



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

MATHEUS NIKOLAOS CARNEIRO BRUNET

**APLICAÇÃO DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA EM OPERAÇÕES DE
FRATURAMENTO HIDRÁULICO EMPREGANDO ELEMENTOS FINITOS
ESPECIAIS DE INTERFACE**

Recife

2020

MATHEUS NIKOLAOS CARNEIRO BRUNET

**APLICAÇÃO DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA EM OPERAÇÕES DE
FRATURAMENTO HIDRÁULICO EMPREGANDO ELEMENTOS FINITOS
ESPECIAIS DE INTERFACE**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de concentração: Simulação e Gerenciamento de Reservatórios de Petróleo.

Orientador: Prof. Dr. Igor Fernandes Gomes.

Recife

2020

Catálogo na fonte
Bibliotecária Margareth Malta, CRB-4 / 1198

B895a Brunet, Matheus Nikolaos Carneiro.
Aplicação da simulação numérica em operações de fraturamento hidráulico empregando elementos finitos especiais de interface / Matheus Nikolaos Carneiro Brunet. - 2020.
121 folhas, il., gráfs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Igor Fernandes Gomes.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2020.
Inclui Referências e Apêndice.

1. Engenharia Civil. 2. Elementos finitos especiais de interface. 3. Fraturamento hidráulico. 4. Propagação de fraturas. 5. Injeção de água. 6. Estimulação de poços. I. Gomes, Igor Fernandes (Orientador). II. Título.

UFPE

624 CDD (22. ed.) BCTG/2021-175

MATHEUS NIKOLAOS CARNEIRO BRUNET

**APLICAÇÃO DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA EM OPERAÇÕES DE
FRATURAMENTO HIDRÁULICO EMPREGANDO ELEMENTOS FINITOS
ESPECIAIS DE INTERFACE**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração: Simulação e Gerenciamento de Reservatórios de Petróleo.

Aprovada em: 16/12/2020

BANCA EXAMINADORA

participação por videoconferência
Prof. Dr. Igor Fernandes Gomes (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

participação por videoconferência
Prof. Dr. José Antônio Barbosa (examinador interno)
Universidade Federal de Pernambuco

participação por videoconferência
Prof.^a Dr.^a Leila Brunet de Sá Beserra (examinadora externa)
Universidade Federal de Pernambuco

participação por videoconferência
Dr. Ricardo Wanderley de Oliveira (examinador externo)
Petróleo Brasileiro

Dedico este trabalho a Deus que me deu forças para concluí-lo e a minha família por todo o apoio.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me guiar, me iluminar, cuidar de mim e me conceder forças para superar as dificuldades e realizar este trabalho.

Aos meus pais José Leite Brunet e Fátima Brunet, que além de pais, sempre foram amigos e acreditaram em mim mais do que eu mesmo.

A Ewerson de Almeida e Tânia Coutinho, que sempre estiveram ao meu lado e, também, foram pais para mim.

Aos meus irmãos João Pedro, Yuri, Ewerson e Renally pelo companheirismo e pelas palavras de incentivo.

Ao meu orientador, Professor Dr. Igor Fernandes Gomes, pela orientação, paciência, ensinamentos e apoio durante esses anos de trabalho.

Aos Professores Dr. Leonardo do Nascimento Guimarães e Dra. Leila de Sá Beserra, pelas inúmeras contribuições e ensinamentos.

Aos amigos da UFPE, por todo companheirismo, aprendizado, palavras de apoio e momentos compartilhados, em especial à Daniel, Bruna, Matheus, Bruno, Dilayne, Laís, Priscila, Rose, Nina e Jonathan.

À Rafhaela Félix por todo companheirismo e amizade. Obrigado!

Ao CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, a *Energi Simulation* e a Petrobras, pelo suporte financeiro e apoio à pesquisa.

Enfim, agradeço a todos que contribuíram de alguma forma para a realização deste trabalho.

Muito obrigado!

RESUMO

O fraturamento hidráulico está relacionado a várias etapas da exploração à produção de reservatórios petrolíferos convencionais e não convencionais, podendo ser empregado em testes de integridade para obtenção de dados sobre o estado de tensões em subsuperfície, na estimulação de poços para o aumento de produtividade e em operações de recuperação secundária com o objetivo de garantir as vazões de projeto em poços de baixa produtividade/injetividade. Um dos grandes desafios da indústria de petróleo é prever o comportamento de fraturas geradas durante operações que envolvem o fraturamento hidráulico, de forma a diminuir as incertezas e riscos envolvidos e aumentar a eficiência das operações. Partindo da necessidade em se aprimorar a modelagem e a previsão do comportamento do fraturamento hidráulico, três diferentes cenários sob condições de fraturamento foram modelados utilizando o método dos elementos finitos em duas dimensões com elementos especiais de interface e um modelo constitutivo baseado na mecânica do dano contínuo para modelar o início e propagação de fraturas hidráulicas. O fluxo de fluidos foi descrito pela lei de Darcy e um método totalmente acoplado foi utilizado para realizar a análise do fluxo de fluidos em meios porosos deformáveis. As análises realizadas tiveram como objetivo principal avaliar se a metodologia numérica utilizada é capaz de reproduzir o início e a propagação de fraturas hidráulicas a partir de poços verticais em reservatórios de petróleo impermeáveis e permeáveis, como ocorre nos testes de integridade e operações de estimulação, bem como em reproduzir a propagação de fraturas em condições análogas ao processo de injeção de água acima da pressão de fratura. Os resultados mostraram que a metodologia utilizada foi capaz de reproduzir o início e a propagação de fraturas nos três cenários analisados. Os resultados adicionalmente mostraram que a difusão de fluido para o reservatório tem impacto direto na pressão de fraturamento e nas dimensões das fraturas geradas.

Palavras-chave: elementos finitos especiais de interface; fraturamento hidráulico; propagação de fraturas; injeção de água; estimulação de poços.

ABSTRACT

Hydraulic fracturing is related to several stages from exploration to the production of conventional and unconventional reservoirs. This process can be used in well integrity tests to obtain subsurface stress data, in the stimulation of wells to increase productivity and in waterflooding operations to ensure high project flow rates in wells with low injectivity. One of the major challenges of the oil industry is to predict the behavior of fractures generated during hydraulic fracturing, in order to reduce the uncertainties and risks and increase the efficiency of operations. Based on the need to improve the modeling and prediction of hydraulic fracturing behavior, three different scenarios under fracture conditions were modeled using the finite element method in two dimensions with special interface elements and a constitutive model based on damage mechanics approach to model the beginning and propagation of hydraulic fractures. Fluid flow was described by Darcy's law and a fully coupled scheme was used to perform an analysis of fluid flow in deformable porous media. The main objective of the analyzes was to evaluate if the numerical methodology used in this work can reproduce the beginning and propagation of hydraulic fractures from vertical wells in impermeable and permeable oil reservoirs, as occurs in the tests of integrity and stimulation jobs, as well as to reproduce the propagation of fractures in conditions similar to the waterflooding under fracture conditions. The results demonstrated that the application of the methodology used was able to reproduce the beginning and propagation of fractures in the three likely scenarios. In addition, the results also have shown that fracturing pressure and the dimensions of the fractures are directly related to diffusion of fluid to the reservoir.

Keywords: special interface elements; hydraulic fracturing; fracture propagation; water injection; well stimulation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Sólido constituído de material elástico, homogêneo e isotrópico sujeito a um carregamento axial.	23
Figura 2 - Sólido com a presença de um furo elíptico sujeito a um carregamento axial.	23
Figura 3 - Sólido com a presença de um furo circular sujeito a um estado de tensões anisotrópico; (A) distribuição de tensões ao longo de sólido e (B) representação de tensões atuantes em coordenadas polares.	25
Figura 4 - Distribuição da tensão tangencial ao longo do eixo x para um sólido com furo circular sujeito a um carregamento axial ao longo do eixo y.	26
Figura 5 - Modos de fraturamento.	26
Figura 6 - Fratura inclinada sujeita a um estado de tensões anisotrópico.	27
Figura 7 - Distribuição de tensão axial com relação a distância da ponta da fratura.	29
Figura 8 - Comparativo entre a distribuição da tensão no entorno de uma fratura para o modelo elástico e elastoplástico.	30
Figura 9 - Sólido com uma fratura de comprimento a sujeito a um carregamento axial σ_{yy}	32
Figura 10 - Balanço energético da fratura.	33
Figura 11 - Comparativo entre a distribuição da tensão no entorno de uma fratura para o modelo de fratura coesiva.	36
Figura 12 - Rocha porosa e permeável confinada em uma célula sujeita a uma carga axial σ_{yy}	38
Figura 13 - Esquema de um teste de absorção.	40
Figura 14 - Curva típica de um ensaio de absorção estendido.	40
Figura 15 - Fraturamento hidráulico de um poço vertical em região danificada.	42
Figura 16 - Representação do fraturamento hidráulico em estágios em um poço horizontal.	43
Figura 17 - Esquema de injeção <i>five-spot</i>	44
Figura 18 - Comparação entre o fraturamento em um regime de difusão em (a) uma e (b) duas dimensões.	46
Figura 19 - Cargas atuantes em um poço vertical.	47
Figura 20 - Tensão tangencial efetiva para diferentes pressões de poço.	48
Figura 21 - Geometria da fratura do modelo KGD.	52
Figura 22 - Geometria da fratura planar elíptica.	53

Figura 23 - Comparativo do fraturamento hidráulico em no meio contínuo e meio no meio discreto utilizando a metodologia adotada. Rocha intacta no (a) contínuo e (b) discreto. Rocha fraturada no (a) contínuo e (b) discreto.	57
Figura 24 - Sólido com uma fratura de comprimento a sujeito a um carregamento axial externo σ_{yy}	59
Figura 25 - (a) Elemento unidimensional intacto sujeito a uma força axial (F) e (b) o mesmo elemento unidimensional em processo de degradação sujeito ao mesmo carregamento axial (F).	60
Figura 26 - Diagrama tensão-deformação de material com comportamento de abrandamento exponencial.	63
Figura 27 - Fluxograma do algoritmo de integração IMPL-EX para o modelo de dano à tração	66
Figura 28 - Elemento finito triangular.	67
Figura 29 - Etapas da fragmentação de malha. (a) Malha original de elementos finitos, (b) fragmentação da malha original, (c) inserção dos elementos especiais de interface (azul), (d) detalhe da malha fragmentada.	71
Figura 30 - Geometria e condições de contorno (a) hidráulicas e (b) mecânicas.	74
Figura 31 - Geometria e condições de contorno (a) hidráulicas e (b) mecânicas.	77
Figura 32 - Geometria do problema com região fragmentada no entorno de L_0	79
Figura 33 - Malhas com diferentes refinamentos na região fragmentada.	80
Figura 34 - Geometria e condições de contorno (a) hidráulicas e (b) mecânicas.	81
Figura 35 - Distribuição das tensões tangencial e radial a partir do poço ao longo do eixo x para as soluções analítica e numérica.	83
Figura 36 - Pressão de injeção vs. tempo.	84
Figura 37 - Comprimento de fratura vs. tempo para as rochas impermeável e permeável.	86
Figura 38 - Máxima espessura de fratura vs. tempo para as rochas permeável e impermeável.	86
Figura 39 - Campo de pressões ao redor da fratura para rochas (a) impermeável e (b) permeável no tempo $t=50s$	87
Figura 40 - Distribuição de pressão normal a fratura a partir do poço no tempo $t = 50 s$	88
Figura 41 - Campo de tensões totais σ_h ao redor de fraturas com comprimento igual a 4m nos meios (a) impermeável (b) permeável.	88

Figura 42 - Pressão de injeção no poço vs. tempo para rocha (a) impermeável (b) permeável.	89
Figura 43 - Pressão de início de fraturamento vs. vazão de injeção para as rochas impermeável e permeável.	90
Figura 44 - Distribuição de pressão normal a fratura a partir do poço no tempo para a rocha impermeável (a) e permeável (b) para ($V_{inj}=6$ L).	92
Figura 45 - (a) Comprimento de fratura e (b) máxima espessura de fratura na rocha permeável para as diferentes vazões de injeção.	93
Figura 46 - Comportamento da (a) pressão de faturamento e (b) comprimento de fratura para a solução semi-analítica e numérica.	95
Figura 47 - Campo de pressão durante a pressurização nos tempos (a) $t = 1,33 \times 10^{-4}$ dias, (b) $t = 8,74 \times 10^{-4}$ dias,	95
Figura 48 - Variável de dano obtida nos tempos (a) $t = 5,57 \times 10^{-3}$ dias, (b) $t = 1,92 \times 10^{-2}$ dias, (c) $t = 1$ dia.	97
Figura 49 - Distribuição de pressão com o tempo ao longo do reservatório.	98
Figura 50 - Campo de pressões do reservatório no tempo $t = 1$ dia.	99
Figura 51 - Comportamento da (a) pressão de faturamento e (b) comprimento de fratura para diferentes espessuras de elemento de interface.	100
Figura 52 - Comportamento da (a) pressão de faturamento e (b) comprimento de fratura para diferentes refinamentos de elemento de interface.	101
Figura 53 - Comportamento da (a) pressão de faturamento e (b) comprimento de fratura para diferentes passos de tempo.	102
Figura 54 - Variável de dano obtida no tempo $t = 1$ dia para os diferentes refinamentos da região de interesse.	103
Figura 55 - Comportamento da (a) pressão de faturamento e (b) comprimento de fratura para diferentes refinamentos.	104
Figura 56 - Comprimento de Fratura vs. tempo (a) e comprimento de fratura vs. volume injetado (b) para a pressão de produção constante e diferentes vazões de injeção.	105
Figura 57 - Pressão de injeção para diferentes vazões de injeção e pressão de produção constante.	106
Figura 58 - Comprimento de Fratura vs. tempo para uma vazão de injeção constante ($90 \text{ m}^3/\text{d}$) e diferentes pressões de produção.	107

Figura 59 - Campo de pressões após 50 dias de simulação para a pressão de produção de 18 MPa e vazão de injeção de 90m ³ /d.	108
Figura 60 - Campo de pressões após 50 dias de simulação para a pressão de produção de 18 MPa e vazão de injeção de 90m ³ /d.	108
Figura 61 - Pressão de injeção vs. tempo para uma vazão de injeção constante e diferentes pressões de produção.	109

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Propriedades de rocha e fluido adotadas na simulação.	74
Tabela 2 - Condições de contorno adotadas nas simulações.	75
Tabela 3 - Propriedades de rocha e fluido.	77
Tabela 4 - Condições de contorno.	77
Tabela 5 - Propriedades de rocha e fluido adotadas nas simulações.	81
Tabela 6 - Condições de contorno adotadas nas simulações.	82

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	17
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	17
1.2	MODELAGEM NUMÉRICA UTILIZANDO A TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DE MALHA, ELEMENTOS FINITOS ESPECIAIS DE INTERFACE E O MODELO CONSTITUTIVO DE DANO À TRAÇÃO	19
1.3	OBJETIVOS	19
1.3.1	Objetivo geral.....	19
1.3.2	Objetivos específicos.....	20
1.4	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	20
2	CONCEITOS BÁSICOS DA MECÂNICA DA FRATURA	22
2.1	CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES.....	22
2.1.1	Estado de tensões no entorno de um furo circular	24
2.1.2	Estado de tensões no entorno de uma fratura.....	26
2.2	MODELOS DE PROPAGAÇÃO DE FRATURA.....	30
2.2.1	Mecânica da fratura linear	30
2.2.1.1	Critério da intensidade de tensão	30
2.2.1.2	Critério energético	31
2.2.2	Mecânica da fratura não linear	35
2.2.2.1	Modelo de fratura coesiva	35
3	CONCEITOS BÁSICOS DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO	38
3.1	INTRODUÇÃO	38
3.2	APLICAÇÕES DO FRATURAMENTO HIDRÁULICO	39
3.2.1	Teste de absorção (<i>Leak-off test</i>)	39
3.2.2	Estimulação de reservatórios.....	41
3.2.3	Injeção de água	43
3.3	MODELOS ANALÍTICOS	46
3.3.1	Modelos de pressão de início de fraturamento e pressão de ruptura	46
3.3.2	Modelos de propagação.....	50
3.3.2.1	Modelo de propagação de fratura planar sob regime de difusão em uma dimensão – KGD	51
3.3.2.2	Modelo de propagação de fratura planar sob regime de difusão em duas dimensões	53

4	METODOLOGIA NUMÉRICA	56
4.1	INTRODUÇÃO	56
4.2	MODELO CONSTITUTIVO DE DANO A TRAÇÃO.....	58
4.2.1	Algoritmo de integração implícito-explicito (IMPL-EX) aplicado ao modelo constitutivo de dano à tração	64
4.3	ELEMENTOS FINITOS ESPECIAIS DE INTERFACE	66
4.3.1	Comportamento mecânico dos elementos especiais de interface	67
4.3.2	Comportamento hidráulico dos elementos especiais de interface	69
4.3.3	Modelo de evolução da permeabilidade nos elementos especiais de interface	70
4.4	TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DE MALHA	70
5	CASOS DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO ESTUDADOS	72
5.1	CASO 1: INÍCIO E PROPAGAÇÃO DE UMA FRATURA A PARTIR DA PAREDE DE UM POÇO VERTICAL.....	73
5.1.1	Análise do campo de tensões no entorno do poço	75
5.1.2	Análise do efeito da permeabilidade no início e propagação de fraturas.....	75
5.1.3	Análise do efeito da vazão de injeção no início e propagação de fraturas.....	75
5.2	CASO 2: PROPAGAÇÃO DE UMA FRATURA EM ESCALA DE RESERVATÓRIO	76
5.2.1	Análise comparativa entre simulação numérica e solução semi-analítica.....	78
5.2.2	Análise do efeito da espessura dos elementos especiais de interface na simulação do fraturamento hidráulico	78
5.2.3	Análise do efeito do comprimento dos elementos especiais de interface na simulação do fraturamento hidráulico	78
5.2.4	Análise do efeito do passo de tempo na simulação do fraturamento hidráulico	79
5.2.5	Análise do efeito do tipo de inserção dos elementos de interface na simulação do fraturamento hidráulico	79
5.3	CASO 3: INÍCIO E PROPAGAÇÃO DE UMA FRATURA A PARTIR DE UM POÇO DE INJEÇÃO NA PRESENÇA DE POÇOS DE PRODUÇÃO.	80
5.3.1	Análise do efeito da vazão de injeção na propagação da fratura	82
5.3.2	Análise do efeito da pressão de produção na propagação da fratura	82
6	RESULTADOS E DISCUSSÃO	83

6.1	CASO 1: INÍCIO E PROPAGAÇÃO DE UMA FRATURA A PARTIR DA PAREDE DE UM POÇO VERTICAL.....	83
6.1.1	Análise do campo de tensões no entorno do poço	83
6.1.2	Análise do efeito da permeabilidade no início e propagação de fraturas.....	83
6.1.3	Estudo do efeito da vazão de injeção no início e propagação de fraturas em meios com diferentes permeabilidades.	89
6.1.4	Conclusões parciais.....	93
6.2	CASO 2: PROPAGAÇÃO DE UMA FRATURA EM ESCALA DE RESERVATÓRIO	94
6.2.1	Análise comparativa entre simulação numérica e solução semi-analítica.....	94
6.2.2	Análise do efeito da espessura dos elementos especiais de interface na simulação do fraturamento hidráulico	100
6.2.3	Análise do efeito do comprimento dos elementos especiais de interface na simulação do fraturamento hidráulico	101
6.2.4	Estudo do efeito do passo de tempo na simulação do fraturamento hidráulico	102
6.2.5	Análise do efeito do tipo de inserção dos elementos de interface na simulação do fraturamento hidráulico	103
6.2.6	Conclusões parciais.....	104
6.3	CASO 3: INÍCIO E PROPAGAÇÃO DE UMA FRATURA A PARTIR DE UM POÇO DE INJEÇÃO NA PRESENÇA DE POÇOS DE PRODUÇÃO.....	105
6.3.1	Análise do efeito da vazão de injeção na propagação da fratura	105
6.3.2	Efeito da pressão de produção na propagação da fratura	107
6.3.3	Conclusões parciais.....	110
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	111
7.1	CONCLUSÕES	111
7.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	112
	REFERÊNCIAS.....	113
	APÊNDICE A – ACOPLAMENTO HIDROMECAÂNICO	120

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

O fraturamento hidráulico pode ser definido como sendo o processo de início e propagação de fraturas promovido, principalmente, por uma carga hidráulica. No contexto da engenharia de reservatórios de petróleo, os processos de formação e propagação de fraturas hidráulicas acontecem quando a menor tensão compressiva e a resistência a tração da rocha são superadas pela pressão do fluido no interior da rocha. (FJAER *et al.*, 2008).

O fraturamento hidráulico está intimamente envolvido com diversas etapas da exploração à produção de reservatórios petrolíferos. Segundo Aadnoy (2011), um dos casos em que o fraturamento hidráulico pode ser empregado ocorre durante a perfuração de poços de petróleo nos chamados testes de integridade, como é o caso do teste de absorção (*leak-off test*). Neste teste, pequenas fraturas são criadas nas proximidades do poço com o objetivo de se conhecer o estado de tensões atuante no reservatório, informação que é especialmente importante para gerenciar as condições impostas nas operações realizadas no poço durante a vida produtiva do reservatório. (LEE, BIRCHWOOD e BRATTON, 2004).

Conforme apresentado por Economides e Nolte (2000), Palsson *et. al.* (2003) e Ibrahim e Nasr-El-Din (2018), o fraturamento hidráulico também pode ser empregado em operações de estimulação de poços, que são operações que tem, geralmente, como objetivo aumentar a produtividade/injetividade dos poços em reservatórios convencionais e não convencionais.

Segundo Renpu (2011) e Rosa, Xavier e Carvalho (2006), os processos de perfuração e completação podem ser responsáveis por danificar a formação no entorno do poço (efeito película), que consiste na diminuição da permeabilidade e, conseqüentemente, do potencial produtivo dos poços de produção. Neste caso, a estimulação tem como objetivo fraturar a rocha hidráulicamente de forma a criar canais que ultrapassem totalmente a região danificada em uma profundidade suficiente para garantir o restabelecimento ou aumento da produção. (SMITH e MONTGOMERY, 2015).

No desenvolvimento de reservatórios não convencionais, como é o caso da produção de gás em folhelhos (*shale gas*), devido à baixa permeabilidade das formações, a estimulação por meio do fraturamento hidráulico tem como objetivo criar uma rede de fraturas que servem como caminhos preferenciais que possibilitam a produção de hidrocarbonetos (ZOBACK e KOHLI, 2019).

Além dos testes de integridade e operações de estimulação de poços em reservatórios convencionais e não convencionais, o fraturamento hidráulico pode estar associado também a operações de injeção de água. (SOUZA *et. al.*, 2005).

A injeção de água é uma operação largamente utilizada na indústria de petróleo com o objetivo de manter a pressão média do reservatório durante a etapa de produção ou restabelecer os níveis de pressão de poros após a depleção promovida pela recuperação primária. A água injetada no reservatório funciona como um pistão empurrando o óleo presente no reservatório em direção aos poços de produção (BAUTISTA e TELEGHANI, 2017; TERRY e ROGERS, 2015).

Apesar de não ser o objetivo principal da injeção de água, o fraturamento hidráulico do reservatório pode estar associado a esta operação, em um procedimento conhecido como injeção de água acima da pressão de fratura (*IAFP – Injection above fracture pressure* ou *IFPP – Injection above parting pressure*). Neste caso, a necessidade de se fraturar hidráulicamente o reservatório está, geralmente, relacionada à baixa injetividade dos poços, seja por esta ser naturalmente baixa, como é o caso de reservatórios com baixa permeabilidade, ou devido a sua redução, que pode ser promovida pela baixa qualidade da água de injeção. Em ambos os casos, para se alcançar as vazões de projeto se torna necessário o aumento da pressão até às condições de fraturamento (HOEK *et. al.*, 2008; ZHANG, WU e LIU, 2016; GADDE e SHARMA, 2001; SOUZA *et. al.*, 2005; PEDROSO *et. al.*, 2009; MAZO e SCHIOEZER, 2015; ALI *et. al.*, 1994; COSTA, MAZO e SCHIOEZER, 2009).

Um grande desafio durante operações que envolvem a formação de fraturas, independente do cenário, é prever o comportamento destas durante o início e a propagação, de forma a diminuir as incertezas e evitar problemas. Muitos modelos analíticos presentes na literatura buscam prever as pressões de início e propagação de fraturas, bem como a evolução de suas dimensões durante as operações. Entretanto, estes modelos analíticos não são capazes de incorporar muitas das variáveis envolvidas no processo, como propagação fora do plano perpendicular à tensão horizontal mínima, anisotropia do material ou variáveis operacionais, a exemplo do histórico de injeção. Neste contexto, a modelagem numérica de fraturamento hidráulico baseada na mecânica da fratura linear e não-linear ganha cada vez mais espaço devido à sua capacidade em lidar com as complexidades do processo. (ZOBACK e KOHLI, 2019; PEDROSO *et. al.*, 2009).

1.2 MODELAGEM NUMÉRICA UTILIZANDO A TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DE MALHA, ELEMENTOS FINITOS ESPECIAIS DE INTERFACE E O MODELO CONSTITUTIVO DE DANO À TRAÇÃO

Maedo (2015), Seixas (2015), Cleto (2016) e Manzoli *et. al.* (2019) obtiveram resultados satisfatórios na modelagem numérica do processo de fraturamento hidráulico utilizando elementos finitos especiais de interface, a técnica de fragmentação de malha e um modelo constitutivo baseado na mecânica do dano contínuo. (MANZOLI *et. al.*, 2012; SANCHEZ, MANZOLI e GUIMARÃES, 2014). Nesta metodologia, os elementos especiais de interface são inseridos entre os elementos regulares da malha de elementos finitos. Nos elementos de interface, um modelo constitutivo baseado na mecânica do dano contínuo é incorporado, com o objetivo de representar o processo de degradação e formação de fraturas no material.

Os resultados obtidos por Maedo (2015) verificaram que esta metodologia numérica foi capaz de capturar a direção de propagação de fraturas hidráulicas em um meio poroso submetido a um estado de tensões anisotrópico. Os resultados obtidos por Seixas (2015) e Cleto (2016) verificaram que esta metodologia numérica também foi capaz de capturar a pressão de início e propagação de fraturas a partir de um poço em meio impermeável, sendo esta verificação realizada utilizando o modelo analítico para a pressão de início de fraturamento apresentado por Hubbert e Willis (1956). Adicionalmente, os resultados obtidos por Manzoli *et. al.* (2019) verificaram a utilização do método para a simulação da propagação de uma fratura hidráulica sob regime de infiltração de fluido em uma dimensão (*leak-off 1D*) em um reservatório submetido a um estado de tensões anisotrópico. A verificação foi realizada comparando os resultados obtidos por meio das simulações numéricas com os resultados fornecidos pelo modelo analítico de propagação apresentado por Bungier, Detounay e Garagash (2005) e os resultados numéricos apresentados por Carrier e Granet (2012), os quais foram obtidos a partir de simulações numéricas utilizando o modelo de fraturas coesivas.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo geral

Este trabalho teve como objetivo geral avaliar se a metodologia numérica que utiliza os elementos finitos especiais de interface e o modelo constitutivo de dano à tração é capaz de

reproduzir o início e a propagação de fraturas hidráulicas a partir de poços verticais em reservatórios de petróleo impermeáveis e permeáveis com comportamento elástico linear, como tipicamente ocorre nos testes de integridade e operações de estimulação. Adicionalmente, a pesquisa teve como objetivo verificar a capacidade da metodologia em representar o fraturamento hidráulico em condições análogas ao processo de injeção de água acima da pressão de fratura.

1.3.2 Objetivos específicos

- Comparar os resultados do campo de tensões, pressão de início, ruptura e propagação de fraturas obtidos pela metodologia numérica com equações analíticas presentes na literatura para o caso do fraturamento a partir de um poço circular vertical.
- Avaliar a influência da difusão de fluido no início e propagação de fraturas hidráulicas utilizando a metodologia numérica e comparar os resultados obtidos com ensaios experimentais e de campo descritos na literatura.
- Realizar a verificação quanto a capacidade da metodologia numérica em reproduzir o comportamento da propagação de fraturas em escala de reservatório sob um regime de difusão em duas dimensões, o que tipicamente ocorre em operações de injeção de água acima da pressão de fratura.
- Avaliar o comportamento do fraturamento hidráulico a partir de poços de injeção em reservatórios com poços produtores utilizando a metodologia numérica e comparar os resultados obtidos com resultados disponíveis na literatura técnico-científica.

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho é composto por 7 capítulos, que são descritos a seguir.

O capítulo 1, que traz a introdução, apresenta uma breve contextualização do processo de fraturamento hidráulico na indústria do petróleo, bem como alguns trabalhos envolvendo sua modelagem numérica utilizando a técnica de fragmentação de malha, elementos finitos especiais de interface e um modelo constitutivo de dano à tração.

O capítulo 2, conceitos básicos da mecânica da fratura, apresenta alguns termos e conceitos básicos da mecânica da fratura como concentração de tensões, tenacidade e energia de fratura e resistência a tração. Além destes conceitos, são apresentados alguns modelos

baseados na mecânica da fratura linear e não-linear que buscam representar o processo de propagação de fraturas.

O capítulo 3, conceitos básicos de fraturamento hidráulico, apresenta termos e conceitos básicos referentes a este tema no contexto da engenharia de petróleo. Além destes, são apresentados cenários nos quais as rochas são fraturadas durante a exploração e produção de um campo petrolífero, bem como algumas das soluções analíticas comumente utilizadas na previsão de comportamento das fraturas geradas. Por fim, são apresentados trabalhos numéricos e experimentais sobre alguns dos principais fatores que podem impactar o comportamento de início e propagação de fraturas hidráulicas.

O capítulo 4, metodologia numérica, apresenta a descrição dos métodos e as técnicas utilizadas para a realização da modelagem e das simulações numéricas dos casos estudados neste trabalho.

O capítulo 5, casos de fraturamento hidráulico estudados, apresenta a descrição e a estratégia de ação para o estudo do fraturamento em três diferentes cenários utilizando a metodologia numérica descrita no Capítulo 4. O primeiro caso foi o de início e propagação de uma fratura a partir da parede de um poço vertical perfurado em formação rochosa no regime elástico, em condições análogas a um teste de absorção. O segundo caso foi o de propagação de uma fratura pré-existente em escala de reservatório, considerando um reservatório permeável e um regime de difusão em duas dimensões que é o que tipicamente acontece em operações de injeção de água. Neste caso os resultados numéricos obtidos foram comparados e verificados com um modelo semi-analítico. O terceiro caso foi o de início e propagação de uma fratura em escala de reservatório na presença de poços de produção. Este caso foi uma extensão e aplicação da verificação apresentada no segundo caso e reproduziu um cenário de produção e injeção em um modelo sintético.

O capítulo 6, resultados e discussão, apresenta os resultados do estudo dos três casos descritos no capítulo 5.

Por fim, o capítulo 7 apresenta as conclusões finais, bem como sugestões para trabalhos futuros.

2 CONCEITOS BÁSICOS DA MECÂNICA DA FRATURA

Nesse capítulo são apresentados alguns termos e conceitos básicos da mecânica da fratura como concentração de tensões, tenacidade e energia de fratura e resistência à tração. Além destes conceitos, são apresentados alguns modelos baseados na mecânica da fratura linear e não-linear que buscam representar o processo de propagação de fraturas. O desenvolvimento do histórico, conceitos e modelos apresentados neste capítulo foram fundamentados nos trabalhos de Anderson (2005), Broek (1982), Zhang (2019), Roylance (2001a), Roylance (2001b) e Sun e Jin (2012), relevantes para o entendimento da mecânica da fratura. Os pontos expostos neste capítulo servem de base para o entendimento do processo de início e propagação de fraturas hidráulicas em rochas, bem como dos principais modelos analíticos que são utilizados para prever o comportamento das rochas durante este processo, que são apresentados no Capítulo 3.

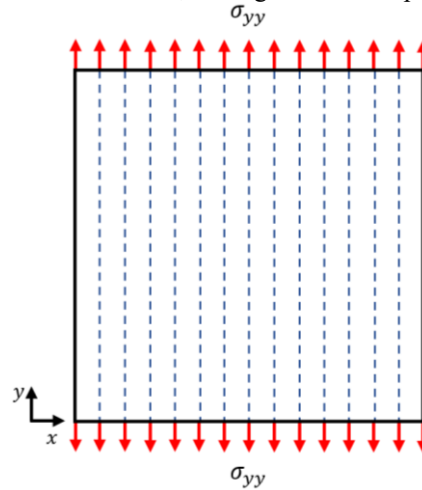
2.1 CONCENTRAÇÃO DE TENSÕES

O conceito de concentração de tensões foi inicialmente desenvolvido por Kirsch (1898), que foi capaz de descrever matematicamente a distribuição de tensões na vizinhança de um furo circular. Posteriormente, Inglis (1913) generalizou o problema para a distribuição de tensões no entorno de uma elipse em um material elástico e seus resultados serviram de embasamento para o desenvolvimento da mecânica da fratura, uma vez que uma fratura pode ser interpretada como uma elipse cujo eixo menor possui comprimento muito inferior ao eixo maior (ROYLANCE, 2001a).

Nesta seção os conceitos não são apresentados em ordem cronológica. O conceito de concentração de tensões é exposto utilizando a generalização de Inglis para uma elipse e nas demais subseções são apresentadas as equações que descrevem o estado de tensões no entorno de um furo circular e em uma fratura.

A Figura 1 mostra um sólido constituído de material elástico, homogêneo, isotrópico e, portanto, sem a presença de descontinuidades, que está sujeito a um carregamento axial externo σ_{yy} ao longo do eixo y . Segundo Zang e Stephansson (2010), a tensão externa aplicada é uniformemente distribuída ao longo do sólido, de forma que o estado de tensões em um ponto arbitrário é igual ao carregamento externo aplicado σ_{yy} . Para manter a convenção de sinais da mecânica da fratura, as tensões ao longo deste capítulo são consideradas positivas na tração e negativas na compressão.

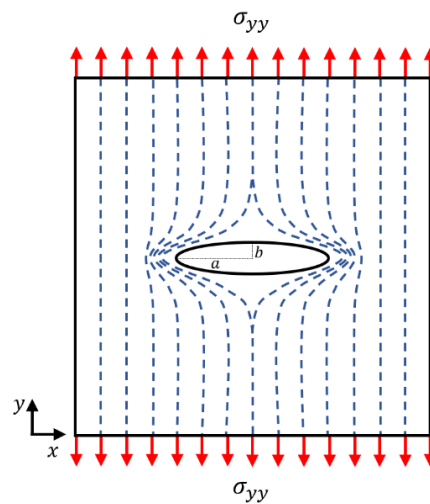
Figura 1 - Sólido constituído de material elástico, homogêneo e isotrópico sujeito a um carregamento axial



Fonte: O Autor (2020).

A Figura 2 mostra o mesmo sólido com a presença de um furo elíptico em seu interior, onde a representa metade do comprimento do eixo maior da elipse e b representa metade do comprimento do eixo menor da elipse. Segundo Inglis (1913), a presença da descontinuidade no sólido promove a redistribuição do estado de tensões atuante ao longo do material. A redistribuição de tensões é caracterizada pela concentração de tensões na vizinhança do furo. Desta forma, apesar do sólido estar submetido ao estado de tensões σ_{yy} , a tensão pela qual o material é realmente submetido nas proximidades do furo é amplificada.

Figura 2 - Sólido com a presença de um furo elíptico sujeito a um carregamento axial



Fonte: O Autor (2020).

A Eq. (2.1), obtida por Inglis (1913), descreve matematicamente a máxima tensão (σ_{max}) atuante nos vértices do eixo maior da elipse.

$$\sigma_{max} = \left(1 + \frac{2a}{b}\right) \sigma_{yy} \quad (2.1)$$

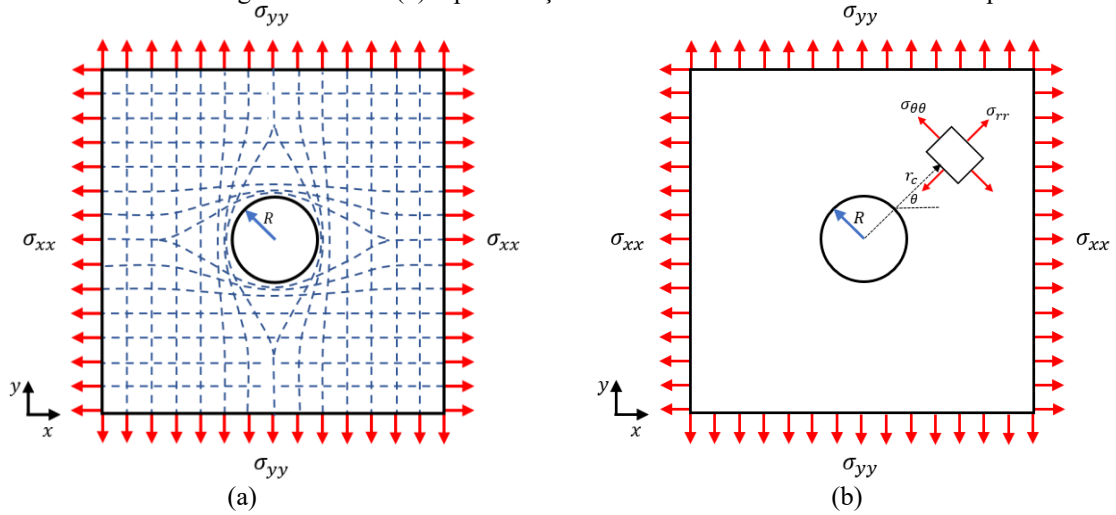
Neste ponto é importante perceber que quanto maior a excentricidade da elipse, maior é a concentração de tensão em seu vértice. Para o caso de $a = b$ (furo circular), $\sigma_{max} = 3\sigma_{yy}$, resultado obtido por Kirsch (1898) e que mostra que a tensão na parede do furo é amplificada, sendo igual a três vezes a tensão σ_{yy} aplicada. Para o caso de uma fratura, onde $b \rightarrow 0$, a tensão na ponta da fratura $\sigma_{max} \rightarrow +\infty$, constituindo, portanto, um ponto de singularidade de tensão. É evidente que a tensão em um material não pode alcançar valores tão altos, sendo limitada pela resistência à tração no material. De fato, a análise elástica linear não consegue prever o estado de tensões especificamente na ponta de uma fratura, por se tratar de uma região dominada por um comportamento plástico, que é o fator que introduz a não linearidade ao problema de fraturamento. Os trabalhos posteriores ao de Inglis e que foram responsáveis por desenvolver a mecânica da fratura linear, obtiveram modelos para descrever o estado de tensões no entorno da fratura e o processo de propagação sem a necessidade de conhecer a tensão na ponta da fratura. (ZHANG, 2019; ANDERSON, 2005; SUN e JIN, 2012).

2.1.1 Estado de tensões no entorno de um furo circular

Conforme discutido anteriormente, a presença de uma descontinuidade promove uma redistribuição do campo de tensões, sendo caracterizada pela concentração de tensões no entorno da descontinuidade.

A Figura 3 mostra um sólido constituído de material elástico homogêneo, isotrópico com um furo circular de raio R sujeito à um estado de tensões anisotrópico ($\sigma_{xx} \neq \sigma_{yy}$). A Figura 3 (a) mostra a distribuição de tensões ao longo do sólido e a Figura 3 (b) mostra uma representação das tensões atuantes em um ponto arbitário utilizando coordenadas polares.

Figura 3 - Sólido com a presença de um furo circular sujeito a um estado de tensões anisotrópico; (a) distribuição de tensões ao longo do sólido e (b) representação das tensões atuantes em coordenadas polares



Fonte: O Autor (2020).

Segundo Kirsch (1898), o completo estado de tensões atuante em um ponto arbitrário a uma distância r_c do furo pode ser escrito em coordenadas polares segundo as Eqs. (2.2) a (2.4), onde θ é o ângulo formado entre as direções de σ_{xx} e r_c .

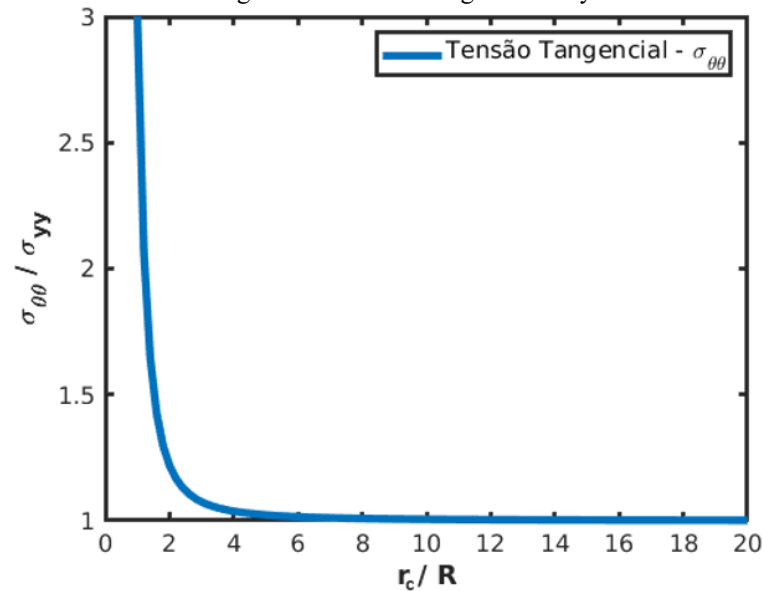
$$\sigma_{rr} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \left(1 - \left(\frac{R^2}{r_c^2} \right) \right) + \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \left(1 - 4 \left(\frac{R^2}{r_c^2} \right) + 3 \left(\frac{R^4}{r_c^4} \right) \right) \cos 2\theta \quad (2.2)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \left(1 + \left(\frac{R^2}{r_c^2} \right) \right) - \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \left(1 + 3 \left(\frac{R^4}{r_c^4} \right) \right) \cos 2\theta \quad (2.3)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \left(1 + 2 \left(\frac{R^2}{r_c^2} \right) - 3 \left(\frac{R^4}{r_c^4} \right) \right) \sin 2\theta \quad (2.4)$$

A Figura 4 mostra um exemplo de distribuição da tensão tangencial para $\theta = 0$ em função da distância do centro do furo no caso em que apenas uma carga axial está sendo aplicada ao longo do eixo y ($\sigma_{yy} > 0$ e $\sigma_{xx} = 0$). A máxima tração atuante no sólido é igual a três vezes a carga axial aplicada ao longo do eixo y ($3\sigma_{yy}$) e ocorre na parede do furo ($r_c = R$). Para pontos arbitrários a diferentes distâncias, é possível observar que a tensão é atenuada à medida que se distancia da parede do furo e que é, aproximadamente, igual a carga axial externa (σ_{yy}) para uma distância igual a quatro vezes o raio ($4R$).

Figura 4 - Distribuição da tensão tangencial ao longo do eixo x para um sólido com furo circular sujeito a um carregamento axial ao longo do eixo y



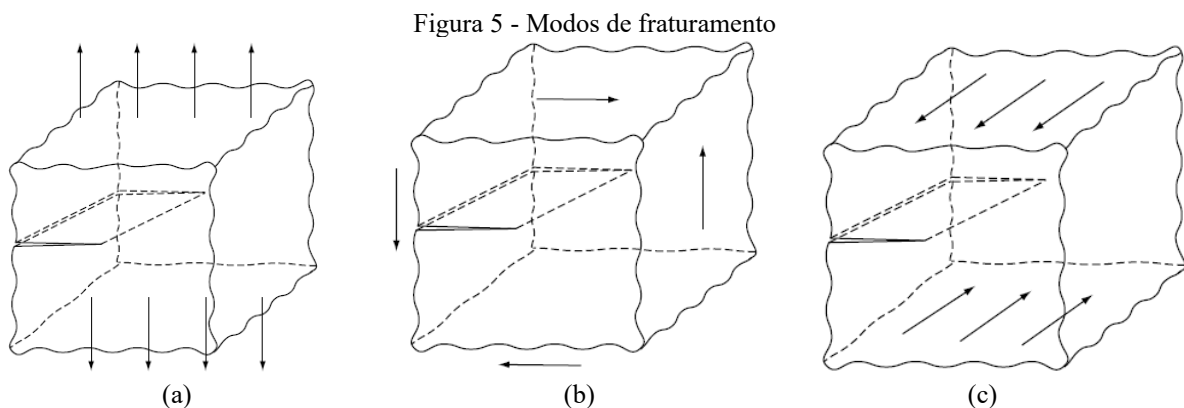
Fonte: O Autor (2020).

2.1.2 Estado de tensões no entorno de uma fratura

Irwin (1957) obteve o principal avanço para se descrever o estado de tensões no entorno de uma fratura, o fator intensidade de tensão (K).

O fator intensidade de tensão (K) é um fator dimensional ($Pa\sqrt{m}$) que representa o nível de concentração de tensões na ponta da fratura, uma vez que o real estado de tensões atuante exatamente na ponta não pode ser obtido pela mecânica da fratura linear, por se tratar de um ponto de singularidade.

Como apresentado por Zehnder (2012), um sólido pode estar sujeito a três diferentes modos de carregamento, dando origem a três diferentes fatores de intensidade de tensão, conforme mostrado na Figura 5.



Fonte: ZEHNDER (2012).

Modo I – Abertura: Nesse modo de carregamento uma carga normal ao plano de fratura é aplicada no corpo e os deslocamentos são perpendiculares ao plano da fratura, dando origem ao fator intensidade de tensão em Modo I de carregamento (K_I) (Figura 5 (a)).

Modo II – Deslizamento: Nesse modo de carregamento uma carga cisalhante ao plano de fratura é aplicada no corpo e os deslocamentos das faces da fratura são relativos entre si, dando origem ao fator intensidade de tensão em Modo II de carregamento (K_{II}) (Figura 5 (b)).

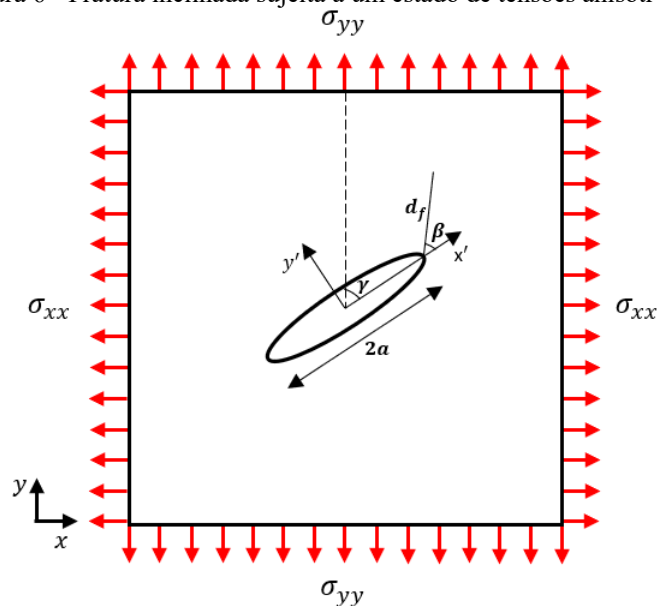
Modo III – Rasgamento: Nesse modo de carregamento uma carga cisalhante paralela ao plano de fratura é aplicada no corpo e os deslocamentos são perpendiculares ao plano da fratura, dando origem ao fator intensidade de tensão em Modo III de carregamento (K_{III}) (Figura 5 (c)).

O fator intensidade de tensão para a fratura sujeita aos três modos de carregamento simultaneamente é fornecido pela Eq. (2.5).

$$K = K_I + K_{II} + K_{III} \quad (2.5)$$

A Figura 6 mostra um sólido com a presença de uma fratura de comprimento $2a$ que forma um ângulo γ em relação ao eixo y , sujeito a um estado de tensões anisotrópico no plano ($\sigma_{xx} \neq \sigma_{yy}$).

Figura 6 - Fratura inclinada sujeita a um estado de tensões anisotrópico



Fonte: Adaptado de ZHANG (2019).

Segundo Eftis e Subramonian (1978), o completo estado de tensões ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$) atuantes a uma distância d_f da ponta da fratura é fornecido em coordenadas cartesianas pelas Eqs. (2.6) a (2.8), onde β é o ângulo que d_f forma com relação a fratura.

$$\sigma_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi d_f}} \cos \frac{\beta}{2} \left[1 - \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{3\beta}{2} \right] - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi d_f}} \sin \frac{\beta}{2} \left[2 + \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{3\beta}{2} \right] + (\sigma_{yy} - \sigma_{xx}) \cos 2\gamma \quad (2.6)$$

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi d_f}} \cos \frac{\beta}{2} \left[1 + \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{3\beta}{2} \right] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi d_f}} \left[\sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{3\beta}{2} \right] \quad (2.7)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi d_f}} \left[\sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\beta}{2} \cos \frac{3\beta}{2} \right] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi d_f}} \cos \frac{\beta}{2} \left[1 - \sin \frac{\beta}{2} \sin \frac{3\beta}{2} \right] \quad (2.8)$$

As Eqs. (2.6) a (2.8) mostram que o estado de tensões ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$) em uma posição arbitrária do sólido com relação à fratura é dada pela superposição de efeitos dos modos de carregamento. Os fatores intensidade de tensão para os Modos I e II de carregamento, utilizados para calcular o estado de tensões, podem ser fornecidos pelas Eqs. (2.9) e (2.10), onde σ_n e τ_n representam as componentes do carregamento externo (σ_{xx}, σ_{yy}) nas direções normal e cisalhante ao plano da fratura, respectivamente. (EFTIS e SUBRAMONIAN, 1978).

$$K_I = \sigma_n \sqrt{\pi a} = \sqrt{\pi a} \left[\frac{\sigma_{yy} + \sigma_{xx}}{2} - \frac{\sigma_{yy} - \sigma_{xx}}{2} \cos 2\gamma \right] \quad (2.9)$$

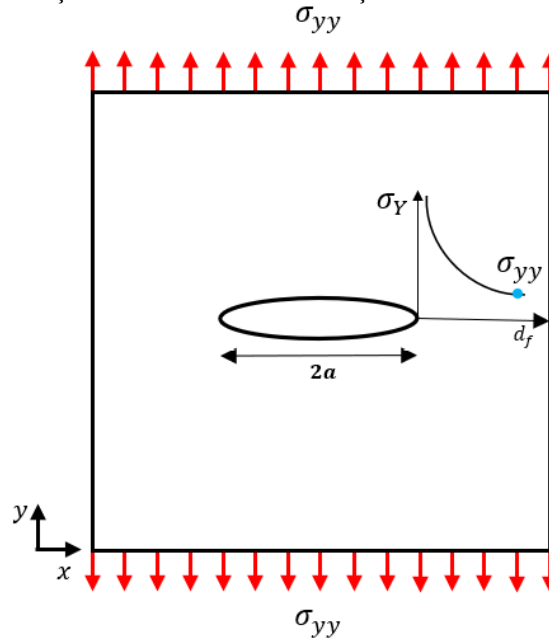
$$K_{II} = \tau_n \sqrt{\pi a} = \sqrt{\pi a} \left[\frac{\sigma_{yy} - \sigma_{xx}}{2} \sin 2\gamma \right] \quad (2.10)$$

Para o caso de $\gamma = 90^\circ$ e $\beta = 0^\circ$, na condição de carga $\sigma_{yy} > 0$ e $\sigma_{xx} = 0$ (Modo I), o fator intensidade de tensões em função do comprimento da fratura é dado pela Eq. (2.11).

$$K_I = \sigma_{yy} \sqrt{\pi a} \quad (2.11)$$

A Figura 7 mostra a distribuição da tensão σ_y em função da distância da ponta da fratura (d_f) na condição de carga $\sigma_{yy} > 0$ e $\sigma_{xx} = 0$ (Modo I), para $\gamma = 90^\circ$ e $\beta = 0^\circ$.

Figura 7 - Distribuição de tensão axial com relação a distância da ponta da fratura



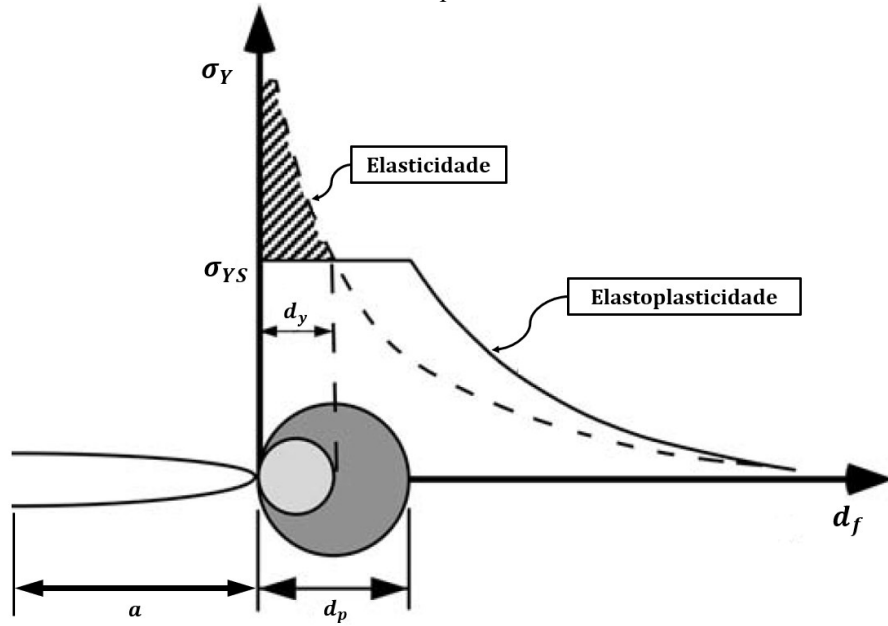
Fonte: O Autor (2020).

O ponto chave é perceber que a máxima tensão ocorre nas proximidades da fratura e que essa tensão é atenuada à medida que se distancia da ponta da fratura e se iguala a carga axial σ_{yy} . Outro aspecto importante é que a tensão na ponta da fratura que é obtida pela solução elástica tende ao infinito, sendo, portanto, considerado um ponto de singularidade, conforme discutido anteriormente.

Irwin (1957) modificou o modelo elástico linear para estimar a não linearidade promovida pelo comportamento plástico na ponta da fratura de materiais (especialmente metálicos). Segundo Irwin, a máxima tensão nesta região é fixada pelo limite de escoamento do material, criando uma região plástica em frente a fratura l_p , que substitui a singularidade de tensão. À frente da região plástica o material exhibe novamente comportamento elástico, mas que é diferente do estimado considerando apenas a elasticidade do material.

A Figura 8 mostra um comparativo entre a distribuição da tensão para o modelo elástico e elastoplástico em função da distância da ponta fratura na condição de carga $\sigma_{yy} > 0$ e $\sigma_{xx} = 0$ (Modo I), considerando $\gamma = 90^\circ$ e $\beta = 0^\circ$, onde d_y representa a distância da ponta da fratura em que o estado de tensão atuante σ_Y é igual ao limite de escoamento σ_{YS} no modelo elástico e d_p é o comprimento da zona plastificada.

Figura 8 - Comparativo entre a distribuição da tensão no entorno de uma fratura para o modelo elástico e elastoplástico



Fonte: Adaptado de (ANDERSON, 2005).

Conforme apresentado por Anderson (2005), o comportamento elástico da tensão após a zona de plasticidade é descrito pela Eq. (2.12), onde K_{eff} é o fator intensidade de tensão efetivo, obtido iterativamente a partir da correção plástica de Irwin.

$$\sigma_Y = \frac{K_{eff}}{\sqrt{2\pi(d_f - d_y)}} \quad (2.12)$$

2.2 MODELOS DE PROPAGAÇÃO DE FRATURA

2.2.1 Mecânica da fratura linear

2.2.1.1 Critério da intensidade de tensão

Conforme apresentado anteriormente, o fator intensidade de tensão (K) representa a concentração de tensão na ponta da fratura, uma vez que o real estado de tensão não pode ser estimado pela mecânica da fratura linear. A máxima intensidade de tensão na ponta da fratura suportada por um material corresponde à tenacidade a fratura (K_c), uma propriedade do material que representa a sua resistência frente à propagação de uma fratura.

Sendo assim, é possível obter um critério de propagação de fratura para o carregamento em Modo I ($\sigma_{yy} > 0$ e $\sigma_{xx} = 0$) como mostrado na Eq. (2.13).

$$K_I \geq K_{IC} \quad (2.13)$$

Neste critério de propagação, apresentado na Eq. (2.13), uma fratura de comprimento arbitrário a se propaga em Modo I se a intensidade de tensão (K_I), promovida por uma carga axial externa σ_{yy} , supera a tenacidade a fratura do material (K_{IC}). Substituindo a tenacidade a fratura (K_{IC}) na Eq. (2.11) é possível obter a Eq. (2.14), uma expressão que representa a tensão de fraturamento.

$$\sigma_f = \frac{K_{IC}}{\sqrt{\pi a}} \quad (2.14)$$

Onde σ_f representa a tensão de propagação da fratura, ou seja, a mínima tensão axial externa aplicada (σ_{yy}) capaz de superar a tenacidade à fratura K_{IC} e promover a propagação de uma fratura de comprimento a .

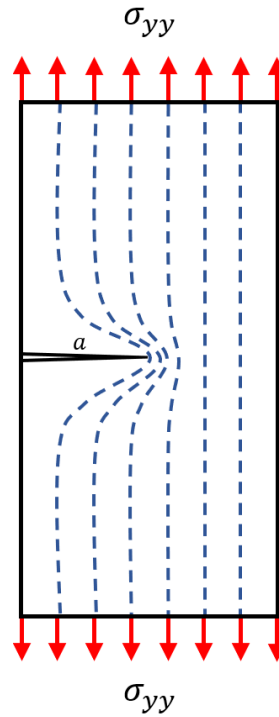
2.2.1.2 Critério energético

Motivado pelo trabalho de Inglis, que mostrava uma singularidade de tensão na ponta da fratura, Griffith (1920) desenvolveu um critério de propagação de fratura baseado no balanço energético entre a energia potencial de deformação elástica e a energia livre de superfície.

Segundo Griffith, o processo de fraturamento só acontece se a energia potencial total do sistema diminui ou permanece constante durante a operação. De acordo com o teorema da mínima energia potencial, um sistema em estado de não equilíbrio passa para o estado de equilíbrio mediante uma redução na energia potencial. Desta forma, o processo de propagação de uma fratura só acontece se este proporcionar ao sistema passar para um estado de equilíbrio, ou seja, um estado de menor energia potencial total.

A Figura 9 mostra um sólido de material elástico com espessura B , volume V e com uma fratura de comprimento a sujeito a um carregamento axial σ_{yy} .

Figura 9 - Sólido com uma fratura de comprimento a a sujeito a um carregamento axial σ_{yy}



Fonte: Adaptado de (ROYLANCE, 2001b).

A energia potencial de deformação armazenada no sistema intacto (U_0) devido ao carregamento axial externo σ_{yy} é dada pela Eq. (2.15).

$$U_0 = \frac{\sigma_{yy}^2}{2E} V \quad (2.15)$$

Entretanto, a presença da fratura no sólido descarrega o material nas porções acima e abaixo de fratura. Desta forma, parte da energia potencial de deformação armazenada no sistema é perdida. Segundo Griffith, a energia potencial de deformação perdida devido a presença da fratura (U_p) pode ser determinada pela Eq. (2.16).

$$U_p = \frac{\pi \sigma_{yy}^2 a^2 B}{2E} \quad (2.16)$$

Para a completa quebra de uma ligação entre dois átomos é necessária a realização de trabalho. As duas superfícies livres geradas pelo processo de quebra têm um aumento em sua energia interna que, desconsiderando possíveis perdas, é igual ao trabalho necessário para a quebra da ligação. Ou seja, o processo de quebra de ligações fornece energia ao sistema. Para o caso de uma fratura de comprimento a em um sólido de espessura B , o trabalho requerido para a quebra de todas as ligações atômicas ao longo de a (W_s) é dado pela Eq. (2.17).

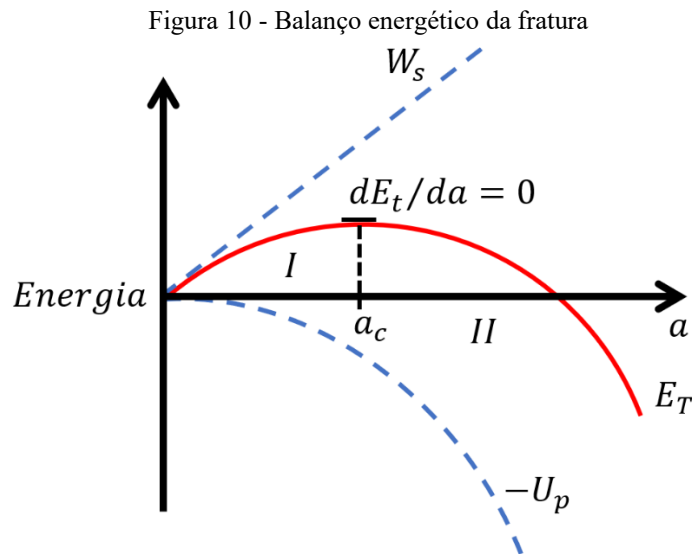
$$W_s = 2aB\gamma_s \quad (2.17)$$

Onde γ_s é energia de superfície do material, ou seja, é a energia fornecida à uma superfície pela quebra de todas as ligações atômicas em uma unidade de área e o fator dois é referente às duas superfícies livres geradas.

A energia potencial total do sistema (E_T) pode ser fornecida pela Eq. (2.18).

$$E_T = U_0 - U_p + W_s \quad (2.18)$$

A Figura 10 mostra o comportamento da energia potencial perdida pela formação da fratura (U_p), energia livre de superfície (W_s) e a energia potencial total (E_T) em função do comprimento da fratura, apresentadas nas Eqs. (2.16) a (2.18), respectivamente.



Fonte: Adaptado de (ROYLANCE, 2001b).

Segundo Griffith, o processo de propagação de uma fratura só acontece no material para um dado estado de tensão, se este permitir que a energia potencial total do sistema diminua, caso contrário o fraturamento não acontece. Conforme observado na Figura 10, o comportamento da curva da energia potencial total do sistema (E_T) pode ser dividido em duas regiões: Na primeira região (I), quanto maior o comprimento da fratura, maior é a energia potencial, e na segunda região (II), quanto maior o comprimento da fratura, menor é a energia potencial. O comprimento de fratura a_c é o ponto separador das duas regiões e é denotado de comprimento crítico. Ou seja, dado um estado de tensões σ_{yy} , se o comprimento da fratura é menor que o comprimento crítico ($a < a_c$), a fratura é estável, permanece em equilíbrio e não se propaga, uma vez que a propagação não diminui a energia potencial total do sistema. Neste

caso a propagação só pode acontecer se houver um aumento de carga e, conseqüentemente, um aumento na energia potencial total do sistema. No caso do comprimento da fratura ser maior que o comprimento crítico ($a > a_c$), a fratura é instável e, dado o estado de tensões σ_{yy} , se propaga, pois o sistema tende a buscar a condição de equilíbrio (menor energia potencial total) que, neste caso, pode ser alcançado pela propagação da fratura.

O ponto crítico pode ser encontrado calculando a derivada da energia potencial total do sistema (Eq. (2.18)) e a igualando a zero, conforme observado graficamente na Figura 10 e calculado na Eq. (2.19).

$$\frac{dE_T}{da} = \frac{dU_0}{da} - \frac{dU_d}{da} + \frac{dW_s}{da} = -\frac{\pi\sigma_{yy}^2 a B}{E} + 2B\gamma_s = 0 \quad (2.19)$$

Reordenando os termos da Eq. (2.19), o comprimento crítico de fratura a_c é fornecido pela Eq. (2.20).

$$a_c = \frac{2\gamma_s E}{\pi\sigma_{yy}^2} \quad (2.20)$$

Para um comprimento arbitrário a é possível obter a tensão crítica, ou seja, a mínima tensão axial externa (σ_{yy}) em que a fratura se propaga. A tensão crítica é a tensão de propagação da fratura (σ_f), que pode ser fornecida pela Eq. (2.21), obtida pelo rearranjo da Eq. (2.20). Onde a variável $\mathcal{G}_c$ é a taxa de liberação crítica de energia ou “energia da fratura”, uma propriedade do material que corresponde a duas vezes a energia de superfície ($\mathcal{G}_c = 2\gamma_s$).

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{E\mathcal{G}_c}{\pi a}} \quad (2.21)$$

Reordenando novamente a Eq. (2.20) é possível obter outra expressão para descrever processo de fraturamento, conforme mostrado na Eq. (2.22). Onde $\mathcal{G}$ é a taxa de liberação de energia.

$$\mathcal{G} = \frac{\sigma_{yy}^2 \pi a}{E} \quad (2.22)$$

Baseado na Eq. (2.22), para um comprimento arbitrário a , é possível obter as seguintes conclusões:

- Se $\mathcal{G} < \mathcal{G}_c$, então $\sigma_{yy} < \sigma_f$
- Se $\mathcal{G} = \mathcal{G}_c$, então $\sigma_{yy} = \sigma_f$
- Se $\mathcal{G} > \mathcal{G}_c$, então $\sigma_{yy} > \sigma_f$

Desta forma, se $\mathcal{G} \geq \mathcal{G}_c$, então $\sigma_{yy} \geq \sigma_f$ implicando na propagação da fratura. Sendo assim, se pode obter o critério de fraturamento apresentado na Eq. (2.23).

$$\mathcal{G} \geq \mathcal{G}_c \quad (2.23)$$

Ao analisar as os critérios de propagação apresentados nas Eqs. (2.13) e (2.23) e as Eqs. (2.14) e (2.21), usadas para calcular a tensão de fraturamento σ_f , é possível chegar em uma relação que mostra a equivalência entre os dois critérios de fraturamento, apresentado na Eq. (2.24)

$$\mathcal{G}_c = \frac{K_c^2}{E'} \quad (2.24)$$

Onde $E' = E$ é o módulo de elasticidade do material no estado plano de tensões e $E' = E(1 - \nu^2)$ é o módulo de elasticidade do material no caso do estado plano de deformações.

2.2.2 Mecânica da fratura não linear

2.2.2.1 Modelo de fratura coesiva

Conforme discutido anteriormente utilizando o modelo de zona de plastificação de Irwin como exemplo, diferentemente da mecânica da fratura linear, a mecânica da fratura não linear considera um comportamento inelástico no material após a tensão, na região próxima à ponta da fratura, alcançar o seu limite elástico. Diferentes modelos presentes na literatura são capazes de incorporar a não linearidade e prever o comportamento mecânico do fraturamento a depender do tipo de material que é sujeito a estas condições.

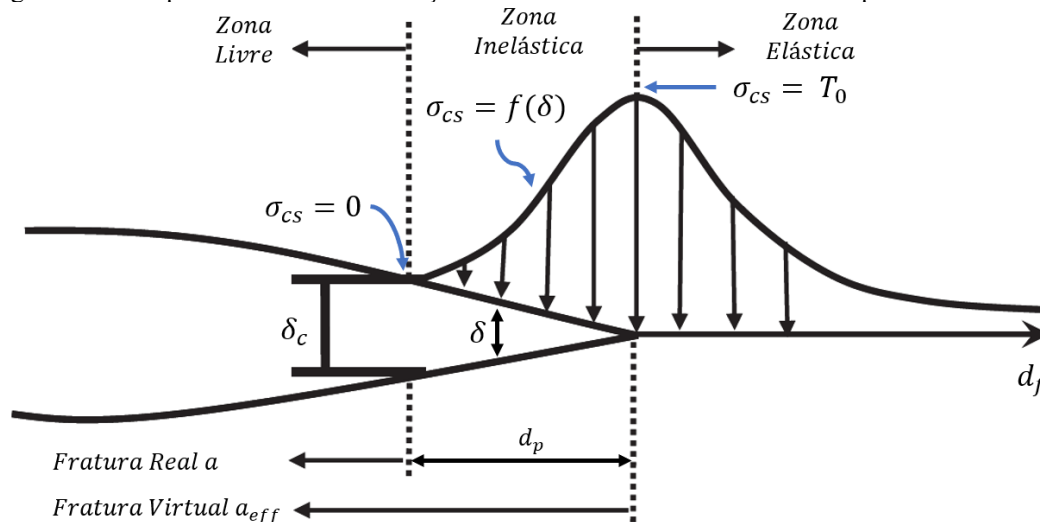
O modelo de fratura coesiva (*cohesive zone model*) introduz a não linearidade do problema de fraturamento em um material elástico pela consideração de que o processo de fraturamento ocorre pela perda de coesão do material nas proximidades da ponta da fratura. (SUN e JIN, 2012; HADDAD e SEPEHRNOORI, 2015).

Segundo Haddad e Sepehrnoori (2015), o modelo coesivo assume um importante papel para a previsão do comportamento do fraturamento em rochas quase frágeis, a exemplo do folhelho, por ser capaz de capturar de forma mais precisa, em comparação aos modelos da mecânica da fratura linear, aspectos importantes do fraturamento, como a geometria da fratura e pressões de fraturamento.

O modelo de fraturas coesivas é uma modificação do modelo de fraturamento desenvolvido originalmente para metais por Dugdale (1960). Este considera que tensões coesivas se contrapõem ao estado de tensão na ponta da fratura e que o processo de propagação se inicia quando a tensão na ponta da fratura alcança a resistência a tração do material T_0 . O material passa então a ser degradado e duas superfícies livres começam a se formar. Quando o deslocamento entre as duas faces (δ) atinge um valor crítico (δ_c), significa que o material está totalmente degradado e a fratura aumentou de extensão. A energia total consumida até a completa separação é a energia de fratura do material $\mathcal{G}_c$. (SUN e JIN, 2012; FENG e GRAY, 2016).

A Figura 11 mostra a distribuição de tensão entorno de uma fratura com base no modelo coesivo. As tensões compressivas apresentadas na Figura 11 são as tensões coesivas que se contrapõem ao estado de tensão na ponta da fratura.

Figura 11 - Comparativo entre a distribuição da tensão no entorno de uma fratura para o modelo coesivo



Fonte: Adaptado de (ZHANG, 2019; PAPANASTASIOU e SARRIS, 2017).

Segundo Zhang (2019), no modelo coesivo se considera que em frente à fratura real (zona livre de tensão) existe uma zona de processo ou zona inelástica (d_p) em que o material tem comportamento inelástico. Esta região é caracterizada pela perda de coesão do material, mas que ainda resiste parcialmente aos esforços de tração aplicados. Após a zona de processo, na chamada de zona elástica, o material passa novamente a ter comportamento elástico.

De acordo com o modelo coesivo, se pode considerar que a fratura real e a zona de processo formam uma fratura virtual e que na ponta desta fratura virtual o material passa a ter um comportamento elástico. Ou seja, no modelo de fraturas coesivas se considera, matematicamente, que existe uma porção do comprimento virtual da fratura que resiste, parcialmente, aos esforços aplicados. Importante pontuar que diferentes nomenclaturas são apresentadas na literatura para a fratura real e fratura virtual, mas que todas mantêm a definição apresentada anteriormente. (ZHANG, 2019).

Adicionalmente, a região no entorno da fratura é classificada em três zonas: a zona livre, a zona inelástica e a zona elástica. A zona livre compreende a região livre de tensões, onde o material está totalmente degradado, a zona inelástica compreende a região em que o material está em condição de perda de coesão e a zona elástica compreende a região em que o material tem comportamento elástico e a tensão gradativamente diminui à medida que se distancia da ponta da fratura efetiva. (PAPANASTASIOU e SARRIS, 2017).

Segundo Carrier e Granet. (2012), enquanto no modelo de energia/tenacidade de fratura da mecânica da fratura linear apenas um critério é utilizado para descrever o fraturamento, no modelo de fratura coesiva dois critérios são utilizados, a energia de fratura G_c e resistência à tração T_0 . O valor crítico de deslocamento δ_c pode ser fornecido, para o caso de uma lei de perda de coesão linear, pela Eq. (2.25).

$$G_c = \frac{1}{2} T_0 \delta_c \quad (2.25)$$

3 CONCEITOS BÁSICOS DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO

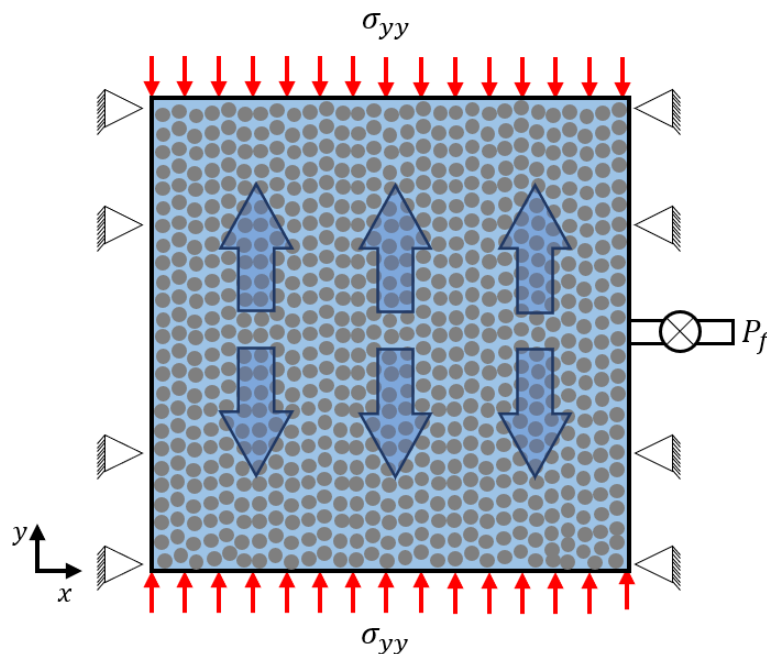
Nesse capítulo são apresentados termos e conceitos básicos referentes ao fraturamento hidráulico no contexto da engenharia de petróleo. Além destes, são apresentados cenários nos quais as rochas são fraturadas hidraulicamente durante a exploração e produção de um campo petrolífero, bem como algumas das soluções analíticas comumente utilizadas para prever o comportamento do início e da propagação destas fraturas. Por fim, são apresentados trabalhos numéricos e experimentais sobre alguns dos principais fatores que influenciam no início e na propagação de fraturas hidráulicas.

3.1 INTRODUÇÃO

O fraturamento hidráulico pode ser definido como o processo de início e propagação de fraturas promovido, principalmente, por uma carga hidráulica. Segundo Fjaer *et. al.* (2008), o processo de fraturamento hidráulico acontece quando a menor tensão compressiva e a resistência a tração da rocha são superadas pela pressão do fluido no interior da rocha.

A Figura 12 mostra uma rocha porosa e permeável confinada em uma célula sujeita a uma carga axial σ_{yy} e deslocamento restrito ao longo do eixo x. Um fluido é injetado no interior da célula sob uma pressão P_f de forma que a pressão média na célula é igual a pressão de injeção P_f . Desta forma, a tensão efetiva σ'_{yy} que atua na célula pode ser fornecida pela Eq. (3.1), na qual α representa o coeficiente de Biot (TERZAGHI, 1943).

Figura 12 - Rocha porosa e permeável confinada em uma célula sujeita a uma carga axial σ_{yy}



Fonte: O Autor (2020).

$$\sigma'_{yy} = \sigma_{yy} - \alpha P_f \quad (3.1)$$

Para manter a convenção de sinais da geomecânica, as tensões ao longo deste capítulo são consideradas positivas na compressão e negativas na tração.

O processo de fraturamento hidráulico se inicia, então, quando a tensão efetiva que atua nos grãos da rocha muda do estado de compressão para o estado de tração e supera a resistência à tração da rocha, conforme apresentado na Eq. (3.2).

$$\sigma'_{yy} \leq -T_0 \quad (3.2)$$

A fratura iniciada tende a ter seu caminho de propagação na direção perpendicular à mínima tensão efetiva. Desta forma, considerando o exemplo acima, o fraturamento acontece ao longo do eixo x.

3.2 APLICAÇÕES DO FRATURAMENTO HIDRÁULICO

O processo de fraturamento hidráulico está intimamente envolvido nas diversas etapas da exploração e da produção de reservatórios petrolíferos.

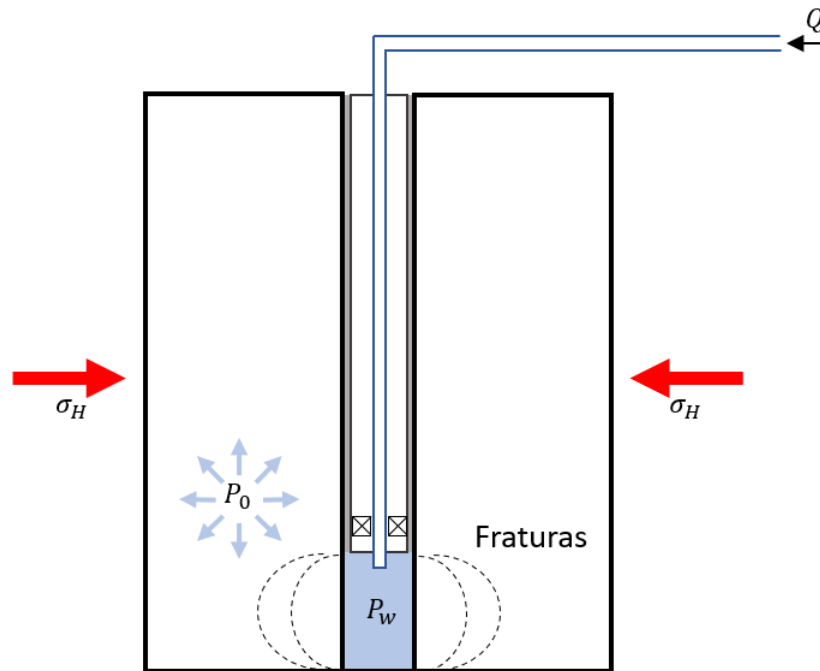
Nos subtópicos subsequentes são apresentados alguns dos cenários onde o fraturamento hidráulico é empregado, destacando o objetivo de cada aplicação e como cada operação é realizada.

3.2.1 Teste de absorção (*Leak-off test*)

Durante a perfuração de poços de petróleo, os testes de absorção podem ser utilizados com o objetivo de conhecer o estado de tensões em subsuperfície. (AADNOY, 2011). O conhecimento do estado de tensões é especialmente importante para gerenciar as condições que serão impostas no poço durante a vida produtiva do reservatório, desde a densidade do fluido de perfuração (peso de lama) a ser empregado nas fases que são subsequentes ao teste realizado à escolha da pressão de injeção de água durante uma operação de recuperação secundária. (LEE, BIRCHWOOD e BRATTON, 2004).

A Figura 13 ilustra o procedimento típico de um teste de absorção. O teste é realizado em uma formação rochosa logo abaixo da última sapata da coluna de revestimento que foi cimentada no poço. Desta forma, apenas a região não revestida da formação é exposta ao teste. (WANG *et al.*, 2011).

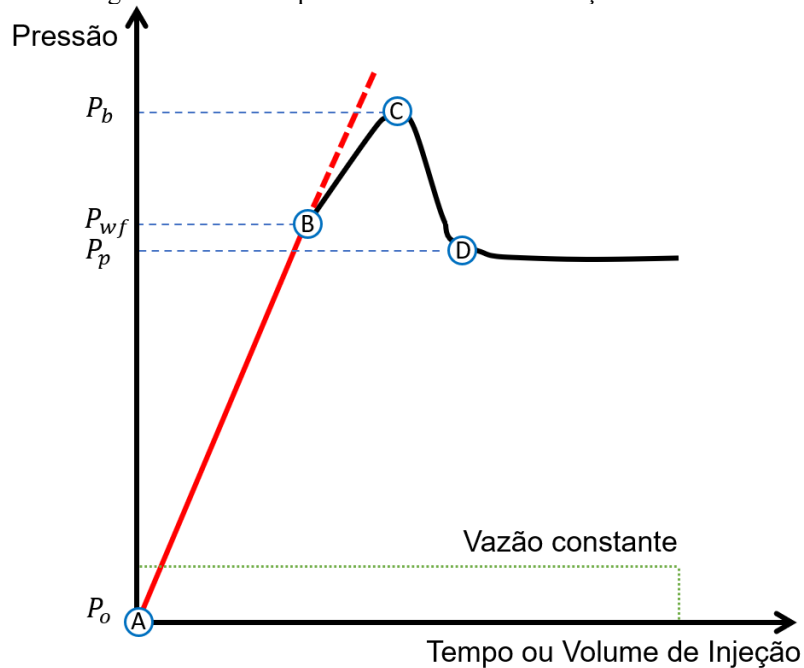
Figura 13 - Esquema de um teste de absorção



Fonte: O Autor (2020).

O teste se inicia com o bombeio do fluido de perfuração no interior do poço à uma vazão baixa e constante (Q). À medida que o fluido é bombeado, a pressão de injeção vs. o volume de fluido injetado (ou tempo) é gravada. (ZHANG, 2019). A Figura 14 ilustra uma curva típica do intervalo de injeção de um dos ciclos do teste de absorção estendido.

Figura 14 - Curva típica de um ensaio de absorção estendido

Fonte: Adaptado de (ZOBACK *et. al.*, 2003).

Conforme pode ser observado na Figura 14, com a injeção de fluido sob vazão constante (Q) a pressão no interior do poço (P_w) aumenta linearmente no trecho AB até a pressão de início de fraturamento (P_{wf}), que representa a pressão limite suportada pela rocha para a formação de uma fratura estável. (POSTLER, 1997).

Neste ponto é importante ressaltar que a fratura iniciada no ponto B é estável, ou seja, sua propagação só ocorre mediante o aumento de energia do sistema. (GRIFFITH, 1920), que no caso do fraturamento hidráulico fica condicionado ao aumento da pressão de injeção. Desta forma, o que se observa no trecho BC é que, se há propagação, a variação de volume da fratura é inferior a vazão de injeção, promovendo o incremento de pressão necessário para aumentar a energia do sistema e continuar propagando a fratura. Além disto, a taxa de pressurização do poço no trecho BC é menor que do trecho AB, devido presença da fratura. (FENG, JONES e GRAY, 2016).

Quando a pressão atinge um valor crítico, a pressão de ruptura (P_b), a fratura se propaga de forma instável. Sendo assim, à medida que a fratura cresce e se distancia dos efeitos de concentração de tensão do poço, a pressão necessária para continuar a propagar a fratura tende diminuir (trecho CD) e alcançar um valor, aproximadamente, constante, que é chamado de pressão de propagação (P_p). (ZOBACK *et. al.*, 2003).

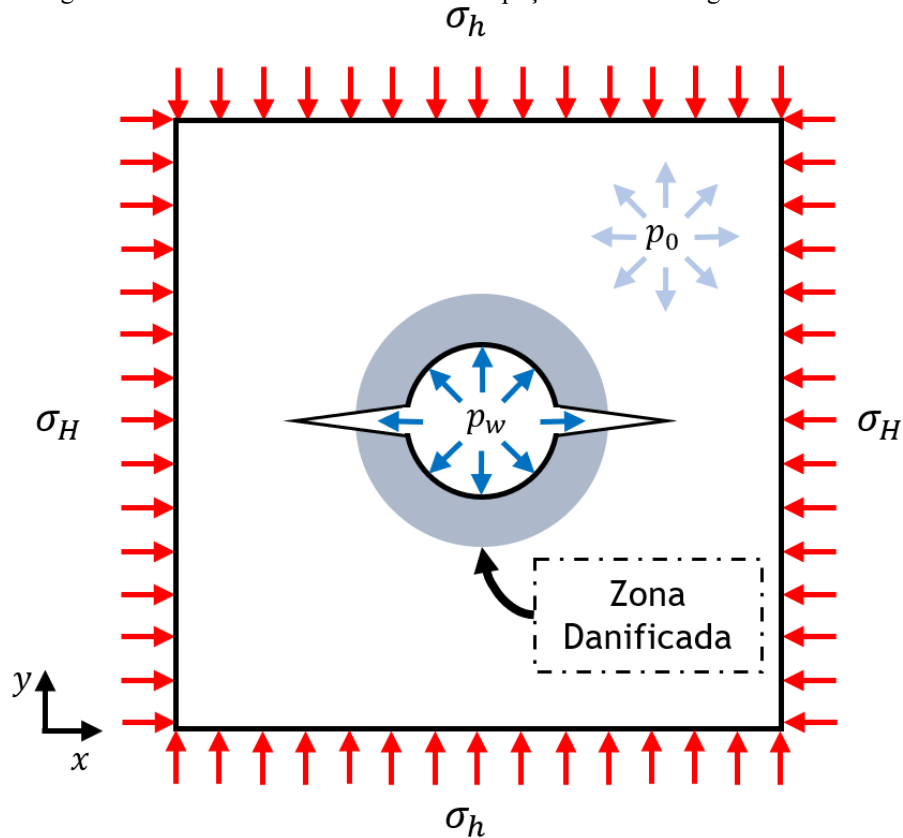
3.2.2 Estimulação de reservatórios

A estimulação de poços utilizando o fraturamento hidráulico tem como objetivo aumentar a produtividade de poços de produção ou, em outros casos, aumentar a injetividade de poços de injeção. (ECONOMIDES e NOLTE, 2000; PALSSON *et. al.*, 2003; IBRAHIM e NASR-EL-DIN, 2018).

Os processos de perfuração e completação podem ser responsáveis por danificar a formação no entorno do poço (efeito película), que consiste na diminuição da permeabilidade e, consequentemente, do potencial produtivo dos poços de produção (RENPU, 2011; ROSA, XAVIER e CARVALHO, 2006). Neste caso, a estimulação tem como objetivo fraturar a rocha hidráulica de forma a criar canais que ultrapassem totalmente a região danificada em uma profundidade suficiente para garantir o restabelecimento ou aumento da produção. (SMITH e MONTGOMERY, 2015).

A Figura 15 mostra o fraturamento hidráulico com o objetivo de ultrapassar a região danificada no entorno de um poço de produção vertical.

Figura 15 - Fraturamento hidráulico de um poço vertical em região danificada

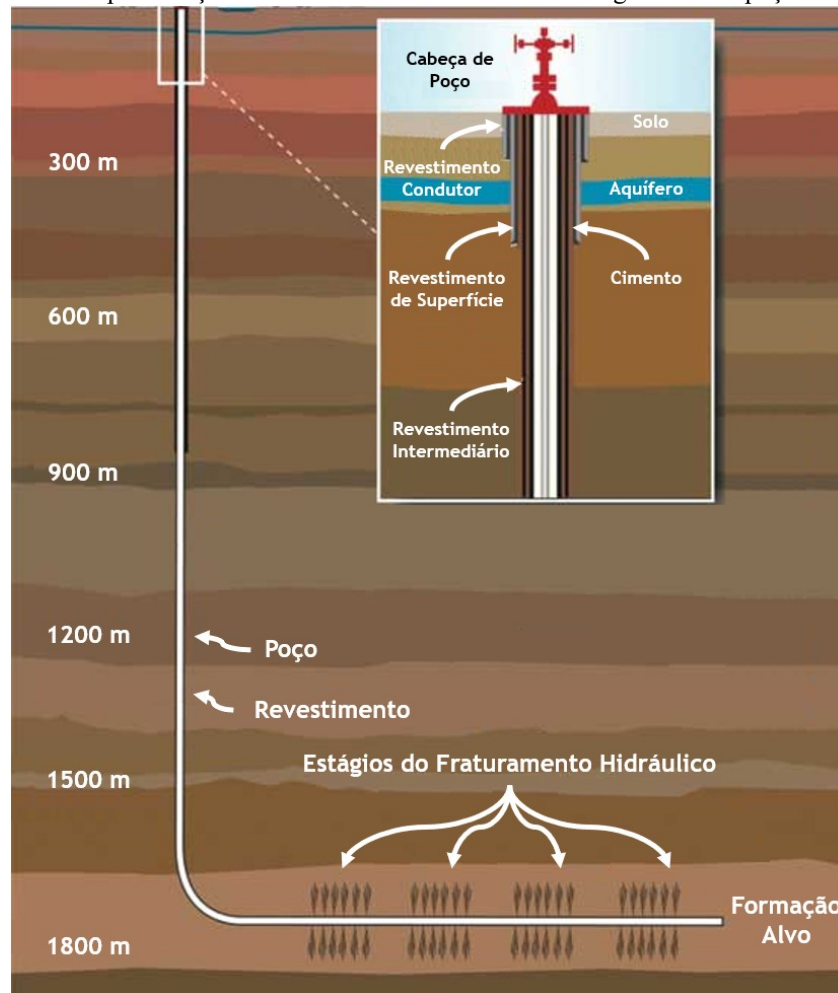


Fonte: O Autor (2020).

No desenvolvimento de reservatórios não convencionais, como a produção de gás em folhelhos (*shale gas*), devido à baixa permeabilidade das formações, o fraturamento tem como objetivo criar uma rede de fraturas que cubram um grande volume do reservatório e que sirvam como caminhos preferenciais para a produção de hidrocarbonetos. Neste caso, vários poços horizontais são perfurados de forma a cobrir toda a região a ser estimulada e em cada poço o fraturamento hidráulico é realizado em estágios, que são seções isoladas no poço. Para a realização da operação, fluidos usualmente de alta viscosidade são bombeados no poço e em cada estágio ocorre a geração de múltiplas fraturas (ZOBACK e KOHLI, 2019).

A Figura 16 mostra uma representação de uma operação de fraturamento hidráulico em vários estágios em um poço horizontal, o que tipicamente acontece nas operações de estimulação em reservatórios não convencionais.

Figura 16 - Representação do fraturamento hidráulico em estágios em um poço horizontal



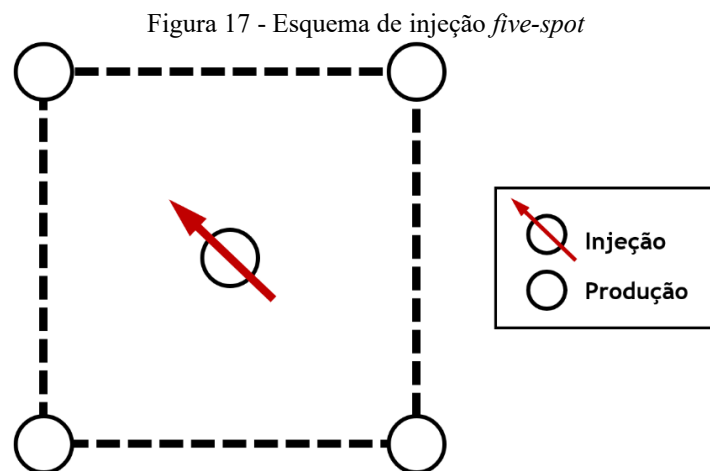
Fonte: Adaptado de (SUCHY E NEWELL, 2012).

3.2.3 Injeção de água

A injeção de água é uma operação largamente utilizada na indústria de petróleo com o objetivo de manter a pressão média do reservatório durante a etapa de produção ou restabelecer os níveis de pressão de poros após a depleção promovida pela recuperação primária. A água injetada no reservatório funciona como um pistão empurrando o óleo presente no reservatório em direção aos poços de produção. (BAUTISTA e TELEGHANI, 2017; TERRY e ROGERS, 2015).

No planejamento de um projeto de injeção, os poços são posicionados de forma a garantir a maior eficiência de varrido possível. Ou seja, como o objetivo da injeção é a aumentar a produção de petróleo, se deve buscar garantir que a maior quantidade possível de fluido injetado permaneça no interior do reservatório. (ROSA, XAVIER e CARVALHO, 2006; EZEKWE, 2010).

A Figura 17 mostra um esquema de injeção *five-spot* invertido, com quatro poços de produção e um poço de injeção.



Fonte: O Autor (2020).

Segundo Joranson et. al. (2007), na maior parte das operações de injeção de água ocorre a formação e propagação de fraturas hidráulicas.

Estudos mostram que o processo de fraturamento está geralmente associado à baixa injetividade dos poços. (HOEK *et. al.*, 2008; ZHANG, WU e LIU, 2016; GADDE e SHARMA, 2001; SOUZA *et. al.*, 2005). Segundo Rosa, Xavier e Carvalho (2006), o índice de injetividade pode ser definido como sendo a relação entre a vazão de injeção e o diferencial de pressão entre os poços injetores e produtores. Desta forma, este índice fornece o diferencial de pressão necessário para alcançar uma dada vazão de injeção. Ou seja, fornece o nível de facilidade de se injetar o fluido no reservatório.

Em reservatórios de baixa permeabilidade, a injetividade naturalmente é baixa. Desta forma, é necessário realizar a injeção no reservatório com um nível mais elevado de pressão. Como consequência desta operação, a pressão pode superar a pressão de fraturamento da rocha, promovendo a formação e propagação de fraturas no reservatório. (ZHANG, WU e LIU, 2016).

Segundo Gadde e Sharma (2001), seja qual for a permeabilidade do reservatório, a injeção de água de baixa qualidade, como em casos em que há elevados teores sólidos, é um dos motivos que provoca a perda de injetividade dos poços, o que impossibilita que sejam alcançadas as vazões de projeto, a menos que se aumente a pressão de injeção. Neste caso, uma possível solução é a injeção de água acima da pressão de fratura, mesmo quando a qualidade da água de injeção é muito baixa. (PEDROSO *et. al.*, 2009; MAZO e SCHIOEZER, 2015; ALI *et. al.*, 1994). Segundo Costa, Mazo e Schiozert (2009), a

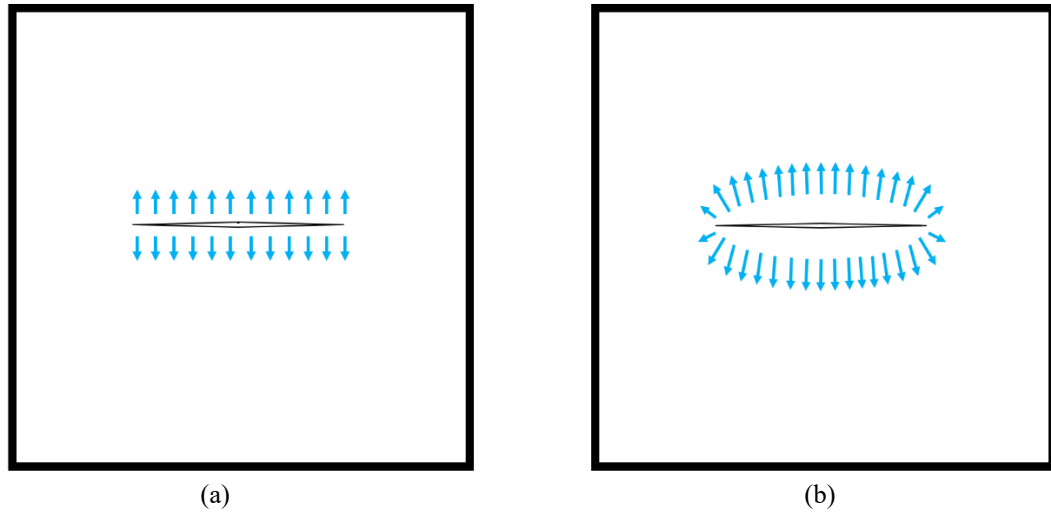
propagação de fraturas durante a injeção de água possibilita empregar altas vazões desde o início da operação de injeção e pode ser uma alternativa vantajosa mesmo nos casos em que não há perda de injetividade.

Apesar da injeção acima da pressão de fratura ser uma alternativa relevante para lidar com a baixa injetividade dos poços, um grande desafio é prever o comportamento das fraturas geradas durante a operação, de forma a diminuir as incertezas e evitar problemas, como a diminuição da performance do reservatório devido à perda de eficiência de varrido e problemas ambientais pela propagação de fraturas ao longo de camadas adjacentes. (PEDROSO *et. al.*, 2009; LYU *et. al.*, 2018; NOIROT *et. al.* 2003).

Segundo Koning (1985) a propagação de fraturas em uma operação de injeção de água tem características diferentes do fraturamento que ocorre em operações de estimulação. A operação de estimulação ocorre geralmente sob alta vazão e utilizando fluidos com elevada viscosidade, promovendo a propagação abrupta de uma fratura no reservatório. Para o caso de operações de injeção, o fluido utilizado é a água e a vazão de injeção é, geralmente, muito inferior à vazão empregada durante uma estimulação. Desta forma, no fraturamento promovido pela injeção de água a velocidade de propagação da fratura é muito menor que a velocidade em que a frente de perturbação de pressão (difusão de fluido) se desloca no reservatório, diferentemente do que ocorre na estimulação. Koning afirma ainda que a difusão de fluido em operações de injeção tende a acontecer radialmente no reservatório (*leak-off 2D*), enquanto em casos de estimulação o regime de difusão tende a ocorrer em uma dimensão (*leak-off 1D*), que é perpendicular ao eixo da fratura.

A Figura 18 mostra de forma esquemática uma comparação entre o fraturamento nos regimes de difusão linear e radial, respectivamente.

Figura 18 - Comparação entre o fraturamento em um regime de difusão (a) linear e (b) radial



Fonte: O Autor (2020).

3.3 MODELOS ANALÍTICOS

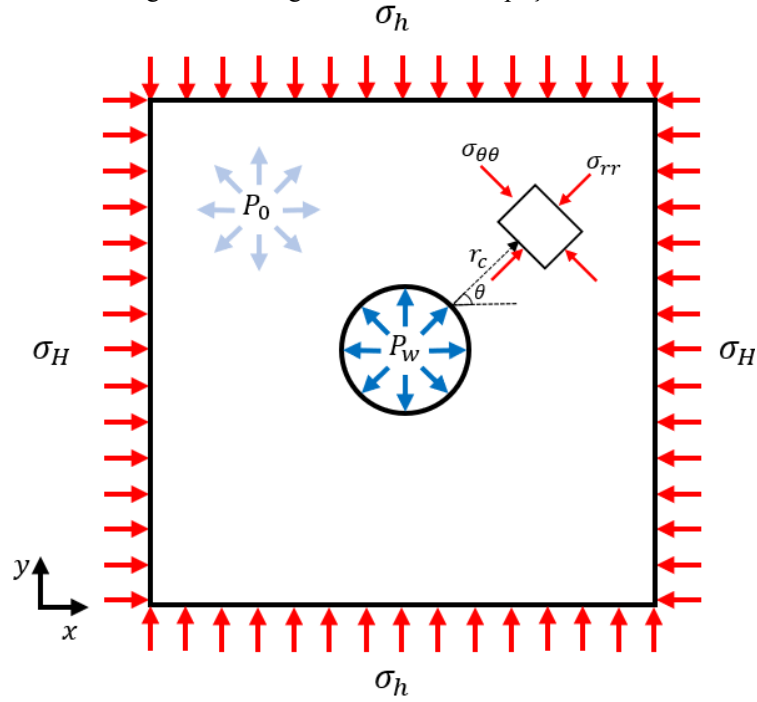
3.3.1 Modelos de pressão de início de fraturamento e pressão de ruptura

Conforme discutido anteriormente, o fraturamento se inicia quando a tensão efetiva que atua na rocha muda do estado de compressão para tração e supera sua resistência a tração. Para o caso de operações de fraturamento hidráulico, a fratura se inicia na parede do poço e tende a se propagar no reservatório.

Neste caso, o estado de tensões em subsuperfície é mais complexo do que o apresentado no exemplo da célula pressurizada, sendo necessária uma nova equação que considere o efeito da concentração de tensões no entorno do poço. (KIRSCH, 1898).

A Figura 19 apresenta as cargas atuantes no entorno de um poço vertical de raio R , perfurado em rocha impermeável e sujeito a uma pressurização. As variáveis σ_H e σ_h representam a tensão horizontal máxima e mínima, respectivamente, P_0 representa a pressão de poros e P_w representa a pressão no interior do poço durante a pressurização.

Figura 19 - Cargas atuantes em um poço vertical



Fonte: O Autor (2020).

As tensões efetivas no entorno do poço podem ser obtidas pela superposição de três efeitos: a concentração das tensões σ_H e σ_h devido a presença do poço (fornecida pela equação de Kirsch), as tensões geradas por P_w durante a pressurização do poço (TIMOSHENKO, 1970) e a pressão de poros (TERZAGHI, 1943), conforme apresentado por Zoback (2007) nas Eqs. (3.3) a (3.5).

$$\begin{aligned} \sigma'_{rr} = & \frac{\sigma_H + \sigma_h - 2\alpha P_0}{2} \left(1 - \left(\frac{R^2}{r_c^2} \right) \right) + \frac{\sigma_H - \sigma_h}{2} \left(1 - 4 \left(\frac{R^2}{r_c^2} \right) + 3 \left(\frac{R^4}{r_c^4} \right) \right) \cos 2\theta \\ & + (P_w - P_0) \left(\frac{R^2}{r_c^2} \right) \end{aligned} \quad (3.3)$$

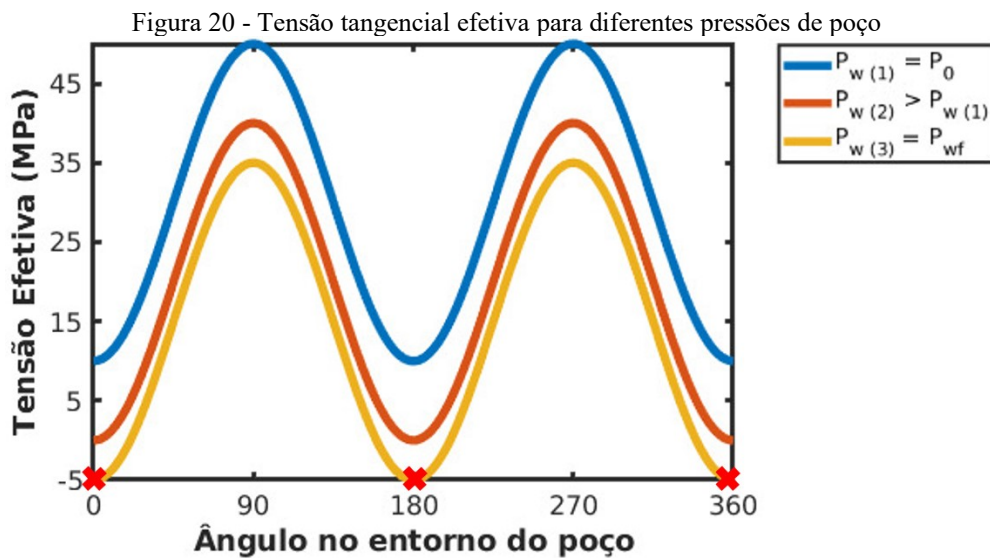
$$\begin{aligned} \sigma'_{\theta\theta} = & \frac{\sigma_H + \sigma_h - 2\alpha P_0}{2} \left(1 + \left(\frac{R^2}{r_c^2} \right) \right) - \frac{\sigma_H - \sigma_h}{2} \left(1 + 3 \left(\frac{R^4}{r_c^4} \right) \right) \cos 2\theta \\ & - (P_w - P_0) \left(\frac{R^2}{r_c^2} \right) \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\tau'_{r\theta} = \frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2} \left(1 + 2 \left(\frac{R^2}{r_c^2} \right) - 3 \left(\frac{R^4}{r_c^4} \right) \right) \sin 2\theta \quad (3.5)$$

Onde σ'_{rr} é a tensão radial efetiva, $\sigma'_{\theta\theta}$ é a tensão tangencial efetiva, $\tau'_{r\theta}$ é a tensão cisalhante efetiva, α é o coeficiente de Biot, r_c é a distância do poço até um ponto arbitrário de análise e θ é o ângulo entre as direções de σ_H e r_c .

É importante ressaltar que as Eqs. (3.3) a (3.5) se limitam aos casos em que a rocha é impermeável. Esta limitação é introduzida ao considerar que a pressão de poço (P_w) é uma carga que atua em sentido oposto, mas que não altera a pressão de poros na rocha (P_0). Segundo Wu *et. al.* (2020), no caso da pressurização em rochas permeáveis, parte do fluido injetado invade a formação rochosa e altera a pressão média no entorno do poço, efeito que induz tensões adicionais não consideradas nas Eqs. (3.3) a (3.5).

A Figura 20 mostra a tensão tangencial efetiva na parede de um poço vertical para valores de P_w entre P_0 (pressão de poço igual a pressão de poros) e P_{wf} (pressão de início de fraturamento). Neste caso é considerado que a rocha é impermeável e com resistência à tração de 5 MPa. É importante enfatizar que a pressurização do poço diminui a tensão tangencial efetiva e aumenta a tensão radial efetiva. Ou seja, à medida que o poço é pressurizado a rocha tende a ser comprimida radialmente e tracionada tangencialmente.



É possível observar ainda na Figura 20 que, para o caso da pressão P_{wf} , a tensão tangencial efetiva supera a resistência à tração da rocha nos ângulos $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 180^\circ$, confirmando que o fraturamento se inicia na direção da máxima tensão horizontal σ_H (perpendicular a σ_h).

A Eq. (3.7) é uma simples expressão para a pressão de fraturamento na parede do poço (P_{wf}) que pôde ser obtida a partir da equação referente a tensão tangencial efetiva (Eq.

(3.4)), considerando uma resistência à tração T_0 e o ângulo $\theta = 0^\circ$, como mostrado na Eq. (3.6).

$$\sigma'_{\theta\theta} = 3\sigma_h - \sigma_H - P_{wf} - P_0 = -T_0 \quad (3.6)$$

$$P_{wf} = 3\sigma_h - \sigma_H - P_0 + T_0 \quad (3.7)$$

O resultado apresentado na Eq. (3.7) foi obtido por Hubbert e Willis (1957) e constitui um modelo analítico para prever a pressão de início de fraturamento em rochas impermeáveis. Hubbert e Willis (1957) afirmam ainda que a pressão P_{wf} pode ser utilizada para prever a pressão de ruptura, ou seja, $P_{wf} = P_b$.

Dois pontos são importantes de se ressaltar neste momento: O primeiro deles é quanto a aplicação da Eq. (3.7) para prever a pressão de início de fraturamento (P_{wf}) e o segundo é quanto a aplicação para prever a pressão de ruptura (P_b).

Análises experimentais mostram que a Eq. (3.7) pode aproximar a pressão de início em rochas impermeáveis. (HUBBERT e WILLIS, 1957; FENG, JONES e GRAY, 2016). Resultados semelhantes foram encontrados por Seixas (2015) ao realizar análises numéricas da operação de fraturamento hidráulico em rocha impermeável via elementos finitos especiais de interface utilizando um modelo constitutivo de dano à tração. O mesmo comportamento foi observado por Beserra (2015) ao simular a operação em condições equivalentes utilizando elementos finitos embebidos e o mesmo modelo de dano à tração. Esses resultados confirmaram a utilização da Eq. (3.7) para prever a pressão de início em rochas impermeáveis. Entretanto, para o caso de rochas permeáveis, a pressão requerida pode ser muito diferente da pressão prevista pela Eq. (3.7). (ZOBACK *et. al.*, 1977). Segundo Zeng *et. al.* (2018) e Guo, Mongenstern e Scott (1993), a invasão de fluido durante a pressurização do poço em rochas de maior permeabilidade eleva a pressão média no entorno do poço e tende a diminuir a necessária para se iniciar uma fratura na rocha. Desta forma, outras variáveis que, assim como a permeabilidade, controlam a invasão de fluido para o reservatório também impactam diretamente na pressão de início, como é o caso da vazão de injeção, viscosidade e compressibilidade do fluido de injeção.

Haimson e Fairhurst (1967) desenvolveram um modelo analítico para prever a pressão de início que é semelhante ao modelo demonstrado por Hubbert e Willis (1957), mas que incorpora o efeito da invasão de fluido para o reservatório durante a pressurização do

poço por meio de uma variável chamada constante poro elástica do material (ζ), conforme mostrado na Eq. (3.8).

$$P_{wf} = \frac{3\sigma_h - \sigma_H + T_0 - 2\zeta P_0}{2(1 - \zeta)} \quad (3.8)$$

Entretanto, ensaios laboratoriais e análises de campo têm mostrado que a Eq. (3.8) fornece valores da pressão muito inferiores aos registrados, por não incorporar fatores que têm influência na difusão do fluido, como, por exemplo, a permeabilidade e a compressibilidade da matriz rochosa, a viscosidade e a compressibilidade do fluido, bem como a vazão de injeção. (ZENG *et. al.*, 2018; ZENG e ROEGIERS, 2002).

Com relação à aplicação da Eq. (3.7) para obter a pressão de ruptura, é necessário ter ainda mais cautela. Segundo Zhang *et. al.* (2018), essa consideração é válida apenas em alguns casos, quando a pressão P_{wf} acontece próximo a pressão de ruptura P_b . Conforme discutido anteriormente, a pressão de início de fraturamento e a pressão de ruptura estão associadas a duas etapas diferentes do processo de propagação de fraturas a partir do poço, sendo a pressão de início P_{wf} a pressão necessária por superar o estado de tensões e a resistência à tração (obtida pela equação de Kirsch) e a pressão de ruptura P_b a pressão necessária para iniciar a propagação instável de uma fratura pré-existente.

3.3.2 Modelos de propagação

Conforme discutido anteriormente, em operações onde há fraturamento hidráulico, as pressões de início e ruptura em uma formação rochosa intacta são altamente dependentes da concentração de tensões no poço. Entretanto, após a propagação da fratura em uma pequena profundidade do reservatório, o efeito da concentração de tensões no poço é atenuado e passa a não ter impacto no estado de tensões que atua no entorno da fratura.

Nesta seção são apresentados dois modelos de propagação de uma fratura planar que incorporam o efeito da difusão de fluido para a formação; o modelo analítico KGD (Khristianovich, Geertsma e de Klerk) desenvolvido inicialmente por Khristianovich e Zheltov (1955), que considera que a difusão do fluido ocorre perpendicular ao plano da fratura (difusão em uma dimensão) e o modelo semi-analítico apresentado por Koning (1985), que considera que a difusão de fluido no reservatório ocorre radialmente a partir da fratura (difusão duas dimensões). Nos dois modelos se considera a presença de uma fratura inicial e

que a tensão confinante perpendicular ao plano da fratura é a tensão horizontal mínima, ou seja, não se considera o efeito da concentração de tensões no poço nestes modelos.

Os modelos de propagação são muito importantes, pois em casos de campo o fraturamento hidráulico do reservatório pode estar associado a propagação de fraturas pré-existentes e não ao fraturamento em uma rocha intacta. Fraturas normalmente existem no entorno dos poços mesmo antes deles serem fraturados hidraulicamente, como é o caso de fraturas que foram induzidas durante a perfuração. (BUNGER, LAKIROUHANI e DETOURNAY, 2010; BRUDY e ZOBACK, 1999).

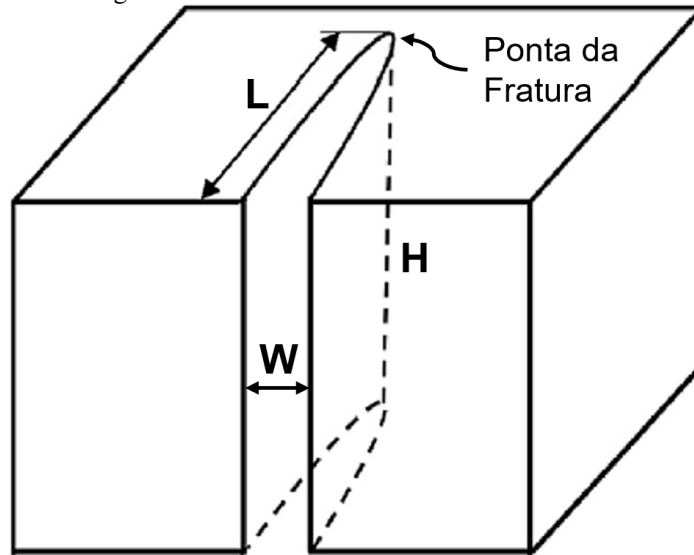
É importante evidenciar ainda que, apesar de serem modelos úteis para se prever preliminarmente o comportamento de fraturas, os modelos analíticos não são capazes de incorporar muitas das variáveis envolvidas no fraturamento hidráulico, como propagação fora do plano perpendicular à tensão horizontal mínima, anisotropia do material ou variáveis operacionais, a exemplo do histórico de injeção. Neste contexto, os modelos numéricos de fraturamento hidráulico ganham cada vez mais espaço devido à sua capacidade em lidar com as complexidades do processo de fraturamento hidráulico. (ZOBACK e KOHLI, 2019).

3.3.2.1 Modelo de propagação de fratura planar sob regime de difusão em uma dimensão – KGD

O modelo KGD é um modelo analítico aplicado para descrever a propagação de uma fratura plana, elíptica e com altura muito maior que seu comprimento. Neste modelo, a fratura se propaga em um meio elástico, homogêneo e isotrópico e com fluido saturante de mesma viscosidade do fluido injetado. O fraturamento ocorre com velocidade superior ao da difusão de fluido no reservatório, de forma que a difusão pode ser considerada em uma única direção, que é perpendicular ao plano da fratura. (BUNGER, DETOURNAY e GARAGASH, 2005; ZHANG, 2019; GEERTSMA e DE KLERK, 1969; KHRISTIANOVICH e ZHELTOV, 1955).

A Figura 21 mostra a geometria da fratura do modelo KGD, onde H, L e W são altura e comprimento e espessura da fratura, respectivamente.

Figura 21 - Geometria da fratura do modelo KGD



Fonte: Adaptado de (ZHANG, 2019).

Para a condição em que o volume de fluido difundido para a formação durante a propagação é igual a zero, o modelo de propagação pode ser simplificado e descrito pelas Eqs. (3.9) a (3.11) (YEW e WENG, 2015).

$$L = 0,48 \left[\frac{8GQ^3}{(1-\nu)\mu} \right]^{1/6} t^{2/3} \quad (3.9)$$

$$W = 1,32 \left[\frac{8(1-\nu)Q^3\mu}{G} \right]^{1/6} t^{1/3} \quad (3.10)$$

$$P_F = \sigma_h + 0,96 \left[\frac{2GQ^3\mu}{(1-\nu)^3L^2} \right]^{1/4} \quad (3.11)$$

Onde L é o comprimento da fratura, W é a espessura da fratura, P_F é a pressão no interior da fratura, Q é a vazão de injeção, μ é a viscosidade do fluido, ν é o coeficiente de Poisson, G é o módulo de cisalhamento e t é o tempo de injeção.

Carrier e Granet (2012) apresentaram um estudo comparativo entre a solução analítica e a solução numérica utilizando elementos coesivos. O problema considerado foi o de propagação de uma fratura do tipo KGD sob regime de difusão em uma dimensão, apresentado por Bungier, Detournay e Garagash (2005). O mesmo estudo foi realizado por Manzoli *et. al.* (2019) e Cleto *et. al.* (2020) utilizando em sua solução numérica elementos especiais de interface e um modelo constitutivo baseado em dano à tração. Em ambos os estudos os resultados mostraram uma boa correlação entre as respostas analítica e numérica. Os resultados adicionalmente mostraram que quando o fraturamento ocorre sob regime de

difusão em duas dimensões, o comportamento do fraturamento é marcadamente diferente do observado no regime de difusão em uma dimensão, mostrando que o modelo analítico não é capaz de capturar o resultado.

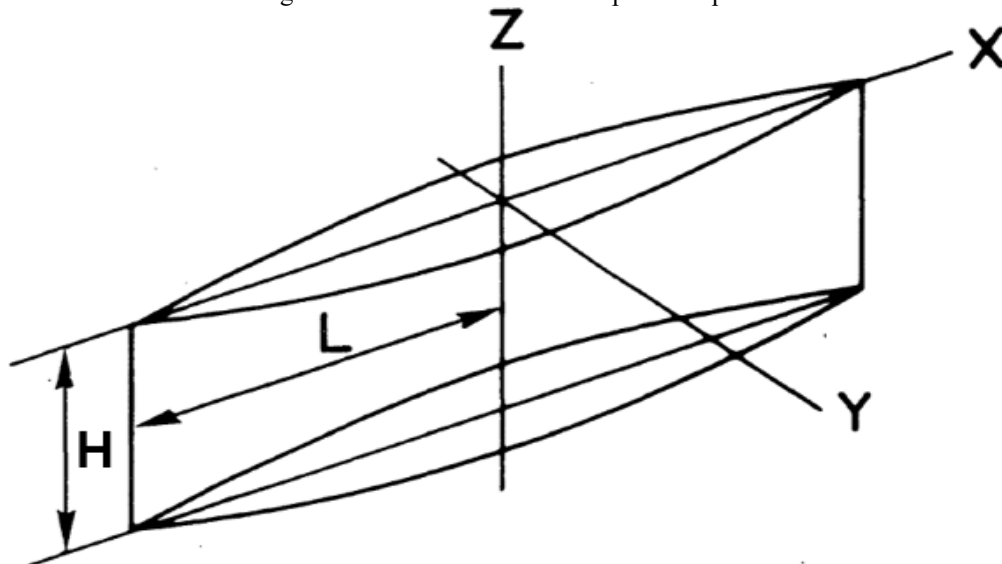
3.3.2.2 Modelo de propagação de fratura planar sob regime de difusão em duas dimensões

Koning (1985) desenvolveu um modelo semi-analítico para a propagação de uma fratura pontiaguda plana de formato elíptico em um meio homogêneo e isotrópico. Neste modelo a espessura da fratura é considerada constante e a condutividade hidráulica infinita, ou seja, não há variação de pressão ao longo da fratura; é considerado também que o fraturamento ocorre em um reservatório infinito com fluido saturante de mesma compressibilidade e mobilidade do fluido injetado; e, além disto, se considera que a velocidade de propagação da fratura é muito inferior à de difusão de fluido no reservatório de forma que o volume da fratura pode ser negligenciado com relação ao volume total de fluido difundido para a formação. Neste modelo se considera que a fratura se propaga lentamente enquanto a perturbação de pressão se move à frente e radialmente no reservatório.

Koning afirma em suas discussões que os modelos que consideram a difusão de fluido em uma dimensão não fornecem resultados representativos para o caso do fraturamento hidráulico com difusão em duas dimensões, pois a pressurização no entorno da fratura perturba o estado de tensões e, portanto, as condições de fraturamento.

A Figura 22 mostra a geometria da fratura planar elíptica apresentada por Koning, onde H e L são altura e comprimento da fratura, respectivamente.

Figura 22 - Geometria da fratura planar elíptica



Fonte: (KONING, 1985).

A pressão na face da fratura (P_F) para o caso do regime de difusão em duas dimensões com fluido de injeção de mesma viscosidade que o fluido saturante pode ser obtida a partir da Eq. (3.12). (MUSKAT, 1946).

$$P_F = P_0 + \frac{Q\mu}{2\pi kH} \ln\left(\frac{3\sqrt{\eta t}}{L}\right) \quad (3.12)$$

Onde P_0 é a pressão de poros inicial no reservatório, Q é a vazão de injeção, μ é a viscosidade do fluido, k é a permeabilidade da rocha, H é a espessura do reservatório, L é o comprimento da fratura, t é o tempo de injeção e η é a difusividade hidráulica da formação, que é dependente da porosidade (ϕ) e da compressibilidade total (c_t), conforme é apresentado na Eq. (3.13).

$$\eta = \frac{k}{\phi\mu c_t} \quad (3.13)$$

O processo de pressurização do meio poroso (promovido pela difusão de fluido) gera uma resposta poro elástica no campo de tensões atuante no reservatório, alterando o estado de tensões no entorno da fratura. Desta forma, a tensão horizontal σ_h pode ser fornecida pela Eq. (3.14).

$$\sigma_h = \sigma_{h0} + \sigma_{\Delta p} \quad (3.14)$$

Onde σ_{h0} é a tensão horizontal mínima inicial e $\sigma_{\Delta p}$ é a resposta poro elástica à pressurização da rocha, que para o caso do estado plano de deformações pode ser fornecida pela Eq. (3.15), onde A_p representa o coeficiente de expansão poro elástica.

$$\sigma_{\Delta p} = \frac{A_p}{2} (P_{iF} - P_0) - \frac{1}{8} \frac{A_p q \mu}{\pi k h} \quad (3.15)$$

A obtenção da pressão de propagação da fratura é realizada pelo critério de Irwin (Eq. (2.14)), considerando que a fratura é pressurizada pela pressão P_F . Segundo Hagoort, Weatherill e Settari (1980), Rice (1968) e Abou-Sayed, Brechtel e Clifton (1978), a pressão de propagação pode ser rescrita, conforme apresentado na Eq. (3.16).

$$P_F - \sigma_{h0} - \sigma_{\Delta p} = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{\pi L}} \quad (3.16)$$

Na condição acima a pressão no interior da fratura é suficiente para promover a propagação, uma vez que a intensidade de tensão na ponta da fratura $K_I = K_{Ic}$.

O modelo semi-analítico proposto por Koning calcula o comprimento da fratura iterativamente utilizando o método de Newton.

Dado um comprimento inicial de fratura L_0 , em cada passo de tempo (t_i) se calcula a pressão no interior da fratura P_F utilizando a Eq. (3.12). Com a pressão obtida, se calcula a resposta poro elástica devido a pressurização utilizando a Eq. (3.15) e em seguida a tensão horizontal mínima utilizando a Eq. (3.14). Com os dados de pressão P_F e σ_h se avalia a intensidade de tensão da na ponta da fratura K_I , conforme a Eq. (3.17).

$$K_I = (P_F - \sigma_h)\sqrt{\pi L} \quad (3.17)$$

Se a intensidade de tensão K_I avaliada no tempo (t_i) é superior a tenacidade à fratura do material K_{Ic} , isto implica que a fratura está sob condição de propagação e o comprimento real da fratura no tempo t_i pode ser obtido resolvendo a Eq. (3.16) utilizando o método de Newton. O comprimento da fratura obtido no tempo t_i é utilizado para corrigir a pressão no interior da fratura no tempo t_i .

Gallyamov *et. al.* (2018) apresentaram um estudo comparativo entre a solução semi analítica de Koning e a solução numérica utilizando o método de fraturas discretas (*DFM - Discrete Fracture Method*) para o problema de propagação de uma fratura sob regime de difusão em duas dimensões. Os resultados mostraram uma boa correlação entre as respostas semi-analítica e numérica para todas as fases da propagação, do início à estabilização.

4 METODOLOGIA NUMÉRICA

Neste capítulo são descritos os métodos e as técnicas utilizadas para a realização da modelagem e das simulações numéricas dos casos de fraturamento hidráulico que são apresentados no capítulo 5 deste trabalho. Inicialmente, é exposto um resumo da estratégia empregada para a modelagem dos casos de fraturamento e, nas subseções subsequentes, é realizado um detalhamento de cada técnica ou método que é utilizado.

4.1 INTRODUÇÃO

A metodologia adotada neste trabalho foi apresentada por Seixas (2015), que considera que o fraturamento hidráulico é realizado em uma rocha que possui comportamento poro elástico e que o desenvolvimento das fraturas é resultado de um processo de degradação (perda de rigidez) do material.

Neste trabalho foi utilizada a técnica dos elementos finitos em duas dimensões. As simulações numéricas foram realizadas utilizando um código em elementos finitos que realiza a análise do fluxo de fluidos em meios porosos deformáveis em um esquema totalmente acoplado, descrito no Apêndice A. (OLIVELLA *et. al.*, 1994; GUIMARÃES, GENS e OLIVELLA, 2007).

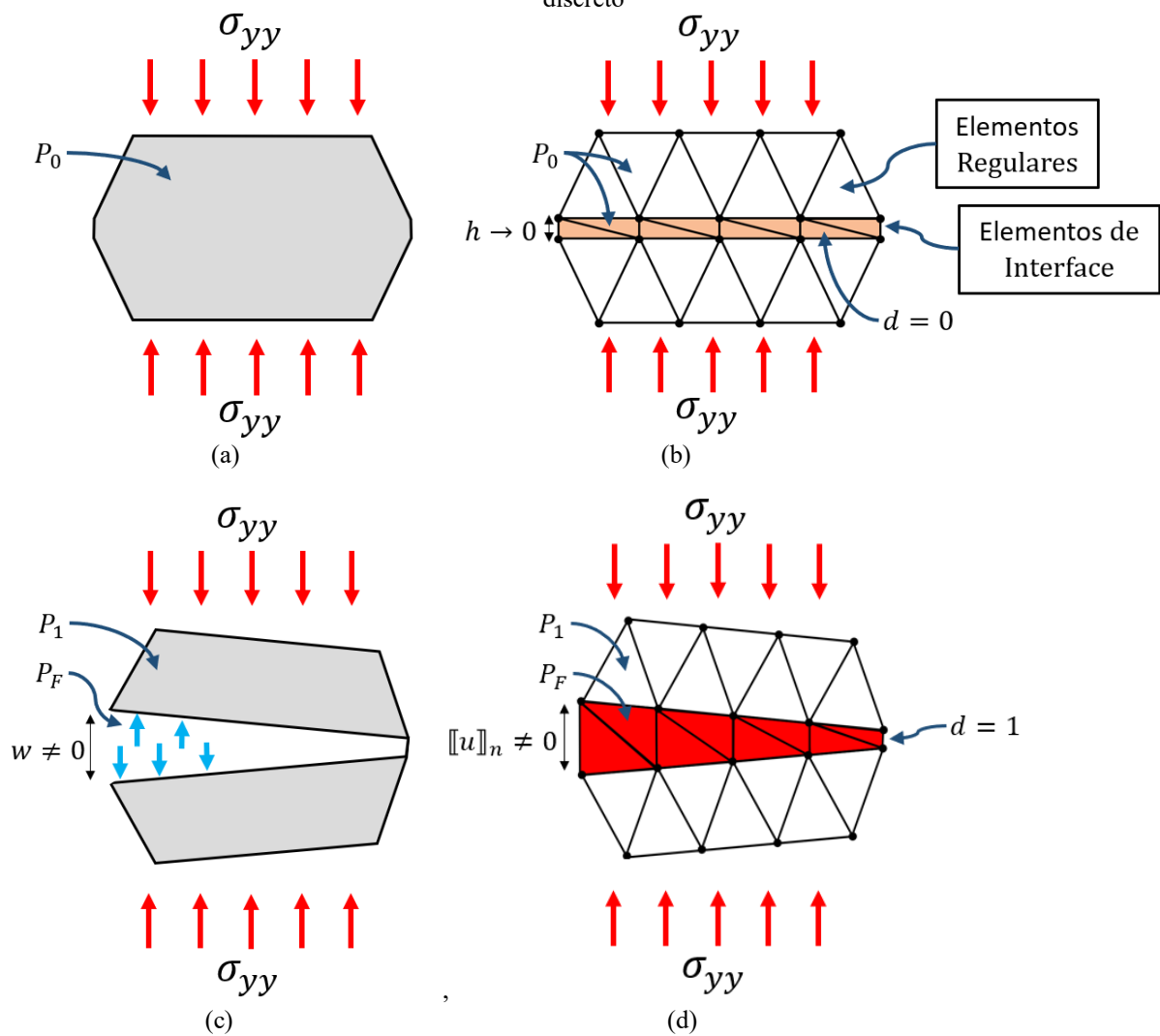
A modelagem do processo de fraturamento hidráulico foi realizada utilizando a técnica de fragmentação de malha, elementos finitos especiais de interface e um modelo constitutivo baseado na mecânica do dano contínuo. (MANZOLI *et. al.*, 2012; SÁNCHEZ, MANZOLI e GUIMARÃES, 2014). Na modelagem adotada, os elementos finitos especiais de interface são elementos com espessura próxima de zero que são inseridos entre os elementos originais da malha utilizando a técnica de fragmentação de malha. Estes elementos especiais incorporaram o modelo constitutivo baseado na mecânica do dano contínuo para representar o processo de degradação do material e, consequentemente, da formação de fraturas.

A metodologia utilizada pode ser resumida com base na Figura 23, que mostra um comparativo entre o fraturamento hidráulico em uma seção de um meio contínuo arbitrário e a mesma seção no meio discretizado utilizando a metodologia aplicada.

A Figura 23 (a) mostra uma seção de uma formação rochosa porosa e permeável com uma pressão de poros inicial P_0 que é submetida a um carregamento axial σ_{yy} e a Figura 23 (b) mostra a representação discreta do mesmo problema. Conforme apresentado anteriormente, na metodologia utilizada, pares de elementos especiais de interface são

inseridos entre os elementos regulares da malha original do problema. Nos elementos regulares foi aplicado o modelo constitutivo elástico linear e nos elementos especiais de interface foi aplicado o modelo constitutivo baseado na mecânica do dano contínuo que, inicialmente, se considera que o material está intacto e que este possui, portanto, comportamento elástico.

Figura 23 - Comparativo do fraturamento hidráulico nos meios contínuo e discreto utilizando a metodologia adotada. Rocha intacta nos meios (a) contínuo e (b) discreto. Rocha fraturada nos meios (c) contínuo e (c) discreto



Fonte: O Autor (2020).

A Figura 23 (c) mostra a mesma rocha após a formação e propagação de uma fratura hidráulica de espessura máxima w por uma pressão P_F . Partindo da consideração de um meio poroso e permeável, a pressão no entorno da fratura é alterada para um valor de pressão P_1 , devido à difusão de fluido.

A Figura 23 (d) mostra a representação discreta do fraturamento mostrado na Figura 23 (c). Na metodologia utilizada neste trabalho, o processo de formação de fraturas é

representado pela completa degradação do material nos elementos especiais de interface. Quando esses elementos especiais de interface são submetidos à uma carga axial de tração superior a resistência à tração da rocha, o modelo constitutivo de dano calcula a perda de rigidez do material até sua completa degradação. Desta forma, na Figura 23 (d), os elementos especiais de interface que, inicialmente, representavam o material intacto, se degradaram totalmente e passaram a representar a fratura. Adicionalmente, uma vez que a solução do problema é realizada utilizando um esquema totalmente acoplado entre o fluxo de fluidos e a deformação do meio poroso, a variação de pressão no entorno da fratura e a deformação do meio também são obtidas.

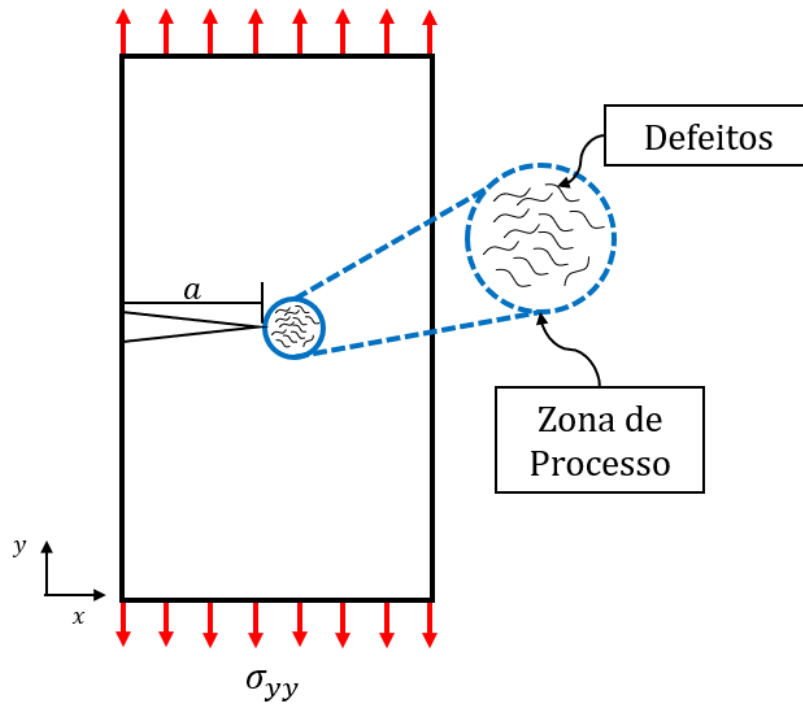
Nas subseções subsequentes, são apresentados detalhes do modelo constitutivo e como sua atualização é realizada iterativamente; dos elementos finitos especiais de interface e como estes se comportam mecanicamente e hidraulicamente; e da técnica de fragmentação de malha utilizada.

4.2 MODELO CONSTITUTIVO DE DANO A TRAÇÃO

Conforme apresentado anteriormente, na metodologia adotada o desenvolvimento de fraturas em um sólido pode ser interpretado como sendo resultado de um processo de degradação da rigidez do material que compõe o sólido até a completa formação da fratura. É exposto nessa seção o modelo constitutivo de dano à tração adotado neste trabalho, conforme descrito por Sánchez, Manzoli e Guimarães (2014).

A Figura 24 mostra um sólido com uma fratura de comprimento a sujeito a um carregamento axial externo σ_{yy} . Em frente essa a fratura é mostrada a zona de processo, que representa uma área do material com a presença de defeitos e que se encontra sob condição inelástica de degradação. Para manter a convenção de sinais da mecânica da fratura, as tensões ao longo deste capítulo são consideradas positivas na tração e negativas na compressão.

Figura 24 - Sólido com uma fratura de comprimento a a sujeito a um carregamento axial externo σ_{yy}



Fonte: O Autor (2020).

Neste contexto, uma variável de dano (d) pode ser definida como sendo a relação entre a área já danificada (área dos defeitos) e a área total A do material que está em processo de degradação, conforme apresentado na Eq. (4.1) e, de forma equivalente, na Eq. (4.2), ou seja, a variável de dano (d) é a medida do nível de degradação do material sujeito a um carregamento axial. (MURAKAMI, 2012).

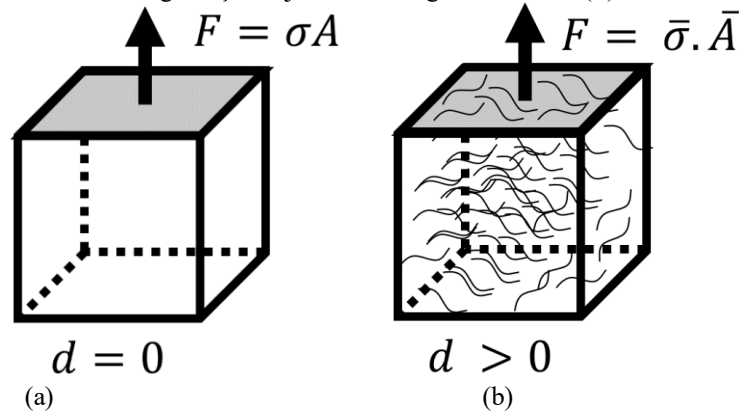
$$d = \frac{A_D}{A} \quad (4.1)$$

$$d = 1 - \frac{\bar{A}}{A} \quad (4.2)$$

Onde A_D é a área danificada e $\bar{A}$ é a área efetiva, que é a área resultante entre a área original intacta e a área degradada ($A - A_D$). (KACHANOV, 1986). Desta forma, $d \in [0,1]$, onde $d = 0$ representa o material totalmente íntegro, o intervalo $0 < d < 1$ representa o material sob condição de degradação e $d = 1$ representa o material totalmente degradado.

A Figura 25 (a) mostra um elemento intacto sujeito a uma força axial (F) e a Figura 25 (b) mostra o mesmo elemento em processo de degradação sujeito à mesma força axial (F).

Figura 25 - (a) Elemento intacto sujeito a uma força axial (F) e (b) o mesmo elemento em processo de degradação sujeito ao carregamento axial (F)



Fonte: Adaptado de (BESERRA, 2015).

A tensão nominal (σ), que atua no elemento intacto, pode ser então definida pela Eq. (4.3) e a tensão efetiva (ou aparente) de dano ($\bar{\sigma}$), que atua no elemento em processo de degradação, pode ser definida pela Eq. (4.4), uma vez que apenas a área efetiva resiste aos esforços aplicados.

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (4.3)$$

$$\bar{\sigma} = \frac{F}{\bar{A}} \quad (4.4)$$

Visto que a força aplicada no elemento é a mesma, é possível escrever uma relação entre a tensão nominal e a tensão efetiva de dano, que é apresentada na Eq. (4.5).

$$\frac{\sigma}{\bar{\sigma}} = \frac{\bar{A}}{A} = 1 - d \rightarrow \sigma = (1 - d)\bar{\sigma} \quad (4.5)$$

A relação apresentada na Eq. (4.5) estabelece que para $d = 0$ (material íntegro) a tensão efetiva de dano é igual a tensão nominal ($\bar{\sigma} = \sigma$) e que para $d = 1$ (material totalmente degradado) a tensão efetiva de dano tende a infinito ($\bar{\sigma} \rightarrow \infty$).

Adicionalmente, a deformação do material em processo de danificação ($d > 0$) pode ser fornecida pela Eq. (4.6), onde E é o módulo de elasticidade do material intacto. É importante ressaltar que a consideração do módulo de elasticidade E na Eq. (4.6) reside na consideração que a tensão efetiva de dano atua na porção intacta do material, portanto, em conformidade com a Eq. (4.4).

$$\varepsilon_1 = \frac{\bar{\sigma}}{E} \quad (4.6)$$

De acordo com o princípio da equivalência de tensões apresentada por Lemaitre (1983), a deformação do material em processo de degradação (ε_1) pode ser obtida de forma equivalente considerando o material intacto sujeito à tensão nominal (σ), mas com um módulo de elasticidade inferior devido à degradação (E_D), conforme apresentado na Eq. (4.7).

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma}{E_D} \quad (4.7)$$

A partir da igualdade entre as Eqs. (4.6) e (4.7), é possível escrever uma relação entre o módulo de elasticidade do material intacto e do material em degradação, apresentada na Eq. (4.8).

$$E_D = (1 - d)E \quad (4.8)$$

Por fim, com as Eqs. (4.8) e (4.7), é possível obter a relação constitutiva em termos de tensão nominal, que é apresentada na Eq. (4.9).

$$\sigma = (1 - d)E\varepsilon \quad (3.9)$$

Com as Eqs. (4.5) e (4.9) é possível obter a relação constitutiva em termos de tensão efetiva de dano, que é apresentada na Eq. (4.10).

$$\bar{\sigma} = E\varepsilon \quad (4.10)$$

Para os problemas bidimensionais modelados neste trabalho a Eq. (4.5), que estabelece a relação entre a tensão nominal e a tensão aparente, e a Eq. (4.10), que representa a relação constitutiva do material em termos de tensão aparente, podem ser reescritas e são utilizadas conforme é apresentado nas Eqs. (4.11) e (4.12).

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - d)\bar{\boldsymbol{\sigma}} \quad (4.11)$$

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C}:\boldsymbol{\varepsilon} \quad (4.12)$$

Onde $\boldsymbol{\sigma}$ é o tensor de tensões nominais, $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$ é o tensor de tensões efetivas, $\mathbf{C}$ é o tensor constitutivo elástico e $\boldsymbol{\varepsilon}$ é o tensor de deformações.

O critério de degradação utilizado neste trabalho, que é responsável por determinar o domínio elástico, é definido pela Eq. (4.13). (SÁNCHEZ, MANZOLI e GUIMARÃES, 2014).

$$\phi(\sigma) = \tau(\sigma) - q(r) \leq 0 \quad (4.13)$$

Onde τ é a tensão equivalente, que define o domínio elástico, e q e r são as variáveis internas, que definem o tamanho do domínio elástico. Para o caso de $\phi(\sigma) < 0$, então o material está sob regime elástico e, para o caso de $\phi(\sigma) = 0$, o material está sob condição de degradação.

No modelo apresentado por Seixas (2015), a tensão equivalente τ aplicada é a componente normal (σ_n) do vetor de tensões $\mathbf{T}$ (*traction*), onde este último é obtido por meio da projeção do tensor de tensões σ na direção normal à superfície da fatura.

O critério de degradação apresentado na Eq. (4.13) pode ser reescrito no espaço das tensões aparentes como apresentado na Eq. (4.14), considerando a relação obtida pela Eq. (3.11).

$$\bar{\phi}(\bar{\sigma}) = \bar{\sigma}_n - r \leq 0 \quad (4.14)$$

Onde a variável r , que define o tamanho do domínio elástico no espaço das tensões aparentes, é dada pela Eq. (4.15).

$$r = \frac{q}{(1 - d)} \quad (4.15)$$

É importante pontuar que para o caso do material intacto ($d = 0$), a variável interna r é igual ao valor inicial da variável interna q (q_0), ou seja, igual a resistência à tração do material (T_0). Para o caso do material sob condição de degradação ($0 < d < 1$), a variável r assume o máximo valor da componente $\bar{\sigma}_n$. Com base na Eq. (4.15) é possível escrever uma expressão para a variável de dano d , como mostrado na Eq. (4.16).

$$d(r) = 1 - \frac{q(r)}{r} \quad (4.16)$$

No modelo de dano adotado neste trabalho se considera que, após atingir a resistência à tração do material (T_0), a variável $q(r)$ sofre um abrandamento exponencial, aumentando o dano no material e, conseqüentemente, diminuindo sua rigidez. A Eq. (4.17) apresenta lei de abrandamento utilizada.

$$q(r) = T_0 e^{\frac{T_0^2}{G_f E} h \left(1 - \frac{r}{T_0}\right)} \quad (4.17)$$

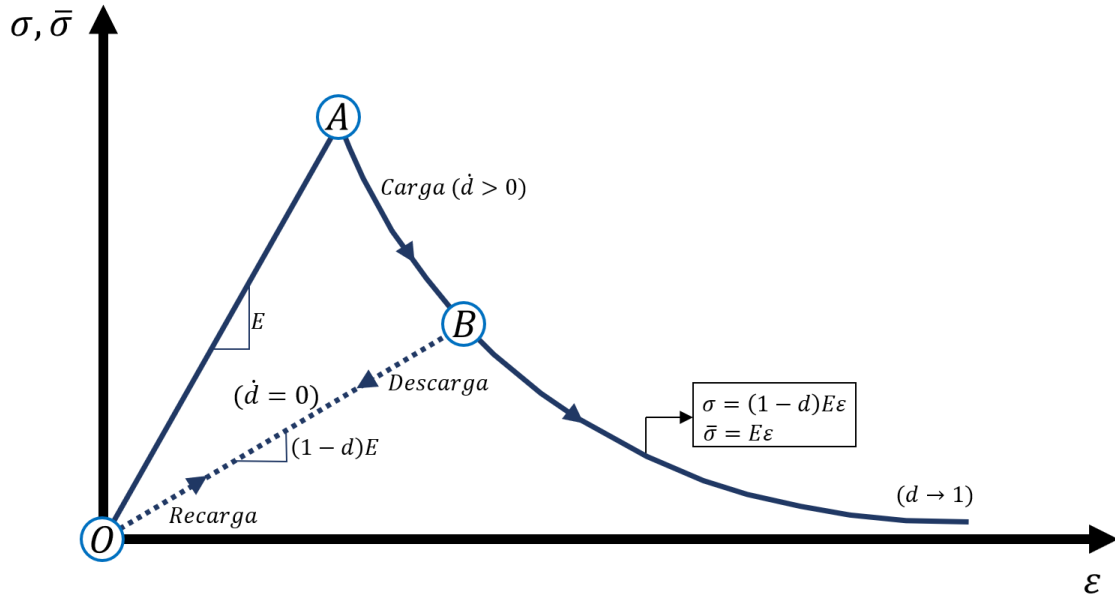
Onde T_0 é a resistência à tração, G_f é a energia de fratura, E é o módulo de elasticidade do material e h é a espessura da região onde ocorre o processo de degradação do material, ou seja, é a espessura da zona de processo da fratura. (BESERRA, 2015).

Por fim, é importante destacar que o modelo constitutivo utilizado neste trabalho é válido apenas para o processo de degradação promovido por tensões que tracionam o material. Desta forma, a relação apresentada na Eq. (4.11) pode ser reescrita na Eq. (4.18) para o caso exclusivo de dano à tração, levando em consideração que a tensão equivalente que define o domínio elástico é σ_n .

$$\begin{cases} \sigma = (1 - d)\bar{\sigma}, & \bar{\sigma}_n > 0 \\ \sigma = \bar{\sigma}, & \bar{\sigma}_n \leq 0 \end{cases} \quad (3.18)$$

A Figura 26 ilustra o comportamento do diagrama de tensão-deformação axial do modelo utilizado.

Figura 26 - Diagrama tensão-deformação de material com comportamento de abrandamento exponencial



Fonte: Adaptado de (MAEDO, 2015).

Conforme apresentado por Beserra (2015), Seixas (2015) e Maedo (2015), para o segmento $(\overline{OA})$ do diagrama de tensão deformação, que representa um estado de tensões inferior à resistência à tração do material, o comportamento é elástico linear. Desta forma, não há evolução da variável de dano ($\dot{d} = 0$), $\bar{\phi} < 0$ e não há evolução da variável interna r ($\dot{r} = 0$). Entretanto, quando a componente normal do vetor de tensões atinge a resistência à tração do material (ponto A), este entra no regime inelástico, ou seja, $\bar{\phi} = 0$ (superfície de dano). Neste caso há evolução na variável de dano ($\dot{d} > 0$) e da variável interna r ($\dot{r} \geq 0$).

Com as condições apresentadas é possível escrever as relações de Kunh-Tucker de carga e descarga, apresentadas na Eq. (4.19).

$$\dot{r} \geq 0; \bar{\phi} < 0; \dot{r}\bar{\phi} = 0 \quad (4.19)$$

Na superfície de dano ($\bar{\phi} = 0$), não há evolução da função de dano ($\dot{\bar{\phi}} = 0$) e $\dot{r} \geq 0$. Pode-se escrever, então, a condição de consistência, conforme apresentado na Eq. (4.20).

$$\dot{r}\dot{\bar{\phi}} = 0 \quad (4.20)$$

Sendo assim, no segmento ($\overline{AB}$) o material se encontra sob regime inelástico com evolução da variável de dano que, na consideração de $\tau = \sigma_n$, é representado pela Eq. (4.21).

$$\dot{\bar{\sigma}}_n > 0 \Rightarrow \begin{cases} \dot{r} = \dot{\bar{\sigma}}_n > 0 \\ \dot{d} > 0 \end{cases} \quad (4.21)$$

No segmento ($\overline{BO}$), o material com degradação d é descarregado. Neste caso $\dot{d} = 0$ e $\dot{r} = 0$. No caso da recarga, segmento ($\overline{OB}$), o material exibe um comportamento elástico, mas com módulo de elasticidade inferior, devido à degradação d .

A energia consumida para a completa formação de uma unidade de fratura, ou seja, a energia consumida do início à completa degradação do material é igual à energia de fratura. (MAEDO, 2015). Desta forma, para definir o comportamento do fraturamento, o modelo utilizado neste trabalho necessita de dois parâmetros intrínsecos do material, que são: a sua energia de fratura e a sua resistência à tração.

4.2.1 Algoritmo de integração implícito-explicito (IMPL-EX) aplicado ao modelo constitutivo de dano à tração

Conforme discutido anteriormente, a variável de dano d representa o processo de degradação (perda de rigidez) do material quando este é submetido à esforços de tração e a Eq. (4.16) expressa a relação para obtenção $d(r)$.

Para a atualização da variável interna (r) e, conseqüentemente, da variável de dano (d) foi utilizado o algoritmo de integração IMPL-EX, proposto por Oliver, Huespe e Cante (2008). Segundo Beserra (2015), o algoritmo IMPL-EX apresenta como vantagem o baixo custo computacional para quando comparado com o método implícito.

Segundo Beserra (2015), no algoritmo IMPL-EX a variável de dano (d), apresentada na Eq. (4.16), é calculada no passo de carga atual ($i + 1$) utilizando a Eq. (4.22).

$$d(\tilde{r}_{i+1}) = 1 - \frac{q(\tilde{r}_{i+1})}{\tilde{r}_{i+1}} \quad (4.22)$$

Onde $\tilde{r}_{i+1}$ é a extrapolação linear explícita da variável r que é obtida pela Eq. (4.23).

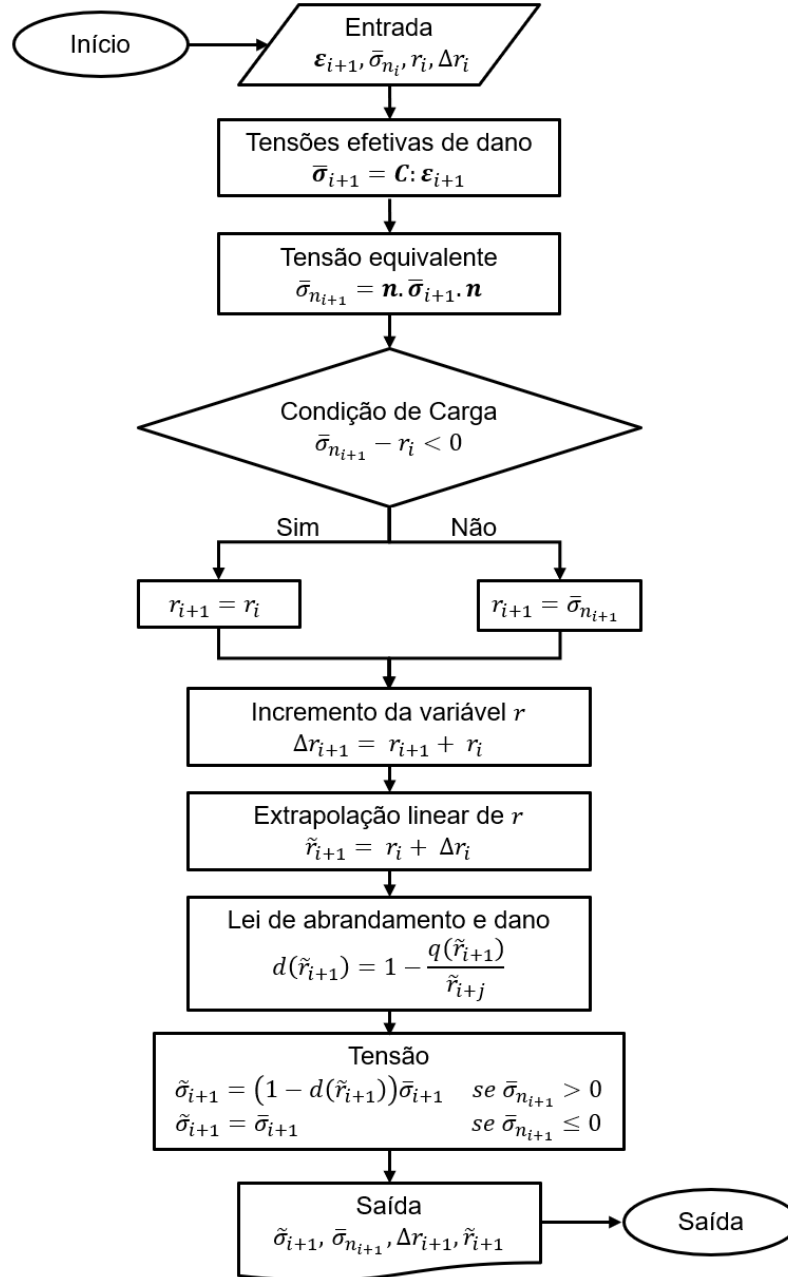
$$\tilde{r}_{i+1} = r_i + \Delta r_i \quad (4.23)$$

Onde r_i corresponde à variável interna no passo de carga i e Δr_i é o incremento da variável interna entre os passos i e $i + 1$, fornecido pela Eq. (4.24).

$$\Delta r_i = r_i - r_{i-1} \quad (4.24)$$

A Figura 27 apresenta um fluxograma do algoritmo de integração IMPL-EX implementado para o modelo de dano no código de elementos finitos que foi utilizado neste trabalho.

Figura 27 - Fluxograma do algoritmo de integração IMPL-EX para o modelo de dano à tração



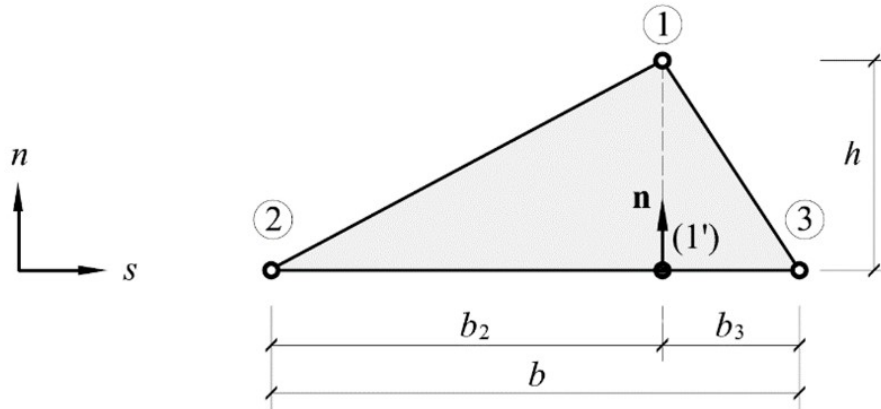
Fonte: Adaptado de (BESERRA, 2015 e MAEDO, 2015).

4.3 ELEMENTOS FINITOS ESPECIAIS DE INTERFACE

Conforme apresentado anteriormente, o processo de fraturamento hidráulico nas simulações numéricas realizadas neste trabalho é modelado utilizando elementos finitos especiais de interface. Os elementos especiais de interface incorporam o modelo constitutivo de dano à tração apresentado anteriormente. Desta forma, esses elementos representam inicialmente o material intacto e passam, posteriormente, a representar as fraturas, ou seja, o material na condição de total degradação.

A Figura 28 apresenta um elemento finito triangular de três nós em um sistema de coordenadas (s, n) , onde s é o eixo paralelo à base no elemento e n é o eixo normal à base do elemento.

Figura 28 - Elemento finito triangular



Fonte: Adaptado de (MAEDO, 2015).

Na Figura 28, b representa o comprimento da base do elemento triangular, que é definida pelo segmento que liga os nós 2 e 3, h representa a altura do elemento finito triangular, que é definida pelo segmento que liga o nó 1 à sua projeção na base do elemento triangular $(1')$, b_2 representa o comprimento do segmento que liga os nós 1 e $1'$ e b_3 representa o comprimento do segmento que liga os nós $1'$ e 3. (MAEDO, 2015).

O elemento finito especial de interface ou elemento finito de alta razão de aspecto pode ser definido como um elemento finito triangular em que sua altura é muito pequena quando comparada base do elemento e tende à zero ($h \ll b$ e $h \rightarrow 0$). (CLETO, 2016).

4.3.1 Comportamento mecânico dos elementos especiais de interface

No método implementado por Seixas (2015), a obtenção da aproximação do tensor de deformações (ε) nos elementos especiais de interface para o problema mecânico é fornecida pela Eq. (4.25).

$$\varepsilon = \tilde{\varepsilon} + \hat{\varepsilon} \quad (4.25)$$

Onde $\tilde{\varepsilon}$ é a componente do tensor de deslocamento que não depende da altura do elemento de interface e $\hat{\varepsilon}$ é a componente do tensor deslocamento que depende da altura do elemento de interface, fornecidas pelas Eqs. (4.26) e (4.27), respectivamente.

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{1}{b} \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}(u_n^{(3)} - u_n^{(2)}) & 0 \\ \frac{1}{2}(u_n^{(3)} - u_n^{(2)}) & u_s^{(3)} - u_s^{(2)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{h} \begin{bmatrix} \llbracket u \rrbracket_n & \frac{1}{2} \llbracket u \rrbracket_s & 0 \\ \frac{1}{2} \llbracket u \rrbracket_s & \llbracket u \rrbracket_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Na Eq. (4.26), $u_n^{(i)}$ e $u_s^{(i)}$ são as componentes do deslocamento no nó i do elemento especial de interface nas direções n e s , respectivamente. Na Eq. (4.27), $\llbracket u \rrbracket_n$ e $\llbracket u \rrbracket_s$ são as componentes nas direções n e s do vetor de deslocamento relativo entre o nó 1 e sua projeção na base do elemento (1'), respectivamente. As componentes $\llbracket u \rrbracket_n$ e $\llbracket u \rrbracket_s$ são obtidos pelas Eqs. (4.28) e (4.29).

$$\llbracket u \rrbracket_n = u_n^{(1)} - u_n^{(1')} = u_n^{(1)} - \left[\left(\frac{b_3}{b} \right) u_n^{(2)} - \left(\frac{b_2}{b} \right) u_n^{(3)} \right] \quad (4.28)$$

$$\llbracket u \rrbracket_s = u_s^{(1)} - u_s^{(1')} = u_n^{(1)} - \left[\left(\frac{b_3}{b} \right) u_s^{(2)} - \left(\frac{b_2}{b} \right) u_s^{(3)} \right] \quad (4.29)$$

A componente do tensor de deformações dependente da espessura do elemento ($\hat{\varepsilon}$) ainda pode ser reescrita como é apresentado na Eq. (4.30), onde o sobrescrito s expressa que apenas a porção simetria do produto vetorial entre o vetor unitário normal $\mathbf{n}$ e o vetor de deslocamento relativo ($\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$) é necessária.

$$\hat{\varepsilon} = \frac{1}{h} (\mathbf{n} \otimes \llbracket \mathbf{u} \rrbracket)^s \quad (4.30)$$

Dessa forma, a Eq. (4.25) pode ser rescrita como apresentado na Eq. (4.31).

$$\varepsilon = \tilde{\varepsilon} + \frac{1}{h} (\mathbf{n} \otimes \llbracket \mathbf{u} \rrbracket)^s \quad (4.31)$$

Para o caso do elemento especial de interface ($h \rightarrow 0$), o nó 1 e sua projeção (1') convergem para o mesmo ponto. O componente do tensor de deformações $\tilde{\varepsilon}$ permanece limitado, por não depender da espessura do elemento h , mas o componente do tensor de deformações $\hat{\varepsilon}$ fica ilimitado. Portanto, a aproximação do campo de deformações ε fica,

basicamente, dependente do campo de deslocamento relativo ($\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$). (MANZONLI *et. al.*, 2012; MAEDO, 2015; CLETO, 2016).

Conforme apresentado por Seixas (2015), o vetor de deslocamento relativo ($\llbracket \mathbf{u} \rrbracket$) representa uma descontinuidade no campo de deslocamento, salto no campo de deslocamento, e possui mesma estrutura e tratamento cinemático da Aproximação Contínua de Descontinuidade Fortes (ACDF). (OLIVER, 1996; OLIVER, CERVERA e MANZOLI, 1999).

4.3.2 Comportamento hidráulico dos elementos especiais de interface

No método implementado por Seixas (2015), a obtenção do vetor gradiente hidráulico ($\nabla \hat{\mathbf{p}}$) nos elementos especiais de interface para o problema hidráulico é fornecida pela Eq. (4.32), conforme apresentado por Manzoli *et. al.* (2019), Cleto (2016) e Maciel (2017).

$$\nabla \hat{\mathbf{p}} = [\mathbf{B}]\{\mathbf{p}\} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{b} & 0 & \frac{1}{b} \\ \frac{1}{h} & -\frac{1}{h} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} p^{(1)} \\ p^{(2)} \\ p^{(3)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{b}(p^{(3)} - p^{(2)}) \\ \frac{1}{h}\llbracket p \rrbracket \end{Bmatrix} \quad (4.32)$$

Onde $\mathbf{B}$ é a matriz de derivadas das funções de forma para o triângulo linear, $\mathbf{p}$ é o vetor de pressões nodais, com componentes $P^{(i)}$, b é o comprimento da base do elemento de interface e h é a altura do elemento especial de interface. O escalar $\llbracket P \rrbracket$ é a diferença de pressão relativa entre os nós 1 e sua projeção 1', que é obtido pela Eq. (4.33).

$$\llbracket P \rrbracket = P^{(1)} - P^{(1')} = \left[\left(\frac{b_3}{b} \right) P^{(2)} - \left(\frac{b_2}{b} \right) P^{(3)} \right] \quad (4.33)$$

Por fim, o fluxo no elemento $\mathbf{q}_w$ pode ser obtido pela Eq. (4.34).

$$\mathbf{q}_w = \tilde{\mathbf{q}}_w + \hat{\mathbf{q}}_w = -\frac{(k/\mu)}{b} \begin{Bmatrix} P^{(3)} - P^{(2)} \\ 0 \end{Bmatrix} - \frac{(k/\mu)}{h} \begin{Bmatrix} 0 \\ \llbracket P \rrbracket \end{Bmatrix} \quad (4.34)$$

Semelhantemente ao problema mecânico, a vazão $\mathbf{q}_w$ pode ser dividida em uma parcela que independe da espessura h ($\tilde{\mathbf{q}}_w$) e uma parcela que depende da espessura h ($\hat{\mathbf{q}}_w$).

Segundo Seixas (2015), para garantir que o fluxo permaneça limitado na condição de $h \rightarrow 0$, a pressão relativa ou salto de pressão tende a 0 ($\llbracket P \rrbracket \rightarrow 0$), ou seja, $P^{(1)} \rightarrow P^{(1')}$.

4.3.3 Modelo de evolução da permeabilidade nos elementos especiais de interface

Com o objetivo de representar o comportamento hidráulico das fraturas, Seixas (2015) aplicou nos elementos especiais de interface um modelo para a evolução da permeabilidade que se baseia na teoria de placas paralelas e que é apresentado por Huitt (1956), Sarkar, Toksoz e Burns (2004). Neste modelo a permeabilidade da fratura (k_f) pode ser obtida a partir da Eq. (4.35), fundamentado na consideração de que o fluxo de um fluido de viscosidade μ em uma fratura de espessura w pode ser interpretado como sendo igual ao fluxo entre duas placas paralelas com espaçamento w .

$$k_f = \frac{w^2}{12} \quad (4.35)$$

Para o caso dos elementos especiais de interface, a espessura da fratura é obtida pela componente normal do salto de deslocamento ($\llbracket u \rrbracket_n$) e o modelo de evolução da permeabilidade empregado por Seixas (2015) apresentado na Eq. (4.35) e que pode ser reescrito na Eq. (4.36).

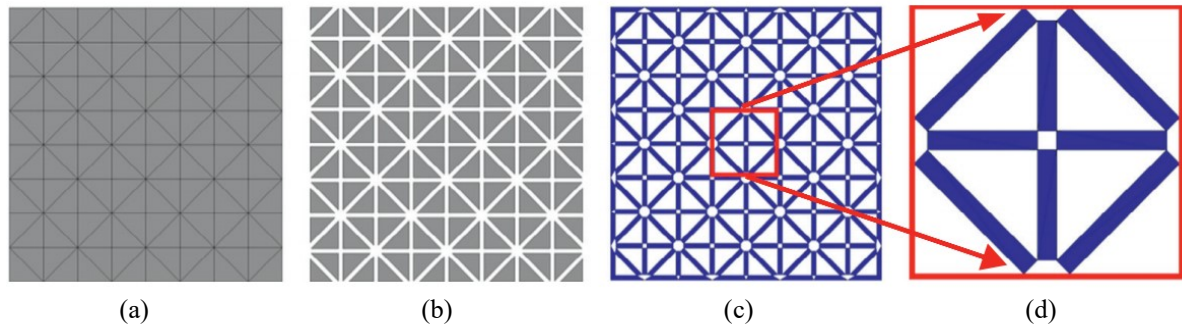
$$k_f = \frac{(\llbracket u \rrbracket_n)^2}{12} \quad (4.36)$$

4.4 TÉCNICA DE FRAGMENTAÇÃO DE MALHA

A inserção dos elementos especiais de interface foi realizada utilizando a técnica de fragmentação de malha. (SÁNCHEZ, MANZOLI e GUIMARÃES, 2014). Conforme apresentado anteriormente, nesta técnica pares de elementos especiais de interface são inseridos entre os elementos regulares, de forma a inserir na malha original do problema uma representação discreta dos possíveis caminhos de propagação da fratura. (SEIXAS, 2015).

A Figura 29 mostra as etapas do processo de fragmentação de malha para o problema bidimensional que foram implementadas por Seixas (2015) e Maciel (2017) e utilizadas neste trabalho.

Figura 29 - Etapas da fragmentação de malha. (a) Malha original de elementos finitos, (b) fragmentação da malha original, (c) inserção dos elementos especiais de interface (azul), (d) detalhe da malha fragmentada



Fonte: Sánchez, Manzoli e Guimarães (2014).

A Figura 29 (a) mostra a malha de elementos finitos original do problema. Neste trabalho o processo de geração de malha de elementos finitos foi realizado utilizando o programa GMSH, desenvolvido por Geuzaine e Remacle (2009).

As Figuras 29 (b) e (c) mostram o processo de fragmentação de malha, que consiste na redução do tamanho dos elementos regulares da malha original (Figura 29 (b)) e inserção dos pares de elementos especiais de interface nos espaços gerados pela redução dos elementos regulares (Figura 29 (c)). Neste trabalho, o processo de fragmentação foi realizado utilizando o programa denominado “Fragmenta”, apresentado por Seixas (2015) e Maciel (2017).

A Figura 29 (d) mostra em detalhe a malha final após o processo de fragmentação, onde os elementos regulares são mostrados em branco e os elementos especiais de interface em azul. É importante observar que buracos são gerados na malha após o processo de fragmentação que, segundo Seixas (2015), podem ser tratados com a utilização de elementos lineares.

5 CASOS DE FRATURAMENTO HIDRÁULICO ESTUDADOS

Neste capítulo é apresentada a descrição e a estratégia de ação para o estudo do fraturamento hidráulico em três diferentes cenários utilizando a metodologia numérica descrita no Capítulo 4. As análises realizadas nos três cenários apresentados tiveram como objetivo principal verificar se a metodologia numérica utilizada é capaz de representar o processo de fraturamento hidráulico sob diferentes condições impostas.

O primeiro caso foi o de início e propagação de uma fratura a partir da parede de um poço vertical perfurado em formação rochosa elástica, em condições análogas a um teste de absorção. Neste caso, foram realizadas simulações numéricas de fraturamento hidráulico em duas dimensões, os resultados obtidos do campo de tensões e pressão de início de fraturamento foram comparados com as soluções analíticas de Kirsch (1898) e Hubbert e Willis (1956), respectivamente. Adicionalmente, duas análises de sensibilidade foram realizadas, quanto à permeabilidade da matriz rochosa e quanto a vazão de injeção do teste.

O segundo caso foi o de propagação de uma fratura pré-existente em escala de reservatório, considerando um reservatório permeável e um regime de difusão em duas dimensões que, conforme discutido no Capítulo 2, é o que tipicamente acontece em operações de injeção de água. Neste caso, os resultados numéricos obtidos foram comparados e verificados com o modelo semi-analítico proposto por Koning (1985), que obtém o comprimento da fratura e o comportamento da pressão de forma iterativa, conforme apresentado no Capítulo 2. Por fim, uma análise de sensibilidade da metodologia numérica foi realizada quanto ao passo de tempo, espessura e comprimento dos elementos de interface, bem como o tipo de inserção dos elementos de interface na malha para representação do fraturamento, seja os inserindo apenas no plano preferencial de propagação da fratura ou sem um caminho preferencial, utilizando a técnica de fragmentação de malha.

O terceiro caso foi o de início e propagação de uma fratura em escala reservatório, na consideração do fraturamento a partir de um poço de injeção em um reservatório permeável com a presença de poços de produção. Este caso foi uma extensão e aplicação do caso de verificação apresentado no segundo cenário e reproduz, sinteticamente, um cenário de produção e injeção com a condição de injeção acima da pressão de fratura. Foram realizadas duas análises de sensibilidade submetendo o reservatório a condições de fraturamento. A primeira delas foi a análise de sensibilidade da vazão de injeção sob o comportamento da propagação da fratura e segunda análise foi do efeito da pressão dos poços de produção sob o fraturamento.

5.1 CASO 1: INÍCIO E PROPAGAÇÃO DE UMA FRATURA A PARTIR DA PAREDE DE UM POÇO VERTICAL

O caso abordado nestas simulações é o caso clássico do fraturamento hidráulico empregado em testes de absorção, para a obtenção das pressões de absorção, ruptura e propagação, bem como as variáveis de projeto importantes para garantir a segurança de diversas operações, conforme discutido no Capítulo 3. Nos casos estudados, a injeção de fluido foi realizada sob vazão constante por um único poço vertical em um reservatório homogêneo, isotrópico e intacto até que a pressão de injeção fosse suficiente para iniciar e propagar uma fratura a partir do poço.

A Figura 30 mostra a geometria bidimensional e as condições de contorno mecânicas e hidráulicas empregadas nas simulações. O comprimento da geometria foi de 50 m na direção x e de 100 m na direção y, com um poço de raio $R_w = 0,16$ m localizado no centro da fronteira esquerda, sendo esta geometria responsável por representar metade do domínio do problema proposto pelo caso, devido à simetria.

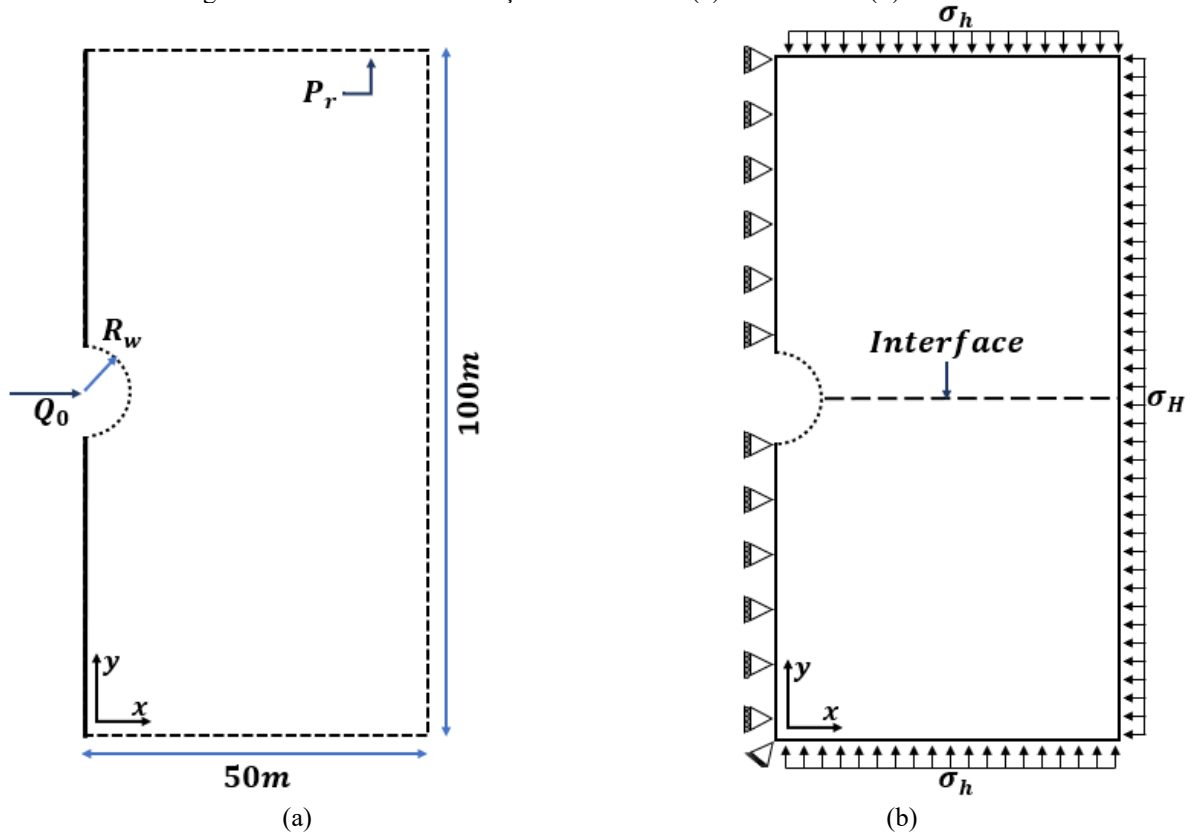
Conforme apresentado, a injeção de um fluido foi realizada no poço sob vazão constante (Q_0), em concordância com as principais metodologias empregadas em campo (LEE et. al., 2004). A fronteira do reservatório (R_r) foi mantida sob pressão constante P_r e igual a pressão inicial (P_0), como esquematizado na Figura 30 (a).

Um estado de tensões anisotrópico ($\sigma_H > \sigma_h$) foi aplicado nas fronteiras da geometria. As fronteiras superior e inferior foram carregadas com a tensão mínima (σ_h), a fronteira direita foi carregada com a tensão máxima (σ_H) e os nós da fronteira esquerda foram restritos ao deslocamento no eixo x para promover a condição de simetria. Com o objetivo de excluir o movimento de corpo rígido, o nó inferior esquerdo foi restrito ao deslocamento também no eixo y (Figura 30 (b)).

Uma vez que o reservatório adotado nas simulações foi homogêneo e isotrópico em toda sua extensão, o fraturamento deveria ocorrer na direção perpendicular a menor tensão aplicada. (FJAER *et.al.*; 2008). Sendo assim, para representar o caminho de propagação de uma fratura planar, foram inseridos elementos especiais de interface ao longo de uma linha na direção x, cruzando o centro da geometria (Figura 30 (b)). Importante ressaltar que apenas estes elementos incorporaram o modelo de dano à tração, sendo os demais elementos regulares da malha representados pelo modelo elástico linear.

A Tabela 1 apresenta as propriedades de rocha e fluido e a Tabela 2 apresenta as condições de contorno aplicadas. Neste caso foram consideradas as mesmas propriedades para os fluidos de injeção e saturante do reservatório.

Figura 30 - Geometria e condições de contorno (a) hidráulicas e (b) mecânicas



Fonte: O Autor (2020).

Tabela 1 - Propriedades de rocha e fluido adotadas na simulação.

Propriedade	Valor	Unidade	Nomenclatura
Módulo de elasticidade	10	GPa	E
Coefficiente de Poisson	0,25	-	ν
Coefficiente de Biot	1	-	α
Resistência à tração	1,25	MPa	τ
Energia de fratura	30	N/m	G_f
Porosidade	0,30	-	ϕ
Permeabilidade	0,05	mD	κ
Densidade do fluido	1000	Kg/m ³	ρ
Viscosidade do fluido	1×10^{-3}	Pa.s	μ
Compressibilidade do fluido	$4,5 \times 10^{-4}$	MPa ⁻¹	c_f

Fonte: O Autor (2020).

Tabela 2 - Condições de contorno adotadas nas simulações

Propriedade	Valor	Unidade	Nomenclatura
Tensão máxima	18	MPa	σ_H
Tensão mínima	15	MPa	σ_h
Pressão de poros	10	MPa	P_0
Vazão de injeção	3,66	m ³ /h	Q_0

Fonte: O Autor (2020).

5.1.1 Análise do campo de tensões no entorno do poço

Neste estudo, os resultados numéricos das tensões tangencial e radial no entorno do poço foram obtidos sob as condições estáticas iniciais do caso base e comparados com a solução analítica de Kirsch (1898). Este estudo teve como objetivo avaliar se a metodologia numérica utilizada é capaz de reproduzir o campo de tensões no entorno do poço e, consequentemente, as condições iniciais para o fraturamento hidráulico do poço.

5.1.2 Análise do efeito da permeabilidade no início e propagação de fraturas

Neste estudo, duas rochas com permeabilidades de 0,05 mD e 5 mD foram analisadas, com o objetivo de avaliar o efeito da permeabilidade da matriz no início e propagação de fraturas. Em cada caso, a vazão de injeção Q_0 foi mantida constante durante toda a simulação e o tempo total de cada uma das simulações foi de 100 s. Os resultados numéricos para pressão de início de fraturamento e ruptura foram comparados com a solução analítica de Hubbert e Willis (1956). Adicionalmente, foi realizado um comparativo entre a resposta numérica nos dois meios quanto a pressão de injeção, as dimensões das fraturas geradas e os campos de pressões e tensões no entorno destas fraturas.

5.1.3 Análise do efeito da vazão de injeção no início e propagação de fraturas

Neste estudo, cinco diferentes vazões de injeção com valores entre $0,4Q_0$ e $3,5Q_0$ foram aplicadas nas duas matrizes rochosas com permeabilidades de 0,05 mD e 5 mD, com o objetivo de avaliar o efeito da vazão de injeção no início e propagação de fraturas, bem como a sensibilidade da permeabilidade da matriz frente às diferentes vazões de injeção. Para esta avaliação, em cada caso a vazão de injeção foi mantida constante durante toda a simulação e o tempo total de cada uma das simulações foi de 100 s. Os resultados numéricos das pressões de injeção, dimensões das fraturas geradas e o campo de tensões no entorno da fratura foram então analisados e comparados.

5.2 CASO 2: PROPAGAÇÃO DE UMA FRATURA EM ESCALA DE RESERVATÓRIO

O caso base empregado nestas simulações foi uma adaptação do caso presente em Gallyamov (2018), no qual uma fratura planar inicial se propaga pela injeção de um fluido que é realizada por um único poço em um reservatório permeável, homogêneo e isotrópico. Neste caso, o regime de difusão do fluido no reservatório ocorre ao longo de duas dimensões e o comportamento de pressão e comprimento de fratura podem ser analisados pelo modelo semi-analítico de Koning (1985), apresentado no Capítulo 3.

A Figura 31 mostra a geometria bidimensional e as condições de contorno mecânicas e hidráulicas empregadas nas simulações. O comprimento da geometria é de 150 m na direção x e de 300 m na direção y, sendo esta geometria responsável por representar metade do domínio do problema proposto pelo caso, devido à simetria.

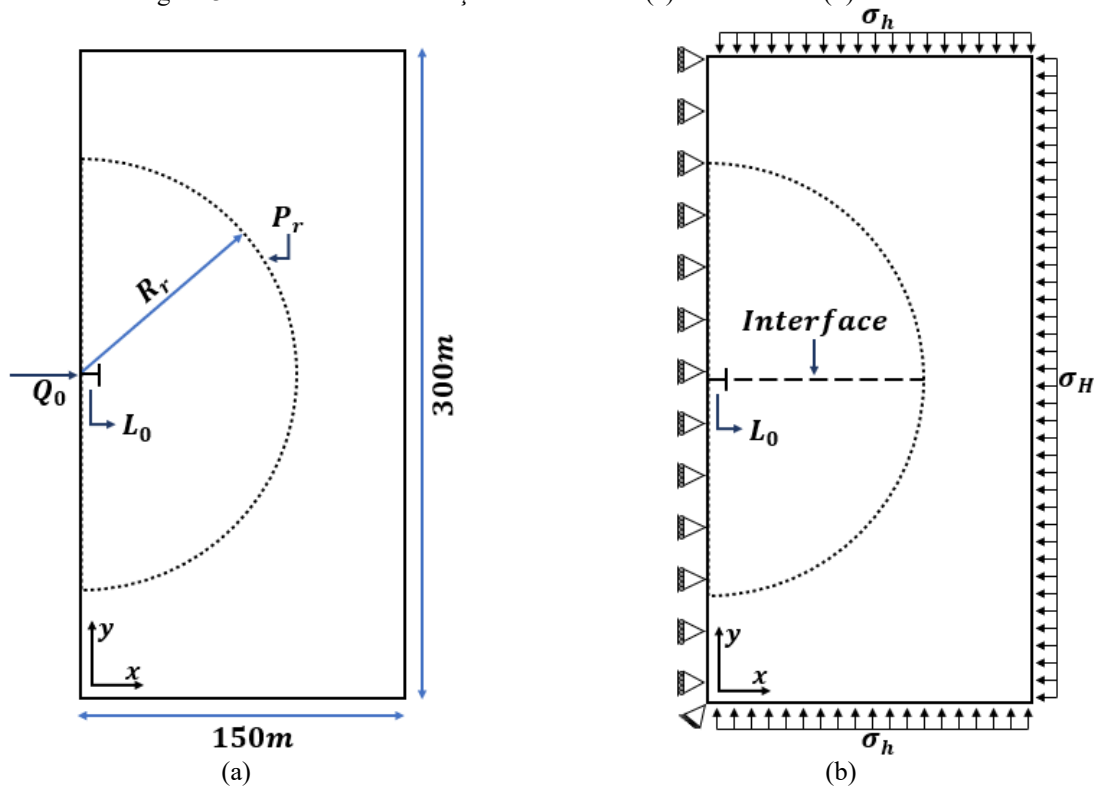
O poço de injeção foi representado por um nó da malha de elementos finitos, localizado no centro da fronteira esquerda. A injeção de fluido foi realizada por este nó sob vazão constante (Q_0) diretamente no interior de uma fratura de comprimento (L_0) igual a 5 m, pré-existente no reservatório. A fronteira do reservatório (R_r) de comprimento igual a 100 m foi mantida sob pressão constante (P_r) e igual a pressão inicial (P_0), como esquematizado na Figura 31 (a).

Um estado de tensões anisotrópico ($\sigma_H > \sigma_h$) foi aplicado nas fronteiras da geometria. As fronteiras superior e inferior foram carregadas com a tensão mínima (σ_h), a fronteira direita foi carregada com a tensão máxima (σ_H) e os nós da fronteira esquerda foram restritos ao deslocamento no eixo x para promover a condição de simetria. Com o objetivo de excluir o movimento de corpo rígido, o nó inferior esquerdo foi restrito ao deslocamento também no eixo y (Figura 31 (b)).

Para representar o caminho de propagação de uma fratura planar, foram inseridos elementos de interface alinhados ao longo da direção x, cruzando o centro da geometria. Importante ressaltar que apenas estes elementos incorporaram o modelo de dano à tração, sendo os demais elementos regulares da malha representados mecanicamente pelo modelo elástico linear.

A Tabela 3 apresenta as propriedades de rocha e fluido e a Tabela 4 apresenta as condições de contorno aplicadas. Neste caso foram consideradas as mesmas propriedades para os fluidos de injeção e saturante do reservatório.

Figura 31 - Geometria e condições de contorno (a) hidráulicas e (b) mecânicas



Fonte: Adaptado de (GALLYAMOV, 2018).

Tabela 3 - Propriedades de rocha e fluido

Propriedade	Valor	Unidade	Nomenclatura
Módulo de elasticidade	50	GPa	E
Coefficiente de Poisson	0,25	-	ν
Coefficiente de Biot	1	-	α
Porosidade	0,30	-	ϕ
Permeabilidade	25	mD	κ
Densidade do fluido	1000	Kg/m ³	ρ
Viscosidade do fluido	1x10 ⁻³	Pa.s	μ
Compressibilidade total	1x10 ⁻⁴	MPa ⁻¹	c_f

Fonte: Adaptado de (GALLYAMOV, 2018).

Tabela 4 - Condições de contorno

Propriedade	Valor	Unidade	Nomenclatura
Tensão máxima	30	MPa	σ_H
Tensão mínima	25	MPa	σ_h
Pressão de poros	18	MPa	P_0
Vazão de injeção	30	m ³ /d	q

Fonte: Adaptado de (GALLYAMOV, 2018).

5.2.1 Análise comparativa entre simulação numérica e solução semi-analítica.

Neste estudo, os resultados numéricos de pressão de injeção e comprimento de fratura *vs.* o tempo foram comparados aos resultados obtidos a partir da solução semi-analítica de Koning (1985) com o objetivo de avaliar se os elementos especiais de interface e o modelo de dano à tração são capazes de representar o processo de fraturamento hidráulico de uma fratura em regime de infiltração em duas dimensões. Os valores de pressão e comprimento apresentados foram plotados em escala logarítmica e normalizados pela tensão horizontal mínima e pelo raio do reservatório, respectivamente, visando maior precisão na análise dos resultados. O resultado numérico foi obtido utilizando elementos de interface com comprimento de 1m e espessura de 2×10^{-4} m. O passo de tempo empregado na simulação foi variável entre 1×10^{-9} s e 1×10^{-2} s.

5.2.2 Análise do efeito da espessura dos elementos especiais de interface na simulação do fraturamento hidráulico

Os resultados numéricos de pressão de injeção e comprimento de fratura *vs.* tempo deste estudo foram comparados para malhas com elementos especiais de interface de comprimento igual a 1m e cinco diferentes espessuras, variando entre 2×10^{-5} m e 2×10^{-1} m. Todas as simulações foram realizadas com o mesmo controle de passo de tempo (1×10^{-8} s a 1×10^{-1} s). O objetivo destes ensaios foi avaliar a sensibilidade da resposta numérica à espessura dos elementos de interface empregados nas simulações de fraturamento hidráulico.

5.2.3 Análise do efeito do comprimento dos elementos especiais de interface na simulação do fraturamento hidráulico

Neste estudo, os resultados numéricos de pressão de injeção e comprimento de fratura *vs.* tempo foram comparados para malhas com elementos especiais de interface de espessura de 2×10^{-4} m e sete diferentes comprimentos, variando entre 5×10^{-2} m e 1 m. Os resultados deste estudo buscaram avaliar a influência do comprimento dos elementos especiais de interface nas simulações de fraturamento hidráulico utilizando o modelo de dano à tração. Todas as simulações foram realizadas utilizando o mesmo controle de passo de tempo, variando entre 1×10^{-8} s e 1×10^{-1} s.

5.2.4 Análise do efeito do passo de tempo na simulação do fraturamento hidráulico

Os resultados numéricos de pressão de injeção e comprimento de fratura vs. tempo deste estudo foram comparados para malhas com elementos especiais de interface de comprimento igual a 1m e espessura de 2×10^{-4} m. Seis diferentes passos de tempo máximo foram empregados nas simulações, variando entre 1×10^{-2} s e 1×10^3 s. Em cada simulação numérica, um passo de tempo máximo foi empregado até a estabilização da fratura, com o objetivo de avaliar a sensibilidade da metodologia utilizada ao passo de tempo empregados na simulação.

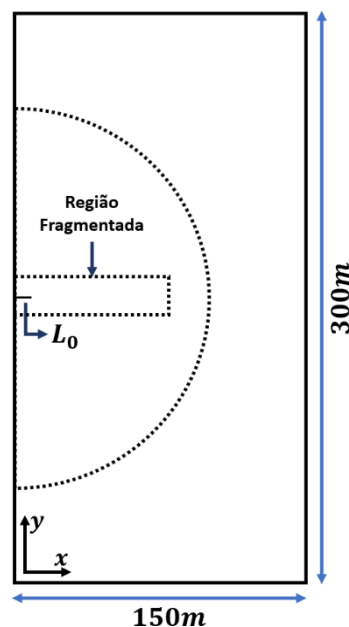
5.2.5 Análise do efeito do tipo de inserção dos elementos de interface na simulação do fraturamento hidráulico

Esta análise teve como objetivo avaliar se a metodologia apresentada é capaz de representar a direção de propagação e os comportamentos de pressão e comprimento de fratura mesmo na ausência de um caminho preferencial de propagação.

Neste estudo, os elementos especiais de interface foram inseridos em uma região com 30 m de comprimento ao longo do eixo x e 4 m de comprimento ao longo do eixo y no entorno da fratura inicial L_0 , utilizando o método de fragmentação de malha.

A Figura 32 mostra a geometria do problema analisado, enfatizando a região fragmentada. As condições de contorno mecânicas e hidráulicas foram as mesmas do problema base.

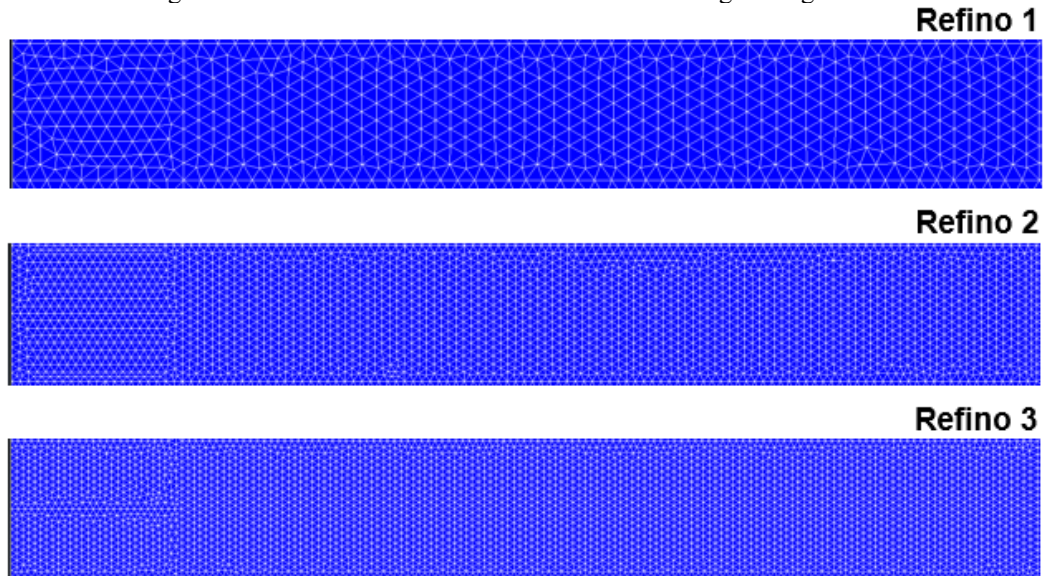
Figura 32 - Geometria do problema com região fragmentada no entorno de L_0



Fonte: Adaptado de (GALLYAMOV, 2018).

Três diferentes refinamentos foram empregados na região fragmentada, sendo o refino 1 o caso com menor nível de refinamento na região de interesse e o refino 3 o de maior refinamento, conforme mostrado na Figura 33.

Figura 33 - Malhas com diferentes refinamentos na região fragmentada



Fonte: O Autor (2020).

Os resultados numéricos de pressão de injeção e comprimento de fratura *vs.* tempo para as malhas fragmentadas na região de interesse foram comparados com a malha com um caminho preferencial de elementos ao longo do eixo *x* e a solução semi-analítica. Além disto, foi comparado também o caminho de propagação da fratura na malha fragmentada na região de interesse com o caminho preferencial linear ao longo do eixo *x*. Para a malha com caminho preferencial, foram inseridos elementos especiais de 1 m de comprimento e 2×10^{-4} m de espessura. O passo de tempo empregado nas simulações foi variável entre 1×10^{-9} s e 1×10^{-2} s.

5.3 CASO 3: INÍCIO E PROPAGAÇÃO DE UMA FRATURA A PARTIR DE UM POÇO DE INJEÇÃO NA PRESENÇA DE POÇOS DE PRODUÇÃO.

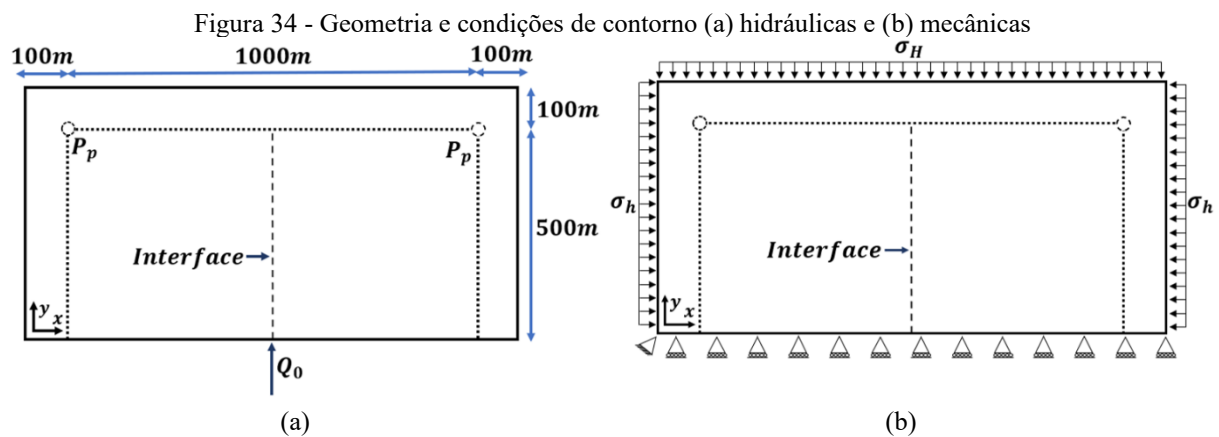
O problema base aplicado nessas situações é o de metade de um *five-spot* invertido com três poços, sendo um poço injetor com vazão constante (Q_0) e dois poços de produção produzindo sob pressão constante (P_p), esquema básico aplicado em casos de injeção de água, conforme apresentado no Capítulo 3.

A Figura 34 mostra a geometria e as condições de contorno, mecânicas e hidráulicas, adotadas no problema. O reservatório simulado nesse problema é bidimensional (estado plano de deformações) e a pressão inicial no reservatório é P_0 (Figura 34 (a)).

Foi aplicado um estado anisotrópico de tensões ($\sigma_H > \sigma_h$) nas laterais da geometria e uma condição de não deslocamento em y, na base da geometria, para garantir a simetria mecânica do problema. Foi aplicado, adicionalmente, uma condição de não deslocamento em x e y, no canto inferior esquerdo da geometria, para excluir o movimento de corpo rígido (Figura 34 (a)).

Para representar o caminho de propagação de uma fratura planar, foram inseridos elementos especiais de interface em uma linha na direção x, cruzando o centro da geometria. Importante ressaltar que apenas estes elementos incorporaram o modelo de dano à tração para reproduzir o processo de fraturamento, sendo os demais elementos regulares da malha representados pelo modelo elástico linear.

A Tabela 5 apresenta as propriedades de rocha e fluido e a Tabela 6 apresenta as condições de contorno aplicadas. Neste caso foram consideradas as mesmas propriedades para os fluidos de injeção e saturante do reservatório.



Fonte: O Autor (2020).

Tabela 5 - Propriedades de rocha e fluido adotadas nas simulações

Propriedade	Valor	Unidade	Nomenclatura
Módulo de elasticidade	20	GPa	E
Módulo de Poisson	0,25	-	ν
Coefficiente de Biot	1	-	α
Resistência à tração	0,50	MPa	τ
Energia de fratura	100	N/m	G_f
Porosidade	0,30	-	ϕ
Permeabilidade	100	mD	κ
Densidade do fluido	1000	Kg/m ³	ρ
Viscosidade do fluido	1x10 ⁻³	Pa.s	μ

Fonte: O Autor (2020).

Tabela 6 - Condições de contorno adotadas nas simulações

Propriedade	Valor	Unidade	Nomenclatura
Tensão mínima	28,50	MPa	σ_H
Tensão máxima	31,50	MPa	σ_h

Fonte: O Autor (2020).

5.3.1 Análise do efeito da vazão de injeção na propagação da fratura

Neste estudo, oito diferentes vazões de injeção variando entre 30 m³/d e 100 m³/d foram aplicadas no reservatório, mantendo a pressão de produção P_p constante e igual a 18 MPa. A pressão de poros inicial foi de 20 MPa. Em cada caso uma vazão de injeção diferente foi aplicada e a pressão de produção foi mantida constante. O tempo total de cada uma das simulações foi de 50 dias. Os resultados numéricos de pressão de injeção e dimensões das fraturas geradas foram comparados com o objetivo de verificar o efeito da vazão de injeção na propagação de fraturas.

5.3.2 Análise do efeito da pressão de produção na propagação da fratura

Neste estudo, uma vazão de injeção constante de 90 m³/d foi empregada no reservatório e cinco diferentes pressões de produção variando entre 18 MPa e 12 MPa foram aplicadas no reservatório. A pressão de poros inicial foi de 20 MPa. Em cada caso uma pressão de produção diferente foi aplicada e a vazão de injeção foi mantida constante. O tempo total de cada uma das simulações foi de 50 dias. Os resultados numéricos de pressão de injeção, dimensões das fraturas geradas e campo de tensões foram comparados com o objetivo de verificar o efeito da pressão de produção na propagação de fraturas.

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

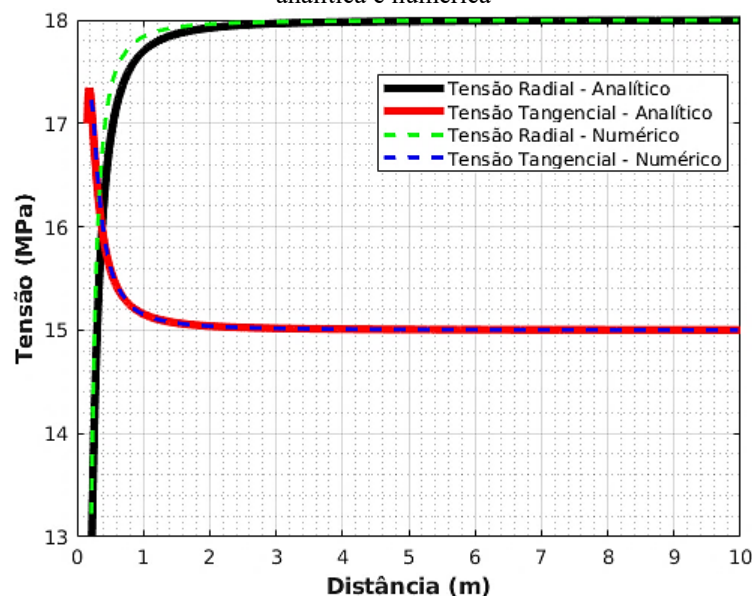
6.1 CASO 1: INÍCIO E PROPAGAÇÃO DE UMA FRATURA A PARTIR DA PAREDE DE UM POÇO VERTICAL

6.1.1 Análise do campo de tensões no entorno do poço

A Figura 35 mostra o resultado numérico das tensões tangencial e radial totais ao longo do eixo x ($\theta = 0^\circ$) a partir da parede do poço antes da injeção, sob a condição de pressão de poço igual a pressão de poros da rocha ($P_w = P_0$). Os resultados numéricos foram comparados com a solução analítica de Kisch (1988) e mostraram uma boa aproximação entre as respostas numérica e analítica.

Segundo Feng, Jones e Gray (2016) o processo de fraturamento hidráulico é altamente dependente do estado de tensões atuante no reservatório, desta forma estes resultados mostram a capacidade da metodologia empregada em prever o estado de tensões imediatamente antes do início da perturbação decorrente da injeção de fluido no interior do reservatório.

Figura 35 - Distribuição das tensões tangencial e radial a partir do poço ao longo do eixo x para as soluções analítica e numérica



Fonte: O Autor (2020).

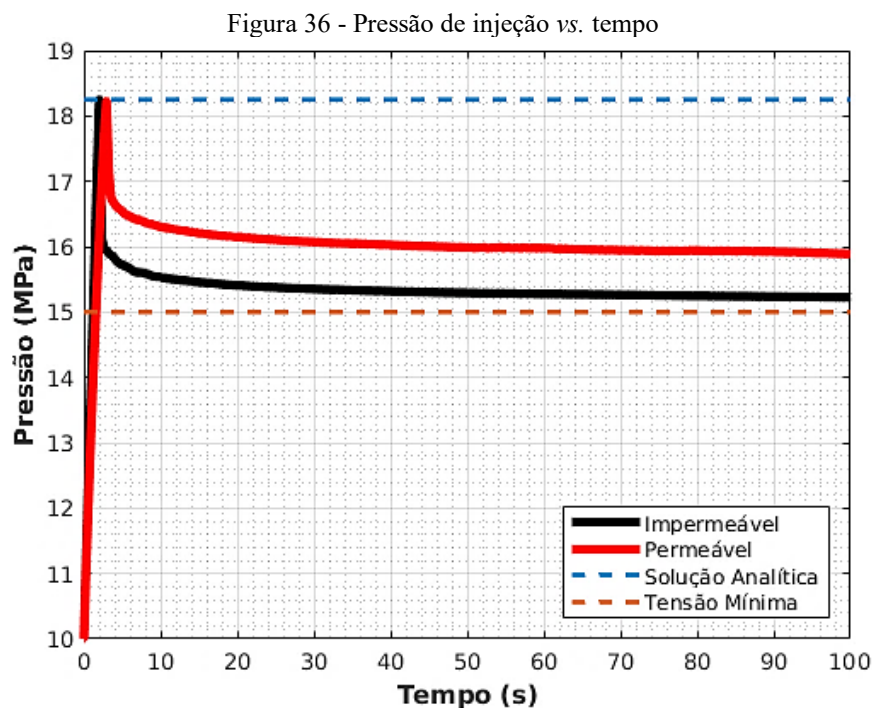
6.1.2 Análise do efeito da permeabilidade no início e propagação de fraturas

A Figura 36 mostra os resultados numéricos de pressão de injeção vs. tempo para as rochas com permeabilidades de 5 mD e 0,05 mD, a pressão de início de fratura hidráulica analítica obtida a partir da solução de Hubbert e Willis (1957) e a tensão horizontal mínima.

Os resultados numéricos de pressão de início de fraturamento apresentaram uma boa correlação com a solução analítica de Hubbert e Willis (1957), principalmente para a rocha simulada com menor permeabilidade. Neste modelo, a formação de uma fratura acontece quando a tensão tangencial efetiva na parede do poço é igual ou superior a resistência à tração da rocha (Eq. (3.7)) e é caracterizado pelo pico de pressão na curva de pressão vs. tempo, ou seja, a pressão necessária por iniciar a fratura coincide com a pressão de ruptura da rocha.

Conforme observado na Figura 36 o pico de pressão registrado a partir da simulação numérica foi de 18,25 MPa para a rocha impermeável e de 18,23 MPa, para a rocha permeável. A pressão de início, considerada como a máxima pressão registrada antes da formação da fratura hidráulica, foi de 18,16 MPa para a rocha impermeável e 17,53 MPa para a rocha permeável. Estes resultados de pressão de início são 0,5% e 4% inferiores às pressões de ruptura para as rochas impermeável e permeável, respectivamente.

Com base nesses resultados é possível perceber que a pressão de início e a pressão de ruptura da rocha impermeável obtidas numericamente apresentaram valores aproximadamente iguais à pressão obtida pela solução analítica de Hubbert e Willis (1957), confirmando que, para rochas impermeáveis, a pressão de início coincide com a pressão de ruptura e reforçando a empregabilidade dos elementos especiais de interface e o modelo de dano à tração para a simulação do fraturamento hidráulico em escala de poço, como apresentado por Seixas (2015).



Fonte: O Autor (2020).

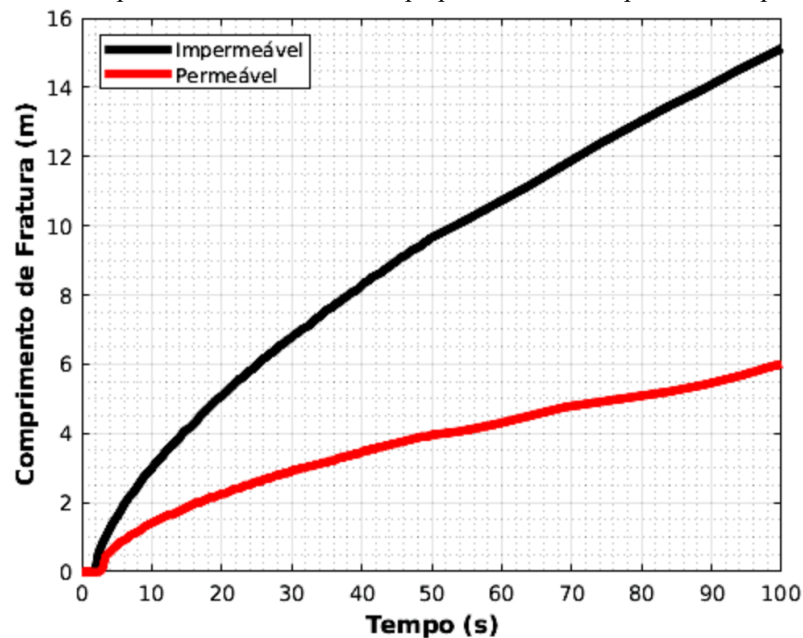
É possível enfatizar ainda que a diferença entre a pressão de início de fraturamento hidráulico e a pressão de ruptura obtida numericamente foi maior para a rocha permeável.

Quanto maior a permeabilidade da rocha, maior é a difusão de fluido antes do fraturamento hidráulico da matriz. Desta forma, maior é a região na vizinhança do poço que é perturbada e maior é a pressão média do reservatório nesta região. Uma vez que, para que o fraturamento aconteça, é necessário que a pressão de injeção no poço supere a tensão efetiva de confinamento e a resistência à tração na parede do poço, a difusão de fluido atua diminuindo a tensão efetiva entorno do poço e, conseqüentemente, a pressão requerida para iniciar o fraturamento. (ZENG *et. al.*, 2018).

Após a ruptura, a pressão de injeção foi atenuada no poço durante o processo de propagação da fratura e tendeu à tensão horizontal mínima do reservatório. Este resultado está associado à sobreposição de dois efeitos que são o da diminuição da concentração de tensões compressivas relacionadas à presença do poço à medida em que a fratura se estende, e o da concentração de tensões na ponta da fratura que facilitam sua propagação quanto maior o seu comprimento. (KIRSCH, 1988; IRWIN, 1957; ZHANG, 2019). Os resultados da Figura 36 mostram ainda que a menor pressão de propagação foi de 15,23 MPa, obtida na rocha impermeável, e a maior pressão de propagação foi 15,89 MPa, obtida na rocha permeável.

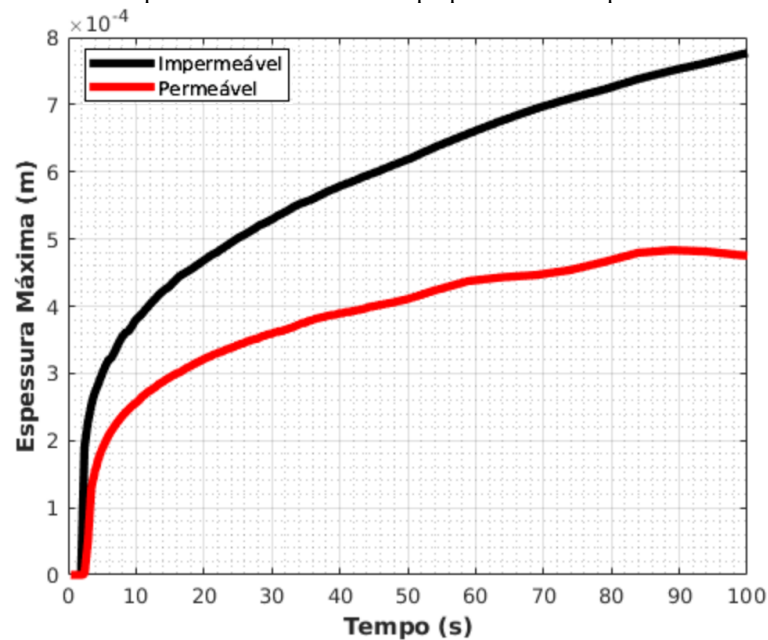
As Figuras 37 e 38 apresentam o comprimento e máxima espessura de fratura vs. o tempo, respectivamente, para as rochas impermeável e permeável. O máximo comprimento de fratura obtido foi de 15,13 m para a rocha impermeável e 6 m para a rocha permeável. A máxima espessura de fratura foi de $7,77 \times 10^{-4}$ m e $4,83 \times 10^{-4}$ m para as rochas impermeável e permeável, respectivamente.

Figura 37 - Comprimento de fratura vs. tempo para as rochas impermeável e permeável



Fonte: O Autor (2020).

Figura 38 - Máxima espessura de fratura vs. tempo para as rochas permeável e impermeável



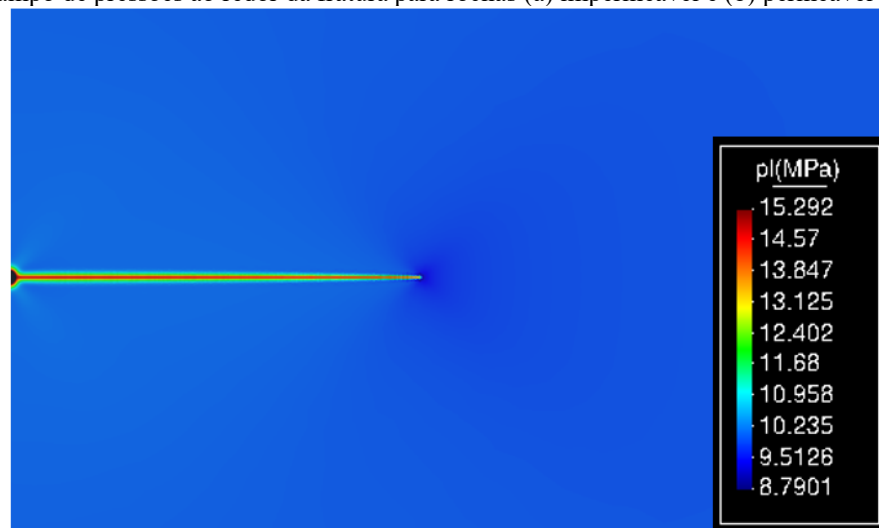
Fonte: O Autor (2020).

Os resultados mostraram que o comprimento e a máxima espessura finais da fratura foram maiores para a rocha de menor permeabilidade. Resultados semelhantes foram obtidos por Carrier e Granet (2012) e Kamali e Ghassemi (2020) ao analisar o comportamento da propagação de fraturas por meio de ensaios numéricos e experimentais em rochas elásticas de diferentes permeabilidades. Eles mostraram que, sob mesmas condições impostas, as maiores dimensões de fratura foram observadas nas rochas de menor permeabilidade e que este comportamento está associado à menor perda de fluido para a formação. De forma que a

menor infiltração promove uma maior estocagem de fluido no interior da fratura e, consequentemente, uma maior eficiência de fraturamento, que é o volume de fluido injetado que é necessário para a propagação de uma unidade de fratura.

A Figura 39 mostra o campo de pressões, no tempo $t = 50$ s, ao redor da fratura para as rochas impermeável e permeável, respectivamente e a Figura 40 mostra a distribuição de pressão normal à fratura a partir do poço também no tempo $t = 50$ s. Esses resultados juntos confirmaram que a rocha de maior permeabilidade promoveu uma maior infiltração de fluido na direção normal à fratura e, consequentemente, uma maior perturbação na pressão de poros da formação na direção normal à fratura.

Figura 39 - Campo de pressões ao redor da fratura para rochas (a) impermeável e (b) permeável no tempo $t=50$ s



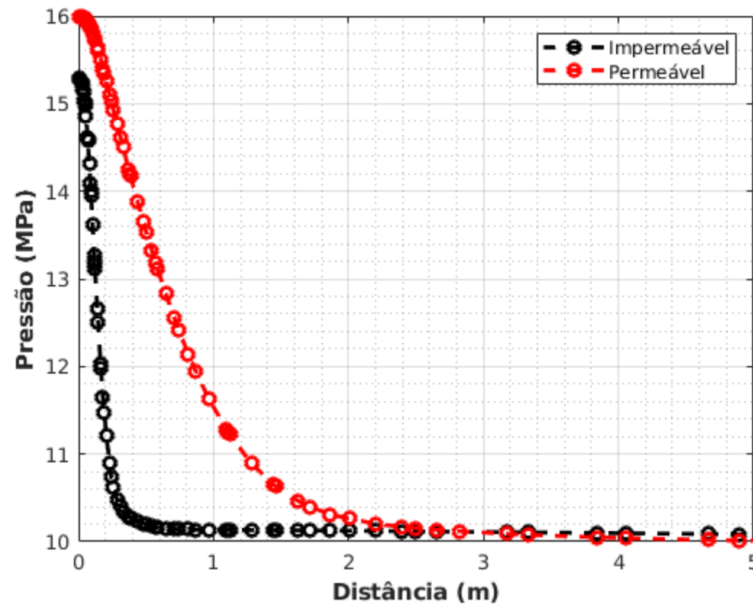
(a)



(b)

Fonte: O Autor (2020).

Figura 40 - Distribuição de pressão normal a fratura a partir do poço no tempo $t = 50$ s

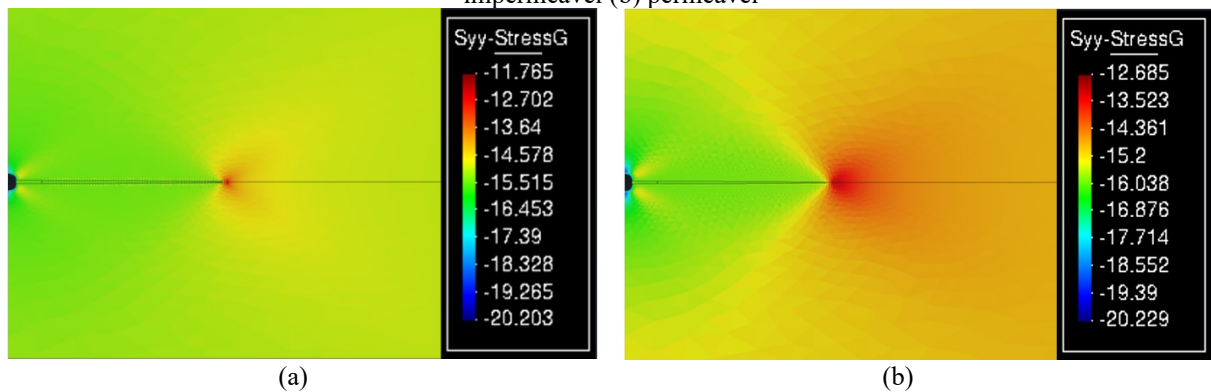


Fonte: O Autor (2020).

A Figura 41 mostra o campo de tensões totais σ_h ao redor da fratura para as rochas impermeável (Figura 41(a)) e permeável (Figura 41(b)) nos tempos $t=14$ s e $t=50$ s, respectivamente, quando as fraturas nos dois meios alcançaram o comprimento igual a 4 m.

De acordo com Irwin (1957), dois corpos iguais, submetidos ao mesmo estado de tensões e com mesmo comprimento de fratura devem experimentar a mesma concentração de tensões na ponta da fratura. Entretanto, os resultados da Figura 41 apresentam uma maior concentração de tensão compressiva na ponta da fratura que se propagou no meio de maior permeabilidade, quando comparada à concentração de tensão total no meio impermeável.

Figura 41 - Campo de tensões totais σ_h ao redor de fraturas com comprimento igual a 4m nos meios (a) impermeável (b) permeável



Fonte: O Autor (2020).

Este resultado justifica o comportamento de maior pressão de propagação que pôde ser observado na Figura 36 para a rocha de maior permeabilidade. A maior pressão de propagação obtida para as rochas mais permeáveis está relacionada à infiltração de fluido

durante a extensão da fratura. Conforme discutido anteriormente, a maior permeabilidade da rocha possibilita uma maior infiltração de fluidos para a formação e o aumento da pressão de poros no entorno da fratura. A pressurização do meio promove como consequência a geração de tensões compressivas no entorno da fratura adicionais à compressão que é promovida pelo campo de tensões atuante no reservatório, dificultando a sua propagação e sendo necessária uma maior pressão para continuar a propagação a fratura. (CARRIER e GRANET, 2012; KAMALI e GHASSEMI, 2020; FENG e GRAY, 2016; KONING, 1985).

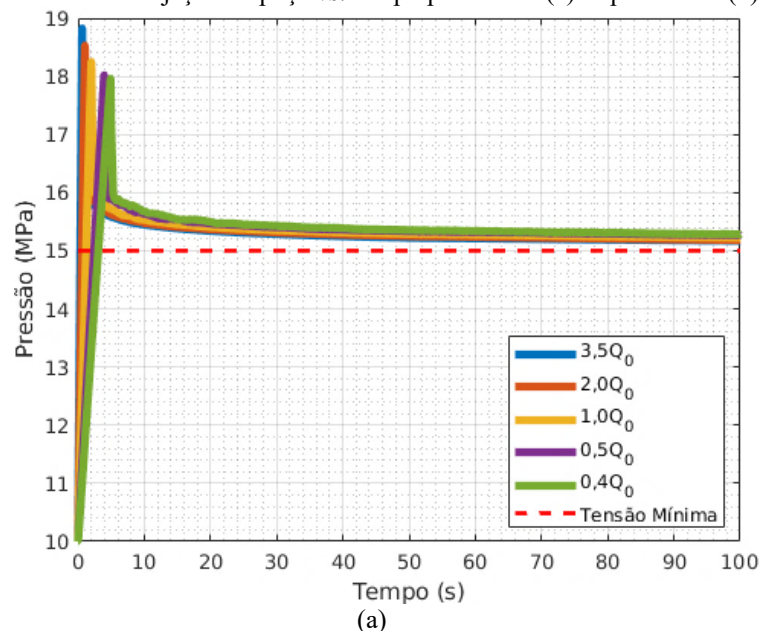
Desta forma, a infiltração de fluido para a formação desempenha um importante papel no fraturamento hidráulico, sendo responsável por regular o volume de fluido estocado no interior da fratura, como mostrado nas Figuras 39 e 40 e, como consequência, por promover variações nas tensões compressivas ao redor da fratura, como evidenciado na Figuras 41.

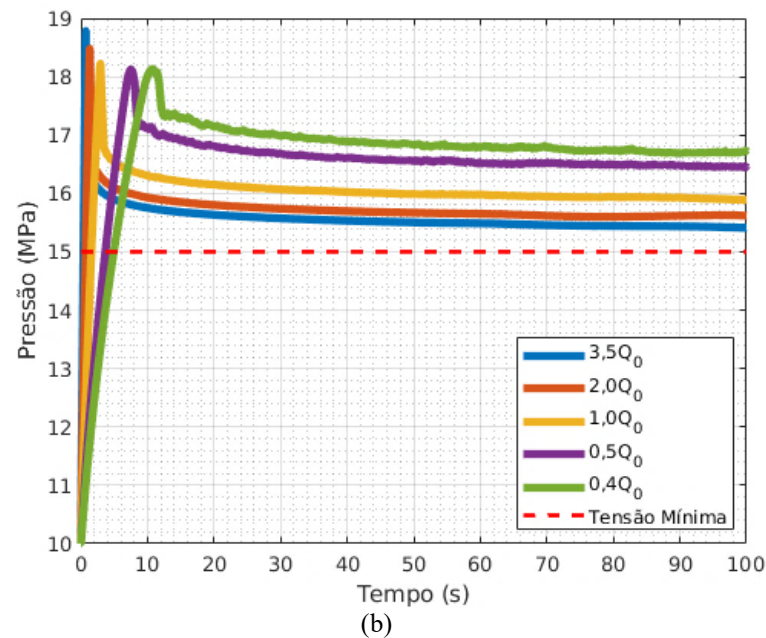
É importante enfatizar neste ponto que a difusão de fluido auxiliou o processo de início do fraturamento reduzindo a tensão efetiva de compressão no entorno do poço, mas que dificultou o processo de extensão da fratura.

6.1.3 Estudo do efeito da vazão de injeção no início e propagação de fraturas em meios com diferentes permeabilidades.

A Figura 42 mostra os resultados numéricos de pressão de injeção vs. tempo para as rochas impermeável e permeável, sob cinco diferentes vazões: $3,5Q_0$, $2,0Q_0$, Q_0 , $0,5Q_0$, $0,4Q_0$.

Figura 42 - Pressão de injeção no poço vs. tempo para rocha (a) impermeável (b) permeável



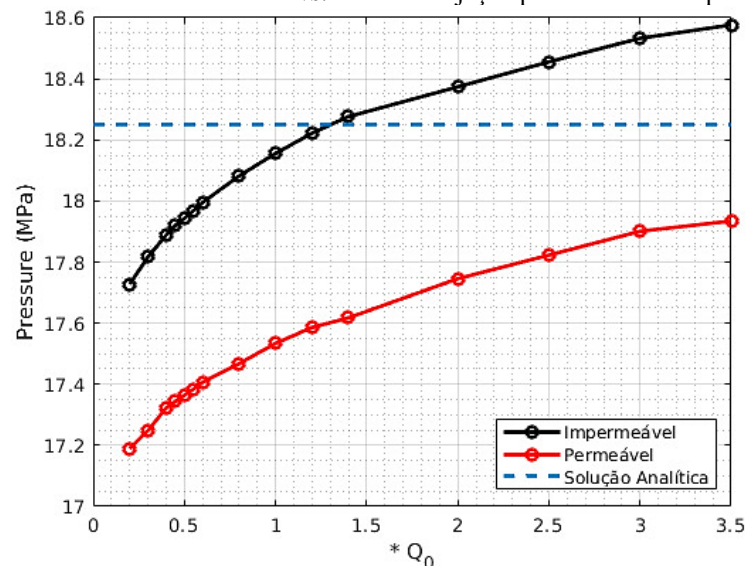


Fonte: O Autor (2020).

A Figura 42 mostra que a pressão de ruptura variou com a vazão de injeção para as rochas permeável e impermeável, de forma que, quanto maior a vazão de injeção, maior foi a pressão de ruptura para as vazões de injeção analisadas. Esta mesma relação entre a pressão de ruptura e vazão de injeção foi observada por Ibrahim e Nasr-El-Din (2018) e Zhuang *et. al.* (2019) em ensaios experimentais de início e propagação de fraturas sob diferentes vazões de injeção.

Adicionalmente, A Figura 43 mostra os resultados numéricos de pressão de início de fraturamento *vs.* vazão de injeção para as rochas impermeável e permeável e a pressão de início de fraturamento obtida a partir da solução analítica de Hubbert e Willis (1957).

Figura 43 - Pressão de início de fraturamento *vs.* vazão de injeção para as rochas impermeável e permeável



Fonte: O Autor (2020).

Os resultados apresentados na Figura 43 mostraram que a pressão de início de fraturamento foi sensível à permeabilidade da rocha e à vazão de injeção. Os resultados confirmaram que a pressão de início de fraturamento foi maior para a rocha de menor permeabilidade para todas as vazões de injeção empregadas nas simulações e que a solução analítica se aproximou mais do comportamento da rocha impermeável que da rocha de maior permeabilidade. A máxima pressão de início de fraturamento para rocha impermeável foi de 18,58 MPa para a vazão de $3,5Q_0$, pressão 1,81% superior a pressão obtida pela solução analítica e a mínima foi de 17,73 MPa para a vazão de $0,2Q_0$, pressão 2,85% inferior a pressão obtida pela solução analítica. Para a rocha permeável a máxima pressão de início de fraturamento foi de 17,93 MPa para a vazão de $3,5Q_0$, e a mínima foi 17,19 MPa para a vazão de $0,2Q_0$, pressões 1,75% e 5,81% inferiores à pressão obtida por pela solução analítica, respectivamente.

Os resultados da Figura 43 mostraram ainda que para as rochas de mesma permeabilidade, quanto menor a vazão de injeção, menor foi a pressão de injeção requerida para iniciar o fraturamento, em concordância com os resultados experimentais apresentados por Tiancheng *et. al.* (2019) e Cheng e Zang (2020). Segundo Ibrahim e Nasr-El-Din (2018), a menor vazão de injeção promove uma maior difusão de fluido do poço para o reservatório e, conseqüentemente, uma maior perturbação de pressão no entorno do poço, facilitando o fraturamento.

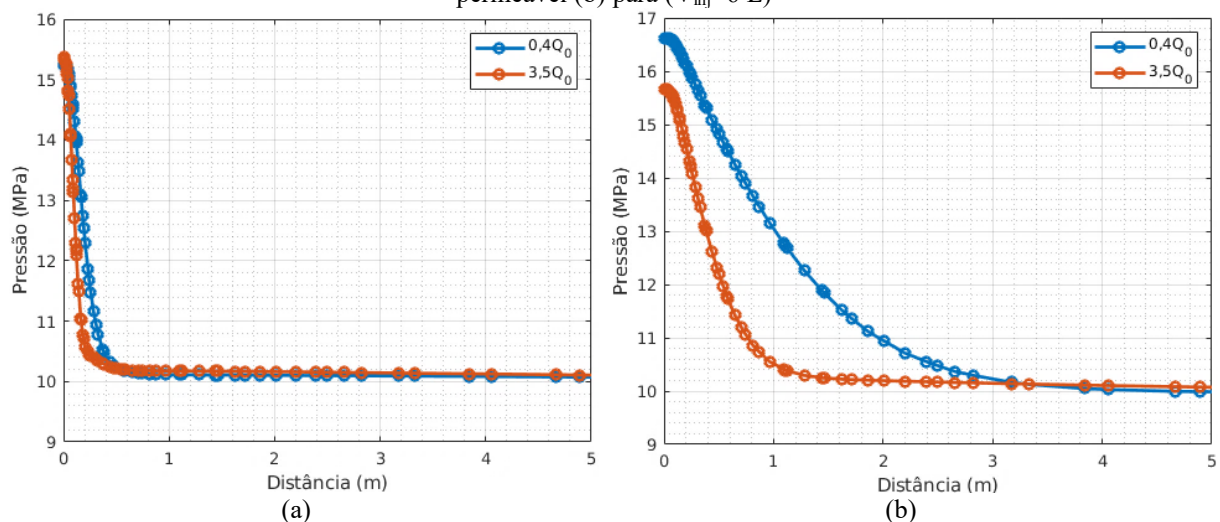
Com base na Figura 42, é possível avaliar também a pressão de propagação durante o fraturamento para as duas rochas sob diferentes vazões de injeção. Os resultados mostraram que as pressões de propagação obtidas para a rocha impermeável sob as diferentes vazões de injeção foram inferiores às pressões de propagação observadas para a rocha permeável. Para a rocha impermeável, a pressão de propagação variou entre 15,28 Mpa para a vazão de $0,4Q_0$ e 15,17MPa para a vazão de $3,5 Q_0$. Para a rocha permeável, a pressão de propagação variou entre 16,76Mpa para a vazão de $0,4Q_0$ e 15,41 MPa para a vazão de $3,5Q_0$. Esses resultados confirmam os resultados discutidos na seção anterior que, durante o processo de propagação, quanto maior a permeabilidade, maior é a infiltração para a formação e, conseqüentemente, maior é a tensão compressiva na ponta da fratura, sendo necessária uma maior pressão de injeção para promover a propagação.

A Figura 42 mostra ainda que a pressão de propagação na rocha impermeável foi pouco sensível à variação de vazão, sendo necessária, aproximadamente, a mesma pressão para manter o processo de extensão da fratura. Resultado diferente foi observado na rocha

com maior permeabilidade, onde foi necessária uma menor pressão de propagação, quanto maior foi a vazão de injeção aplicada.

A Figura 44 mostra a distribuição de pressão normal a fratura a partir do poço para as vazões de injeção máxima ($3,5Q_0$) e mínima ($0,4Q_0$) aplicadas nas rochas impermeável e permeável, respectivamente, quando o volume total injetado foi de, aproximadamente, 6 L ($V_{inj}=6$ L). Os resultados mostraram que, para o mesmo volume injetado, a pressão de poros no entorno da fratura na rocha impermeável foi muito menos sensível à variação de vazão, sendo a pressão no entorno da fratura pouco perturbada, quando comparada ao entorno da rocha permeável.

Figura 44 - Distribuição de pressão normal a fratura a partir do poço no tempo para a rocha impermeável (a) e permeável (b) para ($V_{inj}=6$ L)



Fonte: O Autor (2020).

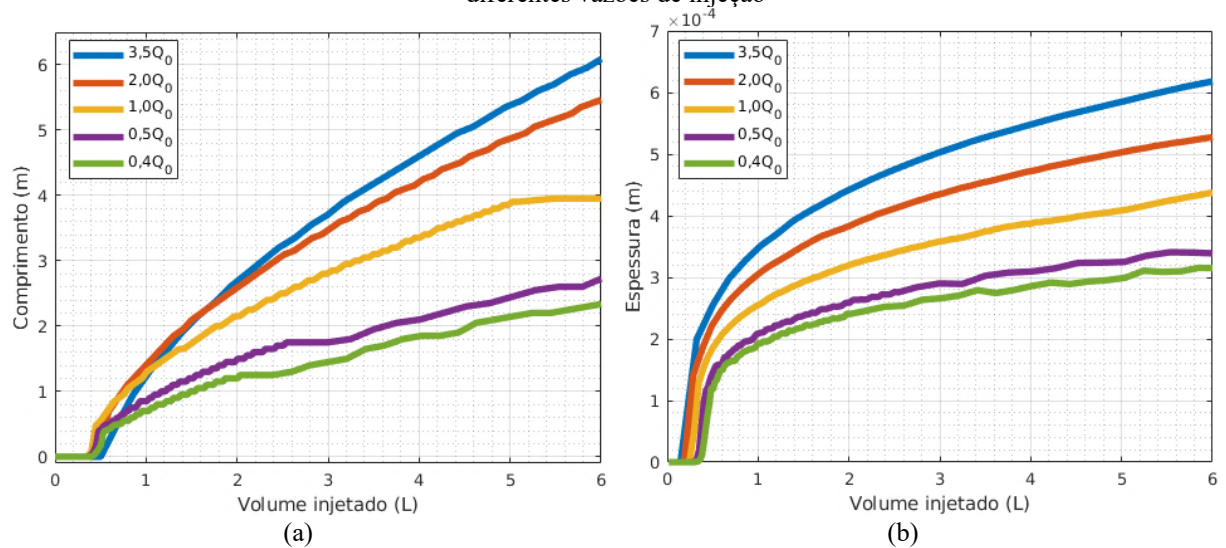
Esses resultados estão de acordo com as observações experimentais apresentadas por Kamali e Ghassemi (2020), que afirmam em suas discussões que quanto maior vazão de injeção, menor é a difusão de fluido para a formação e, conseqüente, menores são as tensões compressivas no entorno da fratura.

Desta forma, a diferença de comportamento entre a rocha impermeável e permeável para as diferentes vazões de injeção que pôde ser observada na Figura 42 está associada à diferença de volume infiltrado com a variação da vazão para cada uma das rochas, resultado que pôde ser confirmado pela perturbação de pressão normal à fratura apresentada na Figura 44. Para a rocha impermeável, uma baixa difusão de fluido ocorre durante a propagação mesmo sob condições de baixas vazões, implicando em uma menor variação na tensão compressiva no entorno da fratura e, conseqüentemente, uma pequena variação na pressão de propagação com a variação de vazão. Diferentemente do comportamento da rocha de maior

permeabilidade que, com a variação da vazão, experimenta uma variação mais marcante no volume de fluido difundido com consequente variação na pressão de poros na região perturbada, na tensão compressiva no entorno da fratura e na pressão de injeção requerida durante a propagação.

A Figura 45 mostra o comprimento e a máxima espessura da fratura vs. o volume injetado para a rocha permeável sob as diferentes vazões de injeção adotadas. O máximo comprimento de fratura observado foi de 6,09 m para a vazão de $3,5Q_0$ e o mínimo comprimento foi de 2,34 m para a vazão de $0,4Q_0$. A maior espessura máxima de fratura foi de $6,18 \times 10^{-4}$ m e a menor espessura máxima de fratura foi de $3,15 \times 10^{-4}$ m para as vazões de $3,5Q_0$ e $0,4Q_0$, respectivamente.

Figura 45 - (a) Comprimento de fratura e a (b) máxima espessura de fratura na rocha permeável para as diferentes vazões de injeção



Fonte: O Autor (2020).

Esses resultados evidenciam os que foram apresentados anteriormente nas Figuras 42 e 44, que quanto maior a vazão de injeção, menor é o volume de fluido infiltrado na formação e, desta forma, maior é o volume da fratura para o mesmo montante de fluido injetado durante o fraturamento. Importante ressaltar que isso não implica necessariamente em maiores comprimentos de fratura e maiores espessuras máximas de fratura, mas sim que o volume total da fratura é maior quanto maior a vazão de injeção.

6.1.4 Conclusões parciais

Os resultados apresentados neste caso mostraram que os elementos finitos especiais de interface e o modelo de dano à tração foram capazes de reproduzir o fraturamento hidráulico a partir de um poço vertical circular em condições análogas a um teste de absorção.

A metodologia empregada foi capaz de capturar aspectos importantes do fraturamento como o estado de tensões inicial no entorno do poço de injeção, a pressão de início, ruptura e propagação, bem como o efeito da infiltração de fluido para a formação. Por meio de duas análises de sensibilidade envolvendo a permeabilidade da rocha e a vazão de injeção imposta foi possível observar que a infiltração de fluido para a formação desempenha um papel importante no início e propagação de fraturas hidráulicas, por perturbar o estado de tensões. De forma que, quanto maior a difusão de fluido, menor a pressão requerida para iniciar o fraturamento hidráulico, porém maior é pressão requerida para estender a fratura no reservatório e, como consequência, menor é a eficiência do fraturamento.

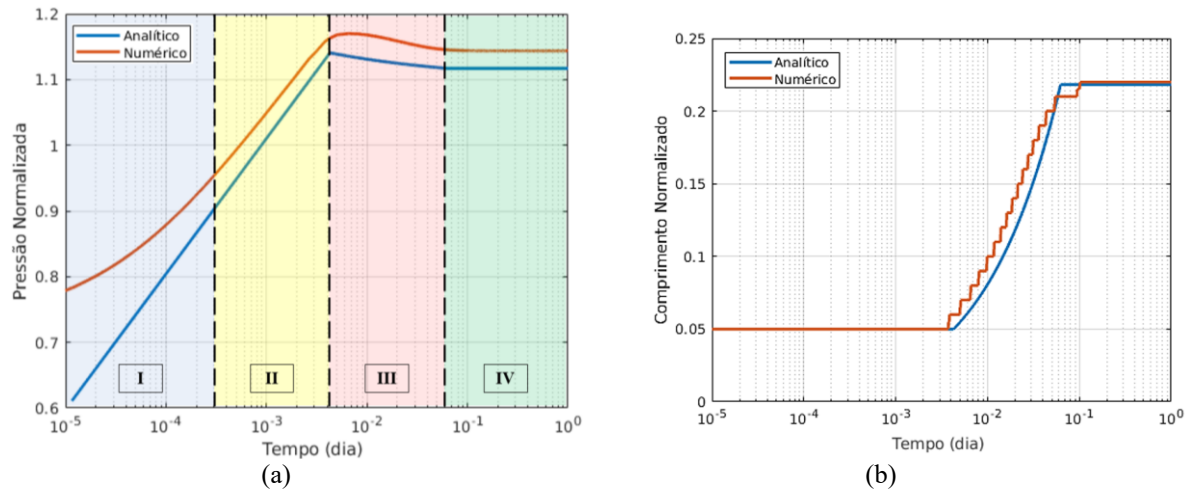
6.2 CASO 2: PROPAGAÇÃO DE UMA FRATURA EM ESCALA DE RESERVATÓRIO

6.2.1 Análise comparativa entre simulação numérica e solução semi-analítica

A Figura 46 mostra os resultados de pressão de injeção e comprimento de fratura vs. o tempo das soluções semi-analítica e numérica para o problema proposto. Os resultados mostraram uma boa correlação entre a resposta semi-analítica e numérica utilizando o método de elementos finitos com elementos especiais de interface e o modelo de dano à tração.

A curva de pressão da Figura 46 (a) mostra que o processo de propagação da fratura pôde ser dividido em quatro intervalos: O primeiro intervalo (0 a 3×10^{-4} dia) foi caracterizado pelo início da pressurização do reservatório. Durante este primeiro intervalo de tempo houve uma divergência de comportamento entre a solução semi-analítica e numérica. Este resultado está relacionado à uma limitação do modelo semi-analítico, que considera que o regime de fluxo transiente tem comportamento radial desde o início da injeção, não capturando o período de fluxo unidimensional que ocorre nos primeiros instantes do processo de injeção, conforme definido por Gringarten, Ramey e Raghavan (1974).

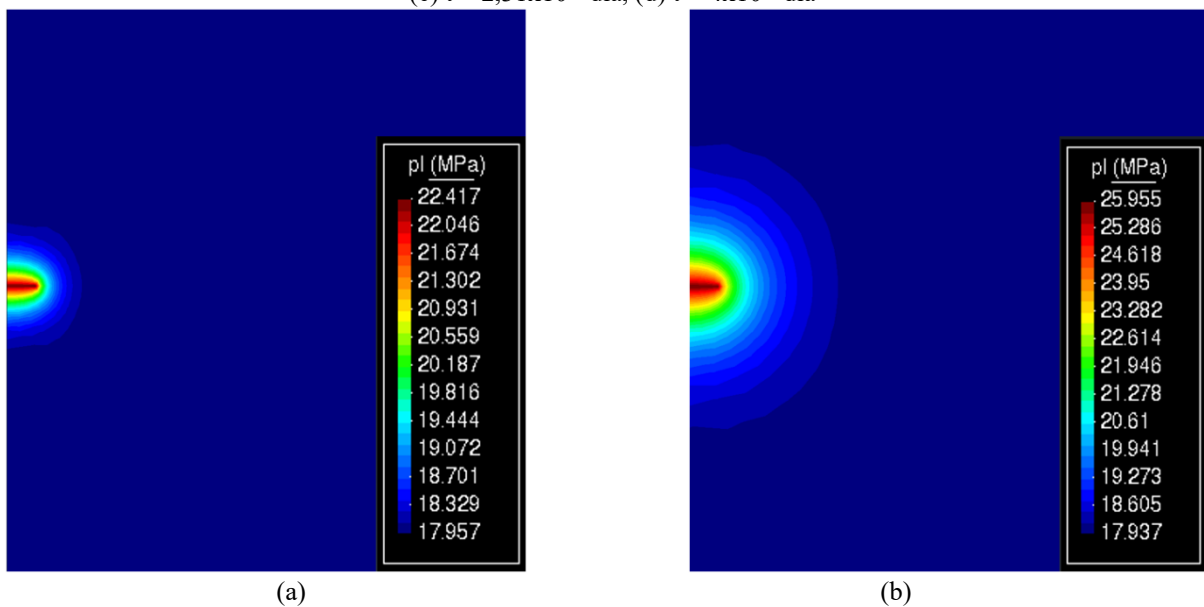
Figura 46 - Comportamento da (a) pressão de injeção e (b) comprimento de fratura vs. tempo para as soluções semi-analítica e numérica

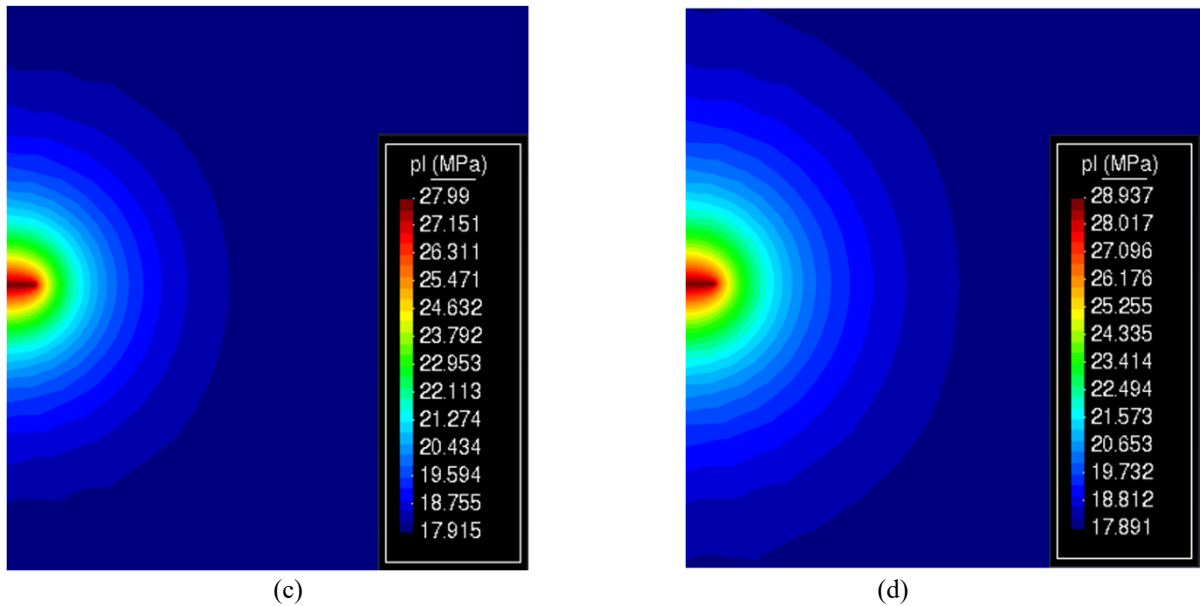


Fonte: O Autor (2020).

No segundo intervalo (3×10^{-4} dia a 4×10^{-3} dia) o regime de infiltração em duas dimensões foi estabelecido e a perturbação gerada pela injeção se propagou radialmente no reservatório. A Figura 47 mostra a evolução do campo de pressões radial observado no reservatório durante a pressurização. Ao longo deste período a pressão de injeção cresceu à uma taxa constante e as curvas de pressurização das soluções semi-analítica e numérica apresentaram mesmo comportamento. Os valores de pressão obtidos pela simulação numérica durante a pressurização foram em média de 3,85% superiores aos obtidos pela metodologia semi-analítica.

Figura 47 - Campo de pressão durante a pressurização nos tempos (a) $t = 1,33 \times 10^{-4}$ dia, (b) $t = 8,74 \times 10^{-4}$ dia, (c) $t = 2,31 \times 10^{-3}$ dia, (d) $t = 4 \times 10^{-3}$ dia





Fonte: O Autor (2020).

O terceiro intervalo (4×10^{-3} dia a 6×10^{-2} dia) foi caracterizado pela propagação da fratura no reservatório e o quarto intervalo (a partir de 6×10^{-2} dia) por sua estabilização.

Segundo Koning (1986) o início da propagação da fratura acontece quando o fator de intensidade de tensão na extremidade da fratura atinge o valor crítico, que é a tenacidade da fratura. A fratura então se propaga no reservatório durante o período transiente. Para operações de injeção de água, a perturbação de pressão viaja no reservatório a uma velocidade maior que a velocidade de propagação da fratura. Uma vez que a perturbação de pressão atinge a fronteira do reservatório, que foi mantida nesta simulação sob pressão constante, se estabelece um regime estacionário no reservatório sob condição de zero estocagem de fluido. Desta forma, o comprimento da fratura permanece constante.

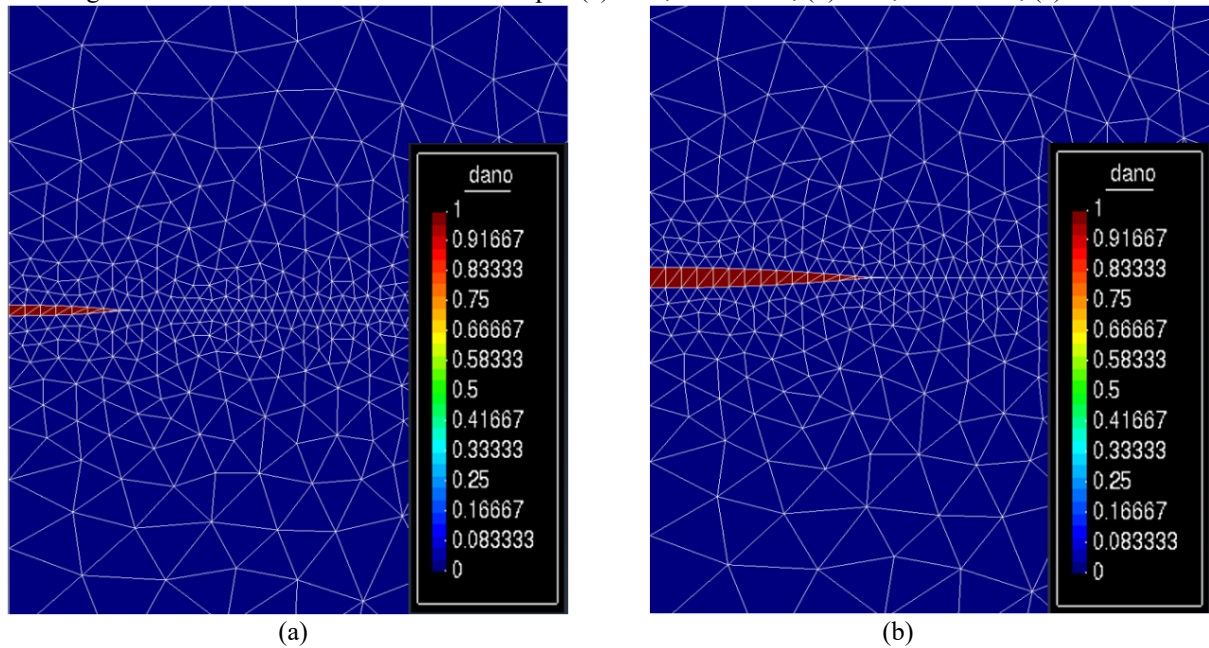
Importante ressaltar que nas simulações numéricas realizadas, o modelo de mecânica de fraturamento utilizado foi o modelo de dano à tração, diferentemente da solução semi-analítica em que se utilizou o modelo de fraturamento linear por intensidade de tensão.

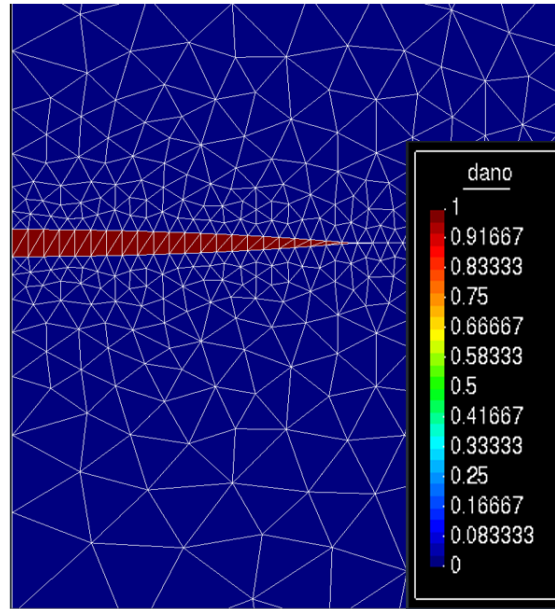
Conforme observado na Figura 46 (a), o pico de pressão obtido numericamente foi de 1,170 (29,25 MPa), resultado 2,52% superior ao resultado de pressão obtido pelo modelo semi-analítico, que foi de 1,141 (28,53 MPa) e a pressão de estabilização da fratura obtida numericamente foi de 1,144 (28,60 MPa), resultado 2,40% superior ao resultado de pressão de estabilização obtido analiticamente, que foi de 1,117 (27,93 MPa). O pico da pressão de fraturamento obtido nessa simulação não reflete a pressão de início de fraturamento da rocha intacta, mas sim a pressão responsável por reiniciar a propagação de uma fratura pré-existente. (FENG, JONES e GRAY, 2016).

A Figura 46 (b), mostra o comprimento da fratura vs. o tempo para as soluções semi-analítica e numérica. O resultado mostra uma boa correlação entre o valor obtido numericamente e o valor obtido analiticamente. A metodologia numérica adotada foi capaz de capturar com proximidade o instante de início da propagação da fratura, o comportamento durante a propagação e o momento de sua estabilização. O comprimento final calculado numericamente foi de 22 m, resultado 0,82% superior aos 21,82 m obtido analiticamente.

O resultado numérico do comprimento da fratura vs. o tempo foi obtido por meio da variável de dano, onde a fratura foi representada por elementos especiais de interface totalmente degradados ($d \sim 1$). A Figura 48 mostra a distribuição da variável dano em três intervalos de tempo desde o início da propagação da fratura até o momento de sua estabilização.

Figura 48 - Variável de dano obtida nos tempos (a) $t = 5,57 \times 10^{-3}$ dia, (b) $t = 1,92 \times 10^{-2}$ dia, (c) $t = 1$ dia



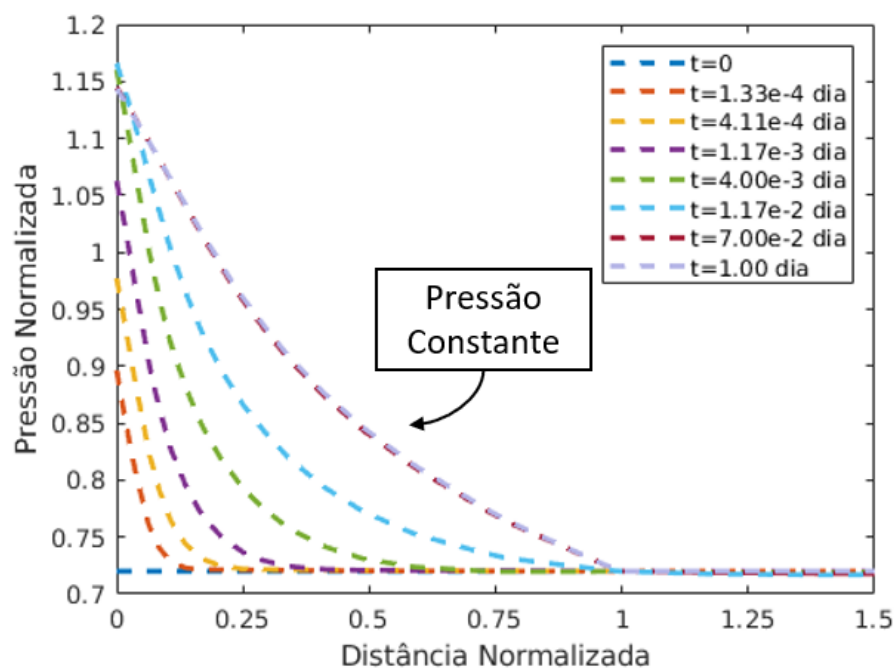


(c)

Fonte: O Autor (2020).

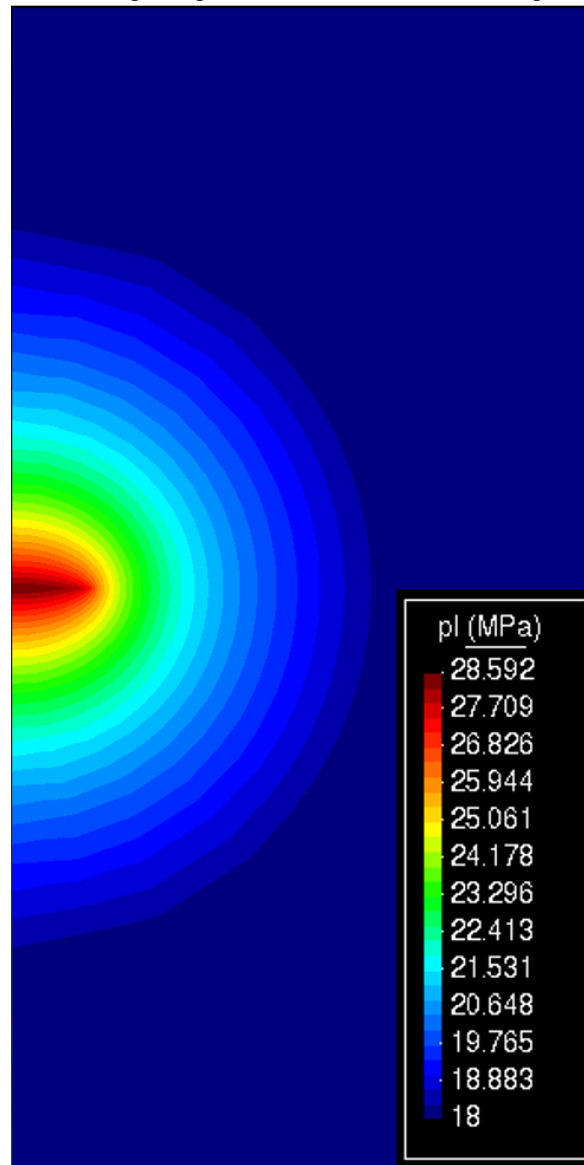
A Figura 49 mostra a distribuição da pressão no reservatório vs. a distância do poço de injeção em diferentes tempos. Nesta figura, a pressão é normalizada pela tensão horizontal mínima e distância é normalizada pelo raio do reservatório. A Figura 50 mostra o campo de pressões do reservatório no fim da simulação. Os resultados confirmaram que a pressão ao longo do reservatório varia vs. tempo até a perturbação de pressão atingir a fronteira do reservatório, que é mantida sob pressão constante. Neste instante o regime permanente é estabelecido no reservatório e a fratura permanece com comprimento constante.

Figura 49 - Distribuição da pressão no reservatório vs. distância do poço de injeção para diferentes tempos



Fonte: O Autor (2020).

Figura 50 - Campo de pressões do reservatório no tempo $t = 1$ dia

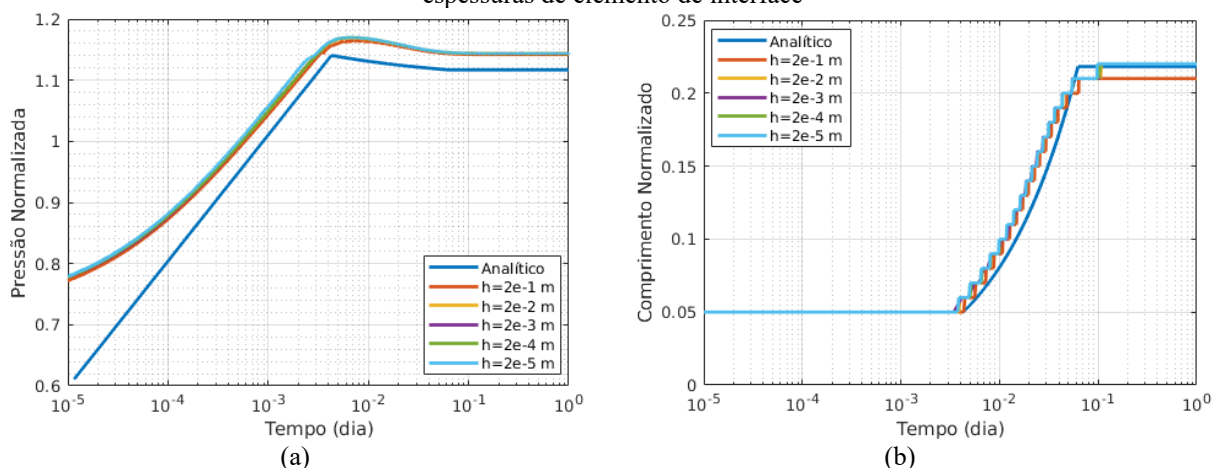


Fonte: O Autor (2020).

6.2.2 Análise do efeito da espessura dos elementos especiais de interface na simulação do fraturamento hidráulico

A Figura 51 mostra os resultados de pressão e comprimento de fratura para a malha com refinamento de 1 m e diferentes espessuras dos elementos de interface.

Figura 51 - Comportamento da (a) pressão de injeção e (b) comprimento de fratura vs. tempo para diferentes espessuras de elemento de interface



Fonte: O Autor (2020).

Os resultados mostram que para as diferentes espessuras de elemento de interface empregadas nas simulações o modelo foi capaz de representar o comportamento das curvas de pressão e comprimento de fratura, apresentando baixas variações entre os resultados para as diferentes configurações de malha.

Conforme observado na Figura 51 (a), o pico de pressão de injeção que foi obtido numericamente para as diferentes espessuras de elemento de interface foi, em média, de 1,169 (29,23 MPa), com desvio médio absoluto de 0,04 MPa, resultado 2,45% superior ao resultado de pressão obtido analiticamente de 1,141 (28,53 MPa). Os resultados do comportamento do comprimento de fratura vs. tempo para as diferentes espessuras de elementos de interface apresentados na Figura 51 (b) mostraram que o comprimento final médio calculado numericamente foi de 21,80m, com desvio de 0,16 m, resultado aproximadamente igual aos 21,82 m obtidos analiticamente.

Estes resultados estão em concordância com os resultados apresentados por Maedo (2015), que ao estudar o problema mecânico da propagação de fraturas em uma viga de três pontos utilizando elementos de interface e o modelo de dano à tração, observou pequenas variações no fraturamento ao variar a espessura dos elementos de interface empregados.

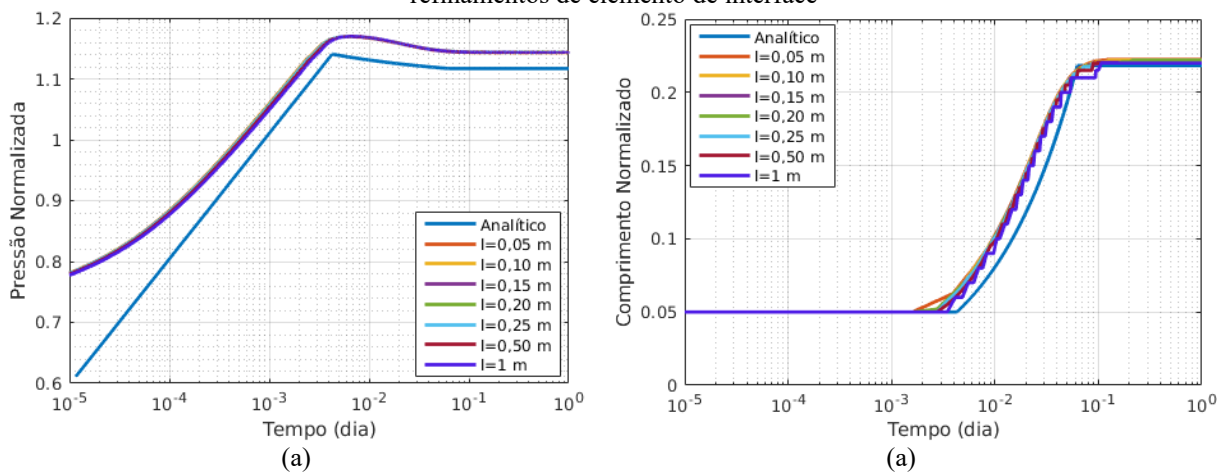
Os resultados confirmaram ainda que a espessura dos elementos de interface inferior a 1% dos elementos regulares da malha é a que melhor representa a descontinuidade.

(MANZOLI, *et. al.* 2016). Haja vista que, dentre os resultados apresentados, o resultado com maior divergência no comportamento da curva de comprimento de fratura foi aquele em que a espessura dos elementos de interface empregados foi de 2×10^{-1} m, representando 20% dos elementos regulares ao redor da fratura.

6.2.3 Análise do efeito do comprimento dos elementos especiais de interface na simulação do fraturamento hidráulico

A Figura 52 mostra os resultados de pressão e comprimento de fratura para diferentes níveis de refinamento. Estes resultados mostram a influência do comprimento dos elementos de interface nas simulações de fraturamento hidráulico utilizando o modelo de dano à tração.

Figura 52 - Comportamento da (a) pressão de injeção e (b) comprimento de fratura vs. tempo para diferentes refinamentos de elemento de interface



Fonte: O Autor (2020).

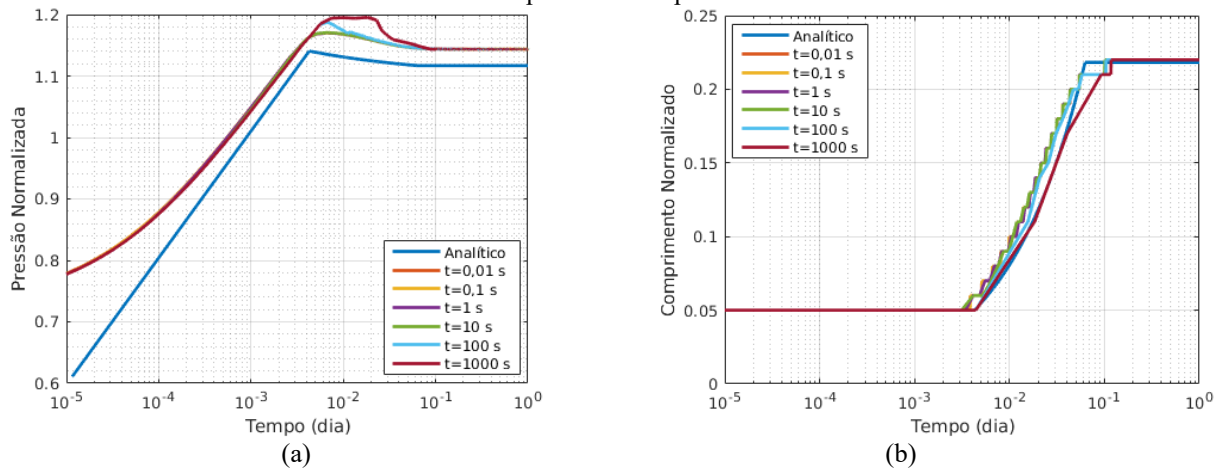
Com base na Figura 52 é possível perceber que, para os diferentes refinamentos da malha, a metodologia empregada obteve valores de pressão e comprimento de fratura próximos, com uma pequena diferença entre os resultados numéricos obtidos. Para as simulações numéricas realizadas o pico de pressão de fraturamento obtido para os diferentes refinamentos foi em média de 1,170 (29,25 MPa), resultado 2,52% superior ao resultado de pressão obtido analiticamente de 1,141 (28,53 MPa). O comprimento final médio da fratura calculado foi de 22,13 m. Este resultado representa uma diferença de 1,42% dos 21,82 m obtidos por meio da solução semi-analítica.

6.2.4 Estudo do efeito do passo de tempo na simulação do fraturamento hidráulico

A Figura 53 mostra os resultados de pressão e comprimento de fratura para diferentes passos de tempo na propagação.

Conforme observado na Figura 53(a) a curva de pressão de injeção durante o processo de fraturamento foi pouco sensível para passos de tempo inferiores a 100 s. Entretanto, para os passos de tempo de 100 s e 1000 s os valores de pressão obtidos numericamente foram ligeiramente superiores. Para as simulações com passo de tempo inferiores a 100 s a pressão de fraturamento média foi de 1,170 (29,25 MPa), para os passos de tempo de 100 s e 1000 s as pressões de fraturamento foram de 1,188 (29,70 MPa) e 1,195 (29,88 MPa), respectivamente. Os resultados obtidos representam uma diferença de 2,52%, 4,10% e 4,73% com relação à solução semi-analítica, respectivamente.

Figura 53 - Comportamento da (a) pressão de injeção e (b) comprimento de fratura vs. tempo para diferentes passos de tempo



Fonte: O Autor (2020).

As maiores pressões de fraturamento obtidas para os casos de passo de tempo de 100 s e 1000 s estão, possivelmente, relacionadas ao maior passo de carga nas simulações. Segundo (Beserra, 2015; Maedo, 2015 e Seixas, 2015) o algoritmo IMPL-EX é responsável por atualizar a variável interna r e, conseqüentemente, o tensor de tensões $\bar{\sigma}'_{nn}$. A técnica de integração é robusta computacionalmente e estável, pois garante a convergência em uma única iteração. Entretanto, o processo é realizado ao custo da violação da condição de consistência e pode apresentar oscilações ou perder precisão para passos de carga elevados.

Importante observar que o comportamento do comprimento de fratura vs. tempo obtido pelas simulações numéricas (Figura 53 (b)) foi pouco sensível ao passo de tempo. Para as simulações numéricas realizadas o comprimento final médio da fratura calculado foi de 22

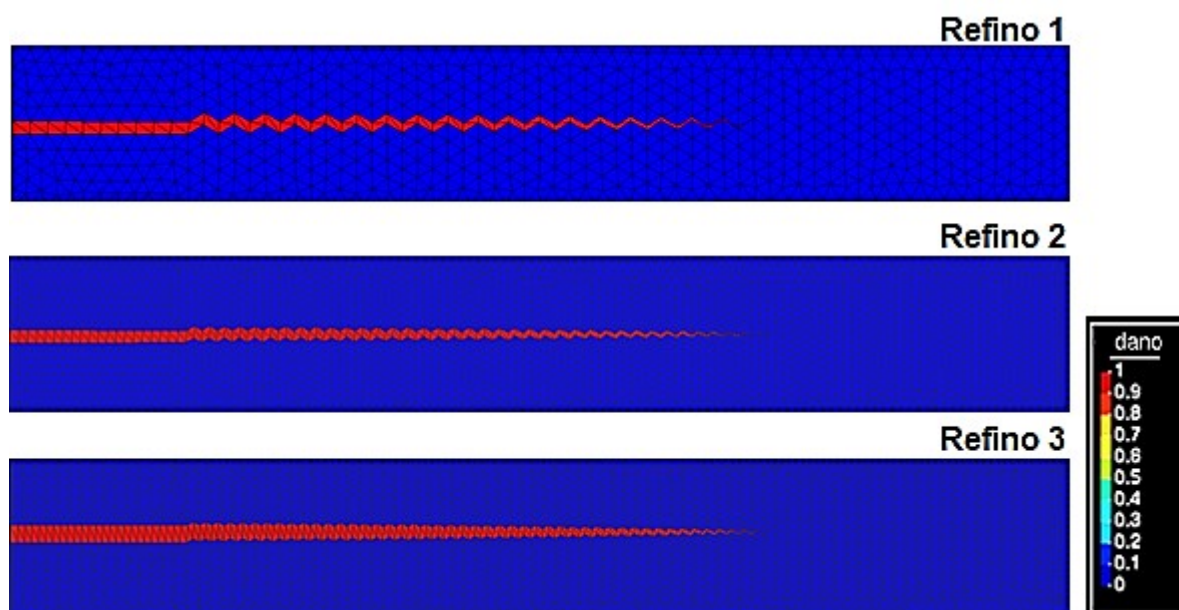
m. Este resultado representa uma diferença de 0,82% dos 21,82 m obtidos por meio da solução semi-analítica.

6.2.5 Análise do efeito do tipo de inserção dos elementos de interface na simulação do fraturamento hidráulico

A Figura 54 mostra a distribuição da variável dano no tempo final de simulação, com o campo de deformações multiplicado por 600.

Os resultados mostraram para todos os níveis de refinamento analisados que mesmo na inexistência de um caminho preferencial de fraturamento a fratura se propagou ao longo do eixo x (perpendicular à σ_h).

Figura 54 - Variável de dano obtida no tempo $t = 1$ dia para os diferentes refinamentos da região de interesse



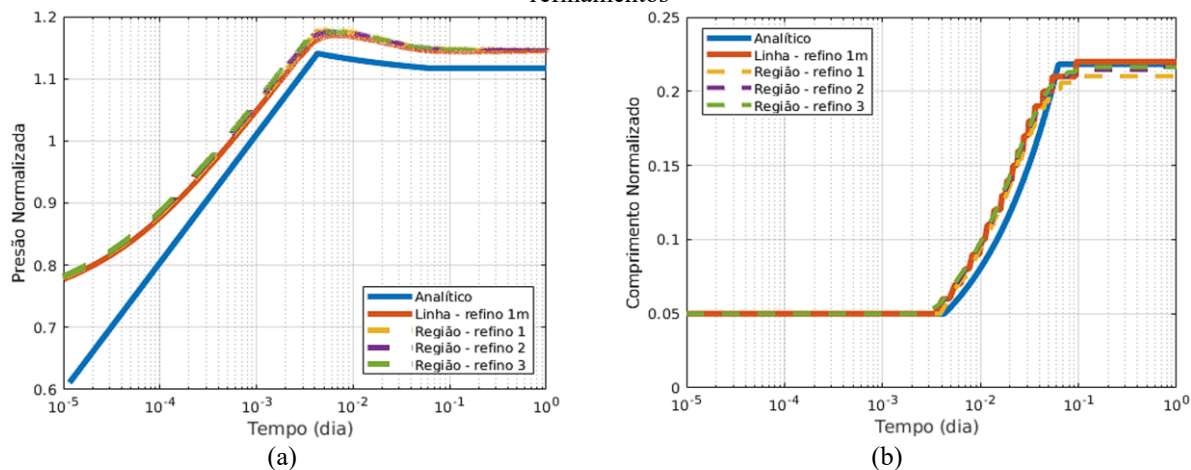
Fonte: O Autor (2020).

A Figura 55 mostra os resultados de pressão e comprimento de fratura para os diferentes refinamentos da região de interesse comparados com a resposta para uma linha de elementos de interface e a resposta semi-analítica.

Conforme observado na Figura 55 (a), o pico de pressão de injeção que foi obtido numericamente para os diferentes refinamentos foi, em média, de 1,170 (29,25 MPa), com desvio médio absoluto de 0,07 MPa, resultado aproximadamente o mesmo da pressão obtida numericamente para o caso de uma linha de elementos e 2,52% superior ao resultado de pressão obtido analiticamente de 1,141 (28,53 MPa). Os resultados do comportamento do comprimento de fratura vs. tempo para os diferentes refinamentos apresentados na Figura 55 (b) mostraram que o comprimento final médio calculado numericamente foi de 21,37 m, com

desvio absoluto de 0,23 m, resultado aproximadamente 2,06% inferior ao resultado aos 21,82 m de comprimento obtidos analiticamente.

Figura 55 - Comportamento da (a) pressão de injeção e (b) comprimento de fratura vs. tempo para diferentes refinamentos



Fonte: O Autor (2020).

6.2.6 Conclusões parciais

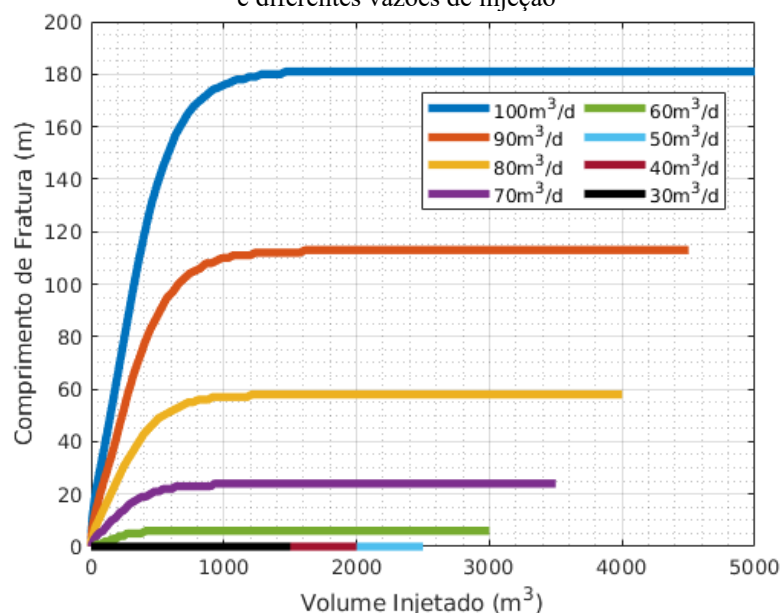
Os resultados apresentados neste caso mostraram que os elementos finitos especiais de interface e o modelo de dano à tração foram capazes de reproduzir o fraturamento hidráulico de uma fratura planar em regime de infiltração em duas dimensões, regime que tipicamente ocorre durante a propagação de fraturas em operações de injeção de água. A análise de sensibilidade mostrou que o método apresentou pequena sensibilidade ao comprimento e espessura dos elementos especiais de interface, bem como ao passo de tempo máximo da simulação. Os resultados, adicionalmente, mostraram que a modelagem com malha fragmentada foi capaz de aproximar o comportamento de pressão e comprimento de fratura durante a propagação, mesmo na inexistência de um caminho preferencial, fornecendo, portanto, uma maior flexibilidade para a modelagem de fraturas planares e não planares. Por fim, os resultados obtidos confirmaram que a metodologia aplicada é uma ferramenta importante no estudo do fraturamento em campos de petróleo, especialmente devido a heterogeneidade das formações e a complexibilidade do campo de tensões, que faz com que caminho de propagação não seja, necessariamente, planar.

6.3 CASO 3: INÍCIO E PROPAGAÇÃO DE UMA FRATURA A PARTIR DE UM POÇO DE INJEÇÃO NA PRESENÇA DE POÇOS DE PRODUÇÃO.

6.3.1 Análise do efeito da vazão de injeção na propagação da fratura

A Figura 56 mostra os comprimentos das fraturas vs. volume injetado para a pressão de produção constante igual a 18MPa e as diferentes vazões de injeção empregadas nas simulações.

Figura 56 - Comprimento de fratura vs. volume injetado para uma pressão de produção constante igual a 18 MPa e diferentes vazões de injeção



Fonte: O Autor (2020).

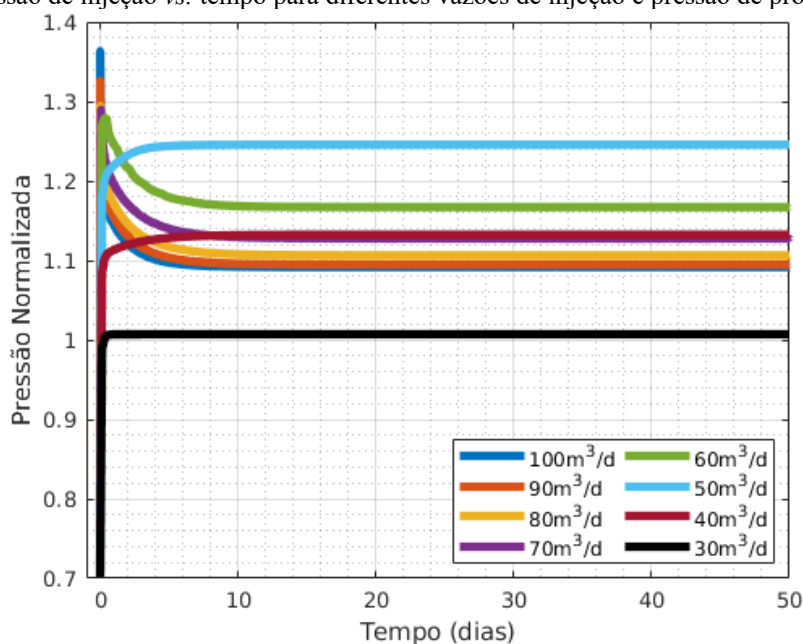
Os resultados mostraram que, para as vazões de injeção de 30, 40 e 50 m³/d, não ocorreu fraturamento hidráulico. Para as vazões de 60, 70, 80, 90 e 100 m³/d, ocorreu fraturamento e os resultados confirmaram que, mantendo uma pressão de injeção constante, quanto maior a vazão de injeção mais longas são as fraturas hidráulicas geradas durante o fraturamento.

Esses resultados estão associados ao fato de que quanto maior a vazão de injeção, maiores os comprimentos de fratura esperados. Adicionalmente, a Figura 56 mostra que quanto maior a vazão de injeção, maior o comprimento da fratura para o mesmo volume injetado. Conforme discutido anteriormente, segundo Kamali e Ghassemi (2020) e Koning (1985), quanto maior a vazão de injeção, menor é a difusão de fluido durante a propagação da fratura (mais fluido é estocado no interior da fratura) e menor é a tensão compressiva na superfície da fratura. Desta forma, isto resulta em fraturas maiores e com menor pressão requerida para sua extensão.

Os resultados adicionalmente revelaram que as fraturas atingem um comprimento máximo e, então, permanecem com um comprimento aproximadamente constante. De acordo com Hoek *et. al.* (2008) o comprimento das fraturas no esquema com vazão de injeção e pressão de produção constantes é altamente dependente do regime transiente e da pressão média do reservatório. Durante o período transiente, o reservatório se comporta como um reservatório infinito e a propagação das fraturas não é afetada pela presença dos poços de produção. Após o regime de fluxo transiente, o regime permanente se estabelece no reservatório. Desta forma, todo montante de fluido injetado é produzido pelos poços de produção, não há estocagem de fluido no interior do reservatório e, conseqüentemente, não há propagação de fratura.

A Figura 57 mostra a curva de pressão de injeção *versus* o tempo para as diferentes vazões de injeção e uma pressão de produção constante igual a 18MPa. Os resultados apresentados foram normalizados pela tensão horizontal mínima (28,50 MPa). É possível observar que, para as vazões de injeção de 30, 40 e 50 m³/d, quanto maior a vazão de injeção, maior a pressão de injeção requerida. Como discutido anteriormente, sob essas vazões de injeção não houve fraturamento hidráulico, sendo a lei de Darcy responsável por governar o fluxo de fluido no reservatório. Desta forma, para garantir maiores vazões de injeção, maiores pressões de injeção foram requeridas.

Figura 57 - Pressão de injeção vs. tempo para diferentes vazões de injeção e pressão de produção constante



Fonte: O Autor (2020).

Os resultados também revelaram que, para as vazões de injeção de 60, 70, 80, 90 e 100 m³/d, quanto maior a vazão de injeção, menor a pressão de injeção requerida durante a

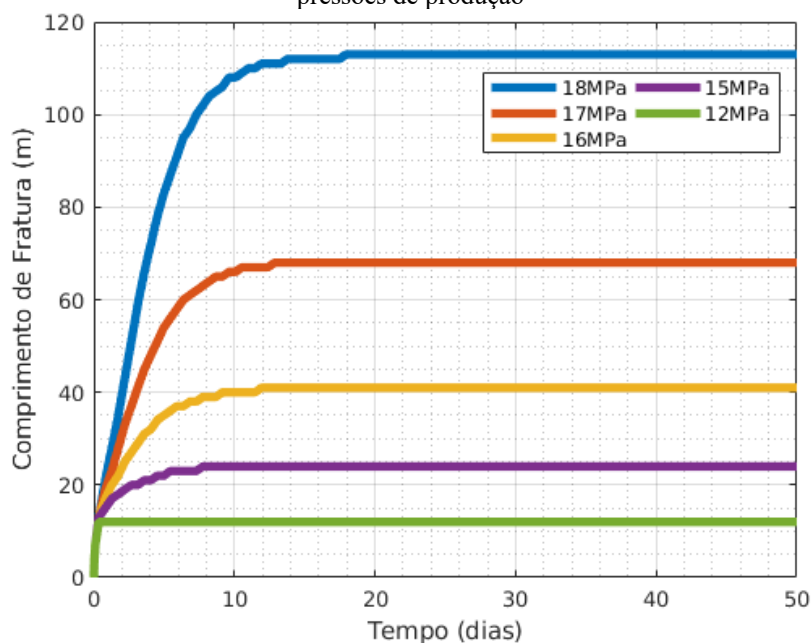
propagação (período transiente) e menor a pressão de injeção requerida durante o regime de fluxo permanente. Esses resultados enfatizam que, quanto maior a vazão de injeção, menor a difusão de fluido durante o período de propagação, resultando em uma menor tensão compressiva (*backstress*) e, conseqüentemente, uma menor pressão de propagação requerida durante o período transiente. Conforme observado na Figura 56, quanto maior a vazão de injeção empregada, maior o comprimento de fratura obtido ao término do regime transiente. Desta forma, quão maior o comprimento da fratura, menor o diferencial de pressão necessário para manter uma determinada vazão de injeção durante o regime permanente.

6.3.2 Efeito da pressão de produção na propagação da fratura

A Figura 58 mostra o comprimento das fraturas para uma vazão de injeção constante de $90\text{m}^3/\text{d}$ e diferentes pressões de produção.

Como pode ser observado na Figura 58, para as diferentes pressões de produção, as fraturas geradas tiveram o mesmo comportamento de propagação durante os primeiros momentos do período de fluxo transiente, diferentemente dos resultados observados na Figura 56 para as diferentes vazões de injeção, onde a alteração da vazão de injeção modificou a difusão de fluido no regime de fluxo transiente e, conseqüentemente, o comportamento do fraturamento. Entretanto, a Figura 58 mostra que quanto maior a pressão de produção, mantida a vazão de injeção constante, mais longas são as fraturas geradas.

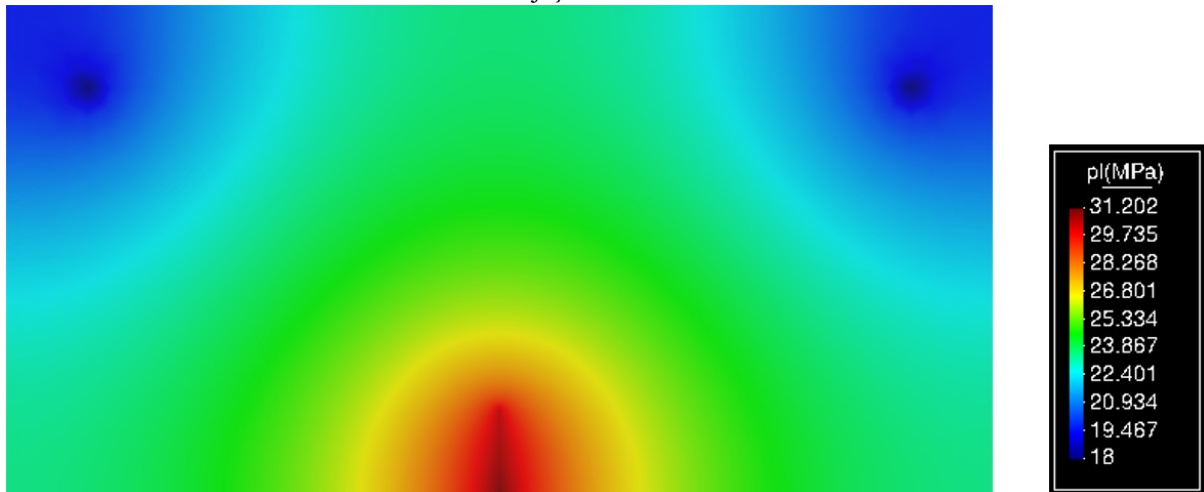
Figura 58 - Comprimento de Fratura vs. tempo para uma vazão de injeção constante ($90\text{m}^3/\text{d}$) e diferentes pressões de produção



Fonte: O Autor (2020).

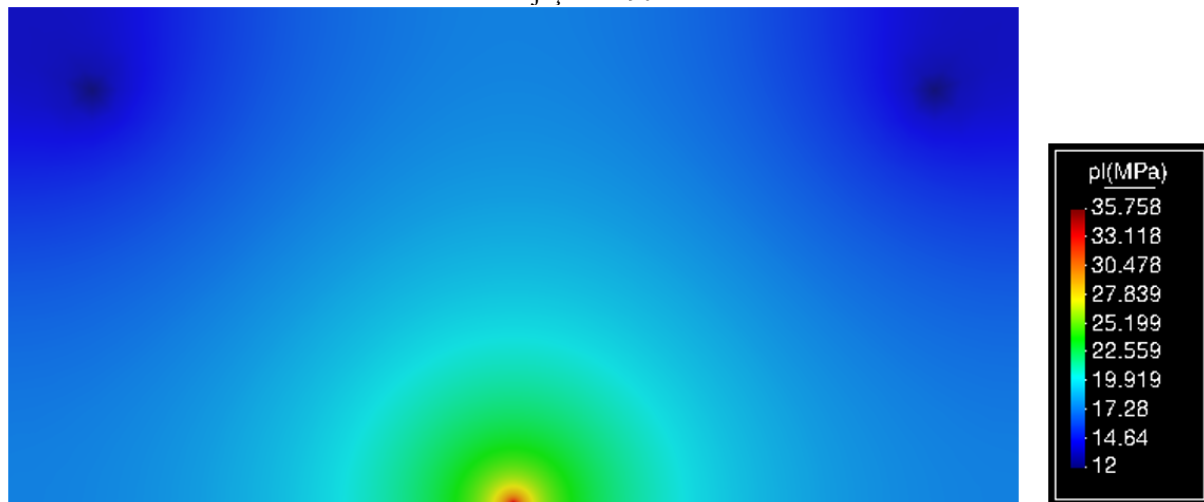
As Figuras 59 e 60 mostram o campo de pressões após 50 dias de simulação para as pressões de produção de 18 MPa e 12 MPa, respectivamente. Para altas pressões de produção, a pressão média do reservatório permanece alta em uma grande área durante o regime de fluxo transiente e a diferença entre a pressão média do reservatório e a pressão de fratura da rocha se mantém pequena, facilitando o fraturamento (HOEK *et. al.*, 2008). Para baixas pressões de produção, maior é a área despressurizada pelos poços de produção e menor é o comprimento da fratura.

Figura 59 - Campo de pressões após 50 dias de simulação para a pressão de produção de 18 MPa e vazão de injeção de 90m³/d



Fonte: O Autor (2020).

Figura 60 - Campo de pressões após 50 dias de simulação para a pressão de produção de 12 MPa e vazão de injeção de 90m³/d

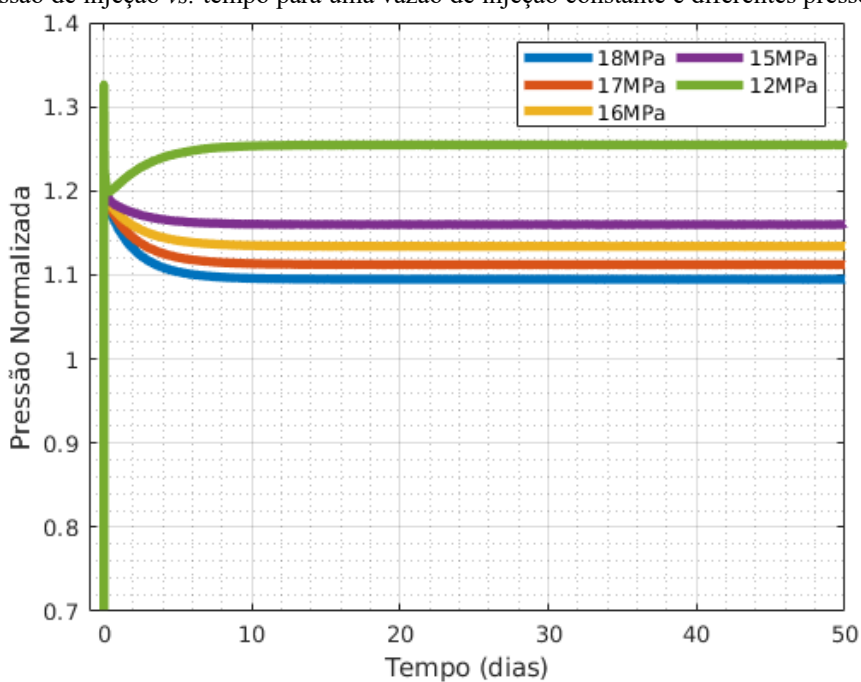


Fonte: O Autor (2020).

A Figura 61 mostra a curva de pressão de injeção *versus* o tempo para as diferentes pressões de produção e uma vazão de injeção constante de 90 m³/d. Os resultados apresentados foram normalizados pela tensão horizontal mínima (28,50 MPa). É possível

observar que, nos primeiros momentos do período de fluxo transiente, a pressão de injeção independe da pressão de produção dos poços (comportamento infinito do reservatório). Entretanto, os resultados mostraram que, quanto maior a pressão de produção, menor é a pressão de injeção requerida durante o regime permanente. Esse comportamento está, possivelmente, associado com os maiores comprimentos de fratura alcançados durante o regime permanente, quanto maior a pressão de produção imposta. Desta forma, os resultados mostraram que, quanto maior o comprimento de fratura, menor é o diferencial de pressão necessário para garantir o regime permanente com vazão de $90 \text{ m}^3/\text{d}$.

Figura 61 - Pressão de injeção vs. tempo para uma vazão de injeção constante e diferentes pressões de produção



Fonte: O Autor (2020).

6.3.3 Conclusões parciais

Os resultados mostraram que as fraturas hidráulicas formadas durante operações de injeção de água podem alcançar centenas de metros de comprimento. Isto confirma a importância deste estudo para operações de injeção mais eficientes e seguras. Os resultados também reforçam que o comprimento das fraturas é altamente dependente da difusão de fluido para o reservatório durante fraturamento e da pressão média do reservatório. Foi possível confirmar esses resultados mudando a vazão de injeção e a pressão de produção. Finalmente, os resultados confirmaram que os elementos finitos especiais de interface usando o modelo constitutivo de dano à tração puderam capturar os aspectos principais do fraturamento hidráulico na presença de poços produtores, o que tipicamente acontece em operações de injeção acima da pressão de fratura.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

7.1 CONCLUSÕES

Com base nos resultados apresentados no capítulo 6 é possível concluir que:

- As pressões de início, ruptura e propagação de fraturas foram altamente dependentes da concentração de tensões atuantes no entorno da região fraturada. Foi possível confirmar estes resultados ao avaliar o estado de tensões e o comportamento das curvas de pressão de injeção vs. tempo ou volume injetado.
- Para rochas permeáveis, a difusão de fluido exerceu um importante papel no comportamento do fraturamento hidráulico. De forma que, quanto maior foi a difusão de fluido, menor foi a pressão de início de fraturamento, maior foi a pressão de propagação e menores foram as dimensões das fraturas geradas, sendo estes dois últimos comportamentos possivelmente relacionados à indução de tensões compressivas poro elásticas e a perda de energia devido à menor estocagem de fluido. Foi possível confirmar esses resultados nos casos estudados variando a permeabilidade, vazão de injeção e a pressão de poros média no campo por meio da variação da pressão dos poços.
- A metodologia numérica utilizada foi capaz de reproduzir o comportamento de pressão, comprimento e direção de propagação do fraturamento hidráulico sob o regime de difusão em duas dimensões, o que tipicamente ocorre em casos de injeção acima da pressão de fratura. Os resultados adicionalmente mostraram que o método sofreu pouca influência da espessura, comprimento e tipo de inserção dos elementos de interface, sejam eles inseridos ao longo do plano preferencial de propagação ou em toda uma região utilizando a técnica de fragmentação de malha.
- Por fim, é possível concluir que a metodologia numérica utilizada, que emprega elementos finitos em duas dimensões em um esquema totalmente acoplado para descrever o fluxo de fluidos em meios porosos e elementos finitos especiais de interface incorporando o modelo constitutivo de dano à tração para representar o processo de degradação e formação de fraturas, foi capaz de reproduzir o comportamento hidromecânico do início e propagação de

fraturas hidráulicas a partir de um poço circular vertical em reservatório elástico permeável e impermeável. Adicionalmente, a metodologia foi capaz de reproduzir a propagação de fraturas em regime de difusão em duas dimensões, mostrando que pode ser empregada para análises hidromecânicas de fraturamento em cenários de testes de integridade, estimulação de poços e injeção acima da pressão de fratura.

7.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com o objetivo de avançar na modelagem e estudo do fraturamento hidráulico, algumas sugestões são apresentadas para trabalhos futuros.

- Implementação de modelos que possam representar o impacto mecânico e hidráulico no interior da fratura e em seu entorno da injeção de fluidos com sólidos incorporados. Este avanço permite representar a injeção de água com sólidos incorporados, como ocorre nos casos de injeção de água de baixa qualidade, e a injeção de fluido com propante, como ocorre nos casos de estimulação de reservatórios convencionais e não convencionais.
- Implementação de uma extensão do modelo constitutivo baseado na mecânica do dano contínuo que seja capaz de capturar o fraturamento promovido também por tensões cisalhantes e não só por tensões normais. Este avanço permite a reprodução de casos de fraturamento do material onde os modos II e III de fraturamento estão presentes.
- Realização de estudos de fraturamento que envolvam uma modelagem bifásica. Este avanço permite uma maior representatividade dos processos hidromecânicos envolvidos no fraturamento hidráulico de reservatórios de petróleo reais, uma vez que o fluido de injeção e o fluido saturante da rocha possuem características diferentes.

REFERÊNCIAS

- AADNOY, B. S. Introduction to geomechanics in drilling. In: MISKA, S.; MICHAEL, R. F. **Fundamentals of Drilling Engineering**. Richardson: Society of Petroleum Engineers, 2011. p. 56-85.
- ABOU-SAYED, A.; BRECHTEL, C.; CLIFTON, R. In situ stress determination by hydrofracturing: a fracture mechanics approach. **Journal of Geophysical Research: Solid Earth**, p. 2851-2862, 1978.
- ALI, N. et al. Injection above parting pressure waterflood pilot, valhall field, norway. **SPE Reservoir Engineering**, p. 22-28, 1994.
- ANDERSON, T. L. **Fracture mechanics**. 3. ed. Boca Raton: CRC Press, 2005.
- BAUTISTA, J. F.; TALEGHANI, A. D. The state of the art and challenges in geomechanical modeling of injector wells: a review paper. **ASME. J. Energy Resour. Technol.**, 2017.
- BESERRA, L. B. D. S. **Modelagem hidromecânica do fraturamento hidráulico de rochas via elementos finitos com descontinuidades fortes incorporadas**. 2015. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015. p. 159.
- BROEK, D. **Elementary engineering fracture mechanics**. Hague, Holanda: Martinus Nijhoff Publishers, 1982.
- BRUDY, M.; ZOBACK, M. D. Drilling-induced tensile wall-fractures: implications for determination of in-situ stress orientation and magnitude. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, p. 191-215, 1999.
- BUNGER, A. P.; DETOURNAY, E.; GARAGASH, D. I. Toughness-dominated hydraulic fracture with leak-off. **International Journal of Fracture**, p. 175-190, 2005.
- BUNGER, A. P.; LAKIROUHANI, A.; DETOURNAY, E. **Modelling the effect of injection system compressibility and viscous fluid flow on hydraulic fracture breakdown pressure**. ISRM International Symposium on In-Situ Rock Stress. Beijing, China: International Society for Rock Mechanics and Rock Engineering. 2010.
- CARRIER, B.; GRANET, S. Numerical modeling of hydraulic fracture problem in permeable medium using cohesive zone model. **Engineering Fracture Mechanics**, p. 312-328, 2012.
- CHENG, Y.; ZHANG, Y. Mining, experimental study of fracture propagation: the application in energy. **Energies** **2020**, p. 1-31, 2020.
- CLETO, P. R. **Simulação de fraturamento hidráulico usando elementos finitos de elevada razão de aspecto com acoplamento hidromecânico**. 2016. (Dissertação de Mestrado) Bauru: UNESP, 2016.
- CLETO, P. R. et al. Hydro-mechanical coupled modeling of hydraulic fracturing using the mesh fragmentation technique. **Computers and Geotechnics**, 2020.

COSTA, O. J.; MAZO, E. O. M.; SCHIOZER, D. J. **Water injection with fracture propagation pressure**. Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference. Cartagena de Indias, Colombia: Society of Petroleum Engineers. 2009. p. 1-11.

DARCY, H. **Les fontaines publiques de la ville de Dijon: exposition et application**. [S.l.]: Victor Dalmont, 1856.

DUGDALE, D. C. Yielding of steel sheets containing slits. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, p. 100-104, 1960.

ECONOMIDES, M. J.; NOLTE, K. G. **Reservoir stimulation**. Chichester, West Sussex, Inglaterra: Wiley, 2000.

EFTIS, J.; SUBRAMONIAN, N. The inclined crack under biaxial load. **Engineering Fracture Mechanics**, p. 43-67, 1978.

EZEKWE, N. **Petroleum reservoir engineering practice**. Boston, Massachusetts, Estados Unidos: Prentice Hall, 2011.

FENG, Y.; GRAY, K. E. **A comparison study of extended leak-off tests in permeable and impermeable formations**. 50th US Rock Mechanics / Geomechanics Symposium. Houston, Texas, Estados Unidos: ARMA, American Rock Mechanics Association. 2016.

FENG, Y.; JONES, J. F.; GRAY, K. E. A review on fracture initiation and propagation pressures for lost circulation and wellbore strengthening. **SPE Drilling & Completion**, p. 134-144, 2016.

FJAER, E. et al. **Petroleum related rock mechanics**. 2^a. ed. Amsterdam: Elsevier, 2008.

GADDE, P. B.; SHARMA, M. M. **Growing injection well fractures and their impact on waterflood performance**. SPE Annual Technical Conference and Exhibition. New Orleans, Louisiana, Estados Unidos: Society of Petroleum Engineers. 2001.

GALLYAMOV, E. et al. Discrete fracture model for simulating waterflooding processes under fracturing conditions. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, p. 1-26, 2018.

GEERTSMA, J.; DE KLERK, F. A rapid method of predicting width and extent of hydraulically induced fractures. **Journal of Petroleum Technology**, p. 1571-1581, 1969.

GEUZAIN, C.; REMACLE, J. F. Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, p. 1309-1333, 2009.

GRIFFITH, A. A. The phenomena of rupture and flow in solids. **Philosophical Transactions of The Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character**, p. 163-198, 1920.

GRINGARTEN, A. C.; RAMEY, H. J.; RAGHAVAN, R. Unsteady-state pressure distribution created by a well with a single infinite conductivity vertical fracture. **Society of Petroleum Engineers Journal**, p. 347-360, 1974.

GUIMARÃES, L. J. N.; GENS, A.; OLIVELLA, S. Coupled thermo-hydro-mechanical and chemical analysis of expansive clay subjected to heating and hydration. **Transport in Porous Media**, p. 341-372, 2007.

GUO, F.; MONGENSTERN, N. R.; SCOTT, J. D. Interpretation of hydraulic fracturing breakdown pressure. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, p. 617-626, 1993.

HADDAD, M.; SEPEHRNOORI, K. **Integration of xfem and czm to model 3d multiple-stage hydraulic fracturing in quasi-brittle shale formations:** solution-dependent propagation direction. AADE National Technical Conference and Exhibition. San Antonio, Texas, Estados Unidos: AADE - American Association of Drilling Engineers. 2015. p. 1-28.

HAGOORT, J.; WEATHERILL, B. D.; SETTARI, A. Modeling the propagation of waterflood-induced hydraulic fractures. **Society of Petroleum Engineers Journal**, p. 293-303, 1980.

HAIMSON, B.; FAIRHURST, C. Initiation and extension of hydraulic fractures in rocks. **Society of Petroleum Engineers Journal**, p. 310-318, 1967.

HUBBERT, M. K.; WILLIS, D. G. Mechanics of hydraulic fracturing. **Society of Petroleum Engineers/Transactions of the AIME**, p. 153-163, 1956.

HUITT, J. L. Fluid flow in simulated fractures. **Amer. Inst. Chem. Eng. Journal**, p. 259-264, 1955.

IBRAHIM, A. F.; NASR-EL-DIN, H. **Evaluation of the breakdown pressure to initiate hydraulic fractures of tight sandstone and shale formations.** SPE Trinidad and Tobago Section Energy Resources Conference. Port of Spain, Trinidad and Tobago: SPE Society of Petroleum Engineers. 2018. p. 1-20.

INGLIS, C. E. Stresses in plates due to the presence of cracks and sharp corners. **Transactions of the Institute of Naval Architects**, p. 219-241, 1913.

IRWIN, G. R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. **Journal of Applied Mechanics**, p. 361-364, 1957.

JORANSON, H. et al. **Better reservoir management through improved water injection methods with data analysis and detailed fracture/reservoir modeling.** SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Anaheim, California, Estados Unidos: Society of Petroleum Engineers. 2007.

KACHANOV, L. M. **Introduction to continuum damage mechanics.** Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers, 1986.

KAMALI, A.; GHASSEMI, A. On the role of poroelasticity in the propagation mode of natural fractures in reservoir rocks. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, p. 2419-2438, 2020.

KHRISTIANOVICH, S. A.; ZHELTOV, Y. P. . **Formation of vertical fractures by means of highly viscous liquid.** 4th World Petroleum Congress. Roma, Itália: World Petroleum Congress. 1955. p. 579-586.

KIRSCH, E. G. Die theorie der elastizität und die bedürfnisse der festigkeitslehre. **Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure**, v. 42, p. 797-807, 1898.

KONING, E. J. L. Fractured water injection wells - analytical modelling of fracture propagation. **Society of Petroleum Engineers**, 1985.

LAMAITRE, J. A three dimensional ductile damage model applied to deep-drawing forming limits. **Mechanical Behaviour of Materials**, p. 1047-1053, 1983.

LEE, D.; BIRCHWOOD, R.; BRATTON, T. **Leak-off test interpretation and modeling with application to geomechanics**. 6th North America Rock Mechanics Symposium (NARMS): Rock Mechanics Across Borders and Disciplines. Texas, Estados Unidos: ARMA, American Rock Mechanics Association. 2004.

LYU, W. et al. An approach for determining the water injection pressure of low-permeability reservoirs. **Energy Exploration & Exploitation**, p. 1-19, 2018.

MACIEL, B. M. C. M. **Aplicação da técnica de fragmentação de malha com elementos finitos de alta razão de aspecto para simulação de fraturamento hidráulico**. (Dissertação de Mestrado) Recife: UFPE, 2017.

MAEDO, M. A. **Simulação computacional por elementos finitos de múltiplas fissuras em sólidos usando tecnica de fragmentação de malha**. (Dissertação de Mestrado) Bauru, São Paulo: Unesp, 2015.

MANZOLI, O. L. et al. Modeling of interfaces in two-dimensional problems using solid finite. **Computers and Structures**, 2012.

MANZOLI, O. L. et al. On the use of finite elements with a high aspect ratio for modeling cracks in quasi-brittle materials. **Engineering Fracture Mechanics**, p. 151-170, 2016.

MANZOLI, O. L. et al. On the use of high aspect ratio finite elements to model hydraulic fracturing in deformable porous media. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, p. 57-80, 2019.

MAZO, E. O. M.; SCHIOZER, D. J. Numerical simulation analysis of the water injection with fracture propagation pressure process. **International Journal of Modeling and Simulation for the Petroleum Industry**, p. 1-12, 2015.

MISKA, S.; MICHAEL, R. F. **Fundamentals of Drilling Engineering**. Richardson: Society of Petroleum Engineers, v. XII, 2011.

MURAKAMI, S. **Continuum damage mechanics: a continuum mechanics approach to the analysis of damage and fracture**. [S.l.]: Springer Science, 2012.

MUSKAT, M. **The flow of homogeneous fluids through porous media**. [S.l.]: McGraw Hill, 1946.

NOIROT, J. C. et al. **Water injection and water flooding under fracturing conditions**. Middle East Oil Show. Bahrain: Society of Petroleum Engineers. 2003. p. 1-6.

OLIVELLA, S. et al. Nonisothermal multiphase flow of brine and gas through saline media. **Transport in Porous Media**, p. 271-293, 1994.

OLIVER, J. Modelling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. Part 1: fundamentals. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, p. 3575-3600, 1996.

OLIVER, J.; CERVERA, M.; MANZOLI, O. Strong discontinuities and continuum plasticity models: the strong discontinuity approach. **International journal of Plasticity**, p. 319-351, 1999.

OLIVER, J.; HUESPE, A. E.; CANTE, J. C. An implicit/explicit integration scheme to increase computability of non-linear material and contact/friction problems. **Comput. Methods Appl. Mech. Engrg**, p. 1865-1889, 2008.

PALSSON, B. et al. **A holistic review of the water injection process**. SPE European Formation Damage Conference. Hague, Netherlands: Society of Petroleum Engineers. 2003. p. 1-11.

PAPANASTASIOU, P.; SARRIS, E. Cohesive zone models. In: K., S. A.; SHAO, J. **Porou Rock Mechanics with Application to Hydraulic Fracturing, Drilling Engineering and Structural Engineering**. [S.l.]: Woodhead Publishing (Elsevier), 2017. p. 119-144.

PEDROSO, C. A. et al. **Analysis of fracture growth induced by the injection of water above the fracture pressure in nonconsolidated sandstones and soft carbonates - deviations from the linear elastic model or why can't i inject even above the fracture pressure?** 8th European Formation Damage Conference. Scheveningen, Netherlands: Society of Petroleum Engineers. 2009.

POSTLER, D. P. **Pressure integrity test interpretation**. SPE/IADC Drilling Conference. Amsterdam: The Netherlands. 1997.

RENPU, W. **Advanced well completion engineering**. Waltham, Massachusetts, Estados Unidos: Gulf Professional Publishing - Elsevier, 2011.

RICE, J. R. Mathematical analysis in the mechanics of fracture. In: LIEBOWITZ, H. **Fracture: An Advanced Treatise**. Nova Iorque: Academic Press, 1968. p. 191-311.

ROSA, A. J.; XAVIER, J. A. D.; CARVALHO, R. D. S. **Engenharia de reservatórios de petróleo**. Rio de Janeiro: Interciencia; Petrobras, 2006.

ROYLANCE, D. **Closed-forme solutions**. Cambridge: Departament of Materials Science and Engineering, Massachusetts Institute of Tecnology, 2001a.

ROYLANCE, D. **Introduction to fracture mechanics**. Cambridge: Departament of Materials Science and Engineering, Massachusetts Institute of Tecnology, 2001b.

SÁNCHEZ, M.; MANZOLI, O. L.; GUIMARÃES, L. J. N. Modeling 3d desiccation soil crack networks using mesh fragmentation technique. **Computers and Geotechnics**, p. 27-39, 2014.

SARKAR, S.; TOKSOZ, M. N.; BURNS, D. R. **Fluid flow modeling in fractures**. [S.l.]: Massachusetts Institute of Technology. Earth Resources Laboratory, 2004.

SEIXAS, M. G. **Modelagem hidromecânica do fraturamento hidráulico de rochas via elementos especiais de interface**. (Tese de Doutorado) Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Pernambuco, Brasil: [s.n.], 2015.

SMITH, M. B.; MONTGOMERY, C. T. **Hydraulic fracturing**. Boca Raton, Florida, Estados Unidos: CRC Press, 2015.

SOUZA, A. L. S. et al. **The impact of fracture propagation on sweep efficiency during a waterflooding process**. SPE Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference. Rio de Janeiro, Brazil: Society of Petroleum Engineers. 2005.

SOUZA, A. L. S. et al. **Water Management In Petrobras: Developments And Challenges**. Offshore Technology Conference. Houston, Texas, Estados Unidos: Offshore Technology Conference. 2005b.

SUCHY, D. R.; NEWELL, K. D. **Hydraulic fracturing of oil and gas wells in kansas**. [S.l.], p. 1-6. 2012.

SUN, C. T.; JIN, Z. H. **Fracture mechanics**. Waltham, Massachusetts, Estados Unidos: Elsevier, 2012.

TERRY, R. E.; ROGERS, J. B. **Applied petroleum reservoir engineering**. Westford, Massachusetts, Estados Unido: Prentice Hall - Pearson Education, 2015.

TERZAGHI, K. **Theoretical soil mechanics**. Nova Iorque: Wiley, 1943.

TIANCHENG, L. et al. **Experimental study of injection rate influence on hydraulic fracturing**. 53rd US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium. New York, NY, USA: ARMA, American Rock Mechanics Association. 2019. p. 1-8.

TIMOSHENKO, S. P.; GOODIER, J. N. **Theroy of elasticity**. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 1970.

VAN DEN HOEK, P. J. et al. **Dynamic induced fractures in waterflooding and EOR**. SPE Russian Oil and Gas Technical Conference and Exhibition. Moscow, Russia: Society of Petroleum Engineers. 2008.

WANG, H. et al. **Understanding the effects of leakoff tests on wellbore strength**. SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Florence, Italy: Society of Petroleum Engineers. 2011. p. 531-539.

WESTERGAARD, H. M. Bearing pressures and cracks. **Journal of Applied Mechanics**, p. 49-53, 1939.

WU, F. et al. Analytical interpretation of hydraulic fracturing initiation pressure and breakdown pressure. **Journal of Natural Gas Science and Engineering**, 2020.

YEW, C. H.; WENG, X. **Mechanics of hydraulic fracturing**. Waltham, Massachusetts, Estados Unido: Gulf Professional Publishing - Elsevier, 2015.

ZANG, A.; STEPHANSSON, O. **Stress field of the earth's crust**. [S.l.]: Springer Science, 2010.

ZENG, F. et al. Effect of fluid penetration on tensile failure during fracturing of an open-hole wellbore. **Journal of Geophysics and Engineering**, p. 952-961, 2018.

ZENG, Z.; ROEGIERS, J. C. **Experimental observation of injection rate influence on the hydraulic fracturing behavior of a tight gas sandstone**. SPE/ISRM Rock Mechanics Conference. Irving, Texas, Estados Unidos: Society of Petroleum Engineers. 2002.

ZHANG, F.; WU, S.; LIU, H. **A waterflood induced fracture simulation model for naturally fractured low-permeability reservoirs**. SPE Asia Pacific Oil & Gas Conference and Exhibition. Perth, Australia: Society of Petroleum Engineers. 2016.

ZHANG, J. J. **Applied petroleum geomechanics**. Cambridge: Gulf Professional Publishing, 2019.

ZHANG, Y. et al. In-situ stresses controlling hydraulic fracture propagation and breakdown pressure. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, p. 164-173, 2018.

ZHENDER, A. T. **Fracture mechanics**. [S.l.]: Springer Science, 2012.

ZHUANG, L. et al. Effect of water infiltration, injection rate and anisotropy on hydraulic fracturing behavior of granite. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, p. 575-589, 2019.

ZOBACK, M. D. **Reservoir Geomechanics**. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press, 2007.

ZOBACK, M. D. et al. Laboratory hydraulic fracturing experiments in intact and pre-fractured rock. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts**, 1976.

ZOBACK, M. D. et al. Determination of stress orientation and magnitude in deep wells. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, p. 1049-1076, 2003.

ZOBACK, M. D.; KOHLI, A. H. **Unconventional reservoir geomechanics**. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press, 2019.

APÊNDICE A – ACOPLAMENTO HIDROMECHANICO

Seixas (2015) e Manzoli *et. al.* (2019) apresentaram as equações governantes do acoplamento hidromecânico em um meio poroso.

O equilíbrio de tensões em um sólido pode ser escrito conforme apresentado na Eq. (A.1), onde σ é o tensor de tensões totais e b é o vetor que representa as forças de corpo.

$$\nabla \cdot \sigma + b = 0 \quad (\text{A.1})$$

De acordo com o princípio das tensões efetivas, o tensor de tensões totais σ em um meio poroso saturado com um fluido sob pressão p , pode ser fornecido pela Eq. (A.2), onde α é o coeficiente de Biot e I é o tensor identidade.

$$\sigma = \sigma' - \alpha p I \quad (\text{A.2})$$

A relação constitutiva para o caso das tensões efetivas é fornecida pela Eq. (A.3), onde $\Sigma(\cdot)$ representa comportamento constitutivo do material, uma função da deformação ε .

$$\sigma' = \Sigma(\varepsilon) \quad (\text{A.3})$$

Para o caso de um sólido constituído de material elástico linear, a relação apresentada na Eq. (A.3) pode ser reescrita conforme apresentado na Eq. (A.4), onde C é a matriz constitutiva elástica.

$$\sigma' = C \varepsilon \quad (\text{A.4})$$

Na consideração do problema bidimensional com estado plano de deformações, a matriz constitutiva do material C , pode ser escrita conforme apresentado na Eq. (A.5), onde E é o módulo de elasticidade e ν é o módulo de Poisson do material.

$$C = \frac{E}{(1 + \nu)} \begin{bmatrix} 1 - \nu & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

A Eq. (A.6) apresenta a conservação de massa fluida na consideração do fluxo de fluido em meio poroso deformável.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho_f) + \nabla \cdot (\rho_f q + \phi \rho_f \dot{u}) = 0 \quad (\text{A.6})$$

Onde ϕ é a porosidade do meio, ρ_f é a massa específica do fluido, $\mathbf{u}$ é o vetor de deslocamento da fase sólida $\mathbf{q}$ é o vetor de fluxo oriundo da lei de Darcy (1856), que é apresentado na Eq. (A.7).

$$\mathbf{q} = \frac{\mathbf{k}}{\mu_f} (\nabla p_f + \rho_f \mathbf{g}) \quad (\text{A.7})$$

Onde $\mathbf{k}$ é o tensor de permeabilidade do meio, μ_f é a viscosidade do fluido, ∇p_f é o gradiente de pressão e $\mathbf{g}$ é o vetor gravidade.