

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CAMPUS ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

**ANÁLISE DOS PROBLEMAS COMBINATÓRIOS EM LIVROS DIDÁTICOS DOS
ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

José Jefferson da Silva

CARUARU, 2015

**ANÁLISE DOS PROBLEMAS COMBINATÓRIOS EM LIVROS DIDÁTICOS DOS
ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso, requisito parcial
para a obtenção do título de graduado em
licenciatura em matemática, sob a orientação da
Professora Cristiane de Arimatéa Rocha.

CARUARU, 2015

Catálogo na fonte:
Bibliotecária - Simone Xavier CRB/4-1242

S586a Silva, José Jefferson da.
Análise dos problemas combinatórios em livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental. / José Jefferson da Silva. - Caruaru: O Autor, 2015.
42f.: il.; 30 cm.

Orientadora: Cristiane de Arimatéa Rocha
Monografia (Trabalho de Conclusão de curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2015.
Inclui referências bibliográficas

1. Educação matemática. 2. Combinatória. 3. Livros didáticos I. Rocha, Cristiane de Arimatéa. (Orientadora). II. Título.

371.12 CDD (23. ed.) UFPE (CAA 2015-045)

ATA DE DEFESA DE TCC DO CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO - CAMPUS CARUARU

Às 13:30 h do dia 03 do mês de março do ano de 2015, (13:30h, 03/03/2015) na sala do LEMAPE do Centro Acadêmico do Agreste reuniu-se a banca examinadora composta pelos (as) professores (as) Cristiane de Arimatéa Rocha (orientadora), Edelweis José Tavares Barbosa (examinador interno - UFPE/CAA) e Pablo Egídio Lisbôa Silva (examinador externo - UFPE/Edumatec) para defesa pública de **José Jefferson da Silva** do Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática intitulado **ANÁLISE DOS PROBLEMAS COMBINATÓRIOS EM LIVROS DIDÁTICOS DOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**. O licenciando apresentou o trabalho e foi arguido pela banca que por unanimidade atribuiu a menção **Aprovado**, com a nota 10,0.

Orientadora:

Examinador 1:

Examinador 2

Agradecimentos

A Deus, por ter me dado tranquilidade necessária para fazer este trabalho;

Aos meus pais, em especial minha mãe que me deu suporte durante todo o processo;

A minha família, pelas palavras de incentivo e aconselhamentos;

A minha orientadora, Cristiane Rocha – Cris, pela ajuda ativa e constante no processo de elaboração e construção deste trabalho;

Aos professores Valdir e Edelweis pela ajuda na construção deste trabalho, nas disciplinas de Metodologia da Pesquisa Educacional e Trabalho de Conclusão de Curso I;

Aos professores presentes na banca de avaliação deste trabalho.

Aos professores do CEEETA, em especial aos de matemática – Andreia e Sebastião, por terem contribuído para minha escolha de curso;

A professora Andréa Santos, por oportunizar as monitorias de estatística, onde confirmei que a licenciatura tinha sido a opção correta de curso;

Aos professores do curso de Licenciatura em Matemática da UFPE, pela dedicação, competência e seriedade;

Aos colegas da UFPE, em especial: Andrielle, Camila, Fabiane, Lucivânia, Lidiane, Erillainy, Dorghsllyny, pela parceria, pela torcida e pela ajuda prestada durante todo o curso;

Aos professores da Universidade de Coimbra (UC) e aos colegas de intercâmbio, que oportunizaram uma concepção diferenciada do papel do professor de matemática;

Ao Programa Ciência Sem Fronteiras (CsF), pela oportunidade de realizar um intercâmbio;

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ), pelo financiamento do intercâmbio;

Ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), aos companheiros do PIBID – Subprojeto Matemática e a Coordenadora do subprojeto (Cristiane), por ter proporcionado experiências significativas a minha formação;

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (CAPES), pelo financiamento do PIBID.

Resumo

Este estudo objetiva identificar as situações, invariantes e possíveis representações simbólicas apresentadas em problemas combinatórios contidos em duas coleções de livros didáticos e manuais dos professores aprovados no Programa Nacional do Livro Didático 2014 dos Anos Finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano). As coleções escolhidas foram a mais adotada e a menos adotada no país. Na análise dos resultados, percebemos que apesar de existir questões de combinatória em todos os volumes das coleções analisadas, o número de questões é pequeno. A maior frequência das questões é de situação *produto cartesiano*, que não exige a repetição de elementos. A maioria das questões não apresenta sugestão de representação simbólica que auxilie na resolução. Naquelas que orientam alguma representação, são utilizados com maior frequência, árvore de possibilidades, desenho e tabela. As questões são apresentadas em contextos cotidianos. O conteúdo é geralmente introduzido através de questões resolvidas, com uso de algumas representações, entre elas o princípio fundamental da contagem (ou princípio multiplicativo), e a orientação para os professores consiste apenas na utilização de algumas representações simbólicas, não orientado em momento algum a diferença entre as situações e suas respectivas propriedades invariantes.

Palavras-chave: Educação Matemática; Raciocínio Combinatório; Livro Didático; Anos Finais.

Lista de Figuras

1	Figura I: Exemplo de Produto Cartesiano	16
2	Figura II: Exemplo de Arranjo.....	16
3	Figura III: Exemplo de Permutação	17
4	Figura IV: Exemplo de Combinação.....	17
5.	Figura V: Exemplo onde é considerado a repetição de elementos	18
6.	Figura VI: Exemplo onde não é considerado a repetição de elementos	18
7.	Figura VII: Exemplo de questão utilizando a representação DESENHO	19
8.	Figura VIII: Exemplo de questão utilizando a representação APENAS ENUNCIADO - SEM SUGESTÃO	19
9.	Figura IX: Exemplo de questão utilizando a representação TABELA	20
10.	Figura X: Exemplo de questão utilizando a representação ÁRVORE DE POSSIBILIDADES	21
11.	Figura XI: Exemplo de questão utilizando a representação MAIS DE UMA (tabela e desenho)	21
12.	Figura XII: Exemplo de questão utilizando a representação OUTROS	22
13.	Figura XIII: Exemplo de produto Cartesiano.....	28
14.	Figura XIV: Questão que solicita ao aluno que invente uma questão.....	30
15.	Figura XV: Questão que solicita ao aluno que invente uma questão	33

Lista de Tabelas

Tabela 1: Quantidade de questões x Quantidade de Questões de Combinatória	25
Tabela 2: Representações Utilizadas em exemplos x Volume e Coleção	33

Lista de Gráficos

Gráfico 1: Distribuição dos tipos de problemas por coleção de livro	28
Gráfico 2: Significados distribuídos por Volume da Coleção de Livro	29
Gráfico 3: Distribuição das representações simbólicas por coleção de livro	31
Gráfico 4: Representações Simbólicas distribuídas por Volume da Coleção de Livro	32
Gráfico 5: Distribuição da variável repetições por coleção de livro	34
Gráfico 6: Invariante Repetições distribuídas por Volume da Coleção de Livro	35

Sumário

1. INTRODUÇÃO	10
2. O QUE DIZEM PESQUISAS SOBRE COMBINATÓRIA.....	11
3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
3.1. Livro Didático	14
3.2. Teoria dos Campos Conceituais	15
3.2.1. A Teoria dos Campos conceituais e a Combinatória	15
OBJETIVOS.....	22
<i>Objetivo Geral</i>	22
<i>Objetivos Específicos</i>	22
4. METODOLOGIA	23
5. ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	25
5.1. Como a combinatória está inserida nas coleções de livros dos anos finais do PNLD-2014	25
5.2. Situações (S) das questões da combinatória apresentados/valorizados nos livros didáticos.	28
5.3. Representações (R) das questões da combinatória apresentados/valorizados nos livros didáticos.	31
5.4. Invariante repetição das questões da combinatória apresentados/valorizados nos livros didáticos.	34
5.5. Identificar orientações dirigidas aos professores, através dos manuais, relativas às três dimensões do conhecimento de combinatória.	36
5.5.1. Coleção LD-1	36
5.5.2. Coleção LD-2	37
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	38
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	40

1. INTRODUÇÃO

A inserção dos computadores na sociedade ampliou a necessidade do homem simplificar, analisar e inferir resultados a partir de uma quantidade de dados cada vez maior. Com estas modificações faz-se necessário analisar e modificar o formato de escola, em particular, um instrumento a ser revisto é o currículo que passa a incluir (ou excluir) conteúdos programáticos.

Visando estas novas necessidades os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) justificam que um olhar mais atento para nossa sociedade mostra a necessidade de acrescentar aos conteúdos de matemática, “aqueles que permitam ao cidadão “tratar” as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos, a raciocinar utilizando ideias relativas à probabilidade e à combinatória.” (BRASIL, 1998, p. 49).

O PCN de Matemática indica ainda que “relativamente à combinatória, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações-problema que envolvam combinações, arranjos, permutações e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem.” (BRASIL, 1997, p.40). Assim sendo, fica nítida a orientação para o professor de matemática apresentar questões que envolvam o raciocínio combinatório.

Mas será que os professores dos anos finais do ensino fundamental têm disponíveis questões que levem o aluno a refletir sobre as situações-problema de combinatória?

Para melhor entender esta problemática, e tendo em vista que uma das principais fontes de pesquisa de um professor é o livro didático, faz-se necessário uma análise das questões e problemas propostos pelos mesmos.

Para essa análise foi selecionada a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud que defende que um conceito não pode ser reduzido à sua definição quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino, sendo necessário incluir/discutir as três dimensões envolvidas no processo de ensino-aprendizado – situações, invariantes e representações simbólicas.

Este trabalho pretende identificar como a combinatória está inserida nos livros didáticos e manuais do professor dos anos finais do ensino fundamental, ressaltando sempre qual/quais situações são apresentadas/valorizadas, assim como buscar orientações ou questões que possibilitem a discussão dos invariantes envolvidos, assim como analisar as representações simbólicas neles propostas.

2. O QUE DIZEM PESQUISAS SOBRE COMBINATÓRIA

Para melhor compreender o cenário nacional do ensino da combinatória, apresento as principais discussões sobre o tema a partir de publicações recentes de anais de congressos. Esta exposição simplificada de pesquisas contemplará discussões da Educação Básica.

Baseado nas três dimensões propostas por Vergnaud (1996), Assis e Pessoa (2013) pesquisaram o efeito da formação continuada em Combinatória nos anos iniciais do ensino fundamental. Especificamente visando averiguar qual das três dimensões foi mais relevante para o professor, utilizando entrevista semiestruturada antes e após um processo de formação continuada, realizada em quatro encontros, com dois professores da rede pública municipal de Recife.

A partir dos dados analisados, Assis e Pessoa (2013) apontaram para uma necessidade de intervenção sobre o conteúdo de Combinatória, uma vez que evidencia limitações dos docentes com relação ao conhecimento do conteúdo e ao conhecimento didático do conteúdo.

Compreendendo essas limitações existentes na formação dos professores, especificamente, ao ensinar combinatória e entendendo que o livro didático, apesar de não ser a única ferramenta de apoio ao professor, é o utilizado recorrentemente. Barreto e Borba (2010) observaram como são tratados problemas de raciocínio combinatório em livros e manuais do professor de 1ª a 4ª série (atuais 2º a 5º anos de escolarização básica), analisando se há uma preocupação em abordar esse conteúdo levando em consideração variedades nas três dimensões de conceitos propostas por Vergnaud.

Para este fim, Barreto e Borba (2010) selecionaram aleatoriamente cinco coleções dentre as aprovadas pelo PNLD 2007 dos anos iniciais, nas quais foram encontrados 235 problemas de combinatória.

Da análise destas questões as autoras concluíram que referente aos significados envolvidos no problema de combinatória os mais apresentados foram combinação (42,13%) e produto cartesiano (35,32%) seguidos de permutação (19,57%) e arranjo (2,98%). Quanto aos tipos de representação simbólicas, foram encontradas: desenho (37,02%), apenas enunciado (34,47%), tabela (11,06%), outros – fotografias, jogos – (8,94%), árvore de possibilidades (1,28%), algoritmo (0,43%), cálculo oral e mental (0%), manipulativos (0%) e mais de uma (6,81%). Por fim, não foi abordada nenhuma das propriedades invariantes dos conceitos.

As pesquisadoras advertem que é importante que o professor possa receber orientações sobre as situações e propriedades invariantes dos conceitos. Deduzindo assim que os manuais

dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental deveriam ser revistos, quanto a este aspecto.

Outra análise de Livros Didáticos foi realizada por Oliveira e Coutinho (2013). As autoras objetivam discutir como o conteúdo de combinatória é abordado nos livros didáticos de anos iniciais do Ensino Fundamental. Usam como metodologia a Teoria das Transposições Didáticas. As análises realizadas nos permitem inferir que o tratamento dado pelos autores aos conteúdos desde campo não é sequencial, o que dificulta o aprofundamento do conhecimento dos alunos. Observa-se ainda que na maior parte das coleções, ele não é abordado no campo do Tratamento da Informação, mas sim como aplicação do princípio multiplicativo.

Buscando ter uma visão mais ampla das modalidades de ensino, Cunha, Lima e Rocha (2013) buscaram analisar a compressão de professores sobre o raciocínio combinatório e identificar as situações de combinatória que os professores têm mais dificuldade.

Para esta finalidade foram selecionados 13 professores que lecionam matemática nos anos finais do ensino fundamental em escolas públicas municipais e estaduais de Olinda e Recife. Os docentes responderam a um teste, contendo 8 questões que envolvem o raciocínio combinatório, sendo dois problemas de cada situação (produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação).

Cunha, Lima e Rocha (2013) apresentaram que o percentual de acerto das questões, agrupadas pelas suas situações foram os seguintes: produto cartesiano (84,62% e 84,62%), permutação (76,92% e 76,92%), arranjo (61,54% e 61,54%) e combinação (61,54% e 46,15%). Notou-se que os maiores erros foram nas questões de combinação e arranjo.

As autoras salientaram ainda que a maioria dos professores identifica os invariantes e em seguida responde usando as fórmulas usuais ou o Princípio Fundamental da Contagem (PFC).

Corroborando com a importância do ensino de Combinatória, Rocha e Borba (2012) buscaram identificar a partir de uma entrevista semiestruturada, as características do conhecimento de problemas combinatórios e seu ensino por parte de professores que atuam no Ensino Médio.

As autoras inferiram, através dos relatos dos professores, a preferência por respostas que utilizassem o algoritmo. Salientam ainda que a compreensão das diferenças entre os problemas combinatórios é fator essencial no trabalho dos professores. Além disso, não há presença de estímulo a estratégias lúdicas e/ou utilização de recursos diferenciados.

Em geral, as autoras citadas reconhecem a falta de preparação do profissional da Educação Básica. Neste sentido, Rocha e Borba (2012) defendem a necessidade de formação inicial e continuada que aborde as diferentes situações de problemas combinatórios, assim como o uso de diversas representações para solução destes problemas.

Em consonância com Rocha e Borba (2012), as autoras Barreto e Borba (2010), Assis e Pessoa (2013), e Cunha, Lima e Rocha (2013) também advertem sobre a importância da formação continuada que objetivem subsidiar os professores nas dificuldades destacadas e assim promover a melhoria do ensino e da aprendizagem nos diferentes níveis de escolaridade.

Por fim, Rocha e Borba (2012) e Cunha e Lima (2013) enfatizam que as pesquisas são fundamentais para o desenvolvimento dos docentes e dos alunos, pois trazem resultados relevantes que podem ser utilizados na prática docente e no trabalho de formação continuada.

Diante das dificuldades encontradas, seja na falta de informação dos livros didáticos, ou na formação dos professores, observamos que há ausência de pesquisa que tratem de como os problemas combinatórios são apresentados, particularmente, nos anos finais do ensino fundamental. Assim sendo, este trabalho propõe-se a contribuir com este cenário, buscando identificar se os professores desta modalidade de ensino têm disponíveis questões que levem o aluno a refletir sobre as situações-problema de combinatória, assim como, se existe orientação adequada para o professor no manual.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1. Livro Didático

O surgimento do Livro Didático de Matemática no Brasil e seu uso em sala de aula estão intimamente atrelados ao próprio surgimento da disciplina Matemática na Educação Brasileira.

Segundo Valente (2006) a criação da disciplina Matemática, originária da fusão de três outras disciplinas autônomas (Aritmética, Álgebra e Geometria), ocorre por iniciativa de Euclides Roxo e foi organizada através do Decreto-Lei nº 18.564, de janeiro de 1929. Ainda segundo o autor, no mês de julho do mesmo ano, é lançado pela Cia. Editora Nacional o primeiro Livro Didático de Matemática no Brasil, *Como se aprende Mathematica*, de autoria de Soverio Cristofaro.

Apesar da imediata criação do livro, o acesso era, assim como a Educação deste período, para uma elite restrita. A própria definição do termo “livro didático” apenas se dá na década seguinte com o Decreto-Lei nº 1.006 de 30 de dezembro de 1938, que convencionou o livro didático como “o livro destinado à escola, com o objetivo de ensinar e cuja proposta deve obedecer aos currículos educacionais do país” (CARVALHO, 2011, p. 60).

O Decreto-Lei de nº 8.460 de 26 de dezembro de 1945 e o Decreto 91.542, de 19 de agosto de 1985 são outros decretos importantes para o cenário atual da utilização do livro didático na sala de aula. O primeiro estabelece que seja livre ao professor a escolha e utilização dos livros didáticos adotados, enquanto o segundo oportuniza que todos os alunos de escolas públicas do ensino fundamental do país passem a receber gratuitamente e de forma regular os livros didáticos necessários aos estudos.

Décadas após, a Resolução/CD/FNDE nº38 de 15 de outubro de 2003 amplia a gratuidade do livro didático de matemática aos alunos de escola pública do ensino médio (através do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio – PNLEM) e desta forma todos os alunos da Educação Básica matriculados em escolas públicas passam, perante a lei, a ter direito ao livro didático.

Diante do exposto, percebemos que o Livro Didático de Matemática, através do contexto histórico social, tornou-se uma ferramenta importante e acessível aos professores e alunos, sendo por diversas vezes o único apoio didático que o docente possui para vivenciar as aulas. Diante deste fato, Silva (2011) afirma que:

“Pesquisar as abordagens dos LD numa pesquisa científica só faz colaborar com a Educação, contribuindo assim, para melhoria da sua qualidade na medida em que fornece ao professor e ao aluno um material de apoio à política docente e à aprendizagem da matemática.” (SILVA, 2011, p. 55)

3.2. Teoria dos Campos Conceituais

A teoria dos Campos Conceituais é uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, nomeadamente daquelas que revelam das ciências e das técnicas. (VERGNAUD, 1991, p. 155)

Segundo esta teoria, “um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pelo menos quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino” (idem, p. 156).

No ambiente da Teoria dos Campos Conceituais, há três dimensões do conhecimento, de forma descrita abaixo:

S: conjunto das situações que dão sentido ao conceito (a referência);
 I: conjunto das invariantes nas quais assenta a operacionalidade dos esquemas (significado);
 R: conjunto de representações simbólicas, utilizadas tanto para representações quanto para resolução do problema (significante).
 (VERGNAUD, 1991, pág. 166)

Assim, na Teoria dos Campos Conceituais, um conceito depende das três dimensões do conhecimento (S, I, R) que são atrelados.

Desta forma podemos afirmar que para Vergnaud, “Campo Conceitual é um conceito informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição” (CARVALHO, 2011, p. 48 apud MOREIRA, 2002).

3.2.1. A Teoria dos Campos conceituais e a Combinatória

Conforme descrito na secção anterior, o conceito, segundo a Teoria dos Campos Conceituais, é formado pelas situações, pelos invariantes e pelas representações envolvidas, que são conectadas. Assim faz-se necessário apresentar as três dimensões no ensino-aprendizagem da combinatória.

Quanto às situações, Pessoa e Borba (2009) classificam os problemas combinatórios em quatro tipos, são eles: produto cartesiano, permutação, arranjo e combinação.

dependendo do problema a ser resolvido. Por exemplo, ao pensar senhas compostas por três letras utilizando as letras {A, B, O}, podemos ter {ABO; AOB; BAO; BOA; OAB; OBA}, se não considerarmos as repetições de letras, ou {AAA; AAB; AAO; ABA; ABB; ABO; AOA; AOB; AOO; BAA; BAB; BAO; BBA; BBB; BBO; BOA; BOB; BOO; OAA; OAB; OAO; OBA; OBB; OBO; OOA; OOB; OOO}, se considerarmos as possibilidades que repetem as letras. Notemos que ao considerar as repetições, aumentamos consideravelmente as possibilidades, e desta forma pode mudar as estratégias de resolução das mesmas, assim deve ser considerada na análise das questões propostas.

Abaixo segue exemplos de questões que consideravam a repetição e questões que não considerava as repetições, encontradas nos livros didáticos estudados.

33. Uma sorveteria vende sorvetes de 3 sabores diferentes: chocolate, morango e coco.

Eu escolhi duas bolas de coco.

Eu escolhi morango e chocolate.

Eu também. Só que o chocolate vem embaixo.



a) Faça no caderno uma tabela que mostre todos os tipos de sorvete de 2 bolas que podem ser montados nessa sorveteria.

b) Quantos são esses tipos?

Figura V: Exemplo onde é considerado a repetição de elementos

Fonte: LD-1, 6º ano, pág. 28

- 61** (Saresp) Usando os algarismos 1, 2 e 3, sem repetir nenhum, é possível formar:
- dois números de três algarismos.
 - três números de três algarismos.
 - quatro números de três algarismos.
 - seis números de três algarismos.

Figura VI: Exemplo onde não é considerado a repetição de elementos

Fonte: LD-1, 6º ano, pág. 24

Portanto, o invariante da repetição nos problemas combinatórios pode ser discutido nos últimos anos do ensino fundamental, considerando que existe um aumento do número total de possibilidades, o que pode dificultar no esgotamento de possibilidades quando utilizado representações que sugerem a enumeração.

Por fim, cada problema pode ser resolvido por diversas representações simbólicas, e dependendo da escolha do tipo de representação pelo aluno, o problema pode ser simplificado. Relativo às representações possíveis nas questões de combinatória, Barreto e Borba (2010) listaram: desenho, apenas enunciado (sem sugestão), algoritmo, cálculo oral e mental, manipulativos, tabela, árvore de possibilidade, mais de uma, outros (fotografias, exemplos e/ou jogos).

Abaixo explanaremos a categorização utilizada para cada uma destas representações assim como um exemplo da cada tipo.

- i) **Desenho:** é utilizada quando a questão sugeriu que o aluno faça um desenho para resolver o problema, ou quando a própria questão já traz desenhos que facilitem na contagem envolvida;



Figura VII: Exemplo de questão utilizando a representação DESENHO

Fonte: LD-1, 6º ano, pág. 29

- ii) **Apenas Enunciado – Sem Sugestão:** utilizaremos tal classificação quando o autor apresentar apenas o enunciado da questão, não sugerindo nenhuma representação, em particular, para resolver o problema;

- 2 Seis pessoas se encontram e todas cumprimentam-se entre si. Quantos cumprimentos são trocados? *altern*
- a) 8 c) 15 e) 21
b) 12 d) 18

Figura VIII: Exemplo de questão utilizando a representação APENAS ENUNCIADO

Fonte: LD-1, 9º ano, pág. 116

- iii) **Algoritmo:** será utilizada quando a atividade sugerir explicitamente que o aluno utilize algum dos algoritmos combinatório para resolver a questão;

Quantas e quais as soluções da equação $A_{n,2} + A_{(n+1),2} = 18$?

- iv) **Cálculo Oral e Mental:** quando a atividade sugerir explicitamente que o aluno utilize cálculo oral e/ou mental para resolver a questão;

Calcule mentalmente quantos números distintos de três algarismos podemos formar com 1, 2 e 3.

- v) **Manipulativos:** tal classificação será utilizada quando o livro possuir algum material manipulativo em apêndice que ajude a resolver a questão.

Recorte os quatros bonecos existentes no apêndice A e busque de quantas maneiras distintas podemos tirar uma foto com os quatro.

- vi) **Tabela:** será utilizada quando o autor sugerir que o aluno construa e/ou complete uma tabela.

6 Dois dados de cores diferentes são lançados, e é observada a soma dos pontos das faces superiores.



Sugestão: Elabore em seu caderno uma tabela como a seguinte.

+	•	••	•••	••••	•••••	••••••
•	••	•••	••••	•••••	5	••••••
••	•••	••••	•••••	••••••	•••••••	••••••••
•••	••••	•••••	••••••	•••••••	••••••••	•••••••••
••••	•••••	••••••	•••••••	••••••••	•••••••••	••••••••••
•••••	••••••	•••••••	••••••••	•••••••••	••••••••••	•••••••••••
••••••	•••••••	••••••••	•••••••••	••••••••••	•••••••••••	••••••••••••
•••••••	••••••••	•••••••••	••••••••••	•••••••••••	••••••••••••	•••••••••••••
••••••••	•••••••••	••••••••••	•••••••••••	••••••••••••	••••••••••~	••••••••••~•
•••••••••	••••••••••	••••~	••••~•	••••~••	••••~•••	••••~••••

Figura IX: Exemplo de questão utilizando a representação TABELA

Fonte: LD-2, 9º ano, pág. 140

- vii) **Árvore de Possibilidades:** será utilizada quando o autor sugerir que o aluno construa e/ou complete uma árvore de possibilidades.

14. Vou jogar dois dados honestos, multiplicar os pontos sorteados e verificar se o resultado é par ou ímpar. Para saber os resultados possíveis, Diogo começou raciocinando que, em cada lançamento, a probabilidade de resultado par é 50% e a de resultado ímpar também. Valendo-se desse raciocínio, começou a desenhar a árvore de possibilidades.



15. a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = 25\%$

a) Desenhe você também a árvore de possibilidades completa.

Figura X: Exemplo de questão utilizando a representação ÁRVORE DE POSSIBILIDADES

Fonte: LD-1,9º ano, pág. 107

- viii) **Mais de uma:** utilizado quando foi solicitado que o aluno use duas, ou mais das representações listadas acima.

17. Você já viu pessoas enviando mensagens com duas bandeirinhas? Isso pode acontecer quando dois navios estão próximos e desejam comunicar-se.



Vamos formar um código para essas mensagens no qual cada bandeirinha só pode ter 3 posições. Cada par de posições representa uma instrução do código.

a) Copie essa tabela no caderno e complete-a. Veja resolução no Guia do professor.

Figura XI: Exemplo de questão utilizando a representação MAIS DE UMA (tabela e desenho)

Fonte: LD-1, 6º ano, pág. 29

- ix) **Outros:** Quando for sugerido que o aluno utilize representações não listadas anteriormente, são exemplos: fotografias e jogos.

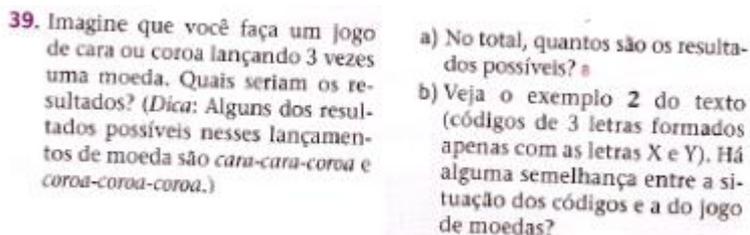


Figura XII: Exemplo de questão utilizando a representação OUTROS

Fonte: LD-1, 7º ano, pág. 73

OBJETIVOS

Objetivo Geral

Analisar os problemas combinatórios propostos em livros didáticos e manuais do professor dos anos finais do ensino fundamental.

Objetivos Específicos

- *Compreender como a combinatória está inserida nas coleções de livros dos anos finais do PNLD-2014;*
- *Examinar quais situações são apresentados/valorizados nos livros do 6º ano 9º ano do ensino fundamental.*
- *Verificar quais as representações simbólicas propostas pelos autores dos livros didáticos do PNLD-2014.*
- *Identificar orientações dirigidas aos professores, através dos manuais, relativas às três dimensões do conhecimento de combinatória.*

4. METODOLOGIA

Perante a concepção que a análise de livros didáticos contribui para melhoria da educação, surge em 1985 o Programa Nacional do Livro Didático - PNLD, que:

tem o objetivo de prover livros didáticos de qualidade as escolas públicas dos ensinos fundamental e médio das redes de ensino que participam do Programa. (BRASIL, 2014, p. 8)

A partir do PNLD, os autores de Livros Didáticos passaram a submeter seus livros a uma seleção, cujas regras específicas eram expostas em editais gerenciados pelo Ministério de Educação (MEC).

Quanto esta seleção, Silva (2011, p.49) salienta que:

com o processo de avaliação, foi possível minimizar erros grosseiros, os professores das escolas públicas passaram a contar com um documento de apoio à escolha dos seus livros e as editoras e autores dos livros começaram a adequar seus livros às exigências de qualidade feitas pelo Programa.

Em seguida, o MEC confecciona e envia para as escolas públicas uma edição do Guia do PNLD, onde consta a resenha de cada coleção aprovada, pretendendo subsidiar cada professor em sua escolha.

Por fim, o professor de cada instituição de ensino escolhe qual coleção adotar e o MEC adquire e envia tais livros para escolas que o escolheram.

O último Guia do PNLD a ser lançado foi o PNLD 2014, nele consta a resenha dos 10 livros aprovados pelo MEC para o uso do triênio 2014-2016, foram eles:

- Descobrimo e Aplicando a Matemática;
- Matemática – Bianchini;
- Matemática – Ideias e Desafios;
- Matemática – Imenes e Lellis;
- Matemática. Teoria e Contexto;
- Praticando Matemática – Edição renovada;
- Projeto Araribá Matemática;
- Projeto Teláris – Matemática;
- Projeto Velear – Matemática;
- Vontade de Saber Matemática.

Para o desenvolvimento desta pesquisa proposta foi escolhido duas coleções entre as dez aprovadas pelo PNLD-2014.

Como buscamos *compreender como a combinatória está inserida nas coleções de livros dos anos finais do PNLD-2014*, escolhemos inicialmente a coleção mais adotada no país, E a segunda foi a coleção menos adotada.

Segundo dados do FNDE, disponibilizados através do documento, Coleções mais distribuídas por componente curricular (BRASIL, 2013), a coleção mais adotada teve 2.831.411 exemplares distribuídos, enquanto a menos adotada teve 270.860 exemplares. Ambos os dados é dado a partir da soma dos livros de 6º ao 9º ano, assim como os manuais dos professores dos respectivos anos do ensino fundamental.

Em seguida foi realizada uma pesquisa quali-quantitativa. Iniciando por uma verificação quantitativa das questões que sugerem o uso do raciocínio combinatório, assim como classificando quanto às situações, presença da invariante de repetição, e representações simbólicas propostas. Continuando com uma análise qualitativa das orientações dadas aos professores, através dos respectivos manuais dos professores, buscando orientações sobre as propriedades invariantes de tais situações.

As coleções de Livros Didáticos foram codificadas e identificadas, por siglas, compostas de letras e números. A coleção menos adotada no país foi identificada como LD-1. Enquanto a coleção mais adotada no país foi identificada como LD-2.

Por fim, salientamos que para o processamento de todos os dados quantitativos foi utilizado o programa IBM SPSS Statistics, este software é uma coleção de produtos que aborda todo o processo analítico, desde o planejamento até a coleta de dados para análise, relatórios e implantação.

De modo geral, o IBM SPSS Statistics permite a análise de variáveis de forma simples e rápida, podendo-se cruzar variáveis e gerar, tabelas, gráficos, dados estatísticos, como a covariância, entre outros.

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

A pesquisa teve como principal objetivo analisar as atividades propostas em livros didáticos e manuais do professor dos anos finais do ensino fundamental. Os objetivos específicos foram: *Compreender como a combinatória está inserida nas coleções de livros dos anos finais do PNLD-2014; Examinar quais situações são apresentadas/valorizadas nos livros do 6º ano 9º ano do ensino fundamental; Verificar quais as representações simbólicas propostas pelos autores dos livros didáticos do PNLD-2014; Verificar orientações dirigidas aos professores, através dos manuais, relativas às três dimensões do conhecimento de combinatória.*

Neste sentido, foram selecionados duas coleções de livros dos anos finais do Ensino Fundamental. A pesquisa realizada foi quali-quantitativa. A seguir, apresentaremos e discutiremos os resultados encontrados na análise das coleções de livros selecionadas.

5.1. Como a combinatória está inserida nas coleções de livros dos anos finais do PNLD-2014

Inicialmente mapeamos as questões gerais por volume e coleção, identificando as questões que utilizam o raciocínio cominatorio. Segue abaixo tabela I com os dados obtidos.

Tabela 1: Quantidade de questões x Quantidade de Questões de Combinatória

	LD-1					LD-2				
	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total
Quant.de questões	694	640	673	659	2666	907	904	1005	661	3477
Número (Percentual) de questões de combinatória	12 (1,7%)	13 (2,0%)	10 (1,4%)	23 (3,5%)	58 (2,1%)	17 (1,8%)	5 (0,5%)	38 (3,7%)	6 (0,9%)	66 (1,9%)

Percebe-se que diferente do que foi analisado por Oliveira e Coutinho (2013) nas coleções de anos iniciais, as questões que tratam de combinatória estão presentes em todos os volumes das coleções de livros didáticos estudadas, sendo que enquanto na coleção LD-1 encontram-se fraccionada entre os volumes, na coleção de LD-2 é mais frequente no volume do 8º ano.

Apesar disto, percebe-se que questões que envolvem o raciocínio combinatório ainda são escassas nas coleções de livros analisadas, não ultrapassando de 3,7% das questões do volume, além disto, no 7º ano da coleção LD-2 a presença das questões são apenas 0,5% do total de questões.

As coleções diferem ainda na disposição das questões por volumes, enquanto os autores da coleção LD-1 focaram as questões de combinatória em um capítulo por livro, os autores da coleção LD-2 descentralizaram as questões em vários capítulos. Em se tratando de blocos¹ percebe-se que LD-1 prefere tratar as questões de combinatória em capítulos específicos para o bloco Tratamento da Informação, enquanto LD-2 trata de problemas combinatórios em capítulos específicos de combinatória como no capítulo 14 do 8º ano, mas também utilizam inúmeros problemas combinatórios nos capítulos referentes aos conhecimentos de número e operações, como no capítulo 1 do 6º ano.

Além das questões, os livros do aluno apresentam textos, discussões e/ou exemplos comentados que mostram a importância da combinatória. No 6º ano, a coleção LD-1, em seu capítulo I, introduz seção *Tratamento da Informação: Contagem de possibilidades*. Nela os autores utilizam os problemas do total de números de placas de um automóvel e a quantidade de possibilidades de uma senha bancária, para inserir a problemática da contagem de possibilidades.

No 7º ano, no capítulo 3: Padrões Numéricos traz a seção, *Tratamento da informação: padrões e possibilidades*, onde reflete que para resolver problemas de combinatórios complexos, podemos utilizar modelos similares mais simplórios, buscando depois generalizar os resultados.

No volume do 8º ano, em seu capítulo 8, na seção, *Tratamento da Informação: possibilidades e probabilidades*, utiliza dos jogos de dados: O jogo da soma; e o jogo do par ou ímpar, para trabalhar as possibilidades.

Em seu volume do 9º ano, buscando continuar o estudo das probabilidades, inicia o capítulo 5, revisa o estudo da combinatória, através da seção: *Contando possibilidades*, nela os autores fazem uso da bandeira de quatro faixas retangulares horizontais para aplicar a representação, árvore de possibilidades, em seguida utiliza o mesmo problema para aplicar o princípio multiplicativo. Ou autores concluem ainda que: (i) nem todos os problemas podem ser resolvidos pelo raciocínio multiplicativo, e (ii) a árvore de possibilidade sempre é útil, mesmo sendo trabalhosa.

Os autores da coleção LD-2 apresentam orientações aos estudantes sobre combinatória em três volumes. No 6º ano, em seu capítulo 4, traz a seção: *Contando possibilidades*, nela

¹ A palavra bloco se refere à classificação da matemática proposta pelo PCN(1998): Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação.

resolve um problema de contagem com o auxílio de tabela e através do princípio multiplicativo. O 7º ano, não apresenta orientação ao aluno.

No livro de 8º ano, os autores discutem mais especificamente a combinatória, no capítulo 14, na secção: *Contando possibilidades*, iniciam afirmando que “processos de contagem são necessários em inúmeras atividades humanas”, em seguida apresenta algumas situações contextualizadas. Através de exemplos os autores trazem implicitamente o questionamento das diferenças de problemas de arranjo e combinação, apesar de não classificar os problemas, incitando assim os alunos a pensarem sobre as propriedades invariantes de tais problemas. Nestes problemas ele ainda utiliza as representações: tabela, árvore de possibilidades e o raciocínio multiplicativo.

No 9º ano, os autores não tratam diretamente de combinatória, mas a utiliza para resolver problemas de probabilidades. Na secção: *Noções de probabilidade*, do capítulo 5, faz uso de árvore de possibilidade, lembrando o aluno de uma das representações possíveis para tais problemas.

5.2. Situações (S) das questões da combinatória apresentados/valorizados nos livros didáticos.

Como vimos na secção anterior, apesar de haver questões de combinatória em todos os volumes dos livros, o quantitativo destas questões ainda é restrito, mas será que entre estas questões pelo menos estão presentes todas as situações de combinatória?

Para responder tal questionamento, foram classificadas as questões de combinatória quanto às situações apresentadas nas questões catalogadas. Os resultados encontrados encontram-se no gráfico que se segue:

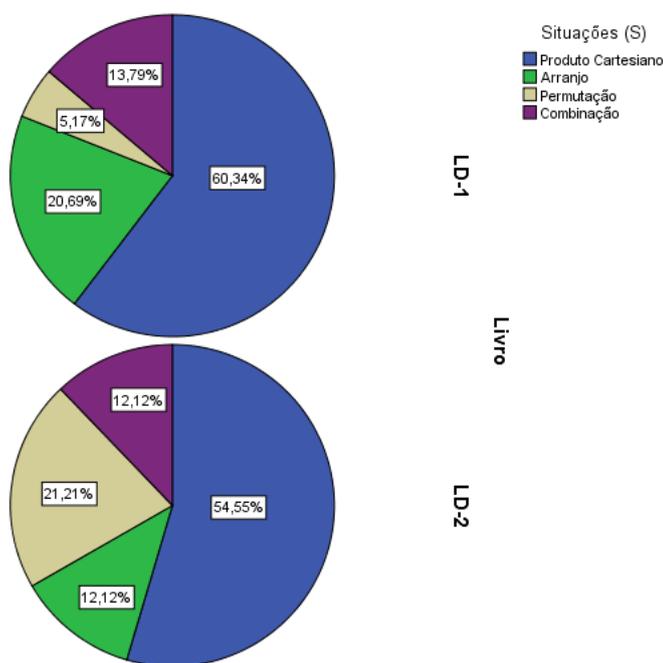


Gráfico 1: Distribuição das Situações por coleção de livro

Percebemos assim, que em ambas as coleções há uma grande disparidade quanto à quantidade de situações, sendo mais frequentes a ambos os autores as questões de produto cartesiano. Quanto às demais situações, percebemos que quase não há o significado permutação na coleção LD-1, enquanto que na coleção LD-2, este possui a segunda maior frequência. Nota-se ainda que as questões de combinação não possuíam grande assiduidade em ambas as coleções.

Comparando com as pesquisas de Barreto e Borba (2010), que classificaram cinco coleções dos anos iniciais aprovadas pelo PNLD-2007, onde obtiveram tais porcentagens: combinação (42,13%), produto cartesiano (35,32%), permutação (19,57%) e arranjo (2,98%).

Percebemos então que produto cartesiano permanece com um percentual similar nas coleções dos anos finais analisado por esta pesquisa, quanto às questões de combinação e

arranjo há uma grande diferença, pois enquanto nas coleções de anos finais há mais arranjo, percebe-se que nos anos finais há uma predileção com as de combinação.

Quanto o posicionamento das questões em relação aos capítulos dos livros, pode ser observado através do gráfico abaixo:

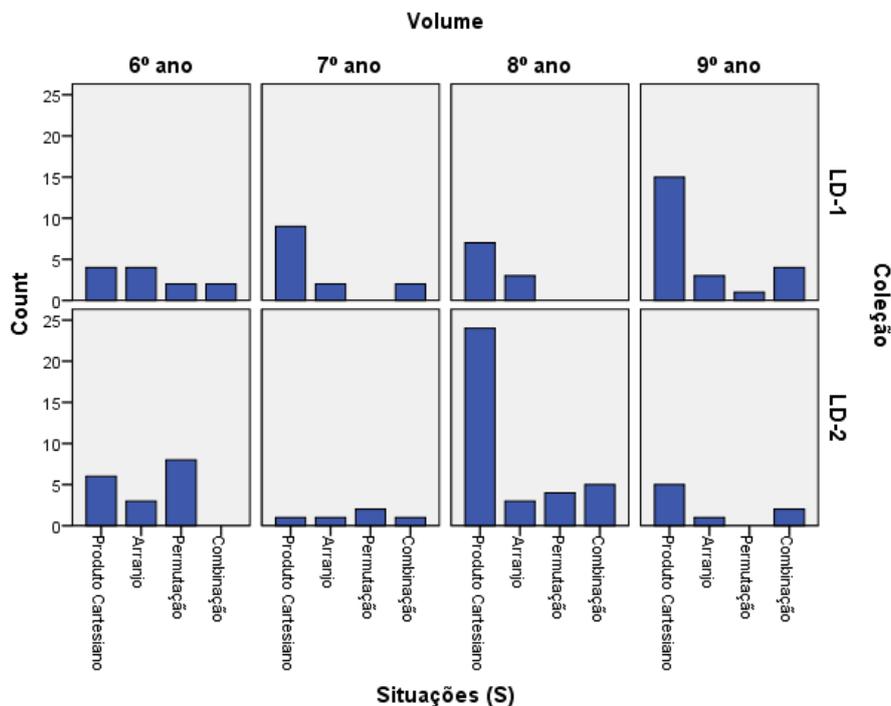


Gráfico 2: Significados distribuídos por Volume da Coleção de Livro

Temos que as questões de produto cartesiano estão presentes em todos os volumes das coleções analisadas. Um exemplo de Produto Cartesiano, encontrado no volume de 9º ano do LD-1, pode ser conferida na figura XIII.

Representamos os *bytes* (que formam os *kilobytes*, *megabytes* etc.) por sequências de 8 algarismos, que só podem ser 0 (zero) ou 1. Assim, $\langle 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1 \rangle$ é um *byte*; $\langle 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1 \rangle$ é outro. Cada sinal da escrita, ou cada ponto de uma imagem da tela, corresponde a um ou mais *bytes*. Por exemplo, digitando a letra *a*, o computador “memoriza” o *byte* $\langle 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1 \rangle$. Agora, descubra: quantos *bytes* diferentes existem? $2^8 = 256$

Figura XIII: Exemplo de Produto Cartesiano

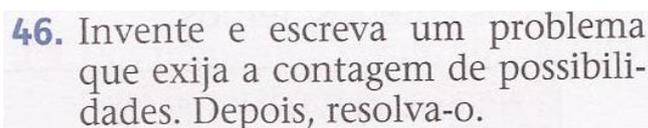
Fonte: LD-1, 9º ano, pág. 101

Há ausência de questões de permutação, nos volumes de 7º e 8º ano do LD-1 e no 9º ano do LD-2. Também não há presença de questões de combinação no livro de 8º ano do LD-1 e no 6º ano do LD-2.

Os autores da coleção LD-1 concentram as questões no 9º ano, enquanto os autores da coleção LD-2 no 8º ano. De acordo com nossa análise, observamos que não existe uma sequência de distribuição homogênea nos volumes de cada uma das cinco coleções analisadas, observa-se também que na maioria das coleções o quantitativo de questões por volume é pequeno e em alguns casos o volume não contempla alguns tipos de problemas.

Além disso, nas seções de combinatória, presentes nas coleções de livros didáticos analisadas, não há nenhuma orientação dirigida aos alunos quanto às situações, apresentando apenas exemplos resolvidos de produto cartesiano (6º, 7º e 8º ano) e permutação (9º ano) na coleção do LD-1; e produto cartesiano (6º e 8º ano), arranjo (8º ano) e combinação (8º ano) na coleção do LD-2. Percebemos assim, a valorização do produto cartesiano em ambas as coleções.

Durante a classificação, houve apenas uma questão não contabilizada, pois a mesma não fazia referência a nenhuma situação, invariante e representação simbólica, A questão pode ser vista abaixo.



46. Invente e escreva um problema que exija a contagem de possibilidades. Depois, resolva-o.

Figura XIV: Questão que solicita ao aluno que invente uma questão
Fonte: LD-1, 9º ano, pág. 101

Tal questão encontra-se no volume do 7º ano da coleção LD-1. Buscava aguçar a criatividade do aluno, através do ato de criar/descrever uma situação onde seria necessário o uso de um método de contagem. Frisamos que apesar da questão não ter sido catalogada, por não fornecer nenhuma informação relevante aos objetivos da pesquisa, achamos a existência da mesma interessante, por oportunizar um momento de reflexão de situações que envolvam a combinatória.

5.3. Representações (R) das questões da combinatória apresentados/valorizados nos livros didáticos.

As questões catalogadas foram classificadas quanto às representações simbólicas utilizadas pelos autores. Tal classificação baseou-se em Barreto (2010), separando as classes: árvore de possibilidades, desenho, tabela, apenas enunciado – sem sugestão, mais de uma representação, ou outros. Segue abaixo gráfico com a síntese dos resultados encontrados nas coleções.

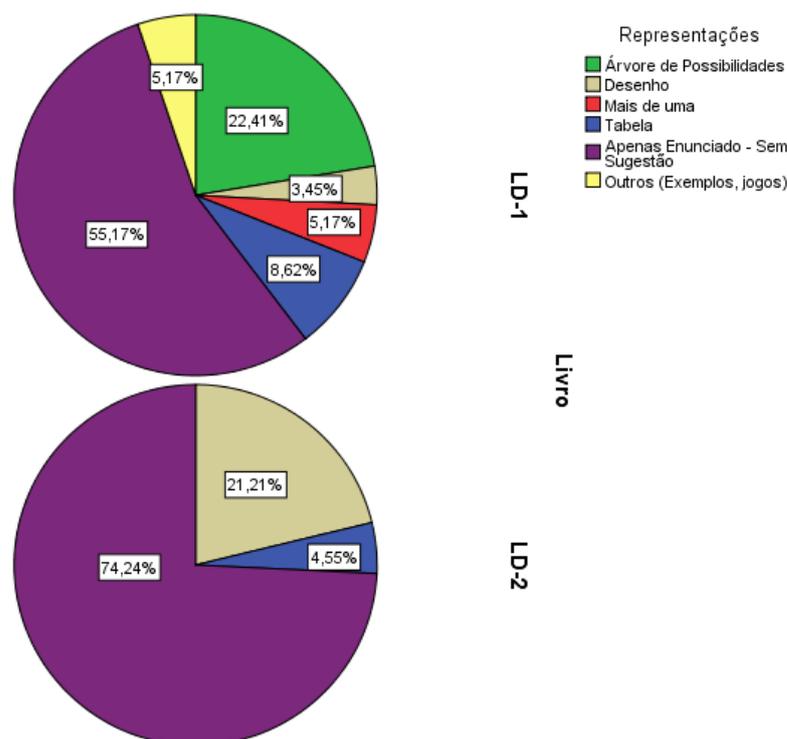


Gráfico 3: Distribuição das representações simbólicas por coleção de livro

Segundo a análise, percebe-se que na coleção LD-1, obteve-se: apenas enunciado – sem sugestão (55,17%), árvore de possibilidades (22,41%), tabela (8,62%), mais de uma representação (5,17%), outros (5,17%) e desenho (3,45%). Em LD-2, observou-se: apenas enunciado – sem sugestão (74,24%), desenho (21,21%) e tabela (4,55%). Salientamos que não foram encontradas questões com as representações *cálculo oral e mental; algoritmos; e manipulativos*.

Percebe-se que ambos os autores valorizam questões que apresentem apenas o enunciado, deixando o aluno buscar suas próprias representações para resolução dos problemas, porém tal escolha limita as discussões possíveis sobre as diferentes representações e suas utilizações para a resolução de problemas. Neste sentido, o autor do LD-1 permite maior interação entre as representações existentes e as questões distribuídas em sua coleção, além

disso, é considerada apropriada a ênfase dada pelos autores quanto à utilização e construção prática da *árvore de possibilidades*, como estratégia de resolução.

A disposição das questões por representações distribuídas por série pode ser vista no gráfico abaixo.

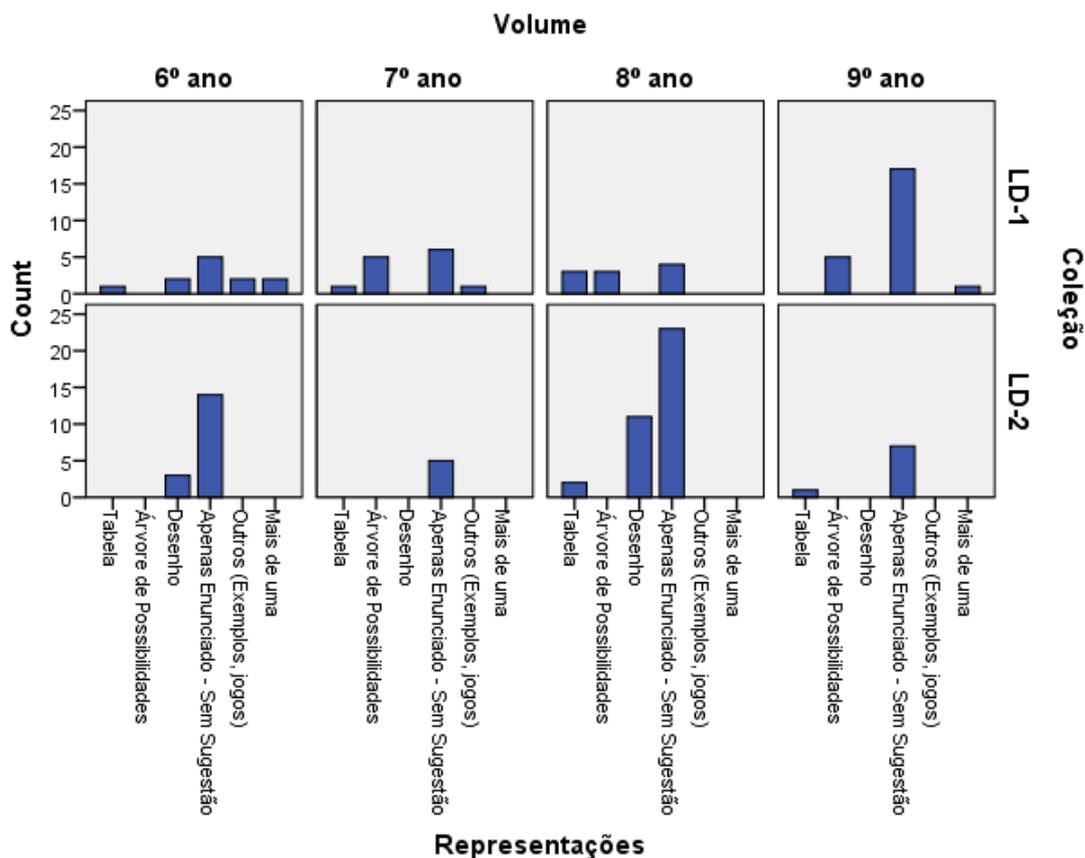


Gráfico 4: Representações Simbólicas distribuídas por Volume da Coleção de Livro

Os dados dos gráficos nos remetem que a coleção do LD-1 utilizam mais tipos de representações no 6º, 7º e 8º ano, enquanto no 9º ano dá preferência em questões que apresentam apenas o enunciado, desta forma podemos inferir que os autores apresentam várias formas de representação nos anos que introduzem esta etapa da educação básica, e aumentam o grau de liberdade de escolha da forma de representação a ser utilizada nos anos finais.

Os autores do LD-2 utilizam o desenho no 6º e 8º ano, tabela no 8º e 9º ano, porém a maior frequência é das questões que apresentam apenas o enunciado – sem sugestão de representação, deixando assim que o aluno decida qual representação utilizar. Um exemplo de questões com apenas o enunciado, encontrado no 8º ano do LD-2, é apresentado na figura XV.

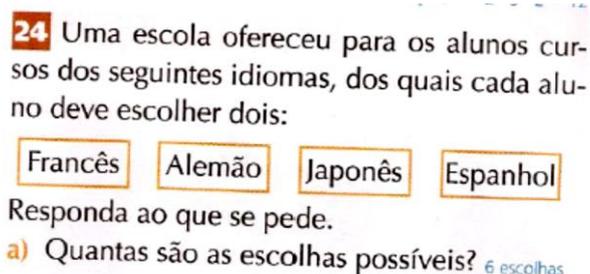


Figura XV: Questão que solicita ao aluno que invente uma questão

Fonte: LD-2, 8º ano, pág. 267

Apesar disto, as secções que fomentam o ensino de combinatória, apresentam na maioria das vezes a utilização de uma representação, através de um exemplo respondido. LD-1 apresentou tabela (7º e 8º anos); árvore de possibilidades (7º e 9º anos); raciocínio multiplicativo (7º e 9º anos). Notemos que não há questões resolvidas no 6º ano, por isso não há utilização de nenhuma representação simbólica. LD-2 exibiu tabela (6º e 8º anos); árvore de possibilidades (8º e 9º ano) e raciocínio multiplicativo (6º e 8º anos). Tais distribuições podem ser visualizadas na tabela abaixo:

Tabela 2: Representações Utilizadas em exemplos x Volume e Coleção

	LD-1				LD-2			
	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano
Tabela		X	X		X		X	
Árvore de Possibilidades		X		X			X	X
Raciocínio Multiplicativo		X		X	X		X	

Por fim, notemos que apesar de solicitarem em questões algumas outras representações simbólicas, os autores limitam-se a apresentar formalmente apenas três possíveis representações.

5.4. Invariante repetição das questões da combinatória apresentados/valorizados nos livros didáticos.

As questões catalogadas foram classificadas quanto à presença da variável repetições. Como discutimos anteriormente a presença dos casos que solicitam a repetição de elementos aumenta consideravelmente o quantitativo geral de casos, podendo vir a ser um dos elementos que dificultam a listagem de todas as possibilidades. Os resultados obtidos encontram-se no gráfico abaixo:

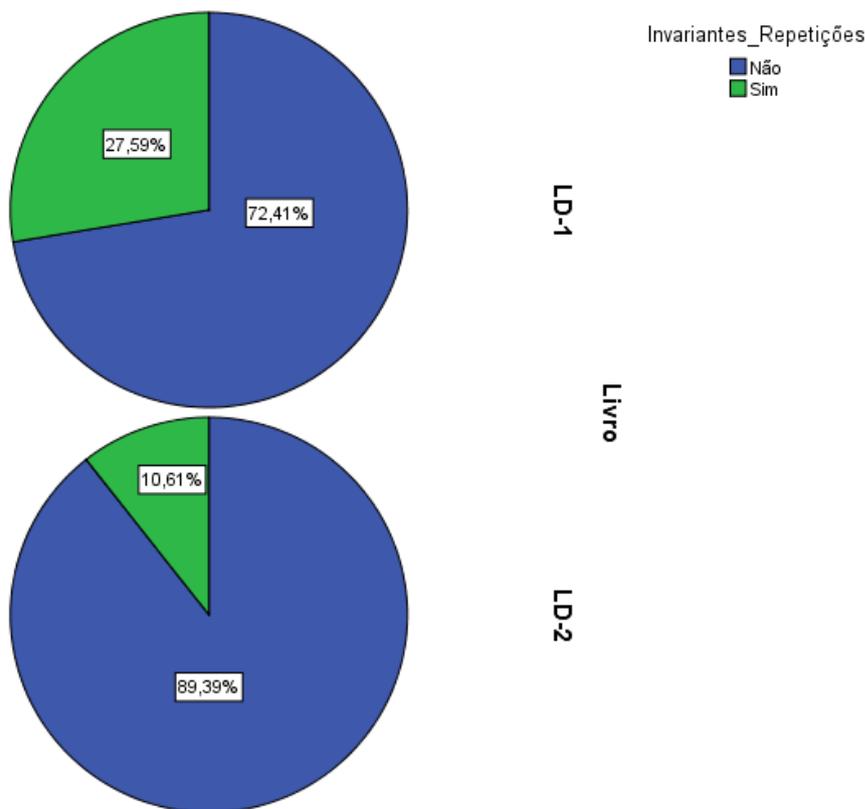


Gráfico 5: Distribuição da variável repetições por coleção de livro

De acordo com a análise, percebe-se que na coleção LD-1, 27,59% das questões solicitam a repetição, enquanto 72,41% não solicitam. Em LD-2, 10,61% das questões utilizam a repetição, enquanto 89,39% não.

Inferese então que ambas as coleções valorizam mais as questões não utilizam a repetição, devido à dificuldade adicional que as questões que utilizam repetição acrescentam. Apesar disto, a existência de questões com repetições mostra a necessidade que os autores veem de aos poucos irem inserindo as questões mais complexas, fazendo os alunos refletirem sobre os casos onde elas fazem sentido.

Quanto à disposição de tais questões por volume, podemos observar através do gráfico abaixo.

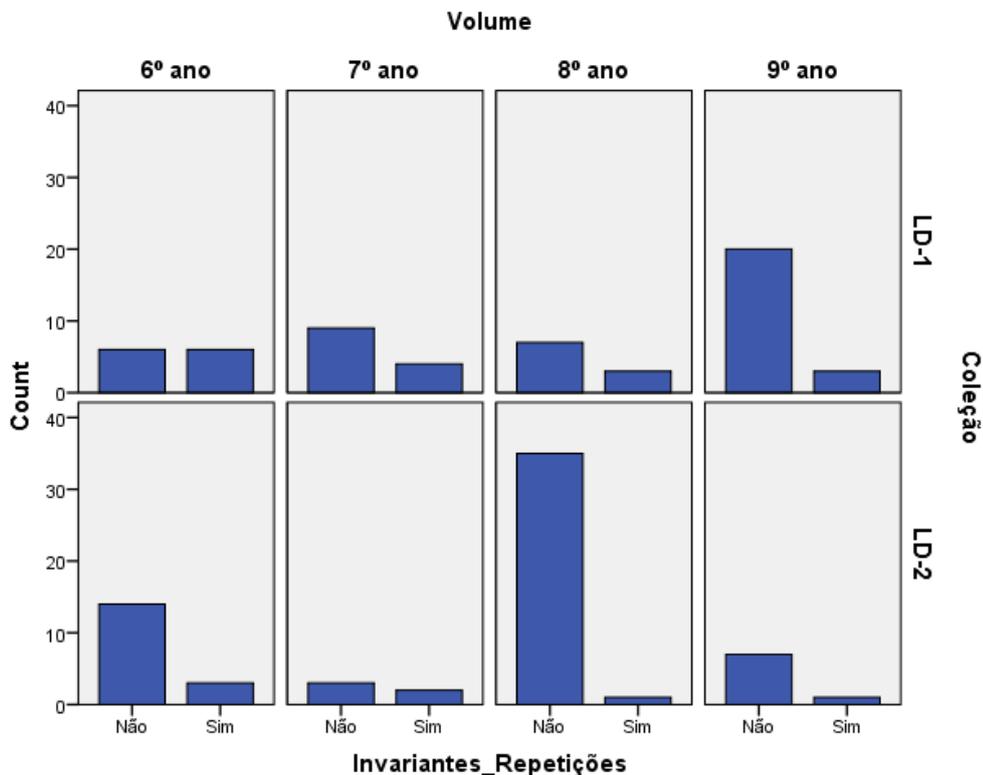


Gráfico 6: Invariante Repetições distribuídas por Volume da Coleção de Livro

Percebemos que na maioria dos volumes das coleções as questões não apresentam a repetição, porém no volume do 6º ano do LD-1 o número de questões é equivalente. Além disso, percebemos que os autores do LD-1 apresentou mais questões com a invariante repetição em todos os volumes, do que o autor da coleção LD-2.

Desta forma, percebe-se que a escolha de ambos os autores são adequadas para a modalidade de ensino, além disto, a inserção de algumas questões com a invariante repetição faz os alunos aos poucos pensarem estes casos que na maioria das vezes são mais complexos.

5.5. Identificar orientações dirigidas aos professores, através dos manuais, relativas às três dimensões do conhecimento de combinatória.

Nesta secção iremos apresentar as orientações dos autores aos professores dos anos finais do ensino fundamental.

5.5.1. Coleção LD-1

No guia Geral do professor os autores advertem que nesta coleção de livros: realçaram a Estatística, o **raciocínio combinatório** e probabilístico. Salientam ainda que abordam temas muito relevantes que nos currículos tradicionais, que eram pouco destacados ou ignorados, ou só apresentados no Ensino Médio.

Incluem, conforme orientação dos PCN, o ensino de combinatória no bloco de estatística, com o título: *contagem de possibilidades de probabilidades*, especificando que as ideias principais a serem abordadas são: 6º ano - tabela de dupla entrada; 7º ano – árvore de possibilidades; 8º ano – cálculo da chance. Durante as orientações gerais não fazem nenhuma menção às situações de combinatória – produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação, nem as propriedades invariantes a elas associadas.

Nas orientações específicas para o 6º ano, os autores da coleção LD-1 evidenciam que “estudar situações com várias possibilidades conforme contemplados pelos PCN, favorece um raciocínio mais flexível e organizado”, orientam ainda que a importância das tabelas, como meio de organização de dados, é de utilidade prática nos casos de contagem de possibilidades.

Para o volume do 7º ano, o objetivo é desenvolver o problema de contagem de possibilidades, com base nas representações: árvore de possibilidades e raciocínio multiplicativo. Os autores evidenciam que “neste item (tratamento da informação: padrões), os alunos notarão que vários problemas resolvem com a multiplicação, mas há exceções”.

No volume do 8º ano, os autores tratam da introdução da noção de probabilidades, e apesar da secção se chamar possibilidades e probabilidades, a única menção explícita a combinatória, é que algumas questões, tornar-se-á mais fácil se o aluno utilizar árvore de possibilidades e/ou tabelas.

No último ano da coleção – 9º ano. Um dos objetivos gerais é resolver problemas de combinatória utilizando a árvore de possibilidades e o raciocínio multiplicativo. Os autores da coleção LD-1 ampliam os problemas que desenvolve o raciocínio combinatório.

Em todos os volumes os autores ainda comentam alguns exercícios explicitando os principais objetivos, e conceitos subjacentes. Deixam claro que apesar de muito importante o raciocínio multiplicativo não é suficiente para resolver todos os problemas de combinação.

Percebemos então que a orientação dirigida aos professores apesar de existir é insuficiente, em geral, trata-se apenas do uso de algumas representações simbólicas, em momento algum faz menção às situações e/ou propriedades invariantes subjacentes. Também não orientam da diferença das questões que envolvem a presença da invariante repetição.

5.5.2. Coleção LD-2

Nas orientações Gerais, os autores orientam que nos temas estatística, estão incluídos os problemas de contagem, que serão abordados gradualmente a partir do 6º ano. Por meio de problemas, pretende-se desenvolver o raciocínio combinatório e a compreensão do princípio multiplicativo.

Com o título *possibilidades e estatística*, os autores incluem as seções: tabela e árvore de possibilidades; problemas de contagem – no 8º ano, volume com maior número de questões de combinatória, e único que cita explicitamente o tema no sumário, apesar disto relembrou que em todos os volumes foram encontrados questões de combinatória.

Os livros do 6º e 7º ano não apresentam nenhuma orientação específica sobre combinatória.

No manual do professor do 8º ano os autores citam, que um dos objetivos específicos é: “perceber a importância da matemática na organização do pensamento envolvendo possibilidades”. Para isto enumeram três objetivos específicos do capítulo 14: (i) reconhecer e aplicar o princípio fundamental da contagem; (ii) construir árvores de possibilidades e (iii) resolver problemas de contagem simples.

Os autores dispõem ainda que o princípio fundamental da contagem deve aparecer naturalmente, e os alunos não costumam apresentar dificuldades.

Nas orientações para o 9º ano, os autores mencionam pontuam, ampliar as habilidades de combinatória, como um dos objetivos geral de um dos capítulos. Evidenciam ainda que nos volumes anteriores houve um trabalho com problemas simples de contagem. E que é preciso contar com outros recursos (montar tabelas, diagrama de árvore) para resolver problemas de probabilidade. Assim dão a entender que neste capítulo a utilização da combinatória se dará como ferramenta de resolução para problemas de combinatórias.

Assim como na coleção analisada anteriormente, apesar de existir orientações, percebe-se que se restringe apenas a algumas das representações simbólicas existentes. Não faz referência as outras dimensões que formam o conceito – situações e invariantes.

Desta forma, fica nítido a necessidade de ampliar as considerações feitas por ambos os autores nas orientações para os professores dos anos finais do ensino fundamental.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo buscou analisar os problemas combinatórios propostos em livros didáticos e manuais do professor dos anos finais do ensino fundamental.

Na análise, percebeu-se que apesar de existir problemas de combinatória em todos os volumes das coleções analisadas, o quantitativo de problemas encontrados é considerado pequeno, variando de 0,5% a 3,7% das questões.

Ambos os autores classificam a combinatória, como pertencente ao bloco Tratamento da Informação, conforme orientação dos PCN. A disposição das questões ao longo das coleções acontece em capítulos específicos de Tratamento da Informação, mas está presentes também em capítulos reservados ao estudo de Números e Operações, o que mostra a atualização dos autores com as pesquisas que orientam a interdisciplinaridade, oportunizando aos alunos conexões de diversas áreas da matemática, diferentes formas de pensamento matemático e vários campos do conhecimento.

Entre as questões apresentadas, a situação de combinatória mais frequente em ambas as coleções é o *produto cartesiano*, sendo 60,34% das questões da coleção LD-1 e 54,55% da coleção do LD-2, as outras situações existem em ambas as coleções, porém o número de questões de permutação na coleção LD-1 é considerado insuficiente, dado que não ultrapassa 6% das questões.

A escolha das representações simbólicas é muito sensata na coleção LD-1, os autores começam solicitando explicitamente o uso de desenhos e tabelas nos 6º e 7º anos, e árvore de possibilidades e apenas enunciado, nos 8º e 9º anos. Na coleção LD-2 a maioria das questões são do tipo apenas enunciado – sem sugestão, chegando a 74,24% das questões, os autores preferem trabalhar algumas das representações através de exemplos presentes no início dos capítulos.

Quanto às representações, identificou-se ainda que enquanto a coleção LD-1 faz uso de seis tipos (*árvore de possibilidades, desenho, tabela, apenas enunciado – sem sugestão, Outros: Jogos e Exemplos, Mais de uma*), a outra utiliza apenas três (*árvore de possibilidades, desenho e tabela*). Além disto, ambos os autores, em seus exemplos resolvidos utilizam sempre três representações: *árvore de possibilidades, tabela de dupla entrada e raciocínio multiplicativo (princípio fundamental da contagem)*.

A maioria das questões de combinatória não utilizam repetição, 72,41% da coleção LD-1 e 89,39% da coleção LD-2, evidenciando assim os problemas que são adequados a esta etapa de ensino. Porém em todos os volumes há questões com repetições, mesmo em quantidade pequena, preparando os alunos para situações onde será a inserção da repetição será necessária, e que virão a ser estudadas em etapas de ensino posteriores.

Em geral, as discussões existentes na coleção dos alunos são ínfimas, sendo preferido, por ambos os autores, a metodologia de apresentação do conteúdo através de exemplos resolvidos para trabalhar o conteúdo.

Nas orientações aos professores, as orientações tratam-se apenas do uso de algumas representações simbólicas. Não houve nenhuma referência das situações e/ou propriedades invariantes, indicando assim a necessidade de um complemento do manual do professor que oriente cada situação.

Ressaltamos ainda que os resultados obtidos são de duas das coleções adotadas, sendo assim fazem-se necessárias pesquisas futuras que busquem identificar como é disposto o conteúdo nas demais coleções. Além disso, a existência das questões não garante sua utilização em sala de aula, assim sendo necessita-se de pesquisas que busquem analisar como são utilizadas as questões dos livros didáticos, assim como os conhecimentos dos professores e alunos que utilizam estes livros didáticos.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRINI, A. Praticando a Matemática. Álvaro Andrini, Maria José Vasconcellos – 3. ed. Renovada. – São Paulo: Editora do Brasil, 2012. – (Coleção Praticando a Matemática), 6º ao 9º ano.

ASSIS, A. B.; PESSOA, C. Um Processo de formação continuada com professores dos anos iniciais: a combinatória a partir dos significados, invariantes e representações simbólicas. In: ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORTE E NORDESTE, 21., 2013, Recife. **Anais eletrônicos...** Recife: UFPE, 2013. Disponível em: <https://docs.google.com/file/d/0B3nOb_rG1DUhRGIKUmZhVXcwUU0/edit>. Acesso em: 12 jan. 2014.

BRASIL, Ministério da Educação e Desporto. Secretaria de Ensino Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais – primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental. Matemática. Brasília, DF: MEC, SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação e Desporto. Secretaria de Ensino Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais – terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Matemática. Brasília, DF: MEC, SEF, 1998.

BARRETO, F. L. S.; BORBA, R. E .S. Como o raciocínio combinatório tem sido apresentado em livros didáticos de anos iniciais. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO matemática, 10., 2010, Salvador. **Anais eletrônicos...** Salvador: UFBA, 2010. Disponível em <https://www.google.com/accounts/ServiceLogin?service=writely&passive=1209600&continue=https://docs.google.com/open?id%3D0B3nOb_rG1DUhcE5uODc4Vk1zU0U%26urp%3Dhttp://geracaoufpe.blogspot.com.br/p/producoes.htm&followup=https://docs.google.com/open?id%3D0B3nOb_rG1DUhcE5uODc4Vk1zU0U%26urp%3Dhttp://geracaoufpe.blogspot.com.br/p/producoes.htm<mpl=homepage&authuser=0>. Acesso em: 12 jan. 2014.

BARRETO, F; BORBA, R. Intervenções de Combinatória na educação de jovens e adultos. **Anais...** da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife - PE, 26 a 30 de junho de 2011.

BRASIL. Decreto-Lei 18.564, de 15 de janeiro de 1929. Altera a seriação no ensino secundário no colégio Pedro II. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Poder Executivo, Brasília, DF, 17 jan. 1929. Seção 1, p. 1301.

BRASIL. Decreto-Lei 1.006, de 30 de dezembro de 1938. Estabelece as condições de produção, importação e utilização do livro didático. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Poder Executivo, Brasília, DF, 30 dez. 1938. Seção 1, p. 277.

BRASIL. Decreto-Lei 8.460, de 26 de dezembro de 1945. Consolida a legislação sobre as condições de produção, importação e utilização do livro didático. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Poder Executivo, Brasília, DF, 26 dez. 1945. Seção 1, p. 19208.

BRASIL. Decreto 91.542, de 19 de agosto de 1985. Institui o Programa Nacional do Livro Didático, dispõe sobre sua execução e dá outras providências. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Poder Executivo, Brasília, DF, 19 ago. 1985. Seção 1, p. 12178.

BRASIL. Guia de Livros Didáticos: PNLD 2014: matemática. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2013.

BRASIL. Resolução/CD/FNDE nº38 de 15 de outubro de 2003. Prove as escolas do ensino médio das redes estadual, do Distrito Federal e municipal de livros didáticos de qualidade, para uso dos alunos, abrangendo os componentes curriculares de Português e Matemática por meio do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio – PNLEM. **Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil**, Brasília, DF, 23. Dez. 2003. Seção 1, p. 195.

BRASIL. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, PNLD 2014 – Coleções mais distribuídas por componente curricular. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/arquivos/category/125-guias?download=8499:colecões-mais-distribuídas-por-componente-curricular-ensino-fundamental>. Acesso 18 de fevereiro de 2014.

CARVALHO, J. I. F.; Média aritmética nos livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Recife, 2011. p. 47-59;

CUNHA, M. J. G.; LIMA, A. P. B.; ROCHA, C. A. Raciocínio Combinatório: Compreensão dos professores dos anos finais do ensino fundamental. In: ENCONTRO DE PESQUISA EDUCACIONAL DO NORTE E NORDESTE, 21., 2013, Recife. **Anais eletrônicos...** Recife: UFPE, 2013. Disponível em: https://docs.google.com/file/d/0B3nOb_rG1DUhRGIKUmZhVXcwUU0/edit. Acesso em: 12 jan. 2014.

IMENES, Luiz Márcio. Matemática: Imenes e Lellis/ Luiz Márcio Imenes, Marcelo Lellis. – 2º ed. – São Paulo: Moderna, 2012. 6º ao 9º ano.

LIMA, A. P. B. Conhecimentos de Professores do Ensino Fundamental e Médio sobre o Uso do Princípio Fundamental da Contagem em Situações Combinatórias. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Vitória. **Anais eletrônicos...** Vitória: UFES. Disponível em: https://docs.google.com/file/d/0B3nOb_rG1DUhODRmY2ZjYzJQVzQ/edit. Acesso em: 12 jan. 2014.

OLIVEIRA, E. G.; COUTINHO, C. Q. L. Combinatória nos livros didáticos de matemática dos anos iniciais. Uma análise do PNLD-2013. . In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO matemática, 10., 2010, Salvador. **Anais eletrônicos...** Salvador: UFBA, 2010. Disponível em: ... Acesso em: 12 jan. 2014.

PESSOA, Cristiane & BORBA, Rute. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. *ZETETIKÉ* – Cempem – FE –Unicamp, v. 17, jan-jun, 2009.

ROCHA, C. A.; BORBA, R.E.S.R. Expectativas e Perspectivas docentes sobre ensino e aprendizagem de combinatória no ensino médio. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2012, Fortaleza. **Anais eletrônicos...** Fortaleza: UECE. Disponível em: https://docs.google.com/file/d/0B3nOb_rG1DUhbUxJWEdlQlJoVjg/edit. Acesso em: 12 jan. 2014

SANTOS, E. M. S. As representações sociais do livro didático por professores de matemática. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Recife, 2013. p. 36-42.

SILVA, J. V. G. S. Análise da Abordagem de Comprimento, Perímetro e Área em Livros Didáticos de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental sob a Ótica da Teoria Antropológica

do Didático. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Recife, 2011. p. 48-55.

VALENTE, Wagner Rodrigues. A criação da disciplina escolar Matemática no Brasil e seu primeiro livro didático. Educ. Revi. [online]. 2006, n.43, pp. 173-188. ISSN 0102-4698.

VERGNAUD, G. **La théorie des champs conceptuels**. Recherches en Didactique des Mathématiques – RDM, v. 10, n° 2, 3. pp. 133 – 170, Grenoble, 1990.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceptuais. In: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget Divisão Editorial, 1996. p. 155-189.