



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

EMERSON RODRIGUES SABINO

**ESTABILIDADE DO OTIMISMO PESSIMISMO: um novo conceito de solução para o
modelo de grafo para resolução de conflito**

Recife

2020

EMERSON RODRIGUES SABINO

ESTABILIDADE DO OTIMISMO PESSIMISMO: um novo conceito de solução para o modelo de grafo para resolução de conflito

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Engenharia de Produção.

Área de Concentração: Pesquisa Operacional

Orientador: Prof. Dr. Leandro Chaves Rêgo

Recife

2020

Catálogo na fonte
Bibliotecária Margareth Malta, CRB-4 / 1198

S116m Sabino, Emerson Rodrigues.
Estabilidade do otimismo pessimismo: um novo conceito de solução para o modelo de grafo para resolução de conflito / Emerson Rodrigues Sabino - 2020.
87 folhas, il., gráfs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Leandro Chaves Rêgo.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2020.
Inclui Referências.

1. Engenharia de Produção. 2. Análise de conflitos. 3. Modelo de grafo para resolução de conflito. 4. Regra de *Hurwicz*. 5. Estabilidade L_h . 6. Estabilidade do otimismo pessimismo. I. Rêgo, Leandro Chaves (Orientador). II. Título.

UFPE

658.5 CDD (22. ed.)

BCTG/2020-121

EMERSON RODRIGUES SABINO

ESTABILIDADE DO OTIMISMO PESSIMISMO: um novo conceito de solução para o modelo
de grafo para resolução de conflito

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Engenharia Engenharia de Produção.

Aprovada em: 18 de Fevereiro de 2020

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Leandro Chaves Rêgo (Orientador)
Universidade Federal do Ceará

Profa. Dra. Máisa Mendonça
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Jorge Machado Damázio
Universidade do Estado do Rio de Janeiro

A minha mãe e ao meu pai por serem as minhas melhores referências de amor, cuidado e perseverança. A minha Tia Ednar por todos os seus ensinamentos e as infinitas formas de demonstração de amor para comigo.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus e a Nossa Senhora Aparecida por estarem sempre me ajudando a superar as dificuldades da jornada da vida e me fazendo perceber que com muita fé, determinação e persistência eu posso alcançar tudo o que sempre sonhei.

Agradeço ao meu pai Cicero e a minha mãe Solange por serem essas pessoas incríveis de muito caráter e humildade, por serem pais educadores e presentes em minha vida. Obrigado a vocês por serem as minhas melhores referências para lutar em busca dos meus sonhos.

A minha Titia Ednar, por ter sido uma pessoa adorável, que para mim, sempre será um símbolo de como devemos ser fortes com as nossas batalhas e de como devemos ser humildes para partilhar e amar a nossa família e os amigos.

A minha namorada Itayna Mônica por todo o seu amor, carinho, dedicação e cuidado comigo. Obrigado por fazer os meus dias mais felizes.

Ao meu orientador, Professor Dr. Leandro Chaves Rêgo, por todo o conhecimento compartilhado, pelas conversas esclarecedoras, por todo esforço e dedicação para me apoiar durante a pesquisa. Muito obrigado por acreditar no meu potencial. Que Deus esteja sempre contigo.

As novas amizades construídas, Nádia, Rosmery, Carina, Daniela, Augusto, Daniel e Rafael Velôzo, pelo apoio e pelas boas conversas ao longo do mestrado.

A CAPES pelo apoio financeiro para o desenvolvimento dessa pesquisa.

RESUMO

O principal objetivo dessa pesquisa é propor um novo critério de estabilidade para o modelo de grafo para resolução de conflitos (GMCR). Os conflitos estratégicos são situações onde as partes envolvidas, chamadas de tomadores de decisão (TDs), precisam tomar decisões. Essas ações determinam a evolução do conflito para possíveis cenários, conhecidos também como estados do conflito. A permanência em um estado ou mudança para um outro estado está associada tanto a forma como o TD valoriza um certo estado, ou seja, a sua preferência entre estados, como a forma que ele antecipa os movimentos de reações futuras dos demais TDs. Mas nos conflitos reais um TD muitas vezes não conhece a estrutura de preferência dos seus oponentes. Portanto, a estabilidade do Otimismo Pessimismo para horizonte h variável ($\alpha_i - Opt_h$) proposta nesse estudo permite investigar o comportamento de um TD que desconhece as informações sobre as preferências dos seus oponentes com capacidade de analisar o conflito alguns passos à frente. O novo conceito de solução é baseado na estabilidade de movimento limitado no horizonte h , (L_h). Este critério busca antecipar os estados finais de um conflito considerando que um TD pode permanecer no estado atual ou mover para um estado seguinte, caso seja vantajoso para ele. O número máximo de decisões desse tipo que podem ser tomadas ao longo do conflito é denominado de horizonte ou comprimento do conflito (h). No entanto, sabe-se que em conflitos reais um TD não conhece todas as informações sobre os seus oponentes, em particular sobre as preferências destes, e isso dificulta a análise de suas possíveis reações. Por esse motivo a regra de *Hurwicz* foi escolhida para investigar o comportamento dos TDs nesse cenário. Segundo essa regra, o TD i em uma situação de incerteza deve ponderar os resultados que podem ser alcançados no melhor e o pior cenário do conflito de acordo com o seu grau de otimismo (α_i) e usar essa informação para tomar sua decisão. Dessa forma a estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ permite analisar conflitos com dois ou múltiplos TDs que não possuem conhecimento sobre as preferências dos seus oponentes. Esta noção é fundamentada na observação do comportamento dos TDs considerando suas capacidades de previsão e análise do risco. Para tornar o estudo mais robusto será estabelecido as relações da estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ com os diferentes horizontes aos quais o conflito pode alcançar, com os diferentes perfis dos TDs, como também a relação do novo critério de estabilidade com os outros conceitos de solução presentes na literatura do GMCR.

Palavras-chave: Análise de conflitos. Modelo de grafo para resolução de conflito. Regra de *Hurwicz*. Estabilidade L_h . Estabilidade do otimismo pessimismo.

ABSTRACT

The main objective of this research is to propose a new stability criterion for the graph model for conflict resolution (GMCR). Strategic conflicts involve situations where the parties involved, called decision makers (DMs), need to make decisions. These actions determine the evolution of the conflict for possible scenarios, also known as conflict states. The permanence in a state or a change to another state is associated both with the way the DM values a certain state, that is, his preference over states, and with the way he anticipates the future reaction movements of the other DMs. But in real conflicts, a DM often does not know the preference structure of his opponents. Therefore, the Optimism Pessimism stability for variable horizon h ($\alpha_i - Opt_h$) proposed in this study allows investigating the behavior of a DM who does not know the information about his opponents' preferences with the ability to analyze the conflict a few steps ahead. The new solution concept was inspired by the notion of limited move stability with horizon h (L_h). This criterion seeks to anticipate the final state of the conflict considering that a DM, when evaluating its possible movements, can remain in the current state or move to the next state, if it is advantageous for him. The maximum number of such decisions that can be made during the conflict is called the horizon or length of the conflict (h). However, it is known that in real conflicts a DM does not know all the information about his opponents, in particular about their preferences, and this makes it difficult to analyze their possible reactions. For this reason, Hurwicz's rule was chosen to investigate the behavior of DMs in this scenario. According to this rule, when DM i is in an uncertain situation he must weigh the results that can be achieved in the best and worst conflict scenarios according to his degree of optimism (α_i) and use that information to make his decision. In this way, the $\alpha_i - Opt_h$ stability allows analyzing conflicts with two or more DMs who have no knowledge about their opponents' preferences. This notion is based on the observation of DMs' behavior considering their ability to predict and analyze the risk. In order to make the study more robust, the relations of stability $\alpha_i - Opt_h$ will be established with the different horizons of the conflict, with the different profiles of the DMs, as well as the relationship of the new stability criterion with other solution concepts present in the GMCR literature.

Keywords: Conflict analysis. Graph model for conflict resolution. Hurwicz criterion. L_h stability. Optimism pessimist stability.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Processo da construção da pesquisa	18
Figura 2 – Ilustrações de grafos para conflitos	23
Figura 3 – Principais etapas do GMCR para resolução de conflitos	26
Figura 4 – Conflito na forma de grafo: (a) TD i ; (b) TD j	45
Figura 5 – Análise da estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ do estado s para o TD i	47
Figura 6 – Análise de sensibilidade do conflito exemplo	50
Figura 7 – Relação da estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ com outros conceitos de solução	57
Figura 8 – Relações entre a estabilidade $1 - Opt_h$ em diferentes horizontes h	60
Figura 9 – Grafo do conflito de seleção de tecnologia	62
Figura 10 – Grafo do conflito do lago Gisborne	76

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Aplicações do GMCR em diferentes áreas	22
Tabela 2 – Aspectos dos conceitos de solução do GMCR	25
Tabela 3 – Lucro dos investimentos sob as condições econômicas	32
Tabela 4 – Resolução do exemplo pela regra do otimismo-pessimismo	33
Tabela 5 – Estados viáveis do conflito de seleção de tecnologia	62
Tabela 6 – Estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ da fase de intuição do conflito de seleção de tecnologia	64
Tabela 7 – Estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ da fase de emoção do conflito de seleção de tecnologia	65
Tabela 8 – Estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ da fase de Pequena Escala de Racionalidade do conflito de seleção de tecnologia	66
Tabela 9 – Estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ da fase de Larga Escala de Racionalidade do conflito de seleção de tecnologia	67
Tabela 10 – Estados viáveis do conflito do Lago Gisborne	76
Tabela 11 – Preferências dos TDs no conflito do lago Gisborne	77
Tabela 12 – Análise da estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ do conflito do lago Gisborne sob a perspectiva financeira	78
Tabela 13 – Análise da estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ do conflito do lago Gisborne sob a perspectiva ambiental	79
Tabela 14 – Características dos critérios de estabilidade GMCR	82

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

L_h	Estabilidade de movimento limitado no horizonte h
$\alpha_i - Opt_h$	Estabilidade do Otimismo Pessimismo no horizonte h
GMCR	Modelo de Grafo para Resolução de Conflito
GMR	Metarracionalidade Geral
NASH	Estabilidade de Nash
SEQ	Estabilidade Sequencial
SMR	Metarracionalidade Simétrica
SSEQ	Estabilidade Sequencial Simétrica
TD	Tomador de Decisão

LISTA DE SÍMBOLOS

h	Horizonte do conflito
N	Conjunto de tomadores de decisão
H	Um subconjunto de N , ou uma coalizão
S	Conjunto de estados
D_i	Grafo direcionado do TD i
A_i	Conjunto de arcos direcionados do TD i
\succ_i	Relação de preferência estrita para o TD i
$R_i(s)$	Lista dos estados acessíveis do TD i a partir do estado s
$R_i^+(s)$	Lista dos estados acessíveis e preferíveis do TD i a partir do estado s
$G_h^i(i, s)$	O estado antecipado pelo TD i no horizonte h
α_i	Grau de otimismo do TD i
$A_h^{i, \alpha_i}(i, s)$	<i>Payoff</i> antecipado pelo TD i α_i otimista no horizonte h
S_i^{h, α_i}	Conjunto dos estados que são $\alpha_i - Opt_h$ estáveis para o TD i
$R_H(s)$	Lista dos estados acessíveis pelos TDs em H a partir do estado s
$\omega_H(s, s_1)$	Conjunto dos últimos TDs que moveram legalmente do s para s_1

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	JUSTIFICATIVA	17
1.2	OBJETIVOS	17
1.2.1	Objetivo geral	17
1.2.2	Objetivos específicos	17
1.3	METODOLOGIA	18
1.3.1	Suporte computacional	19
1.4	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	19
2	REFERENCIAL TEÓRICO E REVISÃO DE LITERATURA	20
2.1	REFERENCIAL TEÓRICO	20
2.1.1	Aspectos do GMCR	21
2.1.2	Modelo de Grafo para Resolução de Conflitos	24
2.1.3	Análise da estabilidade nos conflitos	27
2.1.3.1	Estabilidade de Nash	27
2.1.3.2	Metarracionalidade Geral	27
2.1.3.3	Metarracionalidade Simétrica	28
2.1.3.4	Estabilidade Sequencial	28
2.1.3.5	Estabilidade Sequencial Simétrica	28
2.1.3.6	Estabilidade de Movimento Limitado	29
2.1.3.7	Estabilidade $Maximin_h$	30
2.1.4	As regras de decisão	31
2.1.4.1	A regra do Otimismo Pessimismo	32
2.2	REVISÃO DE LITERATURA DO GMCR	35
3	ESTABILIDADE DO OTIMISMO PESSIMISMO PARA CONFLITOS BILATERAIS	42
3.1	ESTABILIDADE DO OTIMISMO-PESSIMISMO PARA CONFLITOS COM DOIS TDS	42
3.2	O EFEITO DA VARIAÇÃO DE α_i NA ESTABILIDADE $\alpha_i - Opt_h$	50
3.3	RELAÇÃO ENTRE A ESTABILIDADE $\alpha_i - Opt_h$ COM OUTROS CONCEITOS DE SOLUÇÃO DO GMCR	53

3.4	RELAÇÃO ENTRE A ESTABILIDADE $\alpha_i - Opt_h$ COM DIFERENTES HORIZONTE h	57
3.5	APLICAÇÃO	60
4	ESTABILIDADE DO OTIMISMO PESSIMISMO PARA CONFLITOS MULTILATERAIS	69
4.1	ESTABILIDADE DO OTIMISMO-PESSIMISMO PARA CONFLITOS COM N -TDS	69
4.2	EFEITO DA VARIAÇÃO DE α_i NA ESTABILIDADE $\alpha_i - Opt_h$ PARA N -TDS	72
4.3	RELAÇÃO ENTRE A ESTABILIDADE $\alpha_i - Opt_h$ COM OS OUTROS CONCEITOS DE SOLUÇÃO NO GMCR EM CONFLITOS MULTILATERAIS	72
4.4	RELAÇÃO ENTRE A ESTABILIDADE $\alpha_i - Opt_h$ COM DIFERENTES HORIZONTE h PARA N -TDS	74
4.5	APLICAÇÃO	75
5	CONCLUSÃO	80
5.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	83
	REFERÊNCIAS	84

1 INTRODUÇÃO

O processo de tomada de decisão está presente rotineiramente na vida dos indivíduos e nas organizações de uma sociedade. Este processo ocorre desde uma situação simples como a escolha de um novo *smartphone* em uma loja de eletroeletrônicos até as decisões complexas que uma organização de escala internacional precisa fazer. As consequências de uma determinada escolha afetam não somente o próprio Tomador de Decisão (TD), mas também pode afetar outras pessoas e/ou o ambiente em que exista uma relação direta ou indireta com essa ação.

Sendo assim, as situações de tomada de decisão envolvem a participação de diferentes TDs (pessoas, organizações, grupos, países, etc) os quais estão interessados em alcançar os seus objetivos. Na perspectiva de Almeida *et al.* (2012), os TDs podem ter objetivos iguais, mas existir desconhecimento pelos TDs, objetivos distintos, mas que se completam em uma causa maior, objetivos distintos, mas não conflitantes ou objetivos totalmente conflitantes. Portanto, uma situação de conflito surge quando os tomadores de decisão possuem objetivos que se diferem ou, segundo Silva *et al.* (2017), quando estes estão em busca de alcançar seus próprios interesses.

Os conflitos estratégicos são comuns nas situações em que envolvem mais de um indivíduo, grupos de indivíduos ou organizações institucionais, em que as partes envolvidas possuem múltiplos objetivos e a interação entre os tomadores de decisão pode ser observada pelas ações individualmente escolhidas por cada TD (BASHAR; KILGOUR; HIPEL, 2012).

Para resolver uma situação de disputa, os tomadores de decisão precisam compreender o problema da melhor forma possível, com a quantidade de informação necessária e por diferentes perspectivas, para que decisões mais eficientes sejam tomadas e os melhores resultados sejam alcançados. Sendo assim, o estudo dos conflitos estratégicos busca avaliar as situações reais formalizando matematicamente uma disputa.

Para que isso aconteça, algumas áreas de estudo fornecem recursos para uma melhor tomada de decisão. Nessa perspectiva, destaca-se a área da teoria dos jogos, a qual é uma ciência matemática que trabalha com a modelagem da interação estratégica de indivíduos nas situações de conflito para encontrar soluções ótimas para as partes envolvidas. Além disso, a análise de *metagames*, a análise de conflitos e a teoria do drama são outras áreas designadas da teoria dos jogos que concentram esforços para estudar as situações conflitantes. Entretanto, diante da percepção de certas limitações nessas metodologias, em 1993 os autores Fang, Hipel e Kilgour uniram conceitos da teoria dos jogos com a teoria dos grafos para criar o Modelo de Grafo para Resolução de Conflito (GMCR), considerada uma ferramenta flexível para análise de problemas

de decisão em situações conflitantes.

No GMCR as soluções de um problema de decisão são determinadas a partir da análise da estabilidade dos estados do conflito. A análise dos cenários de uma disputa é feita por um conjunto de ferramentas, chamadas de conceitos de solução, os quais refletem o pensamento dos TDs em termos de visão e percepção de risco (HE; HIPEL; KILGOUR, 2017). Isso significa que o modelo analisa qual a combinação de escolhas dos TDs que melhor satisfazem aos interesses dos mesmos de modo que nenhum tenha incentivo a buscar um resultado diferente do atual movendo o conflito para um outro estado a partir de uma mudança de estratégia. Sendo assim, um estado é dito estável para um TD quando não é vantajoso para este mover o conflito para um outro estado. Quando o estado é estável para todos os TDs, esse estado passa a ser chamado de equilíbrio e é considerado uma possível resolução para o conflito.

Em resumo, os diferentes conceitos de estabilidade modelam os diferentes comportamentos dos TDs que variam de acordo como são analisadas as suas reações e contrarreações permitidas durante o conflito. No modelo em discussão os principais critérios utilizados para determinar os possíveis equilíbrios do conflito são a Estabilidade de Nash (NASH) (NASH, 1950), Metarracionalidade Geral (GMR) (HOWARD, 1971), Metarracionalidade Simétrica (SMR) (FRASER; HIPEL, 1979), Estabilidade Sequencial (SEQ) (FRASER; HIPEL, 1979), Estabilidade Sequencial Simétrica (SSEQ) (RÊGO; VIEIRA, 2017b), Estabilidade de movimento limitado no horizonte h (L_h) (KILGOUR, 1985; KILGOUR; HIPEL; FANG, 1987) e a estabilidade $Maximin_h$ (RÊGO; VIEIRA, 2019).

Se o TD está em um estado estável segundo a estabilidade de Nash, é por que não é vantajoso para o TD mover para outro estado. Na estabilidade GMR, o TD prevê uma possível retaliação para cada uma de suas melhorias pelo seu oponente e conservadoramente prefere não se mover para outro estado. Segundo a estabilidade SMR, o TD avalia seus possíveis movimentos de melhoria e as reações do seu oponente, mas considera também suas próprias contrarreações. Em um estado SMR estável, o TD não consegue escapar das possíveis retaliações do oponente e, portanto, prefere não se mover para outro estado. Segundo a estabilidade SEQ, as melhorias do TD são bloqueadas por movimentos que beneficiam o oponente. Já na estabilidade SSEQ, as reações do oponente são vantajosas para ele e não há estado melhor para o TD que o estado inicial considerando as suas possíveis contrarreações.

Na estabilidade L_h , os movimentos dos TDs são feitos em seus próprios interesses considerando um horizonte variável para futuros movimentos. Visto isso, o TD antecipa em h passos

o estado final do conflito considerando alcançar os estados mais preferidos por uma mudança nas suas ações. A análise do conflito feita sob a estabilidade L_h exige que as preferências dos tomadores de decisão seja uma informação de conhecimento comum (KILGOUR; HIPEL; FANG, 1987). Contudo, em muitas situações de conflitos reais esse tipo de informação não está ao alcance dos TDs (RÊGO; VIEIRA, 2019), sendo importante uso de ferramentas alternativas que fomentem a tomada de decisão nesses casos.

Os critérios de decisão permitem que os TD façam suas escolhas racionais em um ambiente rodeado de riscos e incertezas (DENOEU, 2019). Segundo Taylor (2013) as regras *Maximin*, *Maximax*, Arrependimento *Minimax*, o *Hurwicz* e *Laplace* são destacadas como as principais diretrizes de decisão na literatura da teoria da decisão para estudo nas situações onde os acontecimentos são incertos.

A tomada de decisão nas situações de incerteza, foi a motivação para um estudo proposto na literatura do GMCR por Rêgo e Vieira (2019), conhecido como a estabilidade $Maximin_h$. O modelo apresentado agrega os fundamentos do conceito de estabilidade de movimento limitado L_h (KILGOUR; HIPEL; FANG, 1987) com a regra de decisão Maximin (NEUMANN; MORGENSTERN, 2007). O objetivo desse conceito de solução é modelar o comportamento dos TDs quando não existe o conhecimento das preferências pelos indivíduos envolvidos em um conflito e com flexibilidade de analisar a situação em h movimentos futuros.

Para demonstrar isso, a ideia da estabilidade $Maximin_h$ é que o TD escolherá suas ações para alcançar o melhor entre os piores cenários de conflito. Para cada alternativa de escolha, o TD antecipa que os piores cenários irão acontecer, e de todos os piores o melhor cenário deverá ser selecionado. Esse conceito de solução é pessimista e conservador, pois admite o TD com uma postura extrema e inflexível sobre uma situação de conflito.

No entanto, nem sempre os TDs são totalmente cautelosos ao avaliar uma situação, podendo este se comportar com um grau moderado de aceitação dos riscos (GASPARS-WIELOCH, 2018). Nesse contexto, a regra do otimismo-pessimismo, ou critério de *Hurwicz* (HURWICZ, 1951) pode ser aplicada, e para isso, usa o parâmetro α para medir o grau de otimismo do TD, ou seja, indica o perfil comportamental do TD com relação ao risco. O grau de otimismo pode variar de zero a um, indicando que o comportamento do TD pode estar entre as posturas totalmente conservadora e extremamente audaciosas, respectivamente. Por fim, essa regra de decisão busca estabelecer uma média ponderada entre o melhor e o pior cenário do conflito sendo a alternativa selecionada aquela que proporcionar maior benefício para o TD.

1.1 JUSTIFICATIVA

A partir da investigação na literatura foi possível identificar dois pontos principais que justificam o desenvolvimento desta pesquisa. Sabe-se que limitações da cognição humana, incerteza e imprecisão das informações e a complexidade dos conflitos são fatores que levam os TDs a terem dificuldade de alcançar as informações sobre as preferências dos oponentes (RÊGO; SANTOS, 2018; KUANG *et al.*, 2015; BASHAR *et al.*, 2016). Portanto, encontrar uma resposta em meio a ausência de informação sobre as características do conflito representa uma contribuição significativa para estender a análise dos problemas de decisão com a ferramenta GMCR.

O segundo ponto motivador dessa pesquisa parte do critério de estabilidade $Maximin_h$ proposto por Rêgo e Vieira (2019). Nesse trabalho os autores consideram os tomadores de decisão com uma postura extremamente conservadora diante de uma disputa estratégica, visto que os TDs fazem suas melhores escolhas no pior cenário que o conflito pode alcançar. Em consequência disso, desperta-se o interesse para os casos em que os TDs sejam mais flexíveis, no sentido de possuírem um certo grau de otimismo ao escolher uma alternativa em um problema de decisão. Sendo assim, um critério de estabilidade que incorpore essas características contribuirá para a análise da estabilidade do GMCR, na medida em que o conceito será útil para modelar o comportamento de TDs que apresentem uma postura moderadamente otimista ao avaliar os possíveis cenários do conflito.

1.2 OBJETIVOS

Nessa seção, são apresentados os objetivos geral e específicos dessa dissertação.

1.2.1 Objetivo geral

O principal objetivo dessa pesquisa é propor um novo conceito de estabilidade para o Modelo de Grafo para Resolução de Conflito (GMCR) de acordo com os fundamentos da regra de decisão do otimismo-pessimismo.

1.2.2 Objetivos específicos

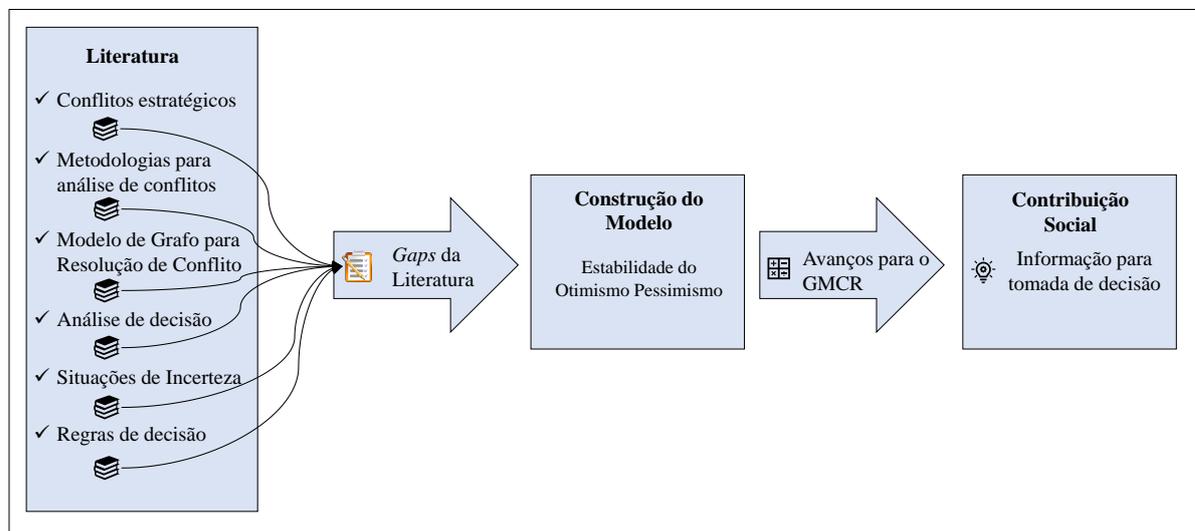
Para subsidiar o propósito geral, definiu-se os seguintes objetivos específicos:

- Compreender a metodologia e os avanços das literaturas do Modelo de Grafos para Resolução de Conflitos e da regra de decisão de *Hurwicz*;
- Desenvolver o critério de estabilidade do Otimismo-Pessimismo para o GMCR a partir da regra de *Hurwicz*;
- Estabelecer as relações entre o novo critério de estabilidade com os existentes na literatura;
- Apresentar aplicações para ilustrar o conceito de solução proposto;
- Analisar os resultados obtidos.

1.3 METODOLOGIA

Os procedimentos metodológicos de uma pesquisa podem ser enquadrados no nível exploratório, descritivo e explicativo (GIL, 2008). O perfil desse estudo está de acordo com a classificação exploratória quando propõe de maneira inovadora a incorporação de um novo perfil de Tomador de Decisão (TD) para criar um novo conceito de solução para o Modelo de Grafos para Resolução de Conflito (GMCR).

Figura 1 – Processo da construção da pesquisa



Fonte: O Autor (2020).

A proposta desse estudo deve acontecer conforme o esquema descrito na Figura 1. Primeiro será explorado a literatura sobre as discussões relevantes dos temas predominantes para essa pesquisa nas fontes científicas cujos artigos estejam sendo publicados. O segundo momento da pesquisa é o desenvolvimento do modelo, a partir da adequação do critério de *Hurwicz* na criação do conceito de solução do Otimismo Pessimismo. Por fim, o novo conceito de solução será

validado por meio de conflitos estratégicos anteriormente definidos na literatura com posterior avaliação da funcionalidade do novo conceito de solução em termos de adequação as situações, como também dos resultados gerados pelo modelo.

1.3.1 Suporte computacional

O editor de texto usado para redigir esta pesquisa foi o LaTeX. Desenvolvido inicialmente por volta de 1980 por Donald E. Knuth, o sistema consiste em um pacote de macros TeX para o processamento de textos baseados em um conjunto de instruções e comandos tipográficos (KORGI, 2003). A sua principal utilização é na criação de textos matemáticos e científicos, e por isso foi adotado como um recurso para a construção dessa dissertação.

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este projeto está estruturado em cinco capítulos, incluindo este, onde foram apresentados os aspectos gerais desse estudo. No capítulo 2 apresenta-se o referencial teórico recapitulando os principais conceitos teóricos para a construção dessa pesquisa. Nesse capítulo também revisamos a literatura do Modelo de Grafo para Resolução de Conflito (GMCR), expondo os principais avanços promovidos para a metodologia assim como as aplicações do GMCR na resolução de conflitos reais. No capítulo 3 o conceito da Estabilidade do Otimismo Pessimismo para horizonte variável h é introduzido para conflitos que compreendem dois TDs. Além disso, serão apresentadas as definições, as relações com diferentes graus de otimismo e horizontes do conflito, como também a afinidade do novo critério de estabilidade com outros conceitos de solução presentes do modelo GMCR. No capítulo 4 a Estabilidade do Otimismo Pessimismo será generalizada para os casos envolvendo n -TDs. Nesses dois capítulos serão dedicados também a exposição de conflitos reais, com dois e n -TDs, respectivamente, para a demonstração do novo conceito de solução proposto. Finalmente, no capítulo 5 serão relatadas as principais conclusões sobre esse estudo como também será deixado um *gap* para o desenvolvimento de pesquisas futuras.

2 REFERENCIAL TEÓRICO E REVISÃO DE LITERATURA

Esta capítulo objetiva apresentar o referencial teórico do modelo de grafo para resolução de conflito e das regras de decisão sobre situações de incerteza. Além disso, é feito também uma revisão de literatura para captar os avanços metodológicos na literatura do principal modelo de análise de conflito dessa pesquisa.

2.1 REFERENCIAL TEÓRICO

Os conflitos surgem nas situações onde dois ou mais atores, chamados aqui de tomadores de decisão (TDs), podem fazer suas escolhas interagindo entre si. Isso é consequência dos múltiplos TDs possuírem múltiplos objetivos, sendo, portanto, a mudança de estratégias uma forma de competição dos atores para alcançar as suas metas (GARCIA; OBEIDI; HIPEL, 2018). Os autores ainda citam que as ações militares de um país, as negociações comerciais, as disputas ambientais ou até mesmo a gestão de recursos, são exemplos de situações promissoras ao surgimento de um conflito.

Uma característica essencial para o estabelecimento de um conflito é existir diferença entre opiniões, ou seja, os tomadores de decisão terem julgamentos distintos sobre uma determinada situação. Uma negociação do tipo distributiva é um exemplo onde as partes envolvidas possuem objetivos distintos e por isso cada TD busca um resultado diferente (ALMEIDA *et al.*, 2012). Por esse motivo é que surge o ambiente com TDs com interesses conflitantes.

Um conflito social possui um conjunto de características que estão relacionadas com o número de TDs, com as suas relações de preferência, com os fatores comportamentais do TD (por exemplo, a capacidade de previsão e as emoções), com os possíveis movimentos ou contra movimentos feitos pelos TDs e com a possibilidade destes formarem uma coalizão (XU *et al.*, 2018).

Diante da gama de fatores que são associados a um conflito, é importante que existam ferramentas fomentadoras para os TDs avaliarem uma situação com um maior nível de informação e que contribua para uma escolha mais justa e correta no conflito. Em decisão em grupo e negociação, existem alguns métodos de estruturação de problemas (por exemplo, o *Value Focused Thinking*, VFT, o *Strategic Options Development and Analysis*, SODA, e o *Soft Systems Methodology*, SSM) que fornecem ao TD um conjunto de ferramentas, além da possibilidade de integrar a participação de um facilitador para encontrar uma solução ou um conjunto de soluções

de compromisso em problemas complexos (ALMEIDA *et al.*, 2012).

De acordo com He, Kilgour e Hipel (2017), várias metodologias têm sido desenvolvidas na literatura para a análise de conflitos como a Teoria dos Jogos (NEUMANN; MORGENSTERN, 1944), análise de *Metagames* (HOWARD, 1971), a Análise de Conflitos (FRASER; HIPEL, 1979), a Teoria do Drama (FRASER; HIPEL, 1979) e o Modelo de Grafo para a Resolução de Conflito (GMCR) (FANG; HIPEL; KILGOUR, 1993).

O Modelo de Grafo para Resolução de Conflito é uma metodologia que possibilita a modelagem do comportamento dos indivíduos e permite encontrar uma solução que melhor se adéqua aos interesses conflitantes e, por esse motivo, tem sido bastante utilizada na literatura (DAMÁZIO; MALTA; MAGALHÃES, 2000; WANG *et al.*, 2017; YIN; YU; LI, 2017; RÊGO; SANTOS, 2018; SILVA *et al.*, 2019; WU; XU; KILGOUR, 2019).

O GMCR tem se destacado como uma ferramenta flexível para análise de conflitos estratégicos (KILGOUR; HIPEL, 2005; SILVA *et al.*, 2017). Isso pode ser verificado a partir da aplicação do modelo para análise de problemas em diferente situações. A Tabela 1 apresenta uma síntese da aplicabilidade do GMCR como ferramenta de análise do conflito em diferentes contextos.

Na próxima seção serão apresentadas maiores informações sobre a metodologia de resolução de conflitos GMCR.

2.1.1 Aspectos do GMCR

No GMCR, um conflito estratégico é representado por um conjunto de grafos direcionados, sendo definido um grafo direcionado para cada um dos TDs. Os vértices dos grafos são comuns a todos os TDs e representam os estados (possíveis cenários) de um conflito. Os arcos de um grafo representam como o TD associado aquele grafo pode alterar o conflito de um estado para outro através de uma mudança em suas ações.

Uma vantagem do GMCR destacada na literatura é a possibilidade de movimentos irreversíveis, ou seja, o TD pode realizar um movimento unilateral do estado s_1 para o estado s_2 , por exemplo, mas o contrário não é possível. O modelo permite também representar movimentos comuns nos quais mais de um TD podem fazer para o conflito avançar de um estado para outro. Essas são características importantes da modelagem de conflitos no GMCR, as quais a representação por outros modelos de análise de conflito fica impossibilitada devido a uma limitação estrutural dos mesmos (HIPEL; KILGOUR; FANG, 2011).

Tabela 1 – Aplicações do GMCR em diferentes áreas

Autores	Objetivo	Contribuição
He, Hipel, e Kilgour, 2017	Analisar a competição de vendas entre a Airbus e a Boeing nos mercados de aeronaves de fuselagem larga e estreita empregando a metodologia do modelo gráfico hierárquico na região Ásia-Pacífico	Os fabricantes de sucesso devem atender as diversificadas demandas, mantendo equilíbrio entre as aeronaves de fuselagem larga e estreita e as aeronaves mais vendida devem apresentar desempenho confiável, alta eficiência e disponibilidade contínua de atualização
He, Kilgour e Hipel, 2017	Propor o modelo de grafo hierárquico geral e ilustra-lo com uma aplicação para analisar a disputa de emissão de gases de efeito estufa entre EUA e China	Os resultados da estabilidade sugerem possíveis soluções estratégicas de disputas bilaterais e como as partes poderão aderir ao acordo sobre o combate às mudanças climáticas
Silva, Kilgour, Hipel, Hon e Costa, 2017	Elaborar uma proposta de ranqueamento de estados, baseada em uma abordagem envolvendo múltiplos critérios dentro do modelo de grafo para resolução de conflito para o desenvolvimento de um novo projeto urbano	O modelo permitiu a incorporação de incertezas de uma forma vantajosa facilitando o processo de modelagem e análise do problema como também levou a novos <i>insights</i> sobre planejamento urbano em nível estratégico permitindo interações geradoras de decisões mais justas
Philpot, Hipel e Johnson, 2016	Aplicar o modelo de grafo para resolução de conflito para busca de soluções na disputa entre Nevada e Utah sobre questões relacionadas a alocação das águas subterrâneas do Snake Valley, Canadá	Os resultados mostraram que somente a partir de mudanças nas preferências e nas estratégias dos TDs ou com a inclusão de uma nova parte, o conflito poderá ser solucionado
Li, Hipel, Kilgour e Noates, 2005	Propor um algoritmo para analisar o status quo do conflito da agricultura do Salmão no caso dos TDs estarão incertos sobre suas preferências dentro da ferramenta computacional GMCR II	A análise do conflito permitiu entender a alcançabilidade dos estados e o papel do TD na transferência do status quo, informação esta não passível de alcançar na abordagem tradicional do GMCR

Fonte: O Autor (2020).

O GMCR busca investigar o comportamento dos indivíduos para encontrar uma resolução para os conflitos. Uma solução será considerada estável para um TD se este não tiver incentivo a querer mudar de estratégia por não haver vantagem em mover o conflito para um outro estado diferente do atual. Quando o estado é estável para todos os TDs existe um equilíbrio e uma possível solução para o conflito (FANG; HIPEL; KILGOUR, 1993; XU *et al.*, 2018).

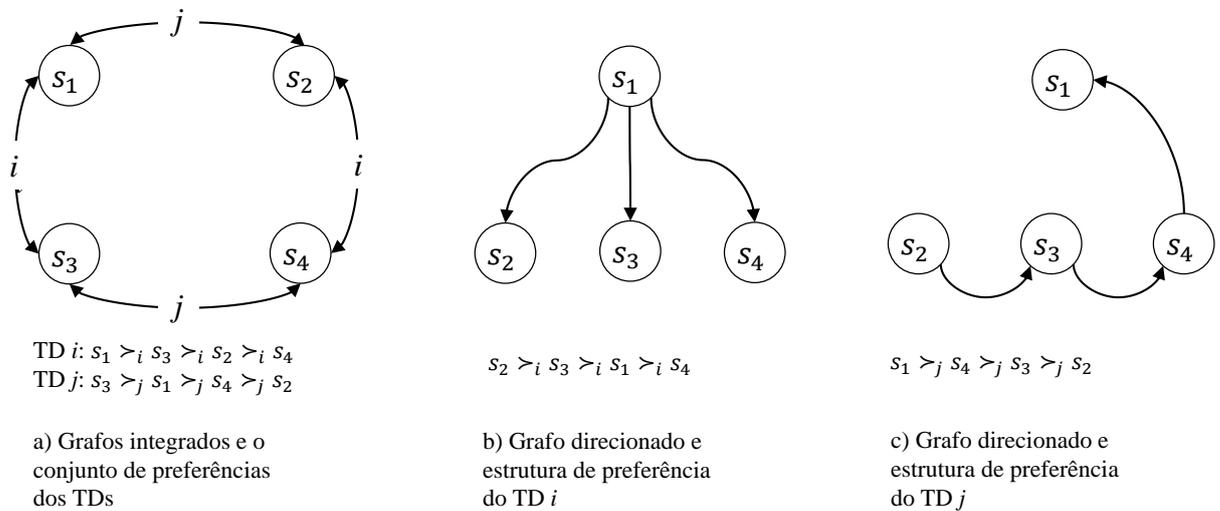
É importante entender que quando um TD faz uma escolha, o conflito avança, e no GMCR isso é entendido como uma mudança de estado. Entretanto, existem estados que podem ou não

ser alcançáveis, ou seja, nem sempre o TD poderá mover o conflito de um estado para outro (KILGOUR; HIPEL; FANG, 1987).

Além das possíveis mudanças de estado que os TDs podem realizar, existe uma estrutura de preferências sobre os estados que justificam tais mudanças (HIPEL; KILGOUR; FANG, 2011). No GMCR, as preferências de um TD são expressas por uma relação de preferência binária assimétrica e irreflexiva sobre S , denotada por \succ_i , onde $s_1 \succ_i s_2$ indica que o TD i prefere estritamente o estado s_1 ao estado s_2 . Na maioria dos casos, a preferência estrita \succ_i é transitiva, embora em alguns caso ela possa ser intransitiva (XU *et al.*, 2018). A partir de \succ_i , pode-se derivar duas outras relações em S : a preferência fraca (\succeq_i) e a indiferença (\sim_i). Define-se $s_1 \succeq_i s_2$ se $s_2 \not\succeq_i s_1$, indicando que s_1 é fracamente preferível a s_2 para o TD i , e $s_1 \sim_i s_2$ se $s_2 \not\succeq_i s_1$ e $s_1 \not\succeq_i s_2$, indicando que o TD i é indiferente entre os estados s_1 e s_2 .

Para tornar mais perceptível como o GMCR organiza esquematicamente uma situação de conflito, a Figura 2 apresenta resumidamente duas situações distintas que empregaram essa metodologia.

Figura 2 – Ilustrações de grafos para conflitos



Fonte: Adaptado de Xu *et al.* (2018).

A Figura 2.a ilustra um grafo direcionado integrado e logo abaixo as preferências relativas dos TDs sobre os estados do conflito. Para cada um dos TDs, os movimentos unilaterais, por um único passo, são representados pelos arcos. A seta indica qual a direção do movimento entre dois cenários do conflito. Por exemplo, o TD j controla os movimentos de ida e volta entre os estados s_1 e s_2 , exatamente como indicam as setas entre os dois estados. Por último, as Figuras 2.b e 2.c exemplificam modelos de grafos que não podem ser representados por um jogo em forma normal,

por haverem movimentos irreversíveis (XU *et al.*, 2018).

Na próxima seção será apresentado a formalização matemática e os principais recursos utilizados pelo GMCR para a análise de conflitos.

2.1.2 Modelo de Grafo para Resolução de Conflitos

O GMCR estrutura um conflito estratégico por um conjunto de TDs envolvidos, $N = \{1, 2, \dots, n\}$, um conjunto de estados $S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$ e uma coleção de grafos direcionados $D_i = \{S, A_i\}$, onde os vértices S representam os estados do conflito e $A_i \subseteq S \times S$ é o conjunto de arcos direcionados que representa os movimentos que um TD pode realizar para provocar uma mudança de estado no conflito. Além disso, para cada TD $i \in N$, existe uma relação de preferência binária \succ_i sobre o conjunto de estados S (FANG; HIPEL; KILGOUR, 1993; XU *et al.*, 2018).

Uma expressão eficiente para demonstrar as possibilidades de escolha que o TD i pode fazer é representada por uma lista de estados alcançáveis. Seja $i \in N$, a lista de alcance do TD i é o conjunto $R_i(s)$ onde estão todos os estados para os quais o TD i pode mover unilateralmente o conflito (por um único movimento) a partir do estado s . A notação matemática formal é dada por $R_i(s) = \{s_1 \in S : (s, s_1) \in A_i\}$. Por convenção, s não pertence à $R_i(s)$ (FANG; HIPEL; KILGOUR, 1993; XU *et al.*, 2018).

Uma melhoria unilateral é alcançada quando um TD i pode mover unilateralmente o conflito para um estado de maior preferência. Sendo assim uma melhoria unilateral é definida por $R_i^+(s) = \{s_1 \in S : (s, s_1) \in A_i \text{ e } s_1 \succ_i s\}$. Diz-se que $R_i^+(s)$ contém todos os estados alcançáveis e preferíveis a s e por isso são melhorias unilaterais para o TD i (FANG; HIPEL; KILGOUR, 1993; XU *et al.*, 2018).

Após a formalização matemática do modelo, será discutido como é feita a análise de estabilidade do GMCR, considerando o comportamento dos TDs e suas preferências como os elementos fundamentais para determinar as soluções de um conflito. No GMCR, a análise de estabilidade é feita com referência a um dado TD, que é chamado de TD focal.

A partir da análise feita com os critérios de estabilidade consegue-se determinar se um estado é um equilíbrio, quando este é estável para todos os TDs no conflito, e consequentemente uma possível solução para o problema. Os conceitos de estabilidade usados para esse fim são a estabilidade Nash (NASH, 1950), Metarracionalidade Geral (GMR)(HOWARD, 1971), Metarracionalidade Simétrica (SMR)(FRASER; HIPEL, 1979), Estabilidade Sequencial

(SEQ)(FRASER; HIPEL, 1979), Estabilidade Sequencial Simétrica (SSEQ)(RÊGO; VIEIRA, 2017b), Estabilidade de Movimento Limitado no horizonte h (L_h)(KILGOUR, 1985; KILGOUR; HIPEL; FANG, 1987) e estabilidade $Maximin_h$ (RÊGO; VIEIRA, 2019).

Tabela 2 – Aspectos dos conceitos de solução do GMCR

Definição	Movimentos considerados a partir do estado atual	Possível reações comportamentais dos tomadores de decisão no conflito
Nash	1	O TD focal não possui estados acessíveis de maior preferência que o levem a mover unilateralmente o conflito
GMR	2	O TD focal considera que seus oponentes irão sancionar sua melhoria unilateral a qualquer custo
SMR	3	O TD focal considera que seus oponentes irão bloquear sua melhoria unilateral e não há um estado preferido o qual o TD focal possa alcançar em sua contrapartida
SEQ	2	O TD focal considera que ao sancionar sua melhoria unilateral o seu oponente se beneficia com seu ataque
SSEQ	3	O TD focal considera que seus oponentes irão bloquear sua melhoria unilateral e não há estados preferidos alcançáveis pelo TD focal em sua contrapartida
L_h	$h \geq 1$	Cada TD focal irá antecipar o melhor que podem obter no conflito com um número de etapas, ou horizonte h
$Maximin_h$	$h \geq 1$	Cada TD focal antecipa o que pior pode acontecer para cada uma de suas ações e escolhe ação que leve ao melhor cenário dentre os piores cenários do conflito

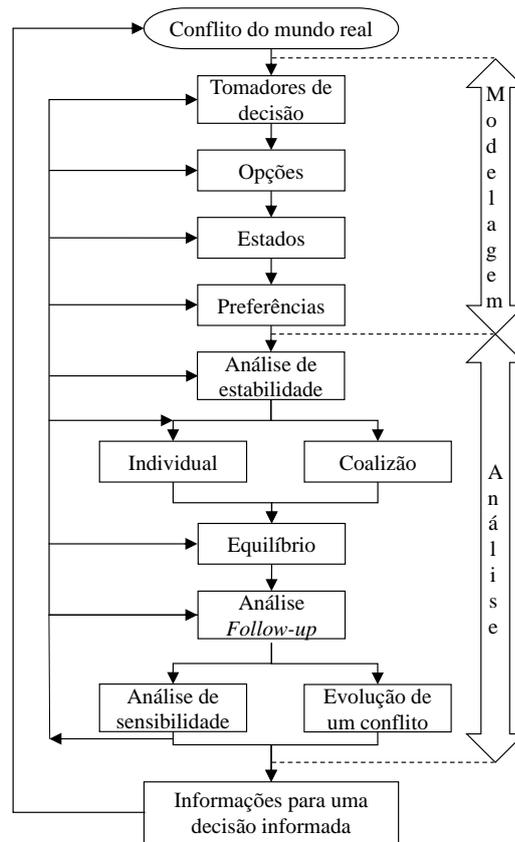
Fonte: Adaptado de Kilgour e Hipel (2005), Rêgo e Vieira (2017b), Silva *et al.* (2017), Rêgo e Vieira (2019).

Na Tabela 2 estão destacadas duas características importantes sobre os conceitos de estabilidade do GMCR. A segunda coluna dessa tabela mostra o número de movimentos considerados pelo TD a partir do estado atual. Na estabilidade Nash o TD analisa apenas um movimento a frente. Nas estabilidades GMR e SEQ, o TD considera o conflito dois passos à frente. Nas estabilidades SMR e SSEQ três passos futuros são avaliados pelo TD. Nos conceitos de solução L_h e $Maximin_h$, são analisados $h \geq 1$ passos. A última coluna da tabela revela o comportamento dos TDs baseado nas possíveis reações do oponente e suas possíveis contra respostas aos oponentes durante o conflito.

Para a resolução de um conflito algumas etapas devem ser seguidas até o momento em que as informações são geradas para todos os TDs. A Figura 3 ilustra por meio de um fluxograma as principais etapas de modelagem e análise do GMCR para o alcance da resolução de um conflito.

A partir da definição do conflito, o GMCR adota como forma de estudar o problema em

Figura 3 – Principais etapas do GMCR para resolução de conflitos



Fonte: Adaptado de Xu *et al.* (2018).

duas etapas, a modelagem e a análise do conflito. Para modelar o conflito devem ser definidos os TDs, as suas estratégias, os estados para os quais o conflito pode evoluir além da estrutura de preferência dos TDs sobre os possíveis cenários do conflito. Na fase de análise, a investigação da estabilidade, para indivíduos e/ou coalizões, pode gerar *insights* estratégicos para melhor compreensão do conflito até a definição dos equilíbrios. Por fim, na análise *Follow-up*, ou análise pós estabilidade, são realizados a análise de sensibilidade e o estudo da evolução dos conflitos a partir de um certo estado, chamado de *status quo*, completando as etapas que compreendem a análise de um conflito. Como resultado da aplicação do modelo, são geradas informações que irão apoiar a tomada de decisão pelos indivíduos envolvidos no conflito.

Na seção a seguir, os conceitos de solução do GMCR serão discutidos com maior nível de informação dando ênfase nas características comportamentais dos TDs relevantes para o alcance das soluções em um conflito.

2.1.3 Análise da estabilidade nos conflitos

A análise da estabilidade de conflitos consiste em avaliar os possíveis movimentos que o TD pode realizar considerando suas ações como reflexo de um comportamento baseado na previsão e na percepção dos riscos envolvidos no conflito estratégico (HE; HIPEL; KILGOUR, 2017).

Dessa forma, os principais conceitos de solução utilizados para análise da estabilidade dos estados de um conflito são as estabilidades Nash, GMR, SMR, SEQ, SSEQ, L_h e $Maximin_h$. Cada um dos critérios de estabilidade citados irá determinar a constância de um estado com base no comportamento do TD.

Um TD pode manter o conflito no atual estado ou mover o conflito para um estado diferente. Caso ele decida mover o conflito, o seu oponente também poderá decidir mover ou não o conflito. Como as decisões refletem o comportamento racional dos TDs (MYERSON, 1997), ao mover o conflito, o TD pode bloquear alguma melhoria unilateral do seu oponente ou mover para um estado de maior preferência sua, que não necessariamente é de preferência dos outros TDs. A seguir será descrito cada um dos conceitos de estabilidade anteriormente citados para conflitos envolvendo dois TDs.

2.1.3.1 Estabilidade de Nash

Na estabilidade de Nash o TD i acredita que para qualquer estado que ele possa mover o conflito, este estado não será preferível ao estado inicial.

Seja $i \in N$, o estado $s \in S$ é Nash estável para o TD i se e somente se $R_i^+(s) = \emptyset$. Dessa forma para o TD i , não existem estados de maior preferência para o qual ele possa mover unilateralmente o conflito a partir de s , portanto s é estável.

2.1.3.2 Metarracionalidade Geral

No conceito GMR, o TD avalia seus movimentos de forma conservadora por que ele prevê que ao mover unilateralmente o conflito, o seu oponente irá reagir de tal forma que o conflito terminará em um estado não preferível. Na estabilidade GMR, o TD considera todas as possíveis reações do oponente e ignora suas contrarreações. As reações do oponente são apenas para bloquear melhorias unilaterais e sua preferência não é considerada no momento da escolha do movimento de retaliação.

Seja $i \in N$, o estado $s \in S$ é Metarracional Geral estável para o TD i se e somente se para todo $s_1 \in R_i^+(s)$ existe pelo menos um estado $s_2 \in R_j(s_1)$ tal que $s \succeq_i s_2$. Na estabilidade GMR o TD i acredita que o TD j irá mover unilateralmente o conflito para bloquear qualquer melhoria unilateral de i , portanto o estado s é estável se o TD j consegue retaliar qualquer melhoria unilateral do TD i .

2.1.3.3 Metarracionalidade Simétrica

Na estabilidade SMR, o TD avalia qual movimento deve fazer, as reações do seu oponente ao movimento inicial e a sua própria contrarreação em resposta a reação do seu oponente. Da mesma forma que na metarracionalidade geral o oponente move conflito apenas para retaliar as melhorias e sua preferência não é considerada.

Seja $i \in N$, o estado $s \in S$ é Metarracional simétrico estável para o TD i se e somente se para todo $s_1 \in R_i^+(s)$ existe pelo menos um estado $s_2 \in R_j(s_1)$ de modo que $s \succeq_i s_2$ e $s \succeq_i s_3$ para todo $s_3 \in R_i(s_2)$. De acordo com a estabilidade SMR, o TD i acredita que o TD j irá sancionar suas melhorias unilaterais e mesmo podendo mover-se após a jogada do oponente, ainda assim não haverá estados de maior preferência para o TD i .

2.1.3.4 Estabilidade Sequencial

Na estabilidade SEQ, o TD avalia seus possíveis movimentos e considera que a reação do seu oponente também deve ser uma melhoria unilateral. Agora o oponente considera sua preferência e não somente um movimento em retaliação a melhoria unilateral do primeiro TD.

Seja $i \in N$, o estado $s \in S$ é sequencialmente estável para o TD i se e somente se para todo $s_1 \in R_i^+(s)$ existe pelo menos um estado $s_2 \in R_j^+(s_1)$ tal que $s \succeq_i s_2$. Na estabilidade SEQ o TD i acredita que o TD j move o conflito não apenas pensando em sancionar suas melhorias unilaterais, mas também visando suas próprias melhorias, e por isso o TD j move unilateralmente o conflito para um estado de maior preferência dele, mas que não é da preferência do outro TD.

2.1.3.5 Estabilidade Sequencial Simétrica

Na estabilidade SSEQ, o TD considera sua contrarreação em resposta ao movimento do seu oponente. Nesse caso o TD inicial não possui contrarreação que sejam preferíveis ao estado inicial.

Seja $i \in N$, o estado $s \in S$ é sequencial simétrico estável para o TD i se e somente se para todo $s_1 \in R_i^+(s)$ existe pelo menos um estado $s_2 \in R_j^+(s_1)$ de modo que $s \succeq_i s_2$ e $s \succeq_i s_3$ para todo $s_3 \in R_i(s_2)$. Na estabilidade SSEQ, o TD i acredita que o TD j bloqueia uma melhoria unilateral movendo unilateralmente o conflito para um estado de sua preferência. Porém, mesmo o TD i podendo mover-se após seu oponente j , ele não consegue ir para um estado melhor que o estado inicial.

2.1.3.6 Estabilidade de Movimento Limitado

Na estabilidade L_h , o TD avalia seus possíveis movimentos, podendo permanecer no *status quo* ou avançar unilateralmente. Da mesma forma, o oponente terá de decidir se permanece no estado atual ou move o conflito. Novamente o TD inicial, na sua reação ao oponente, avalia se mantém ou move o conflito. Essa análise feita pelos TDs permanece por um número máximo de decisões, denotado por horizonte ou comprimento do conflito, h . Aqui o TD antecipa em h horizontes qual será o estado final do conflito considerando as possíveis mudanças que os TDs podem fazer para alcançar os estados de maior preferência.

Para resolver a estabilidade de movimento limitado será preciso definir alguns construtos. Denote por $K_i(s) = ||\{s_1 \in S : s \succ_i s_1\}||$ como a cardinalidade do conjunto de estados que são piores que s para o TD i . Para simplificar a exposição, assumiremos que \succ_i é transitiva, completa e assimétrica nesta seção. Seja h um número inteiro e positivo, representando o número máximo de movimentos que o TD antecipa, conhecido como horizonte. Vamos adotar que $G_h(i, s) \in S, i \in N$, é o estado que o TD acredita ser o último estado do conflito previsto com um horizonte h quando o primeiro movimento é feito pelo TD i a partir do estado s . O estado $G_h(i, s), s \in S$, constitui o vetor de antecipação do TD i e é definido indutivamente de acordo com a Equação 2.1 a seguir:

$$G_h(i, s) = \begin{cases} s, & \text{se } R_i(s) = \emptyset \text{ ou } K_i(s) \geq A_h(i, s) \\ G_{h-1}(j, M_h(i, s)), & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (2.1)$$

em que $M_h(i, s)$ é o único estado $s_1^* \in R_i(s)$ que satisfaz $K_i(G_{h-1}(j, s_1^*)) = \max\{K_i(G_{h-1}(j, s_1)), s_1 \in R_i(s)\}$, com $j \neq i$ e $A_h(i, s) = K_i(G_{h-1}(j, M_h(i, s)))$. Por convenção é assumido $G_0(i, s) = s$.

Seja $i \in N$, o estado $s \in S$ é L_h estável para o TD i se e somente se $G_h(i, s) = s$. Um estado s é L_h estável com horizonte h , se o estado previsto pelo TD i como sendo o estado final do conflito com h movimentações seja o próprio estado s .

2.1.3.7 Estabilidade $Maximin_h$

Na estabilidade $Maximin_h$ com dois TDs, TD i e TD j , admite-se que o TD focal ao analisar o conflito de horizonte h acredita que o TD oponente irá reagir movendo o conflito para o pior cenário para o TD focal sabendo que o TD focal sempre move o conflito para o melhor cenário possível considerando o horizonte h' menor que h . Para simplificar a exposição, também assumiremos que \succ_i é transitiva, completa e assimétrica nesta seção.

Antes de definir formalmente a estabilidade $Maximin_h$ é preciso apresentar algumas notações. Vamos denotar $G_h^i(j, s) \in S, i, j \in N$, o estado que o TD i acredita ser o último estado do conflito previsto com um horizonte h , sendo o primeiro movimento feito pelo TD j a partir do estado s . É assumido que $G_0^i(\cdot, s) = s$. Portanto, $G_h^i(i, s)$ é definido indutivamente de acordo com a Equação 2.2 a seguir:

$$G_h^i(i, s) = \begin{cases} s, & \text{se } R_i(s) = \emptyset \text{ ou } K_i(s) \geq A_h^i(i, s) \\ G_{h-1}^i(j, M_h^i(i, s)), & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (2.2)$$

em que $M_h^i(i, s)$ é o único estado $s_1^* \in R_i(s)$ que satisfaz $K_i(G_{h-1}^i(j, s_1^*)) = \max\{K_i(G_{h-1}^i(j, s_1)) : s_1 \in R_i(s)\}$, com $j \neq i$ e $A_h^i(i, s) = K_i(G_{h-1}^i(j, M_h^i(i, s)))$. Por convenção é assumido $G_0(\cdot, s) = s$.

A ideia é que quando o TD i move o conflito com horizonte h , ele antecipa o estado que lhe dará o melhor resultado entre permanecer no próprio estado ou mover o conflito considerando os estados antecipados pelo TD i quando o TD j move o conflito subsequentemente e o horizonte do conflito é $h - 1$. Por sua vez, $G_h^i(j, s)$ é definido indutivamente de acordo com a Equação 2.3 a seguir:

$$G_h^i(j, s) = \begin{cases} s, & \text{se } R_j(s) = \emptyset \text{ ou } K_i(s) \leq A_h^i(j, s) \\ G_{h-1}^i(i, M_h^i(j, s)), & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (2.3)$$

em que $M_h^i(j, s)$ é o único estado $s_1^* \in R_j(s)$ que satisfaz $K_i(G_{h-1}^i(i, s_1^*)) = \min\{K_i(G_{h-1}^i(i, s_1)) : s_1 \in R_j(s)\}$, com $j \neq i$ e $A_h^i(j, s) = K_i(G_{h-1}^i(i, M_h^i(j, s)))$.

A ideia é que quando o TD j move o conflito e o horizonte do conflito é h , o TD i antecipa o estado que lhe dará o pior resultado para ele entre o TD j permanecer no estado ou mover o conflito considerando os estados antecipados pelo TD i quando ele move o conflito subsequentemente e o horizonte do conflito é $h - 1$.

Admita h ser um número inteiro positivo. Seja $i \in N$, o estado $s \in S$ é $Maximin_h$ estável com horizonte h para o TD i se e somente se $G_h^i(i, s) = s$.

A partir das definições de estabilidade discutidas anteriormente, pode-se formalizar como são encontradas as soluções de um conflito. Se um estado é estável para um TD sob certos conceitos de estabilidade, e se o estado é estável para todos os TDs também de acordo com algum critério de estabilidade, então o estado é um equilíbrio do conflito, sendo este um possível candidato a solução do problema.

É importante destacar dois aspectos referentes a estabilidade L_h e a estabilidade $Maximin_h$ que trazem certa limitação a análise de conflitos, sendo estes o ponto de partida para o desenvolvimento desta pesquisa. Para análise de estabilidade L_h é necessário que um TD possua conhecimento das preferências do outro TD. No entanto, nas situações de conflitos reais, esse tipo de informação nem sempre está ao alcance dos TDs. Sobre a estabilidade $Maximin_h$ percebe-se que os TDs são fortemente conservadores quando consideram que o conflito pode resultar no pior cenário.

Por isso, ressalta-se a oportunidade de criar um novo conceito de estabilidade baseado em outra regra de decisão, que não dependa do conhecimento das preferências dos indivíduos envolvidos e possua uma maior flexibilidade no que tange o grau de conservadorismo do TD. Na próxima seção será revisada a regra de decisão do otimismo-pessimismo, que será utilizada nesse estudo.

2.1.4 As regras de decisão

A análise de decisão é um recurso para garantir um futuro com perspectivas promissoras para os tomadores de decisão (SIVAPRASAD; MACKENZIE, 2018). No momento da tomada de decisão, a disponibilidade de ferramentas que ampliem a exploração das informações sobre as consequências das ações dos TDs contribui para que decisões mais eficientes sejam tomadas (MENEZES, 2011).

Tendo em vista que os TDs nem sempre são capazes de prever as consequências das suas ações no futuro (TAYLOR, 2013), destaca-se a importância de critérios que permitam os TDs contornar as adversidades do ambiente de incertezas e tomar decisões racionais, ou seja, decisões que assegurem o alcance dos objetivos almejados (MENEZES, 2011).

Sendo assim, a literatura disponibiliza aos TDs e analistas uma série de ferramentas que podem ser aplicadas para a tomada de decisão sob incerteza, conhecidas como as regras de decisão (GASPARS-WIELOCH, 2014). A autora destaca que as regras de tomada de decisão nesse cenário buscam orientar como um TD deve enfrentar as indefinições de uma situação de

tal forma que as suas escolhas sejam coerentes com sua percepção e preferências individuais.

Nesse contexto, os critérios *Maximin* (WALD, 1945), *Maximax*, Arrependimento *Minimax* (SAVAGE, 1951), *Hurwicz* (HURWICZ, 1951) e *Laplace* são apresentados por Taylor (2013) como as regras de decisão mais relevantes da literatura de tomada de decisão sob incerteza. É importante destacar que as regras de decisão acima citadas podem levar ao alcance de resultados distintos, ou seja, pode indicar diferentes estratégias para o mesmo problema de decisão (TAYLOR, 2013).

Na seção a seguir será discutido mais sobre a regra de decisão do otimismo pessimismo (a regra de *Hurwicz*), a qual será fundamental para o desenvolvimento dessa pesquisa.

2.1.4.1 A regra do Otimismo Pessimismo

O critério de *Hurwicz* estabelece uma relação de otimismo-pessimismo sobre a escolha de uma alternativa. A ideia é fazer uma média ponderada entre o pior e o melhor cenário, ou seja, o TD nem é totalmente pessimista como no *maximin* e nem totalmente otimista como no *maximax*, respectivamente. Para representar a confiança dos TDs em alcançar uma solução favorável, utiliza-se o coeficiente α , chamado de grau de otimismo do TD, que atende a seguinte condição: $\alpha \in [0, 1]$ (TAYLOR, 2013).

Veamos um exemplo para melhor visualizar as características da regra do otimismo-pessimismo (TAYLOR, 2013). Considere um investidor que deve decidir qual imóvel irá comprar. Os imóveis disponíveis para compra são um prédio residencial, um prédio comercial e um armazém. O estado da natureza determinará quanto os acionistas irão lucrar com o negócio. As boas condições econômicas e más condições econômicas são os dois possíveis cenários da situação. Os lucros resultantes para cada um dos imóveis de acordo com o estado da natureza são mostrados na Tabela 3.

Tabela 3 – Lucro dos investimentos sob as condições econômicas

Decisão (Compra)	Lucro	
	Boas condições econômicas	Más condições econômicas
Prédio Residencial	R\$ 200.00,00	R\$ 80.000,00
Prédio Comercial	R\$ 400.000,00	R\$ -70.000,00
Armazém	R\$ 110.000,00	R\$ 60.000,00

Fonte: Adaptado de Taylor (2013).

De acordo com a regra do otimismo- pessimismo, primeiramente deve-se determinar o valor de α , que nesse exemplo foi definido como $\alpha = 0,7$. Em seguida a melhor alternativa deve ser multiplicada pelo coeficiente de otimismo (α) e a pior alternativa multiplicada pelo coeficiente de pessimismo ($1 - \alpha$). Por último, soma-se o resultado do produto de cada alternativa. A regra define que a alternativa com maior valor ponderado deverá ser alternativa escolhida. Nesse exemplo, o resultado do método sugere que o investidor deverá comprar o prédio comercial. O resultado completo do exemplo encontra-se ilustrado na Tabela 4.

Tabela 4 – Resolução do exemplo pela regra do otimismo-pessimismo

Decisão	Lucro
Prédio Residencial	$200.000,00 * 0,7 + 80.000,00 * 0,3 = \text{R\$ } 164.000,00$
Prédio Comercial	$400.000,00 * 0,7 - 70.000,00 * 0,3 = \text{R\$ } 259.000,00$
Armazém	$110.000,00 * 0,7 + 60.000,00 * 0,3 = \text{R\$ } 95.000,00$

Fonte: Adaptado de Taylor (2013).

O critério de *Hurwicz* permite que os TDs com perfil de comportamento menos conservador sejam considerados na análise do conflito. Para isso, a regra considera que os TDs podem apresentar diferentes graus de otimismo. Em geral, em um cenário de incerteza, a ação de um TD é uma função que associa cada possível estado (cenário) a uma consequência. A cada consequência pode-se associar um valor real chamado de utilidade de modo que quanto mais preferível for esta consequência, maior será a sua utilidade. Sejam $melhor_u(a)$ e $pior_u(a)$ a maior e menor utilidade que o TD pode obter ao escolher a ação a . A formalização matemática da regra do otimismo-pessimismo é definida de acordo com a Equação 2.4 a seguir:

$$opt_u^\alpha(a) = \alpha melhor_u(a) + (1 - \alpha) pior_u(a) \quad (2.4)$$

Pela Equação 2.4, adota-se o coeficiente de otimismo (α) no estado correspondente ao melhor cenário segundo a e o coeficiente de pessimismo ($1 - \alpha$) no estado classificado como pior cenário segundo a .

De acordo com a regra do otimismo-pessimismo, para um determinado valor de α , uma alternativa a será preferível a uma outra alternativa a' , $a \succ a'$, se e somente se $opt_u^\alpha(a) > opt_u^\alpha(a')$. Isso significa que uma alternativa será preferível de acordo com o quanto o TD espera que a situação seja favorável para si considerando o seu grau de otimismo α .

Na literatura, a abordagem do otimismo-pessimismo tem sido utilizada em diferentes contextos. Sheng, Zhu e Hamalainen (2013) estudaram o problema de difusão de tecnologia

de fabricação empregando equações diferenciais incertas como estruturas em um modelo de controle ótimo incerto baseado no critério de *Hurwicz*. Green e Weatherhead (2014) apresentam o critério de decisão Z-Score Verde e estabeleceram um comparativo entre os resultados da nova regra com a regra do otimismo pessimismo e os demais critérios para a previsão de mudanças climáticas a partir de sub amostras de dados probabilísticos. Gaspars-Wieloch (2015) propõe o método da previsão dos cenários e seleção de alternativas que atendam as preferências do TD (método $SF + AS$) a partir do grau de otimismo do mesmo. Zhu *et al.* (2019) desenvolveram o modelo de critério incerto de difusão Gaussiana-*Hurwicz* (UGHC) para gerenciar o sistema de controle de qualidade do ar industrial (IAC) e minimizar a tensão do conflito entre a produção industrial e a proteção ambiental em cidades fragilmente dependente do carvão ecológico.

Além disso, a regra do otimismo pessimismo contribui para avanços promovidos na literatura das situações de incerteza. Gaspars-Wieloch (2014) modificou a regra do otimismo pessimismo criando dois métodos alternativos para a tomada de decisão sob situações de incerteza. O primeiro método (APO) combina as regras de *Hurwicz* com a regra de *Laplace* para determinar a média dos bons e maus resultados e ponderá-los pelo grau de otimismo e pessimismo, respectivamente, do TD. Nesse caso o TD precisa apenas declarar o seu grau de otimismo. O segundo método (SAPO) encontra a cardinalidade dos resultados a partir do grau de pessimismo do TD, e posteriormente, exige que o TD use um parâmetro para especificar a faixa de valores que são realmente atrativos para ele. Nesse caso, exige-se maior participação do TD no processo de escolha.

Sivaprasad e MacKenzie (2018) analisam as relações entre os intervalos usados pela regra do otimismo pessimismo e a análise de decisão tradicional empregando uma abordagem probabilística e uma função de utilidade exponencial. Os autores concluíram que a tomada de decisão baseada na regra de *Hurwicz* para intervalos é equivalente a um valor esperado do resultado alcançado por um TD neutro a risco usando uma distribuição triangular ou uma distribuição beta, assim como a alternativa ótima para um TD que usa uma função de utilidade exponencial com uma constante de aversão absoluta ao risco sob uma distribuição uniforme. Ou seja, a tomada de decisão entre o melhor e o pior cenário são exteriorizados nesses três casos.

Zapata *et al.* (2019) investigam um modelo de competição duopolista quando os agentes não são capazes de prever o futuro, e por isso configuram o agente com uma atitude intermediária, ou seja, considerando o comportamento do TD conservador ou otimista conforme estabelece a regra de *Hurwicz*. Tang e Li (2019) apresentam um novo conceito de solução para jogos bi

matriciais incertos, o Equilíbrio de *Hurwicz Nash*.

E por fim, o presente estudo propõe mais uma contribuição para área de estudos que envolve situações com falta de informação. Em vista disso, a pesquisa pretende modelar o comportamento de um TD que não tem informação sobre as preferências dos outros TDs considerando que os conflitos estratégicos podem se estender por h decisões. Para isso, o princípio da regra do otimismo pessimismo e da estabilidade L_h serão as referências metodológicas para o desenvolvimento do novo conceito de solução para o GMCR.

Na próxima seção a literatura do Modelo de Grafo para Resolução de Conflito será revisada, destacando os principais avanços em termos metodológicos promovidos para essa ferramenta de análise de conflitos.

2.2 REVISÃO DE LITERATURA DO GMCR

O Modelo de Grafo para Resolução de Conflitos, conhecido simplesmente por GMCR, basicamente é definido por um conjunto de tomadores de decisão (nesse texto apenas TD), um conjunto de alternativas de ação e uma estrutura de preferência relativa para cada TD. Para determinar uma solução, a metodologia usa de um estudo sistemático dos movimentos e contra movimentos realizados pelos TDs de acordo com sua estrutura de preferência. Sendo assim, os critérios de estabilidade são os responsáveis por relacionar as diferentes formas de comportamento dos TDs para determinar a estabilidade de um estado do conflito. No GMCR, uma possível solução é indicada quando existe um equilíbrio, ou seja, um estado é estável para todos os TDs.

Desde seu início em Fang, Hipel e Kilgour (1993), a metodologia do GMCR vem recebendo atualizações para incorporar aspectos dos conflitos estratégicos que primordialmente não foram contemplados nos critérios de estabilidade do modelo. Os avanços realizados incorporaram principalmente novas estruturas de preferências (Incerta, *Grey*, *Fuzzy*, Probabilísticas), os efeitos da percepção e das emoções, a falta de consciência dos participantes do conflito, como também avanços computacionais implementados para análise de conflitos pelo GMCR.

Um dos primeiros avanços realizados na metodologia de análise sistemática de conflitos GMCR está em Fang *et al.* (2003a), Fang *et al.* (2003b). Percebendo a necessidade de um suporte computacional, a proposta dos autores consistiu no desenvolvimento de um sistema de apoio a decisão (SAD), conhecido como GMCR II. O algoritmo GMCR II foi arquitetado sobre um subsistema de modelagem, um mecanismo de análise e um subsistema de interpretação

de resultados. Cada um desses pilares estruturantes foram considerados fundamentais para a resolução de conflitos. O primeiro, formula o conflito baseado nos dados de entrada do usuário. O segundo pilar realiza a análise de estabilidade completa do conflito e gera o resultado dos estados estáveis sobre os critérios de estabilidade do modelo. A última função do algoritmo é uma ferramenta prescritiva, a qual a partir da apresentação e interpretação de resultados permite o TD refletir sobre quais escolhas devem ser feitas para alcançar o equilíbrio do conflito. Dessa forma o objetivo do GMCR II consistiu em disponibilizar uma ferramenta computacional que permitisse os TDs e analistas realizarem uma análise aprimorada dos conflitos, com intuito de direcioná-los aos cenários mais favoráveis.

Li *et al.* (2004) aperfeiçoaram o GMCR com uma abordagem de resolução de conflitos baseada nas situações onde existe uma incerteza sobre as preferências dos TDs. O principal destaque desse estudo não é apenas considerar a incerteza das preferências, mas sim extrair o maior número de informações de equilíbrio baseado nas definições de estabilidade do GMCR e estender a análise de conflitos quando as preferências dos TDs não estão bem definidas. Com a introdução de uma nova relação binária, a incerteza foi definida por U_i . Conseqüentemente, a estrutura do preferência do GMCR foi expandida para uma tripla de relações binárias, denotada por $\{\succ_i; \sim_i; U_i\}$. Além disso, foi assumido que os TDs conhecem as estruturas de preferência de todos os TDs envolvidos, incluindo as preferências incertas que possam existir.

Quanto ao impacto da emoção e da percepção do TD sobre os conflitos estratégicos, Obeidi, Kilgour e Hipel (2009) chamam atenção para o fato da interferência de outras pessoas sobre o alcance dos objetivos de um TD, provocado pela incompatibilidade percebida de um objetivo. A partir desse momento, o conflito sob a perspectiva de um fenômeno emocional, evolui para estágios em que a escolha de estratégias esteja influenciada pelo fator emoção do TD. A incorporação das emoções ao GMCR, realizada por um Modelo de Grafos Perceptivo, foi estruturada a partir de alguns construtos. Primeiro, o conjunto de estados viáveis S foi particionado em três subconjuntos: oculto (H_i), potencial (P_i) e o reconhecido (S_i). Isso acontece pois o fator emoção do TD pode interferir no reconhecimento dos estados do conflito, de tal forma que quando os estados acessíveis para esse TD não são mais alcançáveis, a resolução desse conflito torna-se mais difícil. Nos conflitos com $n = 2$ tomadores de decisão, a percepção de cada um é a fonte de informação para análise de estabilidade. Para isso, introduziu-se no modelo um TD, chamado de TD k , o qual reconhece os estados percebidos pelos outros TDs e agrega essas informações no Grafo Perceptivo do TD k , sendo este o grafo utilizado para

representar o conflito em estudo.

Em 2007 e 2009, Xu, Hipel e Kilgour desenvolveram o método das matrizes para determinar mais facilmente as estabilidades individuais e os equilíbrios dos conflitos estratégicos. Os autores argumentaram que codificar os conceitos de solução utilizados para a análise de estabilidade é uma atividade complexa de ser desenvolvida, de tal forma que adaptações e modificações aplicadas ao GMCR II são difíceis de serem construídas. Os avanços no modelo de preferência incerta de Li *et al.* (2004) foi um exemplo considerado para mostrar que a codificação dos novos conceitos era uma atividade trabalhosa de ser desenvolvida. E por esse motivo, o método das matrizes foi desenvolvido para facilitar a resolução de conflitos onde a implementação de códigos computacionais parecia ser dificultosa. Este método busca capturar as relações de preferências, o conjunto de movimentos unilaterais e melhorias unilaterais para cada um dos n TDs e explicitar de forma algébrica o cálculo das estabilidades dos estados do conflito, de acordo com as estabilidades de Nash, GMR, SMR e SEQ.

Uma maneira de capturar a certeza, como também a incerteza nas preferências dos TDs, foi integrar as preferências *fuzzy* ao GMCR (BASHAR; KILGOUR; HIPEL, 2012; BASHAR *et al.*, 2016). Uma preferência *fuzzy* indica o grau de preferência entre os estados do conflito, e pode ser entendido como o nível de certeza, ou imprecisão, da preferência de um estado sobre outro. A extensão da análise de estabilidade é feita pelo modelo com a inclusão de mais quatro novos critérios para análise do comportamento dos TDs (a estabilidade Nash *fuzzy*, Metarracionalidade Geral *fuzzy*, Metarracionalidade Simétrica *fuzzy* e Estabilidade Sequencial *fuzzy*) e pode ser feita para n -TDs. Um estado será *fuzzy* estável para o TD quando mover o conflito para um outro estado não é suficientemente preferível para este TD, onde suficientemente está relacionado com o limiar de satisfação *fuzzy* intrínseco de cada TD. Uma vantagem dessa abordagem é que a análise da estabilidade dos estados pode ser feita em ambas situações, quando existe incerteza ou não sobre as preferências dos TDs.

Uma outra alternativa metodológica construída para incorporar a incerteza sobre as preferências na modelagem de conflitos estratégicos no GMCR é fundamentada na inclusão de números *grey* (KUANG *et al.*, 2015). Um número *grey* é representado por um número real indeterminado que pode assumir valores entre 0 e 1 dentro de um intervalo discreto ou contínuo (YANG; JOHN, 2012), e portanto pode ser usado para representar um grau ou intervalos de preferência, e conseqüentemente, a incerteza entre os estados do conflito. O modelo contribui com a análise de conflito definindo matematicamente preferências, definições de estabilidade e o

equilíbrio *grey* dentro da estrutura do modelo.

Seguindo com os avanços no GMCR, Rêgo e Santos (2015) apresentaram a análise de conflitos quando os TDs expressam suas preferências probabilisticamente. Essa nova forma de modelar a incerteza das preferências permite representar o comportamento dos TDs quando estes estão com dúvidas das suas preferências sobre os cenários. Sendo assim, a proposta dos autores considera que os TDs, ao comparar os diferentes cenários do conflito, se comportam de forma não determinísticas, e a escolha de suas ações acontece de forma probabilística. Para o modelo, a incerteza do TD é caracterizada pelo conjunto de parâmetros α , β e γ , e quatro novas noções de estabilidade foram definidas para incorporar essa nova estrutura de preferência.

Um grande avanço realizado para modelagem e análise de conflitos reais foi o desenvolvimento de um sistema de apoio a decisão (SAD) para equiparar o modelo de grafo para resolução de conflitos, chamado GMCR+ (KINSARA *et al.*, 2015). Esse sistema é capaz de suportar conflitos em que existam dois ou mais tomadores de decisão, onde cada um possua sua estrutura de preferência sobre os possíveis estados do conflito. Além disso, o SAD GMCR+ calcula a estabilidade dos estados de acordo com os diferentes conceitos de solução do GMCR, podendo também construir elementos gráficos como, por exemplo, a árvore de decisão ou até mesmo o grafo do conflito. O GMCR+ fornece contribuições com precisão e eficiência para análise de conflitos por ser um sistema flexível e adaptável a uma variedade de situações, sendo o primeiro SAD capaz de realizar análises de forma direta ou inversa de conflitos.

Rêgo e Vieira (2017b) apresentam a generalização do conceito de estabilidade sequencial de Fraser e Hipel (1979), inserindo na literatura a estabilidade sequencial simétrica (SSEQ). Na proposta dos autores, o conflito é avaliado três passos a frente a partir do estado atual e o TD ao avaliar qual movimento deverá realizar, considera sua contrarreação em resposta ao movimento do seu oponente. Nesse caso, o movimento do oponente deve ser uma melhoria unilateral para ele, contudo, mesmo o TD inicial tendo a chance de mover o conflito novamente após o movimento do seu oponente, não existe contrarreações que resultem em um estado que seja tão preferível quanto o estado inicial. Os autores expandem o conceito da SSEQ para n -TDs, como também estabelecem relações com a análise de coalizões, a existência de preferências incertas, probabilísticas e *fuzzy*.

Uma perspectiva inovadora é apresentada por Inohara (2016). O autor estendeu o GMCR estudando os estados de transição de uma disputa visto que o tempo necessário para um TD completar a transição de um estado para o outro pode afetar a evolução e o resultado do conflito.

Para isso, foi considerado que os TDs tomam as suas decisões em tempos diferentes, e portanto, um estado que possui um alto tempo de transição pode ser bloqueado por um estado que possui um baixo tempo de transição. Consequentemente, o estado com menor tempo de transição entre estados pode não ser viável em uma situação sob análise. Dessa forma, a estrutura do modelo inclui o tempo de transição que o TD i leva para mudar do estado s para o estado s' , representado por $tt_i(s, s')$. Novas definições de estabilidade foram apresentadas considerando essa nova abordagem dentro da análise de conflitos.

Já Rêgo e Vieira (2017a) propõem adaptar a abordagem da inconsciência interativa apresentada por (HEIFETZ; MEIER; SCHIPPER, 2006) para analisar conflitos estratégicos no GMCR. No novo modelo, são considerados a possibilidade de existir vários espaços de estados comuns a cada um dos TDs, assim como um conjunto de estratégias disponíveis para cada TD nesses espaços de estados. Então, dado que um TD está em um estado entre algum possível espaço de estados, o TD pode acreditar estar em um outro espaço de estados dado sua inconsciência sobre todas as opções disponíveis. Portanto, o objetivo do trabalho é avaliar quais as implicações do desconhecimento das opções de escolha disponíveis dos TDs, sendo que eles não podem ter falsas crenças sobre o que acreditam, ou seja, o TD pode desconhecer um estado desde que ele acredite que ele desconhece esse estado.

Aljefri *et al.* (2018) desenvolveram uma técnica para modelar conflitos dentro do GMCR nas ocasiões em que dois ou mais TDs compreendem incorretamente um problema de decisão. Nesse caso a modelagem é feita por um *hypergame* de primeiro nível. Para isso, um grafo individual representa as interpretações particulares de cada um dos TDs sobre o conflito. Dessa forma é possível fazer previsões sobre as possíveis resoluções de uma disputa quando os tomadores de decisão tem uma percepção errônea do conflito, considerando tanto as percepções do oponente como a do próprio TD focal. Diferente das propostas anteriores, os autores permitem identificar um conjunto específico de TDs que reconhecem um conjunto específico de estados, assim como os estados que são corretamente, ou incorretamente, percebidos por todos os TDs, permitindo assim a construção dos conjuntos universais de opções e estados para um *hypergame* de primeiro nível. Dessa forma, a capacidade da modelagem na análise de conflitos sob diferentes percepções dos TDs é expandida dentro do GMCR.

Agora Zhu, Kilgour e Hipel (2018) generalizaram o comportamento cooperativo dos TDs em um conflito no *framework* GMCR. A habilidade de formar coalizões como meio de alcançar melhores cenários tem sido um aspecto importante do comportamento estratégico dos TDs

considerado na modelagem de conflitos destacado pelos autores. Dessa forma, uma melhoria por coalizão é caracterizada pelo conjunto de estados estritamente preferíveis ao *status quo* para todos os TDs de uma coalizão. Caso um dos TDs esteja indiferente entre o estado final e o *status quo*, esse estado não pode ser considerado uma melhoria por coalizão, mas sim uma melhoria de Pareto. Dentro da perspectiva da melhoria de Pareto, os autores desenvolvem as noções de estabilidade de uma melhoria de coalizão, estendendo as definições da análise de conflitos não cooperativos, além de desenvolverem um algoritmo para cálculo da estabilidade da coalizão e os respectivos equilíbrios do embate.

Um dos recentes feitos na literatura do Modelo de Grafos para resolução de conflitos foi apresentado por Garcia, Obeidi e Hipel (2018). Percebendo que grande parte dos avanços promovidos para o GMCR eram apenas variações dos quatro conceitos de solução principal (FANG; HIPEL; KILGOUR, 1993), e que, portanto, mantinham as mesmas características de previsão e aversão ao risco para o conflito, os autores propuseram o conceito da estabilidade do estado inicial. Esse novo conceito de solução considera uma nova classe de tomadores de decisão, cujo comportamento é de aversão ou aceitação ao risco. Desse modo a estabilidade de um estado foi definida a partir de quatro novos conceitos de solução: Estabilidade Inicial Pessimista, Estabilidade Inicial Sequencial Pessimista, Estabilidade Inicial Otimista e Estabilidade Inicial Sequencial Otimista. A proposta das novas definições de estabilidade é comparar “horizontalmente” os desdobramentos do conflito com esse novo perfil de TD.

E por fim, fundamentada na regra de decisão *Maximin* proposta por Neumann e Morgenstern (2007), a estabilidade $Maximin_h$ de Rêgo e Vieira (2019) permite determinar uma solução para o conflito nas situações em que o tomador de decisão desconhece as preferências do seu oponente. A estabilidade $Maximin_h$ é fundamentada a partir da estabilidade de movimento limitado (L_h) de Kilgour (1985), e portanto usa de elementos recursivos para prever quais estados serão candidatos a solução do conflito. Dessa forma, a estabilidade $Maximin_h$ considera que o TD focal, ao avaliar as possíveis reações dos seus oponentes, acredita que os movimentos dos seus oponentes resultarão no pior estado para o TD focal caso ele decida deixar o estado inicial. Sendo assim, um estado será $Maximin_h$ estável para um TD quando o estado antecipado como último estado do conflito for igual a permanecer no estado atual.

Com isso, concluímos que o GMCR é uma metodologia de análise de conflito praticável de ser utilizada nas mais distintas situações, com o mínimo de informações requeridas, envolvendo um número finito de tomadores de decisão. Logo, o GMCR é uma importante ferramenta para

gerar informações aos TDs e analistas envolvidos nos conflitos estratégicos.

No próximo capítulo será apresentada a estabilidade Otimismo Pessimismo ($\alpha_i - Opt_h$) para um horizonte h variável para dois TDs. Em seguida será descrito as relações existentes entre diferentes graus de otimismo (α_i), diferentes horizonte h , assim como as relações da estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ com os outros conceitos de estabilidade presentes na literatura do GMCR.

3 ESTABILIDADE DO OTIMISMO PESSIMISMO PARA CONFLITOS BILATERAIS

Nesse capítulo, iniciamos a apresentação de um novo conceito de solução cuja motivação partiu da Estabilidade $Maximin_h$ e da Estabilidade L_h . A proposta busca adaptar a regra de decisão do otimismo-pessimismo (critério de *Hurwicz*) para estudar as situações em diferentes horizontes h quando os TDs não conhecem as preferências dos outros TDs. Visto que nas situações de conflitos reais, os TDs podem desconhecer as motivações dos oponentes, a proposta desse novo critério de estabilidade permite analisar conflitos em meio a essas condições.

Vamos inicialmente considerar um conflito onde existam apenas dois indivíduos com poder de decisão, o TD i e j . A versão deste novo conceito de estabilidade para conflitos multilaterais será abordada no Capítulo 4.

3.1 ESTABILIDADE DO OTIMISMO-PESSIMISMO PARA CONFLITOS COM DOIS TDS

A análise de estabilidade Otimismo-Pessimismo, como em outros conceitos de estabilidade no GMCR, é feita para cada TD em separado. O TD para o qual a estabilidade está sendo analisada é conhecido como TD focal. Se o TD i for o TD focal, na estabilidade otimismo-pessimismo, o TD i não conhece as preferências do TD j , e por isso o TD i fica impossibilitado de avaliar qual será a ação tomada pelo TD j em resposta a um movimento seu. Por isso, para tomar sua decisão, o TD i assume que o TD j escolherá a melhor ou a pior ação para o TD i de acordo com o grau de otimismo do TD focal, que aqui será denotado por α_i , sendo esta uma informação de conhecimento comum.

Assume-se que cada estado será avaliado de acordo com o número de estados que são piores para o TD, ou seja, defini-se $K_i(s) = ||\{s_1 \in S : s \succ_i s_1\}||$, em que $|| \cdot ||$ representa a cardinalidade do conjunto.

Denote por $A_h^{i,\alpha_i}(j,s)$, o *payoff* antecipado pelo TD i , que possui grau de otimismo α_i , considerando um horizonte h para o conflito e que o movimento inicial é feito pelo TD j no estado s . O *payoff* $A_h^{i,\alpha_i}(i,s)$ é definido de forma indutiva da seguinte maneira:

$$A_h^{i,\alpha_i}(i,s) = \begin{cases} K_i(s), & \text{se } R_i(s) = \emptyset \text{ ou } K_i(s) \geq A_{h-1}^{i,\alpha_i}(j, M_h^{i,\alpha_i}(i,s)) \\ A_{h-1}^{i,\alpha_i}(j, M_h^{i,\alpha_i}(i,s)), & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (3.1)$$

em que $M_h^{i,\alpha_i}(i,s)$ é qualquer estado $s_1^* \in R_i(s)$ que satisfaz $s_1^* \in \arg\max\{A_{h-1}^{i,\alpha_i}(j,s_1) : s_1 \in R_i(s)\}$, onde $j \neq i$. Por convenção, é assumido que $A_0^{i,\alpha_i}(\cdot, s) = K_i(s)$.

A ideia é que, quando o conflito está em s e o horizonte considerado é h , TD i ao realizar um movimento deve antecipar o melhor *payoff* para ele considerando as escolhas do seu oponente no horizonte $h - 1$.

O *payoff* antecipado no horizonte h é então dado pelo máximo entre o *payoff* de permanecer no estado atual e o máximo *payoff* antecipado no horizonte $h - 1$, que pode-se obter ao mover o conflito do estado atual para um estado acessível.

Como o TD i não conhece as preferências do TD j , segundo a regra do otimismo-pessimismo, o TD i deve ponderar dois cenários, um otimista e um pessimista. Para tal, precisamos definir os *payoffs* antecipados pelo TD i nestes dois cenários quando o TD j é o primeiro a se mover. O *payoff* antecipado no cenário pessimista é denotado por $\underline{A}_h^{i,\alpha_i}(j,s)$ e definido da seguinte forma:

$$\underline{A}_h^{i,\alpha_i}(j,s) = \begin{cases} K_i(s), & \text{se } R_j(s) = \emptyset \text{ ou } K_i(s) \leq A_{h-1}^{i,\alpha_i}(i, \underline{M}_h^{i,\alpha_i}(j,s)) \\ A_{h-1}^{i,\alpha_i}(i, \underline{M}_h^{i,\alpha_i}(j,s)), & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (3.2)$$

em que $\underline{M}_h^{i,\alpha_i}(j,s)$ é qualquer estado $s_1^* \in R_j(s)$ que satisfaz $s_1^* \in \operatorname{argmin}\{A_{h-1}^{i,\alpha_i}(i, s_1) : s_1 \in R_j(s)\}$, onde $j \neq i$.

A ideia é que, quando o conflito está em s e considera-se um cenário pessimista com horizonte h , o TD i antecipa o *payoff* mínimo que o TD j pode atingir entre permanecer no estado ou se mover para outro estado e passar a chance de movimento de volta ao TD i . Similarmente, o *payoff* antecipado no cenário otimista é denotado por $\bar{A}_h^{i,\alpha_i}(j,s)$ e definido da seguinte forma:

$$\bar{A}_h^{i,\alpha_i}(j,s) = \begin{cases} K_i(s), & \text{se } R_j(s) = \emptyset \text{ ou } K_i(s) \geq A_{h-1}^{i,\alpha_i}(i, \bar{M}_h^{i,\alpha_i}(j,s)) \\ A_{h-1}^{i,\alpha_i}(i, \bar{M}_h^{i,\alpha_i}(j,s)), & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (3.3)$$

em que $\bar{M}_h^{i,\alpha_i}(j,s)$ é qualquer estado $s_1^* \in R_j(s)$ que satisfaz $s_1^* \in \operatorname{argmax}\{A_{h-1}^{i,\alpha_i}(i, s_1) : s_1 \in R_j(s)\}$, onde $j \neq i$.

A ideia é que, quando o conflito está em s e considera-se um cenário otimista com horizonte h , o TD i antecipa o *payoff* máximo que o TD j pode atingir entre permanecer no estado ou se mover para outro estado e passar a chance de movimento de volta ao TD i .

Segundo a regra do otimismo pessimismo, de posse dos *payoffs* antecipados nos cenários pessimista e otimista, respectivamente, pode-se usar o grau de otimismo do TD i para obter o *payoff* antecipado $A_h^{i,\alpha_i}(j,s)$ da seguinte forma:

$$A_h^{i,\alpha_i}(j,s) = \alpha_i \bar{A}_h^{i,\alpha_i}(j,s) + (1 - \alpha_i) \underline{A}_h^{i,\alpha_i}(j,s), \quad (3.4)$$

em que α_i é o grau de otimismo de TD i .

Desse modo, a ideia é que o TD focal i por não saber qual escolha seu oponente fará, para tomar sua decisão considera uma ponderação entre os cenários otimistas e pessimistas de acordo com seu grau de otimismo α_i . Portanto, TD i antecipa um *payoff* médio ponderado pelo grau de otimismo sobre o *payoff* otimista ($\bar{A}_{h-1}^{i,\alpha_i}(i, \bar{M}_h^{i,\alpha_i}(j, s))$), o melhor *payoff* que o TD i pode alcançar quando o TD j move o conflito a partir do estado s e o horizonte for $h - 1$, e o *payoff* pessimista ($\underline{A}_{h-1}^{i,\alpha_i}(i, \underline{M}_h^{i,\alpha_i}(j, s))$), o pior *payoff* que o TD i espera alcançar quando o TD j move o conflito a partir do estado s e o horizonte for $h - 1$.

A partir da definição de $A_h^{i,\alpha_i}(i, s)$, a Estabilidade do Otimismo Pessimismo no horizonte h ($\alpha_i - Opt_h$) para conflitos com dois TDs é definida a seguir:

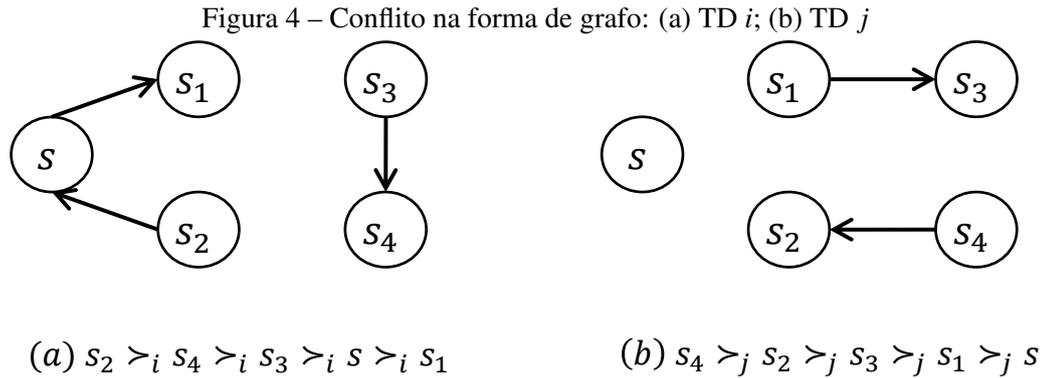
Definição 1. ($\alpha_i - Opt_h$) *Seja h um número inteiro positivo. O estado $s \in S$, será classificado como α_i -otimismo-pessimismo estável com horizonte h para o TD $i \in N$ se e somente se $A_h^{i,\alpha_i}(i, s) = K_i(s)$.*

Intuitivamente, o estado s é $\alpha_i - Opt_h$ estável para o TD i quando ele prevê que permanecer no estado s resultará no maior *payoff* que ele pode obter considerando o conflito com horizonte h e o seu grau de otimismo α_i , ou seja, não existe um maior *payoff* antecipado para outros estados acessíveis a partir de s para o TD i considerando um horizonte h que incentivem-o a sair do estado s . O conjunto de todos os estados que são $\alpha_i - Opt_h$ estáveis para o TD i é denotado por S_i^{h,α_i} .

Agora vamos analisar a estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ em um conflito hipotético para ilustrar operacionalmente como determinar a estabilidade de um estado para um TD de acordo com um horizonte pré-estabelecido.

Suponha um conflito hipotético em que existam dois TDs, o TD i e j . Suponha que nesse conflito existem cinco estados, os estados s, s_1, s_2, s_3 e s_4 . Assuma que a estrutura de preferência dos TDs i e j é dada, respectivamente, por $s_2 \succ_i s_4 \succ_i s_3 \succ_i s \succ_i s_1$ e $s_4 \succ_j s_2 \succ_j s_3 \succ_j s_1 \succ_j s$. Considere também que $R_i(s) = \{s_1\}, R_j(s_1) = \{s_3\}, R_i(s_3) = \{s_4\}, R_j(s_4) = \{s_2\}, R_i(s_2) = \{s\}$ e que $R_i(s_1) = R_j(s_3) = R_j(s_2) = R_j(s) = R_i(s_4) = \emptyset$ conforme representado pela Figura 4 a seguir.

Vamos verificar se o estado s é $\alpha_i - Opt_h$ estável para o TD i , quando $\alpha_i = \frac{1}{2}$ e $h = 4$. Considere então que o conflito está no estado s e o TD i está avaliando se deve ou não permanecer neste estado, considerando um horizonte $h = 4$. O TD i deve avaliar se deve permanecer ou mover o conflito e como consequência dessa decisão alcançará o *payoff* $A_4^{i,\alpha_i}(i, s)$.



Fonte: O Autor (2020).

Caso ele decida realizar um movimento, ele deve comparar o melhor *payoff* antecipado para ele, TD focal, considerando os estados acessíveis para ele a partir de s (no caso, apenas s_1) e as escolhas subsequentes do seu oponente quando o conflito estiver sendo analisado com horizonte 3. Mas como o TD focal não conhece as preferências do seu oponente, o *payoff* antecipado $A_3^{i,\alpha_i}(j,s_1)$ pelo TD i considerando que ele se moveu de s para s_1 no horizonte $h = 3$, será o resultado da ponderação entre os cenários otimista e pessimista segundo o seu grau de otimismo α_i .

Para determinar os cenários otimista e pessimista, deve-se antecipar qual será a escolha feita pelo TD i após o TD j mover o conflito de s_1 para s_3 e o TD i considerar um horizonte igual a 2. Novamente, o TD i deve avaliar se deve permanecer ou mover o conflito para s_4 e como consequência desta decisão antecipará o *payoff* $A_2^{i,\alpha_i}(i,s_3)$. Caso ele decida realizar um movimento, ele deve comparar o melhor *payoff* antecipado para ele, TD focal, considerando os estados acessíveis para ele a partir de s_3 (no caso, apenas s_4) e as escolhas subsequentes do seu oponente quando o conflito estiver sendo analisado com horizonte 1, segundo seu grau de otimismo α_i . Mas como o TD focal não conhece as preferências do seu oponente, o *payoff* $A_1^{i,\alpha_i}(j,s_4)$ que ele antecipa considerando que ele se moveu de s_3 para s_4 no horizonte $h = 1$, será o resultado da ponderação entre os cenários otimista e pessimista segundo o seu grau de otimismo α_i . Sendo assim, como $R_j(s_4) = \{s_2\}$ e $K_i(s_2) > K_i(s_4)$, temos que $\bar{M}_1^{i,\alpha_i}(j,s_4) = \underline{M}_1^{i,\alpha_i}(j,s_4) = s_2$. Logo,

$$\begin{aligned} \bar{A}_1^{i,\alpha_i}(j,s_4) &= A_{1-1}^{i,\alpha_i}(i,\bar{M}_1^{i,\alpha_i}(j,s_4)) \\ &= A_0^{i,\alpha_i}(i,s_2) \\ &= K_i(s_2) = 4, \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}\underline{A}_1^{i,\alpha_i}(j,s_4) &= K_i(s_4) \\ &= 3,\end{aligned}$$

desse modo concluímos que:

$$\begin{aligned}A_1^{i,\alpha_i}(j,s_4) &= \alpha_i \bar{A}_1^{i,\alpha_i}(j,s_4) + (1 - \alpha_i) \underline{A}_1^{i,\alpha_i}(j,s_4) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 3 \\ &= 3,5.\end{aligned}$$

Portanto $A_1^{i,\alpha_i}(j,s_4) = 3,5$ significa que quando o TD j estiver movendo-se em s_4 considerando um horizonte $h = 1$, o TD focal i antecipa receber um *payoff* de 3,5.

Agora quando o TD i esta em s_3 e considera um horizonte $h = 2$, temos que $A_2^{i,\alpha_i}(i,s_3)$ é dado pelo máximo entre $K_i(s_3) = 2$ e

$$A_{2-1}^{i,\alpha_i}(j, M_2^{i,\alpha_i}(i,s_3)) = A_1^{i,\alpha_i}(j,s_4) = 3,5.$$

Portanto, $A_2^{i,\alpha_i}(i,s_3) = 3,5$. Logo o TD i vai se mover para o estado s_4 antecipando receber um *payoff* de 3,5.

Agora quando o TD j está em s_1 considerando um horizonte $h = 3$, o TD i leva em consideração os cenários otimista e pessimista, antecipando os seguintes *payoffs*:

$$\begin{aligned}\bar{A}_3^{i,\alpha_i}(j,s_1) &= A_{3-1}^{i,\alpha_i}(i, \bar{M}_3^{i,\alpha_i}(j,s_1)) \\ &= A_2^{i,\alpha_i}(i,s_3) \\ &= 3,5\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}\underline{A}_3^{i,\alpha_i}(j,s_1) &= K_i(s_1) \\ &= 0.\end{aligned}$$

Logo, levando em conta seu grau de otimismo:

$$\begin{aligned}A_3^{i,\alpha_i}(j,s_1) &= \alpha_i \bar{A}_3^{i,\alpha_i}(j,s_1) + (1 - \alpha_i) \underline{A}_3^{i,\alpha_i}(j,s_1) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 3,5 + \frac{1}{2} \cdot 0 \\ &= 1,75.\end{aligned}$$

Uma questão que pode ser respondida é a seguinte: até que ponto o TD i está disposto a permanecer no estado atual, mais especificamente, o quão pessimista o TD i precisa ser para que um determinado estado seja estável? Com esse intuito, uma análise de sensibilidade pode ser feita para verificar como o TD se comportaria se tivesse diferentes graus de otimismo, mantendo inalterado o horizonte h do conflito. Sabe-se que, quanto mais otimista o TD for, mais disposto ele estará a aceitar o risco de mover o conflito, aumentando sua tendência de sair dos estados. Vejamos como isso acontece de forma analítica.

Considerando o horizonte $h = 1$, temos que:

$$\begin{aligned}\bar{A}_1^{i,\alpha_i}(j,s_4) &= A_{1-1}^{i,\alpha_i}(i,\bar{M}_1^{i,\alpha_i}(j,s_4)) \\ &= A_0^{i,\alpha_i}(i,s_2) \\ &= K_i(s_2) \\ &= 4\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}\underline{A}_1^{i,\alpha_i}(j,s_4) &= K_i(s_4) \\ &= 3.\end{aligned}$$

Desse modo, temos que:

$$\begin{aligned}A_1^{i,\alpha_i}(j,s_4) &= \alpha_i \bar{A}_1^{i,\alpha_i}(j,s_4) + (1 - \alpha_i) \underline{A}_1^{i,\alpha_i}(j,s_4) \\ &= 4 \cdot \alpha_i + 3 \cdot (1 - \alpha_i)\end{aligned}$$

Logo, quando o TD j mover-se em s_4 considerando um horizonte $h = 1$, o TD focal i antecipa receber um *payoff* de $4 \cdot \alpha_i + 3 \cdot (1 - \alpha_i)$.

Agora quando o TD i esta em s_3 e considera um horizonte $h = 2$, temos que $A_2^{i,\alpha_i}(i,s_3)$ é dado pelo máximo entre $K_i(s_3) = 2$ e

$$A_{2-1}^{i,\alpha_i}(j,M_2^{i,\alpha_i}(i,s_3)) = A_1^{i,\alpha_i}(j,s_4) = 4 \cdot \alpha_i + 3 \cdot (1 - \alpha_i)$$

Portanto, $A_2^{i,\alpha_i}(i,s_3) = 4 \cdot \alpha_i + 3 \cdot (1 - \alpha_i)$. Logo o TD i vai se mover para o estado s_4 antecipando receber um *payoff* de $4 \cdot \alpha_i + 3 \cdot (1 - \alpha_i)$.

Agora quando o TD j está em s_1 considerando um horizonte $h = 3$, o TD i leva em consideração os cenários otimista e pessimista, antecipando os seguintes *payoffs*:

$$\begin{aligned}\bar{A}_3^{i,\alpha_i}(j,s_1) &= A_{3-1}^{i,\alpha_i}(i,\bar{M}_3^{i,\alpha_i}(j,s_1)) \\ &= A_2^{i,\alpha_i}(i,s_3) \\ &= 4.\alpha_i + 3.(1 - \alpha_i),\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}\underline{A}_3^{i,\alpha_i}(j,s_1) &= K_i(s_1) \\ &= 0.\end{aligned}$$

Logo, levando em conta seu grau de otimismo:

$$\begin{aligned}A_3^{i,\alpha_i}(j,s_1) &= \alpha_i\bar{A}_3^{i,\alpha_i}(j,s_1) + (1 - \alpha_i)\underline{A}_3^{i,\alpha_i}(j,s_1) \\ &= \alpha_i.[4.\alpha_i + 3.(1 - \alpha_i)] + (1 - \alpha_i).0 \\ &= \alpha_i[4.\alpha_i + 3.(1 - \alpha_i)],\end{aligned}$$

Portanto, o TD i espera receber um *payoff* de $\alpha_i[4.\alpha_i + 3.(1 - \alpha_i)]$ quando o TD j mover-se em s_1 e o horizonte for $h = 3$. Note que o *payoff* antecipado $A_3^{i,\alpha_i}(j,s_1) \geq 0$.

Agora vamos encontrar para qual valor de α_i o TD i fica indiferente entre os *payoffs* $K_i(s)$ e $A_3^{i,\alpha_i}(j,s_1)$, ou seja, permanecer ou mover a partir de s , respectivamente. Dessa forma temos que:

$$1 = \alpha_i[4.\alpha_i + 3.(1 - \alpha_i)]$$

$$1 = \alpha_i[4\alpha_i + 3 - 3\alpha_i]$$

$$1 = 4\alpha_i^2 + 3\alpha_i - 3\alpha_i^2$$

$$\alpha_i^2 + 3\alpha_i - 1 = 0.$$

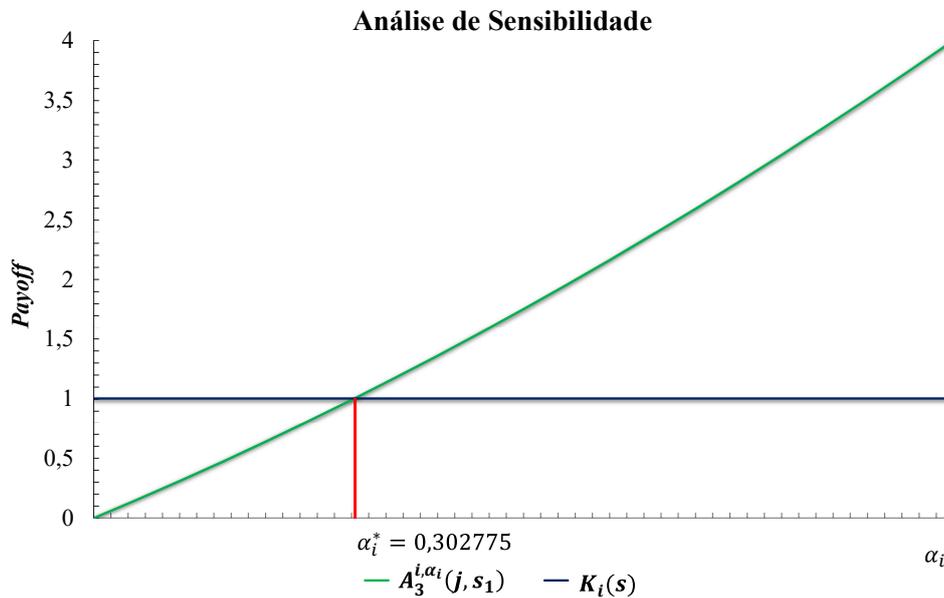
Encontrando as raízes da equação temos que:

$$\alpha_i' = 0,302775$$

$$\alpha_i'' = -3,302775$$

Descartando α_i'' visto que não existe grau de otimismo negativo, então o valor de alfa que torna o TD i indiferente entre permanecer ou mover a partir de s é $\alpha_i' = 0,302775$.

Figura 6 – Análise de sensibilidade do conflito exemplo



Fonte: O Autor (2020)

Como pode ser observado na Figura 6, o TD torna-se cada vez mais favorável em cogitar mover o conflito quando o seu grau de otimismo α_i aumenta de 0 até 1. Isso reflete o comportamento otimista do TD visto que ele pondera os maiores *payoffs* com maiores valores de α_i . Dessa forma, quando o grau de otimismo do TD i for maior que $\alpha_i^* = 0,3027$ ele estará disposto a aceitar o risco de mover o conflito, e portanto, o estado s ficará instável para valores acima do grau de otimismo α_i^* .

3.2 O EFEITO DA VARIAÇÃO DE α_i NA ESTABILIDADE $\alpha_i - Opt_h$

Nesta subseção, iremos investigar qual o efeito da variação do grau de otimismo no conceito de estabilidade proposto. Mostraremos que a medida que o α_i cresce o conjunto de estados que satisfaz a estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ decresce (no sentido de inclusão) ou permanece o mesmo. Para tal, provaremos primeiro o Lema 1 que estabelece o efeito da variação do grau de otimismo no pagamento antecipado pelo TD focal.

Lema 1. *Seja $s \in S$, $i \in N$ e h um inteiro positivo qualquer. $A_h^{i, \alpha_i}(i, s)$ é uma função não-decrescente em α_i .*

Prova: Iremos provar por indução em h que se $\alpha_i > \alpha'_i$, então $A_h^{i,\alpha_i}(i,s) \geq A_h^{i,\alpha'_i}(i,s)$, $A_h^{i,\alpha_i}(j,s) \geq A_h^{i,\alpha'_i}(j,s)$, $\bar{A}_h^{i,\alpha_i}(j,s) \geq \bar{A}_h^{i,\alpha'_i}(j,s)$ e $\underline{A}_h^{i,\alpha_i}(j,s) \geq \underline{A}_h^{i,\alpha'_i}(j,s)$, para todo $s \in S$. Escolha um $s \in S$, arbitrariamente. Por definição, temos que $A_0^{i,\alpha_i}(\cdot,s) = K_i(s)$. Vamos provar que o resultado vale para $h = 1$. Por definição de $A_1^{i,\alpha_i}(\cdot,s)$, temos que:

$$\begin{aligned} A_1^{i,\alpha_i}(i,s) &= \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_0^{i,\alpha_i}(j,s_1) : s_1 \in R_i(s)\}\} \\ &= \max\{\{K_i(s)\} \cup \{K_i(s_1) : s_1 \in R_i(s)\}\}. \end{aligned}$$

Portanto, $A_1^{i,\alpha_i}(i,s)$ não depende do valor de α_i , satisfazendo o Lema. Por outro lado, temos que

$$A_1^{i,\alpha_i}(j,s) = \alpha_i \bar{A}_1^{i,\alpha_i}(j,s) + (1 - \alpha_i) \underline{A}_1^{i,\alpha_i}(j,s),$$

em que por sua vez:

$$\begin{aligned} \bar{A}_1^{i,\alpha_i}(j,s) &= \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_0^{i,\alpha_i}(i,s_1) : s_1 \in R_j(s)\}\} \\ &= \max\{\{K_i(s)\} \cup \{K_i(s_1) : s_1 \in R_j(s)\}\} \\ &\geq \min\{\{K_i(s)\} \cup \{K_i(s_1) : s_1 \in R_j(s)\}\} \\ &= \min\{\{K_i(s)\} \cup \{A_0^{i,\alpha_i}(i,s_1) : s_1 \in R_j(s)\}\} \\ &= \underline{A}_1^{i,\alpha_i}(j,s). \end{aligned}$$

Logo, $\bar{A}_1^{i,\alpha_i}(j,s)$ e $\underline{A}_1^{i,\alpha_i}(j,s)$ não dependem de α_i , portanto satisfazem a hipótese base da prova por indução.

Utilizando este fato, temos finalmente que:

$$\begin{aligned} A_1^{i,\alpha_i}(j,s) &= \alpha_i \bar{A}_1^{i,\alpha_i}(j,s) + (1 - \alpha_i) \underline{A}_1^{i,\alpha_i}(j,s) \\ &= \alpha_i \bar{A}_1^{i,\alpha'_i}(j,s) + (1 - \alpha_i) \underline{A}_1^{i,\alpha'_i}(j,s) \\ &\geq \alpha'_i \bar{A}_1^{i,\alpha'_i}(j,s) + (1 - \alpha'_i) \underline{A}_1^{i,\alpha'_i}(j,s) \\ &= A_1^{i,\alpha'_i}(j,s). \end{aligned}$$

Agora provaremos que o resultado vale para h , sob a hipótese de que se $\alpha_i > \alpha'_i$, então $A_{h-1}^{i,\alpha_i}(i,s) \geq A_{h-1}^{i,\alpha'_i}(i,s)$, $A_{h-1}^{i,\alpha_i}(j,s) \geq A_{h-1}^{i,\alpha'_i}(j,s)$, $\bar{A}_{h-1}^{i,\alpha_i}(j,s) \geq \bar{A}_{h-1}^{i,\alpha'_i}(j,s)$ e $\underline{A}_{h-1}^{i,\alpha_i}(j,s) \geq \underline{A}_{h-1}^{i,\alpha'_i}(j,s)$, para todo $s \in S$.

Escolha $s \in S$, arbitrariamente. Vamos então provar que se $\alpha_i > \alpha'_i$, então $A_h^{i,\alpha_i}(i,s) \geq A_h^{i,\alpha'_i}(i,s)$, $A_h^{i,\alpha_i}(j,s) \geq A_h^{i,\alpha'_i}(j,s)$, $\bar{A}_h^{i,\alpha_i}(j,s) \geq \bar{A}_h^{i,\alpha'_i}(j,s)$ e $\underline{A}_h^{i,\alpha_i}(j,s) \geq \underline{A}_h^{i,\alpha'_i}(j,s)$.

Pela hipótese do passo indutivo temos que se $\alpha_i > \alpha'_i$, então $A_{h-1}^{i,\alpha_i}(j,s) \geq A_{h-1}^{i,\alpha'_i}(j,s)$, para todo $s \in S$. Logo,

$$\begin{aligned} A_h^{i,\alpha_i}(i,s) &= \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_{h-1}^{i,\alpha_i}(j,s_1) : s_1 \in R_i(s)\}\} \\ &\geq \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_{h-1}^{i,\alpha'_i}(j,s_1) : s_1 \in R_i(s)\}\} \\ &= A_h^{i,\alpha'_i}(i,s). \end{aligned}$$

Sendo assim, sob hipótese de que $\alpha_i > \alpha'_i$, temos que $A_h^{i,\alpha_i}(i,s) \geq A_h^{i,\alpha'_i}(i,s)$.

Pelas definições de \bar{A}_h e de \underline{A}_h , temos que

$$\begin{aligned} \bar{A}_h^{i,\alpha_i}(j,s) &= \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_{h-1}^{i,\alpha_i}(i,s_1) : s_1 \in R_j(s)\}\} \\ &\geq \min\{\{K_i(s)\} \cup \{A_{h-1}^{i,\alpha_i}(i,s_1) : s_1 \in R_j(s)\}\} \\ &= \underline{A}_h^{i,\alpha_i}(j,s) \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} \bar{A}_h^{i,\alpha'_i}(j,s) &= \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_{h-1}^{i,\alpha'_i}(i,s_1) : s_1 \in R_j(s)\}\} \\ &\geq \min\{\{K_i(s)\} \cup \{A_{h-1}^{i,\alpha'_i}(i,s_1) : s_1 \in R_j(s)\}\} \\ &= \underline{A}_h^{i,\alpha'_i}(j,s). \end{aligned}$$

Vamos agora usar a hipótese do passo indutivo que se $\alpha_i > \alpha'_i$, então $A_{h-1}^{i,\alpha_i}(i,s) \geq A_{h-1}^{i,\alpha'_i}(i,s)$, para todo $s \in S$. Portanto,

$$\begin{aligned} \bar{A}_h^{i,\alpha_i}(j,s) &= \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_{h-1}^{i,\alpha_i}(i,s_1) : s_1 \in R_j(s)\}\} \\ &\geq \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_{h-1}^{i,\alpha'_i}(i,s_1) : s_1 \in R_j(s)\}\} \\ &= \bar{A}_h^{i,\alpha'_i}(j,s) \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} \underline{A}_h^{i,\alpha_i}(j,s) &= \min\{\{K_i(s)\} \cup \{A_{h-1}^{i,\alpha_i}(i,s_1) : s_1 \in R_j(s)\}\} \\ &\geq \min\{\{K_i(s)\} \cup \{A_{h-1}^{i,\alpha'_i}(i,s_1) : s_1 \in R_j(s)\}\} \\ &= \underline{A}_h^{i,\alpha'_i}(j,s) \end{aligned}$$

Consequentemente, pode-se concluir que:

$$\begin{aligned}
A_h^{i,\alpha_i}(j,s) &= \alpha_i \bar{A}_h^{i,\alpha_i}(j,s) + (1 - \alpha_i) \underline{A}_h^{i,\alpha_i}(j,s) \\
&\geq \alpha'_i \bar{A}_h^{i,\alpha'_i}(j,s) + (1 - \alpha'_i) \underline{A}_h^{i,\alpha'_i}(j,s) \\
&= A_h^{i,\alpha'_i}(j,s)
\end{aligned}$$

□

O Teorema 1 mostra a relação entre o conjunto de estados que satisfazem a estabilidade $\alpha_i - Opt_h$.

Teorema 1. *Seja $s \in S, i \in N$ e h um número inteiro positivo. Seja S_i^{h,α_i} o conjunto dos estados que satisfazem a estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ para o TD i . Se $\alpha_i < \alpha'_i$ então $S_i^{h,\alpha_i} \supseteq S_i^{h,\alpha'_i}$.*

Prova: Seja $\alpha_i < \alpha'_i$. Seja $s \notin S_i^{h,\alpha_i}$. Deste modo, $R_i(s) \neq \emptyset$ e $A_h^{i,\alpha_i}(i,s) > K_i(s)$. Portanto, o Lema 1 implica que $A_h^{i,\alpha'_i}(i,s) \geq A_h^{i,\alpha_i}(i,s) > K_i(s)$. Logo, $s \notin S_i^{h,\alpha'_i}$. □

Na subseção seguinte serão discutidas as relações entre a estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ e os outros conceitos de estabilidade.

3.3 RELAÇÃO ENTRE A ESTABILIDADE $\alpha_i - Opt_h$ COM OUTROS CONCEITOS DE SOLUÇÃO DO GMCR

O conhecimento efetivo das relações entre os conceitos de estabilidade do GMCR possui um grande potencial informativo para análise de conflitos (FANG; HIPEL; KILGOUR, 1993). Desse modo, nesta subseção serão discutidos as conexões teóricas entre a estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ com os outros conceitos de solução da literatura do Modelo de Grafos para Resolução de Conflitos. O Teorema 2 estabelece a relação de equivalência entre as estabilidades $0 - Opt_h$ e $Maximin_h$.

Nesta seção, assumiremos que \succ_i é transitiva, completa e assimétrica, pois para a definição da estabilidade $Maximin_h$ estas hipóteses são necessárias. Para demonstrar este Teorema, primeiro vamos mostrar o Lema 2 que trata da relação dos pagamentos antecipados que são utilizados no conceito $0 - Opt_h$ com os estados antecipados que são utilizados no conceito $Maximin_h$.

Lema 2. *Seja $s \in S, i \in N$ e h um inteiro positivo qualquer. Então,*

- (a) $A_h^{i,0}(i,s) = K_i(G_h^i(i,s))$.
- (b) $A_h^{i,0}(j,s) = K_i(G_h^i(j,s))$.

Prova: Vamos mostrar o Lema por indução em h . Vamos primeiro mostrar o caso (a) para $h = 1$. Vamos dividir esta prova em dois sub-casos. Primeiro, se $R_i(s) = \emptyset$ ou $K_i(s) \geq A_0^{i,0}(j, s_1) = K_i(s_1)$ para todo $s_1 \in R_i(s)$, temos que $A_1^{i,0}(i, s) = K_i(s)$ e $G_1^i(i, s) = s$, o que satisfaz a parte (a) do Lema. Segundo, suponha que $R_i(s) \neq \emptyset$ e $K_i(s) < A_0^{i,0}(j, M_1^{i,0}(i, s))$. Note que para todo $s_1 \in R_i(s)$, temos que $A_0^{i,0}(j, s_1) = K_i(s_1)$ e $G_0^i(j, s_1) = s_1$. Consequentemente, $M_1^{i,0}(i, s) = M_1^i(i, s)$. Portanto,

$$\begin{aligned} A_1^{i,0}(i, s) &= A_0^{i,0}(j, M_1^{i,0}(i, s)) \\ &= A_0^{i,0}(j, M_1^i(i, s)) \\ &= K_i(M_1^i(i, s)) \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} G_1^i(i, s) &= G_0^i(j, M_1^i(i, s)) \\ &= M_1^i(i, s). \end{aligned}$$

Agora vamos mostrar o caso (b) para $h = 1$. Vamos dividir esta prova em dois sub-casos. Primeiro, se $R_j(s) = \emptyset$ ou $K_i(s) \leq A_0^{i,0}(i, s_1) = K_i(s_1)$ para todo $s_1 \in R_j(s)$, temos que $A_1^{i,0}(j, s) = \underline{A}_1^{i,0}(j, s) = K_i(s)$ e $G_1^i(j, s) = s$, o que satisfaz a parte (b) do Lema. Segundo, suponha que $R_j(s) \neq \emptyset$ e $K_i(s) > A_0^{i,0}(i, \underline{M}_1^{i,0}(j, s))$. Note que para todo $s_1 \in R_j(s)$, temos que $A_0^{i,0}(i, s_1) = K_i(s_1)$ e $G_0^i(i, s_1) = s_1$. Consequentemente, $\underline{M}_1^{i,0}(j, s) = M_1^i(j, s)$. Portanto,

$$\begin{aligned} A_1^{i,0}(j, s) &= \alpha_i \bar{A}_1^{i,0}(j, s) + (1 - \alpha_i) \underline{A}_1^{i,0}(j, s) \\ &= \underline{A}_1^{i,0}(j, s) \\ &= A_0^{i,0}(i, \underline{M}_1^{i,0}(j, s)) \\ &= A_0^{i,0}(i, M_1^i(j, s)) \\ &= K_i(M_1^i(j, s)) \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} G_1^i(j, s) &= G_0^i(i, M_1^i(j, s)) \\ &= M_1^i(j, s). \end{aligned}$$

Vamos supor agora que o Lema é válido para $h - 1$, ou seja, suponha que para todo $s \in S$

$$I1 \ A_{h-1}^{i,0}(i,s) = K_i(G_{h-1}^i(i,s)).$$

$$I2 \ A_{h-1}^{i,0}(j,s) = K_i(G_{h-1}^i(j,s)).$$

Agora provaremos que o resultado vale para h . Inicialmente, note que, por I2, para todo $s_1 \in R_i(s)$, $A_{h-1}^{i,0}(j,s_1) = K_i(G_{h-1}^i(j,s_1))$, logo $M_h^{i,0}(i,s) = M_h^i(i,s)$. Vamos dividir a prova do caso (a) em dois sub-casos. Primeiro, se $R_i(s) = \emptyset$ ou $K_i(s) \geq A_{h-1}^{i,0}(j, M_h^{i,0}(i,s))$, então como $M_h^{i,0}(i,s) = M_h^i(i,s)$, por I2, temos que $R_i(s) = \emptyset$ ou

$$K_i(s) \geq K_i(G_{h-1}^i(j, M_h^{i,0}(i,s))) = K_i(G_{h-1}^i(j, M_h^i(i,s))).$$

Logo, $A_h^{i,0}(i,s) = K_i(s)$ e $G_h^i(i,s) = s$, o que satisfaz a parte (a) do lema.

Segundo, suponha que $R_i(s) \neq \emptyset$ e $K_i(s) < A_{h-1}^{i,0}(j, M_h^{i,0}(i,s))$. Logo, como $M_h^{i,0}(i,s) = M_h^i(i,s)$, por I2, temos que $R_i(s) \neq \emptyset$ e

$$K_i(s) < K_i(G_{h-1}^i(j, M_h^{i,0}(i,s))) = K_i(G_{h-1}^i(j, M_h^i(i,s))).$$

Portanto, $G_h^i(i,s) = G_{h-1}^i(j, M_h^i(i,s))$. Logo, por I2,

$$\begin{aligned} A_h^{i,0}(i,s) &= A_{h-1}^{i,0}(j, M_h^{i,0}(i,s)) \\ &= A_{h-1}^{i,0}(j, M_h^i(i,s)) \\ &= K_i(G_{h-1}^i(j, M_h^i(i,s))) \\ &= K_i(G_h^i(i,s)). \end{aligned}$$

Para a prova do caso (b), inicialmente note que, por I1, para todo $s_1 \in R_j(s)$, $A_{h-1}^{i,0}(i,s_1) = K_i(G_{h-1}^i(i,s_1))$, logo $\underline{M}_h^{i,0}(j,s) = M_h^i(j,s)$. Agora, vamos dividir a prova do caso (b) em dois sub-casos e mostrar que os resultados são válidos para h . Primeiro, se $R_j(s) = \emptyset$ ou $K_i(s) \leq A_{h-1}^{i,0}(i, \underline{M}_h^{i,0}(j,s))$, então como $\underline{M}_h^{i,0}(j,s) = M_h^i(j,s)$, por I1, temos que $R_j(s) \neq \emptyset$ ou

$$K_i(s) \leq K_i(G_{h-1}^i(i, \underline{M}_h^{i,0}(j,s))) = K_i(G_{h-1}^i(i, M_h^i(j,s))).$$

Logo, $A_h^{i,0}(j,s) = \underline{A}_h^{i,0}(j,s) = K_i(s)$ e $G_h^i(j,s) = s$, o que satisfaz a parte (b) do lema.

Segundo, suponha que $R_j(s) \neq \emptyset$ e $K_i(s) > A_{h-1}^{i,0}(i, \underline{M}_h^{i,0}(j,s))$. Logo, como $\underline{M}_h^{i,0}(j,s) = M_h^i(j,s)$, por I1, temos que $R_j(s) \neq \emptyset$ e

$$K_i(s) > K_i(G_{h-1}^i(i, \underline{M}_h^{i,0}(j,s))) = K_i(G_{h-1}^i(i, M_h^i(j,s))).$$

Portanto, $G_h^i(j, s) = G_{h-1}^i(i, M_h^i(j, s))$. Logo, por I1,

$$\begin{aligned}
 A_h^{i,0}(j, s) &= \underline{A}_h^{i,0}(j, s) \\
 &= A_{h-1}^{i,0}(i, \underline{M}_h^{i,0}(j, s)) \\
 &= A_{h-1}^{i,0}(i, M_h^i(j, s)) \\
 &= K_i(G_{h-1}^i(i, M_h^i(j, s))) \\
 &= K_i(G_h^i(j, s)).
 \end{aligned}$$

□

O Teorema 2 estabelece uma relação de equivalência entre as estabilidades $0 - Opt_h$ e $Maximin_h$.

Teorema 2. *Seja $s \in S$, $i \in N$ e h um inteiro positivo qualquer. O estado s é $0 - Opt_h$ estável para o TD i se e somente se for $Maximin_h$ estável para esse TD.*

Prova: Vamos provar que se s é $Maximin_h$ estável para o TD i então é $0 - Opt_h$ estável para esse TD. Suponha que s é $Maximin_h$ estável para o TD i . Pela definição da estabilidade $Maximin_h$, segue que $G_h^i(i, s) = s$. Pela parte (a) do Lema 2, temos que $A_h^{i,0}(i, s) = K_i(G_h^i(i, s)) = K_i(s)$, o que implica que s é $0 - Opt_h$ estável para o TD i .

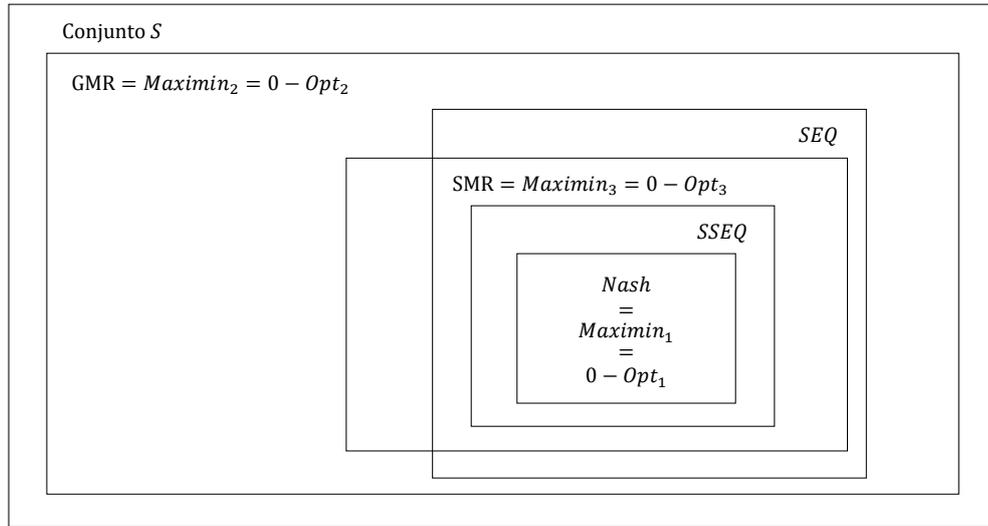
Agora vamos provar que se s é $0 - Opt_h$ estável para o TD i então é $Maximin_h$ estável para esse TD. Suponha que s é $0 - Opt_h$ estável para o TD i . Pela definição da estabilidade $0 - Opt_h$, segue que $A_h^{i,0}(i, s) = K_i(s)$. Pelo caso (a) do Lema 2, $K_i(s) = A_h^{i,0}(i, s) = K_i(G_h^i(i, s))$. Como \succ_i é completa, assimétrica e transitiva, segue que $G_h^i(i, s) = s$, o que implica que s é $Maximin_h$ estável para o TD i . □

A partir dos resultados acima, observa-se que o fato de um estado s ser $0 - Opt_h$ estável para um TD $i \in N$ implica que o estado s será também $Maximin_h$ estável para esse TD. Dessa forma, as relações da estabilidade $Maximin_h$ com os outros conceitos de solução do GMCR estabelecidas em Rêgo e Vieira (2019) continuam válidas para o caso particular da estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ quando $\alpha_i = 0$. Sendo assim, as implicações do Teorema 2 são representadas na Figura 7.

O Teorema 3 mostra que a estabilidade $\alpha_i - Opt_1$ e a estabilidade de Nash são equivalentes para o TD i quando o horizonte do conflito for $h = 1$.

Teorema 3. *O estado $s \in S$ é $\alpha_i - Opt_1$ para o TD $i \in N$ se e somente se for Nash estável para o TD i .*

Figura 7 – Relação da estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ com outros conceitos de solução



Fonte: O Autor (2020).

Prova: Primeiro note que como $A_0^{i,\alpha_i}(\cdot, s) = K_i(s)$ para todo $s \in S$, temos que $A_1^{i,\alpha_i}(i, s) = \max\{\{K_i(s)\} \cup \{K_i(s_1) : s_1 \in R_i(s)\}\}$. Vamos provar que se s é $\alpha_i - Opt_1$ para o TD i então é $Nash$ estável para esse TD. Suponha que s seja $\alpha_i - Opt_1$ para o TD i , ou seja, $A_1^{i,\alpha_i}(i, s) = K_i(s)$. Portanto, segue que $K_i(s) \geq K_i(s_1)$ para todo $s_1 \in R_i(s)$. Como \succ_i é irreflexiva e transitiva, segue que $s \succeq_i s_1$ para todo $s_1 \in R_i(s)$. Logo, $R_i^+(s) = \emptyset$ e, portanto, s é $Nash$ estável para o TD i .

Agora vamos provar que se s é $Nash$ para o TD i então é $\alpha_i - Opt_1$ estável para esse TD. Se o estado s é $Nash$ estável para o TD i , isso implica que $R_i^+(s) = \emptyset$. Portanto, segue que $s \succeq_i s_1$ para todo $s_1 \in R_i(s)$. Como \succeq_i é transitiva, temos que $K_i(s) \geq K_i(s_1)$ para todo $s_1 \in R_i(s)$. Logo, $A_1^{i,\alpha_i}(i, s) = \max\{\{K_i(s)\} \cup \{K_i(s_1) : s_1 \in R_i(s)\}\} = K_i(s)$. Portanto, s é $\alpha_i - Opt_1$ estável para o TD i . \square

3.4 RELAÇÃO ENTRE A ESTABILIDADE $\alpha_i - Opt_h$ COM DIFERENTES HORIZONTE h

Para capturar a relação entre a estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ em diferentes horizontes, quando o TD é totalmente destemido e por isso não mede esforços para alcançar as melhores recompensas para ele, TD focal, apresentamos o Lema 3 para comprovar as relações entre os pagamentos que o TD i acredita receber nos diferentes horizontes h quando $\alpha_i = 1$.

Lema 3. *Seja $s \in S$, h um número inteiro positivo qualquer. A relação entre os payoffs antecipados em diferentes horizontes é da seguinte maneira:*

$$a) A_h^{i,1}(i, s) \leq A_{h+1}^{i,1}(i, s) \leq A_{h+2}^{i,1}(i, s)$$

$$b) A_h^{i,1}(j,s) \leq A_{h+1}^{i,1}(j,s) \leq A_{h+2}^{i,1}(j,s)$$

Prova: Iremos provar o lema por indução em h mostrando simultaneamente que os resultados de a) e b) são válidos inicialmente para $h = 0$. Pela definição de $A_0^{i,1}(\cdot, s)$ temos que:

$$\begin{aligned} A_1^{i,1}(i,s) &= \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_0^{i,1}(j,s_1) : s_1 \in R_i(s)\}\} \\ &\geq K_i(s) = A_0^{i,1}(i,s), \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} \bar{A}_1^{i,1}(j,s) &= \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_0^{i,1}(i,s_1) : s_1 \in R_j(s)\}\} \\ &\geq K_i(s) = A_0^{i,1}(j,s). \end{aligned}$$

Como $\alpha_i = 1$, temos que

$$\begin{aligned} A_1^{i,1}(j,s) &= \bar{A}_1^{i,1}(j,s) \\ &\geq A_0^{i,1}(j,s). \end{aligned}$$

Pela definição de $A_2^{i,1}(i,s)$ e $A_1^{i,1}(i,s)$, temos que

$$\begin{aligned} A_2^{i,1}(i,s) &= \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_1^{i,1}(j,s_1) : s_1 \in R_i(s)\}\} \\ &\geq \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_0^{i,1}(j,s_1) : s_1 \in R_i(s)\}\} \\ &= A_1^{i,1}(i,s), \end{aligned}$$

e pela definição de $\bar{A}_2^{i,1}(j,s)$ e $\bar{A}_1^{i,1}(j,s)$, temos que

$$\begin{aligned} \bar{A}_2^{i,1}(j,s) &= \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_1^{i,1}(i,s_1) : s_1 \in R_j(s)\}\} \\ &\geq \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_0^{i,1}(i,s_1) : s_1 \in R_j(s)\}\} \\ &= \bar{A}_1^{i,1}(j,s). \end{aligned}$$

Desse modo, como $\alpha_i = 1$, segue que

$$\begin{aligned} A_2^{i,1}(j,s) &= \bar{A}_2^{i,1}(j,s) \\ &\geq \bar{A}_1^{i,1}(j,s) \\ &= A_1^{i,1}(j,s). \end{aligned}$$

Portanto, pelas inequações acima temos que

$$A_0^{i,1}(i,s) \leq A_1^{i,1}(i,s) \leq A_2^{i,1}(i,s) \text{ e}$$

$$A_0^{i,1}(j,s) \leq A_1^{i,1}(j,s) \leq A_2^{i,1}(j,s) .$$

Agora vamos supor que o lema é válido para $h - 1$. Sendo assim, suponha que para todo $s \in \mathcal{S}$

$$\text{I1. } A_{h-1}^{i,1}(i,s) \leq A_h^{i,1}(i,s) \leq A_{h+1}^{i,1}(i,s)$$

$$\text{I2. } A_{h-1}^{i,1}(j,s) \leq A_h^{i,1}(j,s) \leq A_{h+1}^{i,1}(j,s)$$

Agora vamos provar que o lema será válido para h . Portanto, por I2 temos que

$$\begin{aligned} A_h^{i,1}(i,s) &= \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_{h-1}^{i,1}(j,s_1) : s_1 \in R_i(s)\}\} \\ &\leq \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_h^{i,1}(j,s_1) : s_1 \in R_i(s)\}\} \\ &= A_{h+1}^{i,1}(i,s) \\ &\leq \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_{h+1}^{i,1}(j,s_1) : s_1 \in R_i(s)\}\} \\ &= A_{h+2}^{i,1}(i,s), \end{aligned}$$

e por I1 temos que

$$\begin{aligned} \bar{A}_h^{i,1}(j,s) &= \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_{h-1}^{i,1}(i,s_1) : s_1 \in R_j(s)\}\} \\ &\leq \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_h^{i,1}(i,s_1) : s_1 \in R_j(s)\}\} \\ &= \bar{A}_{h+1}^{i,1}(j,s) \\ &\leq \max\{\{K_i(s)\} \cup \{A_{h+1}^{i,1}(i,s_1) : s_1 \in R_j(s)\}\} \\ &= \bar{A}_{h+2}^{i,1}(j,s). \end{aligned}$$

Finalmente, como $\alpha_i = 1$, segue que

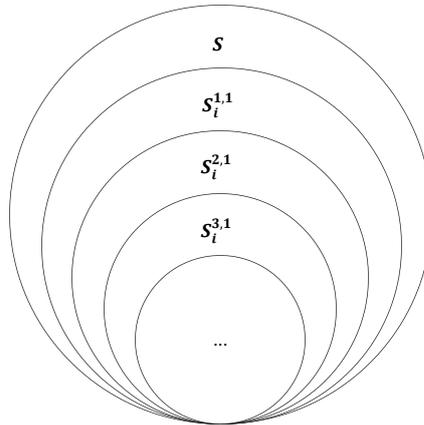
$$\begin{aligned} A_h^{i,1}(j,s) &= \bar{A}_h^{i,1}(j,s) \\ &\leq \bar{A}_{h+1}^{i,1}(j,s) \\ &= A_{h+1}^{i,1}(j,s) \\ &\leq \bar{A}_{h+2}^{i,1}(j,s) \\ &= A_{h+2}^{i,1}(j,s). \end{aligned}$$

□

O Teorema 4 mostra a relação entre a estabilidade $1 - Opt_h$ para diferentes horizontes, de tal forma que quanto maior for horizonte, maiores são as chances dos TDs, focal e oponente, de

receber maiores pagamentos. Em contrapartida, pela estabilidade $1 - Opt_h$, quanto maior for o horizonte mais difícil será para um estado ser $1 - Opt_h$ estável para o TD focal. A Figura 8 representa as relações da estabilidade $1 - Opt_h$ para diferentes horizontes h construída a partir do Teorema 4.

Figura 8 – Relações entre a estabilidade $1 - Opt_h$ em diferentes horizontes h



Fonte: O Autor (2020).

Teorema 4. *Seja $s \in S$, $i \in N$ e h um número inteiro positivo qualquer. Considere S_i^{h,α_i} o conjunto dos estados $\alpha_i - Opt_h$ estáveis para o TD i . Então, $S_i^{h+1,1} \subseteq S_i^{h,1}$.*

Prova: Suponha que $s \notin S_i^{h,1}$. Isso implica que $R_i(s) \neq \emptyset$ e $A_h^{i,1}(i,s) > K_i(s)$. Pela parte a) do Lema 3 temos que $A_{h+1}^{i,1}(i,s) \geq A_h^{i,1}(i,s) > K_i(s)$. Consequentemente, temos que $s \notin S_i^{h+1,1}$. \square

Na seção a seguir, será apresentado uma aplicação para ilustrar a estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ em conflitos envolvendo dois TDs.

3.5 APLICAÇÃO

Para ilustrar as noções da estabilidade do Otimismo Pessimismo, apresentamos nesta seção um exemplo real de um problema de decisão definido por Zhou e Wang (2018) como o conflito da seleção de tecnologia.

O processo de seleção de tecnologia é decisivo para a construção das vantagens competitivas de uma organização (ZHOU; WANG, 2018). No entanto, as abordagens tradicionais utilizadas para a tomada de decisão têm se mostrado ineficientes por considerar que as preferências dos TDs se comportam de forma estacionária. Na visão dos autores, a tomada de decisão é um processo dinâmico de cognição onde a estrutura de preferência dos indivíduos se altera

ao longo do tempo, e que para refletir eficiência na decisão é importante incorporar a análise comportamental nessas atividades.

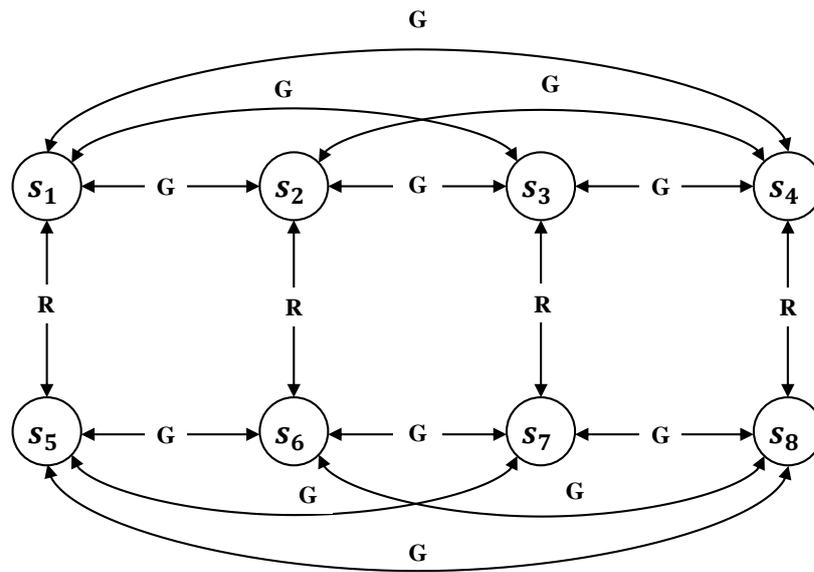
Para isso, Zhou e Wang (2018) desenvolveram um modelo para previsão de seleção de tecnologia que considera a tomada de decisão na perspectiva de um processo dinâmico, onde as preferências dos TDs mudam constantemente com o tempo. O princípio do modelo parte da teoria da racionalidade limitada, que diz que a clareza das preferências está correlacionada com o número de informações que o TD possui. Portanto, o modelo dinâmico de racionalidade limitada para seleção de tecnologia de Zhou e Wang (2018) classifica a mudança da preferência do TD em quatro fases do processo de cognição: intuição, emoção, baixa escala de racionalidade e alta escala de racionalidade.

Na primeira fase, o TD ainda não possui clareza sobre as suas preferências, sendo sua ação baseada apenas na intuição e experiências anteriores. Na segunda fase, o TD envolvido pelas emoções age de acordo com os seus sentimentos. Nessa fase, o TD não usa de pensamento lógico, busca respostas rápidas sobre os retornos futuros e desconsidera os riscos associados à sua ação. Na terceira fase, a racionalidade vai se sobrepondo as ações do TD, assim como a consciência sobre os riscos. Na última fase, as decisões são baseadas na perspectiva de longo prazo e buscando evitar o arrependimento, e por isso a preferência do TD tende a ser conservadora.

Para o aprimoramento do estudo, Zhou e Wang (2018) visitaram 213 centros de pesquisa, hospitais e institutos, além de monitorarem 576 pesquisadores e funcionários do governo por meio de entrevistas e investigação em campo. Na pesquisa, os autores analisaram os possíveis equilíbrios do conflito de acordo com o conceito de estabilidade de Nash. Rêgo e Vieira (2019) estenderam esta análise para horizontes variáveis através da estabilidade $Maximin_h$. No presente estudo, a análise será ampliada considerando as definições da estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ para as quatro fases do processo de cognição. Na Figura 9 está ilustrado o grafo do conflito da seleção de tecnologia.

No conflito estão envolvidos dois TDs: 1) o governo (G) e 2) a comunidade de pesquisa (R). O TD G possui as seguintes opções de ação disponível: manter (M) o nível atual de investimento, não fornecendo apoio a inovação tecnológica; providenciar suporte financeiro (F) para os novos proprietários de tecnologia; e oferecer políticas (P) de apoio para os novos proprietários de tecnologia. O TD R pode escolher as seguintes ações disponíveis: trabalhar na inovação e promover (IN) novas tecnologias; e aperfeiçoar (IM) as tecnologias existentes. As possíveis combinações das ações controladas por cada TD está representada pela Tabela 5, onde um

Figura 9 – Grafo do conflito de seleção de tecnologia



Fonte: Adaptado de Rêgo e Vieira (2019).

"Y" significa que o TD selecionou a alternativa e um "N" o caso contrário. Note que 32 estados ($2^5 = 32$) são matematicamente possíveis, contudo apenas 8 estados são viáveis nesse conflito.

Tabela 5 – Estados viáveis do conflito de seleção de tecnologia

TDs	Opções	Estados							
		s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	M	Y	N	N	N	Y	N	N	N
	F	N	Y	N	Y	N	Y	N	Y
	P	N	N	Y	Y	N	N	Y	Y
R	IN	Y	Y	Y	Y	N	N	N	N
	IM	N	N	N	N	Y	Y	Y	Y

Fonte: O Autor (2020).

A estrutura de preferência dos TDs para o problema de seleção de tecnologia (ZHOU; WANG, 2018) foi analisada a partir de funções descontínuas e pelas definições da racionalidade limitada de Simon (1982). Para investigar o processo de cognição, os autores usaram técnicas de ressonância magnética funcional (RMF) para coletar imagens relacionadas com as funções cerebrais. Mais especificamente foi usada uma técnica de imagem baseada no nível de oxigenação do sangue, chamada de *Blood-Oxygen-Level Dependent* (BOLD). Além disso, os autores usaram também a técnica de extração dos sinais elétricos gerados pelo cérebro, chamada de *Event-Related Potential* (ERP). O resultado dessa análise revelou que a tomada de decisão no conflito de seleção de tecnologia é um processo dinâmico que varia com o tempo, e essa mudança foi engajada de acordo com as quatro fases do processo de cognição: intuição, emoção, pequena

escala de racionalidade e larga escala de racionalidade (ZHOU; WANG, 2018).

Para avaliar as preferências dos TDs em termos de resultado gerados em cada uma das quatro fases do processo de cognição, Zhou e Wang (2018) definiram uma função de avaliação que associa a preferência de um TD com a sua própria ação, as possíveis ações dos outros TDs e aos eventos aleatórios que podem afetar o resultado do conflito, por exemplo, acidentes e os riscos. Sendo assim, a partir dos dados das técnicas (BOLD e ERP) e da função de avaliação de preferência, os autores construíram a estrutura de preferência dos TDs para cada uma das quatro fases do processo de cognição, onde essas informações serão usadas para realizar a análise de estabilidade do conflito de seleção de tecnologia de acordo com a estabilidade $\alpha_i - Opt_h$. Note que para o problema em estudo um TD não conhece as fases do processo de cognição do seu oponente, sendo a análise pela estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ indicada para esse respectivo tipo de situação.

1) *Fase de Intuição*: As preferências dos TD G e R na fase de intuição são transitivas e dadas, respectivamente, por

$$s_1 \succ_G s_5 \succ_G s_3 \succ_G s_2 \succ_G s_4 \succ_G s_7 \succ_G s_6 \succ_G s_8$$

e

$$s_8 \succ_R s_4 \succ_R s_6 \succ_R s_2 \succ_R s_7 \succ_R s_3 \succ_R s_5 \succ_R s_1.$$

A Tabela 6 mostra o resultado da estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ para a fase de intuição do conflito de seleção de tecnologia. Os valores em cada uma das células na tabela corresponde ao horizonte em que cada um dos estados, representados pelas colunas da tabela, são $\alpha_i - Opt_h$ estáveis para os TDs, assim como os equilíbrios correspondentes. Na Tabela 6 o caso em que $\alpha_G = \alpha_R = 0$ é equivalente com a estabilidade *Maximin_h* de Rêgo e Vieira (2019).

Veja que o estado s_5 é o único equilíbrio de acordo com a estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ para a fase de intuição do conflito de seleção de tecnologia. Note também que quando os TDs são pessimistas o estado s_5 é um equilíbrio independente do horizonte de decisões. Isso significa que nenhum TD está disposto a mover o conflito do estado s_5 , mesmo considerando uma análise de longo prazo. Contudo, quando os TDs são um pouco mais otimistas isso não acontece e o equilíbrio do conflito se estabelece no horizonte $h = 1$, ou seja, quando considera-se a noção de equilíbrio de Nash. O estado s_5 é a situação onde o TD G não promove incentivo financeiro significativo para apoiar a inovação tecnológica e o TD R concentra esforços para melhorar as

Tabela 6 – Estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ da fase de intuição do conflito de seleção de tecnologia

$\alpha_G = \alpha_R = 0$								
Estados	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	$h \geq 1$	-	-	-	$h \geq 1$	-	-	-
R	-	$h \geq 2$	$h \geq 2$	$h \geq 2$	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h \geq 1$
Eq	-	-	-	-	$h \geq 1$	-	-	-
$\alpha_G = 0,25$ e $\alpha_R = 0,75$								
Estados	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	$h \geq 1$	-	-	-	$h \geq 1$	-	-	-
R	-	-	-	$h \geq 2$	$h = 1$	$h \leq 2$	$h = 1$	$h \geq 1$
Eq	-	-	-	-	$h = 1$	-	-	-
$\alpha_G = \alpha_R = 0,5$								
Estados	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	$h \geq 1$	-	-	-	$h \geq 1$	-	-	-
R	-	$h = 2$ e $h = 3$	-	$h \geq 2$	$h = 1$	$h \geq 1$	$h \leq 2$	$h \geq 1$
Eq	-	-	-	-	$h = 1$	-	-	-
$\alpha_G = \alpha_R = 1$								
Estados	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	$h \geq 1$	-	-	-	$h \leq 2$	-	-	-
R	-	-	-	-	$h = 1$	$h = 1$	$h = 1$	$h \geq 1$
Eq	-	-	-	-	$h = 1$	-	-	-

Fonte: O Autor (2020).

tecnologias já existentes. Claramente esta é uma situação onde não há incentivo a inovação por parte do governo.

2) *Fase de Emoção*: As preferências dos TD G e R na fase de emoção são transitivas e dadas, respectivamente, por

$$s_4 \succ_G s_8 \succ_G s_3 \succ_G s_2 \succ_G s_7 \succ_G s_6 \succ_G s_1 \succ_G s_5$$

e

$$s_4 \succ_R s_2 \succ_R s_3 \succ_R s_1 \succ_R s_8 \succ_R s_6 \succ_R s_7 \succ_R s_5$$

A Tabela 7 mostra o resultado da estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ para a fase de emoção do conflito de seleção de tecnologia. Os valores em cada uma das células na tabela representa o horizonte em que cada um dos estados, representados pelas colunas da tabela, são $\alpha_i - Opt_h$ estáveis para os TDs, assim como os equilíbrios correspondentes. Na Tabela 7 o caso em que $\alpha_G = \alpha_R = 0$ é equivalente com a estabilidade $Maximin_h$ de Rêgo e Vieira (2019).

Tabela 7 – Estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ da fase de emoção do conflito de seleção de tecnologia

$\alpha_G = \alpha_R = 0$								
Estados	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	-	-	-	$h \geq 1$	-	-	-	$h \geq 1$
R	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h \geq 1$	-	-	-	-
Eq	-	-	-	$h \geq 1$	-	-	-	-
$\alpha_G = 0,25$ e $\alpha_R = 0,75$								
Estados	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	-	-	-	$h \geq 1$	-	-	-	$h \geq 1$
R	$h \leq 2$	$h \geq 1$	$h \neq 3$	$h \geq 1$	-	-	-	-
Eq	-	-	-	$h \geq 1$	-	-	-	-
$\alpha_G = \alpha_R = 0,5$								
Estados	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	-	-	-	$h \geq 1$	-	-	-	$h \geq 1$
R	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h \geq 1$	-	-	-	-
Eq	-	-	-	$h \geq 1$	-	-	-	-
$\alpha_G = \alpha_R = 1$								
Estados	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	-	-	-	$h \geq 1$	-	-	-	$h \leq 2$
R	$h \leq 2$	$h \leq 2$	$h \leq 2$	$h \geq 1$	-	-	-	-
Eq	-	-	-	$h \geq 1$	-	-	-	-

Fonte: O Autor (2020).

Veja na Tabela 7 que apenas o estado s_4 foi o equilíbrio do conflito de acordo com a estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ para a fase de emoção. Note que para qualquer horizonte do conflito, o estado s_4 permanecerá estável para todos os TDs, independente do quão otimistas sejam os mesmos. Esse equilíbrio representa a situação em que o TD G oferece suporte por vias financeiras e por políticas de fomento a promoção de novas tecnologias e o TD R trabalha para desenvolver inovações em tecnologia. Veja que na fase de emoção o TD está preocupado em alcançar mais rapidamente o retorno pelas suas ações, e por esse motivo o processo de inovação tecnológica é favorecido nessa fase.

3) *Fase de Pequena Escala de Racionalidade*: As preferências dos TD G e R na fase de pequena escala de racionalidade são transitivas e dadas, respectivamente, por

$$s_3 \succ_G s_1 \succ_G s_4 \succ_G s_2 \succ_G s_7 \succ_G s_6 \succ_G s_5 \succ_G s_8$$

e

$$s_8 \succ_R s_6 \succ_R s_4 \succ_R s_2 \succ_R s_3 \succ_R s_7 \succ_R s_5 \succ_R s_1$$

A Tabela 8 mostra o resultado da estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ para a fase de pequena escala de racionalidade do conflito de seleção de tecnologia. Note que na Tabela 8 o caso em que $\alpha_G = \alpha_R = 0$ é equivalente com a estabilidade $Maximin_h$ de Rêgo e Vieira (2019).

Tabela 8 – Estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ da fase de Pequena Escala de Racionalidade do conflito de seleção de tecnologia

$\alpha_G = \alpha_R = 0$								
Estados	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	$h \geq 2$	$h \geq 2$	$h \geq 1$	$h \geq 2$	-	-	$h \geq 1$	-
R	-	$h \geq 2$	$h \geq 1$	$h \geq 2$	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h \geq 2$	$h \geq 1$
Eq	-	$h \geq 2$	$h \geq 1$	$h \geq 2$	-	-	$h \geq 2$	-
$\alpha_G = 0,25$ e $\alpha_R = 0,75$								
Estados	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	$h \geq 2$	$h \geq 2$	$h \geq 1$	$h \geq 2$	-	-	$h \neq 3$	-
R	-	-	$h = 1$	-	$h = 1$	$h \geq 1$	-	$h \geq 1$
Eq	-	-	$h = 1$	-	-	-	-	-
$\alpha_G = \alpha_R = 0,5$								
Estados	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	$h \geq 2$	-	$h \geq 1$	$h \geq 2$	-	-	$h = 1$	-
R	-	$h = 2$ e $h = 3$	$h = 1$	$h \geq 2$	$h = 1$	$h \geq 1$	-	$h \geq 1$
Eq	-	-	$h = 1$	$h \geq 2$	-	-	-	-
$\alpha_G = \alpha_R = 1$								
Estados	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	-	-	$h \geq 1$	-	-	-	$h = 1$	-
R	-	-	$h = 1$	-	$h = 1$	$h \leq 2$	-	$h \geq 1$
Eq	-	-	$h = 1$	-	-	-	-	-

Fonte: O Autor (2020).

Como pode ser visto na Tabela 8 os estados s_2 , s_3 , s_4 e s_7 são equilíbrios para a fase de pequena escala de racionalidade no conflito de seleção de tecnologia quando os TDs são totalmente pessimistas, de acordo com a estabilidade $Maximin_h$ de Rêgo e Vieira (2019) ou como um caso particular da estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ quando $\alpha_i = 0$.

Note que quanto mais otimistas ficam os TDs menor será o número de estados indicados como possíveis soluções para o conflito. Isso é consequência do aumento da clareza dos TDs ao analisar o conflito nessa fase. Veja também que apenas o estado s_3 permaneceu em equilíbrio em todos os perfis comportamentais considerados no estudo. Este cenário representa a situação em que o TD G apoia os colaboradores de novas tecnologia por meio de políticas de incentivo e o TD R concentra suas atividades em criar inovações em tecnologias. É importante destacar que

com o aumento da consciência do risco no tempo as decisões podem resultar na redução dos investimentos em inovação tecnológica. Isso explicaria os estados s_2 e s_4 saírem do equilíbrio quando os TDs estão mais otimistas.

4) *Fase de Larga Escala de Racionalidade*: As preferências dos TD G e R na fase de larga escala de racionalidade são transitivas e dadas, respectivamente, por

$$s_1 \succ_G s_3 \succ_G s_4 \succ_G s_7 \succ_G s_2 \succ_G s_5 \succ_G s_6 \succ_G s_8$$

e

$$s_8 \succ_R s_6 \succ_R s_7 \succ_R s_4 \succ_R s_2 \succ_R s_3 \succ_R s_5 \succ_R s_1$$

A Tabela 9 mostra o resultado da estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ para a fase de larga escala de racionalidade do conflito de seleção de tecnologia. Note que na Tabela 8 o caso em que $\alpha_G = \alpha_R = 0$ é equivalente com a estabilidade $Maximin_h$ de Rêgo e Vieira (2019).

Tabela 9 – Estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ da fase de Larga Escala de Racionalidade do conflito de seleção de tecnologia

$\alpha_G = \alpha_R = 0$								
Estados	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	$h \geq 1$	-	$h \geq 2$	$h \geq 2$	-	-	$h \geq 1$	-
R	-	$h \geq 2$	$h \geq 2$	$h \geq 2$	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h \geq 1$
Eq	-	-	$h \geq 2$	$h \geq 2$	-	-	$h \geq 1$	-
$\alpha_G = 0,25$ e $\alpha_R = 0,75$								
Estados	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	$h \geq 1$	-	$h \geq 2$	$h \geq 2$	-	-	$h \geq 1$	-
R	-	-	-	-	$h = 1$	$h \geq 1$	$h \neq 3$	$h \geq 1$
Eq	-	-	-	-	-	-	$h \neq 3$	-
$\alpha_G = \alpha_R = 0,5$								
Estados	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	$h \geq 1$	-	$h \geq 2$	$h \geq 2$	-	-	$h = 1$	-
R	-	-	-	$h \geq 2$	$h = 1$	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h \geq 1$
Eq	-	-	-	$h \geq 2$	-	-	$h = 1$	-
$\alpha_G = \alpha_R = 1$								
Estados	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	$h \geq 1$	-	-	-	-	-	$h = 1$	-
R	-	-	-	-	$h = 1$	$h \leq 2$	$h \leq 2$	$h \geq 1$
Eq	-	-	-	-	-	-	$h = 1$	-

Fonte: O Autor (2020).

Como pode ser visto na Tabela 9, o estado s_7 foi o único que permaneceu em equilíbrio para os diferentes graus de otimismo dos TDs. Note que conforme o grau de otimismo dos TDs aumenta, os horizontes de curto prazo são mais favoráveis para o alcance do equilíbrio. Isso acontece pois na fase de larga escala de racionalidade os TDs estão mais preocupados com os benefícios a longo prazo e conseqüentemente os horizontes menores refletem a preocupação dos TDs com a incerteza e os riscos de realizar investimentos financeiros para a inovação tecnológica. No cenário s_7 o TD G oferece apenas políticas de suporte e o TD R melhorar as tecnologias que já estão no mercado. Na fase de larga escala de racionalidade, a atitude conservadora do TD está exteriorizada nas suas preferências em consequência da percepção aprimorada do riscos, na visão de longo prazo e pela preocupação com o arrependimento por uma decisão errada.

No próximo capítulo será apresentado a estabilidade do otimismo-pessimismo para conflitos envolvendo n -TDs. Para este fim, as definições serão generalizadas para esse novo caso e será realizado um estudo envolvendo um conflito real para mostrar o novo conceito de solução proposto.

4 ESTABILIDADE DO OTIMISMO PESSIMISMO PARA CONFLITOS MULTILATERAIS

Nesse capítulo, generalizamos a definição do conceito de estabilidade do otimismo-pessimismo para conflitos multilaterais. De acordo com Bashar *et al.* (2015) muitas situações do mundo real envolvem problemas de decisão com múltiplos participantes e objetivos. Portanto, é importante que o novo conceito de solução seja capaz de refletir o comportamento de mais de dois TDs e gerar informações sobre as possíveis resoluções do conflito.

4.1 ESTABILIDADE DO OTIMISMO-PESSIMISMO PARA CONFLITOS COM N -TDS

Para estender as definições da estabilidade do Otimismo Pessimismo ($\alpha_i - Opt_h$) para n -TDs é necessário que as definições para a sequência de movimentos dos TDs sejam construídas para esse novo caso.

De forma semelhante ao caso com $n = 2$, o TD i , na posição de focal, ao realizar um movimento unilateral, deverá prever os movimentos de retaliação dos seus oponentes. Recordando, $R_i(s) = \{s_1 \in S : (s, s_1) \in A_i\}$ representa a lista dos estados acessíveis pelo TD i a partir do estado s . Note que $R_i(s)$ representa o conjunto de todos os estados para os quais o TD i pode mover o conflito em um único movimento.

Agora para os casos onde $n > 2$, a coalizção $H \subseteq N$ representa um subconjunto de TDs. A lista de estados alcançáveis por uma sequência de movimentos legais feita pelos TDs em H começando pelo estado s é denotada por $R_H(s) \subseteq S$. Portanto, se $s_1 \in R_H(s)$ então $\omega_H(s, s_1)$ será o conjunto dos últimos TDs que realizaram um movimento legal do estado s para o estado s_1 . Entende-se por uma sequência de movimentos legais feita por uma coalizção aquela em os TDs da coalizção podem se mover mais de uma vez na sequência, mas não duas vezes consecutivas.

Com isso, a definição da lista de estados alcançáveis através de movimentos legais pela coalizção H é definida como sendo o menor conjunto, no sentido de inclusão, satisfazendo duas condições: (i) se $j \in H$ e $s_1 \in R_j(s)$ então $s_1 \in R_H(s)$ e $j \in \omega_H(s, s_1)$ e (ii) se $s_1 \in R_H(s)$, $j \in H$ e $s_2 \in R_j(s_1)$ e $\omega_H(s, s_1) \neq \{j\}$, então $s_2 \in R_H(s_1)$ e $j \in \omega_H(s, s_2)$. Note que essa é uma definição indutiva pois em (i) os estados que são alcançáveis a partir de s são identificados e adicionados no conjunto $R_H(s)$, assim como em (ii) os estados que são alcançáveis a partir desses estados são identificados e adicionados ao conjunto $R_H(s)$. Além disso, observe que $\omega_H(s, s_1) \subseteq H$ contém todos os TDs que realizaram o último movimento em alguma sequência de movimentos legais a partir do estado s para o estado $s_1 \in R_H(s)$. Portanto, se $\omega_H(s, s_1)$ contém apenas um TD, vamos

supor que seja $j \in N$, então qualquer movimento de s_1 para um estado imediatamente seguinte, vamos supor s_2 , deverá ser feito por algum membro da coalizão H que não seja j para que a sequência seja legal. Caso isso não seja verdadeiro algum TD poderá ter a oportunidade de mover o conflito duas vezes consecutivas. Particularmente, o conjunto $R_{N-i}(s)$ representa os possíveis estados alcançáveis por uma sequência legal de movimentos realizado pelos oponentes do TD i a partir do estado s .

Vale lembrar que o TD focal não conhece as preferências dos seus $N - i$ oponentes ficando impossibilitado de avaliar as possíveis reações outros TDs em contra-partida ao seu movimento. Em consequência disso, o TD i ao tomar uma decisão acredita que os seus oponentes irão escolher o melhor ou o pior cenário para ele, TD i , de acordo com o grau de otimismo do TD focal, denotado por α_i , sendo esta uma informação de conhecimento comum pelos outros TDs.

Assume-se também que cada estado será avaliado de acordo com o número de estados que são piores para o TD i , onde define-se $K_i(s) = ||s_1 \in S : s \succ_i s_1||$, em que $|| \cdot ||$ representa a cardinalidade do conjunto.

Denote por $A_h^{i,\alpha_i}(N - i, s)$, o *payoff* antecipado pelo TD i com grau de otimismo α_i , considerando um horizonte h para o conflito e que o movimento inicial a partir do estado s pertence a qualquer um dos $N - i$ oponentes de i . Por convenção, é assumido que $A_0^{i,\alpha_i}(\cdot, s) = K_i(s)$. O *payoff* $A_h^{i,\alpha_i}(i, s)$ é definido pela forma indutiva da seguinte maneira

$$A_h^{i,\alpha_i}(i, s) = \begin{cases} K_i(s), & \text{se } R_i(s) = \emptyset \text{ ou } K_i(s) \geq A_{h-1}^{i,\alpha_i}(N - i, M_h^{i,\alpha_i}(i, s)) \\ A_{h-1}^{i,\alpha_i}(N - i, M_h^{i,\alpha_i}(i, s)) & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.1)$$

em que $M_h^{i,\alpha_i}(i, s)$ é qualquer estado $s_1^* \in R_i(s)$ que satisfaz $s_1^* \in \operatorname{argmax}\{A_{h-1}^{i,\alpha_i}(N - i, s_1) : s_1 \in R_i(s)\}$.

O propósito é que quando o conflito está em s e o horizonte considerado é h , o TD i ao realizar um movimento deve antecipar o melhor para ele, TD focal, prevendo as escolhas dos seus oponentes $N - i$ no horizonte $h - 1$.

Sabendo que o TD i não conhece as preferências dos seus rivais, segundo a regra do otimismo pessimismo, o TD focal deve ponderar dois cenários, um otimista e um pessimista. Para esse fim precisamos definir os *payoffs* otimista e pessimista antecipados pelo TD i quando seus oponentes podem realizar qualquer sequência legal de movimentos. O *payoff* antecipado no

cenário pessimista, denotado por $\underline{A}_h^{i,\alpha_i}(N-i,s)$, é definido da seguinte forma:

$$\underline{A}_h^{i,\alpha_i}(N-i,s) = \begin{cases} K_i(s), & \text{se } R_{N-i}(s) = \emptyset \text{ ou } K_i(s) \leq A_{h-1}^{i,\alpha_i}(i, \underline{M}_h^{i,\alpha_i}(N-i,s)) \\ A_{h-1}^{i,\alpha_i}(i, \underline{M}_h^{i,\alpha_i}(N-i,s)), & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (4.2)$$

em que $\underline{M}_h^{i,\alpha_i}(N-i,s)$ é qualquer estado $s_1^* \in R_{N-i}(s)$ que satisfaz $s_1^* \in \operatorname{argmin}\{A_{h-1}^{i,\alpha_i}(i, s_1) : s_1 \in R_{N-i}(s)\}$. Similarmente, o *payoff* antecipado no cenário otimista, denotado por $\bar{A}_h^{i,\alpha_i}(N-i,s)$, é definido da seguinte forma:

$$\bar{A}_h^{i,\alpha_i}(N-i,s) = \begin{cases} K_i(s), & \text{se } R_{N-i}(s) = \emptyset \text{ ou } K_i(s) \geq A_{h-1}^{i,\alpha_i}(i, \bar{M}_h^{i,\alpha_i}(N-i,s)) \\ A_{h-1}^{i,\alpha_i}(i, \bar{M}_h^{i,\alpha_i}(N-i,s)), & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (4.3)$$

em que $\bar{M}_h^{i,\alpha_i}(N-i,s)$ é qualquer estado $s_1^* \in R_{N-i}(s)$ que satisfaz $s_1^* \in \operatorname{argmax}\{A_{h-1}^{i,\alpha_i}(i, s_1) : s_1 \in R_{N-i}(s)\}$.

De posse dos *payoffs* antecipados nos cenários pessimista e otimista, respectivamente, segundo a regra do otimismo-pessimismo pode-se usar o grau de otimismo do TD i para obter o *payoff* antecipado $A_h^{i,\alpha_i}(N-i,s)$ da seguinte forma:

$$A_h^{i,\alpha_i}(N-i,s) = \alpha_i \bar{A}_h^{i,\alpha_i}(N-i,s) + (1 - \alpha_i) \underline{A}_h^{i,\alpha_i}(N-i,s), \quad (4.4)$$

em que α_i é o grau de otimismo do TD i .

Desse modo, a ideia é que para o TD focal i tomar sua decisão, por não saber qual escolha seu oponente fará, considera uma ponderação entre os cenários otimistas e pessimistas de acordo com seu grau de otimismo α_i . Portanto, para cada $s_1 \in R_i(s)$, o TD i antecipa um *payoff* médio ponderado pelo grau de otimismo sobre os *payoffs* otimista $\bar{A}_{h-1}^{i,\alpha_i}(N-i,s_1)$, o melhor *payoff* que o TD i antecipa alcançar quando os oponentes dele movem o conflito a através de uma sequência legal de movimentos a partir do estado s e o horizonte for $h-1$, e o *payoff* pessimista $\underline{A}_{h-1}^{i,\alpha_i}(N-i,s_1)$, o pior *payoff* que o TD i antecipa alcançar quando os oponentes dele movem o conflito através de um sequência legal de movimentos a partir do estado s e o horizonte for $h-1$.

A partir da definição de $A_h^{i,\alpha_i}(i,s)$, a estabilidade otimismo-pessimismo para conflitos com n TDs é dada a seguir:

Definição 2. ($\alpha_i - Opt_h$) *Seja h um número inteiro positivo. O estado $s \in S$, será classificado como α_i -otimismo-pessimismo estável com horizonte h para o TD $i \subseteq N$ se e somente se $A_h^{i,\alpha_i}(i,s) = K_i(s)$.*

Intuitivamente, se o estado s é $\alpha_i - Opt_h$ estável para o TD i então não há chance desse TD alcançar maiores *payoffs* movendo para outros estados que sejam acessíveis a partir de s , respeitando o número máximo de decisões h e o grau de otimismo α_i desse TD. O conjunto de todos os estados que são $\alpha_i - Opt_h$ estáveis para o TD i é denotado por S_i^{h,α_i} .

Na seção seguinte será mostrado o impacto dos diferentes graus de otimismo do TD na estabilidade do Otimismo Pessimismo.

4.2 EFEITO DA VARIAÇÃO DE α_i NA ESTABILIDADE $\alpha_i - Opt_h$ PARA N -TDS

Agora a nossa investigação se concentra no estudo envolvendo um grupo de TDs $H \in N$. Similarmente mostraremos que conforme o grau de otimismo do TD focal cresce, o conjunto dos estados $\alpha_i - Opt_h$ estáveis decresce (no sentido de inclusão) ou permanece o mesmo. Veja que o Lema 4 estabelecerá o efeito causado na variação do grau de otimismo nos *payoffs* antecipados pelos TDs.

Lema 4. *Seja $s \in S$, $i \in H$ e h um número inteiro positivo qualquer. $A_h^{i,\alpha_i}(i,s)$ é uma função não decrescente em α_i .*

Prova: A prova é semelhante ao Lema 1, substituindo j por $N - i$. □

O Teorema 5 mostra a relação da estabilidade entre os estados que são $\alpha_i - Opt_h$ estáveis para os TD pertencentes a H .

Teorema 5. *Seja $s \in S$, $i \in H$ e h um número inteiro positivo. Seja S_i^{h,α_i} o conjunto dos estados que satisfazem a estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ para o TD i . Se $\alpha_i < \alpha'_i$ então $S_i^{h,\alpha_i} \supseteq S_i^{h,\alpha'_i}$.*

Prova: A prova é semelhante ao Teorema 1, substituindo Lema 1 por Lema 4. □

Na próxima seção será discutido como a estabilidade do Otimismo Pessimismo se relaciona com outras noções de estabilidade do GMCR.

4.3 RELAÇÃO ENTRE A ESTABILIDADE $\alpha_i - Opt_h$ COM OS OUTROS CONCEITOS DE SOLUÇÃO NO GMCR EM CONFLITOS MULTILATERAIS

A fim de estabelecer a relação da estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ com a estabilidade $Maximin_h$, primeiro vamos generalizar a estabilidade $Maximin_h$ para os conflitos com n -TDs.

Considere que $n > 2$ e denote $H \subseteq N$ como um subconjunto de TDs. Enquanto o TD focal analisa o conflito com horizonte h , ele acredita que os outros TDs irão reagir movendo o

conflito para o pior cenário possível sabendo que o TD focal sempre move para o melhor cenário considerando o horizonte h' menor que h .

Denote por $G_h^i(N-i, s)$, o estado que o TD i acredita ser o último estado do conflito previsto no horizonte h , onde qualquer $N-i$ oponente i faz o movimento inicial a partir do estado s . Por convenção, é assumido que $G_0^i(\cdot, s) = s$. Portanto $G_h^i(i, s)$ é indutivamente definido da seguinte maneira

$$G_h^i(i, s) = \begin{cases} s, & \text{se } R_i(s) = \emptyset \text{ ou } K_i(s) \geq A_h^i(i, s) \\ G_{h-1}^i(N-i, M_h^i(i, s)), & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.5)$$

onde $M_h^i(i, s)$ é o único estado $s_1^* \in R_i(s)$ que satisfaz $K_i(G_{h-1}^i(N-i, s_1^*)) = \max\{K_i(G_{h-1}^i(N-i, s_1)) : s_1 \in R_i(s)\}$ e $A_h^i(i, s) = K_i(G_{h-1}^i(N-i, M_h^i(i, s)))$.

Note que para quando o TD i está na sua vez de mover e o horizonte do conflito é h , ele deve decidir entre permanecer no estado atual ou mover o conflito. Sendo assim, o TD i prevê qual estado ele alcançará o melhor resultado considerando que os seus oponentes $N-i$ irão mover-se subsequentemente quando o horizonte do conflito for $h-1$. Por sua vez $G_h^i(N-i, s)$ é indutivamente definido da seguinte maneira

$$G_h^i(N-i, s) = \begin{cases} s, & \text{se } R_{N-i}(s) = \emptyset \text{ ou } K_i(s) \leq A_h^i(N-i, s) \\ G_{h-1}^i(i, M_h^i(N-i, s)), & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.6)$$

onde $M_h^i(N-i, s)$ é o único estado $s_1^* \in R_{N-i}(s)$ que satisfaz $K_i(G_{h-1}^i(i, s_1^*)) = \min\{K_i(G_{h-1}^i(i, s_1)) : s_1 \in R_{N-i}(s)\}$ e $A_h^i(N-i, s) = K_i(G_{h-1}^i(i, M_h^i(N-i, s)))$.

Note que quando os $N-i$ oponentes do TD focal movem-se quando o horizonte é h , eles devem decidir se permanecem no estado atual ou movem o conflito. Sendo assim, o TD i antecipa o estado que resultará no pior cenário para o TD i considerando os estados antecipados pelo TD i quando ele move o conflito subsequentemente no horizonte $h-1$. Portanto, a definição da estabilidade $Maximin_h$ para conflitos com $n > 2$ é definida a seguir

Definição 3. Admita h um número inteiro positivo qualquer. Seja $i \in N$, o estado $s \in S$ é $Maximin_h$ estável no horizonte h para o TD i se e somente se $G_h^i(i, s) = s$

A partir da generalização da estabilidade $Maximin_h$ para múltiplos TDs, mostraremos agora sua relação com os outros critérios de estabilidade do GMCR. O Teorema 6 mostra que

quando um TD fortemente conservador prevê alcançar o pior dos resultados possíveis, nesse caso, existe uma relação de equivalência entre os estados que são $0 - Opt_h$ e $Maximin_h$ estáveis para o TD $i \in N$. Novamente deve-se considerar que \succ_i é completa, assimétrica e transitiva visto essa hipótese é necessária para a definição da estabilidade $Maximin_h$. Para isso o Lema 5 define a relação entre os pagamentos antecipados que serão utilizados pela estabilidade $0 - Opt_h$ com os estados antecipados que serão utilizados pela estabilidade $Maximin_h$.

Lema 5. *Seja $s \in S$, $i \in N$ e h um número inteiro positivo qualquer. Então:*

- a) $A_h^{i,0}(i, s) = K_i(G_h^i(i, s))$
- b) $A_h^{i,0}(N - i, s) = K_i(G_h^i(N - i, s))$

Prova: A prova é semelhante ao Lema 2, substituindo j por $N - i$. □

O Teorema 6 demonstra a relação de equivalência entre a estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ e a estabilidade $Maximin_h$.

Teorema 6. *Seja $s \in S$, $i \in N$ e h um número inteiro positivo qualquer. O estado s é $Maximin_h$ estável para o TD i se e somente se for $Maximin_h$ estável para esse TD.*

Prova: A prova é semelhante ao Teorema 2, substituindo Lema 2 por Lema 5. □

O Teorema 7 descreve que no horizonte $h = 1$ as estabilidades $\alpha_i - Opt_1$ e Nash são equivalentes para o TD i .

Teorema 7. *O estado $s \in S$ é $\alpha_i - Opt_1$ para o TD $i \in N$ se e somente se s for Nash estável para esse TD.*

Prova: Idêntica a prova do Teorema 3. □

Na última seção será estudado como a estabilidade do Otimismo Pessimismo se relaciona entre os diferentes horizontes h .

4.4 RELAÇÃO ENTRE A ESTABILIDADE $\alpha_i - Opt_h$ COM DIFERENTES HORIZONTE h PARA N -TDS

Nesta seção temos o objetivo de capturar a relação da estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ para diferentes horizontes quando o TD focal acredita fortemente que irá alcançar os melhores *payoffs* para si, ou seja, quando $\alpha_i = 1$. Com essa finalidade o Lema 6 demonstrará as relações entre os *payoffs* que o TD $i \in H$ antecipa receber nos diferentes horizontes h quando $\alpha_i = 1$.

Lema 6. *Seja $s \in S$ e h um número inteiro positivo qualquer. A relação entre os payoffs antecipados para diferentes horizontes h é a seguinte:*

$$\begin{aligned} a) & A_h^{i,\alpha_i}(i,s) \leq A_{h+1}^{i,\alpha_i}(i,s) \leq A_{h+2}^{i,\alpha_i}(i,s) \\ b) & A_h^{i,\alpha_i}(N-i,s) \leq A_{h+1}^{i,\alpha_i}(N-i,s) \leq A_{h+2}^{i,\alpha_i}(N-i,s) \end{aligned}$$

Prova: A prova é semelhante ao Lema 3, substituindo j por $N - i$. □

Por último, para o caso envolvendo n -TDs, o Teorema 8 estabelece que conforme o horizonte o conflito aumenta o conjunto dos estados estáveis para a estabilidade do otimismo pessimismo diminui. Note que a Figura 8 permanece válida para representar as implicações do Teorema 8 para conflitos com n -TDs.

Teorema 8. *Seja $s \in S$, $i \in N$ e h um número inteiro positivo qualquer. Considere S_i^{h,α_i} o conjunto dos estados $\alpha_i - Opt_h$ estáveis para o TD i . Então, $S_i^{h+1,1} \subseteq S_i^{h,1}$.*

Prova: A prova é semelhante ao Teorema 4, substituindo Lema 3 por Lema 6. □

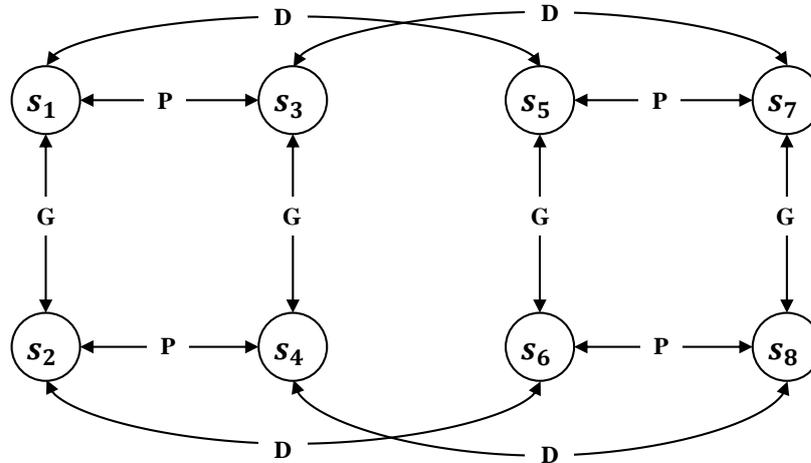
Na próxima seção apresentado uma aplicação para ilustrar a estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ em um conflito estratégico envolvendo n -TDs.

4.5 APLICAÇÃO

Para exemplificar as noções da estabilidade do Otimismo Pessimismo para as situações envolvendo n -TDs, apresentamos neste seção um exemplo real de um problema de decisão definido por Li *et al.* (2004) como o conflito da exportação de água do lago Gisborne.

O lago Gisborne está localizado na costa sul do atlântico canadense das províncias de Newfoundland e Labrador, e por volta de 1995 a empresa *Canada Wet Incorporated* apresentou o projeto de exportar a água do lago Gisborne para outros países. Os governos dessas regiões, almejando o retorno financeiro para as cidades, aprovaram o projeto no ano seguinte. No entanto, alguns grupos se opuseram diante das medidas do governo e se manifestaram contra o projeto, alegando que as atividades de exploração de águas pela companhia causariam sérios impactos ambientais para a região. Posteriormente, o governo federal do Canadá, assumindo uma postura em concordância com os grupos da oposição, criou um projeto de lei que proibia a exportação de água das bacias de drenagem no Canadá. Forçados pelo governo federal do país, as províncias de Newfoundland e Labrador não tiveram alternativa a não ser acatar a lei que proibia a exploração de águas nas bacias do país, obrigando assim a empresa de exploração de água a abandonar o projeto do lago Gisborne.

Figura 10 – Grafo do conflito do lago Gisborne



Fonte: Adaptado de Li *et al.* (2004).

O modelo desse conflito é definido com três TDs: Governo Federal (G), as Províncias (P) e os Defensores (D) do projeto Gisborne. Cada um dos TDs possui apenas uma opção de ação disponível: o TD G manter (M) o acordo de proibição de exportação de água das bacias do país; o TD P suspender (S) a proibição para permitir a exportação de água; e o TD D apoiar (A) a continuidade do projeto. Cada TD controla sua opção de ação podendo selecionar (Y) ou não (N) a alternativa. A Tabela 10 mostra o conjunto dos estados viáveis desse conflito.

Tabela 10 – Estados viáveis do conflito do Lago Gisborne

TDs	Opções	Estados							
		s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	M	N	Y	N	Y	N	Y	N	Y
P	S	N	N	Y	Y	N	N	Y	Y
D	A	N	N	N	N	Y	Y	Y	Y

Fonte: Adaptado de Li *et al.* (2004).

O modelo de grafo do conflito do lago Gisborne, ilustrado na Figura 10, mostra todos os possíveis movimentos acessíveis a cada um dos três TDs, onde a nomenclatura em cada um dos arcos identifica qual TD controla os respectivos movimentos.

Na época do conflito não ficou claro qual era a verdadeira postura das províncias, se de acordo com os interesses financeiros promovidos pelo projeto ou se preocupados com os impactos ambientais do mesmo. A dúvida sobre a real motivação das províncias resultou na definição das preferências incertas (LI *et al.*, 2004) para o conflito do lago Gisborne. Nesta pesquisa, será trabalhado apenas com as situações com informação completa das preferências

dos TDs, sendo a primeira em que o governo provincial está motivado pelo benefício financeiro e a segunda quando preocupado com os impactos ambientais. As preferências dos outros TDs não mudam de perspectiva. As preferências dos TDs do conflito do lago Gisborne para as duas possíveis situações seguem apresentadas nas Tabelas 11 a) e b), respectivamente.

Tabela 11 – Preferências dos TDs no conflito do lago Gisborne

a) Províncias com atitude financeira

TDs	Preferências
G	$s_2 \succ_G s_6 \succ_G s_4 \succ_G s_8 \succ_G s_1 \succ_G s_5 \succ_G s_3 \succ_G s_7$
P	$s_3 \succ_P s_7 \succ_P s_4 \succ_P s_8 \succ_P s_1 \succ_P s_5 \succ_P s_2 \succ_P s_6$
D	$s_3 \succ_D s_4 \succ_D s_7 \succ_D s_8 \succ_D s_5 \succ_D s_6 \succ_D s_1 \succ_D s_2$

b) Províncias com atitude ambiental

TDs	Preferências
G	$s_2 \succ_G s_6 \succ_G s_4 \succ_G s_8 \succ_G s_1 \succ_G s_5 \succ_G s_3 \succ_G s_7$
P	$s_2 \succ_P s_6 \succ_P s_1 \succ_P s_5 \succ_P s_4 \succ_P s_8 \succ_P s_3 \succ_P s_7$
D	$s_3 \succ_D s_4 \succ_D s_7 \succ_D s_8 \succ_D s_5 \succ_D s_6 \succ_D s_1 \succ_D s_2$

Fonte: Adaptado de Li *et al.* (2004).

As Tabelas 12 e 13 mostram os resultados da estabilidade do Otimismo Pessimismo para o conflito do lago Gisborne para as atitudes econômica e ambiental, respectivamente, do TD P.

A partir dos resultados obtidos pela análise de estabilidade para os dois casos com preferências induzidas, alguns comentários podem ser feitos. No caso em que as governo provincial possui orientação econômica, os estados s_4 e s_8 se apresentaram como potenciais soluções para o conflito. Nesses cenários o TD P suspende a proibição da exportação de água imposta pelo TD G, e o TD D tem as opções de não apoiar ou o contrário a continuidade do projeto, respectivamente. No entanto, esses dois equilíbrios aparecem apenas quando ambos os decisões são totalmente pessimistas ou estão indiferentes com a situação. Isso explica por que o equilíbrio em s_8 é atingido apenas em $h \geq 2$, ou seja, quando o TD D irá apelar por apoio para a continuidade do projeto Gisborne mesmo quando o TD P suspende a proibição de exportação de água. Conforme o grau otimismo dos TDs aumenta apenas o estado s_4 permanece como equilíbrio do conflito. Esse estado representa a situação em que o TD G continua com a proibição da exportação de águas, o TD P suspende o pedido do governo e o TD D (altamente otimista) não precisa se esforçar para conseguir apoio para a continuidade do projeto.

No segundo caso, a análise de estabilidade apontou o estado s_6 como uma possível solução

Tabela 12 – Análise da estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ do conflito do lago Gisborne sob a perspectiva financeira

$\alpha_G = \alpha_P = \alpha_D = 0$								
TDs	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	-	$h \geq 1$	-	$h \geq 1$	-	$h \geq 1$	-	$h \geq 1$
P	-	-	$h \geq 1$	$h \geq 1$	-	-	$h \geq 1$	$h \geq 1$
D	-	-	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h \geq 2$	$h \geq 2$
Eq	-	-	-	$h \geq 1$	-	-	-	$h \geq 2$

$\alpha_G = \alpha_P = 0,25$ e $\alpha_D = 0,75$								
TDs	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	-	$h \geq 1$	-	$h \geq 1$	-	$h \geq 1$	-	$h \geq 1$
P	-	-	$h \geq 1$	$h \geq 1$	-	-	$h \geq 1$	$h \geq 1$
D	-	-	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h = 1$	$h = 1$	-	-
Eq	-	-	-	$h \geq 1$	-	-	-	-

$\alpha_G = \alpha_P = \alpha_D = 0,5$								
TDs	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	-	$h \geq 1$	-	$h \geq 1$	-	$h \geq 1$	-	$h \geq 1$
P	-	-	$h \geq 1$	$h \geq 1$	-	-	$h \geq 1$	$h \geq 1$
D	-	-	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h = 1$	$h = 1$	$h = 1$ e $h = 2$	$h = 2$
Eq	-	-	-	$h \geq 1$	-	-	-	$h = 2$

$\alpha_G = \alpha_P = \alpha_D = 1$								
TDs	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	-	$h \geq 1$	-	$h \leq 2$	-	-	-	$h \leq 2$
P	-	-	$h \geq 1$	$h \leq 2$	-	-	$h \leq 2$	$h \leq 2$
D	-	-	$h \geq 1$	$h \leq 2$	$h = 1$	$h = 1$	-	-
Eq	-	-	-	$h \leq 2$	-	-	-	-

Fonte: O Autor (2020).

para o conflito. Note que a atitude do TD P em não suspender a proibição de exportação de águas reflete a preocupação desse TD com o ambiente. Esse cenário é caracterizado pela situação em que o TD G continua promovendo a proibição da exportação das águas no país, o TD P não suspende a proibição federal e o TD D se esforça para conseguir apoio para a continuidade do empreendimento do lago Gisborne. Veja que quanto mais otimistas os TDs ficam menor o número de decisões para atingir o equilíbrio. Veja também que no cenário pessimista o equilíbrio é alcançado apenas em $h \geq 3$, o que mostra maior empenho do TD D para alcançar o equilíbrio tendo em vista a atitude ambiental do TD P.

Tabela 13 – Análise da estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ do conflito do lago Gisborne sob a perspectiva ambiental

$\alpha_G = \alpha_P = \alpha_D = 0$								
TDs	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	-	$h \geq 1$						
P	$h \geq 1$	$h \geq 1$	-	-	$h \geq 1$	$h \geq 1$	-	-
D	-	-	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h \geq 3$	$h \geq 2$	$h \geq 2$
Eq	-	-	-	-	-	$h \geq 3$	-	-

$\alpha_G = \alpha_P = 0,25$ e $\alpha_D = 0,75$								
TDs	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	-	$h \geq 1$	-	$h \geq 1$	-	$h \geq 1$	-	$h \geq 1$
P	$h \geq 1$	$h \geq 1$	-	-	$h \geq 1$	$h \geq 1$	-	-
D	-	-	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h = 1$	$h = 1$	-	-
Eq	-	-	-	-	-	$h = 1$	-	-

$\alpha_G = \alpha_P = \alpha_D = 0,5$								
TDs	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	-	$h \geq 1$	-	$h \geq 1$	-	$h \geq 1$	-	$h \geq 1$
P	$h \geq 1$	$h \geq 1$	-	-	$h \geq 1$	$h \geq 1$	-	-
D	-	-	$h \geq 1$	$h \geq 1$	$h = 1$	$h = 1$	$h = 2$ e $h = 3$	$h = 2$
Eq	-	-	-	-	-	$h = 1$	-	-

$\alpha_G = \alpha_P = \alpha_D = 1$								
TDs	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	s_7	s_8
G	-	$h \geq 1$	-	$h \leq 2$	-	$h \geq 1$	-	$h \leq 2$
P	$h \leq 2$	$h \geq 1$	-	-	$h \leq 2$	$h \leq 2$	-	-
D	-	-	$h \geq 1$	$h \leq 2$	$h = 1$	$h = 1$	-	-
Eq	-	-	-	-	-	$h = 1$	-	-

Fonte: O Autor (2020).

5 CONCLUSÃO

Nessa dissertação foram apresentados alguns avanços para o Modelo de Grafo para Resolução de Conflito. Tendo em vista este propósito, os conceitos de solução do GMCR foram estendidos com o conceito de estabilidade do Otimismo-Pessimismo ($\alpha_i - Opt_h$) para os conflitos bilaterais ($n = 2$) e multilaterais ($n > 2$). Dessa forma, os fundamentos da regra de decisão do otimismo pessimismo, ou critério de *Hurwicz*, foram essenciais para a construção do novo conceito de solução. Sendo assim, foi apresentada uma nova estrutura para análise de conflitos que considera que as atitudes dos TDs podem variar entre os extremos pessimistas e otimistas, sendo estas classes de comportamento definidas pelo grau de otimismo do TD. Além disso, as novas definições permitem que um TD chegue a uma solução para o conflito mesmo que as informações sobre os outros TDs não estejam disponíveis.

As noções da estabilidade do Otimismo Pessimismo foram demonstradas por meio de aplicação em duas situações de conflitos reais. A primeira foi no conflito da seleção de tecnologia, escolhido para representar os conflitos bilaterais. A análise da estabilidade foi realizada de acordo com as preferências dos TDs, representadas pelas quatro fases do processo cognitivo. Sendo assim, na fase de intuição observou-se que apenas um estado foi indicado como solução para o conflito. Isso acontece quando ambos os TDs repetem as ações que vinham sendo tomadas no passado, ou seja, o TD G não concede nenhuma assistência para o desenvolvimento em inovações em tecnologia, e o TD R trabalha apenas em melhorar as tecnologias existentes. Foi verificado também que conforme o grau de otimismo dos TDs aumentou, o horizonte em que se estabeleceu o equilíbrio diminuiu. Isso está de acordo com a fase de intuição, onde o TD age conforme as suas experiências anteriores e por curtos períodos de tempo. Na fase de emoção, o TD envolvido por emoções e sentimentos tem o pensamento lógico limitado nessas condições. Desse modo, o TD foca em alcançar retornos futuros mais rápido e desconsidera os possíveis riscos associados as suas decisões. O resultado da despreocupação do TD pode ser visto quando o processo de inovação tecnológica é favorecido, ou seja, diante do apoio financeiro do TD G para o desenvolvimento de novas tecnologias pelo TD R, independente do quanto otimista sejam os TDs. Na fase de pequena escala de racionalidade, mais tempo se passa desde as decisões na fase de emoção e intuição, e por isso os TDs tem mais clareza da situação problema, e por seguinte, são capazes a avaliar melhor as suas decisões. Portanto, o estado de maior consciência dos TDs reflete em equilíbrios em menores horizontes, e isso fica explícito pela estabilidade do estado em que mesmo com o TD G sendo conservador, ou seja, provendo apenas políticas de

suporte a inovação, o TD R segue com a estratégia de desenvolvimento de tecnologias inéditas, e isso prevalece para qualquer grau de otimismo dos TDs. Na última fase do processo de cognição, os TDs estão preocupados em evitar o arrependimento no longo prazo. Este comportamento está associado às preferências dos TDs tornando-as mais conservadoras. No resultado do conflito, isso fica claro ao observar que independente do grau de otimismo dos TDs, uma possível solução para o conflito acontece quando o TD G apoia os proprietários de tecnologia apenas com o oferecimento de políticas e o TD R melhora as tecnologias já existentes.

O conflito da exportação de água do lago Gisborne foi escolhido para representar as situações envolvendo três TDs. O resultado da estabilidade do otimismo pessimismo revelou dois possíveis caminhos para a resolução desse conflito. No cenário com os TDs totalmente pessimistas, o TD G fará esforços para manter o acordo que proíbe a exportação de água, o TD P suspende a lei que proíbe a exportação de águas, e o TD D podendo apelar ou não para a continuidade do projeto do lago Gisborne. Essas duas situações onde o TD P interessado no retorno financeiro que o empreendimento poderá gerar para as cidades próximas ao lago, acontecem apenas quando todos os TDs são conservadores. Conforme o otimismo dos TDs evolui, o equilíbrio em que o TD D precisa apelar para a continuidade do projeto desaparece, ficando apenas a situação em que o TD G proíbe a exportação de águas dos aquíferos, o TD P suspende a lei do governo e o TD D não precisa se esforçar nas negociações do projeto Gisborne. Estes resultados mostram um alinhamento entre os TD P e TD D com relação aos interesses financeiros no conflito. Agora quando a preocupação ambiental reflete nas atitudes do TD P, a análise de estabilidade revelou apenas um cenário como possível resolução para este conflito. Esta situação acontece quando o TD G permanece com o acordo que impede a exportação de águas dos locais de drenagem, o TD P não suspende a proibição do governo, e o TD P apela em defesa da continuidade do projeto do lago Gisborne. Neste caso, independente se os TDs possuem elevados graus de conservadorismo ou confiança, não foi identificado um cenário alternativo para resolução do conflito. No entanto, conforme os TDs tornam-se mais otimistas, o equilíbrio é alcançado em um menor número de decisões. Nesse caso o TD G é visto como um seguidor dos ideais do grupo de oposição do projeto do lago Gisborne, visto que ele vai contra os interesses dos apoiadores do empreendimento. Sendo assim, as conclusões acima destacadas pode indicar uma influência do TD G sobre o TD P para o estabelecimento desse resultado no conflito.

A partir dos exemplos pode-se verificar a utilidade do novo conceito de solução do GMCR

para modelar e analisar conflitos em que as informações sobre as preferências dos TDs não estejam acessíveis. Verificou-se também que os resultados gerados a partir do modelo proposto permitem comparar os diferentes equilíbrios encontrados e as consequências dos possíveis comportamentos dos TDs com o número de decisões em que cada um dos equilíbrios é alcançado. Com o novo conceito de solução, a Tabela 2 pode ser atualizada conforme a Tabela 14, onde a estabilidade do otimismo pessimismo é relacionada com o número de movimentos que o TD pode fazer ao longo do conflito, assim como os aspectos comportamentais dos TD considerados para análise pela estabilidade.

Tabela 14 – Características dos critérios de estabilidade GMCR

Definição	Movimentos considerados a partir do estado atual	Possível reações comportamentais dos tomadores de decisão no conflito
Nash	1	O TD focal não possui estados acessíveis de maior preferência que o levem a mover unilateralmente o conflito
GMR	2	O TD focal considera que seus oponentes irão sancionar sua melhoria unilateral a qualquer custo
SMR	3	O TD focal considera que seus oponentes irão bloquear sua melhoria unilateral e não há um estado preferido o qual o TD focal possa alcançar em sua contrapartida
SEQ	2	O TD focal considera que ao sancionar sua melhoria unilateral o seu oponente se beneficia com seu ataque
SSEQ	3	O TD focal considera que seus oponentes irão bloquear sua melhoria unilateral e não há estados preferidos alcançáveis pelo TD focal em sua contrapartida
L_h	$h \geq 1$	Cada TD focal irá antecipar o melhor que podem obter no conflito em h horizontes
$Maximin_h$	$h \geq 1$	Cada TD focal antecipa o que pior pode acontecer para cada uma de suas ações e escolhe ação que leve ao melhor cenário dentre os piores cenários do conflito
$\alpha_i - Opt_h$	$h \geq 1$	Cada TD focal antecipa um resultado ponderado pelo seu grau de otimismo entre o melhor e o pior cenário do conflito e escolhe a ação que leve ao melhor cenário entre estes

Fonte: Adaptado de Kilgour e Hipel (2005), Rêgo e Vieira (2017b), Silva *et al.* (2017), Rêgo e Vieira (2019).

Por fim, estender o GMCR com a definição do novo conceito de estabilidade $\alpha_i - Opt_h$, direcionado a modelar o comportamento dos TDs que desconhecem as informações sobre outros TDs, é uma forma de enriquecer a metodologia de análise de conflito por permitir que um maior número de situações possam ser estudados sob diferentes diretrizes. Portanto, a nova ferramenta proposta permite que tomadores de decisão/mediadores tenham mais informações

sobre as possibilidades e consequências envolvidas no conflito, e conseqüentemente, um maior discernimento sobre o mesmo.

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como proposta para trabalhos futuros pretende-se aplicar a estabilidade $\alpha_i - Opt_h$ com novas estruturas de preferência, como as preferências *fuzzy* de Bashar, Kilgour e Hipel (2012), as preferências probabilísticas de Rêgo e Santos (2015) e as preferências *grey* de Kuang *et al.* (2015). Além disso, implementar a representação matricial de Xu, Hipel e Kilgour (2007, 2009) para obtenção dos estados estáveis de acordo com a estabilidade do otimismo pessimismo segue como proposta para facilitar o cálculo dos resultados de um conflito de acordo com o novo conceito de solução.

REFERÊNCIAS

- ALJEFRI, Y. M.; BASHAR, M. A.; FANG, L.; HIPEL, K. W. First-level hypergame for investigating misperception in conflicts. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems**, IEEE, n. 99, p. 1–18, 2018.
- ALMEIDA, A. T.; MORAIS, D. C.; COSTA, A. P. C. S.; ALENCAR, L. H.; DAHER, S. F. D. **Decisão em grupo e negociação: métodos e aplicações**. [S.l.]: Atlas, São Paulo, 2012.
- BASHAR, M. A.; HIPEL, K. W.; KILGOUR, D. M.; OBEIDI, A. Coalition fuzzy stability analysis in the graph model for conflict resolution. **Journal of Intelligent & Fuzzy Systems**, IOS Press, v. 29, n. 2, p. 593–607, 2015.
- BASHAR, M. A.; KILGOUR, D. M.; HIPEL, K. W. Fuzzy preferences in the graph model for conflict resolution. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, IEEE, v. 20, n. 4, p. 760–770, 2012.
- BASHAR, M. A.; OBEIDI, A.; KILGOUR, D. M.; HIPEL, K. W. Modeling fuzzy and interval fuzzy preferences within a graph model framework. **IEEE Transactions on Fuzzy Systems**, IEEE, v. 24, n. 4, p. 765–778, 2016.
- DAMÁZIO, J. M.; MALTA, V. d. F.; MAGALHÃES, P. d. Uso do modelo gráfico para resolução de conflitos em problemas de recursos hídricos no brasil. **RBRH-Revista Brasileira de Recursos Hídricos, Porto Alegre**, v. 5, n. 4, p. 93–109, 2000.
- DENOEUX, T. Decision-making with belief functions: A review. **International Journal of Approximate Reasoning**, Elsevier, v. 109, p. 87–110, 2019.
- FANG, L.; HIPEL, K. W.; KILGOUR, D. M. **Interactive decision making: The graph model for conflict resolution**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1993. v. 3.
- FANG, L.; HIPEL, K. W.; KILGOUR, D. M.; PENG, X. A decision support system for interactive decision making-part i: model formulation. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)**, IEEE, v. 33, n. 1, p. 42–55, 2003.
- FANG, L.; HIPEL, K. W.; KILGOUR, D. M.; PENG, X. A decision support system for interactive decision making-part ii: analysis and output interpretation. **IEEE Transactions On Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)**, IEEE, v. 33, n. 1, p. 56–66, 2003.
- FRASER, N. M.; HIPEL, K. W. Solving complex conflicts. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics**, IEEE, v. 9, n. 12, p. 805–816, 1979.
- GARCIA, A.; OBEIDI, A.; HIPEL, K. Initial state stability for n-decision-maker conflicts. **INFOR: Information Systems and Operational Research**, Taylor & Francis, p. 1–16, 2018.
- GASPARS-WIELOCH, H. Modifications of the hurwicz's decision rule. **Central European Journal of Operations Research**, Springer, v. 22, n. 4, p. 779–794, 2014.
- GASPARS-WIELOCH, H. On a decision rule supported by a forecasting stage based on the decision maker's coefficient of optimism. **Central European Journal of Operations Research**, Springer, v. 23, n. 3, p. 579–594, 2015.

- GASPARS-WIELOCH, H. The impact of the structure of the payoff matrix on the final decision made under uncertainty. **Asia-Pacific Journal of Operational Research**, World Scientific, v. 35, p. 1–27, 2018.
- GIL, A. C. Métodos e técnicas de pesquisa social. São Paulo, Atlas, 2008.
- GREEN, M.; WEATHERHEAD, E. Coping with climate change uncertainty for adaptation planning: An improved criterion for decision making under uncertainty using ukcp09. **Climate Risk Management**, Elsevier, v. 1, p. 63–75, 2014.
- HE, S.; HIPEL, K. W.; KILGOUR, D. M. Analyzing market competition between airbus and boeing using a duo hierarchical graph model for conflict resolution. **Journal of Systems Science and Systems Engineering**, Springer, v. 26, n. 6, p. 683–710, 2017.
- HE, S.; KILGOUR, D. M.; HIPEL, K. W. A general hierarchical graph model for conflict resolution with application to greenhouse gas emission disputes between usa and china. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 257, n. 3, p. 919–932, 2017.
- HEIFETZ, A.; MEIER, M.; SCHIPPER, B. C. Interactive unawareness. **Journal of economic theory**, Elsevier, v. 130, n. 1, p. 78–94, 2006.
- HIPEL, K. W.; KILGOUR, D. M.; FANG, L. The graph model for conflict resolution. **John Wiley & Sons**, 2011.
- HOWARD, N. **Paradoxes of rationality: theory of metagames and political behavior**. [S.l.]: MIT press, 1971. v. 1.
- HURWICZ, L. The generalized bayes minimax principle: a criterion for decision making under uncertainty. **Cowles Comm. Discuss. Paper Stat**, v. 335, p. 1950, 1951.
- INOHARA, T. State transition time analysis in the graph model for conflict resolution. **Applied Mathematics and Computation**, Elsevier, v. 274, p. 372–382, 2016.
- KILGOUR, D. M. Anticipation and stability in two-person noncooperative games. **Dynamic models of international conflict**, Lynne Rienner Press Boulder, Colorado, p. 26–51, 1985.
- KILGOUR, D. M.; HIPEL, K. W. The graph model for conflict resolution: past, present, and future. **Group Decision and Negotiation**, Springer, v. 14, n. 6, p. 441–460, 2005.
- KILGOUR, D. M.; HIPEL, K. W.; FANG, L. The graph model for conflicts. **Automatica**, Elsevier, v. 23, n. 1, p. 41–55, 1987.
- KINSARA, R. A.; PETERSONS, O.; HIPEL, K. W.; KILGOUR, D. M. Advanced decision support for the graph model for conflict resolution. **Journal of decision systems**, Taylor & Francis, v. 24, n. 2, p. 117–145, 2015.
- KORGI, R. D. C. **El universo LATEX**. [S.l.]: Univ. Nacional de Colombia, 2003.
- KUANG, H.; BASHAR, M. A.; HIPEL, K. W.; KILGOUR, D. M. Grey-based preference in a graph model for conflict resolution with multiple decision makers. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems**, IEEE, v. 45, n. 9, p. 1254–1267, 2015.
- LI, K. W.; HIPEL, K. W.; KILGOUR, D. M.; FANG, L. Preference uncertainty in the graph model for conflict resolution. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans**, IEEE, v. 34, n. 4, p. 507–520, 2004.

MENEZES, W. F. Escolha e decisão em situação de incerteza e risco. **Revista Nexos Econômicos**, v. 5, n. 2, p. 59–106, 2011.

MYERSON, R. B. **Game theory**. [S.l.]: Harvard university press, 1997.

NASH, J. F. Equilibrium points in n-person games. **Proceedings of the national academy of sciences, USA**, v. 36, n. 1, p. 48–49, 1950.

NEUMANN, J. V.; MORGENSTERN, O. **Theory of games and economic behavior**. [S.l.]: Princeton university press, 1944.

NEUMANN, J. V.; MORGENSTERN, O. **Theory of games and economic behavior (commemorative edition)**. [S.l.]: Princeton university press, 2007.

OBEIDI, A.; KILGOUR, D. M.; HIPEL, K. W. Perceptual graph model systems. **Group Decision and negotiation**, Springer, v. 18, n. 3, p. 261–277, 2009.

RÊGO, L. C.; SANTOS, A. M. Probabilistic preferences in the graph model for conflict resolution. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems**, IEEE, v. 45, n. 4, p. 595–608, 2015.

RÊGO, L. C.; SANTOS, A. M. Upper and lower probabilistic preferences in the graph model for conflict resolution. **International Journal of Approximate Reasoning**, Elsevier, v. 98, p. 96–111, 2018.

RÊGO, L. C.; VIEIRA, G. I. A. Interactive unawareness in the graph model for conflict resolution. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems**, IEEE, n. 99, p. 1–11, 2017.

RÊGO, L. C.; VIEIRA, G. I. A. Symmetric sequential stability in the graph model for conflict resolution with multiple decision makers. **Group Decision and Negotiation**, Springer, v. 26, n. 4, p. 775–792, 2017.

RÊGO, L. C.; VIEIRA, G. I. A. Maximinh stability in the graph model for conflict resolution for bilateral conflicts. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems**, v. 1, p. 1–10, 2019.

SAVAGE, L. J. The theory of statistical decision. **Journal of the American Statistical association**, Taylor & Francis Group, v. 46, n. 253, p. 55–67, 1951.

SHENG, L.; ZHU, Y.; HAMALAINEN, T. An uncertain optimal control model with hurwicz criterion. **Applied Mathematics and Computation**, Elsevier, v. 224, p. 412–421, 2013.

SILVA, M. M.; HIPEL, K. W.; KILGOUR, D. M.; COSTA, A. P. C. Strategic analysis of a regulatory conflict using dempster-shafer theory and ahp for preference elicitation. **Journal of Systems Science and Systems Engineering**, Springer, v. 28, n. 4, p. 415–433, 2019.

SILVA, M. M.; KILGOUR, D. M.; HIPEL, K. W.; COSTA, A. P. C. S. Probabilistic composition of preferences in the graph model with application to the new recife project. **Journal of Legal Affairs and Dispute Resolution in Engineering and Construction**, American Society of Civil Engineers, v. 9, n. 3, p. 05017004, 2017.

- SIVAPRASAD, S.; MACKENZIE, C. A. The hurwicz decision rule's relationship to decision making with the triangle and beta distributions and exponential utility. **Decision Analysis, INFORMS**, v. 15, n. 3, p. 139–153, 2018.
- TANG, M.; LI, Z. A novel uncertain bimatrix game with hurwicz criterion. **Soft Computing**, Springer, p. 1–6, 2019.
- TAYLOR, B. W. **Introduction to management science**. [S.l.]: Prentice Hall Upper Saddle River, NJ, 2013.
- WALD, A. Statistical decision functions which minimize the maximum risk. **Annals of Mathematics**, JSTOR, p. 265–280, 1945.
- WANG, J.; HIPEL, K. W.; FANG, L.; XU, H.; KILGOUR, D. M. Behavioral analysis in the graph model for conflict resolution. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems**, IEEE, v. 49, n. 5, p. 904–916, 2017.
- WU, N.; XU, Y.; KILGOUR, D. M. Water allocation analysis of the zhanghe river basin using the graph model for conflict resolution with incomplete fuzzy preferences. **Sustainability**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 11, n. 4, p. 1099, 2019.
- XU, H.; HIPEL, K. W.; KILGOUR, D. M. Matrix representation of conflicts with two decision-makers. In: IEEE. **2007 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics**. [S.l.], 2007. p. 1764–1769.
- XU, H.; HIPEL, K. W.; KILGOUR, D. M. Matrix representation of solution concepts in multiple-decision-maker graph models. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans**, IEEE, v. 39, n. 1, p. 96–108, 2009.
- XU, H.; HIPEL, K. W.; KILGOUR, D. M.; FANG, L. **Conflict resolution using the graph model: Strategic interactions in competition and cooperation**. [S.l.]: Springer, 2018.
- YANG, Y.; JOHN, R. Grey sets and greyness. **Information Sciences**, Elsevier, v. 185, n. 1, p. 249–264, 2012.
- YIN, K.; YU, L.; LI, X. An improved graph model for conflict resolution based on option prioritization and its application. **International journal of environmental research and public health**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 14, n. 11, p. 1311, 2017.
- ZAPATA, A.; CARABALLO, M.; MONROY, L.; MÁRMOL, A. Hurwicz's criterion and the equilibria of duopoly models. **Central European Journal of Operations Research**, Springer, v. 27, n. 4, p. 937–952, 2019.
- ZHOU, L.; WANG, S. A dynamic bounded rationality model for technology selection in cognition process. **NeuroQuantology**, v. 16, n. 5, 2018.
- ZHU, Y.; YAN, X.; CHEN, C.; LI, Y.; HUANG, G.; LI, Y. Analysis of industry-air quality control in ecologically fragile coal-dependent cities by an uncertain gaussian diffusion-hurwicz criterion model. **Energy Policy**, Elsevier, v. 132, p. 1191–1205, 2019.
- ZHU, Z.; KILGOUR, D. M.; HIPEL, K. W. A new approach to coalition analysis within the graph model. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems**, IEEE, n. 99, p. 1–11, 2018.