



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS CONTÁBEIS E ATUARIAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS CONTÁBEIS
MESTRADO ACADÊMICO EM CIÊNCIAS CONTÁBEIS**

HELENA CRISTINA SOARES LOURENÇO

**EQUACIONAMENTO DO DÉFICIT ATUARIAL EM PLANOS DE
BENEFÍCIO DEFINIDO: MODELO DE OTIMIZAÇÃO MEDIANTE
APLICAÇÃO DA TEORIA DOS JOGOS COOPERATIVOS**

RECIFE

2020

HELENA CRISTINA SOARES LOURENÇO

**EQUACIONAMENTO DO DÉFICIT ATUARIAL EM PLANOS DE BENEFÍCIO
DEFINIDO: MODELO DE OTIMIZAÇÃO MEDIANTE APLICAÇÃO DA
TEORIA DOS JOGOS COOPERATIVOS**

Dissertação apresentada em 18 de fevereiro de 2020 ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis da Universidade Federal de Pernambuco como requisito para obtenção do título de Mestre em Ciências Contábeis.

Orientador: Prof. Dr. Maurício Assuero Lima de Freitas.

RECIFE

2020

HELENA CRISTINA SOARES LOURENÇO

**EQUACIONAMENTO DO DÉFICIT ATUARIAL EM PLANOS DE BENEFÍCIO
DEFINIDO: MODELO DE OTIMIZAÇÃO MEDIANTE APLICAÇÃO DA
TEORIA DOS JOGOS COOPERATIVOS**

Dissertação ou Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências Contábeis.

Aprovado em: 18/02/2020.

BANCA EXAMINADORA

Prof^o. Dr. Maurício Assuero Lima de Freitas (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^o. Dr. Alexandre Stamford da Silva (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^o. Dr. Francisco de Sousa Ramos (Examinador Externo)
DECON - Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família, esposo e filhos, pela paciência, estímulo e o tempo cedido para que se tornasse possível a concretização deste Mestrado.

Aos meus pais, Albino e Flávia, por todos os esforços e sacrifícios realizados em prol da educação dos filhos.

Ao meu orientador, Professor Maurício Assuero, pelo excelente trabalho de orientação e por seu incentivo em todas as fases deste trabalho.

Deixo meus agradecimentos a todos que, direta ou indiretamente, me ajudaram a preparar este trabalho desde o seu planejamento até sua conclusão.

RESUMO

As Entidades Fechadas de Previdência Complementar têm papel essencial para a qualidade de vida da população, pois complementam a renda após a vida laboral dos participantes oferecendo um padrão de vida diferenciado. Existem três modalidades de planos de benefícios: contribuição definida (CD), benefício definido (BD) e contribuição variável (CV). Os planos de BD e CV estão expostos a diferentes tipos de riscos, como os financeiros, biométricos e as premissas atuariais, contribuindo para a volatilidade do plano gerando o desequilíbrio financeiro e atuarial do plano. O objetivo deste trabalho é propor modelo de equacionamento de déficit, cooperando, desta forma, para o equilíbrio do plano, assegurando a capacidade de pagamento dos benefícios futuros aos participantes. O modelo utilizará Teoria de Jogos Cooperativos empregando solução de valor de Shapley, uma vez que este tipo de metodologia é utilizado em diversos setores com a finalidade de alocação de custos de forma mais justa. Para atingir os objetivos, tomou-se como base uma entidade com déficit total de R\$ 80.925.239, a ser amortizado em oito parcelas anuais, nominais, de R\$ 10.115.654 e, ao invés de tratar o modelo de forma individual, por questões operacionais, os contribuintes foram divididos em 10 classes salariais, resultando em 1024 coalizões. A aplicação do modelo proposto culminou em resultados favoráveis a classe 1 com a redução de 29% dos custos de contribuição para amortização quando comparado método tradicional, entretanto, as contribuições das classes 2 a 10 tiveram sua participação financeira aumentada. O ganho para estas classes está na suavização do risco de ter suas contribuições ainda mais elevadas ou redução do valor do benefício caso participantes da classe 1 ficassem insatisfeitos com o valor a contribuir, migrando seus recursos para outros tipos de planos ou entidades. Os resultados obtidos no equacionamento através do valor de Shapley, apresentam equilíbrio nas estratégias de coalizões entre as classes onde qualquer mudança feita para melhorar uma classe pode prejudicar as demais classes, fazendo com que o equilíbrio seja ótimo de Pareto.

Palavras-chave: Valor de Shapley. Teoria dos Jogos. Plano benefício definido. Equacionamento de déficit.

ABSTRACT

The Pension Funds play an essential role in population's quality of life since it complements the income after the working life from its participants, offering a differentiated standard of living. There are three types of pension plans: defined contribution (DC), defined benefit (DB) and variable contribution (VC). DB and VC plans are exposed to different types of risks, such as financial, biometric and actuarial assumptions, contributing to the volatility of the plan, thus generating the financial and actuarial imbalance of the plan. The objective of this paper is to propose a deficit equation model, which cooperates for the balance of the plan, ensuring the ability to pay future benefits to the pension fund participants. The model will apply Shapley's value solution in a Cooperative Game theory, once this type of methodology is used in several problems when one wants to allocate costs more fairly. To achieve the objectives, an entity with a total deficit of R\$ 80,925,239 was based, to be amortized in eight annual, nominal installments of R\$ 10,115,654 and, instead of treating the model individually, for operational purposes, taxpayers were divided into 10 salary classes, resulting in 1024 coalitions. The application of the proposed model culminated in favorable results for class 1 with a 29% reduction in the contribution costs for amortization when compared to the traditional method, however, the contributions of classes 2 to 10 had their financial participation increased. The gain for these classes is in mitigating the risk of having their contributions raised or reducing the benefit value in case of class 1 participants were dissatisfied with the amount to contribute, migrating their resources to other types of plans or entities. The results obtained in the equation through the value of Shapley, present balance in the strategies of coalitions amongst the classes where any change made to improve one class can harm the remained classes, making the balance to be optimal of Pareto.

Key-words: Shapley's value, Game theory, Defined benefit plan, Deficit Equation.

LISTA DE FIGURA

- Figura 1 Estrutura do Sistema Previdenciário Brasileiro
- Figura 2 Dinâmica Financeira da EFPC
- Figura 3 Métodos para alcance da reserva matemática

LISTA DE GRÁFICO

Gráfico 1 Situação Econômico-Financeira dos Planos no Brasil entre 2009 e 2018

Gráfico 2 Evolução dos Ativos x Percentual em relação ao PIB

Gráfico 3.1 Distribuição percentual dos tipos de planos de benefícios no Brasil, em
1989

Gráfico 3.2 Distribuição percentual dos tipos de planos de benefícios no Brasil, em
1998

Gráfico 3.3 Distribuição percentual dos tipos de planos de benefícios no Brasil, em
2006

Gráfico 3.4 Distribuição percentual dos tipos de planos de benefícios no Brasil, em
2018

LISTA DE TABELA

Tabela 1 Conceitos e Impactos dos Riscos inerente as EFPCs

Tabela 2 Resumo estatístico dos salários de contribuição

Tabela 3 Parâmetros do Modelo

Tabela 4 Resultados do modelo

Tabela 5 Resultados do custeio tradicional

LISTA DE SIGLAS

ABRAPP	Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar
BD	Benefício Definido
CAP	Caixas de Aposentadorias e Pensões
CD	Contribuição Definida
CNPC	Conselho Nacional de Previdência Complementar
CNSP	Conselho Nacional de Seguros Privados
CV	Contribuição Variável
EAPC	Entidades Abertas de Previdência Complementar
EC	Emenda Constitucional
EFPC	Entidade Fechada de Previdência Complementar
EFPC	Entidades Fechadas de Previdência Complementar
FUNRURAL	Fundo de Assistência ao Trabalhador Rural
IAP	Institutos de Aposentadorias e Pensões
IAPB	Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Bancários
IAPC	Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Comerciantes
IAPE	Instituto de Aposentadoria e Pensão da Estiva
IAPETC	Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Empregados em Transporte e Cargas
IAPI	Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Industriários
IAPM	Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Marítimos
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
INPS	Instituto Nacional de Previdência Social
INSS	Instituto Nacional do Seguro Social
IPASE	Instituto de Previdência e Assistência dos Servidores do Estado
IR	Imposto de Renda
LC	Lei Complementar
LOPS	Lei Orgânica da Previdência Social
MONGERAL	Montepio Obrigatório dos Empregados do Ministério da Economia
PGBL	Plano Gerador de Benefício Livre
PREVIC	Superintendência Nacional de Previdência Complementar

RGPS	Regime Geral de Previdência Social
RPPS	Regime Próprio dos Servidores Públicos
SUSEP	Superintendência de Seguros Privados
VGBL	Vida Gerador de Benefício Livre

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	13
2. CONTEXTUALIZAÇÃO	15
2.1 Justificativa	16
2.2.1 Objetivo Geral	18
2.2.2 Objetivos Específicos	18
2.3 Estrutura do Sistema Previdenciário no Brasil	19
2.4 Histórico da Previdência no Brasil	22
3. CARACTERÍSTICA DAS EFPC	27
3.1 Modelagem dos Planos de Benefícios das EFPC	33
3.2 Riscos inerentes aos Planos de Benefícios	36
3.3 Déficits Atuariais em Planos BD	40
4. MODELO	45
4.1 Teoria dos Jogos Cooperativos – Valor de Shapley	45
5. APLICAÇÃO DO MODELO E RESULTADOS	51
6. CONCLUSÃO	59
APÊNDICE A - OPERACIONALIZAÇÃO VALOR DE SHAPLEY	66
APÊNDICE B - CUSTEIO DE DÉFICIT ATUARIAL	68
APÊNDICE C - CÓDIGO PYTHON	82

1. INTRODUÇÃO

Ao longo das últimas décadas, a questão previdenciária tem sido um dos grandes temas de discussão nacional, tendo em vista os seus impactos, tanto sobre o equilíbrio das contas públicas quanto sobre a capacidade de investimento estatal, além de afetar a qualidade de vida pós laborativa do trabalhador brasileiro.

O RGPS foi concebido a partir do modelo de repartição simples, estando estruturado no financiamento dos benefícios dos aposentados e pensionistas com base nas contribuições dos trabalhadores ativos. O pressuposto para a sustentabilidade deste modelo, no médio e longo prazo, é o equilíbrio entre contribuintes e aposentados, porém a relação entre contribuintes e beneficiários da previdência social brasileira vem se deteriorando drasticamente por uma combinação entre a redução da taxa de fecundidade da mulher brasileira, a qual caiu vertiginosamente dos anos 1980 até os anos 2000, com redução de aproximadamente 63%, ou seja, o índice de filhos por mulher passou de 4,12 para 2,39 filhos em média, no período referido, e em 2018 a taxa de fecundidade foi de 1,77 filhos, estando abaixo da taxa de reposição populacional (IBGE, 2018).

Outro fator preponderante é o aumento da expectativa de vida da população, dado que nos anos 1980 a expectativa de vida do brasileiro era de 62,5 anos e em 2018 a chegou a 76 anos, isto é, gerou um aumento de 13,5 anos na sobrevivência. O nítido envelhecimento da população brasileira contribui fortemente para o desequilíbrio do sistema de previdência pública, pela forma como é estruturado, fato este que gera sucessivos e crescentes déficits nas contas previdenciárias. Esta deterioração nas contas da previdência social é parte da inquietação e da incerteza da população quanto aos benefícios a serem percebidos.

Dentro deste contexto, o sistema de previdência privada complementar representa uma alternativa cada vez mais importante para a população brasileira como instrumento capaz de assegurar uma renda de aposentadoria compatível com a renda obtida ao longo da vida laborativa. Além disso, ele está estruturado a partir do sistema de capitalização, se configurando como um instrumento de financiamento de projetos de médio e longo prazo na economia brasileira.

As entidades de previdência complementar captam recursos de seus participantes, aplicando-os no mercado financeiro, inclusive de capitais para, no longo prazo, devolvê-los juntamente com os rendimentos aos participantes, sob a forma de proventos de aposentadoria e pensão. Considerando que o horizonte temporal das

premissas econômicas e atuarial é de longo prazo, tais entidades precisam oferecer aos participantes um processo decisório sistematizado, visando um gerenciamento eficaz da relação de risco versus retorno, para que a finalidade da entidade de previdência complementar seja cumprida, isto é, que as entidades apresentem resultado de equilíbrio financeiro e atuarial nos seus planos oferecidos para que no futuro os participantes possam usufruir das suas reservas.

Este trabalho pretende avaliar a utilização do modelo do Valor de Shapley, solução utilizada para Jogos Cooperativos, na amortização do déficit, ocorrido face ao descasamento entre o passivo e o ativo do plano, nos planos de Benefício Definido. O trabalho está dividido em 5 capítulos, além dessa introdução. O capítulo 2 contextualiza o problema, além tratar dos objetivos e da justificativa; o capítulo 3 aborda as estruturas e características das EFPC, no âmbito da revisão de literatura; capítulo 4 explana a metodologia do modelo escolhido; capítulo 5 apresentações dos resultados obtidos e por último, capítulo 6, a conclusão obtida com o estudo proposto por este trabalho.

2. CONTEXTUALIZAÇÃO

Uma das principais preocupações com as quais o ser humano se depara ao longo de sua existência é a incessante busca pela segurança. De forma recorrente, um indivíduo preocupa-se não somente consigo, mas também com sua família e com suas posses. Os seguros de vida, patrimonial, de saúde, são estratos dessa preocupação.

Mudanças de hábitos, avanços tecnológicos e maiores desenvolvimentos nos serviços sociais e de saúde trouxeram, como consequência, o aumento da expectativa de vida da população, mas, aparentemente, o país não estava preparado para conviver com uma população centenária. A longevidade traz impactos previdenciários e pode se constituir numa fonte de insegurança econômica, à medida que as pessoas vivendo além da idade que lhes possibilita uma situação financeira capaz de sustentar a si e aos seus dependentes, ficam à mercê de alternativas para manutenção do padrão de vida, dado que os esquemas de seguridade social fornecem um atendimento previdenciário básico ofertando apenas um piso de proteção social, sendo esta a fonte de ameaça do bem estar daqueles que saem da atividade laboral.

Utilizando os conceitos do ciclo de vida econômico, Clark *et al* (2004), afirmam que a vida das pessoas é marcada por três grandes fases. Duas dessas fases, infância/juventude e a velhice, são dependentes e deficitárias. A outra, considerada a fase adulta, é superavitária do ponto de vista orçamentário, correspondendo ao período no qual o indivíduo tem a atividade laboral. Desse modo, a fim de assegurar a sobrevivência, o excesso produzido pela população em idade ativa deverá ser acumulado para usufruir em momento futuro ou cedido para as coortes dependentes.

Neste contexto, destaca-se a importância da previdência complementar fechada, as quais formam um segundo pilar no esquema da seguridade social. As Entidades Fechadas de Previdência Complementar – EFPC's são entidades sem fins lucrativos, designadas também como Fundo de Pensão, constituídas por uma empresa ou por uma entidade de classe sindical, com a finalidade de conceder benefícios de caráter previdenciário. Esses fundos têm papel essencial para a qualidade de vida da população, pois complementa a renda após a vida laboral dos seus participantes possibilitando um padrão de vida diferenciado. Além disso, os fundos de pensão são também provedores de grande magnitude dos investimentos na economia, tendo em vista a aplicabilidade de seus recursos em diferentes setores da economia tais como industrial, imobiliário e serviços

fomentando desenvolvimento e progresso pois são formadores de poupança de qualquer economia.

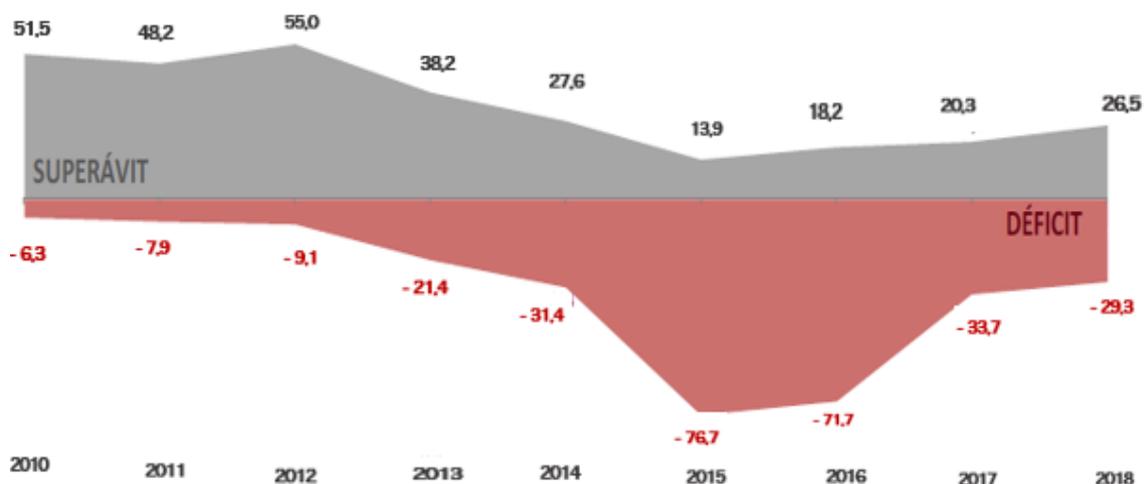
Os planos de previdência complementar estão expostos a diferentes tipos de riscos como os financeiros (taxa de juros, meta atuarial e rendimentos dos ativos investidos), biométricos (expectativa de vida, aderência das tábuas biométricas) e as premissas adotadas pelo plano (taxa de rotatividade, crescimento salarial). A fim de garantir a finalidade dos fundos de pensão, é necessário acompanhamento rigoroso destes riscos uma vez que são responsáveis em grande parte pelas causas da volatilidade dos seus resultados.

Este estudo visa contribuir de forma inovadora para o equacionamento dos déficits de planos de Benefício Definido (BD) fazendo uso das ferramentas de Teoria Jogos Cooperativos tratando, especificamente, a solução de Valor de Shapley (1953), com o fito de alcançar o equilíbrio financeiro e atuarial do plano. Observa-se que no modelo atual, no qual todos contribuem com uma fração do salário, do ponto de vista dos participantes, há um ótimo de Pareto visto que qualquer mudança pode prejudicar um ou mais participantes. Entretanto, com a ocorrência do déficit a solução pode não ser de equilíbrio e surge a necessidade de uma discussão mais profunda sobre esse custo social.

2.1 Justificativa

Constitui-se como grande desafio garantir a solvência das EFPC, principalmente para os Planos de Benefício Definido e Contribuição Variável, devido a exposição de maiores riscos em virtude da sua modelagem. Desta forma, investigar formas de equalizar riscos, tem uma importância fundamental para sustentabilidade das instituições diante do propósito de evitar os desvios, positivos ou negativos, com consequências mais graves de custos adicionais, financeiros e sociais, para seus participantes. O gráfico 1 evidencia de forma resumida a situação econômico-financeira dos Fundos de Pensão no Brasil

Gráfico 1: Situação Econômico-Financeira dos Planos no Brasil entre 2009 e 2018 (valores expressos em bilhões de Reais)



Fonte: Consolidado Estatístico ABRAPP (2018)

Observa-se, no gráfico 1, entre 2010 e 2018, registros de saldos superavitários e deficitários. Em 2010, o somatório dos superávits totalizou R\$ 51,5 bilhões, enquanto o somatório dos déficits importou em R\$ 6,30 bilhões, o menor já registrado neste período. Em 2012 houve um aumento no montante superavitário de 14,10% em relação a 2011, enquanto o montante deficitário cresceu 15,19%, também comparado a 2011. Mas, em 2015 os resultados negativos dos planos cresceram 742,85% em relação a 2012. De acordo com PREVIC (2016), tais resultados refletem o contexto econômico relacionado ao desempenho da economia brasileira e do mercado financeiro adverso para os investimentos das EFPC, sobretudo aqueles realizados em renda variável e crédito privado. Adicionalmente, os números foram impactados negativamente pela dinâmica inflacionária de curto prazo, que corrige reservas matemáticas e aumenta metas nominais de rentabilidade das carteiras, e pelo aumento de longevidade que induz inequivocamente o aumento dos compromissos dos planos com pagamento de benefícios.

Importante destacar também que a regra de solvência regulamentada pela Resolução CNPC nº 22/2015 estabeleceu parâmetros diferenciados para o equacionamento de déficits em função de características de cada plano de benefícios. Nesse contexto, os resultados negativos apurados em planos com mutualismo (modalidade BD e CV) devem ser relativizados e não implicarão, necessariamente, exigência de equacionamento imediato, a depender da maturidade dos fluxos de pagamento do passivo atuarial (*duration*).

Observa-se, pelo exposto, que o cenário da situação econômico-financeira das EFPC está em constante mudança afetando mais intensamente planos BD e CV, com

nítido impacto no risco atuarial designado pelos seus diversos enquadramentos, a saber: risco de mercado, biométrico, de liquidez, operacional, de modelagem financeira, de método atuarial e de descasamento de outras premissas atuariais. O gerenciamento do risco atuarial tem como objetivo assegurar os padrões de segurança econômico-financeira, com fins específicos de preservar a liquidez, a solvência e o equilíbrio dos planos de benefícios administrados pelas EFPCs.

A busca pelo equilíbrio financeiro e atuarial é incessante uma vez que é tido como garantia dos Planos BD e CV da solvência de tais entidades. Portanto, desvio nos resultados, especificamente, as perdas, considerados déficits, gera-se expectativa negativa tanto nos participantes quanto nas patrocinadoras. Porém uma vez ocorrido, é necessário que seja realizado a sua adequação e para tanto, um plano de equacionamento de déficit deverá ser elaborado.

Nesse contexto, esse trabalho pretende ampliar as discussões sobre esse importante mercado se constituindo como uma alternativa de análise e diretriz para gestores e formadores de políticas públicas.

2.2 OBJETIVOS

2.2.1 Objetivo Geral

Este trabalho traz como proposta empregar o modelo Valor de Shapley, utilizado na Teoria dos Jogos Cooperativos, como uma nova forma de equacionar o déficit atuarial nos planos BD das EFPCs em atuação no Brasil, uma vez que o modelo é utilizado na divisão dos custos de forma justa.

2.2.2 Objetivos Específicos

- Apresentar a atual estruturação do Sistema Previdenciário Brasileiro;
- Explicar e apresentar as características das Entidades de Previdência Complementar;
- Aplicar Teoria dos Jogos Cooperativos – Valor de Shapley;
- Analisar o tipo de equilíbrio decorrente da aplicação do modelo.

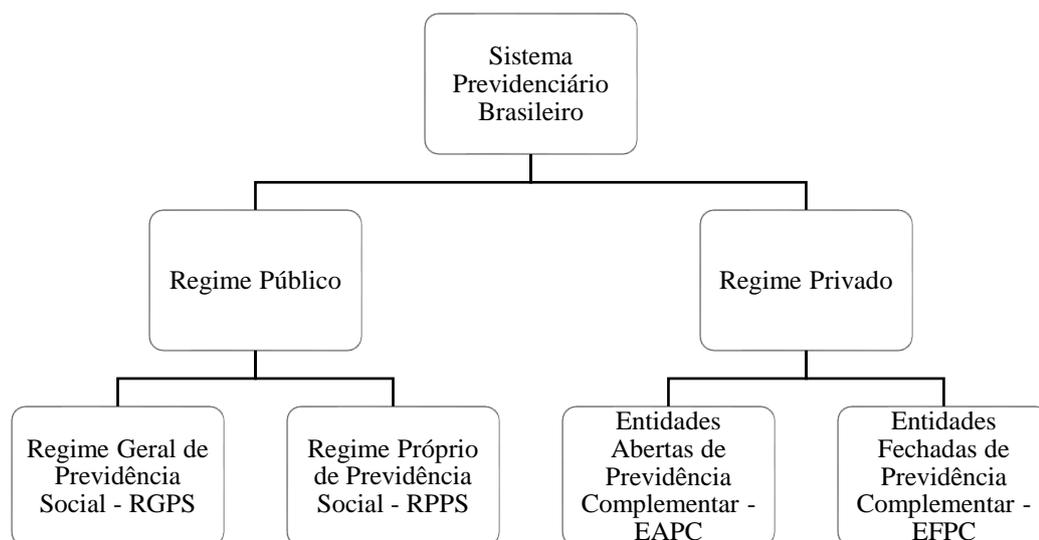
- Comparar os resultados da contribuição encontrados no modelo proposto de equacionamento de déficit com os resultados dos modelos praticados pelo mercado das entidades fechadas de fundo de pensão;

Para atingir os objetivos propostos, este trabalho faz uma explanação sobre estado da arte para nivelar o conhecimento atual sobre o tema, aborda as principais fontes de literatura sobre o objeto do trabalho, metodologia aplicada e modelo proposto e ao final, as conclusões obtidas

2.3 Estrutura do Sistema Previdenciário no Brasil

O sistema previdenciário brasileiro está previsto na Constituição Federal, mas posteriormente, foi ajustado por sete emendas constitucionais¹ e complementado pela legislação infraconstitucional como Leis Complementares, Resoluções e Instruções Normativas, sendo composto por três regimes: Regime Geral de Previdência Social (RGPS), Regime Próprio de Previdência Social (RPPS) e o Regime de Previdência Complementar (RPC). A figura 1 retrata a estrutura atual do sistema de previdência brasileiro.

Figura 1: Estrutura do Sistema Previdenciário Brasileiro.



Fonte: Elaboração própria.

¹ EC n°3/93; n°20/98; n° 41/03; n° 47/05; n° 70/2012; n° 88/15; n° 103/19

O Regime Geral de Previdência Social, operado pelo INSS tem caráter público e compulsório sendo destinado aos trabalhadores formais da iniciativa privada, aos empregados do setor público e servidores titulares de cargo efetivo das unidades federativas, que não possuem regime próprio de previdência. Quanto aos Regimes Próprios dos Servidores Públicos, este é específico para o servidor titular de cargo efetivo da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos maiores Municípios. O RPPS também se caracteriza como público e obrigatório.

A forma de custeio destes sistemas previdenciários é o regime de caixa, também designado como repartição simples. Neste sistema há um contrato social entre as gerações sucessivas, isto é, a geração de trabalhadores atual paga os benefícios previdenciários da geração precedente com a expectativa de ser beneficiado pelas gerações futuras de trabalhadores. O sistema mantém-se de forma que as contribuições da população ativa financiam os benefícios da população inativa. Desta forma, se a população tem uma massa maior de trabalhadores ativos em proporção a seus inativos, as gerações sucessivas serão beneficiadas com uma massa maior de contribuintes. Por outro lado, se a população tem baixas taxas de crescimento vegetativo e a força de trabalho envelhece, as gerações sucessivas terão menor contribuintes e um número maior de benefícios para serem financiados. Este tipo de financiamento é caracterizado pela não formação de reservas matemáticas, uma vez que os recursos arrecadados são pagos na forma de benefício no mesmo exercício.

O Regime de Previdência Complementar possui como características relevantes a natureza contratual privada (com sujeição ao regime jurídico de direito privado, em que prevalece a autonomia da vontade), o caráter complementar e autônomo em relação à previdência pública e a constituição de reserva em regime de capitalização, em que são arrecadados valores antecipadamente e, com o montante das reservas e seus rendimentos, efetua-se o pagamento da complementação de renda. Este tipo de regime se subdivide em dois segmentos, Entidades Abertas e Entidades Fechadas de Previdência Complementar.

As EAPC são constituídas, unicamente, sob a forma de sociedades anônimas, geridas principalmente por sociedades comerciais e estão disponíveis a qualquer pessoa física. Tem por objetivo instituir e operar planos de benefícios, de caráter previdenciário, concedidos em forma de renda continuada ou pagamento único. São regidas pelo Decreto-Lei Nº 73/1966 e pela Lei Complementar Nº 109/2001. As funções do órgão regulador e do órgão fiscalizador são exercidas pelo Ministério da Fazenda, por intermédio do CNSP e da SUSEP.

Geralmente, as EAPC oferecem os planos Gerador de Benefício Livre (PGBL) e Vida Gerador de Benefício Livre (VGBL), com as seguintes categorias básicas de benefícios: Renda por Sobrevivência, Renda por Invalidez, Pensão por Morte e Pecúlio por Morte e Pecúlio por Invalidez. De forma simplória, a maior diferença entre estes dois tipos de planos está relacionada a forma em que ocorrerá a declaração do Imposto de Renda. O PGBL é ideal para quem é optante da declaração de ajuste anual com formulário completo, isto é, recomendado para aqueles que têm mais despesas que o normal para deduzir, como gastos com planos de saúde, educação, dependentes etc, enquanto que o VGBL é indicado para quem permanece no modelo simplificado de IR, ou seja, para aquelas pessoas que possuem poucas deduções a fazer na declaração.

As EFPC, foco deste trabalho, são também chamadas de fundos de pensão e devem possuir autonomia administrativa e financeira. Tem por objetivo receber contribuições, aplicar os recursos aportados e pagar benefícios previdenciários programáveis (aposentadoria por tempo de contribuição, por idade, e especial) e não-programáveis (aposentadoria por invalidez e pensão por morte) aos participantes.

A constituição e o funcionamento de um fundo de pensão, bem como a aplicação dos seus respectivos estatutos, regulamentos e convênio de adesão dependem de autorização do órgão regulador o Conselho Nacional de Previdência Complementar e do órgão fiscalizador a Superintendência Nacional de Previdência Complementar. Ademais, a lei complementar n° 109/2001, obriga que as EFPC somente podem instituir e operar Planos de Benefícios para os quais tenham autorização do órgão regulador e fiscalizador e os planos que poderão ser implementados deverão ser na modalidade de Benefício Definido, Contribuição Definida ou Contribuição Variável, os quais serão definidos e explicados momento posterior neste trabalho quando será abordado o funcionamento e principais estatísticas dos fundos de pensão. Contudo, anterior a explicação sobre os planos, o item abaixo fará um breve histórico do surgimento das EFPC no Brasil. O tópico seguinte faz um breve histórico das EFPC.

O próximo item histórico da previdência social no Brasil aborda os normativas, mesmo que incipientes, que nortearam a formação de um sistema, ainda carente de discussão, principalmente devido a escolha por um modelo de repartição que, periodicamente, necessita de ajuste e as reformas acabam criando mais dificuldades para os beneficiários do que benefícios, sugerindo, cada vez mais, que a previdência privada deve ser vista como alternativa à manutenção do padrão de vida dos trabalhadores.

2.4 Histórico da Previdência no Brasil

A previdência privada foi a precursora da previdência social no Brasil, mas a sua criação regulamentar somente se deu na década de 1970, quando ocorreu a expansão das grandes empresas estatais e, por conseguinte, a instituição dos fundos de pensão.

Os registros históricos acerca da busca de proteção e amparo social, por meio da assistência mútua e das casas de misericórdias, datam de meados da época da descoberta do país por Portugal. De acordo com Sousa (2002), a primeira manifestação de previdência foi em 1543, quando Brás Cubas fundou a Santa Casa de Misericórdia de Santos, criando um fundo de pensão para amparar os empregados daquela instituição.

Em 1835, foi criado o Montepio Obrigatório dos Empregados do Ministério da Economia que posteriormente abrangeu todo o pessoal do Estado. No final do século XIX, várias instituições privadas de previdência foram criadas, dentre as quais podemos destacar: a Caixa de Socorros em cada uma das Estradas de Ferro do Império e o Fundo dos Empregados dos Correios (1889); o Fundo de Aposentadoria dos Trabalhadores da Estrada de Ferro Central do Brasil (1890); e, no início do século XX, a Caixa de Montepio dos Funcionários do Banco da República do Brasil (1904).

Entretanto, o marco inicial da previdência social no Brasil foi a Lei Elói Chaves², que criou as Caixas de Aposentadorias e Pensões, por categoria profissional ou de empresa, primeiramente para os empregados em empresas de estradas de ferro. A partir dessa lei, a proteção social no Brasil passou a contar com instituições que cobriam os riscos de invalidez, velhice e morte, oferecendo os benefícios de pensão por morte, aposentadoria, assistência médica e auxílio farmacêutica, pois até 1923 as instituições de previdência e assistência somente concediam um ou outro benefício, quando não apenas a assistência médica ou algum tipo de pecúlio.

No ano seguinte à instituição da previdência social, já estavam em funcionamento 26 Caixas de Aposentadoria e Pensões. O Decreto nº 5.109/1926 estendeu a Lei Elói Chaves a outras empresas ferroviárias a cargo da União, dos Estados, dos Municípios ou de particulares, e os efeitos da lei tornaram-se extensivos a todas as empresas de navegação marítima ou fluvial e às de exploração de portos pertencentes ao Estado e a particulares, cujo segmento profissional poderia ser considerado como penoso, insalubre ou perigoso. Esse decreto também introduziu a possibilidade de existirem

² Decreto nº 4.682/1923

Caixas multipatrocinadas, ou seja, uma só Caixa para atender aos empregados de duas ou mais empresas.

Em 1928, foi criada a Caixa para os trabalhadores dos serviços telegráficos e radiotelegráfico e em 1930, o regime das Caixas de Aposentadoria e Pensão foi estendido aos empregados das empresas de força, luz e bondes, se prolongando, no ano seguinte, aos demais empregados dos serviços públicos explorados ou concedidos pelo poder público, como as empresas de telefones. Entre 1932 e 1934, foi a vez dos trabalhadores das empresas de mineração e das nascentes empresas de transporte aéreo.

O sistema das Caixas reestruturou-se em 1933, passando pela anexação, fusão ou incorporação pelos Institutos de Aposentadorias e Pensões de abrangência nacional, mas ainda segmentados por diferentes categorias profissionais ou conjunto de profissões correlatas, ou seja, o direito à aposentadoria não se restringia apenas àqueles com vínculo a determinada empresa, mas também àqueles que pertenciam a certas categorias profissionais.

Entre 1933 e 1939, foram criados seis grandes Institutos, a saber: Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Marítimos, em 1933; Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Comerciários, em maio de 1934; Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Bancários, em julho de 1934; Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Industriários, em 1936; Instituto de Aposentadoria e Pensões dos Empregados em Transporte e Cargas, em 1938; e o Instituto de Aposentadoria e Pensão da Estiva, em 1939.

Verifica-se que, enquanto na década de 20 o sistema previdenciário era formado por órgãos de direito privado constituídos no âmbito das empresas, nos anos 30, os Institutos de Aposentadoria e Pensões passaram à condição de autarquias centralizadas pelo Estado e supervisionadas pelo Ministério do Trabalho, Indústria e Comércio. A criação desses Institutos representou um primeiro passo em direção a um maior nível de abrangência do sistema de proteção social no país. Todavia, ainda não incorporava os trabalhadores rurais, os do setor informal urbano e os autônomos, além dos assalariados urbanos não assistidos por não exercerem profissão nos ramos de atividade contemplados pelos Institutos. Desse modo, percebe-se que o corporativismo garantia o pacto entre os trabalhadores urbanos e os empresários nacionais para manter o Estado centralizador, tendo o sistema previdenciário contribuído para o avanço da industrialização na década de 30, na medida em que constituía a poupança necessária para financiar a intervenção estatal na economia nacional.

O financiamento dos Institutos de Aposentadoria e Pensões dava-se de forma tripartite, com a contribuição do trabalhador sobre seu salário, do empregador sobre a folha de pagamento e do governo federal conforme aborda Erickson (1970), *apud* Almeida (1975). No tocante ao financiamento, os Institutos evoluíram para um sistema de repartição simples pela pressão dos gastos públicos crescentes, não priorizando, assim, a formação de reservas ou fundos.

Pinheiro (2007) afirma que ao final de 1945, os associados das 31 Caixas ainda existentes e dos cinco Institutos – o IAPE foi incorporado pelo IAPETC – somavam 2,9 milhões para uma população economicamente ativa urbana de 5,8 milhões, o que representava 51% de contribuintes. Visando ampliar o universo dos beneficiários, em 1951, foi criado o Instituto de Previdência e Assistência dos Servidores do Estado, para atender funcionários públicos civis da União.

Como destaca Beloch *et al* (2004), a heterogeneidade era uma característica marcante do sistema previdenciário nesse período, pois cada Instituto de Aposentadoria e Pensão apresentava uma estrutura específica de benefícios e contribuições, o que criava enormes distorções entre os níveis de proteção social oferecidos pelos Institutos. Com o objetivo de enfrentar os desequilíbrios existentes, foi promulgada a Lei Orgânica da Previdência Social³, que estabeleceu a uniformização dos planos de benefícios, um esquema geral de funcionamento e um financiamento único para os Institutos existentes, lançando as bases para a unificação da previdência social.

Em 1963, foi instituído o Estatuto do Trabalhador Rural (ETR) e, com ele, a previdência social rural, por meio do Fundo de Assistência ao Trabalhador Rural, instituído pela Lei Complementar nº 11/1971, por meio do Programa de Assistência ao Trabalhador Rural (PRORURAL).

A união dos Institutos de Aposentadoria e Pensões (IAPs) numa única organização previdenciária deu-se em três etapas: (i) com a Lei Orgânica (LOPS);(ii) com o Decreto-Lei nº 72/1966, que extinguiu os IAP e fundiu suas antigas estruturas no Instituto Nacional de Previdência Social; e (iii) com o SINPAS (Sistema Nacional de Previdência Social), por meio da Lei nº 6.439, de 1/1977, que absorveu o IPASE e tem por função integrar a concessão e manutenção de benefícios, prestação de serviços, custeio de atividade, gestão administrativa, financeira e patrimonial da previdência social.

³ Lei nº 3.807/1960

Esse sistema era formado pelo INPS; pelo Instituto de Assistência Médica de Previdência Social (INAMPS), que se ocupava da prestação de serviços médicos, ambulatoriais, hospitalares e farmacêuticos; pelo Instituto de Administração Financeira da Previdência e Assistência Social (IAPAS), que arrecadava e cobrava os recursos da previdência social; pela Fundação Legião Brasileira de Assistência (LBA), que prestava assistência social à população carente; pela Fundação Nacional do Bem-Estar do Menor (FUNABEM), que se dedicava à educação e reabilitação do menor delinquente e abandonado; pela Empresa de Processamento de Dados da Previdência Social (DATAPREV), que ainda cuida do processamento de dados da previdência social; e, por fim, pela Central de Medicamentos (CEME), que se encarregava da fabricação de remédios essenciais à assistência médica.

O período de 1966 ao final da década de 1970 foi marcado por uma série de reformas na legislação previdenciária e pela criação de novos órgãos, como a SUSEP e o Sistema Nacional de Seguros Privados, em 1966, de onde partiram as primeiras regulamentações das operações das entidades abertas de previdência privada. Adicionalmente, pela Lei nº 6.062, de 25 de junho de 1974, é criado o Ministério da Previdência e Assistência Social (MPAS) e, em 1978, é criada a Secretaria de Previdência Complementar (SPC), pelo Decreto nº 81.240, de 20 de janeiro de 1978.

A unificação dos Institutos de Aposentadoria e Pensões provocou o surgimento de muitas instituições privadas, algumas já existentes, restritas a uma classe profissional que se abriu à participação da população em geral e, com isso, a previdência privada ganhou outro propósito e passou a complementar os benefícios oferecidos pela previdência oficial.

Como lembra Afonso (1996), nesse mesmo período, acompanhando o ciclo de crescimento econômico brasileiro, surgem os fundos de pensão ligados às empresas estatais, tais como PREVI (Banco do Brasil), PETROS (Petrobrás), ELETROS (Eletrobrás), TELOS (Embratel), AERUS (Vasp), FAPES (Bndes), PORTUS (Portobrás), NÚCLEOS (Nuclebrás) e empresas privadas, como Fundação Caemi (Caemi Mineração e Metalurgia), Instituto Ambev (Brahma), PSS-Phillips (Phillips) e Fundação Promon (Promon Engenharia), sob a influência de experiências internacionais.

Ao governo muito interessava a modalidade de previdência complementar fechada, À medida que atendia às necessidades fiscais de diminuir os gastos com a aposentadoria dos funcionários públicos e ao projeto político-desenvolvimentista de estimular o mercado de capitais.

Nota-se que a criação dos montepios e dos seguros privados no Brasil antecedeu a institucionalização da previdência social pelo governo e que a previdência complementar somente se constituiu enquanto sistema organizado a partir do ordenamento jurídico da Lei nº 6.435/1977.

Como o objeto principal deste trabalho é estudar as entidades fechadas, pode-se aqui identificar, nesses vinte e sete anos de existência regulamentada, algumas fases do desenvolvimento da previdência fechada complementar no país. A primeira fase ocorreu durante a década de 1970, época em que se formaram os primeiros fundos de pensão vinculados às empresas estatais e foram promulgados a Lei 6435/19977 e o Decreto 81.240/1978.

Na década de 1980, sucederam-se a criação dos fundos de pensão das empresas privadas, principalmente as empresas nacionais, e o período de acumulação de recursos, principalmente no segmento de aplicação de renda fixa, por conta do processo inflacionário vivenciado pela economia brasileira.

Durante a primeira metade dos anos 1990, o sistema de previdência complementar vivenciou um terceiro período, marcado pelas privatizações das empresas estatais federais, que acabaram contando com a participação decisiva dos recursos financeiros dos fundos de pensão. Já na sua segunda metade, passa a acontecer a migração de planos de benefícios da modalidade de planos de benefício definido para os planos de contribuição definida. Ocorreu também a aprovação da EC nº 20/1998, que visou adequar atuarialmente os planos previdenciários, das entidades fechadas de previdência privada, ligados às empresas estatais, federais e estaduais.

No início desse século foram implementadas alterações importantes na legislação da previdência complementar, com a aprovação das Leis Complementares nº 108 e 109, em maio de 2001, que focalizaram os planos de benefícios, ao contrário da legislação anterior (Lei nº 6.435/1977), cujo centro era a entidade fechada de previdência complementar.

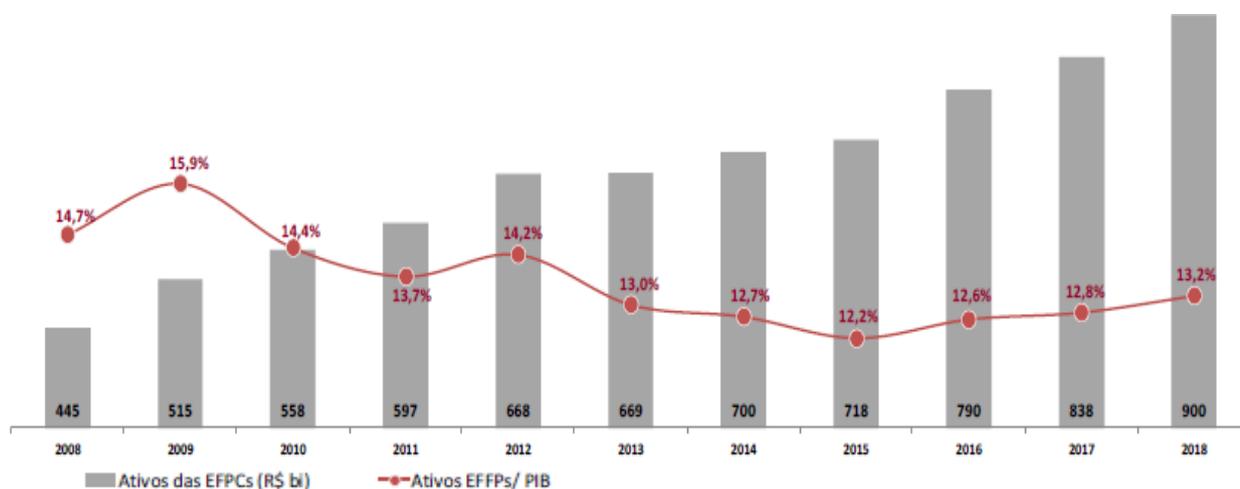
Em consonância com a dinâmica do mercado de trabalho, essa legislação regulamentou novos institutos, tais como portabilidade, benefício proporcional diferido, autoprocínio e resgate da reserva de poupança, além de viabilizar a formação de planos de benefícios por entidades de caráter profissional, classista ou setorial, os chamados Instituidores. O capítulo seguinte traz informações sobre as EFPCs nos moldes da revisão de literatura do assunto.

3. CARACTERÍSTICA DAS EFPC

De acordo com relatório da Abrapp (2018), o Brasil possuía aproximadamente 263 EFPC sendo 18 com patrocínio Instituidor, ou seja, EFPC constituídas por Pessoas Jurídicas de caráter profissional, classista ou setorial, 82 públicas e 163 com patrocinadora privada. Estas entidades juntas possuem 614 planos de benefícios previdenciários concentrando patrimônio na ordem de R\$ 805 bilhões de reais. Notável é a importância destes fundos de pensão na economia do país, gerando mais renda para, aproximadamente, 7,5 milhões de participantes, fomentando e desenvolvendo diversos setores da economia.

As entidades fechadas de previdência complementar tornaram-se *players* centrais dos mercados financeiros globais, estando presente em diversos setores da economia nacional, enquadrando-se na categoria dos grandes investidores institucionais. O gráfico 2 mostra o comportamento dos ativos das EFPC, inclusive como fração do PIB, no período de 2008 a 2018. Os valores anuais são mensurados em bilhões de reais.

Gráfico 2: Evolução dos Ativos⁴ x Percentual em relação ao PIB



Fonte: ABRAPP (2018)

O ano de 2008 foi marcante para a economia mundial em função da crise que se alastrou por várias economias. O crescimento do PIB brasileiro em 2009 foi negativo, -0,10%, mas recuperou-se em 2010 quando atingiu a maior taxa de crescimento, 7,5%,

⁴ O ativo representa o disponível + realizável + permanente. PIB referente ao I, II, III e IV trimestre/2018
Valor aproximado

desde 2003. A partir de 2011 a economia brasileira entrou em queda acentuada, com produção encolhendo, dívida pública, inflação e desemprego aumentando. Obviamente, esse impacto afetou o desempenho da EFPC's visto sua intensa associação com o movimento do mercado financeiro. O equilíbrio atuarial avalia, dia a dia, se os ativos são suficientes para cobrir o passivo e num cenário econômico como este instalado desde 2008, o surgimento de passivo a descoberto torna-se mais provável.

Embora a situação econômica tenha sido desastrosa para o país, verifica-se, que ao longo de 10 anos, o patrimônio dos fundos de pensão, cresceu de R\$ 445 bilhões para R\$ 900 bilhões registrando variação percentual de 102,24%, que representa uma taxa de crescimento de 6,61% ao ano, fato que pode ter sido influenciado pelo desenvolvimento do mercado financeiro e pela legislação pertinente. Tal crescimento decorre dos investimentos realizados em ativos que, lamentavelmente, se mostram infrutíferos para as entidades, dado que se reputa como má gestão (PREVIC, 2018) alguns investimentos realizados pelas diversas gestões. Assim, embora o patrimônio tenha crescido, a rentabilidade não acompanhou tal crescimento, gerando um ambiente deficitário conforme visto no gráfico 1, onde se observa que o ativo dos fundos de pensão, como fração do PIB, se manteve, entre 2008 e 2018, em uma fração média de 13,54%, que é, reconhecidamente superior, por exemplo, aos gastos do Brasil com saúde ou educação, também considerados como fração do PIB.

Quanto as adesões aos fundos de pensões, estas são mais restritas que as EAPC uma vez que são acessíveis apenas aos empregados de uma empresa ou grupo de empresas e aos servidores da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios (patrocinadores) ou aos associados de pessoas jurídicas de caráter profissional, classista ou setorial (instituidores).

No tocante aos benefícios oferecidos pelas entidades fechadas de previdência complementar, estes podem ser classificados quanto à capacidade de programação do início do pagamento e à forma de pagamento dos benefícios, em geral, considerados, respectivamente, como benefícios programáveis (aqueles que permitem prever, no regulamento dos planos de benefícios, os quesitos de elegibilidade ao benefício, que conduzam a uma data certa para o início do pagamento das prestações previdenciárias) ou de risco (quando não for possível prever em regulamento a data certa para o início do pagamento dos benefícios, visto que seu início está associado à ocorrência de um evento aleatório). Em relação à forma e duração, os benefícios podem ser de prestação continuada e de pagamento único.

McGill *et al* (2010) estrutura os planos de previdência privada em modalidades: i) Planos de Benefício Definido - BD, ii) Planos de Contribuição Definida - CD, iii) Plano Híbrido (comumente chamado de Contribuição Variável - CV). Na LC n° 109/2001 já referida, as Entidades de Previdência Complementar somente podem instituir e operar Planos de Benefícios para os quais tenham autorização do órgão regulador e fiscalizador e os planos que poderão ser implementados e deverão se enquadrar numa das modalidades apresentadas aqui.

Nos Planos BD, o valor ou nível do benefício é definido no instante em que há adesão do indivíduo ao plano e suas contribuições irão variar conforme alíquota definida em regulamento ou em cálculos atuariais ao longo da sua vida laboral para que o benefício pré-determinado seja atingido.

Num plano de benefício definido, o patrimônio acumulado com as contribuições dos empregados e dos empregadores não é alocado em contas individuais, mas compõe um plano mutualista em que o valor do benefício é uma variável independente, previamente estabelecido pelo regulamento do plano e a contribuição é uma variável dependente, que fica em aberto, determinada anualmente pelo plano de custeio, de a financiar os benefícios futuros.

Essa característica do plano de benefício definido introduz um grau de complexidade na sua estruturação, à medida que assegura um valor final de benefício independente das oscilações nas hipóteses demográficas e econômicas escolhidas e incidentes sobre o regime de capitalização implicando em aumentos ou reduções na taxa de contribuição dentro do custeio do plano.

Por isso, os planos de benefício definido são mais intrincados e diversificados, uma vez que é prometido ao participante do fundo de pensão um benefício, sem considerar o volume de dinheiro que o fundo possui, devendo o empregador compor todos os déficits e recolher todos os superávits do plano de benefícios oferecido pelo fundo de pensão.

Rodrigues e Lima (2014) afirmam que poderão incorrer em planos de benefício definido novas exigibilidades como, por exemplo, aumento de contribuições, demandando, desta forma, maior volume de ativos de investimentos ocasionado pela volatilidade do passivo. A volatilidade do Plano BD está intrinsecamente relacionada, segundo Garcia e Simões (2010) a questões de evolução da população, salários, alterações de premissas, dentre outras.

Os planos de contribuição definida são mais simples e diretos. São totalmente financiados, isto é, neste tipo de plano decide-se o valor da contribuição que o participante deverá arcar a partir do momento da sua adesão (pode ser alterada ao longo da vida laboral) e são creditadas numa conta individual de aposentadoria, juntamente com os rendimentos das aplicações financeiras. Os benefícios programados têm seu valor permanentemente ajustado ao saldo de conta mantido em favor do participante, inclusive na fase de percepção de benefícios, considerando o resultado líquido de sua aplicação, os valores aportados e os benefícios pagos.

Nota-se que não existe nenhum mutualismo nesses planos de contribuição definida, pois as reservas constituídas são individualizadas. Por esse modelo de plano, o benefício não tem seu valor predeterminado no regulamento, constitui simplesmente função da reserva que se pode acumular.

Assim, se o resultado das aplicações das contribuições vertidas ao plano for positivo na fase de acumulação, o valor do benefício do participante será maior que o projetado inicialmente; caso contrário, se a rentabilidade das aplicações dos recursos for baixa, o prejuízo é todo do participante, que deverá receber um benefício de aposentadoria menor que o anteriormente planejado.

Dessa forma, tem-se o plano de contribuição definida, no qual a variável dependente é o benefício e a variável independente é a contribuição, ou seja, o benefício fica indefinido e varia de acordo com o nível do patrimônio existente que depende da rentabilidade alcançada pelos investimentos realizados com os recursos das contribuições provenientes da remuneração do empregado.

A modalidade de Planos de Contribuição Variável apresenta características híbridas dos dois planos supracitados, podendo conciliar pontos favoráveis de cada tipo de plano de forma a reduzir o risco financeiro ou risco demográfico e manter as características previdenciárias dos planos, tais como manutenção do poder aquisitivo e garantia da renda vitalícia do participante do plano de benefícios. Possui característica de Plano de Contribuição definida quando na fase de acumulação de recursos e características de Plano de Benefício Definido na fase de distribuição dos recursos acumulados. Este tipo de plano possui menor capacidade de gerar volatilidades no passivo.

Uma das questões mais importantes que envolvem aspectos demográficos e econômicos da previdência privada dos fundos de pensão tem sido o declínio dos planos de benefício definido em relação aos planos de contribuição definida. Essa queda pode

ser atribuída a inúmeros fatores como envelhecimento populacional da mão-de-obra das empresas patrocinadoras dos planos de aposentadoria, aumento no custo de regulação governamental, às mudanças culturais e societárias, modificação da atitude dos empregadores em relação aos planos de benefícios ou na incompreensão por parte dos empregados das características do plano de benefício definido.

Para Ross e Wills (2002) há três teorias que explicam esse movimento dos planos. A primeira está baseada na chamada *new economy theory* onde os empregados possuem maior mobilidade no trabalho e, por conseguinte, é pouco provável que os empregados tenham início da sua vida inativa na mesma empresa em que começou sua vida laboral. Por outro lado, a empresa também não vê seus empregados como trabalhadores vitalícios, com isso, os trabalhadores necessitam redirecionar suas contas de aposentadoria para planos de benefícios que ofereçam a portabilidade completa dos recursos acumulados. Além disso, mudanças na cultura, tecnologia e educação têm levado os trabalhadores a serem mais independentes, a romper os vínculos empregatícios com as patrocinadoras. Nesse sentido, os planos de contribuição definida são mais flexíveis que os planos de benefício definido, adaptando-se melhor à necessidade dos trabalhadores, em termos de portabilidade e de alocação de recursos financeiros.

Outra justificativa para a migração dos planos de benefício definido para os planos de contribuição definida está fundamentada na chamada *risk-averse employers theory*, pela qual o aumento da volatilidade no mercado financeiro tem elevado o custo e a incerteza na predição do volume de recursos a ser constituído num fundo de pensão para pagar os benefícios de aposentadoria. Isso faz com que os empregadores procurem distribuir os riscos envolvidos nos planos de benefícios com os empregados por meio da adoção de planos de contribuição definida. Essa mudança pode representar, na visão das empresas, uma redução no custo dos planos de aposentadoria e pensões, na medida em que se têm, a partir da opção de investimentos dos empregados, retornos mais elevados no mercado de capitais.

Outras hipóteses, para crescimento dos planos de contribuição definida, sugeridas por Ippolito (1997), estão relacionadas como os crescentes custos de regulação fiscal dos planos de benefícios definido, custos administrativos e a ampliação das atividades no setor de serviço que possuem baixa taxa de sindicalização entre os empregados, o que favorece a adoção desses planos para as pequenas empresas.

A evolução da modalidade dos planos de benefícios é possível ser vista através dos gráficos 3.1 a 3.4. O gráfico 3.1 demonstra a preferência pelos planos BD em 1989,

e quase dez anos depois, 1998, é possível ratificar o crescimento exponencial da modalidade CD no Gráfico 1.2 confirmado pela proporção de plano CD em dezembro de 2006 e 2018 no gráfico 3.3 e 3.4 em que quase 40% dos planos apresentam tal modalidade.

Gráfico 3.1 - Distribuição percentual dos tipos de planos de benefícios no Brasil, em 1989

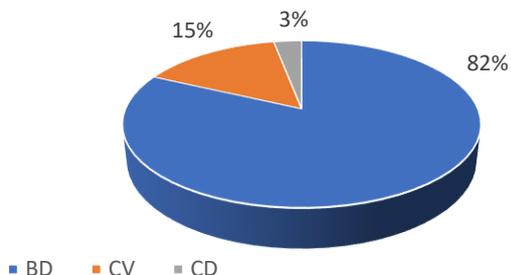


Gráfico 3.2 - Distribuição percentual dos tipos de planos de benefícios no Brasil, em 1998

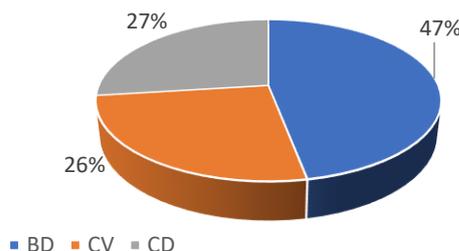


Gráfico 3.3 - Distribuição percentual dos tipos de planos de benefícios no Brasil, em 2006

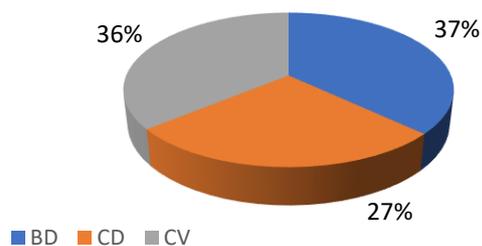
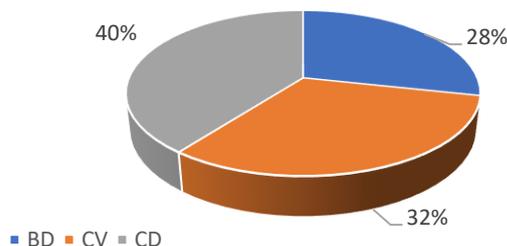


Gráfico 3.4 - Distribuição percentual dos tipos de planos de benefícios no Brasil, em 2018



Fonte⁵: PREVIC

Devido as modelagens e características distintas presentes em cada modalidade de plano, os resultados em Planos CD, BD e CV são diferentes. Planos CD puros não apresentam déficit ou superávit, dado que o benefício é baseado apenas na reserva matemática acumulada do participante. Os planos BD/CV apresentam déficit técnico, também chamado Passivo a Descoberto, quando o ativo líquido do plano é insuficiente para cobrir os compromissos líquidos (passivo atuarial do plano). O superávit técnico ocorre de forma oposta, o ativo líquido supera o valor do passivo atuarial, sendo a diferença entre eles o seu valor.

⁵ Informes estatístico da Previc (2006 e 2018). Anos de 1989 e 1998 foram retirados de Pinheiro (2007)

As Entidades Fechadas de Previdência Complementar deverão observar na estruturação, apuração de resultado, destinação e utilização de superávit e no equacionamento de déficit dos planos de benefícios de caráter previdenciário que administram, parâmetros técnico-atuariais, com fins específicos de assegurar transparência, solvência, liquidez e equilíbrio econômico, financeiro e atuarial. Estes parâmetros devem ser observados na Resolução CGPC N° 30/2018.

No que tange o equacionamento do déficit atuarial, os participantes, assistidos e patrocinadores são solidários no resultado apurado no plano de benefício definido, observada a proporção contributiva em relação às contribuições normais vigentes no período em que for apurado tal o resultado. A reserva matemática individual também deverá ser considerada, para o equacionamento de déficit pelos participantes e assistidos, como forma de ponderação. Uma consideração a ser feita é que a individualização do equacionamento do déficit não é inconsistente com aspectos de mutualismo e solidariedade. O mutualismo e a solidariedade continuam existindo na medida em que a responsabilidade pelo equacionamento ainda é dividida por todos. O plano de equacionamento poderá contemplar a instituição ou o aumento de contribuição extraordinária, redução de valor do benefício a conceder ou outras formas estipuladas no regulamento do plano de benefícios.

No próximo tópico será abordado a as formas de modelagens desses planos de benefícios das EFPC, os custos inerentes a estes planos bem como os modelos tradicionais de equacionamento do déficit, para então ser exposto o modelo proposto por este trabalho de equacionamento de déficit através da teoria dos jogos.

3.1 Modelagem dos Planos de Benefícios das EFPC

Allen Jr. *et al.* (1994) destacam que nos sistemas previdenciários, a mensuração do Custo Previdenciário é o ponto de partida para que as contribuições sejam determinadas, visto que expressará os compromissos financeiros necessários para pagamento dos benefícios a serem pactuados entre o plano e seus participantes. O Custo Previdenciário será decorrente da aplicação das regras do plano previdenciário para a população de participantes, ou seja, o seu cálculo representará a projeção do recebimento dos benefícios oferecidos pelo plano por todos os seus participantes.

Esta projeção se dará em um cenário de hipóteses adotadas para todos os eventos futuros que terão impacto sobre o plano previdenciário (a expectativa de vida das pessoas, a rentabilidade que será obtida pelos investimentos do plano etc.). O resultado desses cálculos será a expressão monetária de todos os compromissos assumidos pelo plano previdenciário junto aos seus participantes.

O Custo Previdenciário do plano de benefícios é sempre um valor estimado, correspondente ao somatório de todos os pagamentos de benefícios que o plano efetuará. O seu cálculo depende de três elementos básicos, a saber:

- Base Normativa, que define as características do plano previdenciário e todas as condições para o recebimento e manutenção dos benefícios que oferece;
- Base Cadastral, ou seja, das características individuais de cada participante do plano e seus beneficiários, tais como: idade, sexo (as mulheres vivem mais do que os homens, portanto os seus benefícios provavelmente serão pagos por um tempo maior), informações sobre os dependentes (sexo e idade do cônjuge, idades dos filhos, etc.) e outros;
- Base Atuarial, isto é, das suposições quanto à ocorrência de determinados eventos futuros que afetam o plano previdenciário, como as futuras taxas de inflação e de juros da economia, as probabilidades de mortalidade e de invalidez etc.

Logo, o Custo Previdenciário é o valor que deve ser financiado, de forma que sempre haja recursos suficientes para que as obrigações do plano de benefícios sejam integralmente cumpridas.

Em relação aos métodos de financiamento, que se referem aos sistemas financeiros adotados para proverem os recursos necessários ao cumprimento das obrigações assumidas pelo regulamento dos planos de benefícios, estes podem ser divididos em regimes de repartição simples ou de capitalização.

O primeiro modelo de financiamento, o regime de repartição simples, também chamado de “*pay as you go*”, constitui um sistema previdenciário que não acumula fundos e está baseado em equilíbrios orçamentários de períodos, no qual o montante das contribuições equivale ao montante dos benefícios. Isso implica que a razão de dependência, razão entre beneficiários e contribuintes, seja igual à razão entre taxa de contribuição e taxa de benefício. Ele depende da razão entre beneficiários e contribuintes e de uma solidariedade intergeracional que transfere recursos dos ativos para os inativos,

tratando de maneira diferente as várias coortes, o que implica em custos e benefícios esperados diferenciados pela modificação no perfil etário da população, que resulta ou não em retornos equitativos ao final do ciclo de vida econômico. Por esse regime, as mudanças demográficas ligadas ao envelhecimento da população, decorrente da menor taxa de fecundidade, impõem a necessidade de um processo periódico de reformas relacionadas à elevação das restrições nas condições de elegibilidade de benefícios previdenciários ou à diminuição da taxa de reposição.

Este regime quando aplicado nas EFPC tem o objetivo de estruturar e avaliar os benefícios de pagamento púnico ou temporários de curta duração, como auxílio doença, auxílio natalidade, auxílio funeral, pecúlio por morte e pecúlio por invalidez.

O segundo modelo de financiamento, descrito por Keyfitz(1988), o regime de capitalização, também chamado de “*funded*” ou “*fund as you credit*”, constitui um sistema previdenciário que acumula fundos e está baseado em equilíbrios orçamentários de coortes, no qual o montante dos benefícios recebidos pelos membros de uma geração a partir da aposentadoria equivale ao montante acumulado no fundo, sendo igual a zero quando da extinção completa da coorte, conforme equações abaixo.

Embora possa ser aplicável a todos os benefícios, esse regime é obrigatório, pela legislação⁶ da previdência privada no Brasil, para os benefícios de pagamento em prestações que sejam programadas e continuadas, como a aposentadoria por tempo de contribuição, a aposentadoria especial e a aposentadoria por idade.

No regime de capitalização, o sistema previdenciário não transpõe a esfera demográfica de cada coorte, isto é, o cálculo da contribuição depende apenas do nível e da estrutura da mortalidade dos participantes, da taxa de juros e a taxa de crescimento do salário. Por esse regime, os recursos dos contribuintes ativos são investidos de forma a gerarem um fundo do qual serão sacados, no futuro, os benefícios pagos a eles próprios.

A figura 2 ilustra a dinâmica geral de funcionamento de uma entidade fechada de previdência complementar, em que as contribuições monetárias, aditadas do retorno das aplicações de patrimônio acumulado, devem fluir para o fundo em ritmo suficiente para pagar benefícios no curto prazo – que podem incluir desde aposentadoria até seguros de invalidez, morte e desemprego – e para constituir paulatinamente reservas destinadas a cumprir as obrigações de longo prazo do fundo de pensão, as quais serão exauridas na medida em que a população de participantes amadureça.

⁶ Lei Complementar n° 109 de 29 de maio de 2001.

Figura 2: Dinâmica Financeira da EFPC



Fonte: Adaptado de Pinheiros (*op.cit*)

Pode-se observar que os fundos de pensão recebem as contribuições dos patrocinadores e dos participantes, em seguida, com a sua estrutura administrativa já em funcionamento, realizam investimentos dos recursos financeiros entre os segmentos de aplicação autorizados (renda fixa, renda variável, imóveis e operações com participantes) pela legislação que regula os investidores institucionais, a fim de obterem rendimentos líquidos que irão acrescer as reservas capazes de pagarem os benefícios previdenciários prometidos aos participantes.

3.2 Riscos inerentes aos Planos de Benefícios

O objetivo principal de uma entidade de previdência complementar é garantir o pagamento dos benefícios futuros de aposentadoria. Entretanto, dado o caráter longínquo das obrigações, faz com que a entidade esteja exposta a diversos riscos potenciais, que podem de alguma maneira dificultar o cumprimento de seu objetivo principal.

Compete a uma gestão eficiente a identificação oportuna dos riscos, a fim de minimizar seu impacto na entidade. Nesse sentido, Rieche (2005) a gestão de riscos pode ser entendida como o processo sistemático de identificar, avaliar, classificar e mitigar os fatores de riscos que poderiam atrapalhar os objetivos estratégicos de uma organização.

Silva (2004) esclarece que risco guarda uma estreita ligação com incerteza, porém, em se tratando do ambiente de Fundos de Pensão, onde há técnicas estatísticas e atuariais a disposição, pode-se dizer que risco é a possibilidade de ocorrência de um evento em que o gestor terá ferramentas probabilísticas para inferir sobre uma determinada análise mitigando perdas e/ou maximizando resultados. Já no campo das incertezas o gestor não possui informações tecnicamente confiáveis sobre a possibilidade de ocorrência de um evento e conseqüentemente o curso das ações será baseada em informações subjetivas.

Assim, os riscos aos quais estão expostas as EFPCs são aqueles alicerçados em previsão estatística e atuarial, sendo, portanto, excluídos os eventos de ordem natural e que fogem da capacidade de intervenção ou de sua mitigação. Nakagome e Kawaguchi (2008) afirmam que há, basicamente, três riscos associados ao passivo dos fundos de pensão: risco da taxa de desconto, inflação e risco de longevidade.

Com isso, pode-se inferir que o principal risco de um fundo de pensão está na incapacidade de acumular, adequadamente, os recursos necessários para manter os níveis estabelecidos de benefícios pactuados com os participantes do plano. Portanto, a gestão dos recursos garantidores, bem como do fluxo líquido do passivo, terá papel primordial na manutenção da solvência financeira da entidade.

Sobre os riscos atuariais, Rodrigues (2008) define que estes devem ser entendidos como eventos oriundos de intervenientes que tragam volatilidade aos resultados necessários à solvência dos planos de benefícios. Estes intervenientes podem ter ação direta, como percebido nos riscos de mercado, biométricos etc. ou decorrentes de ações subjacentes, como aqueles observados nos riscos institucionais, que atuam sobre o Fundo de Pensão e o patrocinador, oriundos de ações correlacionadas entre os entes econômicos.

Em um fundo de pensão, pode-se citar os seguintes riscos inerentes aos ativos e passivos: risco de mercado, de liquidez, de crédito, operacional, legal, institucional e biométrico. Os conceitos e impactos dos riscos podem ser observados na tabela 1:

Tabela 1 – Conceitos e Impactos dos Riscos inerente as EFPCs

RISCOS	DEFINIÇÃO/IMPACTOS	REFERÊNCIA
Risco de Mercado	<p>Incerteza em relação ao comportamento dos preços devido a oscilações de taxas de juros, câmbio, preço das ações etc.</p> <p>Planos BD: afeta o alcance da meta atuarial, incorrendo no surgimento de déficits técnicos</p> <p>Planos CD afeta as quotas dos participantes, comprometendo o acúmulo das reservas matemáticas.</p>	<p>Jorion (2003) Chouhy <i>et al</i> (2008)</p>
Risco de Liquidez	<p>Necessidade da venda forçada de ativos, podendo acometer prejuízos as reservas acumuladas.</p> <p>Determinante em Planos de Benefícios maduros ou em fase de maturação. Pouca influência no conjunto dos riscos na fase de acumulação de poupança, pois o custeio dos pagamentos dos benefícios ativos pode ser satisfeito pelas contribuições.</p>	<p>Rodrigues (2008)</p>
Risco de Crédito	<p>Ocorrência de perdas associadas ao não cumprimento das respectivas obrigações financeiras nos termos pactuados. Divide-se em risco de crédito interno e externo.</p> <p>Risco de crédito interno impossibilidade de os patrocinados ou o participante honrar as contribuições assumidas.</p> <p>O risco externo possibilidade de os devedores não honrar os pagamentos assumidos.</p>	<p>Rieche (2005)</p>
Risco Operacional	<p>Está relacionado a possíveis perdas ocasionadas por falhas em sistemas corporativos, problemas com equipamentos ou falhas humanas, na execução quanto no gerenciamento e controle das operações.</p>	<p>Jorion (2007) Rodrigues (2008)</p>
Risco Legal	<p>Incerteza legal ou a incapacidade de uma contraparte adimplir um contrato devido à insolvência ou quebra estrutural.</p> <p>Possibilidade de os órgãos reguladores promoverem mudança estruturais na legislação comprometendo compromissos ou na quebra de direitos que provoquem demandas judiciais pelas partes.</p>	<p>Jorion (2007) Rodrigues (2008)</p>
Risco Institucional	<p>Ações tomadas pelo patrocinador e pela EFPC, que contribuem para o aumento de volatilidade nos ativos e passivos da entidade.</p> <p>Ex: má administração dos ativos garantidores pelo gestor necessitando que a patrocinadora realize novos aportes e, portanto, haja perda do valor da companhia patrocinadora.</p>	<p>Rodrigues (2008)</p>

RISCOS	DEFINIÇÃO/IMPACTOS	REFERÊNCIA
Risco Biométrico	Possibilidade de as premissas assumidas pelo atuário para eventos de mortalidade, invalidez e morbidez não se adequem a realidade. Risco de não cumprimento do objetivo da EFPC.	Oliveira (2005)

Fonte: elaboração própria

A gestão do risco atuarial deve ser vista como um conjunto de ações e processos que visam reduzir o impacto de uma ou mais variáveis do risco atuarial, estando as ações do administrador desses riscos subordinadas a um conjunto de regras que atendam ao interesse das solvências desses riscos.

Oliveira (2005) adverte que não há como evitar risco e incerteza, algum risco sempre tem que ser assumido. Os planos de benefício definido, pela sua própria natureza, apresentam forte componente de risco assumido pela patrocinadora e participantes. A redução destes riscos em geral se configura ou no aumento das contribuições ou na redução do valor dos benefícios, o que não interessa nem a patrocinadora e nem aos participantes. Em vista deste *trade-off* faz-se necessário um planejamento financeiro e atuarial sofisticado de forma a compatibilizar os problemas e os diversos parâmetros envolvidos e, assim, garantir a existência de recursos no momento da concessão dos benefícios.

Nesse contexto, Nakagome; Kawaguchi (2008) afirma que o risco atuarial está diretamente relacionado aos impactos provocados pelos descasamentos das premissas utilizadas para a mensuração da obrigação atuarial do plano de benefícios.

As EFPC captam recursos de seus participantes, aplicando-os no mercado financeiro, principalmente de capitais, para, no longo prazo, devolvê-los, juntamente com os rendimentos, aos participantes, sob a forma de proventos de aposentadoria e pensão. Considerando que o horizonte temporal do investimento é de longo prazo, tais entidades precisam oferecer aos participantes um processo decisório sistematizado, visando um gerenciamento eficaz da relação de risco x retorno. A volatilidade dos ativos de investimentos e os passivos previdenciais submetem os fundos de pensão a déficit ou superávit técnico ao longo da existência do plano de benefício.

3.3 Défis Atuariais em Planos BD

Não raro, ocorre a necessidade de que déficits decorrentes de serviços passados não fundados ou de insuficiências financeiras sejam cobertos por algum método dissociado ou não do custo normal adotado pelo plano.

Cabe explicar que o custo normal se refere ao valor anual (ou suas variações) pago ao plano pelo participante e guarda estreita relação com o método atuarial de financiamento adotado pelo plano. Enquanto o Custo Suplementar refere-se ao valor anual (ou suas variações) pago ao plano, pelo participante e patrocinadora, capaz de financiar a parte não constituída da provisão matemática e garantir os benefícios prometidos para a idade de elegibilidade.

Entre os principais tipos de déficit atuarial encontram-se:

- reconhecimento de direitos de participantes sem a requerida contribuição na época própria;
- inclusão, no plano, de participantes com direitos previdenciais não capitalizados;
- reconhecimento de insuficiências financeiras decorrentes da mudança de premissas;
- revisão de benefícios oferecidos pelo plano de benefício.

O valor do déficit atuarial corresponde à insuficiência de recursos para cobertura dos compromissos dos planos de benefícios. Registra a diferença negativa entre os bens e direitos (ativos) e as obrigações (passivos) apurada ao final de um período contábil.

O cálculo do valor do passivo a descoberto, de um modo geral, decorre do cálculo individual de passivos, participante a participante, e sua definição agregada é dada pela equação 3:

$$RMD_t = RM_t - AL_t \quad (3)$$

onde:

RMD_t : reserva matemática a descoberto na época t ;

RM_t : reserva matemática na época t ;

AL_t : ativo líquido na época t .

Para valores positivos de RMD_t , será atribuída a existência de um passivo a descoberto, estipulando-se o método temporal para sua cobertura. A existência de valores positivos em RMD_t pressupõe que a não cobertura ocasione, a cada ano, um excedente a descoberto, na forma:

$$\Delta RMD_t = RM_{t+1} - E[RMD]_{t+1} \quad (4)$$

sendo:

ΔRMD_t : variação do valor da reserva matemática a descoberto ocorrida no ano t ;

RM_{t+1} : reserva matemática a descoberto no ano $t + 1$;

$E[RMD]_{t+1}$: esperança de reserva matemática a descoberto em $t + 1$, isto é, valor esperado da reserva matemática a descoberto no ano $t + 1$.

Define-se o valor esperado da reserva matemática a descoberto em $t + 1$ como a diferença entre a reserva matemática e o ativo líquido no período $t + 1$.

$$E[RMD]_{t+1} = E[RM]_{t+1} - E[AL]_{t+1} \quad (5)$$

$$E[RM]_{t+1} = (RM_t + \sum_{k=1}^n C_{k,x} - \sum_{k=1}^n B_{k,x}) * (1 + i) \quad (6)$$

$$E[AL]_{t+1} = (AL_t + \sum_{k=1}^n C_{k,x} - \sum_{k=1}^n B_{k,x}) * (1 + i) \quad (7)$$

em que:

$C_{k,x}$: contribuições ao plano feitas pelos participantes (ativos e inativos);

$B_{k,x}$: benefícios pagos pelo plano a participantes assistidos;

RM_t : provisão matemática no ano t ;

AL_t : ativo líquido no ano t ;

i : taxa de juros aplicável ao modelo.

Considerando sanar os efeitos do crescimento de RMD_t , é preciso atribuir a ΔRMD_t valor igual a zero, de forma que o complemento de amortização, CA , será o valor que limita o crescimento da reserva matemática a descoberto, RMD , impondo que a variação dessa reserva seja zero. Em termos de equações, no tempo discreto, com todas as variáveis medidas no tempo t , tem-se $\Delta RMD_t = 0$, ou seja:

$$0 = \Delta RMD_t = RMD_t - (RMD_t - CA_t) * (1 + i) \quad (8)$$

Obtendo-se:

$$CA_t = \frac{RMD_t * i}{(1 + i)}$$

Portanto, CA_t representa o complemento de amortização anual que estabiliza o déficit anual. A determinação do valor de CA_t , entretanto, não é fator suficiente de cobertura do plano, sua tarefa será apenas a de manter estável o déficit apurado. Ao valor de CA_t , será necessário acrescentar um valor que efetivamente amortize o passivo a descoberto e esta parcela é calculada através de parâmetros e fórmulas utilizados nos modelos para financiamento deste déficit, conforme metodologia utilizada pelo plano.

Não se pretende, aqui, apurar o valor do déficit, mas apenas divulgar os métodos capazes de reduzir gradualmente a falta de cobertura e trazer equilíbrio atuarial ao plano de benefícios, o que se costuma chamar genericamente de plano de equacionamento de déficits atuariais, através da contribuição extraordinária. Este tópico mostra alguns métodos capazes de fazer retornar o equilíbrio ao plano de benefício a partir de modelos específicos de financiamento. Rodrigues (2008) aborda modelos de financiamento:

1) Método de Custo Suplementar Explícito:

Este modelo está baseado em princípios dissociados do modelo atuarial de financiamento adotado pelo plano. São apropriados a quaisquer tipos de métodos empregados no processo de financiamento de planos de benefícios por não precisarem estar associados a eles, sendo desnecessário definir custos normais. Aqui estão inseridos os métodos de amortização constante, de termos constantes e de termos salariais.

O método de amortização constante prevê que a amortização do déficit se dará em dois termos. O primeiro termo visa o déficit sob controle e o segundo deverá ser capaz de amortizar o passivo a descoberto do plano. O método de termos constantes é utilizado largamente na amortização de passivos atuariais e prevê pagamentos constantes ao longo de um determinado prazo, onde cada pagamento consiste na agregação das parcelas relativas à amortização e aos juros relativos ao período. Finalmente, o método de termos salariais está associado ao crescimento salarial agregado (não decorrente de mérito) assumido pelo plano de benefícios, sendo seu objetivo, produzir uma estrutura de custeio

semelhante ao custeio da folha salarial dos participantes. Por essa razão, possui boa correlação com planos cujas contribuições estão associadas aos salários.

2) Método de Custo Suplementar Implícito:

Este modelo está baseado em princípios já utilizados pelo plano de benefícios para formação e manutenção de custeio dos benefícios. Segue os princípios utilizados para formação do Custo Normal do plano. Cada um dos métodos utilizados para definição do Custo Normal de um plano deve ter seu método complementar implícito para formação da reserva suplementar.

Os métodos de custeio atuariais representam modelos financeiro-atuariais da distribuição das prestações feitas ao plano por participantes e/ou patrocinadores ao longo do período laboral com o objetivo de constituir uma quantia suficiente para pagar os benefícios prometidos pelo plano. A cota de contribuição será distinta segundo o método de financiamento empregado, embora tais cotas sob diferentes métodos busquem constituir um mesmo valor para benefícios idênticos. Os modelos de distribuição de custos de um plano de benefícios podem ser concentrados em dois métodos distintos, Método de Benefício Acumulado e o Método de Benefício Projetado. O método de benefício acumulado predetermina a quantia do benefício a receber tornando cada fração do tempo de permanência no plano encarregada de gerar a acumulação da fração equivalente do benefício final; enquanto que o método de benefício projetado predetermina a quantia do benefício a receber e o fraciona segundo um modelo financeiro-actuarial de renda pelo período de permanência no plano.

3) Modelo de Amortização Direta, uma variação do Modelo de Custo Suplementar Explícito:

O Modelo de Amortização Direta representa provavelmente a maneira mais suave de financiamento de passivos atuariais, sendo bastante apropriado para patrocinadores que precisem transferir encargos atuariais para seus fundos de pensão. A capacidade de pagar tais benefícios pode não representar dificuldade para o fluxo financeiro do empregador, mas a antecipação desses encargos pode se mostrar bastante onerosa.

Esse método de amortização possibilita o reconhecimento do passivo e seu financiamento em longo prazo segundo a longevidade dos participantes. Pode ser

estabelecido um prazo menor que a expectativa de vida do participante mais jovem exigindo, dessa forma, um incremento para formação de um ativo excedente para antecipação de pagamentos futuros.

No Apêndice B, encontram-se as formas de cálculos e as variáveis empregados nos modelos de equacionamento do déficit usuais das EFPC que possuem planos BD em situação deficitária.

A Resolução CNPC n° 30/2018 dispõe sobre as condições e os procedimentos a serem observados pelas entidades na apuração do resultado, na destinação e utilização de superávit e no equacionamento de déficit.

Quanto as formas equacionamento do déficit, a resolução contempla a redução do valor dos benefícios a conceder; outras formas estipuladas no regulamento do plano de benefícios, além da instituição ou aumento de contribuição extraordinária.

No próximo capítulo revisa-se a teoria dos jogos cooperativos e se sua aplicação na determinação do valor de Shapley. Visando a aplicação do modelo, foi escolhida uma entidade em situação de déficit atuarial. Os relatórios atuariais, bem como a base de dados adquirida, estão com data-base de 2016.

4. MODELO

A Teoria dos Jogos teve seu desenvolvimento formal a partir da segunda metade do século XX e vem ganhando importância cada vez maior. Novas abordagens têm possibilitado sua aplicação não somente no campo da economia, mas também em diversas outras áreas, como Engenharia, Saúde e Ciências Políticas.

Segundo Osborne e Rubinstein (1994), um jogo é definido como a descrição de um processo de interação estratégica entre agentes racionais, sendo que sua abordagem teórica pode ser dividida em jogos não cooperativos e jogos cooperativos. Para Montet e Serra (2003), em um jogo não cooperativo a única coalizão que de fato pode se formar é a que envolve o conjunto de todos os jogadores. Além disso, como por definição os jogadores não se comunicam, há uma dificuldade em se manter acordos, ou, sob outra ótica, existe uma tentação em burlá-los. Por sua vez, nos jogos cooperativos considera-se que é possível haver negociação entre jogadores; quaisquer coalizões intermediárias, ou seja, um subconjunto não vazio do conjunto de jogadores, podem se formar e os jogadores são capazes de se comprometer a seguir um curso de ações tão logo tenham alcançado um acordo.

Myerson (1991) explica que a possibilidade efetiva de existência de negociações entre coalizões de jogadores é a hipótese crucial que distingue jogos cooperativos dos não cooperativos. A cooperação entre os jogadores ou a formação de coalizões é um caminho para se alcançar resultados mais eficientes em negociações. A justificativa para a existência de coalizões, segundo Aliprantis e Chakrabarti (2000), está no fato de que as alternativas propostas e implementadas por seus membros podem garantir a eles *payoffs* maiores do que receberiam caso não se associassem a nenhum outro jogador, indicando que existem ganhos ao se formar uma coalizão. Ademais, diferente dos jogos não cooperativos, na cooperação há a premissa de que os jogadores podem conversar entre si para buscar acordos, o que faz toda diferença no processo de negociação. O próximo tópico resume a aplicação de jogos cooperativos como solução do Valor de Shapley.

4.1 Teoria dos Jogos Cooperativos – Valor de Shapley

A Teoria dos Jogos Cooperativos tem sido aplicada adequadamente para problemas de alocação de custos, isto é, as várias soluções propostas para jogos cooperativos podem ser utilizadas como soluções alternativas para um problema de

alocação de custos. Na alocação justa de custos de um serviço, a cada participante desta transação, ou jogador, deve incorrer em um custo menor do que seria seu custo isolado, *stand-alone*, porém maior ou igual do que seu custo incremental (custo total menos o custo do grupo contendo, todos os outros usuários). A primeira condição fornece incentivo econômico à colaboração dos jogadores, enquanto a segunda assegura que nenhum grupo subsidie outro. Para esta alocação ser possível, o custo *stand-alone* de um usuário deve ser maior ou igual ao seu custo incremental.

A representação do jogo cooperativo se dá por meio da chamada função característica, que é a forma pela qual se indica o valor de cada coalizão e se descrevem as possibilidades de cooperação. De acordo com Mas-Colell et al. (1995), a função característica apresenta uma descrição dos *payoffs* disponíveis para diferentes grupos de jogadores em um contexto onde acordos de compromisso entre eles são viáveis, o que é exatamente a essência da cooperação.

Para caracterizar um jogo cooperativo, algumas definições iniciais devem ser apresentadas. Seja $N = \{1, \dots, n\}$ um conjunto finito que representa o universo de jogadores, conhecido como grande coalizão. Cada subconjunto de N é chamado de coalizão e cada coalizão S , especifica-se um valor $v(S)$ considerado *payoff* viável para a coalizão S . Tem-se que v é exatamente a função característica que designa um número real $v(S)$ para cada coalizão S , com $v(N)$ indicando o valor da grande coalizão e $v(\emptyset) = 0$. A função $v(S)$ tem como imagem os reais não negativos viáveis para a coalizão S .

O jogo cooperativo pode ser representado de forma resumida por (n, v) onde n é o conjunto de jogadores e v é a função característica que associa um número real $v(S)$ com cada subconjunto S de N . Montet e Serra (2003) afirmam $v(S)$, o valor da coalizão, representa o máximo *payoff* que os membros de S poderiam garantir independentemente das ações dos membros de fora da coalizão. Roth (1988) lembra que $v(S)$ é exatamente a quantia que os integrantes de S dividirão entre eles, sendo que essa partilha pode acontecer de qualquer modo viável.

Uma importante restrição sobre a função característica v é que ela seja superaditiva (ou, equivalentemente, subaditiva se for uma função custo). De acordo com Roth (1988), jogos superaditivos são aqueles em que tudo que duas coalizões podem fazer de forma independente, a união delas pode fazer também, ou seja, $\forall S, T \subset N$ com $S \cap T = \emptyset$, tem-se:

$$v(S \cup T) \geq v(S) + v(T) \quad (9)$$

Montet e Serra (2003) afirmam que uma consequência da superaditividade é a possibilidade de encontrar no conjunto viável de alocações da grande coalizão, uma alocação de *payoffs* que seja Pareto eficiente. Portanto, em jogos superaditivos, o princípio da eficiência força a cooperação total.

Segundo Myerson (1991), uma vez que as interações entre as diferentes coalizões em jogos com n jogadores podem ser extremamente complexas, um jogo com $N = \{1, \dots, n\}$ jogadores terá 2^n coalizões possíveis e a suposição simplificadora da utilidade transferível é utilizada nas análises dos jogos cooperativos representados na forma de função característica. O conceito de utilidade transferível assume a existência de um numerário, normalmente o dinheiro, que pode ser transferido livremente entre os jogadores, de modo que o *payoff* de um jogador aumenta em uma unidade para cada unidade de numerário que ele recebe.

Roth (1988) explica que isso significa que o *payoff* total da coalizão pode ser definido, simplesmente, como a soma dos *payoffs* de seus membros. Exatamente devido à suposição da utilidade transferível é que as possibilidades cooperativas de um jogo podem ser descritas por uma função característica v que designa um único número $v(S)$ para cada coalizão S , número esse suficiente para descrever as alocações que podem ser obtidas pelos seus membros. Problemas de alocação de custo, ou qualquer outra barganha de valores monetários, são típicos exemplos de jogos de utilidade transferível, em que o valor pode ser livremente negociado entre os jogadores.

Shapley (1953) define como $\phi(v)$, o valor do jogo v , como sendo uma função que associa com cada jogador i em N , uma alocação de *payoff* representada por um número real $\phi_i(v)$ que deve atender as condições de quatro axiomas:

A_1 : Eficiência. $\sum_{i \in N} \phi_i(v) = v(N)$. O ganho total deve ser totalmente repartido entre os participantes, isto é a soma das alocações de *payoffs* de todos os jogadores deve igualar ao valor total do jogo, $v(N)$. A distribuição de *payoffs* se coloca na fronteira de bem-estar dos jogadores.

A_2 : Simetria. Se houver um reordenamento de i no jogo, seu valor $\phi_i(v)$ não se altera, pois o que importa na determinação do valor é como a função característica responde à presença de um jogador em uma coalizão.

A_3 : Aditividade. Para quaisquer jogos v e ω , $\phi_i(v + \omega) = \phi_i(v) + \phi_i(\omega)$ para todo i em N . O jogo $[v + \omega]$ é definido por $[v + \omega](S) = v(S) + \omega(S)$ para qualquer

coalizão S . O axioma da aditividade diz que a solução para a soma de dois jogos deve ser igual à soma do que é recebido separadamente em cada um deles.

A4: Jogador *dummy*. Um jogador *dummy* não contribui com nada adicional a uma coalizão, além do seu próprio valor e com isso a solução lhe reservará apenas seu valor individual $v(i)$. Isto é, $v(S) - v(S - i) = v(i)$ para cada coalizão S que i não faz parte, de modo que $\phi_i(v) = v(i)$.

De acordo com o Shapley (*op.cit.*) não é necessária nenhuma condição adicional, além desses axiomas, para determinar o valor de forma única. Em adição, o autor demonstrou matematicamente que há um método de solução de valor único para jogos cooperativos satisfazendo esses quatro axiomas, ficando este método conhecido como Valor de Shapley. A função que designa o *payoff* para cada jogador i é dada por:

$$\phi_i = \sum_{s \in N} [v(S) - v(S - i)] \cdot \frac{(|S|-1)!(n-|S|)!}{n!}, \quad \forall i \in N \quad (11)$$

Onde,

n : número de elementos do conjunto $N = \{1, 2, \dots, n\}$, de todos os jogadores;

s : quantidade de jogadores na coalizão S ;

$v(S) - v(S - i)$: contribuição marginal do jogador i quando ele se associa a outros jogadores para formar a coalizão S .

O método empregado nesse trabalho é o Valor de Shapley através do qual se pretende equacionar o passivo a descoberto dos fundos de pensão. A ideia central do modelo é alocar, a cada agente, somente os custos dos serviços por ele utilizados e uma maneira de mensurar esta utilização é por meio de seu custo incremental. Entretanto, a ordem de inclusão de cada jogador na coalizão influi no valor do custo incremental. Como maneira de minimizar esta influência, o método simula a permutação aleatória da ordem de entrada de cada agente pertencente à coalizão. Desta forma, o Valor de Shapley é o valor médio ponderado dos custos incrementais de inclusão de um dado usuário às diversas possíveis coalizões que o contenham.

Myerson (1991) e Roth (1988) utilizam uma alegoria para interpretar o modelo, imaginando uma situação na qual se planeja juntar todos os n jogadores em uma sala, com a ressalva de que apenas um entrará por vez. Os jogadores se alinharão aleatoriamente em uma fila em frente à porta, correspondendo a $n!$ formas diferentes de

ordenação. Para qualquer conjunto S , com s elementos, onde o jogador i não esteja contido, há $(|s| - 1)! (n - |s|)!$ maneiras distintas de ordenar os jogadores, de tal modo que $(|s| - 1)$ é o conjunto de jogadores que estão na fila à frente de i (e i se associará a eles) e $(n - |s|)$ os restantes que irão sucedê-lo. Dessa forma, se os vários ordenamentos são considerados igualmente prováveis, $\frac{(|s|-1)!(n-|s|)!}{n!}$ é a probabilidade de que, quando i entrar na sala, ele encontrará a coalizão $S - i$ à sua frente, sendo que nesse caso sua contribuição marginal para a coalizão $S - i$ (aqueles que já estão na sala) é $v(S) - v(S - i)$.

Considerando a ideia da entrada aleatória de um jogador, o valor de Shapley $\phi_i(v)$ de um jogador pode ser interpretado como sendo a contribuição marginal esperada a cada coalizão que ele puder se associar. Desta forma, a contribuição marginal de i ao formar qualquer coalizão S é dada por $v(S) - v(S - i)$, ou seja, é quanto ele acrescenta ao se unir a outros jogadores.

Conforme Hart (1989), se a expectativa é que um indivíduo acrescente pouco/muito às coalizões, então o *payoff* alocado a ele tende a ser pequeno/grande. Nesse sentido, o valor de Shapley é considerado um princípio que procura dividir um excedente de forma justa entre os jogadores, em que o conceito do justo não é o de equidade, mas a ideia de que o *payoff* que o indivíduo recebe é determinado por sua contribuição, ideal exposto por Young (1944).

De acordo com Roth (1988), o valor de Shapley desde sua publicação em 1953 tem sido usado como conceito de solução em ampla variedade de contextos econômicos e despertado contínuo interesse dos estudiosos dos jogos cooperativos. Montet e Serra (2003) lembram que o valor de Shapley é uma medida relativamente fácil de computar e existe para todos os jogos cooperativos.

Várias outras aplicações do valor de Shapley, em problemas de alocação de custos, são encontradas na literatura. Littlechild e Owen (1973) aplicaram o valor de Shapley no cálculo de taxas para a aterrissagem de aviões em aeroportos, estudando a divisão dos custos de infraestrutura de construção de uma pista de pouso. Fragnelli et al. (2000) estudaram a divisão dos custos de infraestrutura de construção de uma ferrovia na Europa. Loehman et al. (1979) trataram da alocação do custo da construção de um sistema regional de tratamento de água na bacia do rio Meramec, no estado americano do Missouri, e

⁷ $|s|$ significa a cardinalidade de S

Young et al. (1982) estudaram a alocação do custo da construção de um sistema de abastecimento de água na região de Skane, na Suécia.

Este tipo de jogo também já foi aplicado a outros problemas atuariais no passado. Lemaire (1984) foi pioneiro, aplicando a ideia ao cálculo do prêmio e à alocação de custos em uma companhia de seguros, e Alegre e Claramunt (1995) estenderam a ideia à alocação do custo de solvência em anuidades de grupo.

Não foi encontrado em periódicos acerca desta metodologia de valor de Shapley para equacionamento de passivo a descoberto, evidenciando-se que a aplicação desta teoria no campo de atuarias no Brasil possui potencial para se expandir. O modelo proposto tem arcabouço teórico e prático para se expandir.

5. APLICAÇÃO DO MODELO E RESULTADOS

A base de dados utilizada é composta por 3.518 participantes, cuja média de salário de contribuição de R\$ 2.490 mensal. A amplitude entre o menor e o maior salário de contribuição é de grande proporção uma vez que seu valor mínimo foi de R\$ 56 e o máximo a R\$ 27.986 relação de aproximadamente de 492 vezes. Os salários de contribuições baixos referem-se aos valores de benefício de aposentados ou pensionistas, visto que nos primeiros regulamentos do plano não havia a exigência de valor mínimo que o participante pudesse receber.

Embora esta variação nos dados possa influenciar em demasiado o modelo, já que considera a contribuição marginal que cada jogador possui, os *outliers* foram considerados neste trabalho pois retrata exatamente a base de dados de uma EFPC. A tabela 2 mostra resumo estatístico referente aos salários de contribuição dos participantes.

Tabela 2 - Resumo estatístico dos salários
de contribuição

Média	2.490
Mediana	1.087
Moda	431
Desvio padrão	3.400
Mínimo	56
Máximo	27.986
Soma	8.762.743
Contagem	3.518

Fonte: Base de Dados da EFPC (2016)

De acordo com os dados da tabela 2, tendo em vista o desvio padrão ser superior à média, a variabilidade do salário de contribuição, 136,54%, mostra uma alta dispersão dos dados em torno da média. O primeiro e o terceiro quartil são, respectivamente, R\$ 7.587 e R\$ 13.671, portanto, entre estes valores concentram-se 50% dos salários de contribuição. Os 10% maiores salários de contribuição estão acima de R\$ 6.246 e os 10% menores abaixo de R\$ 431,45. Observa-se que 80% dos salários se concentram entre estes valores.

O modelo será aplicado em um banco de dados de plano BD em situação de déficit atuarial e que já se encontra com plano de equacionamento de déficit em vigor. O

objetivo, aqui, não é calcular o déficit atuarial, mas apresentar uma nova modelagem para calcular o valor do custo suplementar, através do valor de Shapley, e comparar aos percentuais encontrados pela Patrocinadora para seu equacionamento.

Trabalhar com esse contingente de pessoas implicaria ter $2^{3.518}$ coalizões, o que é matematicamente impossível de manipular. A forma encontrada para minorar essa limitação da aplicação do modelo foi dividir, de forma discricionária, a quantidade de participantes em 10 classes com 352 participantes cada uma, exceto a classe 1 e 10 as quais ficaram com 351 participantes, dando a cada uma delas a personalidade de um participante cujo salário de referência é a soma dos salários de todos os indivíduos da classe.

Desta forma, para utilização dos dados no modelo sugerido, da estrutura dos jogos cooperativos, algumas observações são necessárias. Para tanto, abaixo têm-se os parâmetros considerados:

- T será o custo total mensurado através do valor de RMD ;
- μ_i será o valor máximo de contribuição da classe e terá como valor de referência 30% do salário;
- R_i considerada a riqueza da classe, será auferida pela soma dos salários de contribuição dos participantes pertencentes a classe;
- Z_i valor a ser contribuído pela classe;
- $\mu_i - Z_i$ será o excedente da classe i , calculado através do valor de Shapley ϕ_i

Além disso, o modelo tem como premissas:

- I) $\sum R_i > T$, a riqueza das classes supera o valor o valor do déficit atuarial
- II) $\sum \mu_i > T$, a soma da contribuição máxima supera o valor do déficit atuarial
- III) $\sum Z_i = T$, a soma do valor a ser contribuído por cada classe será exatamente o valor da reserva matemática a descoberto.

Com isso, define-se o valor das coalizões formadas pelos participantes como:

$$v(S) = \begin{cases} \max(\sum \mu_i - T), & \text{se } \sum \mu_i > T \\ 0, & \text{se } \sum \mu_i < T \end{cases} \quad (12)$$

O apêndice A apresenta o mecanismo de cálculo do modelo em um exemplo hipotético com 3 participantes.

Devido ao fato de se ter $2^{10} = 1.024$ coalizões, a operacionalização é complexa pelo grande número de combinações possíveis para formar as coalizões, portanto, faz-se necessário o uso de ferramentas computacionais, sendo escolhida programação em Python, disponível no apêndice C.

A organização das classes se deu através da classificação dos salários de contribuição em ordem decrescente. A tabela 3 mostra os valores referentes a cada parâmetro utilizado no modelo e seus respectivos valores em reais.

Tabela 3 – Parâmetros do Modelo

Classes	R_i	μ_i
1	49.707.949	14.912.385
2	22.041.648	6.612.495
3	13.706.356	4.111.907
4	7.780.804	2.334.241
5	5.458.616	1.637.585
6	4.539.431	1.361.829
7	3.639.189	1.091.757
8	2.854.037	856.211
9	2.170.662	651.199
10	1.653.137	495.941

Fonte: Base de Dados da EFPC (2016)

Em que:

R_i : soma de todos os salários dos participantes da classe multiplicado por treze, uma vez que cada participante ganha treze salários ao ano e há treze contribuições ao ano para o plano.

μ_1 : calculado conforme descrito nas premissas, corresponde a trinta por cento da riqueza do participante.

O déficit atuarial do Plano de Benefício Definido, utilizado para aplicação do modelo, foi de R\$ 80.925.239 em 2016, conforme Parecer Atuarial emitido pelo atuário

da Entidade Fechada de Previdência Complementar⁸. O planejamento para a amortização deste déficit pela patrocinadora foi de 8 anos, prazo este utilizado para o modelo proposto para este trabalho. Desta forma, têm-se que a amortização necessária para cada ano, em valor nominal, seria o valor de R\$ 10.115.654. Nos parâmetros utilizados pelo modelo de Valor de Shapley, este valor corresponde a T , isto é, o custo (passivo atuarial a descoberto) que deverá ser repartido de forma justa entre as classes.

Aplicando os dados no modelo através do código de programação obteve-se os resultados da tabela 4:

Tabela 4 – Resultados do modelo

Classe	ϕ_i	Z_i
1	11.764.909	3.147.476
2	4.192.971	2.419.523
3	2.643.718	1.468.188
4	1.480.798	853.443
5	1.039.402	598.183
6	864.511	497.318
7	692.647	399.109
8	543.464	312.747
9	413.018	238.180
10	314.457	181.484
SOMA	23.949.895	10.115.654

O ganho total, também chamado de ganho social, refere-se a economia de custos quando as classes se tornam cooperativas ao saneamento do déficit atuarial, isto é, corresponde ao ganho advindo da união das classes formando, desta forma, a grande coalizão do modelo, com seu valor⁹, $v(N)$, de R\$ 23.949.895.

O ganho social é repartido entre as classes seguindo o valor de Shapley de cada uma. Nota-se que:

$$\phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_n = v(N)$$

A variável ϕ_i representa o valor de Shapley, valor médio ponderado das contribuições marginais das classes para as coalizões das quais elas podem fazer parte.

⁸ Por motivos éticos, o nome da EFPC não será divulgado.

⁹ $v(N) = (\sum \mu_i - T)$

Nesse sentido, o valor de Shapley é a regra que irá dividir o ganho social de forma justa entre as classes, em que o conceito do justo não é o de equidade e nem de proporcionalidade, mas a ideia de que o *payoff* que a classe receberá é determinado por sua contribuição na coalizão.

Recordando que o custo arcado do déficit atuarial, T , no valor de R\$ 10.115.654, será alocado através das classes onde cada uma deverá internalizar o valor médio das suas contribuições marginais de modo que cada classe subtraia de seu custo marginal, o seu valor de Shapley. Estes valores estão inseridos na tabela 4, coluna Z_i , evidenciando o quanto cada classe deverá contribuir para o equacionamento do déficit atuarial elevando o plano de benefício ao patamar do equilíbrio financeiro-atuarial. Observa-se que a soma de Z_i é o total da parcela do déficit a ser amortizado ao ano.

Ao aplicar o percentual¹⁰ de custeio para equacionamento do passivo a descoberto encontrado pela EFPC, valor de aproximadamente 8%, as contribuições para custo suplementar do Fundo de Pensão, seriam as seguintes:

Tabela 5 – Resultados do custeio tradicional x
Resultado do modelo

Classe	Custeio Tradicional	Z_i
1	4.428.185	3.147.476
2	1.963.559	2.419.524
3	1.221.017	1.468.188
4	693.145	853.443
5	486.276	598.183
6	404.391	497.318
7	324.194	399.109
8	254.249	312.747
9	193.371	238.181
10	147.268	181.484

Fonte: Base de Dados da EFPC (2016)¹¹

A divisão das classes referente à tabela 5, segue a mesma regra da classificação dos salários em ordem decrescente. Aplica-se o percentual do plano de custeio para amortização do custo suplementar em cada classe, uma vez que a classe representa a soma dos salários de participação dos indivíduos pertencentes a ela.

¹⁰ Percentual exposto no Plano de Custeio da EFPC em 2016

¹¹ A divisão das classes foi feita pela autora, utilizando critério de salário de contribuição decrescente.

Analisando o custeio tradicional do plano de benefício, verifica-se que a classe 1 arca com aproximadamente 44% do valor do déficit de R\$ 10.115.654, valor este condizente com sua capacidade de contribuição ao plano, R_1 , constante na tabela 3. As contribuições das classes, obtidas através do método tradicional para a amortização do déficit, apuradas na tabela 5, guardam relações de proporcionalidade com seus respectivos salários de contribuição. Esta relação de proporcionalidade é possível devido a metodologia aplicada ao modelo, uma vez que é alocado percentual único a todas as classes.

Comparando os resultados dos dois modelos, valor de Shapley e a metodologia tradicional, apresentados na tabela 4 e 5 respectivamente, observa-se que, para a classe 1, a existência da cooperação favoreceu seus custos de contribuição uma vez que teve seu valor reduzido em aproximadamente 29% em relação ao valor obtido com o custeio tradicional, porém, como consequência, eleva os custos de amortização das demais classes, ocorrendo assim uma variação positiva na contribuição das classes 2 a classe 10 em relação ao custeio tradicional na ordem pertencente ao intervalo [20%;23%].

As contribuições obtidas através das coalizões para a classe 2 a classe 10 são menos satisfatórios monetariamente, uma vez que há maior desembolso financeiro pelas classes mostrando que não seria vantajoso para classe fazer parte da cooperação. Observe-se que estes resultados também ocorreriam caso fosse tratado de forma individual. Portanto, de forma pragmática pode-se dizer que na equalização de um déficit num plano BD, alguns serão penalizados financeiramente em detrimento de outros. Desse modo, permanecer no plano é uma escolha necessária para o participante.

Mediante a aplicação do modelo dos jogos cooperativos, ao analisar a contribuição máxima da classe 1, especificamente, tem-se que sua contribuição R\$ 14.912.384 é suficiente para arcar com os custos do déficit de R\$ 10.115.654, não necessitando da cooperação das demais classe, porém sem a cooperação das demais classes a despesa com o passivo descoberto seria unicamente sua. Quando se foca nas contribuições das demais classes isoladamente, nenhuma delas teria tal poder de suprir o déficit isoladamente, conforme demonstra a tabela 3, variável μ_i , estas teriam que formar coalizões para que fosse possível sanar o débito.

Sob o aspecto de que o maior volume financeiro a ser contribuído para a amortização do déficit, e até mesmo para o custeio normal, é proveniente da contribuição dos maiores salários, a saída desses participantes do plano de benefícios poderia ocasionar despesa imediata a entidade uma vez que esta deveria prover grande desembolso

financeiro para arcar com os custos do resgate da reserva matemática ou portabilidade do saldo para outra entidade. Assim como, outra consequência a ser analisada com a saída desses participantes, é de que não existiriam mais as suas contribuições ao plano para fins de custeio do equacionamento de déficit ou custeio normal, o que poderia levar ao agravamento do passivo a descoberto, acarretando aos participantes remanescentes, aumento no percentual do custeio suplementar ou até mesmo a redução do benefício de aposentadoria. Portanto, os *payoffs* obtidos a partir da coalizão das classes, vide tabela 4, neste contexto, poderiam ser considerados como incentivo a permanência dos participantes da classe 1 no plano de benefício mitigando o risco de maiores aumentos na contribuição das classes 2 a 10 e até mesmo a redução dos ativos da entidade.

A cooperação logo torna-se favorável as classes por fornecer *payoffs* maiores do que receberiam caso não se associassem a nenhuma outra classe, indicando que existem ganhos ao se formar uma coalizão, mesmo que este ganho não seja, imediatista e financeiro, desta forma, o plano acaba se configurando como um produto inelástico que penaliza o consumidor ao ter seu preço majorado, mas que impõe a necessidade de consumo¹².

A gestão da entidade poderia utilizar os resultados obtidos através do modelo de valor de Shapley como forma de incentivar a permanência destes participantes no plano de benefícios, uma vez que os resultados apresentados através das coalizões trazem senso do valor justo, pois há uma mensuração do poder que cada classe atribui participando da coalizão. O incremento no valor da contribuição seria o custo a ser absorvido pelas classes 2 a 10 afim de mitigar os riscos e consequências aqui abordados.

Sob esse contexto, o equacionamento de déficit através das coalizões apresenta ótimo de Pareto. Para a classe 1 há o benefício da redução do custo suplementar em aproximadamente 29%, e para as demais classes há a suavização do risco de ter suas contribuições ainda mais elevadas ou redução do valor do benefício caso participantes da classe 1 ficassem insatisfeitos com o valor a contribuir, migrando seus recursos para outros tipos de planos ou entidades. Este cenário mostra que há o equilíbrio das estratégias entre as classes, onde qualquer mudança feita para melhorar uma classe pode prejudicar as demais classes.

Considerando que o equacionamento do déficit dos planos de benefício definido e que estes possuem como característica fundamental a reserva coletiva e o mutualismo,

¹² Uma analogia pode ser feita com a questão de medicamentos para doenças crônicas não transmissíveis. O preço do remédio aumenta, mas o usuário precisa comprar para manutenção da vida.

gerando solidariedade entre os participantes, a coalização considerada válida será a grande coalizão, isto é, todas as classes participam da cooperação. O valor de Shapley aloca os custos de forma justa, conforme contribuição marginal dada por cada classe, não considerando fatores de proporção ou equidade. Logo, pode-se dizer que o modelo produz um Ótimo de Pareto, uma vez que, distribui os custos de amortização do déficit entre as classes da melhor forma possível.

A aplicabilidade do modelo de valor de Shapley mostra-se possível, porém, evidencia que poderá haver descontentamento entre os participantes, principalmente, pelo não entendimento destes em relação ao conceito do justo que o modelo oferece. É mais simples aceitar o conceito de equidade e proporção já que estão mais voltados à racionalidade, que aceitar conceitos do valor justo uma vez que estão voltados à subjetividade, embora, o modelo apresente formas e argumentos matemáticas.

Cabe à gestão das EFPC verificar a melhor forma de custeio para o equacionamento do déficit atuarial. O papel deste trabalho foi de apresentar outra forma de equacionamento fugindo dos padrões normais da usualidade.

6. CONCLUSÃO

A teoria dos jogos cooperativos representa uma poderosa ferramenta matemática de modelagem e solução de problemas de distribuição de custos, lucros, e/ou recursos em situações de cooperação. Considera diferentes relações entre jogadores e trabalha com definições maleáveis de “justiça”, podendo se adequar a diversas situações de cooperação, o que representa um diferencial em relação às outras metodologias.

Este trabalho, teve como objetivo avaliar o equacionamento atuarial a partir do valor de Shapley, utilizando teoria dos jogos cooperativos, tomando por base uma entidade com 3.518 participantes. Como a essência do trabalho parte da formação de coalizões, seria matematicamente impossível trabalhar com todas elas, devido ao fato de a entidade estudada ter 3.518 participantes e assim, para demonstrar o modelo foi necessário estratificar os participantes em 10 classes. Dessa forma, o trabalho analisa comportamento de uma classe como sendo o comportamento de um indivíduo, o que permite assumir que as consequências também seriam observadas se fosse analisado por participantes.

A aplicação do modelo proposto culminou em resultados mais favoráveis a classe 1, uma vez que é possível perceber de imediato a redução de 29% dos custos de contribuição para amortização quando comparado ao custo do método tradicional aplicado pela entidade, todavia, as classes 2 a 10 teriam sua participação financeira aumentada, fato que também ocorreria no modelo tradicional. Visto dessa forma, os resultados sugerem que o plano tem características semelhantes aos produtos inelásticos para os quais o aumento do preço modifica o bem-estar do consumidor, mas não elimina a demanda. Os benefícios das classes, quando formadas as coalizões, não são imediato e podem não ser financeiros, mas estão ligados a subjetividade e a mitigação de risco inerentes ao plano.

Os resultados mostram que é viável a aplicação do modelo de valor de Shapley como forma de equacionar o passivo a descoberto, porém, evidencia que poderá haver descontentamento entre os participantes, principalmente, pelo não entendimento destes em relação ao conceito de subjetividade que as coalizões do modelo oferecem quando comparado com racionalidade do modelo de custeio tradicional. Será da responsabilidade dos gestores da entidade a escolha da metodologia que melhor se aplique ao plano.

Em adição, os resultados mostram que a formação da grande coalizão se torna favorável entre as classes por fornecer *payoffs* maiores do que estas receberiam caso não

se associassem a nenhuma outra classe, evidenciando a existência de ganhos. O cenário dos resultados mostra que há o equilíbrio das estratégias entre as classes, onde qualquer mudança feita para melhorar uma classe pode prejudicar as demais classes, indicando que há as estratégias constituem um ótimo de Pareto.

Finalmente, a aplicação desta teoria no campo de atuarias no Brasil possui potencial para se expandir. Não foi encontrado em periódicos acerca desta metodologia de valor de Shapley para equacionamento de passivo a descoberto. O modelo proposto tem arcabouço teórico e prático para se ser aplicado em outros questionamentos, como por exemplo modelo a ser aplicado na distribuição de superávit. Daí a importância de mais pesquisas, com outras formas de abordagem que possam criar conceitos operacionais e fortalecer as técnicas e modelos atuais. Como proposta para futuros estudos tem-se a análise dos percentuais de contribuições das classes caso determinada classe não tenha interesse em participar da coalizão.

REFERÊNCIAS

- ALEGRE, A. e CLARAMUNT, M. M.. **Allocation of solvency cost in group annuities: Actuarial principles and cooperative game theory**. Insurance: Mathematics and Economics, 17:19-34, 1995.
- ALIPRANTIS, C. D.; CHAKRABARTI, S. K. **Games and decision making**. New York Oxford University Press, 2000.
- AFONSO, L. E. **Previdência social e fundos de pensão**. São Paulo: FUNENSEG, 1996. 79 p.
- CLARK, R. L., BURKHAUSER R. V., MOON, M., QUINN, H. F., SMEEDING, T. M. **The economics of an aging society**. Malden, Mass.: Blackwell, 2004. 362p.
- CAPELO, E. R. **Uma introdução ao estudo atuarial dos fundos privados de pensão**. 1986. 384p. Tese (Doutorado em Administração) – EAESP/FGV, São Paulo, 1986.
- Consolidado Estatísticos Abrapp, dezembro 2018, *sítio*: <http://www.abrapp.org.br/Paginas/consolidadoestatistico.aspx>, acessado em 14.08.2019
- BELOCH, I. *et al.* **Da Caixa Montepio à PREVI: 100 anos do maior fundo de pensão da América Latina**. Rio de Janeiro: Memória Brasil / Caixa de Previdência dos Funcionários do Banco do Brasil-PREVI/BB, 2004. 176p.
- BRASIL. Constituição (1988). **Constituição da República Federativa do Brasil, 1988**. Brasília: Senado Federal, Centro Gráfico, 1988.
- _____. Lei Complementar n° 109, de 29 de maio de 2001. **Dispõe sobre o Regime de Previdência Complementar e dá outras providências**. Diário Oficial da União, Brasília, DF.
- _____. Lei Complementar N° 108, de 29 de maio de 2001. **Dispõe sobre a relação entre a União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, suas autarquias, fundações, sociedades de economia mista e outras entidades públicas e suas respectivas entidades fechadas de previdência complementar, e dá outras providências**. Diário Oficial da União.
- _____. Resolução CGPC N° 30, de 10 de outubro de 2018. **Dispõe sobre as condições e os procedimentos a serem observados pelas entidades fechadas de previdência complementar [...]**, Diário Oficial da União, Brasília, DF.

_____. Resolução CGPC N° 18, de 28 de março de 2006. **Estabelece parâmetros técnicos-atuariais para reestruturação de plano de benefícios de entidades fechadas de previdência complementar, e dá outras providências**, Diário Oficial da União, Brasília, DF.

_____. Resolução CNPC N° 22, de 25 de novembro de 2015. **Altera a Resolução CGPC n° 26, de 29 de setembro de 2008 e o Regulamento anexo à Resolução CGPC n° 18, de 28 de março de 2006**, Diário Oficial da União, Brasília, DF.

_____. **Decreto-Lei N° 73, de 21 de novembro de 1966. Dispõe sobre o Sistema Nacional de Seguros Privados, regula as operações de seguros e resseguros e dá outras providências. Diário Oficial da União, Brasília, DF.**

_____. Decreto – Lei N° 4.682, de 24 de janeiro de 1923. **Cria, em cada uma das empresas de estradas de ferro existentes no país, uma caixa de aposentadoria e pensões para os respectivos empregados**. Coleção de Leis do Brasil, Rio de Janeiro, RJ.

_____. Decreto N° 5.109, de 20 de dezembro de 1926. **Estende o regime do Decreto Legislativo N° 4.682, de 24 de janeiro de 1923 a outras empresas. Diário Oficial da União.**

_____. Lei N° 3.807, de 26 de agosto de 1960. **Dispões sobre a lei Orgânica da previdência Social. Diário Oficial da União.**

_____. Lei Complementar N° 11, de 25 de maio de 1971. **Institui o Programa de Assistência ao Trabalhador Rural, dá outras providências. Diário Oficial da União.**

_____. Decreto – Lei N° 72, de 21 de novembro de 1966. **Unifica os Institutos de Aposentadoria e Pensões e cria o Instituto Nacional de Previdência Social. Diário Oficial da União.**

_____. Lei N° 6.439, de 1° de setembro de 1977. **Institui o Sistema Nacional de Previdência e Assistência Social e dá outras providências. Diário Oficial da União.**

_____. Lei N° 6.062, de 25 de junho de 1974. **Dispões sobre o desdobramento do extinto Ministério do Trabalho e Previdência Social, e dá outras providências. Diário Oficial da União.**

_____. Lei N° 6.435, de 15 de julho de 1977. **Dispõe sobre as entidades de previdência privada. Diário Oficial da União.**

_____. **Decreto N° 81.240, de 20 de janeiro de 1978. Regulamenta as disposições da Lei N° 6.435, de 15 de julho de 1977, relativo às entidades fechadas de previdência privada. Diário Oficial da União.**

_____. **Emenda Constitucional N° 20, de 15 de dezembro de 1998. Modifica o sistema de previdência social, estabelece normas de transição e dá outras providências. Diário Oficial da União.**

ERICKSON, K. P. **Sindicalismo no processo político no Brasil.** São Paulo, Brasiliense, 1979.

FRAGNELLI, V.; GARCÍA-JURADO, I.; NORDE, H.; PATRONE, F.; TIJS, S. How to share railways infrastructure costs? In: **Game practice: contributions from applied game theory.** Springer US, 2000. p. 91-101.

GARCIA, J. A.; SIMÕES, O.A. **Matemática actuarial: vida e pensões.** Económicas. 2ª série.

HART, S. Shapley value. In: EATWELL, J.; MILGRATE, M.; NEWMAN, P. **The New Palgrave: Game Theory.** New York: W W Norton, 1989. p.210-216.

IBGE. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Estatísticas Sociais.** Projeção da População, ano 2018

IPPOLITO, R. A. **Pension plans and employee performance: evidence, analysis, and policy.** Chicago: The University of Chicago, 1997. 259p.

JORION, Philippe. **Value at risk.- The New Benchmark for Managing Financial Risk** 3a. Edition. McGraw-Hill. New York: 2007.

KEYFITZ, N. **Some demographic properties of transfer schemes: how to achieve equity between the generations.** In: LEE, R. D., ARTHUR, W. B., RODGERS, G. (Eds.) Economics of changing age distributions in developed countries. Oxford: Clarendon, 1988. Cap.5, p.92-105.

LEMAIRE, J. **An Application of game theory: Cost allocation.** Astin Bulletin, 14(1): 61-81, 1984

LIMA, J. C. C. O.; RODRIGUES, J.A..**Amortização de déficits atuariais em planos de benefícios definidos.** Revista do BNDDES, Rio de Janeiro, n. 41, p. 209-256, jun. 2014

LITTLECHILD, S. C.; OWEN, G. A simple expression for the shapley value in a special case. **Management Science**, v. 20, n. 3, 370-372, 1973.

LOEHMAN, E.; ORLANDO, J.; TSCHIRHART, J.; WHINSTON, A. Cost allocation for a regional wastewater treatment system. **Water resources research**, v. 15, n. 2, p. 193-202, 1979.

MAS-COLELL, A.; WHINSTON, M.; GREEN, J. **Microeconomic Theory**. New York: Oxford University Press, 1995.

MYERSON, R. B. **Game Theory: Analysis of Conflict**. Cambridge, MA: Harvard Univ. Press, 1991.

MCGIL, D.M., BROWN, K.N., HALEY, J.J., e SCHIEBER, S.J. **Fundamentals of Private Pensions**. Seventh Edition. Philadelphia: University of Pennsylvania Press for The Pension Research Council, 1996.

MONTET, C.; SERRA, D. **Game theory and economics**. New York: Palgrave Macmillan, 2003.

NAKAGOME, Nobuyuki; KAWAGUCHI, Muneki. **The Longevity Risk Associated with the Pension Liability**. Working Paper. 2008. Disponível em: http://www.afir2008.it/Download/Papers/AFIR2008_Paper_Nobuyuki_Nakagome.pdf. Acesso em: 12/05/2009.

LIVEIRA, Maria Aparecida Castilho. **Uma Análise da Utilização de ALM pelos Fundos de Pensão no Brasil e uma Contribuição para Análise do Risco de Solvência nos Planos de Benefício Definido**. Sao Paulo: 2005. Dissertacao (Mestrado em Controladoria e Contabilidade) – Faculdade de Economia, Administracao e Contabilidade, Universidade de Sao Paulo.

OSBORNE, M. J.; RUBINSTEIN, A. **A course in game theory**. Cambridge: MIT Press, 1994.

PREVIC. Resultados do Sistema de Previdência Complementar em 2015. *Sítio*: <http://www.previc.gov.br/central-de-conteudos/Noticias/previc-divulga-resultados-do-sistema-de-previdencia-complementar-em-2015>

PINHEIRO, R. P.A **demografia dos fundos de pensão**. Brasília: MPS. Coleção Previdência Social, Série Estudos, v. 24, 2007.

RIECHE, Fernando Ceschin. **Gestao de Riscos em Fundos de Pensao no Brasil: Situacao Atual da Legislacao e Perspectivas**. Revista do BNDES no 23, de junho de 2005. Disponível em: http://www.previdenciasocial.gov.br/arquivos/office/3_081014-103751-730.pdf

- RODRIGUES, J. A. **Modelos de Amortização de déficits atuariais em fundos de pensão**. In: revista de Contabilidade Financeira da Universidade de São Paulo, Edição Especial Atuária, 2006.
- ROSS, D., WILLS, L. **The shift from defined benefit to defined contribution retirement plans and the provisioning of retirement savings**. London: The Pensions Institute, 2002.
- ROTH, A. E. **The Shapley value: Essays in Honor of Lloyd S. Shapley**. New York: Cambridge Univ. Press, 1988.
- SHAPLEY, L.S. **A Value for n -person Games**, Annals of Mathematics Study N° 28, Princeton University Press, Princeton, N.J., pp. 307–317, 1953.
- SOUSA, J. P. *et al.* **80 anos da Previdência Social: a história da previdência social no Brasil – um levantamento bibliográfico documental e iconográfico**. Brasília: MPAS, 2002. 160 p.
- BORGES, G.M. *et al.* **Transição da estrutura etária no Brasil: oportunidades e desafios para a sociedade nas próximas décadas**. Mudança Demográfica no Brasil no Início do Século XXI Subsídio para as Projeções da População. IBGE 2015.
- WINKLEVOSS, H. E. **Pension Mathematics with Numerical Illustration**, 2° edição, Pension research Council of the Wharton School of the University of Pennsylvania and University of Pennsylvania Press, PA, 1993.
- YOUNG, H. P. **Cost Allocation**. in Handbook of Game Theory with Economic Applications, v. 2, eds, Aumann and S. Hart, North Holland, Elsevier, Amsterdam, 1994.
- YOUNG, H.P.; OKADA, N.; HASHIMOTO, T. **Cost allocation in water resources development**. Water resources research, 1982.

APÊNDICE A - OPERACIONALIZAÇÃO VALOR DE SHAPLEY

Para exemplificar a operacionalização do modelo apresentado na equação (11), foi criado um caso hipotético com três participantes com características de remunerações distintas. Foram selecionados três jogadores para demonstração devido ao baixo grau de complexidade do *modus operandi*.

No exemplo considerou-se o déficit atuarial (T) auferido de 7 (sete) unidades monetárias, a riqueza (R_i) dos participantes e as contribuições máximas (μ_i) que cada jogador poderá dispor para o custo suplementar, considerando como valor de referência trinta por cento do salário de contribuição conforme as hipóteses do modelo já mencionadas acima.

$$R_1 = 5; \quad \mu_1 = 1,5$$

$$R_2 = 10; \quad \mu_2 = 3$$

$$R_3 = 15; \quad \mu_3 = 4,5$$

Utilizando a equação 12 para calcular o valor das coalizações $v(s)$ tem-se que:

Coalizações formadas por um participante:

$$v(1) = 0;$$

$$v(2) = 0;$$

$$v(3) = 0;$$

Coalizações formadas por dois participantes:

$$v(12) = 0$$

$$v(13) = 0$$

$$v(23) = 0,5$$

Coalizão formada por todos os participantes, também chamada coalizão total

$$v(123) = 2$$

Aplicando a fórmula de Shapley obtemos os seguintes resultados:

$$\begin{aligned}\phi_1 &= [v(1) - v(0)] * \frac{(1-1)! * (3-1)!}{3!} + [v(12) - v(2)] * \frac{(2-1)! * (3-2)!}{3!} + \\ & [v(13) - v(3)] * \frac{(2-1)! * (3-2)!}{3!} + [v(123) - v(23)] * \frac{(3-1)! * (3-3)!}{3!} = \\ & \frac{1,5}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_2 &= [v(2) - v(0)] * \frac{(1-1)! * (3-1)!}{3!} + [v(21) - v(1)] * \frac{(2-1)! * (3-2)!}{3!} + \\ & [v(23) - v(3)] * \frac{(2-1)! * (3-2)!}{3!} + [v(123) - v(13)] * \frac{(3-1)! * (3-3)!}{3!} = \\ & \frac{4,5}{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_3 &= [v(3) - v(0)] * \frac{(1-1)! * (3-1)!}{3!} + [v(31) - v(1)] * \frac{(2-1)! * (3-2)!}{3!} + \\ & [v(32) - v(2)] * \frac{(2-1)! * (3-2)!}{3!} + [v(123) - v(12)] * \frac{(3-1)! * (3-3)!}{3!} = \\ & \frac{4,5}{6}\end{aligned}$$

Sabendo que, $\phi_i = \mu_i - Z_i$, tem-se que o valor a ser contribuído por cada participante para o custo suplementar é:

$$Z_1 = 1,0 ; Z_2 = 2,25 ; Z_3 = 3,75, \text{ totalizando o custo do passivo a descoberto.}$$

Ao analisar que os participantes não possuem recursos para arcar com o custo do déficit, considerando as contribuições máximas de cada um, a formação da coalizão entre os participantes torna-se possível o equacionamento do passivo atuarial do plano. Os resultados apresentados através da cooperação trazem senso do valor justo, pois há uma mensuração do poder que cada participante atribui participando da coalizão.

O resultado do modelo com 10 classes amplifica o que aconteceria com os participantes individuais.

APÊNDICE B - CUSTEIO DE DÉFICIT ATUARIAL

MODELOS DE CUSTO SUPLEMENTAR EXPLÍCITO

Método de Amortização Constante

O Método de Amortização Constante prevê que a amortização do déficit se dará em dois termos. O CA_t será a parte para manter o déficit sob controle, e a segunda parte somado ao CA_t será capaz de amortizar o passivo a descoberto o plano. Portanto, o Custo Suplementar será da seguinte forma:

$$CS_t = CA_t + AE_t$$

Em que:

CS_t : custo suplementar capaz de amortizar o passivo a descoberto na época t ;

AE_t : complemento de amortização efetiva na época t .

Sendo CA_t a parte variável da amortização, AE_t será a parte constante, capaz de amortizar em n períodos o déficit definido. Assim, tem-se:

$$AE_{t+0} = AE_{t+1} = AE_{t+2} = AE_{t+3} = \dots = AE_{t+n-1} = AE$$

$$RMD_t = n * AE$$

$$AE = \frac{RMD_t}{n}$$

Método de Termos Constantes

Cada pagamento consiste na agregação das parcelas relativas à amortização e aos juros relativos ao período.

$$RMD_t = CS_t * \ddot{a}_{n|i}$$

Em que $\ddot{a}_{n|i}$ é a renda certa unitária, antecipada, de n termos, à taxa de juros i .

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{n|i} &= v^0 + v^1 + v^2 + \dots + v^{n-1} \\ \ddot{a}_{n|i} &= \sum_{t=0}^{n-1} v^t = \frac{1-v^n}{d}\end{aligned}$$

Uma vez determinado o período de financiamento do déficit, pode-se estabelecer:

$$CS_t = \frac{RMD_t}{\ddot{a}_{n|i}}$$

Método de Termos Salariais

$$RMD_t = CS_t * {}^{(S)}\ddot{a}_{n|i}$$

Em que:

${}^{(S)}\ddot{a}_{n|i}$: é a renda certa, unitária, antecipada, temporária por n períodos, com crescimento salarial, considerando a taxa i de juros

$$\begin{aligned}{}^{(S)}\ddot{a}_{n|i} &= v^0 * (1 + is)^0 + v^1 * (1 + is)^1 + v^2 * (1 + is)^2 + \dots + v^{n-1} \\ &\quad * (1 + is)^{n-1}\end{aligned}$$

$${}^{(S)}\ddot{a}_{n|i} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t * (1 + is)^t = * \frac{1 - v^n * (1 + is)^n}{i + is}$$

Onde, is é a inclinação da curva dos salários dos participantes ativos, considerando inflação e produtividade – incremento salarial.

Uma vez determinado o período de financiamento do déficit, pode estabelecer:

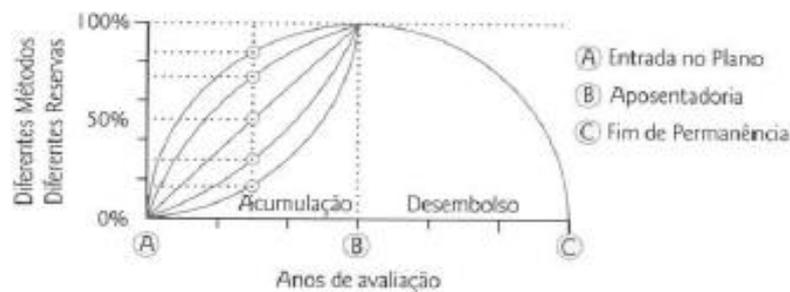
$$CS_t = \frac{RMD_t}{{}^{(S)}\ddot{a}_{n|i}}$$

Este modelo aproxima-se bastante do método de termos constantes, sendo sua diferença o incremento da taxa de crescimento salarial.

MODELOS DE CUSTO SUPLEMENTAR IMPLÍCITO

A cota de contribuição será distinta segundo o método de financiamento empregado, embora tais cotas, sob diferentes métodos, busquem constituir um mesmo valor para benefícios idênticos, conforme figura 3.

Figura 3 – Métodos para alcance da reserva matemática



Fonte: Rodrigues (2006)

A diferença entre cotas para um mesmo tempo de contribuição sob diferentes métodos de financiamento se deve ao fato de que certos métodos privilegiam maiores custos em idades mais jovens e menores custos em idades maduras, ao passo que outros possam inverter tal escolha, ou ainda, distribuir tais cotas de forma equânime entre as idades.

Método de Benefício Acumulado

O Método de Benefício Acumulado, procura definir em seu modelo geral a fração anual do benefício futuro não constituído capaz de garantir o benefício integral prometido na idade de elegibilidade. Para um valor b_x denominado fração do benefício, vai-se, segundo o método empregado, estabelecer seu valor de financiamento.

$$CN_{x_a} = b_{x_a} * \ddot{a}_r^{(m)} * {}_{r-x_a}p_{x_a}^{(T)} * v^{r-x_a}$$



Onde:

A: fração de benefício reconhecida na idade x_a para ser recebida de forma vitalícia a partir da idade r de aposentadoria;

B: fator de atualização atuarial relativo à idade de aposentadoria e à idade x_a de cálculo.

O modelo geral para o Custo Suplementar através do Método de Benefício Acumulado será dado da seguinte forma:

$$RMD_{x_a} = RM_{x_a} - AL_{x_a}$$

$$RMD_{x_a} = B_{x_a} * \ddot{a}_r^{(m)} * {}_{r-x_a}p_{x_a}^{(T)} * v^{r-x_a}$$

Em que:

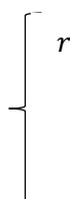
B_{x_a} : benefício acumulado para um participante de idade x . Representa a parte do benefício final não fundada para o participante;

$\ddot{a}_r^{(m)}$: renda atuarial na idade r de aposentadoria com decremento decorrente apenas de morte do participante;

${}_{r-x_a}p_{x_a}^{(T)}$: probabilidade de um participante de idade x_a estar vivo ao completar a idade r de aposentadoria;

x_a : data de início de amortização do custeio suplementar, ou data atual de avaliação atuarial.

Pode-se simplificar os processos atuariais estabelecendo um valor Z, capaz de representar o resultado obtido entre a idade de aposentadoria r a idade de início da amortização acrescida dos anos determinados para amortização do déficit e a idade final de sobrevivência (caso o plano de financiamento se estenda por anos pós-laborais). Desta forma:



$$Z = \text{Min} \quad x_a + n$$

$$\omega$$

Onde:

r : se o período contributivo (e de amortização) se estender até a idade de aposentadoria;
 $x_a + n$: se o período contributivo se estender da idade atingida até mais n anos a contar dessa idade;

ω : se o período contributivo se estender da idade atingida até a idade final de sobrevivência (ômega) prevista pela tábula de mortalidade.

Assim, no decorrer do período de amortização, o valor de RMD_{x_a} será evidenciado na equação abaixo, considerando Z a idade limite para amortização:

$$RMD_{x_a} = \sum_{h=x_a}^Z CS_h * {}_{h-x_a}p_{x_a}^{(T)} * v^{h-x_a}$$

Pode-se determinar que, com cada quota suplementar de amortização do déficit, se realiza um crédito suplementar do benefício na idade de início de amortização, na seguinte forma:

$$B_{x_a} = b_{x_a}^S + b_{x_a}^S + b_{x_a}^S + \dots + b_{x_a}^S$$

$$B_{x_a} = \sum_{h=x_a}^Z b_h^S$$

Portanto o Custo Suplementar reconhece uma quantia anual adicional expressa por b_h^S para garantir na idade de aposentadoria o benefício inicial prometido.

$$CS_{x_a} = b_{x_a}^S * \ddot{a}_r^{(m)} * {}_{z-x_a}p_{x_a}^{(T)} * v^{z-x_a}$$

Onde b_{x_a} é a fração não fundada do benefício final de aposentadoria.

O Método de Benefício Acumulado explicitado acima é o modelo considerado geral apresentado por Rodrigues (2006). Este método divide-se em dois subgrupos com valores de b_x diferenciados, a Valores Constantes e Percentuais Constantes.

A metodologia Valores Constantes considera que a fração do benefício b_x representa o benefício total B_r na idade de aposentadoria distribuído para constituição entre as idades de aposentadoria r e de entrada no plano x_e . Desta forma, o Custo Normal para metodologia dos Valores Constantes deve ser definido da seguinte forma:

$$CN_{x_a} = b_{x_a} * \ddot{a}_r^{(m)} * {}_{r-x_a}p_{x_a}^{(T)} * v^{r-x_a}$$

Define-se:

$$b_{x_a} = \frac{B_r}{r - x_e}$$

$$B_r = s_r * g$$

$$s_r = s_{x_a} * (1 + is)^{r-x_a}$$

Onde:

b_{x_a} : fração do benefício final de aposentadoria;

B_r : benefício da idade r de aposentadoria;

s_r : salário alcançado na idade r de aposentadoria;

s_{x_a} : salário alcançado na idade x_a de início do período de amortização;

x_e : idade de entrada no plano de benefícios;

g : regra de geração do benefício incidente sobre o salário na idade r de aposentadoria.

Outros valores se fazem necessário ser calculados como complemento ao Custo Normal: o valor atual do benefício futuro (VABF) e a reserva matemática (RM).

$$VABF_{x_a} = B_r * \ddot{a}_r^{(m)} * {}_{r-x_a}p_{x_a}^{(T)} * v^{r-x_a}$$

$$RM_{x_a+n} = n * (b_{x_a} + b_{x_a}^s) * \ddot{a}_r^{(m)} * {}_{r-(x_a+n)}p_{x_a}^{(T)} * v^{r-(x_a+n)}$$

Sendo:

$$b_{x_a}^s = \frac{B_{x_a}}{r - x_a}$$

$$B_{x_a} = \frac{RMD_{x_a}}{\ddot{a}_r^{(m)} * {}_{r-x_a}p_{x_a}^{(T)} * v^{r-x_a}}$$

Em que:

$VABF_{x_a}$: é o valor atual do benefício futuro de um participante da idade x_a relativo ao início do período de amortização;

RM_{x_a} : é a reserva matemática de um participante na idade x_a ;

n : número de anos futuros para cálculo de função atuarial.

O Custo Suplementar desta metodologia de Valores Constantes vai compreender que o financiamento de RMD_{x_a} pode ser fracionado em n partes entre as idades r e x_a na seguinte forma:

$$CS_{x_a} = b_{x_a}^s * \ddot{a}_r^{(m)} * {}_{r-x_a}p_{x_a}^{(T)} * v^{r-x_a}$$

Com as devidas substituições de $b_{x_a}^s$, temos a seguinte equação;

$$CS_{x_a} = \frac{\frac{RMD_{x_a}}{\ddot{a}_r^{(m)} * {}_{r-x_a}p_{x_a}^{(T)} * v^{r-x_a}}}{r - x_a} * \ddot{a}_r^{(m)} * {}_{r-x_a}p_{x_a}^{(T)} * v^{r-x_a}$$

$$CS_{x_a} = \frac{RMD_{x_a}}{r - x_a}$$

Quanto à metodologia dos Percentuais Constantes considera que a fração do benefício b_x representa o benefício total B_r na idade de aposentadoria dividido pela soma dos salários percebidos S_r durante toda a permanência no plano, sob forma de percentual

k , aplicáveis sobre os salário anuais S_{x_a} . Portanto, o Custo Normal desta metodologia é dado da seguinte forma:

$$CN_{x_a} = b_{x_a} * \ddot{a}_r^{(m)} * {}_{r-x_a}p_{x_a}^{(T)} * v^{r-x_a}$$

Em que:

$$b_{x_a} = k * S_{x_a}$$

$$k = \frac{B_r}{S_r}$$

$$S_r = S_{x_a} * (1 + is)^{x_e - x_a} * \frac{(1 + is)^{r - x_e} - 1}{is}$$

Onde:

k : percentual obtido a partir da relação entre o benefício projetado para a data de aposentadoria e os salários acumulados até a data de aposentadoria;

S_r : salários acumulados entre as datas no plano e aposentadoria, considerando o crescimento salarial s ;

Método de Benefício Projetado

O modelo geral de custeio do Método de Benefício Projetado procura definir o Custo Normal como fração resultante entre o custo futuro, na idade de entrada no plano, e uma renda temporária relativa ao período entre a idade de entrada no plano e a data de elegibilidade ao benefício.

$$CN_{x_a} = b_x * \ddot{a}_r^{(m)} * {}_{r-x_e}p_{x_e}^{(T)} * v^{r-x_e}$$

O modelo geral para o Custo Suplementar permite o financiamento do passivo a descoberto pelo tempo de permanência do participante no plano ou por períodos determinados. O passivo a descoberto relativo a uma idade atingida se financia atuarialmente pelo período que vai da idade atingida até a idade de aposentadoria

(compreenda-se que este limite poderá ser determinado arbitrariamente), por meio de aportes suplementares, cujo valor atuarial deve ser igual ao valor desse passivo.

$$RMD_{x_a} = \sum_{h=x_a}^{r-1} CS_h * {}_{r-h}p_h^{(T)} * v^{r-h}$$

O valor de RMD_{x_a} deverá ser financiado, atuarialmente, durante o período que se estende da idade atingida até a idade de aposentadoria ou até findarem os anos determinados para amortização do déficit. Dessa forma, no decorrer do período de amortização, o valor de RMD_{x_a} será dado pela equação abaixo, considerando Z como idade limite para amortização, do mesmo modo do apresentado no Método de Benefício Acumulado. Assim o valor de Z será determinado como o menor resultado obtido entre a idade de aposentadoria, a idade atingida acrescida dos anos determinados para a amortização e a idade final de sobrevivência.

$$RMD_{x_a} = \sum_{h=x_a}^Z CS_h * {}_{h-x_a}p_{x_a}^{(T)} * v^{h-x_a}$$

Com cada quota suplementar de amortização se realiza um crédito suplementar do benefício complementar não garantida na idade atingida, na forma:

$$B_{x_a} = b_{x_{a+0}}^s + b_{x_{a+1}}^s + b_{x_{a+2}}^s + b_{x_{a+3}}^s + \dots + b_{r-1}^s$$

$$B_{x_a} = \sum_{h=x_a}^z b_h^s$$

Portanto, o Custo Suplementar reconhece uma quantia anual adicional expressa por b_h^s para garantir na idade de aposentadoria o benefício inicial prometido.

$$CS_{x_a} = b_{x_a}^s * \ddot{a}_r^{(m)} * {}_{z-x_a}p_{x_a}^{(T)} * v^{z-x_a}$$

Analogamente ao Método de Benefício Acumulado, este método divide-se em dois subgrupos também chamados de Valores Constantes e Percentuais Constantes.

A metodologia de Valores Constantes considera que o benefício total B_r na idade de aposentadoria é financiado por meio de uma renda atuarial temporária pelo período entre a idade de entrada no plano e a idade na data de elegibilidade, considerando os decrementos biométricos, com posição na data inicial x_e de financiamento. O Custo Normal será obtido pela fração resultante entre o Valor Atual do Benefício Futuro inicial e uma renda atuarial temporária, considerando os múltiplos decrementos, pelo período entre a idade de entrada no plano e a data de aposentadoria, na forma:

$$CN_{x_e} = b_x * \ddot{a}_r^{(m)} * {}_{r-x_e}p_{x_e}^{(T)} * v^{r-x_e}$$

Onde:

$$b_x = \frac{B_r}{\ddot{a}_{x_e:r-x_e}^{(T)}}$$

Temos que:

$$CN_{x_e} = \frac{B_r}{\ddot{a}_{x_e:r-x_e}^{(T)}} * \ddot{a}_r^{(m)} * {}_{r-x_e}p_{x_e}^{(T)} * v^{r-x_e}$$

E sabendo que:

$$VABF_{x_e} = B_r * \ddot{a}_r^{(m)} * {}_{r-x_e}p_{x_e}^{(T)} * v^{r-x_e}$$

$$CN_{x_e} = \frac{VABF_{x_e}}{\ddot{a}_{x_e:r-x_e}^{(T)}}$$

Onde:

$VABF_{x_e}$: valor atual dos benefícios futuros na idade x_e inicial de entrada no plano de benefícios;

$\ddot{a}_{x_e:r-x_e}^{(T)}$: renda atuarial a partir da idade de entrada x_e , temporária por $r - x_e$ períodos, considerando todos os decrementos utilizados.

O Custo Suplementar desta metodologia muito se assemelha ao Método Explícito a Termos Constantes, diferenciando-se pelo tratamento atuarial aplicado.

$$CS_{x_a} = \frac{RMD_{x_a}}{\ddot{a}_{x_a:r-x_a}^{(T)}}$$

A metodologia de Percentuais Constantes afirma que o benefício total B_r na idade de aposentadoria é financiado por meio de uma renda atuarial temporária pelo período entre a idade de entrada no plano e a idade na data de elegibilidade, considerando o crescimento salarial e decrementos biométricos, com posição na data inicial x_e , de financiamento.

O Custo Normal será obtido pela fração resultante entre o Valor Atual do Benefício Futuro inicial e uma renda atuarial temporária, considerando os múltiplos decrementos e crescimento salarial. pelo período entre a idade de entrada no plano e a data de aposentadoria, na forma

$$CN_{x_e} = b_x * \ddot{a}_r^{(m)} * {}_{r-x_e}p_{x_e}^{(T)} * v^{r-x_e}$$

Onde:

$$b_x = \frac{B_r}{(s)\ddot{a}_{x_e:r-x_e}^{(T)}}$$

$$VABF_{x_e} = B_r * \ddot{a}_r^{(m)} * {}_{r-x_e}p_{x_e}^{(T)} * v^{r-x_e}$$

$$CN_{x_e} = \frac{VABF_{x_e}}{(s)\ddot{a}_{x_e:r-x_e}^{(T)}}$$

$$CN_{x_a} = \frac{VABF_{x_a}}{(s)\ddot{a}_{x_e:r-x_e}^{(T)}} * (1 + is)^{x_a - x_e}$$

O Custo Suplementar deste método busca encontrar um percentual incidente sobre o salário projetado capaz de financiar o valor de RMD_{x_a} . O estabelecimento desse percentual k_s deve ser oriundo da expressão a seguir:

$$CS_{x_a} = k^s * S_{x_a}$$

Sendo:

$$k^s = \frac{RMD_{x_a}}{S_{x_a} * {}^{(s)}\ddot{a}_{x_a:r-x_a}^{(T)}}$$

Logo:

$$CS_{x_a} = \frac{RMD_{x_a}}{S_{x_a} * {}^{(s)}\ddot{a}_{x_a:r-x_a}^{(T)}}$$

MODELO DE AMORTIZAÇÃO DIRETA

Devem ser estabelecidos os seguintes passos:

1) Reconhecimento do Passivo Atuarial pelo fundo de pensão:

a) Participantes Ativos:

$${}^{(a)}RMD_{x_a} = S_{x_a} * (1+i)^{r-x_a} * g * \ddot{a}_r^{(m)} * {}_{r-x_a}p_{x_a}^{(T)} * v^{r-x_a}$$

$$x_e \leq x_a \leq r$$

b) Para todos os participantes ativos:

$${}^{(a)}RMD_{x_a} = \sum_{k=1}^n S_{x_{ak}} * (1+i)^{r-(x_{ak})} * g * \ddot{a}_r^{(m)} * {}_{r-(x_{ak})}p_{(x_{ak})}^{(T)} * v^{r-(x_{ak})}$$

c) Participantes Assistidos:

$${}^{(r)}RMD_{x_a} = B_{x_a} * \ddot{a}_r^{(m)}$$

$$r \leq x_a \leq \omega$$

d) Para todos os participantes assistidos:

$${}^{(r)}RMD_{x_a} = \sum_{k=1}^n B_{x_{ak}} * \ddot{a}_r^{(m)}$$

e) Para todos os participantes ativos e assistidos:

$$RMD_{x_a} = {}^{(a)}RMD_{x_a} + {}^{(r)}RMD_{x_a}$$

2) Reconhecimento do Custo Suplementar, pelo patrocinador, a ser pago ao plano:

a) Participantes ativos:

$${}^{(a)}CS_{x_a} = S_{x_a} * {}^{(\%)}tc$$

b) Para todos os participantes ativos:

$${}^{(a)}CS_{x_a} = \sum_{k=1}^n S_{x_{ak}} * {}^{(\%)}tc$$

c) Participantes assistidos:

$${}^{(r)}CS_{x_a} = B_{x_a}$$

d) Para todos os participantes assistidos:

$${}^{(r)}CS_{x_a} = \sum_{k=1}^n B_{x_{ak}}$$

3) Reconhecimento do fluxo de contribuições anuais devido ao plano:

$$CS_{x_a} = \sum_{k=1}^n B_{x_{ak}} + \sum_{k=1}^n S_{x_{ak}} * {}^{(\%)}tc$$

$$CS_{x_a} = \sum_{k=1}^n B_{x_{ak}} + S_{x_{ak}} * {}^{(\%)}tc$$

Onde:

${}^{(\%)}tc$: taxa de contribuição, sob forma de percentual, definida para o plano de benefícios;

n : número de participantes do plano;

k : participante do plano

Esse método consiste no reconhecimento do passivo atuarial pelo fundo de pensão e, pelo patrocinador, no reconhecimento do seu compromisso de pagar benefícios previdenciais relativos ao passivo reconhecido até a extinção do último participante. O pagamento dos benefícios, sob responsabilidade do plano, embora subvencionado pelo patrocinador, no tempo, deverá amortizar a Reserva Matemática de Benefícios Concedidos. Todos os cálculos acima deverão ser repetidos anualmente, refazendo-se o cálculo de reservas e custos de fluxos de caixa previdenciais.

Nesse Método é importante saber que, em valor presente, o fluxo de caixa dos benefícios pagos pelo patrocinador será igual ao valor da Reserva Matemática, sendo a vantagem de sua adoção a de que o déficit deverá ser saldado apenas quando da extinção do grupo por falecimento.

O custo suplementar pode ser um custo único igual em valor ao passivo não financiado criado durante um determinado ano, ou pode se estender por um período de anos. Podem, pelo menos em teoria, assumir qualquer padrão ao longo de qualquer período de tempo, ou estes custos podem ser orientados para o padrão de custo normal correspondente do método de custo atuarial em uso, conforme vimos nas metodologias

de equacionamento do déficit apresentada nas literaturas atuariais e com grande aplicação nos fundos de pensão.

Este trabalho pretende fugir dos métodos convencionais adotados pelas literaturas relatadas dos autores Rodrigues (2008) e Winklevoss (1993) buscando novas formas e teorias que se adequem à definição do custo suplementar.

Portanto, a utilização de Teoria dos Jogos Cooperativos, Solução Valor de Shapley é inovadora nesta área, uma vez que é bastante utilizada em estudos de alocação de custos em diversas áreas do conhecimento tais como Economia em que a Teoria do Jogos bastante difundida, Engenharia, Saúde e Ciências Políticas, no entanto no ramo atuarial de fundos de pensão encontra-se em estágio inicial Brasil. Espera-se que com o uso desse método seja possível calcular o percentual ótimo que cada participante deverá contribuir para o custo suplementar levando o plano de benefício ao equilíbrio atua, cumprindo com o objetivo dos fundos de pensão de honrar os compromissos de benefícios futuros.

APÊNDICE C - CÓDIGO PYTHON

Código em Python do modelo de Valor de Shapley aplicado ao equacionamento de déficit atuarial em planos de Benefício Definido.

```
from itertools import combinations as com
```

```
def mi (jogador):
```

```
    milista = [14912384.96, 6612494.58, 4111906.85, 2334241.26, 1637584.96, 1361829  
.36, 1091756.78, 856211.22, 651198=-.63, 495941.35]
```

```
    if jogador == 'a': return milista[0];  
    elif jogador == 'b': return milista[1];  
    elif jogador == 'c': return milista[2];  
    elif jogador == 'd': return milista[3];  
    elif jogador == 'e': return milista[4];  
    elif jogador == 'f': return milista[5];  
    elif jogador == 'g': return milista[6];  
    elif jogador == 'h': return milista[7];  
    elif jogador == 'i': return milista[8];  
    elif jogador == 'j': return milista[9];  
    else:  
        print("jogador inexistente")
```

```
def fat(n):
```

```
    if n == 0:  
        return 1  
    if n == 1:  
        return 1  
    if n > 1:  
        return fat(n - 1) * n
```

```
lista = []
```

```
jogadores = ['a','b','c','d','e','f','g','h','i','j']
```

```
combinations = [1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]
```

```
x = []
```

```
for y in combinations:
    x.append(com(jogadores,y))
for i in x:
    for z in i:
        lista.append(list(z))
```

```
listadetuplas = [[[],0]]
```

```
for i in lista:
    t = 10115654.92
    m = 0
    if 'a' in i: m += mi('a')
    if 'b' in i: m += mi('b')
    if 'c' in i: m += mi('c')
    if 'd' in i: m += mi('d')
    if 'e' in i: m += mi('e')
    if 'f' in i: m += mi('f')
    if 'g' in i: m += mi('g')
    if 'h' in i: m += mi('h')
    if 'i' in i: m += mi('i')
    if 'j' in i: m += mi('j')
    if m < t:
        v = 0
    else:
        v = m - t
    tupla = [i,v]
    listadetuplas.append(tupla)
#print(listadetuplas)
```

```
def fi (jogador):
    v = 0
    for i in listadetuplas:
        #print(i)

        if jogador in i[0]:
```

```

#print(i) RODANDO OK
S = len(i[0])
aux = i[0][:]
aux.remove(jogador)
#print(aux)
for j in listadetuplas:
    if j[0] == aux:
        v += (i[1] - j[1])*(fat(S-1)*fat(10-S)/fat(10))
return v

def ze(jogador):
    return mi(jogador)-fi(jogador)

print(ze('a'))
print(ze('b'))
print(ze('c'))
print(ze('d'))
print(ze('e'))
print(ze('f'))
print(ze('g'))
print(ze('h'))
print(ze('i'))
print(ze('j'))

soma = 0
for k in jogadores:
    soma += ze(k)
print(soma)

```