

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
MATEMÁTICA-LICENCIATURA**

ONDE NINGUÉM JAMAIS ESTEVE:
O ENSINO DE TRIGONOMETRIA POR MEIO DE HISTÓRIAS EM QUADRINHOS

DANILO MONTEIRO DE VASCONCELOS

Caruaru
2016

DANILO MONTEIRO DE VASCONCELOS

ONDE NINGUÉM JAMAIS ESTEVE:

O ENSINO DE TRIGONOMETRIA POR MEIO DE HISTÓRIAS EM QUADRINHOS

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Licenciado em Matemática sob orientação do Prof. Ms. José Ivanildo Felisberto de Carvalho.

Caruaru
2016

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Marcela Porfírio CRB/4 – 1878

V331o Vasconcelos, Danilo Monteiro de.
Onde ninguém jamais esteve : o ensino de trigonometria por meio de histórias em quadrinhos. / Danilo Monteiro de Vasconcelos. – 2016.
98f. : il. ; 30 cm.

Orientador: José Ivanildo Felisberto de Carvalho.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, Licenciatura em Matemática, 2016.
Inclui Referências.

1. Trigonometria. 2. Histórias em quadrinhos – Matemática. 3. Prática de ensino – Trigonometria. I. Carvalho, José Ivanildo Felisberto de (Orientador). II. Título.

371.12 CDD (23. ed.)

UFPE (CAA 2016-339)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
Centro Acadêmico do Agreste
Núcleo de Formação Docente
Curso de Matemática - Licenciatura



**ONDE NINGUÉM JAMAIS ESTEVE: O ENSINO DE TRIGONOMETRIA
POR MEIO DE HISTÓRIAS EM QUADRINHOS**

DANILO MONTEIRO DE VASCONCELOS

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA – Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e APROVADA em 05 de dezembro de 2016.

Banca Examinadora:

Prof. José Ivanildo Felisberto de Carvalho
(Orientador)

Prof. Kátia Calligaris Rodrigues
(Examinador(a) Interno(a))

Prof. José Cícero dos Santos
(Examinador(a) Externo(a))

AGRADECIMENTOS

É difícil escrever em uma página o quão grato estou por este trabalho. Primeiramente, quero agradecer ao Eterno, por me proporcionar sabedoria e paciência na construção desta pesquisa, assim como por Sua paciência para comigo.

À minha família – meu pai, minha mãe e minha irmã – que sempre me apoiaram nos meus estudos e foram usados por Deus para serem instrumentos de renovação em minha vida.

Ao meu orientador, Prof. José Ivanildo F. de Carvalho, pela paciência, pelas orientações, que foram momentos de extremo aprendizado, por todas as sugestões e dicas na construção do trabalho e pela confiança em minhas convicções.

Ao meu amigo e designer favorito, Jorge Vicente Filho, que me ajudou com suas ideias, sua criatividade e seu tempo para a construção do enredo da história.

Aos meus amigos e colegas da Universidade, que proporcionaram momentos de alegrias, de companheirismo e de extremo crescimento intelectual. Em especial, àqueles que conheci desde o primeiro período, nos quais os laços foram se fortalecendo ao longo do tempo.

A todos os meus professores do curso de Matemática-Licenciatura, que permitiram ampliar minha visão sobre o ensino e conhecer pessoas incríveis, as quais levarei como exemplo para o resto de minha vida.

A todos que se dedicam à propagação da nona arte pelo mundo, trazendo momentos de alegrias, reflexões, entretenimento e construção do pensamento crítico.

Por fim, a todos que participaram direta ou indiretamente na realização desta jornada.

Muito obrigado.

“Se algum de vocês sente falta de sabedoria, peça-a a Deus, que a todos dá livremente e de boa vontade lhe será concedida.”

Tiago 1.5 (Novo Testamento)

RESUMO

O contexto das aulas de Matemática na Educação Básica vem sendo marcado por diversos discursos por parte dos alunos e até mesmo de professores, que apresentam a Matemática como uma área complexa, difícil e acessível apenas àqueles que possuem uma “capacidade” acima da média. As aulas, muitas vezes, não se apresentam de modo a fazer os alunos se disporem a aprender. É nessa relação que o trabalho do professor se torna extremamente importante. Sua mediação e as ferramentas utilizadas devem promover ao máximo essa disposição dos estudantes, bem como sua interação. Partindo disso, este trabalho buscou investigar o uso de uma história em quadrinhos (HQ) para o ensino e aprendizagem de Trigonometria no triângulo retângulo, partindo dos pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (1980). Para tanto, construímos uma HQ inserida em uma sequência didática e analisamos a construção do conceito de razão trigonométrica em três perspectivas baseadas em Godino e colaboradores (2008, 2011) (epistêmico-ecológica, instrucional e cognitivo-afetiva), que mostraram que é possível pensar este recurso para o ensino de Matemática e promovê-lo como um *material potencialmente significativo*, de modo a concorrer para a construção do conceito de forma significativa.

Palavras-chave: Histórias em Quadrinhos. Trigonometria. Ferramenta didática. Aprendizagem Significativa.

ABSTRACT

The context of Mathematics classes in Basic Education has been marked by several discourses on the part of students and even teachers, who present Mathematics as a complex area, difficult and accessible only to those who have an above average "capacity". Classes often do not present themselves so as to make students willing to learn. It's in this relationship that the work of the teacher becomes extremely important. Their mediation and the tools used should maximize the students' disposition, as well as their interaction. This work aimed to investigate the use of a comic (HQ) to the teaching and learning of Trigonometry in the triangle rectangle, starting from the assumptions of Ausubel's Theory of Meaningful Learning (1980). To do so, we constructed a HQ inserted in a didactic sequence and analyzed the construction of the concept of trigonometric reason in three perspectives based on Godino (2008, 2011) and collaborators (epistemic-ecological, instructional and cognitive-affective), which showed that it is possible to think this material for teaching mathematics and promote it as a *potentially significant material*, so as to compete for a meaningful construction of the concept.

Keywords: Comics. Trigonometry. Teaching Tool. Meaningful Learning.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Mapa Conceitual proposto por Briguenti.	19
Figura 2. Selo de aprovação para publicação.	32
Figura 3. Linguagem de HQ.	33
Figura 4. Quadrinhos e história.	35
Figura 5. Triângulo retângulo	36
Figura 6. Ângulo agudo em B no triângulo retângulo.....	37
Figura 7. Ângulo agudo em C.	37
Figura 8. Triângulos semelhantes.	38
Figura 10. Página introdutória "A História até Aqui".	48
Figura 11. Quebra da 4ª parede durante a HQ.....	49
Figura 12. Conceito de ângulo na HQ.	50
Figura 13. Ângulos em aspectos históricos.	51
Figura 14. Sobre figuras semelhantes.	53
Figura 15. Situação de semelhança.....	54
Figura 16. Semelhança de Triângulos.	54
Figura 17. Semelhança e triângulos retângulos.	55
Figura 18. O problema da altura da pirâmide.	56
Figura 19. O problema do “desfluxo” temporal no parque.	58
Figura 20. Resolução do problema da árvore.	59
Figura 21. Conceitos e razões.....	60
Figura 22. As razões trigonométricas.	61
Figura 23. Problema final.	62
Figura 24. Seta de indicação.....	66
Figura 25. Relação entre conceitos na HQ	69

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
1.1. Objetivo geral	13
1.2. Objetivos específicos	13
2. MARCO TEÓRICO.....	15
2.1 A Teoria da Aprendizagem Significativa	15
3. ESTUDOS ANTECEDENTES.....	20
3.1. Pesquisas no ensino e aprendizagem de Trigonometria	20
3.2. Pesquisas em histórias em quadrinhos	28
4. ENQUANTO ISSO... NAS HISTÓRIAS EM QUADRINHOS.....	31
5. A TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO	36
5.1. A Trigonometria nos documentos oficiais	39
6. METODOLOGIA.....	42
7. RESULTADOS E DISCUSSÕES: VIAJANDO PELA HQ	47
7.1. Apresentação da sequência didática:	47
7.2. HQ como material potencialmente significativo	63
8. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	70
REFERÊNCIAS	73
APÊNDICE A – HQ “CALCULUS: ENTRE RAZÕES”.....	76

1. INTRODUÇÃO

A humanidade sempre teme o que não entende.

Charles Xavier.

Agregada de concepções e pré-conceitos, a disciplina de Matemática surge com um contexto no qual grande parte dos estudantes apresenta dificuldades. Essas dificuldades podem inserir-se no âmbito da aprendizagem (advindas de incompreensões conceituais, erros de procedimento, etc.), das relações que se estabelecem entre os sujeitos envolvidos na sala de aula – professor-aluno, aluno-aluno – ou de outras questões às quais o professor deve estar atento no exercício da docência, como, por exemplo, o uso e influência dos recursos didáticos em suas aulas. A não compreensão dos conteúdos matemáticos também pode estar atrelada à falta de sentido atribuído àquilo que se quer trabalhar em sala.

O estudante não consegue enxergar alguma importância ou relevância naquilo que o professor fala próximo ao quadro ou escrevendo no mesmo, muitas vezes porque a própria abordagem metodológica não permite essa construção. Isso pode levar o aluno a pensar que não é capaz de aprender Matemática – a matemática trabalhada na escola, entendida como a única importante – tendo certo “temor” da disciplina e criando bloqueios que podem dificultar a construção do conhecimento. Assim, de que forma o professor pode trabalhar para quebrar esses “bloqueios”? De quais ferramentas se pode fazer uso para esse trabalho?

Diversas são as pesquisas que evidenciam a necessidade de se trabalhar fazendo uso de metodologias diferenciadas no ensino de Matemática, permitindo uma construção significativa do conhecimento matemático (ou de outra área). Podemos citar a Resolução de Problemas (POLYA, 1977; ONUCHIC, 2011), a Modelagem matemática (BASSANEZI, 2004; BIEMBENGUT, 2005), o Ensino Baseado em Projetos¹ (NEHRING et al, 2002; BEREITER e SCARDAMALIA, 1999), Tecnologias e Educação Matemática (BORBA e PENTEADO, 2001), dentre outras.

Além dessas pesquisas, algumas caracterizadas como *tendências* em Educação Matemática, há discussões sobre o uso de jogos no ensino (GRANDO, 2000), sobre a necessidade de se trabalhar interdisciplinarmente e sobre a utilização de diversos outros recursos. Percebemos que existe uma real preocupação em melhorar os processos de ensino e

¹ *Problem Based Learning.*

aprendizagem e destacamos, dentro dessa discussão, que todas essas metodologias e recursos podem ter algum efeito real levando em consideração duas variáveis: a **preparação** do professor no uso dos mesmos e a **disposição** dos alunos em aprender.

A discussão sobre a importância da disposição dos alunos para que o ensino e a aprendizagem ocorram de maneira efetiva aparece como um dos pressupostos da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), concebida por David Ausubel em 1963. Essa linha encaixa-se dentro das correntes cognitivistas, podendo ser encontrados elementos subjacentes que são discutidos por Piaget e Vygotsky, acoplando a estas a visão humanista dos Mapas Conceituais, assim como as concepções relacionadas à constituição de conceitos, advinda da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990, 2009).

Nesse sentido, como pode, então, o professor de Matemática criar situações que possibilitem a interação dos estudantes com o saber de maneira efetiva? Como conceber seu trabalho a ponto dos estudantes estarem dispostos a aprender? Pode algum material ou objeto facilitar esse processo? Esses e outros questionamentos fazem parte das inquietações dos pesquisadores há muitos anos, e também das nossas.

Materiais e recursos didáticos como o quadro, o pincel, o livro didático e os jogos são alguns dos objetos que auxiliam o fazer pedagógico e didático, acrescido de literatura disponível em meios virtuais e presenciais, tais como artigos, teses, dissertações e revistas. Alguns destes objetos e técnicas de ensino aparecem com mais frequência na sala de aula que outros. A discussão acerca desse fato não se dará neste trabalho. Porém, nos questionamos se seria possível utilizar algum recurso pouco usual e que esteja presente no cotidiano das crianças e dos jovens (até mesmo de adultos) em uma aula de Matemática. Partindo dessa dúvida, inserimos as histórias em quadrinhos como uma ferramenta para o ensino. Mas, histórias em quadrinhos?!

As histórias em quadrinhos, ou simplesmente HQ, estão inegavelmente presentes na vida das crianças e dos jovens como um passatempo, tendo em sua maioria a inclusão do fantástico como pano de fundo para as narrativas. Todavia, existem aquelas que tratam de assuntos mais “reais”, de maneira mais profunda, abordando temas de ordem social, econômica e até mesmo filosófica (não que as primeiras não contenham tais temas, porém eles são tratados como uma “parcela” da história de maneira a trazer personagens e situações que possam se relacionar com os leitores). A título de exemplo, temos as HQ dos X-Men,

grande grupo de super-heróis criado por Stan Lee e Jack Kirby, em 1963, que abordam temas como o preconceito e a discriminação em forma de metáforas, bem como a busca por aceitação e pela igualdade, fazendo sucesso até os dias de hoje.

Percebemos, então, que as histórias em quadrinhos permitem a inserção dos mais variados conteúdos e assuntos. Isso nos leva a crer que a Matemática escolar não se exime dessa possibilidade. Vergueiro (2014), ao tratar do uso de HQ no ensino, destaca a grande popularidade deste meio e alguns pontos que demonstram essa possível inserção no âmbito educacional:

[...] há várias décadas, as histórias em quadrinhos fazem parte do cotidiano de crianças e jovens, sua leitura sendo muito popular entre eles. Assim, a inclusão das histórias em quadrinhos na sala de aula não é objeto de qualquer tipo de rejeição por parte dos estudantes, que, em geral, as recebem de forma **entusiasmada**, sentindo-se, com sua utilização, propensos a uma participação mais ativa nas atividades de aula. (p. 21, grifo nosso)

No ensino de Matemática, existem diversos conteúdos que geram entraves na mente dos estudantes. Para este trabalho, optamos pela Trigonometria no triângulo retângulo, tendo em vista as representações associadas ao tema (figuras planas, ângulos, etc.), as dificuldades presentes em sua aprendizagem, assim como a sua extrema importância para conteúdos futuros, como o estudo do ciclo trigonométrico e das funções trigonométricas.

Dessa forma, indagamos: Quais as implicações advindas do uso de HQ's no processo de ensino e aprendizagem de Trigonometria no triângulo retângulo? Nosso trabalho se pauta neste problema.

Essa pesquisa surgiu da inquietação em relação aos paradigmas – relacionados a práticas tradicionais – que perpassam estudantes, professores, etc. sobre a Matemática no ensino básico, pois a forma como as aulas geralmente são conduzidas maximizam o “desgosto” pela disciplina e por aprender (ela e através dela). A escolha pela utilização de histórias em quadrinhos se deu porque as HQ's são um tipo de arte que nos encanta e na busca de inseri-las no ensino de Matemática, mais especificamente, em Trigonometria que, assim como a maioria dos conteúdos em Geometria, necessitam de uma representação através de imagens para o desenvolvimento do conteúdo (triângulos, círculo trigonométrico, etc.).

Além disso, a Trigonometria é um conteúdo no qual surgem certas tensões por parte dos estudantes e dos professores. Essas tensões podem estar relacionadas, por exemplo, às

dificuldades advindas das competências e habilidades dos estudantes ou àquelas que perpassam o âmbito organizacional e os paradigmas da prática docente (OLIVEIRA, 2006). De toda forma, esses desafios podem fazer com que a aprendizagem não seja efetivada ou se torne um processo bastante árduo, tanto para os alunos quanto para o professor.

Dessa forma, buscamos evidenciar o uso dos quadrinhos no ensino e aprendizagem de Matemática frente a esses paradigmas, enxergando possibilidades de sua inserção como um recurso significativo para a prática docente. A seguir, apresentamos o objetivo geral e os específicos de nossa pesquisa.

1.1. Objetivo geral

Investigar como uma sequência didática, utilizando uma história em quadrinhos (HQ), pode favorecer a construção do conceito de Trigonometria no triângulo retângulo.

1.2. Objetivos específicos

- Desenvolver uma HQ envolvendo o conceito de Trigonometria no triângulo retângulo.
- Construir uma sequência didática utilizando esta HQ.
- Analisar se esta sequência didática pode favorecer a construção do conceito de Trigonometria no triângulo retângulo na perspectiva da Aprendizagem Significativa.

Para o desenvolvimento do trabalho, apresentamos no segundo capítulo uma discussão sobre a Teoria da Aprendizagem Significativa segundo Ausubel (1980), teoria esta que embasa o desenvolvimento da HQ. O terceiro capítulo traz pesquisas em Educação Matemática sobre o ensino e a aprendizagem de Trigonometria, com enfoque nas que abordam teorias cognitivas, como a TAS, além de pesquisas que trazem a utilização de histórias em quadrinhos no ensino de Matemática e de Ciências.

O quarto capítulo trata um pouco sobre a história das histórias em quadrinhos, para que o leitor possa conhecer um pouco sobre este material e como o mesmo foi se inserindo no âmbito educacional. No capítulo cinco, apresentamos uma abordagem conceitual da Trigonometria no triângulo retângulo atrelada a alguns aspectos históricos, com o objetivo de situar o leitor a respeito do conteúdo. Neste mesmo capítulo, apresentamos o que alguns

documentos oficiais (Base Curricular Comum de Pernambuco, Parâmetros Curriculares Nacionais e *NCTM* – Conselho Nacional de Professores de Matemática - EUA) discutem sobre o ensino da Trigonometria para os anos finais do Ensino Fundamental. O sexto capítulo expõe a metodologia utilizada para a construção desta pesquisa. Por fim, o sétimo capítulo apresenta a discussão e os resultados da pesquisa, detalhando a HQ e o desenvolvimento do conceito de razão trigonométrica.

2. MARCO TEÓRICO

*Em um lugar escuro nos encontramos e um pouco
mais de conhecimento ilumina nosso caminho.
Mestre Yoda.*

2.1 A Teoria da Aprendizagem Significativa

“Aquilo que o aluno já sabe”. A não consideração dessa frase pode levar a caminhos diferentes daqueles aspirados no processo de construção da aprendizagem. Quando caminhamos em meio às teorias construtivistas e cognitivas, nos deparamos com Piaget – com seu sistema “assimilação, acomodação, adaptação e equilibração” – e Vygotsky, que discute a influência do contexto social, histórico e até cultural no desenvolvimento cognitivo.

Entretanto, ao tratarmos de conhecimentos prévios, ou seja, daquilo que já faz parte da estrutura cognitiva do aluno e que influenciará de maneira *significativa* sua aprendizagem, nos direcionamos a Ausubel e sua Teoria da Aprendizagem Significativa (1963).

David Ausubel (1918-2008) foi um pesquisador norte-americano que dedicou parte de sua vida acadêmica aos estudos relacionados à Psicologia Educacional. Ausubel teve dificuldades em seus estudos nas escolas dos EUA, sendo por esse motivo estimulado a pesquisar questões concernentes à aprendizagem. Dessa forma, lançou, em 1963, sua teoria voltada para a aprendizagem escolar que tinha como fator principal a importância daquilo que o aluno já sabe. Essa compreensão destacou sua teoria na época, uma vez que ainda existia grande influência do pensamento behaviorista na sociedade.

Para Ausubel, a aprendizagem significativa ocorre quando um novo conhecimento se “ancora” a um conhecimento presente na estrutura cognitiva do aluno, especificamente relevante. Este conhecimento recebe o nome de **subsunçor** (*subsumer*, no original). Somente através da relação entre esses conhecimentos é que pode ocorrer uma transformação e uma modificação de ambos na estrutura cognitiva da pessoa, promovendo, assim, a aprendizagem. De modo geral, para Ausubel, “aprendizagem significa organização e integração do material na estrutura cognitiva” (MOREIRA e MASINI, 2006, p. 13).

Outro aspecto que se deve levar em consideração é a condição de não arbitrariedade e substantividade dessa relação. Ausubel, Novak e Hanesian (1980) apontam que

uma relação não arbitrária e substantiva significa que as idéias são relacionadas a algum aspecto relevante existente na estrutura cognitiva do aluno, como, por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito ou uma proposição (p. 34).

O processo é não arbitrário porque o novo (que pode ser uma ideia, conceito, etc.) não se liga a qualquer conhecimento prévio do sujeito, mas àqueles que possam servir como uma “matriz ideacional e organizacional para a incorporação, compreensão e fixação de novos conhecimentos [...]” (MOREIRA, 1997, p. 20). Nesse sentido,

Novas ideias, conceitos, proposições, podem ser aprendidos significativamente (e retidos) na medida em que outras ideias, conceitos, proposições, especificamente relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do sujeito e funcionem como pontos de “ancoragem” aos primeiros. (Idem)

Essa relação demonstra a importância dos subsunçores para a fixação e transformação dos novos conceitos. A substantividade se faz presente na medida em que somente a **substância** desse conhecimento que está chegando, ou seja, a essência, é que se incorpora e não os termos utilizados para sua expressão.

Quando um conhecimento se relaciona à estrutura cognitiva apenas de maneira arbitrária de modo que o sujeito não enxerga significado nele, diz-se que ocorreu uma aprendizagem mecânica. Todavia, não se deve enxergar essa forma de aprendizagem em relação à *significativa* de modo antagônico, como dois polos que se repelem. Em algumas situações, faz-se imperativa a memorização (assimilação) de informações de maneira indefinida que servirão *a posteriori* quando for necessária sua utilização em algum contexto específico.

A título de exemplo, temos a fórmula da área de quadrado (lado x lado = l^2): o estudante pode apenas memorizar, não dando um significado para essa representação. Ele provavelmente não conseguirá fazer associações com áreas de outros quadriláteros ou de outras figuras como o triângulo. Isso também pode ocorrer porque nesse tipo de aprendizagem, que se reduz à memorização, advém rapidamente o esquecimento sem que se possa resgatar com facilidade o que foi aprendido (pois não foi ancorado em nenhum subsunçor). Tudo isto se relaciona diretamente com a disposição cognitiva do aprendiz.

No aprendizado de um teorema geométrico, por outro lado, cada palavra componente não é apenas significativa, como também a tarefa como um todo é também potencialmente significativa. Entretanto, a menos que o indivíduo

manifeste uma disposição para a aprendizagem significativa, neste último caso, nenhum emergirá: apenas decora uma série de palavras relacionadas arbitrariamente. (AUSUBEL, NOVAK e HANESIAN, 1980, p. 42)

Entretanto, se houver essa memorização de modo que, posteriormente, a introdução de novas ideias seja facilitada, então a aprendizagem mecânica contribuiu de certa maneira. Um exemplo disto pode ser a memorização da tabuada (obviamente se o estudante compreender o algoritmo da multiplicação em seus cálculos futuros). Geralmente, esse tipo de aprendizagem ocorre inicialmente quando o material a ser aprendido é totalmente novo para o estudante.

Para Ausubel, a aprendizagem significativa pode acontecer tanto nos processos de descoberta – onde o aluno precisa “descobrir” e assimilar os novos conhecimentos que se apresentam de maneira inacabada – quanto através da repetição: nesse ponto, o novo chega quase ou completamente em sua forma final (PELIZZARI *et al*, 2002). Assim, destaca-se que a Aprendizagem Significativa possui mais vantagens do que somente a aprendizagem memorística, uma vez que naquela o conhecimento é dificilmente esquecido, ficando retido na estrutura cognitiva por mais tempo. Caso seja “esquecido”, pode facilmente ser acessado, facilitando a aprendizagem de conteúdos mais complexos.

É necessário que se busque modificar a estrutura cognitiva do aluno, levando-o a produzir novos esquemas, entrelaçando seus conhecimentos prévios com os novos, ou simplesmente sobrepujando-os, uma vez que, para Ausubel, a estrutura “tende a organizar-se hierarquicamente em termos de nível de abstração, generalidade e inclusividade de seus conteúdos” (MOREIRA, 1997, p.21). A modificação e reestruturação desses níveis podem contribuir para futuras conexões.

Mas e se não existirem subsunçores para o novo conhecimento que se quer atingir, o que fazer? A principal tática seria a introdução dos chamados “organizadores prévios” (relacionados a materiais potencialmente significativos). Estes seriam conceitos, ideias e/ou materiais introdutórios usados como uma ponte, um arco de ligação entre aquilo que o aluno sabe e o que ele deve saber (Ibid., p. 36). Estes organizadores precisam dispor de um nível de abstração e generalidade maior do que o material a ser aprendido.

Dentro da Aprendizagem Significativa, são propostos quatro princípios: a **diferenciação progressiva**, a **reconciliação integradora**, a **organização sequencial** e a **consolidação**.

A diferenciação progressiva representa o processo no qual os conceitos mais gerais do conteúdo da disciplina são evidenciados/esclarecidos para depois serem diferenciados, na questão de suas especificidades, levando em consideração a estrutura hierárquica dos conceitos e ideias, não em nível de importância ou relevância, mas em nível de inclusão e generalidade.

Como princípio organizacional do conteúdo, consiste na prática de sequenciar o material de aprendizagem de modo que as idéias mais inclusivas a serem aprendidas sejam apresentadas primeiro e, então, progressivamente diferenciadas em termos de detalhe e especificidade. (MOREIRA e MASINI, 2006, p. 106)

No entanto, é preciso que se explorem as relações entre estes termos, observando as diferenças e semelhanças, reconciliando inconsistências presentes (Ibid., p.37). Nesse momento, ocorreria o que Ausubel chama de reconciliação integradora.

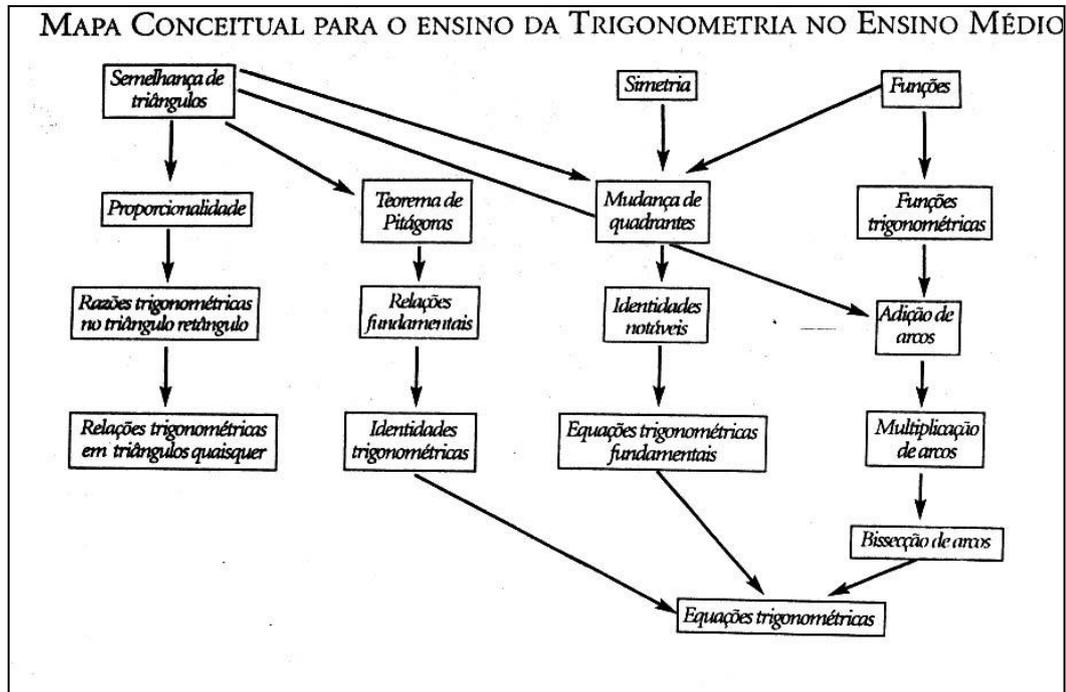
[...] as idéias estabelecidas na estrutura cognitiva podem tornar-se reconhecíveis enquanto relacionadas, no curso da nova aprendizagem. Consequentemente, adquire-se a nova informação e os elementos existentes da estrutura cognitiva podem assumir uma nova organização e portanto novo significado. Esta recombinação dos elementos existentes na estrutura cognitiva denomina-se *reconciliação integradora*. (AUSUBEL *et al*, 1980, p. 104)

A organização sequencial, dentro desse contexto, se dá através do sequenciamento do estudo da maneira mais consistente e coerente que se puder fazer. Já o princípio da consolidação se manifestaria na medida em que se observasse uma maior propriedade do que está sendo estudado, para assegurar a aprendizagem do novo de maneira mais firme.

Na questão dos materiais potencialmente significativos, que são materiais que apresentam uma estrutura lógica e organizada para o estudo que se propõe, destaca-se a ideia dos Mapas Conceituais.

Os Mapas Conceituais são uma proposta do pesquisador Joseph D. Novak na perspectiva de facilitar a construção de uma aprendizagem significativa. “Trata-se de uma técnica que, como sugere o próprio nome, enfatiza conceitos e relações entre conceitos à luz dos princípios da diferenciação progressiva e reconciliação integrativa” (Ibid., p. 38). A sua utilização perpassa a avaliação, análise de currículo e até como recurso didático. Como exemplo, apresentamos a seguir um mapa conceitual proposto por Briguenti (2003 apud PEREIRA, 2011) para o ensino de Trigonometria:

Figura 1. Mapa Conceitual proposto por Briguenti.



Fonte: Pereira, 2011, p. 32.

Este mapa não representa *o mapa* que envolve os conceitos de Trigonometria, mas um possível mapa, pois as relações estabelecidas no mesmo podem ser vistas de outra forma por outra pessoa. Tudo se relaciona com a maneira que essas relações estão alinhadas na mente do aprendiz. Existem mapas mais elaborados do que outros, entretanto não se pode afirmar que um mapa está correto e outro, errado. Essa generalização não condiz com o objetivo de se fazer um mapeamento conceitual. O que se pode afirmar é que existem mapas com relações mais significativas do que outros ou até que alguma relação entre conceitos não foi feita de maneira correta. Porém, a despeito disso, como destacamos na introdução, aprendizagem depende muito do aluno: sua motivação e disposição são cruciais para que ela ocorra de maneira significativa.

Caso o estudante não veja sentido nem importância naquilo que lhe é proposto, cabe ao professor fazer uso de estratégias para conseguir construir esse processo baseado no aluno. Os materiais dos quais ele se utiliza também podem influenciar essa relação, podendo surgir como organizadores prévios ou não. Partindo disso, as histórias em quadrinhos se encaixariam nesse processo?

3. ESTUDOS ANTECEDENTES

Com grandes poderes vêm grandes responsabilidades.

Tio Ben (Homem-Aranha).

Embora as produções em Educação Matemática acerca do ensino e aprendizagem de Trigonometria no Brasil se apresentem de maneira “tímida” se comparadas a outras áreas da Matemática, como a Álgebra (equações e funções), as operações aritméticas e a Geometria (área e volume), o interesse por se pesquisar nesse campo tem crescido consideravelmente. Algumas pesquisas discutem o ensino e a aprendizagem de Trigonometria, vinculados aos materiais didáticos, no contexto da Resolução de Problemas, da Modelagem Matemática, a uma abordagem histórica, dentre outras.

A seguir, trazemos alguns desses trabalhos, que contribuíram para o desenvolvimento de nossa pesquisa.

3.1. Pesquisas no ensino e aprendizagem de Trigonometria

Buscando novos olhares para o ensino e a aprendizagem da Trigonometria, de maneira que se tenha uma maior interação entre o professor, o aluno e o saber, várias pesquisas surgem para essa discussão. Em nosso trabalho, focamos naquelas que relacionam teorias cognitivas (com ênfase na Teoria da Aprendizagem Significativa) ao estudo, seguidas de outras relevantes ao trabalho. O quadro a seguir traz um breve resumo destas primeiras:

Quadro 1 – Relação das produções sobre Trigonometria e teorias cognitivas

TÍTULO	AUTOR(ES)	TIPO DE PRODUÇÃO	ANO
O Ensino da Trigonometria subsidiado pelas Teorias da Aprendizagem Significativa e dos Campos Conceituais	Marjúnia Édita Zimmer Klein	Dissertação	2009
Aprendizagem em Trigonometria no Ensino Médio: contribuições da Teoria da Aprendizagem Significativa	Cícero da Silva Pereira	Dissertação	2011

Possibilidades e dificuldades no desenvolvimento de situações de aprendizagem envolvendo funções trigonométricas	Márcia Regina Ramos Costa Ribeiro	Dissertação	2011
O uso da História da Trigonometria como facilitador da aprendizagem das funções seno e cosseno	Carlos Antonio de Souza Eline das Flores Victor Jurema Rosa Lopes	Artigo	2013
A Aprendizagem Significativa em Trigonometria sob o ponto de vista de quem ensina e de quem aprende	Nadson de Jesus Lima	Artigo	2013
Uma proposta pedagógica para a Aprendizagem Significativa de Trigonometria	Vanessa Cristina Rech Viganó	Dissertação	2015
Aprendizagem Significativa da função seno	José Ricardo Ledur Gabriele Molon	Artigo	2015

Fonte: O autor, 2016.

A primeira pesquisa é uma dissertação de mestrado, na qual Klein (2009) traz uma proposta de metodologia auxiliada pelas teorias da Aprendizagem Significativa (Ausubel, 1968, 1980, 2000) e dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1990). A pesquisa teve por objetivo propor, bem como avaliar, uma metodologia de ensino baseada nessas teorias na construção dos conceitos presentes no campo conceitual da Trigonometria. O trabalho foi realizado com 28 estudantes da 2ª série do Ensino Médio, no período de Abril até Setembro de 2008.

Primeiramente, buscou-se conhecer as concepções prévias dos alunos em relação aos elementos da Trigonometria, para, em seguida, serem elaboradas e aplicadas situações de aprendizagem, que envolveram a história da Trigonometria, o uso de materiais concretos, atividades de campo e resolução de problemas. Após o desenvolvimento das situações, houve uma terceira etapa que disse respeito “à avaliação das competências e habilidades alcançadas, a formulação de hipóteses, a resolução de problemas e a utilização dos conhecimentos aprendidos” (p. 93).

Como um dos resultados, pode-se evidenciar que uma metodologia baseada em Ausubel e Vergnaud permitiu uma maior participação dos estudantes (aspectos procedimentais e de atitude), assim como um redirecionamento da postura da professora-pesquisadora em face às concepções dos estudantes, caracterizando uma relação entre sujeitos ativos na construção do conhecimento. Além disso, os estudantes apresentaram um bom desempenho na aprendizagem dos conceitos envolvidos no campo conceitual estudado: os erros que surgiam eram, muitas vezes, relacionados a outros conceitos, concernentes às operações aritméticas, por exemplo. Este trabalho nos foi bastante interessante, pois permitiu um olhar sobre o ensino de Trigonometria atrelado a teorias de aprendizagem, facilitando a compreensão da teoria de Ausubel em nossa pesquisa.

Pereira (2011) elabora, aplica e analisa uma proposta didática de Trigonometria para o ensino noturno de uma turma do Ensino Médio, buscando contribuições da Teoria da Aprendizagem Significativa na visão crítica (subversiva) proposta por Moreira (2000). A turma continha 18 alunos, dos quais 14 participavam das aulas regularmente. O desenvolvimento da proposta permitiu ao pesquisador o levantamento dos dados tanto a partir das observações quanto dos materiais decorrentes das atividades com os estudantes.

As leituras iniciais (primeiros contatos) trouxeram ao pesquisador a necessidade de elencar para o trabalho em sala alguns conhecimentos anteriores importantes para o estudo da Trigonometria, que, dentro da teoria da Aprendizagem Significativa, podem enquadrar-se como *subsunçores* (p. 81), desde que estes conceitos estejam organizados de maneira arbitrária e substantiva na estrutura cognitiva dos estudantes. Estes foram:

- Entes fundamentais da Geometria (ponto, reta e plano);
- Circunferência e seus elementos;
- Ângulos;
- Triângulos;
- Semelhança de triângulos.

Dessa forma, as atividades foram orientadas de maneira a fazer com que os estudantes produzissem e se fizessem ativos no processo investigativo. As propostas iniciais surgiram com o objetivo de trabalhar a compreensão ou o reforço dos subsunçores (conhecimentos prévios) dos alunos, para desenvolver o estudo até às funções trigonométricas.

Apesar das limitações apresentadas pelo autor, os resultados obtidos evidenciaram a importância de se trabalhar com os conhecimentos prévios, aspecto que permitiu ao pesquisador examinar de que forma os estudantes relacionavam os conceitos estudados (processo importante na aprendizagem significativa). Também mostrou a necessidade da inserção de abordagens que permitam ao aluno ser um agente participativo no processo de construção das relações entre os conceitos, bem como de seu conhecimento, cabendo ao professor levar em consideração as características contextuais dos estudantes, atentando para a maneira que a realidade deles intervém em sua aprendizagem.

Por fim, notou-se que os estudantes, em sua maioria, conseguiram firmar os principais conceitos trabalhados, relacionando-os. Mesmo sendo poucos, houve aqueles que não atingiram os objetivos pretendidos, levando em consideração suas especificidades cognitivas e o tempo disponível para as intervenções.

Ribeiro (2011) traz em sua dissertação de mestrado em Educação Matemática um estudo cujo objetivo foi entender as possibilidades e dificuldades na utilização do Caderno do Aluno², identificando os conhecimentos prévios de alunos do Ensino Médio acerca do conteúdo funções trigonométricas e, numa perspectiva construtivista baseada em Coll (2006), Ausubel (apud Moreira, 2001) e Vygotsky (1993), buscar intervenções que visassem a uma aprendizagem significativa.

Em relação à pesquisa, a autora apresenta a mesma como qualitativa, cuja estratégia foi o estudo de caso (MARTINS, 2008), além do uso da observação participante para a obtenção dos dados do trabalho. A partir das atividades elaboradas com os dados do Caderno do Professor, foram divididas algumas situações de aprendizagem com as competências e habilidades relacionadas às mesmas. Citamos a 1ª situação de aprendizagem que foi “o reconhecimento da periodicidade” cujas habilidades e competências eram “reconhecer a periodicidade presente em alguns fenômenos naturais e representar a periodicidade identificada em situações-problema por intermédio de um gráfico cartesiano” (RIBEIRO, 2011, p. 47).

Um momento interessante é quando a pesquisadora caracteriza a ideia de proporcionalidade como um conhecimento necessário à ideia das razões trigonométricas (p.

² Material pedagógico para uso do aluno elaborado como parte do Projeto São Paulo Faz Escola. Implantado em 2008 pela Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (SEE-SP), tem por objetivo o auxílio no desenvolvimento das competências do Currículo Oficial.

58), o que corrobora com o estudo de Pereira (2011), que traz a semelhança de triângulos (proporção entre as medidas de seus lados) como um conhecimento prévio relevante para o estudo da Trigonometria.

Após as atividades com o caderno, a pesquisadora propôs várias atividades que se sucederam por quatro encontros, sendo proveniente deles os dados que apontavam para os principais conhecimentos prévios relacionados ao conteúdo e às principais dificuldades dos estudantes. O trabalho foi desenvolvido com três estudantes selecionados.

Dentre os resultados, diferentemente da pesquisa anterior, a autora evidencia a importância dos conhecimentos prévios em sua variedade, a qual engloba desde questões conceituais até àquelas ligadas a técnicas, valores e atitudes; e a partir destes conhecimentos, podem-se buscar intervenções que levem a uma aprendizagem significativa. Em relação à aprendizagem conceitual, a autora explicita que a mesma não pode ser considerada “finalizada”, devendo sempre realizar intervenções que foquem nas relações entre os conceitos, principalmente entre aqueles que o aluno já possui. Quanto ao Caderno do Aluno, pode-se evidenciar a presença forte de conhecimentos procedimentais (pelos verbos *construir*, *observar*) que focavam no desenvolvimento autônomo do estudante.

Em seu trabalho, publicado na *Aprendizagem Significativa em Revista (Meaningful Learning Review)*, Souza, Victor e Lopes (2013) investigam como a história da Trigonometria pode facilitar a aprendizagem das funções seno e cosseno por 21 estudantes do 1º ano (1ª série) do Ensino Médio. O estudo baseia-se em Moreira (2011) e em outros aportes, como Freire (1996) e D’Ambrósio (2006).

Desenvolvido em quatro momentos (fases), os autores apresentam neste trabalho apenas o quarto deles, que foi a aplicação e análise de um questionário buscando compreender como “a História da Trigonometria ajuda na compreensão e aprendizagem das funções seno e cosseno” (p.56). A análise dos questionários possibilitou reflexões a respeito da aprendizagem significativa, da História da Matemática como facilitadora da memorização dos algoritmos, bem como da aprendizagem.

A apresentação das respostas dos estudantes traz consigo indícios de uma contribuição do uso da História da Matemática, neste trabalho, da Trigonometria, para a aprendizagem do conteúdo. Em sua maioria, os alunos mostraram que houve contribuições no raciocínio e no dinamismo das aulas (que faz relação com a motivação para o aprender). No entanto, alguns

estudantes demonstraram não encontrar relevância para o uso desta abordagem, afirmando que a aula ficou “cansativa” (p.69), aspecto visto como positivo por Freire (1996), uma vez que demonstra gasto de energia.

Desta forma, o trabalho mostrou que a História da Matemática possibilita o esclarecimento das ideias matemáticas que estão sendo formadas, podendo aumentar a ocorrência de uma aprendizagem significativa, mas que nem sempre a mudança de estratégias para ensino possibilita esta aprendizagem, uma vez que a mesma depende de fatores além da motivação.

Lima (2013) apresenta algumas concepções de alunos e professores sobre ensino de Matemática, com foco nos processos de ensino e aprendizagem da Trigonometria e no uso da história da matemática para os trabalhos em sala de aula. O autor entrevistou 20 estudantes de uma turma de 3º ano no Ensino Médio (que estavam estudando o conteúdo em questão) e quatro professores de Matemática da escola, bem como realizou observações. O objetivo foi obter informações tanto do ponto de vista de quem ensina quanto de quem aprende.

O artigo traz uma discussão sobre a importância da contextualização no ensino da Trigonometria para uma aprendizagem significativa, focando na participação ativa dos alunos e em seus conhecimentos prévios. Além disso, apresenta a história da Trigonometria como outro aspecto relevante para a aprendizagem dos estudantes de forma plena, trazendo e discutindo a formação dos conceitos, suas aplicações e a relevância para a vida cotidiana.

Em relação aos estudantes, uma das perguntas feitas tratou da relação que os alunos faziam entre a Trigonometria e seu cotidiano. Dentre as respostas, houve aqueles que afirmaram não perceber nenhuma relação dos conteúdos vistos em sala com sua realidade, fato este possivelmente atrelado à maneira como os assuntos são discutidos, sem aplicações ou pontes para a vida fora da escola. No que concerne aos professores, os questionamentos buscavam saber como os docentes relacionavam os conteúdos com o cotidiano do aluno e o seu entendimento a respeito de como chegar a uma aprendizagem significativa. As respostas abarcaram desde o uso de tecnologias até o ensino por modelagem e contextualização.

Pode-se notar que os participantes apontaram para a importância de um ensino diferenciado, munido de situações contextualizadas, motivadoras e que permitam a participação ativa dos estudantes. No entanto, a análise das observações mostrou que a prática

dos professores não condiz com seu discurso, podendo ser devido ao pouco tempo disponível em aula, a ausência de materiais acessíveis, dentre outras questões.

Viganó (2015) também apresenta em sua pesquisa uma sugestão para o estudo de Trigonometria, fundamentando-se, além da teoria de aprendizagem de Ausubel, nos estudos de Vygotsky (1989; 2007). O trabalho teve por objetivo compreender a relação de estudantes do 2º ano do Ensino Médio com uma metodologia ativa de aprendizagem, trabalhando os conceitos envolvidos ao conteúdo e buscando sinais de uma aprendizagem significativa.

O estudo deu-se em sete passos focados na teoria de Ausubel e modelados por Santos (2008) e buscou obter respostas de alguns questionamentos, como: “Os estudantes são receptivos a uma metodologia ativa de aprendizagem? Como reagem? Atividades potencialmente significativas envolvem os estudantes e promovem uma aprendizagem significativa?” (p. 15). Como categorias para a análise, foram escolhidas as principais condições para a ocorrência desta aprendizagem segundo Ausubel: os conhecimentos prévios, a diferenciação progressiva, a reconciliação integrativa e a disposição para a aprendizagem.

Dentre os resultados, obtiveram-se respostas favoráveis aos questionamentos supracitados, ou seja, os estudantes se mostraram motivados nas aulas, manifestaram indícios de aprendizagem por subsunção (através dos conhecimentos subsunçores trabalhados por meio de organizadores prévios) e de aspectos atitudinais e procedimentais, atingindo o objetivo de investigar uma proposta ativa de ensino de Trigonometria. Um dos meios de obtenção dos resultados foi através da utilização de um ambiente virtual de aprendizagem (AVA) como meio de registrar as atividades, dentre elas: fóruns, *chats* e atividades à distância. Por fim, foi construído, com base na pesquisa, um blog, sistematizando a proposta pedagógica.

Neste último trabalho que apresenta a Teoria de Ausubel em sua discussão, Ledur e Molon (2015) buscaram favorecer a aprendizagem significativa de conceitos envolvidos no estudo das funções trigonométricas, mais especificamente da função seno, em uma proposta de contextualização e aproximação do cotidiano. Para tanto, foi organizada uma oficina que priorizou situações-problema e os conhecimentos prévios, validada por professores da área na disciplina de Planejamento em Ensino do Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Caxias do Sul (UCS).

Os autores evidenciam a importância de uma boa aprendizagem dos conceitos das razões trigonométricas não somente como um número real que se relaciona com um ângulo específico, mas como uma função real, para que a passagem para a Trigonometria que é trabalhada no Ensino Médio não se apresente com tanto pesar e se possa ter uma relação com os conhecimentos anteriores dos estudantes durante a aprendizagem. Também é abordado que o uso de estratégias e recursos diversos pode amplificar os significados dos conteúdos, levando ao aprimoramento de conceitos e das relações com outros conhecimentos.

Foi elaborada uma sequência didática que se organizou em dois módulos de três momentos: problematização inicial, organização do conhecimento e aplicação do conhecimento. O primeiro módulo voltou-se para uma abordagem histórica de modo a perceber a relevância dos aspectos históricos no desenvolvimento da Trigonometria, utilizando duas situações-problema para a problematização inicial e a elaboração de um “mapa mental relacionando fatos marcantes dessa trajetória” (p.5) no fechamento. O segundo módulo dá início à construção do conceito da função seno, com um problema que envolve rodas gigantes. O módulo III dedica-se ao estudo da representação gráfica da função em questão, discutindo-se a influência dos parâmetros nesta representação, por exemplo: funções $y = \text{sen}(x)$, $y = a\text{sen}(x)$, $y = b + \text{sen}(ax)$, através de recursos computacionais.

Ao fim da apresentação da sequência em um *workshop* (não foi realizada a aplicação em sala de aula), a mesma foi avaliada por professores de Matemática, Física, Química e Biologia, tendo um bom retorno e sendo vista como uma proposta com potencial para a facilitação da aprendizagem e aplicação real em sala (aspecto de grande importância para os profissionais da Educação), além de contribuir para o fortalecimento de conceitos âncoras para a aprendizagem das demais funções trigonométricas.

Além destes, que apresentam teorias cognitivas, Oliveira (2006) aborda a respeito das dificuldades advindas do campo das competências e habilidades dos estudantes, além daquelas que perpassam o âmbito organizacional, a estrutura escolar e os paradigmas da prática docente. Ele enfatiza a dificuldade dos estudantes no uso dos materiais de desenho geométrico, bem como aponta que o abandono do ensino da Geometria e da Trigonometria tem comprometido a formação de professores nessa área.

Outro ponto abordado por este autor é a dificuldade relacionada às atitudes que os estudantes incorporam dentro e fora da sala de aula. Fica evidente ainda o desinteresse dos

alunos frente ao estudo das ciências e da Matemática, o que pode prejudicar um trabalho participativo e motivado para a aprendizagem.

Por fim, Fortes (2012) traz uma análise dos erros no estudo das razões trigonométricas por alunos do Ensino Médio, bem como o planejamento de ações para remediar estes erros. A investigação deu-se com estudantes do 2º ano, de uma escola pública de Quevedos, Rio Grande do Sul. Além dos alunos, a pesquisa contou também com a participação de 11 professores, que foram submetidos a questionários.

O questionário com os professores levantou dados de que, segundo os mesmos, as dificuldades encontradas nos estudantes se relacionavam tanto com a falta de atenção durante as aulas como com a ausência de alguns conhecimentos que seriam pré-requisitos para a aprendizagem das razões trigonométricas. As atividades realizadas com os alunos durante as intervenções contribuíram para reforçar as dificuldades dos estudantes no sentido de identificar os elementos que constituem o triângulo retângulo e as relações existentes entre eles.

A pesquisa teve como produto final a produção de uma Webquest³, composta por atividades que objetivavam a superação das dificuldades encontradas. A mesma demonstrou a importância de se analisar os erros dos estudantes, sendo percebidas algumas vantagens posteriores como: a facilidade de visualização das figuras geométricas com o auxílio da tecnologia; a familiaridade do estudante com a internet e a possibilidade do trabalho com cooperação (p. 82). Assim, a pesquisadora pode compreender melhor os processos de interação entre professor e estudante a partir da análise dos erros.

3.2. Pesquisas em histórias em quadrinhos

No que concerne à inserção das histórias em quadrinhos em sala de aula, as pesquisas demonstram seu uso em diversas áreas do conhecimento, inclusive em Matemática. Existem vários trabalhos que demonstram o uso de histórias em quadrinhos no ensino de Matemática e de Ciências (TESTONI, 2004; NOMBERG, 2008; TONON, 2009; CAVALCANTE, 2014), abrindo caminho para realmente se pensar sobre a introdução no trabalho docente.

³ Atividade didática estruturada de forma que os alunos se envolvam no desenvolvimento de uma tarefa de investigação usando principalmente recursos da internet. (SILVA e FERRARI, 2009)

Objetivando uma exemplificação, apresentamos a pesquisa de Testoni (2004). Nela, discute-se uma proposta de ensino do conceito de inércia utilizando uma história em quadrinhos de caráter estimulador, a qual serviu como um instrumento gerador de discussões (p.124). Os debates surgidos a partir de sua leitura eram sendo mediados pela professora participante de forma a levar os estudantes a uma conclusão coerente com o conceito que se queria construir. Partindo disso, percebemos que cabe ao professor estimular nos estudantes esse “espírito de debate”, situação que pouco se incentiva em disciplinas como Matemática. O autor faz uso de questionários, observações e entrevistas para a obtenção dos dados.

Como resultado, perceberam-se sinais de acordo com o que se espera da aprendizagem do conceito em debate, evidenciando a criatividade dos estudantes envolvidos com a construção das HQ, assim como da assimilação pela professora participante.

Mesmo não trazendo seus resultados, o quadro a seguir traz outras pesquisas que utilizam histórias em quadrinhos em seu desenvolvimento.

Quadro 2 – Pesquisas com Histórias em Quadrinhos e Educação

TÍTULO	AUTOR(ES)	TIPO DE PRODUÇÃO	ANO
Ciência em Revista: A construção de conhecimentos científicos através da utilização de histórias em quadrinhos	Igor Ferreira Nörnberg	Dissertação	2008
Liga Matemática (uma história em quadrinhos interativa)	Igor Guilherme Cunha	Monografia	2009
As histórias em quadrinhos como recurso didático nas aulas de matemática	Sandra de Fátima Tavares Rodrigues Tonon	Artigo	2009
Histórias em quadrinhos no processo de aprendizado: da teoria à prática	Roberto Elísio dos Santos Waldomiro Vergueiro	Artigo	2012

<p>Uso de cartuns como recurso didático nas aulas de Matemática no 9º ano do Ensino Fundamental</p>	<p>Cristiane Santos da Costa Jorge Henrique Duarte Jose Airton Cavalcante</p>	<p>Artigo</p>	<p>2013</p>
<p>NO DIA MAIS CLARO: um estudo sobre o sentido atribuído às histórias em quadrinhos por professores que ensinam matemática em formação</p>	<p>Luis Adolfo de Oliveira Cavalcante</p>	<p>Dissertação</p>	<p>2014</p>
<p>A Geometria da escola e a utilização de história em quadrinhos nos anos finais do ensino fundamental</p>	<p>Lupi Scheer dos Santos</p>	<p>Dissertação</p>	<p>2014</p>

Fonte: O autor, 2016.

Dessa forma, podemos perceber as possibilidades deste recurso nas mais diferentes áreas de conhecimento, inclusive em Matemática.

4. ENQUANTO ISSO... NAS HISTÓRIAS EM QUADRINHOS

Somos todos história no final.

O Doutor (Doctor Who).

Inegavelmente, as histórias em quadrinhos fazem ou já fizeram parte da vida de uma parcela *significativa* da sociedade, principalmente dos jovens. A forma como essa mídia/meio de comunicação se apresenta cativa seus ávidos leitores. A junção das imagens e dos textos – quando se fazem presentes, pois muitas vezes há apenas o sequenciamento de figuras que contam determinada história – permite aos leitores uma visão diferenciada daquela que se sobressai na leitura quando se tem apenas texto.

Não se tem um consenso do momento no qual surgiu a primeira HQ, entretanto existem certos vestígios e discussões que podem ser considerados. Se entendermos as histórias em quadrinhos como uma sequência lógica (ou não) de imagens justapostas, podemos olhar para as pinturas rupestres, por exemplo, que eram utilizadas para a comunicação entre os indivíduos (para a contagem da população ou para vangloriar-se de uma caçada vitoriosa) como as primeiras histórias em quadrinhos.

Andando um pouco pelo tempo, em 17 de maio de 1890 foi publicada em Londres a primeira revista com histórias desenhadas. A revista, do tipo semanal, chamava-se *Comic Cuts* e possuía um caráter satírico e de humor, com mais texto do que desenhos. Seu autor, Richard Outcalt, é apontado como o verdadeiro criador do gênero. Mas foi apenas em 1897 que ele acrescentou em suas histórias do *Yellow Kid* um novo elemento: o balão com falas dos personagens. No Brasil, um nome que não pode ser esquecido é o do ítalo-brasileiro Angelo Agostini que, em 1869, criou *As Aventuras de Nhô Quim* para um jornal do Rio de Janeiro.

Na virada do século XX, os gibis ficaram bastante populares, tornando-se um fenômeno cultural. Personagens como Popeye, Mickey e Batman ficaram popularizados tanto na mídia quanto através das histórias em quadrinhos a partir da década de 20. Com a presença das histórias de aventura, no final desta década, surgiu também uma tendência naturalista nesse gênero, tendo nos desenhos uma aproximação com a realidade, ou seja, uma representação com mais fidelidade dos objetos e das pessoas (VERGUEIRO, 2014).

Entretanto, o período após a Segunda Guerra Mundial e início da chamada Guerra Fria foi marcado pelo aparecimento de certa desconfiança aos quadrinhos, quanto às influências –

de ordem negativa – dos mesmos para o desenvolvimento cognitivo e social dos jovens. Um destaque nessa discussão foi a influência do psiquiatra Fredric Wertham, que buscava de forma intensa destacar os malefícios desse tipo de leitura (focando principalmente nas histórias de suspense e terror) para os adolescentes norte-americanos da época.

Assim, utilizando-se de exemplos escolhidos a dedo e com rigor científico questionável, o psiquiatra tentava provar como as crianças que recebiam influência dos quadrinhos apresentavam as mais variadas anomalias de comportamento, tornando-se cidadãos desajustados na sociedade (Ibid., p. 12).

As denúncias de Wertham – no seu livro *A sedução dos inocentes (1954)* – impactaram significativamente a indústria das histórias em quadrinhos, levando alguns editores a criarem uma espécie de selo de confiança para as histórias, de modo que se pudesse garantir aos educadores e aos pais que a leitura das mesmas não prejudicaria a estrutura mental e social das crianças.

Figura 2. Selo de aprovação para publicação.



Fonte: <http://maxiverso.com.br/blog/2016/09/11/censura-nas-hqs-o-codigo-dos-quadrinhos/>

Não obstante todo esse período conturbado, as HQ atualmente são vistas como uma leitura que pode fazer parte da vida das pessoas, independentemente da faixa etária ou condição de escolarização. Obviamente, a leitura de uma história em quadrinhos necessita que seu leitor tenha um pouco de conhecimento a respeito da estruturação de sua linguagem. De modo geral, as histórias em quadrinhos são caracterizadas por:

- *Linguagem visual*: o desenho é o elemento mais básico das histórias em quadrinhos. A arte sequencial desenvolve-se em quadros que trazem uma narrativa real ou fictícia, mas que possui uma intencionalidade (VERGUEIRO, 2014).

- *O quadrinho (ou vinheta):* demonstra a representação de um momento específico ou de uma sequência interligada de momentos, que promovem a compreensão do acontecimento.
- *Figuras cinéticas e metáforas visuais:* este aspecto dá a ideia de movimento e tipos de oscilação no plano (como trajetória linear, oscilação, cenas de impacto, entre outros).
- *A Linguagem verbal (o balão):* o uso dos balões forma um código que reflete falas, pensamentos e até onomatopéias relacionadas aos personagens e às cenas.
- *A legenda:* colocada geralmente na parte superior do quadrinho, representa a voz onisciente do narrador. Tem a função de situar o leitor no tempo e no espaço, indicando mudança de localização, expressões de sentimento ou percepções (VERGUEIRO, 2014).

Figura 3. Linguagem de HQ.



Fonte: Uncanny X-Men 137.

Na perspectiva educacional, esse gênero é visto como possível de ser inserido no ambiente escolar, podendo auxiliar nos processos didático-pedagógicos. Santos e Vergueiro (2012) trazem que já era possível encontrar narrativas sequenciais nos livros didáticos a partir da década de 70 com o objetivo de sintetizar ou dar exemplos para o conteúdo discutido no

capítulo ou no tópico de estudo, de modo a suavizá-lo. Eles apontam para olhar para os quadrinhos de maneira mais ampla, enxergando suas possibilidades no processo de aprendizagem, como no incentivo à leitura, no caminho para o debate e para a realização de atividades lúdicas (p. 84).

Ao discutir a inserção desse material no contexto escolar, Vergueiro (2014) aponta que

[...] a interligação do texto com a imagem, existente nas histórias em quadrinhos, amplia a compreensão de conceitos de uma forma que qualquer um dos códigos, isoladamente, teria dificuldades para atingir. Na medida em que essa interligação texto/imagem ocorre [...] com uma dinâmica própria e complementar, representa muito mais do que o simples acréscimo de uma linguagem a outra, mas a criação de um novo nível de comunicação, que amplia a possibilidade de compreensão do conteúdo programático por parte dos alunos. (p. 22)

Dessa forma, as conexões que vão se estabelecendo na mente do leitor (estrutura cognitiva) são mediadas tanto pelas questões imagéticas quanto pela escrita. A disposição dos alunos frente a esse recurso pode ser alavancada no sentido em que se percebe que “os estudantes querem ler os quadrinhos”, pois

“A forte identificação dos estudantes com os ícones da cultura de massa – entre os quais se destacam vários personagens dos quadrinhos –, é também um elemento que reforça a utilização das histórias em quadrinhos no processo didático.” (Ibid., p. 21)

Nessa discussão, Rêgo e Rêgo (2000) destacam que é premente a introdução de novas metodologias de ensino, onde o aluno seja sujeito da aprendizagem, respeitando-se o seu contexto e levando em consideração os aspectos recreativos e lúdicos das motivações próprias de sua idade, sua imensa curiosidade e desejo de realizar atividades em grupo.

Vale ressaltar que a leitura de uma história em quadrinhos exige do leitor capacidades voltadas para a análise, classificação e síntese dentro das convenções estabelecidas para a sua compreensão. A imaginação também se faz presente no contato com a HQ. Sendo a mesma um material concreto, podemos utilizar as palavras de Klein, quando diz que “O uso de material concreto pode ser considerado como material potencialmente significativo” (2011, p. 64).

Figura 4. Quadrinhos e história.
TALES DE MILETO!



Fonte: www.filosofiahoje.com

A figura acima demonstra a possibilidade de se discutir assuntos que remetem à matemática, associados a um contexto histórico por meio de quadrinhos. Dessa maneira, não se pode negar a possibilidade de inserir essa ferramenta no ensino, seja de Língua Portuguesa, de História, Geografia e, até mesmo, de Matemática. As questões da imaginação, do raciocínio e da criatividade podem ser confirmadas a partir desse contexto.

5. A TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

No dia mais claro (...).

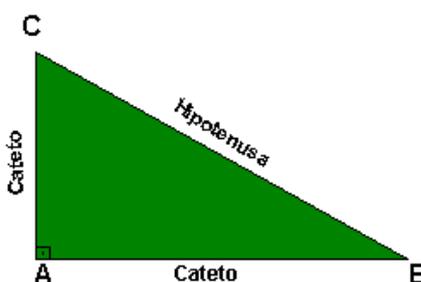
Lanterna Verde.

A Trigonometria é a área da Matemática que estuda os conceitos relacionados ao triângulo e seus elementos. A palavra Trigonometria vem do grego, formada a partir de três radicais (*tri*, *gonos* e *metrum*) e significa “medidas do triângulo” (MENDES, 2009).

Assim como em muitas áreas da Matemática e das Ciências, a necessidade de se resolver algum problema (do cotidiano, de uma civilização, por exemplo) que desencadeia, em longo prazo, ideias que se sistematizam em um conceito, também caracteriza o surgimento da Trigonometria. Não se sabe ao certo como e quando ela surgiu, mas que a “necessidade de relacionar distâncias com ângulos levou astrônomos e topógrafos de diversos povos e períodos históricos, como os babilônios, gregos, árabes e hindus, a criarem a trigonometria” (MENDES, 2009, p. 132).

O triângulo retângulo é aquele que apresenta um ângulo de 90° , ou seja, um **ângulo reto**. Neste triângulo, seus lados recebem nomes específicos. Como se pode notar na figura a seguir, o lado oposto ao ângulo reto recebe o nome de *hipotenusa*. Os outros são chamados *catetos*.

Figura 5. Triângulo retângulo



Fonte: <http://www.somatematica.com.br/fundam/raztrig/razoes.php>

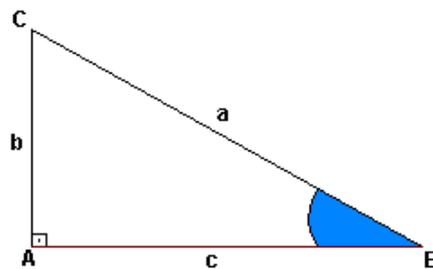
É interessante notar as várias abordagens que foram feitas pelas civilizações e como isto influenciou a maneira como trabalhamos a Trigonometria hoje. Como traz Mendes (2009, p. 133)

O ângulo reto surgiu com a prática de medição dos antigos, quando mediam a altura de objetos, colocando uma vara em posição vertical em relação ao

chão e comparavam as sombras projetadas, o que mais tarde tornou-se uma das idéias básicas da geometria apresentada por Euclides, quando suscitou a idéia de que duas retas que se cruzam formam ângulos iguais entre si e retos. [...] Daí surgiram as noções de ângulos agudos e obtusos para os menores e maiores que o ângulo reto, considerando as noções de perpendicularismo.

No triângulo retângulo ABC a seguir, considere um ângulo β agudo (destaque em azul). O lado que se encontra de frente a ele denomina-se **cateto oposto ao ângulo β** . O outro é chamado de **cateto adjacente ao ângulo β** .

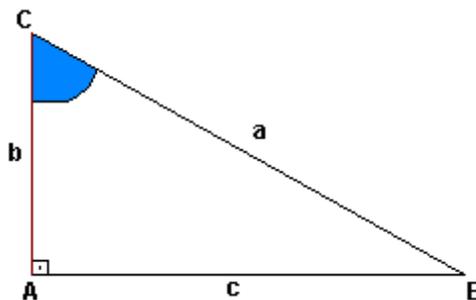
Figura 6. Ângulo agudo em B no triângulo retângulo



Fonte: <http://www.somatematica.com.br/fundam/raztrig/razoes.php>

Conforme a figura acima, o lado AC é o *cateto oposto ao ângulo* em destaque e o lado AB, o *cateto adjacente*. Perceba que se alterarmos o ângulo, a relação com os lados também de altera, conforme podemos notar na figura abaixo:

Figura 7. Ângulo agudo em C.



Fonte: <http://www.somatematica.com.br/fundam/raztrig/razoes.php>

Neste caso, o cateto oposto passa a ser o lado AB e o cateto adjacente o lado AC. Observe que a hipotenusa sempre é a mesma (uma vez que só pode haver um ângulo reto no triângulo).

Tomando como base estes elementos do triângulo retângulo, podem-se estabelecer algumas razões, que estão dispostas a seguir:

- **Seno de um ângulo agudo:** é a razão entre a medida do cateto oposto a esse ângulo e a medida da hipotenusa.

$$\text{Seno} = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

- **Cosseno de um ângulo agudo:** é a razão entre a medida do cateto adjacente a esse ângulo e a medida da hipotenusa.

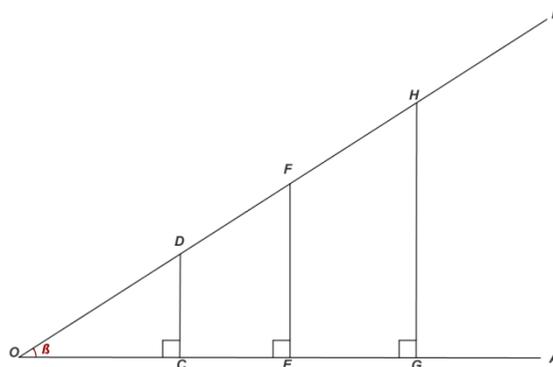
$$\text{Cosseno} = \frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{medida da hipotenusa}}$$

- **Tangente de um ângulo agudo:** é a razão entre a medida do cateto oposto e o cateto adjacente a este ângulo.

$$\text{Tangente} = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida do cateto adjacente}}$$

Essas razões dependem exclusivamente do ângulo a que se referem e não aos lados do triângulo retângulo. Esta proposição pode ser percebida na imagem a seguir.

Figura 8. Triângulos semelhantes.



Fonte: <http://alunosonline.uol.com.br/matematica/seno-atraves-semelhanca-triangulos.html>

Da semelhança entre os triângulos da figura L, chegamos à seguinte igualdade:

$$\frac{DC}{OD} = \frac{FE}{OF} = \frac{HG}{OH} = k \text{ (constante)}$$

Assim, percebe-se que essa razão independe dos lados do triângulo, mas somente do ângulo. Como estas razões são entre os catetos opostos a β e as hipotenusas dos respectivos triângulos, elas representam o **seno de β** .

$$\text{sen } \beta = \frac{DC}{OD} = \frac{FE}{OF} = \frac{HG}{OH}$$

Analogamente, encontramos as razões que representam o cosseno e a tangente de β .

5.1. A Trigonometria nos documentos oficiais

Nesta seção, apresentamos a Trigonometria de acordo com o que nos apresenta a Base Curricular Comum de Pernambuco (2008), os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) e *The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)*⁴, de modo a compreendermos as estratégias e propostas para o ensino de Matemática, especificamente para o ensino da Trigonometria, identificando seus pressupostos e concepções.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática buscam fornecer elementos que possam ampliar a discussão sobre o ensino desta área através da socialização de informações e resultados de pesquisas. Eles deixam explícito o papel da Matemática como instrumento que permite a compreensão do mundo, bem como o despertar do interesse, da curiosidade, da investigação e da capacidade de resolução de problemas (BRASIL, 1998). Evidenciam que

A Matemática caracteriza-se como uma forma de compreender e atuar no mundo e o conhecimento gerado nessa área do saber como um fruto da construção humana na sua interação constante com o contexto natural, social e cultural. (Idem, p. 24)

Ao discutir o quarto ciclo do Ensino Fundamental – que é o correspondente aos atuais 8º e 9º anos – o documento apresenta como um dos objetivos de aprendizagem “produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando

⁴ Conselho Nacional de Professores de Matemática, em tradução livre.

seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança;” (p. 81)

Esse entendimento sobre semelhança e proporcionalidade concorre na direção da aprendizagem das razões trigonométricas, mesmo que o conteúdo seja discutido com os estudantes apenas no Ensino Médio (neste documento). No entanto, ressaltamos que documentos mais recentes já apresentam a inserção deste conteúdo nos anos finais do Fundamental.

A BCC-PE (2008) traz uma discussão sobre o ensino e a aprendizagem orientada para o desenvolvimento de saberes e competências. O documento realça a articulação da Matemática com as atividades práticas, bem como com as necessidades que surgem em sociedade.

Na sociedade de hoje, permeada por tecnologias de base científica e por crescente acúmulo e troca de informação, é consenso reconhecer que as competências matemáticas se tornaram um imperativo. As mudanças no mundo do trabalho têm sido rápidas e profundas, exigindo capacidade de adaptação a novos processos de produção e de comunicação. (PERNAMBUCO, 2008, p. 71)

Quando faz referência ao uso de materiais concretos em sala de aula, mostra que

é preciso que se exerça permanente vigilância sobre alguns aspectos envolvidos no uso didático de materiais concretos. Deve-se evitar a ilusão de que o uso do material, por si só, exerça um papel positivo sobre a aprendizagem do aluno. Faz-se necessário uma ação prévia de análise das estruturas conceituais subjacentes ao material concreto, é preciso desvendar “a matemática do material”, para que seja eficaz o seu emprego como instrumento auxiliar da aprendizagem da Matemática. (PERNAMBUCO, 2008, p. 125)

Ou seja, o olhar do professor sobre o recurso didático e sua utilização em seu contexto educacional é de extrema importância para sua implementação com êxito, não devendo, portanto, ser negligenciado.

Ao se reportar aos anos finais do Fundamental, nas expectativas de aprendizagem em Geometria, a BCC-PE ressalta a necessidade de se trabalhar com atividades que permitam consolidar a ideia de *semelhança*, que foi iniciada na fase anterior de escolarização. Essas atividades podem envolver a ampliação e redução de figuras planas, nas quais o estudante já deve ser capaz de perceber quais os elementos que se alteram e aqueles que se mantém. “A

consolidação dessas idéias irá permitir, nos últimos anos dessa etapa, a compreensão dos Teoremas de Tales e de Pitágoras [...]” (p. 102).

Não se apresenta explicitamente a orientação para o trabalho com as razões trigonométricas nesta etapa. Porém, pode-se depreender isso quando o documento discute a Geometria no Ensino Médio:

Alguns conceitos estudados no Ensino Fundamental devem ser consolidados, como, por exemplo, as idéias de proporcionalidade, congruência e semelhança, o Teorema de Tales e suas aplicações, nas relações métricas e **trigonométricas nos triângulos** (retângulos e quaisquer) e o Teorema de Pitágoras. (Idem, p. 109, grifo nosso)

Assim, fica evidente que o trabalho com a Trigonometria no triângulo retângulo é orientado para o ensino fundamental, especificamente para os anos finais. Para finalizar esta seção, trazemos os elementos destacados no *NCTM* no contexto do ensino da Geometria, evidenciando alguns pontos que surgem no campo da Álgebra.

Na seção referente à Álgebra, é mostrada como uma das expectativas de aprendizagem “Understand patterns, relations, and functions (Compreender padrões, relações e funções)” tendo como objetivo mais específico “describe, extend, and make generalizations about geometric and numeric patterns (descrever, estender e fazer generalizações sobre padrões geométricos e numéricos)”.

Essas expectativas corroboram com o item do campo Geometria: “Analyze characteristics and properties of two- and three-dimensional geometric shapes and develop mathematical arguments about geometric relationships (Analisar características e propriedades de formas geométricas bidimensionais e tridimensionais e desenvolver argumentos matemáticos sobre relações geométricas)”. Neste item, ao discorrer sobre as expectativas para estudantes das séries 9-12, trazem que os estudantes precisam saber “usar relações trigonométricas para medidas de comprimentos e ângulos”.

Dessa forma, a importância deste conteúdo ser iniciado nos anos finais do Ensino Fundamental fica evidente, de modo mais específico, no 9º ano, uma vez que o mesmo será de grande importância para a compreensão dos conteúdos que seguirão no Ensino Médio, onde haverá o aprofundamento da Trigonometria, através das funções trigonométricas.

6. METODOLOGIA

A lógica é apenas o princípio da sabedoria, e não o seu fim.

Sr. Spock (Star Trek)

Neste capítulo, apresentamos o percurso metodológico do trabalho. Buscando investigar as implicações do uso de uma história em quadrinhos em uma sequência didática para a construção e aprendizagem do conceito de razões trigonométricas, privilegiamos uma abordagem qualitativa. Segundo Oliveira (2014), a abordagem qualitativa envolve “um processo de reflexão e análise da realidade [...] do objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou segundo sua estruturação” (p.37). Além disso, este tipo de abordagem permite uma compreensão e uma visão do todo em suas mais variadas conexões.

Assim, nossa pesquisa possui um caráter qualitativo-discursivo (se assim podemos nominar), uma vez que se debruça em um recurso específico no desenvolvimento de uma sequência didática para a construção de um conceito matemático. Faz-se discursiva, uma vez que seu objetivo não é inserir o material em algum contexto de professores ou estudantes, mas apresentar a HQ (APÊNDICE A) e explicar sua inclusão no ensino a partir das teorias utilizadas para este trabalho.

Para tanto, construímos nossa própria história em quadrinhos, que desenvolve o conceito de Trigonometria no triângulo retângulo, baseando sua inserção em uma sequência didática a partir das discussões da Aprendizagem Significativa segundo Ausubel (1980), que focam nos conhecimentos subsunçores. A pesquisa organizou-se nas seguintes fases:

- Mapeamento de trabalhos que discutem o ensino e a aprendizagem de Trigonometria, bem como de trabalhos que trazem o uso de histórias em quadrinhos na educação.
- Construção da história em quadrinhos: (1) criação do roteiro; (2) Caracterização dos personagens; (3) Montagem e esboço; (4) Finalização.
- Desenvolvimento da sequência didática envolvendo a HQ.
- Desdobramento da HQ, de modo a apresentá-la como um material potencialmente significativo.

O mapeamento dos trabalhos pode ser visto no capítulo dos estudos antecedentes. Como fica claro, a maioria dos estudos relacionam a Teoria da Aprendizagem Significativa

nos processos de ensino e aprendizagem, o que nos trouxe um olhar mais amplo para a mesma no contexto da Educação Matemática, permitindo enxergar como vem sendo discutido o ensino de Trigonometria, assim como os desafios e dificuldades do trabalho com esta área da Matemática.

No estudo de Pereira (2011), o autor elenca os conhecimentos escolares que precisam estar presentes como subsunçores dos estudantes para a aprendizagem de funções trigonométricas (como ângulo, circunferência, relações no triângulo retângulo e funções), desenvolvendo toda a sua intervenção e pesquisa a partir deles. Partindo disso, tomamos para o nosso trabalho com as razões trigonométricas os seguintes “tópicos subsunçores”:

- Ângulos;
- Proporcionalidade;
- Semelhança de triângulos;
- Triângulo retângulo.

Destacamos que, enquanto conhecimentos prévios (escolares ou não) que o estudante precisa ter para iniciar a aprendizagem em Trigonometria, esses conceitos tornam-se subsunçores apenas se estiverem organizados de maneira substantiva e arbitrária na estrutura cognitiva do aluno, de modo a apresentarem relevância na organização do conhecimento (Ausubel, 1980).

No quadrinho, a apresentação dos “conceitos subsunçores” se dá como parte integrante da história (em diálogos, pensamentos ou como um problema a ser resolvido pelos personagens), mas também em situações além da história (problemas e perguntas para o leitor, que não influenciam o seguimento da HQ). Como o trabalho envolve a construção de uma sequência didática, apresentamos aqui o que se caracteriza como uma e de que forma ela pode ser desenvolvida.

De um modo direto, sequência didática (SD) é a maneira pela qual o professor organiza as atividades relativas ao ensino a partir dos procedimentos necessários e do(s) núcleo(s) temático(s) envolvido(s) (Araújo, 2013, p.322-323). Ou seja, é a organização didática do professor mediante um bloco de conhecimentos a ser construído. Segundo Zabala (2007), sequência didática é “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos” (ZABALA apud PERETTI, 2013, p. 6).

Guimarães e Giordan (2013), ao discutirem sobre processos de validação de SD, apresentam que

Sequências Didáticas são também instrumentos desencadeadores das ações e operações da prática docente em sala de aula. Em consequência, a estrutura e a dinâmica da SD são determinantes do planejamento das atividades por meio das quais os alunos vão interagir entre si e com os elementos da cultura. Na elaboração ou no planejamento de uma SD várias ações mediadas são estruturadas, cada qual por meio de ferramentas culturais específicas. [...] Nesta perspectiva o foco de atenção do professor ao elaborar a SD precisa estar no processo e não no produto da aprendizagem (p. 2).

Deste modo, a maneira como as ações serão desenvolvidas em uma sequência precisam estar explícitas e possuir coerência com o conhecimento que se quer construir com os alunos. Nesse sentido, deve-se levar em consideração

aspectos estruturais e organizacionais, tais como articulação com os temas da disciplina, clareza na proposta, adequação do tempo; aspectos conceituais, como abrangência do problema, contextualização; aspectos didáticos, como clareza e adequação dos objetivos, encadeamento dos conteúdos e ações didáticas; aspectos metodológicos, como organização das atividades e formas e procedimentos de avaliação. (LEDUR e MOLON, 2015, p. 4)

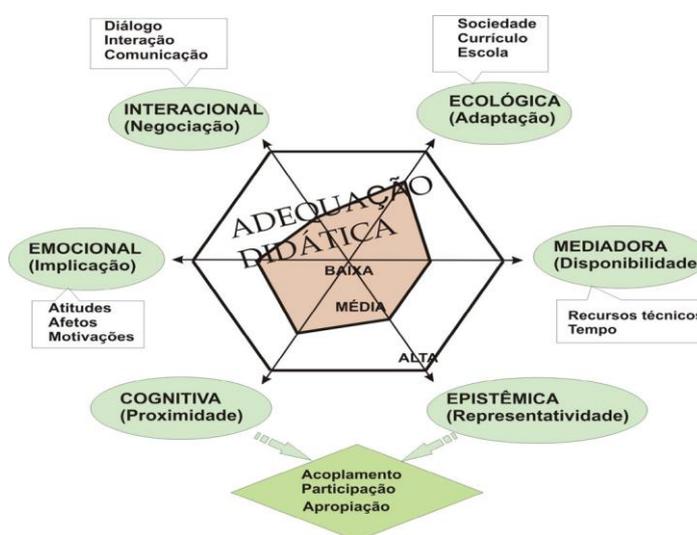
Para analisar e explicar o desenvolvimento da HQ como material potencialmente significativo na sequência didática, nos ancoramos em três perspectivas/classes baseadas nas facetas do conhecimento especializado do conteúdo apresentadas por Godino (2008, 2011) e colaboradores.

Em seus trabalhos, Godino e seus colaboradores desenvolvem uma teoria denominada Enfoque Onto-semiótico do Conhecimento e a Instrução Matemática (EOS) que traz, de forma geral, uma articulação entre as facetas institucionais e pessoas do conhecimento matemático, bem como pressupostos pragmáticos e realistas sobre os significados dos objetos matemáticos. Em suas discussões, busca-se uma unificação e aproximação para a instrução matemática – entendida como o ensino e a aprendizagem de conteúdos específicos no âmbito dos sistemas didáticos – em um modelo ontológico e semiótico (GODINO, 2008).

O modelo ontológico e semiótico da cognição proporciona critérios para identificar os estados possíveis das trajetórias epistêmica e cognitiva e o emprego da “negociação de significados” como noção chave para a gestão das trajetórias didáticas. A aprendizagem matemática é concebida como o resultado dos padrões de interação entre os distintos componentes de tais trajetórias (Idem, p. 11).

A partir dos modelos teóricos propostos no contexto da Educação Matemática, eles propuseram a distinção de seis dimensões em um processo de instrução matemática: epistêmica, docente, discente, mediadora, cognitiva e emocional. Dentro das facetas identificadas na perspectiva do EOS, está atrelada a noção de *adequação didática*⁵ da instrução matemática articulada nos seguintes componentes: adequação epistêmica, cognitiva, interacional, mediacional, emocional e ecológica. A figura abaixo resume estes critérios.

Figura 9. Componentes da adequação didática



Fonte: Godino et al, 2008, p. 24

Além disso, os autores estabelecem conexão entre os componentes, uma vez que eles se inter-relacionam no processo da instrução. Em nosso trabalho, utilizamos a divisão proposta por eles. Os critérios mostram-se nas seguintes perspectivas:

- Perspectiva epistêmico-ecológica – referente à gênese do conhecimento e sua relação com o conhecimento já produzido e reconhecido no campo científico, bem como sua relação com a vida cotidiana e com a comunidade na qual se desenvolve.
- Perspectiva instrucional (mediacional/interacional) – o processo de mediação pelo professor e sua interação com os alunos, bem como os aspectos de adequação ao grau de ensino e ao uso do recurso.

⁵ “Idoneidad didáctica”, no original.

- Perspectiva cognitivo/afetiva – referente à relação da HQ em questões de atitudes e à construção progressiva do conceito e seu possível desenvolvimento pelo aluno, utilizando os princípios de diferenciação progressiva, reconciliação integradora, organização sequencial e consolidação, discutidos e apresentados por Ausubel.

7. RESULTADOS E DISCUSSÕES: VIAJANDO PELA HQ

É o mistério que permanece. Não a explicação.

Neil Gaiman

Este capítulo apresenta todo o desdobramento da sequência didática, com foco nos elementos da história em quadrinhos que desencadeiam todo o processo, explicitando as relações que estabelecem o caráter progressivo da história e sua relação com a construção do conceito em questão. À medida que apresentamos a HQ, diferenciamos um pouco sua relação com os aspectos da teoria de Ausubel.

7.1. Apresentação da sequência didática:

- Conteúdo: Trigonometria no triângulo retângulo (Razões Trigonométricas)
- Objetivos:
 - Identificar a razão existente em figuras semelhantes, em particular, em triângulos e sua relação com os ângulos e os lados.
 - Compreender o conceito de razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente).
- Ano: 9º ano (Anos finais do Fundamental)
- Tempo estimado: Seis aulas
- Desenvolvimento:

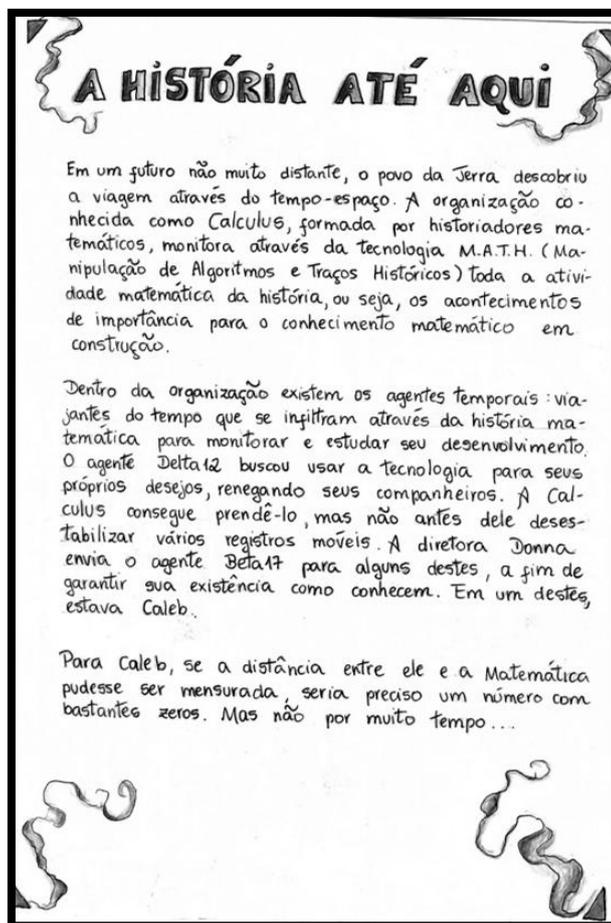
- **1ª etapa (Duas aulas)**

Neste primeiro momento, é apresentada aos estudantes a história em quadrinhos que norteará todo o processo de aprendizagem. A HQ é apresentada como uma leitura que os alunos farão em conjunto, subdivididos em grupos de três a quatro pessoas (dependendo da dinâmica da turma). Uma das primeiras páginas da história apresenta um breve resumo do conteúdo da HQ de modo a deixar o grupo a par do enredo.

O professor comunica aos estudantes que durante a leitura da HQ serão feitas pausas que servirão para a resolução de um problema proposto ou para a discussão de alguma situação apresentada. Esses momentos precisarão ser realizados em conjunto, de modo que todos os estudantes participem ativamente do processo.

A figura a seguir mostra a página de introdução intitulada “A História até Aqui”:

Figura 10. Página introdutória "A História até Aqui".



Fonte: O autor, 2016.

Página inicial: Esta página traz um relato e uma apresentação de personagens que, inicialmente, podem não trazer nenhuma identificação para com os estudantes. Entretanto, esta apresentação inicial surge como um recurso bastante interessante nas histórias em quadrinhos, pois se pode dar continuidade à história partindo-se de pontos variados que o leitor não teve acesso, por exemplo. Em sala de aula, este recurso – página de narrativa introdutória – permite que o professor apresente o conteúdo que será trabalhado, a relação que os personagens têm com o assunto, dentre outras coisas.

Após esta leitura, os alunos seguem com a HQ. Ao longo da mesma, os estudantes podem interagir com as personagens através do recurso narrativo conhecido como “quebra da

4ª parede”. Quadrinhos famosos como as histórias do Deadpool⁶ fazem uso deste recurso para trazer uma maior interação e momentos de alívio cômico ao enredo.

A quebra da 4ª parede ocorre quando um personagem da história se reporta ao leitor, indo além do seu universo. Este conceito surgiu inicialmente no teatro e ocorria quando o ator se reportava ao público em frente ao palco, “quebrando a parede” que separa o cenário do público. “O dramaturgo alemão Bertolt Brecht, dizia que derrubar a quarta parede encorajaria a plateia a ver sua peça de maneira mais crítica, minimizando a alienação” (SALAZAR, ?).

Este recurso pode ser encontrado também no cinema, na TV (séries), nos *games* e até nos livros (na literatura brasileira temos em Machado de Assis, por exemplo).

Figura 11. Quebra da 4ª parede durante a HQ

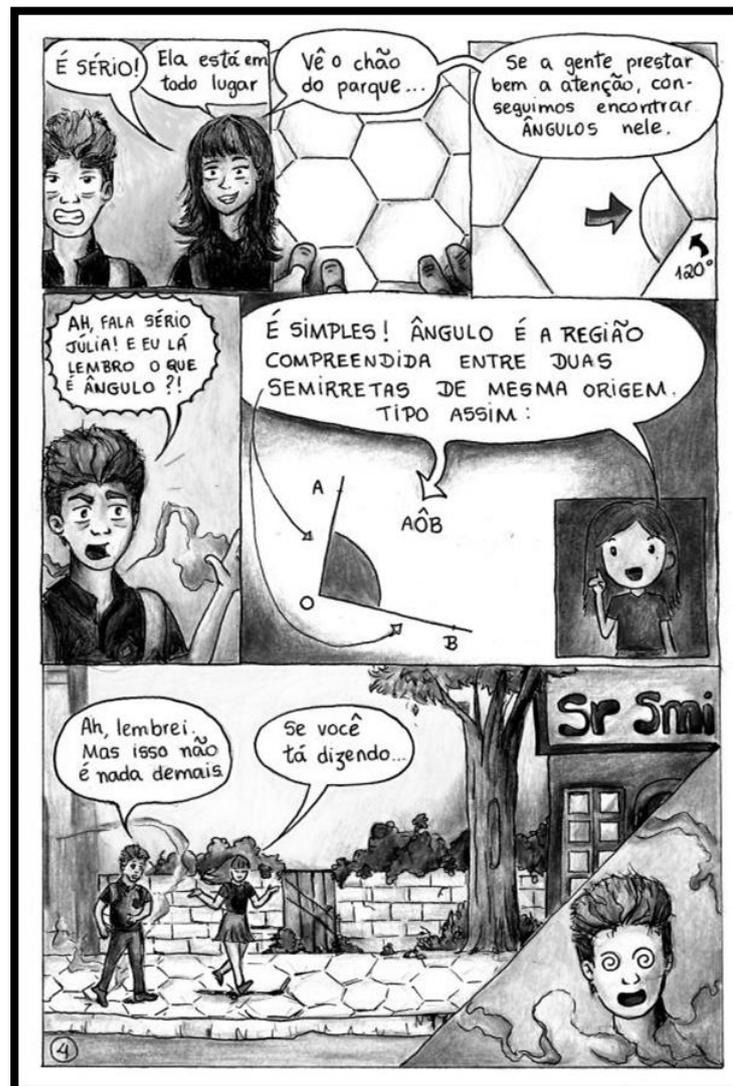


Fonte: O autor, 2016.

⁶ Personagem fictício do Universo Marvel conhecido por sua falta de caráter, suas habilidades de luta e tagarelice.

Com o prosseguimento da leitura, chega-se a primeira página que discute um conteúdo matemático que se relaciona à Trigonometria: ângulos. Dois dos personagens principais interagem e discutem um pouco sobre o conceito (um dos conceitos existentes sobre) de ângulo.

Figura 12. Conceito de ângulo na HQ.



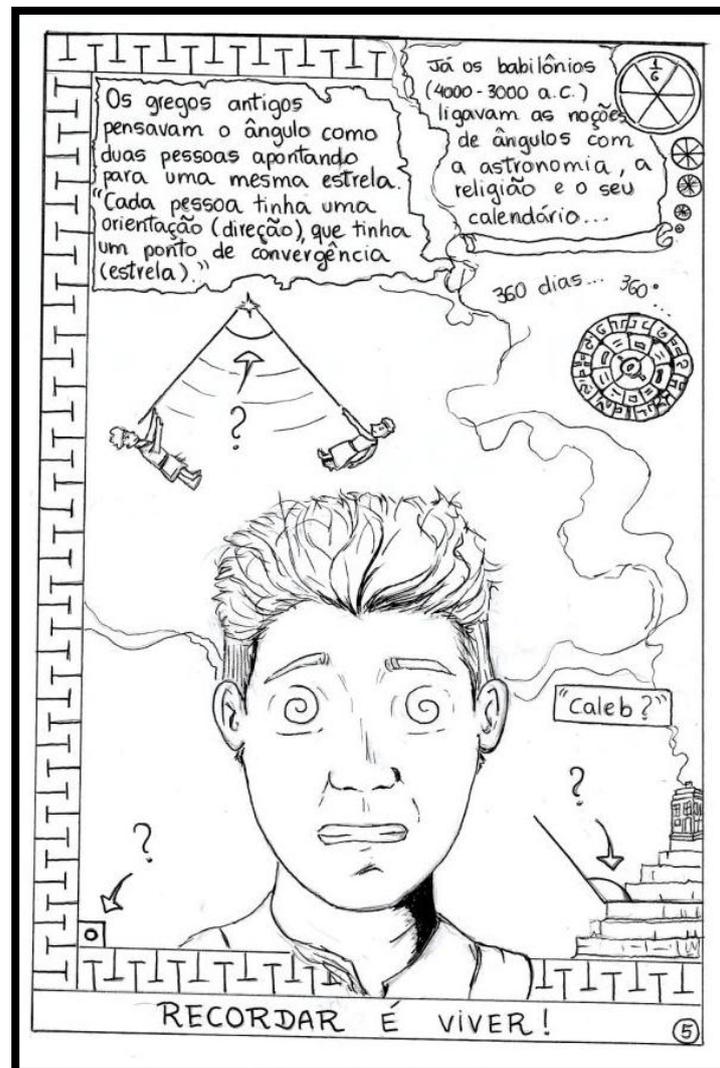
Fonte: O autor, 2016.

Página 4: Como pode ser observado na figura acima, os personagens relacionam o conceito com uma situação rotineira para eles: o chão da calçada, que é formado por hexágonos. Ao fazer essa relação, os estudantes (os alunos em sala) são levados a pensar sobre a presença dos ângulos em seu cotidiano. Caso isso não ocorra espontaneamente, o

professor utiliza-se deste momento para fazê-los refletir. Evidencia-se, então, a importância do trabalho do professor no direcionamento do processo de aprendizagem. Seu papel enquanto facilitador surge quando o mesmo compromete-se em sua abordagem para com os alunos.

Na página seguinte, devido a um aspecto importante da narrativa, um dos personagens tem acesso a discussões de cunho histórico no que concerne ao desenvolvimento do conhecimento matemático em questão.

Figura 13. Ângulos em aspectos históricos.



Fonte: O autor, 2016.

Esses momentos de introdução de aspectos históricos justificam-se pela importância da História da Matemática como um elemento humanizador e que retrata os aspectos de construção do conhecimento matemático. Nunes, Almouloud e Guerra (2010) concebem a História da Matemática como um organizador prévio. Eles postulam que “atividades que apresentem o desenvolvimento histórico de conceitos matemáticos favorecem a passagem do lógico ao psicológico” (p. 542), que remete à interpretação subjetiva do estudante sobre aquilo que lhe foi apresentado. Ao se deparar com a origem ou com as primeiras ideias sobre o conceito estudado, o aluno pode compreender a importância do mesmo na construção do pensamento matemático. Isso pode surgir como um aspecto de motivação para o estudo.

Página 5: Esta página é a primeira na qual surge a legenda “RECORDAR É VIVER”. A frase serve como indicação de uma pausa maior na leitura para discutir-se conhecimentos que se acredita que os estudantes já tiveram contato, tendo suas concepções prévias a respeito do assunto, atreladas a vivências escolares ou não. Caso estas concepções estejam organizadas de maneira substantiva na estrutura cognitiva dos alunos, elas se apresentam como subsunçores (MOREIRA e MASINI, 2006).

O contato com a discussão da gênese da ideia sobre os ângulos pode suscitar nos estudantes reflexões a respeito daquilo que os mesmos trazem de experiências sobre este assunto. Assim, de alguma maneira, a história pode ser relacionável com sua estrutura de conhecimento, facilitando a aprendizagem. Neste momento, o professor faz com que os alunos apresentem suas concepções sobre os ângulos e discutam entre si a fim de chegar a um consenso que seja levado para todo o processo de aprendizagem.

Como mostra a figura 12, além de um breve panorama histórico, esta página apresenta algumas *setas*. Estas indicam que o professor leve os estudantes a pensarem a respeito dos tipos de ângulos. O professor solicita aos estudantes que, utilizando um transferidor, meçam os ângulos em destaque. A partir das respostas, se faz a sistematização:

1. Ângulo agudo = menor que 90°
2. Ângulo reto = igual a 90°
3. Ângulo obtuso = maior que 90°

Segue-se, então com a leitura da HQ. Após a leitura da página 6, os estudantes deparam-se com uma situação vivida pelo personagem Caleb – um dos protagonistas. Ao

chegar atrasado à aula, o professor o interroga a respeito de uma situação discutida em sala. Neste momento, os estudantes são levados a participarem do problema juntamente com o personagem.

Figura 14. Sobre figuras semelhantes.

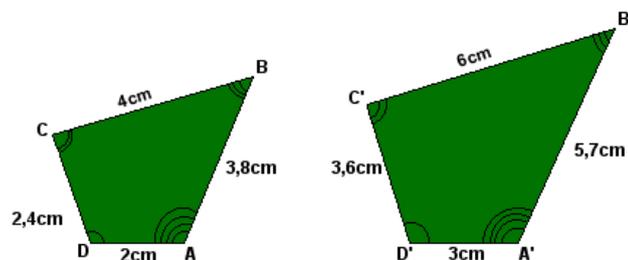


Fonte: O autor, 2016.

Página 7: No terceiro e quarto quadros, o personagem do professor/agente do tempo Beto pergunta a Caleb se as figuras apresentadas na lousa são figuras semelhantes. A seta apontada indica que se pode fazer uso desta situação para trabalhar com os estudantes o conceito de semelhança: o que faz duas figuras serem consideradas semelhantes? Qual a relação existente entre seus lados? E entre seus ângulos?

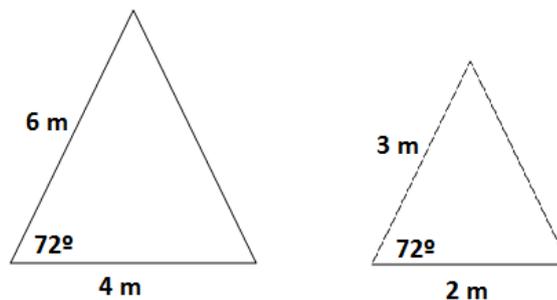
Estas perguntas podem ser direcionadas pelo professor de modo que os estudantes sejam levados a refletir sobre as características da semelhança. Outros exemplos podem ser mostrados para que os estudantes realizem comparações e associações. Neste caso, faz-se uso de um organizador comparativo de modo a “integrar novas idéias com conceitos basicamente similares existentes na estrutura cognitiva, bem como para aumentar a discriminabilidade entre as idéias novas e as já existentes (...)” (MOREIRA e MASINI, 2006, p. 22). Por exemplo, entre as ideias de proporção e de figuras planas.

Figura 15. Situação de semelhança.



Fonte: <http://www.somatematica.com.br/fundam/semelhanca/semelhanca2.php>

Figura 16. Semelhança de Triângulos.



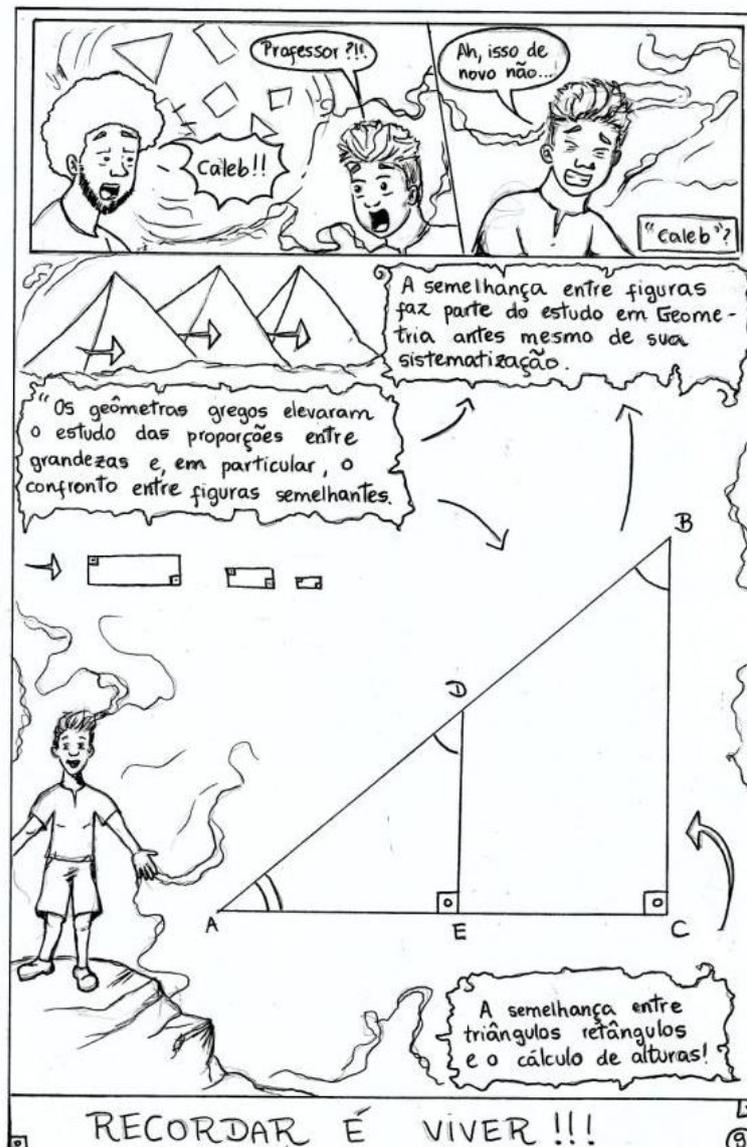
Fonte: <http://www.estudarmatematica.pt/search/label/tri%C3%A2ngulos>

Nesta abordagem sobre semelhança de figuras, dá-se ênfase à semelhança de triângulos, uma vez que este será o polígono que terá mais relevância para a aprendizagem do conteúdo. Assim, pode-se discutir sobre os casos de semelhança de triângulos (LLL, LAL, ALA) para que os alunos fiquem mais familiarizados com as relações existentes neste polígono.

- **2ª Etapa (Duas aulas)**

Este momento inicia-se com a retomada da leitura até a página na qual ela foi encerrada, de modo a relembrar a contexto da história. O quadrinho, neste momento, traz uma situação que envolve figuras planas e que, na página seguinte, é interrompido para discutir a semelhança em triângulos retângulos.

Figura 17. Semelhança e triângulos retângulos.



Fonte: O autor, 2016.

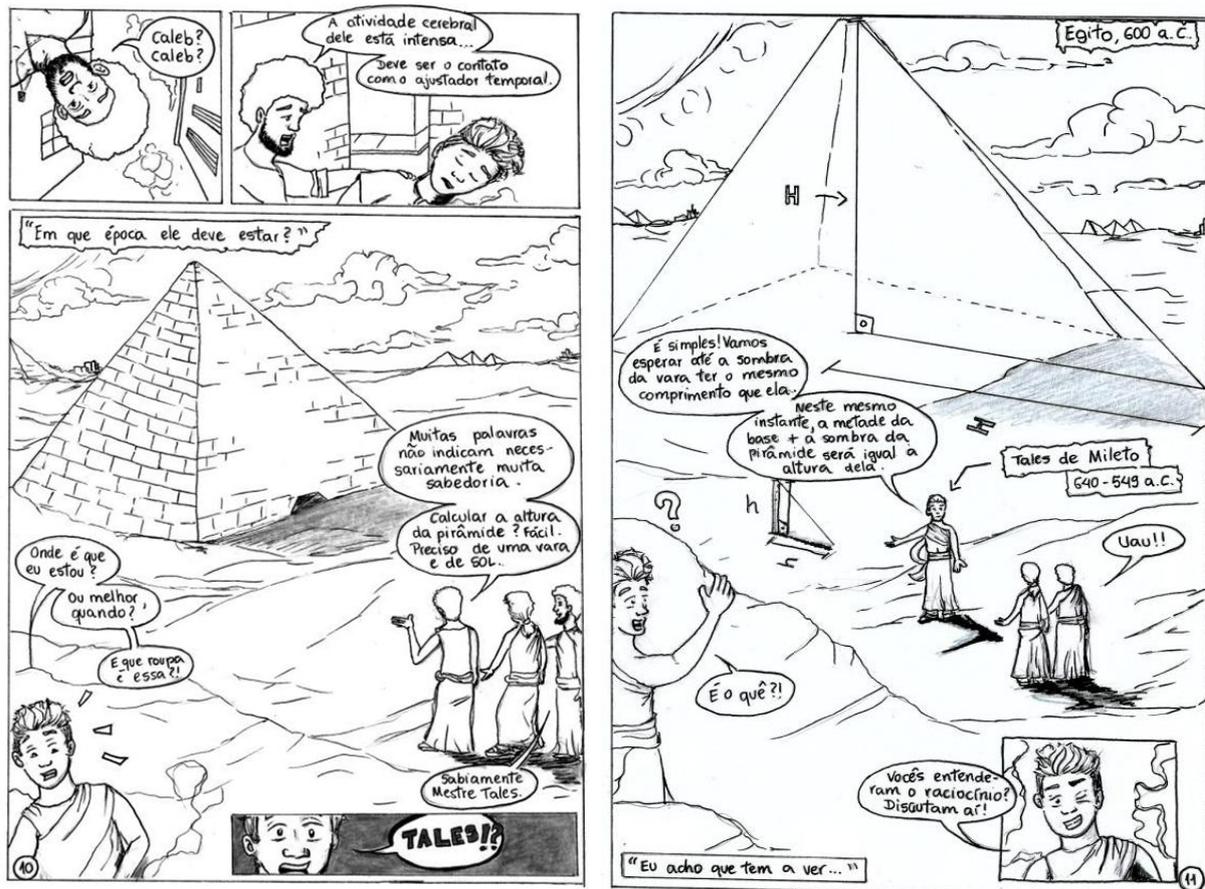
Página 9: Esta página traz novamente o emblema “RECORDAR É VIVER”, mostrando algumas informações históricas que, neste caso, diferenciam-se daquelas

apresentadas na página 5 da HQ. Isto porque nesta (página 9), o contexto histórico não mostra nada relacionado exclusivamente com a construção/gênese do conhecimento matemático em questão. A história, neste caso, serve apenas como uma contextualização para o conteúdo. No entanto, esta página possibilita ao professor:

- Trabalhar a presença dos triângulos nos mais variados cenários (pirâmides, por exemplo).
- Discutir sobre triângulos retângulos (o que os caracteriza) e como a semelhança se aplica aos mesmos (relação entre os lados, razão existente entre eles).

Dando prosseguimento, o personagem Caleb é levado a uma situação na qual ele se encontra com Tales de Mileto⁷ na resolução de um problema bastante famoso.

Figura 18. O problema da altura da pirâmide.



Fonte: O autor, 2016.

⁷ "Considerado o primeiro filósofo da história da humanidade, ao promover um distanciamento da visão mitológica do mundo e buscar as causas primeiras das coisas e fenômenos da natureza com base, exclusivamente, na razão e observação da própria natureza." (INFOESCOLA, Acesso em 15/11/16)

Páginas 10 e 11: Estas páginas permitem a imersão dos estudantes em uma situação que relaciona figuras históricas e a resolução de um problema. Ao lerem, os alunos são confrontados pelo personagem Caleb (que é o único na história que consegue realizar a quebra da 4ª parede) para discutirem o raciocínio do matemático Tales, buscando chegar a uma conclusão sobre a resolução. O professor em sala aproveita este momento e:

- Pede para os grupos discutirem e apresentarem para a turma seu entendimento a respeito do problema;
- Sistematiza, buscando relacionar as falas dos estudantes com o aspecto matemático trabalhado na situação (a semelhança entre os triângulos isósceles que são formados).

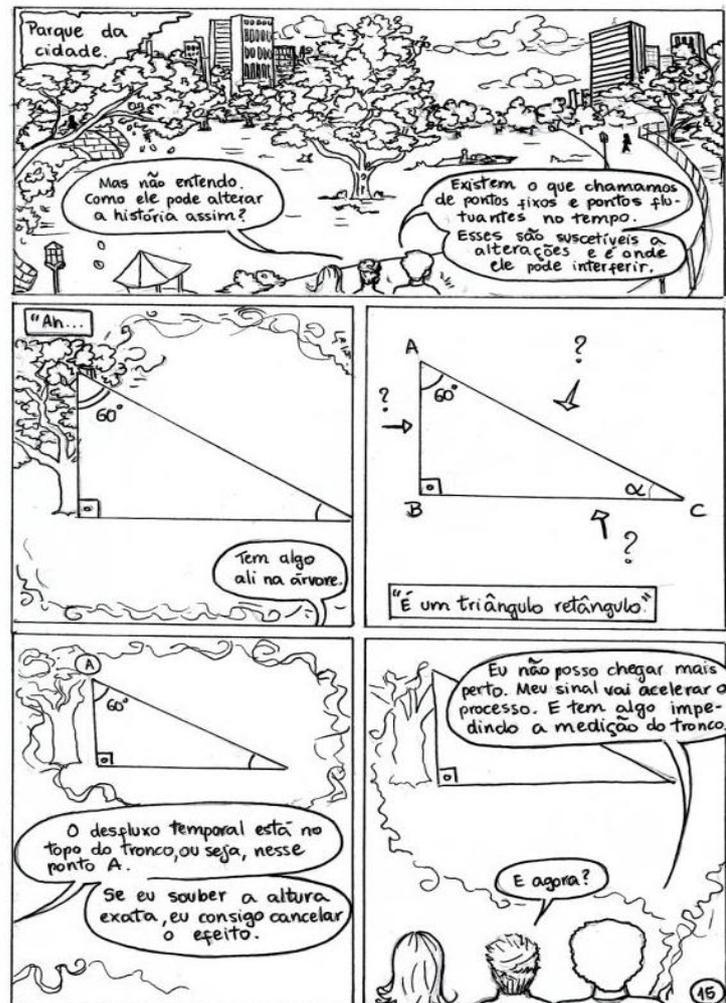
Percebe-se a importância dos conhecimentos prévios dos estudantes, uma vez que estes são mobilizados no momento de reflexão sobre o problema.

Ainda neste momento, o processo de reconciliação integradora pode ocorrer caso os estudantes mobilizem aquilo que aprenderam nas atividades anteriores com o que eles já possuem em sua estrutura cognitiva (conhecimentos sobre triângulos isósceles, por exemplo) que seja relevante para a compreensão dos aspectos matemáticos relacionáveis ao problema.

Outro aspecto importante a ressaltar é que a leitura de uma história em quadrinhos exige de seus leitores um olhar aguçado para a movimentação dos aspectos gráficos. Ou seja, o leitor precisa exercitar seu pensamento de modo a imaginar momentos que não foram expressos, fazendo a interligação com a página ou quadro anterior. Esse movimento imaginativo estimula os métodos de análise e síntese das mensagens, podendo aumentar o caráter analítico dos estudantes (VERGUEIRO, 2014).

Dando continuidade à leitura, após algumas páginas, um novo problema é apresentado. Este problema relaciona-se diretamente com o enredo da história e com o conteúdo que está sendo apresentado ao longo da HQ. Neste ponto da história, Caleb, Júlia e o agente Beta17 são levados ao parque da cidade através do sinal do bracelete do agente. Ao chegarem ao local, deparam com a situação ilustrada na figura abaixo.

Figura 19. O problema do “desfluxo” temporal no parque.



Fonte: O autor, 2016.

Página 15: Ao chegarem ao local da singularidade, os personagens precisam calcular a altura de uma árvore que corresponde a um dos lados de um triângulo retângulo. Desta forma, precisam mobilizar conhecimentos sobre triângulos, ângulos e razão.

Orientação: O professor utiliza as setas para relembrar os nomes dos lados de um triângulo retângulo (hipotenusa, catetos) e como identificá-los. Ao compreenderem o que o problema propõe, o professor pausa novamente a leitura para que os estudantes tentem encontrar maneiras de solucionar a situação.

É reservado um tempo para discussão e sistematização em grupo. Em seguida, é feita a socialização e comparação com a maneira que os personagens resolveram, estabelecendo as semelhanças e diferenças. É importante permitir o processo de argumentação dos estudantes na resolução do problema, dando direcionamentos sempre que necessário.

Figura 20. Resolução do problema da árvore.

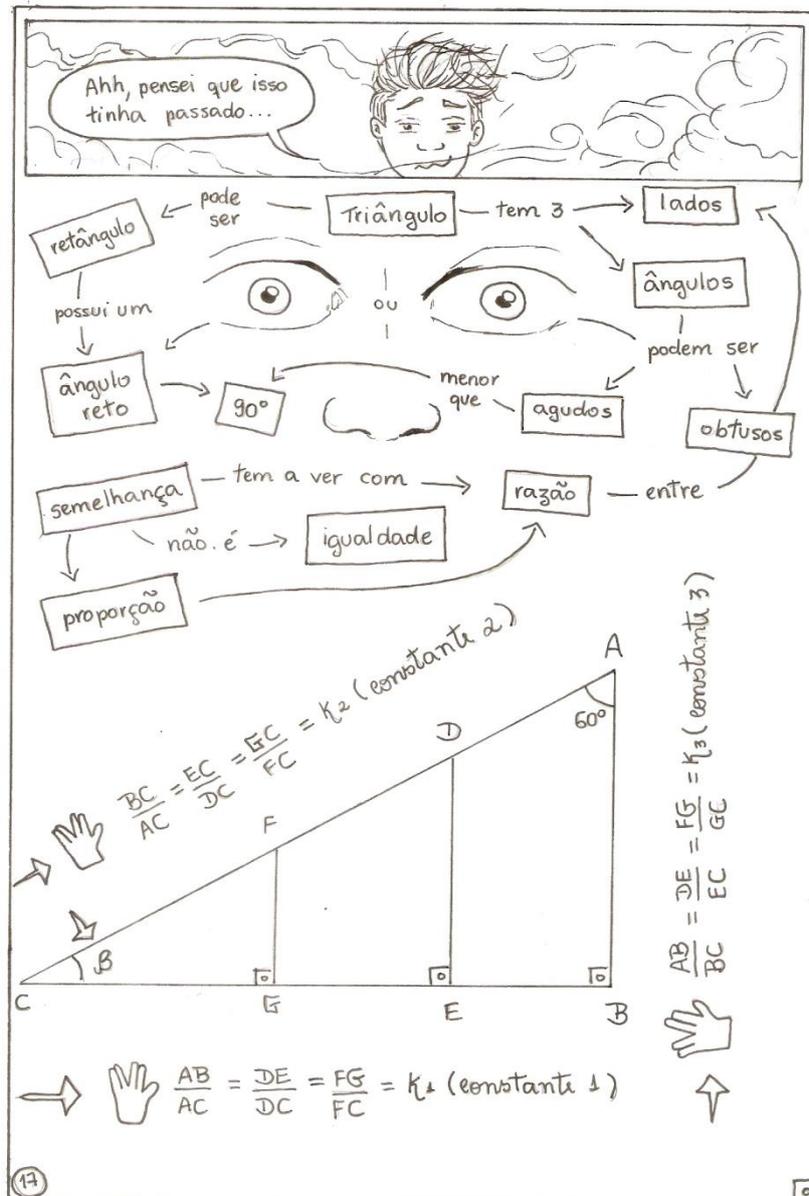


Fonte: O autor, 2016.

▪ 3ª Etapa (Duas aulas)

Este momento é destinado à última etapa da sequência. Dessa forma, após as discussões envolvendo conceitos mais abrangentes e inclusivos, chegamos ao contexto que inicia a abordagem sobre as razões trigonométricas. Fazendo a retomada da página anterior, o leitor é levado juntamente com o personagem Caleb a um novo contexto.

Figura 21. Conceitos e razões.



Fonte: O autor, 2016.

Página 17: Nesta página, o clímax da história se aproxima. O personagem Caleb, mais uma vez entra em estado de “transe”, porém não é levado a nenhum contexto histórico. Desta vez, sua mente entra em contato com um conjunto de palavras organizadas e relacionadas entre si (buscando se relacionar como um mapa conceitual do conteúdo estudado).

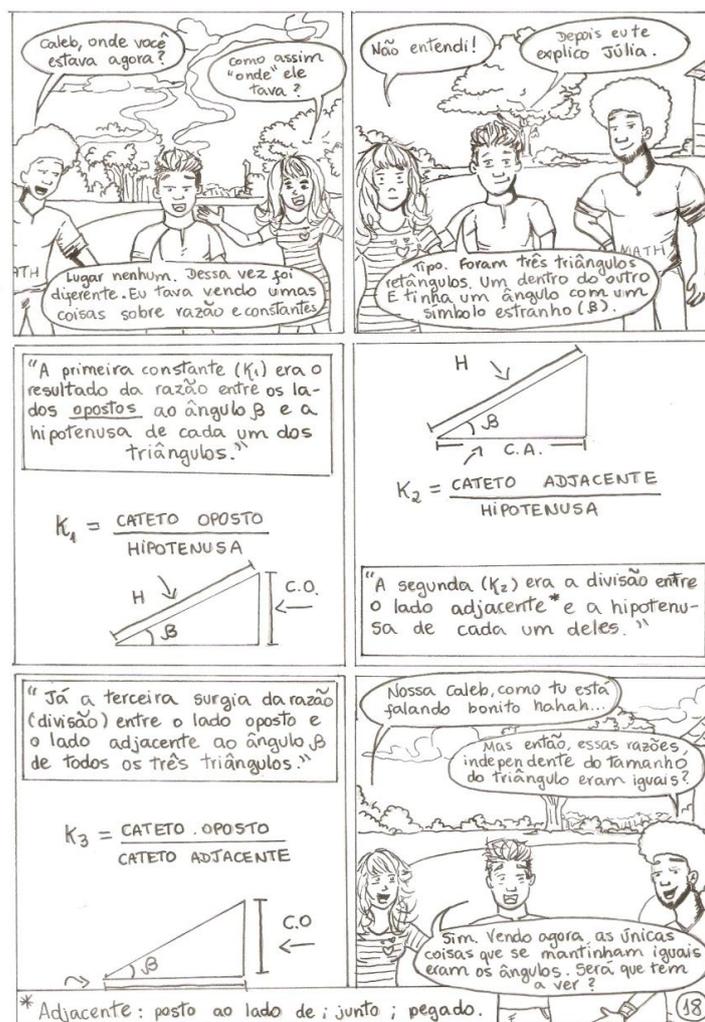
Como se pode ver na figura 21, conceitos como semelhança, triângulo e proporção são retomados. Esta imagem pode fazer com que os alunos relembrem em sua estrutura cognitiva os conceitos discutidos anteriormente e realizar as associações necessárias (dando início ao processo de diferenciação progressiva). Além disso, são apresentadas três constantes que se

relacionam aos triângulos retângulos da página. Assim como nas outras páginas, as setas indicam a intervenção do professor:

- O professor pede que os estudantes meçam as medidas indicadas (AB, BC, etc.) e realizem as divisões, anotando em seus cadernos os resultados obtidos.
- Em seguida, incentiva os estudantes a pensarem na parte dos triângulos que não se altera, buscando relacionar às razões ao ângulo (β) do triângulo.

Após essas reflexões, a leitura das páginas 18 e 19 permite fazer uma sistematização a respeito dessas razões especiais, nomeando-as como as conhecidas razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente).

Figura 22. As razões trigonométricas.



Para finalizar o momento de leitura da HQ, os estudantes são levados a resolver mais um problema que definirá o rumo da história.

Figura 23. Problema final.

com quem você tá falando?!

Precisamos de você ou vocês. Sei que tem alguém aí. O bracelete nos deu os seguintes dados aí de baixo.

∞ Seno de $60^\circ = 0,87$
 ∞ Cosseno de $60^\circ = 0,5$
 ∞ tangente de $60^\circ = 1,73$

HIPOTENUSA \rightarrow
 60°
 24 m
 \uparrow
 CATETO ADJACENTE A 60°

$h = ?$
 \leftarrow CATETO OPOSTO A 60°

"O futuro está nas mãos... ou melhor, nos cálculos de vocês."

DADO (ALTURA):

(21)

Fonte: O autor. 2016.

Página 21: Nesta página, o personagem Caleb dirige-se diretamente ao leitor, convidando-o a ajudar na resolução do problema. Como podemos perceber, são expostos

alguns dados referentes ao seno, cosseno e tangente de um ângulo específico. Assim, o professor toma a frente, evidenciando os seguintes aspectos:

- Qual o lado do triângulo que se quer descobrir?
- Que relação precisa ser utilizada?
- Com qual das três razões trigonométricas essa relação corrobora?

Partindo destes questionamentos, os estudantes buscam resolver o problema, utilizando os conhecimentos trabalhados ao longo da sequência didática e, claro, aqueles relevantes que já existiam em sua estrutura cognitiva. A sistematização do problema ocorrerá como uma página da HQ. Individualmente ou nos grupos formados, o resultado é acrescentado à história e dois finais são possíveis de serem desenhados:

- Os estudantes encontram corretamente a altura e a história finaliza de modo que o futuro é salvo, mantendo o desenvolvimento da história matemática.
- Os estudantes não encontram a altura de forma correta e a história é alterada, causando um futuro distópico. (Neste caso, o professor intervém, para compreender onde os estudantes erraram, fazendo os mesmos repensarem suas estratégias de resolução). Assim, se tem a chance de refazer a arte final.

Por fim, o professor encerra com alguns problemas que relacionem as razões trigonométricas, buscando sanar as dúvidas que possam vir a surgir.

- **Avaliação:**

O processo avaliativo se dá ao longo de todo o desenvolvimento da sequência didática: na participação das discussões; nas apresentações da resolução das atividades em classe, explicando como as realizaram; assim como na finalização com o problema final, participando do desenho da página final da história em quadrinhos.

7.2. HQ como material potencialmente significativo

Esta seção busca tratar da história em quadrinhos discutida na sequência didática como um material potencialmente significativo. Como já foi discutido, um material pode ser

considerado potencialmente significativo quando ele apresenta em sua estrutura uma organização lógica dentro do módulo de estudo que se propõe, buscando fazer com que a internalização feita pelo estudante se dê de forma não arbitrária e substantiva, uma vez que há a possibilidade de ligação com as ideias existentes na sua estrutura cognitiva (MOREIRA e MASINI, 2006). Seu caráter é potencial uma vez que, mesmo com toda essa estrutura de organização, o estudante pode adotar uma estratégia apenas para internalizar o conteúdo de uma forma literal (como um conjunto de palavras em série), memorizando sem dar sentido (AUSUBEL, NOVAK e HANESIAN, 1980, p. 23).

Para melhor demonstrar o caráter significativo (potencial) deste recurso, dividimos as discussões em três perspectivas já explicitadas em nossa metodologia.

A perspectiva epistêmico-ecológica:

Ao trabalharmos um módulo de um conteúdo específico, devemos levar em consideração este conhecimento matemático de acordo com os significados institucionais – como os conceitos, as propriedades e as linguagens – e também como este conhecimento trabalhado em sala de aula ajusta-se ao currículo ou ao projeto educativo da instituição (comunidade) a qual ele se integra, bem como se relaciona com a vida cotidiana e profissional (GODINO, 2011, p. 6)

A BCC de Pernambuco (2008), como já trouxemos anteriormente, evidencia no campo da Geometria para a segunda etapa do Ensino Fundamental, a necessidade de atividades que consolidem a ideia de semelhança.

O aluno já deverá ser capaz de identificar os elementos que não se alteram e aqueles que se modificam, em atividades de ampliação e redução. A consolidação dessas idéias irá permitir, nos últimos anos dessa etapa, a compreensão dos Teoremas de Tales e de Pitágoras, bem como suas aplicações em problemas relacionados ao contexto social do aluno (BCC Pernambuco, 2008, p. 102).

Para fortalecer este argumento, os Parâmetros Curriculares para a Educação Básica do Estado de Pernambuco, na seção **Geometria** para os anos finais do Ensino Fundamental, enfatizam o reconhecimento das figuras planas e espaciais, percebendo suas propriedades, bem como na consolidação da ideia de semelhança (PCPE, 2012, pp. 93-94).

Especificamente para o 9º ano do Ensino Fundamental, uma das expectativas de aprendizagem é “reconhecer as razões trigonométricas (seno, cosseno e tangente) no triângulo

retângulo e utilizá-las para resolver e elaborar problemas” (p. 97). Dessa forma, o desenvolvimento da história em quadrinhos com foco na construção do conceito de razão trigonométrica está de acordo e ajusta-se ao currículo do Estado.

Vale ressaltar que o potencial significativo do material também é determinado por sua relação com ideias relevantes na estrutura cognitiva do aprendiz: caso não haja uma adequação com o nível de ensino, dificilmente obter-se-á este caráter potencial, uma vez que os estudantes não tiveram experiências educacionais prévias que permitam a interação com este novo conhecimento.

Além disso, ao abordar alguns aspectos históricos do desenvolvimento do conhecimento matemático estudado, a HQ trabalha a linguagem e os argumentos matemáticos que fortalecem o estudo. Nesse contexto, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, ao demonstrarem a possibilidade de se recorrer à história da Matemática como um recurso para o ensino, afirmam que

Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. (BRASIL, 1998, p. 42)

Por fim, ao apontar as possibilidades de comunicação advindas da familiaridade com as histórias em quadrinhos, Vergueiro (2014) enfatiza que

Devido aos variados recursos da linguagem quadrinística – como o balão, a onomatopeia, os diversos planos utilizados pelos desenhistas –, os estudantes têm acesso a outras possibilidades de comunicação que colaboram para seu relacionamento familiar e coletivo (p. 23).

Este aspecto evidencia a relação do recurso com a vida cotidiana dos estudantes e com a possibilidade de comparação com outros materiais de comunicação (livros, TV, etc.).

A perspectiva instrucional:

Esta *faceta* compreende os aspectos mediacionais e interacionais que a HQ pode proporcionar dentro da sequência didática. É interessante destacar que a HQ em si não conduz a uma plena aprendizagem dos estudantes, pois a efetivação do recurso dá-se pelo uso que se faz dele. Entretanto, por ser um material diferenciado para o ensino de Matemática, torna-se

um instrumento do qual o professor pode apropriar-se e desenvolver seu trabalho de maneira que o estudante esteja conectado ao processo de maneira sólida, conseguindo construir os conceitos propostos.

Além de permitir a construção progressiva dos conceitos, a estrutura na qual a HQ se apresenta já demonstra a necessidade de se conhecer sua linguagem. Para Motta (2009)

o processo de leitura de imagem requer um complexo exercício mental para atribuição de sentidos, considerando as fases da identificação, da correspondência e a atribuição dinâmica da ação narrativa que caracterizam a percepção visual de uma imagem estática e sua atribuição de significados (p. 48)

Uma vez que este tipo de linguagem circula comumente entre os jovens e seus ambientes de comunicação e lazer, a identificação com a forma de apresentação das informações pode ocorrer de maneira mais natural.

No que concerne ao processo mediacional, existe um aspecto relevante no recurso que faz a ponte com a mediação pelo professor: *as setas*. Elas deixam em destaque situações da história em quadrinhos nas quais o professor pode nortear suas intervenções.

Figura 24. Seta de indicação.



Fonte: O autor. 2016.

Além disso, a linguagem apresentada pelos personagens se assemelha àquela que os estudantes deste nível de escolaridade utilizam. Moreira e Masini (2011), ao discutirem os organizadores prévios, tipos de “pontes cognitivas” entre o que o aluno já sabe e o que precisa saber, afirmam que “para serem úteis, porém, precisam ser formulados em termos familiares ao aluno, para que possam ser aprendidos, e devem contar com boa organização do material de aprendizagem para terem valor de ordem pedagógica” (p. 22). Isto facilita a relação com o

material de estudo, abrindo maiores possibilidades para o melhor desenvolvimento do processo de ensino e de aprendizagem.

Por fim, há de se notar a importância da organização sequencial presente na HQ: os conceitos surgem de modo a estarem conectados com alguma proposição ou ideia abordada anteriormente. “Desta forma, a organização sequencial do assunto pode ser muito eficaz, uma vez que cada novo incremento de conhecimento serve como ponto de esteio para a aprendizagem subsequente” (AUSUBEL *et al*, 1980, p. 164). Todo este processo caminha para a consolidação dos objetivos que se propuseram.

✚ A perspectiva cognitivo-afetiva:

Nesta faceta, destacamos a relação do recurso com os aspectos cognitivos dos estudantes (diferenciação progressiva e reconciliação integradora), bem como com o grau de motivação e interesse destes no processo de estudo.

No que concerne à motivação para a leitura da HQ, baseando-nos em Vergueiro (2014), temos que

[...] há várias décadas, as histórias em quadrinhos fazem parte do cotidiano de crianças e jovens, sua leitura sendo muito popular entre eles. Assim, a inclusão das histórias em quadrinhos na sala de aula não é objeto de qualquer tipo de rejeição por parte dos estudantes, que, em geral, as recebem de forma entusiasmada, sentindo-se, com sua utilização, propensos a uma participação mais ativa nas atividades de aula. [...] A forte identificação dos estudantes com os ícones da *cultura de massa* – entre os quais se destacam vários personagens dos quadrinhos –, é também um elemento que reforça a utilização das histórias em quadrinhos no processo didático (p. 21).

Ausubel *et al* (1980), ao discutirem os fatores afetivos e a motivação em sala de aula, apontam que se deve “elevar ao máximo o impulso cognitivo por meio da ativação da curiosidade intelectual, usando material que atraia a atenção e organizando as aulas de modo a garantir uma aprendizagem bem sucedida” (p. 359). As histórias em quadrinhos surgem neste campo como uma motivação extrínseca para o conteúdo, promovendo a curiosidade e desafiando o senso crítico (VERGUEIRO, 2014, p. 21). Dessa forma, a HQ se mostra como um material de leitura que é aceito pelos estudantes.

Entretanto, para que a aprendizagem seja significativa – que é a intenção principal quando se constrói um material ou módulo de estudo – é necessário que haja uma motivação

do ponto de vista cognitivo. O aluno precisa estar disposto a internalizar o novo conhecimento de modo não arbitrário e não literal (substantivo). Caso contrário, a aprendizagem torna-se mecânica, sem a atribuição de sentido (AUSUBEL *et al*, 1980). Ou seja,

[...] independentemente do quanto de uma determinada proposição é potencialmente significativo: se a intenção do aluno é memorizá-la arbitrariamente e literalmente (como uma série de palavras arbitrariamente relacionadas), tanto o processo de aprendizagem como o produto da aprendizagem serão automáticos (Idem, p. 34).

O aprendiz tem, então, papel extremamente importante no desenvolvimento da aprendizagem significativa, pois se o mesmo não apresentar disposição para tal, ela não pode ocorrer.

Com relação aos aspectos de estruturação e hierarquização dos conceitos, a construção da HQ com foco nos conceitos mais gerais (como figuras semelhantes, razão, triângulos) apresentados inicialmente para depois chegar aos específicos (que seriam as razões trigonométricas no triângulo retângulo) parte das hipóteses de Ausubel de que

“[...] é mais fácil para o ser humano captar aspectos diferenciados de um todo mais inclusivo previamente aprendido, do que chegar ao todo a partir de suas partes diferenciadas; [...] a organização do conteúdo de uma certa disciplina, na mente de um indivíduo, é uma estrutura hierárquica na qual as idéias mais inclusivas estão no topo da estrutura e, progressivamente, incorporam proposições, conceitos e fatos menos inclusivos e mais diferenciados” (MOREIRA e MASINI, 2006, pp. 29-30).

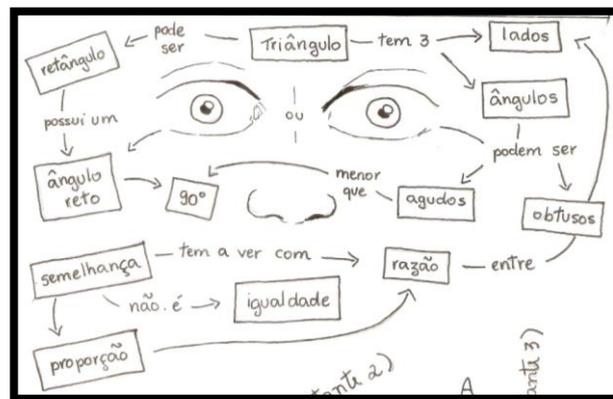
Dessa forma, ao abordarmos um conceito mais geral, como o de razão entre figuras semelhantes, para depois apresentarmos um conceito específico relacionado, os processos de diferenciação progressiva e reconciliação integradora são levados em consideração, pois são apresentados em ordem decrescente de inclusividade (Idem, p. 30).

O processo de diferenciação progressiva pode ocorrer quando os estudantes conseguem diferenciar a ideia de razão entre figuras planas no sentido das razões trigonométricas, que ocorrem especificamente no triângulo retângulo. Ou seja, perceber este conceito mais inclusivo – razão entre figuras planas – no mais diferenciado.

Já a reconciliação integradora pode se desenvolver no momento em que os estudantes são levados a explorar as relações entre as ideias estudadas, levantando semelhanças e

diferenças e reconciliando inconsistências (AUSUBEL *et al*, 1980). Na HQ, a apresentação de relações entre alguns conceitos discutidos pode mobilizar este processo.

Figura 25. Relação entre conceitos na HQ



Fonte: O autor, 2016.

Os conhecimentos relacionados ao conteúdo que se quis trabalhar – as razões trigonométricas – são construídos durante a história para que, caso o estudante não tenha esses conhecimentos presentes de maneira sólida e substantiva em sua mente, a HQ permita que o professor trabalhe-os antes do estudo das razões trigonométricas propriamente. Caso os conceitos já estejam presentes na estrutura cognitiva do aluno, eles serão apenas fortificados ou modificados, de modo a contribuir para a aprendizagem do material novo.

Assim, levando em consideração todos estes aspectos, esta HQ pode ser considerada um material potencialmente significativo para o ensino de Matemática, mais especificamente, de Trigonometria no triângulo retângulo. Mas, como fica claro, seu potencial é explorado apenas nas relações em sala de aula, quando o professor se apropria deste recurso e promove situações que concorram para a aprendizagem significativa, tendo nos estudantes uma resposta recíproca.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Vida longa e próspera.

Sr. Spock (Star Trek)

Inevitável parece ser este momento. Toda história precisa ter um fim definitivo? Talvez este seja o princípio de um fim que leve a outros começos. O objetivo deste trabalho foi investigar como uma sequência didática utilizando uma história em quadrinhos pode favorecer a construção do conceito de razões trigonométricas no triângulo retângulo, identificando seu caráter de potencial significativo. Para tanto, construímos uma história em quadrinhos que desenvolveu progressivamente conceitos que pudessem servir como âncora para a compreensão das razões seno, cosseno e tangente.

O ensino de Matemática hoje ainda é perpassado por diversos preconceitos, que podem influenciar a dinâmica da sala de aula e os processos de ensino e de aprendizagem. Quando nem o professor nem o estudante estão acostumados com a utilização de diferentes recursos didáticos, o desenvolvimento de ações para o ensino que seja permeado por inovações pode sofrer com entraves, tanto do ponto de vista da viabilidade quanto do ponto de vista cognitivo.

Uma vez discutida a inserção da HQ na sequência didática, apresentamos a mesma como um material potencialmente significativo, baseando-nos em três perspectivas: a epistêmico-ecológica, a instrucional e a cognitivo-afetiva. Na perspectiva epistêmico-ecológica, fez-se relação com os documentos oficiais, evidenciando a previsão deste conteúdo para este nível de escolarização. Na segunda, discutimos os processos mediacionais e de interação entre professor-estudante e estudante-estudante, que eram viabilizados pela história em quadrinhos. Observou-se que a mesma pode proporcionar momentos de discussão que ora são levantadas por resoluções propostas pelos personagens ora por situações-problema que surgem ao longo do enredo.

Já a perspectiva cognitivo-afetiva teve como foco as discussões propostas por Ausubel, que relacionam o material instrucional e os processos mentais que ocorrem na estrutura cognitiva do estudante frente a um novo conhecimento a ser aprendido. Mesmo a sequência didática podendo ser designada como um organizador prévio para a aprendizagem

da Trigonometria, não foi nossa intenção apresentar esta discussão, ficando a proposta para outra oportunidade.

Dessa maneira, buscamos mostrar o caráter pedagógico e didático das histórias em quadrinhos quando se tem uma intencionalidade e um objetivo definidos e, assim, expressar como o conceito de razões trigonométricas pode ser desenvolvido. Entretanto, é preciso deixar claro as limitações tanto da pesquisa quanto do recurso.

É evidente que o fato de não inserirmos a HQ em um contexto com estudantes deixa as lacunas de como sua utilização se materializaria em sala de aula. Esta implementação fica como pretensão para pesquisas futuras. Uma das implicações desta abordagem é que a criação de uma história em quadrinhos que tenha em seu desenvolvimento conceitos e ideias matemáticas de modo explícito demanda bastante tempo, uma vez que necessita de reflexão sobre o enredo, os personagens, como os conceitos matemáticos serão trabalhados na história e como se dará o encadeamento lógico entre esses elementos. E tempo é algo que muitas vezes se dissipa na vida do professor.

Além disso, deve-se levar em conta o contexto no qual a HQ irá se inserir: a realidade dos alunos, os conhecimentos que eles trazem consigo, aspectos culturais que eles valorizam. Isso pode gerar uma maior identificação com o material.

Todavia, pode-se pensar em alternativas que promovam a utilização de HQs já existentes e fáceis de serem encontradas, pois “a busca por estratégias que possuam potencial para inovar e melhorar a aprendizagem não se esgotam e são passíveis de aprimoramento constante” (LEDUR e MOLON, 2015, p.7). Neste caso, o professor precisa buscar relacionar a história escolhida com o conteúdo que se quer trabalhar, encontrando uma história em quadrinhos que satisfaça seus objetivos, pois “uma divisão igualitária entre as imagens e os textos utilizados no enredo tornaria a HQ uma estratégia educacional mais completa.” (TESTONI, 2004, pp. 42-43).

Destacamos, mais uma vez, que somente a HQ não fornece subsídios suficientes para a aprendizagem, pois devemos levar em consideração as concepções anteriores dos estudantes (que podem ser equivocadas). Nesse momento, o trabalho do professor é imprescindível: o mesmo precisa ocorrer de modo que o aluno possa externalizar essas concepções e/ou conceitos e construir aqueles que são aceitos cientificamente.

Logo, esperamos que o trabalho possa contribuir para a reflexão de professores e futuros professores sobre a utilização de diferentes recursos didáticos no ensino de Matemática, com foco nas histórias em quadrinhos, bem como para o direcionamento do olhar sobre o estudante de modo a compreender suas vivências e os conhecimentos que o mesmo traz consigo. Esta visão insere o aprendiz em um patamar diferente daquele no qual comumente se acredita que ele está.

Portanto, que as discussões sobre o ensino e sobre a aprendizagem não se percam e possam ser enriquecidas a cada instante, pois buscar a melhoria desses processos também faz parte da carreira docente, se não for uma das principais engrenagens que perfazem este devir... Então,

ao infinito e além!

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, D. L. de. **O que é (e como faz) sequência didática**. Entrepalavras, Fortaleza - ano 3, v.3, n.1, p. 322-334, jan/jul, 2013.
- AUSUBEL, D. P; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia educacional**. Tradução de Eva Nick et al. 2ª ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. . Brasília: MEC /SEF, 1998.
- FORTES, A.W. B: **Razões trigonométricas no triângulo retângulo: uma análise de erros no Ensino Médio**. Dissertação de Mestrado: Centro Universitário Franciscano- UNIFRA – Santa Maria - RS, 2012.
- GODINO, J. D. **Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas**. In: *XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática* (CIAEM-IACME), Recife (Brasil), 2011.
- GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. **Um enfoque onto-semiótico do conhecimento e a instrução matemática**. Acta Scientiae: Revista de Ensino de Ciências e Matemática Vol. 10 – nº 2 - Jul./Dez. p. 7-37, 2008.
- GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula** (Tese – doutorado). Faculdade de Educação, Campinas, SP: Universidade Estadual de Campinas, 2000.
- GUIMARÃES, Y. A. F. GIORDAN, M. **Elementos para validação de sequências didáticas**. In: Atas do IX Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências – IX ENPEC, Águas de Lindóia, SP – 10 a 14 de Novembro de 2013. Disponível em: <http://www.nutes.ufrj.br/abrapec/ixenpec/atas/resumos/R1076-1.pdf> . Acesso em: 01 jun. 2016.
- KLEIN, M. É. Z. **O ensino da trigonometria subsidiado pelas teorias da Aprendizagem Significativa e dos Campos Conceituais** (Dissertação – mestrado) Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática. Porto Alegre: PUC-RS, 2009.
- LEDUR, J. R.; MOLON, G. **Aprendizagem significativa da função seno**. REMAT, Caxias do Sul, v. 1, n. 2, 2015.
- LIMA, N.J: **A aprendizagem significativa em trigonometria sob o ponto de vista de quem ensina e de quem aprende**. Canoas- RGS. Ed. ULBRA, 2013.
- MENDES, I. A. **Atividades históricas para o ensino de Trigonometria**. In: MIGUEL, A. et al. História da Matemática em atividades didáticas. 2ª ed. revisada, São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2009.

MOREIRA, M. A., CABALLERO, M. C.; RODRÍGUEZ, M. L. (Orgs.). **Actas del Encuentro Internacional sobre el Aprendizaje Significativo**. Burgos, España, pp. 19-44, 1997.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel**. 2ª ed. 3ª reimpressão, São Paulo: Centauro, 2011.

MOTTA, S. R. **Compreensão escrita de história em quadrinhos em língua estrangeira**. (Dissertação) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2009.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM). **Standards & Positions**. Disponível em: <http://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/Geometry/>. Acesso em 14 de out. 2016.

NUNES, J. M. V.; ALMOULOU, S. A.; GUERRA, R. B. **O Contexto da História da Matemática como Organizador Prévio**. In: Boletim de Educação Matemática, vol. 23, núm. 35, 2010, pp. 537-561. Disponível em: <http://www.redalyc.org/pdf/2912/291221892026.pdf>. Acesso em: 14 abr. 2016.

OCHABA, S. **1890: Primeira revista em quadrinhos**. Disponível em: <http://www.dw.com/pt/1890-primeira-revista-em-quadrinhos/a-834103>. Acesso em: 16 jul. 2015.

OLIVEIRA, F. C. **Dificuldades no processo ensino aprendizagem de Trigonometria por meio de atividades**. (Dissertação) – UFRN, Natal, 2006.

OLIVEIRA, M. M. de. **Como fazer pesquisa qualitativa**. 6 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

PELIZZARI, A. et al. **Teoria da Aprendizagem Significativa segundo Ausubel**. In: Rev. PEC, Curitiba, v.2, n.1. p.37-42, jul. 2001-jul. 2002.

PEREIRA, C. da S. **Aprendizagem em Trigonometria no Ensino Médio: contribuições da Teoria da Aprendizagem Significativa** (Dissertação). Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, 2011.

PERETTI, L.; TONIN DA COSTA, G. M. **Seqüência didática na Matemática**. Revista da Educação do IDEAU, vol. 8, nº 17, Janeiro - Junho (semestral), 2013.

PERNAMBUCO. Parâmetros para a Educação Básica do Estado de. **Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio**, 2012.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco: matemática** / Secretaria de Educação. - Recife : SE. 2008. 134p.

RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS. Disponível em: <http://www.somatematica.com.br/fundam/raztrig/razoes.php>. Acesso em: 13 de nov. 2016.

RÊGO, R. G.; RÊGO, R. M. **Matemática**. João Pessoa: Universitária/UFPB, INEP, Comped: 2000.

RIBEIRO, E. C: **Material Concreto para O Ensino de Trigonometria**. Monografia de graduação: Universidade Federal de Minas Gerais – BH, 2011.

SALAZAR, V. **A quebra da quarta parede na cultura Pop**. Disponível em: <http://www.taxicafé.com.br/quebra-da-quarta-parede-na-cultura-pop/>. Acesso em: 15 nov. 2016.

SANTOS, R. E. dos.; VERGUEIRO, W. **Histórias em quadrinhos no processo de aprendizado: da teoria à prática**. EccoS – Rev. Cient., São Paulo, n. 27, p. 81-95, jan./abr. 2012.

SILVA, F. Q. da.; FERRARI, H. O. **A webquest como atividade didática potencializadora da educação**. In: Novas tecnologias na Educação, CINTED – UFRGS v. 7, nº 1, 2009.

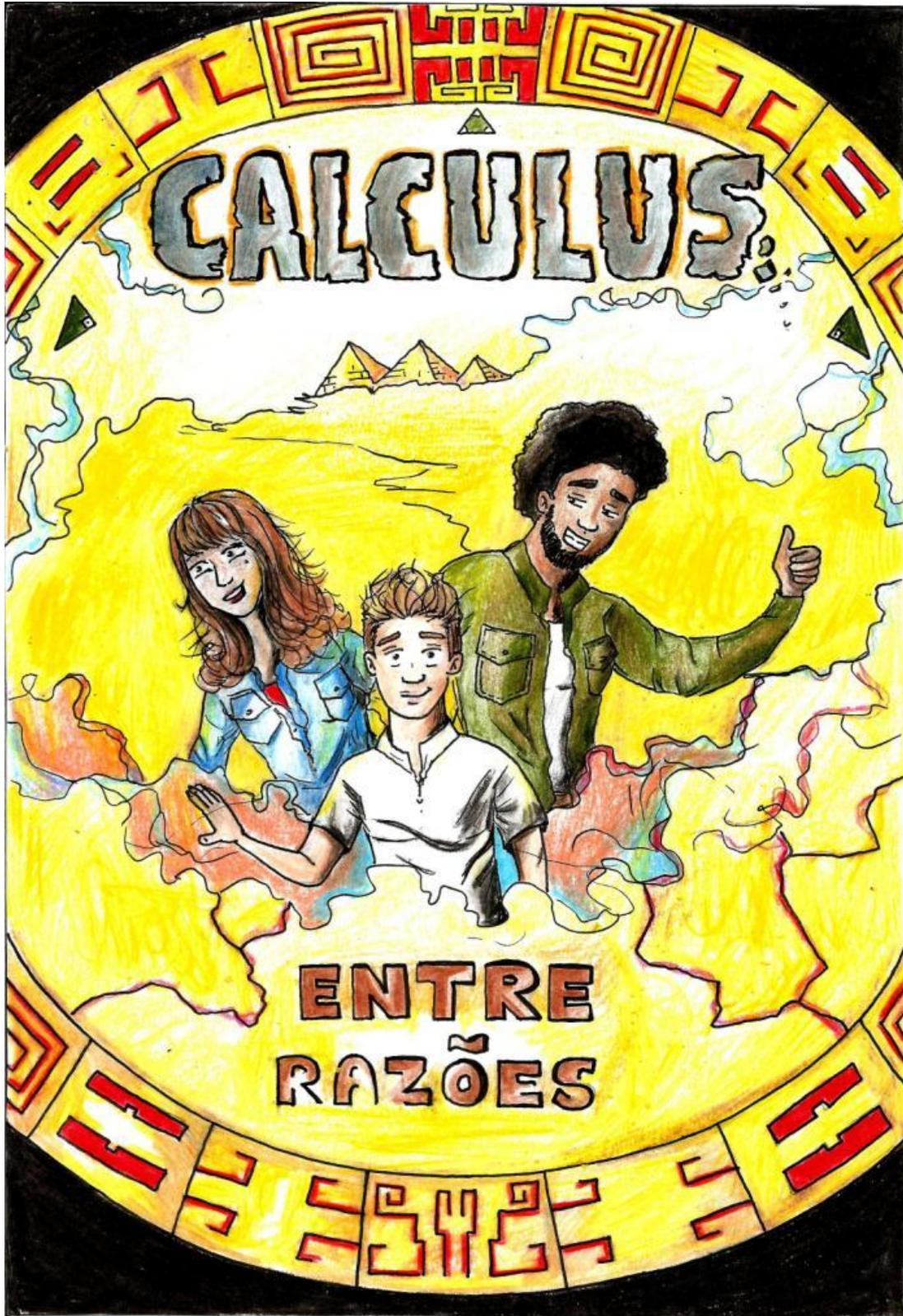
SOUZA, C. A. de.; VICTER, E. das F.; LOPES, J. R. **O uso da história da trigonometria como facilitador da aprendizagem das funções seno e cosseno**. In: Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review – V3(1), pp. 56-70, 2013.

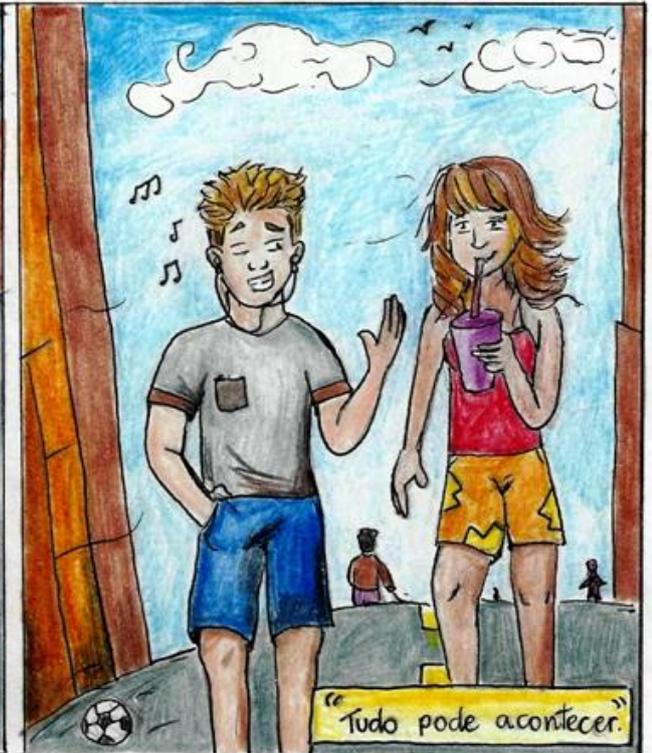
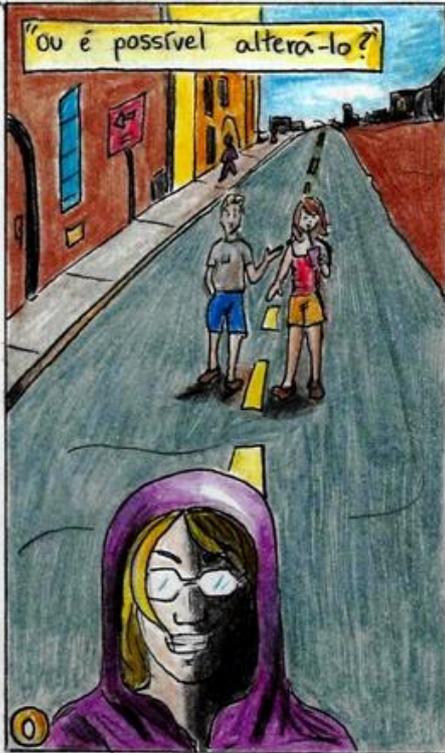
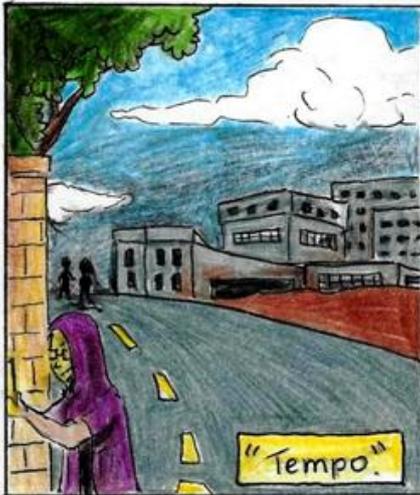
TESTONI, L. A. **Um corpo que cai: As histórias em quadrinhos no ensino de Física** (Dissertação – mestrado). Universidade de São Paulo, Faculdade de Educação, 2004.

VERGUEIRO, W. **Uso das HQs no ensino**. In: RAMA, A.; VERGUEIRO, W. (Orgs). Como usar as histórias em quadrinhos na sala de aula. 4ª ed., 2ª reimpressão. – São Paulo: Contexto, 2014. – (Coleção Como usar na sala de aula).

VIGANÓ, V. C. R. **Uma proposta pedagógica para a Aprendizagem Significativa de Trigonometria** (Dissertação – mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Caxias do Sul, 2015.

APÊNDICE A – HQ “CALCULUS: ENTRE RAZÕES”







A HISTÓRIA ATÉ AQUI

Em um futuro não muito distante, o povo da Terra descobriu a viagem através do tempo-espaço. A organização conhecida como Calculus, formada por historiadores matemáticos, monitora através da tecnologia M.A.T.H. (Manipulação de Algoritmos e Traços Históricos) toda a atividade matemática da história, ou seja, os acontecimentos de importância para o conhecimento matemático em construção.

Dentro da organização existem os agentes temporais: viajantes do tempo que se infiltram através da história matemática para monitorar e estudar seu desenvolvimento. O agente Delta12 buscou usar a tecnologia para seus próprios desejos, renegando seus companheiros. A Calculus consegue prendê-lo, mas não antes dele desestabilizar vários registros móveis. A diretora Donna envia o agente Beta17 para alguns destes, a fim de garantir sua existência como conhecem. Em um destes, estava Caleb.

Para Caleb, se a distância entre ele e a Matemática pudesse ser mensurada, seria preciso um número com bastantes zeros. Mas não por muito tempo...





Como assim hoje é aula de Matemática? Não eram nas quartas?

$\sqrt{b^2}$ $\Delta = 0$
 $a^2 = b^2 + c^2$
 $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x$

O ÂNGULO DO OBSERVADOR

A professora Ana tirou licença pela gravidez, lembra? Tiveram que adaptar o horário para o substituto.

Putz!! Mas um professor pra dizer o quanto a Matemática é FASCINANTE...

Mas ela é, Caleb. Mesmo eu não entendendo algumas coisas.

Júlia →

E vocês, o que acham?



"Sei..."

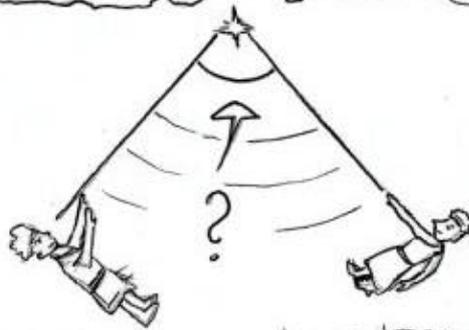


Os gregos antigos pensavam o ângulo como duas pessoas apontando para uma mesma estrela. "Cada pessoa tinha uma orientação (direção), que tinha um ponto de convergência (estrela)."

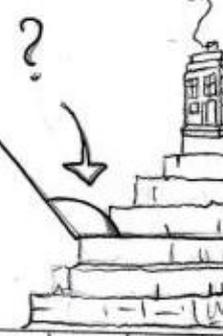
Já os babilônios (4000-3000 a.c.) ligavam as noções de ângulos com a astronomia, a religião e o seu calendário...



360 dias... 360°



"caleb?"



?

RECORDAR É VIVER!

5





Em algum lugar no centro da cidade.

"Agente Betata falando."

Eu sei disso chefa. Vou acessar a sondagem temporal agora.

Só preciso de um lugar seguro.

MATH

Sob a mesma razão

14:07

"Acessar."

WOW! WOW!

ENTRADA

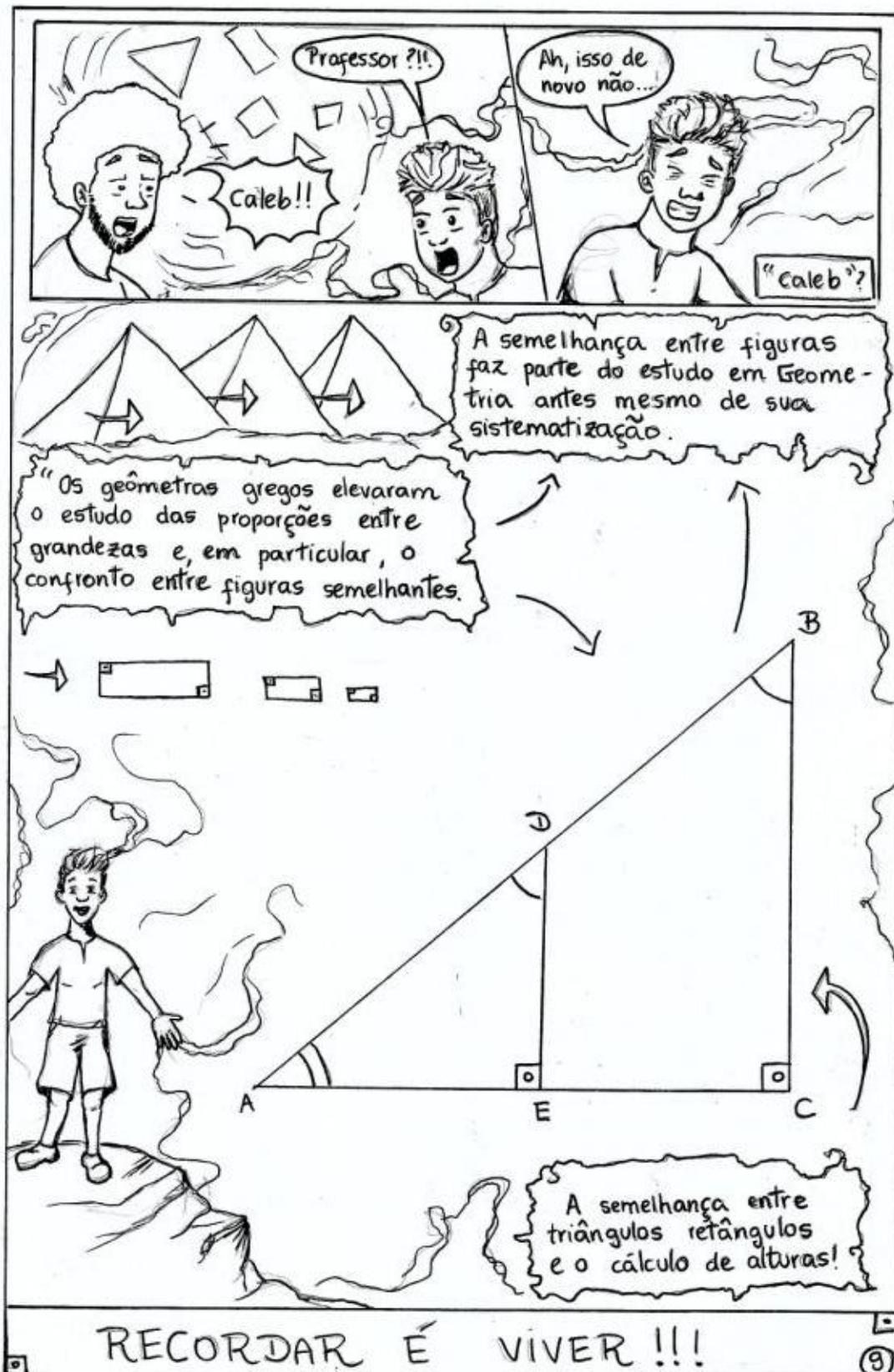
Humm, acredito que tenho que agrupar as figuras semelhantes.

As leituras indicam isso...

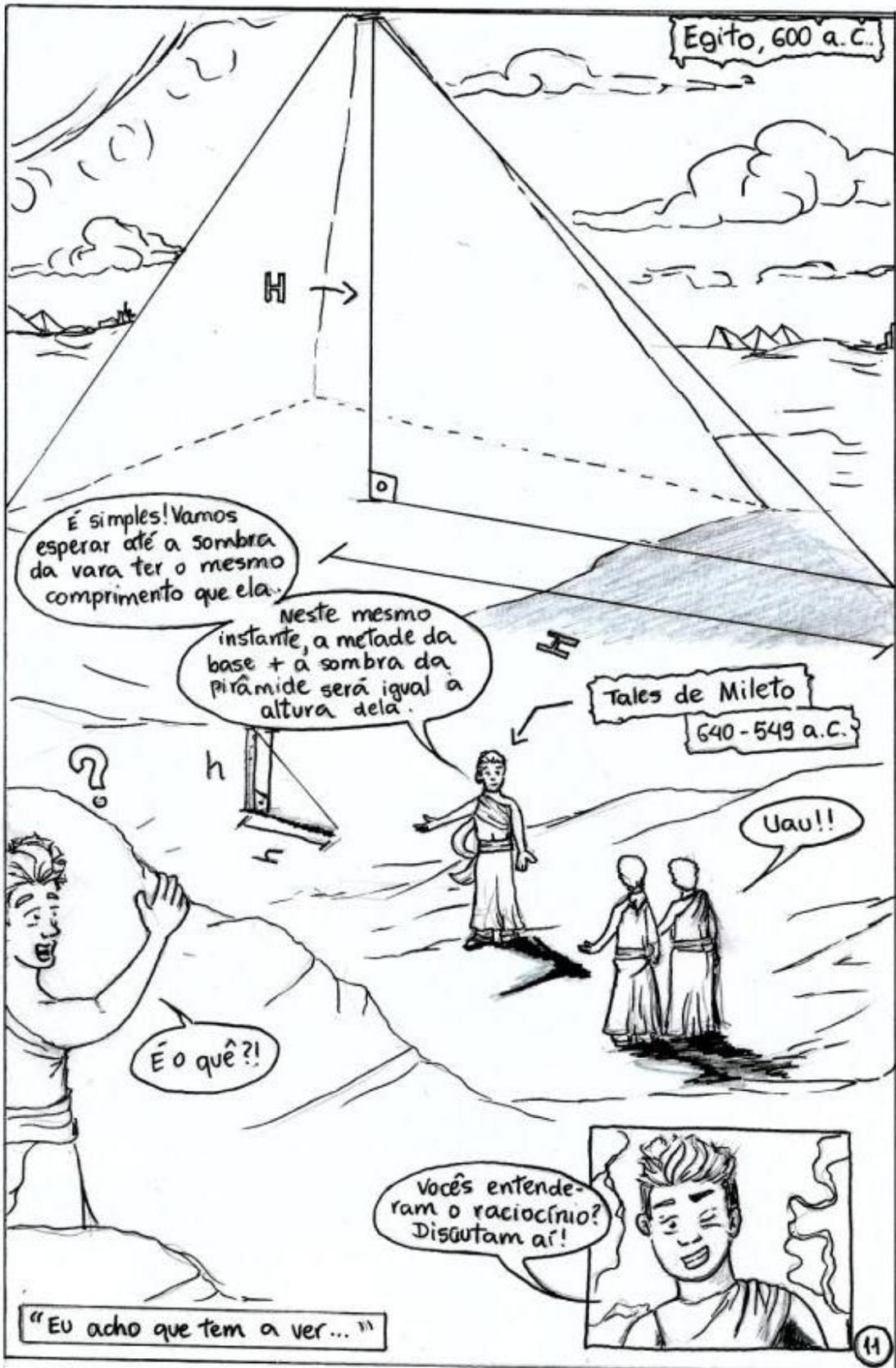
8

Aquele não é o professor Beto?

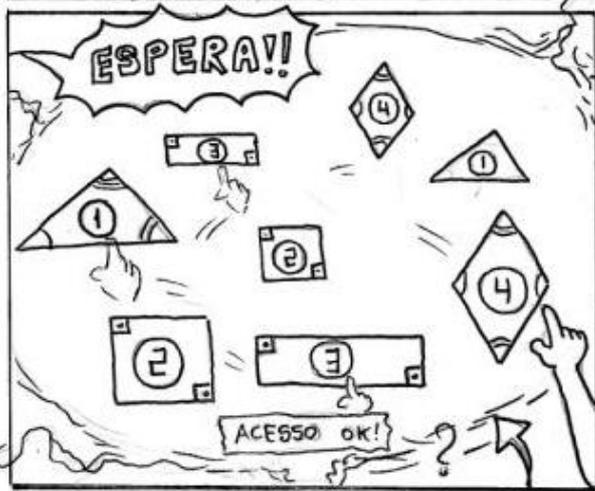
Mas o que...













Já sei. A gente traça uma semirreta paralela a AB dentro do triângulo. Tipo:

E por semelhança. Acharmos AB (altura).

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{DC}$$

00:00

Você consegue medir esses segmentos?

Claro! Boa, Júlia!!

MATH 02:36

Agora eu preciso ser rápida. Desde que comecei a calcular, o desfluxo ativou uma contagem regressiva.

Vai explodir?!

MATH 02:07

Não. Mas se ele ativar a interferência, a mudança será inevitável!!

Então VAI!!

Consegui!!

MATH 16

Ahh, pensei que isso tinha passado...

Diagram illustrating the classification and properties of triangles:

- Triângulo** (Triangle)
 - tem 3 **lados** (sides)
 - tem 3 **ângulos** (angles)
 - can be **retângulo** (right-angled)
 - possui um **ângulo reto** (right angle)
 - is 90°
 - angles can be **menor que agudos** (smaller than acute) or **obtusos** (obtuse)
- semelhança** (similarity)
 - tem a ver com **razão** (ratio)
 - is not **igualdade** (equality)
 - leads to **proporção** (proportion)

Geometric diagram showing a right-angled triangle ABC with angle B = 60°. Two vertical lines DE and FG are drawn from the hypotenuse AC to the base BC, perpendicular to it. The diagram illustrates the similarity of triangles and the resulting proportions:

$$\frac{BC}{AC} = \frac{EC}{DC} = \frac{FC}{AC} = k_2 \text{ (constante 2)}$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EC} = \frac{FG}{GE} = k_3 \text{ (constante 3)}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DC} = \frac{FG}{FC} = k_1 \text{ (constante 1)}$$

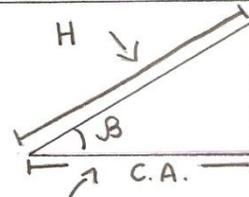
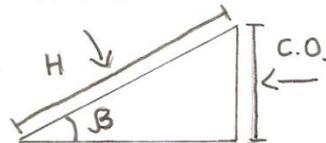
Hand icons indicate the correspondence of sides in the similarity relations.

(17)



"A primeira constante (K_1) era o resultado da razão entre os lados opostos ao ângulo β e a hipotenusa de cada um dos triângulos."

$$K_1 = \frac{\text{CATETO OPOSTO}}{\text{HIPOTENUSA}}$$

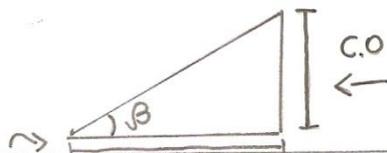


$$K_2 = \frac{\text{CATETO ADJACENTE}}{\text{HIPOTENUSA}}$$

"A segunda (K_2) era a divisão entre o lado adjacente* e a hipotenusa de cada um deles."

"Já a terceira surgia da razão (divisão) entre o lado oposto e o lado adjacente ao ângulo β de todos os três triângulos."

$$K_3 = \frac{\text{CATETO OPOSTO}}{\text{CATETO ADJACENTE}}$$



* Adjacente: posto ao lado de; junto; pegado.





Com quem você tá falando?!

Precisamos de você ou vocês. Sei que tem alguém aí. O bracelete nos deu os seguintes dados aí de baixo.

∞ Seno de $60^\circ = 0,87$
 ∞ Cosseno de $60^\circ = 0,5$
 ∞ tangente de $60^\circ = 1,73$

$h = ?$
 ← CATETO OPOSTO A 60°

24 m
 ↑
 CATETO ADJACENTE A 60°

HIPOTENUSA →

60°

"O futuro está nas mãos... ou melhor, nos cálculos de vocês."

DADO (ALTURA):

(21)