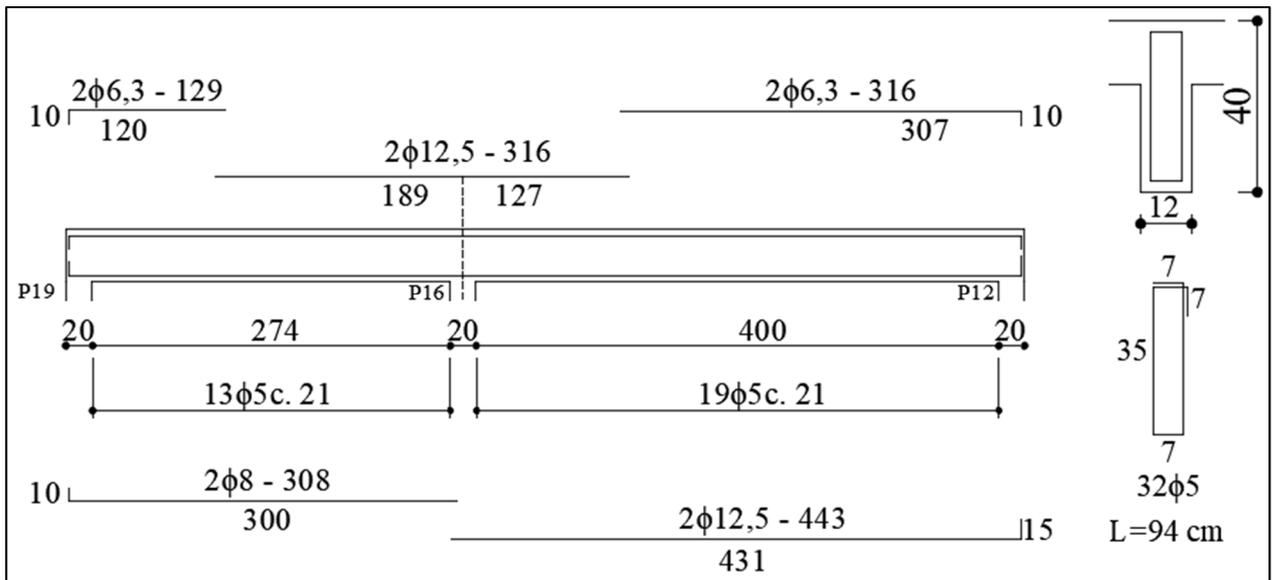
Araújo (2014c) e Oliveira (2014) utilizaram a simplificação de viga contínua sugerida pela NBR 6118 (ABNT, 2014), não analisando a influência dos pilares nas extremidades da viga, ou seja, admitindo as ligações rotuladas. Este modelo produz momentos positivos maiores que os obtidos considerando-se as ligações com os pilares (ARAÚJO, 2014c). Então a primeira comparação nesta viga foi entre o resultado obtido por Araújo (2014c) e pelo programa desenvolvido neste trabalho, em ambos considerando a mesma seção transversal e  $f_{ck}$ . Porém, neste trabalho foi considerado o cálculo do momento em todas as ligações com pilares, por meio da formulação matricial do método dos deslocamentos. Todas as verificações de estado-limite último e de serviço foram realizadas e os resultados podem ser observados na Tabela 13, na Figura 28 e na Figura 29.

Tabela 13 – Resultados obtidos por Araújo (2014c) e pelo programa desenvolvido neste trabalho, relativos à mesma seção transversal.

<b>Parâmetro</b>	<b>Araújo</b>	<b>Programa</b>
$f_{ck}$ (MPa)	25	25
Altura da viga (cm)	40,00	40,00
Base da viga (cm)	12,00	12,00
Custo de concreto (R\$)	142,51	142,51
Custo do aço (R\$)	90,03	73,47
Custo das fôrmas (R\$)	539,17	539,17
Custo total (R\$)	771,71	755,14
Custo total relativo	-	-2,15%

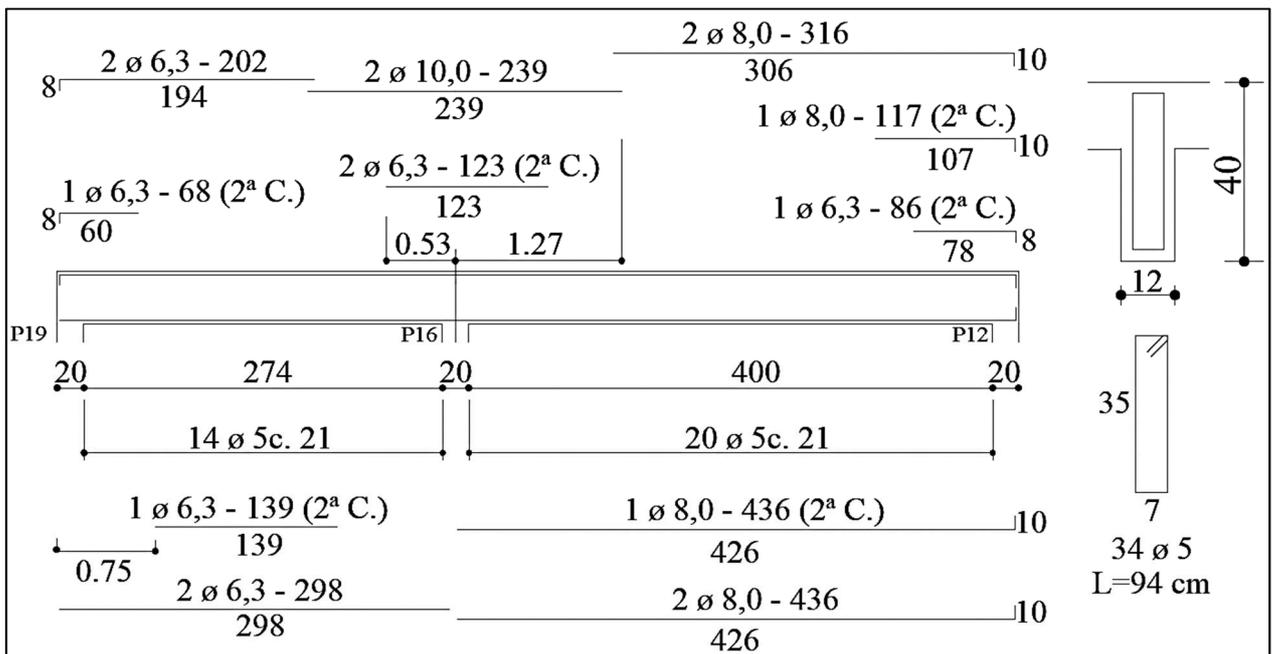
Fonte: O Autor (2019).

Figura 28 – Detalhamento da viga dimensionada em Araújo (2014c).



Fonte: Araújo (2014c).

Figura 29 – Detalhamento da viga dimensionada neste trabalho.



Fonte: O Autor (2019).

Nota-se que a consideração do momento na ligação da viga com os pilares nas extremidades implicou em uma maior área de aço negativo nestas regiões, entretanto, a área de aço dimensionada por Araújo (2014c) foi superior à deste trabalho no apoio intermediário e na armadura positiva dos dois vãos, conseqüentemente o custo do aço foi reduzido no dimensionamento do programa desta dissertação.

Na sequência foi realizada a otimização da viga de Araújo (2014c), comparando os resultados com os de Araújo (2014c) e Oliveira (2014). As variáveis de projeto foram a altura e a base da viga, mantendo fixo o  $f_{ck}$  em 25 MPa. Araújo (2014c) considera armaduras negativas nos apoios de extremidade das vigas apenas para o controle da fissuração, em conformidade com normas europeias (EUROCÓDIGO 2 – CEN, 2010; MODEL CODE – CEB, 1993) e, portanto, Oliveira (2014) fez a comparação do dimensionamento utilizando apenas armaduras negativas no apoio intermediário. Entretanto, no programa desta dissertação não é coerente desconsiderar as armaduras negativas nos apoios de extremidade, uma vez que elas são necessárias para o equilíbrio do momento fletor negativo nestes apoios, cujo vínculo não é considerado rotulado. Mas as armaduras construtivas foram desativadas nesta análise para se obter uma maior aproximação da comparação realizada por Oliveira (2014) com a viga de Araújo (2014c). Os resultados desta análise podem ser observados na Tabela 14.

Tabela 14 – Resultados obtidos por Araújo (2014c), Oliveira (2014) e pelo programa desenvolvido neste trabalho sem armadura construtiva ou de controle de fissuração.

<b>Parâmetro</b>	<b>Araújo</b>	<b>Oliveira</b>	<b>Programa</b>
Altura da viga (cm)	40,00	25,00	27,00
Base da viga (cm)	12,00	12,00	12,00
Custo total (\$)	763,49	713,26	574,14
Custo total relativo	-	-6,58%	-24,80%

Fonte: O Autor (2019).

Ressalta-se se que em Oliveira (2014) foi considerada na região do apoio intermediário uma seção de 35 cm de altura e 12 cm de largura, mas não foi especificado qual o comprimento desta região. Explica-se esta variação na seção devido ao maior valor de momento fletor negativo obtido por Oliveira (2014) no apoio intermediário quando utilizada a simplificação de viga contínua da NBR 6118 (ABNT, 2014) em comparação ao valor obtido quando calculada a estrutura como pórtico plano.

A possibilidade de manter uma seção com 27,00 cm de altura por toda a viga, enquanto Oliveira (2014) necessitou de uma região com altura mais elevada, foi um dos fatores determinantes, juntamente com a redução do custo de aço que o modelo de pórtico plano possibilita, para a elevada economia gerada no custo total da viga pelo programa desta dissertação. O custo total foi reduzido em 24,80%, enquanto Oliveira (2014) reduziu em 6,58%, ambos em relação a Araújo (2014c).

Na prática, para as vigas que se repetem em diversos pavimentos, como no caso das vigas dos pavimentos tipo, é esperado que todas possuam a mesma seção transversal. Apesar de aparentemente submetidas ao mesmo carregamento nos diferentes pavimentos, as vigas podem estar submetidas a esforços distintos, condição causada pelas diferenças na configuração do pórtico (de rigidez e de ações) entre seu topo e sua base.

Na última análise com a viga de Araújo (2014c) foi realizada a otimização de nove vigas constituintes do pórtico plano que pertenciam aos pavimentos tipo, restringindo que todas possuíssem a mesma seção transversal. Foram utilizadas a base e altura como variáveis de projeto, mantendo fixo o  $f_{ck}$  em 25 MPa. Nesta análise foram incluídos todos os tipos de armadura e comparados os custos médios das vigas com o custo do dimensionamento completo de Araújo (2014c). Os resultados desta análise podem ser observados na Tabela 15.

Tabela 15 – Resultados obtidos por Araújo (2014c) e pelo programa desenvolvido neste trabalho com a média da otimização de todas as vigas dos pavimentos tipo do pórtico plano.

<b>Parâmetro</b>	<b>Araújo</b>	<b>Programa</b>
Altura da viga (cm)	40,00	26,00
Base da viga (cm)	12,00	13,00
Custo de concreto (\$)	142,51	100,35
Custo do aço (\$)	90,03	112,33
Custo das fôrmas (\$)	539,17	380,93
Custo total (\$)	771,71	593,62
Custo total relativo	-	-23,08%

Fonte: O Autor (2019).

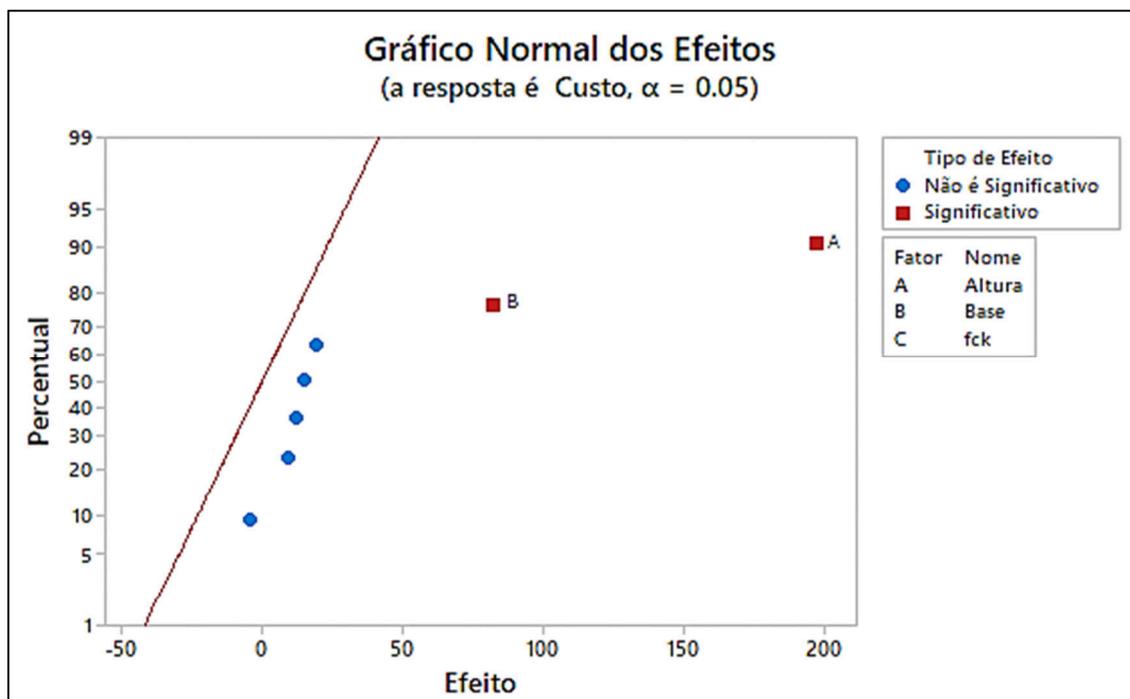
Observa-se na Tabela 15 que o custo do aço obtido nesta dissertação foi superior ao de Araújo (2014c), o que se deve a redução da seção transversal, implicando, por sua vez, em uma significativa economia no custo das fôrmas e do concreto. A diferença no custo total obtido neste trabalho em relação a Araújo (2014c) foi uma redução em 23,08%.

## 5.2 ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DAS VARIÁVEIS COM DOE

A influência da altura, da base, do  $f_{ck}$  e da interação base-altura, base- $f_{ck}$ , altura- $f_{ck}$  e altura-base- $f_{ck}$  em vigas contínuas de concreto armado com distintos tamanhos de vão foi estudado com o auxílio do Minitab, empregando a técnica estatística DOE e com resultados expostos a seguir.

A primeira viga analisada possuía vãos de 3,0 m. Inicialmente, por meio do gráfico Normal podem ser identificados os fatores com efeito significativos, correspondentes aos pontos vermelhos. Os fatores sem efeito significativo (pontos azuis) tendem a se aproximar da linha ajustada, onde seriam esperados os pontos caso os efeitos fossem zero. Além de indicar os fatores com efeitos significativos, este gráfico permite observar quais fatores possuem efeito negativo ou positivo na resposta, ou seja, neste caso quais fatores diminuem ou aumentam o custo da viga. O gráfico Normal para a viga com vãos de 3,0 m está apresentado no Gráfico 5.

Gráfico 5 – Gráfico normal dos efeitos para a viga com 3,0 m de vão.

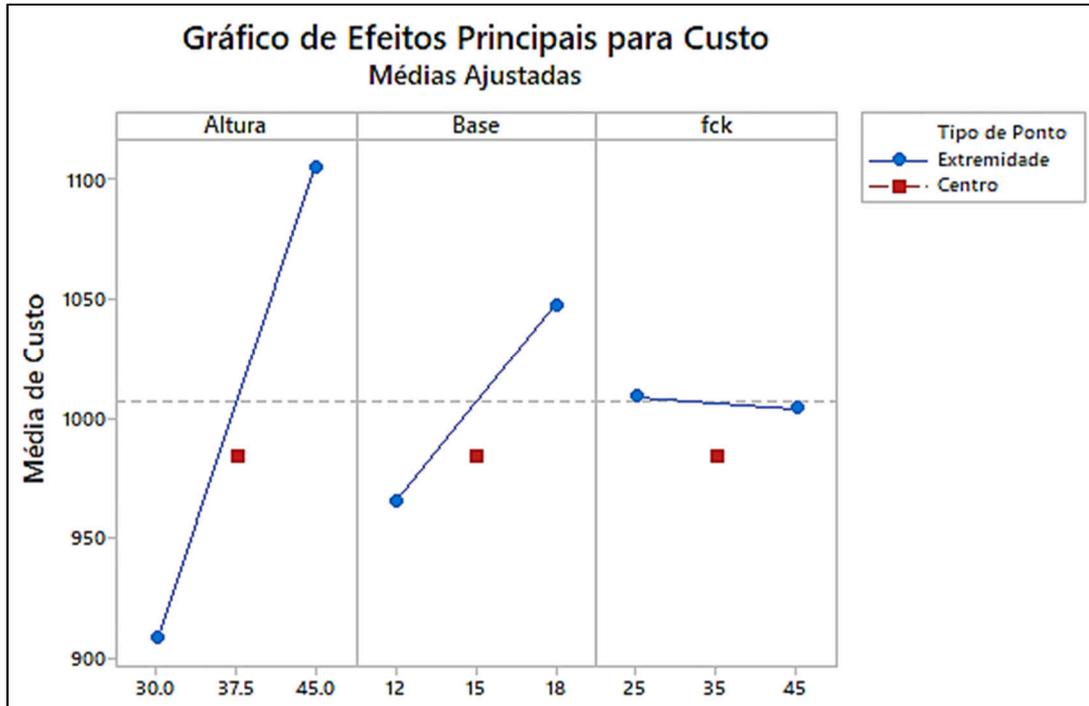


Fonte: O Autor (2019).

Nota-se que apenas os efeitos dos fatores altura e base foram representados com os pontos vermelhos, logo, foram os únicos com efeitos significativos, com destaque para a altura, uma vez que quanto mais afastado de zero, mais significativo é o efeito, mostrando que ela possui uma influência no custo bem maior que a base. O efeito do fator principal  $f_{ck}$ , indicado no gráfico como o que seria o ponto C, não foi considerado significativo, bem como os efeitos das interações dos fatores, sendo todos representados com os pontos azuis, próximos a uma distribuição Normal de média zero e sem significado físico. Os fatores significativos, base e altura, estão no lado direito do gráfico e, portanto, possuem efeitos positivos, ou seja, aumentaram o custo quando mudaram de um valor baixo para um valor alto.

Na sequência é apresentado o gráfico dos efeitos principais (Gráfico 6), relativos às variáveis de projeto base, altura e  $f_{ck}$ .

Gráfico 6 – Efeitos principais na viga com 3,0 m de vão.



Fonte: O Autor (2019).

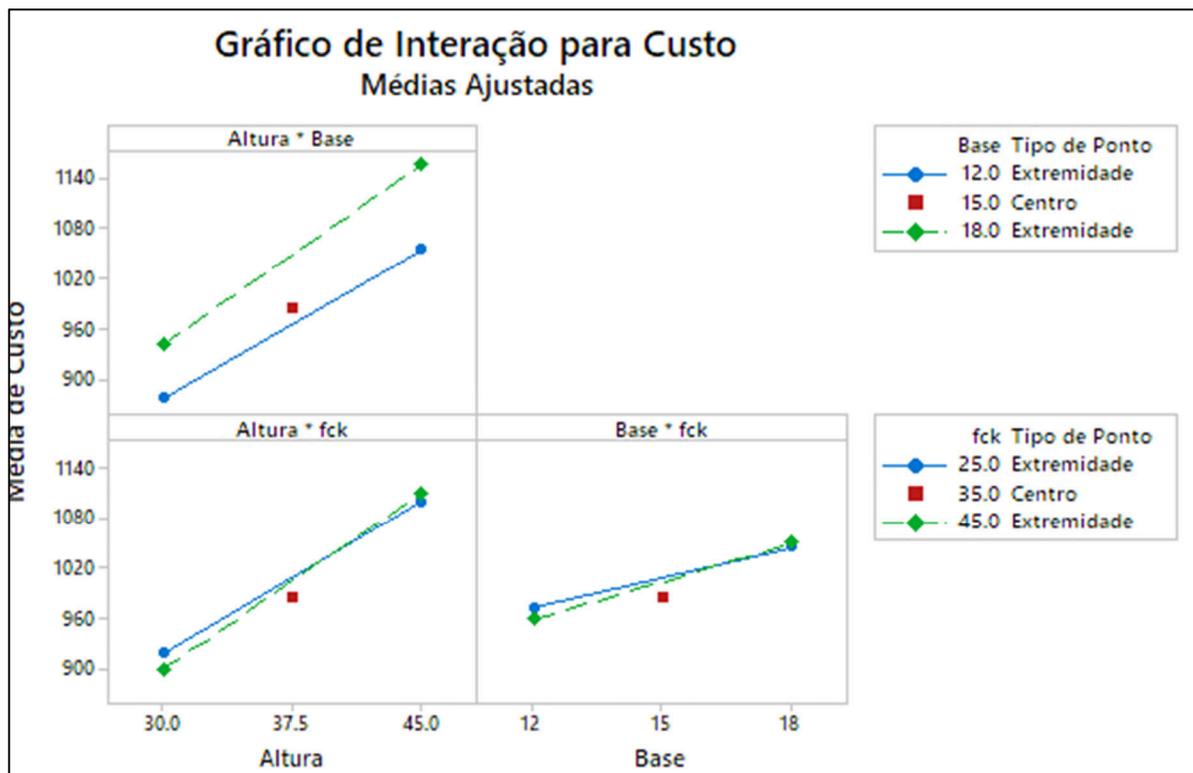
No Gráfico 6, cada ponto azul representa o custo médio para um nível de extremidade (alto ou baixo) de um fator. O ponto vermelho representa o valor do custo no ponto central entre os dois níveis dos fatores, portanto, na média dos níveis dos fatores. A linha central horizontal está localizada no custo médio de todos os ensaios. Quanto maior a inclinação da linha de um fator, maior será a influência do efeito principal, isto é, a mudança de nível do fator implicará em significativa alteração na resposta. Desta forma, linhas horizontais não caracterizam efeitos importantes.

Conforme apresentado no Gráfico 6, observa-se que o fator altura possui o efeito mais significativo, evidenciando que uma mudança no nível da altura implica em grande variação no custo da viga. A base, apesar de em menor intensidade que a altura, também possui relevante influência no custo, como se pode notar em sua inclinação, diferentemente do  $f_{ck}$  que apresenta pequena inclinação, logo menor efeito principal e menor impacto no custo. Observa-se, ainda, que a mudança dos fatores altura e base do nível baixo para o nível alto implicou no aumento do custo, enquanto a mudança do  $f_{ck}$  do nível baixo para o nível alto diminuiu o custo da viga. Deve-se ressaltar que estes resultados são apenas indicativos do comportamento do custo da

viga analisada com a variação dos fatores dentro dos níveis escolhidos. Não é possível afirmar, por exemplo, que alturas menores que 30 cm (nível baixo) seriam mais econômicas, como também é incorreto inferir que o aumento da altura sempre implicará em aumento do custo.

Além dos efeitos principais, é necessário observar o gráfico dos efeitos de interação entre altura, base e  $f_{ck}$ , mostrado no Gráfico 7, para verificar o impacto da atuação conjunta dos fatores no custo da viga.

Gráfico 7 – Efeitos de interação na viga com 3,0 m de vão.



Fonte: O Autor (2019).

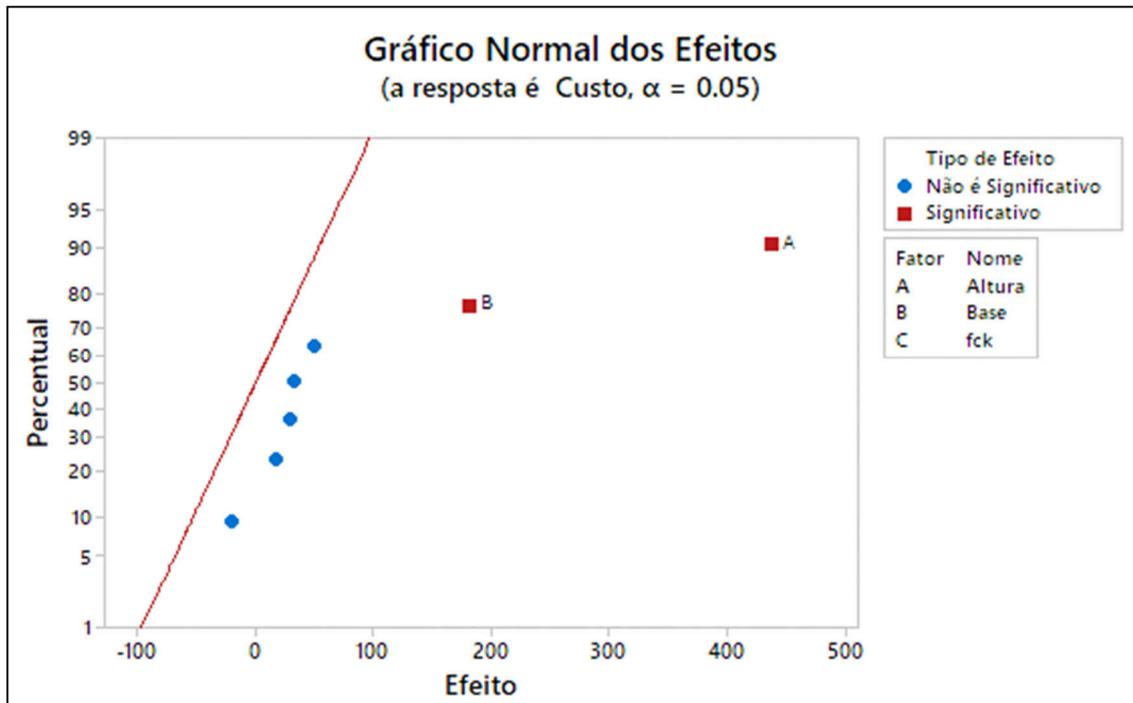
Cada ponto no gráfico de interação mostra o custo médio em diferentes combinações de níveis dos fatores. Quando as linhas são paralelas não ocorre interação entre os fatores, significando que a variação da resposta para a mudança de nível de um fator A é a mesma independentemente do nível em que se apresente o fator B. Caso contrário, o gráfico indicará que há interação entre os fatores analisados. Quanto menos paralelas forem as linhas, maior será a intensidade da interação.

Como não há linhas paralelas em nenhuma combinação de fatores observado no Gráfico 7, então todos os fatores possuem interação, contudo, nenhuma interação provocou efeito significativo no custo, como já destacado no Gráfico 5. Para as combinações com o  $f_{ck}$ , as linhas se mantiveram próximas, demonstrando novamente que a variação do  $f_{ck}$  não acarreta

significativas alterações do custo, diferentemente do que ocorreu para a combinação entre altura e base, na qual se verifica elevada inclinação e distância entre linhas. Nota-se, também, que o menor custo médio foi obtido no nível baixo da altura (30 cm) e da base (12 cm), enquanto o maior custo médio foi obtido no nível alto da altura (45 cm) e da base (18 cm).

A segunda viga analisada foi a com vãos de 4,5 m e tem seu gráfico Normal dos efeitos apresentado no Gráfico 8.

Gráfico 8 – Gráfico normal dos efeitos para a viga com 4,5 m de vão.

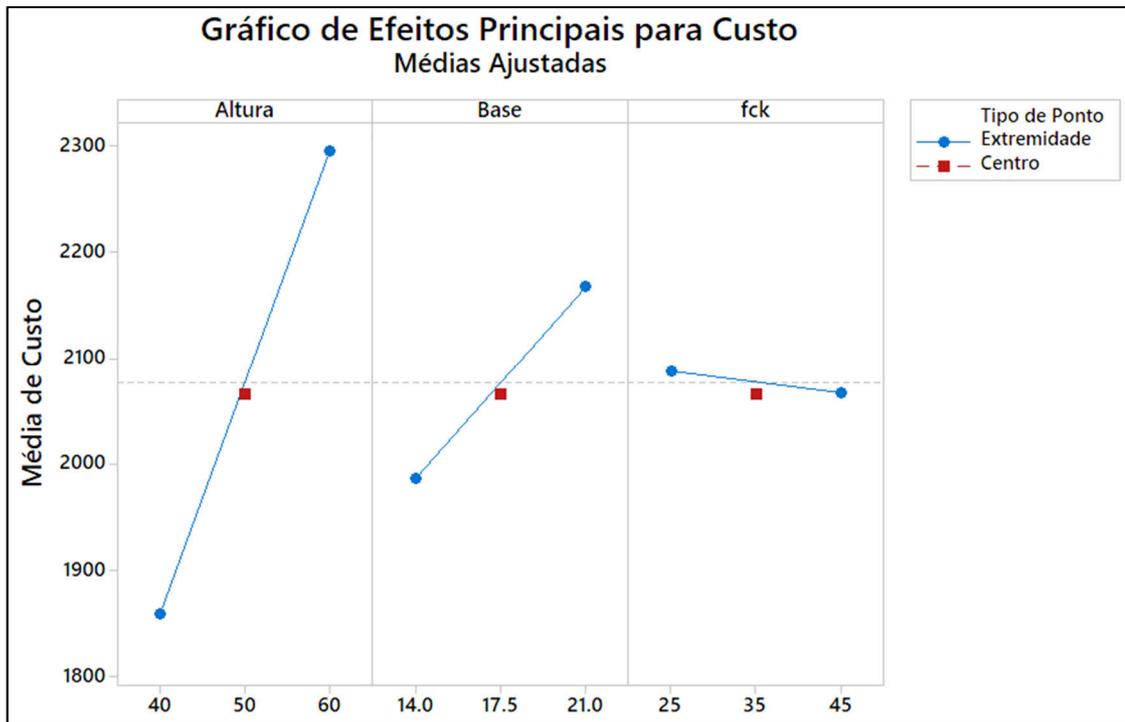


Fonte: O Autor (2019).

Assim como na viga com vãos de 3,0 m, nota-se no gráfico Normal dos efeitos da viga com vão de 4,5 m que apenas os efeitos dos fatores principais altura e base foram considerados significativos. Os efeitos produzidos pelo  $f_{ck}$ , bem como os decorrentes da combinação dos fatores, não foram considerados significativos, portanto, estão aproximadamente ajustados à distribuição Normal de média zero. Os efeitos da altura e da base são novamente positivos, indicando que a mudança de seus valores do nível baixo em direção ao nível alto aumentou o custo.

No Gráfico 9 mostram-se os efeitos principais para o custo da viga com vãos de 4,5 m de comprimento.

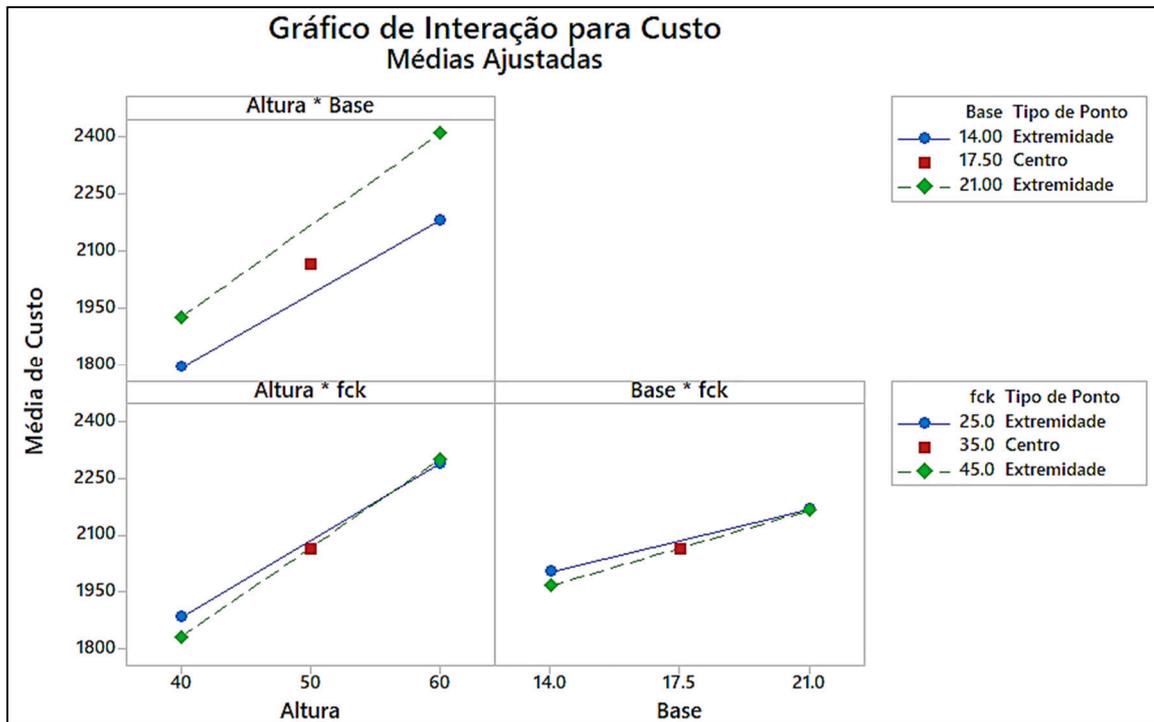
Gráfico 9 – Efeitos principais na viga com 4,5 m de vão.



Fonte: O Autor (2019).

Evidencia-se no Gráfico 9 a elevada magnitude do efeito da altura no custo da viga com a elevada inclinação de sua linha, enquanto a base possuiu uma linha com inclinação menor, mas ainda relevante, como mostrado no Gráfico 8. Fica claro o baixo efeito provocado pelo  $f_{ck}$  no custo devido a sua linha quase paralela à linha horizontal do custo médio dos ensaios. A mudança dos valores da altura e da base do nível baixo em direção ao nível alto provocou aumento no custo, comportamento contrário ao apresentado pela mudança de níveis do  $f_{ck}$ . Mostra-se no Gráfico 10 a interação entre os fatores para a viga com vão de 4,5 m.

Gráfico 10 – Efeitos de interação na viga com 4,5 m de vão.

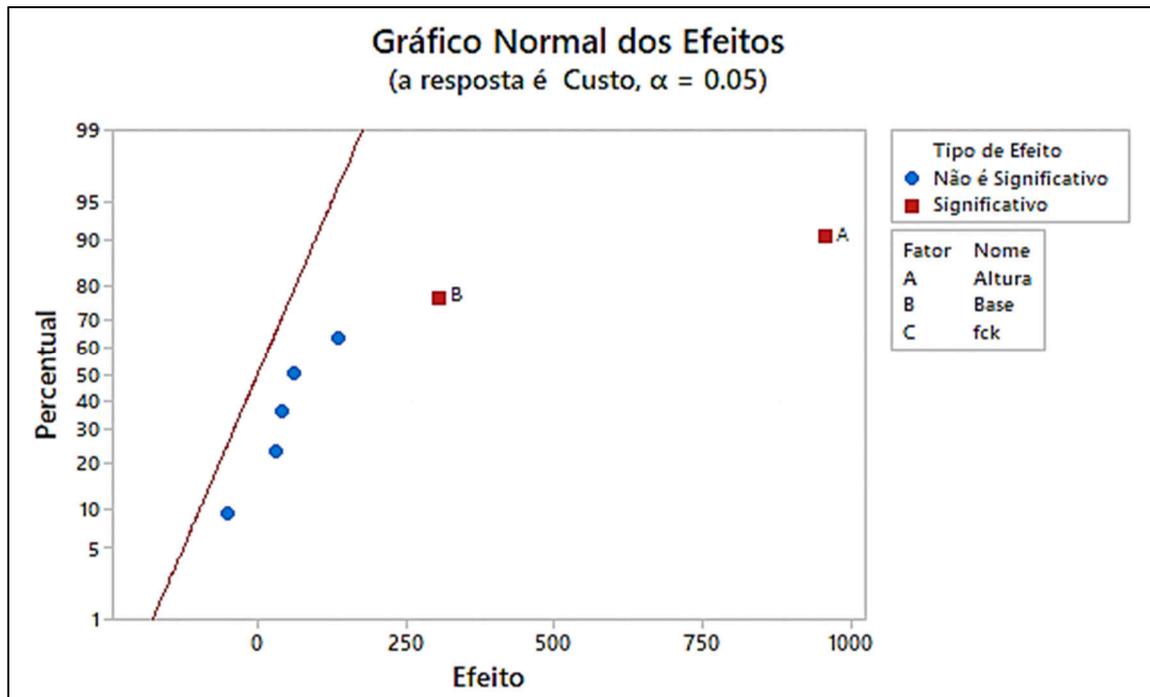


Fonte: Autor (2019).

Nota-se no Gráfico 10 que houve interação entre todos os fatores, uma vez que não há linhas paralelas, porém, não o suficiente para produzir efeitos significativos no custo. A proximidade das linhas quando o  $f_{ck}$  é analisado decorre da pequena variação que ele provocou no custo, enquanto é possível observar que as linhas para a interação altura-base possuem elevada inclinação e estão distantes entre si, o que é explicado pelos efeitos significativos dos fatores quando analisados separadamente. Nota-se, também, que o menor custo médio foi obtido no nível baixo da altura (40 cm) e da base (14 cm), enquanto o maior custo médio foi obtido no nível alto da altura (60 cm) e da base (21 cm).

A terceira viga analisada foi a com vãos de 6,0 m e tem seu gráfico Normal dos efeitos apresentado no Gráfico 11.

Gráfico 11 – Gráfico normal dos efeitos para a viga com 6,0 m de vão.

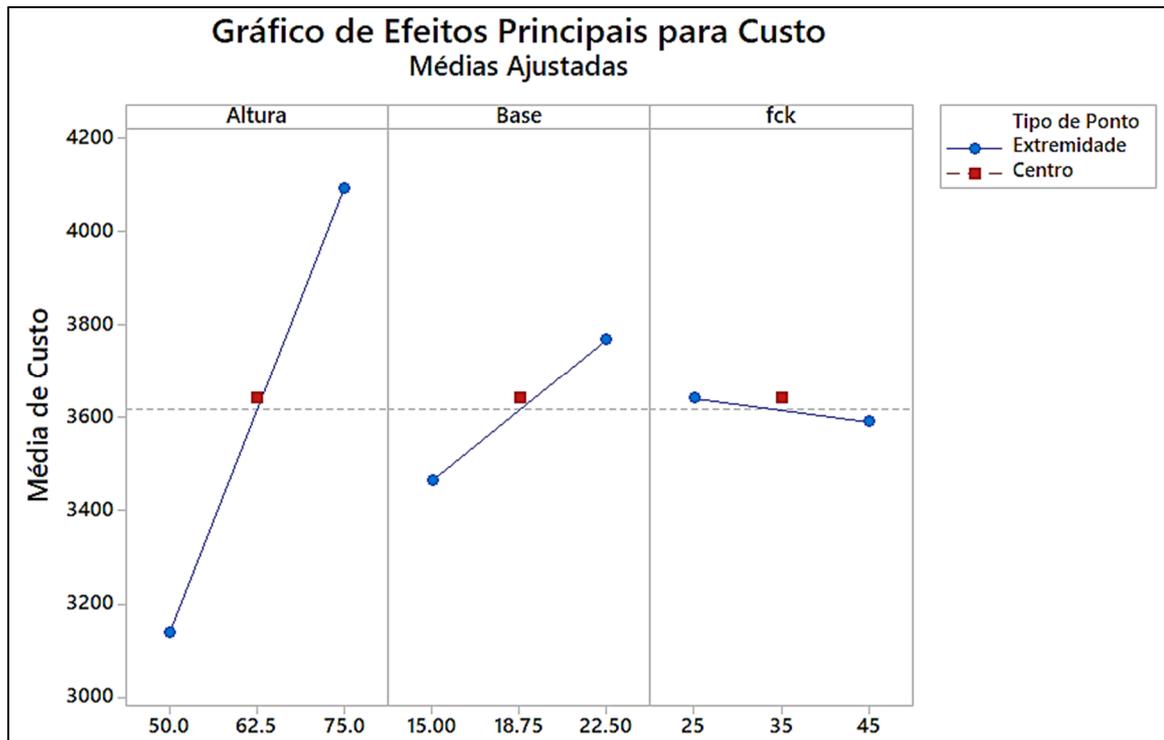


Fonte: O Autor (2019).

Novamente, como já ocorreu nas vigas anteriores, no gráfico Normal dos efeitos para a viga com vãos de 6,0 m é observado que apenas os efeitos dos fatores principais altura e base foram considerados significativos, contudo é possível notar que os pontos A e B, representantes da altura e da base, respectivamente, estão mais distantes dos representados nos gráficos das vigas anteriores (Gráfico 5 e Gráfico 8). Portanto, há uma indicação de que o efeito da altura nesta viga se apresentou ainda mais significativo do que foi nas vigas de vãos menores. Assim como nas demais vigas, os efeitos da altura e da base foram positivos.

Na sequência é apresentado o gráfico dos efeitos principais (Gráfico 12), relativos às variáveis de projeto base, altura e  $f_{ck}$  da viga de vãos com 6,0 m de comprimento.

Gráfico 12 – Efeitos principais na viga com 6,0 m de vão.

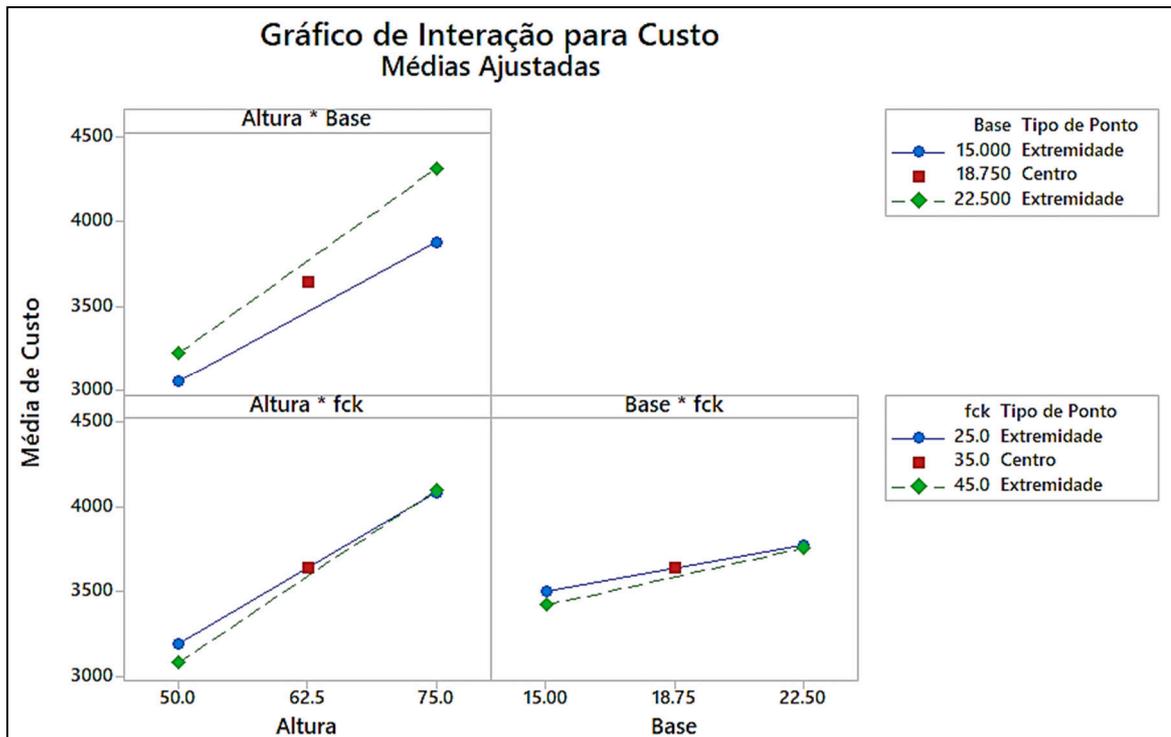


Fonte: O Autor (2019).

Nota-se no Gráfico 12 que os efeitos provocados pela altura, base e  $f_{ck}$  continuam a apresentar comportamento semelhante aos observados nas vigas com vãos de 3,0 m e 4,5 m. Contudo é possível observar que a linha da base possui inclinação mais próxima da linha do  $f_{ck}$ , fator considerado não significativo, do que possuíam as linhas referentes às bases das vigas de vãos menores, mostrando uma redução do impacto do fator base no custo. A mudança dos valores das variáveis altera o custo na mesma direção observada nas demais vigas.

O gráfico da interação entre os fatores para a viga com vãos de 6,0 m é apresentado no Gráfico 13.

Gráfico 13 – Efeitos de interação na viga com 6,0 m de vão.

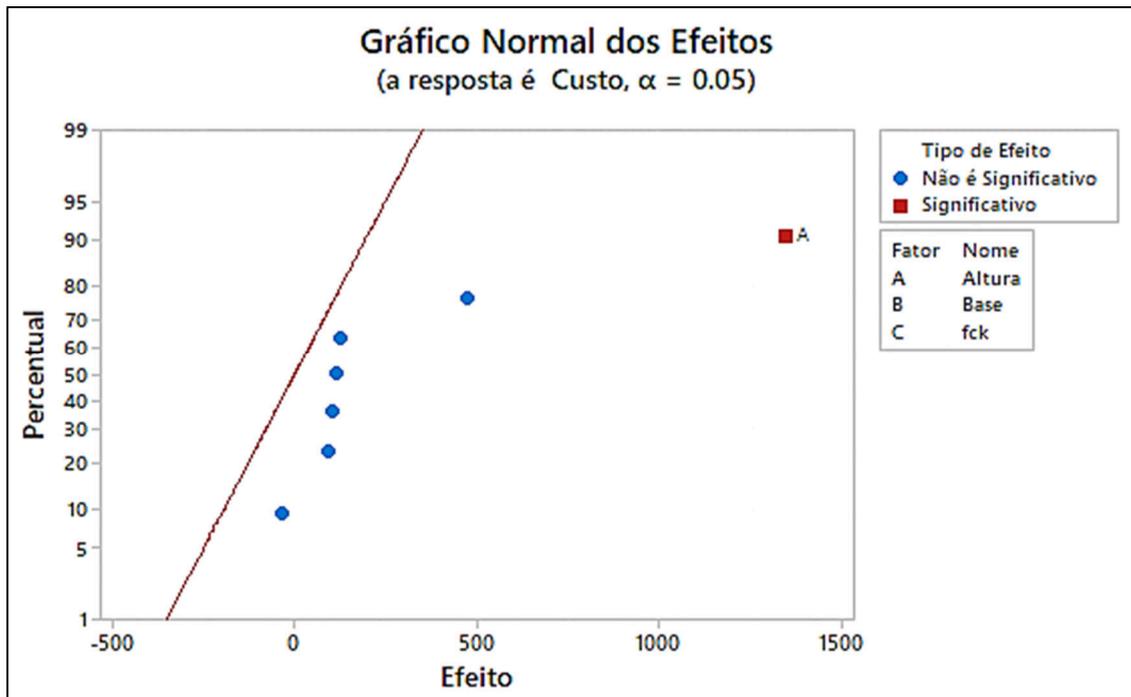


Fonte: O Autor (2019).

Fica ainda mais evidente que a base foi um fator menos significativo para a viga com vãos de 6,0 m do que foi para as vigas de vãos menores quando observada a aproximação das linhas no gráfico do efeito de interação da altura-base, apresentado no Gráfico 13. Mais uma vez houve interação entre todos os fatores, visto a ausência de linhas paralelas. Observa-se que o menor custo médio foi obtido no nível baixo da altura (50 cm) e da base (15 cm), enquanto o custo médio mais elevado ocorreu no nível alto da altura (75 cm) e da base (22,5 cm).

A última viga analisada foi a com vãos de 7,5 m e tem o seu gráfico Normal dos efeitos apresentado no Gráfico 14.

Gráfico 14 – Gráfico normal dos efeitos para a viga com 7,5 m de vão.

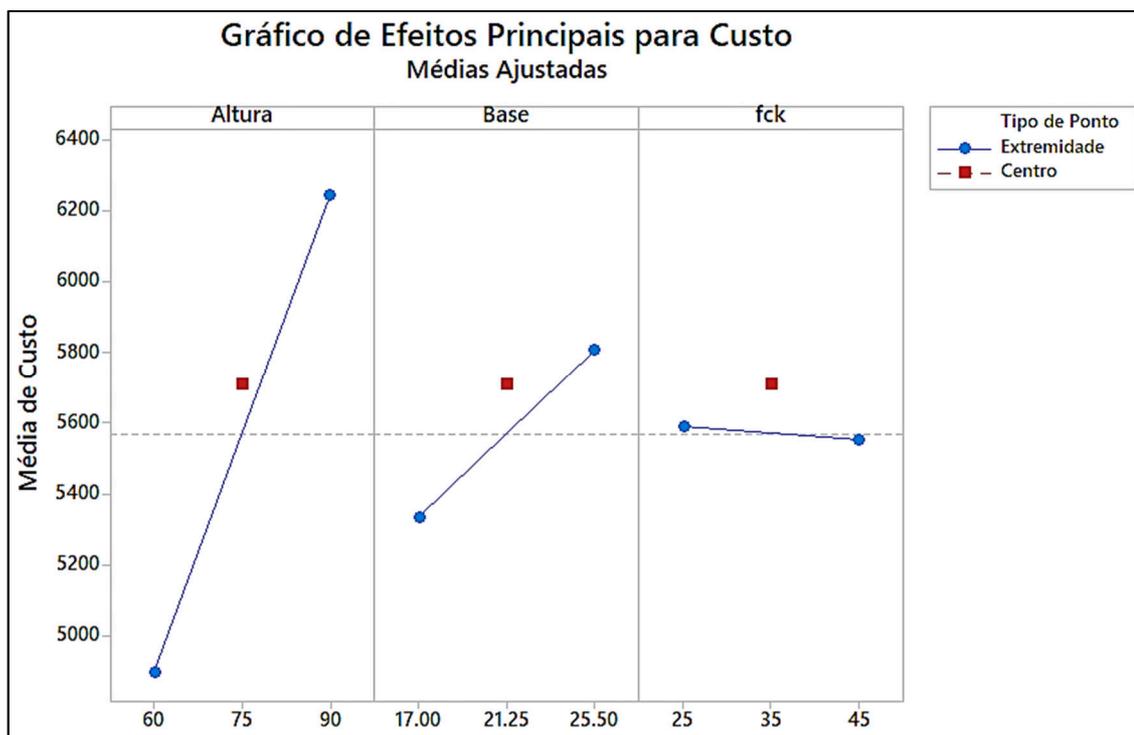


Fonte: O Autor (2019).

A observação do gráfico Normal, apresentado no Gráfico 14 para a viga com vãos de 7,5 m, confirma a tendência identificada na viga de 6,0 m da diminuição do efeito do fator base e, portanto, para a viga de maiores vãos analisada o único fator com efeitos significativos foi a altura. Os demais efeitos de fatores principais e da interação entre fatores foram considerados aproximadamente ajustados à distribuição Normal de média zero, ou seja, não significativos.

Apresenta-se no Gráfico 15 os efeitos principais na viga com vãos de 7,5 m.

Gráfico 15 – Efeitos principais na viga com 7,5 m de vão.

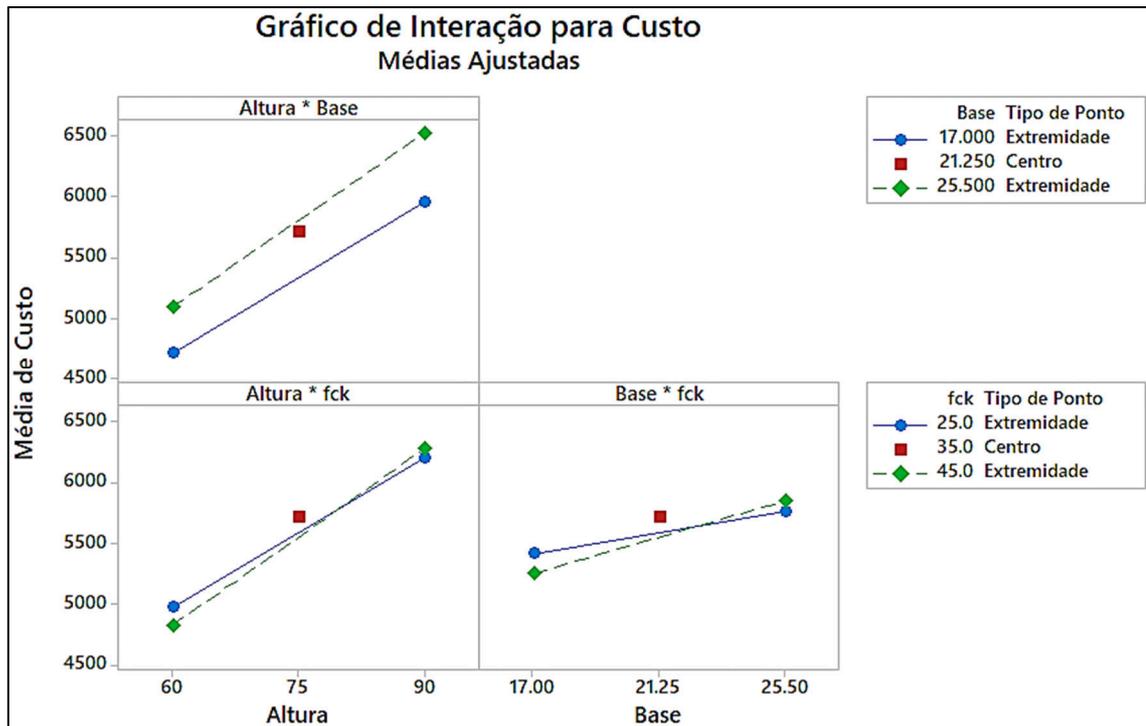


Fonte: O Autor (2019).

No Gráfico 15, destaca-se o comportamento semelhante às vigas anteriores, exceto pela inclinação da linha da base que deixou de ser suficiente para considerar o efeito deste fator significativo, enquanto a mudança da altura implicou em acentuada variação na média de custo, o que demonstrou sua influência crescente no resultado. A mudança dos valores das variáveis altera o custo na mesma direção observada nas vigas de vãos menores.

Apresenta-se no Gráfico 16 a interação dos fatores para a viga com vãos de 7,5 m.

Gráfico 16 – Efeitos de interação na viga com 7,5 m de vão.



Fonte: O Autor (2019).

Neste gráfico da viga com vãos de 7,5 m pode-se observar que houve redução da interação altura-base em comparação com as vigas menores, já que as linhas apresentadas nesta combinação de fatores estão quase paralelas. As linhas para as combinações altura- $f_{ck}$  e base- $f_{ck}$  continuam concorrentes, indicando a interação desses fatores. O menor custo médio obtido foi novamente para o nível baixo da altura (60 cm) e da base (17 cm), enquanto o maior custo médio foi para o nível alto da altura (90 cm) e da base (25.5 cm).

Nota-se a partir das análises realizadas que a altura é a variável de projeto mais significativa no custo das vigas e tem importância crescente com o aumento do comprimento dos vãos. A base provocou efeitos significativos no custo das vigas com vãos entre 3,0 m e 6,0 m, enquanto o  $f_{ck}$  não teve efeitos significativos, entretanto interagiu com a altura e a base em todas as vigas.

Deve-se ressaltar que é objetivo da otimização obter os valores das variáveis de projeto para o menor custo da viga. Logo uma variável que não implique em significativa alteração do custo, mas possui interação com outras variáveis, não deve ser descartada do processo de otimização. Por exemplo, no caso do  $f_{ck}$  não ser um fator significativo, mas interage com a base e a altura, sugere que as dimensões da seção transversal de uma viga com concreto C25 não necessariamente serão as mesmas que implicariam em uma viga de custo similar com concreto C45, por exemplo.

### 5.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO DAS VIGAS

As vigas analisadas com o DOE tiveram seu dimensionamento otimizado, buscando a minimização do custo total. A altura, a base e o  $f_{ck}$  foram definidas como as variáveis de projeto. As exigências de estado-limite último, estado-limite de deformações excessivas e de abertura de fissuras da NBR 6118 (ABNT, 2014) foram verificadas. Conforme a necessidade, podem ser empregadas armaduras de pele, armadura construtiva e grampos suplementares.

Na Tabela 16 são apresentados os resultados para as vigas com vãos de 3,0 m, 4,5 m, 6,0 m e 7,5 m com os respectivos valores determinados para altura, base,  $f_{ck}$ , custo relacionado ao concreto, aço e fôrmas, e custo total.

Tabela 16 – Resultados das vigas otimizadas.

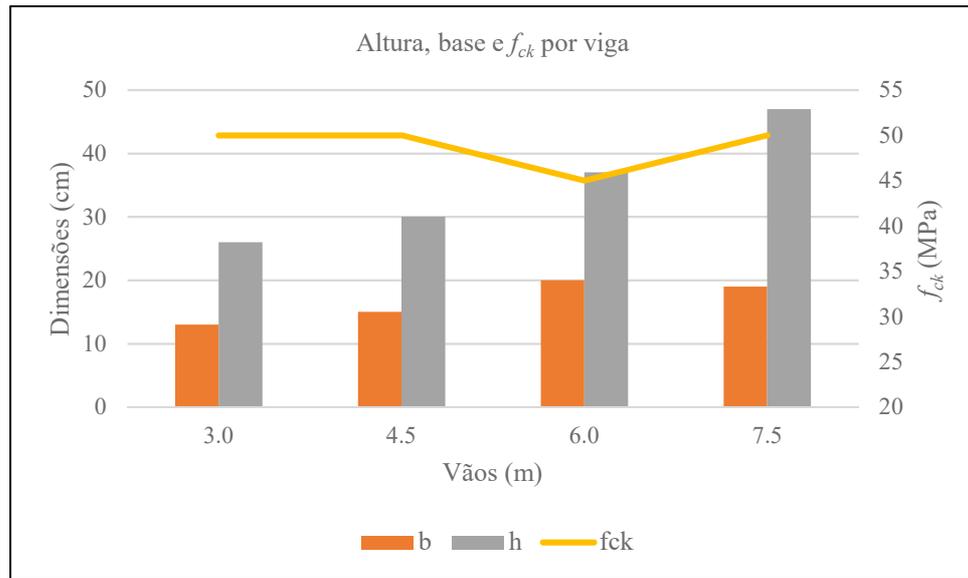
<b>Parâmetro</b>	<b>Vãos (3,0 m)</b>	<b>Vãos (4,5 m)</b>	<b>Vãos (6,0 m)</b>	<b>Vãos (7,5 m)</b>
Altura da viga (cm)	26	30	37	47
Base (cm)	13	15	20	19
$f_{ck}$ (MPa)	50	50	45	50
Custo de concreto (R\$)	82,44	164,63	343,20	544,49
Custo do aço (R\$)	259,76	657,22	1099,30	1613,70
Custo das fôrmas (R\$)	480,44	831,53	1389,60	2088,10
Custo total (R\$)	822,63	1653,40	2832,10	4246,20

Fonte: O Autor (2019).

Observa-se na Tabela 16 que o valor da altura tende a crescer à medida que o comprimento dos vãos aumenta, partindo de 26 cm na viga com os menores vãos para 47 cm na viga com os maiores vãos, enquanto a base cresceu de 13 cm para 20 cm entre as vigas com vãos de 3,0 m e 6,0 m, mas não manteve essa tendência na viga com vãos de 7,5 m, reduzindo a base para 19 cm. O  $f_{ck}$  praticamente se manteve constante em 50 MPa, a exceção foi na viga com vãos de 6,0 m, na qual o  $f_{ck}$  foi igual a 45 MPa, configurando uma tendência para valores altos de  $f_{ck}$  no projeto otimizado das vigas.

No Gráfico 17, podem ser observados os resultados obtidos para as variáveis de projeto (altura, base e  $f_{ck}$ ), obtidos para cada viga analisada.

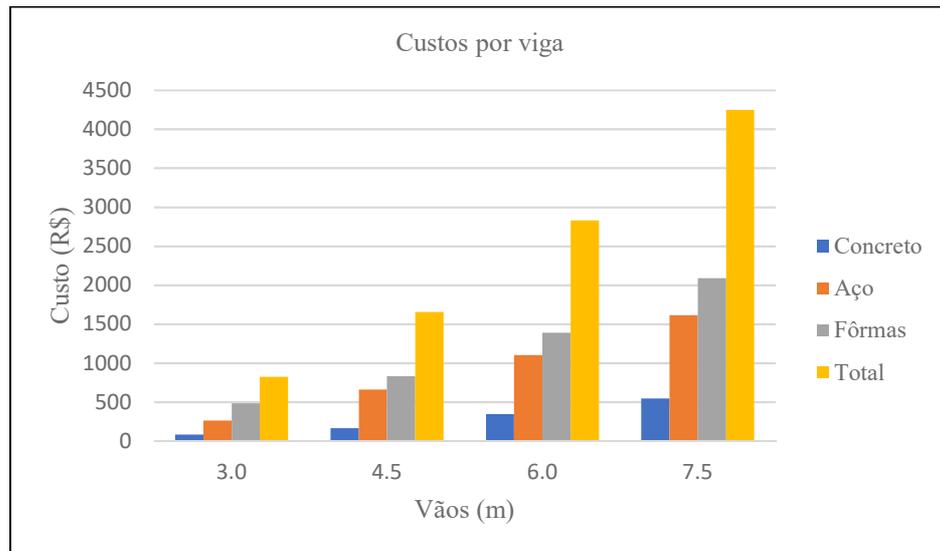
Gráfico 17 – Valores das variáveis de projeto para as vigas otimizadas.



Nota-se pelos resultados expostos na Tabela 16 e no Gráfico 17 que a altura foi a variável de projeto com maior variação entre as vigas. Por outro lado, o  $f_{ck}$  pouco mudou com o crescimento dos vãos. Ambos os comportamentos se mostraram coerentes com a análise feita com o DOE, que destacava a altura como o fator mais significativo da otimização, enquanto o  $f_{ck}$  era a variável de projeto de menor importância para obtenção do menor custo. A base pouco variou entre as vigas com vãos de 6,0 m e 7,5 m, coincidente com a perda de importância do fator base no custo da viga, também verificada na análise com o DOE.

No Gráfico 18, apresenta-se o custo total e as parcelas relativas ao concreto, ao aço e às fôrmas de cada uma das vigas.

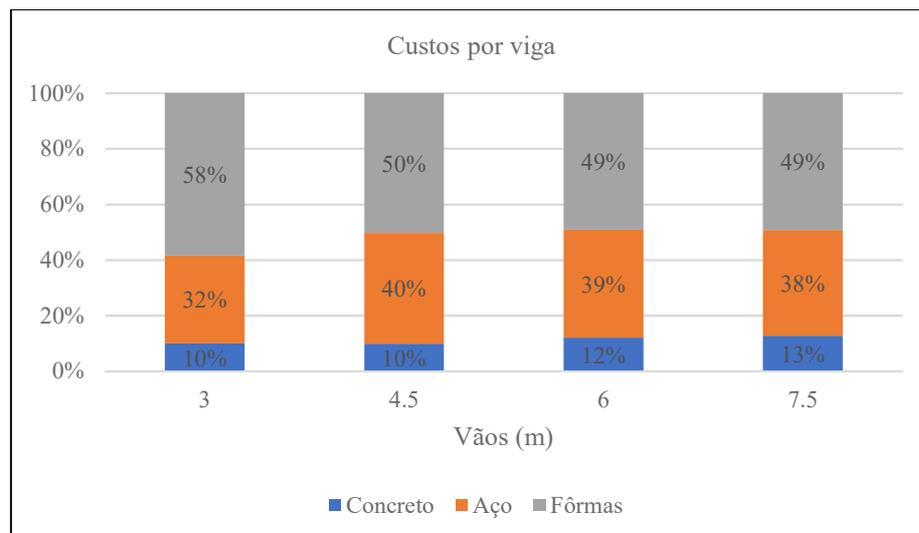
Gráfico 18 – Custos das vigas otimizadas.



Fonte: O Autor (2019).

O custo total, bem como o custo de todas as parcelas que o compõe, cresce com o aumento do comprimento dos vãos das vigas. Em todas as vigas, a parcela referente às fôrmas teve maior influência no custo, seguida pela parcela referente ao aço, enquanto os custos relativos ao concreto causaram o menor impacto no custo total. Para melhor compreensão da influência do custo de cada parcela no custo total, analisou-se o Gráfico 19, no qual é mostrado a divisão percentual da composição do custo total para cada viga.

Gráfico 19 – Divisão percentual da composição do custo das vigas otimizadas.



Fonte: O Autor (2019).

Observa-se no Gráfico 19 que, percentualmente, o impacto no custo total dos custos relativos às fôrmas, ao aço e ao concreto manteve-se quase constante nas vigas com vãos entre

4,5 m e 7,5 m, com o custo correspondente às fôrmas em torno de 49%, ao aço em torno de 39% e ao concreto em torno de 12%. Contudo, na viga com vãos de 3,0 m, o custo relativo às fôrmas teve um percentual maior do custo total quando comparado as demais vigas, cerca de 58%, o que diminuiu a parcela do custo do aço para 32%, mas sem causar significativa alteração no percentual relativo ao custo do concreto, 10%.

A média do custo das parcelas referentes às fôrmas e ao concreto somadas correspondeu a aproximadamente 63% do custo das quatro vigas. Como o volume de concreto é diretamente proporcional à altura e a área das fôrmas aumenta com duas vezes a altura (área das duas laterais da viga), o impacto no custo dessas duas parcelas somadas ajuda a explicar o protagonismo da variável de projeto altura no custo total destacada na análise com o DOE. Contudo deve-se, ainda, considerar a significativa influência da altura na capacidade resistente das vigas e, portanto, a sua influência também na quantidade de aço empregado.

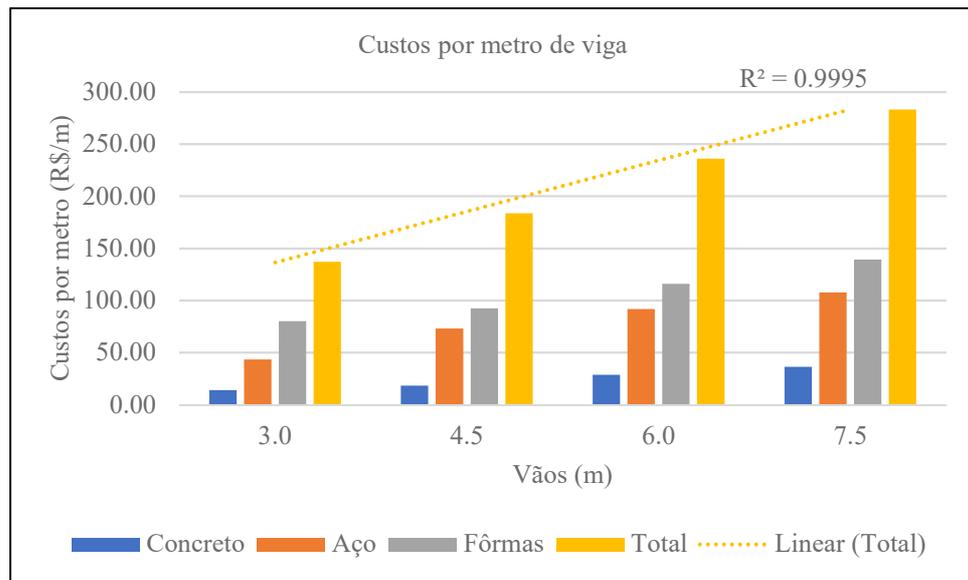
Para uma justa comparação do custo entre as vigas de diferentes vãos, foi analisado o custo por metro de comprimento de cada viga, com resultados expostos na Tabela 17 e no Gráfico 20.

Tabela 17 – Custos por metro das vigas otimizadas.

<b>Parâmetro</b>	<b>Vãos (3,0 m)</b>	<b>Vãos (4,5 m)</b>	<b>Vãos (6,0 m)</b>	<b>Vãos (7,5 m)</b>
Concreto (R\$/m)	13.74	18.29	28.60	36.30
Aço (R\$/m)	43.29	73.02	91.61	107.58
Fôrmas (R\$/m)	80.07	92.39	115.80	139.21
Custo total (R\$/m)	137.11	183.71	236.01	283.08

Fonte: O Autor (2019).

Gráfico 20 – Custos por metro das vigas otimizadas.



Fonte: O Autor (2019).

Nos resultados apresentados na Tabela 17 e no Gráfico 20, nota-se a tendência de crescimento de todas as parcelas componentes do custo e, conseqüentemente, do custo total com o aumento do comprimento dos vãos. Este resultado pode ser explicado pelo surgimento de esforços internos maiores nas vigas de vãos maiores e, conseqüentemente, necessitando o aumento das dimensões da seção transversal para aumentar a capacidade resistente da viga, além do atendimento às demais restrições, destacando-se, dentre elas, o estado-limite de deformações excessivas. Verifica-se uma excelente aproximação linear, ratificada com  $R^2 = 0.9995$ , da variação do custo total em função do comprimento dos vãos, contudo deve ser ressaltado que neste exemplo o carregamento foi mantido constante, diferentemente do que aconteceria em uma viga ligada a lajes de vãos diferentes.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa dissertação estudou a minimização do custo de vigas contínuas de concreto armado em pórticos planos por meio do método dos Algoritmos Genéticos, seguindo as exigências normativas da NBR 6118 (ABNT, 2014) e critérios construtivos. Foram consideradas variáveis de projeto as dimensões da seção transversal da viga retangular (base e altura) e a resistência característica do concreto à compressão ( $f_{ck}$ ).

O programa foi desenvolvido no ambiente do *software* MATLAB e fez uso de sua ferramenta interna de otimização via Algoritmos Genéticos. A entrada de dados para realização do projeto otimizado foi realizada através de dois arquivos: um proveniente do Ftool com os carregamentos, vinculações e características geométricas do pórtico plano e o outro arquivo de texto com informações complementares (classe de agressividade, diâmetro do vibrador, número de vigas otimizadas, entre outras). Foi utilizada, ainda, a análise matricial de estruturas com a adaptação de um programa desenvolvido no grupo de pesquisa do LECOM.

Buscou-se a minimização do custo das vigas, considerando como uma composição dos custos referentes ao aço, ao concreto, às fôrmas e suas respectivas mãos de obra, conforme a SINAPI (2018). Como consequência da otimização há redução no impacto ambiental provocado pela construção do elemento estrutural, gerada pela economia de matéria prima.

Destaca-se a possibilidade de otimização simultânea das vigas de um pórtico plano com um número limitado de seções transversais distintas informado pelo usuário e, portanto, a obtenção de resultados práticos. Assim, a variabilidade das seções transversais fica sujeita a uma análise do usuário quanto às semelhanças e diferenças entre as vigas, visando conceber um projeto de baixo custo e execução facilitada.

Outra característica do programa que tornou o dimensionamento otimizado mais efetivo foi a utilização de variáveis de projeto discretas. Desta forma, as dimensões da seção transversal e o  $f_{ck}$ , constituintes do espaço de busca durante a otimização, podem possuir valores comerciais, evitando-se processos de aproximação de variáveis contínuas e erros associados no resultado.

As exigências da NBR 6118 (ABNT, 2014) relativas ao estado-limite último, estados-limite de serviço (fissuração e deformações excessivas), exigências construtivas quanto à disposição das barras na seção transversal e armaduras auxiliares como grampos, armadura de pele e construtiva, são consideradas no dimensionamento das vigas pelo programa desta dissertação. Obtém-se, ainda, todos os dados do detalhamento por meio de um arquivo de texto. Desta forma, os resultados de dimensionamento obtidos pelo programa deste trabalho

distanciam-se de um projeto convencional apenas pela ausência do desenho do detalhamento, embora seja possível executá-lo com as informações disponibilizadas.

A eficiência do programa desta dissertação foi avaliada por meio de comparações em um exemplo de otimização presente na literatura, no qual dois autores otimizaram uma viga biapoiada sem e com escalonamento das armaduras longitudinais. Duas comparações foram realizadas:

- a) na primeira análise, sem a consideração de armadura de cisalhamento, de pele e construtiva, apesar das seções transversais obtidas pelos dois autores e nesta pesquisa serem bastante próximas, verificou-se que a consideração do escalonamento das armaduras representou uma redução no custo;
- b) na segunda análise, com a consideração das armaduras suprimidas anteriormente, as seções transversais obtidas foram reduzidas em relação a primeira análise, notando-se a influência das armaduras distribuídas ao longo da altura da viga. Os resultados foram bastante próximos, mas com pequena economia no custo total deste trabalho em relação ao da literatura.

Uma viga de dois vãos pertencente a um pórtico plano foi dimensionada utilizando técnicas convencionais e depois otimizada. Três comparações foram realizadas:

- a) na primeira comparação, realizada entre o resultado do dimensionamento simplificado de viga contínua com o resultado obtido considerando o cálculo dos esforços do pórtico plano (metodologia adotada no programa dessa dissertação) leva a concluir que o cálculo dos esforços do pórtico plano implica em uma armadura negativa nas extremidades da viga superior ao da simplificação de viga contínua. Entretanto, a armadura negativa no apoio intermediário e as armaduras positivas são reduzidas;
- b) na comparação com a viga otimizada pelo programa dessa dissertação mostrou considerável economia em relação a viga dimensionada pelo método convencional e, também, em relação a viga otimizada, considerando a simplificação de viga contínua. Neste caso principalmente devido a redução do momento fletor no apoio intermediário, implicando em uma menor altura da seção transversal;
- c) na última análise deste exemplo destacou a importância do estudo do pórtico por inteiro, uma vez que ao se otimizar todas as suas vigas, exigindo-se as mesmas dimensões entre elas, a seção transversal ótima foi diferente da obtida com a otimização de apenas uma viga, mesmo com todas pertencentes a pavimentos tipo e, conseqüentemente, possuindo características similares. Todavia o custo médio foi semelhante nos dois casos.

A influência das variáveis de projeto na função objetivo foi estudada com o método estatístico DOE. Investigou-se o efeito das dimensões da seção transversal e do  $f_{ck}$ , conforme aumentava-se o comprimento dos vãos em uma viga. Conclui-se que a altura tem o maior efeito sobre o custo total da viga, seguida pela base. Contudo, a influência da altura aumenta à medida que os vãos se tornam maiores. A variação do  $f_{ck}$  influencia, principalmente, nas dimensões da seção transversal ótima, não produzindo, normalmente, significativas alterações no custo total.

Com a otimização das quatro vigas analisadas com o DOE, pode-se verificar que o custo relativo às fôrmas é o mais relevante na composição do custo total, seguido pelo custo relacionado ao aço e por último o relativo ao concreto. Independentemente do tamanho dos vãos, a influência das fôrmas, do aço e do concreto se manteve aproximadamente em uma mesma proporção, com o custo das fôrmas representando em torno de 49% o custo total, o custo do aço por volta de 39% e o custo do concreto em torno de 12%. A exceção foi a viga com menores vãos analisados, 3,0 m, na qual as fôrmas foram ainda mais representativas no custo da viga. Observou-se, ainda, que o custo por metro de comprimento das vigas manteve uma tendência de crescimento conforme se aumentava os vãos, o que pode ser explicado pelo aumento também dos esforços internos.

Nota-se, portanto, que todas as exigências normativas e construtivas atendidas, somadas ao detalhamento fornecido, tornam os resultados muito próximos do esperado em um projeto convencional, mas com as vantagens da otimização, gerando economia, redução do impacto ambiental e evitando métodos convencionais de tentativa e erro. Destaca-se a eficiência dos Algoritmos Genéticos em problemas estruturais, o qual permitiu a convergência das soluções para resultados coerentes com a literatura.

## 6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões para trabalhos futuros, visando a continuidade da pesquisa propõem-se:

- a) Acrescentar outras formas de seção transversal para as vigas;
- b) Incorporar no programa uma rotina para desenhar o detalhamento fornecido em arquivo de texto;
- c) Integrar uma rotina para o dimensionamento dos pilares, permitindo a otimização do pórtico plano por completo;
- d) Incluir outras variáveis de projeto, como a quantidade de pilares e seu posicionamento.

## REFERÊNCIAS

- AKIN, A.; SAKA, M. P. Harmony search algorithm based optimum detailed design of reinforced concrete plane frames subject to ACI 318-05 provisions. **Computers & Structures**, v. 147, p. 79-95, 2015.
- ALEXANDRE, L. J. **Otimização do pré-projeto de vigas de concreto armado utilizando Algoritmos Genéticos**. 2014. 152 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.
- ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. v.1, 4ª ed. Rio Grande: Dunas, 2014a.
- ARAÚJO, J. M. **Curso de concreto armado**. v.2, 4ª ed. Rio Grande: Dunas, 2014b.
- ARAÚJO, J. M. **Projeto estrutural de edifícios de concreto armado**. 3ª ed. Rio Grande: Dunas, 2014c.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2007.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.
- BARROS NETO, B.; SCARMINIO, I. S.; BRUNS, R. E. **Como fazer experimentos: pesquisa e desenvolvimento na ciência e na indústria**. 2ª ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2001.
- BASTOS, E. A. **Otimização de seções retangulares de concreto armados submetidas à flexo-compressão oblíqua utilizando Algoritmos Genéticos**. 2004. 168 f. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2004.
- BASTOS, P. S. S. **Flexão normal simples – vigas**. Bauru: Universidade Estadual Paulista, 2015.
- BEZERRA, L. A. **Emprego de Algoritmos Genéticos para otimização de vigas de concreto armado**. 2017. 121 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil e Ambiental) – PPGECAM, Centro Acadêmico do Agreste, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2017.
- BOX, G. E. P.; HUNTER, J. S.; HUNTER, W. G. **Statistics for experiments: design, innovation and discovery**. 2ª ed. Nova Jersey: John Wiley & Sons, 2005.
- CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 4ª ed. São Carlos: EdUFScar, 2014.
- CASTILHO, V. C. **otimização de componentes de concreto pré-moldado protendidos mediante algoritmos genéticos**. 2003. 181 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2003.

CHAKRABARTY, B. K. Models for optimal design of reinforced concrete beams. **Computers & Structures**, v. 42, n. 3, p. 441-451, 1992.

CHAMBERS, L. D. **The practical handbook of genetic algorithms applications**. 2<sup>a</sup> ed. Chapman and Hall/CRC, 2000.

CLÍMACO, J. C. **Estruturas de concreto armado: fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação**. 1<sup>a</sup> ed. Brasília: Universidade de Brasília, 2005.

COÊLHO, G. A. G. **Otimização de pórticos planos de concreto armado utilizando ajuste de parâmetros e operadores do algoritmo genético**. 2017. 132 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2017.

COÊLHO, G. A. G.; AFONSO, S. M. B.; HOROWITZ, B.; OLIVEIRA, L. C. Dimensionamento ótimo de pórticos planos em concreto armado de acordo com a NBR 6118 (2014). **Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia**, v. 2, n. 17, p. 1-18, 2016.

COELLO, C. C.; HERNÁNDEZ, F. S.; FARRERA, F. A. Optimal design of reinforced concrete beams using genetic algorithms. **Expert Systems With Applications**, v. 12, n. 1, p. 101-108, 1997.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **Model Code 1990**. Londres: Thomas Telford, 1993.

COMITÉ EUROPEU DE NORMALIZAÇÃO. **Eurocódigo 2: projecto de estruturas de betão – parte 1-1: regras gerais e regras para edifícios**. 1995.

COMITÉ EUROPEU DE NORMALIZAÇÃO. **Eurocódigo 2: projecto de estruturas de betão – parte 1-1: regras gerais e regras para edifícios**. 2010.

DARWIN, C. **On the origin of species by means of nature selection, or the preservation of favoured races in the struggle for life**. Londres: John Murray, 1859.

FRAGA, J. L. T.; KRIPKA, M. Projeto estrutural de vigas de concreto armado visando a minimização do impacto ambiental. **Revista de Engenharia e Tecnologia**, v. 7, n. 1, p. 123-131, 2015.

GALDÁMEZ, E. V. C. **Aplicação das técnicas de planejamento e análise de experimentos na melhoria da qualidade de um processo de fabricação de produtos plásticos**. 2002. 133 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

GOLDBERG, D. E. **Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning**. 1<sup>a</sup> ed. Boston: Addison-Wesley Professional Publishing, 1989.

GOVINDARAJ, V.; RAMASAMY, J. V. Optimum detailed design of reinforced concrete continuous beams using genetic algorithms. **Computers & Structures**, v. 84, n. 1-2, p. 34-48, 2005.

HERRERA, F.; LOZANO, M.; VERDEGAY, J. L. Tackling real-coded genetic algorithms: operators and tools for behavioural analysis. **Artificial Intelligence Reviews**, v. 12, n. 4, p. 265-319, 1998.

- HOROWITZ, B. **Notas de aulas sobre otimização estrutural**. 1998.
- KANAGASUNDARAM, S.; KARIHALOO, B. L. Minimum-cost reinforced concrete beams and columns. **Computers & Structures**, v. 41, n. 3, p. 509-518, 1991.
- KWAK, H. G.; KIM, J. Optimum design of reinforced concrete plane frames based on predetermined section database. **Computer-aided Design**, v. 40, p. 396-440, 2007.
- LEE, C.; AHN, J. Flexural design of reinforced concrete frames by genetic algorithm. **Journal of Structural Engineering**, v. 129, n. 6, p. 762-774, 2003.
- LEPS, M.; SEJNOHA, M. New Approach to optimization of reinforced concrete beams. **Computers & Structures**, v. 81, n. 18-19, p. 1957-1966, 2003.
- LIMA, M. L. R. **Otimização topológica e paramétrica de vigas de concreto armado utilizando Algoritmos Genéticos**. 2011. 114 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo. 2011.
- MATHWORKS, **Documentation: genetic algorithm options**, 2019. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/help/gads/genetic-algorithm-options.html#f14223>>. Acesso em: 01 de fevereiro de 2019.
- MEDEIROS, G. F. **Método da busca harmônica aplicado na otimização de seções de pilares retangulares em concreto armado considerando custos econômicos e ambientais**. 2012. 124 f. Dissertação (Mestrado em Infraestrutura e Meio Ambiente) – Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2012.
- MONTGOMERY, D. C. **Desing and analysis of experiments**. 5ª ed. Nova York: John Wiley & Sons, 2001.
- MORSCH, E. **Concrete-steel construction**. Tradução: Goodrich, E. P. New York: The Engineering News Publishing Company, 1910. 367 p.
- NA NATUREZA selvagem. Direção: Sean Penn. [S.I.]: Paramount Vantage, 2007. 1 DVD (148 min). Título original: Into the wild.
- OLIVEIRA, L. C. **Otimização estrutural utilizando o algoritmo evolucionário do enxame de partículas**. 2008. 165 f. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2008.
- OLIVEIRA, L. F. **Otimização multinível de vigas de concreto armado via Algoritmos Genéticos**. 2014. 115 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2014.
- OLIVIERI, B. P. **Otimização do projeto de pontes protendidas pré-moldadas pelo método dos Algoritmos Genéticos**. 2004. 145 f. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia Civil) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.
- PINHEIRO, L. M. Estados-limites de serviço em vigas de concreto armado. In: BUENO, S.; KIMURA, A. (coords). **ABNT NBR 6118: 2014 – Comentários e Exemplos de Aplicação**. São Paulo: Ibracon, 2015. p. 347-354.

PIRES, S. L. **Otimização por Algoritmos Genéticos de pilares esbeltos de concreto armado submetidos à flexão oblíqua.** 2014. 197 f. Tese (Doutorado em Estruturas) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2014.

RODRIGUES, M. C. **Estudo da influência dos parâmetros de injeção de combustível no ruído emitido por motores diesel, fazendo uso do planejamento multivariado de experimentos.** 2011. 112 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2011.

SACOMAN, M. A. R.; CHUERI, L. H. M.; BOTTURA, H. M.; FERRO N. C. P. Otimização de vigas de concreto armado através de programação não linear. In: **Congresso Latino-Americano e Ibérico sobre métodos computacionais para engenharia.** v. A, n. 8, 1987, Brasília. **Anais...** Brasília: CILAMCE, 1987. p. 305-315.

SISTEMA NACIONAL DE PESQUISA DE CUSTOS E ÍNDICES DA CONSTRUÇÃO CIVIL. **Custos de composição sintético.** Recife: SINAPI, outubro, 2018.

SOARES, R. C. **Otimização de seções transversais de concreto armado – aplicação a pavimentos.** 1997. 145 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.

SORIANO, H. L. **Análise de estruturas – formulação matricial e implementação computacional.** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2005.

TORRES, J.V.S. **Otimização de pórticos de concreto armado utilizando o sistema computacional Ansys.** 2001. 179 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2001.