

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA - PIMES**

**UTILIZAÇÃO DE MODELO ESTOCÁSTICO PARA MENSURAÇÃO DO PASSIVO
ATUARIAL DE FUNDOS DE PENSÃO**

Cícero Rafael Barros Dias

RECIFE - PE

2008

Cícero Rafael Barros Dias

**UTILIZAÇÃO DE UM MODELO ESTOCÁSTICO PARA MENSURAÇÃO DO PASSIVO
ATUARIAL DE FUNDOS DE PENSÃO**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Economia, Área de Concentração em Investimentos e Empresas, da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Orientador: Prof. Dr. José Lamartine Távora Junior

Co-Orientador: Prof. Dr. Josenildo dos Santos

RECIFE

2008

Dias, Cícero Rafael Barros

Utilização de um modelo estocástico para mensuração do passivo atuarial de fundos de pensão / Cícero Rafael Barros Dias. – Recife : O Autor, 2008.
60 folhas : fig. e tab.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCSA. Economia, 2008.

Inclui bibliografia.

1. Processo estocástico. 2. Monte Carlo, Método de. 3. Atuária. 4. Métodos de simulação. I. Título.

519.23
519.23

CDU (1997)
CDD (22.ed.)

UFPE
CSA2009-002

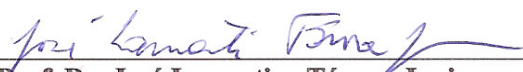
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA
PIMES/PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DO
MESTRADO PROFISSIONAL EM ECONOMIA DE

CICERO RAFAEL BARROS DIAS

A Comissão Examinadora composta pelos professores abaixo, sob a presidência do primeiro, considera o Candidato Cícero Rafael Barros Dias **APROVADO**.

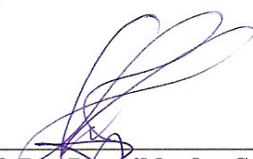
Recife, 03/04/2008.



Prof. Dr. José Lamartine Távora Junior
Orientador



Prof. Dr. Alexandre Stamford da Silva
Examinador Interno



Prof. Dr. Josephildo dos Santos
Co-Orientador e Examinador Externo/Departº de Ciências Contábeis da
UFPE

Dedico...

Ao meu pai Audísio Dias
e à minha mãe Maria do Socorro.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais Francisco Audísio Dias e Maria do Socorro Barros Dias.

Aos meus irmãos Audísio Filho, André, Rachel, Adriano e Rafaela.

À minha mulher, Clariana de Mendonça, pelo companheirismo, incentivo e amor dedicados a mim, e especialmente pela paciência nesse período de elaboração do trabalho.

Ao Professor José Lamartine pela colaboração.

Ao Professor Josenildo Santos pela sua dedicação e paciência.

À FACHESF que patrocinou meu curso e acreditou no meu potencial.

Aos professores do curso por cumprirem com eficiência seus papéis de difusores do conhecimento.

Aos Colegas de Mestrado pela companhia nessa caminhada.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para a elaboração desta dissertação.

RESUMO

Este estudo tem por objetivo apresentar uma análise de um modelo estocástico para a mensuração do passivo atuarial de um Fundo de Pensão, através da Simulação de Monte Carlo, comparar com o método determinístico de avaliação atuarial, bem como analisar a sensibilidade das reservas matemáticas em relação à alteração na tabela de mortalidade utilizada nos cálculos. Para tanto, são consideradas como principais variáveis do modelo as taxas de mortalidade por idade, identificada como variável de entrada, e as reservas matemáticas como a variável de saída. O intuito é de se obter não somente um valor determinístico do Passivo Atuarial do plano de benefício e não apenas um fluxo de pagamento de benefícios futuros, mas também a distribuição de probabilidade das reservas matemáticas considerando as diferentes tabelas de mortalidade utilizadas.

Os resultados mostram que o nível de informação obtido através do cálculo estocástico do Passivo Atuarial é bastante superior às informações obtidas através do cálculo determinístico. Com isso, o gestor do fundo de pensão terá mais subsídios e informações adicionais, para que se sinta mais seguro em relação ao nível de risco ao qual estará disposto a correr com a administração e as aplicações dos recursos oriundos das contribuições, de forma a garantir o pagamento dos benefícios da população segurada evitando, assim, o surgimento de déficits financeiros e atuariais.

Palavras-Chave: Estocástico, Monte Carlo, Passivo Atuarial, , Simulação.

ABSTRACT

This study has for objective to present an analysis of a random model for the measuring of the actuarial liabilities of a pension fund, through of Monte Carlo's simulation, to compare with the deterministic method of actuarial evaluation, as well as analyzing the sensitivity of the mathematical reserves in relation to the alteration in the table of mortality used in the calculations. For in such a way, are considered as input the rates of mortality for age and the mathematical reserves are considered as output. The intention is not only getting a deterministic value of the actuarial liabilities of the benefit plan and not only a flow of payment of future benefits, but also to find the distribution of probability of the mathematical reserves considering different tables of mortality.

The results show that the level of information gotten through the random calculation of the actuarial liabilities is sufficiently better to the information gotten through the deterministic calculation. With this, the manager of the pension fund will have more subsidies and information, so he feels more safe in relation to the risk level which will be submitted to manager the applications of the resources of the contributions, to guarantee the payment of the benefits of the insured population preventing the financial and actuarial deficits.

Keywords: Stochastic, Monte Carlo, Actuarial Liabilities, Simulation.

Sumário

LISTA DE TABELAS	vii
LISTA DE FIGURAS	viii
1 - Introdução.....	1
2 - O Sistema de Previdência Complementar Brasileiro	7
2.1 – BREVE HISTÓRICO	7
2.2 – TIPOS DE PLANOS DE BENEFÍCIOS	14
2.3 – PERFIL ATUAL DO SISTEMA DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR BRASILEIRO: ASPECTOS ECONÔMICO-FINANCEIROS.....	15
3 – Simulação do Passivo Atuarial de um Fundo de Pensão	23
3.1 – PASSIVO ATUARIAL.....	23
3.2 – RESERVA MATEMÁTICA DE BENEFÍCIOS CONCEDIDOS DE UM PLANO DE BENEFÍCIO DEFINIDO.....	26
3.3 – RESERVA MATEMÁTICA DE BENEFÍCIOS A CONCEDER DE UM PLANO DE BENEFÍCIO DEFINIDO.....	28
3.4 – SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO	29
3.4.1 – Gerador de Número Aleatório	35
3.4.2 – Etapas do processo de simulação.....	36
4 – Procedimento Metodológico	38
5 – Apresentação e Análise dos Resultados	41
6 – Considerações Finais	47
Referências Bibliográficas	50
Glossário.....	53

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – QUANTIDADE DE ENTIDADES FECHADAS DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR EFPC, POR TIPO DE PATROCÍNIO E QUANTIDADE DE PATROCINADORES	16
TABELA 2 – POPULAÇÃO COBERTA SEGUNDO O TIPO DE PATROCÍNIO	16
TABELA 3 – ATIVO TOTAL DA EFPC.....	17
TABELA 4 –TÁBUA DE MORTALIDADE	25
TABELA 5 – EXPECTATIVAS DE VIDA POR IDADE ALCANÇADA	26
TABELA 6 – RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES.....	41

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – POPULAÇÃO COBERTA PELA EFPC'S.....	17
FIGURA 2 – EVOLUÇÃO DO ATIVO TOTAL DAS EFPC (EM BILHÕES DE REAIS - VALORES NOMINAIS).....	18
FIGURA 3 – ATIVOS EFPC x PIB (%)	18
FIGURA 4 – ATIVOS DOS FUNDOS DE PENSÃO MEMBROS DA OCDE x PIB (%).....	19
FIGURA 5 – ATIVOS DE OUTROS FUNDOS DE PENSÃO NÃO MEMBROS DA OCDE x PIB (%) ...	20
FIGURA 5 – ATIVO DE INVESTIMENTOS DAS EFPC, POR SEGMENTO E DETALHAMENTO DAS APLICAÇÕES DE INVESTIMENTOS, SEGUNDO TIPO DE PATROCÍNIO (EM MILHARES DE REAIS)	21
FIGURA 6 – EVOLUÇÃO DAS CONTRIBUIÇÕES E DESPESAS DAS EFPC – BILHÕES DE REAIS	22
FIGURA 7: CLASSIFICAÇÃO DO ESTUDO DE UM SISTEMA	30
FIGURA 8: ESTRUTURA DO MODELO DE SIMULAÇÃO	32
FIGURA 9: DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE ACUMULADA.....	34
FIGURA 10: ÁRVORE DE PROBABILIDADE DA SIMULAÇÃO	39
FIGURA 11: FLUXOGRAMA DO PROCESSO DE SIMULAÇÃO	40
FIGURA 12: HISTOGRAMA DAS RESERVAS MATEMÁTICAS SIMULADAS COM A TÁBUA AT49.....	42
FIGURA 13: HISTOGRAMA DAS RESERVAS MATEMÁTICAS SIMULADAS COM A TÁBUA AT83.....	43
FIGURA 14: FLUXO DE DESPESAS COM PAGAMENTO DE BENEFÍCIOS – AT49.....	45
FIGURA 15 : FLUXO DE DESPESAS COM PAGAMENTO DE BENEFÍCIOS – AT83.....	46

1 - Introdução

As Entidades Fechadas de Previdência Complementar – EFPC, usualmente denotadas como Fundos de Pensão, possuem papel essencial para a qualidade de vida da população e para a economia da nação.

A implantação de um fundo de pensão tem como ponto basilar para a entidade patrocinadora manter o bem-estar e a qualidade de vida de seus empregados, atendendo às suas necessidades e de seus respectivos dependentes, após a perda da capacidade laborativa do indivíduo, objetivando a manutenção do padrão de vida adquirido durante o período laboral.

Segundo Oliveira (2005), fundo de pensão é um instituto destinado a efetuar pagamentos de benefícios às pessoas quando da aposentadoria, de forma a complementar os benefícios concedidos pela previdência social e, assim, garantir o mesmo padrão de vida aos indivíduos.

Para cumprir o objetivo de proporcionar uma renda ao participante quando este se aposenta, as EFPC's recebem recursos, na forma de contribuições, das instituições organizadoras do programa de aposentadoria - denominadas patrocinadoras - e/ou dos empregados - denominados participantes. Assim, a patrocinadora e os participantes contribuem para a EFPC, que administrará tais recursos por meio da aplicação em determinadas carteiras de ativos, de acordo com os limites estabelecidos na legislação, com o intuito de obter uma rentabilidade mínima, denominada meta atuarial¹.

Os ativos financeiros administrados pelas entidades, constituídos com estas contribuições, rendas dos investimentos e a valorização das carteiras, são

¹ Hipótese utilizada como parâmetro mínimo para o retorno de investimentos, geralmente fixada como a taxa real de juros adotada na avaliação atuarial.

denominados recursos garantidores do passivo atuarial e utilizados para pagar os benefícios da aposentadoria.

Em resumo, em dado momento do tempo, o valor dos ativos do fundo cresce com o recebimento das contribuições e com a valorização dos ativos investidos; noutro momento, decresce com o pagamento dos benefícios. Portanto, é de responsabilidade do administrador do fundo de pensão equilibrar este processo de forma que se mantenha a solvência do plano, e que todos os pagamentos de benefícios, agora e no futuro, sejam efetuados no momento oportuno.

Para as empresas, as entidades de previdência complementar também servem como política de recursos humanos, permitindo a atração e manutenção de profissionais de qualidade em seus quadros, tornando-as mais competitivas.

Os fundos de pensão contribuem também com a disseminação da cultura de poupança entre seus participantes uma vez que, durante suas vidas laborais, recolhem contribuições que são aplicadas no mercado financeiro, de capitais, em infraestrutura, na aquisição de empreendimentos que geram emprego e renda, na compra de ações de empresas, na compra de imóveis, em empréstimos aos próprios participantes, bem como na compra de títulos públicos financiando as ações dos governos federal, estadual e municipal. Portanto, os fundos de pensão são imprescindíveis para qualquer nação já que detém uma enorme quantidade de recursos capazes de financiar desde a iniciativa privada até mesmo os próprios governos, com custos mais baratos que os órgãos financeiros internacionais e as próprias instituições bancárias.

Todavia, para que todas as finalidades dos fundos de pensão possam ser atendidas, é imprescindível um acompanhamento rigoroso e sistemático dos diversos riscos que envolvem seus ativos e passivos. Os ativos dos fundos de pensão representam o total de recursos acumulados com as contribuições e com as rentabilidades dos seus investimentos. Já o passivo é entendido como o valor dos recursos financeiros necessários para o pagamento de todos os benefícios futuros dos

seus participantes, também chamados de reservas matemáticas ou provisões matemáticas.

Dentre os diversos riscos que envolvem essas entidades de previdência privada, destaca-se a componente biométrica utilizada nos cálculos atuariais e a taxa de juros ou meta atuarial. Os riscos biométricos estão intrinsecamente relacionados à sobrevida dos participantes de um plano de previdência, participantes esses que devem ser analisados ano após ano com o intuito de se observar se a esperança de sobrevida da massa está efetivamente representada pelas tábuas biométricas selecionadas para o cálculo das obrigações ou reservas matemáticas. Assim, quanto maior a expectativa de vida dos participantes, maior será a obrigação do plano para honrar o compromisso assumido com o pagamento dos benefícios de aposentadoria.

Segundo Capelo (1986), o estudo atuarial dos fundos de pensão não pode prescindir de um conhecimento mínimo da demografia regional, pois seus segurados estão sujeitos a diversas ocorrências, dentre as quais a mais importante é a morte.

Outro exemplo de risco inerente aos fundos de pensão é relacionado à taxa de juros atuarial, ou meta atuarial do fundo. Essa variável é utilizada no cálculo atuarial das provisões matemáticas, ou reservas matemáticas, como fator de atualização das obrigações futuras e corresponde à rentabilidade mínima desejada com as aplicações dos recursos acumulados pelos participantes e patrocinadores. Portanto, é indispensável que os administradores dos ativos de um fundo de pensão obtenham em suas aplicações uma rentabilidade igual ou superior à meta atuarial, evitando acarretar uma insuficiência econômico-financeira, comprometendo a atividade primária do fundo que é o pagamento de benefícios previdenciários.

Os riscos financeiros para os investimentos dos recursos e os riscos associados ao passivo atuarial, além de influenciarem a solvência do fundo de pensão, também influenciam os resultados das empresas patrocinadoras. Uma possível insolvência de um plano de pensão pode acarretar uma majoração inesperada do custo

do plano e por sua vez, em um aumento de contribuições, que pode ser extremamente danoso para a empresa patrocinadora, pois, além de afetar seu resultado contábil, poderá afetar seus planos de investimentos e o seu valor de mercado, uma vez que um crescimento inesperado do passivo afeta diretamente a percepção que o mercado tem da capacidade de a empresa gerar e distribuir lucros.

Dentro desse contexto, garantir a solvência dos fundos é o grande desafio dos fundos de pensão. Torna-se cada vez mais necessário investigar a incerteza relacionada aos retornos dos investimentos, e principalmente às obrigações com o pagamento de benefícios, pois as flutuações no comportamento das expectativas de vida dos participantes representam alto risco financeiro para o fundo de pensão, para a patrocinadora e para os participantes.

É necessária, portanto, a utilização de ferramentas que proporcionem aos gestores maiores informações e subsídios na tomada de decisão. Assim, existe uma grande responsabilidade dos administradores dos fundos de pensão que devem buscar metodologias que permitam avaliar e reduzir o risco pertinente ao não alcance da meta atuarial, bem como analisar a melhor estratégia de alocação dos recursos, observando o contexto de investidor de longo prazo em que um fundo de pensão está inserido, além de prever da melhor maneira possível os valores de desembolsos futuros com o pagamento dos benefícios.

As avaliações atuariais, obrigatórias nas entidades de previdência, se destinam em mensurar os valores das obrigações dos planos previdenciários, bem como definir a forma de custeio necessário para o pagamento dos benefícios prometidos, sobretudo nos planos de benefícios definidos. Geralmente, através dessas avaliações também é possível estimar o fluxo esperado de pagamento de benefícios futuros baseados, dentre outras premissas, nas probabilidades de vida dos participantes em cada ano futuro, extraídas das tábuas de mortalidade utilizadas pelos planos de benefícios, gerando um valor médio de reservas matemáticas e apenas um

fluxo de caixa médio que represente a saída de recursos até a completa extinção da massa de participantes do fundo de pensão.

Todavia, sabe-se que a esperança de sobrevida dos participantes em cada uma das idades futuras não é uma variável determinística e sim estocástica. Portanto, qualquer modelo que empregue um único valor de reservas matemáticas e um único fluxo de caixa para o passivo seria pouco recomendado para uma avaliação mais apurada dos riscos de um plano de benefícios. Metodologias que se baseiam neste modelo acabavam por mascarar os riscos do plano. Elas continuam sem incorporar qualquer forma de risco, em se tratando de variações no fluxo esperado.

Com o desenvolvimento de programas computacionais para cálculo e simulação atuarial, deu-se início a uma nova era na mensuração e gestão de riscos para planos previdenciários. Ou seja, a possibilidade de prever situações de margem de contingência, ou de oscilação de risco, tendo como função cobrir futuros ajustes de variação de fluxo esperado.

Assim sendo, o objetivo geral dessa dissertação é desenvolver uma aplicação prática de mensuração dos compromissos de um plano de benefícios previdenciários através de simulação de Monte Carlo, aplicada à variável de sobrevivência, através dos valores das probabilidades de morte por idade coletados na tabela de mortalidade considerada. Dentro dos objetivos específicos, a intenção é obter uma distribuição de probabilidade do valor da reserva matemática, ou seja, achar um número capaz de orientar o gestor e dizer que o valor do seu compromisso é menor que determinado valor com 95% de probabilidade; conseguir uma aplicação prática onde será possível ao gestor de um fundo de pensão obter a informação não de apenas um fluxo de caixa esperado de desembolsos, mas de um fluxo com uma determinada margem de confiança estatística; fornecer um referencial teórico e uma contribuição didática àqueles que têm interesse pelo assunto.

O trabalho foi organizado em seis capítulos. O Capítulo 1 apresenta uma introdução acerca das preocupações sobre os riscos inerentes aos fundos de pensão bem como a necessidade de solvência dos mesmos, haja vista os seus mais diversos objetivos, além de mostrar a estrutura geral do trabalho.

O capítulo 2 trata de uma apresentação do sistema de previdência brasileiro , contendo um breve histórico, citando características gerais do funcionamento dos fundos de pensão, as principais normas reguladoras, os tipos de planos de benefícios existentes no mercado, além de algumas estatísticas sobre o sistema brasileiro de fundos de pensão relacionadas à população abrangida, patrimônio, tipos de aplicação, os valores envolvidos e a relação desses valores com o produto interno bruto.

O terceiro capítulo é destinado à explanação sobre as tábuas de mortalidade e as fórmulas utilizadas nos cálculos desenvolvidos no trabalho; a explicação do processo de simulação de Monte Carlo; a apresentação das hipóteses econômicas. biométricas consideradas; e a descrição da estrutura dos dados utilizados.

O Capítulo 4, por sua vez, demonstra o procedimento metodológico da simulação desenvolvida no estudo e, finalmente, o Capítulo 5 apresenta uma análise dos resultados obtidos, seguido do sexto capítulo com as considerações finais.

2 - O Sistema de Previdência Complementar Brasileiro

2.1 – Breve Histórico

Segundo Oliveira (2005), os planos de previdência surgiram como uma resposta à necessidade das pessoas de garantir, na aposentadoria, os recursos necessários à manutenção de um padrão de vida semelhante ao que tinham no seu período economicamente produtivo.

De acordo com Capelo (1986), apesar de a Inglaterra ser o berço da revolução industrial e a sociedade passar a reclamar por outro tipo de segurança fora do seio da família, ao tempo em que esta mesma família se transformava, a propriedade imobiliária se sujeitava a regras mais rígidas, as rendas em espécie davam lugar às rendas monetárias e todo o composto social criava novas dimensões, foi na Alemanha, em 1883, apesar de ser por conveniência política para aliviar as tensões provenientes das reivindicações trabalhistas do fim do Século XIX, que foi criado o primeiro sistema estruturado de seguro social organizado pelo Estado.

No início do Século XX a grande parte dos países europeus possuía algum tipo de legislação social, e mais recentemente, quase todos os demais países, sejam eles desenvolvidos ou subdesenvolvidos, contam com alguma forma de previdência social, seja ela abrangente ou parcial.

No Brasil, de acordo com Pinheiro (2005), a primeira manifestação de previdência foi em 1543, com a criação por Brás Cubas da Santa Casa de Misericórdia de Santos, seguida pelas Santas Casas de Salvador e Rio de Janeiro.

Na época do império, por Decreto do Príncipe Regente, em 1795 foi organizado o Montepio dos Oficiais da Marinha da Corte e, em 1821, foi concedido o direito a aposentadoria aos professores a partir dos 30 anos de serviço. Em seguida,

em 1835, foi criado o Montepio Obrigatório dos Empregados do Ministério da Economia e no final do Século XIX foram criadas várias instituições de previdência privada, dentre as quais destaca-se: Sociedade Caxiense de Mútuo Socorro, para um grupo de imigrantes italianos jogadores de bocha no Rio Grande do Sul; a Caixa de Socorros das Estradas de Ferro do Império e o Fundo dos Empregados dos Correios (1889); o Fundo Especial de Pensões do Pessoal das Oficinas da Imprensa Régia (1889); o Fundo de Aposentadoria dos Trabalhadores da Estrada de Ferro da Central do Brasil (1890); e, no início do Século XX, a Caixa de Montepio dos Funcionários do Banco da República do Brasil (1904).

No entanto, somente em 1923 é que se considera que tenha sido inaugurada a previdência oficial, através do Decreto Legislativo nº 4682, de 24 de janeiro, conhecido como Lei Eloy Chaves, em referência ao deputado federal que propôs a lei, ligado à categoria dos ferroviários. Através desse Decreto foram criadas as Caixas de Aposentadoria e Pensão (CAP), por categoria profissional e de empresas, primeiramente para os empregados das empresas de estradas de ferro, cobrindo os riscos de invalidez, velhice e morte, além de assistência médica e farmacêutica.

Por volta de 1930, os empregados das empresas de luz, gás, bondes, telefones, mineração e das nascentes empresas de transporte aéreo passaram a contar com suas próprias Caixas de Aposentadoria e Pensão. Essas “Caixas” tinham como característica principal ofertar benefícios previdenciários e assistenciais aos trabalhadores de uma empresa ou grupo de empresas de uma mesma área geográfica onde os benefícios eram financiados por empregados, empresas e governos.

Portanto, as “Caixas” já começavam a não ter uma eficiência satisfatória, pois abrangiam uma quantidade restrita de segurados. Era necessário aumentar o alcance de atuação dessas entidades, com a intenção de partilhar o risco inerente à atividade e redução da probabilidade de ruína dessas instituições.

Então, a partir de 1933, o sistema das “Caixas” é reestruturado passando pela anexação, fusão ou incorporação dando origem aos Institutos de Aposentadoria e Pensão – IAP, de abrangência nacional, mas ainda segmentados por diversas categorias profissionais ou conjunto de profissões correlatas. Nesse contexto, foram criadas até 1945 vários grandes IAP’s:

- Instituto de Aposentadoria e Pensão dos Marítimos – IAPM;
- Instituto de Aposentadoria e Pensão dos Comerciários – IAPC;
- Instituto de Aposentadoria e Pensão dos Bancários – IAPB;
- Instituto de Aposentadoria e Pensão dos Industriários – IAPI;
- Instituto de Aposentadoria e Pensão dos Empregados de Transporte e Cargas – IAPETC;
- Instituto de Aposentadoria e Pensão da Estiva - IAPE.

A criação desses institutos representou o primeiro passo em direção a um maior nível de abrangência do sistema de proteção social no Brasil, apesar de ainda não incorporarem os trabalhadores rurais, os do setor informal urbano e os profissionais autônomos e aqueles assalariados que não exerciam as categorias profissionais contempladas pelos Institutos.

Nota-se que nos anos 20 o sistema previdenciário brasileiro era composto por órgãos de direito privado, constituídos por empresas. Já na década de 1930, os IAP’s passaram à condição de autarquias centralizadas pelo Estado e supervisionadas pelo Ministério do Trabalho, Indústria e Comércio. Ou seja, a previdência privada no Brasil surgiu antes e deu origem ao sistema de previdência social brasileiro.

Em 1951, foi criado o IPASE – Instituto de Previdência e Assistência dos Servidores do Estado para atender aos funcionários públicos civis da União, e em 1960, foi promulgada a Lei Orgânica da Previdência Social – LOPS que estabeleceu a uniformização dos planos de benefícios para um esquema de financiamento e

funcionamento único para os Institutos existentes, iniciando o processo de unificação da previdência social, em virtude de cada IAP possuir uma estrutura específica de benefícios e contribuições gerando distorções nos níveis de proteção social.

Já em 1963, foi instituído o Estatuto do Trabalhador Rural – ETR, e juntamente, a previdência social rural através do FUNRURAL – Fundo de Assistência ao Trabalhador Rural, que se transformou, em 1971, no Programa de Assistência ao Trabalhador Rural – PRORURAL.

Ainda segundo Capelo (1986), mais duas etapas, além da promulgação da LOPS, completaram a união dos IAPS's em uma única organização previdenciária. A primeira com o Decreto-Lei n° 72, de 21 de novembro de 1966, que extinguiu os IAP's e fundiu as antigas estruturas no Instituto Nacional de Previdência Social – INPS, com exceção do IPASE; e com a Lei n° 6439, de 1° de setembro de 1977, que instituiu o Sistema Nacional de Previdência Social – SINPAS e incorporou o IPASE.

Esse sistema era formado pelas seguintes entidades:

- Instituto Nacional de Previdência Social – INPS que cuidava da concessão dos beneficiários pecuniários, da prestação de serviços de assistência complementar, reeducativa e de readaptação profissional da previdência urbana e rural e da implementação do programa de amparo aos septuagenários e aos inválidos carentes.
- Instituto de Assistência Médica de Previdência Social – INAMPS que prestava serviços médicos, ambulatoriais, hospitalares e farmacêuticos.
- Instituto de Administração Financeira da Previdência e Assistência Social – IAPAS que arrecadava e cobrava os recursos da previdência social, executava as aplicações dos recursos.
- Fundação Legião Brasileira de Assistência – LBA que prestava assistência social à população carente.

- Fundação Nacional do Bem-Estar do Menor – FUNABEM que se dedicava à educação e reabilitação do menor delinqüente e abandonado.
- Empresa de Processamento de Dados da Previdência Social – DATAPREV que ainda administra o processamento de dados da previdência social.
- Central de Medicamentos – CEME que se encarregava da fabricação de remédios essenciais à assistência médica.

Após a fusão e a unificação dos IAP's, as empresas começaram a oferecer aos seus empregados planos de aposentadoria que complementassem o que eles receberiam da previdência oficial. Com isso surgiram diversos planos fechados, oferecidos pelas empresas apenas aos seus empregados, e outros abertos, oferecidos por seguradoras e grandes instituições financeiras, para atingir aqueles que não tinham esse benefício em suas empresas.

Existia, à época, um número indeterminado de esquemas previdenciários criados por empresas privadas sem arranjos securitários que assegurassem o pagamento dos benefícios. Ao mesmo tempo, ocorre uma série de irregularidades nesses montepios, sobretudo nas aplicações dos recursos. Surgem então as entidades fechadas sem fins lucrativos ligados às empresas estatais, tais como a PREVI (Banco do Brasil), PETROS (Petrobrás), ELETROS (Eletrobrás), FACHESF (Chesf), TELOS (Embratel), AERUS (Vasp), dentre outros. Com isso, houve a necessidade de regulação do crescente mercado de previdência privada nacional, devido também à chegada das multinacionais ao Brasil trazendo consigo a cultura dos seus países relacionada aos fundos de pensão.

Foi nesse cenário, portanto, que veio a promulgação da Lei n° 6435, de 15 de julho de 1977, destinada a regulamentar o funcionamento dos fundos de pensão no país. Juntamente com ela, surgiu o Decreto n° 81240, de 20 de janeiro de 1978, e o Decreto n° 81402, de 23 de fevereiro de 1978, que regulamentavam as disposições legais relativas às entidades fechadas e abertas, respectivamente, formando a base legal do regime previdência privada no Brasil.

Na década de 1980, sucedeu-se a criação de vários outros fundos de pensão de empresas privadas, sobretudo as nacionais. Já os anos 90 foram caracterizados pelos inúmeros processos de privatização das empresas estatais federais, que afetaram de forma significativa o funcionamento das suas entidades de previdência privada. A principal mudança foi migração dos tipos de planos previdenciários que essas entidades administravam, portanto, a migração dos planos de benefícios definidos para os planos de contribuição definida², uma vez que os últimos oferecem menos riscos às empresas patrocinadoras³. Outra grande mudança aconteceu no final da década de 1990, em 15 de dezembro de 1998. Foi aprovada a Emenda Constitucional nº 20 que visou adequar atuarialmente os planos previdenciários das entidades fechadas de previdência privada ligadas às empresas estatais, federais e estaduais e requeria leis complementares, dando início à modernização da previdência complementar.

A medida mais relevante introduzida pela EC nº 20 afetou principalmente as entidades fechadas patrocinadas por empresas públicas. A regra de contribuição passou a ser paritária, ou seja, as contribuições efetuadas pela empresa patrocinadora só poderiam ser menores ou iguais às contribuições dos participantes⁴.

Recentemente, no ano de 2001, vieram as Leis Complementares 108 e 109, regulamentando a EC nº 20, que deram ênfase aos planos de benefícios, ao contrário da Lei nº 6435/77 que foi revogada completamente, cujo foco era a entidade fechada de previdência complementar. A Lei Complementar 108 trata das relações entre o setor público e as entidades fechadas por ele patrocinadas, enquanto que a Lei Complementar 109 destina-se ao conjunto do sistema e introduziu novos institutos⁵

² O plano de benefício definido é aquele que oferece ao contribuinte um benefício previamente estabelecido em contrato, ou seja, a regra de cálculo do benefício está definida antecipadamente. Geralmente é baseada nos últimos salários. O plano de contribuição definida, por sua vez, tem o valor do benefício calculado com base no saldo acumulado da conta individual do contribuinte, que é formada pelas contribuições estipuladas por ele próprio, as contribuições da empresa patrocinadora e a rentabilidade da aplicação desses recursos.

³ Patrocinadora significa a empresa que implanta o fundo de pensão e contribui juntamente com seu empregado para constituir recursos que garantam o pagamento futuro dos benefícios.

⁴ Participante significa o indivíduo que adere a um plano de benefícios e contribui com o mesmo.

⁵ Entende-se por portabilidade a faculdade do participante transferir os recursos acumulados para outro plano de benefícios. Benefício proporcional diferido é o instituto que faculta o participante, em razão da perda do vínculo

como o resgate das contribuições, o benefício proporcional diferido, a portabilidade dos recursos para outra entidade e a possibilidade do autopatrocínio, além de tornar viável a formação de Planos de Instituidores, ou seja, planos de benefícios instituídos por entidades de caráter profissional, classista ou setorial.

Por essa legislação, o sistema de previdência privada brasileiro passou a ter caráter complementar e organizado de forma autônoma da previdência social, além de basear-se na constituição de reservas que garantam o benefício oferecido pelas entidades de previdência complementar, que podem ser abertas ou fechadas.

O que diferencia as entidades abertas e as fechadas é a forma como cada uma está constituída. As Entidades Abertas de Previdência Complementar – EAPC são aquelas constituídas sob a forma de sociedade anônima e têm por objetivo instituir e operar planos de benefícios de caráter previdenciário, concedidos sob forma de renda continuada ou pagamento único, acessíveis a qualquer pessoa física. Integram o Sistema Nacional de Seguros Privados, cujo órgão normativo era o Conselho Nacional de Seguros Privados – CNSP e o órgão fiscalizador a Superintendência de Seguros Privados – SUPEP, órgãos de competência do Ministério da Fazenda.

Já as Entidades Fechadas de Previdência Complementar – EFPC, também denominadas de fundos de pensão, são aquelas constituídas sob a forma de fundação ou sociedade civil, e têm por objetivo a administração e a execução de planos de benefícios de caráter previdenciário, sendo acessíveis a empregados de empresa ou grupo de empresas, aos servidores da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios, denominados patrocinadores; e associados ou membros de pessoas jurídicas de caráter profissional, classista ou setorial, denominadas instituidores. São reguladas pelo Conselho de Gestão da Previdência Complementar – CGPC e

empregatício, optar por receber em tempo futuro um benefício proporcional. Autopatrocínio é a opção de o participante manter o valor das contribuições no caso de perda do vínculo empregatício ou salarial e assegurar a percepção futura dos benefícios. Finalmente, resgate é o instituto que faculta ao participante o recebimento dos valores acumulados durante a permanência no plano.

fiscalizadas pela Secretaria de Previdência Complementar – SPC, ambos os órgãos vinculados ao Ministério da Previdência Social – MPAS.

2.2– Tipos de Planos de Benefícios

De acordo com a legislação previdenciária, mas especificamente a Resolução nº 16 do Conselho de Gestão da Previdência Complementar – CGPC, que regulamenta a Lei Complementar nº 109/2001, os planos de benefícios são classificados em plano de benefício definido, plano de contribuição definida, e plano de contribuição variável.

Os planos de benefícios definidos são aqueles cujos benefícios programados têm seu valor ou nível previamente estabelecidos, sendo o custeio determinado atuarialmente, de forma a assegurar sua concessão e manutenção. Tradicionalmente são vitalícios e calculados com base em fórmulas de médias de recebimentos salariais corrigidos, que reduzidas do benefício pago pela Previdência Social geram o benefício do plano. Dada essa expectativa de recebimento, são calculados os valores a serem contribuídos durante sua vida laborativa para que se possa acumular um montante suficiente para o pagamento dos benefícios no futuro. As contribuições para esse tipo de plano não são alocadas em contas individuais, mas sim em contas coletivas num plano mutualista, baseando-se em princípio semelhante aos dos seguros de vida.

Os planos de contribuição definida são aqueles cujos benefícios programados têm seu valor permanentemente ajustado ao saldo de conta mantido em favor do participante, inclusive na fase de percepção de benefícios, considerando o resultado líquido de sua aplicação, os valores aportados e os benefícios pagos. Esses planos são caracterizados principalmente pelo fato dos benefícios serem variáveis dependentes das contribuições, ou seja, a princípio o valor do benefício futuro não é conhecido. O próprio participante define uma taxa de contribuição e o benefício futuro será correspondente à contribuição vertida ao plano acrescida dos retornos dos investimentos. Tais benefícios poderão ser pagos no futuro sob a forma de anuidades

ou pecúlios, caso ocorra qualquer uma das hipóteses de recebimento: aposentadoria, morte ou invalidez.

Finalmente, os planos de contribuição variável são aqueles cujos benefícios programados apresentam a conjugação das características das modalidades de contribuição definida e benefício definido. Ou seja, na fase de contribuição esses planos apresentam a característica dos planos de contribuição definida, onde as contribuições são creditadas em contas individuais dos participantes. No ato da concessão do benefício, passam a ter as características dos planos de benefício definido em que o benefício permanece com valor real mantido, independente do resultado líquido das aplicações dos recursos.

Neste trabalho será tratado apenas um plano de benefícios na modalidade de benefício definido no qual todos os indivíduos estão em gozo de benefício, ou seja, será mensurada apenas a reserva matemática de benefícios concedidos.

2.3– Perfil Atual do Sistema de Previdência Complementar Brasileiro: Aspectos Econômico-Financeiros

Além das funções sociais, os Fundos de Pensão são excelentes mecanismos institucionalmente amadurecidos de formação de poupança estável e de longo prazo, dispondo de recursos aplicados em longo prazo, essenciais ao desenvolvimento da poupança interna de um país.

Em junho de 2007, os fundos de pensão totalizavam 371 entidades, patrocinadas por 2271 empresas, distribuídas por tipo de patrocínio, conforme Tabela 1, de onde 21,29% patrocinadas por empresas públicas, que perfazem um valor de 13,21% do total de patrocinadores.

Tabela 1 – Quantidade de Entidades Fechadas de Previdência Complementar EFPC, por tipo de patrocínio e quantidade de patrocinadores

Tipo de Patrocínio	Quantidade de EFPC	Quantidade de Patrocinador
Público	79	300
Privado	292	1971
Total	371	2271

Fonte: BRASIL, Informe Estatístico – junho/07 Secretaria de Previdência Complementar

A população coberta por essas entidades está dividida entre participantes, assistidos, beneficiários e dependentes. Os primeiros referem-se aos que ainda estão em período laboral e contributivo ou de formação de poupança. Os assistidos são aqueles que estão em gozo de benefício, os beneficiários representam os que se beneficiam de pensões deixadas pelos participantes e assistidos em caso de morte dos mesmos, e os dependentes, também chamados de designados, são os indicados pelos participantes ou assistidos que poderão, um dia, se tornarem futuros beneficiários.

Tabela 2 – População coberta segundo o tipo de patrocínio

Descrição	Patrocínio		
	Público	Privado	Total
Participantes	659.034	1.204.314	1.863.348
Assistidos	241.413	206.673	448.086
Beneficiários	109.971	57.909	162.880
Designados	1.751.779	2.256.178	4.007.957
Total	2.762.197	3.725.074	6.482.271

Fonte: BRASIL, Informe Estatístico – junho/07 Secretaria de Previdência Complementar

Essa população era, em junho de 2007, da ordem de 6,5 milhões, sendo 1,8 milhões de participantes, 448 mil assistidos, 163 mil beneficiários de pensão e 4 milhões de dependentes. Observa-se que 42,61% da população coberta pelos fundos de pensão é vinculada a patrocinador público e 57,39% vinculada a patrocinador privado, conforme Tabela 2.

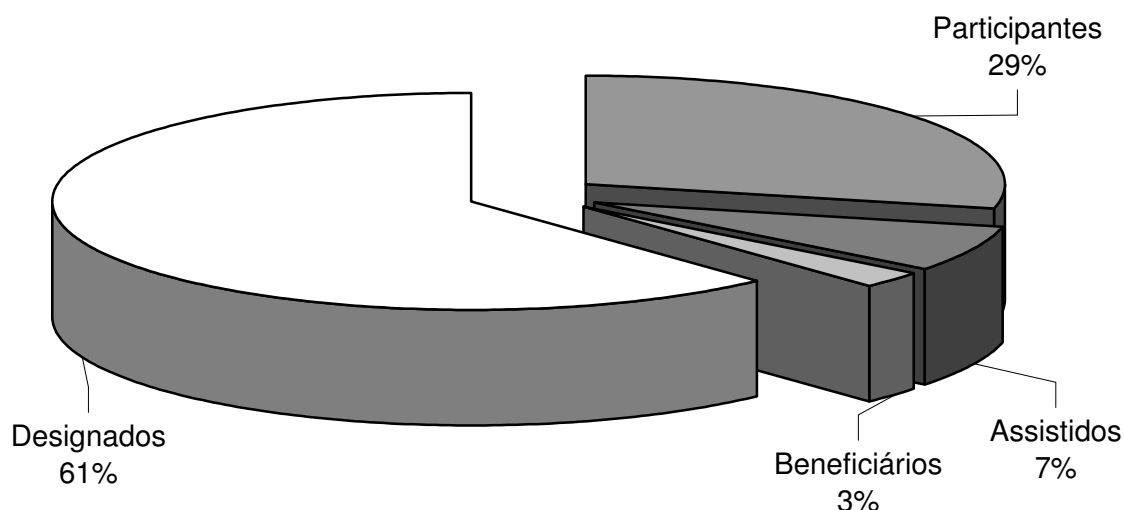


Figura 1 – População coberta pela EFPC's

Fonte: BRASIL, Informe Estatístico – junho/07 Secretaria de Previdência Complementar

As 317 entidades que compõem o sistema administram um ativo total em torno de R\$ 414 bilhões de reais, o que representam 17,4% do Produto Interno Bruto – PIB do país, sendo que 64,13% desse valor são geridos pelas EFPC's patrocinadas por empresas públicas, conforme tabela a seguir.

Tabela 3 – Ativo Total da EFPC

Patrocínio	Ativo (R\$)	%
Público	265.635.815.489,38	64,13%
Privado	148.566.021.252,05	35,87%
Total	414.201.836.741	100,00%

Fonte: BRASIL, Informe Estatístico – junho/07 Secretaria de Previdência Complementar

Portanto, não obstante uma quantidade menor de entidades e da menor quantidade de pessoas envolvidas, as fundações patrocinadas por empresas públicas detêm a maioria dos ativos totais da previdência complementar fechada.

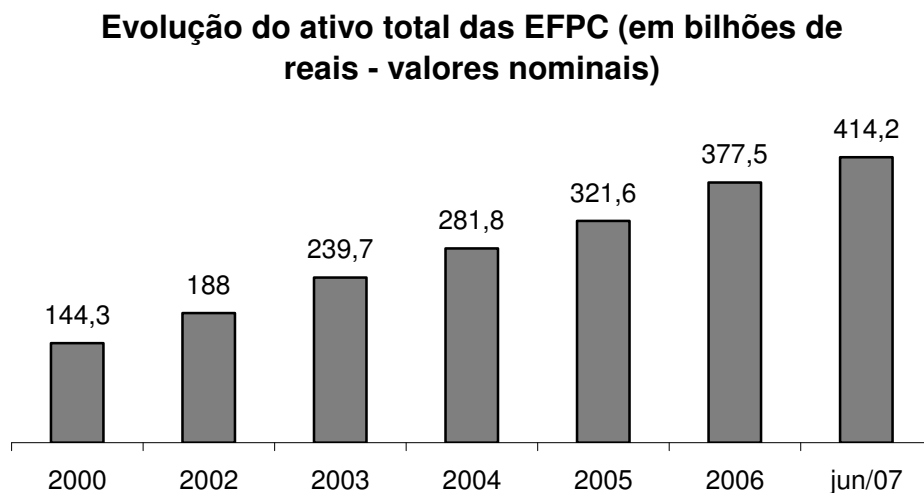


Figura 2 – Evolução do ativo total das EFPC (em bilhões de reais - valores nominais)

Fonte: BRASIL, Informe Estatístico – junho/07 Secretaria de Previdência Complementar

Nesse mesmo período, a percentagem dos recursos administrados pelos fundos de pensão brasileiros em relação ao Produto Interno Bruto – PIB variou de acordo com a Figura 3 adiante, passando de um valor de 12,2% em 2000 para 17,4% no ano de 2007.

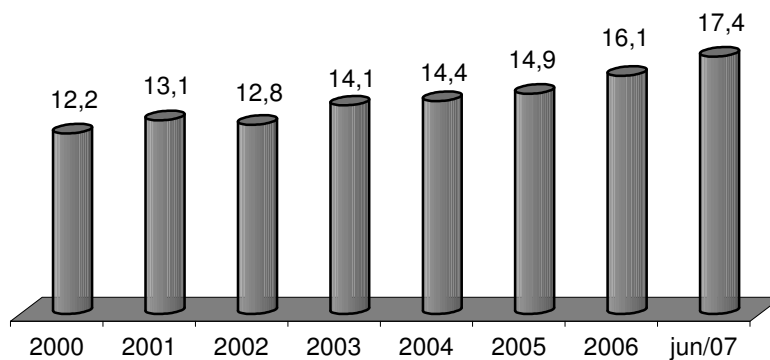


Figura 3 – Ativos EFPC x PIB (%)

Fonte: ABRAPP, Consolidado Estatístico – junho/07

No período de 2000 a junho de 2007, o volume de ativos⁶ apresentou elevado crescimento, saindo do patamar de R\$ 144,3 bilhões para R\$ 414,2 bilhões, variando 187,04% em aproximadamente apenas sete anos, demonstrando os ganhos de rentabilidade, a elevação do número de participantes e o aumento da importância da previdência complementar no país.

A Figura 4 representa o percentual dos ativos dos fundos de pensão em relação ao PIB dos países membros da Organização de Cooperação e Desenvolvimento Econômico – OCDE.

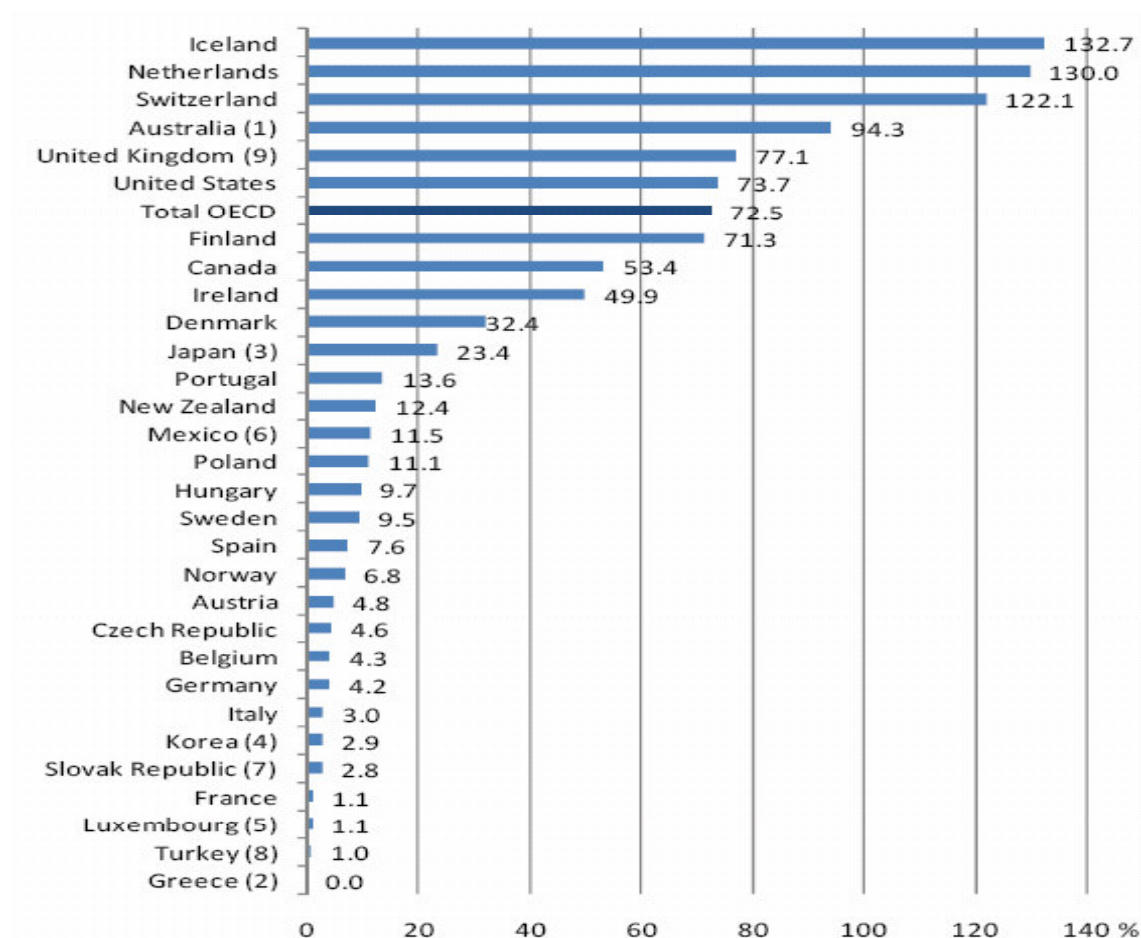


Figura 4 – Ativos dos Fundos de Pensão Membros da OCDE x PIB (%)

Fonte: OCDE, *Pension Markets in Focus* de novembro 2007 – dados de 2006.

⁶ Ativos totais que representam o conjunto de bens e direitos das EFPC.

Observa-se que existem países onde os recursos dos fundos de pensão ultrapassam até mesmo o PIB do respectivo país, como é o caso da Islândia, Holanda e Suíça. Com relação a outros países não membros da OCDE, o Chile se destaca com mais de 60% da relação recursos administrados versus PIB, bem superior ao Brasil que se encontra com um valor em torno de 16% em 2006, mesmo ano de referência.

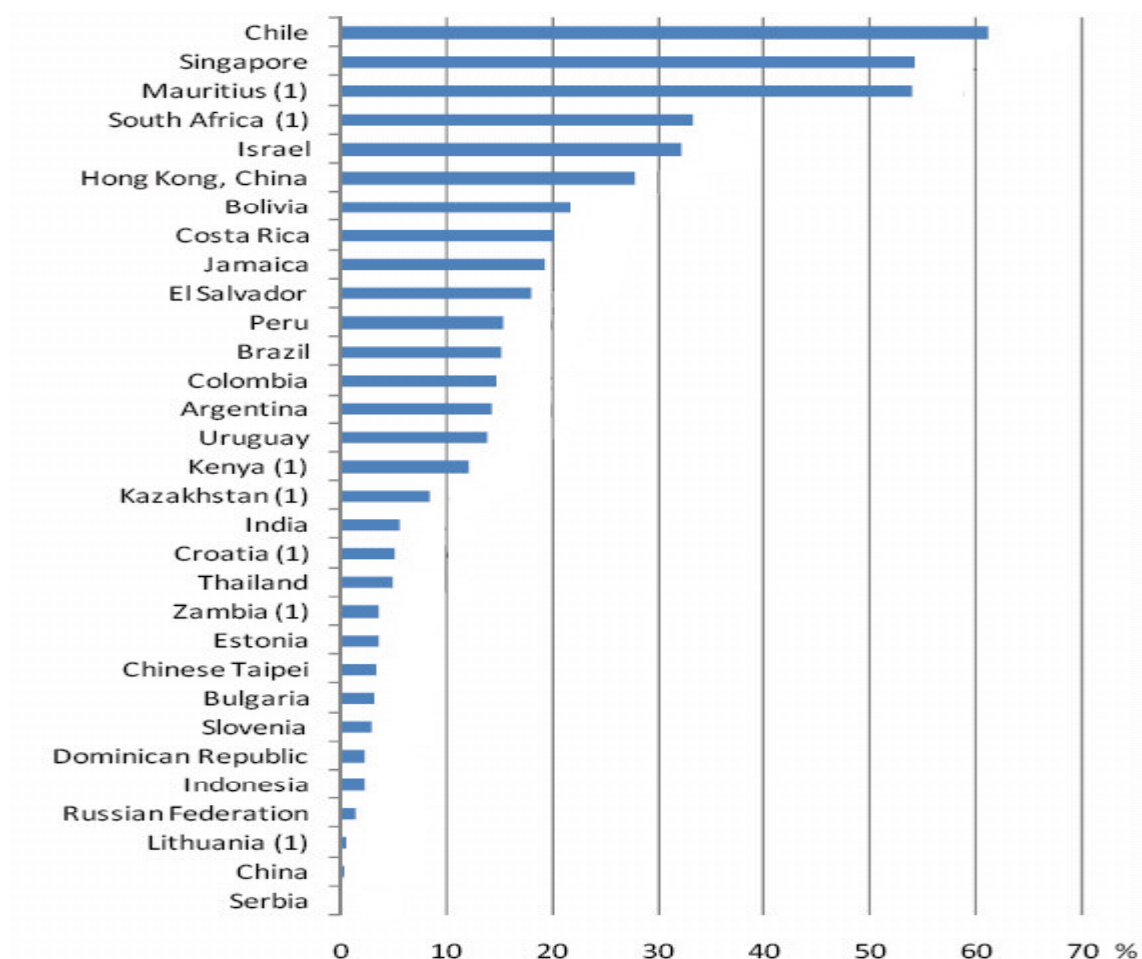


Figura 5 – Ativos de outros Fundos de Pensão não Membros da OCDE x PIB (%)

Fonte: OCDE, *Pension Markets in Focus* de novembro 2007 – dados de 2006.

Considerando o volume de recursos disponíveis, os investimentos são controlados através de normas legais e devem ser discriminados e contabilizados de forma individualizada para cada plano de benefício, observados os limites quanto à composição e diversificação. A composição atual do ativo de investimentos⁷ dos fundos de pensão encontra-se distribuída nas seguintes carteiras:

Segmento e Detalhamento das Aplicações de Investimento	Patrocínio		Total	%
	Público	Privado		
Renda Fixa	131.435.248,50	109.375.863,34	240.811.111,84	61,46
Títulos de Resp. Gov. Federal	48.851.736,72	8.717.971,85	57.569.708,57	14,70
Títulos de Resp. Gov. Estaduais	21.755,40	54.605,56	76.360,96	0,02
Títulos de Resp. Gov. Municipais	0,00	15.213,48	15.213,48	0,00
Aplic em Instituições Financeiras	75.856.490,42	99.174.424,60	175.030.915,02	44,71
Títulos de Empresas	2.841.301,24	1.238.383,49	4.079.684,73	1,04
Investimentos Agrícolas	11.623,43	0,00	11.623,43	0,00
Outros Invest de Renda Fixa	3.717.639,89	175.264,36	3.892.904,25	0,99
Renda Variável	104.659.296,82	25.292.137,73	129.951.434,55	33,17
Mercado de Ações	67.277.821,52	14.156.005,26	81.433.826,78	20,79
Bolsa de Mercadorias e de Futuros	407,34	15.392,47	15.799,81	0,00
Mercado de Ouro	0,00	425,00	425,00	0,00
Fundos de Investimentos	37.074.916,84	11.034.524,62	48.109.441,46	12,28
Outros Invest de Renda Variável	306.151,13	85.790,39	391.941,52	0,10
Investimentos Imobiliários	8.342.703,64	2.892.985,62	11.235.689,26	2,87
Terrenos	46.195,82	25.303,06	71.498,88	0,02
Em Construção	95.255,09	9.278,06	104.533,15	0,03
Edificações	4.291.489,98	2.028.181,08	6.319.671,06	1,63
Participantes	2.683.334,18	489.977,11	3.173.311,29	0,81
Direitos em Alien Invest Imobiliários	492.381,26	229.340,08	721.721,34	0,18
Fundos de Invest Imobiliários	714.167,85	87.460,03	801.627,88	0,20
Outros Invest Imobiliários	19.879,46	23.446,19	43.325,65	0,01
Operações com Participantes	7.644.575,90	1.522.006,16	9.166.582,06	2,34
Outros Realizáveis	422.340,05	186.463,85	608.803,90	0,16
Total	252.504.164,91	139.269.456,70	391.773.621,61	100,00

Figura 5 – Ativo de investimentos das EFPC, por segmento e detalhamento das aplicações de investimentos, segundo tipo de patrocínio (em milhares de reais)

Fonte: ABRAPP, Consolidado Estatístico – junho/07

Nota-se que em torno de 33% está aplicado em renda variável, ao passo que, em 2004, esse número correspondia a aproximadamente 27% do total dos ativos de investimento. Essa forte variação deve-se, principalmente, aos excessivos

⁷ Os ativos de investimentos são o conjunto de aplicações das EFPC no mercado mobiliário e imobiliário.

ganhos de rentabilidade nos últimos anos nesse tipo de aplicação. Ademais, haverá uma tendência de maior aplicação em renda variável caso o país continue com o processo de redução da taxa básica de juros, reduzindo portanto a rentabilidade dos títulos de renda fixa, fazendo com que os investidores se tornem mais propensos ao risco para conseguir alcançar a meta atuarial dos planos de benefícios.

Finalmente, é mister ressaltar a evolução das contribuições e dos pagamentos de benefícios dos fundos de pensão que, desde 2002, o volume de recursos com o pagamento de benefícios vem superando as receitas com as contribuições, comprovando um certo grau de amadurecimento ou maturidade do mercado de previdência complementar fechada do Brasil.

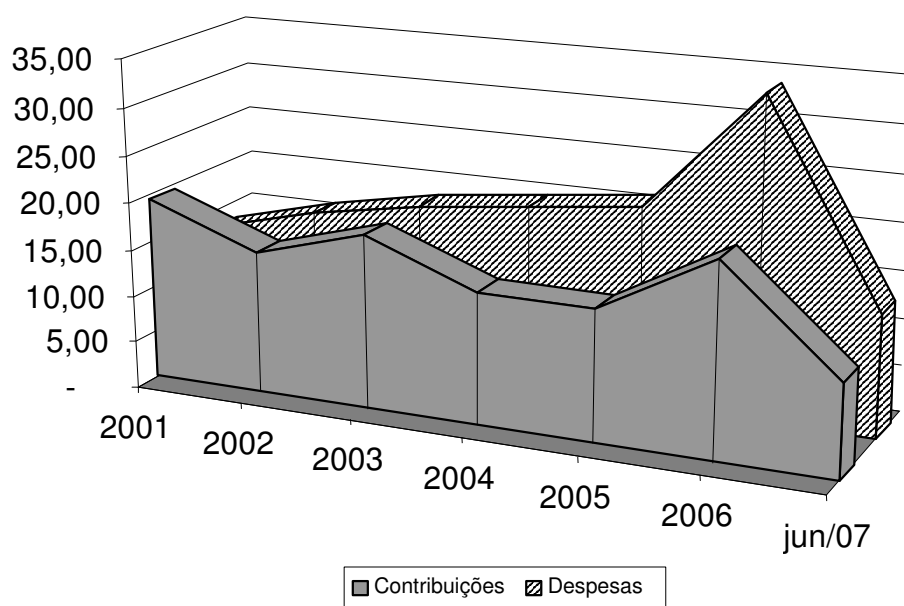


Figura 6 – Evolução das contribuições e despesas das EFPC – bilhões de reais

Fonte: ABRAPP, Consolidado Estatístico – junho/07

3 – Simulação do Passivo Atuarial de um Fundo de Pensão

3.1 – Passivo Atuarial

O passivo atuarial de um plano de benefícios corresponde ao conjunto de obrigações de um plano de benefícios para com os seus participantes e assistidos. Também denominado de Reservas Matemáticas ou Provisões Matemáticas, divide-se em Reserva Matemática de Benefício Concedido e Reserva Matemática de Benefício a Conceder.

As Reservas Matemáticas de Benefícios Concedidos se referem às obrigações do plano com os assistidos, ou seja, com aqueles indivíduos que já estão em gozo de benefício. Já as Reservas Matemáticas de Benefícios a Conceder tratam-se dos compromissos do plano para com os participantes ainda no período laboral da vida.

O valor do passivo atuarial de um plano de benefícios é mensurado através de um processo de cálculo chamado avaliação atuarial. Entende-se por avaliação atuarial o estudo técnico desenvolvido por atuário, que deverá ter registro junto ao Instituto Brasileiro de Atuária. Este estudo terá por base a massa de participantes, de assistidos e de beneficiários do plano de benefícios de caráter previdenciário, admitidas hipóteses biométricas, demográficas, econômicas e financeiras, e será realizado com o objetivo principal de dimensionar os compromissos do plano de benefícios e estabelecer o plano de custeio de forma a manter o equilíbrio e a solvência atuarial.

Um plano de benefícios previdenciários se encontra equilibrado quando o valor dos seus ativos é igual ao valor do seu passivo atuarial. Por outro lado, caso o valor dos ativos ou do patrimônio do plano for maior que o passivo atuarial, o plano se encontrará superavitário, ao passo que se o valor dos ativos for menor que o compromisso do plano, tal plano de benefícios será deficitário.

A Avaliação Atuarial é elaborada a partir de dados estatísticos da população coberta, tais como idade, sexo, salário, valor do benefício de aposentadoria, além da probabilidade de sobrevivência e morte, taxa de juros, entre outros, para os quais é necessário fazer algumas considerações, denominadas premissas ou hipóteses atuariais.

As hipóteses atuariais abrangem dois aspectos principais: um considera dados relativos à expectativa de vida e à qualidade de vida dos participantes, como a taxa de mortalidade, a taxa de sobrevivência, a taxa de invalidez, e que estão determinados em tábuas biométricas; o segundo aspecto considera as variáveis econômicas, como a taxa de retorno esperada para os investimentos do plano de benefícios, entre outras.

Brasil (1985) define tábua de mortalidade como uma tabela que aponta o número de pessoas da mesma idade, vivas em cada ano. A tábua de mortalidade ou de sobrevivência consiste em uma tabela que apresenta a probabilidade de morte ou sobrevivência de indivíduos, em ordem crescente de idade, desde a idade inicial (raiz da tábua) até a idade final ou idade inalcançável. Elas expressam a esperança matemática de um indivíduo viver ou falecer entre as idades x e $x + n$.

São construídas através da coleta de um grupo de pessoas recém-nascidas (coorte), acompanhando-se o seu decréscimo ano a ano pelo número de óbitos, até a completa extinção.

Existem diversas tábuas que podem ser utilizadas nas avaliações atuariais. No entanto, é necessário um estudo de aderência para a utilização da tábua que melhor represente a população coberta pelo plano de previdência. Esta análise é indispensável uma vez que a utilização de tábuas mais longevas que a realidade da massa de participantes pode causar uma supervalorização dos compromissos do plano, acarretando numa cobrança além da necessária para a formação das reservas garantidoras dos benefícios. Em contrapartida, a utilização de tábuas com previsão de maior mortalidade pode ocasionar a insolvência de um plano de previdência. Isto porque os compromissos serão mensurados considerando que os indivíduos viverão

até determinadas idades, quando estes, na realidade, viverão e receberão benefícios por mais tempo, gerando obrigações adicionais ao plano. Dessa forma, as reservas estarão subestimadas gerando déficits aos planos de benefícios e uma provável falta de recursos para o pagamento dos benefícios prometidos. Segue abaixo dados extraídos de uma tábua de mortalidade onde se verifica que um indivíduo recém-nascido tem uma expectativa média de vida em torno de 69 anos. Pela mesma tábua, um indivíduo de 40 anos de idade sobreviveria em média por mais 27 anos aproximadamente.

Tabela 4 –Tábua de Mortalidade

x	l_x	d_x	q_x	$p_x = (1 - q_x)$	e_x
0	100.000	708	0,00708	0,992920	68,79
.
10	99.759	676	0,006760	0,993240	48,36
11	99.324	674	0,006786	0,993214	47,68
12	98.650	672	0,006812	0,993188	47,01
.
40	78.653	815	0,010362	0,989638	27,28
.
97	13	9	0,692308	0,307692	0,89
98	4	3	0,750000	0,250000	0,75
99	1	1	1,000000	-	0,50

Fonte: Concepção do Autor

Onde:

x = coluna das idades;

l_x = quantidade de pessoas vivas em cada idade (provém da palavra inglesa *living*);

d_x = quantidade de pessoas mortas em cada idade (provém da palavra inglesa *death*);

q_x = taxa de mortalidade correspondente a idade x ou apenas probabilidade de morte antes de completar a idade $x + 1$;

p_x = taxa de sobrevivência correspondente a idade x ou apenas probabilidade de sobrevivência até a idade $x + 1$;

e_x = esperança de vida ou vida média a partir de cada idade.

As tábuas de mortalidade mais utilizadas no mercado brasileiro de previdência complementar estão apresentadas na tabela a seguir, com as respectivas expectativas de sobrevida por idade alcançada, dentre as quais a mais longa é a Tábua AT2000, tábua de mortalidade construída por dados extraídos da população americana no ano 2000, ao passo que a que apresenta a menor expectativa de sobrevida é a Tábua CSO-58, também construída a partir de dados da população americana em 1958. Portanto, confirma-se que a expectativa de vida da população está efetivamente aumentando, em virtude das tábuas mais recentemente construídas apresentar expectativas de vida superiores.

Tabela 5 – Expectativas de Vida por idade alcançada

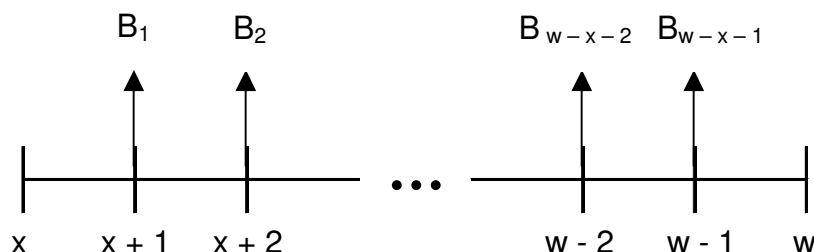
ex	40	45	50	55	60	65	70	75
CSO-58	32,18	27,81	23,63	19,71	16,12	12,90	10,12	7,81
EB7-75	32,31	27,90	23,74	19,88	16,38	13,24	10,50	8,19
CSO-80 MALE	34,05	29,62	25,36	21,29	17,51	14,04	10,96	8,31
UP-84 MALE	34,00	29,50	25,20	21,16	17,42	14,05	11,09	8,52
AT-49	35,15	30,57	26,23	22,20	18,48	15,01	11,86	9,09
GAM-71	36,01	31,36	26,91	22,71	18,76	15,11	11,91	9,24
GKM-95	37,02	32,40	27,89	23,57	19,51	15,73	12,32	9,49
UP-94 MALE	39,43	34,68	30,01	25,49	21,20	17,26	13,77	10,66
AT-83	40,25	35,57	31,07	26,77	22,62	18,63	14,96	11,72
AT-2000	41,59	36,86	32,28	27,88	23,64	19,55	15,76	12,41

Fonte: Concepção do Autor

3.2 – Reserva Matemática de Benefícios Concedidos de um Plano de Benefício Definido.

Como dito anteriormente, as reservas matemáticas de benefícios concedidos referem-se às obrigações do plano, medidas a valor presente atuarial, com os indivíduos já em gozo de benefícios, conforme demonstração do fluxo adiante. Retratam o valor presente dos benefícios futuros, descontados à taxa de juros estimada para o retorno das aplicações (meta atuarial), considerando a probabilidade dos

indivíduos estarem vivos em cada uma das idades futuras. O fluxo de benefícios e a formulação de cálculo da reserva estão demonstrados abaixo:



$$RMBC_j = \sum_{t=1}^{w-x-1} {}_t p_x \times B_t \times \frac{1}{(1+i)^t} \quad \text{(Equação 1)}$$

$$RMBCT = \sum_{j=1}^n RMBC_j \quad \text{(Equação 2)}$$

Onde:

x = idade do assistido p na data do cálculo;

w = idade inalcançável da tábua de sobrevivência;

B = valor do benefício previdenciário;

$RMBC_p$ = reserva matemática de benefício concedido referente ao assistido p ;

$RMBCT$ = reserva matemática de benefício concedido total;

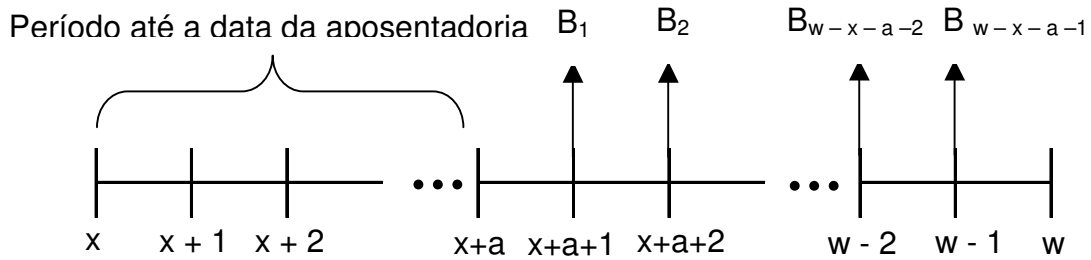
i = meta atuarial ou taxa de juros atuarial utilizada para o desconto no cálculo do valor presente do benefício;

${}_t p_x$ = probabilidade de o indivíduo viver da idade x por mais t anos;

n = número de assistidos do plano.

3.3 – Reserva Matemática de Benefícios a Conceder de um Plano de Benefício Definido

A Reserva Matemática de Benefício a Conceder, ao contrário da Reserva de Benefício Concedido, corresponde ao compromisso do plano com os participantes ainda em atividade. É a obrigação referente àqueles que ainda não estão em gozo de benefícios. No dimensionamento deste compromisso inclui-se a probabilidade do indivíduo viver até a data em que estaria elegível a um benefício do plano, conforme fluxo a seguir.



$$RMBaC_j = {}_a p_x^{aa} \times \sum_{t=1}^{w-x-a-1} {}_t p_{x+a} \times B_t \times \frac{1}{(1+i)^{t+a}} \quad \text{(Equação 3)}$$

$$RMBaCT = \sum_{j=1}^n RMBaC_j \quad \text{(Equação 4)}$$

Onde:

x = idade do participante p na data do cálculo;

w = idade inalcançável da tábua de sobrevivência;

B = valor do benefício previdenciário projetado;

$RMBaC_p$ = reserva matemática de benefício a conceder referente ao participante p ;

$RMBaCT$ = reserva matemática de benefício a conceder total;

i = meta atuarial ou taxa de juros atuarial utilizada para o desconto no cálculo do valor presente do benefício;

${}_t p_x$ = probabilidade de o indivíduo viver da idade x por mais t anos;

${}_a p_x^{aa}$ = probabilidade de o indivíduo viver da idade x até a idade da aposentadoria $x+a$;

n = número de participantes do plano.

3.4 – Simulação de Monte Carlo

A idéia de se construir modelos de simulação é muito antiga. Como revela DACHS (1998), as primeiras simulações feitas pelo homem talvez tenham sido na forma de maquetes para edificações e em simulações de combates usando pedras e galhos de árvores para representar batalhões e obstáculos.

Com o aparecimento e desenvolvimento dos computadores e sua enorme disseminação nas últimas décadas, para um número cada vez maior de pessoas, foi possível o alcance da possibilidade de se efetuar simulações, desde jogos eletrônicos até modelos complexos de economia, engenharia e outras ciências.

A simulação é uma das técnicas mais gerais aplicadas em Pesquisa Operacional. DA SILVA et al (1998) define simulação como a reprodução do funcionamento de um sistema, com o auxílio de um modelo, onde é permitido testar algumas hipóteses sobre o valor de variáveis controladas.

A palavra simulação refere-se a qualquer método analítico cuja intenção é imitar algum sistema real, principalmente quando outras análises são matematicamente complexas. Entende-se por sistema o conjunto de componentes que atuam e interagem entre si com o fim de alcançar determinado objetivo. O estudo de um sistema pode ser efetuado através de observações no sistema real ou a partir da elaboração de um modelo que permita a sua compreensão e a previsão de seu comportamento sob determinadas condições. Law e Kelton (1991) classificam o estudo de sistema de acordo com a Figura 7 abaixo:

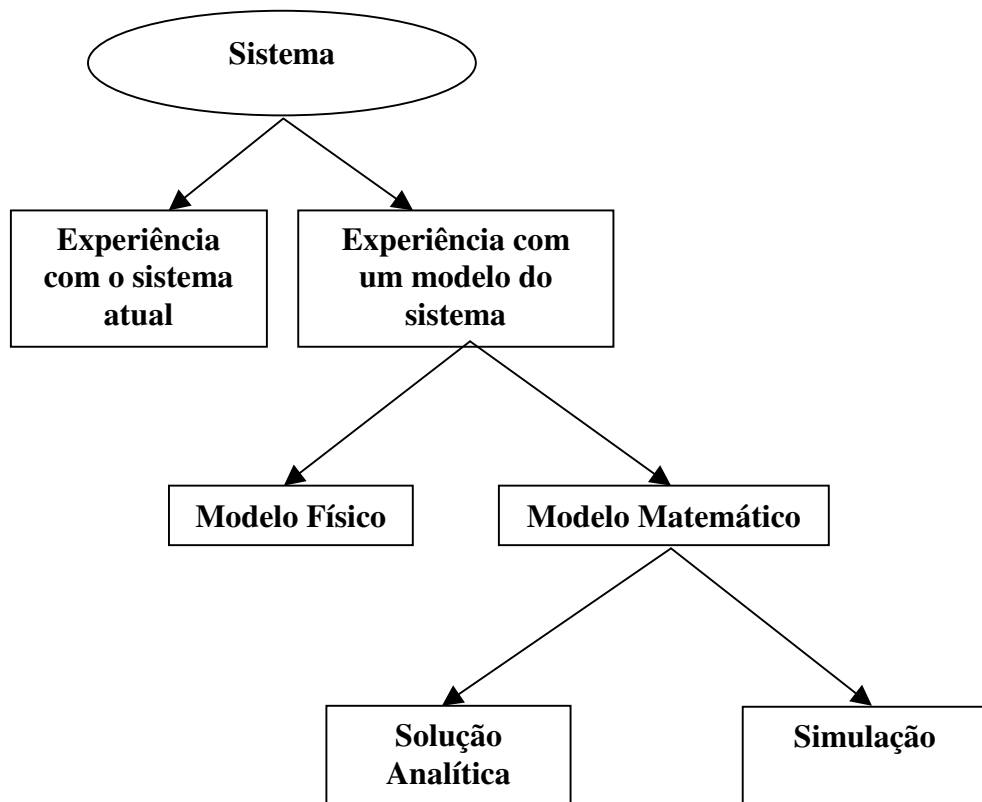


Figura 7: Classificação do estudo de um sistema
Fonte: Adaptado de Law e Kelton (1991)

Simulação, de acordo com Evans e Olson (1998), é o processo de construção de um modelo lógico ou matemático de um sistema ou de um problema de decisão e da utilização de tal modelo com o objetivo de melhor compreender o comportamento do sistema ou de auxiliar na solução do problema de decisão.

A simulação é usada em situações em que é muito dispendioso o experimento na situação real, ou impossível de se resolver de forma analítica, e possibilita fazer experimentos com o modelo variando parâmetros críticos, para se conhecer quais as combinações originam os melhores resultados. Assim, é possível avaliar os efeitos de mudanças sem se expor a riscos de construção de um sistema real equivocado, o que geraria grandes perdas de recursos e tempo.

Dado a existência de um modelo matemático ou lógico a ser estudado, de acordo Law e Kelton (1991), deve-se estabelecer que tipo de modelo é mais adequado ao sistema ou ao problema de decisão em análise. Nesse sentido, propõem a divisão dos modelos de acordo com três dimensões:

- Modelos Estáticos e Dinâmicos: os estáticos se referem à representação de um sistema em um instante particular do tempo. Por outro lado, os modelos dinâmicos representam sistemas que envolvem a evolução temporal;
- Modelos Determinísticos e Estocásticos: os modelos determinísticos são aqueles que não envolvem componentes probabilísticas ou aleatórias na sua concepção. Já os estocásticos devem ser modelados tendo como variável de entrada pelo menos uma componente aleatória;
- Modelos Contínuos e Discretos: um modelo é dito discreto quando as variáveis de estado mudam instantaneamente em períodos de tempo separados, enquanto que, em um modelo contínuo, tais variáveis modificam-se continuamente ao longo do tempo.

Como dito em capítulos anteriores, neste trabalho será simulado o comportamento das reservas matemáticas de um plano benefício previdenciário, tendo como variável de entrada as taxas de mortalidade que representam as probabilidades de recebimento de benefícios futuros em cada uma das idades. Portanto, o modelo que será apresentado, segundo a classificação acima descrita, é um Modelo Dinâmico, por considerar a evolução das idades dos indivíduos até as suas mortes, Estocástico, pela utilização da componente aleatória da chance de morte do indivíduo, e Discreto por apresentar mudanças em períodos anuais.

O termo simulação de “MONTE CARLO” foi primeiramente utilizado na Segunda Guerra Mundial, durante o desenvolvimento de uma bomba atômica como um nome código para simulação de computadores de uma divisão nuclear. Os

pesquisadores utilizaram essa expressão pela similaridade com a amostragem aleatória dos jogos de roleta nos famosos cassinos de Monte Carlo, em Mônaco.

A simulação de Monte Carlo é basicamente um experimento amostral cujo interesse é estimar uma distribuição de resultados possíveis ou uma distribuição de probabilidade da variável na qual estamos interessados (variável de saída), com base em uma ou mais variáveis de entrada, que se comportam de forma probabilística de acordo com alguma distribuição estipulada. Em outras palavras, é um processo de amostragem cujo objetivo é permitir a observação do desempenho de uma variável de interesse em razão do comportamento de variáveis que encerram elementos de incerteza, conforme a estrutura de um modelo de simulação apresentado na Figura 8. Pode-se dizer ainda que o método Monte Carlo é um método numérico auxiliar, para resolver problemas matemáticos mediante simulação de variáveis aleatórias, na qual não é possível obter solução de forma analítica, ou mesmo usando solução numérica se torna inviável.

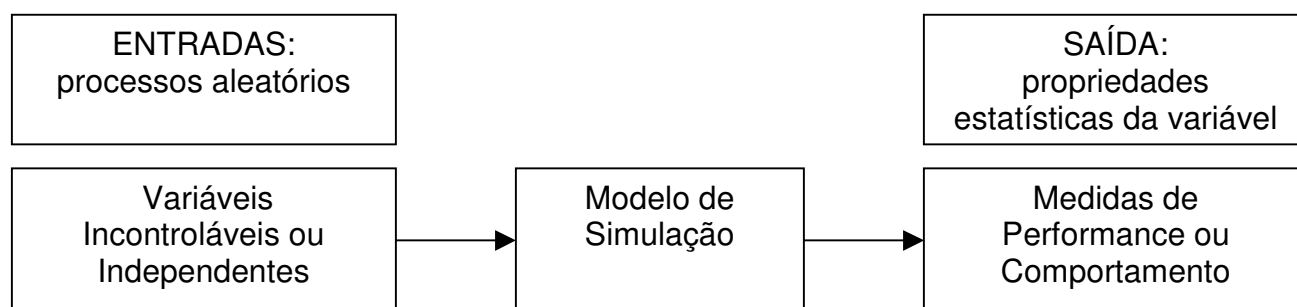


Figura 8: Estrutura do modelo de simulação

Fonte: Adaptado de Evans e Olson (1998)

No caso deste estudo, as variáveis de entrada são as taxas de mortalidade e a de saída é a distribuição de probabilidade das reservas matemáticas.

A simulação de Monte Carlo é aplicada a modelos do tipo estocástico. É necessário, portanto, realizar várias rodadas com o modelo e, em seguida, obter as análises estatísticas dos resultados gerados. Desse modo, para uma dada variável será

possível determinar as probabilidades de ocorrência de valores, bem como, o intervalo de confiança.

Apesar de ser um conceito simples, a operacionalização do processo requer o auxílio de alguns métodos matemáticos. Um dos mais conhecidos é o método de transformação inversa. Esse método utiliza as propriedades dos números aleatórios e da função distribuição acumulada de uma variável aleatória.

Um número aleatório é definido como sendo uma variável aleatória uniformemente distribuída entre 0 e 1 e a função distribuição acumulada $F(x)$ de uma variável aleatória X é dada por:

$$F(x) = P(X \leq x) \quad (\text{Equação 5})$$

Essa função tem por objetivo indicar o número ou percentagem de itens menores do que, ou iguais a, determinado valor. Demonstra, portanto, a probabilidade P de que variável X seja menor ou igual a x , para todo e qualquer x . Tal função é representada pela Figura 7 e possui as seguintes propriedades:

- $\frac{d}{d_x} F(x) \geq 0$; (Equação 6)
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$; (Equação 7)
- $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$ (Equação 8)

Deste modo, $F(x)$ é sempre não-decrescente e assume valores entre 0 e 1. Portanto, admitindo-se que a inversa dessa função exista e escolhendo-se ao acaso um determinado valor para $F(x)$, pode-se encontrar um único valor associado de x , seja de forma explícita ou através de algoritmo computacional. De outra forma, dado

que os números aleatórios também possuem a propriedade de assumir valores entre 0 e 1, basta gerar um número aleatório R , substituí-lo diretamente por $F(x)$ e obter o valor associado de x . Esse é o método chamado de transformação inversa, também ilustrado na Figura 9.

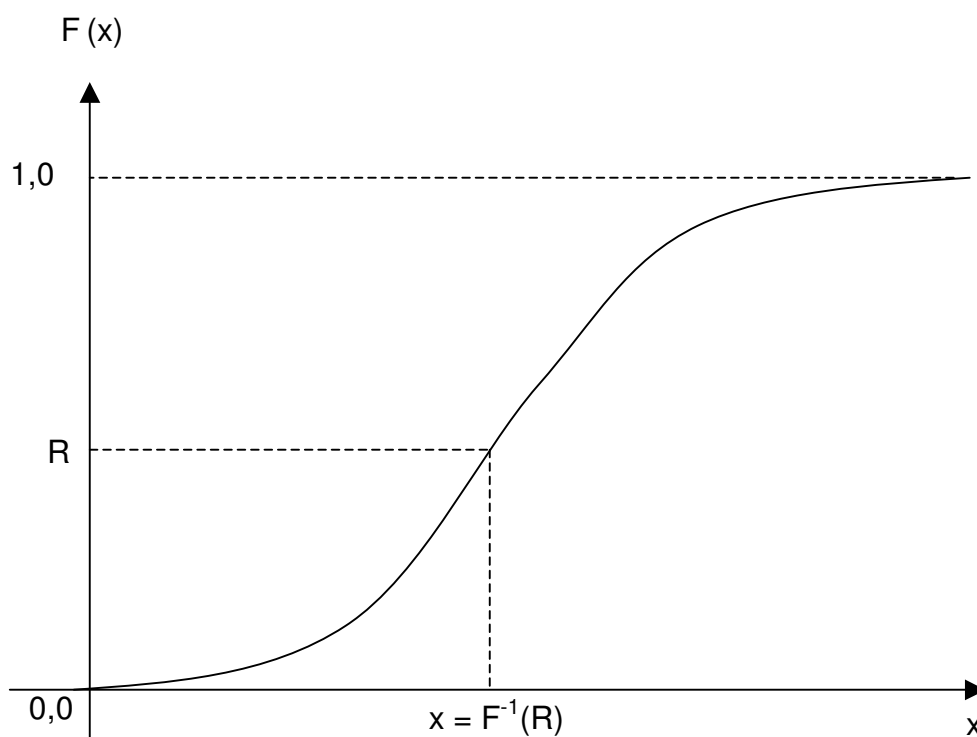


Figura 9: Distribuição de probabilidade acumulada
Fonte: Adaptado de Buratto (2005)

3.4.1 – Gerador de Número Aleatório

A base para o processo de amostragem realizado nas simulações de Monte Carlo é a geração de números aleatórios. É a partir desse mecanismo que são produzidas as distribuições das variáveis de interesse, tomando por base as premissas e as distribuições associadas às variáveis de entrada. Um número aleatório, como já explicitado, é definido como sendo um número uniformemente distribuído entre 0 e 1. A maioria dos pacotes computacionais estatísticos e de programação possui a capacidade de gerar uma seqüência de números aleatórios independentes. No entanto, tecnicamente falando, os computadores não geram verdadeiros números aleatórios, pois utilizam algoritmos previsíveis ou determinísticos. Mesmo assim, esses algoritmos são desenvolvidos para gerar uma seqüência de números que pareçam aleatórios. Assim, por não serem verdadeiramente aleatórios, essa série de números gerados por programas computacionais de distribuição uniformemente distribuída entre 0 e 1 são freqüentemente chamados de números pseudo-aleatórios. Porém, eles geralmente são suficientes para obter aproximações razoáveis e podem ser usados na obtenção de amostras aleatórias de alguma população de interesse. Por este trabalho apresentar apenas simulações computacionais, os números pseudo-aleatórios aqui gerados serão entendidos simplesmente por números aleatórios.

De acordo com Law e Kelton (1991), um algoritmo aritmético gerador de números aleatórios deve satisfazer as seguintes condições:

- os números produzidos devem parecer uniformemente distribuídos entre 0 e 1 e não possuírem correlação entre eles;
- deve ser rápido na geração e consumir pouca memória;
- deve propiciar a reprodutibilidade da seqüência gerada.

Portanto, deve-se verificar se o gerador de números aleatórios a ser usado satisfaz as propriedades enunciadas acima, seja através de testes ou de referências que dêem suporte à sua utilização.

3.4.2 – Etapas do processo de simulação

O processo de simulação, depois de apresentado o funcionamento do método de Monte Carlo e os conceitos estatísticos necessários, requer cuidados e atenção na modelagem e implementação. Evans e Olson (1998) revelam que o processo de simulação consiste em cinco essenciais passos:

- 1) Desenvolver um modelo conceitual do sistema ou do problema a ser tratado: essa etapa se inicia com o entendimento e a definição do problema identificando os objetivos do estudo, determinando as variáveis de entrada, bem como definindo as variáveis de interesse;
- 2) construção do modelo de simulação: inclui o desenvolvimento de fórmulas ou equações, a coleta de dados necessários, a determinação das distribuições de probabilidades associadas às variáveis independentes e a construção ou definição de uma forma para registrar os dados. Esse passo seria o do desenvolvimento de um programa computacional capaz de rodar a simulação propriamente dita;
- 3) verificação e validação do modelo: a verificação se refere ao processo de conferir se o modelo está livre de erros de lógica, isto é, se o modelo faz aquilo que está proposto a fazer. A validação assegura se o modelo é uma representação razoável do sistema real;
- 4) desenho de experimentos utilizando o modelo: essa etapa exige a determinação dos valores das variáveis de saída ou das questões a serem respondidas pelo modelo a fim de direcionar o tomador de decisão a alcançar o seu objetivo;
- 5) execução dos experimentos e análise dos resultados: essa última etapa consiste em rodar as simulações apropriadas para obter a informação desejada.

Como em todo processo de modelagem, essa seqüência, a rigor, não é necessariamente seguida. Algumas vezes é preciso retornar a passos anteriores à medida que aparecem novas informações ou à medida que os resultados sugerem modificações no modelo. Simulação, por conseguinte, é um processo evolutivo que deve envolver não só o desenvolvedor do modelo, mas também os usuários dos resultados.

Na próxima seção será apresentado o modelo de simulação construído para a obtenção do passivo atuarial estocástico.

4 – Procedimento Metodológico

De acordo com o exposto no capítulo anterior o objetivo da simulação em estudo é prover o tomador de decisão de uma EFPC de informações adicionais referentes aos seus compromissos, obter a distribuição de probabilidade das suas obrigações, para que se sinta mais seguro em relação ao nível de risco ao qual estará disposto a correr com as aplicações dos recursos oriundos das contribuições, de forma a garantir o pagamento dos benefícios da população segurada.

No estudo, será utilizada como variável de entrada do modelo as taxas de mortalidade dos indivíduos em cada uma das idades, e a variável de saída ou dependente, será o valor das reservas matemáticas, isto é, o valor do passivo atuarial do plano de previdência em análise. Para simulação do passivo utilizou-se a população da base de dados de uma Fundação hipotética que administra um plano de benefícios do tipo Benefício Definido, onde todos os indivíduos estão em fase de usufruto de aposentadoria, perfazendo um total de 3861 pessoas.

O algoritmo da simulação foi desenvolvido pelo Autor em Visual Basic Application – VBA do Microsoft Excel, onde foi necessário um tempo aproximado de 4 horas para cada rodada de 1000 simulações, envolvendo os 3861 indivíduos. O algoritmo computacional da simulação do passivo atuarial consiste em selecionar indivíduo a indivíduo, coletar suas informações específicas sobre idade e valor de benefício e, através da geração de números aleatórios seguindo uma distribuição uniforme, e da utilização da tabela de mortalidade selecionada pela Entidade de Previdência como a distribuição de probabilidade das taxas de morte dos indivíduos em cada uma das idades, verificar que eventos ocorrem entre o tempo t e $t+1$, com t variando entre x anos, que corresponde à idade do indivíduo na data da simulação e w anos, que é a idade inalcançável (probabilidade de morte de 100%) da tabela de mortalidade utilizada. Assim, os eventos prováveis de ocorrência na simulação são: o indivíduo recebe o benefício no instante t caso esteja vivo e; o indivíduo morre no

instante t e sai do fluxo sem receber mais nenhum benefício futuro, como demonstrado na árvore de probabilidade a seguir:

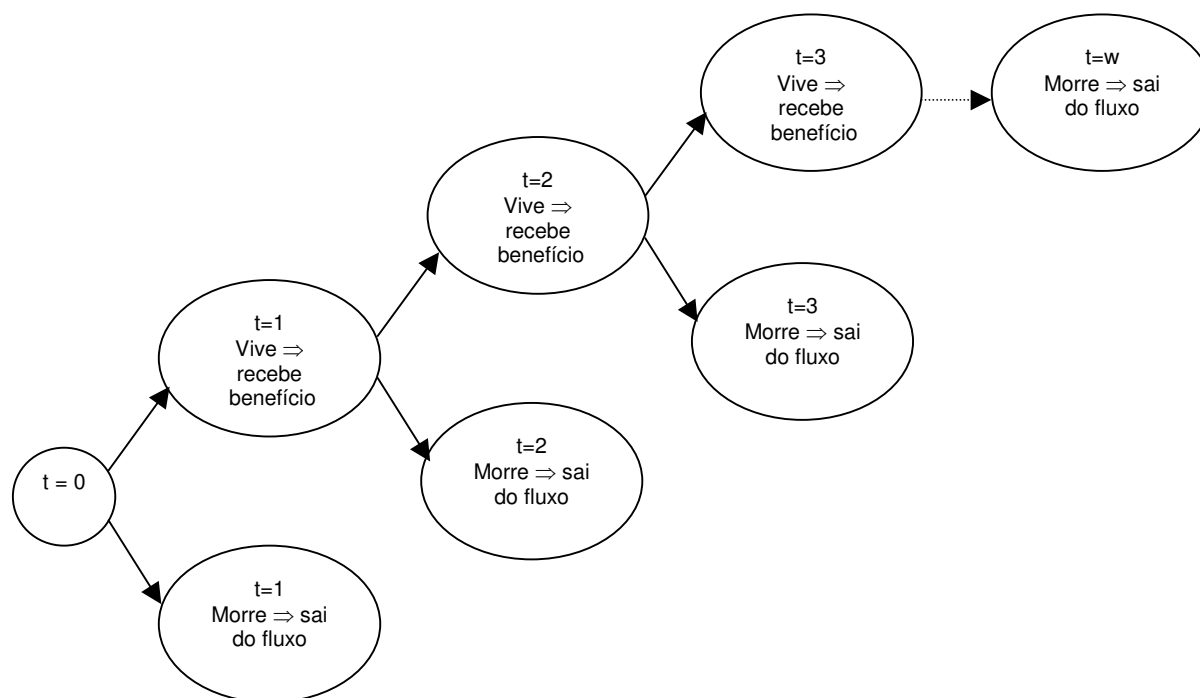


Figura 10: Árvore de probabilidade da simulação

Fonte: Concepção do Autor

Assim sendo, para se verificar se o indivíduo vive ou morre até completar a próxima idade, sorteia-se um número aleatório entre 0 e 1, utilizando-se uma distribuição uniforme, onde cada número do intervalo tem a mesma probabilidade de ocorrência e, dado que o número foi sorteado, é verificado se o mesmo está acima ou abaixo da taxa de mortalidade extraída da tábua de mortalidade utilizada pela EFPC referente à idade do indivíduo. Portanto, caso o valor esteja abaixo da taxa de mortalidade identificada, considera-se que o indivíduo morre e não recebe o respectivo benefício. Caso contrário, ou seja, se o valor do número aleatório sorteado for maior que a taxa de mortalidade extraída da referida tábua, o indivíduo vive e recebe o benefício naquele instante. Abaixo segue o fluxograma que representa a simulação efetuada.

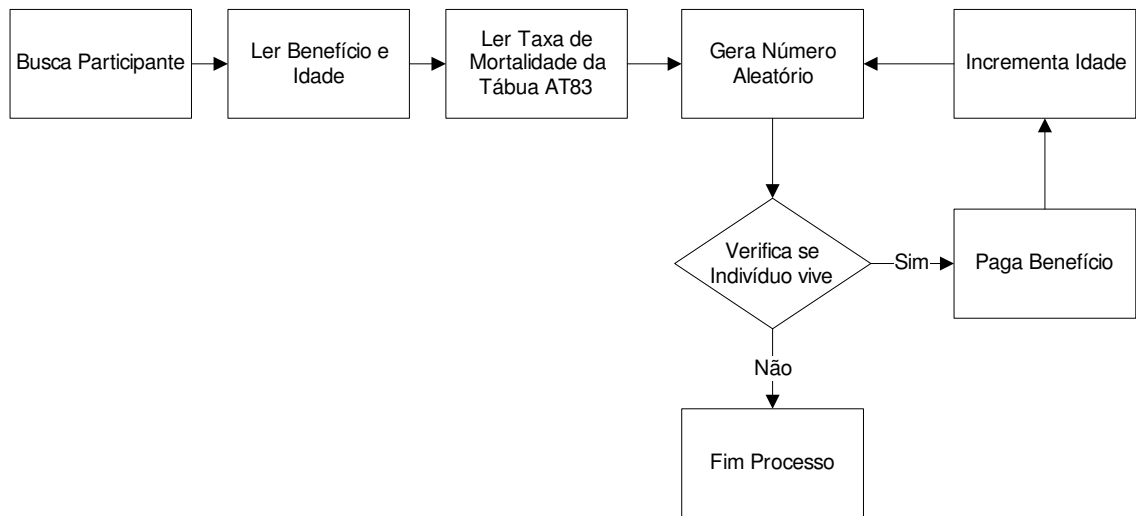


Figura 11: Fluxograma do processo de simulação
Fonte: Concepção do Autor

5 – Apresentação e Análise dos Resultados

Como dito anteriormente, para a simulação do passivo atuarial foram utilizados os dados dos indivíduos fornecidos por um Fundo de Pensão do estado de Pernambuco, onde se criou um plano hipotético do tipo Benefício Definido, contendo 3861 pessoas em recebimento de benefícios previdenciários.

Nos cálculos foram utilizadas algumas premissas básicas referentes ao comportamento biométrico da população utilizada, correspondente à tábua de mortalidade, bem como referente à taxa de juros empregada para desconto dos fluxos de benefícios futuros encontrados na simulação.

Portanto, no estudo, as reservas matemáticas dos indivíduos foram calculadas em função das premissas definidas abaixo:

- Tábua de mortalidade: AT49⁸ e AT83⁹;
- Taxa de juros: 6% ao ano.

Os valores encontrados para a reserva matemática estocástica encontram-se na Tabela 5:

Tabela 6 – Resultados das simulações

Estatística	Valores da Reservas – AT49	Valores da Reservas – AT83
Mínimo	73.048.802,68	97.057.491,72
Máximo	77.567.598,84	101.685.327,88
Média	75.374.883,44	99.692.940,85
Desvio Padrão	724.591,29	668.146,59

Fonte: Concepção do Autor

⁸ *United States Individual Annuity Mortality Table – 1949* (ver www.soa.org.br)

⁹ *United States Individual Annuity Mortality Table – 1983* (ver www.soa.org.br)

Observa-se que as reservas calculadas com a Tábua AT49 são bem menores, denotando que esta tábua apresenta expectativas de vida também inferiores se comparadas com a Tábua AT83.

As figuras adiante apresentam os histogramas das reservas matemáticas calculadas com as duas tábuas obtidas com as 1000 simulações.

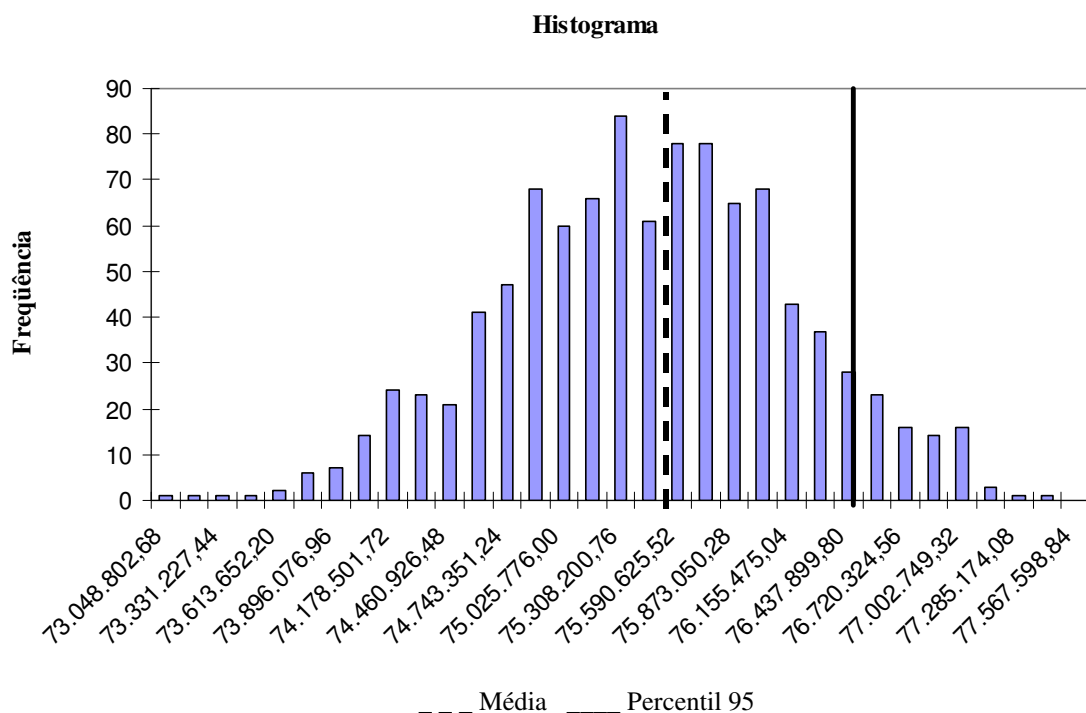


Figura 12: Histograma das reservas matemáticas simuladas com a Tábua AT49
 Fonte: Concepção do Autor

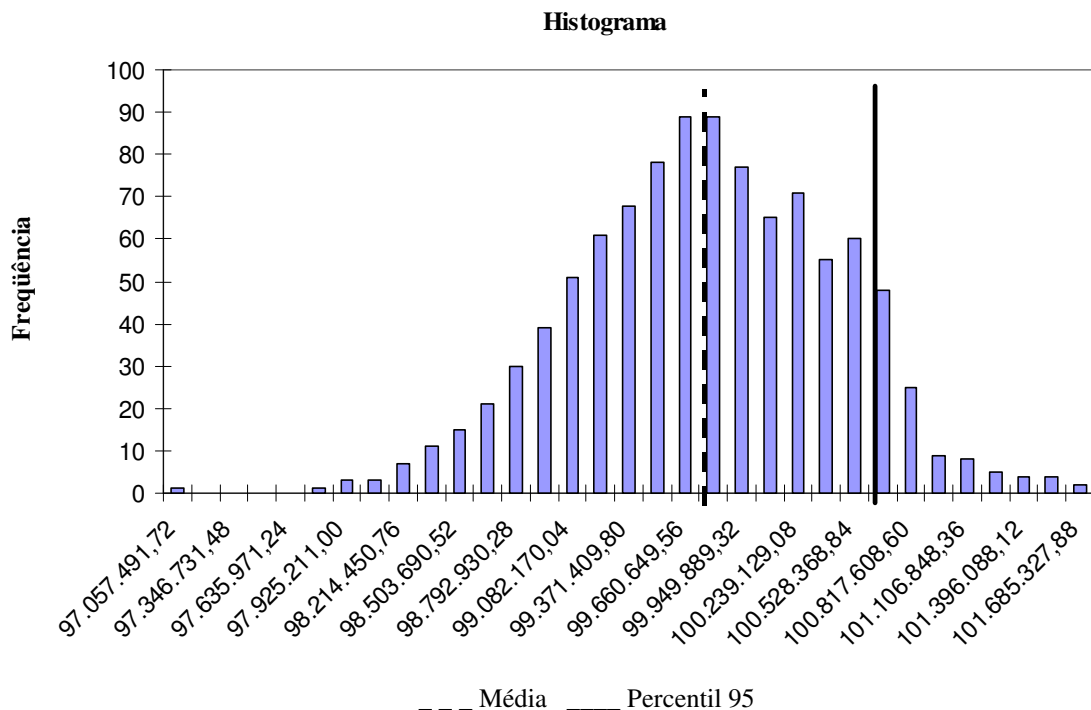


Figura 13: Histograma das reservas matemáticas simuladas com a Tábua AT83

Fonte: Concepção do Autor

Os gráficos revelam ainda os percentis das reservas matemáticas calculadas estocasticamente. Com isso, identificam-se os valores máximos das reservas, com determinado nível de confiança, considerando os eventos aleatórios da mortalidade dos indivíduos, caso fosse assumido que os histogramas encontrados equivalassem a distribuições de probabilidade.

Assim sendo, com 95% de confiança, o valor da reserva matemática do plano de benefício calculada com a Tábua AT49 é menor ou igual a R\$ 76.599.606,46, que corresponde ao percentil 95 do resultado obtido com as 1000 simulações, representado pela linha vertical contínua da Figura 12. Já a Figura 13 mostra que, com 95% de confiança, o valor da reserva matemática do plano de benefício estudado é menor que R\$ 100.684.409,63, considerando o cálculo com a Tábua de Mortalidade AT83.

Nota-se que os gráficos são bastante simétricos em relação à média. As linhas tracejadas dos gráficos correspondem à reserva matemática calculada pelo método tradicional ou determinístico, ou seja, utilizando a tábua de mortalidade como referência média das taxas de sobrevivência e morte.

Verifica-se ainda que as reservas matemáticas médias calculadas com as Tábuas AT49 e AT83, com 95% de probabilidade, estão contidas nos intervalos [R\$ 74.013.459,32; 77.386.540,68] e [R\$ 94.715.591,54; R\$ 99.032.149,62], respectivamente, considerando que as distribuições encontradas são normalmente distribuídas, ou seja, 95% das observações encontram-se à distância de dois desvios padrões para mais e para menos. Essa análise é fundamental para se ter o conhecimento do nível de incerteza dos valores das reservas matemáticas.

Na seqüência, as figuras exibem os fluxos de despesas com pagamento de benefícios previdenciários após 1000 simulações com os 3861 indivíduos. É possível verificar que toda a população atualmente envolvida se extingue por volta dos próximos 50 anos, considerando a Tábua AT83, onde nenhum indivíduo da população terá idade superior a 115, que corresponde à idade inalcançável da tabua de mortalidade. Com a AT49, esse fluxo se encerra antes, por volta do ano 40, confirmando que as taxas de mortalidade desta tábua são maiores que a Tábua AT83.

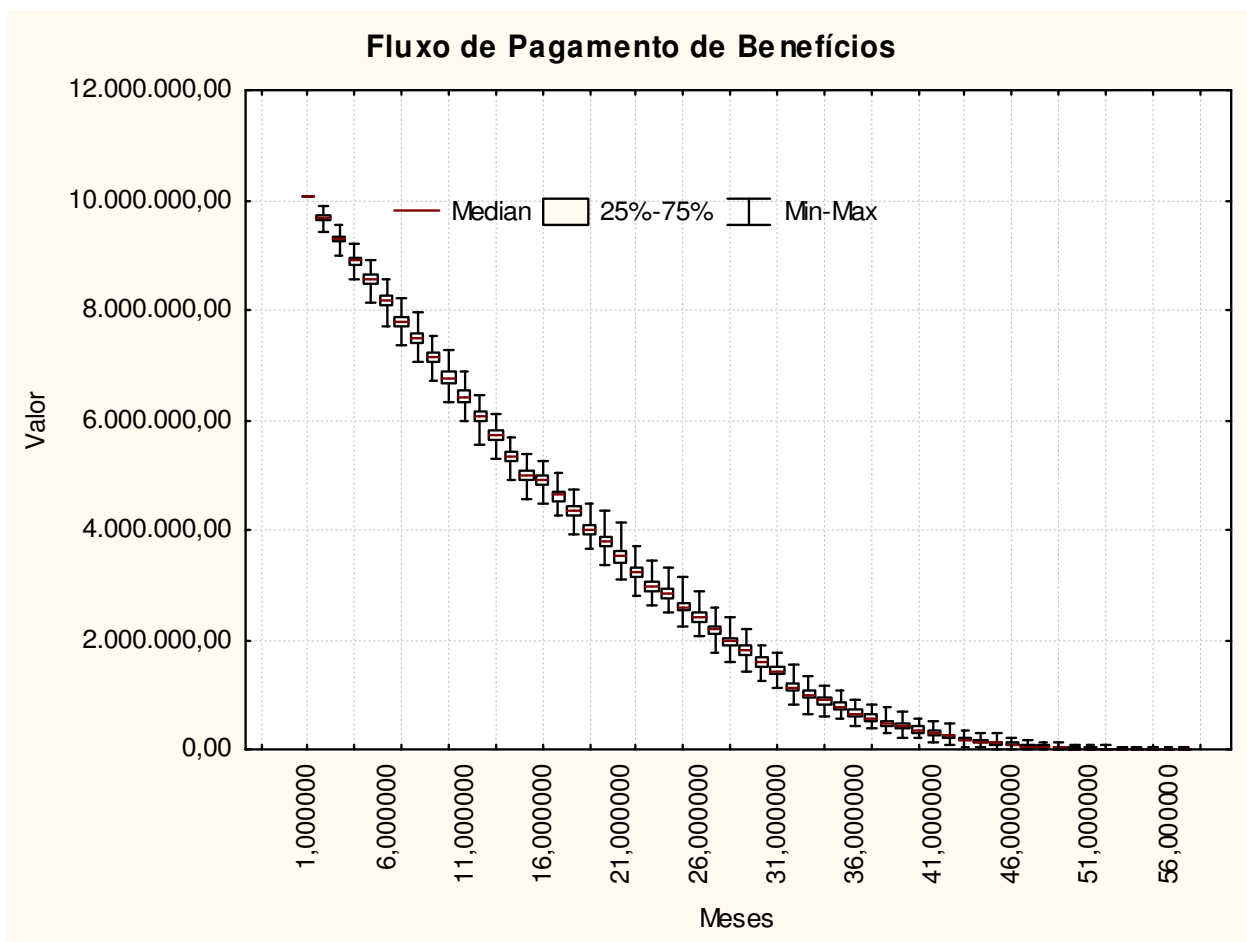


Figura 14: Fluxo de despesas com pagamento de benefícios – AT49

Fonte: Concepção do Autor

A dispersão dos fluxos futuros pode ser observada através dos gráficos apresentados denominados de Box-Plot, onde se verificam os valores mínimos, máximos e medianos, além dos valores que representam os primeiro e terceiro quartis.

A variabilidade desses fluxos de pagamentos da simulação é possível de se observar, ao contrário do cálculo tradicional de reservas matemáticas, pelo qual se utiliza valores médios ou esperança matemática das taxas de mortalidade, gerando assim um único fluxo, não deixando visíveis os níveis de variabilidade. É imperativo lembrar que como se trata de uma variável aleatória, é interessante para o fundo de pensão utilizar uma reserva de contingência para possíveis ajustes que se façam necessários no plano, uma vez que existem probabilidades dos fluxos não serem exatamente o valor médio. Outro motivo importante para essa análise de dispersão do

fluxo deve-se ao fato de que quanto mais disperso, mais prejudicará as alocações dos ativos financeiros do plano, pela maior possibilidade da necessidade de recursos líquidos para o pagamento dos benefícios.

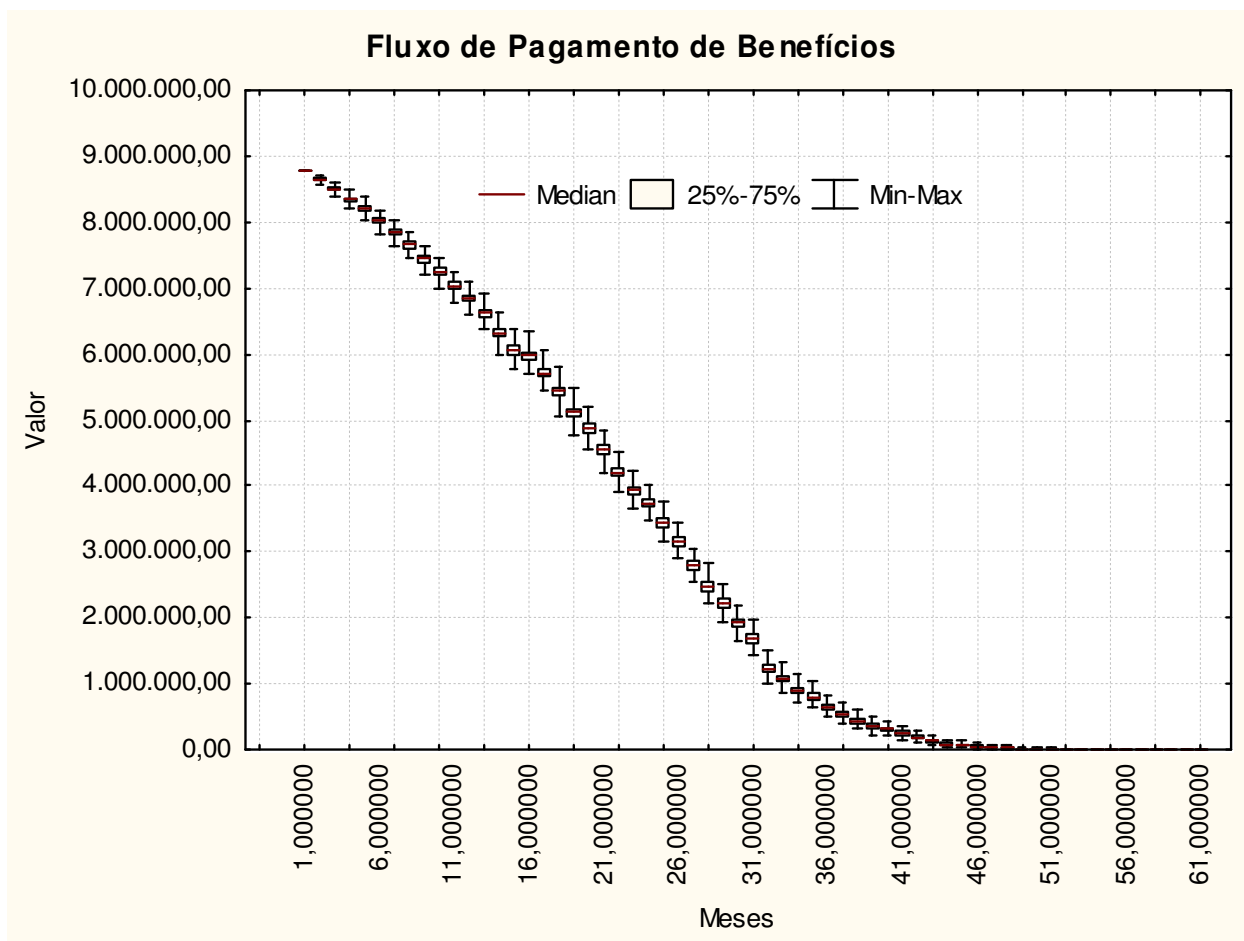


Figura 15 : Fluxo de despesas com pagamento de benefícios – AT83

Fonte: Concepção do Autor

As linhas pontilhadas amarelas nas figuras que representam os fluxos de pagamentos correspondem ao fluxo de saída de recursos obtido pelo método de cálculo tradicional. Tal fluxo se encontra entre os fluxos simulados, validando, portanto, o modelo de simulação desenvolvido, uma vez que as taxas de mortalidade das tábuas representam as taxas esperadas de mortalidade por idade alcançada.

6 – Considerações Finais

Os fundos de pensão são instrumentos essenciais para qualquer nação, seja ela desenvolvida ou em desenvolvimento. Tanto no caráter social, pela manutenção do padrão de vida dos indivíduos após a vida laborativa, como no caráter econômico, como instrumento de formação de poupança interna que viabiliza investimentos em empresas, infraestrutura, títulos, dentre outros, gerando emprego e renda para a sociedade onde estão inseridos.

Pela importância dos fundos de pensão, é necessária uma administração rigorosa dos recursos dos segurados garantindo o pagamento dos benefícios prometidos, uma vez que para isso é imprescindível a exposição a alguns riscos, que dentre os mais importantes estão os riscos biométricos, ou seja, aqueles relacionados à confirmação das estimativas de sobrevivência da população coberta, e os riscos econômicos ou de mercado, referentes ao alcance da rentabilidade obtida com os investimentos comprometendo a formação das reservas correspondentes aos benefícios prometidos.

Portanto, é primordial para o gestor de um fundo obter informações referentes à variabilidade dos seus compromissos para estar preparado para qualquer evento possível e indesejado. Assim, a apuração estocástica do passivo atuarial de um plano de previdência fornece ao gestor informações não somente do valor esperado do compromisso futuro, mas a distribuição de probabilidade desse compromisso, bem como os prováveis fluxos de pagamento de recursos futuros.

Dessa maneira o gestor terá melhores condições de aplicar os recursos dos fundos de pensão, pois poderá prever a necessidade de liquidez dos recursos com certo grau de probabilidade, planejar melhor seus investimentos e não comprometer a rentabilidade esperada com a aplicação dos recursos dos participantes.

Nesse contexto, com as simulações efetuadas é possível saber a probabilidade de ocorrência da reserva matemática a partir da distribuição de probabilidade encontrada. O cálculo estocástico da reserva matemática permite ainda a construção de fluxos de caixa atuarial do Fundo de Pensão baseado nas distribuições das reservas matemáticas projetadas para o futuro incerto, possibilitando, por conseguinte, um maior conhecimento das possíveis variações do passivo atuarial e dos riscos envolvidos, além de se projetar o fluxo de desembolsos futuros correspondentes aos pagamentos dos benefícios.

Os resultados encontrados demonstram claramente o erro no qual o administrador do Fundo de Pensão pode incorrer ao ignorar o comportamento aleatório das variáveis que determinam seu Passivo Atuarial. Sem dúvida, a partir destes resultados, introduz-se uma medida de risco associada ao valor esperado dos compromissos extremamente útil na Gestão de Risco do Fundo de Pensão. Esta informação também poderá fornecer subsídios para uma melhor alocação dos ativos do Fundo de Pensão, com o objetivo de melhor honrar seus compromissos futuros com seus participantes.

Os valores das reservas matemáticas calculadas com a Tábua AT83 são superiores aos obtidos utilizando-se a Tábua AT49, em razão da primeira apresentar expectativas de sobrevida superiores. Pelo mesmo motivo, os fluxos de desembolsos com pagamento de benefícios com a Tábua AT49 se encerram alguns anos antes se comparados com os fluxos calculados com a AT83.

A utilização da dinâmica de mensuração estocástica dos passivos atuariais poderá servir de insumo para estudos futuros de Asset Liability Management – ALM, que corresponde à gestão integrada de ativos e passivos atuariais dos fundos de pensão, ou seja, um modelo de alocação ótima dos recursos tendo em vista as variáveis estocásticas inseridas tanto na mensuração dos passivos atuarial como na determinação dos valores dos ativos, prevendo com determinada probabilidade o nível de solvência do plano de previdência.

A operacionalização de um modelo de ALM consiste, portanto, em encontrar uma solução ótima ou, pelo menos, boas soluções para alocação dos recursos dos fundos, levando em conta seus objetivos e restrições estabelecidas, sobretudo relacionadas à componente aleatória do passivo atuarial. Trata-se, portanto, de um processo de otimização e, como tal, envolve a utilização de um algoritmo capaz de encontrar tais soluções, visto que, analiticamente o processo é impossível dada a quantidade de variáveis e equações que formulam o problema.

Adicionalmente, tal teoria de ALM carece de bibliografia e divulgação de pesquisas, sobretudo às relacionadas à determinação do valor justo das obrigações e do valor justo dos ativos financeiros à taxa de desconto adequada.

Referências Bibliográficas

ABRAPP. **CONSOLIDADO ESTATÍSTICO DE JUNHO 2007**. Disponível em:
<<http://www.abrapp.org.br>>. Acesso em: 22/05/2004.

AGUIAR, Manoel Robson. **UMA INTRODUÇÃO AO ESTUDO DA GESTÃO FINANCEIRA EM FUNDOS DE PENSÃO**. 2004. Monografia (Bacharelado em Atuaria). Faculdade de Economia, Administração, Atuaria e Contabilidade. Universidade Federal do Ceará.

BRASIL, Gilberto. **O ABC DA MATEMÁTICA ATUARIAL E PRINCÍPIOS GERAIS DE SEGUROS**. Porto Alegre, Sulina, 1985.

BRASIL. **EMENDA CONSTITUCIONAL Nº 20, DE 15 DE DEZEMBRO DE 1998**. Modifica o sistema de previdência social, estabelece normas de transição e dá outras providências.

_____. Ministério da Previdência Social (MPAS), Secretaria de Previdência Complementar (SPC). **COLETÂNEA DE NORMAS DOS FUNDOS DE PENSÃO**. Brasília: MPAS, SPC 2007.

_____. Secretaria de Previdência Complementar. **INFORME ESTATÍSTICO DE JUNHO 2007**. Disponível em: <<http://www.mpas.gov.br>>. Acesso em: 20/11/2007.

_____. **LEI COMPLEMENTAR Nº 109, DE 29 DE MAIO DE 2001**. Dispõe sobre o Regime de Previdência Complementar e dá outras providências.

_____. Secretaria de Previdência Complementar. **RESOLUÇÃO MPAS/CGPC Nº 16, DE 22/11/2005**. Normatiza os planos de benefícios de caráter previdenciário nas

modalidades de benefício definido, contribuição definida e contribuição variável, e dá outras providências.

_____. Secretaria de Previdência Complementar. **RESOLUÇÃO MPAS/CGPC Nº 19, DE 22/11/2005**. Dispõe sobre os institutos do benefício proporcional diferido, portabilidade, resgate, e autopatrocínio em planos de entidade fechada de previdência complementar.

BURATTO, Marcos V.. **CONSTRUÇÃO E AVALIAÇÃO DE UM MODELO DE SIMULAÇÃO PARA ANALISAR A CAPACIDADE DE PAGAMENTO DAS EMPRESAS EM FINANCIAMENTOS DE LONGO PRAZO**. 2005. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Administração. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

CAPELO, Emílio R. **UMA INTRODUÇÃO AO ESTUDO ATUARIAL DOS FUNDOS PRIVADOS DE PENSÃO**. São Paulo, EAESP/FGV, 1986. (Tese de Doutorado apresentada ao Curso de Pós-Graduação da EAESP/FGV, Área de Concentração: Administração Contábil e Financeira, Domínio Conexo: Métodos Quantitativos em Administração).

DACHS, J. Norberto W. **ESTATÍSTICA COMPUTACIONAL**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda., 1998.

DA SILVA, E. Medeiros. et. al. **PESQUISA OPERACIONAL**. São Paulo: Atlas, 1998.

EVANS, J. R., Olson, D. L. **INTRODUCTION TO SIMULATION AND RISK ANALYSIS**. New Jersey: Prentice Hall, 1998.

LAW, A.M., KELTON, W.D. **SIMULATION MODELING & ANALYSIS**. New York: McGraw-Hill, Inc, 1991.

OLIVEIRA, Átila E. **ENTIDADES FECHADAS DE PREVIDÊNCIA PRIVADA NO BRASIL – POLÍTICA DE INVESTIMENTOS EM FUNDOS DE PENSÃO - ALM.** Fortaleza, UFC, 2005. (Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Economia, Área de Concentração em Economia de Empresas, da Universidade Federal do Ceará)

OLIVEIRA, Maria A. C. **UMA ANÁLISE DA UTILIZAÇÃO DE ALM PELOS FUNDOS DE PENSÃO NO BRASIL E UMA CONTRIBUIÇÃO PARA ANÁLISE DO RISCO DE SOLVÊNCIA NOS PLANOS DE BENEFÍCIO DEFINIDO.**São Paulo, USP, 2005. (Dissertação apresentada ao Departamento de Contabilidade e Atuária da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo).

OCDE. **PENSION MARKETS IN FOCUS – Novembro 2007.** Disponível em: <<http://www.oecd.org>>. Acesso em: 22/01/2008.

PEREIRA, Aline Maria Paz. **FUNDOS DE PENSÃO: UMA INTRODUÇÃO À ADMINISTRAÇÃO DA SOLVÊNCIA.** 1996. Monografia (Bacharelado em Atuaria). Faculdade de Economia, Administração, Atuaria e Contabilidade. Universidade Federal do Ceará.

PINHEIRO, Ricardo P. **RISCOS DEMOGRÁFICOS E ATUARIAIS NOS PLANOS DE BENEFÍCIO DEFINIDO E DE CONTRIBUIÇÃO DEFINIDA NUM FUNDO DE PENSÃO.** Belo Horizonte, UFMG/FACE, 2005. (Tese apresentada ao curso de doutorado em Demografia do Centro de Desenvolvimento e Planejamento Regional da Faculdade de Ciências Econômicas da Universidade Federal de Minas Gerais)

VILANOVA, Wilson. **MATEMÁTICA ATUARIAL.** São Paulo: Pioneira, 1969.

WINKLEVOSS, Howard E.. **PENSION MATHEMATICS WITH NUMERICAL ILLUSTRATIONS.** Second Edition. Pennsylvania, 1993.

Glossário

ABRAPP: Associação Brasileira das Entidades Fechadas de Previdência Complementar.

ASSISTIDO: O participante ou seu beneficiário em gozo de benefício de prestação continuada do plano.

ATIVO DOS PLANOS: Somatório de todos os recursos já acumulados pela entidade, considerando todos os planos por ela oferecidos.

ATUÁRIO: Profissional técnico especializado, com formação acadêmica em ciências atuariais. As principais áreas de atuação são: planos privados de aposentadoria, onde é responsável pela definição de custo do plano e fluxo de recursos necessários para o equilíbrio do plano; seguros de qualquer espécie (vida em grupo, automóvel, incêndio, etc.), onde é responsável pela fixação do valor das indenizações e prêmios a serem pagos; planos de capitalização; planos de saúde, onde é responsável pelo cálculo do custo do plano e nível de cobertura aceitável; seguridade social. Outra área de atuação mais recente é no mercado financeiro, na avaliação de investimentos.

AVALIAÇÃO ATUARIAL: Estudo técnico baseado em levantamento de dados estatísticos, no qual o atuário procura mensurar os recursos necessários à garantia dos benefícios oferecidos pelo Fundo de Pensão, bem como analisar o histórico e a evolução da entidade como um todo, de forma a apresentar estratégias que permitam a sua adaptação aos novos cenários (estatísticas da população analisada, dos investimentos e da evolução dos benefícios pagos). No Brasil, é efetuada anualmente, fornecendo informações básicas para encerramento do balanço anual da entidade.

BENEFICIÁRIO: Dependente designado pelo participante para receber benefício do plano. Alguns planos permitem que, na inexistência de dependentes, o participante indique qualquer pessoa física para receber o benefício de pensão e/ou pecúlio.

BENEFÍCIO DE CARÁTER PREVIDENCIÁRIO: Benefício cujo fator gerador decorre, em conjunto ou separadamente, de sobrevivência, invalidez, morte, reclusão e doença.

BENEFICIÁRIO DESIGNADO: Corresponde a qualquer pessoa física indicada pelo participante que não possua beneficiário, para, no caso do seu falecimento, receber benefício do plano.

BENEFÍCIOS DO PLANO: Todos os benefícios previdenciários assegurados pelo plano aos participantes e a seus beneficiários.

BENEFÍCIO PROGRAMÁVEL: Benefício de caráter previdenciário no qual pode-se estabelecer a data de seu início.

BENEFÍCIO PROPORCIONAL DIFERIDO: Instituto previdenciário que permite ao participante que tenha rompido o vínculo empregatício com o patrocinador ou associativo com o Instituidor receber, quando atendidas as condições regulamentares, o benefício correspondente à essa opção. Nessa hipótese o participante, classificado como remido, deixa de contribuir para o plano arcando exclusivamente com o pagamento do custeio administrativo até a data do recebimento do benefício.

CONTRIBUIÇÃO NORMAL: Contribuição realizada pela patrocinadora e pelo participante, de caráter obrigatório e definida anualmente no plano de custeio, destinada a constituição de reservas com a finalidade de prover o pagamento de benefícios de caráter previdenciário.

CONSELHO DE GESTÃO DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR – CGPC: Órgão colegiado, normativo, de deliberação, controle e avaliação da execução da política nacional das EFPC, integrante da estrutura regimental do Ministério da Previdência Social.

CONTRIBUIÇÃO DEFINIDA: Modalidade em que o valor do benefício é fixado em função do montante acumulado nas contas individuais dos participantes e/ou patrocinadora durante o período contributivo, em função do valor de contribuição definido previamente.

CUSTO DO PLANO: Valor reconhecido nas demonstrações financeiras do empregador como o custo de um plano de pensão em certo período. Os componentes do custo do plano são o Custo Normal, Juros sobre o Passivo, Retorno Real dos Investimentos, Ganhos ou Perdas Patrimoniais do Exercício, Amortização de Ganhos ou Perdas de Exercícios Anteriores. Amortização do Passivo Atuarial e Inicial , Amortização de Acréscimos do Passivo.

DÉFICIT TÉCNICO: Registra a diferença negativa entre os bens e direitos e as obrigações apuradas ao final de um período contábil. Corresponde à insuficiência de recursos para cobertura dos compromissos dos planos.

DEMONSTRATIVO DOS RESULTADOS DA AVALIAÇÃO ATUARIAL: Documento preparado pelo Atuário responsável pelo plano, contendo todas as informações exigidas pelo Ministério da Previdência relativas ao plano e à avaliação atuarial de cada exercício.

DEVOLUÇÃO DE POUPANÇA OU RESGATE DE SALDO: Percentual da reserva de poupança/garantia ou saldo de conta pago ao participante em caso de saída antecipada.

ENTIDADE ABERTA DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR (EAPC):

Entidade de previdência privada constituída unicamente sob a forma de sociedade anônima que tem por objetivo instituir e operar planos de benefícios de caráter previdenciário, concedidos em forma de renda continuada ou pagamento único, acessíveis a quaisquer pessoas físicas.

ENTIDADE DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR (EPC):

Entidade que opera o regime de previdência complementar e tem por objetivo principal instituir e executar planos de benefícios de caráter previdenciário.

ENTIDADE FECHADA DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR (EFPC):

Sociedade civil ou fundação, sem fins lucrativos, constituída por patrocinador ou instituidor, sob a forma de sociedade civil ou fundação, que tem por objeto instituir planos privados de concessão de benefícios complementares ou assemelhados ao do Regime Geral de Previdência Social. Popularmente, é conhecida como Fundo de Pensão.

EQUILÍBRIO TÉCNICO:

Situação apurada ao final de um período contábil em que o valor dos bens e direitos é igual ao das obrigações.

FUNDO DE PENSÃO:

Denominação popular para Entidade Fechada de Previdência Complementar. Sociedade sem fins lucrativos, constituída por uma Empresa ou por uma entidade de classe Sindical, cujo objetivo principal seja a concessão de benefícios de caráter previdenciário, tendo como receita as contribuições dos participantes e, se for o caso das empresas Patrocinadoras.

HIPÓTESES ATUARIAIS:

Hipóteses definidas pelo atuário, de comum acordo com a entidade e a empresa patrocinadora que devem refletir a realidade da empresa (área de atuação, políticas de recursos humanos etc) e da comunidade local (cidade/país de funcionamento). As hipóteses atuariais devem ser analisadas a cada ano para ajustá-las, se necessário, à realidade da época.

META ATUARIAL: Hipótese utilizada como parâmetro mínimo para o retorno de investimentos, geralmente fixada como a taxa real de juros adotada na avaliação atuarial mais o índice do plano.

MODALIDADE DE PLANO: Classificação do plano atribuída em concordância com a modalidade dos benefícios de aposentadoria programada e continuada.

PARTICIPANTE: Pessoa física que adere aos planos de benefícios nos termos do regulamento.

PARTICIPANTE ASSISTIDO: Participante que recebe benefício do plano.

PARTICIPANTE ATIVO: Participante que contribui para o plano e ainda não recebe benefício do mesmo.

PARTICIPANTE AUTOPATROCINADO: Participante Ativo que decide permanecer no plano após a suspensão ou cessação do vínculo empregatício com a patrocinadora, contribuindo para o Plano com a sua parte e a que seria devida pela Patrocinadora.

PATROCINADORA: Empresa ou grupo de empresas, a União, os Estados, o Distrito Federal, os Municípios, suas autarquias, fundações, sociedades de economia mista e outras entidades públicas, que por meio da assinatura do Convênio de Adesão firmado junto à Entidade de Previdência Complementar, propõe um plano de benefícios de caráter previdenciário, destinado aos seus empregados e contribui para a formação das reservas dos benefícios oferecidos pelo plano.

PASSIVO ATUARIAL: Valor presente calculado atuarialmente, dos benefícios acumulados pelos participantes até a data da avaliação. A definição do benefício acumulado será dada pelo método atuarial utilizado.

PATRIMÔNIO DO PLANO: O patrimônio do plano é o conjunto dos bens destinados à cobertura dos benefícios prometidos que se encontram completamente desvinculados do patrimônio da empresa, normalmente na forma de ações, debêntures, imóveis, títulos do governo e outros.

PLANO DE BENEFÍCIOS: Conjunto de regras definidoras de benefícios de caráter previdenciário, comum a totalidade dos participantes vinculados, com independência patrimonial, contábil e financeira em relação a quaisquer outros.

PLANO DE BENEFÍCIO DEFINIDO: É um plano cuja característica principal é o conhecimento antecipado do benefício que será pago ao participante quando da aposentadoria.

PLANO DE CONTRIBUIÇÃO DEFINIDA: É um plano cuja característica principal é o conhecimento da contribuição que será efetuada pelo participante e pela patrocinadora até a data da aposentadoria. O benefício será determinado de acordo com o saldo dessas contribuições.

PLANO DE CONTRIBUIÇÃO VARIÁVEL: Modalidade de plano em que o valor e a periodicidade de contribuição podem ser previamente estipulados, ficando facultado ao participante efetuar contribuições de qualquer valor, a qualquer tempo.

PLANO DE CUSTEIO: Estabelece o nível de contribuição necessário à constituição das reservas garantidoras de benefícios, fundos, provisões e à cobertura das demais despesas, em conformidade com os critérios fixados pelo órgão regulador e fiscalizador, com periodicidade mínima anual.

PORTABILIDADE: Instituto previdenciário que faculta ao participante, em razão da cessação do seu vínculo empregatício como o patrocinador ou associativo com o instituidor antes da aquisição do direito ao benefício pleno, portar os recursos

financeiros correspondentes ao seu direito acumulado para outro plano operado por entidade de previdência complementar.

RECURSOS GARANTIDORES: Recursos provenientes dos investimentos realizados pelas EFPC de acordo com o disposto nas normas em vigor.

RESERVA DE CONTINGÊNCIA: Valor constituído somente se o plano apresentar superávit. Pela legislação atual, não poderá ser superior a 25% do total das Reservas Matemáticas.

RESERVA MATEMÁTICA DE BENEFÍCIOS A CONCEDER: Corresponde ao valor necessário para pagamento dos benefícios que serão concedidos aos participantes que ainda não estão recebendo benefício pela entidade.

RESERVA MATEMÁTICA DE BENEFÍCIOS CONCEDIDOS: Corresponde ao valor necessário para pagamento dos benefícios que já foram concedidos pela entidade.

RESERVAS MATEMÁTICAS: São os montantes calculados em uma determinada data, destinados a pagamentos futuros de benefícios, considerando o regulamento do plano em vigor e o plano de custeio.

RESGATE: Instituto através do qual o participante que tenha rompido o vínculo empregatício com a patrocinadora, antes de ser elegível a benefício do plano recebe a restituição das contribuições, conforme definida no regulamento.

RESULTADO DOS INVESTIMENTOS: O retorno líquido auferido com aplicação dos ativos financeiros do plano, assim entendido os ganhos e perdas dos investimentos realizados, deduzidos da carga tributária e dos custos despendidos para execução desses investimentos.

SECRETARIA DE PREVIDÊNCIA COMPLEMENTAR (SPC): Órgão fiscalizador das EFPC, vinculado ao Ministério da Previdência Social.

SUPERÁVIT TÉCNICO: Corresponde ao excesso de recursos existentes no Ativo dos planos em relação aos compromissos existentes.

VALOR PRESENTE DO BENEFÍCIO: Corresponde aos valores dos benefícios calculados atuarialmente na data de avaliação, considerando as hipóteses atuariais e econômicas utilizadas.