

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

SIGNIFICADOS DE PROBABILIDADE: UMA ANÁLISE EM LIVROS
DIDÁTICOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

CÉSAR DIOGO BEZERRA DA SILVA

CARUARU, 2015

CÉSAR DIOGO BEZERRA DA SILVA

SIGNIFICADOS DE PROBABILIDADE: UMA ANÁLISE EM LIVROS
DIDÁTICOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso como
requisito para a obtenção do título de
Licenciado em Matemática pela
Universidade Federal de Pernambuco –
Centro Acadêmico do Agreste (UFPE-
CAA) sob orientação do Professor Mestre
José Ivanildo Felisberto de Carvalho.

CARUARU, 2015

Catálogo na fonte:
Bibliotecária - Simone Xavier CRB/4-1242

S586s Silva, César Diogo Bezerra da.
Significados de probabilidade: uma análise em livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental. / César Diogo Bezerra da Silva. - Caruaru: O Autor, 2015.
70f. il. ; 30 cm.

Orientador: José Ivanildo Felisberto de Carvalho.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2015.
Inclui referências bibliográficas

1. Livros didáticos. 2. Probabilidades. 3. Ensino e aprendizagem. I. Carvalho, José Ivanildo Felisberto de. (Orientador). II. Título

371.12 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2015-270)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE
PERNAMBUCO
Centro Acadêmico Do Agreste
Núcleo De Formação Docente
Curso de Matemática – Licenciatura



SIGNIFICADOS DE PROBABILIDADE: UMA ANÁLISE EM LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.

César Diogo Bezerra da Silva

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA –
Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de
Pernambuco e Aprovada em 13 de Julho de 2015.

Banca Examinadora:

Prof. José Ivanildo Felisberto de Carvalho (UFPE - CAA)
(Orientador)

Profa. Michaelle Renata Moraes de Santana (Faculdade dos Guararapes)
(Examinadora Externa)

Profa. Cristiane de Arimatéa Rocha (UFPE - CAA)
(Examinadora Interna)

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, por todas as realizações em minha vida, em especial esse Trabalho de Conclusão de curso.

Aos meus pais, Marinalva (Nalva) e Paulo, ao meu irmão Diego, pessoas que sempre tomei como exemplo e inspiração, e a todos os familiares por sempre estarem presentes em minha vida.

Ao meu orientador, Ivanildo Carvalho, por toda paciência, compreensão e ajuda nesse tempo em que estivemos juntos realizando esse trabalho. Sou feliz ao poder dizer que meu orientador é meu amigo.

Aos meus amigos, da melhor turma do CAA e aos amigos de outros cursos e de fora da faculdade que participaram e participam de tantos momentos em minha vida, sejam de alegria, sejam de tristeza.

Agradeço ao meu amigo Alessandro Costa. Não poderia deixar de mencioná-lo. Ele que é inspiração e exemplo pra mim, que me faz querer ser melhor a cada dia e que me ensinou a não desistir, jamais, dos meus sonhos.

Aos professores que tive em minha graduação: Ivanildo Carvalho, Cristiane Rocha, José Marcos, Ricardo Nunes, Elizabeth Lacerda, Cleiton Ricardo, Paulo Peixoto, Andréa Santos, Ana Lúcia, Jaqueline Barbosa e tantos outros por terem feito minha graduação valer a pena.

Aos colegas Lucivânia, Jefferson e Flávia, pela ajuda em encontrar as coleções para o desenvolvimento do meu trabalho.

Ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) e a minha coordenadora do subprojeto (Cristiane Rocha) pelas experiências e aprendizagens.

RESUMO

Este trabalho busca compreender a abordagem dos significados de probabilidade em livros didáticos destinados aos anos finais do Ensino Fundamental. A pesquisa se deu em três coleções (12 livros) didáticas de matemática destinada aos anos finais do Ensino Fundamental selecionadas entre as 10 coleções aprovadas no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD – 2014). As três coleções que escolhemos são as mais adotadas pelas escolas públicas no município de Caruaru-PE. Os significados de probabilidade que utilizamos foram: intuitivo, clássico, geométrico, frequentista, subjetivo, formal. Além dessas categorias, foi necessário criar duas categorias que chamamos de noções básicas de probabilidade e outras atividades. Categorizamos também as atividades por meio das representações e contextos abordados. Nas representações levamos em conta atividades com texto, tabelas, figuras, diagramas e gráficos. Para os contextos classificamos as atividades em relação a utilização de dados; moedas; urnas, sacos e bolas; roletas e alvos; cartões, baralho e dominó; escolha de pessoas, lugares e objetos; códigos e senhas; dados de pesquisa; outras atividades. Os dados nos revelaram que as coleções analisadas não seguem uma tendência no que diz respeito à distribuição das atividades por volumes; apenas uma coleção, por exemplo, apresenta atividades de probabilidade nos quatro volumes (6º ao 9º ano). Concernente aos significados, temos que as coleções analisadas apresentam unicamente o significado clássico em 82,1% do total das 179 atividades mapeadas. Os demais significados são pouco explorados. O significado frequentista, por exemplo, é pouco abordado – apenas 11 do total de 179 atividades mapeadas; acreditamos que este significado deveria ser melhor enfatizado uma vez que as coleções estão destinadas à etapa de escolarização do Ensino Fundamental. Com respeito às representações abordadas nas atividades encontramos as representações “apenas texto” (37,43%) e “figuras-suporte” (30,17%) como as mais enfatizadas pelas coleções. No que se referem aos contextos verificamos que os “Dados” e “Escolha de Pessoas, Lugares e Objetos” são as categorias que mais se destacam, com 20,67% e 20,11%, respectivamente. Em suma, consideramos que as coleções analisadas não contemplam satisfatoriamente o trabalho com o conceito de probabilidade por meio dos diversos significados, e ainda, não instigam um trabalho com a probabilidade experimental preconizado pelas orientações curriculares e pela literatura atual.

Palavras-chave: Livro Didático; Ensino e Aprendizagem de Probabilidade; Significados de Probabilidade, Representações e Contextos.

RESUMEN

Este trabajo trata de comprender el enfoque de los significados de la probabilidad en los libros de texto destinados a los últimos cursos de Ensino Fundamental en Brasil (estudiantes de 11 a 14 años). La investigación se llevó a cabo en tres colecciones (12 libros) didácticas de matemáticas destinada a los últimos cursos de Ensino Fundamental seleccionadas entre las 10 colecciones aprobados en el Programa Nacional de Libros de Texto (PNLD - 2014). Las tres colecciones que hemos elegido son las más adoptadas por las escuelas públicas del municipio de Caruaru-PE. Los significados de probabilidad de que se utilizaron fueron: intuitiva, clásico, geométrico, frecuentista, subjetiva, formal. Además de estas categorías, fue necesario crear dos categorías que llamamos los conceptos básicos de probabilidad y otras actividades. También categorizamos las actividades por medio de las representaciones y abordamos contextos. En las representaciones consideramos actividades con texto, tablas, figuras, diagramas y gráficos. Para contextos clasificar las actividades relativas a la utilización de los datos; monedas; urnas, bolsas y pelotas; ruleta y objetivos; tarjetas, jugando a las cartas y al dominó; elección de personas, lugares y objetos; códigos y contraseñas; datos de la encuesta; otras actividades. Los datos demostraron que las colecciones analizadas no siguen una tendencia con respecto a la distribución de las actividades por volumen; sólo una colección, por ejemplo, presenta probabilidad de las actividades en los cuatro volúmenes (6 al 9 grado). En relación con los significados que sólo hemos analizado colecciones significado clásica en el 82,1% de 179 actividades asignadas. Los otros significados son poco explorada. El significado frecuentista, por ejemplo, no se discute - sólo el 11 del total de 179 actividades mapeadas; creemos que este significado debe ser mejor enfatizó dado que las colecciones se dirigen a la etapa de escolarización del Ensino Fundamental. Con respecto a las representaciones abordados en las actividades se encuentran las representaciones "Sólo texto" (37,43%) y "figuras de apoyo" (30,17%) como la más destacada por las colecciones. Al referirse a los contextos nos encontramos con que los "datos" y "Elección de personas, lugares y objetos" son las categorías que se destacan, con 20,67% y 20,11%, respectivamente. En resumen, creemos que las colecciones analizadas incluyen no satisfactoriamente el trabajo con el concepto de probabilidad a través de los diversos significados y, aún, no instigar a un trabajo con la probabilidad experimental recomienda las directrices curriculares y la literatura actual.

Palabras clave: Libro de texto; la Enseñanza y el Aprendizaje de probabilidad; probabilidad - significados, representaciones y contextos.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Resultados obtidos no lançamento das tachinhas. Fonte: Coutinho, 1994, p. 120.	28
Figura 2: Atividade que envolve o significado clássico. Fonte: Coleção C1, 8º ano, pág. 274. .	45
Figura 3: Atividade que envolve o Significado Geométrico. Fonte: Coleção C3, 8º ano, pág. 215.....	46
Figura 4: Atividade que envolve o significado frequentista. Fonte: Coleção C3, 8º ano, pág. 214.	47
Figura 5: Atividade que envolve o significado frequentista. Fonte: Coleção C1, 9º ano, pág. 135.	48
Figura 6: Atividade que envolve noções básicas de probabilidade. Fonte: Coleção C1, 7º ano, pág. 110.	49
Figura 7: Outras atividades de probabilidade. Fonte: Coleção C2, 8º ano, pág. 286.	50
Figura 8: Outras atividades de probabilidade. Fonte: Coleção C2, 7º ano, pág. 279.	50
Figura 9: Significado frequentista em um experimento não equiprovável. Fonte: Coleção C1, .	51
Figura 10: Atividade com uma Figura-Não suporte. Fonte: Coleção C1, 9º ano, pág 139.	52
Figura 11: Atividade com a representação "Texto". Fonte: Coleção C2, 8º ano, pág. 285.	54
Figura 12: Atividade com Figura Suporte. Fonte: Coleção C1, 9º ano, pág. 150.	55
Figura 13: Atividade com Tabela. Fonte: Coleção C3, 7º ano, pág. 148.	56
Figura 14: Atividade com Diagrama. Fonte: Coleção C3, 8º ano, pág. 222.	56
Figura 15: Atividade com gráfico. Fonte: Coleção C2, 7 ano, pág. 275.	57
Figura 16: Atividade da categoria "Escolha de Pessoas, Lugares e Objetos". Fonte: Coleção C1, 9º ano, pág. 139.	59
Figura 17: Atividade envolvendo Dados. Fonte: Coleção C1, 9º ano, pág. 149.	59
Figura 18: Atividade AT003. Fonte: Coleção C1, 7º ano, pág. 99.....	60
Figura 19. Atividade com o uso de senhas. Fonte: Coleção C2, 9º ano, pág.	60
Figura 20. Atividade com moedas. Fonte: Coleção C3, 7º ano, pág. 147	61
Figura 21: Atividade que envolve Urnas. Fonte: Coleção C1, 7º ano, pág. 99.	62
Figura 22: Atividade que envolve Baralho. Fonte: Coleção C1, 9º ano, pág. 150.....	62
Figura 23. Atividade com dados de pesquisa. Fonte: Coleção C1, 9º ano, pág 143.	63
Figura 24. Atividade que envolve o significado frequentista, contexto par ou ímpar e representação por tabela. Fonte: Coleção C2, 8º ano, pág. 281.	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Coleções adotadas pelas escolas do município de Caruaru-PE.....	35
Tabela 2: Quantidade de atividades por coleção e por volume	40
Tabela 3:Distribuição das atividades em relação aos significados.....	43
Tabela 4: Atividades que se enquadram na categoria Noções Básicas de Probabilidade por coleção.....	48
Tabela 5: As Representações em relação as Coleções	54

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Quantitativo de escolas por coleção de livros didáticos.....	34
Gráfico 2: Quantidade de atividades por coleção e ano e ensino	41
Gráfico 3: Frequência absoluta das atividades em relação aos significados	42
Gráfico 4: A representação nas atividades analisadas.....	53
Gráfico 5: Quantidade de atividades de acordo com o contexto.	58

LISTA DE ORGANIZADOR GRÁFICO

Organizador gráfico 1: Atividades dentro e fora do eixo T.I.	39
---	----

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	11
2.	REVISÃO DE LITERATURA	15
2.1.	Documentos Curriculares.....	15
2.2.	Letramento Probabilístico de Gal (2005)	17
2.3.	Antecedentes	19
2.4.	Programa Nacional do Livro Didático.....	22
3.	MARCO TEÓRICO.....	24
3.1.	Significado Intuitivo.....	24
3.2.	Significado Clássico.....	24
3.2.1.	Significado Geométrico	25
3.3.	Significado Frequentista.....	27
3.4.	Significado Subjetivo	29
3.5.	Significado Formal.....	31
4.	MÉTODO.....	34
5.	A PROBABILIDADE NOS LIVROS DIDÁTICOS – análise e discussão dos resultados	39
5.1.	Distribuição das atividades nas coleções	39
5.2.	Significados de Probabilidade	41
5.3.	Representações.....	51
5.4.	Contextos	58
5.5.	Significado Frequentista versus Representações e Contextos.....	63
6.	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	66
7.	REFERÊNCIAS.....	69

1. INTRODUÇÃO

O contato com a estatística e a probabilidade, ainda no Ensino Médio, foi decisivo para a escolha de me tornar professor. Essa experiência me mostrou que mesmo parecendo conteúdos de fácil compreensão, a meu ver naquele momento, ainda assim meus colegas de classe não conseguiam compreender as explicações dos nossos professores.

A disciplina de estatística, ainda no segundo período da graduação, despertou em mim uma curiosidade sobre os conteúdos abordados, em especial com o conceito de probabilidade.

Como aluno da graduação, percebi que vários colegas sentiam dificuldades ao estudar esse conteúdo e que, depois de concluir a disciplina, muitos deles querem apenas se ver livres de questões ligadas à estatística e probabilidade.

Tais experiências, como estudante, ajudaram a criar questionamentos sobre assuntos envolvendo a estatística e a probabilidade, entretanto, apenas no sexto período de graduação foi quando surgiu uma oportunidade de realizar uma primeira atividade, fora das aulas na universidade, com a intenção de trabalhar o conteúdo da probabilidade por meio de um jogo probabilístico Igba-Ita em que jogávamos conchas de cauri, semelhante as conchas de búzios, e observávamos as posições em que caíam sobre a mesa. Nessa atividade, constatamos que os colegas universitários ainda apresentavam dificuldades com o referido conceito.

As justificativas que levaram a escolha do tema aqui em estudo são de caráter pessoal, sociocultural e científico.

A justificativa de caráter pessoal surge da grande atenção dada ao significado clássico de probabilidade que presenciei enquanto estudante do ensino médio, deixando, em contra partida, para os demais significados uma pequena escala. Ingressar no ensino superior e me deparar com outros significados sobre o estudo probabilístico ao vivenciar o jogo Igba-Ita, serve como reforço para a escolha dessa discussão.

No que diz respeito ao caráter sociocultural está aliado à necessidade cotidiana no tratamento da incerteza e da tomada de decisões. É preciso dar subsídios para que os estudantes possam compreender as ideias vinculadas ao acaso. Em nosso cotidiano situações envolvendo a aleatoriedade estão sempre presentes.

A justificativa científica surge da inquietação que autores como Coutinho (1994), Amâncio (2012) e Pietropaolo, Campos, Felisberto de Carvalho e Texeira (2013) causam, no sentido de enfatizar questões sobre o ensino e a aprendizagem da probabilidade, que doravante vamos discutir neste texto. O contato inicial com a probabilidade a partir desses autores é o que molda nossa justificativa científica.

Compreendendo a inserção da probabilidade ainda no Ensino Fundamental, optamos para esta pesquisa focar nos anos finais desta etapa de escolaridade, pois como destacam Pietropaolo, Campos, Felisberto de Carvalho e Texeira (2013),

intuitivamente não é fácil, sobretudo para um estudante do Ensino Fundamental, aceitar, por exemplo, que após ter jogado oito vezes uma moeda honesta e ter obtido cara em todas as jogadas, a probabilidade de obter cara na 9ª jogada é exatamente a mesma de obter coroa. (PIETROPAOLO, CAMPOS, FELISBERTO DE CARVALHO E TEXEIRA 2013, p. 2)

No percurso histórico deste conceito matemático, diversos significados são acoplados (BATANERO, HENRY E PARZYSZ, 2005). Compreender o conceito de probabilidade envolve ter contato com as noções que dão base a este conhecimento, tais como a ideia de aleatoriedade e, também, distinguir estes diversos significados que constituem o conceito. A Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 2009) discorre, por exemplo, que nos processos de ensino e aprendizagem de um conceito matemático se deve por em jogo todas as diversas situações que conferem significado a um determinado conceito, além das propriedades e representações que sustentam o referido conceito.

Diante dessas reflexões, nos questionamos sobre como o conceito de probabilidade é abordado em sala de aula? Particularmente nos anos finais do Ensino Fundamental.

Sabendo que o livro didático é um importante instrumento no cenário escolar e de grande uso pelos professores em sua prática, nos indagamos: Como o conceito de probabilidade é abordado nos referidos livros didáticos? Corroborando com o pensamento de Viali e Oliveira onde discorrem que

o livro didático deve preparar o aluno para tarefas relevantes na sociedade, procurando libertar-se do ensino tradicional, visando um ensino mais moderno, que inclua recursos tecnológicos; e para tal, a probabilidade pode desempenhar um papel essencial na educação para a cidadania. (2010, p. 86)

No que se refere à probabilidade, Souza, Coutinho e Souza (2014) afirmam que de 31 pesquisas sobre ensino e aprendizagem da probabilidade identificadas no banco de teses da CAPES apenas duas trazem como foco o livro didático de Matemática.

Nosso trabalho levanta então a problemática de como se dá a abordagem do conceito de probabilidade em livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental no Brasil aprovados pelo PNLD 2014.

O objetivo geral dessa pesquisa é *compreender a abordagem dos significados de probabilidade em livros didáticos destinados aos anos finais do Ensino Fundamental*.

Para o cumprimento do objetivo geral apresentamos os seguintes objetivos específicos:

- Analisar se existe uma tendência nas coleções selecionadas em nosso trabalho com relação à distribuição das atividades por anos (volumes);
- Analisar os significados de probabilidade abordados nas atividades mapeadas;
- Analisar representações e contextos abordados nas atividades mapeadas.

O presente trabalho foi dividido em seis capítulos, sendo o primeiro essa introdução aqui apresentada, onde contextualizamos a pesquisa, discorremos sobre a justificativa e os objetivos.

No capítulo 2 explicamos como o conteúdo da probabilidade se insere no Ensino Fundamental e quais as competências desejadas de acordo com documentos curriculares, o que as pesquisas em Educação Probabilística têm apontado e quais as orientações propostas sobre o livro didático e sobre o conteúdo de probabilidade dos mesmos.

No capítulo 3 apresentamos a teoria que deu suporte a nossa pesquisa. Os significados de probabilidade propostos por Batanero (2005) guiaram nosso trabalho para o cumprimento dos nossos objetivos. Apresentamos e exemplificamos os significados, além de detalhar mais três categorias para que pudéssemos contemplar todas as atividades encontradas sobre probabilidade.

No capítulo 4 descrevemos os momentos e estratégias que conduziram a nossa pesquisa, desde o planejamento até a realização de cada etapa. Destacamos as coleções

de livros didáticos de matemática para os anos finais mais utilizadas no município de Caruaru e as categorias que utilizamos em nossa análise.

No capítulo 5 discutimos os resultados obtidos concernente a abordagem dos significados, representações e contextos nas coleções analisadas e a distribuição por ano (volume) das referidas atividades mapeadas.

No capítulo 6 trazemos as considerações finais sobre a probabilidade nas três coleções analisadas, destacando as contribuições da pesquisa e sugestões para futuras pesquisas envolvendo o ensino e a aprendizagem da probabilidade.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. Documentos Curriculares

Com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (MEC-SEF, 1997; 1998) a inserção do estudo da probabilidade no ensino básico no Brasil defende a inclusão da probabilidade baseado nas demandas sociais. A tomada de decisões nas diversas situações de incerteza presentes no dia-a-dia fortalece a necessidade em se trabalhar a probabilidade no ensino básico. Como o trabalho tem foco nos anos finais do Ensino Fundamental apresentamos as orientações para o terceiro e quarto ciclo desta etapa de escolaridade no eixo “Tratamento da Informação” ao qual a probabilidade está inserida:

A demanda social é que leva a destacar este tema como um bloco de conteúdo, embora pudesse ser incorporado aos anteriores. A finalidade do destaque é evidenciar sua importância, em função de seu uso atual na sociedade. Integrarão este bloco estudos relativos a noções de Estatística e de probabilidade, além dos problemas de contagem que envolvem o princípio multiplicativo. Evidentemente, o que se pretende não é o desenvolvimento de um trabalho baseado na definição de termos ou de fórmulas envolvendo tais assuntos. (MEC-SEF, 1998, p.52)

Em seguida, tratando mais precisamente da probabilidade, o mesmo documento destaca que

Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se podem identificar possíveis resultados desses acontecimentos e até estimar o grau da possibilidade acerca do resultado de um deles. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações em que o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis). (MEC-SEF, 1998, p. 52)

O que os PCN nos apresentam nesse trecho é uma justificativa para a inserção da probabilidade na escola apontando as características de seu estudo, sobretudo porque as situações envolvendo a incerteza nem sempre são facilmente compreendidas.

A Base Curricular Comum para as redes públicas de ensino de Pernambuco – BCC no item “A Matemática Na Segunda Etapa Do Ensino Fundamental” indica que em relação à probabilidade

A construção da ideia de probabilidade deve se apoiar em situações elaboradas de tal forma que o aluno possa experimentar e realizar simulações. Dessa maneira, em etapas posteriores, o aluno poderá estabelecer o modelo matemático que permite determinar a probabilidade de ocorrência de um evento. (PERNAMBUCO, 2006, p. 103)

Tanto o PCN quanto a BCC ressaltam a importância da experimentação no desenvolvimento das atividades envolvendo a probabilidade para o Ensino Fundamental - anos finais.

Essa experimentação é importante nessa fase, pois contribui para a percepção dos experimentos aleatórios e pode ser aprofundada posteriormente na utilização dos modelos matemáticos adequados determinando a probabilidade de um evento ocorrer.

Compreender a necessidade de se aprender a probabilidade ainda no ensino fundamental está diretamente ligado as seguintes justificativas nos Parâmetros Curriculares Nacional para o Ensino Médio no eixo “Conhecimentos de matemática”:

As habilidades de descrever e analisar um grande número de dados, realizar inferências e fazer previsões com base numa amostra de população, aplicar as ideias de probabilidade e combinatória a fenômenos naturais e do cotidiano são aplicações da Matemática em questões do mundo real que tiveram um crescimento muito grande e se tornaram bastante complexas. Técnicas e raciocínios estatísticos e probabilísticos são, sem dúvida, instrumentos tanto das Ciências da Natureza quanto das Ciências Humanas. Isto mostra como será importante uma cuidadosa abordagem dos conteúdos de contagem, estatística e probabilidade no Ensino Médio, ampliando a interface entre o aprendizado da Matemática e das demais ciências e áreas. Os conceitos matemáticos que dizem respeito a conjuntos finitos de dados ganham também papel de destaque para as Ciências Humanas e para o cidadão comum, que se vê imerso numa enorme quantidade de informações de natureza estatística ou probabilística. (BRASIL, 2000, p. 44)

A proposta do ensino da matemática para o Ensino Médio prevê a ampliação dos conhecimentos adquiridos durante o Ensino Fundamental. Em particular, é fundamental que a probabilidade esteja inserida desde o Ensino Fundamental, para que ao chegar ao

Ensino Médio o aluno tenha os pré-requisitos exigidos para a ampliação dos conteúdos propostos por essa etapa da escolarização.

Conhecendo as propostas para o Ensino Médio, o professor de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental poderá buscar estratégias que contribuam com a aprendizagem dos conteúdos que trabalhará visando o aperfeiçoamento dos conteúdos no Ensino Médio.

2.2. Letramento Probabilístico de Gal (2005)

Iddo Gal (2005) tem como objetivo primordial destacar o Letramento Probabilístico e sua importância em nosso mundo contemporâneo. Para isto, apresenta primeiro uma discussão sobre a Literacia (Literacy), a Numeracia (Adult Numeracy) e a Literacia Estatística (Statistical Literacy). Advogo que tal discussão é importante por que situa e fundamenta o leitor com os termos aqui destacados. Podemos entender literacia como análogo a letramento tal qual proposto pelo professor brasileiro Paulo Freire. Numeracia estaria no mesmo sentido de Letramento Matemático donde chegamos à noção de Literacia Estatística ou Letramento Estatístico. No que tange ao entendimento do que é o Letramento Estatístico, temos que é a capacidade de uma pessoa interpretar e avaliar criticamente informações estatísticas, levando em consideração os argumentos relacionados aos dados ou aos fenômenos apresentados em qualquer contexto. O autor ainda pontua que o letramento probabilístico está intimamente ligado ao letramento estatístico.

Para Gal (2005), um indivíduo “letrado” em probabilidade deve ser capaz de ler e interpretar informações probabilísticas em seu dia-a-dia, desenvolvendo um conjunto de habilidades básicas que o torne capaz de lidar com uma série de situações reais que envolva uma interpretação probabilística, bem como tomar boas decisões em situações de incerteza.

Para contribuir com este desenvolvimento, apresenta um modelo com elementos do conhecimento (cognitivos) e elementos disposicionais que dão base há um processo de letramento probabilístico. São cinco os elementos do conhecimento¹.

¹ Knowledge elements 1. Big ideas: Variation, Randomness, Independence, Predictability/Uncertainty. 2. Figuring probabilities: Ways to find or estimate the probability of events. 3. Language: The terms and methods used to communicate about chance. 4. Context:

O primeiro foca na abordagem de grandes tópicos/grandes ideias, a saber: variação, aleatoriedade, independência, previsão/incerteza. Estes tópicos são de natureza abstrata e perpassam por uma compreensão intuitiva. Aos estudantes devem ser propiciadas situações que levem a uma discussão e compreensão desses tópicos.

O segundo aborda as diversas formas de encontrar ou estimar a probabilidade de eventos aleatórios. As diversas formas do cálculo de probabilidade e os diferentes significados - como o geométrico - devem ser estudados e desenvolvidos.

A linguagem – o terceiro elemento - diz respeito ao entendimento dos termos e a familiaridade com vários conceitos como chance e probabilidade.

O quarto elemento é o contexto das situações probabilísticas e sua relação com o nosso cotidiano. Este é um elemento relevante que explica e justifica a necessidade de ser letrado em probabilidade para lidar com diversas situações da vida que são de natureza aleatória.

Por fim, o último elemento é a importância de refletir sobre as questões quando se lida com probabilidade - questões críticas dos estudantes. Uma vez que visamos o letramento probabilístico dos estudantes é preciso que os docentes estejam familiarizados com as questões aqui postas. Tem como propósito possibilitar ao aluno refletir e questionar criticamente uma estimativa ou uma declaração probabilística.

Gal apresenta também três elementos disposicionais², a saber: 1. Postura crítica. 2. Crenças e atitudes. 3. Sentimentos pessoais sobre a incerteza e risco (por exemplo, a aversão ao risco). É necessário também compreender estes elementos disposicionais e mobilizá-los em sala de aula, pois estão articulados com os elementos cognitivos. Um estudante pode ter uma determinada dificuldade devido a uma forte crença sobre determinada situação probabilística.

O ensino e aprendizagem da probabilidade devem levar em contas os elementos pontuados por Gal (2005). Os livros didáticos, por sua vez, devem propiciar ao professor e aos estudantes situações que contribuam com o letramento probabilístico dos mesmos.

Understanding the role and implications of probabilistic issues and messages in various contexts and in personal and public discourse. 5. Critical questions: Issues to reflect upon when dealing with probabilities.

² Dispositional elements: 1. Critical stance. 2. Beliefs and attitudes. 3. Personal sentiments regarding uncertainty and risk (e.g., risk aversion).

2.3. Antecedentes

Os documentos curriculares aqui tratados reforçam a ideia de que a probabilidade tenha também um caráter experimental no Ensino Fundamental.

Coutinho (1994) defende que o significado frequentista é o mais apropriado para introduzir as noções iniciais de probabilidade, pois

um ponto bastante positivo e que reforça nossa opção pela visão frequentista reside no fato de que a maioria dos alunos, devido a sua própria experiência de vida, já utilizam a frequência relativa de um evento para estimar sua probabilidade, mesmo de que de uma forma bastante intuitiva, ingênua, independente da realização de experimentos para verificar sua estabilização. (COUTINHO, 1994, p. 132)

O que a autora sugere é que o trabalho a partir da frequência relativa dê um suporte favorável nas primeiras noções de probabilidade, bem como a situação de aleatoriedade. A frequência relativa a partir de um ponto estabilizado fornece dados ricos para a comprovação do valor obtido no cálculo de uma probabilidade feita antes do experimento ou da apresentação da referida frequência.

O significado frequentista permite o caráter experimental proposto pelos PCN e BCC, de modo que as noções que dão suporte ao conceito de probabilidade podem ser compreendidas de forma mais eficaz.

Coutinho (2012) defende abordagens em sala de aula que significados probabilísticos sejam confrontados, discutidos e aprofundados. Apresenta, por exemplo, uma atividade envolvendo o software Cabri-geometre II como proposta para a introdução do conceito de probabilidade enfatizando que a utilização dessa atividade permite confrontar os dois principais significados da probabilidade no início da abordagem com os estudantes: o significado clássico e o significado frequentista.

Utilizar o significado clássico e o frequentista em um momento introdutório no estudo da probabilidade pode ampliar a compreensão desse conteúdo.

Amâncio (2012), em sua pesquisa de mestrado, desenvolvida no âmbito do PIBID, trabalhou com a implementação de uma sequência didática para o ensino de probabilidade utilizando os significados clássico, geométrico e frequentista. Teve como público alvo estudantes do Ensino Médio. Como resultado destaca que os estudantes ao vivenciar as atividades da sequência didática puderam construir uma compreensão mais significativa

de probabilidade. A autora destaca ainda que apenas com as atividades apresentadas no livro didático utilizado pela turma, os estudantes não avançariam da mesma forma como a propiciada pela sequência didática. Os estudantes puderam identificar características que diferenciam experimentos aleatórios dos determinísticos. Trabalharam com espaços amostrais infinitos e finitos. Apresentaram dificuldades em caracterizar experimentos de realizações simultâneas e com conteúdos anteriores como notação de intervalos, símbolo de infinito, notação de conjunto e expressões como “pelo menos um”. Resolveram problemas com significado geométrico. Foi possível com este grupo construir intuitivamente o conceito de probabilidade condicional.

Como a aleatoriedade está presente no dia-a-dia, a utilização de vários contextos permite a reflexão sobre a probabilidade ampliando o pensamento probabilístico.

Silva e Felisberto de Carvalho (2014) apontam os resultados da aplicação de um jogo probabilístico com um grupo de estudantes de um curso de matemática-licenciatura. O jogo em questão é o Igba-Ita em que são lançadas conchas de cauri observando-se a posição em que a concha cai. Destacam que os participantes apresentaram dificuldades na construção do espaço amostral do jogo em questão. Os participantes julgaram o jogo injusto pelo uso do espaço amostral de forma equivocada. Os autores discutiram problemas de probabilidade semelhantes ao jogo em outros contextos e acreditam que as discussões sobre o jogo melhoraram o raciocínio probabilístico dos participantes.

Diversas pesquisas (BATANERO, 2001; KATAOKA et al, 2008; VIALI E CURY, 2011) destacam as dificuldades apresentadas por professores relativos ao conhecimento probabilístico – tanto como do ponto de vista matemático como didático. Ressaltamos abaixo a pesquisa realizada por Santana (2011) que também investigou professores do Ensino Fundamental no Brasil.

Santana (2011) realizou uma pesquisa sobre as concepções e conhecimentos apresentados por professores dos anos iniciais e finais do Ensino Fundamental concernente à probabilidade. A autora evidencia que esses professores apresentaram dificuldades relacionadas à compreensão do conceito de probabilidade. Os professores exploram pouco o conceito probabilístico em sala de aula e justificam apontando a ausência de orientações dos livros didáticos. A autora ressalta ainda que os professores dos anos iniciais inseridos na pesquisa utilizavam técnicas de contagem, mas se limitavam a contextos com jogos de azar ou escolhas de uma entre várias possibilidades de

resultados de uma contagem. Destaca ser fundamental, na escola e desde os anos iniciais, um trabalho mais aprofundado que envolva as noções de probabilidade como percepção do acaso e experiência aleatória. Aponta também a necessidade da formação inicial permitir condições para que os futuros professores desenvolvam competências e habilidades sobre esse conteúdo.

Noções que dão base ao conceito de probabilidade são fundamentais no estudo desse conteúdo e é imprescindível que o professor que ensina a probabilidade tenha domínio sobre tais noções. Sendo o livro didático uma importante ferramenta didática, é importante que esse livro dê o devido suporte ao professor.

As atividades propostas pelos livros didáticos podem contribuir para a construção do conhecimento probabilístico e a utilização de representações e contextos possui relevância no estudo desse conteúdo.

Ortiz (2002) realizou um estudo sobre os exemplos e exercícios de probabilidade propostos em uma amostra de livros didáticos espanhóis para alunos de 14 e 15 anos. Livros publicados no período de 1975 a 1991. Os experimentos compostos, a probabilidade e as frequências relativas aparecem com maior destaque entre os conceitos mais frequentes e os exemplos analisados. Por outro lado, alguns conceitos como espaço amostral, experimento aleatório, probabilidade condicional, dependência e independência aparecerem com uma menor frequência. Contextos com jogos aparecem em grande quantidade. Apenas um texto apresenta exemplos e atividades de todos os significados de probabilidade. Ainda assim a atribuição de uma probabilidade a sucessos simples e compostos limitam-se a regra de Laplace.

Azcárate e Serradó (2006) analisaram a probabilidade em quatro coleções de livros didáticos voltados a educação secundária obrigatória. Os livros apresentam diferenças em relação ao desenvolvimento, pois duas coleções começam com noções teóricas e com atividades e apresentam o conteúdo de forma linear, enquanto as outras duas alternam as noções teóricas e as atividades baseadas em recursos manipulativos e o trabalho coletivo. Complementando esse estudo Serradó, Azcárate e Cardeñoso (2006) concluem que uma parte dos livros apresenta, em maior escala, o significado clássico e em outra parte dos livros o significado frequentista.

Carranza e Kuzniak (2009) realizaram um estudo sobre os enfoques frequentista e clássico em exercícios de probabilidade em dois livros didáticos franceses. Os livros são voltados a estudantes de 16 e 17 anos sendo o primeiro para uma orientação científica e o segundo para as ciências sociais. Destacam como resultados que os livros apresentam exercícios que focam mais no aspecto do cálculo do que em interpretações de probabilidade, que não se correspondem com interpretações fundamentais dos enfoques analisados e que o livro para ciências sociais apresenta uma maior variedade de significados e tem uma influência menor de uma visão de probabilidade a partir de conjuntos.

Como nossa análise se dá em uma amostra de livros didáticos e sobre o conteúdo de probabilidade, estes estudos contribuem para a compreensão de como a probabilidade tem se desenvolvido nas pesquisas e quais os direcionamentos que a pesquisa com probabilidade tem tomado. Apontam os significados que comumente são mais abordados pelos livros e os principais entraves relacionados ao estudo probabilístico.

2.4. Programa Nacional do Livro Didático

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é um programa da Secretaria de Educação Básica vinculada ao Ministério da Educação brasileiro. Este programa trata da avaliação dos livros didáticos que deverão ser selecionados pelas escolas para os anos finais do Ensino Fundamental. A proposta é tornar a escolha do livro didático democrática, visto que das coleções analisadas e aprovadas a escola pode optar pela que melhor se encaixa em suas necessidades.

O programa conta com a participação de especialistas que analisam as coleções e apontam quais estão aptas a ser inseridas nas salas de aula. Por conseguinte as resenhas de cada um dos livros são produzidas para a explicação de como se distribuem os conteúdos em cada coleção por meio de um guia.

O Guia de Livros Didáticos PNLD é um documento que apresenta as coleções aprovadas pelo PNLD respectivos às etapas de escolaridade. Nesse documento são apresentadas as resenhas de todas as coleções aprovadas e discussões sobre a utilização do livro didático em sala de aula.

O Guia de Livros Didáticos – PNLD (2014) o qual citamos para justificar a utilidade do livro didático em sala de aula, destaca que

no processo de ensino e aprendizagem, o livro didático é um interlocutor que dialoga com o professor e com o aluno. Nesse diálogo, o livro é portador de uma perspectiva sobre o saber a ser estudado e sobre o modo mais eficaz de aprendê-lo. [...] Outra função que tem sido realizada pelo livro didático é a de levar à sala de aula modificações didáticas e pedagógicas propostas em documentos oficiais, assim como resultados de pesquisas sobre a aprendizagem da matemática. (BRASIL, 2014, p. 12)

Vale destacar que o livro didático é apenas uma das ferramentas tecnológicas utilizadas em sala de aula, serve como suporte para o trabalho com determinados conteúdos. O que não quer dizer que o livro didático deva ser utilizado como a única ferramenta possível ou como o plano de aula a ser seguido.

Na parte que trata das coleções de livros de matemática, o documento destaca a importância do conhecimento matemático nas diversas culturas. Enfatiza a necessidade de pensar a matemática não somente como a transmissão de informações, mas pela inserção do aluno como um sujeito que reflete os conteúdos estudados.

Em relação ao conceito de probabilidade, o Guia de Livros Didáticos – PNLD (2014) destaca que é importante saber lidar com as noções de chance e incerteza, e da contagem de conjuntos discretos para aplicar o conceito de probabilidade e resolver determinados problemas.

3. MARCO TEÓRICO

Ao falar nos significados que a probabilidade pode apresentar, estamos discutindo questões que podem contribuir para a compreensão do conceito de probabilidade e os possíveis erros atrelados a ele. Doravante apresentamos os significados da probabilidade sistematizados por Batanero (2005) e que é o fio condutor da nossa pesquisa.

3.1. Significado Intuitivo

Ainda que algumas pessoas, crianças ou até adultos, nunca tenham estudado a probabilidade, as suas experiências nas situações com jogos de azar permite que elas utilizem suas ideias intuitivas e expressões coloquiais para acreditar e justificar a crença em tais situações.

Ao utilizar as noções ligadas a jogos de aposta, a esperança e a ganância, se começa a apontar a necessidade da atribuição de um número a essas ocorrências e com isso, essas teorias foram, ao longo do tempo, recebendo várias interpretações sobre a natureza objetiva ou subjetiva da probabilidade. (BATANERO, 2005).

3.2. Significado Clássico

O significado clássico da probabilidade, também conhecido por regra de Laplace, centra-se na ideia da atribuição de um valor, representado por uma fração, que indica a probabilidade de um evento ocorrer de modo que o seu numerador representa os casos considerados sucessos em um experimento aleatório e o denominador representa todos os casos possíveis deste mesmo experimento.

Ao tratarmos a probabilidade de um evento A: $P(A)$, de acordo com o significado clássico da probabilidade temos a seguinte expressão:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$$

Onde $n(A)$ representa os casos favoráveis e $n(\Omega)$ é o número de elementos do conjunto de todos os resultados possíveis. Comumente a letra Ω é utilizada e denotada em probabilidade por espaço amostral.

“A definição clássica de probabilidade esteve historicamente relacionada aos jogos de azar”, (GUIMARÃES e CABRAL, 1997, p. 75). Esse cálculo da probabilidade é um cálculo *a priori*, não é necessário realizar o experimento para que tenhamos o valor da probabilidade de um evento desejado.

A seguir, destacamos um exemplo de atividade envolvendo o significado clássico:

Exemplo 1: Uma bola será retirada de uma sacola contendo 5 bolas brancas, 7 verdes e 8 azuis. Qual a probabilidade da bola retirada ser da cor verde?

Essa atividade envolve o significado clássico, pois para a sua resolução é necessário apenas identificar o evento que desejamos calcular a probabilidade, que nesse caso é sortear uma bola verde, e dividir pelo total de bolas contidas nessa urna.

Dáí, para resolver essa atividade, basta nomear por A o evento sair uma bola verde, o que implica que $n(A) = 7$ e como temos 20 bolas na sacola, isto é, $n(\Omega) = 20$, concluímos que a probabilidade de retirarmos uma bola verde é igual a

$$P(A) = \frac{7}{20}$$

Esse significado de probabilidade apresenta fragilidades, pois para eventos não equiprováveis ou com um espaço amostral infinito não é possível a aplicação desse conceito para o cálculo de uma probabilidade.

3.2.1. Significado Geométrico

Para Amâncio (2012) o significado geométrico é tido como uma aplicação da definição clássica de probabilidade, atribuindo a grandezas geométricas uma probabilidade, quando comparamos essas grandezas como eventos possíveis em algumas situações. Nesta pesquisa também assumimos esta noção do significado geométrico como aplicação do significado clássico.

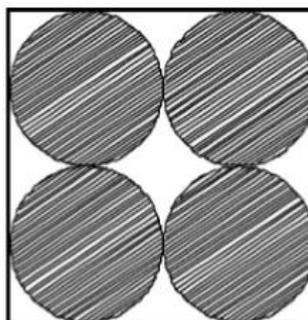
Sendo *med* uma medida de grandeza (comprimento, área ou volume) que pertence a uma região *S*, dizemos que um evento *A* qualquer ocorre se dado um ponto qualquer de *S*, esse ponto também pertencer a *A*. A probabilidade que representa o sucesso para o evento *A* é dada por:

$$P(A) = \frac{\text{med } A}{\text{med } S}$$

Neste sentido, categorizamos como Probabilidade Geométrica, as atividades cujo pensamento probabilístico se dê a partir da razão entre duas grandezas geométricas. A atividade a seguir é uma atividade que envolve o significado geométrico.

Exemplo 2: (UFRGS, 1998) A figura representa uma parede quadrada na qual estão pintados discos de raio *R*. Se uma bola é lançada totalmente ao acaso contra a parede, a probabilidade de ela tocar fora dos discos está entre:

- a) 14% e 16%
- b) 17% e 19%
- c) 20% e 22%
- d) 23% e 25%
- e) 26% e 28%



Fonte: Amâncio, 2012, p. 84.

Enquadramos atividades desse tipo na Probabilidade Geométrica, pois a grandeza geométrica é utilizada para o cálculo da probabilidade. Nesse caso, utilizamos o cálculo de áreas para atribuir uma probabilidade ao evento que desejamos.

Para solucionar o exemplo 2 precisamos calcular a área da parede quadrada e a área da parte que não está pintada. Assim, sendo *R* a medida do raio de cada disco, temos que o diâmetro mede $2R$. Além disso, como os discos estão dispostos conforme a figura, conclui-se que a medida do lado da parede mede $4R$. Sendo assim, a área total da parede é dada por

$$\text{med } S = (4R)^2,$$

ou seja,

$$\text{med } S = 16R^2.$$

Por outro lado, a parte da parede não pintada é obtida subtraindo da área total da parede a área de cada um dos discos, ou seja,

$$\text{med } A = 16R^2 - 4 \cdot \pi \cdot R^2.$$

Utilizando a aproximação de $\pi = 3,14$,

$$\text{med } A = 16R^2 - 4 \cdot 3,14 \cdot R^2,$$

isto é,

$$\text{med } A \cong 3,44R^2.$$

Podemos então calcular a probabilidade da bola bater em sobre a parte que não está pintada aplicando os valores na expressão mencionada anteriormente. Então,

$$\begin{aligned} P(A) &\cong \frac{3,44R^2}{16R^2} \\ &= 0,215 \\ &= 21,5\%. \end{aligned}$$

3.3. Significado Frequentista

De acordo com Batanero (2005), “Bernoulli sugeriu que podemos atribuir a probabilidade aos sucessos aleatórios que aparecem em diversos campos a partir da frequência relativa observada em uma série grande de ensaios do experimento”.

A forma de se obter a probabilidade de um evento apresentada por Bernoulli é tida no estudo da probabilidade como a Lei dos Grandes Números. Trata-se da realização de um experimento diversas vezes nas mesmas condições. Ao realizar um experimento, um grande número de vezes, a frequência dos resultados observados tende a estabilizar em um valor próximo da probabilidade de que o evento ocorra.

Dessa forma, ao realizarmos N vezes um certo experimento nas mesmas condições, definimos a probabilidade de que um evento A ocorra como sendo o limite,

quando N tende ao infinito da frequência relativa correspondente ao evento A . A expressão detalha o cálculo do limite em que N_A corresponde ao número de vezes que o evento A ocorreu em N realizações.

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{N_A}{N}$$

Nesse caso, é necessário que realizemos o experimento uma quantidade de vezes para que seja possível estimar a probabilidade do evento que desejamos. Em probabilidade tratamos esse cálculo como probabilidade *a posteriori*.

O exemplo que segue é uma atividade aplicada por Coutinho (1994) em uma sequência de ensino com alunos franceses.

Exemplo 3: No lançamento de uma tachinha, qual a probabilidade de obtermos a posição “ponta”, ou seja, qual a probabilidade que ela caia com a ponta tocando o solo?

Reconhecemos esse exemplo como uma atividade que envolve o significado frequentista, pois na situação em que foi aplicado, os estudantes realizaram diversos lançamentos da tachinha e registraram os resultados encontrados a seguir.

LANCE	F	F%						
30	17	56,67	330	197	59,70	630	354	56,19
60	37	61,67	360	211	58,61	660	368	55,76
90	53	58,89	390	227	58,21	690	382	55,36
120	74	61,67	420	242	57,62	720	400	55,56
150	86	57,33	450	259	57,56	750	418	55,73
180	107	59,44	480	276	57,50	780	432	55,38
210	124	59,05	510	292	57,25	810	450	55,56
240	145	60,42	540	309	57,22	840	463	55,12
270	159	58,89	570	327	57,37	870	479	55,06
300	177	59,00	600	342	57,00	900	492	54,67

Figura 1: Resultados obtidos no lançamento das tachinhas. Fonte: Coutinho, 1994, p. 120.

Para encontrarmos a probabilidade pedida no exemplo, basta observar que em 90 realizações, nas primeiras delas a frequência relativa alterna muito, enquanto nos últimos lançamentos já é perceptível que a frequência relativa aproxima-se de um valor fixo – probabilidade clássica. Desse modo, supondo que ao realizar o lançamento da tachinha

900 vezes a frequência está estabilizada e sendo A o evento cair com a ponta no chão, temos que a probabilidade de A é

$$P(A) \cong 54,67\%.$$

A grande fragilidade apresentada no significado frequentista de probabilidade está no fato de que dificilmente conseguiríamos realizar um experimento, sobre as mesmas condições um grande número de vezes, além de que não é possível saber, com exatidão, um número de realizações para ter certeza de que a frequência obtida esteja estabilizada. Outro problema encontrado para esse significado de probabilidade é que certamente não conseguiríamos o valor exato de uma probabilidade a partir das várias realizações do experimento e sim aproximações do resultado.

3.4. Significado Subjetivo

Segundo Coutinho (2007), a publicação de um ensaio em 1763 introduz um novo significado de probabilidade. Thomas Bayes apresenta uma noção de probabilidade baseada na observação de consequências após à experimentação para então indicar uma probabilidade a priori.

O significado subjetivo recebe grandes contribuições do Teorema de Bayes que destaca que quando eventos A_1, A_2, \dots, A_n formam uma partição de Ω e todos tem probabilidade positiva e sendo B um evento com probabilidade positiva, então a probabilidade de que A_i ocorra, com $i = 1, 2, \dots, n$, é dada por

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i) \cdot P(A_i)}{\sum_{j=1}^n P(B|A_j) \cdot P(A_j)}.$$

O Teorema de Bayes faz com que alguns eventos percam seu caráter objetivo na medida em que permite que a probabilidade a priori seja alterada ao serem observados alguns acontecimentos sobre o experimento, o que torna a probabilidade *a posteriori*.

O Significado Subjetivo expande o campo das aplicações de probabilidade, pois não exige que um experimento seja realizado certo número de vezes sobre as mesmas condições como no significado frequentista e pode ter espaço amostral finito ou infinito. Além disso, os eventos elementares não necessariamente serão equiprováveis como no Significado Clássico.

O significado subjetivo da probabilidade trabalha a partir da atribuição de uma probabilidade baseada na crença de uma pessoa em relação a um determinado evento. A pessoa utiliza sua experiência e conhecimento para determinar a probabilidade. Nesse caso, estamos medindo a confiança que uma pessoa tem sobre a veracidade de que determinado evento ocorra.

No exemplo 4 apresentamos um problema em que utilizamos significado subjetivo.

Exemplo 4: As equipes de futebol Santos e Corinthians disputarão a final do campeonato paulista em um único jogo. Qual a probabilidade de que o Corinthians seja o campeão ao final da partida?

Consideramos esse exemplo como uma atividade que contém o significado subjetivo, pois vários aspectos contribuem para o pensamento de uma probabilidade que represente o evento A, o Corinthians ser o campeão, como o mando de campo, jogadores disponíveis, condições climáticas, entre outros. Essas situações impedem que a realização de uma partida possua caráter único, visto que em uma outra partida entre essas duas equipes alguma dessas situações mudam.

Um ponto que evidencia a subjetividade que atribuímos a esse exemplo está em não conseguirmos realizar a partida mais de uma vez sobre as mesmas condições, visto que os aspectos já mencionados comumente variam nas partidas de futebol.

Uma das críticas relacionadas a probabilidade subjetiva está no fato de que como ela está embasada em um grau de crença pessoal, então pessoas diferentes podem estipular valores diferentes para a probabilidade de um mesmo evento. Daí é necessário que a pessoa tenha um certo conhecimento sobre o evento para atribuir um valor para sua probabilidade.

3.5. Significado Formal

A probabilidade passou a ser tratada por Borel como um tipo especial de medida. A partir disso, Kolmogorov aplica a teoria dos conjuntos e da medida a essa ideia, deduzindo uma axiomatização da probabilidade.

A probabilidade formal trata a probabilidade como uma função matemática de números reais definida em uma álgebra de sucessos.

A utilização desse significado é importante, pois supre as fragilidades apresentadas nos significados anteriores, entretanto seu estudo requer uma maturidade matemática maior em relação aos outros significados e dessa forma torna-se inadequado em um momento introdutório no estudo da probabilidade.

Definiremos uma álgebra de sucessos, e denotaremos por F , como sendo uma classe de subconjuntos Ω que satisfaz os axiomas que seguem:

1. $A_1) \Omega \in F$;
2. $A_2) A \in F \Rightarrow A^c \in F$;
3. $A_3) A_1, A_2, \dots \in F \Rightarrow \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in F$.

Desse modo, sendo F uma álgebra de sucessos, uma função $P: F \rightarrow [0, 1]$ é uma probabilidade se satisfaz os seguintes axiomas de Kolmogorov:

4. $P_1) P(\Omega) = 1$.
5. $P_2) P(A) \geq 0; \forall A \in F$.
6. $P_3) \text{ Se } A_1, A_2, \dots \in F, \text{ com } A_1, A_2, \dots \text{ disjuntos dois a dois, então}$

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i).$$

Exemplo 5: Assim, consideremos o lançamento de duas moedas não viciadas e analisemos o evento, obter 1 cara.

Para esse exemplo, consideremos como a nossa álgebra de sucessos $F = \Omega_p$, onde Ω_p é o conjunto das partes de Ω , e a função de probabilidade $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

Observe que,

$$P(A) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & \text{para 0 cara} \\ \frac{2}{4}, & \text{para 1 cara} \\ \frac{1}{4}, & \text{para 2 caras} \end{cases}$$

Temos como solução desse exemplo a resposta $P(A) = \frac{2}{4}$, pois para obtermos cara em uma das moedas podemos obter cara na primeira ou na segunda.

O cálculo da probabilidade acima poderia ter sido facilmente resolvido através da aplicação da regra para a probabilidade clássica já mencionada nesse trabalho, isso porque a probabilidade formal contempla todos os outros significados. Entretanto alguns problemas envolvendo probabilidade não podem ser resolvidos facilmente como o exemplo 5. O exemplo a seguir mostra uma atividade mais complexa.

Exemplo 6: Uma variável aleatória X tem a função de densidade de probabilidade triangular dada por:

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ x - 2, & \text{se } 1 \leq x < 2. \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Dada a função de densidade, qual a probabilidade de que $P\left(X \leq \frac{3}{2}\right)$?

Fonte: Hines, et all. 2006, p. 38.

A função de densidade é a função que utilizamos para calcular a probabilidade de um evento em uma variável aleatória contínua.

Como queremos calcular $P\left(X \leq \frac{3}{2}\right)$, utilizaremos a definição de Função de Distribuição para variáveis contínuas, ou seja, a probabilidade em variáveis aleatórias contínuas como sendo a integral da função de densidade no intervalo desejado, isto é,

$$P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(w)dw, \forall x \in \mathbb{R}$$

Para o exemplo temos,

$$P\left(X \leq \frac{3}{2}\right) = \int_{-\infty}^0 0dx + \int_0^1 xdx + \int_1^{\frac{3}{2}} (2-x)dx$$

Isto é,

$$P\left(X \leq \frac{3}{2}\right) = 0 + \frac{1}{2} + \left(2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) - \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{2}\right) - \left(2 \cdot 1 - \frac{1^2}{2}\right)$$

De onde conclui-se que,

$$P\left(X \leq \frac{3}{2}\right) = \frac{7}{8}.$$

O Significado Formal de probabilidade dá o suporte necessário para a resolução de problemas mais complexos, entretanto essa complexidade torna o seu estudo inadequado ao Ensino Fundamental.

Compreender que os vários significados de probabilidade apresentam algumas particularidades, alguns com características que limitam seu estudo, outros com uma necessidade de um conhecimento matemático mais rígido, permite perceber que esses diferentes significados complementam-se e contribuem para o ensino e a compreensão da probabilidade.

Desse modo, Batanero (2005) defende que a probabilidade deve ser introduzida progressivamente em cada significado e estudada como a razão entre o número de casos favoráveis a um evento pelo número de casos possíveis, como frequências relativas obtidas, como a crença pessoal nos eventos e como um modelo matemático. Buscaremos identificar essas características nas atividades propostas nas coleções adotadas para nossa pesquisa.

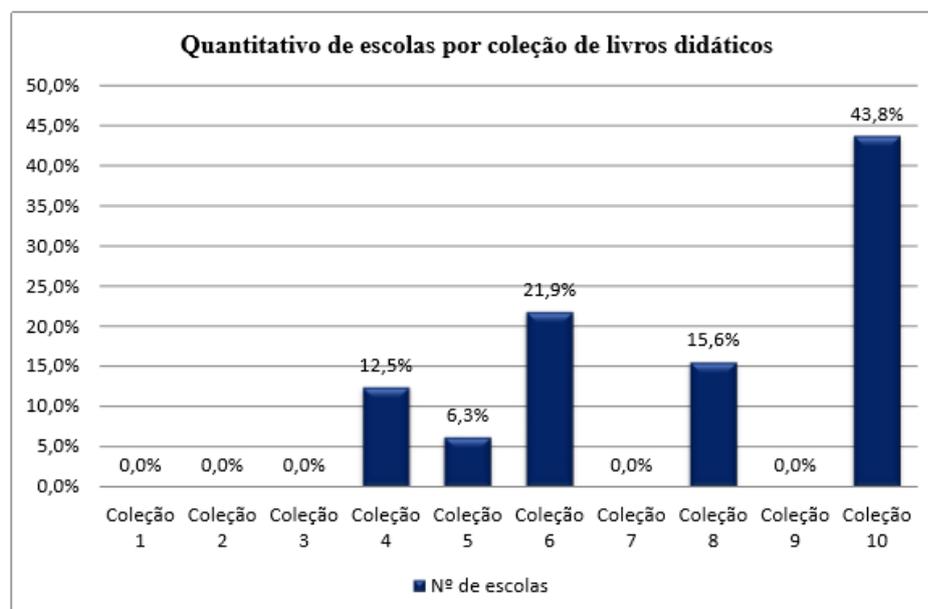
4. MÉTODO

Partimos da compreensão de que o livro didático deve atuar em sala de aula como um dos recursos didáticos dado ao professor para o seu trabalho pedagógico. Selecionamos três coleções de livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, entre as 10 coleções aprovadas no PNLD 2014.

Para compor esta amostra optamos por coleções adotadas pelas escolas públicas no município de Caruaru-PE na perspectiva de um recorte das coleções utilizadas na região ao qual o referido trabalho de conclusão de curso está inserido. As três coleções que escolhemos são as três mais utilizadas no município.

Tomamos inicialmente os dados apontados por Santos (2013), que em seu Trabalho de Conclusão de Curso apresenta as coleções adotadas pelas escolas do município de Caruaru-PE. De um total de 32 escolas de Ensino Fundamental, a autora aponta que apenas 5 das 10 coleções aprovadas no PNLD 2014 foram encontradas no município, a saber:

Gráfico 1: Quantitativo de escolas por coleção de livros didáticos



Fonte: Santos, 2013.

Como desejamos analisar as coleções adotadas pelas escolas no município de Caruaru, então poderíamos escolher entre cinco das 10 coleções aprovadas no PNLD 2014. A tabela 1 mostra as coleções escolhidas pelas escolas do município.

Após a escolha das 3 coleções entre as 5 que estão a mostra na tabela 1, nomeamos as coleções por C1, C2 e C3 que representam as coleções *Praticando Matemática – Edição Renovada*, *Projeto Teláris* e *Vontade de Saber Matemática*, respectivamente.

Procedemos a um rastreamento de todas as atividades que envolvia o conceito de probabilidade, dentro e/ou fora dos capítulos destinados ao eixo Tratamento da Informação. Neste estudo, consideramos como atividades: os exemplos, exercícios, problemas, desafios, oficinas e projetos, ou seja, tratamos como atividades qualquer referência à reflexão e prática sobre a probabilidade.

Tabela 1. Coleções adotadas pelas escolas do município de Caruaru-PE.

Coleção	Autor(es)
4 - Matemática – Imenes e Lellis	Luiz Márcio Pereira Imenes e Marcelo Cestari Terra Lellis
5 - Matemática – Teoria e Contexto	Marília Ramos Centurión e José Jakubovic
6 - Praticando Matemática – Edição Renovada	Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos
8 - Projeto Teláris – Matemática:	Luiz Roberto Dante
10 - Vontade de Saber Matemática	Patricia Rosana M. Pataro e Joamir Roberto de Souza

Fonte: Santos, 2013.

Após identificar as atividades envolvendo a probabilidade partimos para a categorização dos significados de probabilidade segundo Batanero (2005), e utilizamos as seguintes categorias:

1. Significado Intuitivo;
2. Significado Clássico;
 - 2.1. Significado Geométrico
3. Significado Frequentista;
4. Significado Subjetivo;
5. Significado Formal;

Além dos significados propostos por Batanero (2005), duas categorias foram criadas para dar conta da categorização das atividades, a saber:

6. Noções Básicas de Probabilidade;
7. Outras Atividades.

Noções Básicas de Probabilidade - consideramos importante apresentar essa categoria, pois algumas atividades não puderam ser encaixadas, entretanto são fundamentais para a compreensão do conceito de probabilidade. Tratamos como noções básicas de probabilidade as atividades que envolvem evento e espaço amostral de um experimento, de evento certo ou impossível, pouco provável e muito provável.

Inserimos a categoria Outras Atividades, por que ao mapear as atividades de probabilidade encontramos atividades que pedem que o aluno construa problemas envolvendo probabilidade ou pedem aplicações da probabilidade. Desse modo não conseguiríamos, de fato, encaixá-las em uma das categorias já discutidas.

Acreditamos que as representações podem contribuir no raciocínio adequado para a compreensão das atividades. A teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990) destaca que para a compreensão de um determinado conceito é fundamental a compreensão de cada significado que perpassa por esse conceito; os invariantes, ou seja, objetos, propriedades e relações cujo domínio contribui na compreensão dos significados e as representações simbólicas, que são utilizadas para representar esses invariantes e desse modo representar os diversos significados do conceito.

Categorizamos os tipos de representação da seguinte forma:

0. Texto;
1. Figura-Suporte;
2. Tabela;
3. Gráfico;
4. Figura-Suporte e Tabela;
5. Diagrama;
6. Figura-Não suporte;
7. Figura-Não suporte e Tabela;
8. Figura-Suporte, Tabela e Gráfico.

Em relação às figuras, separamos em dois tipos. As Figuras-suporte: quando a figura fornece dados necessários que ajudam na resolução da atividade e, as Figuras-Não suporte: quando a figura está inserida na atividade, mas não fornece nenhuma contribuição para a resolução da atividade, atuando apenas como uma ilustração.

Segundo Silva e Felisberto de Carvalho (2014) “a teoria das probabilidades origina-se das tentativas de avaliar as chances de vitória nos jogos de sorte-azar, além de envolver a análise de seguros no transporte marítimo”. Dessa forma, é importante analisar os contextos das atividades. Para isso, fizemos uso das seguintes categorias:

1. Dados;
2. Moedas;
3. Urnas, Sacos e Bolas;
4. Roletas e Alvos;
5. Cartões, Baralho e Dominó;
6. Escolha de Pessoas, Lugares ou Objetos;
7. Códigos e Senhas;
8. Dados de Pesquisa;
9. Outras atividades.

Utilizamos essas categorias, pois são atividades que envolvem a utilização de alguns materiais manipuláveis que julgamos importantes no estudo da probabilidade, além de situações que envolvem a escolha de pessoas, lugares e objetos e a utilização de dados de pesquisas fictícias ou reais. Para as atividades encaixadas na categoria “Outras

Atividades”, destacamos as atividades em que o aluno deve aplicar a probabilidade ou criar questões sobre ela, atividades conceituais ou atividades em pequena quantidade.

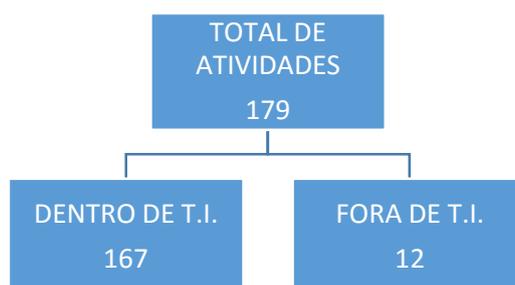
A contabilização das atividades se deu por meio de um programa estatístico de análise de dados. Com ele, criamos um banco de dados para a categorização, contagem das atividades e criação dos gráficos, tabelas e cruzamento de variáveis que apresentamos discutidos nesse trabalho.

5. A PROBABILIDADE NOS LIVROS DIDÁTICOS – análise e discussão dos resultados

5.1. Distribuição das atividades nas coleções

Mapeamos todos os volumes em todas as suas partes, não somente na parte do Tratamento da Informação – (T.I.). Os resultados encontrados mostram a aparição de atividades fora do eixo Tratamento da Informação. Foram encontradas 12 atividades de probabilidade fora do eixo, o que corresponde a 6,70% do total de atividades. Consideramos fundamental contabilizar essas atividades, porque mesmo sendo 6,70% um número pequeno, ainda assim são atividades que contribuem para o estudo da probabilidade. Essas atividades surgem como aplicações de alguns conteúdos matemáticos, como porcentagem, frações e números racionais.

Organizador gráfico 1: Atividades dentro e fora do eixo T.I.



Fonte: O Autor, 2015.

Ter atividades fora dos capítulos destinados ao eixo Tratamento da Informação pode se constituir em uma boa possibilidade para um trabalho intra-matemático.

Ao mapearmos as atividades, percebemos que em algumas coleções o conteúdo de probabilidade aparece com maior frequência do que em outras coleções analisadas.

A tabela 2 detalha a quantidade de atividades por coleção, além da quantidade de atividades por volume.

Na coleção C1, percebemos que há uma concentração das atividades para o nono ano do Ensino Fundamental, visto que das 60 atividades encontradas na coleção, 51 delas são propostas pelo volume direcionado ao nono ano.

Tabela 2: Quantidade de atividades por coleção e por volume

		ANO				Total
		Sexto Ano	Sétimo Ano	Oitavo Ano	Nono Ano	
COLEÇÃO S	C1	0	6	3	51	60
	C2	4	28	30	28	90
	C3	0	11	18	0	29
Total		4	45	51	79	179

Fonte: O Autor, 2015.

A coleção C2 é a que apresenta a maior quantidade de atividades do conteúdo em questão. Essa coleção apresenta as atividades envolvendo probabilidade concentrando-se nos volumes do sétimo ao nono ano, visto que foram encontradas apenas 4 atividades para o sexto ano, enquanto as outras atividades são distribuídas quase igualmente entre os outros volumes.

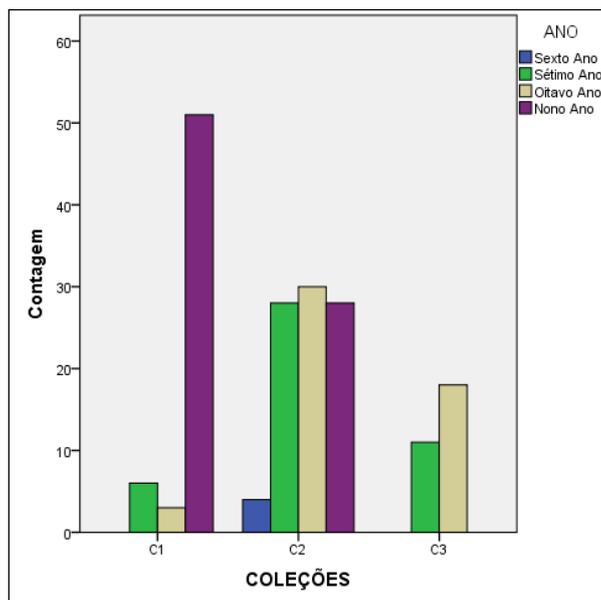
A coleção C3 é, dentre as três analisadas, a que apresenta o menor número de atividades de probabilidade. Além disso, apenas dois volumes contêm atividades relacionadas com probabilidade, sendo 11 atividades no volume para o sétimo ano e 18 atividades no volume para o oitavo ano.

Estes dados nos revelam que mesmo em uma pequena amostra de coleções (três coleções) não existe uma tendência de abordagem da probabilidade com relação aos volumes. Acreditamos que o mais indicado seria uma abordagem espiralada, ou seja, que as coleções apresentassem em todos os seus volumes atividades de probabilidade e que estas atividades aumentassem o grau de aprofundamento gradativamente.

O gráfico 2 mostra a quantidade de atividades por coleção em relação a cada ano de ensino.

Apenas a coleção C2 apresenta atividades em todos os volumes, embora que em uma quantidade reduzida no volume para o sexto ano.

Gráfico 2: Quantidade de atividades por coleção e ano e ensino



Fonte: O Autor, 2015.

Notamos que as coleções analisadas não apresentam ou apresentam pouco o conteúdo da probabilidade no sexto ano. Acreditamos que as atividades pouco aparecem nos livros do sexto ano devido a necessidade em compreender a probabilidade como um valor representativo que está entre 0 e 1 e nesse caso exige do aluno o conhecimento sobre fração, porcentagem e números decimais. Além disso, grande parte das atividades exige o cálculo da probabilidade, o que pode dificultar a introdução do conteúdo no sexto ano. Por outro lado, algumas noções de probabilidade poderiam ser trabalhadas nesses volumes, inclusive a partir do sexto ano, como distinção entre experimentos aleatórios e determinísticos, eventos certos e impossíveis, eventos pouco ou muito prováveis, construção do diagrama de árvores e tabelas para mapeamento do espaço amostral.

5.2. Significados de Probabilidade

Todas as atividades foram encaixadas em pelo menos uma das categorias, a saber: significado intuitivo, significado clássico, significado frequentista, significado subjetivo, significado formal, noções básicas de probabilidade e outras atividades de probabilidade.

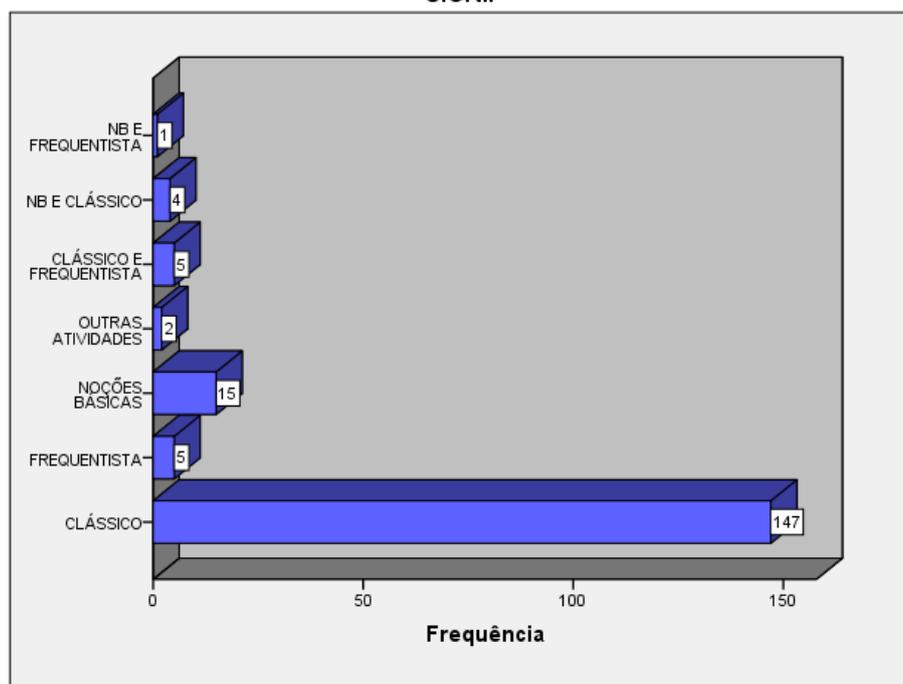
Os dados apontam que a maioria das categorias de significados foi encontrada nas atividades. Contudo, algumas categorias contemplaram um número maior de atividades.

Estudiosos como Coutinho (2002) e Amâncio (2012) destacam a importância do significado clássico e frequentista para a introdução do conteúdo de probabilidade e assim, julgamos necessária a aparição desses significados nas atividades analisadas.

Ao confirmarmos que as atividades centram-se, em sua maioria, no cálculo da probabilidade nos aproximamos dos resultados obtidos por Carranza e Kuzniak (2009) que destacam em sua análise que as atividades focam mais no cálculo da probabilidade e menos na interpretação da probabilidade.

Os dados nos revelam uma situação alarmante. É perceptível a grande disparidade entre o significado clássico de probabilidade e as outras categorias criadas. O gráfico 3 mostra a frequência em que cada categoria aparece nas atividades.

Gráfico 3: Frequência absoluta das atividades em relação aos significados
SIGNIF



Fonte: Autor, 2015.

A primeira coluna no gráfico 3 refere-se apenas as atividades que categorizamos exclusivamente como “Significado Clássico” com 147 atividades correspondendo a 82,1% do total das atividades. Ao contabilizar as atividades que se encaixam em outras categorias juntos com o significado clássico, temos 5 atividades que apresentam o significado tanto clássico como frequentista e 4 atividades com clássico e abordando noções básicas. Desse modo, 156 atividades encaixam-se como significado clássico, enquanto as outras categorias aparecem em poucas atividades.

Os dados obtidos por Serradó, Azcárate e Cardeñoso (2006) destacam que em uma parte dos livros analisados por eles as atividades envolvendo o significado clássico são encontradas em maior quantidade e em outra parte, as atividades envolvendo o significado frequentista predominam. Nossos estudos distanciam-se dos estudos desses autores, pois, apesar dos dados revelarem a grande quantidade de atividades do significado clássico, somente 11 atividades que envolvem o significado frequentista forem encontradas em nossa pesquisa.

Ortiz (2002) ressalta a atribuição da probabilidade a sucessos simples e compostos a partir da regra de Laplace. Obtivemos resultados semelhantes, pois 156 atividades tratam do significado clássico, onde a maior parte delas busca o cálculo da probabilidade pela mesma regra.

O gráfico 3 deixa clara a disparidade entre a categoria “Significado Clássico” e as demais categorias, contudo, vale a compreensão de como se distribuem essas atividades nas três coleções aqui tratadas.

Tabela 3: Distribuição das atividades em relação aos significados.

		COLEÇÕES			Total
		C1	C2	C3	
SIGNIFICADOS	CLÁSSICO	51	73	23	147
	FREQUENTISTA	1	4	0	5
	NOÇÕES BÁSICAS	4	8	3	15
	OUTRAS ATIVIDADES	0	2	0	2
	CLÁSSICO E FREQUENTISTA	2	2	1	5
	NB E CLÁSSICO	1	1	2	4
	NB E FREQUENTISTA	1	0	0	1
Total		60	90	29	179

Fonte: O Autor, 2015.

A análise da tabela 3 mostra, por exemplo, que na coleção C1 foram encontrados o significado clássico, frequentista e as noções básicas, onde há interseções entre essas categorias.

Os significados intuitivo, subjetivo e formal não foram encontrados nas atividades analisadas.

Para a ausência do significado intuitivo destacamos que nos volumes em que não havia um capítulo específico para a probabilidade, quando aparecem algumas atividades envolvendo esse conteúdo as próprias atividades apresentam a regra clássica para o cálculo da probabilidade.

Em relação às atividades dentro de capítulos voltados ao estudo da probabilidade, a regra clássica surge nos exemplos iniciais e desse modo o significado intuitivo não aparece.

Podemos atribuir a ausência do significado subjetivo devido a necessidade do pensamento probabilístico mais aprofundado, visto que o significado subjetivo estabelece conexões com o Teorema de Bayes.

Em relação a Probabilidade Formal destacamos que, segundo Batanero (2005), esse significado exige do estudante uma maturidade matemática, de modo que, fica inviável ser trabalhado nos momentos iniciais do estudo probabilístico. Este é um tipo de significado que deve ser sistematizado na etapa de escolaridade do Ensino Médio.

Observamos que em cada uma das três coleções a quantidade de atividades que envolvem o significado clássico corresponde a um número muito grande. Nesse caso, essas atividades estão encaixadas nesse significado, pois se assemelham a atividade AT009 da figura 2.

Atividades como esta são categorizadas como atividades envolvendo o significado clássico de Probabilidade, tendo que vista que utilizamos a regra de Laplace, já discutida nesse trabalho, para encontrar a sua solução.

54 Numa urna, há 5 bolas azuis e 3 bolas vermelhas, todas iguais. A probabilidade de uma pessoa tirar uma bola vermelha da urna, de olhos fechados, é de:

a) $\frac{1}{2}$ x c) $\frac{3}{8}$
b) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{3}{5}$

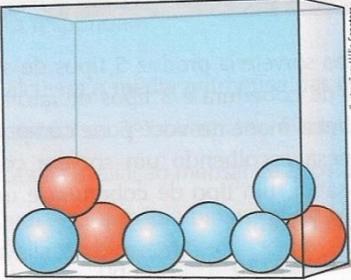


Figura 2: Atividade que envolve o significado clássico. Fonte: Coleção C1, 8º ano, pág. 274.

Classificamos o significado geométrico como uma aplicação do significado clássico, corroborando com as ideias de Amâncio (2012) e Coutinho (1994). Destacamos que embora o número de atividades categorizadas no significado clássico tenha sido alto, apenas 3 dessas atividades se encaixam no significado geométrico.

Consideramos que as atividades que envolvem o significado geométrico podem ganhar maior destaque no estudo da probabilidade e poderiam aparecer com mais frequência nos livros didáticos.

A atividade AT169, exposta na figura 3, é uma das atividades encontradas que envolvem essa categoria. Nela é preciso utilizar a medida área para o cálculo da probabilidade.

35 O brasileiro Bernard Rajzman foi um dos grandes jogadores de vôlei da seleção e ficou famoso pelo saque conhecido como “jornada nas estrelas”, que consistia em lançar a bola a uma altura muito maior da qual era de costume, com força e efeito, dificultando a recepção do adversário. A figura a seguir representa uma quadra de vôlei.

Para resolver esta atividade, considere que a probabilidade de a bola cair em certa região é proporcional à área dessa região.

Suponha que um atleta de vôlei execute um saque “jornada nas estrelas” e, admitindo que a bola irá cair dentro da quadra de jogo adversária, determine a probabilidade de a bola cair entre:

a) a linha central e a linha de ataque. $\frac{1}{3}$ ou aproximadamente 33,3%

b) a linha de ataque e a linha de fundo. $\frac{2}{3}$ ou aproximadamente 66,7%

Tratamento da informação capítulo 9

Figura 3: Atividade que envolve o Significado Geométrico. Fonte: Coleção C3, 8º ano, pág. 215.

Autores como Batanero (2005) e Coutinho (1994) enfatizam o significado frequentista como de grande relevância no estudo da probabilidade. Encontrar apenas 11 atividades corresponde a uma parcela muito pequena de atividades desse significado.

Em relação a distribuição dessas 11 atividades nas coleções trabalhadas, temos que a coleção C1, C2 e C3 trabalham 4, 6 e 1 atividades respectivamente.

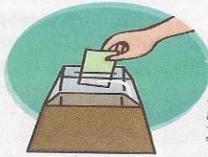
É perceptível que o significado frequentista é pouco abordado nas coleções analisadas. Se confrontarmos os dados obtidos no significado frequentista com os dados no significado clássico, evidenciamos a diferença entre os dois significados em relação à quantidade de atividades.

Há de ser considerado que embora o significado frequentista seja encontrado em uma menor quantidade nas coleções analisadas, ainda assim temos a informação de que esse significado está sendo abordado pelos livros. Nesse caso, trata-se apenas da necessidade da ampliação dessas atividades.

Destacamos duas das atividades encontradas que se remetem ao significado frequentista. A figura 4, que representa a atividade AT164, mostra uma atividade que faz uso do significado frequentista.

30 Renato confeccionou alguns cartões e os colocou em uma urna. Observe no quadro a quantidade de cartões de cada cor.

	70 cartões
	40 cartões
	15 cartões



a) Quantos cartões Renato confeccionou?
125 cartões

b) Ao sortear um cartão, qual a probabilidade de ele ser:

- laranja? 56%
- amarelo? 12%
- vermelho? 32%

c) Em um experimento, Renato realizou 40 sorteios com reposição, ou seja, ele anotava a cor do cartão sorteado e o devolvia para a urna. Veja as anotações de Renato.

Verifique se os alunos perceberam que os valores obtidos no experimento são próximos aos valores das probabilidades calculadas.	
Cartões laranja:	<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>
Cartões vermelho:	<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
Cartões amarelo:	<input checked="" type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>

Calcule a razão entre a quantidade de cartões de cada cor sorteada e o número de sorteios realizados.
Resposta no final do livro.

d) Compare os resultados das probabilidades calculadas no item b com os resultados obtidos no experimento realizado no item c.
Esses valores são iguais ou próximos?
Em sua opinião, por que isso ocorreu?
próximos: Resposta pessoal.

Figura 4: Atividade que envolve o significado frequentista. Fonte: Coleção C3, 8º ano, pág. 214.

O item “c” desta atividade fornece os dados em forma de frequência para que a partir deles seja calculado o valor da probabilidade de cada evento acontecer. Já no item “d” a atividade exige a comparação entre os resultados obtidos pela regra de probabilidade clássica e pelo cálculo a partir da frequência. Considera-se aqui o sorteio de um cartão da urna como o evento em questão. A probabilidade obtida a partir d frequência evidencia o significado frequentista.

A atividade AT012, ilustrada na figura 5, também se refere a uma atividade que encaixamos nessa categoria. O que a diferencia da anterior é que ao invés de utilizar uma tabela de frequências pronta o aluno realizará alguns experimentos e então obterá a frequência.

Forme um grupo com mais quatro colegas.
Cada um de vocês deve ter uma moeda de R\$ 0,50 e, copiada no caderno, uma tabela como esta:



	Contagem do número de caras	Total
Cara	 etc.	

Individualmente vocês completarão a tabela colocando o número de *caras* obtidas em 100 lançamentos da moeda.
Feito isso, construam uma nova tabela com o número de *caras* obtidas nos 500 lançamentos executados pelos elementos do grupo: basta somar o total de *caras* obtidas individualmente.
De acordo com nossas previsões, o número de *caras* deve estar próximo de 250. Isso ocorreu? *Resposta pessoal.*
Agora juntem os resultados de todos os grupos. O total de *caras* obtidas se aproximou mais de $\frac{1}{2}$ do total de lançamentos? *Resposta pessoal.*
É possível que em 100 lançamentos ocorram 100 *caras*? *Sim, mas a probabilidade é muito pequena.*

Figura 5: Atividade que envolve o significado frequentista. Fonte: Coleção C1, 9º ano, pág. 135.

Encaixamos as atividades envolvendo a construção do espaço amostral, experimento aleatório, experimento determinístico, evento pouco provável, evento muito provável, evento certo e evento impossível na categoria “Noções Básicas de Probabilidade”, pois estes conceitos são fundamentais no estudo probabilístico.

Das atividades analisadas, apenas 20 se encaixam na categoria “Noções Básicas de Probabilidade”. A tabela 4 mostra a quantidade de atividades dessa categoria por coleção.

Tabela 4: Atividades que se enquadram na categoria Noções Básicas de Probabilidade por coleção.

	Coleção em que a atividade se encontra		
	C1	C2	C3
Atividades que envolvem Noções Básicas de Probabilidade	6	9	5

Fonte: O Autor, 2015.

Nas coleções C1 e C2, o número de atividades que se enquadram nessa categoria corresponde a 10% das atividades de cada coleção, pois temos 6 atividades em 60 na

coleção C1 e 9 atividades em 90 na coleção C2, enquanto a coleção C3 apresenta uma quantidade próxima de 17% das atividades, visto que são 5 atividades em 29.

Vale destacar que a quantidade de atividades encontradas na coleção C3 é inferior a quantidade de atividades nas outras coleções e como a quantidade de atividades na categoria “Noções Básicas de Probabilidade” é um número próximo nas três coleções, então a porcentagem de atividades desse tipo nessa coleção torna-se maior em relação as outras.

Em suma, comparando a quantidade de atividades analisadas e a quantidade de atividades que se enquadram nessa categoria, temos, uma quantidade pequena de atividades.

Ortiz (2002) evidencia que os dados de sua pesquisa apontam que atividades envolvendo algumas noções básicas não são exploradas pelos livros didáticos. Nossos resultados corroboram com os resultados apontados pelo autor nesse ponto, tendo que em vista que embora tenhamos encontrado atividades, essas ainda constituem um número pequeno.

A atividade AT005, figura 6, destaca uma das atividades que foram encaixadas nessa categoria.

46 Mateus tem um saco com 8 bolinhas azuis, 5 bolinhas vermelhas e 1 bolinha preta.



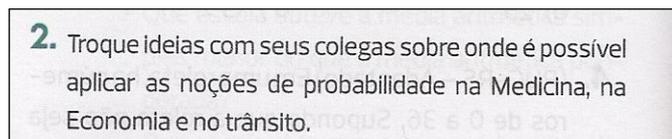
Ao retirar uma bolinha do saco, indique:

- a)** um acontecimento impossível; Sair bolinha branca (por exemplo)
- b)** um acontecimento pouco provável; Sair bolinha pr...
- c)** um acontecimento mais provável. Sair bolinha azul.

Figura 6: Atividade que envolve noções básicas de probabilidade. Fonte: Coleção C1, 7º ano, pág. 110.

Esta atividade propõe que o aluno descreva, a partir da situação, três dos itens que destacamos nessa categoria, a saber: um acontecimento impossível, um pouco provável e um mais provável.

Julgamos necessário criar a categoria “Outras Atividades”, pois ao fazer a categorização, duas delas não nos dão condições de encaixá-las nas demais categorias. A figura 7 mostra a atividade AT178.

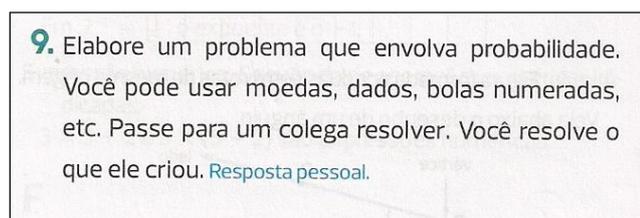


2. Troque ideias com seus colegas sobre onde é possível aplicar as noções de probabilidade na Medicina, na Economia e no trânsito.

Figura 7: Outras atividades de probabilidade. Fonte: Coleção C2, 8º ano, pág. 286.

Observe que essa atividade pede para o aluno discutir sobre possíveis aplicações da probabilidade. Logo, essa atividade não se enquadra nas categorias discutidas anteriormente.

A figura 8 mostra a atividade AT177. Nela o aluno deverá criar um problema que envolva probabilidade. Como cada aluno pode criar um problema diferente do criado por seus colegas, compreendemos que os significados podem não ser os mesmos nos problemas criados.



9. Elabore um problema que envolva probabilidade. Você pode usar moedas, dados, bolas numeradas, etc. Passe para um colega resolver. Você resolve o que ele criou. [Resposta pessoal.](#)

Figura 8: Outras atividades de probabilidade. Fonte: Coleção C2, 7º ano, pág. 279.

Optamos por não encaixar em nenhuma categoria discutida anteriormente e criar essa categoria.

Em suma, nossa análise sobre os significados constatou a grande quantidade de atividades envolvendo o significado clássico, enquanto as outras categorias são contempladas em uma escala muito pequena.

Amâncio (2012) evidencia que o significado clássico é fortemente abordado no livro em que realizou a pesquisa. Aponta que o significado frequentista, aparece em

poucas atividades no livro analisado e apenas para a caracterização da equiprobabilidade. Aproximamo-nos desses resultados, visto que a quantidade de atividades encaixadas no significado frequentista foi pequena nas três coleções.

Destacamos uma atividade do significado frequentista em um experimento não equiprovável. A atividade AT033 é uma das 4 atividades encontradas com esta característica. Apresentamo-la na figura 9.

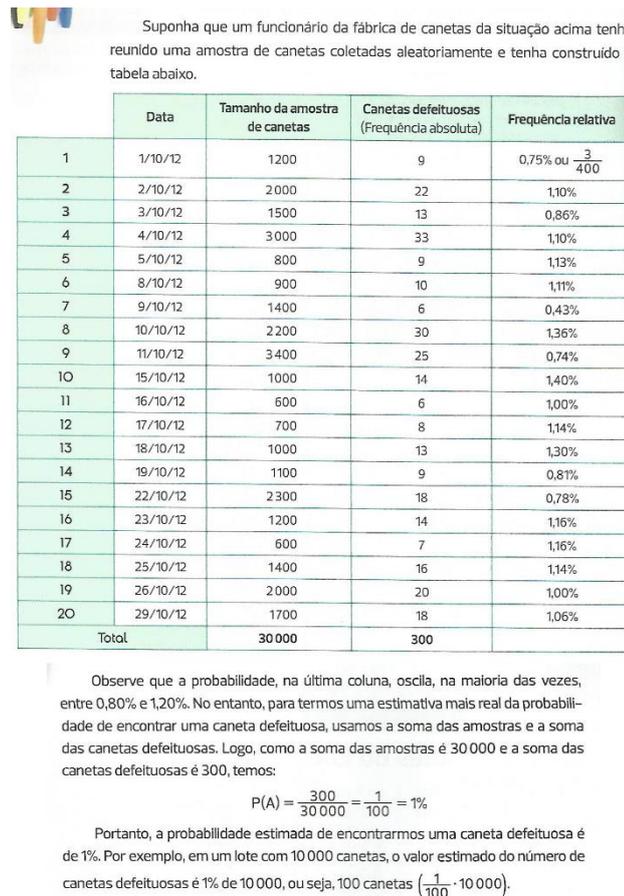


Figura 9: Significado frequentista em um experimento não equiprovável. Fonte: Coleção C1,

Neste exemplo, a compreensão de que os eventos não são equiprováveis, parte de que temos apenas duas possibilidades, sucesso ou fracasso, e sabemos que essas probabilidades diferem de 50%.

5.3. Representações

Comprendemos que as diversas representações contribuem para o aprendizado da probabilidade na medida em que permitem a interpretação e reflexão sobre as

características da atividade em questão. Apresentamos a seguir exemplos de representações que encontramos nas atividades analisadas.

Trataremos como representações as figuras, as tabelas, os gráficos e os diagramas. Com relação às figuras presentes nas atividades, destacamos quando a figura oferece um suporte para a resolução da atividade: figura-suporte; e quando a figura é apenas ilustrativa onde não auxiliam no pensamento necessário para a resolução desta: figura-não suporte.

A atividade AT019 é um exemplo do que categorizamos por “Figura-Não suporte”. Tendo em vista que a atividade trata da probabilidade de se escolher um brasileiro que está presente no avião e a figura, na questão, é somente ilustrativa, a fim de mostrar algumas pessoas dentro de um avião. Essa atividade se encontra na figura 10.

3 Num avião viajam 20 brasileiros, 10 japoneses, 8 italianos e 3 espanhóis. Escolhendo ao acaso um passageiro, determine a probabilidade de ele:



a) ser espanhol; $\frac{3}{41}$

b) não ser espanhol; $\frac{38}{41}$

c) ser japonês ou italiano; $\frac{18}{41}$

d) ser norte-americano. 0

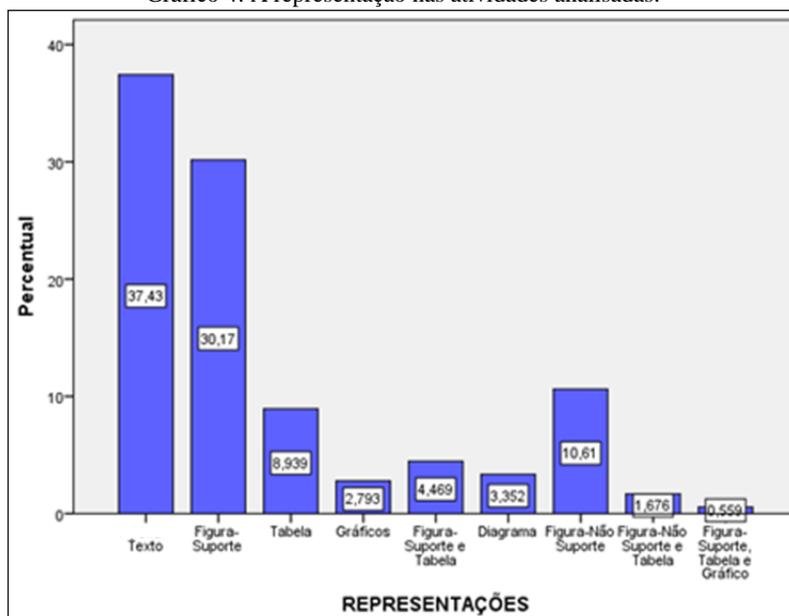
Figura 10: Atividade com uma Figura-Não suporte. Fonte: Coleção C1, 9º ano, pág 139.

O gráfico 5 mostra a distribuição das categorias nas 179 atividades analisadas. Cada uma das categorias abaixo contabiliza somente as atividades que fazem parte exclusivamente dessa categoria de modo que uma atividade contabilizada na representação em “Figura-suporte e Tabela” não foi contabilizada em “Tabela”, pois estaríamos contabilizando-a duas vezes.

Percebemos que ao analisar as representações de um modo geral, incluindo todas as atividades, temos um alto índice de atividades com figuras-suporte ou com apenas texto, como mostra o gráfico 5.

A análise das representações nos mostra que todas as categorias foram encontradas nesta amostra, entretanto algumas representações ganham mais destaque. Observamos que as representações “Texto” e “Figura-Suporte”, por exemplo, são as mais frequentes nas atividades, enquanto atividades envolvendo gráficos aparecem em uma pequena quantidade.

Gráfico 4: A representação nas atividades analisadas.



Fonte: O Autor, 2015.

A tabela 5 detalha a quantidade de atividades de cada representação em relação as coleções. Notamos que na coleção C2 as atividades que foram encaixadas na categoria “Texto” são contempladas em maior quantidade que as demais. Nas demais coleções, as atividades mais contempladas envolvem as categorias “Texto” e “Figuras-Suporte”.

Tabela 5: As Representações em relação as Coleções

		Coleção em que a atividade se encontra		
		C1	C2	C3
Tipo de representação que aparece nas atividades	Texto	18	40	9
	Figura-Suporte	21	22	11
	Tabela	5	9	2
	Gráficos	0	4	1
	Figura-Suporte e Tabela	5	1	2
	Diagrama	1	3	2
	Figura-Não Suporte	10	7	2
	Figura-Não Suporte e Tabela	0	3	0
	Figura-Suporte, Tabela e Gráfico	0	1	0

A atividade AT117, figura 11, é um exemplo da categorização “Texto”.

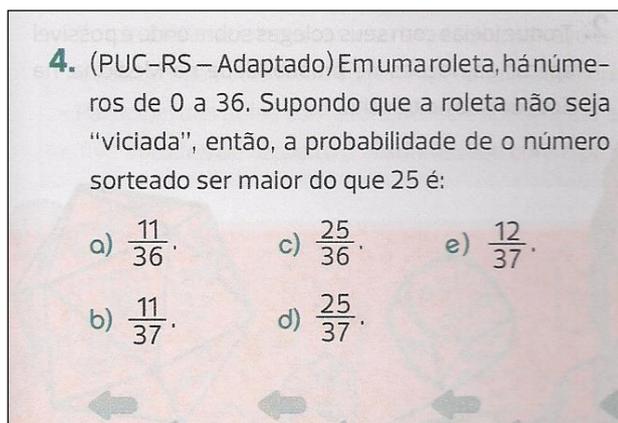


Figura 11: Atividade com a representação "Texto". Fonte: Coleção C2, 8º ano, pág. 285.

A figura 12 mostra a atividade AT041 e utiliza uma imagem de modo que pode auxiliar e facilitar a compreensão dela. É possível observar que nesta atividade, embora sejam detalhados no enunciado os dados suficientes para a resolução da questão, ainda assim a imagem é posta e detalha num aspecto visual esses dados para a resolução.

24 Um ciclo completo de um semáforo demora 120 segundos. Em cada ciclo, o semáforo está no verde durante 50 segundos; no amarelo durante 10 segundos; e no vermelho durante 60 segundos. Se o semáforo for visto ao acaso, qual é a probabilidade de que não esteja no verde? $\frac{7}{12}$ $\frac{70}{120} = \frac{7}{12}$



50 segundos

10 segundos

60 segundos

Ilustrações: Hélio Senatore

Figura 12: Atividade com Figura Suporte. Fonte: Coleção C1, 9º ano, pág. 150.

Uma parte das atividades encaixadas nessa categoria utilizam figuras de modo que elas complementam a atividade. A outra parte das atividades apresenta figuras que destacam os dados da atividade.

Adiante, seguem exemplos de atividades que foram categorizadas nas demais categorias.

A atividade AT152, como mostra a figura 13, foi categorizada como “Tabela”, pois detalha com o auxílio de uma tabela os casos possíveis para o lançamento de dois dados. Os dados dispostos na tabela dão suporte ao estudante na hora de resolver a atividade nas perguntas que seguem, visto que eles facilitam os cálculos necessários para a contagem.

22 Certo jogo consiste em lançar duas vezes o mesmo dado e adicionar os pontos obtidos na face voltada para cima, vencendo o participante que obtiver a menor pontuação. O quadro apresenta as possibilidades de pontuação que um participante pode obter.

a) Quantas possibilidades de resultados diferentes uma pessoa pode obter nesse jogo?
11 possibilidades

b) Qual a probabilidade de uma pessoa obter:

- 10 pontos? $\frac{3}{36}$ ou aproximadamente 8,3%
- 5 pontos? $\frac{4}{36}$ ou aproximadamente 11,1%
- 12 pontos? $\frac{1}{36}$ ou aproximadamente 2,8%

c) Em uma partida disputada por dois participantes, o 1º obteve nos lançamentos as faces  e . Qual a probabilidade de o 2º participante:

- vencer a partida? $\frac{21}{36}$ ou aproximadamente 58,3%
- perder a partida? $\frac{10}{36}$ ou aproximadamente 27,8%

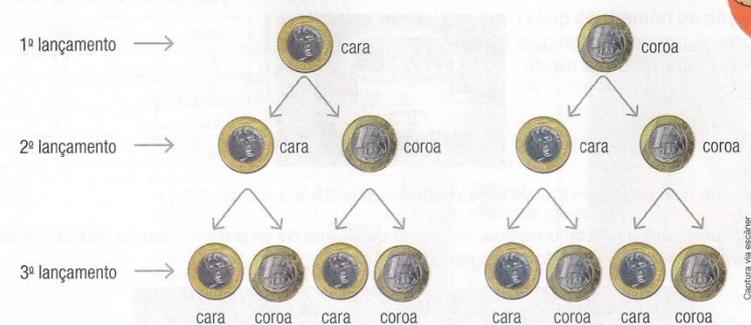


		1º lançamento					
							
2º lançamento		2	3	4	5	6	7
		3	4	5	6	7	8
		4	5	6	7	8	9
		5	6	7	8	9	10
		6	7	8	9	10	11
		7	8	9	10	11	12

Figura 13: Atividade com Tabela. Fonte: Coleção C3, 7º ano, pág. 148.

Na figura 14 tem-se um diagrama que representa os resultados possíveis no lançamento repetido de moedas. A construção do espaço amostral a partir da visualização do diagrama pode possibilitar uma forma mais eficaz de compreensão do que uma atividade semelhante que não venha a apresentar um diagrama ou outra representação. Desse modo a atividade está inserida como uma das atividades com “Diagramas” como representação.

50 Daniela fará três lançamentos com uma moeda. Em cada lançamento é possível obter cara ou coroa. Veja um diagrama de árvores representando todas as possibilidades.



a) Qual a probabilidade de Daniela obter três caras nesses lançamentos? E de obter três coroas? 12,5%; 12,5%

b) Determine a probabilidade de Daniela obter uma cara e duas coroas. 37,5%

c) Se Daniela realizar um 4º lançamento, qual a probabilidade de ela obter, no total, duas caras e duas coroas? 37,5%

Figura 14: Atividade com Diagrama. Fonte: Coleção C3, 8º ano, pág. 222.

A atividade na figura 15 apresenta os dados necessários para a resolução da atividade através de um gráfico, categoria “Gráficos”. Sendo assim, é necessária a interpretação gráfica nessa atividade.

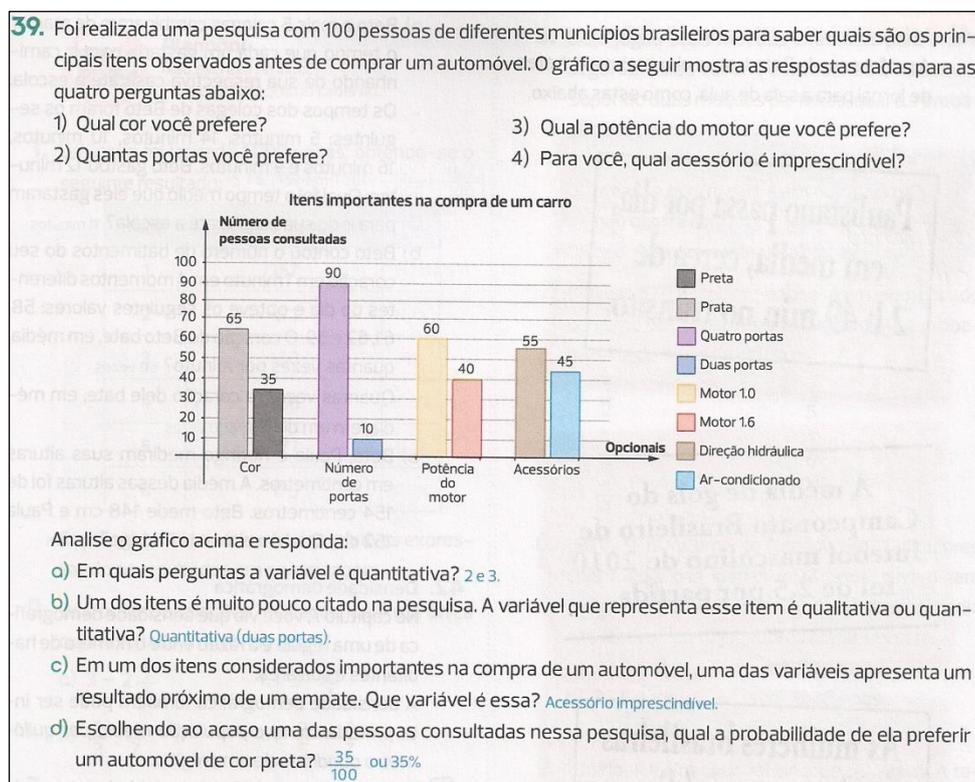


Figura 15: Atividade com gráfico. Fonte: Coleção C2, 7 ano, pág. 275.

Como acreditamos que as representações podem contribuir para a compreensão das atividades que envolvem a probabilidade e, por consequência, para a compreensão do seu conceito, julgamos fundamental a utilização de um número maior das representações além de figuras ou atividades da categoria “Texto”.

As atividades que envolvem o significado clássico se encaixam, em sua maioria nas categorias “Figuras-Suporte” ou “Texto”. Além delas, as categorias “tabela” e “Figuras-Não Suporte” são contempladas com um número considerável de atividades, enquanto as atividades encaixadas em “Gráficos” E “Diagramas” correspondem a uma quantidade muito pequena.

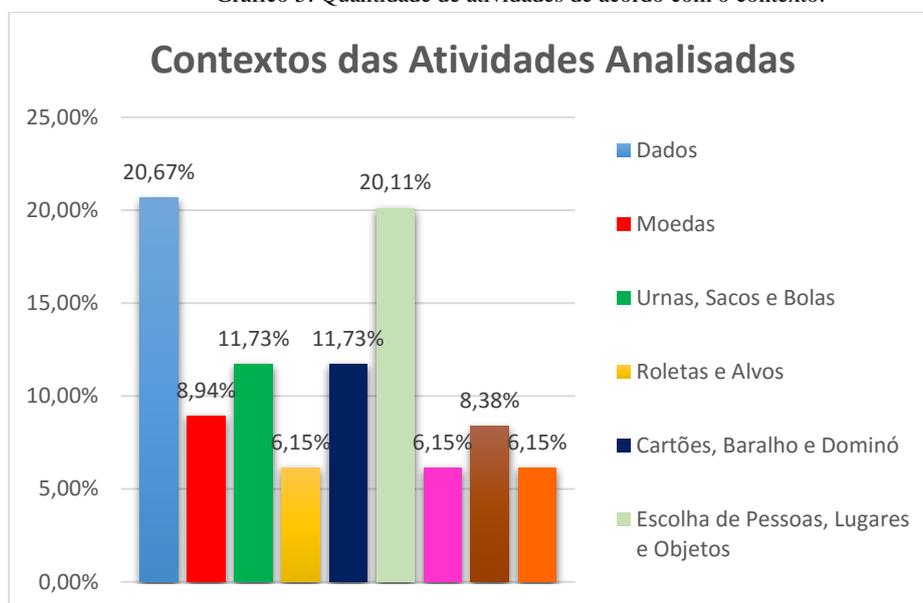
Das atividades que envolvem o significado frequentista contemplam as categorias “Figura Suporte”, “Tabela”, “Figura-Não Suporte” e “Texto”.

5.4. Contextos

Silva e Felisberto de Carvalho (2014) destacam a importância em se trabalhar a probabilidade por meio de vários contextos. Para eles a utilização de vários contextos pode ampliar o raciocínio probabilístico.

Consideramos relevante investigar os contextos das atividades analisadas. O gráfico 6 detalha os contextos em que as atividades foram encaixadas. Encaixamos as atividades de acordo com atividades que envolvem: 1.Dados; 2.Moedas; 3.Urnas, Sacos e Bolas; 4.Roletas e Alvos; 5.Cartões, Baralho e Dominó; 6.Escolha de Pessoas, Lugares e Objetos; 7.Códigos e Senhas 8.Dados de Pesquisa e 9.Outras Atividades de acordo com o gráfico 6.

Gráfico 5: Quantidade de atividades de acordo com o contexto.



Fonte: O Autor, 2015.

O Gráfico 6 mostra a diversidade dos contextos nas atividades. Percebemos que as categorias “Dados” com 20,67% e “Escolha de Pessoas, Lugares e Objetos” com 20,11% são as que mais foram encontradas. Em relação a categoria “Escolha de Pessoas, Lugares e Objetos” pontuamos que as atividades são do tipo em que são dados no enunciado uma quantidade de elementos e pergunta-se a probabilidade de obter um elemento específico. A figura 16 mostra uma das atividades que encaixamos nessa categoria.

- 21** Na sala de aula em que Felipe estuda há 18 meninas e 14 meninos. A direção da escola decidiu sortear um dos alunos dessa sala para participar de uma palestra.

Qual a probabilidade de:

- a) Felipe ser sorteado? $\frac{1}{32}$ ou 3,125%
- b) uma menina ser sorteada? $\frac{18}{32}$ ou 56,25%
- c) um menino ser sorteado? $\frac{14}{32}$ ou 43,75%



Figura 16: Atividade da categoria "Escolha de Pessoas, Lugares e Objetos". Fonte: Coleção C1, 9º ano, pág. 139.

A categoria "Dados" é utilizada por 20,67% das atividades. Desse modo é o contexto que se destaca entre os que utilizamos em nossa análise. A atividade AT036 é uma das atividades da categoria "Dados" como mostra a figura 17.

18 Lançamos um dado que tem uma face branca, duas faces verdes e três faces azuis.

a) Que cor é mais provável sair? Azul.

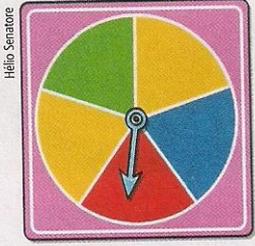
b) O que é mais provável: "sair azul" ou "não sair azul"? São igualmente prováveis.

c) O que é mais provável: "sair verde" ou "não sair verde"? Não sair verde.

Figura 17: Atividade envolvendo Dados. Fonte: Coleção C1, 9º ano, pág. 149.

Na atividade AT003, figura 18, temos o uso do contexto "Roletas e Alvos". Percebemos que essa categoria aparece com uma menor frequência, tendo ela aparecido em 6,15% das atividades, assim como as categorias "Códigos e Senhas" e "Outras Atividades". Embora essas atividades apareçam em uma frequência menor, a variabilidade dos contextos encontrados justifica a importância de que elas apareçam.

23 A roleta da figura está dividida em partes iguais.



Quando girado, qual é a probabilidade de o ponteiro parar sobre o amarelo? $\frac{2}{5}$

Figura 18: Atividade AT003. Fonte: Coleção C1, 7º ano, pág. 99.

Para a categoria “Códigos e Senhas” pontuamos a inserção de atividades cujo objetivo é a escolha de senhas ou códigos formados a partir de letras, números ou quaisquer outros símbolos e atividades que envolvem a escolha um determinado número em meio a um conjunto determinado de números.

67. Probabilidade e cadeados

Raquel colocou em sua bicicleta uma corrente com um cadeado do tipo mostrado na foto ao lado.

Ao tentar abrir o cadeado, verificou que havia esquecido a senha. Lembrava apenas que a senha terminava com um algarismo par. Sabendo que as senhas desse cadeado vão de 000 a 999, qual a probabilidade de Raquel acertar a senha em uma única tentativa?



Figura 19. Atividade com o uso de senhas. Fonte: Coleção C2, 9º ano, pág.

Em relação a categoria “Outras atividades”, encaixamos atividades em que o aluno é questionado sobre aplicações de probabilidade, na diferenciação noções do conceito de probabilidade e uma atividade com o jogo par ou ímpar. Optamos por encaixar a atividade do jogo par ou ímpar por ser uma única atividade nas três coleções

analisadas. Em uma atividade, por exemplo, a atividade pede a diferenciação entre possibilidade e probabilidade, logo é uma questão conceitual.

As categorias “Moedas”, “Urnas, Sacos e Bolas”, “Cartões, Baralho e Dominó” e “Dados de Pesquisa” e foram encontradas em quantidades próximas sendo 8.94%, 11.73%, 11.73% e 8.38% as porcentagens respectivas à aparição dessas atividades por categoria. A figura 20 mostra uma atividade que envolve um contexto em que são utilizadas moedas.

Observe ao lado as duas faces de uma moeda.
Considerando que essa moeda seja lançada duas vezes consecutivas, resolva as questões.

a) Construa um esquema para representar todas as possibilidades de resultado em relação à face voltada para cima.
Resposta no final do livro.

b) Quantas são as possibilidades de resultado nesses lançamentos?
4 possibilidades

c) Qual a probabilidade de se obter nos lançamentos:

■ duas caras? $\frac{1}{4}$ ou 25%	■ duas coroas? $\frac{1}{4}$ ou 25%	■ uma cara e uma coroa? $\frac{2}{4}$ ou 50%
---------------------------------------	--	---

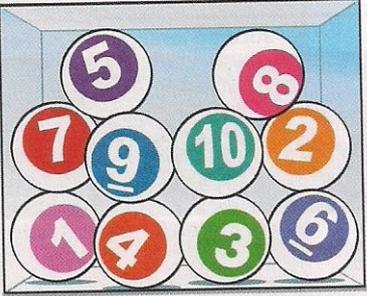
Verifique a possibilidade de realizar na prática uma atividade semelhante a esta.

147

Figura 20. Atividade com moedas. Fonte: Coleção C3, 7º ano, pág. 147

A figura 21 destaca a atividade AT004. Nessa atividade a urna com as bolas numeradas fornece os dados para a resolução da atividade. Essa é uma atividade categorizada como “Urnas, Sacos e Bolas”.

24 Nesta caixa há bolas numeradas de 1 a 10.



Ângela vai retirar, sem olhar, uma bola; anotar o número e devolver a bola na caixa. Calcule a probabilidade de sair uma com:

- o número 7; $\frac{1}{10}$
- um número par; $\frac{1}{2}$
- um número menor que 4; $\frac{3}{10}$
- um número maior que 10; 0
- um número múltiplo de 3. $\frac{3}{10}$

Figura 21: Atividade que envolve Urnas. Fonte: Coleção C1, 7º ano, pág. 99.

A atividade AT039, como mostra a figura 22, é uma atividade que relaciona a probabilidade com as cartas de um baralho, pertencente à categoria “Cartões, Baralho e Dominó”

22 Quando se tira ao acaso uma carta de um baralho de 52 cartas, qual é a probabilidade de sair:



- uma carta vermelha? $\frac{1}{2}$ $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$
- um rei? $\frac{1}{13}$ $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$
- um ás preto? $\frac{1}{26}$ $\frac{2}{52} = \frac{1}{26}$
- um valete de copas? $\frac{1}{52}$

Figura 22: Atividade que envolve Baralho. Fonte: Coleção C1, 9º ano, pág. 150.

As atividades que envolvem a utilização ou criação de uma pesquisa, sendo ela fictícia ou não, foram enquadradas na categoria “Dados de Pesquisas”. A figura 23 é uma atividade que envolve dados de pesquisas.

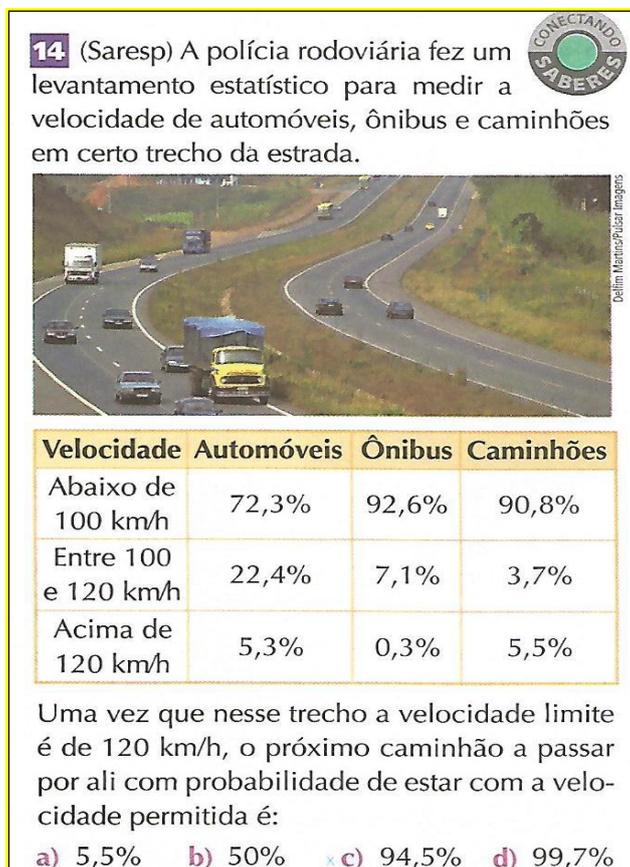


Figura 23. Atividade com dados de pesquisa. Fonte: Coleção C1, 9º ano, pág 143.

5.5. Significado Frequentista versus Representações e Contextos

O Significado Frequentista é muito importante para o estudo da probabilidade. Destacamos nos itens anteriores os contextos e as representações em que as atividades aparecem.

Nesse item apresentaremos as representações e os contextos em que as atividades que envolvem o Significado Frequentista se encontram. Como discutido anteriormente, apenas 11 atividades contemplam esse significado.

Em relação às representações, atividades que envolvem apenas texto, figura suporte, tabelas e figuras sem suporte foram as representações encontradas, com destaque

para as representações “Figura Suporte” e “Tabela” com 6 e 5 aparições, respectivamente, enquanto as demais categorias apresentam apenas 1 atividade cada.

Destacamos que algumas atividades possuem mais de uma representação e nesse caso contabilizamos essas atividades nas representações que se enquadram. As representações “Diagrama” e “Gráfico” não foram encontradas.

Em relação aos contextos, “Roletas” e “Cartão, Baralho e Dominó” não são contemplados por nenhuma atividade, enquanto as outras categorias aparecem em uma pequena escala devido o número de atividades que envolvem esse significado.

Atividades que envolvem dados, moedas, urnas, se fazem presentes entre as 11 atividades, sendo duas atividades com dados, três com moedas, uma com urnas, quatro com dados de pesquisas e uma com o jogo par ou ímpar. A atividade AT179 na figura 24 é uma atividade que envolve o significado frequentista inserida na categoria “Outras Atividades”.

Fazendo a gente aprende

Par ou ímpar
Reúna-se com um colega para realizar esta atividade, que envolve o conhecido jogo do par ou ímpar.

Lembremos que, no jogo de par ou ímpar, o resultado é par quando ambos os jogadores colocam números pares ou quando ambos os jogadores colocam números ímpares; e o resultado será ímpar quando um jogador colocar um número par e o outro colocar um número ímpar.

Seria possível concluir, então, que, na brincadeira do par ou ímpar, é mais fácil ganhar quem pediu par do que quem pediu ímpar?

Antes de responder a essa pergunta, realizem a atividade a seguir.

Inicialmente, decidam quem será o jogador que vai pedir sempre par e quem será o jogador que vai pedir sempre ímpar. Não é possível trocar a escolha no meio do jogo.

Copiem e completem a tabela abaixo, colocando um X para cada vitória. Repitam o procedimento até completarem 10 rodadas

	Par	Ímpar
	Nome do(a) jogador(a): ■	Nome do(a) jogador(a): ■
1ª rodada		
2ª rodada		
3ª rodada		
4ª rodada		
5ª rodada		
6ª rodada		
7ª rodada		
8ª rodada		
9ª rodada		
10ª rodada		
Total		

E agora? Vocês acham que a afirmação de que é mais fácil ganhar quem pediu par do que quem pediu ímpar é verdadeira? Por que? Observem o resultado final da sua tabela e troquem ideias a respeito.



Figura 24. Atividade que envolve o significado frequentista, contexto par ou ímpar e representação por tabela.

Fonte: Coleção C2, 8º ano, pág. 281.

O contexto dessa atividade é o jogo par ou ímpar e como esse contexto é diferente dos que utilizamos na categorização, então encaixamos essa atividade em outros contextos.

Como já foi mencionado anteriormente, apenas 11 atividades envolvem o significado frequentista. Comparar o significado frequentista com as representações e contextos limita-se a apresentar os poucos resultados encontrados, apenas uma descrição. A ampliação do número de atividades que envolvem o significado frequentista pode, ao nosso olhar, contemplar outros contextos e outras representações além dos que foram encontrados aqui.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciamos essa pesquisa buscando compreender a abordagem concernente aos significados de probabilidade nas atividades em três coleções de livros didáticos destinados aos anos finais do Ensino Fundamental aprovados pelo PNLD 2014 e de utilização nas escolas públicas do município de Caruaru - PE.

Levantamos estudos e pesquisas que antecederam esse trabalho e que possibilitaram uma maior reflexão com relação aos processos de ensino e aprendizagem da probabilidade, perpassando estudos que apontam dificuldades de professores e estudantes, além de estudos com livros didáticos e o conceito de probabilidade. Apresentamos os elementos necessários para o desenvolvimento do letramento probabilístico, elementos estes também por nós defendidos.

Tomamos como marco teórico os estudos de Batanero (2005), pois consideramos os significados de probabilidade, apontados por ela, como de grande importância no estudo probabilístico. Os referidos significados se tornaram um fio condutor para o nosso olhar sobre as atividades dos livros didáticos.

Procedemos a análise nas três coleções selecionadas e a posterior categorização das atividades.

A coleção C1 possui 60 atividades de probabilidade, entretanto seu estudo se concentra no nono ano, pois 51 dessas atividades estão nesse volume. As outras atividades distribuem-se nos volumes para o sétimo e oitavo ano.

A coleção C2 é a coleção que apresenta a maior quantidade de atividades que envolvem a probabilidade, concentrando-se nos volumes para o sétimo, oitavo e nono ano, visto que apenas 4 atividades foram encontradas no volume para o sexto ano. Vale destacar que essa foi a única coleção a contemplar atividades de probabilidade no sexto ano.

Em relação a coleção C3 apenas 29 atividades foram encontradas sendo 11 no volume para o sétimo ano e 18 no volume para o oitavo ano.

Os dados apontam, principalmente, para uma grande quantidade de atividades envolvendo o Significado Clássico (87,15%) e poucas atividades envolvendo as demais categorias estabelecidas na análise. Apontamos como fator decisivo para os baixos

índices das outras categorias o fato de que 156 das atividades analisadas se encaixam na categoria “Significado Clássico de Probabilidade”.

Dentre as categorias estabelecidas para os significados de probabilidade, apenas atividades que envolvem o significado clássico, o significado frequentista, as noções básicas de probabilidade e duas atividades, que categorizamos por “Outras Atividades de Probabilidade”, foram encontradas.

Apesar de termos o significado clássico e frequentista como importantes para o estudo da probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental, a quantidade de atividades com o significado frequentista é muito inferior em relação ao significado clássico.

Acreditamos que seria possível uma melhor distribuição das atividades envolvendo os diversos significados de forma mais equânime.

Por meio das análises pudemos perceber que a probabilidade é pouco trabalhada nos livros voltados ao sexto ano do Ensino Fundamental. Um motivo desse fato pode derivar da necessidade em trabalhar o cálculo da probabilidade a partir de conteúdos como frações, porcentagens e decimais. Entretanto, consideramos pertinente trabalhar as noções básicas de probabilidade também nos anos anteriores aos que são trabalhados esses conteúdos.

No que diz respeito às representações, a maior parte das atividades é composta apenas com texto (37,43%) ou com figuras-suporte (30,17%). Acreditamos na necessidade das atividades abordarem diversas representações para uma distribuição mais justa dessa categoria.

Quando relacionamos as representações ao significado frequentista apenas as categorias “Figura Suporte”, “Tabela”, “Figura-não Suporte” e “Apenas Texto” foram encontradas. Julgamos necessária a ampliação de atividades que envolvem esse significado e de modo que elas contemplem as diversas representações.

Os contextos em que as atividades se encontram são importantes no estudo da probabilidade. Por isso categorizamos os contextos presentes nas atividades analisadas. Verificamos que os “Dados” e “Escolha de Pessoas, Lugares e Objetos” são as que mais se destacam, com 20,67% e 20,11%, respectivamente. São contemplados ainda os

contextos utilizando moedas, roletas, alvos, urnas, sacos, bolas, baralhos, cartões, dominós, senhas, códigos e dados de pesquisas. Especificamente, em relação ao significado frequentista, aparecem contextos que envolvem moedas, dados, urnas, jogo de par e ímpar e dados de pesquisas. Ao nosso olhar, diversificar os contextos das atividades pode contribuir para uma melhor compreensão do conceito de probabilidade em seus significados, propriedades e representações.

Consideramos nosso trabalho relevante em relação ao ensino e aprendizagem de probabilidade, tendo em vista que ele proporciona a reflexão dos significados de probabilidade, da importância em se trabalhar a partir de todos os significados de acordo com cada etapa de escolaridade e da variação de representações e contextos presentes em atividades.

Defendemos o estudo da probabilidade a partir de diversos significados, representações e contextos. Consideramos que eles podem contribuir para propiciar o letramento probabilístico dos estudantes nesta etapa de escolaridade.

Deixamos como sugestões para futuras pesquisas: análises em livros voltados aos outros níveis da Educação Básica e Superior voltados aos cursos de licenciatura, tendo em vista a necessidade do licenciando perceber a importância da reflexão sobre o ensino e aprendizagem da probabilidade; pesquisas que foquem os contextos e/ou representações no estudo probabilístico; aplicação de uma sequência didática a partir dos significados de probabilidade; pesquisa sobre como os professores da Educação Básica.

7. REFERÊNCIAS

AMÂNCIO, Juliana Ramos. **Planejamento e Aplicação de Uma Sequência Didática Para o Ensino de Probabilidade no Âmbito do Pibid**. 2012. 216p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

AZCÁRATE, P., SERRADÓ, A. Tendencias didácticas em los libros de texto de matemáticas para la ESO. **Revista de Educación**, 340, pp. 341-378. 2006.

BRASIL, MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais : Matemática**. Secretaria de Educação Média e Tecnologia. (2000)

BRASIL, Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Guia de livros didáticos: PNLD 2014: Matemática**. Brasília, DF: SEF/MEC, 2013.

BATANERO, C. Significados de La Probabilidad en La Educación Secundária. **Revista Latinoamericana de Matemática Educativa - Relime** vol. 08, num 3, pp. 247-263, nov, 2005.

BATANERO, C., HENRY, M. PARZYSZ, B. **The nature of chance and probability**. In G. A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school : Challenges for teaching and leaning* (pp. 16-42). New York, USA : Springer. 2005.

CARRANZA, P., KUZNIAK, A. Approche bayésienne. **Analyse Statistique Implicative**, p. 341-352. 2009.

COUTINHO, C. Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta? **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 2, p.50-67, UFSC: 2007.

COUTINHO, C. de Q. e S. **Introdução ao Conceito de Probabilidade por uma Visão Frequencista**. 1994. 151p. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1994.

COUTINHO, C. Q. S. **Probabilidade Geométrica: Um contexto para a modelização e a simulação de situações aleatórias com Cabri II**. In: *Anais da 25a Reunião Anual da Anped (Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação)*. Caxambu, 2002.

GAL, I. **Towards "probability literacy" for all citizens: building blocks and instructional dilemmas**. In: Graham A. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning*, 43—70. © 2005 Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.

GUIMARÃES, R. C., CABRAL, J. A. S. **Estatística**. Lisboa: Mac-Graw Hill, 1997.

HINES, W. W.; MONTGOMERY, D. C; GOLDSMAN, D. M; BORROR, C. M. **Probabilidade e Estatística na Engenharia**. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S. A, 588 p, 2006.

MEC-SEF. Ministério da Educação e Desporto. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental**. Matemática. Brasília, DF: MEC, SEF, 1998.

ORTIZ, J. J. **La Probabilidad en los Libros de Texto**. 2002. 264 p. Tese. Pontifícia Universidade de Granada, Granada, (2002).

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco: matemática** / Secretaria de Educação. - Recife: SE, 134 p, 2008.

PIETROPAOLO, R; CAMPOS, T.M.M; FELISBERTO DE CARVALHO, J.I; TEIXEIRA, P. **Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais**. 2013. Acessado em 10 de janeiro de 2015 <http://seminarios.capes.gov.br/observatorio-da-educacao/resumos/108-educacao-basica.html>

SANTANA, M. R. M. **O Acaso, o Provável e o Determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do Ensino Fundamental**. 2011. 94 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnologia) – Pontifícia Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2011.

SERRADÓ, A.; CARDEÑOSO, J. M.; AZCÁRATE, P. **Las concepciones deterministas, un obstáculo para el desarrollo profesional del docente en el campo probabilística**. Anais Congreso Ibero-americano de educación matemática, 5., 2005.

SILVA, C. D. B; FELISBERTO DE CARVALHO, J. I. **O Jogo Igba-Ita e a Construção do Conhecimento Probabilístico**. In: Anais do Encontro Estadual de Educação Matemática do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2014.

SOUZA, F. dos S., COUTINHO, C. e SOUZA, A. C. **EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA: o professor e o livro didático**. Texto Mesa Redonda – Anais do VI Encontro Estadual de Educação Matemática do Rio de Janeiro. 2014

Vergnaud, G. **La Théoria De Los Campos Conceptuales**. 1990. Acessado em 09 de outubro de 2015 http://fundesuperior.org/Articulos/Pedagogia/Teoria_campos_conceptuales.pdf

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino de matemática na escola elementar**. Curitiba: Ed. Da UFPR, 2009.

VIALI, L., OLIVEIRA, P. I. F. **Uma análise de conteúdos de probabilidade em livros didáticos do Ensino Médio**. In: Lopes, C. E., Coutinho, C. e Almouloud, S. Estudos e reflexões em educação estatística. Campinas – SP: Mercado de Letras, 2010.