



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

CECÍLIA LEITE DO AMARAL VERAS CAMPOS

Dinâmica não linear em laser de modos travados com fibra dopada com Yb

Recife
2020

CECÍLIA LEITE DO AMARAL VERAS CAMPOS

Dinâmica não linear em laser de modos travados com fibra dopada com Yb

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutora em Física.

Área de Concentração: Óptica

Orientador: Prof. Marcio Heraclyto Gonçalves de Miranda

Recife
2020

Catálogo na fonte
Bibliotecária Monick Raquel Silvestre da S. Portes, CRB4-1217

C198d Campos, Cecília Leite do Amaral Veras
Dinâmica não linear em laser de modos travados com fibra dopada com Yb
/ Cecília Leite do Amaral Veras Campos. – 2020.
117 f.: il., fig., tab.

Orientador: Marcio Heraclyto Gonçalves de Miranda.
Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CCEN, Física,
Recife, 2020.
Inclui referências e anexos.

1. Óptica. 2. Laser de fibra. I. Miranda, Marcio Heraclyto Gonçalves de
(orientador). II. Título.

535.2 CDD (23. ed.) UFPE- CCEN 2020 - 189

CECÍLIA LEITE DO AMARAL VERAS CAMPOS

**DINÂMICA NÃO LINEAR EM LASER DE MODOS TRAVADOS
COM FIBRA DOPADA COM Yb**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutora em Física.

Aprovada em: 21/09/2020.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Marcio Heraclyto Gonçalves de Miranda
Orientador
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Anderson Stevens Leônidas Gomes
Examinador Interno
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Lúcio Hora Acioli
Examinador Interno
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Cleber Renato Mendonça
Examinador Externo
Universidade de São Paulo

Prof. Walter Margulis
Examinador Externo
RISE Research Institutes of Sweden AB

A Paco.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Socorro, Fred, Euzebio, Fátima e Djalma por todo suporte e amor. Ao meu orientador, Marcio de Miranda, por toda a contribuição na minha formação profissional e dedicação para o desenvolvimento da pesquisa. Ao professor Lúcio Acioli pelas valiosas contribuições, sempre engrandecendo as análises e discussões. Aos meus colegas de laboratório, em particular a Lucas pela colaboração direta no trabalho realizado e a Guillermo pela ajuda sempre disponível. Aos demais integrantes do grupo de óptica do Departamento de Física da UFPE pelas contribuições circunstanciais. Aos amigos Alyson, André, Eglânio, Florentino, Henry, Jessica, Kainã, Luísa, Manoel e Winnie. Aos funcionários e demais professores do DF, em especial ao professor Eduardo Padrón Hernández pela sua relevância em minha formação. Ao professor Hugo Cavalcante, da UFPB, pela colaboração. Aos órgãos de fomento que possibilitaram a realização desta pesquisa (CNPq, Capes e FACEPE).

RESUMO

Lasers de fibra são sistemas dinâmicos ricos muito interessantes para a exploração de fenômenos não lineares. Sua operação em modos travados apresenta forte relação com as não linearidades intrínsecas à cavidade, podendo exibir diferentes regimes dinâmicos. A escolha mais comum para introduzir perdas dependentes da intensidade em lasers de fibra baseia-se na rotação não linear da polarização, uma técnica passiva que emula um absorvedor saturável, permitindo o travamento dos modos. Nesse contexto, as curvas de transmissão são importantes porque estão estreitamente relacionadas às perdas não lineares da cavidade. Neste trabalho, realizamos estudos experimentais sistemáticos, voltados a transições dinâmicas impostas por variações no bombeamento, com ênfase em suas relações com as curvas de transmissão de um laser de Yb. Investigamos três dinâmicas principais, incluindo dobramentos de período no regime de pulsos individuais, transições no número de pulsos na cavidade e evoluções discretas na separação temporal e na fase relativa entre sólitons ligados. As análises basearam-se em medidas de potência média, espectro de RF, espectro óptico, séries temporais e autocorrelação interferométrica, com o monitoramento dos sinais intra e extracavidade. As caracterizações revelaram associações entre as dinâmicas observadas e as modulações das perdas não lineares. Dada a natureza do travamento dos modos, as curvas de transmissão apresentaram assinaturas experimentais claras das transições dinâmicas, mostrando-se úteis para o estudo e o monitoramento do sistema.

Palavras-chaves: Laser de fibra. Laser de modos travados. Rotação não linear da polarização. Transmissão não linear. Dinâmica não linear. Sólitons ligados.

ABSTRACT

Mode-locked fiber lasers are rich dynamical systems very interesting to explore nonlinear phenomena. The mode-locked operation is strongly determined by the intrinsic intracavity nonlinearities, being able to present different dynamical regimes. The most common choice to obtain intensity-dependent losses in fiber lasers is based on the nonlinear polarization rotation, a passive technique that emulates a fast saturable absorber, allowing for mode-locking operation. In this context, the transmission curves are important because they are closely related to the cavity nonlinear losses. In this work, we performed systematic experimental studies toward dynamical transitions imposed by changes in pump power, emphasizing their relation to the transmission curves of an Yb fiber laser. We investigated three main dynamics, including period-doubling bifurcation in single pulse regime, transitions in the number of pulses in the cavity and discrete evolution of temporal separation and relative phase for bound solitons. We monitored the intracavity and extracavity signals and the analysis were based on measurements of average power, RF spectrum, optical spectrum, time series and interferometric autocorrelation. We found relations between the nonlinear dynamics and modulations of the nonlinear losses, with clear experimental signatures of dynamical transitions in the transmission curves, which proved useful for study and monitoring the system.

Keywords: Fiber laser. Mode-locked laser. Nonlinear polarization rotation. Nonlinear transmission. Nonlinear dynamics. Bound solitons.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – (a) Estrutura eletrônica dos íons de Yb^{3+} alojados em matriz de sílica. Setas vermelhas indicam transições de bombeamento; setas verdes indicam transições laser. (b) Transições do laser de Yb utilizado nesta tese.	20
Figura 2 – Seções de choque para íons de Yb^{3+} em germanosilicato.	21
Figura 3 – Propagação de sólitons. Sóliton fundamental (a) no domínio temporal, (b) no domínio espectral. Sóliton de 2ª ordem (c) no domínio temporal, (d) no domínio espectral.	33
Figura 4 – Evolução durante dois períodos do mapeamento com dispersão total zero. Curva pontilhada: quadrado da largura de banda espectral; curva sólida: largura temporal.	35
Figura 5 – Propagação de sólitons com gerenciamento da dispersão para regimes de dispersão total (a) normal, (b) anômala. Para detalhes da simulação, ver a referência [39].	36
Figura 6 – Propagação de sólitons com gerenciamento da dispersão para situações em que as não linearidades estão concentradas (a) apenas na região normal, (b) apenas na região anômala. Os demais parâmetros são os mesmo da Figura 5(a).	36
Figura 7 – Paralelo entre os sólitons da ENLS e da ECGL.	38
Figura 8 – Ilustração da técnica baseada na rotação não linear da polarização. Para sinais muito intensos, o estado de polarização é rotacionado durante a propagação nas fibras. Como o polarizador transmite apenas em uma direção bem definida, a transmissão dependerá da NPR e, portanto, da intensidade dos sinais. Ajustes adequados em CP2 podem maximizar a transmissão dos sinais mais intensos. Com isso, sinais pouco intensos serão menos transmitidos, já que suas polarizações são pouco afetadas durante a propagação. Isso emula um absorvedor saturável. CP1 e CP2 correspondem a controladores de polarização como placas de onda, por exemplo.	39
Figura 9 – Esquema simplificado representando os elementos imprescindíveis para travamento dos modos via NPR em lasers de fibra. x e y correspondem aos eixos ópticos da fibra.	42
Figura 10 – (a)-(e) Séries temporais e (f)-(j) mapas de retorno para uma dada configuração do laser de Yb do nosso laboratório. É possível observar (a) e (f) período regular, (b) e (g) período 2, (c) e (h) período 4, (d) e (i) caos, (e) e (j) período 3. Mais informações em [11].	44
Figura 11 – Surgimento de novos pulsos em decorrência da limitação na largura de banda do ganho.	47

Figura 12 – Evolução do espectro óptico associado à formação de novos sólitons a partir da amplificação da radiação dispersiva. O bombeamento é continuamente aumentado da Figura (a) à Figura (d).	48
Figura 13 – Variações na interferência espectral devido a alterações na separação temporal entre os sólitons.	51
Figura 14 – Variações na interferência espectral devido a alterações na fase relativa entre os sólitons.	51
Figura 15 – Variações na interferência espectral devido a alterações na razão de amplitude dos sólitons.	51
Figura 16 – Evolução do perfil temporal de um par de sólitons ligados durante uma volta na cavidade com gerenciamento da dispersão. (a) O mapeamento altera significativamente os perfis, atribuindo características de <i>stretched-pulse</i> . (b) O mapeamento introduz alterações sutis. Região vermelha: fibra dopada com Er^{3+} . Região azul, fibra SM. Para detalhes das simulações, ver a referência [87].	53
Figura 17 – Dinâmicas internas observadas em pares de sólitons ligados via DFT. Curva vermelha e Figura (a): diferença de fase oscilatória. Curva azul e Figura (b): vibrações. Curva preta e (d): diferença de fase divergente. (c) Separações temporais recuperadas dos dados (a), (b) e (d) em função do número de voltas na cavidade, ξ	54
Figura 18 – Influência do processo de média no perfil espectral. Foram considerados dois pulsos gaussianos de duração T_0 e separação $25T_0$. (a)-(c) Diferença de fase oscila com amplitude A_ϕ e separação temporal fixa. (d)-(f) Separação oscila com amplitude A_τ normalizada a T_0 e diferença de fase fixa.	56
Figura 19 – Representação esquemática da cavidade, que contém os seguintes componentes: laser de diodo (LD), <i>wavelength division multiplexing</i> (WDM), fibra dopada com Yb^{3+} (FDY), placa de quarto de onda ($\lambda/4$), placa de meia onda ($\lambda/2$), <i>polarizing beamsplitter</i> (PBS), par de grades (PG), isolador óptico (IO), acopladores GRIN- <i>lens</i> (A) e espelhos (E).	58
Figura 20 – Operação típica do laser para dispersão total próxima do zero e bombeamento em 320 mW. (a) Trem de pulsos com amplitude uniforme, (b) espectro óptico centrado em aproximadamente 1025 nm e (c) espectro RF indicando taxa de repetição de aproximadamente 125 MHz. Configuração equivalente à da seção 4.1.	61
Figura 21 – Esquema representativo da calibração de potências dentro e fora da cavidade.	62
Figura 22 – Representação esquemática do autocorrelacionador interferométrico montado no próprio laboratório.	63

Figura 23 – Padrão de autocorrelação interferométrica obtido experimentalmente a partir de um trem regular de pulsos. Configuração equivalente à da seção 4.2 com bombeamento em 250 mW.	64
Figura 24 – Montagem experimental e sistema de aquisição de dados: laser de diodo (LD), <i>wavelength division multiplexing</i> (WDM), fibra dopada com Yb^{3+} (FDY), placa de quarto de onda ($\lambda/4$), placa de meia onda ($\lambda/2$), <i>polarizing beamsplitter</i> (PBS), par de grades (PG), isolador óptico (IO), acopladores GRIN- <i>lens</i> (A), espelhos (E), detectores (D). Configuração das placas de onda: $(\lambda/4)_{in} = 174^\circ$, $(\lambda/4)_{out} = 246^\circ$ e $(\lambda/2) = 263^\circ$	67
Figura 25 – Evolução do espectro de RF para os sinais (a) extracavidade e (b) intracavidade, mostrando período 1, período 2 e período 4. As dinâmicas dentro e fora da cavidade são idênticas.	69
Figura 26 – Séries temporais intracavidade (linha superior) e extracavidade (linha inferior): (a) e (e) período 1, (b) e (f) período 2 e (c) e (g) período 4. Diagramas de bifurcação (d) intracavidade e (h) extracavidade.	70
Figura 27 – Curvas de potência média para os sinais intracavidade (preta), extracavidade (vermelha) e potência média total (verde).	71
Figura 28 – Evolução do espectro óptico medido a partir do sinal extracavidade.	73
Figura 29 – (a) Curva de transmissão não linear, apresentando descontinuidades a cada bifurcação. (b) Derivada da curva de transmissão com respeito à potência total. As três janelas distintas correspondem a (I) período 1, (II) período 2, (III) período 4.	74
Figura 30 – Montagem experimental e sistema de aquisição de dados: laser de diodo (LD), <i>wavelength division multiplexing</i> (WDM), fibra dopada com Yb^{3+} (FDY), placa de quarto de onda ($\lambda/4$), placa de meia onda ($\lambda/2$), <i>polarizing beamsplitter</i> (PBS), par de grades (PG), isolador óptico (IO), acopladores GRIN- <i>lens</i> (A), espelhos (E), detectores (D).	76
Figura 31 – Espectro óptico para (a) último passo em regime de único sóliton (1S), (b) primeiro passo em regime de dois sólitons ligados (2S).	77
Figura 32 – Evolução do espectro óptico para (a) caminho A e (b) caminho B. Evolução da autocorrelação interferométrica para (c) caminho A e (d) caminho B.	79
Figura 33 – Evolução do espectro de RF para (a) caminho A, (b) caminho B.	80
Figura 34 – Curvas de potência média para os caminhos (a) A e (b) B. Curvas de transmissão não linear para os caminhos (c) A e (d) B. Derivadas da transmissão não linear em relação a P_{total} para os caminhos (e) A e (f) B.	81
Figura 35 – Curvas T e dT/dP_{total} nas regiões contendo transições na separação temporal entre os sólitons ligados. (a) e (d) Regime 2S, caminho A. (b) e (e) Regime 2S, caminho B. (c) e (f) Regime 3S, caminho B.	83

Figura 36 – Padrões representativos de autocorrelação interferométrica, apresentando diferentes amplitudes de correlação cruzada para (a) regime 2S, (b) regime 3S. Evolução dos padrões de correlação cruzada, mostrando descontinuidade nas amplitudes a cada transição para (c) regime 2S, caminho A; (d) regime 3S, caminho B.	84
Figura 37 – Multiestabilidades presentes no sistema. (a) Histerese no número de sólitons circulando na cavidade, (b) histerese na transmissão não linear, (c) histerese na separação temporal no regime 2S.	85
Figura 38 – Espectros ópticos obtidos por meio de um analisador de espectro óptico para diferentes valores de bombeamento. (a) - (c) Dados experimentais (pontos) e ajustes da equação 2.89 (linhas vermelhas) para diferentes bombeamentos. (d) Evolução do espectro óptico com P_{pump}	88
Figura 39 – Autocorrelação interferométrica mostrando separações de aproximadamente (a) 1.09 ps, (b) 0.97 ps, (c) 0.89 ps. (d) Evolução do envelope superior dos padrões de autocorrelação em função de P_{pump}	89
Figura 40 – (a) Separação temporal e (b) fase relativa entre os sólitons ligados em função de P_{pump} . Os círculos pretos são dados experimentais e as linhas vermelhas são valores médios de τ (1.09 ps, 0.97 ps, 0.89 ps) e $\Delta\phi$ (0.43π , 0.22π e 0.51π).	90
Figura 41 – Representação polar para separação temporal e fase relativa entre os sólitons. Os símbolos grandes correspondem às posições médias.	91
Figura 42 – Parâmetros retirados dos ajustes da equação 4.8 nos dados experimentais. (a) Frequência central, (b) parâmetro a , associado à largura espectral.	91
Figura 43 – Evolução (a) do espectro óptico, (b) da autocorrelação interferométrica, (c) de τ e $\Delta\phi$. (d) Representação polar para separação temporal e fase relativa. Configuração das placas de onda: $(\lambda/4)_{\text{in}} = 115^\circ$, $(\lambda/4)_{\text{out}} = 240^\circ$ e $(\lambda/2) = 290^\circ$	92
Figura 44 – Evolução (a) do espectro óptico, (b) da autocorrelação interferométrica, (c) de τ e $\Delta\phi$. (d) Representação polar para separação temporal e fase relativa. Configuração das placas de onda: $(\lambda/4)_{\text{in}} = 295^\circ$, $(\lambda/4)_{\text{out}} = 245^\circ$ e $(\lambda/2) = 298^\circ$	93
Figura 45 – Paralelo entre a evolução do espectro óptico para o sinal (a) intracavidade e (b) extracavidade. (c) Fases relativas recuperadas dos espectros intra e extracavidade, (d) representação polar. A separação temporal entre os sólitons é de 0.90 ps.	94
Figura 46 – (a)-(c) Curvas de transmissão não linear, (d)-(f) curvas da derivada de T em relação à P_{total} e (g)-(i) evolução da autocorrelação cruzada para as três configurações de placas de onda apresentadas nesta seção, seguindo a ordem de apresentação.	95

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Posições dos eixos das placas de onda segundo as leituras feitas nos instrumentos.	59
Tabela 2 – Intervalos de ângulos para os quais sólitons ligados são mais recorrentemente acessados em nosso sistema. Valores lidos nos instrumentos. Os eixos das placa estão na Tabela 1.	76

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

$\lambda/2$	Placa de meia onda
$\lambda/4$	Placa de quarto de onda
A	Acoplador
CP	Controlador de polarização
CW	Onda contínua
D	Detector
E	Espelho
ECGL	Equação complexa de Ginzburg-Landau
ENLS	Equação não linear de Schrödinger
PG	Par de grades
GVD	Dispersão da velocidade de grupo
IO	Isolador óptico
LD	Laser de diodo
MP	Múltiplos pulsos
NPR	Rotação não linear da polarização
P	Polarizador
PBS	Polarizing beamsplitter
RF	Rádiofrequência
SPM	Auto-modulação de fase
WDM	Wavelength division multiplexing
XPM	Modulação de fase cruzada
YDF	Fibra dopada com itérbio

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.1	FIBRAS DOPADAS COM Yb^{3+}	19
2.2	PROPAGAÇÃO DE PULSOS ÓPTICOS EM MEIOS DISPERSIVOS NÃO LINEARES	21
2.2.1	Equações de Maxwell	21
2.2.2	Derivação da equação de propagação não linear	23
2.2.3	Equação não linear de Schrödinger	26
2.2.4	Equação complexa de Ginzburg-Landau	30
2.3	SÓLITONS ÓPTICOS	31
2.3.1	Sólitons temporais	32
2.3.2	Sólitons com gerenciamento da dispersão	34
2.3.3	Sólitons dissipativos	37
2.4	LASER DE MODOS TRAVADOS	38
2.4.1	Rotação não linear da polarização	38
2.4.2	Dinâmica não linear na amplitude do trem de pulsos	43
2.5	REGIME DE MÚLTIPLOS PULSOS	45
2.5.1	Mecanismos de formação de novos pulsos	46
2.5.2	Mecanismos de interação entre múltiplos pulsos	48
2.5.3	Múltiplos sólitons ligados	49
3	METODOLOGIA EXPERIMENTAL	57
3.1	DESCRIÇÃO DO LASER DE Yb	57
3.2	PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS E CARACTERIZAÇÕES	59
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	65
4.1	TRANSMISSÃO NÃO LINEAR EM REGIME DE UM PULSO POR VOLTA NA CAVIDADE	65
4.1.1	Experimento	66
4.1.2	Resultados	68
4.2	TRANSMISSÃO NÃO LINEAR EM REGIME DE MÚLTIPLOS SÓLITONS LIGADOS	75
4.2.1	Experimento	75
4.2.2	Resultados	77
4.3	EVOLUÇÃO DISCRETA DA SEPARAÇÃO TEMPORAL E DA FASE RELATIVA ENTRE PARES DE SÓLITONS LIGADOS	85
4.3.1	Experimento	86
4.3.2	Resultados	87
5	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	96

5.1	CONCLUSÕES	96
5.2	PERSPECTIVAS	97
	REFERÊNCIAS	98
	ANEXO A – INTERNAL NONLINEAR TRANSMISSION IN AN Yb MODE-LOCKED FIBER LASER THROUGH BI- FURCATIONS	105
	ANEXO B – DISCRETE EVOLUTION OF TEMPORAL SEPARA- TION AND RELATIVE PHASE FOR BOUND SOLI- TONS IN A MODE-LOCKED Yb FIBER LASER . . .	110

1 INTRODUÇÃO

Lasers de fibra óptica são sistemas que oferecem vantagens significativas em comparação a outros lasers de estado sólido, como baixo custo e fácil manipulação [1]. Devido à vasta aplicação em telecomunicações, especialmente por meio dos lasers de Er^{3+} , a tecnologia da área desenvolveu-se enormemente, com uma oferta crescente de componentes acoplados em fibra, facilitando a fabricação desses lasers. Dentre as vantagens, podemos destacar a geometria peculiar das fibras ópticas, que permite a dissipação eficiente de calor mesmo na ausência de esquemas de resfriamento. Além disso, o confinamento da radiação nas fibras favorece a obtenção de feixes de alta qualidade, facilitando sua manipulação e alinhamento. A possibilidade de dopagens com diferentes elementos terras-raras fornece janelas amplas de emissão, que vão de aproximadamente 1000 nm a 2000 nm, com diversos esquemas de bombeamento disponíveis [2]. A versatilidade dos lasers de fibra também se manifesta nos seus diferentes modos de operação, que incluem emissão de onda contínua (CW, do inglês *continuous wave*), *Q-switching* e modos travados, com aplicações diversas, incluindo espectroscopia [1], medicina [3,4] e imagem [5], além de aplicações industriais dadas as altas potências que são capazes de entregar [6,7].

Dentre os lasers de fibra, os de Yb destacam-se por apresentar propriedades espectroscópicas simples, com apenas dois níveis principais para comprimentos de onda ópticos. Assim, fatores degradantes como absorção de estado excitado e transferência de energia entre íons estão ausentes, uma reconhecida vantagem em relação a outros íons terras-raras [8]. Além disso, exibem alta eficiência na conversão de energia devido a baixos defeitos quânticos, além de ganho com grande largura de banda, ideal para amplificação de pulsos ultracurtos. Para o travamento dos modos, diversas técnicas podem ser implementadas, como a inclusão de absorvedores saturáveis ou a utilização de técnicas os emulam. No primeiro caso, destacam-se os espelhos semicondutores (SESAM, do inglês *semiconductor saturable absorber mirrors*), embora técnicas mais recentes façam uso de materiais incorporados às fibras, como nanotubos de carbono, por exemplo [9]. Entre as técnicas que imitam a absorção saturada, a mais difundida é baseada na rotação não linear da polarização (NPR, do inglês *nonlinear polarization rotation*), sendo necessária a inclusão de elementos polarizadores para que as perdas não lineares sejam estabelecidas [10].

O interesse em lasers de Yb também se justifica por serem sistemas dinâmicos ricos, ideais para a exploração dos mais diversos fenômenos não lineares, como caos determinístico [11], sólitons dissipativos [12], explosão de sólitons [13], *harmonic mode-locking* [14] e regimes de múltiplos pulsos [15,16]. Muito dessa versatilidade decorre da flexibilidade de operação, já que o sistema é capaz de emitir pulsos de luz sob diferentes configurações experimentais. Em geral, duas propriedades básicas podem ser controladas externamente: i) dispersão da velocidade de grupo, contabilizados pelo β_2 , e ii) modulação das perdas não lineares. Para os comprimentos de onda emitidos pelo Yb^{3+} , que ficam no entorno de 1 μm , a maioria das fibras exibem $\beta_2 > 0$,

o que corresponde à dispersão normal. No entanto, a inclusão de componentes com dispersão anômala permite que a dispersão total da cavidade seja ajustada, enriquecendo a variedade de regimes observados. Dentre os componentes mais utilizados, destacam-se as grades de difração, com a dispersão total controlada a partir da distância entre os pares. A introdução de fibras com dispersão anômala também é comum, mas neste caso o controle da dispersão é limitado. Quanto à modulação das perdas, placas de onda costumam ser introduzidas logo antes do elemento polarizador, permitindo a alteração das perdas não lineares a partir de ajustes em suas configurações. No entanto, isso modifica todo o mecanismo de travamento dos modos, o que pode levar a regimes distintos de operação [17].

As não linearidades presentes em lasers de fibra proporcionam terreno fértil para a exploração de dinâmicas não lineares tanto do ponto de vista experimental quanto teórico. Modelos baseados na equação não linear de Schrödinger (ENLS) e na equação complexa de Ginzburg-Landau (ECGL) são as abordagens mais recorrentes na literatura, prevendo vários regimes dinâmicos que são observados experimentalmente. Pulsações, rota para o caos e explosão de sólitons, por exemplo, são soluções possíveis da ECGL para determinadas janelas de parâmetros, como mostraram Akhmediev *et al.* em um estudo numérico [18]. Com a inclusão do gerenciamento dos parâmetros da ECGL, Soto-Crespo *et al.* mostraram a existência de pulsações com múltiplos períodos, além de bifurcações relacionadas à dispersão e à filtragem espectral [19]. Partindo de uma análise perturbativa da ENLS, Malomed foi capaz de prever a existência de sólitons ligados em lasers de fibra uma década antes das primeiras observações experimentais [20, 21]. Introduzindo os efeitos das placas de onda explicitamente no modelo, Komarov *et al.* obtiveram regimes de múltiplos pulsos, além de histereses e multiestabilidade em lasers travados passivamente via NPR [16]. Em uma abordagem diferente, Wei *et al.* exploraram as modulações das perdas para gerar um mapeamento iterativo, revelando que a complexidade dos comportamentos dinâmicos são manifestações de vários atratores, o que leva à existência de multiestabilidade e caos [22]. Também a partir de um mapeamento iterativo, Li *et al.* investigaram a importância da transmissão não linear no surgimento de bifurcações e múltiplos pulsos, resultando em uma descrição geométrica didática, que ressalta o papel das perdas não lineares nos regimes acessados pelo sistema [23].

A motivação para esta tese foi o estudo sistemático da transmissão não linear em laser de fibra dopada com Yb^{3+} , com o objetivo de estabelecer um entendimento mais completo do ponto de vista experimental sobre as dinâmicas não lineares apresentadas pelo laser. Explorar diferentes dinâmicas e monitorar suas transições proporcionam uma maior compreensão dos fenômenos envolvidos, permitindo um maior controle sobre o sistema, prerrogativa para melhorias em sua performance. Durante o estudo, estabelecemos a potência de bombeamento como parâmetro de controle exclusivo, sendo possível acessar diversos regimes de operação que vão desde a rota para o caos na amplitude do trem de pulsos até dinâmicas de múltiplos pulsos por volta na cavidade. Realizamos o estudo sistemático com foco em três situações principais: i) dobramentos de período em regimes de pulsos individuais, ii) transições no número de pulsos

e iii) evolução da separação temporal e da fase relativa entre pares de sólitons ligados.

Nos regimes de pulsos individuais, investigamos dinâmicas de dobramentos de período, visando relacioná-las às curvas experimentais de transmissão não linear do sistema. Para isso, comparamos medidas de potência média com dinâmicas observadas nas séries temporais, constatando que fenômenos na escala rápida podem ser revelados a partir de medidas lentas. Na etapa seguinte, estendemos o estudo para englobar transições no número de pulsos, observando criações e aniquilações à medida em que o bombeamento era variado. A existência de múltiplos pulsos é uma característica comum em lasers de fibra, especialmente quando o bombeamento é alto se comparado ao limite inferior para operação em modos travados [24]. Seus arranjos na cavidade dependem fundamentalmente dos parâmetros do laser, podendo estar aleatoriamente distribuídos, regularmente espaçados (*harmonic mode-locking*) ou agrupados em estados de grande proximidade, também conhecidos como sólitons ligados [25]. Por serem os mais comuns no nosso laser, as transições estudadas envolveram sólitons ligados. Em uma etapa posterior, voltamos a atenção para as dinâmicas internas apresentadas pelos pares ligados, com ênfase nos dois parâmetros fundamentais, que são a separação temporal e a fase relativa. Variações sistemáticas no bombeamento revelaram dinâmicas discretas visíveis tanto no espectro óptico quanto na autocorrelação interferométrica, além de assinaturas experimentais nas curvas de transmissão não linear, como será discutido ao longo do texto.

Esta tese está organizada em 5 capítulos. Neste primeiro, fizemos uma introdução geral, apresentando o contexto científico no qual nosso estudo está inserido. No capítulo 2, discutiremos os conceitos primordiais que fundamentam as discussões dos resultados obtidos. Apresentaremos as fibras dopadas com Yb^{3+} como meio de ganho, descreveremos as equações que governam a propagação de pulsos ópticos em meios dispersivos não lineares e discutiremos a técnica implementada para o travamento passivo dos modos, juntamente com os regimes dinâmicos mais relevantes para o nosso estudo. No capítulo 3, descreveremos a metodologia experimental, introduzindo o sistema e detalhando as principais técnicas envolvidas nas caracterizações. No capítulo 4, reportaremos e analisaremos os resultados e, finalmente, no capítulo 5, apresentaremos as principais conclusões, juntamente com as perspectivas de estudos complementares que devem ser considerados.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

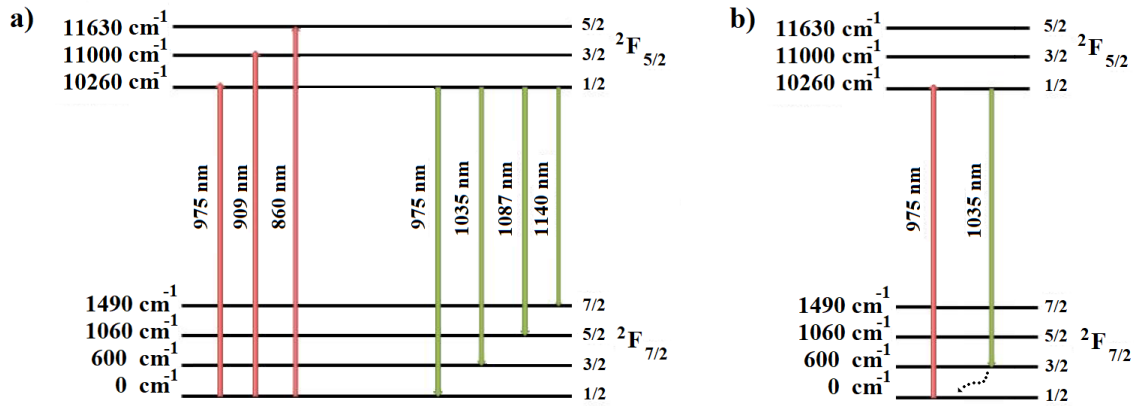
Neste capítulo, introduziremos os principais conceitos associados a lasers de fibra óptica, a fim de fundamentar as discussões dos resultados obtidos nesta tese. Iniciaremos apresentando as características mais notáveis das fibras dopadas com Yb^{3+} , visto que esse é o meio de ganho do laser utilizado nos experimentos. Na sequência, descreveremos a propagação de pulsos ópticos em meios dispersivos não lineares, derivando as principais equações que modelam o sistema. Então, estaremos aptos a introduzir o conceito de sólitons ópticos com ênfase nas suas variadas facetas. No próximo estágio, focaremos no mecanismo de travamento dos modos a partir da rotação não linear da polarização, uma técnica passiva que permite a geração de pulsos ultracurtos de luz. Dadas as características dos lasers de fibra, veremos que uma série de dinâmicas não lineares podem ser acessadas a partir de ajustes nos parâmetros do sistema, incluindo rota para o caos na amplitude do trem de pulsos e regimes de múltiplos pulsos por volta na cavidade. Neste último caso, a ênfase será nos estados de sólitons ligados, situação na qual os pulsos interagem diretamente, sendo capazes de manter separações temporais fixas e relações de fase bem estabelecidas.

2.1 FIBRAS DOPADAS COM Yb^{3+}

O interesse inicial em lasers e amplificadores de fibras dopadas com Yb^{3+} fundamentou-se na possibilidade de obtenção de altas potências, o que pode ser entendido a partir de suas propriedades espectroscópicas. Yb^{3+} são íons trivalentes do Yb, um metal de transição interna pertencente à série dos lantanídeos, parte integrante dos elementos terras-raras, assim como Er, Nd e Tm, também muito utilizados em lasers de fibra. Sua estrutura eletrônica é simples, apresentando apenas dois níveis relevantes para estudos envolvendo comprimentos de onda ópticos [26]. O nível fundamental é o $^2F_{7/2}$, que se desdobra em 4 subníveis, enquanto o nível excitado é o $^2F_{5/2}$, que se desdobra em 3. Essa estrutura oferece vantagens significativas em relação aos outros íons terras-raras, como a ausência de perdas por absorção de estado excitado, por exemplo [8]. A transferência de energia entre íons também não é um fator degradante, permitindo que fibras com dopagens elevadas sejam praticáveis, o que favorece o ganho e a emissão de altas potências. Na Figura 1(a), as principais transições para bombeamento e emissão estimulada estão representadas por setas vermelhas e verdes, respectivamente, indicando uma versatilidade que pode ser explorada na construção do laser. No nosso caso, utilizamos as transições indicadas na Figura 1(b).

Uma característica marcante das fibras dopadas com Yb^{3+} é o baixo defeito quântico, especialmente na transição da Figura 1(b). Isso significa que a energia dos fótons de bombeamento é muito próxima da energia dos fótons da emissão laser, consequência da grande separação entre os níveis $^2F_{7/2}$ e $^2F_{5/2}$ se comparada à separação entre os subníveis de uma

Figura 1 – (a) Estrutura eletrônica dos íons de Yb^{3+} alojados em matriz de sílica. Setas vermelhas indicam transições de bombeamento; setas verdes indicam transições laser. (b) Transições do laser de Yb utilizado nesta tese.

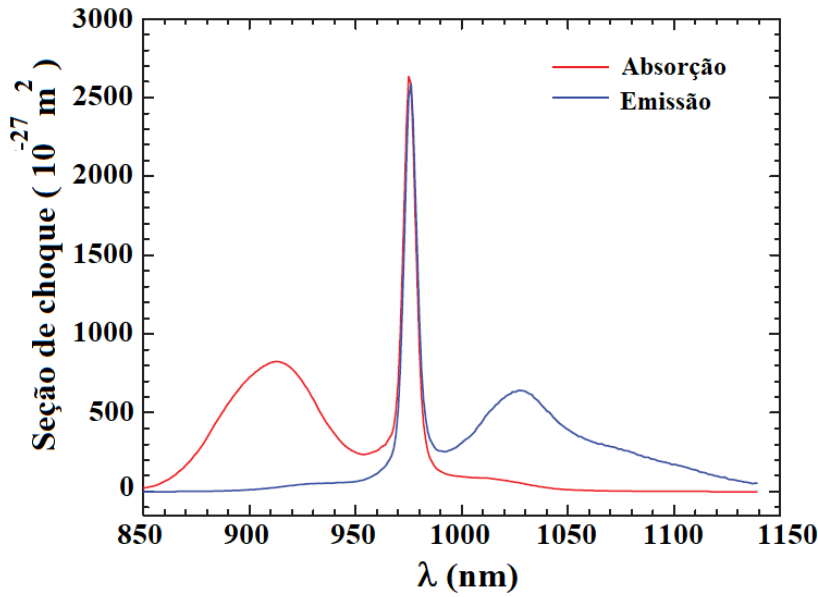


Fonte: Adaptada de [27].

mesma banda. O baixo defeito quântico permite alta eficiência na conversão da energia, o que é bastante interessante para a obtenção de potências elevadas. No entanto, também inclui características de *quasi*-três níveis, prejudicando a inversão de população, pois o nível inferior da transição laser está muito próximo do nível fundamental, podendo ser facilmente populado devido a excitações térmicas. Nesse cenário, além dos limiares de bombeamento serem mais altos, perdas devido à reabsorção podem ser prejudiciais.

Outra propriedade importante relacionada à absorção e emissão de um laser são as seções de choque efetivas dos íons do meio de ganho. Essas seções trazem informações sobre as transições mais prováveis, facilitando a escolha dos esquemas de bombeamento e emissão. Elas dependem enormemente do material hospedeiro, como pode ser conferido na referência [28]. Para Yb^{3+} em germanossilicato, material amplamente utilizado no núcleo das fibras, as seções de choque estão apresentadas na Figura 2. Da curva vermelha, vemos que as escolhas mais óbvias para o bombeamento são em 910 nm e 975 nm. Já as emissões mais prováveis ocorrerão em 975 nm e no entorno de 1030 nm. Como as seções de choque de emissão e absorção são praticamente as mesmas para 975 nm, bombeamentos nesse comprimento de onda conseguirão, no máximo, 50% da população no nível superior. No entanto, a limitação que isso impõe ao ganho pode ser compensada pelas altas dopagens praticáveis em fibras de Yb. Os ganhos consideráveis no entorno de 975 nm e em uma banda larga centrada em 1030 nm tornam as fibras dopadas com Yb^{3+} bastante atraentes não apenas para a construção de lasers, mas também de amplificadores ópticos para pulsos ultracurtos [8, 27].

Figura 2 – Seções de choque para íons de Yb^{3+} em germanosilicato.



Fonte: Adaptada de [27].

2.2 PROPAGAÇÃO DE PULSOS ÓPTICOS EM MEIOS DISPERSIVOS NÃO LINEARES

A propagação de ondas eletromagnéticas em meios materiais pode ocorrer em diferentes regimes a depender das respostas do meio à interação com a luz. No regime linear, as respostas do material não dependem das intensidades dos campos aplicados e o princípio da superposição é válido. No regime não linear, as intensidades são determinantes para as respostas do meio e fenômenos não lineares tornam-se fundamentais. Nesta seção, faremos a descrição matemática da propagação de pulsos em meios dispersivos não lineares e analisaremos os principais fenômenos envolvidos.

2.2.1 Equações de Maxwell

As equações que regem a propagação de ondas eletromagnéticas em meios dispersivos não lineares podem ser obtidas a partir das equações de Maxwell para meios dielétricos, juntamente com as relações constitutivas adequadas. Na ausência de cargas livres, as equações de Maxwell são

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0, \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.4)$$

onde $\vec{E}$ é o campo elétrico, $\vec{H}$, o campo magnético, $\vec{D}$, o deslocamento elétrico e $\vec{B}$, a densidade de fluxo magnético. Em meios não magnéticos, esses campos relacionam-se através das seguintes equações

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (2.5)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}, \quad (2.6)$$

onde $\vec{P}$ é a polarização induzida no material e ϵ_0 e μ_0 são, respectivamente, a permissividade e a permeabilidade do vácuo. O procedimento padrão para a obtenção da equação de onda consiste em substituir as equações 2.2, 2.5 e 2.6 no rotacional da equação 2.1, o que leva a

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}, \quad (2.7)$$

onde usamos $1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = c$ para descrever a propagação em termos da velocidade da luz no vácuo. Para dar prosseguimento, uma relação entre $\vec{E}$ e $\vec{P}$ precisa ser estabelecida. De modo geral, a polarização pode ser escrita como

$$\vec{P} = \vec{P}_L + \vec{P}_{NL}, \quad (2.8)$$

onde $\vec{P}_L$ corresponde à contribuição linear e $\vec{P}_{NL}$, à não linear. Se as frequências estiverem distantes da ressonância do material e o campo elétrico for suficientemente fraco (embora intenso o bastante para acessar não linearidades), $\vec{P}$ pode ser expandido em uma série de potências de $\vec{E}$ conforme a equação abaixo [29]

$$\vec{P} = \epsilon_0 \left(\chi^{(1)} \cdot \vec{E} + \chi^{(2)} : \vec{E}\vec{E} + \chi^{(3)} :: \vec{E}\vec{E}\vec{E} + \dots \right), \quad (2.9)$$

com $\chi^{(i)}$ correspondendo aos tensores susceptibilidade elétrica de i -ésima ordem. A contribuição dominante na equação 2.9 é devido a $\chi^{(1)}$ e diz respeito a fenômenos lineares, enquanto respostas não lineares são governadas pelos demais $\chi^{(i)}$. Efeitos de segunda ordem não se manifestam significativamente em meios com simetria de inversão, como é o caso das fibras ópticas [30]. Então, os fenômenos não lineares de ordem mais baixa a serem considerados decorrem de $\chi^{(3)}$. Aqueles que exigem casamento de fase, como geração de terceiro harmônico e mistura de 4 ondas, nem sempre são gerados eficientemente durante a propagação de campos intensos em fibras padrão [24]. Já as modulações de fase são muito relevantes e serão amplamente discutidas nas próximas seções. Elas decorrem do chamado índice de refração não linear, que em geral pode ser escrito como

$$n = n_0 + \bar{n}_2 |\vec{E}|^2, \quad (2.10)$$

onde n_0 é o índice de refração linear, $|\vec{E}|^2$ é proporcional à intensidade do campo que se propaga e $\bar{n}_2$ é um coeficiente relacionado a $\chi^{(3)}$. Na sequência, discutiremos as condições necessárias para obter as equações que governam a propagação de pulsos em fibras, juntamente com os fenômenos mais fundamentais.

2.2.2 Derivação da equação de propagação não linear

Para obter a equação de propagação de pulsos em meios dispersivos não lineares, partiremos das 2.7 e 2.8 que, juntamente com a identidade $\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$ e com $\nabla \cdot \vec{E} = 0$ para meios isotrópicos, levam a

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \left(\frac{\partial^2 \vec{P}_L}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2} \right), \quad (2.11)$$

com,

$$\vec{P}_L(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t - t') \cdot \vec{E}(\vec{r}, t') dt', \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} \vec{P}_{NL}(\vec{r}, t) &= \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \int_{-\infty}^{\infty} dt_3 \\ &\times \chi^{(3)}(t - t_1, t - t_2, t - t_3) : \vec{E}(\vec{r}, t_1) \vec{E}(\vec{r}, t_2) \vec{E}(\vec{r}, t_3), \end{aligned} \quad (2.13)$$

onde apenas efeitos não lineares de terceira ordem foram considerados. Em geral, as respostas do meio não são instantâneas e as relações entre polarização e campo elétrico são complicadas, o que dificulta a resolução da equação 2.11. No entanto, algumas aproximações permitem avançar na análise. Seguindo a abordagem das referências [24, 29], a primeira delas é encarar P_{NL} como uma perturbação, visto que as alterações no índice de refração devido a efeitos não lineares são pequenas. A segunda é considerar campos linearmente polarizados que mantêm seus estados de polarização durante a propagação, o que permite uma abordagem escalar do problema. Também será considerado o regime *quasi*-monocromático, ou seja, $\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$, juntamente com a aproximação de variação lenta do envelope, razoável quando a portadora varia muito mais rapidamente. Com essas aproximações, o campo elétrico pode ser escrito como

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} [E(\vec{r}, t) e^{-i\omega_0 t} + c.c.] \hat{x}, \quad (2.14)$$

onde $E(\vec{r}, t)$ é uma função que varia lentamente no tempo. Se as respostas do meio forem instantâneas, a substituição da equação 2.14 nas equações 2.12 e 2.13 resulta nas seguintes componentes de polarização

$$\vec{P}_L = \epsilon_0 \chi_{xx}^{(1)} \vec{E}, \quad (2.15)$$

$$\vec{P}_{NL} = \frac{1}{8} \epsilon_0 \chi_{xxx}^{(3)} \left[(E^3 e^{-i3\omega_0 t} + c.c.) + 3|E|^2 (E e^{-i\omega_0 t} + c.c.) \right] \hat{x}. \quad (2.16)$$

A equação 2.15 é simplesmente a relação constitutiva para meios dielétricos lineares, enquanto a equação 2.16 descreve a resposta não linear e apresenta termos que oscilam na frequência original (ω_0) e no terceiro harmônico ($3\omega_0$). O termo de terceiro harmônico requer casamento de fase e é pouco importante para a propagação de pulsos em fibras ópticas [31]. Então, o termo na frequência original é o responsável pelos principais efeitos não lineares.

Substituindo as equações 2.14, 2.15 e 2.16 na equação 2.11 e aplicando a transformada de Fourier¹, ficamos com a seguinte equação para $\tilde{E}$, a transformada de Fourier do campo elétrico

$$\nabla^2 \tilde{E} + \epsilon(\omega) k_0^2 \tilde{E} = 0, \quad (2.17)$$

onde $k_0 = \omega/c$ é o número de onda e $\epsilon(\omega)$ é a constante dielétrica tal que $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$. Separando as contribuições de ϵ em linear (ϵ_L) e não linear (ϵ_{NL})

$$\epsilon = \epsilon_L + \epsilon_{NL}, \quad (2.18)$$

podemos identificá-las a partir das equações 2.5, 2.15 e 2.16 como

$$\epsilon_L = 1 + \chi_{xx}^{(1)}, \quad \epsilon_{NL} = \frac{3}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} |\vec{E}|^2. \quad (2.19)$$

O coeficiente de absorção e o índice de refração do meio costumam ser definidos a partir de $\epsilon(\omega)$ através da seguinte relação [29]

$$\epsilon = \left[n + \frac{i\alpha c}{2\omega} \right]^2 \approx n^2 + \frac{in\alpha c}{\omega}, \quad (2.20)$$

onde n e α apresentam componentes lineares e não lineares dada a natureza de ϵ . Se definirmos

$$n = n_0 + \bar{n}_2 |\vec{E}|^2, \quad \alpha = \alpha_0 + \alpha_2 |\vec{E}|^2, \quad (2.21)$$

com n_0 e α_0 correspondendo às contribuições lineares, segue, das equações 2.19 e 2.20, que

$$\bar{n}_2 = \frac{3}{8n_0} \text{Re}(\chi_{xxxx}^{(3)}), \quad \alpha_2 = \frac{3\omega_0}{4n_0 c} \text{Im}(\chi_{xxxx}^{(3)}), \quad (2.22)$$

uma relação explícita entre os coeficientes não lineares e a susceptibilidade de terceira ordem, $\chi^{(3)}$. Em fibras ópticas, α_2 costuma ser desprezível e, portanto, o índice de refração não linear é o principal responsável pelas respostas não lineares [24].

A equação 2.17 pode ser resolvida pelo método de separação de variáveis. Se escrevermos o campo elétrico como

$$\tilde{E}(\vec{r}, \omega - \omega_0) = F(x, y) \tilde{A}(z, \omega - \omega_0) e^{i\beta_0 z}, \quad (2.23)$$

onde $F(x, y)$ é a distribuição dos modos transversais, $\tilde{A}$ é o envelope que varia lentamente e β_0 é a constante de propagação linear para a frequência central, sua substituição na equação 2.17 resulta no seguinte sistema de equações

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \left[\epsilon(\omega) k_0^2 - \tilde{\beta}^2 \right] F = 0, \quad (2.24)$$

$$2i\beta_0 \frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} + \left(\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2 \right) \tilde{A} = 0, \quad (2.25)$$

¹ Transformada de Fourier:

$$\tilde{E}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) e^{i\omega t} dt; \quad E(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}(\omega) e^{-i\omega t} d\omega$$

onde derivadas de segunda ordem em z foram ignoradas, visto o caráter de variação lenta do envelope ao longo da propagação. A equação 2.24 é uma equação de autovalores que relaciona os modos transversais a $\tilde{\beta}$, podendo ser resolvida perturbativamente. Nesse caso, variações no índice de refração devido à contribuição não linear são encaradas como perturbações, não afetando $F(x, y)$, apenas $\tilde{\beta}$, que pode ser escrito como

$$\tilde{\beta}(\omega) = \beta(\omega) + \Delta\beta(\omega), \quad (2.26)$$

com os efeitos de perturbação incluídos em $\Delta\beta$. Substituindo $\tilde{\beta}$ na equação 2.25 e usando a aproximação $\tilde{\beta}^2 - \beta_0^2 \approx 2\beta_0(\tilde{\beta} - \beta_0)$, onde $\beta_0 = \beta(\omega_0)$, a equação torna-se

$$\frac{\partial \tilde{A}}{\partial z} = i[\beta(\omega) + \Delta\beta(\omega) - \beta_0] \tilde{A}. \quad (2.27)$$

Como $\beta(\omega)$ e $\Delta\beta(\omega)$ são funções arbitrárias, é interessante expandi-las em torno de ω_0 para trabalhar com as ordens que forem relevantes. De modo geral,

$$\beta(\omega) = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2!}\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{3!}\beta_3(\omega - \omega_0)^3 + \dots \quad (2.28)$$

$$\Delta\beta(\omega) = \Delta\beta_0 + \Delta\beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2!}\Delta\beta_2(\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{3!}\Delta\beta_3(\omega - \omega_0)^3 + \dots, \quad (2.29)$$

onde $\beta_n = \left(\frac{\partial^n \beta}{\partial \omega^n}\right)_{\omega_0}$ e $\Delta\beta_n = \left(\frac{\partial^n \Delta\beta}{\partial \omega^n}\right)_{\omega_0}$. Substituindo na equação 2.27 e tomando a transformada de Fourier inversa, voltamos ao domínio temporal e a equação de propagação torna-se

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} - i \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{i^n \beta_n}{n!} \frac{\partial^n}{\partial t^n} A(z, t) = i \Delta\beta_0 A(z, t), \quad (2.30)$$

onde apenas termos de ordem zero em $\Delta\beta$ foram considerados. O termo $\Delta\beta_0$ inclui os efeitos não lineares e sua parte real vale [29]

$$\Delta\beta_0 = \gamma(\omega_0)|A|^2, \quad (2.31)$$

com

$$\gamma(\omega_0) = \frac{2\bar{n}_2\omega_0}{\epsilon_0 n_0 c^2 A_{eff}}, \quad A_{eff} = \frac{\left(\int \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x, y)|^2 dx dy\right)^2}{\int \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x, y)|^4 dx dy}. \quad (2.32)$$

Substituindo $\Delta\beta_0$ na equação 2.30 e acrescentando o termo de perdas lineares, chegamos a

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} A(z, t) - i \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{i^n \beta_n}{n!} \frac{\partial^n}{\partial t^n} A(z, t) = i \gamma |A|^2 A(z, t), \quad (2.33)$$

uma equação que governa a propagação de pulsos ópticos em meios dispersivos não lineares com respostas instantâneas. Caso a natureza das respostas não seja instantânea, a aproximação feita na equação 2.13 para obter a equação 2.16 não é válida e o atraso precisa ser incluído através de uma função resposta, $R(t)$. Isso leva ao aparecimento de novos termos na equação 2.33 associados ao espalhamento Raman que, juntamente com *self-steepening*, são fenômenos muito relevantes para pulsos com larguras temporais inferiores a 100 fs, mas que não serão considerados nesta tese.

2.2.3 Equação não linear de Schrödinger

Na seção anterior, uma equação fundamental para a propagação de pulsos em fibras ópticas foi derivada a partir das equações de Maxwell, apresentando termos com naturezas distintas. Perdas lineares são contabilizadas através de α ; fenômenos relacionados à dispersão cromática estão incluídos nos β_n ; não linearidades decorrem de γ , coeficiente associado ao efeito Kerr óptico. Se $\Delta\omega/\omega_0 \ll 1$, efeitos dispersivos superiores à segunda ordem são, em geral, pouco relevantes [32]. Para $\omega_0 \sim 10^{15} \text{ s}^{-1}$, isso corresponde a pulsos de 100 fs ou mais largos. Como essa é a nossa janela de interesse, manteremos a expansão até segunda ordem, com $1/\beta_1$ correspondendo à velocidade de grupo (v_g) com que o envelope viaja e β_2 quantificando a dispersão da velocidade de grupo. Se incluirmos a transformação de coordenadas $T = t - z/v_g = t - \beta_1 z$, a equação 2.33 passa a descrever a propagação em termos do referencial que se propaga junto com o pulso e torna-se

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\alpha}{2}A + i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial T^2} = i\gamma|A|^2A. \quad (2.34)$$

Em particular, como fibras ópticas apresentam perdas muito pequenas, podemos considerar $\alpha \approx 0$, resultando em

$$\frac{\partial A}{\partial z} + i\frac{\beta_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial T^2} = i\gamma|A|^2A, \quad (2.35)$$

a chamada Equação Não Linear de Schrödinger (ENLS). Essa é a equação mais simples para estudar efeitos não lineares de terceira ordem associados à propagação de pulsos em meios dispersivos. Ela contém apenas dois ingredientes: dispersão da velocidade de grupo (GVD, do inglês *group velocity dispersion*), representado por β_2 , e auto-modulação de fase (SPM, do inglês *self-phase modulation*), fenômeno não linear decorrente do efeito Kerr óptico, representado por γ . Os comprimentos característicos para os quais efeitos dispersivos (L_D) e não lineares (L_{NL}) tornam-se relevantes são

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}, \quad L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}, \quad (2.36)$$

onde T_0 é a largura temporal do pulso e P_0 é a potência de pico. Para comprimentos de propagação L , quatro regimes distintos podem ser acessados:

1. $L \ll L_D$ e $L \ll L_{NL}$: os efeitos dispersivos e não lineares são desprezíveis e $A(L, t) = A(0, t)$, ou seja, o pulso se propaga sem sofrer alterações;
2. $L \sim L_D$ e $L \ll L_{NL}$: a dispersão da velocidade de grupo é relevante e as não linearidades são desprezíveis;
3. $L \ll L_D$ e $L \sim L_{NL}$: as não linearidades são relevantes e a dispersão da velocidade de grupo é desprezível;

4. $L \sim L_D$ e $L \sim L_{NL}$: a dispersão da velocidade de grupo e as não linearidades são relevantes.

Segue que a dispersão é dominante sempre que $L_D \ll L_{NL}$, ao passo que as não linearidades dominam quando $L_{NL} \ll L_D$. No caso mais geral (4.), ambos os efeitos estão presentes, mas vale a pena analisá-los isoladamente para entender o papel fundamental de cada um durante a propagação. Vamos começar pela GVD. Nesse caso, a ENLS torna-se

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial T^2}, \quad (2.37)$$

onde $U(z, T)$ é o envelope normalizado tal que $A(z, T) = \sqrt{P_0} U(z, T)$. Se $\tilde{U}(z, \omega)$ representa a transformada de Fourier de $U(z, T)$, a equação 2.37 pode ser reescrita no domínio das frequências como

$$i \frac{\partial \tilde{U}}{\partial z} = -\frac{1}{2} \beta_2 \omega^2 \tilde{U}, \quad (2.38)$$

cuja solução é

$$\tilde{U}(z, \omega) = \tilde{U}(0, \omega) \exp\left(\frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 z\right). \quad (2.39)$$

Isso significa que, após a propagação, o perfil espectral do pulso mantém-se o mesmo, apenas adquirindo uma fase espectral que é distinta para cada componente de frequência. Essa fase depende da distância percorrida e do β_2 , apresentando uma dependência não linear em ω que implica em alterações no perfil temporal do pulso. Essas alterações podem ser avaliadas através da transformada de Fourier da equação 2.39. Como exemplo, vamos supor que o pulso tenha perfil gaussiano em $z = 0$, tal que

$$U(0, T) = \exp\left(-\frac{T^2}{2T_0^2}\right). \quad (2.40)$$

Após se propagar por uma distância arbitrária z , o perfil temporal do pulso sofre alterações, tornando-se [29]

$$U(z, T) = \frac{1}{(1 + (z/L_D)^2)^{1/4}} \exp\left(-\frac{T^2}{2T_0^2(1 + (z/L_D)^2)} + i\phi(z, T)\right), \quad (2.41)$$

onde $\phi(z, T)$ é uma fase que vale [29]

$$\phi(z, T) = -\frac{\text{sgn}(\beta_2)(z/L_D)}{1 + (z/L_D)^2} \frac{T^2}{2T_0^2} + \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\text{sgn}(\beta_2) \frac{z}{L_D}\right). \quad (2.42)$$

Aqui, $\text{sgn}(\beta_2)$ refere-se ao sinal do β_2 , que define se o meio apresenta dispersão normal ou anômala. Na normal, $\beta_2 > 0$ e as frequências menores viajam mais rápido, ao passo que, na anômala, $\beta_2 < 0$ e as frequências maiores são mais rápidas. Para fibras de sílica, o zero de dispersão ($\beta_2 = 0$) ocorre para comprimentos de onda da ordem de $1.3 \mu m$. Abaixo disso, β_2

é positivo; acima, negativo. A dependência não linear de $\phi(z, T)$ em T implica em variações na frequência instantânea ao longo do pulso (*chirp*), que podem ser calculadas a partir da derivada temporal de $\phi(z, T)$. Para pulsos gaussianos, elas valem

$$\delta\omega = -\frac{\partial\phi}{\partial T} = \frac{\text{sgn}(\beta_2)(z/L_D) T}{1 + (z/L_D)^2} \frac{1}{T_0^2}, \quad (2.43)$$

o que corresponde a variações lineares ao longo do pulso, com frequências que crescem com o tempo quando $\beta_2 > 0$ (*up-chirp*) e que decrescem quando $\beta_2 < 0$ (*down-chirp*). A partir da equação 2.41, podemos concluir que a nova largura temporal é maior por um fator de $(1 + (z/L_D)^2)^{1/2}$, que não depende do sinal de β_2 . Isso significa que, tanto para a dispersão normal quanto para a anômala, se depender apenas da GVD, o pulso alarga ao se propagar no meio.

Agora, vamos analisar a situação em que as não linearidades são relevantes e a dispersão cromática é desprezível, ou seja, $L \sim L_{NL}$ e $L \ll L_D$. Nesse caso, a equação 2.35 torna-se

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{i|U|^2}{L_{NL}} U. \quad (2.44)$$

Supondo $U = V e^{i\phi_{NL}}$, sua substituição na equação 2.44 retorna duas equações, uma para a parte real e outra para a imaginária. Da real, segue que a amplitude não varia ao longo de z . Da imaginária,

$$\phi_{NL}(L, T) = |U(0, T)|^2 \frac{L}{L_{NL}}, \quad (2.45)$$

ou seja, durante a propagação, o pulso adquire uma fase temporal que é função da própria intensidade, chamada de auto-modulação de fase (SPM). Como a intensidade é função do tempo, ϕ_{NL} também é, o que leva a alterações na frequência instantânea dadas por

$$\delta\omega = -\frac{\partial\phi}{\partial T} = -\left(\frac{L}{L_{NL}}\right) \frac{\partial}{\partial T} |U(0, T)|^2. \quad (2.46)$$

Devido à natureza da distribuição de intensidade no tempo, pulsos ópticos sempre apresentam $\delta\omega < 0$ na dianteira e $\delta\omega > 0$ na traseira, de sorte que os *chirps* promovidos pela SPM sempre reduzem as frequências instantâneas na parte da frente dos pulsos, aumentando-as na parte de trás. Em decorrência, novas frequências são geradas no espectro óptico sem que, no entanto, o perfil temporal do envelope seja alterado. Esse é um contraponto à GVD, que não altera o perfil espectral, mas alarga os pulsos no tempo. Ademais, as modulações na frequência instantânea devido à SPM são semelhantes ao caso em que $\beta_2 > 0$, o que nos leva a esperar que, na situação mais geral ($L \sim L_D$ e $L \sim L_{NL}$), efeitos de dispersão anômala ($\beta_2 < 0$) possam contrabalançar efeitos de SPM, dando origem a soluções que se propagam sem sofrer distorções. Essas soluções são chamadas sólitons temporais e serão discutidos na seção 2.3.1.

Até o momento, a formulação nos levou ao tratamento escalar da propagação de pulsos em meios dispersivos não lineares. No entanto, mesmo as fibras que permitem um único modo transversal suportam dois modos ortogonais de polarização copropagantes. Nesse cenário, se as

intensidades forem suficientemente altas, efeitos semelhantes à SPM, mas devido aos campos vizinhos, tornam-se relevantes. É a chamada modulação de fase cruzada (XPM, do inglês *cross-phase modulation*), um efeito não linear de terceira ordem que promove alterações na fase temporal e no espectro óptico dos sinais copropagantes. Explicitando as componentes ortogonais de polarização, a equação 2.14 pode ser reescrita como

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \left[(E_x \hat{x} + E_y \hat{y}) e^{-i\omega_0 t} + c.c. \right], \quad (2.47)$$

onde E_x e E_y são as componentes do campo elétrico nas direções x e y, respectivamente. As componentes da polarização induzida no meio podem ser obtidas substituindo-se a equação 2.47 nas equações 2.12 e 2.13. Considerações acerca da simetria do meio material reduzem o tensor $\chi^{(3)}$ a apenas três elementos independentes não nulos [30]. Assumindo que suas magnitudes são as mesmas, as polarizações não lineares tornam-se [29]

$$P_x = \frac{3\epsilon_0}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} \left[\left(|E_x|^2 + \frac{2}{3} |E_y|^2 \right) E_x + \frac{1}{3} (E_x^* E_y) E_y \right], \quad (2.48)$$

$$P_y = \frac{3\epsilon_0}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} \left[\left(|E_y|^2 + \frac{2}{3} |E_x|^2 \right) E_y + \frac{1}{3} (E_y^* E_x) E_x \right]. \quad (2.49)$$

Procedimento análogo ao desenvolvido na seção 2.2.2 resulta no seguinte par de equações acopladas

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_x}{\partial z} + \beta_{1x} \frac{\partial A_x}{\partial t} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_x}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_x = \\ i\gamma \left(|A_x|^2 + \frac{2}{3} |A_y|^2 \right) A_x + \frac{i\gamma}{3} A_x^* A_y^2 \exp(-2i\Delta\beta z), \end{aligned} \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_y}{\partial z} + \beta_{1y} \frac{\partial A_y}{\partial t} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_y}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_y = \\ i\gamma \left(|A_y|^2 + \frac{2}{3} |A_x|^2 \right) A_y + \frac{i\gamma}{3} A_y^* A_x^2 \exp(2i\Delta\beta z), \end{aligned} \quad (2.51)$$

onde $\Delta\beta = \beta_{0x} - \beta_{0y}$ está relacionado à birrefringência linear e $v_{gi} = 1/\beta_{1i}$ representa as velocidades de grupo nas direções x e y, que podem levar à dispersão dos modos ortogonais de polarização. Enquanto isso, os termos de SPM e XPM introduzem uma birrefringência não linear, ao passo que os termos contendo $\Delta\beta$ correspondem à mistura de quatro ondas degeneradas que, em fibras muito birrefringentes, oscilam rapidamente e não contribuem de forma significativa. No entanto, quando $\Delta\beta \approx 0$, esses termos contribuem para o acoplamento entre os campos e, em geral, não podem ser desprezados. As equações acopladas são fundamentais para o estudo da evolução dos estados de polarização e, em particular, descrevem a rotação não linear da polarização, fenômeno que exploramos para travar os modos do laser e que desempenha papel primordial na dinâmica não linear do sistema.

2.2.4 Equação complexa de Ginzburg-Landau

A ENLS descreve os principais fenômenos associados à propagação de pulsos ópticos em meios passivos, ou seja, que não exibem ganho ou perdas. Quando esses efeitos não conservativos estão presentes, a equação precisa ser reformulada a fim de incluir os novos ingredientes. Se considerarmos apenas o termo de amplificação, podemos escrever [24]

$$\frac{\partial A(z, \omega)}{\partial z} = \frac{1}{2} g(\omega) A(z, \omega), \quad (2.52)$$

onde $g(\omega)$ é o coeficiente de ganho espectral. Vamos tomar como exemplo um coeficiente de ganho com perfil lorentziano no entorno de uma frequência central ω_g . Nesse caso,

$$g(\omega) = \frac{g_0}{1 + (\omega - \omega_g)^2 / \Delta\omega_g^2} \approx g_0 \left(1 - \frac{(\omega - \omega_g)^2}{\Delta\omega_g^2} \right), \quad (2.53)$$

onde g_0 é o coeficiente de pequeno sinal máximo, $\Delta\omega_g$ é a largura de banda do ganho e a aproximação de ganho parabólico foi realizada por simplificação. Substituindo a equação 2.53 na equação 2.52 e tomando a transformada de Fourier inversa, ficamos com

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = \frac{g_0}{2} \left[A(z, t) + \frac{1}{\Delta\omega_g^2} \frac{\partial^2 A(z, t)}{\partial t^2} \right], \quad (2.54)$$

onde consideramos $\omega_g \approx \omega_0$. O primeiro termo do lado direito é simplesmente um ganho linear, enquanto o segundo pode ser entendido como uma dispersão do ganho, decorrência direta da distribuição espectral presente em $g(\omega)$. Quando a energia dos pulsos aproxima-se da energia de saturação do meio de ganho, g_0 não descreve a dinâmica de ganho adequadamente e um termo de saturação precisa ser incluído. O mesmo ocorre quando a potência média sobre o trem de pulsos aproxima-se da potência de saturação do sistema, sendo este o caso mais comum na maioria das situações práticas envolvendo amplificadores em fibra [32]. Nesse cenário, g_0 pode ser substituído pelo seguinte coeficiente saturável [24]

$$g_{sat}(z) \approx g_0 \left[\frac{1}{1 + P_m / P_{sat}} \right], \quad (2.55)$$

onde P_m é a potência média e P_{sat} é a potência de saturação do sistema, o que resulta em

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = \frac{g_{sat}}{2} \left[A(z, t) + \frac{1}{\Delta\omega_g^2} \frac{\partial^2 A(z, t)}{\partial t^2} \right]. \quad (2.56)$$

Introduzindo esses termos na ENLS e retomando as perdas lineares (α), a equação de propagação torna-se

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{i}{2} \left(\beta_2 + \frac{ig_{sat}}{\Delta\omega_g^2} \right) \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} = i\gamma |A|^2 A + \frac{1}{2} (g_{sat} - \alpha) A, \quad (2.57)$$

apresentando a mesma estrutura da equação complexa de Ginzburg-Landau (ECGL) de ordem cúbica, usualmente utilizada para descrever sistemas na vizinhança de bifurcações [33]. Essa

equação não possui soluções analíticas gerais. No entanto, para janelas específicas de parâmetros, soluções com propriedades solitônicas podem ser encontradas [12]. Devido à natureza não conservativa do sistema, os sólitons da ECGL são chamados de sólitons dissipativos e serão abordados na próxima seção, juntamente com os sólitons da ENLS e os sólitons com gerenciamento da dispersão. Para descrever a propagação de estados ortogonais de polarização segundo a ECGL, basta incluir os termos dissipativos obtidos nesta seção nas equações 2.50 e 2.51.

Em lasers de modos travados, os pulsos ópticos experimentam os mesmos efeitos a cada volta na cavidade, de maneira semelhante a uma linha de transmissão infinita com perturbações periódicas. Os efeitos são devido aos diversos componentes da cavidade que, em geral, podem originar dispersão da velocidade de grupo, fenômenos não lineares, ganhos e perdas. Nesse contexto, as equações de propagação obtidas nesta seção podem ser utilizadas para descrever a evolução dinâmica em lasers de fibra [31]. A equação 2.57, em particular, tem uma estrutura semelhante à equação mestra para modos travados introduzida por Haus [34], faltando apenas a inclusão de um termo de modulação das perdas. A modulação das perdas é imprescindível para a obtenção dos modos travados e serão discutidas na seção 2.4 dentro do contexto do travamento passivo dos modos via NPR.

2.3 SÓLITONS ÓPTICOS

Na seção anterior, derivamos equações que governam a propagação de pulsos em fibras ópticas e vimos que, à medida em que eles se propagam, efeitos dispersivos, não lineares, ganhos e perdas alteram suas características, tanto temporais quanto espectrais. Na ausência de ganhos e perdas, o sistema é conservativo e apenas efeitos de GVD e SPM se manifestam. Nesse contexto, é possível que a dispersão da velocidade de grupo e a auto-modulação de fase se compensem, dando origem a pulsos que se propagam sem sofrer alterações. São os chamados sólitons ópticos temporais.

A inclusão de termos dissipativos na ENLS dá origem à ECGL. A formulação apresentada na seção anterior resultou em uma ECGL de ordem cúbica que também exibe soluções com características solitônicas. No entanto, dada a natureza dissipativa do sistema, o balanço entre GVD e SPM não é mais suficiente e um equilíbrio entre ganhos e perdas também se torna fundamental. Nesse cenário, os sólitons ópticos são ditos dissipativos, podendo ocorrer em situações atípicas àqueles provenientes da ENLS, como no regime de dispersão normal, por exemplo [12].

Visto que as etapas de perdas não lineares e de ganho são imprescindíveis para o travamento de um laser, em uma definição mais estrita, todos os sólitons ópticos são dissipativos, com propagações governadas pela ECGL. No entanto, dependendo do desenho da cavidade, é possível que os termos dissipativos tenham papel secundário na modelação dos pulsos, situação na qual a análise perturbativa da ENLS é adequada para descrever o sistema, com soluções

que se aproximam dos sólitons temporais [35, 36]. Como regra geral, isso ocorre em lasers de dispersão total anômala que não apresentem um gerenciamento significativo da dispersão, ou seja, um mapeamento expressivo entre regiões com dispersões opostas. Quando esses mapeamentos estão presentes, os sólitons sofrem alterações consideráveis durante uma volta na cavidade, adquirindo características de *stretched-pulse* [37] e o gerenciamento da dispersão precisa ser incluído no modelo [38, 39]. Para lasers com dispersão estritamente normal, os sólitons são dissipativos e obedecem à ECGL, assim como as moléculas solitônicas, que serão discutidas na seção 2.5.

2.3.1 Sólitons temporais

Os sólitons da equação não linear de Schrödinger exibem características atrativas para telecomunicação de longas distâncias, visto que se propagam sem sofrer distorções em meios não dissipativos. Decerto, a propagação em fibras ópticas está sujeita a perdas, mas elas são, em geral, extremamente pequenas e mesmo as etapas de amplificação podem ser consideradas como perturbações, de sorte que a ENLS é um bom modelo. Na literatura, o mais comum é que as equações de propagação apareçam em termos de variáveis adimensionais. Para seguir o padrão, vamos realizar a seguinte transformação de variáveis

$$\tau = \frac{T}{T_0}, \quad \xi = \frac{z}{L_D}, \quad u = \sqrt{\gamma L_D} A, \quad (2.58)$$

e a ENLS se torna

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{D}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = 0, \quad (2.59)$$

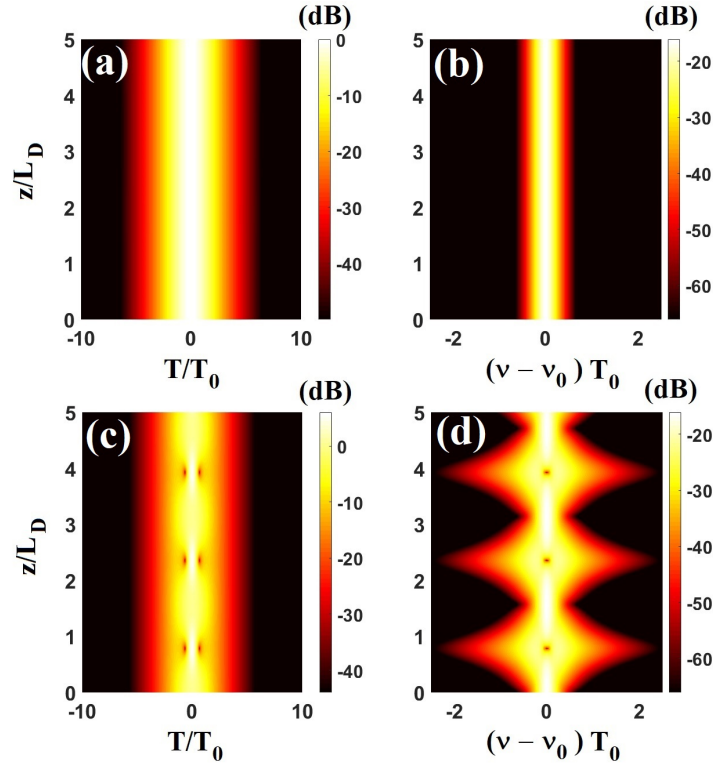
com $D = +1$ para dispersão anômala e $D = -1$ para dispersão normal. Notar que D apresenta sinal inverso a β_2 , pois é definido em função do comprimento de onda, não da frequência, sendo o padrão mais comum em telecomunicações. Essa equação pode ser resolvida por meio do método de espalhamento inverso (do inglês, *inverse scattering method*) e possui soluções com naturezas distintas, a depender do sinal de D [32]. Se for positivo, as soluções são os convencionais sólitons temporais, também conhecidos como sólitons brilhantes. Se $D = -1$, os sólitons resultantes do balanço entre GVD e SPM não estão mais disponíveis e as soluções são chamadas de sólitons escuros, uma espécie de sóliton por interferência destrutiva, que se propaga em meio a uma radiação contínua de intensidade constante [36]. Focando nos sólitons brilhantes, a equação com $D = +1$ torna-se

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = 0, \quad (2.60)$$

cujas soluções para o caso em que $u(0, 0) = 1$ são [24]

$$u(\xi, \tau) = \text{sech}(\tau) \exp(i\xi/2), \quad (2.61)$$

Figura 3 – Propagação de sólitons. Sóliton fundamental (a) no domínio temporal, (b) no domínio espectral. Sóliton de 2ª ordem (c) no domínio temporal, (d) no domínio espectral.



Fonte: A autora (2020).

ou, retomando os parâmetros originais,

$$A(z, T) = A_0 \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right) \exp\left(\frac{iz}{2L_D}\right), \quad (2.62)$$

com

$$A_0 = \left(\frac{|\beta_2|}{\gamma T_0^2}\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (2.63)$$

Isso significa que, em meios com propriedades dispersivas e não lineares descritas por β_2 e γ , pulsos com perfil secante hiperbólico, amplitude de pico A_0 e largura temporal T_0 propagam-se incólumes por distâncias arbitrárias, apenas acumulando uma fase de propagação devido ao termo $\exp(iz/2L_D)$. Esses são os sólitons fundamentais da ENLS, que possuem uma propriedade interessante: sua área só depende dos parâmetros de GVD e SPM [40]

$$\text{Área do sóliton} = \int_{-\infty}^{\infty} |A(z, T)| dT = \pi \sqrt{\frac{|\beta_2|}{\gamma}}, \quad (2.64)$$

ou seja, para cada conjunto (β_2, γ) , uma família de sólitons obedece à equação acima e todos eles são soluções da ENLS. Quando a amplitude do sóliton que entra no meio de propagação é um número inteiro (N) de vezes a do sóliton fundamental com $N^2 = L_D/L_{NL}$, a equação 2.60 torna-se

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + N^2 |u|^2 u = 0, \quad (2.65)$$

cujas soluções são sólitons que sofrem alterações periódicas tanto no perfil temporal quanto no espectral, sendo chamados de sólitons de N -ésima ordem [41]. Contudo, esses sólitons são instáveis na presença de perturbações e de efeitos dispersivos de ordens superiores, sendo comum que se decomponham em diversos sólitons fundamentais ao longo da propagação [12, 42]. Os sólitons fundamental e de 2ª ordem estão ilustrados na Figura 3.

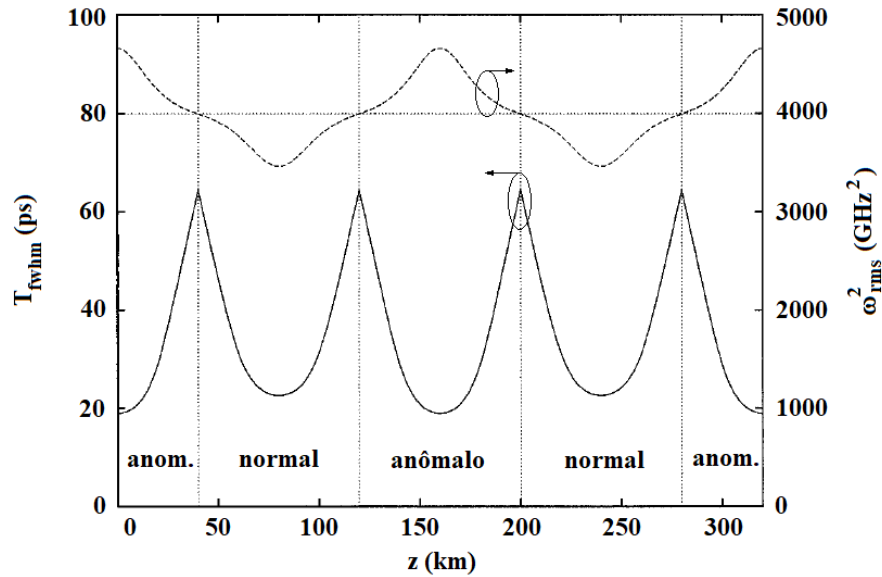
2.3.2 Sólitons com gerenciamento da dispersão

Conforme discutido na seção anterior, sólitons temporais são soluções possíveis da ENLS, uma equação que contém dois ingredientes básicos: dispersão da velocidade de grupo e auto-modulação de fase. Nesse modelo, os coeficientes associados a GVD e SPM assumem valores fixos, indicando que seus efeitos estão regularmente distribuídos na região de propagação. Porém, se o sistema apresentar trechos com propriedades distintas, uma descrição mais adequada exige que isso seja levado em consideração. Uma abordagem possível é utilizar coeficientes que descrevam as características médias do meio. Nesse caso, as soluções da ENLS serão sólitons temporais com perfis intermediários entre aqueles observados durante a propagação. No entanto, se a ideia for investigar a evolução dos pulsos ao longo do caminho, essa abordagem não é suficiente e um mapeamento entre as diferentes regiões precisa ser introduzido no modelo. É nesse contexto que os sólitons com gerenciamento de dispersão surgem.

A introdução de regiões com propriedades dispersivas opostas possibilita a geração de pulsos ópticos mais energéticos que aqueles de lasers com dispersão estritamente anômala, situação na qual os pulsos aproximam-se dos sólitons temporais, mantendo intensidades de pico sempre elevadas durante a propagação. Nesse último caso, é comum que em regimes mais energéticos as fases não lineares acumuladas durante a propagação não sejam eficientemente compensadas pela GVD, levando a instabilidades que distorcem os sólitons, podendo inclusive destruí-los [35]. Para lasers travados via NPR, intensidades muito altas também podem induzir a formação de múltiplos pulsos na cavidade, o que limita a energia máxima que os sólitons podem ter [43]. Enquanto isso, na presença do gerenciamento da dispersão, os pulsos têm seus perfis bastante alterados ao longo de cada volta, adquirindo características de *stretched-pulse*. Assim, as intensidades de pico só são muito altas em determinados trechos da cavidade, permitindo que pulsos mais energéticos sejam obtidos [37, 38]. No entanto, devido aos efeitos dispersivos durante a propagação, os pulsos apresentam *chirps* que podem ser compensados externamente à cavidade.

Devido às grandes alterações que sofrem ao longo de uma volta na cavidade, os pulsos obtidos com gerenciamento da dispersão não são sólitons propriamente ditos, mas soluções cujos perfis se repetem periodicamente. Como em posições fixas da cavidade as características são sempre as mesmas, o termo sóliton é empregado. Aqui, vale a pena ressaltar que os sólitons com gerenciamento da dispersão não são a mesma coisa que os sólitons temporais de alta ordem. Esses últimos também sofrem alterações periódicas durante a propagação, mas são

Figura 4 – Evolução durante dois períodos do mapeamento com dispersão total zero. Curva pontilhada: quadrado da largura de banda espectral; curva sólida: largura temporal.



Fonte: Adaptada de [44].

soluções da ENLS com parâmetros fixos e suas características oscilam devido a uma relação bem específica entre os coeficientes de SPM e GVD.

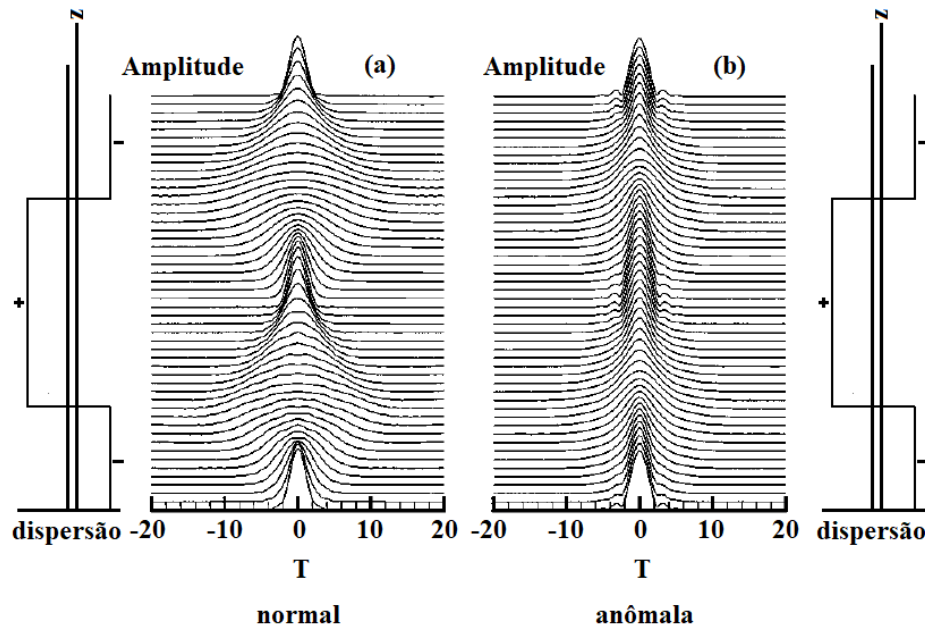
Matematicamente, o gerenciamento da dispersão pode ser introduzido na ENLS, resultando em uma equação do tipo [29]

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{D(\xi)}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = 0, \quad (2.66)$$

em que $D(\xi)$ é uma função periódica de ξ , a variável adimensional relacionada à posição. Essa equação permite a existência de sólitons mesmo quando a dispersão total é normal, situação atípica para a ENLS padrão. Nijhof *et al.* estudaram mapeamentos desse tipo, revelando que a largura temporal dos pulsos oscila ao longo da propagação, com valores mínimos no centro de cada região, como pode ser visto na Figura 4 [44]. Nesses pontos, os pulsos não apresentam *chirp*. Paralelamente, os perfis espectrais também oscilam, com largura máxima no centro da região anômala e mínima no centro da região normal. Isso induz uma dispersão efetiva anômala, mesmo que a dispersão total seja nula ou até certo ponto normal, já que os efeitos decorrentes da GVD relacionam-se ao quadrado das frequências ópticas envolvidas (equação 2.39) sendo, portanto, predominantemente determinados pela propagação na região de maior largura espectral. É a ação combinada da dispersão efetiva e das não linearidades que modelam os sólitons com gerenciamento da dispersão.

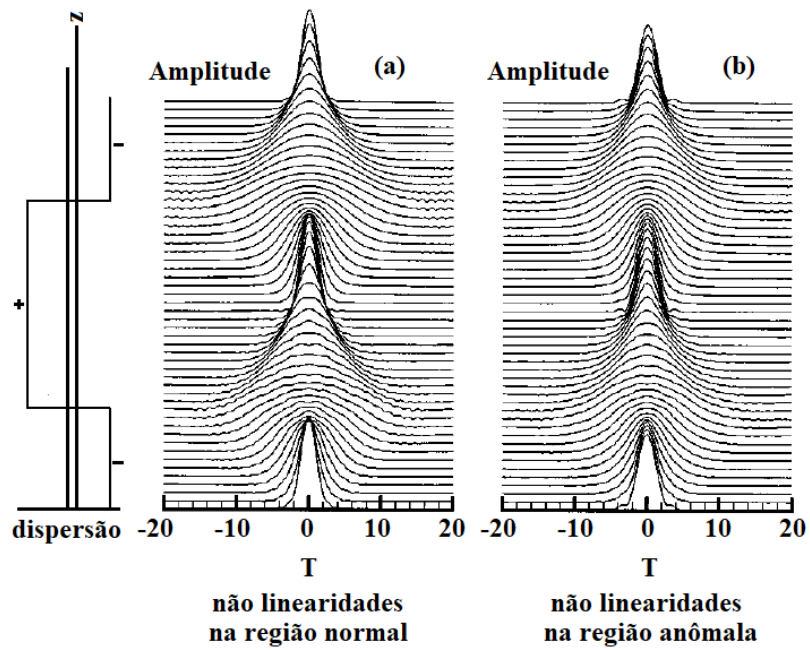
Em um estudo complementar, Haus *et al.* mostraram um paralelo entre mapeamentos com dispersão total positiva e negativa [39]. A Figura 5 exibe os resultados obtidos nesse trabalho. Como era de se esperar, no regime anômalo (Figura 5(b)) as alterações no perfil dos pulsos são menos pronunciadas do que no regime normal (Figura 5(a)), embora ainda estejam presentes. Esse trabalho ainda aborda a situação na qual as não linearidades só existem em

Figura 5 – Propagação de sólitons com gerenciamento da dispersão para regimes de dispersão total (a) normal, (b) anômala. Para detalhes da simulação, ver a referência [39].



Fonte: Adaptada de [39].

Figura 6 – Propagação de sólitons com gerenciamento da dispersão para situações em que as não linearidades estão concentradas (a) apenas na região normal, (b) apenas na região anômala. Os demais parâmetros são os mesmos da Figura 5(a).



Fonte: Adaptada de [39].

uma das regiões (normal ou anômala), resultando em sólitons com características semelhantes àquela em que as não linearidades são onipresentes. Isso pode ser visto na Figura 6, que traz evoluções para não linearidades concentradas apenas na região normal (Figura 6(a)) ou apenas na região anômala (Figura 6(b)), mantendo os demais parâmetros idênticos ao da Figura 5(a). Esse resultado é particularmente importante para o nosso trabalho, pois o laser de Yb que estudamos apresenta gerenciamento da dispersão a partir da introdução de um par de grades na cavidade, de modo que as não linearidades estão concentradas na região de dispersão normal, que no nosso caso são as fibras.

2.3.3 Sólitons dissipativos

Quando elementos dissipativos são imprescindíveis para a descrição do problema, a equação não linear de Schrödinger deixa de ser uma boa aproximação e a equação de propagação precisa ser reformulada. Na seção 2.2.4, vimos que a inclusão de perdas lineares e ganho saturável na ENLS resulta na ECGL de ordem cúbica. Em termos de variáveis adimensionais, essa equação pode ser reescrita como

$$i\frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2}(D - id)\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = \frac{i}{2}\mu u, \quad (2.67)$$

onde as transformações apresentadas na equação 2.58 foram utilizadas, juntamente com

$$d = \frac{g_{sat}L_D}{T_0^2\Delta\omega_g^2}, \quad \mu = (g_{sat} - \alpha)L_D. \quad (2.68)$$

A equação 2.67 possui soluções analíticas se seus parâmetros obedecerem a relações bem específicas. Por exemplo, a equação abaixo é uma solução [32]

$$u(\xi, \tau) = N_D \left[\text{sech}(p\tau) \right]^{1+iq} \exp(iK_D\xi), \quad (2.69)$$

se

$$N_D^2 = \frac{1}{2}p^2[D(2 - q^2) + 3qd], \quad (2.70)$$

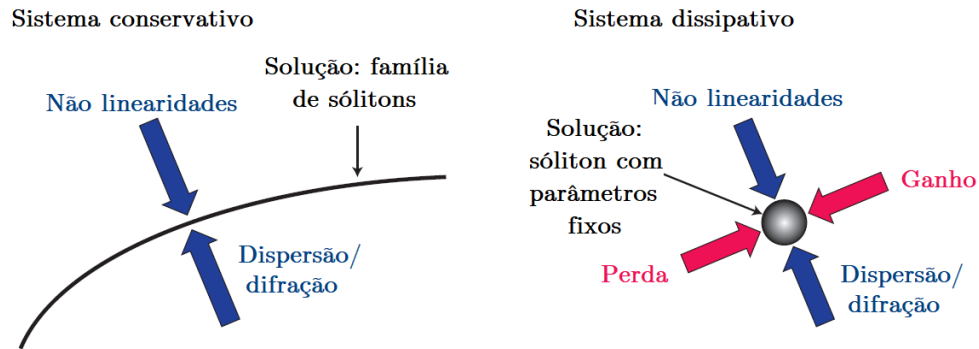
$$p^2 = -\mu[d(1 - q^2) - 2Dq]^{-1}, \quad (2.71)$$

$$K_D = \frac{1}{2}p^2[D(1 - q^2) + 2qd], \quad (2.72)$$

$$dq^2 + 3Dq - 2d = 0. \quad (2.73)$$

Quando $D = +1$, $d = 0$ e $\mu = 0$, a equação 2.67 retoma a ENLS, com soluções tipo a equação 2.61. Para outros conjuntos de valores, os parâmetros associados à largura temporal (p) e à amplitude (N_D) são unicamente determinados pelos demais parâmetros da equação e a solução deixa de ser uma família de sólitons, como no caso da ENLS, tornando-se uma solução bem localizada. Assim, os sólitons da ECGL são pré-determinados pelos parâmetros do sistema, não pelas condições iniciais, exibindo características de auto-organização perante perturbações ao longo da propagação, embora muitas vezes termos dissipativos de ordens superiores sejam essenciais pra obtenção de soluções estáveis [12]. Um paralelo entre os sólitons da ENLS e da ECGL está ilustrado na Figura 7.

Figura 7 – Paralelo entre os sólitons da ENLS e da ECGL.



Fonte: Adaptada de [12].

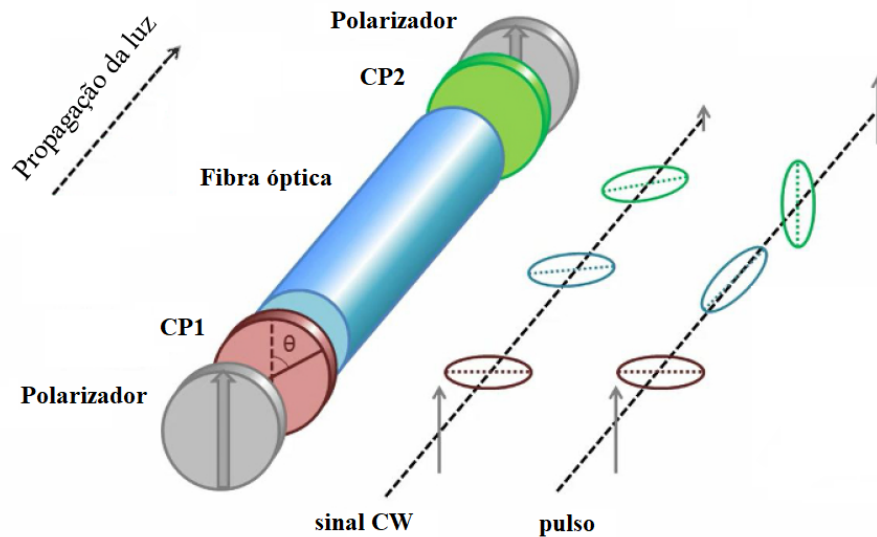
2.4 LASER DE MODOS TRAVADOS

O travamento dos modos longitudinais de um laser permite que pulsos ultracurtos de luz sejam gerados, com durações temporais que podem assumir valores desde unidades de femtossegundos a dezenas de picossegundos. Na situação regular, um trem periódico de pulsos de mesma amplitude será emitido, com período equivalente ao tempo de uma volta na cavidade. Para que o travamento seja possível, uma relação de fase fixa entre os modos longitudinais precisa ser estabelecida. A fim de se adequar às peculiaridades de cada laser, diversas técnicas ativas e passivas foram desenvolvidas ao longo dos anos. Nas técnicas de travamento ativo, as modulações das perdas da cavidade são controladas eletronicamente, facilitando a emissão de trens de pulsos com taxas de repetição altas. No entanto, a largura temporal mínima não ultrapassa a ordem de picossegundos [31]. Por outro lado, as técnicas passivas baseiam-se nas perdas não lineares impostas por absorvedores saturáveis e são mais efetivas para a produção de pulsos curtos, visto que os próprios pulsos modulam as perdas. Com isso, larguras temporais da ordem de femtossegundos são acessadas tanto em cavidades com absorvedores saturáveis reais quanto nas que fazem uso de técnicas que emulam a absorção saturada. Nesse último caso, a técnica mais difundida para lasers de fibra é baseada na evolução não linear da polarização elíptica, o que levará a perdas não lineares caso polarizadores sejam introduzidos na cavidade [45]. Essa técnica é conhecida como rotação não linear da polarização (NPR) e será discutida na sequência.

2.4.1 Rotação não linear da polarização

O travamento passivo dos modos de um laser pode ser obtido a partir de técnicas distintas, mas com um princípio em comum: perdas reduzidas para altas intensidades. Esse efeito pode ser obtido a partir da introdução de absorvedores saturáveis ou de técnicas que emulem uma absorção saturada. Em particular, a rotação não linear da polarização explora respostas não

Figura 8 – Ilustração da técnica baseada na rotação não linear da polarização. Para sinais muito intensos, o estado de polarização é rotacionado durante a propagação nas fibras. Como o polarizador transmite apenas em uma direção bem definida, a transmissão dependerá da NPR e, portanto, da intensidade dos sinais. Ajustes adequados em CP2 podem maximizar a transmissão dos sinais mais intensos. Com isso, sinais pouco intensos serão menos transmitidos, já que suas polarizações são pouco afetadas durante a propagação. Isso emula um absorvedor saturável. CP1 e CP2 correspondem a controladores de polarização como placas de onda, por exemplo.



Fonte: Adaptada de [46].

lineares do meio para produzir uma transmissão que é equivalente à ação de um absorvedor saturável. Conforme discutimos na seção 2.2, fenômenos não lineares só são acessados se as intensidades forem suficientemente altas e, para propagação em fibras ópticas, os efeitos mais relevantes são os de 3ª ordem, com o efeito Kerr introduzindo auto-modulação e modulação cruzada de fase. Assim, durante a propagação nas fibras, sinais pouco intensos preservam seu estado de polarização ou, no caso de fibras birrefringentes, apenas adquirem uma fase linear relativa entre suas componentes ortogonais de polarização. No entanto, se as intensidades forem altas, defasagens extras devido a fenômenos não lineares como SPM e XPM são introduzidas, podendo levar a uma evolução não linear da polarização. Como as alterações na polarização agora são proporcionais à intensidade, a inclusão de polarizadores pode favorecer a transmissão dos sinais mais intenso através de um ajuste adequado de suas orientações. Isso equivale à inserção de um absorvedor saturável na cavidade e, portanto, pulsos ópticos podem ser gerados [31]. A técnica está ilustrada na Figura 8.

A inicialização dos modos travados decorre das flutuações associadas à emissão CW do laser. Nesse regime, as intensidades são baixas e a transmissão do sistema é linear. Eventualmente, as flutuações geram picos intensos o suficiente para acessar o efeito de absorvedor saturável, estando sujeitos a menores perdas, o que favorecerá sua amplificação. Com o sinal ainda mais intenso, todo o processo se repete, até que seja modelado um pulso que circula na cavidade. A formação dos pulsos decorre da própria NPR, pois os giros da polarização são

dependentes da intensidade e, portanto, a evolução da polarização não é uniforme ao longo dos pulsos, o que acarreta em maiores perdas nas suas asas. Assim, após um número suficiente de voltas, pulsos com características associadas aos parâmetros da cavidade são modelados. Para os sólitons da ENLS e ECGL, vimos que perfis secante hiperbólico são soluções possíveis. No entanto, o perfil gaussiano também é bastante comum, embora esteja mais associado ao travamento ativo dos modos [34].

Se a evolução do estado de polarização não for relevante para o problema, a propagação de pulsos em meios dispersivos não lineares pode ser descrita de maneira escalar, como no caso da ENLS e da ECGL. Esse também é o cenário para fibras perfeitamente isotrópicas, em que os estados ortogonais de polarização são degenerados. No entanto, imperfeições na fabricação das fibras, torções na montagem ou impurezas alteram, mesmo que localmente, as propriedades de propagação, acoplando as polarizações ortogonais [29, 47]. Nesse caso, a descrição precisa ser à luz das equações acopladas e os efeitos cruzados tornam-se relevantes quando as intensidades são altas. No caso mais geral, haverá uma birrefringência não linear responsável pela rotação da polarização à medida em que o pulso se propaga.

Vamos analisar a evolução da polarização com base apenas nos fenômenos não lineares. Para isso, vamos ignorar os demais termos nas equações 2.50 e 2.51, de modo que

$$\frac{\partial A_x}{\partial z} = i\gamma \left(|A_x|^2 + \frac{2}{3} |A_y|^2 \right) A_x + \frac{i\gamma}{3} A_x^* A_y^2 \exp(-2i\Delta\beta z), \quad (2.74)$$

$$\frac{\partial A_y}{\partial z} = i\gamma \left(|A_y|^2 + \frac{2}{3} |A_x|^2 \right) A_y + \frac{i\gamma}{3} A_y^* A_x^2 \exp(2i\Delta\beta z). \quad (2.75)$$

Nessa abordagem, é mais conveniente tratar as equações em termos das componentes circulares de polarização, que na aproximação para fibras isotrópicas resulta no seguinte par de equações acopladas [29]

$$\frac{\partial A_+}{\partial z} = \frac{2i\gamma}{3} \left(|A_+|^2 + 2|A_-|^2 \right) A_+, \quad (2.76)$$

$$\frac{\partial A_-}{\partial z} = \frac{2i\gamma}{3} \left(|A_-|^2 + 2|A_+|^2 \right) A_-, \quad (2.77)$$

onde A_+ corresponde a um estado com polarização circular da mão direita e A_- , da mão esquerda. Supondo $A_{\pm} = V_{\pm} \exp i\phi_{\pm}$, sua substituição nas equações acima resulta em um sistema de quatro equações acopladas, duas para a parte real e duas para a imaginária. Da parte real, segue que as amplitudes $V_{\pm}$ não são alteradas durante a propagação. Da imaginária, segue que as fases não lineares adquiridas após uma distância L são

$$\phi_+ = \frac{2\gamma L}{3} \left(|A_+|^2 + 2|A_-|^2 \right), \quad (2.78)$$

$$\phi_- = \frac{2\gamma L}{3} \left(|A_-|^2 + 2|A_+|^2 \right), \quad (2.79)$$

ou seja, a fase não linear relativa entre os campos circularmente polarizados vale

$$\Delta\phi_{NL} = \frac{2\gamma L}{3} \left(|A_+|^2 - |A_-|^2 \right). \quad (2.80)$$

Isso significa que é necessário uma polarização elíptica para que a NPR ocorra, visto que $|A_+| = |A_-|$ para polarizações lineares e, portanto, $\Delta\phi_{NL} = 0$, ao passo que polarizações circulares permanecem com o seu estado de polarização inalterado após a propagação. Por esse motivo, é muito comum a introdução de placas de quarto de onda na reentrada das fibras, já que são elementos que introduzem defasagens de $\pi/2$, ajudando a gerar a elipsidade necessária para que os modos sejam travados via NPR.

Além dos efeitos não lineares durante a propagação nas fibras, a transmissão não linear imposta por elementos polarizadores é imprescindível para o estabelecimento de uma absorção saturada artificial. A fim de analisar as características mais fundamentais dessa transmissão, a cavidade pode ser simplificada conforme a Figura 9, onde apenas os ingredientes principais para o travamento dos modos estão presentes [31]. Nela, o controlador de polarização, CP, prepara o estado que entra nas fibras, enquanto o polarizador, P, atribui perdas dependentes da intensidade, já que só transmite em uma direção bem definida. Vamos supor que CP é tal que o estado de polarização normalizado na posição 1 pode ser escrito em termos dos eixos ópticos da fibra como

$$\vec{E}_1 = \sin\theta e^{i\phi_0} \hat{x} + \cos\theta \hat{y}, \quad (2.81)$$

onde ϕ_0 é uma defasagem linear arbitrária. Após a propagação nas fibras, as componentes ortogonais vão acumular uma fase relativa que pode ser devido a efeitos lineares ou não lineares. Vamos chamar essa fase de $\Delta\Phi$. Com isso, o estado de polarização na posição 2 torna-se

$$\vec{E}_2 = \sin\theta e^{i\Delta\Phi} \hat{x} + \cos\theta \hat{y}. \quad (2.82)$$

Esse é o campo que chega ao polarizador. Como o eixo de P está a um ângulo ϕ do eixo y da fibra, sua direção pode ser escrita como

$$\hat{p} = \sin\phi \hat{x} + \cos\phi \hat{y}. \quad (2.83)$$

Apenas a projeção de $\vec{E}_2$ na direção $\hat{p}$ será transmitida, ou seja, a transmissão do sistema vale

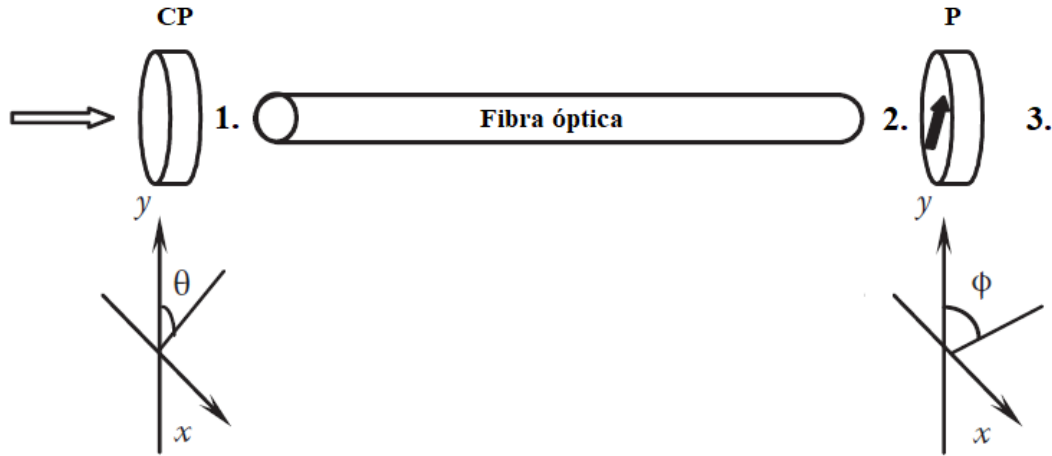
$$T = \frac{|\vec{E}_2 \cdot \hat{p}|^2}{|\vec{E}_2|^2} = |\vec{E}_2 \cdot \hat{p}|^2, \quad (2.84)$$

$$T = \sin^2\theta \sin^2\phi + \cos^2\theta \cos^2\phi + \frac{1}{2} \sin(2\theta) \sin(2\phi) \cos(\Delta\Phi).$$

Aqui, vamos lembrar que no caso mais geral $\Delta\Phi$ possui contribuições linear, $\Delta\Phi_L$, e não linear, $\Delta\Phi_{NPR}$, de modo que T configura-se como uma transmissão não linear. No entanto, quando as intensidades são baixas, apenas as contribuições lineares estão presentes, resultando na seguinte transmissão linear

$$T_L = \sin^2\theta \sin^2\phi + \cos^2\theta \cos^2\phi + \frac{1}{2} \sin(2\theta) \sin(2\phi) \cos(\Delta\Phi_L). \quad (2.85)$$

Figura 9 – Esquema simplificado representando os elementos imprescindíveis para travamento dos modos via NPR em lasers de fibra. x e y correspondem aos eixos ópticos da fibra.



Fonte: Adaptada de [31].

Da equação acima, vemos que T_L depende das configurações de P e CP, dadas as presenças de ϕ e θ . Isso significa que a transmissão linear pode ser ajustada por meio do polarizador e dos controladores de polarização. Para ϕ e θ fixos, T_L ainda é função de uma eventual defasagem linear acumulada entre CP e P, que pode ser devido à propagação em um meio birrefringente ou à inclusão de novos controladores de polarização na cavidade.

Seguindo a abordagem da referência [31], os efeitos da NPR em T são mais didaticamente ilustrados se considerarmos rotações não lineares pequenas. Nessa situação, a transmissão não linear torna-se

$$T = T_L - \frac{1}{2} \sin(2\theta) \sin(2\phi) \sin(\Delta\Phi_L) \Delta\Phi_{NPR}, \quad (2.86)$$

diferindo da linear por um termo que depende de $\Delta\Phi_{NPR}$, mas também dos ângulos θ e ϕ , além da fase linear acumulada durante a propagação. Para emular absorção saturada, a transmissão não linear deve ser favorecida, ou seja, T deve ser maior que T_L . Para isso, o último termo da equação deve ser negativo, de onde fica clara a necessidade de um ajuste adequado em todos os parâmetros. Caso o último termo seja positivo, a transmissão não linear torna-se menor que a linear e altas intensidades são desfavorecidas, visto que estão sujeitas a perdas mais elevadas. Esse cenário leva ao surgimento de múltiplos pulsos na cavidade, como será discutido na seção 2.5.

No caso mais geral, a transmissão não linear apresenta comportamento periódico com $\Delta\Phi_{NPR}$ (Equação 2.84), que por sua vez é função da intensidade. Com isso, T também é uma função periódica da intensidade, o que implica em dois regimes distintos de operação, o *feedback* positivo e o negativo. No positivo, maiores intensidades são mais transmitidas e o sistema apresenta características de absorvedor saturável. É nesse regime que os modos

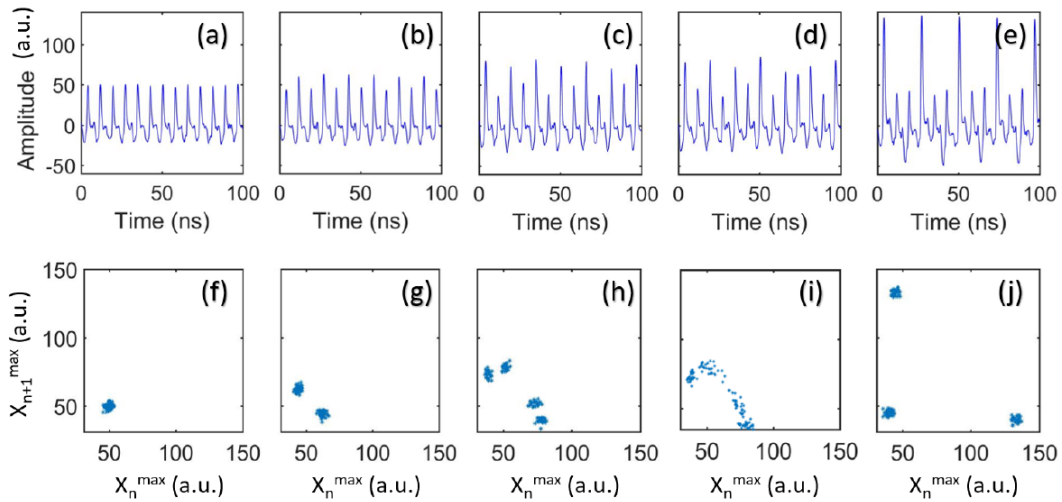
travados são obtidos. Já no *feedback* negativo, maiores intensidades são menos transmitidas, o que implica em maiores perdas. Embora os pulsos não sejam formados nesse regime, alterações em suas intensidades podem levar o sistema do *feedback* positivo para o negativo e vice-versa, com os extremos da transmissão atuando como pontos de fronteira. São os chamados de pontos de comutação, que podem ser ajustados através dos polarizadores e controladores de polarização às custas de alterações no aspecto geral da curva de transmissão [43]. Assim, apesar da NPR basear-se em efeitos não lineares que se acumulam durante a propagação nas fibras, um ajuste adequado dos elementos lineares também é imprescindível para que os modos travados sejam obtidos.

2.4.2 Dinâmica não linear na amplitude do trem de pulsos

Lasers de modos travados são sistemas dinâmicos bastante atraentes para a exploração de fenômenos não lineares devido à sua capacidade de emitir radiação pulsada de alta intensidade. Em particular, lasers de fibra óptica guiam a radiação por regiões de pequenos diâmetros ($\sim 10 \mu m$ para fibras *single-mode*), obtendo altas intensidades mesmo para baixas potências, ao mesmo tempo em que as perdas lineares são pequenas ($\sim 1 \text{ dB/km}$), favorecendo o acúmulo de efeitos não lineares [29]. Junto a isso, dispersão cromática e efeitos dissipativos aumentam a complexidade do sistema, tornando-o propício à exploração das mais diversas dinâmicas, como pulsações [19], *rogue-waves* [48], explosões de sólitons [13] e múltiplos sólitons ligados [21]. Para regimes com apenas um sóliton na cavidade, a situação regular corresponde a um trem de pulsos com características que se repetem a cada volta na cavidade. No entanto, isso exige um ajuste preciso do laser, visto que só existe para determinadas janelas de parâmetros. Fora dessas janelas, os trens de pulsos não são uniformes, podendo apresentar, inclusive, dinâmicas caóticas [18, 22].

A rota para o caos na amplitude do trem de pulsos é uma dinâmica recorrente que independe das características específicas do laser, estando associada a fortes interações não lineares entre os pulsos e os elementos que compõem a cavidade [24]. Quando essa rota é estabelecida por meio de dobramentos de período, novas frequências na modulação do trem de pulsos surgem à medida em que um ou mais parâmetros do laser são variados. A Figura 10 exibe uma rota para o caos na energia dos pulsos emitidos pelo laser de Yb do nosso laboratório [11]. Nesse caso, o parâmetro de controle foi a corrente de bombeamento, que está relacionada ao ganho do sistema. Com um ajuste adequado dos seus parâmetros, o laser emite um trem uniforme de pulsos (Figura 10(a)), correspondendo a um único ponto no mapa de retorno (Figura 10(f)), que é elaborado a partir da amplitude dos pulsos em função da amplitude do pulso anterior. Aumentos no bombeamento levam a um primeiro dobramento de período (Figura 10(b)), com os pulsos apresentando dois valores distintos de energia que só se repetem a cada duas voltas na cavidade, ao que correspondem dois pontos no mapa (Figura 10(g)). Novos aumento no bombeamento e outro dobramento ocorre, agora com os pulsos repetindo-se após quatro voltas

Figura 10 – (a)-(e) Séries temporais e (f)-(j) mapas de retorno para uma dada configuração do laser de Yb do nosso laboratório. É possível observar (a) e (f) período regular, (b) e (g) período 2, (c) e (h) período 4, (d) e (i) caos, (e) e (j) período 3. Mais informações em [11].



Fonte: Adaptada de [11].

(Figuras 10(c) e (h)). Na Figura 10(d), o bombeamento atinge um valor em que os pulsos não se repetem periodicamente, mas apresentam dinâmica caótica em sua energia. Isso pôde ser confirmado a partir dos pontos do mapa de retorno (Figura 10(i)), que são bem ajustados a um mapa de Rössler unidimensional, com coeficiente de Lyapunov positivo, um indicativo de caos. Novos aumentos no bombeamento e o sistema entra em um estado que se repete a cada três voltas na cavidade (Figuras 10(e) e (j)). Qualitativamente, essa sequência de dobramentos segue a dinâmica universal apresentada por mapas unidimensionais e unimodais, como o de Rössler e o logístico [49].

Rotas para o caos via dobramentos de período são previstas teoricamente em lasers modelados pela ECGL, embora termos de quinta ordem sejam necessários para a obtenção dessas dinâmicas [18]. Resultados semelhantes também são obtidos com modelos baseados nas equações acopladas de propagação [50, 51] e na ECGL com gerenciamento de parâmetros [19]. Para o laser de Yb, vimos a rota ser acessada a partir do bombeamento, mas esse não é o único parâmetro de controle que acessa dinâmicas não lineares em lasers de fibra. Do modelo apresentado por Soto-Crespo *et al.*, por exemplo, a rota para o caos pode ser obtida a partir de variações nos parâmetros de filtragem espectral e dispersão [19, 52]. No entanto, o acesso isolado a esses parâmetros nem sempre é possível experimentalmente, motivo pelo qual a maioria dos estudos utiliza o bombeamento como parâmetro de controle [11, 51, 53, 54], embora para lasers com NPR essas dinâmicas também sejam facilmente acessadas por meio de ajustes nas placas de onda [55], ainda que isso altere todo o mecanismo de travamento dos modos.

Como visto na seção 2.4.1, a transmissão de lasers com rotação não linear da polarização é modulada devido à birrefringência não linear, levando a máximos de transmissão que também são fronteiras entre os regimes de *feedback* positivo e negativo. Para que a rota para o caos

seja acessada, o laser deve operar em um regime altamente não linear, o que será favorecido se os sólitons possuírem altas intensidades [53]. É por isso que, em geral, os dobramentos de período são acessados quando a intensidade dos pulsos é aumentada. No entanto, se a configuração das placas de onda for tal que o ponto de comutação ocorra para um valor de bombeamento baixo, sólitons pouco intensos já entram no *feedback* negativo, limitando a intensidade máxima que podem atingir. Nesse cenário, a rota para o caos dificilmente será acessada [24]. Quanto aos esquemas de dispersão empregados na cavidade, desde que as não linearidades sejam altas, dobramentos de período são observados tanto em regimes de dispersão total positiva [51], quanto negativa [53] ou no entorno do zero de dispersão [55].

As origens e características das dinâmicas na amplitude dos pulsos podem ser entendidas com base em um mapeamento não linear que ocorre à medida em que os sólitons circulam na cavidade, já que esses mapeamentos são capazes de gerar dinâmicas como dobramentos de período e caos [53]. Nesse contexto, a cada etapa do mapeamento, diversos efeitos como não linearidades, dispersão, ganho e perdas entram em ação, modelando as características dos sólitons que compõem o trem de pulsos. Em um trabalho didático, Li *et al.* reportaram um modelo iterativo simples, que quantifica a interação entre ganho saturável e perdas não lineares, capaz de descrever dinâmicas recorrentes em lasers de fibra, como rota para o caos e surgimento de múltiplos pulsos [23]. Esse trabalho ainda ressalta a importância das curvas de transmissão na determinação das dinâmicas acessadas pelo sistema, reforçando a necessidade de uma boa caracterização para melhor domínio sobre a operação do laser. Caracterizações experimentais da transmissão de um laser de Yb serão apresentadas nas seções 4.1 e 4.2, com foco em suas relações com as dinâmicas não lineares observadas. Na próxima seção, trataremos de múltiplos pulsos por volta na cavidade, com ênfase nos estados de sólitons ligados.

2.5 REGIME DE MÚLTIPLOS PULSOS

Na seção anterior, vimos que alguns mecanismos favorecem a interferência construtiva entre os modos longitudinais de um laser, levando à emissão de sinal pulsado. Na situação regular, um único pulso será emitido a cada volta na cavidade. No entanto, a coexistência de dois ou mais pulsos é uma característica muito comum, especialmente quando o bombeamento é bem mais intenso que o limite inferior para operação em modos travados. Nesse caso, diz-se que o laser opera no regime de múltiplos pulsos (MP). Na literatura, diversos arranjos são reportados, podendo ser categorizados em três grandes grupos, que correspondem a pulsos regularmente espaçados, aleatoriamente distribuídos ou ligados. Nesta seção, abordaremos os principais mecanismos envolvidos no surgimento de novos pulsos e analisaremos como a interação entre eles é determinante para o arranjo em que se estabelecem. Como estamos lidando com sistemas em que os pulsos apresentam características solitônicas mesmo que dissipativas, usaremos a terminologia *pulsos* e *sólitons* indiscriminadamente.

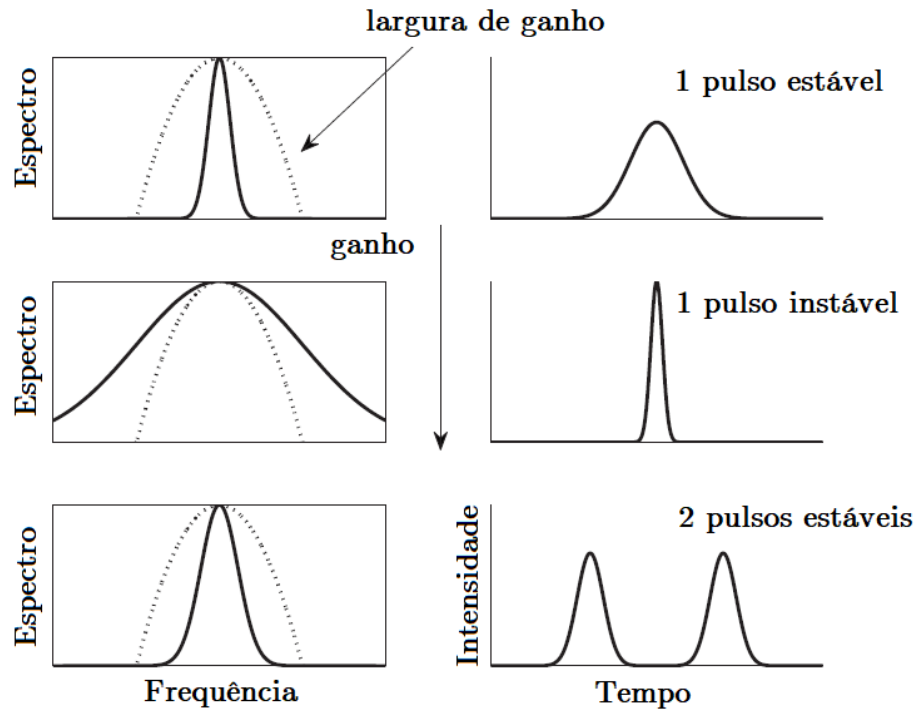
2.5.1 Mecanismos de formação de novos pulsos

Existem diferentes mecanismos responsáveis pelo surgimento de novos pulsos em uma cavidade. Em comum, eles apresentam uma alternativa às perdas não lineares que podem ser evitadas caso novos pulsos emerjam. No entanto, o mais frequente é que limitem a potência de pico dos pulsos pré-existentes [56]. O bombeamento mínimo requerido para o surgimento de novos pulsos é altamente dependente de fatores diversos, como dispersão, largura de banda do ganho e perdas não lineares associadas ao travamento dos modos [57]. Três mecanismos principais merecem destaque: i) divisão dos sólitons, ii) amplificação e modelação de radiação dispersiva e iii) surgimento de novos sólitons devido à operação no regime de *feedback* negativo. O primeiro é natural para lasers sob bombeamento muito intenso, especialmente no regime de dispersão anômala, quando efeitos de SPM em conjunção com β_2 negativo comprimem o pulso, reforçando a geração de novas frequências através de SPM, que pode levar a perdas extras caso a largura de banda espectral exceda a largura de banda de ganho. Para evitar essas perdas, o sóliton original divide-se em dois, com maior largura temporal e menor intensidade [58]. O processo está ilustrado na Figura 11. No entanto, esse mecanismo não é exclusivo para lasers no regime de dispersão anômala, pois a inclusão de filtragem espectral é equivalente às perdas decorrentes da limitação do ganho [59]. Assim, a inclusão de filtros apropriados em lasers de dispersão normal pode induzir a emergência de novos sólitons na cavidade, sendo muito comum que modelos numéricos incluam explicitamente uma dispersão no ganho para obter dinâmicas de MP, seja no regime normal ou anômalo [16, 59].

O segundo mecanismo é comum em sistemas em que ondas dispersivas são predominantes. Nesse cenário, a superposição coerente entre os sólitons e algumas componentes da radiação dispersiva dão origem às chamadas *Kelly sidebands* [60]. Eventualmente, aumentos no bombeamento deixam de alterar a energia dos sólitons, mas amplificam significativamente uma das bandas, levando a instabilidades que acarretam a geração de novos pulsos [56, 61]. Esse mecanismo pode ser diretamente observado através do espectro óptico, como mostrado na Figura 12. Modulações no espectro (Figura 12(d)) evidenciam o surgimento dos novos sólitons, indicando proximidade com os pré-existentes. Isso ocorre paralelamente a uma queda brusca na amplitude da *sideband*, sugerindo que ela adquiriu ganho suficiente para evoluir em um novo pulso.

O terceiro mecanismo é comum em lasers de fibra que utilizam a NPR para travamento passivo dos modos. Nesse contexto, a transmissão interna é modulada pela fase não linear adquirida pelos sólitons durante a propagação nas fibras. Isso resulta em dois regimes de operação com *feedbacks* distintos. No *feedback* positivo, sólitons mais intensos são mais transmitidos e o sistema apresenta características de absorvedor saturável. No negativo, maiores intensidade são menos transmitidas, elevando as perdas não lineares do sistema. Aumentos no bombeamento do laser podem levá-lo do *feedback* positivo para o negativo, de modo que aumentos adicionais passam a reduzir a transmissão não linear. Se a redução for tão grande que a torne

Figura 11 – Surgimento de novos pulsos em decorrência da limitação na largura de banda do ganho.

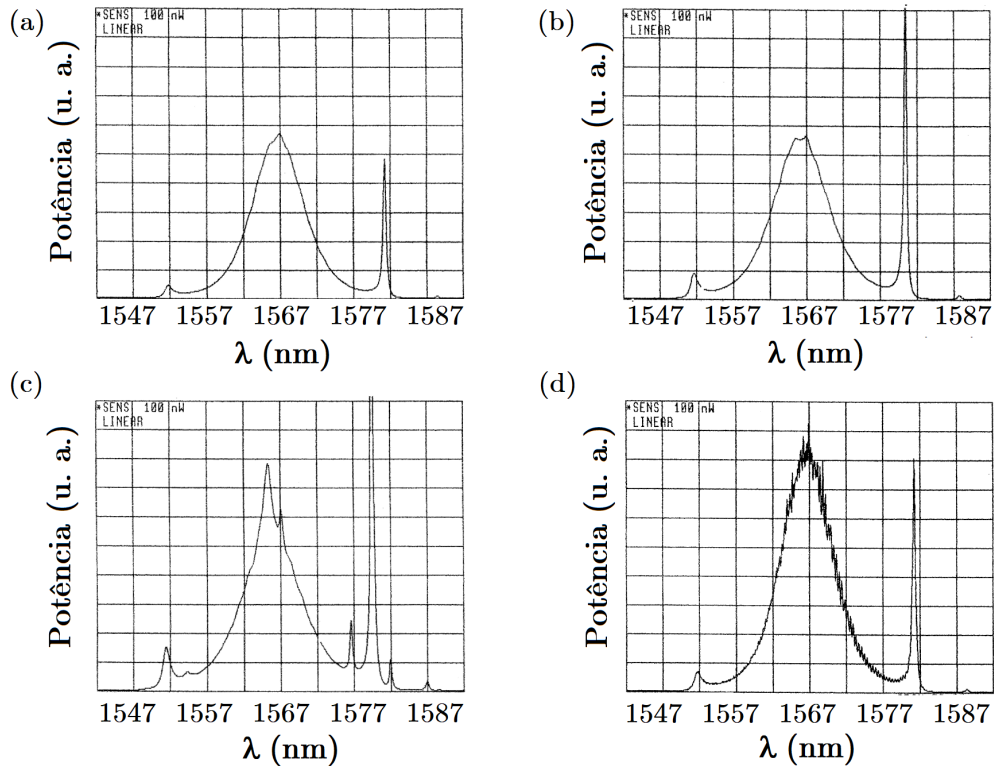


Fonte: Adaptada de [23].

menor que a transmissão linear, a amplificação das instabilidades de *background* será favorecida, podendo originar novos sólitons [16, 43]. Com novos pulsos na cavidade, a energia é redistribuída e o sistema volta a operar com a transmissão não linear favorecida. Novos aumentos no bombeamento repetem todo o processo. Esse é o mecanismo que observamos no nosso sistema e uma caracterização completa será apresentada na seção 4.2.

Alguns autores reportam a existência de instabilidades relacionadas ao surgimento de novos pulsos na cavidade [43, 61, 62]. Em geral, elas manifestam-se no espectro óptico através do aparecimento de componentes CW ou de flutuações relacionadas à radiação dispersiva. Um primeiro estudo com foco na dinâmica de transição constatou que, após a emergência de um novo sóliton, o regime que antes era estável sofre uma bifurcação Hopf [63], acarretando dinâmicas oscilatórias na separação entre os pulsos, seguidas por uma dinâmica caótica que estabiliza com o aumento do ganho. Trabalhos mais recentes usando a técnica DFT (do inglês *Dispersive Fourier Transformation*) confirmaram essas dinâmicas e revelaram um universo vasto de comportamentos oscilatórios e caóticos, embora espectrômetros nem sempre sejam capazes de detectá-los [64–67]. A estabilidade de um estado depende crucialmente das interações apresentadas pelas diversas radiações presentes. Sólitons, sinais CW e radiação dispersiva costumam compartilhar o mesmo meio de propagação, dando origem a diferentes mecanismos de interação. Na próxima seção, discutiremos os mais relevantes para lasers de fibra e ressaltaremos como os arranjos podem ser alterados a depender das interações presentes.

Figura 12 – Evolução do espectro óptico associado à formação de novos sólitons a partir da amplificação da radiação dispersiva. O bombeamento é continuamente aumentado da Figura (a) à Figura (d).



Fonte: Adaptada de [61].

2.5.2 Mecanismos de interação entre múltiplos pulsos

A coexistência entre radiações de diversas origens gera enorme complexidade nas interações que podem se estabelecer. Dependendo das características do laser, uma ou outra pode se tornar mais relevante, determinando o arranjo dos sólitons na cavidade. Em lasers de fibra, três mecanismos merecem destaque: 1) interação via radiação CW, 2) interação via radiação dispersiva e 3) interação direta entre os sólitons [68]. A primeira é de alcance global e pode gerar flutuações nas posições relativas entre os sólitons, já que a presença de sinal CW é capaz de alterar a frequência central de cada um deles [69]. Quando a componente CW torna-se instável, cada sólito sofre perturbações locais distintas, o que pode culminar em movimentos relativos entre eles [68]. Dentre os arranjos com separações fixas, aquele em que os sólitons estão regularmente espaçados é chamado de *harmonic mode-locking* (HML). Na literatura, esse arranjo é muitas vezes associado à dinâmica de depleção e recuperação do ganho, o que gera uma força repulsiva mútua, que mantém o conjunto o mais afastado possível [70]. No entanto, esse ordenamento também é induzido pela presença de componentes CW, que são capazes, inclusive, de separar sólitons ligados [71]. Fica sugerido, portanto, que radiações CW

induzem forças predominantemente repulsivas.

A segunda interação decorre das perturbações periódicas experimentadas pelos sólitons a cada volta na cavidade, o que resulta na liberação de radiação dispersiva. Essa radiação cria um campo local capaz de induzir forças atrativas ou repulsivas [24, 72], levando a interações que se estendem por até 100 vezes a largura temporal dos pulsos [57]. Uma consequência comum é a indução de movimentos relativos, assim como na presença de sinais CW [68]. Porém, as radiações dispersivas também são capazes de gerar longas asas no perfil temporal dos pulsos [73], proporcionando interações diretas por meio da superposição. Com isso, elas também se relacionam à formação de estados ligados, especialmente aqueles em que as separações entre os pulsos são bem maiores que suas larguras temporais. Como ondas dispersivas são inerentes à propagação de sólitons periodicamente perturbados, as interações resultantes podem ser degradantes, especialmente em longas linhas de transmissão. No entanto, se bem controladas, podem ser úteis para sintonizar a separação entre eles [74].

A terceira interação é a mais forte e só ocorre se houver superposição entre os sólitons. Ela é, em geral, de curto alcance, embora a presença de radiação dispersiva possa alongar o intervalo de interação. A interação direta é o que possibilita a existência de estados ligados, situação em que os sólitons mantêm uma separação temporal fixa e uma relação de fase bem estabelecida. Moléculas solitônicas com separações regulares e irregulares são reportados na literatura [12, 75, 76]. No nosso sistema, os múltiplos pulsos mais comum são sólitons ligados com separações regulares, cuja caracterização será reportada nas seções 4.2 e 4.3. A seguir, apresentaremos as principais características desse agrupamento, juntamente com os resultados mais notáveis da literatura.

2.5.3 Múltiplos sólitons ligados

Lasers de fibra são sistemas não lineares complexos, que exibem relações intrincadas entre ganhos, perdas, efeitos dispersivos e não linearidades. Nesse cenário, o balanço entre forças atrativas e repulsivas, devido tanto às interações diretas quanto às intermediadas pelas demais radiações, pode levar ao surgimento de sólitons ligados. Esse arranjo, que também aparece na literatura sob a alcunha de moléculas solitônicas, é um estado de grande proximidade entre os sólitons, com relações de fase e separações temporais bem estabelecidas. Moléculas solitônicas foram teoricamente previstas por Malomed em 1991 [20], mas apenas uma década depois foram experimentalmente observadas em lasers de fibra [21]. Desde então, diversos estudos têm revelado diferentes estados ligados, tanto em regimes de dispersão normal quanto anômala [15, 21, 25, 75, 77, 78], com mecanismos distintos de travamento dos modos [76, 79–81], além de existirem independentemente do meio de ganho [76, 82–84]. Logo, são estados intrínsecos aos lasers de fibra, que, por sua vez, oferecem condições apropriadas para o estudo de suas propriedades e características.

A proximidade entre sólitons ligados gera interferência espectral, acarretando modulações

no espectro óptico. A partir dessas modulações, informações sobre separação temporal e diferença de fase podem ser diretamente recuperadas. O cenário é bastante simplificado quando o estado possui apenas dois sólitons. Nesse caso, o par pode ser interpretado (no domínio temporal) como dois pulsos com um atraso relativo, τ , e uma diferença de fase, $\Delta\phi$, matematicamente descritos por

$$E(t) = E_1(t) + E_2(t - \tau)e^{i\Delta\phi}, \quad (2.87)$$

onde E_1 e E_2 são os envelopes que variam lentamente. A transformada de Fourier da equação 2.87 leva à descrição no domínio das frequências, revelando como τ e $\Delta\phi$ se manifestam no espectro óptico. Vejamos passo a passo, começando pela transformada de Fourier, que vale

$$\begin{aligned} \tilde{E}(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} [E_1(t) + E_2(t - \tau)e^{i\Delta\phi}] e^{i\omega t} dt \\ \tilde{E}(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} E_1(t) e^{i\omega t} dt + \int_{-\infty}^{+\infty} E_2(t - \tau) e^{i\Delta\phi} e^{i\omega t} dt \\ \tilde{E}(\omega) &= \tilde{E}_1(\omega) + e^{i\Delta\phi} \int_{-\infty}^{+\infty} E_2(t') e^{i\omega(t'+\tau)} dt' \\ \tilde{E}(\omega) &= \tilde{E}_1(\omega) + \tilde{E}_2(\omega) e^{i\Delta\phi} e^{i\omega\tau}, \end{aligned} \quad (2.88)$$

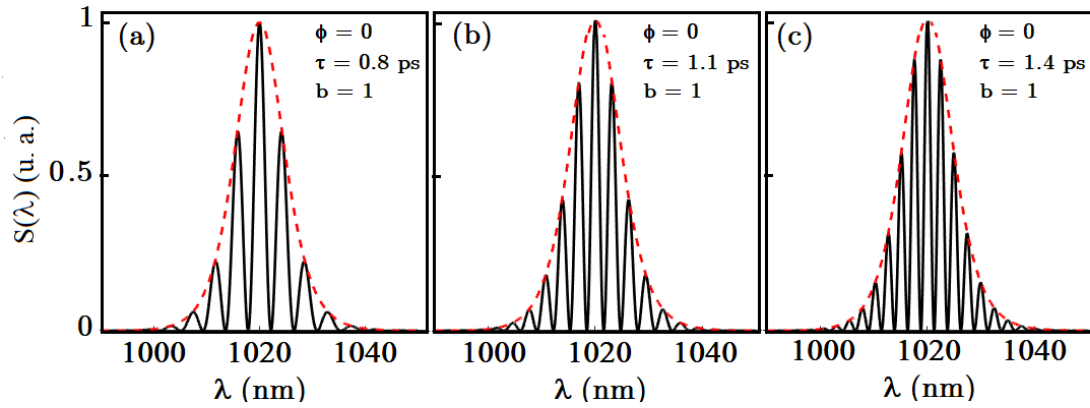
ou seja, o atraso no tempo corresponde a um deslocamento de $\omega\tau$ na fase espectral do segundo sólito. A intensidade espectral do conjunto, por sua vez, é proporcional ao módulo quadrado de $\tilde{E}(\omega)$ e vale

$$S(\omega) \propto |\tilde{E}_1|^2 \left(1 + b^2 + 2b \cos(\omega\tau + \Delta\phi) \right), \quad (2.89)$$

com $b = |\tilde{E}_2|/|\tilde{E}_1|$, o que resulta em um padrão interferométrico, dado o termo que oscila com período $1/\tau$. Como o padrão também é função de $\Delta\phi$, o espectro fornece uma maneira de recuperar a fase relativa entre os sólitons, além da própria separação temporal, τ [85].

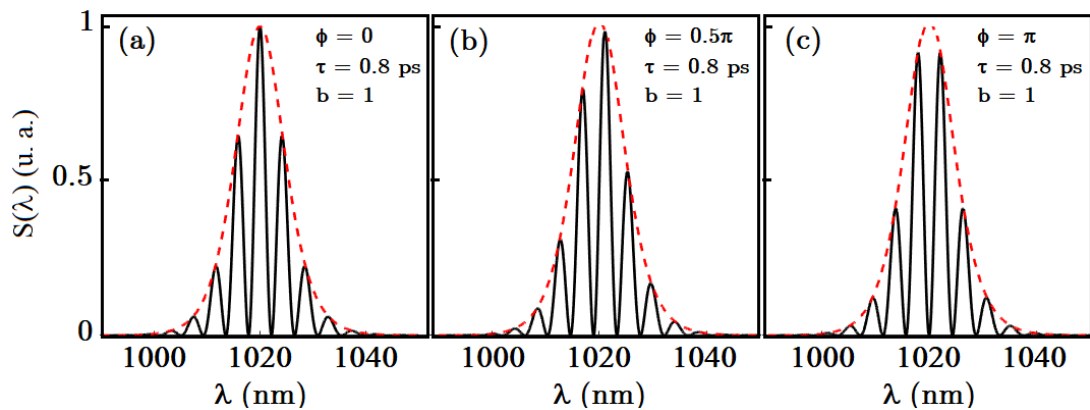
Nas Figura 13, 14 e 15, *plots* da intensidade espectral normalizada representam espectros de dois sólitons ligados, ambos com perfil secante hiperbólico, largura temporal de 100 fs e mesma frequência central. As linhas tracejadas indicam o espectro esperado na ausência de interferência. Os *plots* estão em função do comprimento de onda e centrados em 1020 nm. Usando a Figura 13(a) como referência, derivam-se três conjuntos distintos contendo i) diferentes separações temporais, ii) diferentes fases relativas e iii) diferentes razões de amplitude. Do primeiro conjunto (Figura 13), podemos ver que variações na separação temporal alteram a frequência da modulação, com pulsos mais distantes resultando em espectros mais modulados. O segundo conjunto (Figura 14) ressalta a relação entre simetria e $\Delta\phi$. Em particular, quando $\Delta\phi = 0$, a amplitude é máxima no centro e o espectro é simétrico. Para $\Delta\phi = \pi$, o espectro também é simétrico, mas a amplitude é mínima na posição central. $\Delta\phi = \pi/2$ exibe assimetrias nas franjas que também estão presentes para qualquer diferença de fase que

Figura 13 – Variações na interferência espectral devido a alterações na separação temporal entre os sólitons.



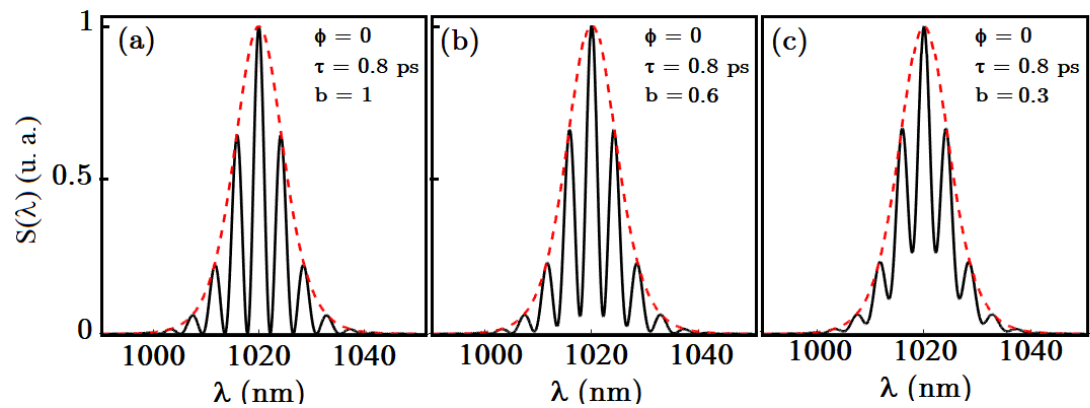
Fonte: A autora (2020).

Figura 14 – Variações na interferência espectral devido a alterações na fase relativa entre os sólitons.



Fonte: A autora (2020).

Figura 15 – Variações na interferência espectral devido a alterações na razão de amplitude dos sólitons.



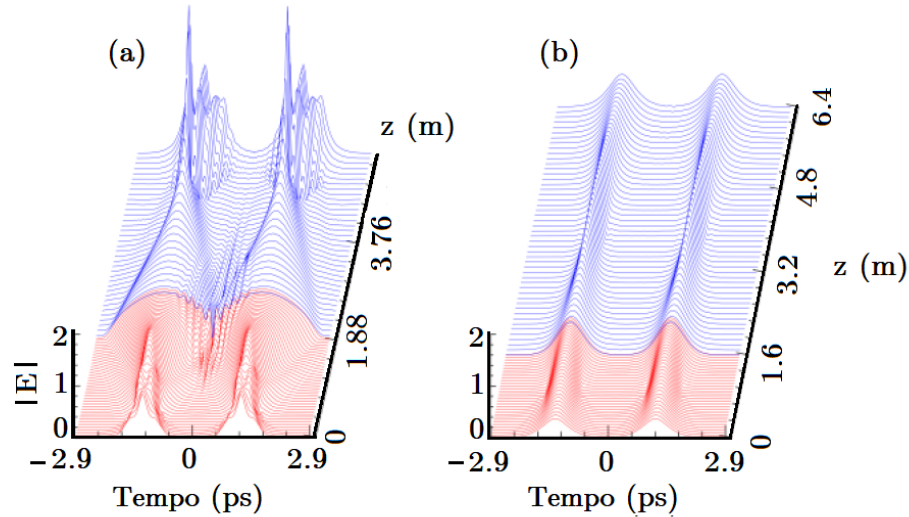
Fonte: A autora (2020).

não seja 0 ou π , embora o máximo das franjas dependa do valor exato de $\Delta\phi$. Outra característica marcante da interferência pode ser observada através do terceiro conjunto (Figura 15). É a chamada visibilidade óptica, que é máxima (100%) quando os sólitons possuem a mesma amplitude ($b = 1$) e mínima (0%) quando não há interferência ($b = 0$). Experimentalmente, a ausência de franjas também ocorre se a resolução do espectrômetro for menor que o período da modulação. Como a natureza da interferência espectral remonta a atrasos no tempo, conjuntos com três ou mais sólitons ligados também apresentam espectros modulados. Nesse caso, a recuperação dos parâmetros não é tão direta, sendo necessário lançar mão de outras técnicas, inclusive para revelar o número de sólitons que compõem o arranjo. No nosso experimento, o monitoramento é feito por meio da autocorrelação interferométrica, que será discutida na seção 3.2.

No contexto da ENLS, múltiplos sólitons apresentam energia de ligação nula, ou seja, não existem soluções estáveis na forma de sólitons ligados [20]. No entanto, a inclusão de ganhos e perdas leva a ENLS à ECGL, uma equação de natureza dissipativa que suporta estados ligados. Partindo dessa equação e usando análise perturbativa, Malomed previu a existência de moléculas solitônicas com separações temporais discretas e diferença de fase 0 ou π [20]. Posteriormente, utilizando um método variacional, Akhmediev *et al.* mostraram numericamente que essas soluções existem, mas são instáveis [86]. As estáveis ocorrem para $\Delta\phi = \pm\pi/2$, resultado semelhante ao obtido por Grelu *et al.* no contexto das equações de propagação acopladas com gerenciamento da dispersão [25]. Desde então, diversos estudos modelam cavidades com diferentes características, quase sempre com contrapartidas experimentais [77, 80, 87–89]. Em particular, a inclusão de efeitos localizados inclui realidade física à descrição do problemas ao mesmo tempo em que revela dinâmicas distintas daquelas previstas pelos modelos puramente distribuídos. A intensidade da radiação dispersiva, por exemplo, é bastante dependente das perturbações periódicas e, portanto, do quão localizados os diversos efeitos estão. No caso das perdas não lineares, Komarov *et al.* mostraram numericamente que, quanto menos localizadas, menos intensas são as radiações dispersivas na cavidade. Como essas radiações podem intermediar a interação direta entre os sólitons, isso resulta em modificações nos parâmetros dos estados ligados [73].

No que se refere à dispersão, diversos esquemas suportam moléculas solitônicas. Para cavidades com dispersão anômala, o mais comum é que os estados ligados decorram das interações diretas mediadas pela radiação dispersiva. No entanto, o estado é perdido para valores de β_2 muito negativos, resultando em conjuntos de sólitons com fases relativas e separações arbitrárias [80]. No regime de *stretched-pulse*, as radiações dispersivas são amenizadas devido às longas regiões com dispersões opostas. As *Kelly sidebands* ainda são recorrentes para cavidades com dispersão total anômala, mas são praticamente inexistentes para dispersão total normal ou próxima do zero [25, 78]. O mapeamento significativo da dispersão proporciona enormes alterações no perfil dos pulsos a cada volta na cavidade, levando-os a se superporem em grande parte da propagação [90]. Nessas regiões, a interação direta torna-se bastante re-

Figura 16 – Evolução do perfil temporal de um par de sólitons ligados durante uma volta na cavidade com gerenciamento da dispersão. (a) O mapeamento altera significativamente os perfis, atribuindo características de *stretched-pulse*. (b) O mapeamento introduz alterações sutis. Região vermelha: fibra dopada com Er^{3+} . Região azul, fibra SM. Para detalhes das simulações, ver a referência [87].



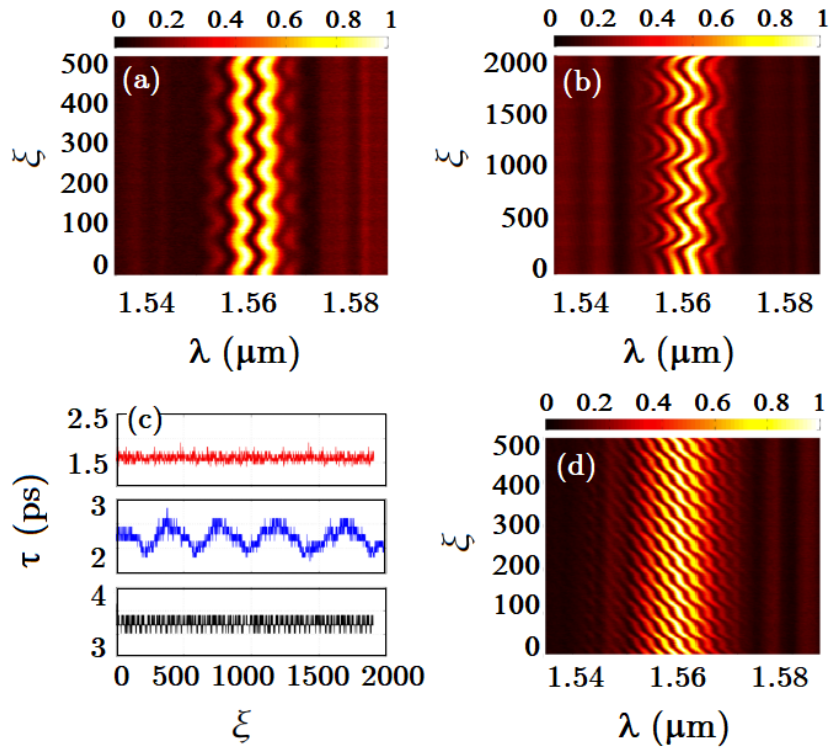
Fonte: Adaptada de [87].

levante, governando as características dos estados ligados. Em um estudo dedicado ao papel da dispersão nas moléculas solitônicas, Grelu *et al.* reportaram que, diferentemente da fase de $\pm\pi/2$ exibida no regime anômalo, no regime normal ela tende a π [87]. Reportaram também evoluções típicas do perfil dos sólitons ligados a cada volta na cavidade, reforçando a existência de uma superposição mais proeminente quando o sistema exibe características de *stretched-pulse*. Isso está retratado na Figura 16. É importante ressaltar que, apesar das alterações ao longo da propagação, os perfis dos pulsos se repetem a cada posição, volta após volta. Nesse sentido, o sinal emitido pelo laser é estacionário.

Desde os primeiros estudos teóricos [20, 86], separações discretas entres os sólitons ligados já eram previstas. No entanto, em 2003, Soto-Crespo *et al.* descobriram que elas não só eram discretas, como quantizadas [91]. O estudo, que apresenta evidências experimentais e aporte numérico, teve como base um laser de Er^{3+} no regime anômalo. A quantização foi constatada a partir da relação entre as *Kelly sidebands* e as franjas da modulação espectral. Em geral, a energia de um estado ligado é ligeiramente diferente da soma das energias de seus constituintes, de modo que sua formação exige a existência de processos dissipativos [12]. Isso implica em uma energia de ligação não nula, que é determinante para a estabilidade do conjunto. Em uma abordagem teórica baseada na energia de ligação, Komarov *et al.* também previram posições relativas quantizadas [92]. Nesse caso, a quantização é consequência da minimização das perdas não lineares, sendo bastante adequado para a descrição de lasers com NPR operando no regime de *feedback* negativo.

Mesmo sendo naturalmente distintos, a analogia entre sólitons e átomos é interessante

Figura 17 – Dinâmicas internas observadas em pares de sólitons ligados via DFT. Curva vermelha e Figura (a): diferença de fase oscilatória. Curva azul e Figura (b): vibrações. Curva preta e (d): diferença de fase divergente. (c) Separações temporais recuperadas dos dados (a), (b) e (d) em função do número de voltas na cavidade, ξ .



Fonte: Adaptada de [65].

devido às similaridades comportamentais [93]. O sóliton dissipativo como unidade fundamental das moléculas solitônicas pode aparecer isolado [94], ligado em pares [21], trios [75] ou até complexos moleculares do tipo 2+2, ou seja, um par ligado a outro [95]. Os graus de liberdade internos relevantes são a separação temporal, τ , e a diferença de fase, $\Delta\phi$ [86]. Observar a evolução de τ e $\Delta\phi$ é importante, pois revela informações acerca do estado ligado, como quantizações ou dinâmicas de fase. Nos últimos anos, uma técnica para monitoramento em tempo real desses parâmetros foi desenvolvida. É a chamada Transformação de Fourier Dispersiva (DFT), que emprega longas linhas dispersivas a fim de separar temporalmente as componentes de frequência, permitindo analisar o espectro óptico em tempo real a partir de fotodetectores e osciloscópios. Essa técnica revelou inúmeras dinâmicas na escala de tempo rápida que, de outro modo, eram mascaradas por efeitos médios no tempo. Através da DFT, dinâmicas de transiente passaram a ser objeto de estudo experimental [94, 96, 97] e muitas dinâmicas envolvendo a fase relativa e a separação temporal entre sólitons ligados passaram a ser observadas, indo desde vibrações a dinâmicas divergentes [64, 65, 95]. A primeira observação experimental em laser de fibra foi realizada por Krupa *et al.*, com evidências de movimento interno entre sólitons ligados, além de dinâmicas na fase relativa, como pode ser visto na Figura 17.

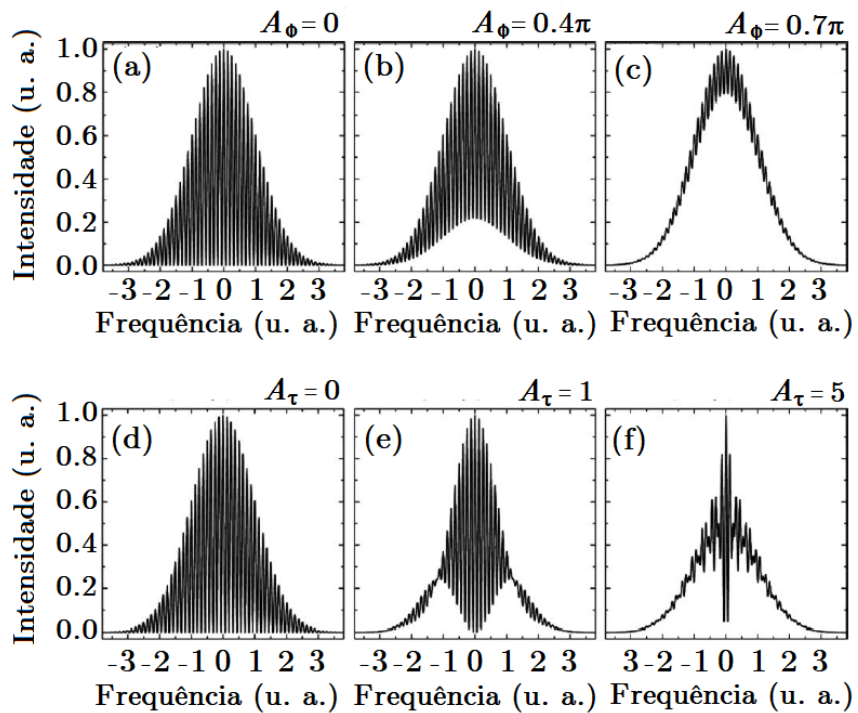
A DFT é uma técnica poderosa que requer estágios de amplificação, além de osciloscópios e fotodetectores relativamente rápidos, que nem sempre estão disponíveis. Desse modo, dinâmicas rápidas podem ficar escondidas caso as únicas caracterizações disponíveis sejam integradas no tempo. No entanto, algumas assinaturas podem aparecer mesmo nas técnicas mais convencionais. Por exemplo, oscilações na separação temporal e na fase relativa podem alterar a aparência da interferência espectral. Ortaç *et al.* mostraram que, nesses casos, a visibilidade óptica é reduzida, podendo, em casos extremos, até ser nula [98]. Se os sólitons tem a mesma intensidade, é inegável que, a cada instante, a visibilidade é completa. Porém, o caráter de média apresentado pela medida a reduz consideravelmente, como mostra a Figura 18. Nela, $\Delta\phi$ e τ oscilam com diferentes amplitudes de oscilação em cada quadro. Esses parâmetros são descritos como

$$\Delta\phi(z) = \phi_0 + A_\phi \sin(z) \quad \text{e} \quad \tau(z) = \tau_0 + A_\tau \sin(z), \quad (2.90)$$

onde ϕ_0 e τ_0 são constantes e z representa o número de voltas na cavidade. Nas figuras (a)-(c), τ é fixo e $\Delta\phi$ oscila com amplitudes 0 , 0.4π e 0.7π , respectivamente. Quando $A_\phi = 0$, $\Delta\phi$ também é fixo e a profundidade da modulação é completa (Figura 18). Aumentando-se A_ϕ , a profundidade vai diminuindo até que, no caso extremo $A_\phi = \pi$ (não mostrado), a visibilidade é nula. Comportamento análogo ocorre com τ , embora o impacto nas franjas seja peculiar a cada dinâmica. Evidências experimentais para lasers de Yb^{3+} podem ser vistas na referência [82].

Devido à grande proximidade entre os sóliton ligados, nem sempre a eletrônica envolvida na detecção do trem de pulsos consegue resolvê-los individualmente. Por isso, o mais comum é que tanto o osciloscópio quanto o analisador RF apenas acuse a taxa de repetição fundamental do laser. Contudo, a energia do sinal detectado ainda é proporcional à energia do conjunto [24]. Como sólitons convencionais, sólitons ligados também podem exibir dinâmicas complicadas [53,99]. Aumentos no bombeamento, por exemplo, podem levar à rota para o caos na energia do conjunto. No entanto, por meio das técnicas de caracterização convencionais, é difícil definir se as dinâmicas são seguidas coletivamente ou se apenas um ou outro constituinte tem suas energias variadas a cada volta na cavidade. Dobramentos de período na energia do conjunto estão reportadas na seção 4.2. No próximo capítulo, faremos uma descrição detalhada da cavidade e introduziremos os procedimentos experimentais implementados.

Figura 18 – Influência do processo de média no perfil espectral. Foram considerados dois pulsos gaussianos de duração T_0 e separação $25T_0$. (a)-(c) Diferença de fase oscila com amplitude A_ϕ e separação temporal fixa. (d)-(f) Separação oscila com amplitude A_τ normalizada a T_0 e diferença de fase fixa.



Fonte: Adaptada de [98].

3 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

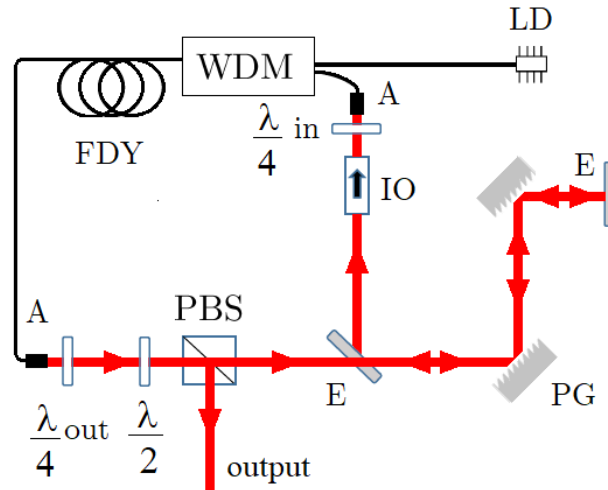
Neste capítulo, apresentaremos o laser de Yb utilizado nos experimentos, ao mesmo tempo em que introduziremos a metodologia experimental aplicada ao estudo. A descrição do sistema é importante pois, como visto no capítulo 2, os regimes de operação dependem dos parâmetros que controlam ganhos, perdas, dispersão e não linearidades, estando relacionados às configurações dos diversos elementos que compõem o laser. É importante ressaltar que o laser de Yb foi construído no próprio laboratório, com a montagem detalhada na referência [100]. Aqui, discutiremos o papel fundamental de cada um dos seus componentes, ressaltando as principais características e propriedades.

3.1 DESCRIÇÃO DO LASER DE Yb

Os experimentos realizados nesta tese foram conduzidos em um laser de fibra dopada com Yb^{3+} , cuja representação esquemática pode ser conferida na Figura 19. Nela, observamos os três ingredientes fundamentais para emissão laser que são bombeamento, meio de ganho e realimentação óptica. O bombeamento é realizado por meio de um laser de diodo (LD) JDSU S30-7602-720, montado sobre uma base Thorlabs LM1452, com controlador de corrente (Thorlabs LDC 240 C) e de temperatura (Thorlabs TED 200 C). O LD é acoplado em fibra óptica, emitindo em 976 nm, com largura de 2 nm. A potência de bombeamento tem comportamento linear com a corrente de alimentação, apresentando valor máximo de aproximadamente 740 mW. O meio de ganho é uma fibra *single-mode* CorActive Yb214, altamente dopada com íons Yb^{3+} , com comprimento de 22 cm e coeficiente nominal de absorção em 976 nm de 1348 dB/m. As demais fibras são todas fibras *single-mode* padrão. O bombeamento é acoplado ao meio de ganho através de um WDM Opinet FWDM-980T/1064R-250-4-1-NE que possui 3 canais: um conectado ao LD, um conectado à fibra de Yb e um responsável pela realimentação do sistema, conferindo característica de cavidade óptica. A eficiência do acoplamento entre o LD e a fibra de Yb é de 89%. A cavidade em anel possui dois colimadores Thorlabs GRIN 50-1064 acoplando a luz do meio de ganho para a seção aberta e da seção aberta para o meio de ganho, com eficiência de 35%. Um isolador óptico Thorlabs IO-3D-1030-VLP é introduzido para garantir que a luz circule em apenas uma direção, evitando a competição entre sinais contrapropagantes no meio de ganho. Segundo a representação da Figura 19, a circulação ocorre no sentido anti-horário.

O travamento dos modos é realizado passivamente a partir da rotação não linear da polarização. Conforme discutido na seção 2.4.1, essa técnica é fundamentada na evolução não linear da polarização elíptica durante a propagação nas fibras, dado que as intensidades são suficientemente altas. Nesse contexto, a inserção de elementos polarizadores introduz perdas não lineares que podem emular a ação de um absorvedor saturável, permitindo a operação

Figura 19 – Representação esquemática da cavidade, que contém os seguintes componentes: laser de diodo (LD), *wavelength division multiplexing* (WDM), fibra dopada com Yb^{3+} (FDY), placa de quarto de onda ($\lambda/4$), placa de meia onda ($\lambda/2$), *polarizing beamsplitter* (PBS), par de grades (PG), isolador óptico (IO), acopladores GRIN-lens (A) e espelhos (E).



Fonte: A autora (2020).

em modos travados. Para ajustar a polarização da luz e obter pulsos ópticos, placas de onda e um PBS são incluídos na montagem. É importante notar que o PBS, além de elemento polarizador, também atua como acoplador de saída. No nosso laser, utilizamos um Thorlabs PBS102, com perdas lineares da ordem de 1% na transmissão e abaixo de 0.5% na reflexão, valores muito menores que as demais perdas reportadas acima. Como vemos na Figura 19, as placas de onda estão posicionadas em duas regiões distintas. Na reentrada para o meio de ganho, utilizamos uma placa de quarto de onda Casix WPZ1225-1064-L/4, responsável por atribuir a elipsidade necessária para a NPR. Antes do PBS, incluímos uma placa de quarto de onda Casix WPZ1225-1064-L/4 e uma de meia onda Casix WPZ1225-1064-L/2 responsáveis por ajustar a elipsidade e rotacionar o estado de polarização, respectivamente. Esse par de placas não é imprescindível para a obtenção dos modos travados, mas facilita enormemente o travamento do laser, visto que é mais fácil emular absorção saturada se controlarmos as polarizações que chegam ao PBS. A placa de $\lambda/4$, por exemplo, pode linearizar a polarização na região central dos pulsos, ao mesmo tempo em que a $\lambda/2$ pode maximizar sua transmissão, o que automaticamente aumenta as perdas nas regiões menos intensas, princípio equivalente ao dos absorvedores saturáveis.

As placas de onda são montadas em instrumentos com marcações angulares, permitindo que suas configurações sejam facilmente reproduzidas. No entanto, vale a ressalva de que os ângulos importantes não são exatamente os lidos nos instrumentos, mas os relativos aos eixos ópticos das placas. Como o fabricante não indica a direção desses eixos, podemos identificá-los a partir das posições em que polarizações lineares permanecem inalteradas. Porém, há uma ambiguidade na leitura, visto que a polarização é preservada se estiver alinhada ao eixo rápido,

Tabela 1 – Posições dos eixos das placas de onda segundo as leituras feitas nos instrumentos.

$\frac{\lambda}{4} \text{ in}$	$\frac{\lambda}{4} \text{ out}$	$\frac{\lambda}{2}$
22°	71°	66°
109°	161°	156°
202°	251°	246°
289°	341°	336°

Fonte: A autora (2020).

mas também ao lento. Na descrição dos experimentos, preferimos sempre reportar os ângulos lidos nos instrumentos, mantendo em mente que eles precisam ser confrontados com os valores da Tabela 1, que correspondem aos eixos das placas. É importante ressaltar que, segundo seu princípio de operação, o isolador óptico gira a polarização do sinal intracavidade em 45° antes de chegar à placa $(\lambda/4)_{in}$. O sentido é horário (no referencial da fonte). As perdas lineares nas placas de onda são muito pequenas, ficando abaixo de 1%.

Como visto no capítulo 2, lasers de Yb emitem em comprimentos de onda que possuem dispersão normal ao longo da propagação nas fibras, levando a acúmulos de fase que podem impedir a operação em modos travados. Uma alternativa a esse problema é a introdução do gerenciamento interno da dispersão, ou seja, a inclusão de elementos que compensem a dispersão normal adquirida nas fibras. Nesse cenário, o sistema adquire características de *stretched-pulse*, com alterações significativas nos perfis dos pulsos durante uma volta na cavidade. No nosso laser, gerenciamos a dispersão a partir de um par de grades Thorlabs GR25-0610, com 600 ranhuras/mm, correspondendo a um β_2 efetivo que vale $-1400\text{fs}^2/\text{mm}$ [100]. As perdas lineares a cada passagem são de aproximadamente 35%. As grades estão montadas em um translador que permite ajustar a separação entre o par e, consequentemente, controlar a dispersão total, cujo zero ocorre para a distância de 2.8 cm. O ajuste da dispersão é muito importante na determinação do regime de operação do laser, podendo levar a bifurcações e rota para o caos na amplitude do trem de pulsos [19], além de ser determinante para obtenção de múltiplos pulsos na cavidade, já que a potência de bombeamento mínima requerida diminui à medida em que β_2 se torna mais negativo [87].

3.2 PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS E CARACTERIZAÇÕES

Nesta seção, apresentaremos as principais técnicas de caracterização utilizadas para estudar a transmissão não linear do laser de Yb, detalhando os procedimentos experimentais e a metodologia aplicada. Em todos os experimentos, utilizamos um único parâmetro de controle que foi a corrente de bombeamento do laser de diodo (I_{pump}). Conforme reportado na seção

anterior, o LD emite sinal CW em 976 nm, cuja potência aumenta linearmente com I_{pump} seguindo a equação abaixo [100]

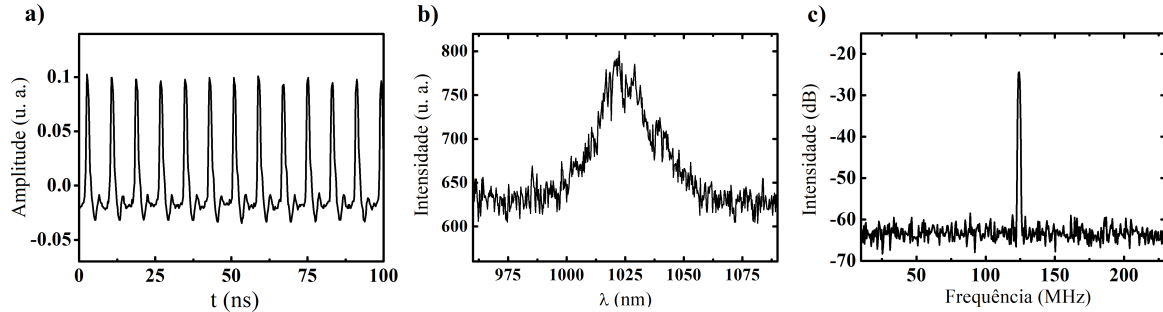
$$P_{\text{pump}} = aI_{\text{pump}} + b, \quad (3.1)$$

onde $a = 0.68 \text{ mW/mA}$ e $b = -9.2 \text{ mW}$. Entre um experimento e outro, é possível que ajustes nas placas de onda e na separação entre as grades tenham sido realizados. No entanto, durante os experimentos, todos os parâmetros permaneceram fixos exceto I_{pump} .

Existem três escalas de tempo principais no estudo realizado: i) ultrarrápida, ii) rápida e iii) lenta. A primeira é da ordem da largura temporal dos pulsos, que vale aproximadamente 250 fs. A segunda é da ordem do período de uma volta na cavidade, que para o nosso laser fica no entorno de 8 ns. A terceira é da ordem de 1 ms a 10 ms, tempos típicos para caracterizações com respostas integradas no tempo. Para caracterizar fenômenos que ocorrem na escala ultrarrápida, lançamos mão da autocorrelação interferométrica, cujos detalhes deixaremos para o final do capítulo. Para a escala rápida, monitoramos a série temporal a partir de um osciloscópio Keysight Agilent DSO7104B com largura de banda de 1 GHz, conectado a fotodetectores construídos no próprio laboratório a partir de fotodiodos Fermionics FD150 de 1 GHz. Um trem de pulsos típico para operação estável do laser está mostrado na Figura 20(a), com taxa de repetição de aproximadamente 125 MHz. Embora o traço do osciloscópio acompanhe a periodicidade da emissão, ele não resolve o perfil temporal dos pulsos, pois é muito mais lento que as larguras temporais. No entanto, as amplitudes observadas ainda são proporcionais à energia de cada pulso, oferecendo informações valiosas sobre a dinâmica do sistema [24]. Uma alternativa para o estudo dessas dinâmicas é o monitoramento do espectro de rádiofrequência (RF) associado à série temporal, o que pode ser feito a partir de um analisador RF, que retornará as frequências envolvidas nas modulações do trem de pulsos. No nosso sistema, monitoramos o espectro RF dentro e fora da cavidade utilizando um analisador Keysight N9430A e um Keysight N9340B, ambos de 3 GHz. Para um trem de pulsos uniforme, o espectro de RF retorna apenas a frequência fundamental da cavidade, que está associada ao seu comprimento, como podemos ver na Figura 20(c). No entanto, quando há dobramentos de período, novas frequências surgem, como ficará evidente no capítulo 4.

O espectro óptico do laser foi caracterizado a partir de um espectrômetro Ocean Optics HR4000, com tempo de integração da ordem de 1 ms. Dado que tempo de uma volta na cavidade é da ordem de 10 ns, isso significa que cada espectro é gerado a partir de aproximadamente 10^5 pulsos, atribuindo um caráter de média à medida. Na Figura 20(b), vemos um espectro típico para operação estável do laser, centrado em aproximadamente 1025 nm e com largura de aproximadamente 24 nm. O espectro largo é típico de lasers operando em modos travados, já que vários modos interferem construtivamente para dar origem aos pulsos ópticos. Esse é um contraponto à operação CW, em que o espectro é bem estreito no entorno da frequência de emissão. Além de evidenciar o travamento dos modos, o espectro também pode revelar a existência de múltiplos pulsos na cavidade. No entanto, os pulsos precisam estar suficientemente próximos para que o espectrômetro consiga resolver a interferência espectral,

Figura 20 – Operação típica do laser para dispersão total próxima do zero e bombeamento em 320 mW. (a) Trem de pulsos com amplitude uniforme, (b) espectro óptico centrado em aproximadamente 1025 nm e (c) espectro RF indicando taxa de repetição de aproximadamente 125 MHz. Configuração equivalente à da seção 4.1.



Fonte: A autora (2020).

já que o período das modulações é inversamente proporcional à separação entre os pulsos. Fizemos uso dessa técnica para estudar sólitons ligados, como será amplamente discutido nas seções 4.2 e 4.3.

Outra caracterização na escala de tempo lenta baseou-se nas leituras de potência média dentro e fora da cavidade, realizadas a partir de dois medidores de potência Thorlabs PM100D/S121C com resolução de 10 nW. As medidas de potência serão importantes para construir as curvas experimentais de transmissão do laser. Para isso, precisamos medi-las logo após o PBS, tanto dentro (sinal transmitido) quanto fora da cavidade (sinal refletido ou *output* do laser). Como não é possível medir o feixe transmitido diretamente, visto que isso interromperia a realimentação do sistema, a potência interna é medida a partir da reflexão de uma das grades, correspondendo ao detector D_{intra} na Figura 21. No entanto, para que essa medida tenha algum significado, precisamos relacioná-la à potência transmitida. Isso é feito a partir de uma calibração prévia que mede a potência no ponto A, P_A , e logo na sequência em D_{intra} , resultando em um fator de calibração que vale

$$f_{\text{intra}} = \frac{P_A}{P_{D_{\text{intra}}}}. \quad (3.2)$$

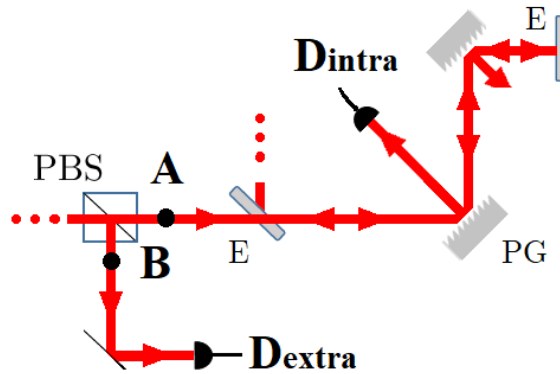
Analogamente, as potências no ponto B relacionam-se com as potências lidas por D_{extra} através de

$$f_{\text{extra}} = \frac{P_B}{P_{D_{\text{extra}}}}. \quad (3.3)$$

Esses fatores podem mudar de experimento para experimento e, por isso, novas calibrações precisam ser feitas a cada alteração na montagem experimental.

Como antecipamos no início da seção, fenômenos na escala ultrarrápida foram analisados com base na autocorrelação interferométrica, um técnica autorreferenciada que permite estimar a largura temporal dos pulsos, além de fornecer informações sobre pulsos em grande

Figura 21 – Esquema representativo da calibração de potências dentro e fora da cavidade.



Fonte: A autora (2020).

proximidade. Durante os experimentos, utilizamos um correlacionador montado no próprio laboratório, baseado em um interferômetro de Michelson com um braço móvel, um cristal gerador de segundo harmônico e um fotodetector lento (Figura 22). Para o braço móvel, utilizamos um alto-falante alimentado por uma tensão senoidal de amplitude 5 V e frequência da ordem de 100 Hz. A obtenção dos padrões de autocorrelação típicos exige que o braço fixo seja exatamente do mesmo tamanho que o braço móvel em sua posição central. De outro modo, o padrão apresentará assimetrias ou nem mesmo será gerado. O procedimento experimental consiste em superpor o sinal original à réplica que foi submetida a atrasos variáveis, fazendo uso de uma geometria colinear. O sinal da autocorrelação decorre do segundo harmônico gerado pelo campo $[E(t) + E(t - \tau)]$ que incide no cristal. Um filtro é utilizado para que apenas esse sinal seja detectado. Dada a natureza lenta do detector, o sinal medido é integrado no tempo e proporcional a

$$I_{ac}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} |E(t) + E(t - \tau)|^2 dt. \quad (3.4)$$

Quando $\tau = 0$, os braços do interferômetro possuem o mesmo comprimento, resultando em uma superposição perfeita entre os pulsos. Isso corresponde a um máximo no padrão de interferência que vale

$$I_{ac}(0) = 16 \int_{-\infty}^{\infty} |E(t)|^2 dt. \quad (3.5)$$

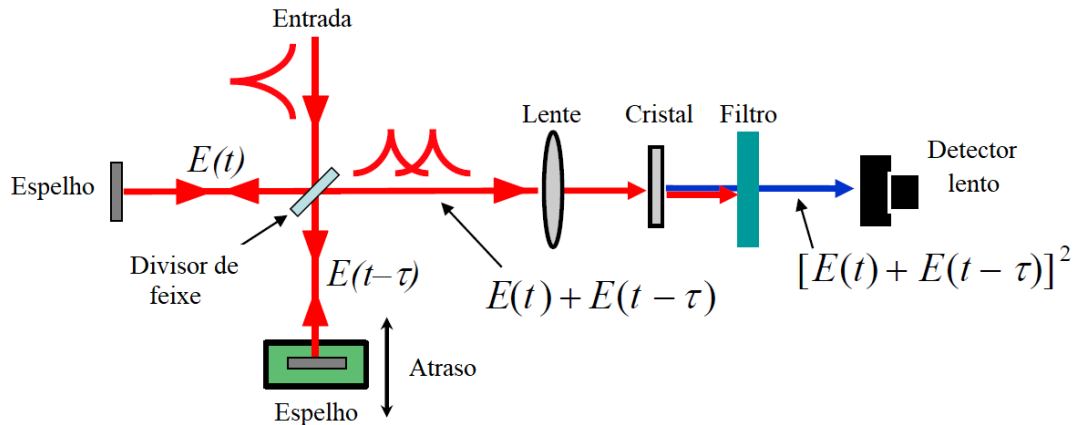
Em contrapartida, nenhuma interferência ocorre quando o atraso é grande, o que dá origem a uma intensidade de *background* igual a

$$I_{ac} = \int_{-\infty}^{\infty} |E(t)|^2 dt + \int_{-\infty}^{\infty} |E(t)|^2 dt, \quad (3.6)$$

$$I_{ac} = 2 \int_{-\infty}^{\infty} |E(t)|^2 dt.$$

Vemos, portanto, que existe uma razão característica de 8:1 entre o pico do padrão interferométrico e o nível de *background*, o que é útil para avaliar a qualidade do alinhamento.

Figura 22 – Representação esquemática do autocorrelacionador interferométrico montado no próprio laboratório.

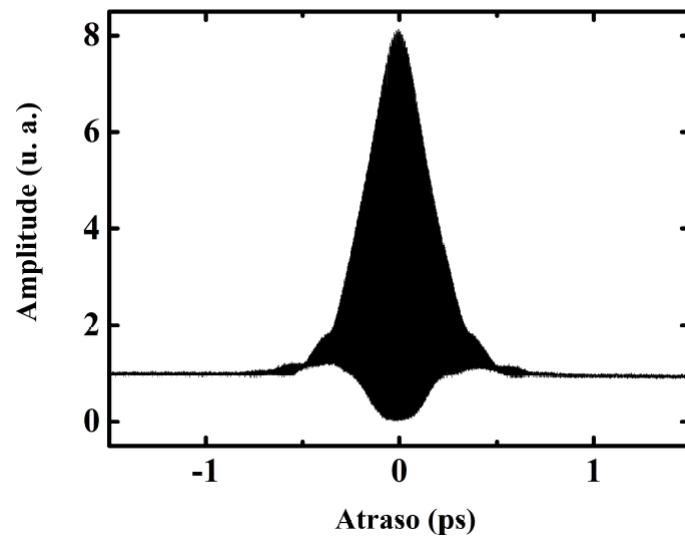


Fonte: Adaptada de [101].

As autocorrelações experimentais podem ser obtidas a partir do osciloscópio conectado ao detector lento mas, para avançar na análise, a escala temporal dos dados precisa ser calibrada. Essa calibração é feita a partir da relação entre a frequência óptica dos pulsos e a frequência das franjas do padrão experimental, dado que existe uma relação direta entre elas, como detalhado na referência [100]. Feita a calibração, a duração temporal dos pulsos pode ser estimada a partir da largura à meia altura do padrão interferométrico, mas um fator de deconvolução associado ao perfil de intensidade precisa ser considerado [102]. Mesmo assim, ainda é preciso ter cuidado, pois a presença de *chirp* inclui pedestais e encurta o padrão, o que pode resultar em durações temporais subestimadas. Um padrão experimental para o regime de pulsos individuais na cavidade pode ser conferido na Figura 23. Como vemos, ele é simétrico e a proporção 8:1 é obedecida. Os pedestais são sutis, indicando a presença moderada de *chirp*. Assumindo um perfil sech^2 , cujo fator de deconvolução vale 0.647, a largura temporal estimada é de aproximadamente 266 fs, já que a largura à meia altura vale 411 fs. A técnica de autocorrelação interferométrica será amplamente utilizada nas seções 4.2 e 4.3, quando focaremos no surgimento de múltiplos sólitons ligados e nas dinâmicas internas que eles apresentam.

A metodologia experimental adotada nesta tese consiste em acessar diferentes regimes dinâmicos em um laser de Yb, utilizando apenas a corrente de bombeamento como parâmetro de controle experimental. Após o ajuste adequado do sistema, todo o procedimento é automatizado por um programa em LabVIEW customizado para controlar todos os instrumentos utilizados. A interface do programa permite que os parâmetros dos instrumentos sejam ajustados de acordo com a necessidade do experimento. Controlamos remotamente o osciloscópio, os medidores de potência, o controlador de corrente do laser de diodo, o espectrômetro, os analisadores RF e o gerador de função que alimenta o sistema de autocorrelação interferométrica. Dessa forma, perturbações durante os experimentos são drasticamente diminuídas

Figura 23 – Padrão de autocorrelação interferométrica obtido experimentalmente a partir de um trem regular de pulsos. Configuração equivalente à da seção 4.2 com bombeamento em 250 mW.



Fonte: A autora (2020).

e os dados coletados são padronizados. No próximo capítulo, detalharemos os experimentos desenvolvidos e discutiremos os seus resultados. Mais detalhes acerca de cada experimento podem ser consultados nas seções 4.1.1, 4.2.1 e 4.3.1.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo, apresentaremos os resultados obtidos em um laser de fibra dopada com Yb^{3+} operando em diferentes regimes dinâmicos, sempre utilizando o bombeamento do sistema como parâmetro de controle experimental. Na seção 4.1, a operação é com um único pulso por volta na cavidade e o foco é nos dobramentos de período nas amplitudes do trem de pulsos. Na seção 4.2, voltaremos a atenção para transições no número de pulsos, em particular para a criação e a aniquilação de múltiplos sólitons ligados, uma dinâmica intrinsecamente relacionada à transmissão não linear do sistema. Na seção 4.3, investigaremos as dinâmicas internas que pares de sólitons ligados apresentam, resultando em evoluções discretas bem evidentes. Como veremos, as perdas não lineares impostas pelo mecanismo de travamento dos modos são fundamentais não apenas para a obtenção dos modos travados, mas também para o acesso a outros regimes de operação. Com isso, a caracterização da transmissão não linear torna-se essencial para um maior entendimento das dinâmicas apresentadas pelo laser.

4.1 TRANSMISSÃO NÃO LINEAR EM REGIME DE UM PULSO POR VOLTA NA CAVIDADE

Em lasers de fibra com modos travados, pulsos ultracurtos de luz propagam-se em regiões de pequenos diâmetros e longos comprimentos, situação ideal para a exploração de fenômenos não lineares. Nesse cenário, regimes distintos podem ser acessados a partir de ajustes nos parâmetros da cavidade. Para lasers com travamento dos modos via NPR, três parâmetros principais controlam a evolução dinâmica do sistema: i) o bombeamento, ii) a dispersão total e iii) a configuração das placas de onda. O primeiro está relacionado à energia fornecida ao sistema a partir de uma fonte externa e, portanto, relaciona-se ao ganho do laser. Logo, tem implicações diretas na energia dos pulsos emitidos. O segundo é definido pela GVD decorrente de cada componente da cavidade que, por sua vez, pode apresentar esquemas distintos de dispersão capazes de promover mudanças significativas nas características dos pulsos, como discutido no capítulo 2. O terceiro diz respeito ao controle da polarização antes e depois da propagação nas fibras e, portanto, apresenta relações estreitas com toda a dinâmica associada ao travamento dos modos. Para os experimentos apresentados nesta tese, escolhemos o bombeamento como parâmetro de controle exclusivo, visto que uma dinâmica rica é acessada variando-se apenas esse parâmetro, como será reportado ao longo de todo o capítulo.

Nesta seção, estamos interessados em caracterizar dinâmicas que vão além da operação regular em modos travados, focando em suas relações com as curvas experimentais de transmissão do laser. Para isso, comparamos medidas de potência média sobre o trem de pulsos com as séries temporais correspondentes. Também monitoramos os espectros óptico e de RF, a fim de enriquecer a caracterização do sistema. Como veremos, detalhes importantes sobre

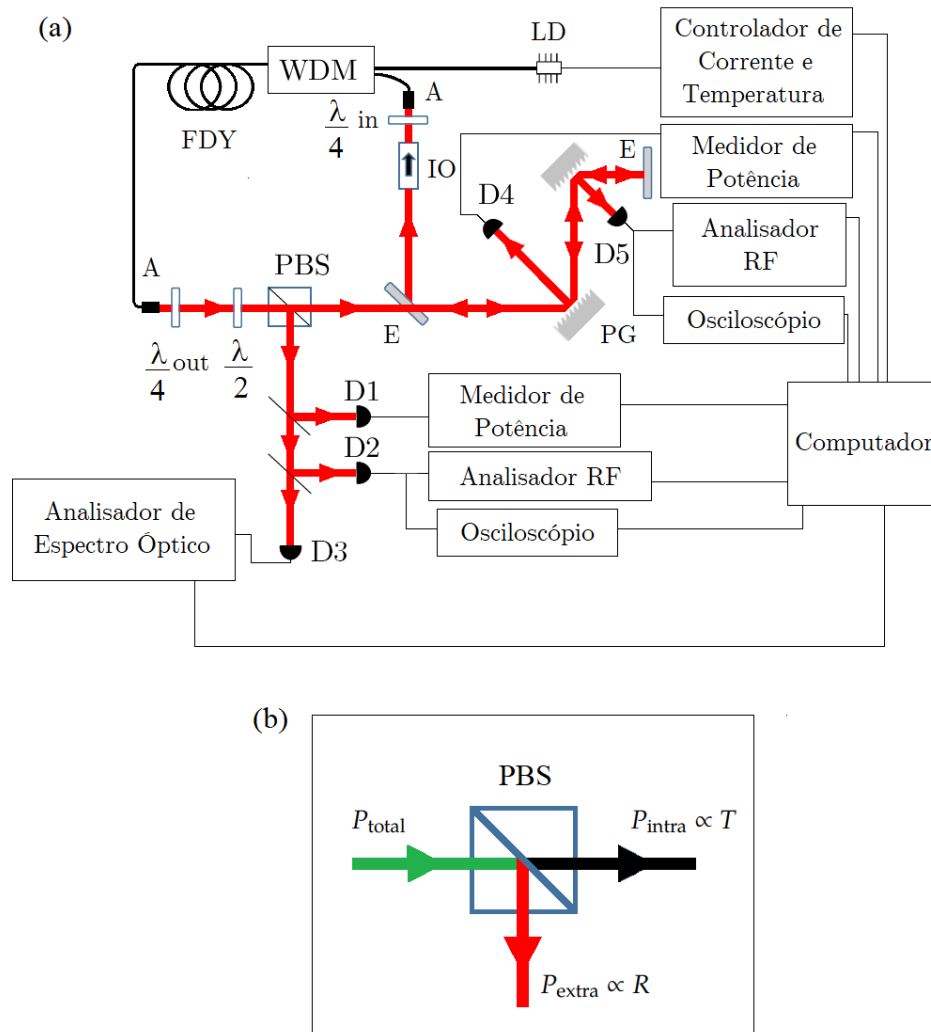
dinâmicas na escala de tempo rápida são revelados a partir de caracterizações integradas no tempo. Isso é interessante e vale a atenção, pois detectores lentos costumam ser mais precisos e acessíveis, de modo que as curvas de transmissão representam uma alternativa para o monitoramento de estabilidade e transições dinâmicas em sistemas semelhantes aos estudados nesta tese.

4.1.1 Experimento

O experimento foi realizado em um laser de Yb, cuja representação esquemática pode ser conferida na Figura 24(a), juntamente com o sistema de aquisição de dados. O bombeamento provém de um laser de diodo que emite em 976 nm, com potência máxima de 740 mW. O meio de ganho é uma fibra altamente dopada com íons Yb^{3+} , cujo coeficiente de absorção nominal é 1348 dB/m a 976 nm. Seu comprimento é de 22 cm. O bombeamento é acoplado ao meio de ganho através de um multiplexador de sinais (WDM) com eficiência de 89%. Dois colimadores tipo GRIN são utilizados para acoplar a luz do meio de ganho para a seção aberta e da seção aberta para o meio de ganho, promovendo a realimentação óptica com eficiência de 35%. Um isolador óptico é incluído na cavidade para garantir que a luz circule em uma única direção. A dispersão total da cavidade é controlada por um par de grades com 600 linhas/mm e eficiência de 65% a cada passagem. Para os experimentos desta seção, a distância entre as grades é de 2.9 cm, resultando em uma dispersão total que é muito próxima do zero. O travamento do laser é realizado via NPR, com a introdução de elementos polarizadores promovendo perdas não lineares que emulam um absorvedor saturável, como discutido na seção 2.4.1. Para tanto, um conjunto de placas de onda e um PBS são incluídos na montagem. É importante ressaltar que o PBS também atua como acoplador de saída, ou seja, os sinais intracavidade e extracavidade são linearmente polarizados com estados de polarização ortogonais. Como as perdas das placas e do PBS são pequenas, elas não serão consideradas nas análises que seguem.

O experimento consistiu em varrer I_{pump} de 525 mA a 969 mA, com passos regulares de 4 mA, mantendo as placas de onda e a distância entre as grades fixas. A aquisição de dados foi automatizada a partir de um programa em LabVIEW, envolvendo dois fotodetectores, dois analisadores RF, dois medidores de potência, um analisador de espectro óptico e um osciloscópio. Para cada valor de I_{pump} , séries temporais, potências médias e espectros de RF foram medidos dentro e fora da cavidade, enquanto o espectro óptico foi monitorado apenas pelo sinal externo. As séries temporais foram obtidas diretamente do osciloscópio em janelas de 200 ns e, para cada I_{pump} , 20 janelas foram adquiridas e processadas. Neste experimento, as séries temporais são as medidas resolvidas no tempo, definindo a escala rápida em ~ 10 ns. Já a lenta, que está associada às medidas de potência média e do espectro óptico, é da ordem de 1 ms. Embora os fotodetectores sejam muito mais lentos que os pulsos de femtossegundos, as amplitudes observados nas séries temporais ainda são diretamente proporcionais à energia dos pulsos, representando fielmente a dinâmica do sistema [11, 24].

Figura 24 – Montagem experimental e sistema de aquisição de dados: laser de diodo (LD), *wavelength division multiplexing* (WDM), fibra dopada com Yb^{3+} (FDY), placa de quarto de onda ($\lambda/4$), placa de meia onda ($\lambda/2$), *polarizing beamsplitter* (PBS), par de grades (PG), isolador óptico (IO), acopladores GRIN-lens (A), espelhos (E), detectores (D). Configuração das placas de onda: $(\lambda/4)_{in} = 174^\circ$, $(\lambda/4)_{out} = 246^\circ$ e $(\lambda/2) = 263^\circ$.



Fonte: A autora (2020).

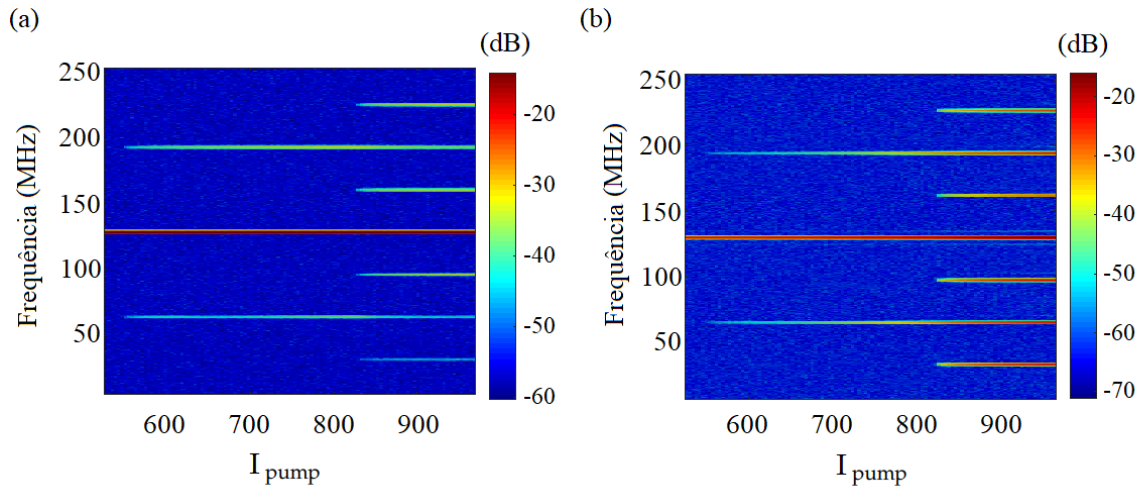
Como antecipamos na introdução do capítulo, estivemos interessados em caracterizar a transmissão não linear do laser à medida em que transições dinâmicas eram observadas. Para isso, medimos as potência transmitida e refletida pelo PBS, como mostrado na Figura 24(b). O feixe refletido é o *output* do laser, cuja potência é medida por D1. Como não é possível medir a potência do feixe transmitido diretamente, já que isso interromperia a realimentação do sistema, a potência interna foi medida a partir da reflexão de uma das grades, correspondendo ao detector D4 na Figura 24(a). Para que os valores medidos tenham o significado desejado, ou seja, representem as potências médias refletida e transmitida pelo PBS, uma calibração prévia foi realizada e os valores lidos por D1 e D4 precisaram ser multiplicados por 1.3 e 17.9, respectivamente.

4.1.2 Resultados

Utilizando o bombeamento como parâmetro de controle, observamos diferentes modulações na amplitude do trem de pulsos, um indicativo de que diferentes regimes dinâmicos foram acessados. Como as modulações estão no intervalo de rádiofrequência, uma boa alternativa é analisar os espectros de RF dentro e fora da cavidade, como mostrado na Figura 25. Em ambos os casos, quando I_{pump} assume valores entre 525 mA e 545 mA, apenas um pico em 125 MHz está presente, o que corresponde a um trem uniforme de pulsos, ou seja, operação regular em modos travados. Para $545 \text{ mA} < I_{\text{pump}} < 829 \text{ mA}$, um novo pico surge em aproximadamente 62.5 MHz, que corresponde à metade da frequência fundamental, indicando um dobramento de período. Para $829 \text{ mA} < I_{\text{pump}} < 969 \text{ mA}$, um novo pico surge em aproximadamente 31.25 MHz, um quarto da frequência fundamental, sinalizando que o período foi quadruplicado. As demais frequências visíveis são batimentos das descritas acima.

As séries temporais confirmam as dinâmicas observadas na evolução dos espectros de RF, como pode ser visto nas séries representativas apresentadas na Figura 26. Nessa figura, as séries superiores referem-se ao sinal intracavidade, enquanto as inferiores referem-se ao extracavidade. O regime regular aparece nas Figuras 26(a) e 26(e), com pulsos de amplitudes uniformes os quais chamaremos de período 1. A uniformidade dos pulsos é perdida nas Figuras 26(b) e 26(f), quando as amplitudes oscilam entre dois valores distintos, correspondendo ao primeiro dobramento de período. Nesse cenário, os pulsos só se repetem a cada duas voltas na cavidade e chamaremos o regime de período 2. Após novos aumentos no bombeamento, outro dobramento é visível nas Figuras 26(c) e 26(g), com pulsos que só se repetem a cada quatro voltas na cavidade, correspondendo ao período 4. A Figura 26(g) chama a atenção pela existência de pulsos muito mais intensos que os demais, um padrão distinto se comparado às outras séries. A amplitude desses pulsos é quase dez vezes maior que a dos menos intensos, tornando-os mais susceptíveis às não linearidades do meio de propagação. Esse padrão é observado no sinal extracavidade, que apresenta modulações muito mais proeminentes que no intracavidade, sendo relevante para a análise porque as modulações possuem relação estreita

Figura 25 – Evolução do espectro de RF para os sinais (a) extracavidade e (b) intracavidade, mostrando período 1, período 2 e período 4. As dinâmicas dentro e fora da cavidade são idênticas.



Fonte: A autora (2020).

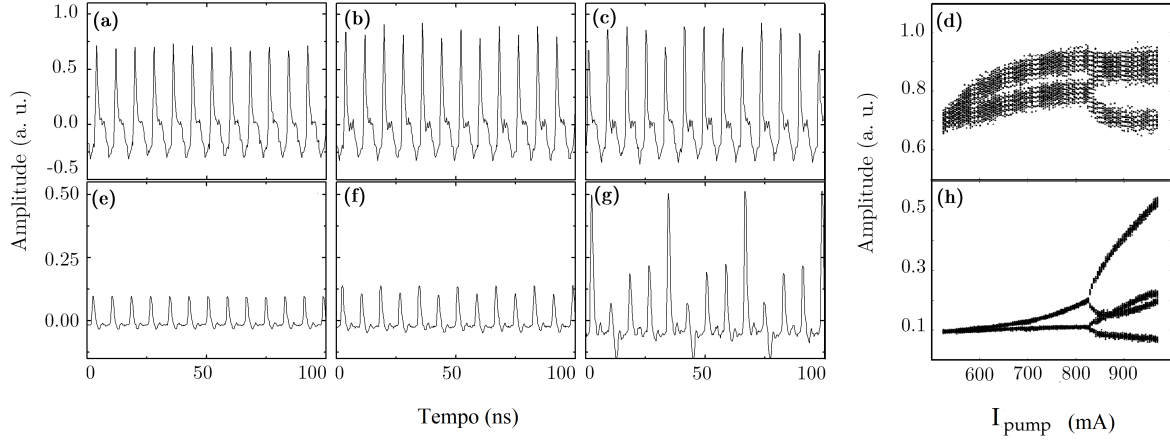
com a curva de transmissão não linear do sistema. A dinâmica completa é melhor visualizada nos diagramas de bifurcação, construídos a partir dos valores de pico das séries temporais em função de I_{pump} . Para cada valor de I_{pump} , cerca de 500 pontos são plotados nas Figuras 26(d) e 26(h). As modulações distintas observadas nos trens de pulsos acarretam em diagramas destoantes. Na Figura 26(d), por exemplo, que corresponde ao diagrama do sinal intracavidade, os ramos permanecem próximos e seus valores máximos saturam. Dada a natureza do travamento dos modos, um maior direcionamento de energia é, então, encaminhado para o sinal extracavidade, revertendo-se nos pulsos mais intensos que observamos no período 4. Isso fica claro quando analisamos o diagrama da Figura 26(h), onde o ramo que desgarrar corresponde aos pulsos mais intensos, com uma taxa de crescimento mais pronunciada que as demais.

Como discutido acima, as caracterizações resolvidas no tempo revelaram uma dinâmica de dobramentos de período com aumentos em I_{pump} . O próximo passo é analisar como essa dinâmica influencia a transmissão não linear do sistema. Aqui, vale a pena reforçar o significado dessa transmissão e sua relação com as perdas totais da cavidade. Como visto na seção 2.4.1, a obtenção dos modos travados requer que o laser opere no regime de absorvedor saturável, ou seja, em uma situação que favoreça a transmissão de sinais mais intensos. No entanto, se o laser já opera em modos travados, aumentos no bombeamento podem levá-lo ao regime de *feedback* negativo, com maiores intensidades sujeitas a maiores perdas. Da equação 2.85, podemos reescrever a transmissão não linear em uma primeira aproximação como

$$T(P) = T_L + \kappa P, \quad (4.1)$$

onde κ representa um coeficiente de transmissão não linear. Experimentalmente, a transmissão não linear é imposta pelo elemento polarizador que, no nosso laser, é o PBS. A Figura 24(b) mostra suas portas relevantes, que correspondem a uma entrada ($P = P_{\text{total}}$) e duas saídas

Figura 26 – Séries temporais intracavidade (linha superior) e extracavidade (linha inferior): (a) e (e) período 1, (b) e (f) período 2 e (c) e (g) período 4. Diagramas de bifurcação (d) intracavidade e (h) extracavidade.



Fonte: A autora (2020).

($P_{\text{intra}} \propto T$ e $P_{\text{extra}} \propto R$). Como as perdas internas no PBS são pequenas, sua transmissão é tal que

$$T(P) = 1 - R(P), \quad (4.2)$$

onde $R(P)$ corresponde a uma refletividade não linear dada a natureza não linear da transmissão. Das equações 4.1 e 4.2, ficamos com

$$R(P) = R_L - \kappa P, \quad (4.3)$$

onde $R_L = 1 - T_L$ corresponde à refletividade linear. Naturalmente, toda a luz refletida pelo PBS configura perda para o sistema. Se L_0 representa as demais perdas lineares devido a acoplamento, grades etc, então a perda total será

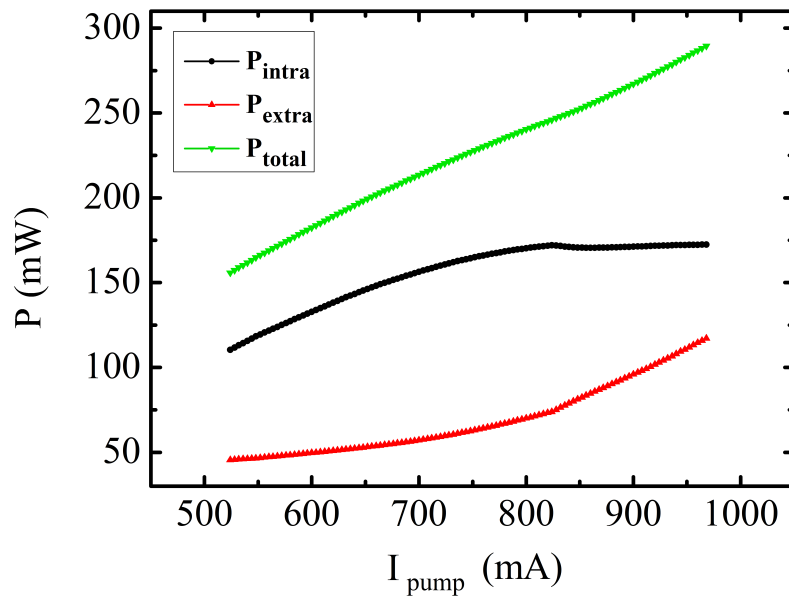
$$\begin{aligned} L(P) &= L_0 + R(P), \\ L(P) &= L_L - \kappa P, \end{aligned} \quad (4.4)$$

onde $L_L = L_0 + R_L$ representa todas as perdas lineares. Da equação acima, o caráter não linear das perdas totais fica evidente, assim como sua relação com a transmissão não linear, $T(P)$.

Para gerar as curvas experimentais de transmissão, monitoramos os valores de potência conforme descrito da seção anterior. Assumindo $P_{\text{total}} = P_{\text{intra}} + P_{\text{extra}}$, calculamos a transmissão como

$$T = \frac{P_{\text{intra}}}{P_{\text{total}}}. \quad (4.5)$$

Figura 27 – Curvas de potência média para os sinais intracavidade (preta), extracavidade (vermelha) e potência média total (verde).



Fonte: A autora (2020).

Destacamos, novamente, que detectores lentos foram utilizados na medição de potências, o que significa que os valores obtidos são uma média sobre o trem de pulsos. Assim, se o laser opera no período 2, por exemplo, os valores lidos são médias entre as potências dos pulsos mais intensos e menos intensos. Isso permitirá que detalhes da dinâmica não linear sejam reveladas nas curvas de transmissão, como veremos ao final da seção, mas antes vamos analisar o comportamento individual das potências.

O monitoramento das potências dentro e fora da cavidade revelou que nenhuma delas cresce linearmente com I_{pump} , ambas apresentando uma descontinuidade visível na fronteira entre o período 2 e o período 4. Como vemos na Figura 27, quando $I_{\text{pump}} < 829$ mA, embora as curvas de P_{intra} e P_{extra} apresentem concavidades opostas, elas crescem monotonicamente com o bombeamento. No entanto, quando I_{pump} ultrapassa 829 mA, P_{intra} permanece praticamente constante, enquanto P_{extra} cresce a uma taxa mais elevada que nos regimes anteriores. Esse comportamento está diretamente associado aos pulsos de alta intensidade que surgem na série temporal logo que o período 4 é acionado, causando uma variação abrupta na distribuição de potências instantâneas, especialmente no sinal extracavidade. Como pulsos mais intensos estão sujeitos a efeitos não lineares mais pronunciados, seus giros de polarização serão determinantes para os valores de potência medidos logo após o PBS. Dos diagramas de bifurcação fica claro que, à medida em que I_{pump} aumenta, os giros de polarização dos pulsos mais intensos o direcionam cada vez mais para fora da cavidade. Com isso, P_{extra} aumenta de forma mais acelerada que nos períodos anteriores, ao passo que P_{intra} permanece praticamente constante.

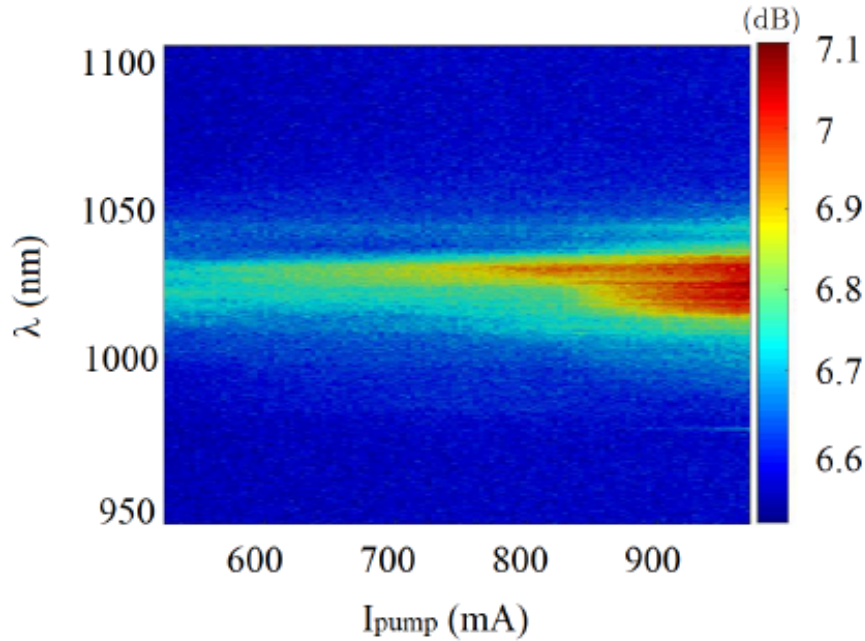
Apesar das descontinuidades nas medidas de potência média, o caráter complementar de P_{intra} e P_{extra} fica evidente quando as somamos para obter P_{total} . Isso pode ser visto na Figura

27, onde P_{total} apresenta crescimento aproximadamente linear com I_{pump} , seguindo o ganho de pequeno sinal, que é linear com o bombeamento. A complementaridade observada decorre da ação do PBS, que não impõe perdas significativas e apenas divide o sinal em duas componentes ortogonais de polarização linear. Embora a NPR seja a principal responsável pelas dinâmicas de polarização, ela não promove efeitos dissipativos que favoreçam um modo em detrimento do outro e, portanto, qualquer aumento em P_{intra} corresponde à uma diminuição de mesmo valor em P_{extra} e vice-versa.

Além das transições nas potências médias, a bifurcação do período 2 para o período 4 também vem acompanhada de alterações no espectro óptico, com o aparecimento de bandas laterais em 1025 nm (Figura 28). Essas bandas nascem em 829 mA e persistem até o bombeamento máximo de 969 mA, exatamente na janela de período 4, sugerindo uma associação com essa dinâmica. Já a transição que ocorre em 545 mA não é revelada na evolução do espectro óptico nem nas caracterizações de potência. Uma explicação possível retoma as características das modulações do trem de pulsos a cada transição. Na primeira bifurcação, uma pequena modulação surge gradualmente, enquanto na bifurcação para o período 4, uma mudança abrupta ocorre, com o surgimento imediato de pulsos mais intensos. Esses pulsos promovem respostas não lineares que antes não eram acessadas, podendo acarretar, por exemplo, o alargamento do espectro óptico a partir de efeitos de auto-modulação de fase. É importante ressaltar que o espectro medido possui contribuições de $\sim 10^5$ pulsos. Como no período 1 os pulsos são idênticos, é razoável esperar que os espectros obtidos correspondam ao espectro de cada um deles. No entanto, para os períodos 2 e 4, os espectros medidos terão contribuições dos diferentes pulsos, que por sua vez podem apresentar perfis bem distintos, como mostram estudos numéricos [50, 53]. Isso é o que ocorre quando o sistema entra no período 4 e os pulsos mais intensos passam a circular na cavidade, levando às descontinuidades observadas no espectro.

Até o momento, vimos que aumentos no bombeamento são capazes de induzir uma dinâmica não linear na amplitude do trem de pulsos, como revelam as séries temporais e os espectros de RF. No entanto, as caracterizações integradas no tempo, como o espectro óptico e as medidas de potências médias, não foram tão eficientes em revelar todas as transições sofridas pelo sistema. Como alternativa, apresentamos as curvas experimentais de transmissão que, embora construídas a partir das leituras de potência (Equação 4.5), mostram-se mais completas, revelando mesmo as transições mais sutis. A Figura 29(a) traz a transmissão em função de P_{total} . Como vemos, assinaturas experimentais claras das transições estão presentes. Note que a inclinação da curva muda no entorno de $P_{\text{total}} = 165$ mW, que corresponde a $I_{\text{pump}} = 545$ mW, coincidindo com a primeira bifurcação. A transição para o período 4, que ocorre em $P_{\text{total}} \approx 247$ mW ($I_{\text{pump}} = 829$ mA) também está presente, em total acordo com as caracterizações anteriores. Essas transições são ainda melhor visualizadas na derivada de T com respeito a P_{total} , mostrada na Figura 29(b), onde mudanças abruptas ocorrem a cada bifurcação, deixando clara a existência de três janelas dinâmicas relacionadas a (I) período 1, (II) período 2 e (III) período 4. As descontinuidades decorrem das mudanças na NPR, visto

Figura 28 – Evolução do espectro óptico medido a partir do sinal extracavidade.

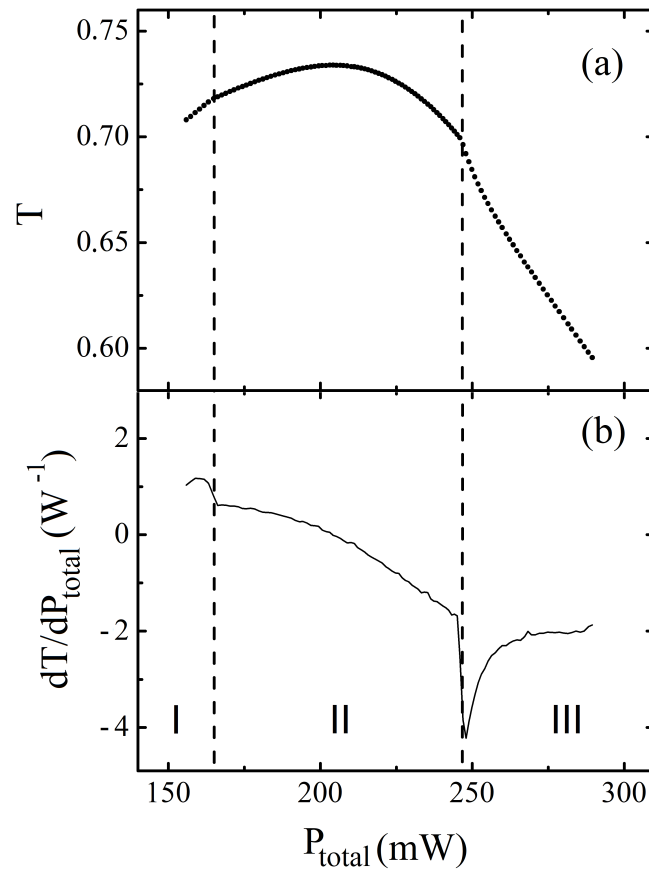


Fonte: A autora (2020).

que a rotação não linear da polarização está intrinsecamente associada à distribuição de intensidade dos pulsos, alterada a cada bifurcação. Embora isso tenha implicações diretas nas potências transmitida e refletida pelo PBS, nem sempre as discontinuidades são perceptíveis nas leituras individuais, ficando mais sobressalientes quando os efeitos são combinados para gerar a curva de transmissão. Assim, as curvas de transmissão oferecem uma alternativa mais completa para o monitoramento das transições dinâmicas examinadas.

Outra característica marcante da curva de transmissão é sua relação com a modulação das perdas imposta pelo mecanismo de travamento dos modos. Como visto na seção 2.4.1, lasers que usam NPR têm sua transmissão modulada devido às fases não lineares acumuladas durante a propagação nas fibras, apresentando dois regimes distintos de operação: o *feedback* positivo, com características de absorvedor saturável, e o *feedback* negativo, em que sinais mais intensos estão sujeitos a maiores perdas. Da Figura 29(a), vemos que o laser opera no *feedback* positivo para valores de P_{total} entre 156 mW e 204 mW, que corresponde à corrente de bombeamento entre 525 mA e 668 mA. A primeira bifurcação ocorre ainda nesse regime, em $P_{\text{total}} = 165$ mW. A fronteira para o *feedback* negativo ocorre em $P_{\text{total}} = 204$ mW ($I_{\text{pump}} = 668$ mA), com transmissão máxima de 0.73. Já no *feedback* negativo, a segunda bifurcação acontece em $P_{\text{total}} = 247$ mW, quando a transmissão começa a diminuir cada vez mais, chegando ao valor mínimo de aproximadamente 0.59 para o bombeamento máximo. Fica claro, portanto, que a curva de transmissão carrega informações importantes sobre a operação do laser, além de oferecer evidências claras das transições dinâmicas que envolvem alterações na distribuição de intensidade dos pulsos. Na próxima seção, seguiremos explorando essas curvas, agora com o foco em dinâmicas que incluem transições no número de pulsos por

Figura 29 – (a) Curva de transmissão não linear, apresentando descontinuidades a cada bifurcação. (b) Derivada da curva de transmissão com respeito à potência total. As três janelas distintas correspondem a (I) período 1, (II) período 2, (III) período 4.



Fonte: A autora (2020).

volta na cavidade.

4.2 TRANSMISSÃO NÃO LINEAR EM REGIME DE MÚLTIPLOS SÓLITONS LIGADOS

Na seção anterior, apresentamos o laser de Yb como um sistema dinâmico rico, capaz de gerar trens de pulsos com amplitudes regulares ou com modulações de amplitude associadas à rota para o caos. Nesta seção, acompanharemos a criação e a aniquilação de sólitons ligados à medida em que a potência de bombeamento é variada. Para medir a transmissão não linear, utilizamos o mesmo procedimento da seção anterior, ou seja, o monitoramento dos valores de potência média dentro e fora da cavidade. Em paralelo, técnicas que revelam a existência dos sólitons ligados também foram empregadas. O principal interesse é na caracterização de dinâmicas com transições no número de pulsos por volta na cavidade que, como serão apresentadas e discutidas, possuem estreita relação com a modulação da transmissão não linear do sistema.

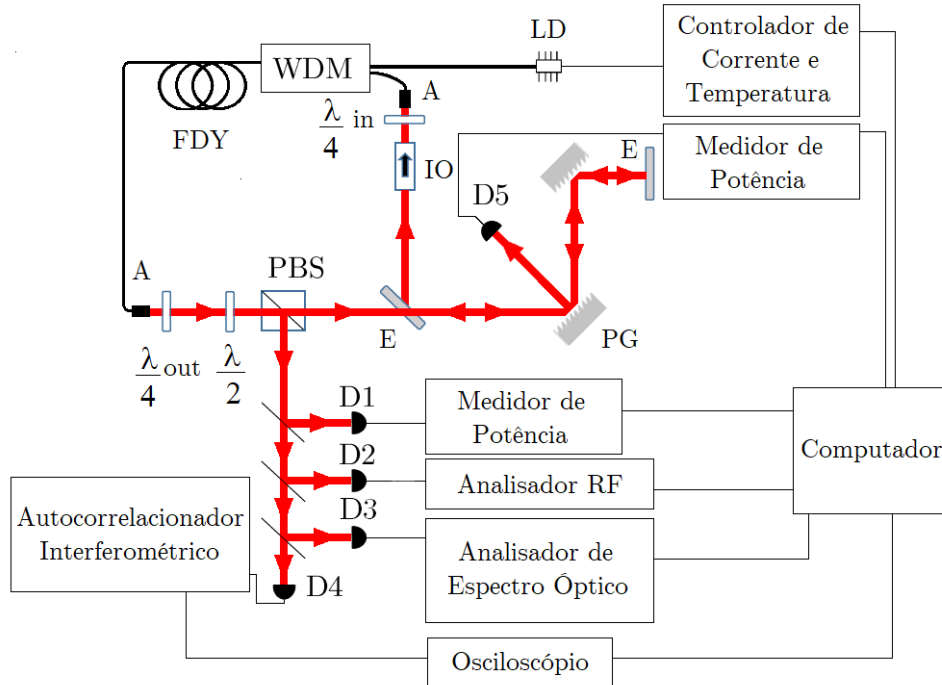
4.2.1 Experimento

O esquema experimental está representado na Figura 30. Como reportado na seção 3.1, o par de grades (PG) permite que a dispersão total da cavidade seja ajustada. Isso é particularmente importante para este experimento, porque nossa capacidade de bombeamento é limitada e a potência mínima requerida para a obtenção de múltiplos pulsos diminui à medida em que β_2 se torna mais negativo [87]. Com esse propósito, reajustamos a distância entre as grades para 3.1 cm, o que corresponde a uma dispersão total de aproximadamente -0.004ps^2 , que é ligeiramente anômala e será mantida durante todo o experimento.

Após uma análise exploratória na configuração das placas de onda, encontramos conjuntos de ângulos que acessam múltiplos sólitons ligados. Essa investigação ocorreu com a corrente de bombeamento em 1 A, visto que múltiplos pulsos são favorecidos por potências de bombeamento altas [24]. Os valores apresentados na Tabela 2 correspondem aos ângulos lidos nos instrumentos logo que um estado ligado era acessado e precisam ser confrontados com os dados da Tabela 1, que indicam os ângulos dos eixos das placas. Como vemos, para cada placa, os valores lidos oscilam no entorno de um valor central e o mais comum é que existam 3 sólitons ligados quando $I_{\text{pump}} = 1$ A.

Para iniciar a aquisição de dados, ajustamos o sistema ao regime de um pulso por volta na cavidade por meio da diminuição de I_{pump} , o que levou à aniquilação dos sólitons ligados, um a um. Com o sistema ajustado, I_{pump} foi sistematicamente aumentado a 1065 mA e, então, reduzido ao seu valor inicial de 385 mA, com passos de 4 mA. Nesse intervalo, os demais parâmetros permaneceram fixos. Ao longo do texto, o conjunto de dados que correspondem a incrementos em I_{pump} serão chamados de "caminho A", ao passo que os correspondentes à redução serão denominados "caminho B". Durante o experimento, medimos as potências médias dentro e fora da cavidade, juntamente com o espectro óptico, o espectro de RF e a autocorrelação interferométrica do sinal externo.

Figura 30 – Montagem experimental e sistema de aquisição de dados: laser de diodo (LD), *wavelength division multiplexing* (WDM), fibra dopada com Yb^{3+} (FDY), placa de quarto de onda ($\lambda/4$), placa de meia onda ($\lambda/2$), *polarizing beamsplitter* (PBS), par de grades (PG), isolador óptico (IO), acopladores GRIN-lens (A), espelhos (E), detectores (D).



Fonte: A autora (2020).

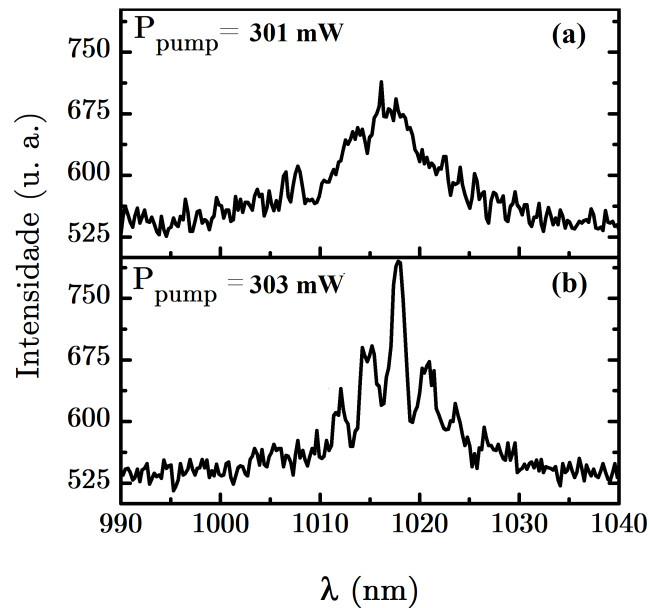
Tabela 2 – Intervalos de ângulos para os quais solitons ligados são mais recorrentemente acessados em nosso sistema. Valores lidos nos instrumentos. Os eixos das placa estão na Tabela 1.

$\frac{\lambda}{4} in$	$\frac{\lambda}{4} out$	$\frac{\lambda}{2}$
$115^\circ \pm 2^\circ$	$242^\circ \pm 3^\circ$	$112^\circ \pm 2^\circ$

Fonte: A autora (2020).

A aquisição dos dados foi automatizada por um programa em LabVIEW desenvolvido no próprio laboratório, envolvendo um analisador de espectro óptico, um osciloscópio de 1 GHz, um autocorrelacionador interferométrico conectado ao osciloscópio, um analisador RF e dois medidores de potência. As potências foram previamente calibradas, seguindo a metodologia apontada na seção 3.2 e os valores lidos por D1 e D5 precisaram ser multiplicados por 9.4 e 8.5, respectivamente. Por serem pequenas, as perdas no PBS e nas placas de onda não serão consideradas. Embora o parâmetro controlado no experimento seja I_{pump} , incrementos na corrente implicam em incrementos na potência de bombeamento, P_{pump} , com fator de

Figura 31 – Espectro óptico para (a) último passo em regime de único sóliton (1S), (b) primeiro passo em regime de dois sólitons ligados (2S).



Fonte: A autora (2020).

conversão de 0.605 mW/mA, já levando em consideração a eficiência do acoplamento através do WDM. Na discussão que segue, todos os resultados serão apresentados em função de P_{pump} .

4.2.2 Resultados

Para as placas de onda ajustadas em $(\lambda/4)_{\text{in}} = 115^\circ$, $(\lambda/4)_{\text{out}} = 240^\circ$ e $(\lambda/2) = 114^\circ$, o valor inicial $P_{\text{pump}} = 225$ mW corresponde a um único sóliton circulando na cavidade (1S). Esse cenário persiste até que uma modulação evidente desponta no espectro óptico em $P_{\text{pump}} = 303$ mW, indicando o surgimento de um novo sóliton ligado ao original (Figura 31). A modulação resulta da interferência espectral devido à grande proximidade entre os pulsos, conforme exposto na seção 2.5.3. No estado ligado, os sólitons interagem diretamente e são capazes de manter uma separação temporal fixa que é inversamente proporcional ao período da modulação. Seguindo no caminho A (Figura 32(a)), novas transições no espectro são perceptíveis em 374 mW, 403 mW e 540 mW. Após o valor máximo de 636 mW, o caminho B tem início e transições semelhantes são observadas, mas agora para valores distintos de P_{pump} (Figura 32(b)).

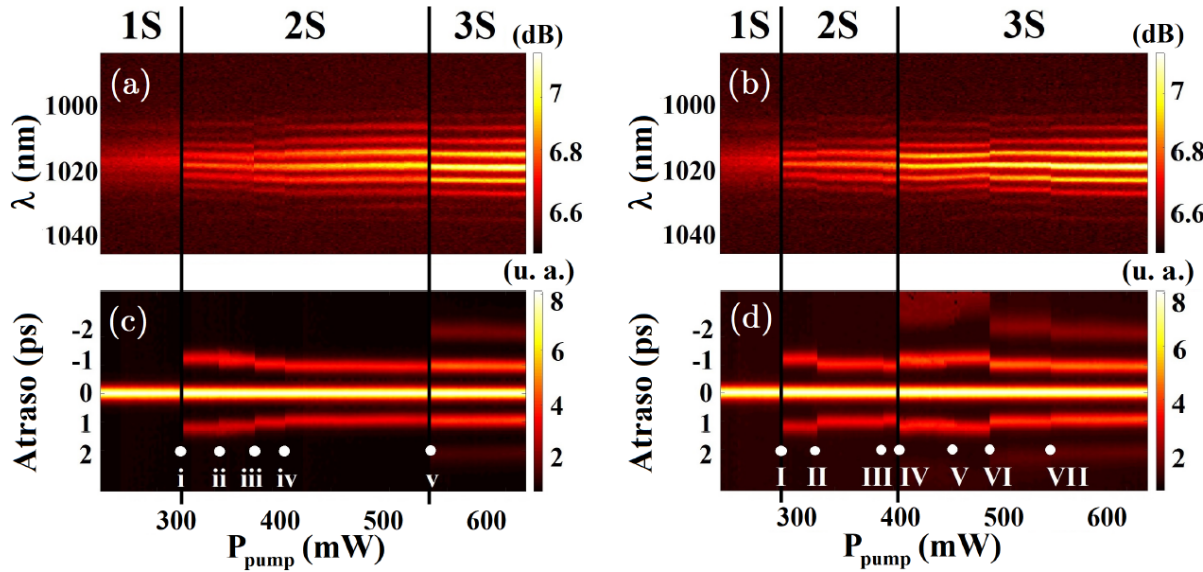
As descontinuidades no espectro óptico podem ter duas naturezas distintas: i) criação e aniquilação de sólitons ou ii) mudanças bruscas nos parâmetros dos estados ligados. O espectro sozinho não é capaz de revelar a origem das transições e uma caracterização complementar é necessária. Com esse propósito, monitoramos a autocorrelação interferométrica, uma técnica

capaz de fornecer informações sobre o número de pulsos, além das separações temporais entre eles. A evolução da autocorrelação para os caminhos A e B está apresentada nas Figuras 32(c) e 32(d), que foram construídas a partir do envelope superior de cada padrão interferométrico. Da Figura 32(c), vemos que a transição em $P_{\text{pump}} = 303 \text{ mW}$, marcada como ponto i, está relacionada à emergência de padrões laterais. Esses padrões são correlações cruzadas que evidenciam o surgimento de um novo pulso muito próximo do original. As transições marcadas como ii, iii e iv estão todas relacionadas a transições na separação temporal entre o par de pulsos. Um estudo sistemático com foco nessa dinâmica será discutido na seção 4.3. Por ora, é suficiente apontar que o par mantém separações fixas durante janelas de bombeamento longas, até que se aproximam abruptamente para certos valores de P_{pump} . No domínio temporal, as separações observadas foram de aproximadamente 1.12 ps, 1.09 ps, 0.97 ps e 0.89 ps. No ponto v, novos padrões laterais surgem, indicando a existência de três pulsos regularmente espaçados (0.90 ps), ao que correspondem 5 padrões na autocorrelação interferométrica.

Para o caminho B, a evolução da autocorrelação é mostrada na Figura 32(d), onde é possível observar alterações na separação temporal não apenas no regime de 2 sólitons (2S), mas também no de três (3S). Essas transições estão apontadas em VII, VI e V. Com o bombeamento em seu máximo, os sólitons estão separados por aproximadamente 0.90 ps, até que se rearranjam em 0.96 ps, 1.11 ps e 1.09 ps à medida em que P_{pump} atinge 540 mW, 481 mW e 447 mW, respectivamente. Essas separações são praticamente as mesmas acessadas no caminho A para o caso 2S. No ponto IV, um dos sólitons é aniquilado e o sistema volta a operar com apenas um par ligado separado de 0.89 ps. Novas reduções em P_{pump} levam os sólitons a se ajustarem em 0.96 ps e 1.11 ps, valores muito próximos dos acessados no caminho A. O ponto I corresponde à aniquilação de mais um sóliton e o sistema volta a operar com apenas um pulso por volta na cavidade, situação na qual a modulação espectral é perdida.

A Figura 33 mostra a evolução do espectro de RF à medida em que P_{pump} é variado. Quando há sólitons ligados, a eletrônica envolvida não resolve os pulsos individualmente, pois está limitada pelos fotodetectores de 1 GHz, mas as respostas ainda são proporcionais à energia das moléculas solitônicas. Nesse contexto, embora não seja possível oferecer um cenário claro acerca da evolução dinâmica apresentada por cada um dos sólitons, a molécula age como uma unidade, apresentando dinâmica de RF semelhante às reportadas na seção 4.1. A Figura 33(a) mostra que, no caminho A, modulações na frequência do trem de pulsos surgem no regime de pulsos individuais para bombeamentos entre 244 mW e 303 mW, sumindo completamente assim que o estado com dois sólitons ligados emerge. Nesse regime, dinâmicas de RF também são visíveis para valores de P_{pump} entre 452 mW e 540 mW, tornando a desaparecer logo que um novo pulso surge na cavidade. Nenhuma dinâmica foi observada no regime 3S, provavelmente por causa da capacidade de bombeamento limitada. Durante o caminho B, modulações na frequência só foram observadas no regime 1S, uma clara manifestação de histerese. No entanto, o valor mínimo de P_{pump} para o qual as modulações estavam presentes era o mesmo, 244 mW. Nenhuma correlação entre a dinâmica de RF e as separações temporais foi observada.

Figura 32 – Evolução do espectro óptico para (a) caminho A e (b) caminho B. Evolução da autocorrelação interferométrica para (c) caminho A e (d) caminho B.



Fonte: A autora (2020).

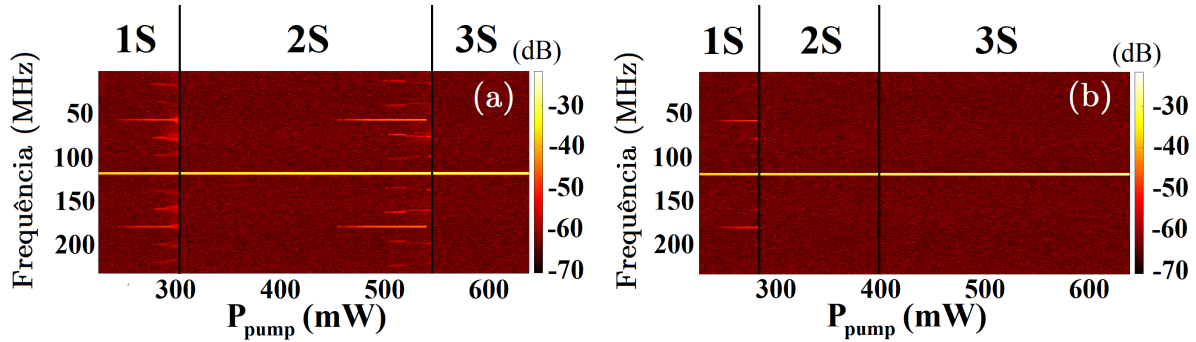
Paralelamente às variações no bombeamento, medidas de potência média foram realizadas a fim de caracterizar a transmissão não linear do sistema. Seguindo a formulação da seção 4.1, a transmissão é calculada por

$$T = \frac{P_{\text{Intra}}}{P_{\text{Total}}}, \quad (4.6)$$

onde P_{total} é a potência total incidente no PBS, valendo $P_{\text{total}} = P_{\text{intra}} + P_{\text{extra}}$. As Figuras 34(a) e 34(b) mostram a evolução de P_{total} , P_{intra} e P_{extra} nos caminhos A e B, respectivamente. Descontinuidades em P_{intra} e P_{extra} são evidentes e ocorrem exatamente quando há transições no número de pulsos. Como veremos, elas estão relacionadas às perdas não lineares impostas pelo mecanismo de travamento dos modos. Descontinuidades mais sutis são observadas em P_{total} , sugerindo a existência de transições na energia das moléculas solitônicas sempre que novos pulsos são criados ou aniquilados.

O laser de Yb é travado passivamente por meio da NPR, uma técnica passiva baseada na evolução não linear da polarização durante a propagação nas fibras. Nesse contexto, a introdução de elementos polarizadores acarreta perdas não lineares que emulam um absorvedor saturável caso o laser opere no regime de *feedback* positivo. Nessa situação, a transmissão de maiores intensidades é favorecida, em contraste à operação no regime de *feedback* negativo, em que sinais mais intensos são menos transmitidos. O ponto de máxima transmissão é a fronteira entre esses regimes, sendo chamado de ponto de comutação, conforme discutido na seção 2.4. É importante mencionar que as discussões sobre o travamento dos modos invoca, recorrentemente, a intensidade dos pulsos a cada volta na cavidade, enquanto nossos dados experimentais são baseados em leituras de potência média, ou seja, médias temporais sobre

Figura 33 – Evolução do espectro de RF para (a) caminho A, (b) caminho B.



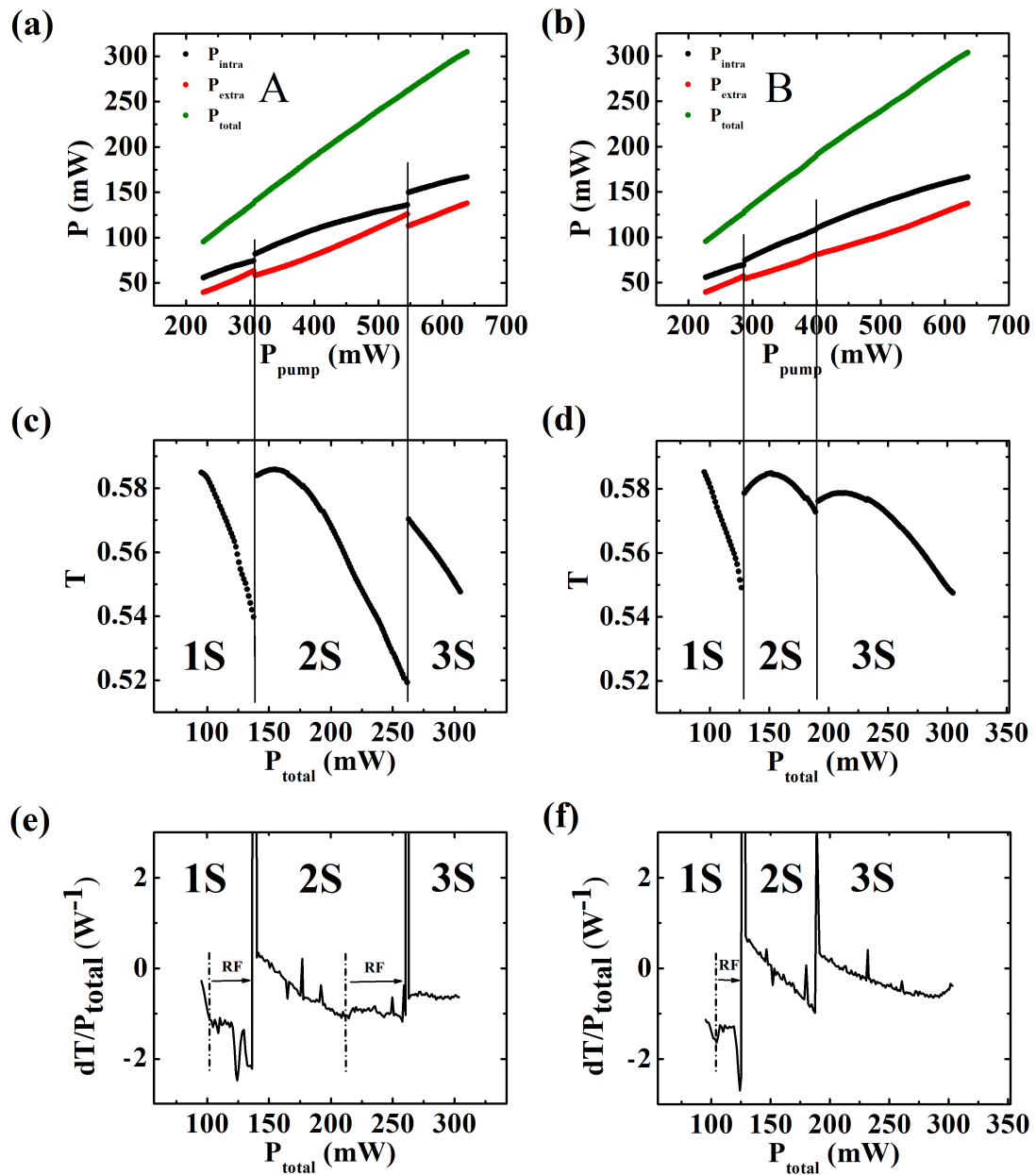
Fonte: A autora (2020).

o trem de pulsos. Contudo, informações importantes sobre o surgimento e a dinâmica de múltiplos pulsos ainda podem ser acessadas por meio dessa caracterização, como será mostrado na sequência.

As curvas de transmissão experimental para os caminhos A e B estão apresentadas nas Figuras 34(c) e 34(d), respectivamente. No início do caminho A, o laser opera no regime 1S e a transmissão está no entorno do ponto de comutação. À medida em que P_{pump} aumenta, P_{total} também aumenta e a operação entra no regime de *feedback* negativo. A partir desse momento, a transmissão é continuamente reduzida até que um novo sóliton é criado. Isso ocorre quando $P_{\text{total}} = 140$ mW, o que corresponde a $P_{\text{pump}} = 303$ mW. O surgimento do novo sóliton leva o sistema de volta ao *feedback* positivo, sugerindo a existência de um mecanismo que redistribui a energia entre o par ligado, de modo que os sólitons passam a apresentar intensidades menores que a do sóliton original. Novos incrementos em P_{pump} levam o sistema de volta ao *feedback* negativo, cenário em que T segue diminuindo até que mais um sóliton é gerado. Isso leva o sistema de volta a um estado de maior transmissão, embora, neste caso, já no *feedback* negativo, onde permanece até o bombeamento máximo de 636 mW. No caminho B (Figura 34(d)), o comportamento é qualitativamente análogo ao do caminho A, embora as variações em P_{pump} sigam no caminho inverso (diminuição sistemática) e sólitons sejam aniquilados até que apenas um pulso permaneça na cavidade.

Apesar da caracterização apresentada não seguir a transmissão individual de cada pulso, as curvas experimentais são uma clara manifestação da modulação imposta pelo mecanismo de travamento dos modos que, por sua vez, está diretamente relacionado à criação/aniquilação dos sólitons. Quando o sistema cruza o ponto de comutação e passa a operar no regime de *feedback* negativo, incrementos em P_{pump} ainda aumentam a P_{total} , como pode ser visto pelas curvas verdes nas Figuras 34(a) e 34(b), mas a transmissão torna-se cada vez menor, elevando as perdas não lineares experimentadas pelos sólitons. Novos incrementos em P_{pump} podem levar os sólitons a transmissões que são menores que a própria transmissão linear da cavidade. Nesse cenário, o *background* pode ser amplificado e, eventualmente, suas flutuações

Figura 34 – Curvas de potência média para os caminhos (a) A e (b) B. Curvas de transmissão não linear para os caminhos (c) A e (d) B. Derivadas da transmissão não linear em relação a P_{total} para os caminhos (e) A e (f) B.



Fonte: A autora (2020).

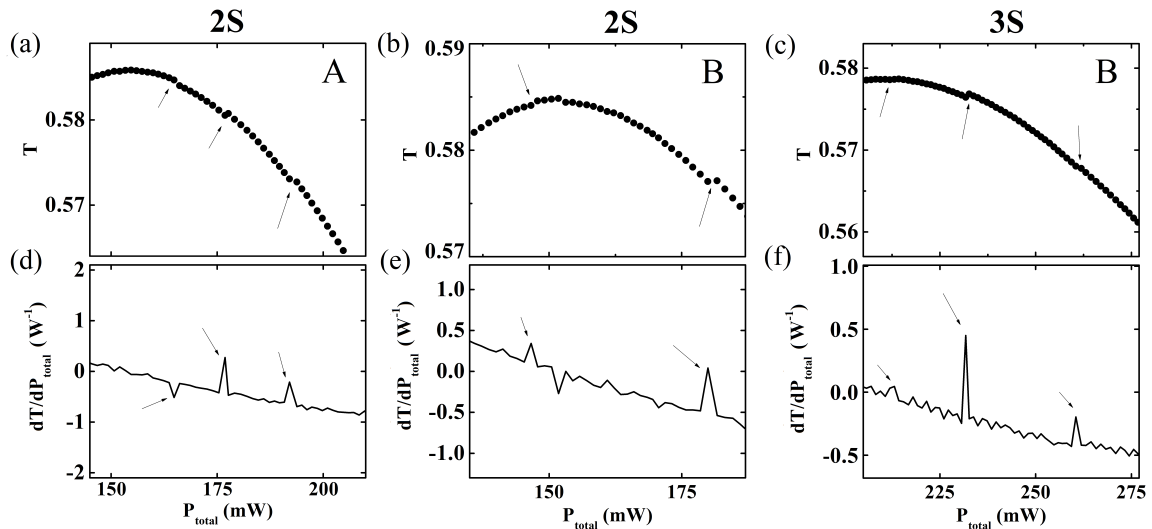
tornam-se intensas o suficiente para experimentar o efeito de absorvedor saturável da NPR, dando origem a sólitons adicionais na cavidade. Isso corrobora os estudos numéricos que consideram a transmissão individual dos sólitons em função de suas intensidades [16, 43, 62], apesar do caráter médio inerente à construção das curvas experimentais.

Portanto, para acessar regimes de múltiplos pulsos em lasers de fibra com travamento dos modos via NPR, as perdas não lineares devem ser intensificadas. Dada uma configuração fixa das placas de onda, isso pode ser obtido por meio de aumentos em P_{pump} , como visto no experimento reportado. No entanto, o valor mínimo de P_{pump} para que novos pulsos emergjam depende da fase linear imposta pelas próprias placas [31]. Como o bombeamento costuma ser limitado, muitas vezes é mais interessante que as perdas sejam aumentadas por meio das placas de onda. Esse é o procedimento que utilizamos para ajustar nosso sistema. Primeiro, travamos os modos em um regime de dispersão ligeiramente negativa, como discutido na seção 4.2.1. Na sequência, aumentamos P_{pump} para um valor alto em comparação ao mínimo necessário para obtenção dos modos travados. Então, promovemos aumentos na potência de saída mediante ajustes na placa de $\lambda/2$, o que eleva as perdas não lineares. Em um certo ponto, a potência extracavidade sofre uma diminuição abrupta e a modulação no espectro óptico torna-se visível, indicando a existência de múltiplos sólitons ligados. O número de sólitons costuma depender do valor de P_{pump} em que o procedimento é realizado. Eventualmente, pequenos ajustes nas placas de quarto de onda também são necessários.

Assim como nos dobramentos de período da seção 4.1, as transições dinâmicas podem ser observadas nas curvas de transmissão experimental. As Figuras 34(e) e 34(f) trazem as derivadas de T em relação à P_{total} para melhor visualização. Os picos extremos em 138 mW e 260 mW estão relacionados a transições no número de pulsos na cavidade. Como destacado nos gráficos, as dinâmicas de RF também perturbam a transmissão de maneira similar ao discutido na seção 4.1, embora, neste experimento, a resolução esteja comprometida por ocorrerem em janelas curtas de bombeamento, impossibilitando uma análise mais refinada. Para examinar a dinâmica interna dos sólitons ligados, enquadraremos as regiões que englobam alterações nas distâncias relativas (Figura 35). Nas Figuras 35(a) e 35(d), descontinuidades estão presentes exatamente nas posições em que o par de sólitons do caminho A se rearranja, correspondendo aos pontos ii, iii e iv da Figura 32. O mesmo ocorre no caminho B, tanto para o regime 2S (Figuras 35(b) e 35(e)) quanto para o 3S (Figuras 35(c) e 35(f)), novamente em total acordo com as transições observadas no espectro óptico e na autocorrelação interferométrica.

Para entender as marcações nas curvas de transmissão, investigamos as autocorrelações. A Figura 36(a) traz padrões representativos para estados de dois sólitons ligados. Como as maiores separações são muito próximas (1.12 ps e 1.09 ps), apenas uma delas é mostrada. Em todos os casos, as amplitudes da correlação cruzada são menores que 4.5, indicando que os pulsos não possuem mesma intensidade [25]. A amplitude desses padrões também é ligeiramente distinta a cada separação temporal, revelando que a intensidade relativa entre os sólitons é modificada sempre que eles se rearranjam. Isso sugere que a energia é, de alguma

Figura 35 – Curvas T e dT/dP_{total} nas regiões contendo transições na separação temporal entre os sólitons ligados. (a) e (d) Regime 2S, caminho A. (b) e (e) Regime 2S, caminho B. (c) e (f) Regime 3S, caminho B.

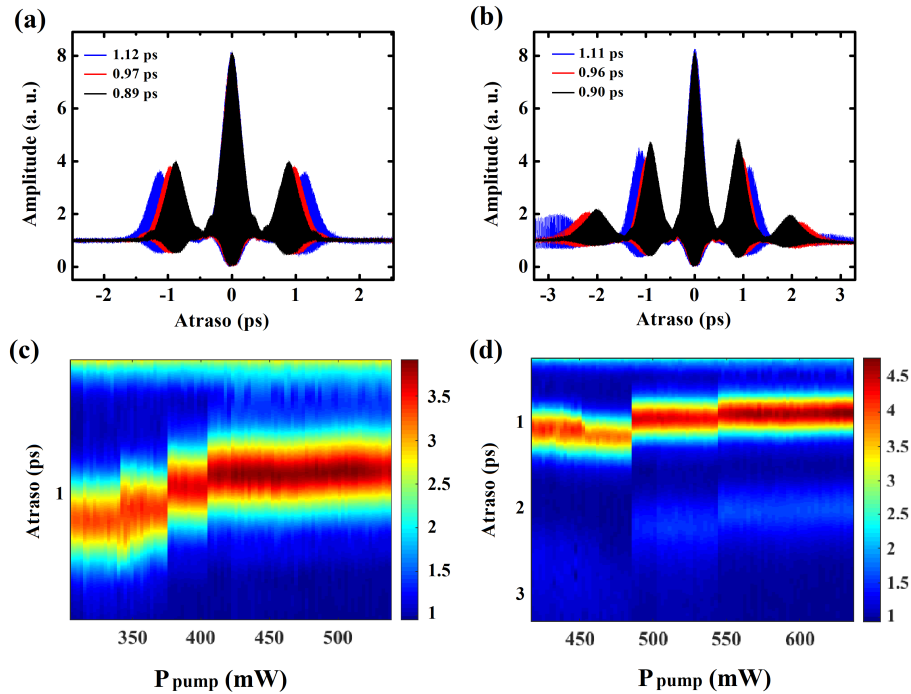


Fonte: A autora (2020).

forma, redistribuída entre o par à medida em que as transições acontecem. Como a NPR é totalmente dependente da intensidade dos pulsos, a evolução da polarização é diferente a cada separação temporal, o que resulta nas discontinuidades observadas na transmissão não linear do sistema. O mesmo ocorre quando o laser opera com três sólitons ligados. Nesse caso, embora o autocorrelacionador opere no seu limite quando a separação entre os pulsos é máxima, a análise continua válida com base nos padrões intermediários. As Figuras 36(c) e 36(d) mostram a evolução do envelope superior da correlação cruzada para o caso 2S-caminho A e 3S-caminho B. Pelo mapa de cores, as discontinuidades nas amplitudes a cada transição é evidente, reforçando que, ao se reorganizarem, os sólitons redistribuem a energia, alterando a NPR e promovendo as discontinuidades observadas na transmissão não linear.

Uma característica muito comum em lasers de fibra, independentemente da técnica utilizada para o travamento dos modos, é a existência de multiestabilidade e histerese. Isso significa que, para uma dada configuração de parâmetros, mais de um estado de operação estável é acessível. Como um caso particular, a biestabilidade entre emissão CW e modos travados é amplamente discutida na literatura, estando relacionada a grandes perdas lineares [43, 62]. Outra biestabilidade frequente diz respeito ao número de pulsos na cavidade, com inúmeros trabalhos experimentais e numéricos revelando histerese à medida em que o bombeamento é variado [16, 22, 59, 61, 62, 103]. Essa histerese está presente no nosso sistema, como pode ser visto na Figura 37(a), que exibe o número de sólitons em função da potência de bombeamento. Como a transmissão está intrinsecamente relacionada ao surgimento de novos pulsos, ela também exibe histerese, como pode ser conferido na Figura 37(b). Uma histerese menos reportada na literatura concerne a separação temporal entre sóliton ligados. A existência de

Figura 36 – Padrões representativos de autocorrelação interferométrica, apresentando diferentes amplitudes de correlação cruzada para (a) regime 2S, (b) regime 3S. Evolução dos padrões de correlação cruzada, mostrando descontinuidade nas amplitudes a cada transição para (c) regime 2S, caminho A; (d) regime 3S, caminho B.

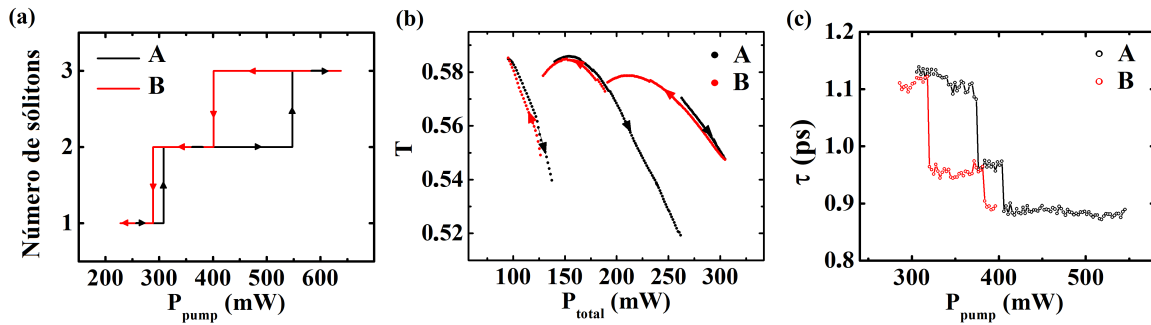


Fonte: A autora (2020).

separações quantizadas foram previstas por alguns estudos teóricos [91, 92] e alguns grupos reportaram observações experimentais de transições bruscas na distância entre os pulsos. No entanto, não encontramos nenhum estudo sistemático que monitorasse experimentalmente essas transições. Ph. Grelu *et al.* chega a sugerir a existência de histerese nas separações temporais à medida em que P_{pump} é variado, mas nenhuma evidência é apresentada [25]. Em um estudo numérico, Zavyalov *et al.* demonstraram numericamente a existência de histerese em moléculas de sólitons dissipativos como uma função da energia de bombeamento. Aqui, apresentamos evidência experimental de que essa histerese é acessível variando-se apenas P_{pump} . Isso pode ser observado na Figura 37(c) para o caso de dois sólitons ligados (2S). Os valores de τ foram extraídos das modulações espectrais e confrontados com os valores obtidos a partir dos padrões de autocorrelação, mostrando excelente concordância. A histerese em τ também ocorre para o regime 3S, quando no caminho A apenas uma separação é acessada, enquanto, no caminho B, três valores distintos são evidentes na Figura 32(d).

A caracterização da transmissão não linear revelou características fundamentais associadas ao mecanismo de travamento dos modos, ao mesmo tempo em que evidenciou a existência de multiestabilidade e fenômenos de histerese no sistema. Em particular, as perdas não lineares impostas pela NPR mostraram-se indispensáveis não apenas para operação nos modos travados, mas também para o surgimento de múltiplos pulsos. Para os parâmetros adotados

Figura 37 – Multiestabilidades presentes no sistema. (a) Histerese no número de sólitons circulando na cavidade, (b) histerese na transmissão não linear, (c) histerese na separação temporal no regime 2S.



Fonte: A autora (2020).

no experimento, os múltiplos pulsos apresentaram-se ligados, ou seja, organizados em um estado de grande proximidade, com interferências espectrais visíveis no espectro óptico. Com o auxílio da autocorrelação interferométrica, informações complementares foram obtidas, revelando o número de sólitons presentes na cavidade e fornecendo pistas sobre suas intensidades relativas. De uma perspectiva experimental, a caracterização mostrou-se importante para um maior entendimento acerca das dinâmicas exibidas, além de ter esclarecido o mecanismo de criação/aniquilação de sólitons, o que permitiu a elaboração de uma rotina eficiente para acessar múltiplos pulsos no nosso sistema. Na próxima seção, focaremos na dinâmica interna das moléculas solitônicas, tendo pares de sólitons ligados como objeto de estudo.

4.3 EVOLUÇÃO DISCRETA DA SEPARAÇÃO TEMPORAL E DA FASE RELATIVA ENTRE PARES DE SÓLITONS LIGADOS

Na seção anterior, acompanhamos a criação e a aniquilação de sólitons ligados à medida em que o bombeamento era variado. Em particular, um maior número de pulsos surgiu como alternativa às perdas não lineares crescentes. As transições observadas mostraram-se intimamente relacionadas às modulações da transmissão não linear, de modo que a NPR, responsável pelo travamento dos modos, também se mostrou fundamental para as dinâmicas estudadas. Observamos três regimes distintos, com 1, 2 ou 3 sólitons, aos quais denominamos, respectivamente, de 1S, 2S e 3S. Nos regimes 2S e 3S, os estados ligados apresentaram alterações bruscas em suas separações temporais para alguns valores de bombeamento. Segundo a discussão da seção 2.5.3, moléculas solitônicas surgem em sistemas dissipativos como um estrutura estável, que se mantém devido a interações diretas entre seus constituintes. Embora seja comum que mantenham distâncias fixas e relações de fase bem estabelecidas, alterações nos parâmetros da cavidade podem levar a modificações estruturais, como redistribuição de energia ou rearranjos nas posições relativas. Assim, é de se esperar que caracterizações siste-

máticas das dinâmicas internas venham a oferecer um maior controle sobre o sistema e uma capacidade maior de acessar o regime desejado. Para moléculas solitônicas, os graus de liberdade internos mais relevantes são a separação temporal, τ , e a fase relativa, $\Delta\phi$, e nesta seção apresentaremos estudos focados nas dinâmicas desses parâmetros, novamente em função de P_{pump} .

4.3.1 Experimento

A montagem experimental utilizada neste experimento foi semelhante à da seção anterior (Figura 30) e a separação entre as grades também foi a mesma, a saber, 3.1 cm, o que corresponde a uma dispersão total de aproximadamente -0.004 ps^2 , que é ligeiramente anômala. O experimento foi automatizado a partir de um programa em LabVIEW e o monitoramento dos estados ligados foi feito pelo espectro óptico e pela autocorrelação interferométrica. Também medimos potências médias dentro e fora da cavidade a fim de caracterizar a transmissão não linear do sistema. Os parâmetros do laser foram ajustados de modo a evitar dinâmicas na amplitude do trem de pulsos, como pudemos confirmar a partir do monitoramento do espectro de RF.

Na seção 4.2, descrevemos as condições necessárias para configurar o laser no regime de múltiplos pulsos, concluindo que estavam intrinsicamente associadas à intensificação das perdas não lineares do sistema. O aumento dessas perdas pode ser obtido por diferentes meios, como aumentos no bombeamento ou ajustes nas placas de onda, por exemplo. Nosso procedimento padrão consiste em 1) ajustar o laser para operação em modos travados, 2) aumentar I_{pump} a valores bem acima do limiar para os modos travados e 3) elevar as perdas não lineares a partir da placa de $\lambda/2$. Caso os múltiplos pulsos não sejam acessados, o procedimento é repetido após pequenos ajustes nas placas de $\lambda/4$. A Tabela 2 traz valores típicos de ângulos para os quais as modulações espectrais são acessadas com o bombeamento em 1 A. Isso não significa, porém, que as operações com múltiplos pulsos estarão limitadas a esses intervalos, uma vez que existem histereses associadas aos controladores de polarização, tanto para a obtenção dos modos travados quanto com respeito ao número de pulsos circulando na cavidade [17]. Assim, ajustes nas placas de onda oferecem um universo vasto de dinâmicas que podem ser exploradas em busca de regiões que realizem pares de sólitons ligados com evolução discreta em τ e $\Delta\phi$. É importante ressaltar que seguiremos utilizando P_{pump} como único parâmetro de controle, isto é, as alterações nas placas de onda servem apenas para ajustar o sistema. Um vez ajustado, a varredura no bombeamento segue sendo executada com as placas de onda e todos os outros parâmetros fixos.

4.3.2 Resultados

Com as placas de onda ajustadas em $(\lambda/4)_{in} = 112^\circ$, $(\lambda/4)_{out} = 240^\circ$ e $(\lambda/2) = 294^\circ$, o laser opera com um par de sólitons ligados para $P_{pump} = 315$ mW. Como é característico, esse regime apresenta interferência espectral, revelando coerência entre os pulsos. Conforme discutido na seção 2.5.3, dois sólitons com atraso relativo τ e diferença de fase $\Delta\phi$ podem ser descritos no domínio espectral como

$$\tilde{E}(\omega - \omega_0) = \tilde{E}_1(\omega - \omega_0) + \tilde{E}_2(\omega - \omega_0)e^{i((\omega - \omega_0)\tau + \Delta\phi)}, \quad (4.7)$$

onde $\tilde{E}_1$ e $\tilde{E}_2$ são as amplitudes espectrais. Considerando sólitons com perfis secante hiperbólico e mesma largura temporal, a densidade espectral do conjunto pode ser escrita como

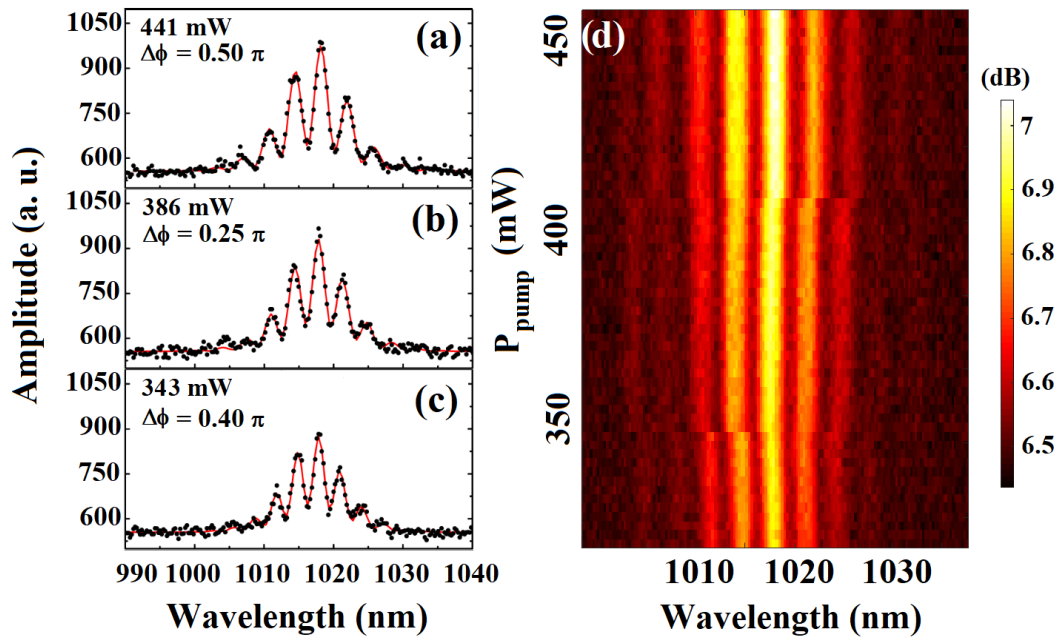
$$S(\omega - \omega_0) = A \operatorname{sech}^2\left(\frac{\omega - \omega_0}{a}\right)(1 + b^2 + 2b \cos((\omega - \omega_0)\tau + \Delta\phi)), \quad (4.8)$$

onde A é a amplitude, a é proporcional à largura espectral e b é a razão entre as amplitudes dos pulsos, determinando a visibilidade óptica da interferência. Para pulsos de mesma amplitude, $b = 1$ e as franjas apresentam 100% de profundidade, ou seja, visibilidade total. Para pulsos com amplitudes distintas, a visibilidade é reduzida. Porém, Ortaç *et al.* mostraram que a visibilidade também é reduzida caso dinâmicas rápidas ocorram em $\Delta\phi$ [98]. Resultados recentes usando DFT confirmaram a existência de dinâmicas rápidas em sólitons ligados, incluindo comportamentos oscilatórios e divergentes na fase relativa, além de dinâmicas vibratórias que também incluem oscilações na separação temporal entre os pulsos [64, 65, 95]. Na nossa caracterização do espectro óptico, as respostas são acumuladas por tempos da ordem de 1 ms, o que corresponde a cerca de 10^5 pulsos, não resolvendo nenhuma dinâmica que ocorra na escala de tempo de algumas voltas na cavidade. Por isso, ressaltamos que os resultados obtidos refletem dinâmicas na fase relativa média.

As Figuras 38(a)-(c) mostram alguns dos espectros obtidos experimentalmente para diferentes distâncias temporais entre os sólitons ligados. Os pontos correspondem aos dados experimentais, ao passo que as linhas vermelhas são ajustes utilizando a equação 4.6, a fim de recuperar informações sobre τ e $\Delta\phi$. A evolução do espectro com P_{pump} está mostrado na Figura 38(d). A princípio, a separação entre as franjas é de $\Delta\lambda \approx 3.15$ nm, correspondendo à distância entre os sólitons de 1.09 ps. Esse padrão segue praticamente inalterado até $P_{pump} = 345$ mW, onde uma transição abrupta indica que a separação temporal foi modificada. Os sólitons agora estão mais próximos ($\tau = 0.97$ ps), com $\Delta\lambda \approx 3.57$ nm. Novos aumentos em P_{pump} geram outra transição em 411 mW, alterando a separação entre as franjas para $\Delta\lambda \approx 3.88$ nm, indicando que τ estabiliza em 0.89 ps. Os rearranjos repentinos revelam uma natureza discreta da separação temporal com respeito à energia total da cavidade. Isso está de acordo com as previsões teóricas que introduzimos na seção 2.5.3, que reportavam a existência de posições discretas entre o par ligado.

A autocorrelação do sinal extracavidade também foi monitorada, apresentando grande sintonia com as separações temporais recuperadas através dos espectros ópticos. Alguns traços

Figura 38 – Espectros ópticos obtidos por meio de um analisador de espectro óptico para diferentes valores de bombeamento. (a) - (c) Dados experimentais (pontos) e ajustes da equação 2.89 (linhas vermelhas) para diferentes bombeamentos. (d) Evolução do espectro óptico com P_{pump} .

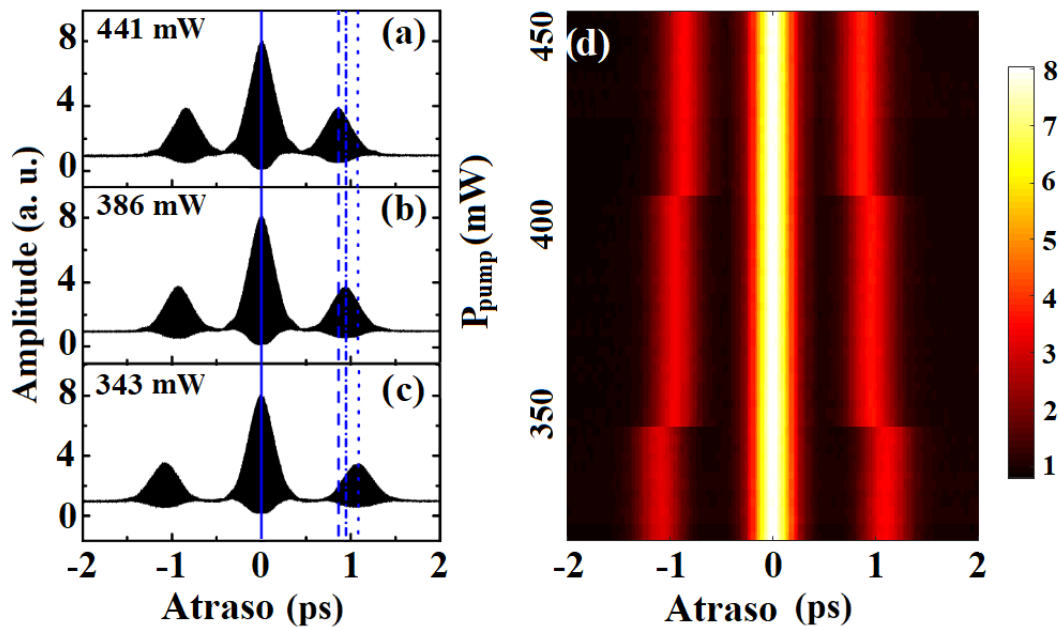


Fonte: A autora (2020).

dos sinais observados no osciloscópio estão apresentados na Figura 39(a)-(c), com padrões representativos para cada uma das janelas de separação temporal. Conforme mencionado nas discussões anteriores, quando a autocorrelação interferométrica é normalizada a 1 no *background*, o pico do padrão central vale 8 e seu valor mínimo corresponde a 0. Os padrões laterais são as correlações cruzadas, com amplitudes esperadas em 4.5 para o caso de pulsos idênticos [25]. Esse não é o caso para os dados apresentados, sugerindo que os pulsos não possuem a mesma intensidade. Nessa situação, suas velocidades de fase são distintas devido ao efeito Kerr, acarretando em diferenças de fase que evoluem a cada volta na cavidade. Isso implica em dinâmicas rápidas em $\Delta\phi$ que podem contribuir para a visibilidade reduzida que observamos nos espectros ópticos (Figura 38(a)-(c)). Em um trabalho numérico baseado na energia de ligação entre moléculas solitônicas, Komarov *et al.* previram que as separações temporais obedeceriam a um conjunto quantizado de valores [92]. Segundo esse estudo, a natureza da quantização surge da necessidade de se reduzirem as perdas não lineares para operação estável do laser. Da Figura 39(d), a natureza discreta de τ é mais que evidente e os saltos temporais são da ordem de 100 fs, assim como os dados da seção anterior e os demais que ainda serão apresentados, sugerindo que estamos observando uma manifestação experimental dessa quantização.

Um situação intrigante é a tendência clara dos pulsos aproximarem-se à medida em que o bombeamento é aumentado, o que pode ser explicado a partir da modulação cruzada de fase (XPM). Com base nos padrões de autocorrelação, a superposição dos pulsos não parece ser um

Figura 39 – Autocorrelação interferométrica mostrando separações de aproximadamente (a) 1.09 ps, (b) 0.97 ps, (c) 0.89 ps. (d) Evolução do envelope superior dos padrões de autocorrelação em função de P_{pump} .

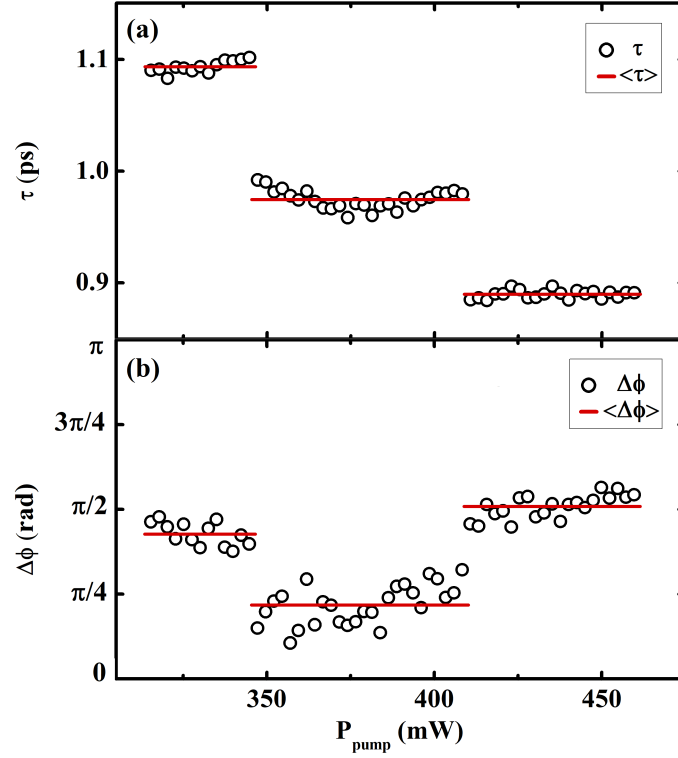


Fonte: A autora (2020).

grande fator, mas o perfil dos sólitons não é estacionário durante uma volta na cavidade, visto o caráter de *stretched-pulse*. Na região em que os pulsos estão mais largos, a superposição é proeminente, reforçando efeitos cruzados, já que a presença de um pulso modifica a distribuição de intensidade nas asas do outro. Efeitos de XPM induzem forças atrativas entre os sólitons ligados caso o laser opere no regime de dispersão anômala [76,104]. Como aumentos sucessivos em P_{pump} fomentam uma XPM mais pronunciada, seu caráter atrativo eventualmente obriga os pulsos a se reorganizarem em distâncias mais próximas.

Nas Figuras 38(a)-(c), podemos ver que o espectro óptico é assimétrico, indicando que a fase média relativa entre os sólitons não é 0 nem π . A diferença de fase $\pi/2$ introduz assimetrias e é frequentemente observada no regime de dispersão anômala, tanto por meio de estudos numéricos quanto experimentais [25,76,86,87,91]. Porém, qualquer fase que não seja um múltiplo inteiro de π também leva a assimetrias na modulação espectral. Recuperamos informações sobre τ e $\Delta\phi$ diretamente dos espectros experimentais e suas evoluções com P_{pump} estão apresentadas na Figura 40. Como sugerido pelas Figuras 38(d) e 39(d), τ permanece praticamente constante a cada janela, até que transições abruptas ocorrem em 345 mW e 411 mW. As fases médias seguem um comportamento semelhante. A priori, quando os pulsos estão separados de 1.09 ps, $\Delta\phi$ é próximo, mas menor que $\pi/2$. À medida em que os pulsos se reorganizam em 0.97 ps, a fase média relativa é alterada abruptamente para $\approx \pi/4$. Só no último cenário, quando os sólitons se estabilizam em 0.89 ps, $\Delta\phi$ apresenta valores no entorno de $\pi/2$. A representação polar na Figura 41 oferece uma melhor visualização, deixando clara

Figura 40 – (a) Separação temporal e (b) fase relativa entre os sólitons ligados em função de P_{pump} . Os círculos pretos são dados experimentais e as linhas vermelhas são valores médios de τ (1.09 ps, 0.97 ps, 0.89 ps) e $\Delta\phi$ (0.43π , 0.22π e 0.51π).



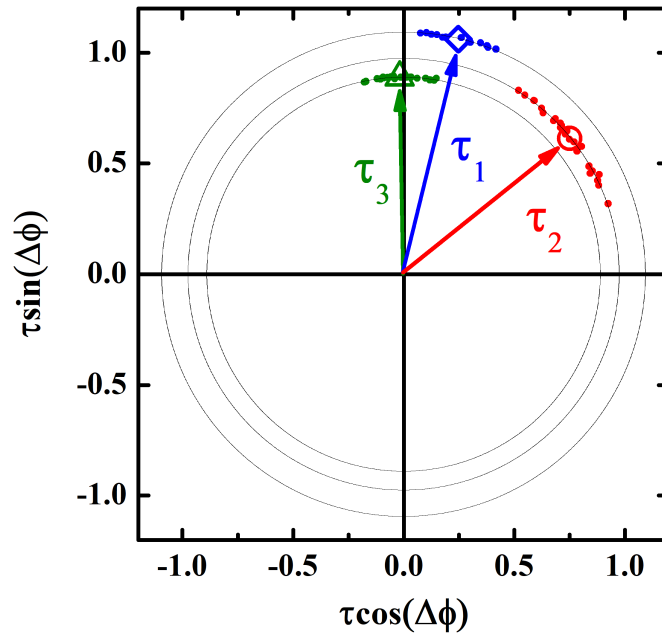
Fonte: A autora (2020).

a natureza discreta das transições.

Os espectros experimentais são médias sobre aproximadamente 10^5 sólitons ligados e, a cada separação temporal, os valores de fase relativa flutuam no entorno de um valor constante, $\langle\Delta\phi\rangle_0$. Como fica claro da Figura 40, os desvios em $\Delta\phi$ são mais significativos que em τ , decorrência da limitação em se determinar com precisão a frequência central, ω_0 . A evolução de ω_0 com P_{pump} está apresentada na Figura 42(a) e não apresenta descontinuidades, apenas flutuações no entorno de um valor médio que vale $\omega_0 = 1852.8(2) \times 10^{12}$ rad/s. Essas flutuações não são suficientes para explicar a amplitude dos saltos discretos observados em $\Delta\phi$. Ademais, as transições em τ e $\Delta\phi$ ocorrem exatamente nas mesmas posições da janela de bombeamento, apontando que a natureza discreta inerente a cada um desses parâmetros está correlacionada. Nenhum dos trabalhos anteriores sobre pares de sólitons ligados mostrou claramente essa dinâmica.

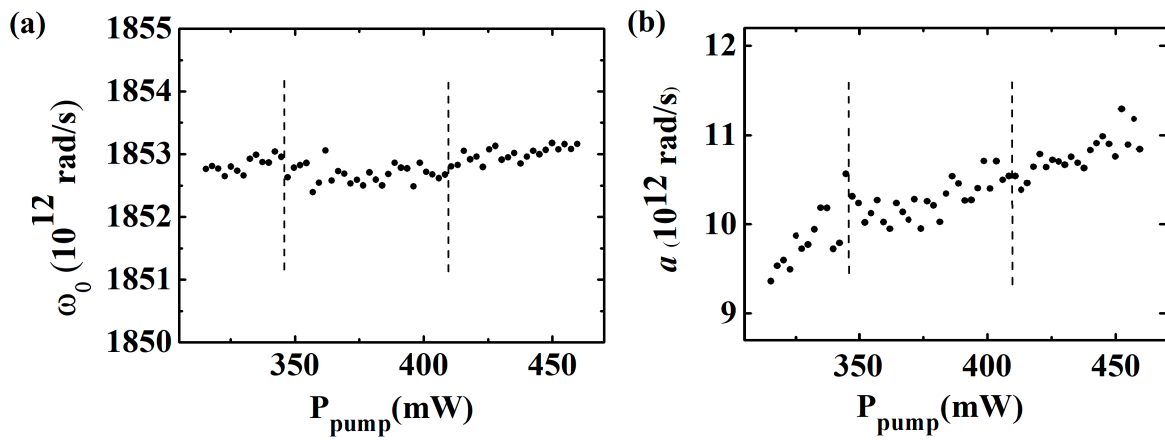
Nos ajustes realizados sobre os espectros ópticos, deixamos todos os parâmetros livres, inclusive a , que está relacionado à largura espectral. Para a série apresentada, a exibe crescimento linear de cerca de 9.7 a 11, em unidades de 10^{12} rad/s, como pode ser visto na Figura 42(b). Isso indica que os pulsos vão encurtando à medida em que o bombeamento é

Figura 41 – Representação polar para separação temporal e fase relativa ente os sólitons. Os símbolos grandes correspondem às posições médias.



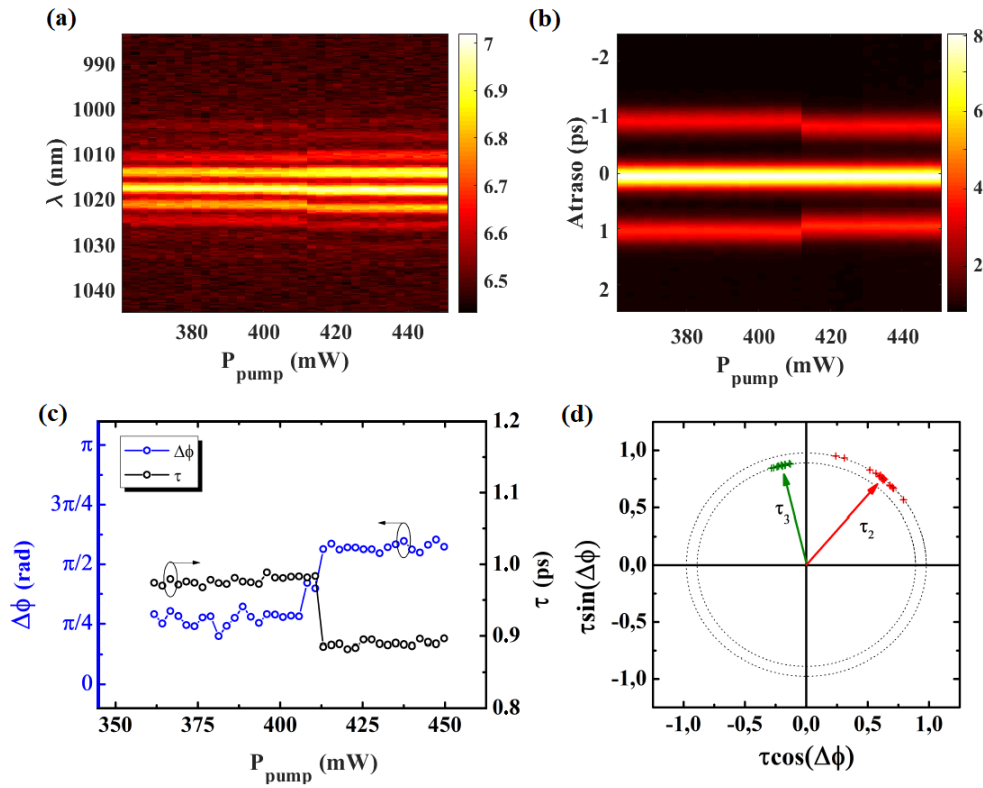
Fonte: A autora (2020).

Figura 42 – Parâmetros retirados dos ajustes da equação 4.8 nos dados experimentais. (a) Frequência central, (b) parâmetro a , associado à largura espectral.



Fonte: A autora (2020).

Figura 43 – Evolução (a) do espectro óptico, (b) da autocorrelação interferométrica, (c) de τ e $\Delta\phi$. (d) Representação polar para separação temporal e fase relativa. Configuração das placas de onda: $(\lambda/4)_{in} = 115^\circ$, $(\lambda/4)_{out} = 240^\circ$ e $(\lambda/2) = 290^\circ$.

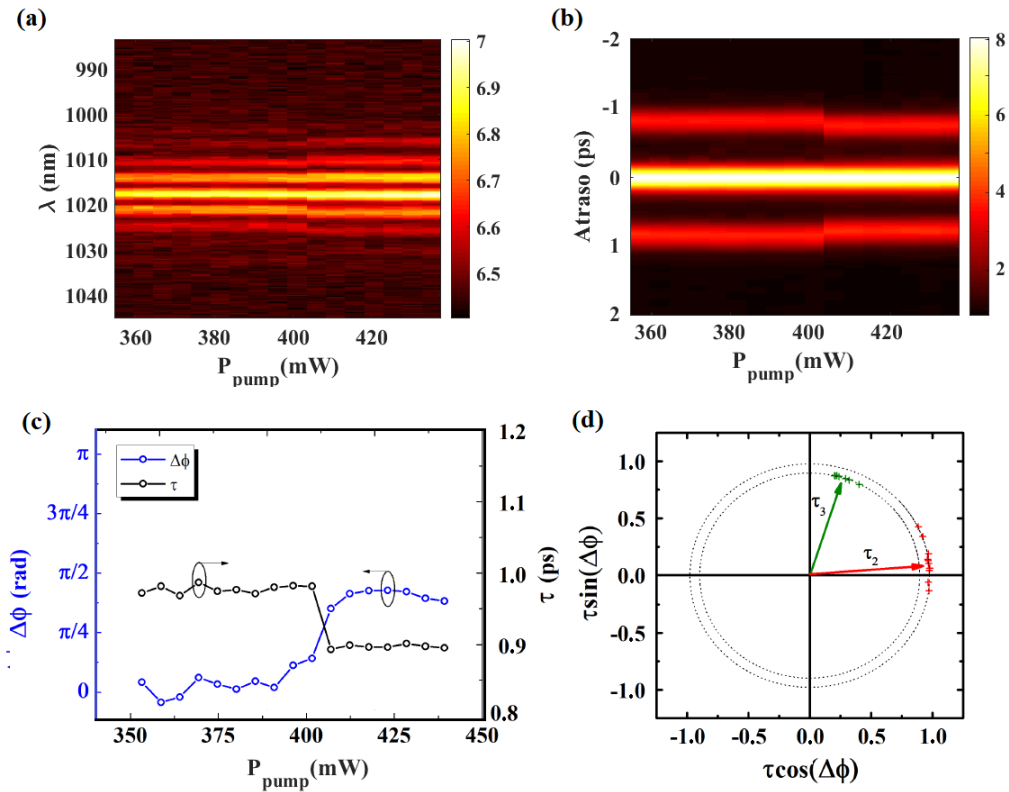


Fonte: A autora (2020).

incrementado. Se limitados por transformada de Fourier, a evolução de a equivale a larguras temporais que diminuem de aproximadamente 115 fs a 102 fs, assumindo perfis tipo secante hiperbólico. No entanto, as características de *stretched-pulse* induzem *chirps* com magnitudes que dependem dos detalhes de cada laser. Tirando pelos padrões de autocorrelação (Figura 4.8), os *chirps* não são tão proeminentes, embora ainda alarguem os pulsos. Utilizando os padrões centrais como referência e o fator de deconvolução adequado, as larguras temporais são semelhantes para as três janelas de separação temporal e valem ≈ 250 fs. Com isso, vemos que os valores de τ são da ordem de 4 a 5 vezes a largura temporal dos sóliton, reforçando que a interação direta deve ser, de fato, o principal agente de interação entre os pulsos.

Até o momento, discutimos a existência de transições abruptas em τ e $\Delta\phi$ à medida em que a energia da cavidade é alterada a partir de variações no bombeamento. Outra maneira de alterar a energia é por meio de ajustes nas placas de onda, já que mudanças nos ângulos de seus eixos alteram a transmissão do sistema. No entanto, isso mexe em todo o mecanismo de travamento dos modos, já que o laser é travado via NPR. Para restringir nossa análise a efeitos de bombeamento, o que podemos fazer é buscar novas configurações de placas que ofereçam estados ligados para, então, repetir o procedimentos de varredura em P_{pump} , mantendo os demais parâmetros fixos. A Figura 43 traz a evolução do sistema para as placas

Figura 44 – Evolução (a) do espectro óptico, (b) da autocorrelação interferométrica, (c) de τ e $\Delta\phi$. (d) Representação polar para separação temporal e fase relativa. Configuração das placas de onda: $(\lambda/4)_{in} = 295^\circ$, $(\lambda/4)_{out} = 245^\circ$ e $(\lambda/2) = 298^\circ$.

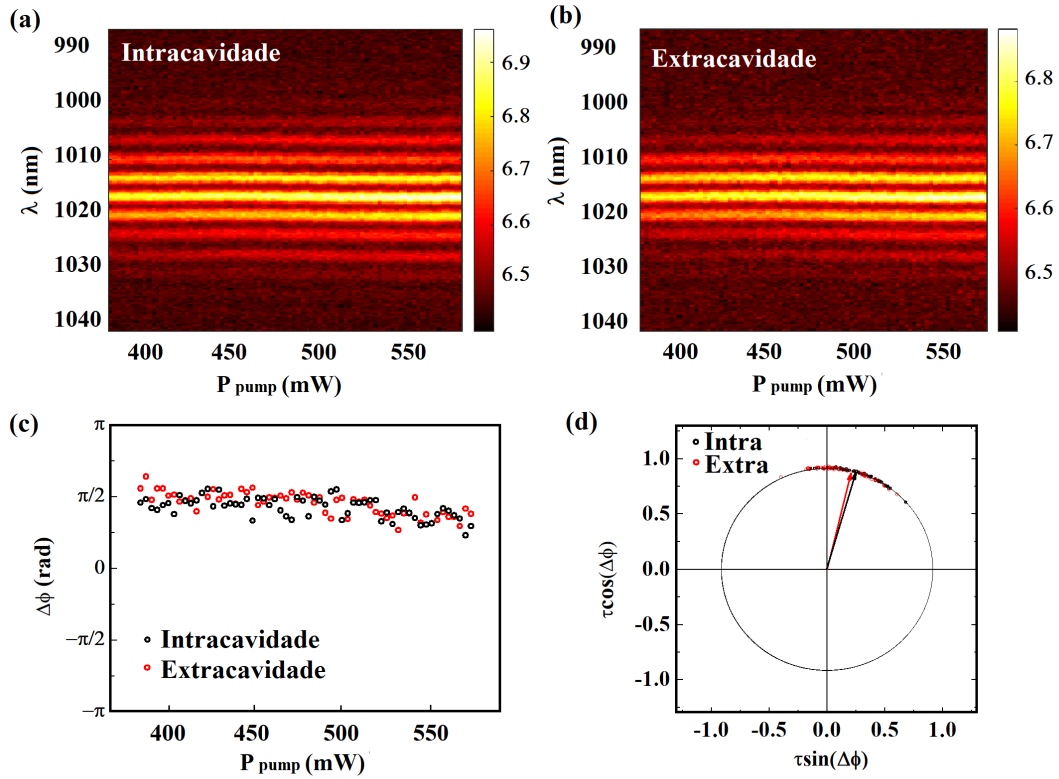


Fonte: A autora (2020).

de onda configuradas em $(\lambda/4)_{in} = 115^\circ$, $(\lambda/4)_{out} = 240^\circ$ e $(\lambda/2) = 290^\circ$. A potência de bombeamento varia de 362 mW a 450 mW e uma transição brusca ocorre em $P_{pump} = 413$ mW. Nesse caso, as distâncias temporais acessadas são 0.98 ps e 0.89 ps, praticamente os mesmos valores que já apareceram tanto na série anterior quanto nos dados analisados na seção 4.2, sugerindo que são separações estáveis mesmo após ajustes nas placas de onda. No entanto, a dinâmica da fase relativa é mais sensível a esses ajustes. Como podemos ver na Figura 43(d), os valores acessados por $\Delta\phi$ estão rotacionados no sentido anti-horário de $\approx 0.07\pi$ em relação aos dados da Figuras 41. No entanto, o caráter discreto correlacionado às alterações em τ persiste, bem como a tendência atrativa entre os pulsos à medida em que P_{pump} aumenta.

Mais alguns ajustes nas placas de onda e nova dinâmica é acionada (Figura 44). Com as placas em $(\lambda/4)_{in} = 295^\circ$, $(\lambda/4)_{out} = 245^\circ$ e $(\lambda/2) = 298^\circ$, o bombeamento é aumentado de 356 mW a 435 mW e uma transição repentina é observada em $P_{pump} = 406$ mW. Os valores de τ são 0.98 ps e 0.90 ps, praticamente os mesmos de sempre. No entanto, a fase relativa mostra-se, mais uma vez, sensível aos ajustes, agora valendo $\Delta\phi \approx 0$ para $\tau = 0.98$ ps e $\Delta\phi \approx \pi/2$ para $\tau = 0.89$ ps. Como nas dinâmicas anteriores, o caráter discreto está evidente. Aqui, é interessante notar que o sistema acessa regiões de modulação simétrica, o que costuma

Figura 45 – Paralelo entre a evolução do espectro óptico para o sinal (a) intracavidade e (b) extracavidade. (c) Fases relativas recuperadas dos espectros intra e extracavidade, (d) representação polar. A separação temporal entre os sólitons é de 0.90 ps.



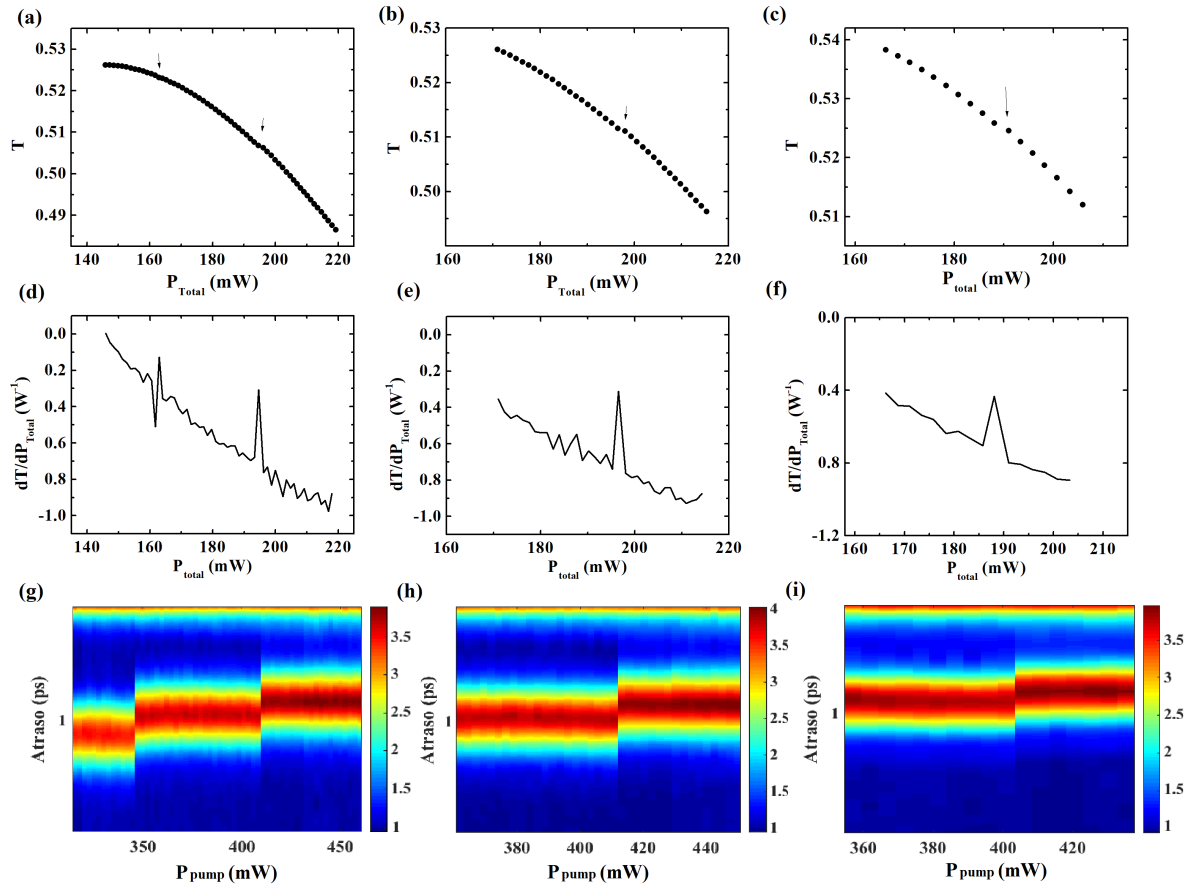
Fonte: A autora (2020).

ser mais frequente em lasers com dispersão normal [87, 104]. Em particular, a existência de pares ligados com $\Delta\phi = 0$ não é muito comum em lasers de fibra, com a primeira observação experimental reportada apenas em 2012 [76], mais de uma década após os primeiros contatos com sólitons ligados [21].

Na seção 2.5, introduzimos os principais conceitos sobre sólitons ligados e discutimos os principais resultados experimentais e numéricos reportados na literatura. Dentre as principais características, destacamos as interações diretas, que levam os pulsos a se organizarem em separações temporais e relações de fase bem estabelecidas. Pela natureza do sistema, as dinâmicas são determinadas pela circulação dos pulsos na cavidade, com uma etapa de perda não linear que está associada ao travamento dos modos. Nesse cenário, os parâmetros relevantes são os relacionados ao sinal intracavidade, já que nosso *output* é a parcela rejeitada pelo mecanismo de travamento. A fim de verificar como os sinais intra e extracavidade se relacionam no que diz respeito a τ e $\Delta\phi$, realizamos investigações de controle, que revelaram ligeiras diferenças nas larguras espectrais, mas com a região central apresentando mesmo perfil, inclusive retornando os mesmos valores para τ e $\Delta\phi$ (Figura 45). Com isso, podemos concluir que as dinâmicas observadas a partir dos sinais extracavidade são genuínas.

Na seção 4.2, durante a caracterização da transmissão não linear, observamos ligeiras

Figura 46 – (a)-(c) Curvas de transmissão não linear, (d)-(f) curvas da derivada de T em relação à P_{total} e (g)-(i) evolução da autocorrelação cruzada para as três configurações de placas de onda apresentadas nesta seção, seguindo a ordem de apresentação.



Fonte: A autora (2020).

descontinuidades sempre que os sólitons alteravam suas posições relativas. Uma análise na evolução da autocorrelação revelou que, a cada rearranjo, as razões entre as intensidade dos pulsos eram distintas, o que alterava a transmissão devido à NPR. Com o intuito de reforçar essa observação, monitoramos as potências médias intra e extracavidade para as dinâmicas reportadas acima. Os resultados estão nas Figuras 46(a)-(c). Com o auxílio da derivadas de T (Figuras 46(d)-(f)), podemos observar que as descontinuidades estão presentes. A evolução dos padrões de correlação cruzada (Figuras 46(g)-(i)) reforçam as análises realizadas, embora para o terceiro caso, a diferença em amplitude dos padrões seja de apenas 2%, enquanto nos demais casos é sempre maior que 4%. No próximo capítulo, traremos as conclusões relativas aos diversos experimentos que reportamos ao longo deste capítulo, juntamente com as perspectivas para trabalhos que complementem a investigação das dinâmicas não lineares acessadas pelo laser de Yb.

5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Neste trabalho, estudamos curvas de transmissão não linear em laser de fibra dopada com Yb^{3+} , relacionando-as às transições dinâmicas apresentadas pelo sistema. Como discutido ao longo do texto, caracterizações sistemáticas da transmissão mostraram-se fundamentais para um melhor entendimento dos regimes de operação do laser, além de revelar transições dinâmicas que envolveram alterações bruscas nas intensidades dos pulsos. A seguir, apresentaremos as conclusões do estudo e as perspectivas para extensão do trabalho.

5.1 CONCLUSÕES

Nos experimentos realizados nesta tese, adotamos a corrente de bombeamento como parâmetro de controle experimental exclusivo, sendo possível acessar diversos regimes dinâmicos a partir de variações em P_{pump} . Para a dispersão total da cavidade próxima do zero, aumentos no bombeamento induziram dinâmicas de dobramentos de período que puderam ser confirmadas por meio das séries temporais e dos espectros de RF. A curva de transmissão não linear associada a essa dinâmica revelou claramente a modulação das perdas imposta pelo mecanismo de travamento dos modos, com a existência de dois regimes opostos de operação que podem ser acessados a partir de variações em P_{pump} . A transmissão experimental também apresentou assinaturas claras das bifurcações que ocorrem na escala de tempo rápida, uma consequência direta da nova distribuição de amplitudes que surge a cada dobramento de período. Assim, além de oferecer informações importantes sobre a operação do laser, as curvas de transmissão mostraram-se úteis para o monitoramento das transições dinâmicas estudadas.

Ajustes adequados nas placas de onda e na dispersão total da cavidade permitiram o acesso a dinâmicas distintas a partir de variações no bombeamento. Em particular, para dispersão total mais negativa, transições no número de pulsos foram observadas. Para os parâmetros adotados no experimento, os múltiplos pulsos apresentaram-se ligados, com interferências espectrais visíveis no espectro óptico. Informações adicionais sobre o número de sólitons foram obtidas com o auxílio da autocorrelação interferométrica, que também forneceu pistas sobre suas intensidades relativas. O surgimento de novos sólitons mostrou-se diretamente associado à modulação da transmissão experimental, sendo uma alternativa às perdas não lineares crescentes. Com isso, concluímos que as perdas impostas pela NPR são indispensáveis para o travamento dos modos, mas também para a alteração no número de pulsos, o que possibilitou a elaboração de uma rotina eficiente para a obtenção de sólitons ligados no nosso sistema.

Alterações em P_{pump} também foram capazes de gerar dinâmicas internas nos arranjos de sólitons ligados. Em particular, a separação temporal apresentou natureza discreta, com variações da ordem de 100 fs e tendência atrativa à medida em que P_{pump} aumentava. Isso ficou evidente a partir da evolução da autocorrelação interferométrica, em que foi possível observar

transições bruscas em τ . Em consequência, as modulações no espectro óptico também sofreram alterações, já que seus períodos são inversamente proporcionais às separações entre os pulsos. Dos padrões de correlação cruzada foi possível constatar que, a cada rearranjo, novas razões de intensidade se estabeleciam, levando a descontinuidades na transmissão experimental, assim como observado nas dinâmicas de bifurcação. A evolução da fase média também apresentou natureza discreta, com descontinuidades visíveis nos mesmos valores que τ . No entanto, os valores acessados por τ foram praticamente os mesmos em todos os experimentos, enquanto os valores de $\Delta\phi$ mostraram-se mais sensíveis a ajustes nos controladores de polarização. Por fim, vale destacar a presença de janelas de biestabilidade que levaram ao aparecimento de histereses no número de pulsos, na transmissão não linear e na separação entre sólitons ligados, essa última sem nenhuma demonstração experimental na literatura.

5.2 PERSPECTIVAS

Como relatado ao longo do texto, nesta tese investigamos o papel do bombeamento nas curvas de transmissão não linear e suas relações com algumas dinâmicas apresentadas pelo sistema. Uma das perspectivas é ampliar a investigação para dinâmicas ainda não exploradas, como transições para *harmonic mode-locking* e dobramentos de período nesse regime. Explorar dinâmicas com períodos múltiplos também seria importante para complementar as caracterizações já realizadas.

Em uma etapa posterior, outros parâmetros podem ser utilizados como controle experimental. Em especial, destacamos dois: a configuração das placas de onda e a dispersão total da cavidade. No primeiro caso, é preciso traçar uma estratégia bem definida, pois nosso laser dispõe de três placas e cada uma delas tem um papel bem definido. Uma primeira ideia seria estudar o papel da elipsidade nas dinâmicas do sistema, utilizando apenas a placa $(\lambda/4)_{in}$ como parâmetro experimental. Na sequência, o estudo poderia ser estendido às demais placas. No segundo caso, é preciso impor alterações controladas na separação entre as grades, o que pode ser feito a partir de um picomotor controlado remotamente. Alguns desses experimentos já foram discutidos e devem ser implementados em projetos futuros.

REFERÊNCIAS

- 1 LI, X.; REBER, M.; CORDER, C.; CHEN, Y.; ZHAO, P.; ALLISON, T. High-power ultrafast yb: fiber laser frequency combs using commercially available components and basic fiber tools. *Review of Scientific Instruments*, v. 87, Jun 2016.
- 2 FU, S.; SHI, W.; FENG, Y.; ZHANG, L.; YANG, Z.; XU, S.; ZHU, X.; NORWOOD, R. A.; PEYGHAMBARIAN, N. Review of recent progress on single-frequency fiber lasers. *J. Opt. Soc. Am. B*, v. 34, n. 3, p. A49–A62, Mar 2017.
- 3 PIERCE, M.; JACKSON, S.; GOLDING, P.; DICKINSON, B.; DICKINSON, M.; KING, T.; SLOAN, P. Development and application of fiber lasers for medical applications. *Proc SPIE*, v. 4253, Jun 2001.
- 4 HOY, C.; FERHANOGLU, O.; YILDIRIM, M.; KIM, K.; KARAJANAGI, S.; CHAN, K.; KOBLE, J.; ZEITELS, S.; BEN-YAKAR, A. Clinical ultrafast laser surgery: Recent advances and future directions. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, v. 20, p. 1–14, Dez 2013.
- 5 FLUSBERG, B.; COCKER, E.; PIYAWATTANAMETHA, W.; JUNG, J.; CHEUNG, E.; SCHNITZER, M. Fiber-optic fluorescence imaging. *Nature methods*, v. 2, p. 941–50, Jan 2006.
- 6 RICHARDSON, D.; NILSSON, J.; CLARKSON, W. High power fiber lasers: Current status and future perspectives. *JOSA B*, v. 27, p. B63–B92, Nov 2010.
- 7 SHCHERBAKOV, E. A.; FOMIN, V. V.; ABRAMOV, A. A.; FERIN, A. A.; MOCHALOV, D. V.; GAPONTSEV, V. P. Industrial grade 100 kw power cw fiber laser. In: *Advanced Solid-State Lasers Congress*. [S.l.]: Optical Society of America, 2013. p. AT4A.2.
- 8 PASCHOTTA, R.; NILSSON, J.; TROPPER, A.; HANNA, D. Ytterbium-doped fiber amplifier. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, v. 33, p. 1049 – 1056, Ago 1997.
- 9 MARTINEZ, A.; SUN, Z. Nanotube and graphene saturable absorbers for fibre lasers. *Nature Photonics*, v. 7, p. 842–845, Nov 2013.
- 10 CAUTAERTS, V.; RICHARDSON, D.; PASCHOTTA, R.; HANNA, D. Stretched pulse Yb³⁺:silica fiber laser. *Optics letters*, v. 22, p. 316–8, Mar 1997.
- 11 MÉLO, L.; ROQUE, G. F.; CARELLI, P.; ACIOLI, L.; LEITE, J.; MIRANDA, M. Deterministic chaos in an ytterbium-doped mode-locked fiber laser. *Optics Express*, v. 26, p. 13686, Mai 2018.
- 12 GRELU, P.; AKHMEDIEV, N. Dissipative solitons for mode-locked lasers. *Nature Photonics*, v. 6, p. 84–92, Fev 2012.
- 13 RUNGE, A.; BRODERICK, N.; ERKINTALO, M. Observation of soliton explosions in a passively mode-locked fiber laser. *Optica*, v. 2, Set 2014.
- 14 ZHOU, S.; OUZOUNOV, D. G.; WISE, F. W. Passive harmonic mode-locking of a soliton Yb fiber laser at repetition rates to 1.5 ghz. *Opt. Lett.*, OSA, v. 31, n. 8, p. 1041–1043, Apr 2006.

- 15 HIDEUR, A.; B, U.; CHARTIER, T.; BRUNEL, M.; LEBLOND, H.; SANCHEZ, F. Ultra-short bound states generation with a passively mode-locked high-power Yb-doped double-clad fiber laser. *Optics Communications*, v. 4281, Set 2003.
- 16 KOMAROV, A.; LEBLOND, H.; SANCHEZ, F. Multistability and hysteresis phenomena in passively mode-locked fiber lasers. *Physical Review A*, American Physical Society, v. 71, p. 053809, Mai 2005.
- 17 KOMAROV, A.; LEBLOND, H.; SANCHEZ, F. Theoretical analysis of the operating regime of passively-mode-locked fiber laser through nonlinear polarization rotation. *Physical Review A*, v. 72, p. 63811–, Dez 2005.
- 18 AKHMEDIEV, N.; SOTO-CRESPO, J.; TOWN, G. Pulsating solitons, chaotic solitons, period doubling, and pulse coexistence in mode-locked lasers: Complex ginzburg-landau equation approach. *Physical review. E*, v. 63, p. 056602, Jun 2001.
- 19 SOTO-CRESPO, J.; GRAPINET, M.; GRELU, P.; AKHMEDIEV, N. Bifurcations and multiple-period soliton pulsations in a passively mode-locked fiber laser. *Physical review. E*, v. 70, p. 066612, Jan 2005.
- 20 MALOMED, B. Bound solitons in the nonlinear Schrödinger–Ginzburg–Landau equation. *Physical review. A*, v. 44, p. 6954–6957, Dez 1991.
- 21 TANG, D.; MAN, R.; TAM, H.; DRUMMOND, P. Observation of bound states of solitons in a passively mode-locked fiber laser. *Physical Review A*, v. 64, Ago 2001.
- 22 WEI, H.; LI, B.; SHI, W.; ZHU, X.; NORWOOD, R.; PEYGHAMBARIAN, N.; JIAN, S. General description and understanding of the nonlinear dynamics of mode-locked fiber lasers. *Scientific Reports*, v. 7, Dez 2017.
- 23 LI, F.; WAI, P. K. A.; KUTZ, J. N. Geometrical description of the onset of multi-pulsing in mode-locked laser cavities. *J. Opt. Soc. Am. B*, OSA, v. 27, n. 10, p. 2068–2077, 2010.
- 24 BINH, L. N. *Optical multi-bound solitons*. Boca Raton, FL, USA: Taylor & Francis Group, LLC, 2016. 568 p.
- 25 GRELU, P.; BELHACHE, F.; GUTTY, F.; SOTO-CRESPO, J. Relative phase locking of pulses in a passively mode-locked fiber laser. *J. Opt. Soc. Am. B*, v. 20, Mai 2003.
- 26 PASK, H.; CARMAN, R.; HANNA, D.; TROPPER, A.; MACKECHNIE, C.; BARBER, P.; DAWES, J. Ytterbium-doped silica fiber lasers: versatile sources for the 1-1.2 μm region. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, v. 1, p. 2 – 13, Mai 1995.
- 27 DURAIRAJ, V. *Amplification in Ytterbium-doped fibers*. Tese (Mestrado) — School of Electrical Engineering, Aalto University, 2013–06–10.
- 28 DELOACH, L. D.; PAYNE, S. A.; CHASE, L. L.; SMITH, L. K.; KWAY, W. L.; KRUPKE, W. F. Evaluation of absorption and emission properties of Yb^{3+} doped crystals for laser applications. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, v. 29, n. 4, p. 1179–1191, 1993.
- 29 AGRAWAL, G. P. *Nonlinear Fiber Optics, 5th Edition*. MA, USA: Elsevier, 2013. 648 p.
- 30 SUTHERLAND, R. *Handbook of Nonlinear Optics*. NY, USA: CRC Press, 1996. 704 p.

- 31 VAN LIET, D.; BINH, L. N. *Nonlinear Optical Systems: Principles, Phenomena, and Advanced Signal*. FL, USA: CRC Press, 2012. 462 p.
- 32 AGRAWAL, G. P. *Applications of Nonlinear Fiber Optics*. USA: Academic Press, 2001. 459 p.
- 33 ARANSON, I. S.; KRAMER, L. The world of the complex ginzburg-landau equation. *Rev. Mod. Phys.*, American Physical Society, v. 74, p. 99–143, Feb 2002.
- 34 HAUS, H. Mode-locking of lasers. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, v. 6, p. 1173 – 1185, Dez 2000.
- 35 WISE, F.; CHONG, A.; RENNINGER, W. High-energy femtosecond fiber lasers based on pulse propagation at normal dispersion. *Laser & Photonics Reviews*, v. 2, p. 58 – 73, Abr 2008.
- 36 SONG, Y.; SHI, X.; WU, C.; TANG, D. Recent progress of study on optical solitons in fiber lasers. *Applied Physics Reviews*, v. 6, p. 021313, Jun 2019.
- 37 TAMURA, K.; IPPEN, E. P.; HAUS, H. A.; NELSON, L. E. 77-fs pulse generation from a stretched-pulse mode-locked all-fiber ring laser. *Opt. Lett.*, OSA, v. 18, n. 13, p. 1080–1082, Jul 1993.
- 38 HAUS, H.; TAMURA, K.; NELSON, L.; IPPEN, E. Stretched-pulse additive pulse mode-locking in fiber-ring lasers: Theory and experiment. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, v. 31, p. 591 – 598, Abr 1995.
- 39 HAUS, H. Dispersion-managed solitons in the net positive dispersion regime. *J. Opt. Soc. Am. B*, v. 16, Jan 1999.
- 40 KÄRTNER, F. *Ultrafast Optics*. MIT: OpenCourseWare. License: Creative Commons BY-NC-SA, 2005.
- 41 MITSCHKE, F.; MAHNKE, C.; HAUSE, A. Soliton content of fiber-optic light pulses. *Applied Sciences*, v. 7, p. 635, Jun 2017.
- 42 HODEL, W.; WEBER, H. P. Decay of femtosecond higher-order solitons in an optical fiber induced by raman self-pumping. *Opt. Lett.*, v. 12, n. 11, p. 924–926, Nov 1987.
- 43 TANG, D. Y.; ZHAO, L. M.; ZHAO, B.; LIU, A. Q. Mechanism of multisoliton formation and soliton energy quantization in passively mode-locked fiber lasers. *Phys. Rev. A*, v. 72, p. 043816, Out 2005.
- 44 NIJHOF, J. H. B.; FORYSIAK, W.; DORAN, N. J. Dispersion-managed solitons in the normal dispersion regime: a physical interpretation. *Opt. Lett.*, v. 23, n. 21, p. 1674–1676, Nov 1998.
- 45 MATSAS, V. J.; RICHARDSON, D. J.; NEWSON, T. P.; PAYNE, D. N. Characterization of a self-starting, passively mode-locked fiber ring laser that exploits nonlinear polarization evolution. *Opt. Lett.*, v. 18, n. 5, p. 358–360, Mar 1993.
- 46 OLIVIER, M.; GAGNON, M.-D.; HABEL, J. Automation of mode locking in a nonlinear polarization rotation fiber laser through output polarization measurements. *Journal of Visualized Experiments*, v. 2016, p. e53679, Fev 2016.

- 47 AKHMEDIEV, N.; ANKIEWICZ, A. *Dissipative Solitons*. USA: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005. 448 p.
- 48 SOLLI, D.; ROPERS, C.; KOONATH, P.; JALALI, B. Optical rogue waves. *Nature*, v. 450, p. 1054–7, Jan 2008.
- 49 STROGATZ, S. *Nonlinear Dynamics And Chaos: With Applications To Physics, Biology, Chemistry, And Engineering*. USA: Westview Press, 2001. 512 p.
- 50 ZHANG, Q.; LI, L.; TANG, D.; ZHAO, L. Period-timing bifurcations in a dispersion-managed fiber laser with zero group velocity dispersion. *IEEE Photonics Journal*, PP, p. 1–1, Nov 2016.
- 51 ZHAO, L.; TANG, D.; WU, X. Period-doubling of gain-guided solitons in fiber lasers of large net normal dispersion. *Optics Communications*, v. 281, p. 3557–3560, Jul 2008.
- 52 SOTO-CRESPO, J.; AKHMEDIEV, N. Soliton as strange attractor: Nonlinear synchronization and chaos. *Physical review letters*, v. 95, p. 024101, Ago 2005.
- 53 ZHAO, L.; TANG, D.; LIU, A.-q. Chaotic dynamics of a passively mode-locked soliton fiber ring laser. *Chaos*, v. 16, p. 013128, Abr 2006.
- 54 ZHAO, L.; TANG, D.; LIN, F.; ZHAO, B. Observation of period-doubling bifurcations in a femtosecond fiber soliton laser with dispersion management cavity. *Optics express*, v. 12, p. 4573–8, Out 2004.
- 55 ZHAO, L.; TANG, D.; CHENG, T.; TAM, H.; LU, C.; WEN, S. Period-doubling of dispersion-managed solitons in an erbium-doped fiber laser at around zero dispersion. *Optics Communications*, v. 278, p. 428–433, Out 2007.
- 56 MAN, R.; TAM, H.; DEMOKAN, M.; TANG, D. Soliton shaping of dispersive waves in a passively mode-locked fibre soliton ring laser. *Optical and Quantum Electronics*, v. 33, p. 1139–1147, Jan 2001.
- 57 GRELU, P. *Nonlinear Optical Cavity Dynamics: From Microresonators to Fiber Lasers*. Weinheim, GER: Wiley VCH, 2015. 1-429 p.
- 58 KÄRTNER, F.; AUS-DER-AU, J.; KELLER, U. Mode-locking with slow and fast saturable absorbers - what's the difference? *Selected Topics in Quantum Electronics, IEEE Journal of*, v. 4, p. 159–168, Abr 1998.
- 59 HABOUCHA, A.; KOMAROV, A.; LEBLOND, H.; SANCHEZ, F.; MARTEL, G. Mechanism of multiple pulse formation in the normal dispersion regime of passively mode-locked fiber ring lasers. *Optical Fiber Technology*, v. 14, n. 4, p. 262 – 267, 2008.
- 60 KELLY, S. M. J. Characteristic sideband instability of periodically amplified average soliton. *Electronics Letters*, v. 28, n. 8, p. 806–807, 1992.
- 61 TANG, D.; MAN, W.; TAM, H. Stimulated soliton pulse formation and its mechanism in a passively mode-locked fibre soliton laser. *Optics Communications*, v. 165, n. 4, p. 189 – 194, 1999.
- 62 LIU, X. Hysteresis phenomena and multipulse formation of a dissipative system in a passively mode-locked fiber laser. *Phys. Rev. A*, v. 81, Fev 2010.

- 63 BALE, B. G.; KIEU, K.; KUTZ, J. N.; WISE, F. Transition dynamics for multi-pulsing in mode-locked lasers. *Opt. Express*, OSA, v. 17, n. 25, p. 23137–23146, Dec 2009.
- 64 HERINK, G.; KURTZ, F.; JALALI, B.; SOLLI, D.; ROPERS, C. Real-time spectral interferometry probes the internal dynamics of femtosecond soliton molecules. *Science*, v. 356, p. 50–54, Abr 2017.
- 65 KRUPA, K.; NITHYANANDAN, K.; ANDRAL, U.; TCHOFO-DINDA, P.; GRELU, P. Real-time observation of internal motion within ultrafast dissipative optical soliton molecules. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 118, p. 243901, Jun 2017.
- 66 ZENG, J.; SANDER, M. Y. Real-time transition dynamics between multi-pulsing states in a mode-locked fiber laser. *Opt. Lett.*, OSA, v. 45, n. 1, p. 5–8, Jan 2020.
- 67 HUANG, J.; PANG, M.; JIANG, X.; HE, W.; RUSSELL, P. S. Route from single-pulse to multi-pulse states in a mid-infrared soliton fiber laser. *Opt. Express*, OSA, v. 27, n. 19, p. 26392–26404, Sep 2019.
- 68 TANG, D.; ZHAO, B.; ZHAO, L.; TAM, H. Soliton interaction in a fiber ring laser. *Physical review. E*, v. 72, p. 016616, Ago 2005.
- 69 LOH, W.; GRUDININ, A.; AFANASJEV, V.; PAYNE, D. Soliton interaction in the presence of a weak nonsoliton component. *Optics letters*, v. 19, p. 698–700, Mai 1994.
- 70 KUTZ, J. N.; COLLINGS, B. C.; BERGMAN, K.; KNOX, W. H. Stabilized pulse spacing in soliton lasers due to gain depletion and recovery. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, v. 34, n. 9, p. 1749–1757, 1998.
- 71 NIANG, A.; AMRANI, F.; SALHI, M.; LEBLOND, H.; KOMAROV, A.; SANCHEZ, F. Harmonic mode-locking in a fiber laser through continuous external optical injection. *Optics Communications*, v. 312, p. 1 – 6, 2014.
- 72 SOCCI, L.; ROMAGNOLI, M. Long-range soliton interactions in periodically amplified fiber links. *J. Opt. Soc. Am. B*, v. 16, n. 1, p. 12–17, Jan 1999.
- 73 KOMAROV, A.; AMRANI, F.; DMITRIEV, A.; KOMAROV, K.; MESHCHERIAKOV, D.; SANCHEZ, F. Dispersive-wave mechanism of interaction between ultrashort pulses in passive mode-locked fiber lasers. *Phys. Rev. A*, v. 85, Jan 2012.
- 74 YU, Y.; WEI, X.; KANG, J.; LI, B.; WONG, K. Pulse-spacing manipulation in a passively mode-locked multipulse fiber laser. *Optics Express*, v. 25, p. 13215, Jun 2017.
- 75 ORTAÇ, B.; HIDEUR, A.; CHARTIER, T.; BRUNEL, M.; GRELU, P.; LEBLOND, H.; SANCHEZ, F. Generation of bound states of three ultrashort pulses with a passively mode-locked high-power yb-doped double-clad fiber laser. *IEEE Photonics Technology Letters*, v. 16, p. 1274 – 1276, Jun 2004.
- 76 GUI, L.; XIAO, X.; YANG, C. Observation of various bound solitons in a carbon-nanotube-based erbium fiber laser. *J. Opt. Soc. Am. B*, v. 30, p. 158–, Jan 2013.
- 77 LIU, X. Dynamic evolution of temporal dissipative-soliton molecules in large normal path-averaged dispersion fiber lasers. *Phys. Rev. A*, v. 82, Dez 2010.

- 78 ZHAO, L.; TANG, D.; CHENG, T.; TAM, H.; LU, C. Bound states of dispersion-managed solitons in a fiber laser at near zero dispersion. *Applied optics*, v. 46, p. 4768–73, Ago 2007.
- 79 GRELU, P.; BELHACHE, F.; GUTTY, F.; SOTO-CRESPO, J.-M. Phase-locked soliton pairs in a stretched-pulse fiber laser. *Optics letters*, v. 27, p. 966–8, Jul 2002.
- 80 GUMENYUK, R.; KOROBKO, D.; ZOLOTOVSKY, I.; OKHOTNIKOV, O. Role of cavity dispersion on soliton grouping in a fiber lasers. *Optics express*, v. 22, p. 1896–905, Jan 2014.
- 81 SEONG, N.; KIM, D. Y. Formation of bound solitons and their properties in a figure-eight fiber laser. In: *Optical Fiber Communications Conference*. Anaheim, USA: Optical Society of America, 2002. p. ThGG19.
- 82 LI, X.; WANG, Y.; ZHANG, W.; ZHAO, W. Experimental observation of soliton molecule evolution in yb-doped passively mode-locked fiber lasers. *Laser Physics Letters*, v. 11, p. 075103, Mai 2014.
- 83 HABOUCHA, A.; LEBLOND, H.; SALHI, M.; KOMAROV, A.; SANCHEZ, F. Analysis of soliton pattern formation in passively mode-locked fiber lasers. *Phys. Rev. A*, v. 78, p. 043806, Oct 2008.
- 84 WANG, P.; XIAO, X.; YANG, C. Quantized pulse separations of phase-locked soliton molecules in a dispersion-managed mode-locked Tm fiber laser at 2 μm . *Optics Letters*, v. 42, p. 29–32, Jan 2017.
- 85 GUI, L.; WANG, P.; DING, Y.; ZHAO, K.; BAO, C.; XIAO, X.; YANG, C. Soliton molecules and multisoliton states in ultrafast fibre lasers: Intrinsic complexes in dissipative systems. *Applied Sciences*, v. 8, p. 201, Jan 2018.
- 86 AKHMEDIEV, N. N.; ANKIEWICZ, A.; SOTO-CRESPO, J. M. Multisoliton solutions of the complex Ginzburg-Landau equation. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 79, p. 4047–4051, Nov 1997.
- 87 GRELU, P.; BÉAL, J.; SOTO-CRESPO, J. Soliton pairs in a fiber laser: From anomalous to normal average dispersion regime. *Optics express*, v. 11, p. 2238–43, Out 2003.
- 88 AKHMEDIEV, N.; SOTO-CRESPO, J.; GRAPINET, M.; GRELU, P. Dissipative soliton interactions inside a fiber laser cavity. *Optical Fiber Technology*, v. 11, p. 209–228, Jul 2005.
- 89 ZAVIYALOV, A.; ILIEW, R.; EGOROV, O.; LEDERER, F. Multi-soliton complexes in mode-locked fiber lasers. *Applied Physics B: Lasers and Optics*, v. 104, p. 513–521, Set 2011.
- 90 ROY, V.; OLIVIER, M.; PICHÉ, M. Pulse interactions in the stretched-pulse fiber laser. *Optics express*, v. 13, p. 9217–23, Dez 2005.
- 91 SOTO-CRESPO, J. M.; AKHMEDIEV, N.; GRELU, P.; BELHACHE, F. Quantized separations of phase-locked soliton pairs in fiber lasers. *Opt. Lett.*, OSA, v. 28, n. 19, p. 1757–1759, Oct 2003.
- 92 KOMAROV, A.; KOMAROV, K.; SANCHEZ, F. m. c. Quantization of binding energy of structural solitons in passive mode-locked fiber lasers. *Phys. Rev. A*, v. 79, p. 033807, Mar 2009.

-
- 93 AMRANI, F.; HABOUCCHA, A.; SALHI, M.; LEBLOND, H.; KOMAROV, A.; SANCHEZ, F. Dissipative solitons compounds in a fiber laser. analogy with the states of the matter. *Applied Physics B*, v. 99, Abr 2010.
- 94 PENG, J.; SOROKINA, M.; SUGAVANAM, S.; TARASOV, N.; CHURKIN, D.; TURITSYN, S.; ZENG, H. Real-time observation of dissipative soliton formation in nonlinear polarization rotation mode-locked fibre lasers. *Communications Physics*, v. 1, Dez 2018.
- 95 WANG, Z.; KANAGARAJ, N.; COILLET, A.; TCHOFO-DINDA, P.; GRELU, P. Optical soliton molecular complexes in a passively mode-locked fibre laser. *Nature Communications*, v. 10, Dez 2019.
- 96 PENG, J. Build-up of dissipative optical soliton molecules via diverse soliton interactions. *Laser & Photonics Review*, v. 12, Jun 2018.
- 97 RYCZKOWSKI, P.; NÄRHI, M.; BILLET, C.; MEROLLA, j.-m.; GENTY, G.; DUDLEY, J. Real-time full-field characterization of transient dissipative soliton dynamics in a mode-locked laser. *Nature Photonics*, v. 12, Abr 2018.
- 98 ORTAC, B.; ZAVIYALOV, A.; NIELSEN, C.; EGOROV, O.; ILIEW, R.; LIMPET, J.; LEDERER, F.; TUNNERMANN, A. Generation of soliton molecules with independently evolving phase in a mode-locked fiber laser. *Optics letters*, v. 35, p. 1578–80, Mai 2010.
- 99 ZHAO, L.; TANG, D.; ZHAO, B. Period-doubling and quadrupling of bound solitons in a passively mode-locked fiber laser. *Optics Communications*, v. 252, p. 167–172, Ago 2005.
- 100 MÉLO, L. *Laser de modos travados em fibra de Itérbio: construção e estudos sobre a dinâmica não linear*. Tese (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2017.
- 101 SWAMP OPTICS TUTORIAL - Interferometric Autocorrelation. 2008.
- 102 PASCHOTTA, R. *Field Guide to Laser Pulse Generation*. Bellingham, WA: SPIE Press, 2008.
- 103 FAN, X.; WANG, S.; WANG, Y.; SHEN, D.; TANG, D.; ZHAO, L. Pump hysteresis and bistability of dissipative solitons in all-normal-dispersion fiber lasers. *Applied Optics*, v. 54, Abr 2015.
- 104 OLIVIER, M.; PICHÉ, M. Origin of the bound states of pulses in the stretched-pulse fiber laser. *Opt. Express*, v. 17, n. 2, p. 405–418, Jan 2009.

ANEXO A – INTERNAL NONLINEAR TRANSMISSION IN AN Yb MODE-LOCKED FIBER LASER THROUGH BIFURCATIONS

Optics Communications 461 (2020) 125154



Contents lists available at ScienceDirect

Optics Communications

journal homepage: www.elsevier.com/locate/optcom



Internal nonlinear transmission in an Yb mode-locked fiber laser through bifurcations

Cecília L.A.V. Campos^a, Lucas B.A. Mélo^a, Hugo L.D. de S. Cavalcante^b, Lúcio H. Acioli^a, Marcio H.G. de Miranda^{a,*}

^a Departamento de Física, Universidade Federal de Pernambuco, 50670-901, Recife-PE, Brazil

^b Departamento de Informática, Centro de Informática, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, Paraíba, 58051-900, Brazil

ARTICLE INFO

Keywords:

Transmission curve
Mode-locked fiber laser
Nonlinear dynamics

ABSTRACT

Mode-locked fiber lasers are rich dynamical systems that may present several different types of pulsed operating modes, depending on external control parameters such as pump power. A systematic experimental characterization of such regimes is a challenging problem. Here single pulse regimes of ytterbium mode-locked fiber laser are explored and related to the nonlinear amplitude modulation affecting the pulses inside the laser cavity. To understand the full dynamics of this system, average power measurements (slow time scale) have been performed and compared to simultaneous time-resolved measurements (fast time scale). The average nonlinear transmission resulting from the amplitude modulation is measured, allowing to relate the transitions between dynamical regimes to the system's nonlinearity.

1. Introduction

The interest in ytterbium-doped mode-locked fiber lasers (MLFL) has increased over the last decades because, beyond been a relatively cheap system, it has important technological applications in the fields of physics, engineering, biology and medicine. It is also very interesting from the dynamical systems point of view because it presents a dense forest of different phenomena to be explored such as: deterministic chaos [1], rogue waves [2,3], soliton explosion [4], dissipative soliton molecules [5], harmonic mode-locking [6] and multi-pulsing regime [7–9].

The Yb MLFL is quite flexible in the sense that the system operates in the pulsed regime under very different conditions. One is allowed to externally control two basic properties which determine the operating regime: (i) group velocity dispersion (GVD) β_2 , and (ii) the cavity nonlinear amplitude modulation (nonlinear loss or saturable absorber). The parameter $\beta_2|_{\text{fiber}}$ of most optical fibers is positive at $\lambda \approx 1 \mu\text{m}$, which is the Yb lasers emission. For Yb laser emission most optical fibers present parameter $\beta_2|_{\text{fiber}} > 0$. Even so, using a grating pair, one can set the overall dispersion in the cavity at will. To obtain a stable mode-locked pulse train, the GVD is usually set to $\beta_2 \lesssim 0$, but short pulse generation from Yb fiber lasers with overall normal dispersion, $\beta_2 > 0$ regime has been demonstrated in Refs. [10,11].

The presence of nonlinear amplitude modulation inside the laser cavity is a fundamental requirement to obtain mode-locked operation [12,13], and in many MLFL the most common choice to obtain

intensity-dependent losses is based on the nonlinear polarization rotation (NPR) [14], due to the nonresonant $\chi^{(3)}$ of the optical fiber. This emulates a fast saturable absorber, which has been extensively studied in the operation of pulsed femtosecond lasers. In fiber lasers this is achieved by a combination of waveplates and polarizers to obtain a nonlinear loss mechanism of the form

$$L(P) = L_0 - \gamma P, \quad (1)$$

where P is the instantaneous power, L_0 is the overall linear cavity loss and γ is the nonlinear loss coefficient. Suitable settings of waveplates allow one to control both L_0 and γ . The inclusion of higher order terms in Eq. (1) is essential for obtaining stable mode-locked operation [15], and also known to be important to achieve different dynamical regimes [16].

For a laser operating in the mode-locked regime due to NPR, the losses inside the cavity are directly related to the nonlinear transmission occurring in a polarizing element, such as a polarizing beamsplitter. Notice that the element itself behaves linearly, with the nonlinearity originated in the fiber before it.

The nonlinearities present in MLFL provide a fertile ground for experimental exploration, and in order to understand their origin, one option has been to rely on theoretical models based on the complex Ginzburg–Landau equation (CGLE) or the nonlinear Schrödinger equation. This approach has been used to study pulsating and chaotic solitons, period doubling, and pulse coexistence in mode-locked lasers [17]. Wei et al. [18] have exploited the nonlinear amplitude

* Corresponding author.

E-mail address: mhgm@df.ufpe.br (M.H.G. de Miranda).

<https://doi.org/10.1016/j.optcom.2019.125154>

Received 20 September 2019; Received in revised form 19 December 2019; Accepted 20 December 2019

Available online 24 December 2019

0030-4018/© 2020 Elsevier B.V. All rights reserved.

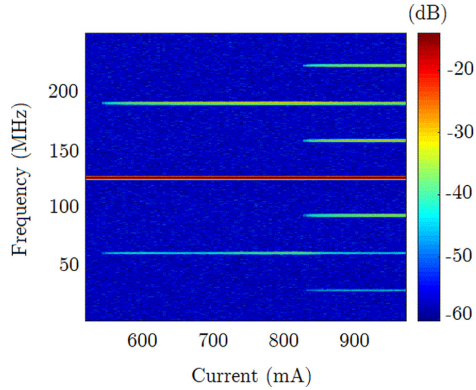


Fig. 2. Evolution of the extracavity RF spectrum showing period-one, period-two and period-four.

PBS are negligible and the total average power that leaves the gain medium is given by the sum of reflected and transmitted average powers.

3. Results and discussion

Using I_{pump} as a control parameter, different dynamical behaviors are observed by looking at the variation of the amplitude of the pulses in a time series. To investigate distinct operating regimes, the evolution of the RF spectrum was systematically registered for intracavity and extracavity signals. As both presented similar dynamics, Fig. 2 presents only the extracavity one. For $525 \text{ mA} < I_{\text{pump}} < 545 \text{ mA}$, there is only one single peak at 125 MHz and it corresponds to a regular mode-locked regime, where pulses have the same amplitude. For $545 \text{ mA} < I_{\text{pump}} < 829 \text{ mA}$, a new peak arises at approximately 62.5 MHz, half the fundamental frequency, corresponding to period doubling. For $829 \text{ mA} < I_{\text{pump}} < 969 \text{ mA}$, another peak becomes present at approximately 31.25 MHz, one quarter the fundamental frequency, corresponding to period quadrupling. All the others visible frequencies in the RF spectrum are higher order beat notes of these ones.

The intracavity and extracavity time series also confirm the nonlinear dynamics observed in the evolution of the RF spectrum. This is seen in the representative time series shown in Fig. 3, where the upper row refers to the intracavity signal and the lower row refers to the extracavity one. The regular mode-locked regime appears in Fig. 3(a) and (e), each of them presenting pulses with constant peak values. However, this uniformity does not exist either in Fig. 3(b) or (f), where

the amplitude of the pulses alternates between two values presenting a period-two regime. Similarly, it happens to the series presented in Fig. 3(c) and (g), where the amplitude is modulated among four values, showing a period-four regime. Fig. 3(g) draws attention to the existence of pulses much higher than the others, a very different pattern from the other series. For every four pulses, the largest of them has the amplitude almost ten times bigger than the smallest one, making it more susceptible to the nonlinearity of the gain medium. This pattern occurs throughout the extracavity period-four regime, which exhibits a much higher modulation than the intracavity one shown in Fig. 3(c), being relevant to the analysis because amplitude modulation has a direct relation to the nonlinear transmission curve. All these regimes are better visualized in the bifurcation diagrams presented in Fig. 3(d) and (h), where the peak values from the time series are plotted versus I_{pump} as control parameter. The branches of the intracavity diagram in Fig. 3(d), remain closer than the branches of the extracavity in Fig. 3(h). Notice that in Fig. 3(d) the pulse amplitude seems to saturate, which implies in higher extracavity amplitudes, as shown in Fig. 3(h). The lack of resolution of the intracavity bifurcation diagram in Fig. 3(d) is due to the smaller difference between the intensities of the time series peaks.

In order to clarify the meaning of the next set of data, we describe the relation between the total nonlinear cavity loss, $L(P)$ defined in Eq. (1), and the nonlinear transmission, $T(P)$ at the PBS. Fig. 1(b) shows the relevant input and output ports of the PBS. In order to achieve mode-locked operation, the optical feedback must favor higher powers and the portion of light reflected from the PBS must decrease with power. This means the nonlinear reflectivity should be of the form $R(P) = R_{\text{PBS}} - \gamma P$. As the internal losses in the PBS are negligible, its nonlinear transmission is $T(P) = 1 - R(P)$, which may be rewritten as,

$$T(P) = 1 - R_{\text{PBS}} + \gamma P \equiv T_{\text{PBS}} + \gamma P, \quad (2)$$

which increases with power, as desired. Importantly, we emphasize that both R_{PBS} and γ may be controlled externally by proper setting of the waveplates. From Eq. (1), the total intracavity loss in the laser is given by,

$$L(P) = L_{\text{PBS}} + L_{\text{CAV}} - \gamma P, \quad (3)$$

where $L_{\text{PBS}} = R_{\text{PBS}}$ and the overall cavity linear loss is $L_0 = L_{\text{PBS}} + L_{\text{CAV}}$, where L_{CAV} represents all the other linear cavity losses, such as coupling losses back into the fiber, grating losses, etc.

From Fig. 1(b) the nonlinear reflectivity is obtained from measurements of the intracavity and extracavity powers, P_{intra} and P_{extra} , respectively. The total incident power is $P_{\text{Total}} = P_{\text{intra}} + P_{\text{extra}}$ and the nonlinear reflectivity and transmission are

$$R(P) = \frac{P_{\text{Extra}}}{P_{\text{Total}}}, \quad (4a)$$

$$T(P) = \frac{P_{\text{Intra}}}{P_{\text{Total}}}. \quad (4b)$$

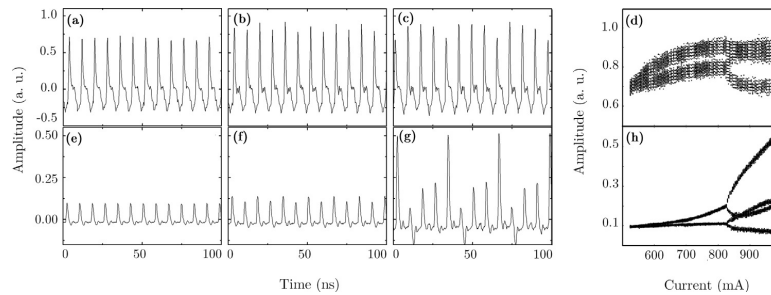


Fig. 3. Intracavity (upper row) and extracavity (lower row) time series (fast time scale measurements): (a) and (e) period-one (529 mA), (b) and (f) period-two (721 mA) and (c) and (g) period-four (957 mA). Bifurcation diagrams (d) intracavity and (h) extracavity.

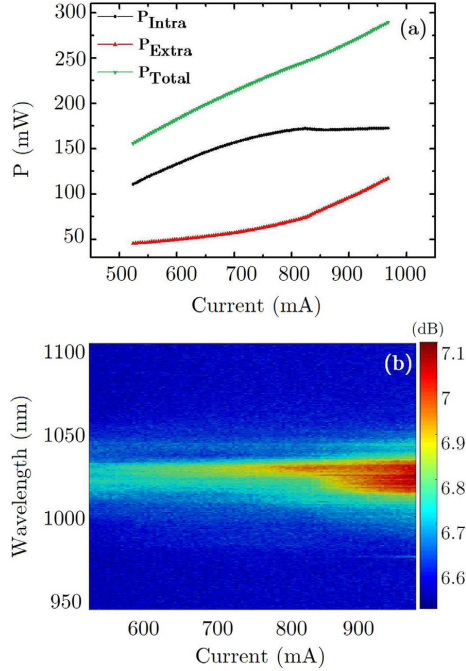


Fig. 4. (a) Intra, extra and total average power (slow time scale measurements). (b) Evolution of extracavity optical spectrum.

At this point it is important to remind that we use slow detectors for the power measurements. This means that the power is time-averaged over the pulse train. In particular, if the laser is in the period-two regime, average values of the low and high pulse energies are measured and one may ask if the details of the dynamic regime may be lost. As we will explain, the answer to this question is no.

We observe a curious phenomenon when the average powers are measured as function of the pump current: neither P_{Intra} nor P_{Extra} grows linearly with I_{pump} . This is in contradiction to what would be expected for a usual laser below saturation, for which the output power P_{Extra} varies linearly with pump power. Instead, each curve presents a distinct behavior, especially in the period-four regime. In Fig. 4(a), for $I_{\text{pump}} < 829$ mA the extracavity and intracavity powers present opposite concavities. When I_{pump} is increased above 829 mA, P_{Intra} remains approximately constant while P_{Extra} increases at a higher rate than previously.

A possible explanation is that there is an abrupt variation in the distribution of instantaneous powers observed in the extracavity time series where the amplitude of some pulses increases faster with I_{pump} . The pulses with higher powers access regions of the PBS transmission curve where the nonlinear effects are more prominent and a description taking into account contributions beyond the first order power dependence, predicted in Eq. (2), is necessary [16]. This alters the shape of the effective transmission, the magnitude of the NPR and the measured average powers. Hence, the existence of pulses with higher powers in the extracavity signal are associated with a more pronounced NPR.

By adding P_{Intra} and P_{Extra} , another interesting effect becomes evident: the sum shows an approximately linear growth with I_{pump} , as seen by the curve P_{Total} in Fig. 4(a). To appreciate the meaning of this observation we remind that P_{Total} is the average power immediately after the gain section of the laser, just before the PBS. If one of the

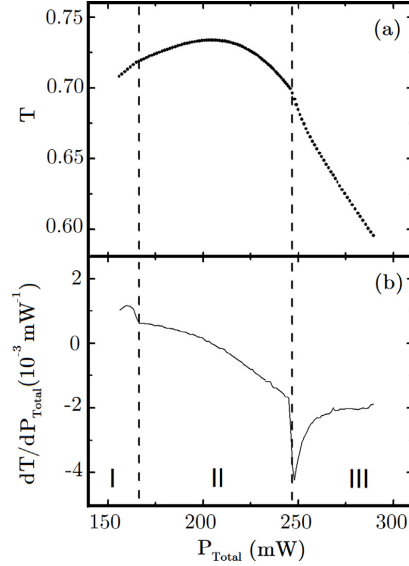


Fig. 5. Nonlinear transmission curve: (a) PBS transmission T versus P_{Total} , (b) First derivative of T versus P_{Total} .

pulses in the pulse train has a higher peak power, its transmission through the PBS is higher but then the gain it experiences is smaller, due to gain saturation. The nonlinear contributions to gain saturation and nonlinear losses seem to compensate each other. The small signal (unsaturated) gain increases linearly with I_{pump} , and the net result is that the power after the gain section follows the small signal gain. In fact, the usual mode-locked operation requires this sort of balance to establish a stable pulse train. The difference in the present situation is that it does not occur on each individual pulse, but on the average pulse power, even during the pulse period doubling sequence.

The transition from period-two to period-four is also followed by changes in the extracavity optical spectrum, with the emergence of sidebands at 1025 nm, as shown in Fig. 4(b). These sidebands persist up to $I_{\text{pump}} = 969$ mA and disappear when $I_{\text{pump}} < 829$ mA, suggesting that it is associated with period quadrupling, when pulses with greater intensities arise. However, for the bifurcation around $I_{\text{pump}} = 545$ mA, no transition was observed either in the average power or in the optical spectrum. This happens because, in the transition from regular regime to period-two, a small modulation gradually appears in the pulse intensities, whereas, in the bifurcation to period-four, occurs an abrupt change with immediate appearance of large pulses, making it possible to access nonlinearities previously unreachable. Larger intensities are associated with larger self-phase modulation, which broadens the optical spectrum.

A clear experimental signature of the transitions between different dynamical regimes is shown in Fig. 5(a), where the nonlinear transmission T as a function of P_{Total} is presented. Note that the inclination of the curve changes around $P_{\text{Total}} = 165$ mW (or $I_{\text{pump}} = 545$ mA), which coincides with the period doubling. As pointed out, this bifurcation was not manifested in individual power measurements or in the optical spectrum, so that the nonlinear transmission curve brings more information and appears as a more complete characterization for the study of nonlinear dynamics of the laser. The transition to period-four occurs at $P_{\text{Total}} \approx 247$ mW, which corresponds to $I_{\text{pump}} = 829$ mA, in agreement with the previous results in Fig. 4. These transitions are better visualized in the derivative of T with respect

to P_{Total} shown in Fig. 5(b), where abrupt changes occur for each bifurcation, making clear the existence of three different windows that relate to (I) regular mode-locked, (II) period-two and (III) period-four regimes. These discontinuities are a consequence of the changes in the NPR which occur for the different dynamical regimes.

Many numerical models have been proposed to describe the dynamics of MLFL. However, accurate quantitative comparison between experiments and theory is difficult to achieve, due to the complexity of the physical system and the large number of parameters affecting the resulting dynamics [19,20]. Any of those models could be used to show that dynamical systems undergoing bifurcation display sudden variations in the average value of the dynamical variables [21]. The average power in lasers is just another example, as seen for instance in the average power of far infrared gas lasers with saturable absorber [22]. In this last reference has been shown that the average power emitted by the laser has a sudden change in its slope as the pump power is scanned through bifurcations leading to different dynamical regimes. We show a similar phenomenon in our system in Fig. 5.

4. Conclusions

In conclusion, we have measured the internal nonlinear transmission curve of an Yb MLFL. We have performed measurements while the laser performs transitions between the standard mode-locking, to period-two and period-four regime in the pulse energy. It is shown that this curve presents a clear experimental signature of the dynamical regime transitions where the slope suddenly varies as the regime changes. We have shown that the evolution of the intracavity and extracavity average powers are different, due to the variation of the NPR as the pump power increases. However, P_{Total} presents a linear behavior, demonstrating complementary character of P_{Intra} and P_{Extra} , which is a direct consequence of the energy conservation. As a next step, we are interested in extending the use of the nonlinear transmission curve to study harmonic mode-locking and multi-pulsing regimes and preliminary measurements in this direction have already been performed.

CRedit authorship contribution statement

Cecília L.A.V. Campos: Conceptualization, Validation, Investigation, Writing - original draft. Lucas B.A. Melo: Software, Resources, Conceptualization. Hugo L.D. de S. Cavalcante: Formal analysis, Writing - review & editing. Lúcio H. Acioli: Formal analysis, Writing - review & editing. Marcio H.G. de Miranda: Supervision, Writing - review & editing.

Acknowledgments

This work was supported by the Brazilian research agencies CNPq (441668/2014-3, INCT-IQ 465469/2014-0), CAPES (PRONEX 534/2018, 23038.003382/2018-39), and FACEPE (APQ - 1178 - 1.05/14).

References

- [1] L.B.A. Melo, G.F.R. Palacios, P.V. Carelli, L.H. Acioli, J.R.R. Leite, M.H.G. de Miranda, Deterministic chaos in an ytterbium-doped mode-locked fiber laser, *Opt. Express* 26 (10) (2018) 13686–13692, <http://dx.doi.org/10.1364/OE.26.013686>, URL <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-26-10-13686>.
- [2] A.F.J. Runge, C. Aguergaray, N.G.R. Broderick, M. Erkintalo, Raman rogue waves in a partially mode-locked fiber laser, *Opt. Lett.* 39 (2) (2014) 319–322, <http://dx.doi.org/10.1364/OL.39.000319>, URL <http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-39-2-319>.
- [3] Z. Liu, S. Zhang, F.W. Wise, Rogue waves in a normal-dispersion fiber laser, *Opt. Lett.* 40 (7) (2015) 1366–1369, <http://dx.doi.org/10.1364/OL.40.001366>, URL <http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-40-7-1366>.
- [4] A.F.J. Runge, N.G.R. Broderick, M. Erkintalo, Observation of soliton explosions in a passively mode-locked fiber laser, *Optica* 2 (1) (2015) 36–39, <http://dx.doi.org/10.1364/OPTICA.2.000036>, URL <http://www.osapublishing.org/optica/abstract.cfm?URI=optica-2-1-36>.
- [5] P. Grelu, N. Akhmediev, Dissipative solitons for mode-locked lasers, *Nat. Photonics* 6 (2) (2012) 84, <http://dx.doi.org/10.1038/nphoton.2011.345>.
- [6] S. Zhou, D.G. Ouzounov, F.W. Wise, Passive harmonic mode-locking of a soliton Yb fiber laser at repetition rates to 1.5 GHz, *Opt. Lett.* 31 (8) (2006) 1041–1043, <http://dx.doi.org/10.1364/OL.31.001041>, URL <http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-31-8-1041>.
- [7] F. Li, P.K.A. Wai, J.N. Kutz, Geometrical description of the onset of multi-pulsing in mode-locked laser cavities, *J. Opt. Soc. Amer. B* 27 (10) (2010) 2068–2077, <http://dx.doi.org/10.1364/JOSAB.27.002068>, URL <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-27-10-2068>.
- [8] A. Komarov, H. Leblond, F. Sanchez, Multistability and hysteresis phenomena in passively mode-locked fiber lasers, *Phys. Rev. A* 71 (2005) 053809, <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.71.053809>, URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.71.053809>.
- [9] A. Haboucha, A. Komarov, H. Leblond, F. Sanchez, G. Martel, Mechanism of multiple pulse formation in the normal dispersion regime of passively mode-locked fiber ring lasers, *Opt. Fiber Technol., Mater. Devices Syst.* 14 (4) (2008) 262–267, <http://dx.doi.org/10.1016/j.yofte.2008.01.001>.
- [10] A. Chong, W.H. Renninger, F.W. Wise, All-normal-dispersion femtosecond fiber laser with pulse energy above 20nJ, *Opt. Lett.* 32 (16) (2007) 2408–2410, <http://dx.doi.org/10.1364/OL.32.002408>, URL <http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-32-16-2408>.
- [11] B. Ortaç, M. Baumgartl, J. Limpert, A. Tünnermann, Approaching microjoule-level pulse energy with mode-locked femtosecond fiber lasers, *Opt. Lett.* 34 (10) (2009) 1585–1587, <http://dx.doi.org/10.1364/OL.34.001585>, URL <http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-34-10-1585>.
- [12] L. Nelson, D. Jones, K. Tamura, H. Haus, E. Ippen, Ultrashort-pulse fiber ring lasers, *Appl. Phys. B* 65 (2) (1997) 277–294, <http://dx.doi.org/10.1007/s003400050273>.
- [13] H.A. Haus, J.G. Fujimoto, E.P. Ippen, Structures for additive pulse mode locking, *J. Opt. Soc. Amer. B* 8 (10) (1991) 2068–2076, <http://dx.doi.org/10.1364/JOSAB.8.002068>, URL <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-8-10-2068>.
- [14] M. Hofer, M.E. Fermann, F. Haberl, M.H. Ober, A.J. Schmidt, Mode locking with cross-phase and self-phase modulation, *Opt. Lett.* 16 (7) (1991) 502–504, <http://dx.doi.org/10.1364/OL.16.000502>, URL <http://ol.osa.org/abstract.cfm?URI=ol-16-7-502>.
- [15] C.R. Jones, J.N. Kutz, Stability of mode-locked pulse solutions subject to saturable gain: computing linear stability with the Floquet–Fourier–Hill method, *J. Opt. Soc. Amer. B* 27 (6) (2010) 1184–1194, <http://dx.doi.org/10.1364/JOSAB.27.001184>, URL <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-27-6-1184>.
- [16] N.R. Newbury, B.R. Washburn, Theory of the frequency comb output from a femtosecond fiber laser, *IEEE J. Quantum Electron.* 41 (11) (2005) 1388–1402, <http://dx.doi.org/10.1109/JQE.2005.857657>.
- [17] N. Akhmediev, J.M. Soto-Crespo, G. Town, Pulsating solitons, chaotic solitons, period doubling, and pulse coexistence in mode-locked lasers: Complex Ginzburg–Landau equation approach, *Phys. Rev. E* 63 (2001) 056602, <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.63.056602>, URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.63.056602>.
- [18] H. Wei, B. Li, W. Shi, X. Zhu, R.A. Norwood, N. Peyghambarian, S. Jian, General description and understanding of the nonlinear dynamics of mode-locked fiber lasers, *Sci. Rep.* 7 (2017) 1292, <http://dx.doi.org/10.1038/s41598-017-01334-x>.
- [19] S. Wang, A. Docherty, B.S. Marks, C.R. Menyuk, Boundary tracking algorithms for determining the stability of mode-locked pulses, *J. Opt. Soc. Amer. B* 31 (11) (2014) 2914–2930, <http://dx.doi.org/10.1364/JOSAB.31.002914>, URL <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-31-11-2914>.
- [20] S. Wang, B.S. Marks, C.R. Menyuk, Comparison of models of fast saturable absorption in passively modelocked lasers, *Opt. Express* 24 (19) (2016) 20228–20244, <http://dx.doi.org/10.1364/OE.24.020228>, URL <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-24-18-20228>.
- [21] H.L.D.S. Cavalcante, J.R. Rios Leite, Bifurcations and averages in the logistic map, *Dyn. Stab. Syst.* 15 (1) (2000) 35–41, <http://dx.doi.org/10.1080/026811100281910>.
- [22] L.B. Oliveira-Neto, G.J.F.T. da Silva, A.Z. Khoury, J.R. Rios Leite, Average intensity and bifurcations in a pulsed laser, *Phys. Rev. A* 54 (1996) 3405–3408, <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.54.3405>, URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.54.3405>.

ANEXO B – DISCRETE EVOLUTION OF TEMPORAL SEPARATION AND RELATIVE PHASE FOR BOUND SOLITONS IN A MODE-LOCKED Yb FIBER LASER



Research Article

Vol. 3, No. 6 / 15 June 2020 / OSA Continuum 1490

OSA CONTINUUM

Discrete evolution of temporal separation and relative phase for bound solitons in a mode-locked Yb fiber laser

CECÍLIA L. A. V. CAMPOS, LUCAS B. A. MÉLO, LÚCIO H. ACIOLI,
AND MARCIO H. G. DE MIRANDA*

Departamento de Física, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Pernambuco 50670-901, Brazil
*mhgm@df.ufpe.br

Abstract: We report experimental measurements of structural soliton pairs in a mode-locked Yb-doped fiber laser. The quantization of the temporal separation and relative phase between the pair of dissipative solitons is clearly observed and, most interestingly, the transitions between different states as the pump power is varied show abrupt jumps. This is a clear signature of the discrete nature of the stable pair states. The typical separations are of the order of 1 ps and the separation changes are of the order of 100 fs, while the relative phase of the pulses jumps between $\pi/2 \rightarrow \pi/4 \rightarrow \pi/2$ as the pump power is increased.

© 2020 Optical Society of America under the terms of the [OSA Open Access Publishing Agreement](#)

1. Introduction

The mode-locked operation of fiber lasers is strongly determined by the intrinsic intracavity optical nonlinearities. As a result, these systems are particularly rich in a multitude of different nonlinear dynamic phenomena they may present. Mentioning few examples, deterministic chaos [1], rogue waves [2], soliton explosion [3] and multi-pulsing regime [4,5] have all been observed in this kind of system. The interest in mode-locked fiber lasers (MLFL) is also justified by the many applications they find in different areas, enhancing the importance of a better understanding of the generation and manipulation of optical solitons. It has been demonstrated that solitons can be manipulated by controlling the MLFL cavity parameters, like intensity and dispersion. MLFL are dissipative systems and therefore can generate dissipative solitons. This kind of soliton can exist in several regimes, ranging from single to multi-pulse ones [5]. This last case is also referred to as multi-soliton bound state, or more oftenly soliton molecules, and has attracted much interest since Malomed [6] first predicted the existence of bound solitons in dissipative systems.

Even being fundamentally different, the analogy between solitons and atoms is interesting because of the similarities in behavior of waves and particles. Single solitons can be bounded and form two [7], three [8], and even 2 + 2 soliton molecular complexes [9]. For optical soliton molecules, the relevant internal degrees of freedom are temporal separation, τ , and relative phase, $\Delta\phi$ [4,9]. Observing how τ and $\Delta\phi$ evolve is important because it gives further information about the bound state of the soliton molecules, such as quantization of the temporal separation [7] and the oscillations observed in the relative pulse phase [10]. To measure these parameters, the Dispersive Fourier Transform (DFT) [11] is a real time technique that provides τ and $\Delta\phi$ as the solitons evolve per round trip in the laser cavity [9,10]. Despite being a powerful technique, it requires relatively fast oscilloscope and photodetectors, which may not be available. On the other hand, performing average measurements with pulse trains is simpler to implement and still gives reliable information about τ and $\Delta\phi$. These parameters can be measured as function of the laser pump power, which will be the focus of this work.

The quantized temporal separation in optical soliton pair molecule was first reported in an Er MLFL by Soto-Crespo *et al.* [7]. Wang *et al.* [12] reported this effect in a Tm MLFL. Both references explain this phenomenon using Kelly side bands, where the energy of the pulses

#388673

<https://doi.org/10.1364/OSAC.388673>

Journal © 2020

Received 21 Jan 2020; revised 5 May 2020; accepted 14 May 2020; published 29 May 2020

is redistributed in the laser cavity as the amplitude of the pulse gets higher. Gui *et al.* [13] reports discrete behavior of τ in an Er MLFL with a saturable absorber of carbon nanotubes. They consider the effect as a result from the balance of repulsive and attractive forces caused by nonlinear effects (cross phase modulation, saturated gain and saturated absorption) and dispersion. They also claim the change of τ as the pump power grows but they do not show its evolution nor a clear signature of the quantized jumps from one separation to the next. None of these references claim that the phase was also quantized.

In this work we present the evolution of temporal separation and relative phase for a bound soliton pair in an Yb MLFL, showing discrete jumps for both parameters. The optical spectra and autocorrelations are measured by averaging over pulse trains, as the laser pump power varies. Three different values for the distance between the solitons were observed, with the relative phase following the same behavior.

2. Experiment

The experimental setup is schematically represented in Fig. 1(a). The laser cavity has a ring configuration with unidirectional operation, ensured by an optical isolator (FI). The gain medium is a highly Yb-doped fiber CorActive Yb214, with absorption coefficient of 1348 dB/m at 976 nm and length of 22 cm. The pump source is a fiber-coupled diode laser (DL), driven by a temperature and current controller, emitting at 976 nm. The pump is coupled into the gain medium through a wavelength division multiplexer (WDM), with an efficiency of 89%. A pair of GRIN collimators is used to couple the beam from the fiber medium to the free-space section and then back to the fiber medium, providing optical grating with an efficiency of 35%. To manage the total intracavity dispersion, a grating pair with 600 lines/mm and reflectivity of 65% per pass is used. The proper adjustment of the distance between the grating pair sets the operation of the laser at either normal or anomalous net dispersion regime. For the results presented here, the gratings are separated by 3.1 cm, leading to a negative overall cavity dispersion of $\approx -0.004 \text{ ps}^2$, which is slightly anomalous. Passive mode-locking is achieved (Fig. 1(b) and (c)) via nonlinear polarization rotation (NPR), although other mode-locking techniques are also available using 2D material-based such as graphene as ultrawide-band saturable absorbers [14–16]. A set of waveplates and a polarizing beamsplitter (PBS) are included to control the polarization of the light, where the PBS also acts as an output coupler. When mode-locked, the laser presents a fundamental repetition rate of 120 MHz and optical spectrum centered in 1017 nm.

In order to obtain the double pulse regime the procedure is the following: first, the Yb laser must be in the mode-locked regime, with a slightly negative net group dispersion. The pump power must be high compared to the minimum power necessary to achieve mode-locking since it is widely known that multiple pulses per round trip are favored by this condition. There is a relatively small range of values for the waveplates where this happens for our laser. In the sequence, the half-waveplate is tuned to increase the output power (therefore decreasing the feedback to the laser cavity). The spectrum of the output pulses is continuously monitored. Finally, at a certain point, the output power suffers an abrupt decrease and the spectrum will show a transition from one to two pulses with the appearance of the fringes, which are characteristic of this regime.

To initiate data acquisition, I_{pump} is decreased to the verge of the single pulse mode-locked regime. From there, I_{pump} was systematically incremented at regular steps of 4 mA, keeping all the others parameters fixed, such as the orientation of the waveplates and the distance between the grating pair. Meanwhile, the average optical spectrum and the interferometric autocorrelation of the signal were continuously monitored. Data acquisition was automated by a custom LabVIEW program, involving an optical spectrum analyzer (Ocean Optics HR4000), an 1 GHz oscilloscope (Keysight DSO7104B) and a home-made interferometric autocorrelator connected to the oscilloscope. At each step, the optical spectrum and the oscilloscope trace of

a)

b)

c)

temporal width, the spectral intensity can be written as:

$$S(\Delta\omega) = A \operatorname{sech}^2\left(\frac{\Delta\omega}{a}\right)[1 + b^2 + 2b \cos(\Delta\omega\tau + \Delta\phi)], \quad (3)$$

where A is the amplitude and a is proportional to the spectral width. For fixed relative phase $\Delta\phi$, b is the ratio for the amplitudes of the two pulses and determines the optical visibility of the spectral interference, with $b = 1$ corresponding to full modulation depth. However, Ortaç *et al.* [17] showed that limited modulation depth takes place when some fast dynamics occurs in the phase difference between the pulses. In fact, recent results using DFT measurements have reported the observation of evolving phase difference, including oscillatory behavior and drifting dynamics in the time scale for a few roundtrips [9,10,18]. In our measurements the averaging times are of the order of milliseconds, corresponding to $\approx 10^5$ pulses, what implies that b is the visibility and may be smaller than one, even if the pulses have the same amplitude. Thus, the spectrum allows one to retrieve τ and $\Delta\phi$, where $\Delta\phi$ is the average relative phase.

Figures 2(a)-(c) show the optical spectra of two bound solitons. The dots correspond to experimental data, while the red lines are numerical fits using Eq. (3). The optical spectrum is recorded as the pump power is increased. An interesting phenomenon is observed when P_{pump} is raised from 315 mW to 460 mW (Fig. 2(d)). At first, the modulation period is $\Delta\lambda \approx 3.15$ nm, corresponding to a distance between the solitons of 1.09 ps. This modulation remains practically constant until P_{pump} reaches 345 mW and an abrupt transition indicates that the temporal separation has changed. The solitons are now closer ($\tau = 0.97$ ps) and the spectrum presents a modulation period of $\Delta\lambda \approx 3.57$ nm. Increasing P_{pump} further leads to another transition at 411 mW, when the period jumps to $\Delta\lambda \approx 3.88$ nm, indicating that τ stabilizes at 0.89 ps. The sudden changes in the spectrum reveal the discrete nature of the separation between the bound solitons with respect to the total intracavity energy. It is in agreement with theoretical predictions of the quantization of the temporal separation between soliton molecules, as well as of the binding energy of two bound solitons [7,19]. The temporal overlap of the pulse pairs exiting the cavity is very small, but one must remind that our laser operates in the stretched-pulse regime [20], and the pulse duration varies dramatically during one round trip. In the region of maximum stretch the pulse overlap increases and the nonlinear cross-phase modulation (XPM) leads to an effective attractive force between the pulses [13,21]. Hence, increments in the pump power foment a more pronounced XPM, bringing the pulses closer as P_{pump} increases.

The interferometric autocorrelation of the output signal is also monitored during the experiment, presenting an excellent agreement with the temporal separations indicated by the modulated spectra. The oscilloscope autocorrelation traces, normalized to 8 (arbitrary units), are presented in Fig. 3(a)-(c) for some representative cases. The side peaks are the interferometric cross-correlation of the bound pulses, which are expected to have a peak value of 4.5 in the case of pulses presenting the same amplitude and fixed phase relationship [22]. That is not the case for the presented data, which may be an indication that the pulses do not have the same amplitude. In this situation, they present different phase velocities due to the Kerr effect, followed by different phase shifts per round trip, which could be responsible for the reduced optical visibility observed in the optical spectra [17]. Figure 3(d) shows how the autocorrelation evolves with P_{pump} . The discrete nature of the distance between the pulses is evident. The values of P_{pump} for which the jumps occur are in full agreement with those reported in the analysis of the optical spectrum. This experimental observation is in conformity with the theoretical predictions reported in [19], in which the relative positions allowed for bound states are separated by approximately the same temporal distance, in this case, approximately 100 fs.

The phase of optical soliton molecule is also studied for nonconservative systems in order to infer how stable these molecules can be. Using standard perturbative analysis for soliton interaction, Malomed [6] has shown that stationary stable solutions for two solitons in the form of bound states can be in-phase (0) or out-of-phase (π). Using a variational method for the

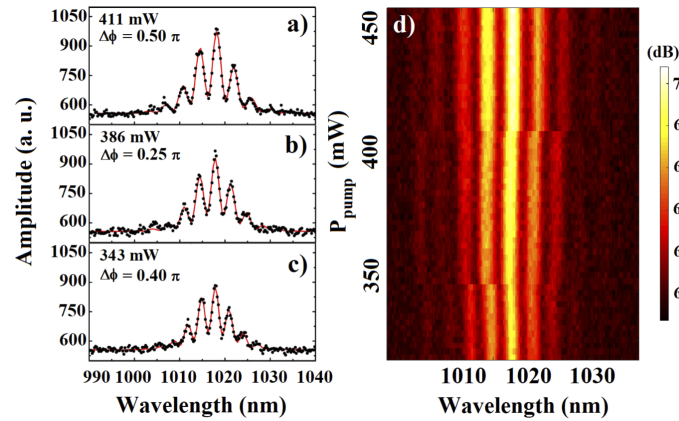


Fig. 2. Average spectra recorded by the OSA: (a) - (c) Experimental data (dots) and fitting results (red lines) for different pump powers; (d) Evolution of optical spectrum with pump power.

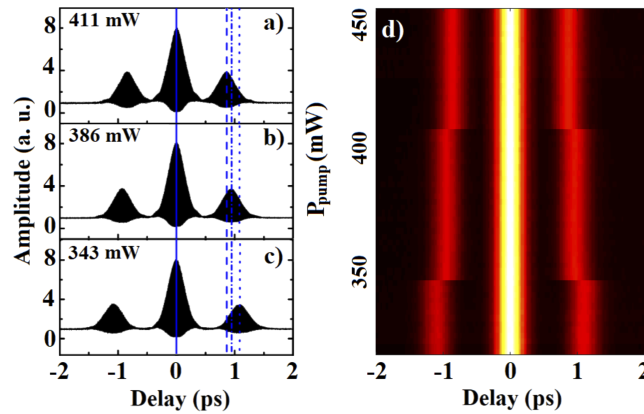


Fig. 3. Interferometric autocorrelation for different pump powers, showing temporal separation of approximately (a) 1.09 ps, (b) 0.97 ps and (c) 0.89 ps. (d) Evolution of interferometric autocorrelation with pump power.

cubic-quintic Ginzburg Landau equation, Akhmediev *et al.* [4] has reported that there are stable solutions for two solitons with a $\pi/2$ phase difference between them. Komarov *et al.* [19] reported that the temporal distances and the relative phases between solitons in a steady state have quantized values to minimize nonlinear losses of the field structure. They also verified that phase values of 0, π and $\pi/2$ between a soliton pair can coexist.

In Fig. 2(a)-(c), the average optical spectra are asymmetrical, meaning that relative phase is neither zero nor π . A phase difference of $\pi/2$, which leads to spectral asymmetry, is often related to bound solitons in anomalous dispersion regime, by both experimental observation

and numerical analysis [4,7,22,23]. But any phase other than an integer multiple of π will also result in asymmetries in the spectrum. The evolution of τ and $\Delta\phi$ with P_{pump} we obtain from our experimental data shown in Fig. 4. As indicated by the evolution of the optical spectrum and the autocorrelation, τ remains essentially constant at each window, before the sudden transitions that occurs at 345 mW and 411 mW. The relative phase follows similar behavior. At first, when the pulses are 1.09 ps apart, the average relative phase is close to but less than $\pi/2$. Increasing P_{pump} , as the pulses jump to a separation of 0.97 ps, the phase difference also changes to $\pi/4$. Only in the last scenario, when the pulses stabilize at 0.89 ps, the relative phase has values around $\pi/2$. The polar representation in Fig. 5 provides a better visualization, making clear the discrete nature of the transitions.

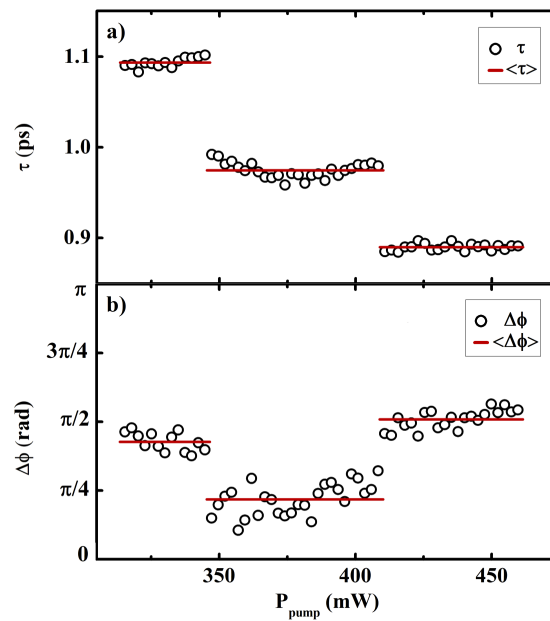


Fig. 4. (a) Dependence of temporal separation and (b) relative phase between solitons as function of pump power. The black circles are the experimental data and the red lines are the average values for τ (1.09 ps, 0.97 ps and 0.89 ps) and $\Delta\phi$ (0.43π , 0.22π and 0.51π) in each pump power window.

Despite the averaging process over approximately 10^5 bound solitons, which is inherent to our data acquisition, we can say that the values of the relative phase fluctuate around an approximately constant value $\langle\Delta\phi\rangle$ for each window of P_{pump} . As shown in Fig. 4(a)-(b), the deviation in $\Delta\phi$ is greater than in τ . It is a consequence of the limitation in determining the center frequency, ω_0 . The evolution of ω_0 with P_{pump} obtained from our fitting procedure presents fluctuations around an average value of $\omega_0 = 1852.8(2) \times 10^{12}$ rad/s. These fluctuations are insufficient to account for the magnitude of the discrete jumps observed in $\Delta\phi$. Moreover, the jumps happen at two specific points that coincide for both $\Delta\phi$ and τ . Inside each window, there is a clear tendency around the previously claimed values for $\Delta\phi$ and τ , stressing the discrete nature that both parameters present

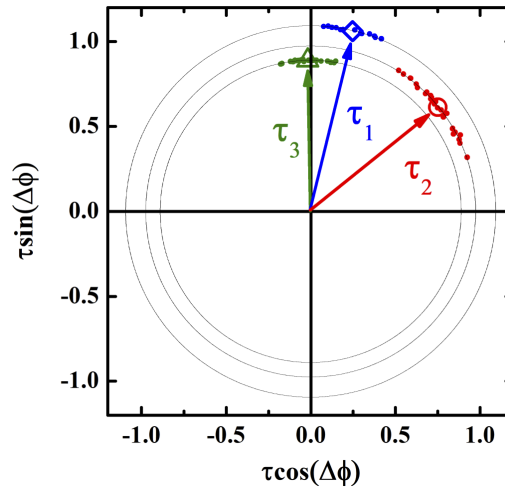


Fig. 5. Polar representation for temporal separation and relative phase between solitons, as the pump power is varied. $\tau_1 = 1.09$ ps and $\langle\Delta\phi\rangle = 0.43\pi$ (blue), $\tau_2 = 0.97$ ps and $\langle\Delta\phi\rangle = 0.22\pi$ (red), and $\tau_3 = 0.89$ ps and $\langle\Delta\phi\rangle = 0.51\pi$ (green). The big symbols, blue diamond, red circle and green triangle are the average values of $\Delta\phi$.

with increments in total intracavity energy. None of the previous works concerning quantized temporal separation between soliton molecules have shown clearly this discrete evolution.

4. Conclusion

In conclusion, we report the experimental observation of quantized temporal separation between two bound solitons in an Yb doped mode-locked fiber laser. As the total intracavity energy is increased, we observe transitions between the bound soliton states accompanied by transitions in the relative phase of the pulses. We observe that the temporal separation τ undergoes jumps of ≈ 100 fs and $\Delta\phi$ takes average values close to $\pi/2$, $\pi/4$ and $\pi/2$ for each P_{pump} window. Both τ and $\Delta\phi$ take discrete values to minimize nonlinear losses in the solitons field structure [19]. As the laser operates in the stretched-pulse regime, our experimental results indicate that the overlap of the pulses promotes a direct nonlinear interaction responsible to bring the pulses closer at larger intracavity energy.

Funding

Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (441668/2014-3, INCT-IQ 465469/2014-0); Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (23038.003382/2018-39, PRONEX 534/2018); Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco (APQ - 1178 - 1.05/14).

Acknowledgments

We thank M. D. Croitoru and B. A. Malomed for fruitful discussions.

Disclosures

The authors declare no conflicts of interest.

References

1. L. B. A. Mélo, G. F. R. Palacios, P. V. Carelli, L. H. Acioli, J. R. R. Leite, and M. H. G. de Miranda, "Deterministic chaos in an ytterbium-doped mode-locked fiber laser," *Opt. Express* **26**(10), 13686–13692 (2018).
2. A. F. J. Runge, C. Agueraray, N. G. R. Broderick, and M. Erkintalo, "Raman rogue waves in a partially mode-locked fiber laser," *Opt. Lett.* **39**(2), 319–322 (2014).
3. A. F. J. Runge, N. G. R. Broderick, and M. Erkintalo, "Observation of soliton explosions in a passively mode-locked fiber laser," *Optica* **2**(1), 36–39 (2015).
4. N. N. Akhmediev, A. Ankiewicz, and J. M. Soto-Crespo, "Multisoliton solutions of the complex ginzburg-landau equation," *Phys. Rev. Lett.* **79**(21), 4047–4051 (1997).
5. F. Li, P. K. A. Wai, and J. N. Kutz, "Geometrical description of the onset of multi-pulsing in mode-locked laser cavities," *J. Opt. Soc. Am. B* **27**(10), 2068–2077 (2010).
6. B. A. Malomed, "Bound solitons in the nonlinear schrödinger–ginzburg-landau equation," *Phys. Rev. A* **44**(10), 6954–6957 (1991).
7. J. M. Soto-Crespo, N. Akhmediev, P. Grelu, and F. Belhache, "Quantized separations of phase-locked soliton pairs in fiber lasers," *Opt. Lett.* **28**(19), 1757–1759 (2003).
8. X. Li, Y. Wang, W. Zhang, and W. Zhao, "Experimental observation of soliton molecule evolution in yb-doped passively mode-locked fiber lasers," *Laser Phys. Lett.* **11**(7), 075103 (2014).
9. Z. Q. Wang, K. Nithyanandan, A. Coillet, P. Tchofo-Dinda, and P. Grelu, "Optical soliton molecular complexes in a passively mode-locked fibre laser," *Nat. Commun.* **10**(1), 830 (2019).
10. G. Herink, F. Kurtz, B. Jalali, D. R. Solli, and C. Ropers, "Real-time spectral interferometry probes the internal dynamics of femtosecond soliton molecules," *Science* **356**(6333), 50–54 (2017).
11. K. Goda and B. Jalali, "Dispersive fourier transformation for fast continuous single-shot measurements," *Nat. Photonics* **7**(2), 102–112 (2013).
12. P. Wang, X. Xiao, and C. Yang, "Quantized pulse separations of phase-locked soliton molecules in a dispersion-managed mode-locked tm fiber laser at 2 μm ," *Opt. Lett.* **42**(1), 29–32 (2017).
13. L. Gui, X. Xiao, and C. Yang, "Observation of various bound solitons in a carbon-nanotube-based erbium fiber laser," *J. Opt. Soc. Am. B* **30**(1), 158–164 (2013).
14. B. Fu, Y. Hua, X. Xiao, H. Zhu, Z. Sun, and C. Yang, "Broadband graphene saturable absorber for pulsed fiber lasers at 1, 1.5, and 2 μm ," *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **20**, 1100705 (2014).
15. C. Ma, C. Wang, B. Gao, J. Adams, G. Wu, and H. Zhang, "Recent progress in ultrafast lasers based on 2d materials as a saturable absorber," *Appl. Phys. Rev.* **6**(4), 041304 (2019).
16. B. Fu, J. Sun, G. Wang, C. Shang, Y. Ma, J. Ma, L. Xu, and V. Scardaci, "Solution-processed two-dimensional materials for ultrafast fiber lasers," *Nanophotonics* (2020). <https://doi.org/10.1515/nanoph-2019-0558>.
17. B. Ortaç, A. Zaviyalov, C. K. Nielsen, O. Egorov, R. Iliew, J. Limpert, F. Lederer, and A. Tünnermann, "Observation of soliton molecules with independently evolving phase in a mode-locked fiber laser," *Opt. Lett.* **35**(10), 1578–1580 (2010).
18. K. Krupa, K. Nithyanandan, U. Andral, P. Tchofo-Dinda, and P. Grelu, "Real-time observation of internal motion within ultrafast dissipative optical soliton molecules," *Phys. Rev. Lett.* **118**(24), 243901 (2017).
19. A. Komarov, K. Komarov, and F. Sanchez, "Quantization of binding energy of structural solitons in passive mode-locked fiber lasers," *Phys. Rev. A* **79**(3), 033807 (2009).
20. K. Tamura, E. P. Ippen, H. A. Haus, and L. E. Nelson, "77-fs pulse generation from a stretched-pulse mode-locked all-fiber ring laser," *Opt. Lett.* **18**(13), 1080–1082 (1993).
21. M. Olivier and M. Piché, "Origin of the bound states of pulses in the stretched-pulse fiber laser," *Opt. Express* **17**(2), 405–418 (2009).
22. P. Grelu, F. Belhache, F. Guty, and J. M. Soto-Crespo, "Relative phase locking of pulses in a passively mode-locked fiber laser," *J. Opt. Soc. Am. B* **20**(5), 863–870 (2003).
23. P. Grelu, J. Béal, and J. M. Soto-Crespo, "Soliton pairs in a fiber laser: from anomalous to normal average dispersion regime," *Opt. Express* **11**(18), 2238–2243 (2003).