UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO - CAA
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE

CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA ESCOLAR NO LIVRO DIDÁTICO: UMA ANÁLISE DO LIVRO "PRATICANDO MATEMÁTICA"

JEREMIAS BATISTA SANTOS

Caruaru
2014

JEREMIAS BATISTA SANTOS

CONCEPÇÕES DE ÁLGEBRA ESCOLAR NO LIVRO DIDÁTICO: UMA ANÁLISE DO LIVRO "PRATICANDO MATEMÁTICA"

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à disciplina TCC II como requisito obrigatório para obtenção do título de licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Pernambuco – Centro Acadêmico do Agreste.

Orientador: José Dílson Beserra Cavalcanti

CARUARU, 2014

Catalogação na fonte:
Bibliotecária – Paula Silva CRB/4-1223

S237c Santos, Jeremias Batista.
Concepções de álgebra escolar no livro didático: uma análise do livro “praticando matemática”. / Jeremias Batista Santos. – Caruaru, 2014.
70 f., il.; 30 cm.

Orientador: José Dilson Beserra Cavalcanti.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Matemática - Licenciatura, 2014.
Inclui referências.

1. Álgebra – Estudo e ensino. 2. Concepção. 3. Livro didático. 4. Ensino fundamental – Caruaru (PE). 5. Educação matemática. I. Cavalcanti, José Dilson Beserra (Orientador). II. Título.

371.12 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2014-132)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE

NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE

Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática

ATA DE DEFESA DE TCC DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO - CAMPUS CARUARU

Às 14h30 do dia 2 do mês de setembro do ano de 2014, (14h30, 2/09/2014) na sala do LEMAPE reuniu-se a banca examinadora composta pelos professores José Dílson Beserra Cavalcanti (orientador), Edelweis José Tavares Barbosa (examinadora externa- SME/Tuparetama), e a Cristiane de Arimatéa Rocha (examinadora interna UFPE/CAA) para defesa pública de **Jeremias Batista Santos** do Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática **Concepções de álgebra escolar no livro didático: uma análise do livro "Praticando Matemática"**. O licenciando apresentou o trabalho e foi arguido pela banca que por unanimidade atribuiu a menção **Aprovado**, com a nota 9,0 (nove).

Orientador: ____

Examinador 1 ____

Examinador 2 ____

DEDICATÓRIA

Dedico esse trabalho a todos que contribuíram direta e indiretamente para a realização do mesmo.

Em especial dedico a minha esposa Alexandra por toda motivação, paciência e amor que com certeza foram fundamentais durante percurso de realização desse trabalho.

AGRADECIMENTOS

Agradeço...

A todos os amigos e colegas que de alguma forma, seja um incentivo ou na busca de material para a pesquisa;

A minha esposa Alexandra por toda a força e carinho.(meu Porto Seguro)

A meus pais que apesar de nenhum dos dois terem completado a Educação Básica plantaram em min a semente do estudo.

A todos os meus professores que tanto me motivaram na busca pelo conhecimento servindo principalmente de fonte de inspiração.

A meu orientador professor Dílson Cavalcanti por todos os ensinamentos, com certeza, valiosos e toda força durante a construção desse trabalho que sem dúvida ficarão marcados em minha carreira acadêmica.

Agradeço ao professor Edelweis Tavares e a professora Cristiane Rocha por suas sugestões que muito contribuíram para a melhoria do trabalho.

RESUMO

Considerando as experiências vividas durante o curso de Licenciatura em Matemática no Campus Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco-CAA/UFPE, propomo-nos, como trabalho de conclusão do curso, a analisar uma coleção de livros didáticos. Particularmente, a análise teve como finalidade classificar as atividades de Álgebra da coleção Praticando a Matemática. A classificação tomou como referência, em linhas gerais, a ideia de Concepções de Álgebra. Nesse contexto, discutimos os trabalhos de Fiorentini et al (1993), Usiskin (1995) e Lins e Gimenez (1997). A partir da discussão desses três trabalhos, optamos por utilizar as concepções propostas em Usiskin (1995). Entre os resultados principais verificamos que todas as concepções sugeridas por Usiskin(1995) são encontradas ao longo da coleção, entretanto observamos que algumas concepções são mais frequentes que outras na coleção. Também que por volumes alguma(s) concepção (ões) tem maior frequência. Identificamos que duas das concepções são comuns em todos os livros da coleção

Palavras-chaves: Concepções de álgebra, Livro didático, Ensino fundamental e Educação algébrica.

SUMÁRIO

Capitulo 1 .... **10**

Introdução **11**

Objetivos **15**

Objetivo geral **16**

Objetivos específicos **16**

Capitulo 2 .... **17**

A Álgebra escolar **18**

2.1. A Álgebra nos documentos curriculares **19**

2.2. As concepções de Álgebra **23**

2.2.1. As concepções de Álgebra de Fiorentini et al (1993) **23**

2.2.2. As concepções de Álgebra de Usiskin (1995) **25**

2.2.3. As concepções de Álgebra de Lins e Gimenez (1997) **27**

2.3. O livro didático de Matemática.. **28**

2.4 Considerações gerais a respeito das Concepções de Álgebra escolar........ **30**

Capitulo 3 .... **31**

3.Metodologia **32**

3.1 Da seleção da coleção a ser analisada **33**

3.2 Da coleção escolhida **34**

Capitulo 4 .... **36**

4. Análise **37**

4.1. Volume 1: 6º ano **38**

4.2. Volume 2: 7º ano **41**

4.3. Volume 3: 8º ano **46**

4.4. Volume 4: 9º ano 53

4.5. Comparação geral da coleção 61

Capitulo 5 Considerações finais 64

5. Considerações finais 65

6. Referências 69

CAPÍTULO 1

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

A disciplina Matemática é uma das principais que compõe o currículo da Educação Básica. Por exemplo, no estado de Pernambuco, sua carga horária é quase igual à da destinada à nossa língua materna.

Em relação ao ensino de Matemática na segunda etapa do ensino fundamental, as orientações a nível nacional são fundamentadas, desde o final da década de 90, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998). A nível estadual, em 2008, foi elaborado um documento chamado de Base Curricular Comum (PERNAMBUCO, 2008). Atualmente, essa base curricular foi ampliada em um novo documento, os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012).

Em linhas gerais os PCN (BRASIL, 1998) sugerem que a Matemática da segunda etapa do Ensino Fundamental seja trabalhada contemplando quatro grandes blocos de conteúdos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Já a BCC (PERNAMBUCO, 2008) e os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012) sugerem uma subdivisão do ensino da Matemática em cinco eixos: Números e Operações, Álgebra e Funções, Geometria, Grandezas e Medidas e Estatística e Probabilidade.

Percebemos nessas organizações curriculares que, a Álgebra nos PCN (BRASIL, 1998), por exemplo, não é posta como um bloco de conhecimentos. No entanto, à Álgebra é citada como um campo matemático que, está implícito principalmente nos blocos Números e Operações e Grandezas e Medidas. No primeiro, como uma representação de generalização de relações aritméticas e facilitador na resolução de problemas aritméticos extensos. No segundo caso, como uma linguagem capaz de expressar relações entre grandezas.

Na BCC (2008) e nos Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012), por sua vez, percebe-se que há mais ênfase à Álgebra uma vez que, nesses documentos, a Álgebra (Álgebra e Funções) é apresentada como um dos eixos que organizam o conhecimento matemático de referência. Porém, ter um eixo exclusivo para, como dizem Lins e Gimenez (1997), "as coisas da Álgebra", não significa dizer que a Álgebra está alheia aos outros eixos. Isto fica claro em um trecho dos Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012) no qual se pontua que:

> [...] *a Matemática não deve ser encarada como uma justaposição de subdisciplinas estanques, mas como um campo em que os conhecimentos são fortemente articulados entre si. O conceito de número e as operações numéricas, por exemplo, permeiam todas as áreas da Matemática. A resolução de equações algébricas repousa em propriedades dos sistemas numéricos, a medição de grandezas geométricas esteve associada à produção de números, que estão, também, na base da estatística e da probabilidade* (PERNAMBUCO, 2012, p.19,).

Nesse trecho podemos destacar que, embora este conjunto de conhecimentos culturais e científicos o qual denominamos Matemática possa ser dividido em "blocos" (BRASIL, 1998) ou "eixos" (PERNAMBUCO, 2008, 2012), por vezes, essas divisões são complexas com limites muitas vezes adentrando uns nos outros.

No contexto da Educação Matemática, a Álgebra é um objeto que tem motivado o estudo de muitos pesquisadores (e.g. FIORENTINI *et al,* 1993; USISKIN, 1995; LINS e GIMENEZ, 1997; BELTRAME, 2009). Nos documentos curriculares, é possível verificar, também, uma atenção especial ao campo da Álgebra. Por exemplo, a BCC (PERNAMBUCO, 2008) traz a seguinte consideração sobre o campo Álgebra:

> Usualmente, o estudo dos números tem sido associado ao campo da aritmética, enquanto o trabalho com as "letras" tem sido ligado à Álgebra. Na realidade, as tendências atuais em Educação Matemática encaram a Álgebra não mais como um bloco de conteúdos, mas como uma forma de pensar matematicamente, caracterizada, entre outros aspectos, pela busca de generalizações e de regularidades. (PERNAMBUCO, 2008, p.85)

Nesse trecho compreendemos que há um destaque no que diz respeito à importância da Álgebra enquanto linguagem ou forma de pensar. Também, quanto ao fato pensar algebricamente, Lins e Gimenez (1997) afirmam em seu livro que:

> *Por incrível que pareça, não há consenso a respeito do que seja pensar algebricamente. Há, é verdade, um certo consenso a respeito de quais são as coisas da Álgebra: equações, calculo literal, funções, por exemplo, mas mesmo aí há diferenças – gráficos são ou não parte da Álgebra?* (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 89)

Se por um lado a Álgebra escolar pode ser entendida como uma forma de pensar matematicamente, por outro não há uma perspectiva consensual do que seja essa forma de pensar matematicamente. Dessa maneira, compreendemos que há questões há serem ainda estudadas e ajustadas no que diz respeito à Álgebra escolar. Esse fato, em si, talvez até possa ser um elemento que torna complexo tanto a organização do conhecimento algébrico nos livros didáticos, quanto seu ensino e aprendizagem.

Outro ponto que consideramos importante ressaltar refere-se à formação matemática na licenciatura. Em nosso caso, na licenciatura em Matemática do Centro Acadêmico do Agreste da UFPE, podemos dizer que há uma parte referente aos conteúdos de Álgebra na perspectiva da Matemática Avançada e uma pequena parte que discute questões didático-pedagógicas enfocando aspectos pontuais da Álgebra escolar. Nesse último contexto, enquanto estudante da licenciatura, tive a oportunidade de estudar três trabalhos que compreendo serem significativamente relevantes para uma discussão sobre a Álgebra da Educação Básica. São eles:

1. *Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar.* (FIORENTINE *et al,* 1993) - Artigo publicado na revista Pro-Posições (Unicamp).
2. *Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilizações de variáveis.* (USISKIN, 1995) - Capítulo do livro As ideias da Álgebra de Oxford e Shulte traduzido e impresso no Brasil pela editora Atual.
3. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI.* (LINS E GIMENEZ, 1997) - Livro publicado pela editora Papirus.

Esses trabalhos, Fiorentini *et al* (1993), Usiskin (1995) e Lins e Gimenez (1997), em linhas gerais, apresentam classificações a partir de diferentes aspectos, criando o que eles chamaram de concepções de Álgebra. O primeiro trata de Concepções de Educação algébrica, no qual faz uma abordagem histórica da Educação algébrica. Já o segundo sugere concepções de Álgebra baseados no estudo do uso da variável. O terceiro define concepções de Álgebra relacionadas às atividades algébricas. Nosso estudo se baseará nessa perspectiva de concepções da Álgebra. De maneira particular, utilizará como fundamentação principal o estudo de Usiskin (ibid.).

O contexto de nosso estudo envolverá também uma análise de uma coleção de livro didático. É importante destacar que o livro didático de Matemática é um recurso que tem ficado em evidência nas últimas décadas. Referindo-se ao livro didático de Matemática, Beltrame (2009) afirma que o livro é um instrumento que influencia muito as decisões do professor. Conforme Paes (2006), o livro didático *"valida o saber ensinado".* Em nossa opinião, o livro didático, antes de tudo, organiza o saber matemático que deve ser ensinado.

É essa função, de organizar o saber matemático que nos motivou a tomá-lo como objeto de estudo. Dessa maneira, nos interessamos em compreender melhor como o saber algébrico é organizado em uma coleção de livro didático. Portanto, o foco desse trabalho será pautado, em linhas gerais, na classificação das atividades propostas pelo autor do livro didático. Essa classificação, por sua vez, será estruturada tomando como referência as concepções de Álgebra escolar propostas por Usiskin (1995).

Por fim, a estrutura desse TCC será organizada em 5 capítulos. No capítulo 2 será realizada com uma breve discussão enfocando a Álgebra nos documentos curriculares, uma síntese das concepções de Álgebra de Fiorentini *et al* (1993), Usiskin (1995) e Lins e Gimenez (1997) e logo uma breve discussão sobre o livro didático de Matemática. No capítulo 3 descreveremos a metodologia utilizada na construção da pesquisa. O capítulo 4 será destinado à análise dos dados. Por fim, no capítulo 5, apresentaremos as considerações finais remarcando os principais resultados, as implicações e encaminhamentos para futuros estudos.

OBJETIVOS

OBJETIVO GERAL

Este trabalho tem como objetivo geral investigar as concepções de Álgebra nas atividades de uma coleção de livros didáticos de Matemática da segunda etapa do Ensino Fundamental.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS.

- Identificar as atividades de Álgebra de cada livro da coleção;
- Analisar as atividades de Álgebra identificadas;
- Classificar as atividades conforme as concepções de Álgebra de Usiskin (1995);

CAPÍTULO 2

CAPÍTULO 2 - A ÁLGEBRA ESCOLAR

Não é fácil definir o que é Álgebra.. É com essa afirmação que Usiskin (1995) inicia seu artigo sobre concepções de Álgebra da escola média e afirma que reduzir a Álgebra ao estudo das variáveis, não é suficiente para definir a Álgebra escolar. Com ideias semelhantes Lins e Gimenez (1997) afirmam que "não há consenso a respeito do que seja pensar algebricamente". Entretanto, há certo consenso em identificar o que eles chamam de "coisas da Álgebra", ou seja, o que pertence ao domínio da educação algébrica e mesmo aí ainda tem-se discordâncias. Lins e Gimenez (1997) afirmam que funções são conceitos algébricos, mas questionam se os gráficos também são conceitos algébricos.

Ainda na perspectiva da Educação Matemática, Ibrahim *et al* (2013) afirmam que a Álgebra é importante campo da Matemática, logo, intrinsicamente, também é um importante campo para Educação Matemática. Diversos estudos propõem uma discussão sobre a Álgebra escolar. Conforme Beltrame (2008), muitos deles discorrem sobre as dificuldades em definir a Álgebra bem como das dificuldades dos estudantes em compreendê-la. Dentre esses estudos Beltrame (2008) cita os trabalhos de Kieran (1981), Booth (1982), Nobre (1996), Teles (2004), e Usiskin (1995).

Kieran (1981) e Booth (1982) destacam evidências sobre as dificuldades dos estudantes está no aprendizado da Álgebra e apontam que o início das dificuldades neste campo está na incompreensão dos conceitos Aritméticos ou na reprodução de falsas generalizaçõe.

Nobre (1996) e Teles (2004) também investigaram as noções de Álgebra de estudantes. Nobre (ibid) focou em estudante que ainda não haviam iniciado os estudos algébricos. Teles (2004), por sua vez, investigou a passagem da Aritmética para a Álgebra evidenciando entre outras coisas, a dificuldade dos estudantes que iniciam os estudos algébricos.

Embora reconheçamos a importância desses trabalhos, nosso objetivo não é enfatizar as dificuldades encontradas por professores e estudantes no processo de ensino-aprendizagem de Álgebra. Em linhas gerais, pretendemos compreender como se dá a organização do conhecimento matemático referente ao campo da Álgebra em uma coleção de livro de didático.

Dessa maneira, na seção 2.1 discutimos um pouco da Álgebra na perspectiva de documentos curriculares. Na seção 2.2, focamos nos trabalhos de Fiorentini et al. (1993)

Usiskin (1995) e Lins e Gimenez (1997) que abordaram a questão da Álgebra na Educação Básica e se destacaram por apresentarem discussões sobre a natureza da Álgebra e, de alguma maneira, classificá-la conforme determinado critério.

Esses trabalhos são efetivamente utilizados como referência em diversos estudos que investigam a Álgebra da Educação Básica. Particularmente, compreendemos que a perspectiva das concepções de Álgebra são pertinentes para fundamentar nossa análise das atividades algébricas no livro didático.

Na seção 2.3, abordamos sucintamente a questão do livro didático. Para finalizar esse capítulo, referente à nossa fundamentação teórica, apresentamos na seção 2.4 algumas considerações gerais sobre as concepções de álgebra e explicitaremos nossa opção teórica para analisar e classificar as atividades.

2.1 – A Álgebra nos Documentos Curriculares

Essa seção visa apresentar em linhas gerais como os documentos curriculares de Matemática apresentam e orientam o desenvolvimento dos processos de aprendizagem dos conceitos algébricos. Para tal fim, analisaremos os (PCN) Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), a (BCC) Base Curricular Comum para as Escolas Públicas de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2008) e os Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio (PERNAMBUCO, 2012).

O PCN (BRASIL, 1998) orienta que entre os papéis da Matemática é importante que estudante possa, por meio dela, compreender o mundo no qual está inserido, tornar-se um cidadão critico, desenvolver um “espirito investigativo” e a capacidade de resolver problemas.

O PCN (BRASIL, ibid.) em suas considerações acerca da organização curricular, destaca que apesar de culturalmente pensarmos a distribuição curricular da Matemática de maneira linear, ela não deve ser engessada dessa forma, nem todos os conteúdos tem ou necessitam de pré-requisitos e muitas vezes essa organização pode não ser a mais adequada.

Todos os documentos para Educação Básica têm como ponto comum que o fato de destacarem que o pensamento algébrico é importante para a resolução de problemas e perpassa por todos os campos da Matemática. Conforme pode ser entendido no trecho a seguir, é nas séries da segunda etapa do Ensino Fundamental que os estudos da Álgebra devem ser ampliados.

> *Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-Álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a "sintaxe" (regras para resolução) de uma equação.* (BRASIL, 1998, p.39)

Como podemos perceber, de acordo com Brasil (ibid.), os alunos da segunda etapa do Ensino Fundamental, devem ser levados a perceber na linguagem algébrica, uma ferramenta essencial de resolução de problemas. Problemas, nos quais apenas com as propriedades aritméticas, conseguiriam uma resolução muito extensa ou simplesmente esse recurso não seria suficiente, impossibilitando, assim, a resolução do problema.

Nesse documento, ainda, destaca-se que para o trabalho com os alunos do terceiro ciclo (6º e 7º anos) é "necessário explorar o potencial crescente de abstração, fazendo com que os alunos descubram regularidades e propriedades numéricas, geométricas e métricas" (BRASIL, 1998, p.63). Para explorar esse potencial o PCN (ibid.) afirma que é "necessário o estímulo à capacidade de ouvir, discutir, escrever, ler ideias matemáticas, interpretar significados, pensar de forma criativa, desenvolver o pensamento indutivo/dedutivo." (BRASIL, 1998, p.63)

Os objetivos da Matemática para este terceiro ciclo referente ao domínio do pensamento algébrico segundo o PCN (BRASIL, 1998) são:

> .
>
> Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:
>
> * reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas, traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções;
> * traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, generalizando regularidades e identificar os significados das letras;
> * utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico. (BRASIL, 1998, p. 64)

Já no quarto ciclo (8º e 9º anos), o PCN (BRASIL, 1998) afirma que neste ciclo fica mais evidente a presença da matemática em outras ciências como no caso dos processos físicos e químicos, neste ciclo é importante o professor tentar mostra para os alunos a importância da Matemática enquanto saber científico. Entretanto, no que diz respeito aos conteúdos algébricos, o que ocorre é que muitas vezes há uma ênfase exagerada nas manipulações que se tornam muitas vezes mecânicas e desconectadas das outras ciências e do cotidiano do aluno.

Os objetivos da Matemática para este quarto ciclo referente ao domínio do pensamento algébrico segundo o PCN (BRASIL, 1998) são:

> Do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a:
>
> * produzir e interpretar diferentes escritas algébricas. Expressões, igualdades e desigualdades, identificando as equações, inequações e sistemas;
> * resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, compreendendo os procedimentos envolvidos;
> * observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis. (BRASIL, 1998, p. 81)

A BCC (PERNAMBUCO, 2008) destaca que durante muitos anos a Matemática foi divida em três grandes blocos de conhecimento: Aritmética, Álgebra e Geometria. Nesse contexto, os números ficavam por conta da Aritmética, o cálculo com as “letras” ficavam por conta da Álgebra e a Geometria cuidava do estudo das formas. Atualmente, a Álgebra não é mais concebida como restrita apenas ao uso das letras. Assim, algumas pesquisas (e.g. LINS e GIMENEZ, 1997; BELTRAME, 2009)consideram a Álgebra como uma forma de pensamento, sendo comum a expressão pensamento algébrico.

A BCC (PERNAMBUCO, 2008) afirma que a partir desse ponto de vista das pesquisas atuais, *“é recomendável que o ensino de Álgebra seja desenvolvido desde a primeira etapa do Ensino Fundamental, com o cuidado de não o reduzir a simples manipulação simbólica.”* (p. 85). Além disso, destaca que a formação em Álgebra não deve ser voltada para um simbolismo exagerado, e sim, é importante fazer com que o estudante busque descobrir regularidades de sequências, sejam numéricas ou geométricas. A BCC (PERNAMBUCO, 2008) também ressalta a importância do “pensamento funcional”, onde, por exemplo, os trabalhos com proporcionalidade, se ligados ao cotidiano do estudante pode ser fator motivador na busca de soluções criando estratégias próprias.

Os Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio (PERNAMBUCO, 2012), apontam que para o estudante da segunda etapa do Ensino Fundamental, "é importante que o estudante construa a **noção de variável**" (PERNAMBUCO, 2012, pag.101) e que veja a "**expressão algébrica** como a interpretação de uma relação entre duas grandezas" (PERNAMBUCO, 2012, pag. 101). Novamente, assim como nos outros documentos afirmam que ao menos no 6º e 7º anos o trabalho simbólico com foco na manipulação algébrica "deveria ser evitado" (PERNAMBUCO, 2012, pag.102). Dessa maneira, assim como na BCC (PERNAMBUCO, 2008), o estudo de Álgebra deve levar a busca por generalizações tais como identificar as leis de formação de uma sequência.

Podemos perceber que todos os documentos, exaltam a importância do pensamento algébrico para a resolução de problemas. Contudo, advertem que o uso excessivo de simbolismo e manipulação algébrica, não contribuem para uma formação algébrica que hoje se espera de estudante de Matemática. Em outras palavras resolver questões mecanicamente por meio de procedimentos algébricos não leva o estudante a resolver problemas. Isso fica em evidência também no trecho a seguir do PCN (BRASIL, 1998):

> *O ensino de Álgebra tem como ponto de partida a pré-Álgebra desenvolvida no ciclo anterior, em que as noções algébricas são exploradas por meio de jogos, generalizações e representações matemáticas (como gráficos, modelos), e não por procedimentos puramente mecânicos, para lidar com as expressões e equações.*
> *Desse modo, o ensino de Álgebra precisa continuar garantindo que os alunos trabalhem com problemas, que lhes permitam dar significado à linguagem e às ideias matemáticas*. (BRASIL, 1998, p. 84)

Como pode ser compreendido na citação acima, as repetições mecânicas não garantem aprendizado. Nessa direção, a BCC (PERNAMBUCO, 2008) também aponta que a Álgebra é uma forma de pensar. Nessas considerações fica implícito que cada indivíduo é único e tem formas próprias de organizar seus conhecimentos, logo a ênfase deve ser na compreensão da Álgebra e de seus conceitos e não se restringir apenas em decorar métodos e técnicas acrescentados de dicas superficiais da importância do pensamento algébrico.

2.2. As Concepções de Álgebra

Como proposto a nossa pesquisa terá como objeto de estudo as concepções de Álgebra em atividades de uma coleção de livros didáticos. Durante o curso de Licenciatura em Matemática na UFPE-CAA, tive oportunidade de conhecer três estudos (FIORENTINI *et al.*, 1993, de USISKIN, 1995) e de LINS e GIMENEZ, 1997) que discutem a Álgebra na Educação Básica em termos de concepções . Em nosso levantamento da literatura sobre esse tema, verificamos que estes três trabalhos também são utilizados como referências na maior parte dos estudos que tivemos acesso. Nesta seção, abordaremos as principais ideias acerca das concepções de Álgebra.

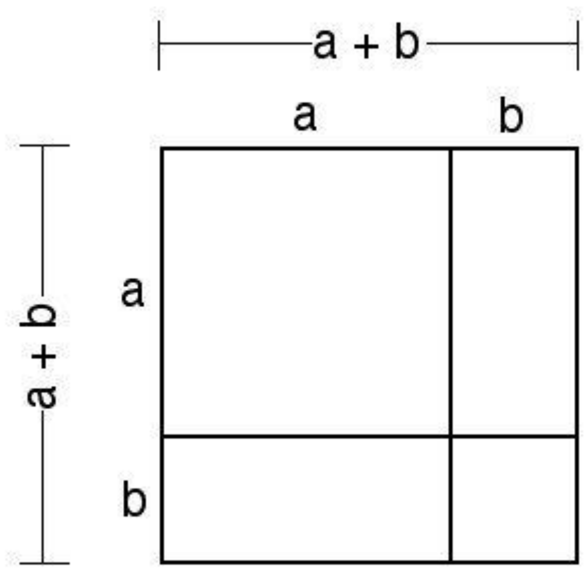
2.2.1 – Concepções de Álgebra de Fiorentini et al (1995)

As concepções de educação algébrica propostas por Fiorentini et al (1993) são três: a *linguístico-pragmática*, a *fundamentalista-estrutural* e a *fundamentalista-analógica*. Essas concepções foram pensadas de um ponto de vista histórico, a partir do desenvolvimento da Educação Matemática durante os séculos XIX e XX. Descrevemos em linhas gerais, a seguir, as três concepções.

1. *Linguístico-pragmática* – trata do papel pedagógico da Álgebra como um instrumento para resolução de problemas. Entretanto, para esta concepção, segundo Fiorentini et al (1993), o domínio mesmo que mecânico das técnicas utilizadas para os “transformismos algébricos” seriam necessárias e suficientes para que o estudante resolva qualquer problema;
2. *Fundamentalista-estrutural* – nesta concepção, a Álgebra é considerada como uma forma mais estrutural, tal como o próprio nome sugere. No entanto, agora não basta ao estudante dominar as técnicas do transformismo algébrico, o estudante tem que compreender cada passo dessas técnicas, ou seja, as propriedades que permitem que aquela técnica seja utilizada na solução de determinado problema;
3. *Fundamentalista-analógica* - Esta última concepção, conforme os autores, é a concepção predominante nos nossos dias[1]. Nessa concepção, tenta-se encontrar

[1] Considerar a data da publicação do artigo, no caso, 1993.

um meio termo entre às concepções linguístico-pragmática e fundamentalista-estrutural buscando enfatizar o valor instrumental da resolução de problemas, porém sem deixar de lado as propriedades algébricas. Os problemas tentam modelizar ou simular a realidade, unindo, por exemplo, a Álgebra a uma representação geométrica $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ como a área de um quadrado de lado (a+b).



Fonte: internet[2]

2.2.2 – Concepções de Álgebra de Usiskin (1995)

As concepções de Álgebra de Usiskin (1995) abordam o conhecimento algébrico sob a perspectiva do uso da variável e suas funções no contexto da Educação Básica. Usiskin (ibid.) propõe que o conhecimento algébrico, no que diz respeito à utilização das variáveis, pode ser classificado em quatro concepções: Álgebra *como aritmética generalizada*, Álgebra *como estudo de procedimentos para resolver problemas*, Álgebra *como estudo das relações entre*

[2]<http://polymathematics.typepad.com/math_eloquently/2008/07/a-plus-b-squared.html> acessado em 28/08/2014 às 21h.

grandezas e Álgebra *como estudo das estruturas*. Na sequência, apresentamos uma síntese de cada uma delas.

a) Álgebra como aritmética generalizada – nessa concepção, como o próprio nome sugere, trata-se de uma perspectiva de Álgebra tendo como característica principal a generalização de propriedades aritméticas. Dessa maneira, a linguagem algébrica é utilizada para representar propriedades dos números tal como pode ser verificado no exemplo abaixo.

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Conforme o autor, a Álgebra como Aritmética é fundamental para a Matemática, por exemplo, em problemas que necessitam de modelagem matemática. A instrução chave dessa concepção é *"traduzir e generalizar"*.

b) Álgebra como estudo de procedimentos para resolver problemas - nessa concepção, diferente da primeira, não se trata de generalizações nem tão pouco, modelos. A ênfase é na resolução de problemas. Conforme Usiskin (1995) é nessa concepção que as letras simbolizam incógnitas como, por exemplo, numa equação do 2º grau:

$$2x^2 – 5x + 3 = 0$$

Nessa expressão o finalidade é determinar (encontrar) o "valor" ou "valores" para x, que tornam a sentença verdadeira, ou seja, as soluções da equação. A instrução chave para essa segunda concepção é*"simplificar e resolver"*.

Álgebra *como estudo das relações entre grandezas* – a essa concepção correspondem as fórmulas. A ênfase da Álgebra não é mais em resolver, determinar nem generalizar aspectos aritméticos. Nessa concepção, conforme o Usiskin (1995), "as variáveis variam" (pág. 15). Além disso, é nessa concepção, e apenas nessa, que surgem as noções de variável dependente e variável independente. Por exemplo, a fórmula do volume de um paralelepípedo é uma relação entre as grandezas, comprimento, largura e altura na qual o volume pode ser calculado com a fórmula:

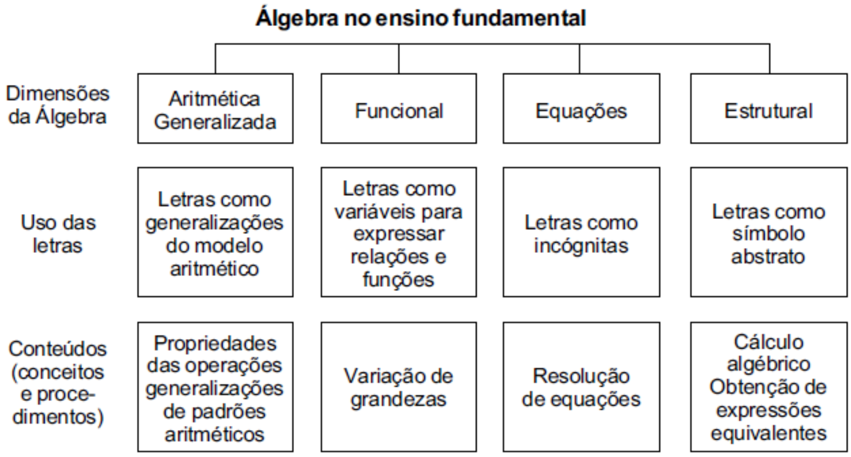
$$\mathbf{V = a.\ b.\ c}$$

Na fórmula acima, V representa o volume, **a** representa o comprimento, **b** representa a largura e **c** representa a altura. Assim, **a**, **b** e **c** variam de acordo com o paralelepípedo estudado, ou seja, o volume é dado em função dessas medidas **a**, **b** e **c**. Conforme o autor, nessa *concepção "as funções surgem quase imediatamente, pois necessitamos de um nome para os valores que dependem do argumento ou parâmetro x" (*pág.16). Nesse contexto, a variável assume o papel de parâmetro e argumento. A instrução nessa terceira concepção é *relacionar.*

Álgebra *como estudo das estruturas* – a quarta e última concepção está relacionada com a Álgebra no ensino superior, por exemplo, no que concerne a estruturas dos grupos, dos corpos e anéis, onde temos que as variáveis não tem sentido de generalização aritmética, incógnita, ou mesmo de argumento ou parâmetros. Nessa concepção as variáveis são consideradas, segundo Usiskin (1995), como *"um objeto arbitrário de uma estrutura estabelecida por certas propriedades". (pág. 18)*. Um exemplo, dessa abstração da variável é a fatoração de polinômios, na qual o objetivo não é resolver a equação e encontrar os valores do x ou do y. Tampouco, busca-se generalizar uma propriedade aritmética. Nesta concepção, trata-se de utilizar as propriedades dos polinômios para simplificar a sentença.

Essa concepção de Álgebra pode até parecer distante da Educação Básica, porém, conforme o autor, são algumas dessas estruturas que fundamentam *"a teoria da Álgebra e as propriedades dos domínios de integridade e dos grupos explicam por que certas equações podem ser resolvidas e outras não" (pág. 18)* e equações é conteúdo da Educação Básica. Nessa concepção temos uma Álgebra abstrata na qual a instrução chave é "manipular e justificar".

Essas concepções sugeridas por Usiskin (1995) estão bem próximas do ensino de Álgebra brasileiro, pois se assemelham ao que o próprio PCN (BRASIL, 1998) denomina de "interpretações da Álgebra escolar e a função das letras" como podemos ver no seguinte esquema dele retirado:



Diferentes interpretações da Álgebra escolar e diferentes funções das letras (BRASIL, pag.116, 1998)

2.2.3 Concepções de Álgebra de Lins e Gimenez (1997)

As concepções de Álgebra propostas por Lins e Gimenez (1997) são formuladas a partir das tendências de atividades algébricas e ao todo foram propostas quatro concepções: *Concepção letrista, Concepção conteudista, Concepção de ação e Concepção de tendência conceitual.* Na sequência, descrevemos cada uma delas.

Concepção letrista - essa concepção restringe a Álgebra ao cálculo e/ou representação com letras. De acordo com Lins e Gimenes (1997) é dada historicamente através do desenvolvimento das notações algébricas, porém é limitada, pois, segundo os autores não consideraria como Álgebra os trabalhos de Al-Kowarizmi nem a Matemática chinesa clássica.

Concepção conteudista – essa concepção tende a definir Álgebra a partir dos conteúdos algébricos. Assim como a primeira, talvez até mais, essa tendência apresenta limitações. Lins e Gimenez (1997) exploram essas limitações com o seguinte exemplo: $\frac{5+5+5}{3} = 5$, notavelmente esse exemplo pressupõe um conteúdo aritmético e não algébrico. Porém se considerar como se forem dadas quatro parcelas de cinco e dividir por quatro o que teríamos? E 6 parcelas? 7? 10 parcelas? E mil parcela de cinco divididas por mil? e se ao invés de parcelas iguais a cinco tivermos parcelas iguais a 12 o que muda? Teremos afinal o seguinte esquema $\frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n} = n.$ Lins e Gimenes (1997) defendem que a ideia desse último esquema, a generalização, poderia ou pode estar implícita no desenvolvimento da resolução aritmética anterior.

Concepção de ação – nessa concepção, a atividade algébrica, segundo Lins e Gimenez (1997), resulta da "ação do pensamento formal" [3]. Entretanto, os autores descrevem uma limitação para essa concepção no seguinte trecho:

> *Parece-nos que essa abordagem também deixa coisas demais de fora. Por exemplo, se uma criança de 10 anos resolve uma equação, mas fracassa em dar quaisquer sinais de ter atingido o estágio operatório formal piagetiano, vamos negar a esse episódio o status de atividade algébrica?* (LINS E GIMENEZ, 1997, pág.100).

Concepção conceitual – Essa concepção se baseia na Teoria dos Campos Conceituais proposta pelo francês G. Vergnaud que substitui a noção de conteúdo isolado. Segundo Lins e Gimenez (1997), podemos pensar em algo como "campo conceitual da Álgebra elementar", mas por ser muito amplo, ele afirmam que os seguidores de Vergnaud teriam algo como: "Campo conceitual das equações do 1º grau". Lins e Gimenez (1997) ressaltam que apesar de relacionar com conteúdos e notações não pode-se caracterizá-lo em nenhuma dessas descrições.

2.3 Livro didático de Matemática

Como nossa fonte de análise para pesquisa é o livro didático de Matemática, faz-se necessário uma apresentação desse instrumento. Instrumento esse que Lins e Gimenez (1997) afirmam ser uma "voz revestida de *poder"* e que para muitos professores é o responsável pela noção conhecida de atividades algébricas ou até mesmo de Álgebra escolar por assim dizer.

Pensando na Educação Básica brasileira, um recurso que tem estado em evidência nas últimas décadas tanto na sala de aula, quanto nas pesquisas acadêmicas é o livro didático, como afirmam Barbosa e Lins (2009). Devido a programas como o Plano Nacional do Livro Didático-PNLD- (Decreto 91.542, de agosto de 1985) este recurso está presente em todas as escolas da rede pública do país.

[3] Aqui os autores defendem a partir da ideia de Piaget do que seria pensamento formal.

Monteiro e Barreto (2008, *apud.* BELTRAME, 2009) afirmam que o livro didático é uma importante ferramenta pedagógica tanto para o aluno, quanto para o professor. No primeiro caso, por ser um "suporte prático e teórico". Já no caso do professor, é mais um instrumento de apoio. Em consonância com este fato, Beltrame (2009) afirma que:

> *o livro didático é considerado um instrumento, se não o único, de grande poder nas decisões que orientam as ações docentes, e de fácil acesso tanto para professores, quanto para os alunos* (BELTRAME, 2009, p. 25).

O livro didático de Matemática ganha uma seção especial na BCC (PERNAMBUCO, 2008). Nesse documento, afirma-se que o livro didático é um fator que não deve ser esquecido, pois em primeiro lugar, nas duas últimas décadas programas nacionais tem avaliado este recurso didático e distribuído em todas as escolas públicas. Em segundo lugar, é um recurso didático acolhido pela maioria dos educadores. Porém, a BCC (PERNAMBUCO, 2008) alerta, quanto ao seu uso, pontuando que:

> *cabe ao professor, na escolha e no uso do livro, observar a adequação desse instrumento didático á sua prática pedagógica e ao seu aluno [...] o professor deve manter-se atento para que sua autonomia pedagógica não fique comprometida ao permitir que o livro didático assuma papel dominante no processo de ensino-aprendizagem e não o de recurso auxiliar desse processo*".(PERNAMBUCO, 2009, p.66)

Outros autores como, por exemplo, Paes (2006), afirmam que o livro didático valida o saber ensinado, entretanto, o condutor desse processo de ensino-aprendizagem é o professor. Romanatto (2004) afirma que devido aos programas de avaliação do livro didático como o PNLD (BRASIL), a qualidade do livro didático nacional melhorou consideravelmente ao longo dos anos.

A BCC (PERNAMBUCO, 2008) orienta que o livro didático levanta mais um sujeito participante do processo de ensino-aprendizagem, o autor, que por meio de seu texto didático influência esse processo com sua perspectiva sobre o saber a ser estudado. Nesse caso, o autor contribui sugerindo uma organização do saber e uma possível sequência de desenvolvimento desse saber.

De fato, podemos perceber que o livro didático, quando referimo-nos ao ensino e aprendizagem de Matemática, não pode deixar ser considerado como uma variável importante que pode otimizar ou dificultar os resultados.

2.4 Considerações gerais a respeito das Concepções de Álgebra escolar

Cada um dos estudos descritos na seção anterior buscaram classificar ou caracterizar a Álgebra escolar sob algum aspecto particular da Álgebra. Os estudos de Fiorentini et al (1993) classificam a educação algébrica de acordo com suas manifestações históricas de seu papel na sociedade. Já Usiskin (1995) propôs suas concepções, de acordo com a utilização da variável nos diversos contextos matemáticos. Enquanto Lins e Gimenez (1997) caracterizam a Álgebra escolar a partir das diferentes tendências de atividades algébricas.

Entretanto, as concepções de Álgebra propostas por cada autor dialogam com as concepções propostas pelos outros autores como, por exemplo, as concepção *Linguístico-pragmática* propostas por Fiorentini et al(1993) em que a Álgebra era visto como algo mecânico apenas como uma ferramenta a ser utilizada na resolução de determinados problemas pode apresentar muitos pontos em comum com a *concepção letrista* proposta por Lins e Gimenez (1997) que, por sua vez, se assemelham as concepções Álgebra como estudo das estruturas e Álgebra como procedimento para a resolução de problemas propostas por Usiskin (1995) na qual o objetivo é manipular objetos algébricos ou resolver problemas.

Nosso objeto de estudo tem a ver com as manifestações da variável em atividades algébricas de uma coleção de livros didáticos. Apesar das concepções de Lins e Gimenez (1997) serem propostas a partir da ideia de atividades algébricas, optamos por utilizar as concepções de Álgebra propostas no trabalho de Usiskin (1995) em razão do mesmo tê-las estruturado a partir do uso da variável nos diversos contextos matemáticos.

CAPÍTULO 3 - METODOLOGIA

CAPÍTULO 3 - METODOLOGIA

Nossa investigação se insere no campo das pesquisas qualitativas. Em linhas gerais, aborda a organização da Álgebra no livro didático. Dessa maneira, realizaremos uma análise do livro didático. Conforme Barbosa e Lins (2009) podem ser considerados como didáticos:

> *...todos os livros que motivem o aluno apoiando sua autonomia e a organização de situações de Ensino-aprendizagem, e que criem condições para a diversificação e ampliação das informações que veiculam no seu texto* (BARBOSA E LINS, 2009, p.12).

Segundo Barbosa e Lins (2009), muitos pesquisadores consideram a análise de livro didáticos algo pouco produtivo, no que diz respeito à discussão sobre ensino e aprendizagem. Entretanto, defendem que o livro didático é “a realidade” de muitas escolas, como citamos anteriormente por Beltrame (2009) e Paes (2006). Barbosa e Lins (2009) voltam a afirmar que o livro didático é um instrumento que influência as ações adotadas pelos professores.

A nossa pesquisa tem caráter qualitativo, já que realizaremos uma análise de todas as atividades do livro com o objetivo de classificá-las dentro das concepções propostas por Usiskin (1995).

Para realização da análise foi selecionada uma coleção de livros didáticos da segunda etapa do Ensino Fundamental seguindo os seguintes critérios.

1. Ter sido aprovada no PNLD 2014.

2. Ter sido adotada por mais de uma escola da rede municipal do Município de Caruaru-Pe.

Para a análise, optamos por inicialmente organizar as atividades que envolvem Álgebra[4] em quatro blocos, blocos esses referentes às concepções de Álgebra escolar propostas por Usiskin (1995) relacionadas ao uso da variável. Porém ao mergulharmos na coleção, percebemos que algumas questões não se encaixavam em nenhuma das quatro concepções. Assim, utilizamos uma categoria extra para agrupá-las. Com isso utilizamos as seguintes categorias:

I. Álgebra como Aritmética generalizada.

II. Álgebra como estudo de procedimentos para resolver problemas.

[4] Com esse termo, “atividades que envolvem Álgebra”, consideramos as atividades (exercícios) nos quais, em seu processo de resolução faz-se necessário o uso da linguagem algébrica e suas propriedades.

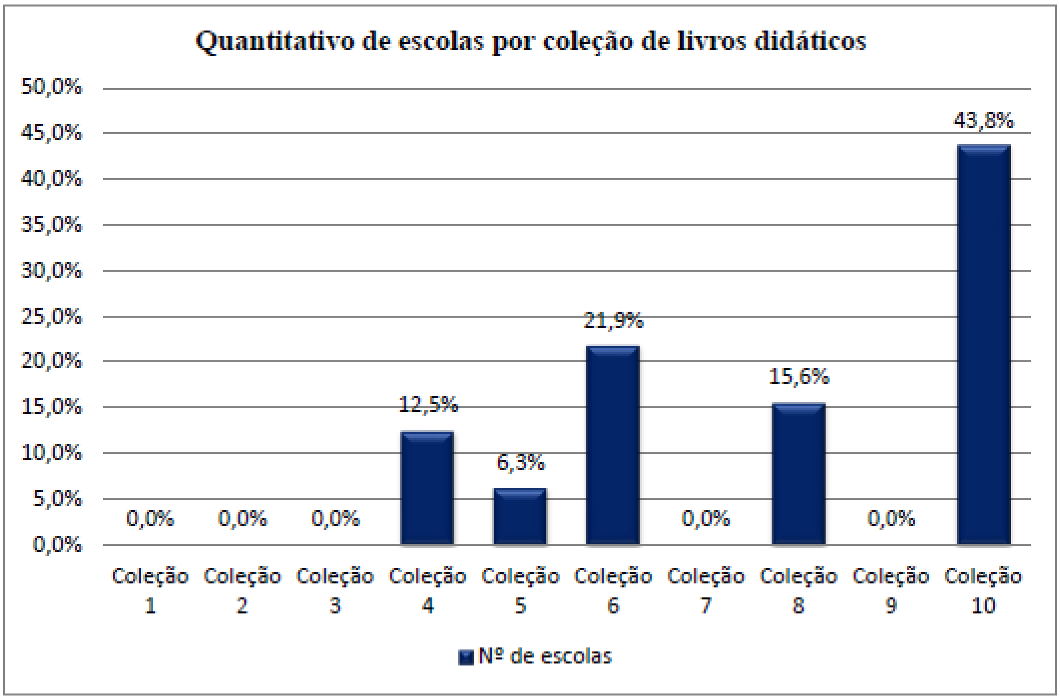
III. Álgebra como estudo das relações entre grandezas.
IV. Álgebra como estudo das estruturas.
V. Concepção não identificada.

3.1 Da seleção da coleção a ser analisada

De acordo com os critérios de escolha do livro didático citados acima, foi realizado o levantamento no site do FNDE, no qual foi encontrada uma relação das coleções aprovadas pelo PNLD e em ordem decrescente pela quantidade de exemplares distribuídos. Desse modo podemos identificar facilmente as coleções mais adotadas no país. (Vide Anexo 1 da página 57)

Também segundo pesquisa de Santos (2013), na qual foi realizado um levantamento das coleções adotadas no município de Caruaru, na qual apresentamos o gráfico a seguir:

Gráfico 1. Percentual de escolas a escolher cada coleção de livros didáticos.



Fonte: (SANTOS, p.28, 2013)

Depois de reunidos os dados, optamos pela coleção Praticando a Matemática - Edição Renova, Da Editora do Brasil em razão da mesma se encaixar nos critérios que adotamos.

1) Foi aprovada do PNLD não obstante, foi ainda a coleção mais adotada no país.
2) Segundo a pesquisa de Santos (2013) é a segunda coleção mais adotada na cidade com o total de 21,9% das escolas da cidade.

3.2 Da coleção escolhida

A coleção é composta por quatro volumes referentes anos da 2ª etapa do ensino fundamental (6º ano, 7º ano, 8ºano e 9º ano). O volume 1 tem 288 páginas distribuídas entre 14 unidades, o volume 2 são 288 páginas distribuídas em 11 unidades, o volume 3 tem 304 páginas entre as 14 unidades que o compõe já o volume 4 tem 272 páginas distribuídas entre as 10 unidades. A seguir trazemos um breve resumo da estrutura dos livros da coleção Praticando a Matemática - Edição Renova:

1. Cada unidade temática é subdividida em tópicos. Por exemplo, no livro do 8º ano temos na unidade 5 que a temática da unidade é produtos notáveis. Os subtítulos são três: Quadrado da soma de dois termos, Quadrado da diferença de dois termos e Produto da soma pela diferença de dois termos.
2. Após cada subtítulo segue um quadro de exercícios nos quais os alunos são levados a praticar o que eles aprenderam na seção.
3. Ao final de cada unidade o autor traz um quadro denominado “Revisando”, o qual é composto de mais exercícios sobre todas as seções abordadas na unidade.
4. Ao final da seção “Revisando” o autor traz mais uma seção de exercícios chamada por ele de “Autoavaliação”.
5. Além das especificadas temos a seção desafios constituída de problemas que exigem do aluno uma compreensão do que foi abordado na unidade.
6. Todas as unidades o autor escreve uma seção denominada “Seção livre”, que na sua composição é bem variada. Em determinadas unidades elenca curiosidades históricas, em

outras traz atividades do cotidiano do aluno e em outras, problemas a serem resolvidos pelo aluno.

Para a nossa análise focalizamos as seções: Exercício, Revisando, Autoavaliação, Desafios e a Seção livre que trazem exercícios. Analisamos e classificamos essas atividades (exercícios) contidas nessas seções a partir das concepções de Álgebra já elencadas em cada um dos volumes da coleção.

CAPÍTULO 4 – ANÁLISE

CAPÍTULO 4 - ANÁLISE

De acordo com o guia do PNLD 2014 a distribuição dos campos da Matemática na coleção se dá, de acordo com o gráfico apresentado a seguir:

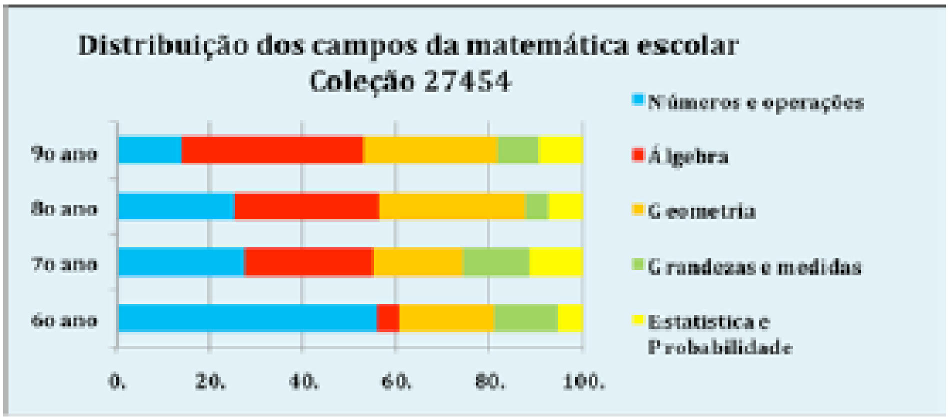


Gráfico 2: Distribuição dos eixos da Matemática na coleção Praticando a Matemática

Fonte: Guia do PNLD 2014 (BRASILIA, 2013, p.62)

No gráfico é possível observarmos que o autor da coleção dá a Álgebra maior enfoque no 9º ano, por outro lado, no 6º ano o enfoque é mínimo. Além do gráfico o guia apresenta a seguinte consideração com relação ao campo Álgebra:

> *O estudo do campo é, em geral, conduzido de modo satisfatório. A Álgebra e estudada em seus vários papeis, em particular para criar modelos matemáticos para situações reais, seja por meio de equações, inequações ou funções. Os significados das letras são também focalizados. No entanto, nos dois últimos anos, observa-se demasiada atenção ao calculo algébrico. Além disso, as construções de gráficos de funções polinomiais do 1º e do 2º graus são tratadas de modo superficial*. (BRASILIA, 2013, p. 62)

Com base nessas considerações, consideramos ser importante para o professor de Matemática, além da leitura da resenha do livro didático disponibilizada pelo guia, o conhecimento da obra. Quanto ao conhecimento da obra, essa é a nossa proposta a seguir, identificar na coleção de livros didáticos selecionada aas concepções de Álgebra nela abordada.

Neste capítulo, para inicio de análise, construímos tabelas e gráficos, por volume da coleção, com as seguintes comparações:

a) Comparação do quantitativo das atividades algébricas em relação a todas as questões o livro.
b) Comparação do quantitativo das atividades que envolvem cada uma das concepções de Álgebra em relação ao total de questões de Álgebra do livro.

Ainda, apresentamos, também por volume, exemplos de atividades encontradas na coleção representando cada uma das concepções de Álgebra e das atividades consideradas alheias às concepções.

4.1 Análise do volume 1 - 6º ANO

O livro referente ao 6º ano foi o que teve a menor frequência de atividades envolvendo Álgebra, em sua grande maioria dá-se uma ênfase ao eixo Números e operações o que segundo o guia do PNLD 2014, é um dos poucos momentos em que a coleção afasta-se "um pouco" do padrão da distribuição que seria desejável.

A distribuição das questões de Álgebra com relação às demais neste volume, é bastante reduzida, tal como pode ser verificado no gráfico abaixo.

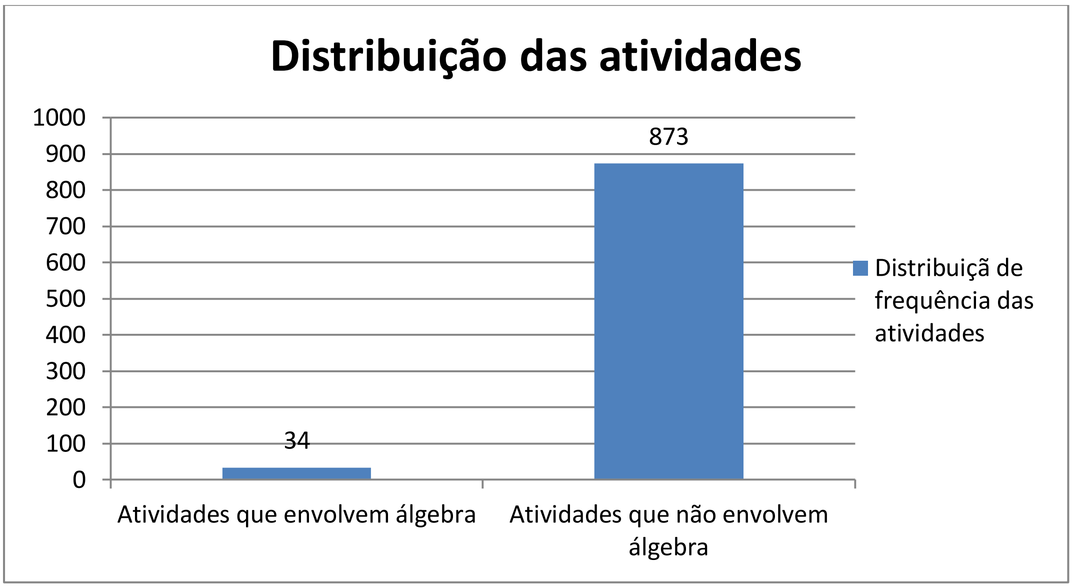


Gráfico 3: distribuição das questões de Álgebra com relação as demais no livro do 6º ano.

Menos de 4% (3,7%) das atividades do livro abordaram de alguma forma Álgebra. Estas, após análise, enquadraram-se apenas em duas concepções: *Álgebra como procedimentos para resolver problemas* e *Álgebra como estudo da relação entre grandezas* na seguinte proporção:

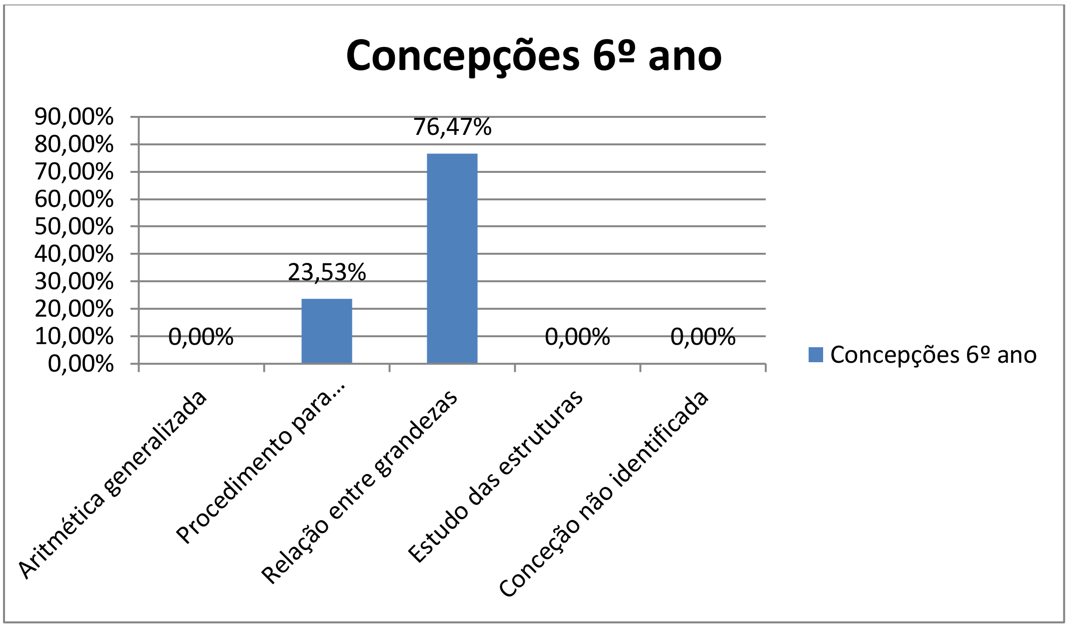
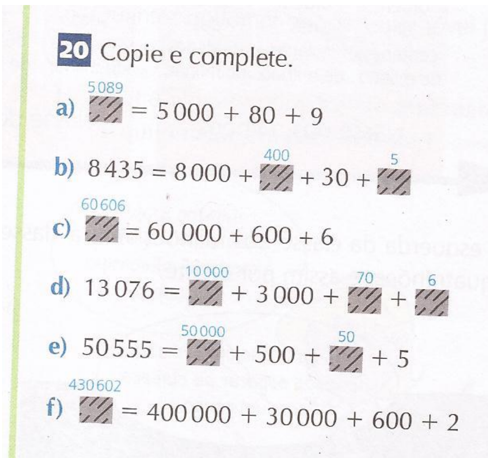


Gráfico 4: Porcentagem de cada uma das concepções com relação ao total das questões que envolvem Álgebra no livro do 6º ano.

Para ilustrar a concepção *Álgebra como procedimentos para resolver problemas* apresentamos um recorte, a seguir.


20 Copie e complete.

a) 5089 = 5 000 + 80 + 9

b) 8 435 = 8 000 + 400 + 30 + 5

c) 60606 = 60 000 + 600 + 6

d) 13 076 = 10 000 + 3 000 + 70 + 6

e) 50 555 = 50 000 + 500 + 50 + 5

f) 430602 = 400 000 + 30 000 + 600 + 2

Figura 2: Exemplo da concepção *Álgebra como procedimentos para resolver problemas*. (6º ano) Recorte do livro praticando a matemática 6º ano, p.15.

Escolhemos estas atividades, porque, elas trazem as ideias iniciais de uma equação e elencam propriedades como a de operações inversas que utilizamos na resolução de equações. Apesar de não haver letra o faz o papel de incógnita.

Já na concepção *Álgebra como estudo da relação entre grandezas*, encontramos todas as questões referentes a essa concepção na Unidade 14, todas elas consistem de aplicação das fórmulas de áreas do quadrado e do retângulo e do volume do paralelepípedo.

Como exemplo, destacamos os seguintes recortes:

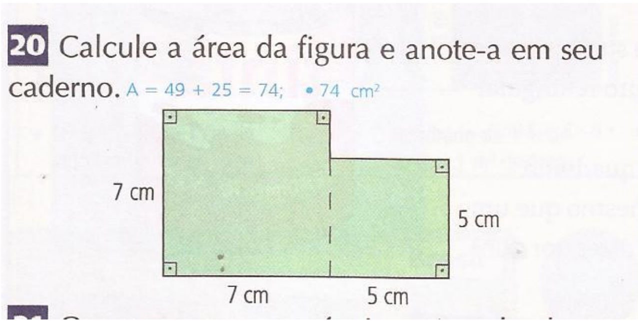


Figura 3: Exemplo (1) da concepção *Álgebra como estudo da relação entre grandezas.* (6º ano) Recorte do livro praticando a matemática 6º ano, p.246.

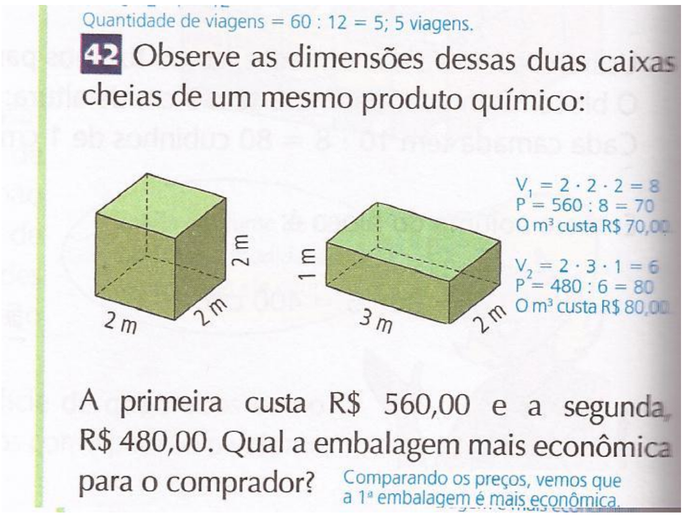


Figura 4: Exemplo (2) da concepção *Álgebra como estudo da relação entre grandezas.* (6º ano) Recorte do livro praticando a matemática 6º ano, p.252.

Nessas atividades, o uso da letra como variável é bem explicito, por exemplo, na atividade da figura 3 temos que área da figura é a soma das áreas dos dois quadrados, ou seja, a fórmula da área do quadrado é uma relação que depende do lado do quadrado, logo temos que os dois quadrados tem áreas diferentes devido à variação do lado do quadrado de uma figura para outra. Daí temos que o lado do quadrado é o parâmetro que define a área de qualquer quadrado (argumento). O mesmo vale para a atividade da figura 4.

4.2 Análise do volume 2 - 7º ANO

No livro do 7º ano encontramos um número bem maior de questões envolvendo Álgebra, o que nos deixa a entender que neste ano é que temos os trabalhos com Álgebra ampliados. Ilustrando esse aumento de questões de Álgebra com relação a todas as questões do livro temos o seguinte gráfico:

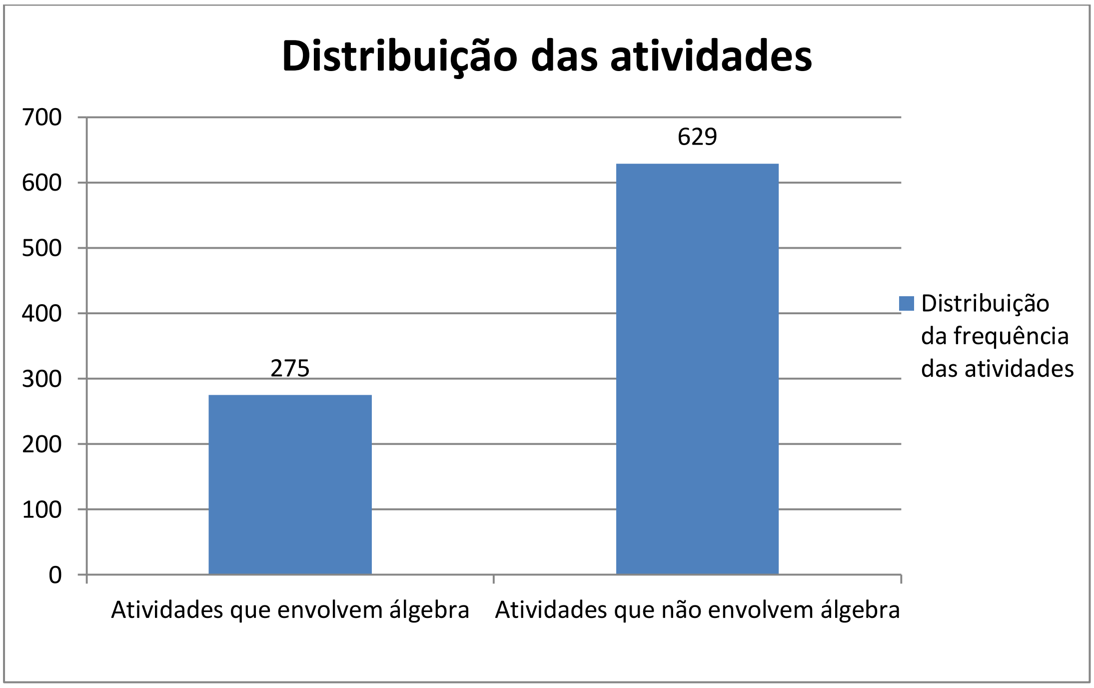


Gráfico 5: distribuição das questões de Álgebra com relação as demais no livro do 7º ano

Neste livro, a porcentagem de atividades envolvendo Álgebra é de cerca de 30% do total das atividades. Neste volume conseguimos localizar três das quatro concepções de Álgebras propostas por Usiskin (1995) são elas: Álgebra como Aritmética generalizada, Álgebra como procedimentos para resolver problemas e Álgebra como estudo da relação entre grandezas. O gráfico abaixo apresenta os percentuais respectivos a cada concepção.

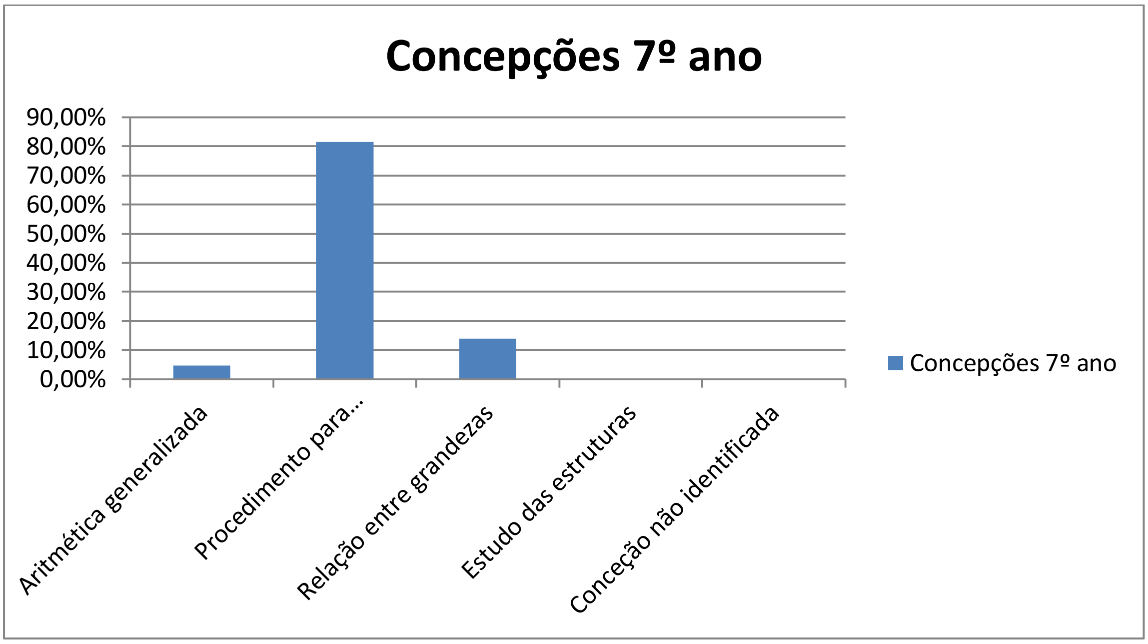
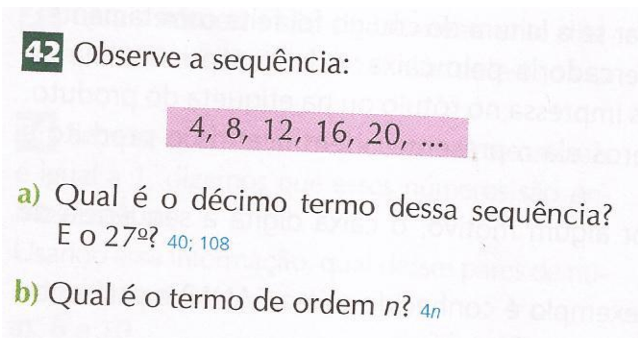


Gráfico 6: Porcentagem de cada uma das concepções com relação ao total das questões que envolvem Álgebra no livro do 7º ano.

Álgebra como Aritmética generalizada. Em todo o livro tivemos 13 questões que envolvem essa concepção, respectivo à xy% do total de questões. Tais atividades levam o estudante a encontrar generalizações em sequências tal como no exemplo abaixo:


42 Observe a sequência:

4, 8, 12, 16, 20, ...

a) Qual é o décimo termo dessa sequência? E o 27º? 40; 108

b) Qual é o termo de ordem n? $4n$

Figura 5: Exemplo (1) da concepção *Álgebra como Aritmética generalizada*. (7º ano)

Recorte do livro praticando a matemática 7º ano, p. 20.

Outro exemplo dessa concepção encontrada no livro consiste em encontrar generalizações a partir de outras generalizações como atividade a seguir:

13 Se eu quero representar o antecessor de n, escrevo $n - 1$. Se eu quero representar o sucessor de n, o que devo escrever? $n + 1$

Figura 6: Exemplo (2) da concepção *Álgebra como Aritmética generalizada.* (7º ano) Recorte do livro praticando a matemática 7º ano, p. 11.

Consideramos que mesmo sendo maior que a do 6º ano, ainda assim a frequência dessas atividades é muito pequena. Neste volume, a média é de 1,18 atividades por unidade. Conforme Usiskin (1995), essa concepção é fundamental na Matemática, em especial, em casos como modelagem matemática.

Álgebra como procedimentos para resolver problemas. Percebemos que esse é o grande foco do autor neste ano. Nessa direção, o trabalho com as equações, no qual a letra assume o sentindo de incógnita, envolveu 224 atividades do total de 275 referentes à Álgebra. Apresentamos, a seguir, algumas atividades para ilustrar essa concepção.

15 Calcule o valor de x de modo que:

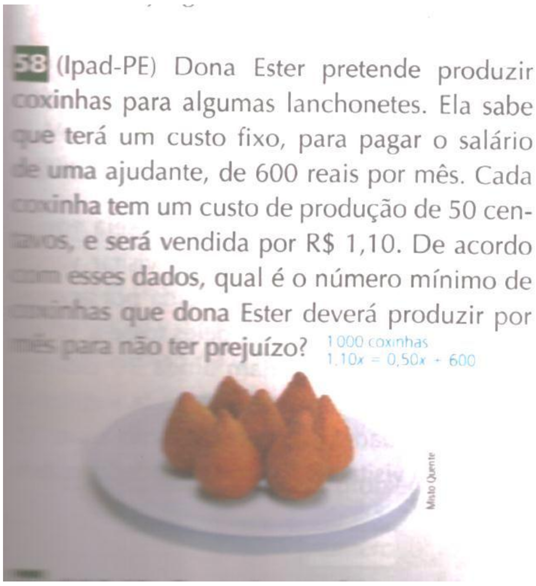
a) $2x + 3 = 15$ 6
b) $7x - 1 = 13$ 2
c) $2x - 4 = 3$ $\frac{7}{2}$
d) $4x + 2 = -18$ -5
e) $5x - 2 = 7 + 6$ 3
f) $10x + 1 = -4 - 5$ -1

22 Resolva as equações.

a) $x + 15 = 11$ -4
b) $19x = 266$ 14
c) $\frac{x}{13} = -2$ -26
d) $1{,}5x - 6 = 0$ 4
e) $1{,}5x + 4 = 19$
f) $\frac{x}{5} - 3 = 10$ 65

Figura 7: Exemplo (1) da concepção *Álgebra como procedimentos para resolver problemas.* (7º ano) Recorte do livro praticando a matemática 7º ano, p.202

Neste tipo de atividade, o aluno executa algumas operações e determina o “valor de x”. Outro caso ainda nessa concepção, são as atividades contextualizadas nas quais os alunos tem que identificar a equação para poder resolvê-la. A atividade abaixo demonstra essa perspectiva.

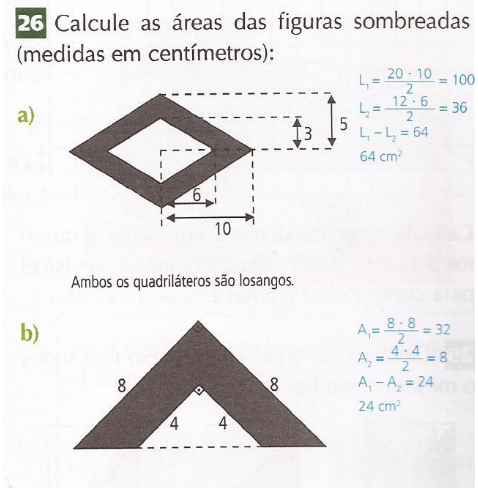


58 (Ipad-PE) Dona Ester pretende produzir coxinhas para algumas lanchonetes. Ela sabe que terá um custo fixo, para pagar o salário de uma ajudante, de 600 reais por mês. Cada coxinha tem um custo de produção de 50 centavos, e será vendida por R$ 1,10. De acordo com esses dados, qual é o número mínimo de coxinhas que dona Ester deverá produzir por mês para não ter prejuízo? 1 000 coxinhas
$1{,}10x = 0{,}50x + 600$

Figura 8: Exemplo (2) da concepção *Álgebra como procedimentos para resolver problemas.* (7º ano)
Recorte do livro praticando a matemática 7º ano, p. 213.

Observamos que nesse caso a equação 1,10x = 0,50x + 600 está implícita no texto da atividade e o aluno terá que interpretar o texto e realizar uma tradução para linguagem algébrica, antes de resolver.

Álgebra como estudo da relação entre grandezas. Neste volume, as 38 atividades que se encaixam nessa concepção 37 são aplicações das fórmulas de áreas das figuras geométricas planas e áreas de figuras geométricas espaciais por meio de suas planificações e volume de paralelepípedos e a outra atividade é uma situação com tabela que remete ideia de função. Seguem algumas atividades do livro do 7º ano que ilustram essas aplicações:



26 Calcule as áreas das figuras sombreadas (medidas em centímetros):

a)

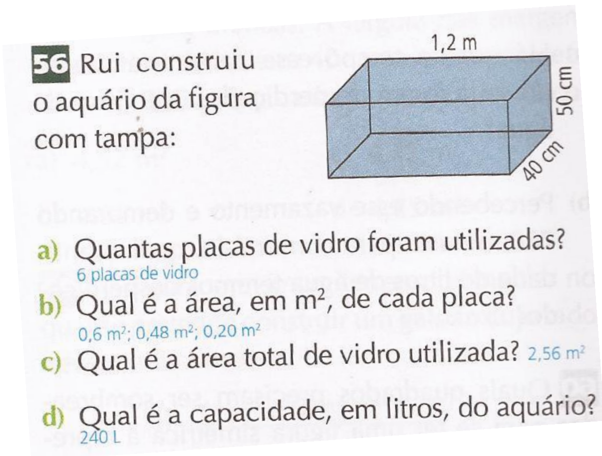
$L_1 = \frac{20 \cdot 10}{2} = 100$
$L_2 = \frac{12 \cdot 6}{2} = 36$
$L_1 - L_2 = 64$
64 cm²

Ambos os quadriláteros são losangos.

b)

$A_1 = \frac{8 \cdot 8}{2} = 32$
$A_2 = \frac{4 \cdot 4}{2} = 8$
$A_1 - A_2 = 24$
24 cm²

Figura 9: Exemplo (1) da concepção *Álgebra como estudo da relação entre grandezas.* (7º ano)
Recorte do livro praticando a matemática 7º ano, p.187



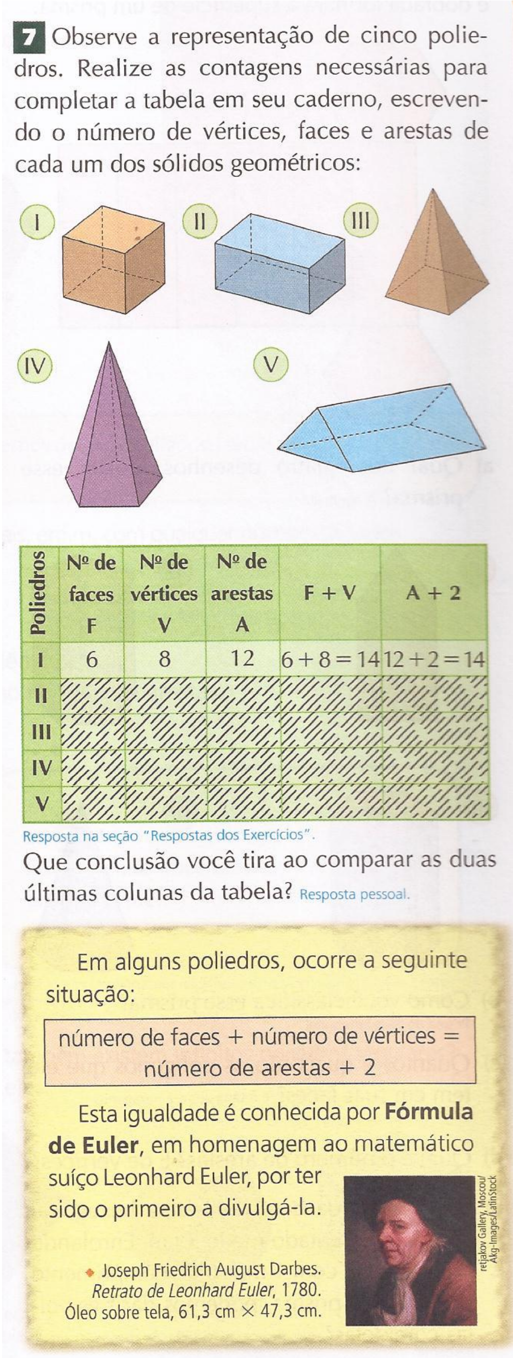
56 Rui construiu o aquário da figura com tampa:

a) Quantas placas de vidro foram utilizadas?
6 placas de vidro
b) Qual é a área, em m², de cada placa?
0,6 m²; 0,48 m²; 0,20 m²
c) Qual é a área total de vidro utilizada? 2,56 m²
d) Qual é a capacidade, em litros, do aquário?
240 L

Figura 10: Exemplo (2) da concepção *Álgebra como estudo da relação entre grandezas.* (7º ano)
Recorte do livro praticando a matemática 7º ano, p.193.

A única atividade que não trata de volume é a atividade 7 da Unidade 7. Essa unidade aborda os sólidos geométricos e as atividades propõem a construção de uma tabela que leva o aluno a perceber a relação de Euler para poliedros "*convexos*"[5]. A próxima atividade ilustra esse fato.

[5] Grifo nosso, pois, no livro não aborda a questão de poliedros convexos e não-convexos.



7 Observe a representação de cinco poliedros. Realize as contagens necessárias para completar a tabela em seu caderno, escrevendo o número de vértices, faces e arestas de cada um dos sólidos geométricos:

Poliedros	Nº de faces F	Nº de vértices V	Nº de arestas A	F + V	A + 2
I	6	8	12	6 + 8 = 14	12 + 2 = 14
II					
III					
IV					
V					

Resposta na seção "Respostas dos Exercícios".

Que conclusão você tira ao comparar as duas últimas colunas da tabela? Resposta pessoal.

Em alguns poliedros, ocorre a seguinte situação:

número de faces + número de vértices = número de arestas + 2

Esta igualdade é conhecida por **Fórmula de Euler**, em homenagem ao matemático suíço Leonhard Euler, por ter sido o primeiro a divulgá-la.

Joseph Friedrich August Darbes. *Retrato de Leonhard Euler*, 1780. Óleo sobre tela, 61,3 cm × 47,3 cm.

Figura 11: Exemplo (4) da concepção *Álgebra como estudo da relação entre grandezas.* (7º ano)
Recorte do livro praticando a matemática 7º ano, p.157

4.3 Análise do volume 3 - 8º ANO

Neste volume, a quantidade de atividades que envolvem Álgebra aumentam muito. Conforme o guia do PNLD 2014, este é um ponto onde a coleção se afasta do padrão ideal da distribuição dos conteúdos, pois, estende-se muito nas manipulações algébricas.

Enquanto no volume anterior tinha-se do total de atividades aproximadamente 30% das atividades envolvendo Álgebra, no volume 3 temos quase 50% (47,5%). Este também é o livro com maior número de atividades da coleção totalizando 1000 atividades divididas em 14 unidades. Tais números geram uma média de 71,4 atividades por unidade. A seguir expomos o gráfico com a distribuição das atividades deste livro:

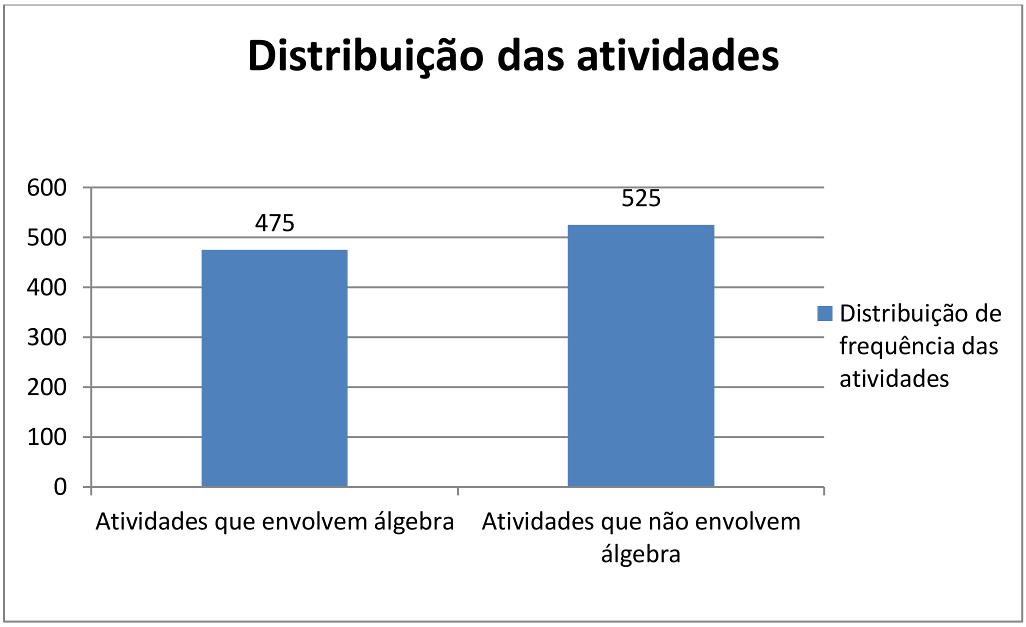


Gráfico 7: distribuição das questões de Álgebra com relação as demais no livro do 8º ano.

Dentre as atividades envolvendo Álgebra, este livro tem questões que comtemplam as quatro concepções propostas por Usiskin (1995): *Álgebra como Aritmética generalizada, Álgebra como procedimento na resolução de problemas, Álgebra como estudo da relação entre grandezas e Álgebra como estudo das estruturas*. Encontramos também atividades que julgamos não se encaixar em nenhuma das concepções, sendo que as classificamos como concepção não identificada.

A seguir, apresentamos o gráfico com a distribuição das questões de Álgebra por concepção:

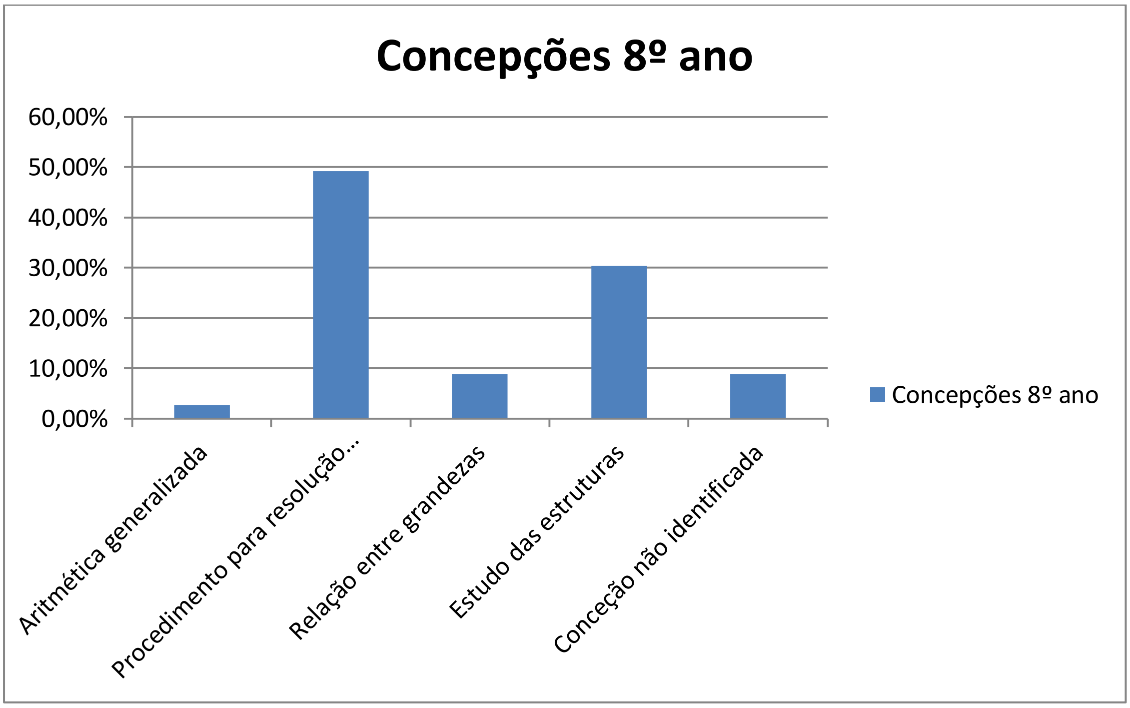


Gráfico 8: Porcentagem de cada uma das concepções com relação ao total das questões que envolvem Álgebra no livro do 8º ano.

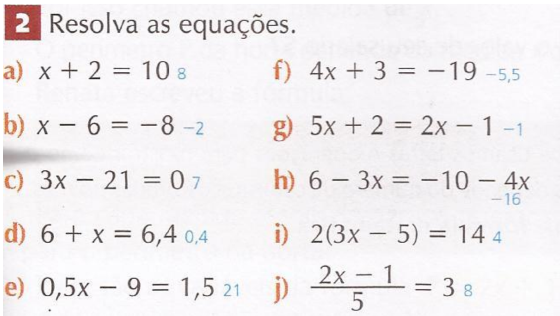
*Álgebra como Aritmética generalizada.*_Essa concepção, como podemos observar no gráfico acima, é a que possui menor frequência neste volume num total de apenas 13 atividades. Essa concepção, segundo Usiskin (1995), tem como instrução chave "traduzir e generalizar". A seguir apresentamos um recorte de uma das questões que se enquadram nessa concepção.

Figura 12: Exemplo da concepção *Álgebra como Aritmética generalizada.* (8º ano)

Recorte do livro praticando a matemática 8º ano, p. 79.

Álgebra como procedimento na resolução de problemas. Neste volume, assim como no volume anterior, essa concepção é que apresenta o maior número de atividades, 234, que corresponde a quase metade das atividades que envolvem Álgebra.

No geral, são problemas envolvendo equações, inequações e sistemas de equações. Algumas vezes o autor apresenta equações prontas nas quais o estudante precisa só manipular os termos para encontrar o "valor de x" (figura 13, e atividade 51 da figura 14). Em outras atividades, sugere situações nas quais se o estudante encontrar equações que a represente facilmente encontrará as soluções (figura 14 atividade 51). A seguir, apresentamos alguns exemplos dessa concepção neste volume:



2 Resolva as equações.

a) $x + 2 = 10$ 8

b) $x - 6 = -8$ −2

c) $3x - 21 = 0$ 7

d) $6 + x = 6{,}4$ 0,4

e) $0{,}5x - 9 = 1{,}5$ 21

f) $4x + 3 = -19$ −5,5

g) $5x + 2 = 2x - 1$ −1

h) $6 - 3x = -10 - 4x$ −16

i) $2(3x - 5) = 14$ 4

j) $\frac{2x - 1}{5} = 3$ 8

Figura 13: Exemplo (1) da concepção *Álgebra como procedimentos para resolver problemas.* (8º ano)Recorte do livro praticando a matemática 8º ano, p. 73.

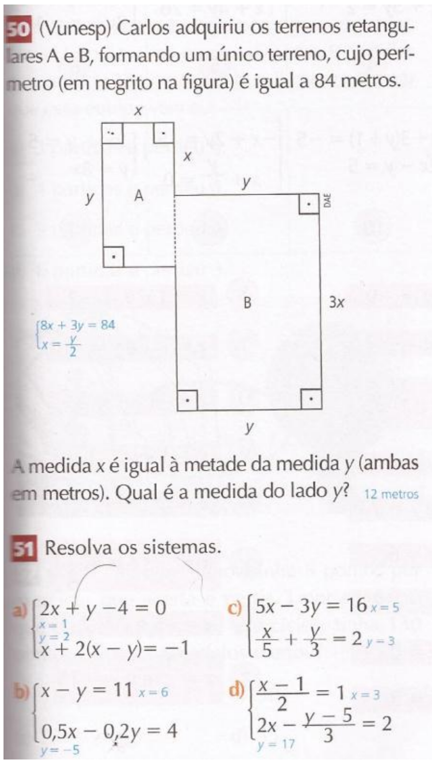


Figura 14: Exemplo (2) da concepção *Álgebra como procedimentos para resolver problemas*. (8º ano) Recorte do livro praticando a matemática 8º ano, p. 159.

Álgebra como estudo da relação entre grandezas. Foram identificadas 42 atividades. A maioria dessas envolvem a aplicação de formulas, como comprimento da circunferência, áreas, volumes e soma dos ângulos internos de um polígono, relações métricas na circunferência. Abaixo seguem alguns exemplos:

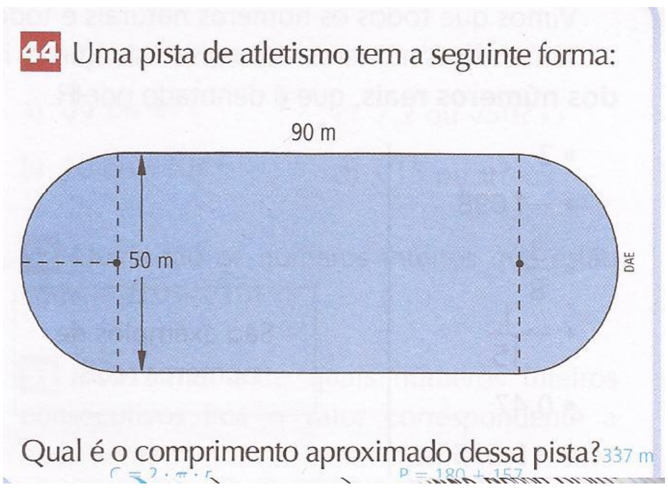


Figura 15: Exemplo (1) da concepção *Álgebra como estudo da relação entre grandezas.* (8º ano) Recorte do livro praticando a matemática 8º ano, p.23.

39 Observe as imagens e responda.

a) Qual é o polígono regular presente na antiga moeda de R$ 0,25? O heptágono.

b) Qual é a soma das medidas dos ângulos internos desse polígono regular? 900°

• $S_i = (7 - 2) \cdot 180° = 900°$

Figura 16: Exemplo (2) da concepção *Álgebra como estudo da relação entre grandezas.* (8º ano) Recorte do livro praticando a matemática 8º ano, p.224.

Ainda nessa concepção identificamos questões que já abordam a ideia de funções. A atividade abaixo exemplifica esse fato.

10 Um motorista, para cobrar um frete, observa no hodômetro do caminhão o número de quilômetros percorridos e utiliza a seguinte tabela:

km rodados	Total a pagar (reais)
0	10,00
1	13,50
2	17,00
3	20,50
4	24,00
...	...
100	360,00

O total a pagar consiste em uma quantia fixa, que é de R$ 10,00, mais uma quantia que depende do número de quilômetros rodados.

a) Qual fórmula permite calcular o total y a pagar num frete de x quilômetros?
$y = 10 + 3{,}5x$

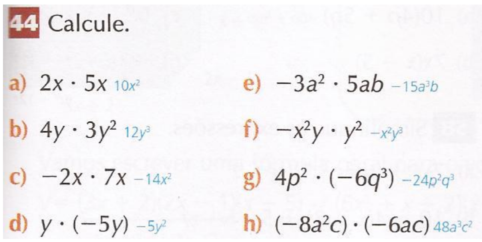
b) Qual é o preço a ser pago num frete de 34 km?
R$ 129,00

c) Com R$ 311,00 pode-se pagar um frete de quantos quilômetros? 86 km

Figura 17: Exemplo (3) daconcepção *Álgebra como estudo da relação entre grandezas.* (8º ano) Recorte do livro praticando a matemática 8º ano, p.76.

O volume três é o livro da coleção que possui o maior número de atividades dentro da concepção *Álgebra como estudo das estruturas* num total de 144 atividades. Destaca-se nesse volume o fato que começam os trabalhos com o cálculo algébrico literal com monômios, polinômios, soma de polinômios, fatoração de polinômios, produtos notáveis, entre outros.

Percebemos nas atividades que o objetivo não é encontrar os valores dos x. Nessas atividades, o foco é a manipulação de sentenças algébricas. As questões nessa concepção seguem as ações sugeridas por Usiskin (1995), “manipular e justificar”. Na sequência apresentamos recortes do livro para exemplificar essa concepção:



44 Calcule.

a) $2x \cdot 5x$ $10x^2$

b) $4y \cdot 3y^2$ $12y^3$

c) $-2x \cdot 7x$ $-14x^2$

d) $y \cdot (-5y)$ $-5y^2$

e) $-3a^2 \cdot 5ab$ $-15a^3b$

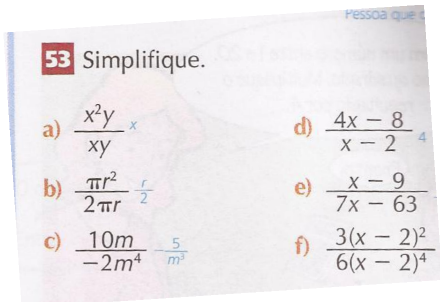
f) $-x^2y \cdot y^2$ $-x^2y^3$

g) $4p^2 \cdot (-6q^3)$ $-24p^2q^3$

h) $(-8a^2c) \cdot (-6ac)$ $48a^3c^2$

Figura 18: Exemplo (1) da concepção *Álgebra como estudo das estruturas.* (8º ano)

Recorte do livro praticando a matemática 8º ano, p.89.



53 Simplifique.

a) $\frac{x^2y}{xy}$ x

b) $\frac{\pi r^2}{2\pi r}$ $\frac{r}{2}$

c) $\frac{10m}{-2m^4}$ $-\frac{5}{m^3}$

d) $\frac{4x-8}{x-2}$ 4

e) $\frac{x-9}{7x-63}$

f) $\frac{3(x-2)^2}{6(x-2)^4}$

Figura 19: Exemplo (2) da concepção *Álgebra como estudo das estruturas.* (8º ano)

Recorte do livro praticando a matemática 8º ano, p.138.

Como podemos observar nas atividades acima, não são relevantes os valores que as letras assumem ou podem assumir. Assim, o estudante tem que simplesmente manipular as expressões e simplificar.

Neste livro encontramos atividades que conseguimos identificar a concepção. A atividade 13 da Unidade 4 localizada na página 79, por exemplo, foi uma dessas cuja concepção não foi identificada.

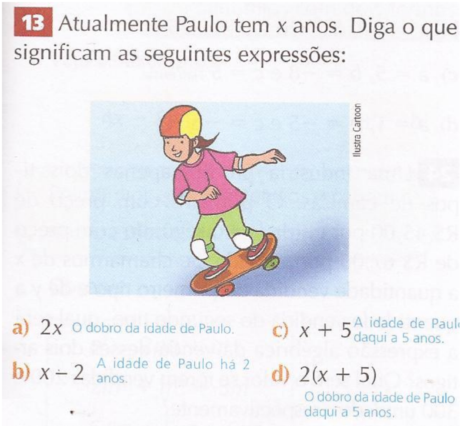


Figura 20: Exemplo da concepção *Álgebra como estudo das estruturas.* (8º ano)

Recorte do livro praticando a matemática 8º ano, p.138.

Nessa atividade não temos a variável como uma generalização de propriedades aritméticas. As letras não são incógnitas. Também não há a ideia de relação entre grandezas e tampouco é uma expressão que o aluno manipulará para até conseguir uma mais simples. Tendo em vista essas ideias, consideramos esta atividade alheia a qualquer uma das concepções.

4.4 Análise do volume 4 - 9º ANO

Este último volume tem um total de 661 atividades distribuídas em dez unidades. Dessa maneira, é o volume com a menor quantidade de atividades da coleção. Entretanto, proporcionalmente, é o que tem o maior número de atividades envolvendo Álgebra pois, quase 60% (57,19), do total de atividades são destinadas a esse campo. A seguir, apresentamos um gráfico da destacando as atividades relacionadas à Álgebra e o total de atividades do volume.

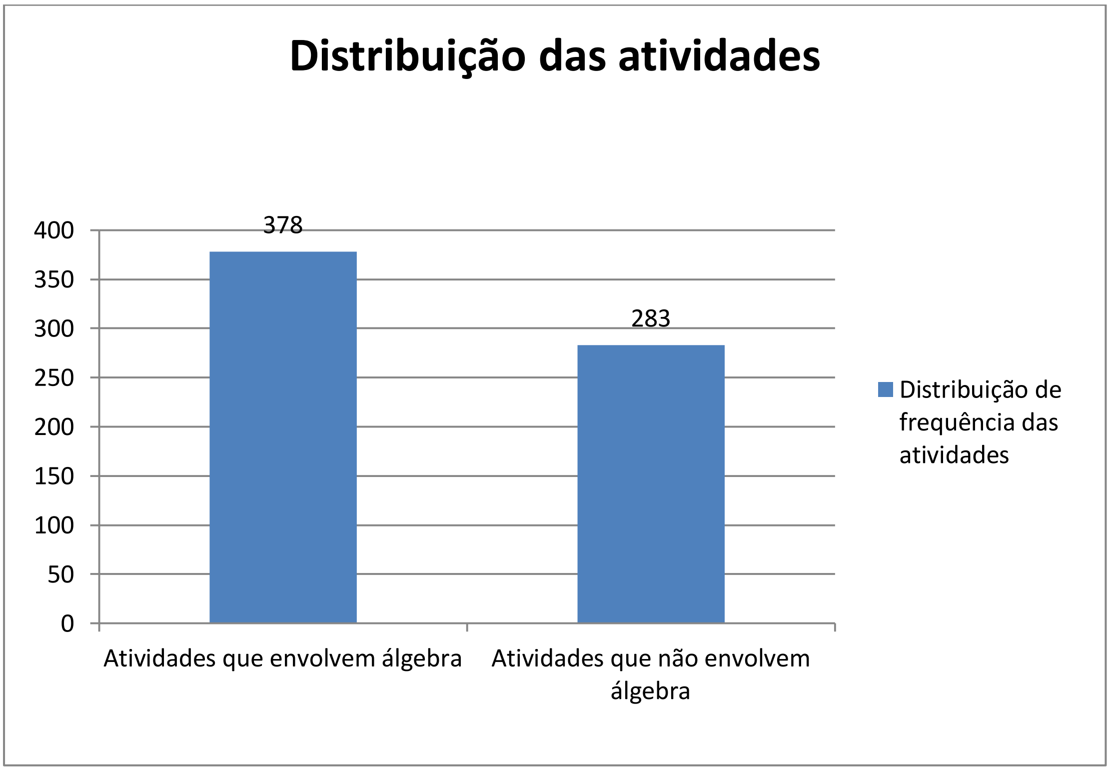


Gráfico 9: distribuição das questões de Álgebra com relação as demais no livro do 9º ano.

Dentre as atividades envolvendo Álgebra, identificamos todas as concepções propostas por Usiskin (1995): *Álgebra como Aritmética generalizada, Álgebra como procedimento na resolução de problemas, Álgebra como estudo da relação entre grandezas e Álgebra como estudo das estruturas*. Identificamos, também, algumas atividades que assim como no volume anterior não conseguimos reconhecer qual a concepção subjacente.

A seguir, apresentamos o gráfico comparativo com os percentuais de cada concepção nas atividades deste volume:

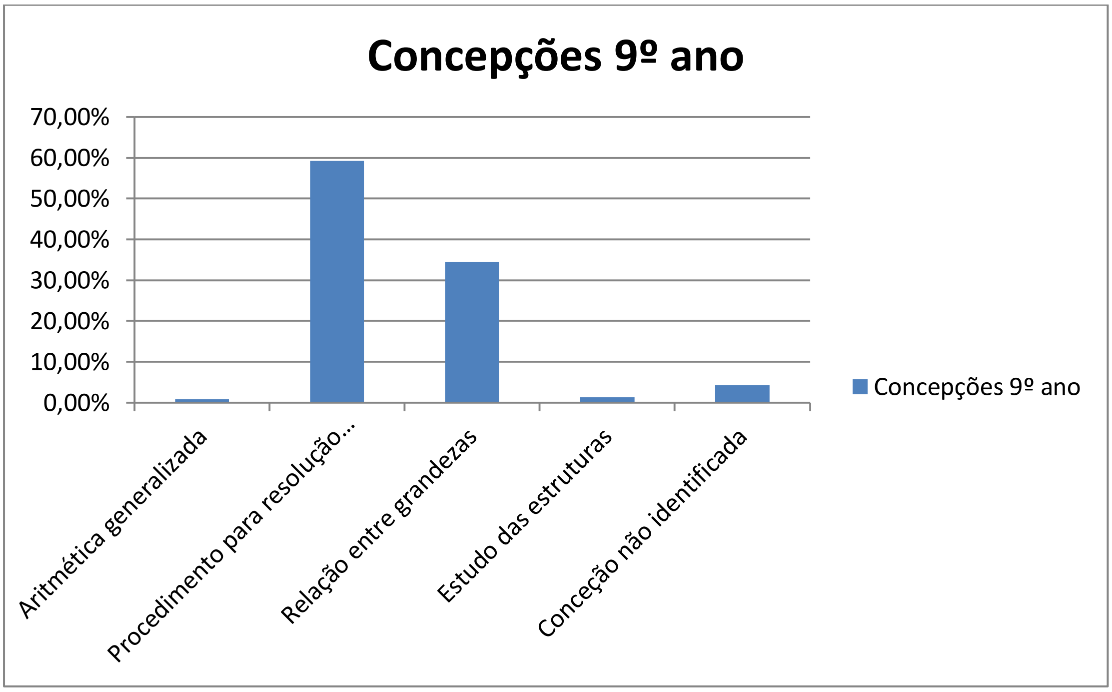
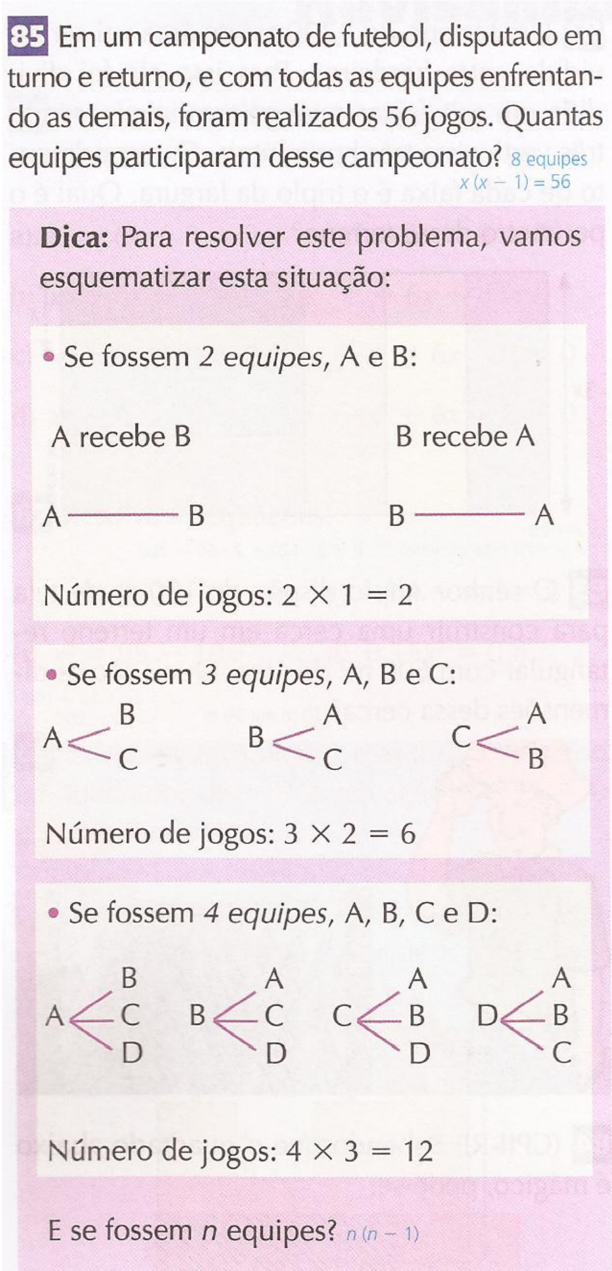


Gráfico 10: Porcentagem de cada uma das concepções com relação ao total das questões que envolvem Álgebra no livro do 9º ano.

Neste volume, foram identificadas três concepções. Como já aconteceu em outros volumes, a concepção *Álgebra como Aritmética generalizada* foi a que teve menor percentual correspondendo a apenas 3 atividades identificadas de um total de 661 atividades. Segue uma atividade ilustrando essa concepção nesse volume.



85 Em um campeonato de futebol, disputado em turno e returno, e com todas as equipes enfrentando as demais, foram realizados 56 jogos. Quantas equipes participaram desse campeonato? 8 equipes

$x(x-1)=56$

Dica: Para resolver este problema, vamos esquematizar esta situação:

- Se fossem *2 equipes*, A e B:

A recebe B — B recebe A

A —— B   B —— A

Número de jogos: $2 \times 1 = 2$

- Se fossem *3 equipes*, A, B e C:

A < B, C   B < A, C   C < A, B

Número de jogos: $3 \times 2 = 6$

- Se fossem *4 equipes*, A, B, C e D:

A < B, C, D   B < A, C, D   C < A, B, D   D < A, B, C

Número de jogos: $4 \times 3 = 12$

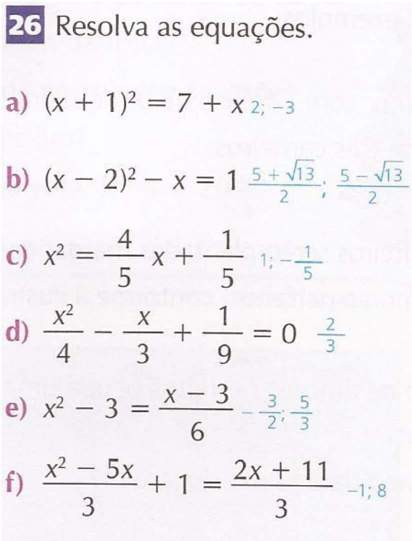
E se fossem *n* equipes? $n(n-1)$

Figura 21: Exemplo da concepção *Álgebra como Aritmética generalizada.* (9º ano)

Recorte do livro praticando a matemática 9º ano, p. 78.

A concepção *Álgebra como procedimento na resolução de problemas*, neste volume assim como nos dois anteriores, é a concepção com maior percentual (59,79% correspondentes à 226 atividades) de atividades algébricas.

Dentre essas, assim como nos outros volumes, temos atividades que o autor sugere a resolução de determinada equação e atividades nas quais o aluno tem que identificar a equação para poder resolvê-la. A seguir ilustramos exemplos de atividades que foram identificadas nessa concepção.



26 Resolva as equações.

a) $(x + 1)^2 = 7 + x$ $2; -3$

b) $(x - 2)^2 - x = 1$ $\frac{5 + \sqrt{13}}{2}; \frac{5 - \sqrt{13}}{2}$

c) $x^2 = \frac{4}{5}x + \frac{1}{5}$ $1; -\frac{1}{5}$

d) $\frac{x^2}{4} - \frac{x}{3} + \frac{1}{9} = 0$ $\frac{2}{3}$

e) $x^2 - 3 = \frac{x - 3}{6}$ $-\frac{3}{2}; \frac{5}{3}$

f) $\frac{x^2 - 5x}{3} + 1 = \frac{2x + 11}{3}$ $-1; 8$

Figura 22: Exemplo (1) da concepção *Álgebra como procedimentos para resolver problemas.* (9º ano) Recorte do livro praticando a matemática 9º ano, p. 57.

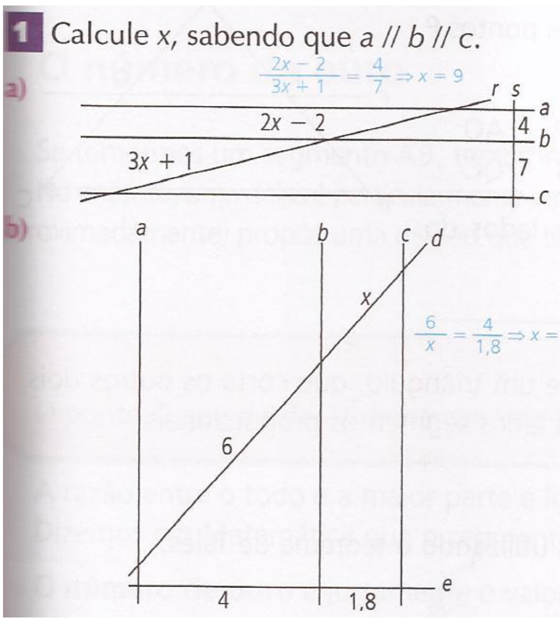
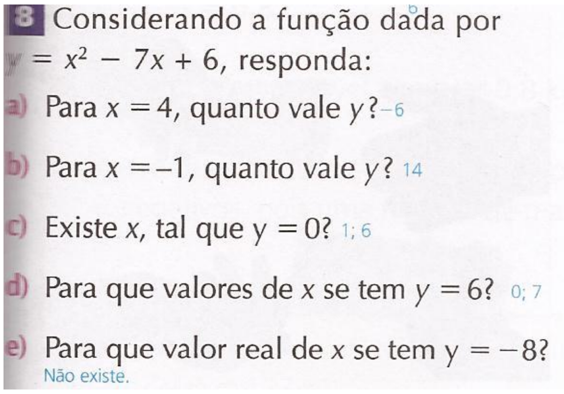


Figura 23: Exemplo (2) da concepção *Álgebra como procedimentos para resolver problemas*. (9º ano) Recorte do livro praticando a matemática 9º ano, p. 161.

A concepção *Álgebra como estudo da relação entre grandezas* apresenta o segundo maior percentual de atividades deste volume. Vale também destacar que este volume é o que possui maior percentual dessa concepção na coleção, com um total de 130 atividades. Isso deve-se ao fato de ser nesse ano que geralmente introduz-se o conceito de função, além das atividades envolvendo áreas de circunferências, áreas e volumes de cilindros e fórmulas para o cálculo de juros. Abaixo, seguem alguns exemplos de atividades que se encaixam nessa concepção:



8 Considerando a função dada por $y = x^2 - 7x + 6$, responda:

a) Para $x = 4$, quanto vale y? -6

b) Para $x = -1$, quanto vale y? 14

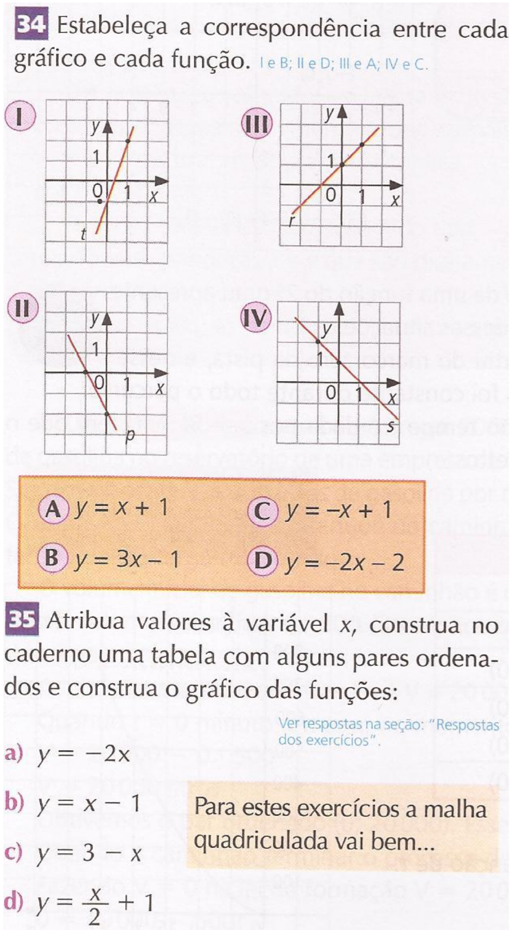
c) Existe x, tal que $y = 0$? 1; 6

d) Para que valores de x se tem $y = 6$? 0; 7

e) Para que valor real de x se tem $y = -8$? Não existe.

Figura 24: Exemplo (1) da concepção *Álgebra como estudo da relação entre grandezas.* (9º ano)

Recorte do livro praticando a matemática 9º ano, p.106.



34 Estabeleça a correspondência entre cada gráfico e cada função. I e B; II e D; III e A; IV e C.

A) $y = x + 1$

B) $y = 3x - 1$

C) $y = -x + 1$

D) $y = -2x - 2$

35 Atribua valores à variável x, construa no caderno uma tabela com alguns pares ordenados e construa o gráfico das funções:

Ver respostas na seção: "Respostas dos exercícios".

a) $y = -2x$

b) $y = x - 1$

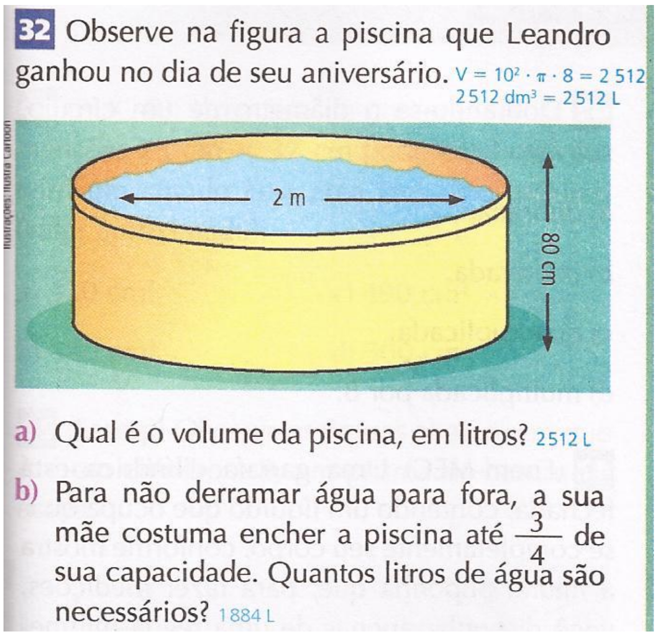
c) $y = 3 - x$

d) $y = \frac{x}{2} + 1$

Para estes exercícios a malha quadriculada vai bem...

Figura 25: Exemplo (2) da concepção *Álgebra como estudo da relação entre grandezas.* (9º ano)

Recorte do livro praticando a matemática 9º ano, p.122.



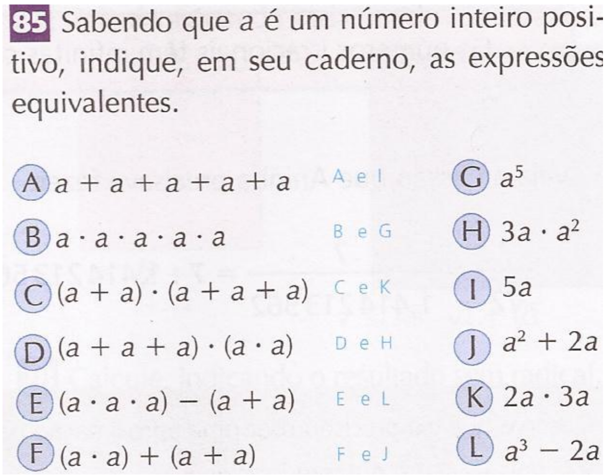
32 Observe na figura a piscina que Leandro ganhou no dia de seu aniversário. $V = 10^2 \cdot \pi \cdot 8 = 2\,512$ 2 512 dm³ = 2 512 L

a) Qual é o volume da piscina, em litros? 2 512 L

b) Para não derramar água para fora, a sua mãe costuma encher a piscina até $\frac{3}{4}$ de sua capacidade. Quantos litros de água são necessários? 1 884 L

Figura 26: Exemplo (3) da concepção *Álgebra como estudo da relação entre grandezas.* (9º ano) Recorte do livro praticando a matemática 9º ano, p.237.

A concepção *Álgebra como estudo das estruturas* apresentou percentual bem menor que no volume anterior. Foram identificamos nesse volume apenas cinco atividades (correspondentes à 1,32%) concentradas em sua maioria na Unidade 2. A seguir apresentamos uma como exemplo.


85 Sabendo que a é um número inteiro positivo, indique, em seu caderno, as expressões equivalentes.

A) $a + a + a + a + a$ — A e I — G) a^5

B) $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$ — B e G — H) $3a \cdot a^2$

C) $(a + a) \cdot (a + a + a)$ — C e K — I) $5a$

D) $(a + a + a) \cdot (a \cdot a)$ — D e H — J) $a^2 + 2a$

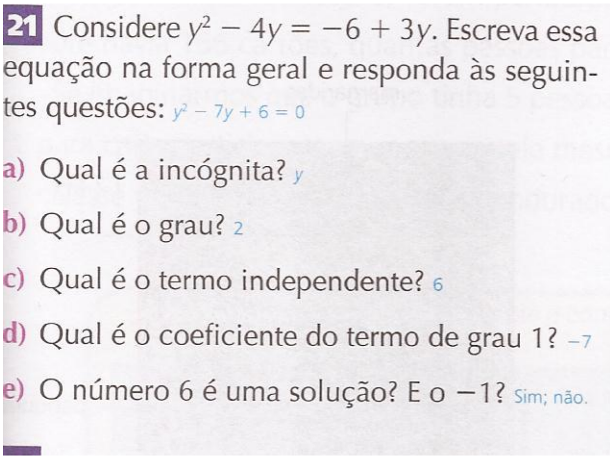
E) $(a \cdot a \cdot a) - (a + a)$ — E e L — K) $2a \cdot 3a$

F) $(a \cdot a) + (a + a)$ — F e J — L) $a^3 - 2a$

Figura 27: Exemplo da concepção *Álgebra como estudo das estruturas.* (9º ano)
Recorte do livro praticando a matemática 9º ano, p. 34.

Na atividade acima, é possível perceber que se espera que o estudante manipule algebricamente e simplifique as expressões da primeira coluna até encontrar as equivalentes na segunda coluna.

Neste volume, identificamos algumas atividades, um total de 14, que como no volume anterior não se encaixam em nenhuma das concepções propostas por Usiskin (1995). A seguir apresentamos uma dessas atividades.



21 Considere $y^2 - 4y = -6 + 3y$. Escreva essa equação na forma geral e responda às seguintes questões: $y^2 - 7y + 6 = 0$

a) Qual é a incógnita? y

b) Qual é o grau? 2

c) Qual é o termo independente? 6

d) Qual é o coeficiente do termo de grau 1? -7

e) O número 6 é uma solução? E o -1? Sim; não.

Figura 28: Exemplo de atividade que não se enquadra em nenhuma das concepções. (9º ano)

Recorte do livro praticando a matemática 9º ano, p.57.

Nessa atividade não temos a variável como uma generalização de propriedades aritméticas, não tem sentido falarmos em determinar o valor da incógnita pois, nessa atividade não se enfatiza a resolução de equações, muito menos de relação entre grandezas, já que Não temos grandezas variando e tampouco é uma expressão que o aluno manipulará para até conseguir uma estrutura mais simples. Com isso consideramos que esta atividade não se enquadra em nenhuma das concepções.

4.5 Comparações Geral da Coleção

Essa seção tem por finalidade apresentar uma comparação considerando a coleção como um todo.

Em relação às atividades correspondentes à Álgebra, tivemos na coleção 1162 atividades, correspondendo a 33,5% do total. No volume 1 foram 34 atividades (3,75% das atividades do volume 1); no volume 2 foram identificadas 275 atividades (30,42% das atividades 2); no volume 3 foram 475 atividades envolvendo Álgebra (47,5% das atividades do volume 3) e no volume 4 identificamos 378 atividades (57,19% das atividades do volume 4).

O gráfico, a seguir, demonstra uma visão geral dessas atividades que envolvem Álgebra na coleção, com os percentuais de atividades identificadas em cada uma das concepções.

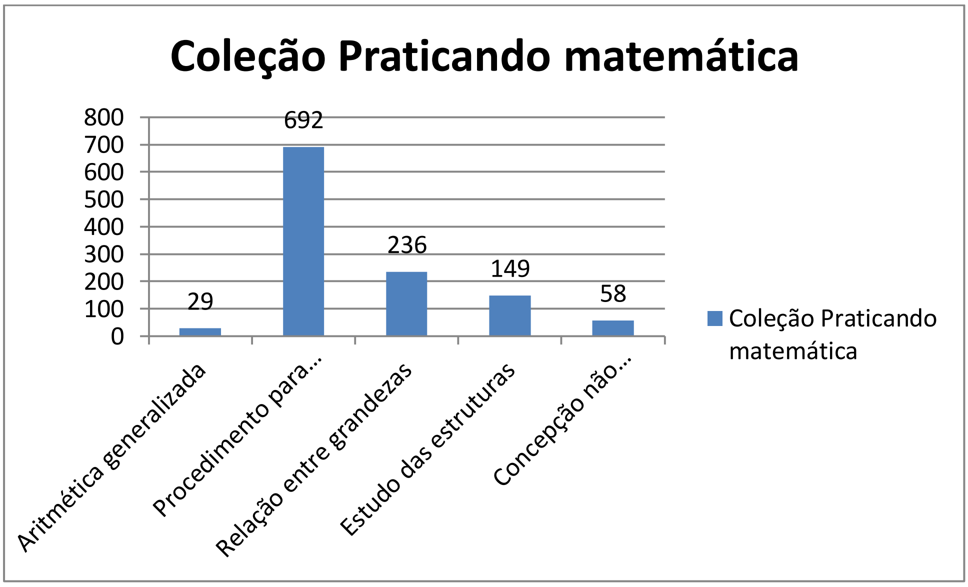


Gráfico 11: Frequência de cada uma das concepções com relação ao total das questões que envolvem Álgebra na coleção

Como pode ser evidenciada no gráfico, a concepção mais abordada na coleção é a *Álgebra como procedimento para resolver problemas.* Por outro lado, a menos abordada é a *Álgebra como Aritmética generalizada.*

Esta última está concepção, relacionada ao uso das letras em generalizações, é pouco abordada em toda a coleção. Entretanto, essa concepção consiste numa das finalidades do Ensino da Matemática levantadas nos PCN que é:

> resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis; (BRASIL, 1998, p.48).

Na concepção *Álgebra como aritmética generalizada* segundo Usiskin (1995) tem-se por meio da Álgebra um busca de padrões como no caso das generalizações aritméticas, ou a busca pelo enésimo termo de uma sequência, ou seja essa busca de padrões acreditamos que leva o estudante a desenvolver algumas das formas de raciocínio e processos citada nos PCN.

Esse fato nos leva a questionar se este livro realmente se adequa as propostas do Ensino de Matemática na Educação Básica brasileira.

Ainda Comparando a coleção livro a livro podemos construir um gráfico que relacione a quantidade de atividades de cada concepção por volume da coleção e com isso evidenciar as diferenças da frequência dessas atividades por volume.

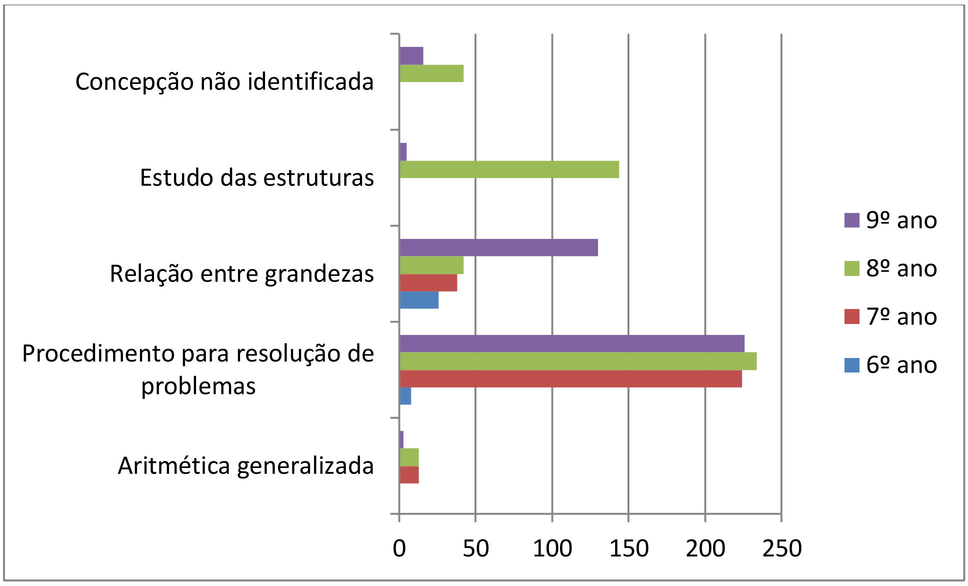


Gráfico 13: Concepções de Álgebra por volume

No gráfico acima fica evidente que a ênfase na concepção Álgebra como procedimentos para resolver problemas se inicia já a partir do 7º ano. Deixa explicito a atenção demasiada da Álgebra com estudo das estruturas no 8º ano assim como o foco no 9] ano em álgebra como relação entre grandezas.

Outro ponto que merece destaque e esse gráfico evidencia é falta de atividades no 6º que estimulem a criança a pensar algebricamente e como já falamos acima podemos observar a diferença entre as atividades que envolvam a concepção Álgebra como aritmética generalizada e as demais.

Podemos observar que a coleção tem uma concepção conteudista no sentido que preza muito pelo exercício, ao todo na coleção são propostos 3472 exercícios que em sua maioria são repetitivos, para o estudante praticar o que nos remete a ideia da concepção *linguístico-pragmático* proposta por Fiorentini et al. (1993). Essa perspectiva supõe que seria suficiente para garantir o aprendizado ao estudante um estudo mesmo que mecânico das etapas de resolução de um problema algébrico.

CAPÍTULO 5 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

CAPÍTULO 5 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

A finalidade da presente pesquisa foi investigar as concepções de Álgebra em uma coleção de livros didáticos de Matemática da segunda etapa do ensino fundamental. Nosso trabalho abordou na fundamentação, em linhas gerais, questões referentes Álgebra escolar como documentos curriculares e trabalhos abordando concepções de Álgebra. Particularmente, utilizamos as Concepções de Álgebra de Usiskin (1995) para classificar as atividades de Álgebra identificadas em cada livro da coleção.

No que diz respeito às atividades de Matemática, evidenciamos que a coleção apresenta um total de 3472 atividades sendo 907 no volume 1; 904 no volume 2; 1000 no volume 3 e 661 no volume 4.

Entendemos com esse trabalho que, se bem encaminhadas às atividades envolvendo Álgebra, de maneira, que aborde todas as concepções referentes ao uso das variáveis Usiskin (1995) os estudantes serão levados a compreender a funções da Álgebra na Matemática e não a decorar fórmulas e propriedades que sempre em algum momento (alguma atividade diferentes das que estudante se acostumou) essas propriedades decoradas não serão suficientes para prosseguir ou solucionar determina atividade.

Segundo nossa análise, temos que todas as concepções propostas por Usiskin (1995) são abordadas na coleção. Cada livro tem pelo menos duas concepções presentes que é o caso do volume 1 (6º ano). As concepções estão distribuídas, mas não de maneira uniforme. Nos livros alguma(s) sempre(m) se destaca(m) mais em sua(s) frequência(s).

Apenas as concepções *Álgebra como procedimento na resolução de problemas* e *Álgebra como estudo da relação entre grandezas* são comuns a todos os volumes da coleção. Tendo no geral uma ênfase maior sobre a primeira, na qual identificamos que 59,45% das atividades que envolvem Álgebra na coleção se enquadravam nesta concepção, enquanto na segunda se encaixam apenas 20,27% das atividades que envolvem Álgebra.

Por volume temos que das concepções que foram mais identificadas, tem-se que a *Álgebra como procedimento na resolução de problemas* teve um número maior de atividades no volume dois correspondente ao 7º ano. Enquanto a *Álgebra como estudo da relação entre grandezas* foi no último volume correspondente ao 9º ano. Nessa perspectiva, também evidenciamos que o foco algébrico do volume três (8º ano) é na concepção *Álgebra como* *estudo das estruturas.* De certa maneira, esse fato já era esperado uma vez que tradicionalmente o estudo de conteúdos como monômios, binômios, polinômios, etc se concentram neste ano. Acreditamos que isso exige que o professor que utilize essa coleção tenha consciência dessa restrição e busque desenvolver atividades extras que abordem outras concepções.

Esta pesquisa como qualquer pesquisa é incompleta, no sentido que há sempre outra forma de olhar para o problema em questão ou até mesmo sugerir novos problemas para o objeto em estudo. Contudo, considerando as limitações do contexto e do tempo restrito, avaliamos que atingimos os nossos objetivos.

Acreditamos que nosso estudo pode ser ampliado considerando outros fatores, como por exemplo, uma análise que também inclua como o autor conduz o texto didático existente antes de cada quadro de atividades. Outra perspectiva poderia ser investigar as opiniões, crenças ou mesmo as concepções dos professores que adotaram esta coleção. Por fim, ainda nessa linha dialogando com nosso trabalho, outra questão poderia ser analisar buscando compreender a adequabilidade das atividades e da distribuição das concepções que permeiam a coleção.

Anexo 1

FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO
Programa Nacional do Livro Didático - PNLD

PNLD 2014 - Coleções mais distribuidas por componente curricular
Matemática

	Código	Título	Tipo	Qtde.	Cad.	Quantidade	Quantidade
1ª	27454C0224	PRATICANDO MATEMÁTICA - EDIÇÃO RENOVADA	L	288	19	752.606	2.831.411
	27454C0224	PRATICANDO MATEMÁTICA - EDIÇÃO RENOVADA	M	400	26	13.419	
	27454C0225	PRATICANDO MATEMÁTICA - EDIÇÃO RENOVADA	L	288	19	704.240	
	27454C0225	PRATICANDO MATEMÁTICA - EDIÇÃO RENOVADA	M	416	27	12.779	
	27454C0226	PRATICANDO MATEMÁTICA - EDIÇÃO RENOVADA	L	304	20	677.622	
	27454C0226	PRATICANDO MATEMÁTICA - EDIÇÃO RENOVADA	M	424	27,5	12.516	
	27454C0227	PRATICANDO MATEMÁTICA - EDIÇÃO RENOVADA	L	272	18	645.823	
	27454C0227	PRATICANDO MATEMÁTICA - EDIÇÃO RENOVADA	M	392	25,5	12.406	
2ª	27493C0224	VONTADE DE SABER MATEMÁTICA - 6º ANO	L	352	23	735.370	2.694.730
	27493C0224	VONTADE DE SABER MATEMÁTICA - 6º ANO	M	448	29	14.844	
	27493C0225	VONTADE DE SABER MATEMÁTICA - 7º ANO	L	320	21	674.447	
	27493C0225	VONTADE DE SABER MATEMÁTICA - 7º ANO	M	416	27	14.091	
	27493C0226	VONTADE DE SABER MATEMÁTICA - 8º ANO	L	320	21	631.102	
	27493C0226	VONTADE DE SABER MATEMÁTICA - 8º ANO	M	416	27	13.618	
	27493C0227	VONTADE DE SABER MATEMÁTICA - 9º ANO	L	272	18	597.720	
	27493C0227	VONTADE DE SABER MATEMÁTICA - 9º ANO	M	352	23	13.538	
3ª	27468C0224	PROJETO TELÁRIS - MATEMÁTICA - 6º ANO	L	304	20	628.253	2.274.623
	27468C0224	PROJETO TELÁRIS - MATEMÁTICA - 6º ANO	M	416	27	12.176	
	27468C0225	PROJETO TELÁRIS - MATEMÁTICA - 7º ANO	L	304	20	569.798	
	27468C0225	PROJETO TELÁRIS - MATEMÁTICA - 7º ANO	M	400	26	11.478	
	27468C0226	PROJETO TELÁRIS - MATEMÁTICA - 8º ANO	L	312	20,5	525.405	
	27468C0226	PROJETO TELÁRIS - MATEMÁTICA - 8º ANO	M	416	27	10.958	
	27468C0227	PROJETO TELÁRIS - MATEMÁTICA - 9º ANO	L	328	21,5	505.596	
	27468C0227	PROJETO TELÁRIS - MATEMÁTICA - 9º ANO	M	432	28	10.959	
4ª	27408C0224	MATEMÁTICA - BIANCHINI	L	344	22,5	377.130	1.345.301
	27408C0224	MATEMÁTICA - BIANCHINI	M	416	27	7.295	
	27408C0225	MATEMÁTICA - BIANCHINI	L	272	18	338.985	
	27408C0225	MATEMÁTICA - BIANCHINI	M	336	22	6.821	
	27408C0226	MATEMÁTICA - BIANCHINI	L	264	17,5	309.742	
	27408C0226	MATEMÁTICA - BIANCHINI	M	320	21	6.513	
	27408C0227	MATEMÁTICA - BIANCHINI	L	272	18	292.346	
	27408C0227	MATEMÁTICA - BIANCHINI	M	328	21,5	6.469	
5ª	27458C0224	PROJETO ARARIBÁ - MATEMÁTICA	L	344	22,5	294.990	1.091.645
	27458C0224	PROJETO ARARIBÁ - MATEMÁTICA	M	496	32	5.773	
	27458C0225	PROJETO ARARIBÁ - MATEMÁTICA	L	264	17,5	269.111	
	27458C0225	PROJETO ARARIBÁ - MATEMÁTICA	M	408	26,5	5.484	
	27458C0226	PROJETO ARARIBÁ - MATEMÁTICA	L	304	20	254.850	
	27458C0226	PROJETO ARARIBÁ - MATEMÁTICA	M	448	29	5.304	
	27458C0227	PROJETO ARARIBÁ - MATEMÁTICA	L	240	16	250.789	
	27458C0227	PROJETO ARARIBÁ - MATEMÁTICA	M	360	23,5	5.344	
6ª	27420C0224	MATEMÁTICA: TEORIA E CONTEXTO	L	272	18	288.318	1.026.549
	27420C0224	MATEMÁTICA: TEORIA E CONTEXTO	M	352	23	5.836	
	27420C0225	MATEMÁTICA: TEORIA E CONTEXTO	L	272	18	255.639	
	27420C0225	MATEMÁTICA: TEORIA E CONTEXTO	M	384	25	5.452	
	27420C0226	MATEMÁTICA: TEORIA E CONTEXTO	L	256	17	236.119	
	27420C0226	MATEMÁTICA: TEORIA E CONTEXTO	M	368	24	5.237	
	27420C0227	MATEMÁTICA: TEORIA E CONTEXTO	L	272	18	224.733	
	27420C0227	MATEMÁTICA: TEORIA E CONTEXTO	M	384	25	5.215	
7ª	27410C0224	MATEMÁTICA - IDEIAS E DESAFIOS	L	304	20	132.763	468.034
	27410C0224	MATEMÁTICA - IDEIAS E DESAFIOS	M	368	24	3.081	
	27410C0225	MATEMÁTICA - IDEIAS E DESAFIOS	L	304	20	115.633	
	27410C0225	MATEMÁTICA - IDEIAS E DESAFIOS	M	368	24	2.873	
	27410C0226	MATEMÁTICA - IDEIAS E DESAFIOS	L	320	21	106.236	
	27410C0226	MATEMÁTICA - IDEIAS E DESAFIOS	M	400	26	2.763	
	27410C0227	MATEMÁTICA - IDEIAS E DESAFIOS	L	320	21	101.902	
	27410C0227	MATEMÁTICA - IDEIAS E DESAFIOS	M	384	25	2.783	
8ª	27473C0224	PROJETO VELEAR - MATEMÁTICA - 6º ANO	L	288	19	87.144	324.709
	27473C0224	PROJETO VELEAR - MATEMÁTICA - 6º ANO	M	360	23,5	1.660	
	27473C0225	PROJETO VELEAR - MATEMÁTICA - 7º ANO	L	280	18,5	80.246	
	27473C0225	PROJETO VELEAR - MATEMÁTICA - 7º ANO	M	352	23	1.534	
	27473C0226	PROJETO VELEAR - MATEMÁTICA - 8º ANO	L	216	14,5	75.310	
	27473C0226	PROJETO VELEAR - MATEMÁTICA - 8º ANO	M	280	18,5	1.475	

	27473C0227	PROJETO VELEAR - MATEMÁTICA - 9º ANO	L	280	18,5	75.854	
	27473C0227	PROJETO VELEAR - MATEMÁTICA - 9º ANO	M	360	23,5	1.486	
9ª	27354C0224	DESCOBRINDO E APLICANDO A MATEMÁTICA	L	312	20,5	89.704	319.998
	27354C0224	DESCOBRINDO E APLICANDO A MATEMÁTICA	M	360	23,5	1.719	
	27354C0225	DESCOBRINDO E APLICANDO A MATEMÁTICA	L	304	20	77.798	
	27354C0225	DESCOBRINDO E APLICANDO A MATEMÁTICA	M	352	23	1.536	
	27354C0226	DESCOBRINDO E APLICANDO A MATEMÁTICA	L	280	18,5	74.084	
	27354C0226	DESCOBRINDO E APLICANDO A MATEMÁTICA	M	328	21,5	1.491	
	27354C0227	DESCOBRINDO E APLICANDO A MATEMÁTICA	L	304	20	72.161	
	27354C0227	DESCOBRINDO E APLICANDO A MATEMÁTICA	M	352	23	1.505	
10ª	27411C0224	MATEMÁTICA - IMENES & LELLIS	L	312	20,5	71.900	270.860
	27411C0224	MATEMÁTICA - IMENES & LELLIS	M	400	26	1.505	
	27411C0225	MATEMÁTICA - IMENES & LELLIS	L	328	21,5	66.127	
	27411C0225	MATEMÁTICA - IMENES & LELLIS	M	416	27	1.421	
	27411C0226	MATEMÁTICA - IMENES & LELLIS	L	320	21	62.725	
	27411C0226	MATEMÁTICA - IMENES & LELLIS	M	408	26,5	1.370	
	27411C0227	MATEMÁTICA - IMENES & LELLIS	L	328	21,5	64.428	
	27411C0227	MATEMÁTICA - IMENES & LELLIS	M	456	29,5	1.384	

Fonte: *Coleções mais distribuídas por componente curricular – Ensino Fundamental*[6]

Figura 1:Relação dos livros didáticos de Matemática adotados no país.

[6] *(<http://www.fnde.gov.br/arquivos/category/125-guias?download=8499:colecoes-mais-distribuidas-por-componente-curricular-ensino-fundamental>. acessado em 19/08/2014 as 22:00 h).*

REFERÊNCIAS

ANDRINI, A; VASCONCELLOS, M. J. *Coleção Praticando Matemática – Edição renovada (Manual do professor).* 3 ed. renovada. 4 v. – São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

BARBOSA, Edelweis José Tavares; LINS, Abigail Fregni. *Introdução à Álgebra Escolar nos Livros Didáticos de matemática do ensino fundamental II. In*: Congresso de Pós-Graduação e Pesquisa, 2009, Campina Grande. Pos- graduação, 2009

BELTRAME, Juliana Thais. *A Álgebra nos livros didáticos: um estudo dos usos das variáveis, segundo o modelo 3UV*. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). São Paulo: PUC, 2009. 157 f.

BELTRAME, J. T. ; BIANCHINI, B. L. . Concepções da Álgebra nos Livros Didáticos: a necessidade de uma inter-relação para o desenvolvimento do pensamento algébrico. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática, 2008, Rio Claro. Caderno de Resumos. Rio Claro, 2008.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática(5ª à 8º séries)*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

______. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio(PCNEM): Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 2000.

______. Secretaria de Educação Fundamental. *Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionai (PCN+):Ciências da Natureza Matemática e suas tecnologias.* Brasília: MEC/SEF, 2002.

BRASÍLIA: Ministerio da Educacao, Secretaria de Educacao Basica, Guia de livros didaticos : PNLD 2014 : matemática. Brasília, 2013.

______. Ministerio da Educacao, FNDE. In: <http://www.fnde.gov.br/arquivos/category/125-guias?download=8499:colecoes-mais-distribuidas-por-componente-curricular-ensino-fundamental>. *Acessado em 19/08/2014 as 22:00 h.*

CAMARA, Marcelo; CASTRO, José Aires de; BITTAR, Marilena. *Desafios para a pesquisa em Educação Matemática na sala de aula*. In anais do 2º SIPEMAT (Simpósio Internacional de Pesquisas em Educação Matemática) 2008.

CAVALCANTI, José Dilson Beserra. *Uma reflexão sobre o ensino de matemática na primeira metade do século XX.* No prelo.

FIORENTINI, D. ; MIORIM, M.A. ; MIGUEL, A. . *Contribuição para um repensar... a educação algébrica elementar.* Pro-Posições (Unicamp), v. 4, n.1(10), p. 78-91, 1993.

IBRAHIM, Maísa Soraia Abud ; SILVA, Maísa Gonçalves da ; RESENDE, Marilene Ribeiro. *Concepções de Álgebra das questões do Sistema nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB. In:VII Encontro de Pesquisa em Educação.* Uberaba, 2013

LINS, Rômulo C.; GIMENEZ, Joaquim. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI*. Campinas, SP: Papirus, 1997.

MIGUEL, A. ; FIORENTINI, D**.** ; MIORIM, M.A. . *Álgebra ou Geometria: para onde pende o pendulo?***.** Pro-Posições (Unicamp), v. 3, n.7, p. 39-54, 1992.

PERNAMBUCO, Secretaria de Educação Estadual de Pernambuco. *Base Curricular Comum para as redes Públicas de Ensino em Pernambuco:Matemática*.Pernambuco,2008.

______. Secretaria de Educação Estadual de Pernambuco. *Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio*. Pernambuco,2012.

SANTOS, Maria Lucivânia Souza dos. *Um estudo sobre a abordagem da história da matemática em livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental*, 2013.

SOARES, Jandson Bernardo; SOUZA, Wendell de Oliveira; *Memorial do pnld: elaboração, natureza e funcionalidade.*
Disponível em <http://www.cchla.ufrn.br/shXIX/anais/GT23/ARTIGO%20-.pdf >**.** Acesso em 21 de julho de 2014.

USISKIN, Zalman. *Concepções sobre a Álgebra da escola média e utilizações de variáveis. IN: As ideias da Álgebra.* Organizadores: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. Tradução: Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995.