



**UFPE**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

ALLAN GUILHERME MATIAS BARRETO

**ABORDAGEM MATEMÁTICA PARA O PROBLEMA  
DIAL-A-RIDE COM CAPACIDADES HETEROGÊNEAS: um estudo de caso no  
Programa Segue Cuidando da Prefeitura de Paulista – PE**

Recife

2021

ALLAN GUILHERME MATIAS BARRETO

**ABORDAGEM MATEMÁTICA PARA O PROBLEMA  
DIAL-A-RIDE COM CAPACIDADES HETEROGÊNEAS: um estudo de caso no  
Programa Segue Cuidando da Prefeitura de Paulista – PE**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

**Área de Concentração:** Pesquisa Operacional.

**Orientador:** Prof. Dr. Sóstenes Luiz Soares Lins.

Recife

2021

Catálogo na fonte:  
Sandra Maria Neri Santiago, CRB-4 / 1267

- B273a Barreto, Allan Guilherme Matias.  
Abordagem matemática para o Problema Dial-a-Ride com capacidades heterogêneas: um estudo de caso no Programa Segue Cuidando da Prefeitura de Paulista – PE / Allan Guilherme Matias Barreto. – 2021.  
96 f.: il., figs., tabs.
- Orientador: Prof. Dr. Sóstenes Luiz Soares Lins.  
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Recife, 2021.  
Inclui referências.
1. Engenharia de produção. 2. Problema de roteamento de veículos. 3. Problema Dial-a-Ride. 4. Simulação. 5. Modelagem matemática. 6. Otimização. 7. Teoria dos grafos. I. Lins, Sóstenes Luiz Soares (Orientador). II. Título.

UFPE

658.5 CDD (22. ed.)

BCTG/2021-210

ALLAN GUILHERME MATIAS BARRETO

**ABORDAGEM MATEMÁTICA PARA O PROBLEMA  
DIAL-A-RIDE COM CAPACIDADES HETEROGÊNEAS: um estudo de caso no  
Programa Segue Cuidando da Prefeitura de Paulista – PE**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção. Área de Concentração: Pesquisa Operacional.

Aprovada em: 26/02/2021.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Sóstenes Luiz Soares Lins (Orientador)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Dr. Raphael Harry Frederico Ribeiro Kramer (Examinador Interno)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto (Examinador Externo)  
Universidade Federal de São Carlos

## **AGRADECIMENTOS**

Diante desses dois anos de tantos desafios e trabalho, mas também de muito conhecimento adquirido e grandes aprendizados, ainda tenho muito a agradecer...

Em primeiro lugar à Deus pelas oportunidades que me foram dadas, por ter conhecido novas pessoas e amigos, lugares interessantes e pelas fases difíceis, que foram matérias-primas para o meu aprendizado pessoal e profissional.

Agradecer imensamente a minha família que me deram o maior apoio do mundo: a confiança de que estou trilhando o caminho certo e entendem que o meu afastamento foi importante para o objetivo maior. Minha mãe Sônia Edilma Matias dos Santos, meu pai Rubeval da Rocha Barreto, meu irmão Arthur Vinícius Matias Barreto e demais parentes que tanto se orgulham do caminho que venho trilhando. Amo vocês.

À minha noiva Isabelle Dayane Lima Farias, pela paciência e por estar comigo nessa experiência única, uma estrada mais fácil de andar e desfrutar deste novo ambiente chamado “pesquisa”. Grato por todos os seus conselhos e broncas para que eu pudesse melhorar pessoalmente e profissionalmente nesses últimos dois anos. Certamente, nós estamos no caminho certo. Obrigado por existir.

Ao meu orientador, professor Sóstenes Luiz Soares Lins que durante esses dois anos sempre deu o suporte necessário para que essa pesquisa se tornasse possível e com qualidade acadêmica. Além de professor e orientados, tive o privilégio de conhecer um dos maiores matemáticos brasileiros e compartilhar com ele um pouco do seu imenso conhecimento durante o mestrado.

Agradecer aos meus colegas do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção (PPGEP) da turma de 2019. Em especial meus agradecimentos a Andersson Silva e Amanda Xavier pelo acolhimento e orientações durante todo esse período. Estudar o conteúdo das disciplinas com vocês facilitou muito o aprendizado, além de tantos momentos de descontração que fazem valer a pena todo o esforço gasto. Fico grato em compartilhar um pouco do que aprendi com pessoas tão incríveis, tão geniais e ao mesmo tempo tão humildes. Com certeza toda a turma do PPGEP 2019 estará marcada para sempre na minha memória.

Aos professores e professoras do PPGEP por toda a atenção aos alunos do programa, por todo conhecimento transmitido e terem essa didática incrível, que

facilita e muito o aprendizado. Em especial, agradeço aos professores: Isis Didier Lins, Raphael Harry Frederico Ribeiro Kramer, Adiel Teixeira de Almeida Filho e Danielle Costa Moraes. E a Tereza, secretária do PPGEF-UFPE, por sempre oferecer o seu melhor com toda paciência, atenção e organização em todo tipo de problemas e dificuldades surgiram durante esses dois anos.

Um agradecimento especial à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) por todo o apoio e financiamento durante todo o mestrado, sem este fomento seria impossível a realização de todos os trabalhos desenvolvidos.

Aos professores Raphael Harry Frederico Ribeiro Kramer e Reinaldo Morabito Neto, que participaram da banca de defesa do Mestrado Acadêmico. Agradeço por todas as contribuições e sugestões dadas para a melhoria contínua do trabalho.

Ao Centro de Informática (CIn) da UFPE por me receber bem em seus laboratórios e instalações pelos dois anos de mestrado e por fazer o meu interesse pela área da computação só aumentar com o tempo.

À Secretaria de Mobilidade Urbana da Cidade do Paulista-PE pelo interesse na pesquisa e por disponibilizar os dados do Programa Segue Cuidando para a aplicação desse trabalho.

Ao mais, a todos que não foram citados e contribuíram de forma direta ou indireta para a conclusão deste trabalho.

## RESUMO

O crescente número de pessoas com deficiência e mobilidade reduzida no Brasil nas últimas décadas vem trazendo perante as autoridades e a sociedade um processo de mudança da visão legal e impulsionando as discussões acerca da acessibilidade e inclusão social. Para tornar uma cidade acessível é necessário garantir que todas as pessoas tenham o direito de acesso ao sistema de transporte como forma de se deslocar aos serviços essenciais garantidos pela constituição. Como alternativa de diminuir os problemas de acessibilidade algumas cidades possuem serviços especiais de transporte porta-a-porta para atender as pessoas com deficiência ou mobilidade reduzida. Em Paulista, Pernambuco, esse serviço se chama “Programa Segue Cuidando” e realiza em média 250 viagens por semana garantindo o transporte dos usuários para tratamentos de saúde contínuos de microcefalia, hemodiálise, quimioterapia, radioterapia e/ou reabilitação com comprometimento da mobilidade e que não possuem autonomia para utilizar outros tipos de transportes coletivos. Este tipo de serviço, que realiza transporte de passageiros, pode ser caracterizado pela presença de dois objetivos conflitantes, a minimização dos custos operacionais e/ou maximização da satisfação do usuário. O equilíbrio entre esses objetivos pode ser alcançado com a ajuda da Engenharia de Produção com métodos da Pesquisa Operacional (PO). Esse tipo de problema pode ser modelado como um Problema de Roteamento de Veículos (PRV) e mais especificamente como um Problema Dial-a-Ride (DARP). Mediante a essa problemática, a presente dissertação tem como objetivo propor um modelo matemático utilizando a Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para o DARP com o intuito de possibilitar uma redução nos custos bem como melhorar a qualidade do serviço. Visando uma aplicação real para validação do modelo, foram utilizados dados reais fornecidos pela Secretaria de Mobilidade Urbana e do “Programa Segue Cuidando” da Prefeitura de Paulista. A modelagem e resolução dos problemas foram realizadas com o OPL/CPLEX da IBM apresentando resultados satisfatórios para 18 e 12 viagens com operações realizadas no horizonte de 330 e 180 minutos, respectivamente. Além disso foi possível fazer uma análise em relação a frota veicular atual do programa.

Palavras-chaves: problema de roteamento de veículos; Problema *Dial-a-Ride*; simulação; modelagem matemática; otimização; teoria dos grafos.



## **ABSTRACT**

The growing number of people with disabilities and reduced mobility in Brazil in recent decades has brought before the authorities and society a process of changing the legal vision and driving discussions about accessibility and social inclusion. To make a city accessible, it is necessary to ensure that everyone has the right of access to the transport system as a way of getting to the essential services guaranteed by the constitution. As an alternative to reduce accessibility problems, some cities have special door-to-door transport services to serve people with disabilities or reduced mobility. In Paulista, Pernambuco, this service is called the “Programa Segue Cuidando” and carries out an average of 250 trips per week ensuring the transport of users for continuous health treatments of microcephaly, hemodialysis, chemotherapy, radiotherapy and / or rehabilitation with impaired mobility and that they have no autonomy to use other types of public transport. This type of service, which performs passenger transport, can be characterized by the presence of two conflicting objectives, the minimization of operating costs and / or the maximization of user satisfaction. The balance between these objectives can be achieved with the help of Production Engineering with Operational Research (PO) methods. This type of problem can be modeled as a Vehicle Routing Problem (PRV) and more specifically as a Dial-a-Ride Problem (DARP). In view of this problem, the present dissertation aims to propose a mathematical model using Mixed Integer Linear Programming (PLIM) for DARP in order to enable a reduction in costs as well as improve the quality of the service. Aiming at a real application to validate the model, real data provided by the Urban Mobility Secretariat and the “Programa Segue Cuidando” of the Municipality of Paulista were used. Modeling and problem solving were performed with IBM's OPL / CPLEX showing satisfactory results for 18 and 12 trips with operations carried out in the horizon of 330 and 180 minutes, respectively. In addition, it was possible to make an analysis in relation to the current vehicle fleet of the program.

**Keywords:** vehicle routing problem; Dial-a-Ride Problem; simulation; mathematical modeling.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	– Classificações do grafo: (a) direcionado, (b) não direcionado e (c) misto	23
Figura 2	– Multigrafo G	23
Figura 3	– (a) Grafo G e (b) Subgrafo G'	24
Figura 4	– (a) Jogo de Hamilton e (b) Possível solução para o jogo de Hamilton	29
Figura 5	– (a) Solução inviável e (b) Solução viável para o PCV	30
Figura 6	– Subclassificação do VRPPD	34
Figura 7	– Categorias do VRPPD de acordo com o tipo de demanda	35
Figura 8	– Fluxograma para a metodologia do trabalho	48
Figura 9	– Processo de inscrição dos novos beneficiários do programa Segue Cuidando	55
Figura 10	– Formulário de inscrição do programa Segue Cuidando	56
Figura 11	– Planilha com as requisições de viagem dos usuários	59

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Características de um Problema de Roteamento	26
Tabela 2	–	Taxonomia do DARF	39
Tabela 3	–	Características dos cenários	60
Tabela 4	–	Janelas de tempo e quantidade de passageiros ( $n = 10$ ; $H = 330$ )	62
Tabela 5	–	Janelas de tempo e quantidade de passageiros ( $n = 12$ ; $H = 330$ )	62
Tabela 6	–	Janelas de tempo e quantidade de passageiros ( $n = 14$ ; $H = 330$ )	63
Tabela 7	–	Janelas de tempo e quantidade de passageiros ( $n = 16$ ; $H = 330$ )	64
Tabela 8	–	Janelas de tempo e quantidade de passageiros ( $n = 18$ ; $H = 330$ )	65
Tabela 9	–	Janelas de tempo e quantidade de passageiros ( $n = 20$ ; $H = 330$ )	66
Tabela 10	–	Janelas de tempo e quantidade de passageiros ( $n = 10$ ; $H = 180$ )	67
Tabela 11	–	Janelas de tempo e quantidade de passageiros ( $n = 12$ ; $H = 180$ )	68
Tabela 12	–	Janelas de tempo e quantidade de passageiros ( $n = 14$ ; $H = 180$ )	68
Tabela 13	–	Resultados dos cenários apresentados pelo CPLEX	70
Tabela 14	–	Resultado detalhado dos cenários 1 e 2	72
Tabela 15	–	Resultado detalhado dos cenários 3 e 4	72
Tabela 16	–	Resultado detalhado do cenário 5	74
Tabela 17	–	Resultado detalhado do cenário 6	75
Tabela 18	–	Resultado detalhado do cenário 7	77
Tabela 19	–	Resultado detalhado do cenário 8	78
Tabela 20	–	Resultado detalhado do cenário 9	79
Tabela 21	–	Resultado detalhado dos cenários 13 e 14	81
Tabela 22	–	Resultado detalhado do cenário 15	83
Tabela 23	–	Resultado detalhado do cenário 16	83

## LISTAS DE SIGLAS E ABREVIACÕES

$A$	Conjunto de arcos de um grafo
DARP	<i>Dial-a-Ride Problem</i>
DARP-TW	<i>Dial-a-Ride Problem with Time Windows</i>
$E$	Conjunto de arestas de um grafo
$G$	Grafo
$N$	Conjunto de nós/vértices de um grafo
NP-Difícil	<i>Nondeterministic Polynomial Time Difícil</i>
$n$	Número de vértices de um grafo / Ordem de um grafo
$m$	Número de arcos de um grafo / Dimensão de um grafo
PRA	Problema de Roteamento em Arcos
PCE	Problema de Coletas e Entregas
PCEJT	Problema de Coletas e Entregas com Janelas de Tempo
PCV	Problema do Caixeiro Viajante
PGCE	Problema Geral de Coletas e Entregas
PO	Pesquisa Operacional
PL	Programação Linear
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PR	Problema de Roteamento
PRN	Problema de Roteamento em Nós
PPRV	Problema de Programação e Roteamento de Veículos
PRV	Problema de Roteamento de Veículos
PRVCE	Problema de Programação de Veículos de Coletas e Entregas
PRVCCE	Problema de Programação de Veículos Com Coletas e Entregas
PRVTJ	Problema de Programação de Veículos com Janelas de Tempo

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>14</b>
1.1	JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA	16
1.2	OBJETIVOS GERAL E ESPECÍFICOS	18
1.2.1	<b>Objetivo geral</b>	18
1.2.2	<b>Objetivos específicos</b>	18
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO E REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>20</b>
2.1	TRANSPORTE PÚBLICO ESPECIAL PARA PESSOAS COM DEFICIÊNCIA E MOBILIDADE REDUZIDA	20
2.2	REDES DE TRANSPORTE E TEORIA DOS GRAFOS	22
2.3	PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS	25
2.3.1	<b>Classificação dos Problemas de Roteamento de Veículos</b>	27
2.3.2	<b>Modelos de Problemas de Roteamento de Veículos</b>	28
2.4	PROBLEMA DIAL-A-RIDE	36
2.4.1	<b>Métodos de solução</b>	40
2.4.2	<b>Aplicações no transporte de pessoas com mobilidade reduzida</b>	44
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>47</b>
3.1	CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA	47
3.2	DELINEAMENTO DA PESQUISA	48
3.3	MODELAGEM MATEMÁTICA	49
<b>4</b>	<b>ESTUDO DE CASO</b>	<b>54</b>
4.1	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	54
4.1.1	<b>Número de usuários e processo de seleção</b>	54
4.1.2	<b>Tipos de veículos</b>	57
4.1.3	<b>Operação do serviço</b>	57
4.2	IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO	58
4.3	CENÁRIOS DE TESTES	60
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>70</b>
5.1	RESULTADO DETALHADO DOS CENÁRIOS	71
5.2	RESULTADOS GERAIS ALCANÇADOS	84
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>86</b>



## 1 INTRODUÇÃO

Nos grandes centros urbanos e metrópoles do Brasil a ausência da acessibilidade nas calçadas e ruas, sinalização adequada e transporte público de qualidade tem afetado a qualidade de vida das pessoas com deficiência e mobilidade reduzida afastando-os da sociedade e amplificando os problemas de inclusão social. No Brasil 24,2% da população, que totaliza aproximadamente 46,6 milhões de pessoas, possui algum tipo de deficiência visual, auditiva, mental / intelectual ou motora e que percebem de forma ampliada os grandes problemas de acessibilidade e inclusão social (IBGE, 2020).

Silveira (2012) cita que um aumento do número de pessoas com deficiência foi registrado primeiramente após as grandes Guerras Mundiais em países como Estados Unidos e Europa. Ainda segundo o autor, nas grandes capitais esse mesmo fenômeno ocorre devido ao aumento dos índices de violência urbana e doméstica, atendimento precário de saúde, aumento nos acidentes de trânsito, entre outros. Esses acontecimentos vêm gerando grandes discussões e uma transformação ao redor do mundo a respeito do tema, abordando principalmente as condições de acessibilidades das cidades e dos serviços essenciais, como a saúde, lazer, trabalho, educação, etc.

No Brasil, o apoio aos direitos individuais e sociais das pessoas com deficiência ou mobilidade reduzida e a sua efetiva integração social são assegurados pela Constituição Federal através da Lei nº 7.853/1989 e pelo Decreto nº 5.296/2004 que regulamenta as Leis nº 10.048/2000 e Lei nº 10.098/2000 (BRASIL, 1989; BRASIL, 2000a; BRASIL 2000b; BRASIL, 2004). Complementarmente, em 2008 foi incorporado a legislação brasileira um tratado elaborado em conjunto com diversos países durante uma convenção realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU) abordando a forma de coordenar os direitos das pessoas com deficiência a nível mundial tornando-o um objeto de respeito aos Direitos Humanos (BRASIL, 2011).

Para tornar uma cidade acessível é necessário garantir que toda a população tenha acesso aos serviços essenciais garantidos pela constituição, dependendo assim, do acesso ao sistema de transporte público e permitindo que todos possam utilizar os sistemas disponíveis com autonomia e segurança (BARONI; RESENDE;

2006). Porém, mesmo diante das leis e decretos supracitados anteriormente, as pessoas com deficiência ainda encontram dificuldades diárias em sua locomoção. Então, percebe-se a necessidade de adequações das atividades, operações e mecanismo dos municípios às necessidades da população de modo a amenizar os problemas enfrentados (HAWEROTH, 2017).

Na tentativa de diminuir os problemas de acessibilidade e complementar o sistema de público de transporte, algumas cidades do Brasil possuem programas de transporte porta-a-porta que funcionam gratuitamente e atendendo às necessidades desse público (HAWEROTH, 2017). Esse tipo de serviço não é muito comum no Brasil embora seja bastante usual em países desenvolvidos. Além disso, em função da grande demanda e da tendência do desenvolvimento dos serviços de cuidado à saúde, vários países estão aumentando o seu investimento na implementação e manutenção dos serviços especiais de transporte.

Em Paulista, Região Metropolitana do Recife, Pernambuco, esse serviço de transporte porta-a-porta de pessoas com deficiência ou mobilidade reduzida é realizado por meio do “Programa Segue Cuidando” e foi criado através da Lei Municipal Nº 4452 de 2014. O serviço realiza aproximadamente 45 viagens por dia transportando cerca de 60 pessoas. O serviço conta com uma frota de 3 veículos com capacidades de assentos heterogêneos, um deles com adaptação para cadeirantes, realizando o transporte de pessoas com deficiência ou mobilidade reduzida para tratamentos de saúde contínuos de microcefalia, hemodiálise, quimioterapia, radioterapia e/ou reabilitação com comprometimento da mobilidade e que não possuem autonomia para utilizar outros tipos de transportes coletivos (PAULISTA, 2014).

Esse tipo de sistema de transporte pode ser estudado com técnicas da engenharia através da área da Pesquisa Operacional (PO) sendo classificados genericamente como Problemas de Roteamento de Veículos (PRV) (FRAGA NETO, 2015; HAWEROTH, 2017).

Por definição, o PRV consiste no problema cujo objetivo é determinar uma ou múltiplas rotas percorrendo uma sequência de visitas, atendendo a uma determinada função objetivo e restrições. Essas visitas podem ocorrer nos pontos de visitas (vértices ou nós) ou nas ligações (arcos ou arestas) de um grafo (GOLDBARG; LUNA, 2005; ARENALES et al. 2011; BATISTA; SCARPIN, 2015).



Dentre as variantes do PRV, podemos citar o Problema *Dial-a-Ride* (DARP, do inglês *Dial-a-Ride Problem*) que lida com o transporte sob demanda de passageiros (HAWEROTH, 2017). Para Toth e Vigo (2014), o DARP é definido com um problema de transporte compartilhado de passageiros com serviços de porta-a-porta que busca preencher a lacuna entre a rigidez do transporte público e a flexibilidade de um taxi. Nesse problema, o cliente realiza uma requisição de transporte via telefone ou por meio eletrônico compartilhando um ponto de embarque, um ponto de desembarque e os horários desejados. As requisições podem ser definidas antes do início do roteamento (estático) ou durante a rota (dinâmico) (CORDEAU, 2006; MAURI; LORENA, 2009). Nesta pesquisa será tratado o caso estático com as requisições dos usuários realizadas até o dia anterior da prestação do serviço.

Diante disto, a presente dissertação pretende abordar, através de métodos de PO, uma modelagem matemática usando Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para o DARP, realizando testes computacionais com dados reais de modo a contribuir no processo de mobilidade e acessibilidade das pessoas com deficiência e mobilidade reduzida no município de Paulista, Pernambuco. A modelagem aplica-se para passageiros cadeirantes e não-cadeirantes além da possibilidade da presença de um acompanhante, caso necessário. O objetivo considerado inclui a minimização dos custos operacionais (combustível, manutenção e depreciação dos veículos) restringidos pela capacidade dos veículos, tempo máximo de permanência no veículo e janelas de tempo.

## 1.1 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA

A importância de melhorar a acessibilidade e a inclusão social das pessoas com deficiência e com mobilidade reduzida vem amplamente sendo discutido entre os países e nações. De acordo com dados do Relatório Mundial sobre Deficiência da Organização Mundial da Saúde (OMS) mais de um bilhão de pessoas convivem com alguma forma de deficiência. No Brasil, esse número é de aproximadamente 46,6 milhões de pessoas segundo informações do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) (OMS, 2012; IBGE, 2020).

Dentre todas as atividades envolvidas em uma cadeia logística, o custo com transporte pode representar até dois terços do custo logístico total. Então, nessa área, existe uma real necessidade de aperfeiçoamento da eficiência e eficácia da operação que pode ser obtida com a redução dos custos envolvidos e a maximização da utilização dos equipamentos através da otimização operacional do sistema. Sendo assim, é de interesse da área da gestão dos serviços de transportes o desenvolvimento de metodologias que auxiliem o planejamento e utilização da frota proporcionando uma oferta maior dos serviços, redução dos custos e/ou aumento da conveniência aos usuários (CORDEAU; LAPORTE, 2003; BALLOU, 2006).

Em geral, o PRV busca minimizar o custo total das rotas, muitas vezes mensurado pela distância total percorrida pelos veículos. Porém, em problemas de transporte de prestação de serviço, como o DARF, esse objetivo não deve ter apenas o foco principal da operação. Então, faz-se necessário adicionar objetivos e/ou restrições que garantam também a conveniência do cliente e a qualidade do serviço, como melhor aproveitamento da frota, segurança dos veículos, menor tempo de espera pelo veículo, diminuição do tempo de permanência do usuário dentro do veículo, entre outros (BODIN et al. 1983).

Determinar e/ou melhorar o roteamento da frota de veículos geram impactos relevantes em diversas áreas. No âmbito socioeconômico e ambiental, a minimização do percurso total dos veículos contribui de forma expressiva para a redução dos gastos com combustível e, por consequência, para a diminuição da emissão de CO<sub>2</sub> na atmosfera. Além disso, reduz a necessidade de manutenções periódicas reduzindo os impactos com a troca de óleos e compras de pneus, peças e equipamentos (STEINER et al. 2000).

No contexto social, toda comunidade é beneficiada quando existe uma gestão de transporte realizada com qualidade e eficiência. Para os usuários e acompanhantes, esses benefícios podem ser observados em uma maior satisfação da qualidade do serviço prestado. Além disso, o dinheiro não gasto com esse tipo de serviço através da gestão pública pode ser aplicado em diversas outras áreas consideradas prioritárias para a comunidade (STEINER et al. 2000; LI; FU, 2002).

Apesar dos PRVs possuírem algumas características genéricas em comum, se faz necessário estudar a taxonomia do problema e escolher uma função objetivo

que melhor represente suas necessidades reais e premissas específicas. De acordo com Kaiser (2009) a resolução dos problemas de roteirização, em geral, não é simples pois características singulares do problema estudado podem levar a formulações matemáticas diferentes ou com necessidade de outros métodos de solução. Essa singularidade torna os PRVs como um dos mais complexos da área da otimização combinatória (BODIN et al. 1983; LAPORTE, 1992; GOLDBARG; LUNA, 2005).

Como contribuição científica, este trabalho busca resolver uma problemática real do DARP com um método já definido e validade por Cordeau (2006) e Rodrigues, Rosa e Resendo (2012) a fim de propor uma nova configuração das rotas de atendimento do “Programa Segue Cuidando” da Prefeitura da Cidade do Paulista, Pernambuco.

## 1.2 OBJETIVOS GERAL E ESPECÍFICOS

Nesta seção são apresentados o objetivo geral desta dissertação, assim como os objetivos específicos descrevendo os passos executados no escopo da pesquisa

### 1.2.1 Objetivo geral

Esta pesquisa busca propor uma abordagem matemática utilizando Programação Linear Inteira Mista para o Problema *Dial-a-Ride* com uma frota veicular de capacidades heterogêneas realizando testes computacionais com base em dados reais do serviço de atendimento especial domiciliar para transporte de usuários em tratamento de saúde da Prefeitura da Cidade do Paulista, Pernambuco, com o intuito de maximizar a qualidade do serviço e minimizar os custos pela distância total percorrida.

### 1.2.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos dessa pesquisa são:

- a) explorar na literatura os problemas e modelos relacionados ao DARP;

- b) estudar o Programa Segue Cuidando que realiza o transporte de pessoas com deficiência e mobilidade reduzida em tratamento de saúde oferecidos em Paulista relacionando-o com o DARF;
- c) desenvolver um modelo matemático em Programação Linear Inteira Mista (PLIM) de forma a se obter como resultado uma solução viável para o problema;
- d) implementar o modelo levando em consideração as adequações necessárias na representação do “Programa Segue Cuidando”;
- e) realizar testes computacionais com base em dados reais;
- f) avaliar os resultados obtidos quanto a qualidade das soluções e tempos computacionais.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO E REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo apresenta o referencial teórico dos conteúdos de transporte público especial para pessoas com deficiência e mobilidade reduzida, redes de transporte e teoria dos grafos, classificação e tipo do Problema de Roteamento de Veículos (PRV) e o Problema de Dial-a-Ride (DARP). Tais tópicos buscam verificar a literatura associada ao problema objetivo deste trabalho de pesquisa.

### 2.1 TRANSPORTE PÚBLICO ESPECIAL PARA PESSOAS COM DEFICIÊNCIA E MOBILIDADE REDUZIDA

Inicialmente, cabe aqui explanar de forma mais clara algumas definições e conceitos. O termo que amplamente é utilizado para se referir às pessoas com algum tipo de deficiência mudou com o desenvolvimento da sociedade, porém é tema de bastante discussão entre as pessoas e grupos de interesses. Portanto, por mais que alguns dos textos referenciados neste trabalho utilizem termos diferentes devido às suas datas de publicação, iremos adotar os termos “pessoas com deficiência” e “pessoas com mobilidade reduzida”, que serão conceituados a seguir.

A Convenção sobre os Direitos das Pessoas com Deficiência (ONU, 2006) define que pessoas com deficiência são: “aquelas que têm impedimentos de longo prazo de natureza física, mental, intelectual ou sensorial, os quais, em interação com diversas barreiras, podem obstruir sua participação plena e efetiva na sociedade em igualdades de condições com as demais pessoas”. A Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT, 2009), conceitua o termo pessoa com deficiência como: “uma pessoa que apresenta perda ou anormalidade de uma estrutura ou função psicológica, fisiológica ou anatômica, que gere limitação ou incapacidade para o desempenho de atividade”. Ainda de acordo com a ABNT, as pessoas com mobilidade reduzida são definidas como: “aquelas que, não se enquadrando no conceito de pessoa com deficiência, tenha, por qualquer motivo, dificuldade de movimentar-se permanente ou temporariamente, gerando redução efetiva de mobilidade, flexibilidade, coordenação motora e percepção”.

Segundo o levantamento do último censo do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) realizado em 2010, o Brasil contém 24,2% de pessoas com algum tipo de deficiência, totalizando aproximadamente 46,6 milhões de pessoas.

Dentre essas pessoas com deficiência podemos mencionar os deficientes visuais, auditivos, mentais/intelectuais e motores (IBGE, 2020).

Dentro do contexto da socialização, infelizmente esses grupos de pessoas percebem de forma amplificada os grandes problemas de acessibilidade e inclusão nos centros urbanos, como: ausência de calçamento acessível, precariedade na sinalização, transporte público inadequado, entre outros. Além disso, muitas delas durante sua vida deparam-se com a segregação social e encontram dificuldades na procura de serviços de saúde, lazer, cultura, educação e profissional (PORTADOR, 2005; BRASIL, 2006)

No Brasil, o apoio aos direitos individuais e sociais das pessoas com deficiência ou mobilidade reduzida e a sua efetiva integração social são assegurados pela Constituição Federal através da Lei nº 7.853/1989 (BRASIL, 1989). Além disso podemos destacar o Decreto nº 5.296/2004 que regulamenta as Leis nº 10.048/2000 e Lei nº 10.098/2000 que tratam a prioridade no atendimento e das normas gerais e critérios básicos para a promoção da acessibilidade das pessoas com deficiência ou com mobilidade reduzida, respectivamente (BRASIL, 2000a; BRASIL 2000b; BRASIL, 2004). No capítulo V contido no decreto citado anteriormente, que aborda da acessibilidade aos serviços de transporte coletivo, fica estabelecido uma série de especificações para melhoria e substituição da frota veicular além de garantir a acessibilidade plena no embarque e desembarque dessas pessoas.

Como é do nosso saber, mesmo com todas as leis e decretos em vigor, as pessoas com deficiência ou mobilidade reduzida ainda encontram diversas dificuldades diárias em sua locomoção. Pensando em amenizar esses problemas de acessibilidade e complementar os sistemas de transporte público convencional, algumas prefeituras municipais optam por desenvolver programas complementares funcionando porta-a-porta para facilitar o acesso dessas pessoas nos serviços de saúde, esporte e lazer. Para Wright (2001), a criação desse tipo de programa teve início mediante as dificuldades encontradas em atingir o ponto de equilíbrio no acesso aos equipamentos de transporte e garantia da acessibilidade do sistema.

## 2.2 REDES DE TRANSPORTE E TEORIA DOS GRAFOS

Segundo Novaes (1969), uma rede de transporte é definida como um conjunto de rotas específicas interligadas entre si onde há uma movimentação de pessoas e/ou mercadorias entre locais. Nessa mesma linha de raciocínio, Logit (2001) afirma que essas redes podem ser representadas graficamente e comumente são utilizadas no setor logístico para analisar o comportamento de produtos, pessoas ou mercadorias no deslocamento de um local para outro. Ainda segundo o autor, as informações contidas nessas redes são de extrema importância e relevantes em diversas aplicações como: transporte e logística, modelagem na escolha dos modais, roteamento e programação de veículos, estudos de tráfegos, etc.

No ponto de vista matemático essas redes de transporte são amplamente modeladas e conhecidas como grafos. Por definição, um grafo é uma representação abstrata de um conjunto de elementos descritos com nós ou vértices e suas relações de interdependência (GOLDBARG; LUNA, 2005; BOAVENTURA NETTO, 2011).

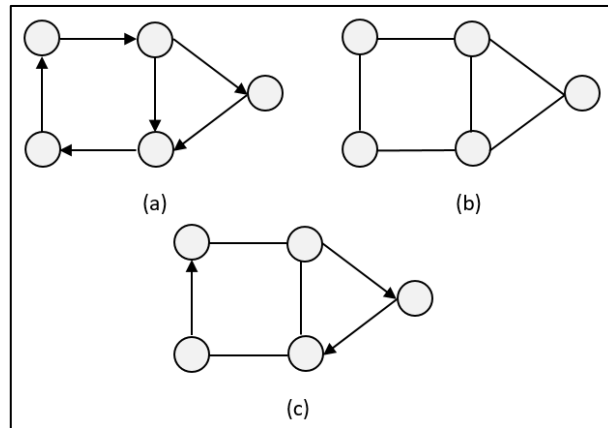
Um grafo é representado por  $G = (N, E \cup A)$  que consiste em um conjunto  $N(G)$  discreto e finito de vértices (ou nós) e um conjunto  $E(G)$  e/ou  $A(G)$  de elementos não vazios, possuindo relações de adjacência ou pares ordenados  $(i, j)$  em função de  $N(G)$ . Essas relações podem ser definidas por um conjunto de arestas  $E(G)$  cujo elementos formam os pares ordenados não direcionados de diferentes vértices de  $N$  e/ou um conjunto de arcos  $A(G)$  onde seus elementos formam os pares ordenados que possuem direcionamento definido do vértice  $i$  para o vértice  $j$  (FURTADO, 1973; AHUJA; MAGNANTI; ORLIN, 1993; SILVA; LINS; XAVIER, 2020).

Denota-se  $n$  o número de vértices e  $m$  o número de arcos em  $G$ . A ordem e dimensão de um grafo podem ser definidos através da cardinalidade do conjunto dos vértices ( $m$ ) e arcos ( $n$ ), respectivamente (CARDOSO, 2005; BONDY; MURTY, 2008)

Ahuja, Magnanti e Orlin (1993) apresentam três classes para um grafo: direcionado (ou dígrafo), não direcionado e misto. Um grafo direcionado é formado exclusivamente por arcos direcionados, um grafo não direcionado possui na sua estrutura apenas arestas não direcionadas, e, por fim, é denominado grafo misto

quando existem arcos e arestas no mesmo grafo. A Figura 1 nos traz a representação gráfica de cada classe apresentada.

Figura 1 - Classificações do grafo: (a) direcionado, (b) não direcionado e (c) misto

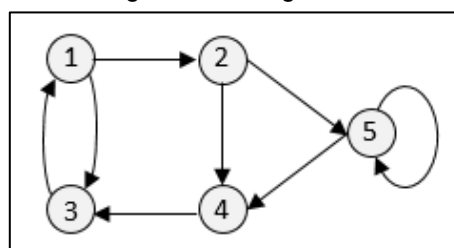


Fonte: O autor (2021)

No par ordenado de um arco direcionado,  $(i, j)$  representa o ponto de saída (ou cauda) no vértice  $i$  e um ponto de entrada (ou cabeça) no vértice  $j$ . Logo, um arco  $(i, j)$  é incidente aos vértices  $i$  e  $j$ . No entanto, uma aresta de um grafo não direcionado entre os vértices  $i$  e  $j$  pode ser representado igualmente pelos pares ordenados  $(i, j)$  ou  $(j, i)$  visto que é possível percorrer os vértices em ambas as direções. Por fim, se os vértices  $i$  e  $j$  estão conectados, dizemos que eles são adjacentes (AHUJA; MAGNANTI; ORLIN; 1993).

Um arco com seus pontos de saída e entrada incidindo no mesmo vértice é denominado de loop. Os arcos paralelos (ou multiarcos) são dois ou mais arcos com os mesmos pontos inicial e final (BONDY; MURTY, 2008). No multigrafo demonstrado na Figura 2 é possível observar um loop (vértice 5) e multiarcos (entre os vértices 1 e 3).

Figura 2 - Multigrafo G



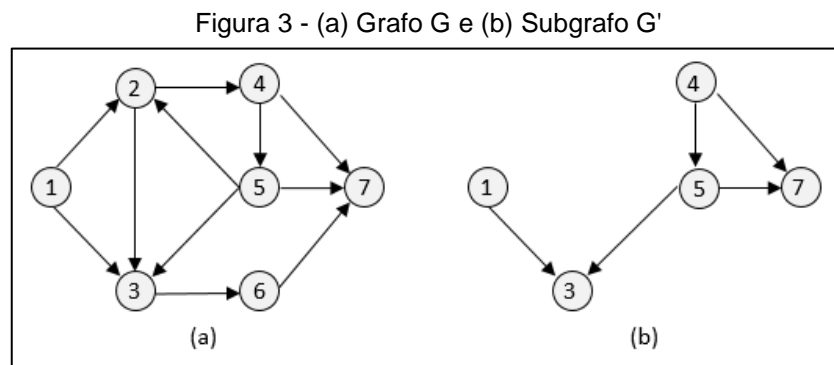
Fonte: O autor (2021)



Um grafo simples é aquele que não possui loops ou arcos paralelos em sua estrutura e, multigrafo, caso contrário. Quando não existem vértices adjacentes, ou seja, quando o conjunto de arestas é vazio, intitulamos esse grafo de um grafo vazio. E, um grafo completo é um grafo simples onde quaisquer dois vértices do grafo são adjacentes (BONDY; MURTY, 2008; SILVA, 2019).

O grau ou valência de um vértice  $i \in N(G)$ , denotado por  $deg_G(i)$ , representa o número de arestas incidentes a ele. Em um grafo simples o grau do vértice é o número de vizinhos de  $i \in N(G)$ . No grafo direcionado, o grau de um vértice qualquer é a soma dos arcos que entram no vértice (*indegree*) e dos arcos que saem deste vértice para outros (*outgree*). Um vértice de grau zero é chamado de vértice isolado (AHUJA; MAGNANTI; ORLIN, 1993). Os graus mínimo e máximo dos vértices de  $G$  são denotados, respectivamente, por  $\delta(G)$  e  $\Delta(G)$  (CARDOSO, 2005). E, para qualquer grafo,  $\sum_{i \in N} deg(G) = 2m$  (BONDY; MURTY, 1976).

Dizemos que um grafo  $G' = (N', A')$  é um subgrafo de  $G$  se o mesmo for formado por um subconjunto de vértices e arcos de  $G = (N, A)$ , ou seja, se  $N' \subseteq N$  e  $A' \subseteq A$ . Se o subconjunto  $A'$  contém os arcos de  $A$  com os pontos inicial e final em  $N'$ , ou seja, ignorando o subconjunto de vértices  $N(G) \setminus N'$  e todos os arcos que lhe são incidentes, chamamos de subgrafo induzido por  $N'$ . E, um grafo  $G' = (N', A')$  é um *grafo de abrangência* se  $N' = N$  e  $A' \subseteq A$  (AHUJA; MAGNANTI; ORLIN, 1993; CARDOSO, 2005). O grafo  $G$  e o subgrafo  $G'$  são apresentados na Figura 3.



Fonte: Adaptado de Ahuja, Magnanti e Orlin (1993)

A teoria dos grafos é convenientemente utilizada em diversos problemas do mundo real. Isso acontece devido a facilidade de entendimento do problema e de suas propriedades através de uma representação gráfica (BONDY; MURTY, 2008).

A partir dessa afirmação, somada aos conceitos explicitados anteriormente, pode-se estudar os problemas de roteamento através de uma representação em grafos.

### 2.3 PROBLEMAS DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

A primeira abordagem relacionada ao Problema de Roteamento de Veículos (PRV) foi conduzida por Dantzig e Ramser (1959). Em sua pesquisa, os autores apresentaram uma formulação matemática e uma abordagem algorítmica para o problema aplicando-os em uma rede de distribuição de gasolina em postos de combustíveis. Desde então, o PRV vem sendo amplamente estudado devido a sua complexidade e diversidade de aplicações práticas e reais (SANTOS, 2017).

Por definição, o PRV consiste no problema cujo objetivo é determinar uma ou múltiplas rotas percorrendo uma sequência de visitas, atendendo a uma determinada função objetivo e restrições. Essa sequência pode ocorrer nos pontos de visitas (vértices ou nós) ou nas ligações (arcos ou arestas) de um grafo (GOLDBARG; LUNA, 2005; BATISTA; SCARPIN, 2015).

Goldbarg e Luna (2005) decompõem um sistema de roteamento em três níveis: estratégica, tática e operacional. As decisões estratégicas são aquelas cujo teor possuem maior impacto e um efeito duradouro no sistema, por exemplo: escolha das instalações logísticas, mercado de atuação, restrições legais e governamentais, etc. No nível tático, as decisões já são mais específicas e abordam definições sobre área de atendimento, frota de veículos, manutenções e turnos de trabalho. E, por último, as decisões operacionais são aquelas que ocorrem no dia a dia e que fazem chegar provisões e/ou serviços nos pontos de consumo.

Apesar dos PRVs possuírem o mesmo *output*, ou seja, apresentar uma ou múltiplas rotas percorrendo uma sequência de visitas, a taxonomia de cada problema deve ser analisada e estudada separadamente de acordo com suas características e premissas específicas. Essa singularidade torna o PRV um dos mais complexos da área de otimização combinatória (BODIN et al. 1983; LAPORTE, 1992; CARDOSO, 2005 GOLDBARG; LUNA, 2005). A Tabela 1 apresenta diversas características e critérios para o PRV inicialmente apresentado por Bodin et al. (1983) e posteriormente incrementado por Toth e Vigo (2014).

Tabela 1 - Características de um Problema de Roteamento

Critérios	Características
Estrutura da rede	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Roteamento em nós;</li> <li>• Roteamento em arcos;</li> <li>• Roteamento geral (ou misto);</li> </ul>
Classificação da rede	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Direcionado;</li> <li>• Não direcionado;</li> <li>• Misto;</li> </ul>
Tamanho da frota de veículos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Único veículo;</li> <li>• Múltiplos veículos;</li> </ul>
Tipo da frota disponível	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Homogêneo;</li> <li>• Heterogêneo;</li> <li>• Especial (compartimentado, etc.);</li> </ul>
Depósito dos veículos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Único depósito;</li> <li>• Múltiplos depósitos;</li> </ul>
Natureza da demanda	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinística;</li> <li>• Estocástica;</li> </ul>
Restrições de capacidade dos veículos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Igual para todos os veículos;</li> <li>• Diferentes para os veículos;</li> <li>• Sem restrição de capacidade;</li> </ul>
Tipo de operação	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apenas coleta;</li> <li>• Apenas entrega;</li> <li>• Ambos;</li> </ul>
Tempo de roteamento	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Igual para todas as rotas;</li> <li>• Diferentes para diferentes rotas;</li> <li>• Sem restrição de tempo;</li> </ul>
Tempo para servir determinado nó/arco	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Com janela de tempo bilateral;</li> <li>• Com janela de tempo unilateral;</li> <li>• Tempo especificado e prefixado;</li> <li>• Sem restrição de tempo;</li> </ul>
Custos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fixos;</li> <li>• Variáveis (de acordo com a rota);</li> </ul>
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Minimizar o custo de roteamento;</li> <li>• Minimizar dos custos fixos e/ou variáveis;</li> <li>• Minimizar o número de veículos;</li> <li>• Maximizar a utilização dos veículos;</li> <li>• Multiobjetivo</li> </ul>

Fonte: Adaptado de Bodin et al. (1983)

Segundo Garey e Johnson (1979), os PRV's são tratados como NP-Difícil, ou seja, são problemas cujo tempo para obtenção da solução cresce exponencialmente de acordo com o tamanho do problema, acarretando no grande esforço computacional e inviabilizando o retorno da solução em tempo aceitável.

O uso de modelos e técnicas matemáticas para definição das rotas de um problema de roteamento são importantes para diminuição dos custos operacionais. Além disso, quando conectado a um efetivo sistema de informação gerencial, a metodologia assume uma função crucial no planejamento operacional (BODIN et al.1983).

Podemos obter a solução do PRV através da aplicação de algoritmos exatos ou aproximados (GOLDBARG; LUNA, 2005). No primeiro caso, os algoritmos exatos são indicados para instâncias com um número reduzido de variáveis e restrições. Em contrapartida, os algoritmos aproximados (exemplo, heurísticas e metaheurística) são indicados para problemas com instâncias maiores, buscando de maneira simplificada, soluções que se aproximem ao máximo ou obtendo a solução ótima para o problema.

Uma nova abordagem aproximada para resolução do PRV vem chamando a atenção dos pesquisadores nas últimas décadas devido ao seu sucesso na obtenção de soluções com qualidade e baixo esforço computacional: as metaheurísticas. Formalmente, as metaheurísticas são métodos de solução que coordenam procedimentos de busca locais com estratégias de mais alto nível, de modo a criar um processo capaz escapar de mínimos/máximos locais e realizar uma busca robusta no espaço de soluções de problema (GLOVER; KOCHENBERGER, 2003). Exemplos dessa abordagem são: Colônia de Formigas (*Ant Colony*), Busca Tabu (*Tabu Search*), GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*), VNS (*Variable Neighborhood Search*), Busca Iterativa Local (*Iterated Local Search*), Algoritmos Genéricos, entre outros (OSMAN; LAPORTE, 1996; BLUM; ROLI, 2003).

### **2.3.1 Classificação dos Problemas de Roteamento de Veículos**

Com o avanço dos estudos, diversas classificações para os problemas de roteamento são abordadas na literatura. Uma das pioneiras, defendida por Larson e Odoni (1981), apresenta os VRP's em duas classes: Problemas de Roteamento em Arcos (PRA) e Problemas de Roteamento em Nós (PRN). O PRA é um problema de otimização cujo objetivo consiste em determinar a travessia de menor custo de um conjunto especificado de arcos ou arestas de um grafo, com ou sem restrições nos serviços urbanos. Exemplos desses problemas podem ser visto no patrulhamento de

polícias nas ruas, limpeza e varrição de ruas, roteamento de caminhões de lixo residencial, medição de leituristas, entrega de correspondências, entre outros (LARSON; ODONI, 1981; ARENALES et al. 2011).

Larson e Odoni (1981) estabelecem que o PRN advém quando coletas, entregas ou visitas precisam ser realizadas atendendo as demandas e ofertas entre vários pontos (vértices ou nós) específicos de um grafo. Dependendo da sua aplicação, tais pontos podem ser representados por cidades, postos de trabalho, postos de atendimento, depósitos, entre outros. Alguns exemplos de PRN são os problemas que envolvem planejamento de produção, gestão de estoques, transporte escolar, coleta e entrega de mercadorias, roteamento de linhas aéreas, entre outros (GOLDBARG; LUNA, 2005).

Bodin et al. (1983) apresentam os problemas de roteamento em função de seus aspectos temporais e espaciais classificando-os em três segmentos: Problemas Clássico de Roteamento de Veículos (PRV), aqueles que não possuem restrições de tempo e relação de precedência; Problemas de Programação de Veículos (PPV), quando possui alguma restrição temporal ou sequenciamento de tarefas definidas; e, Problemas de Programação e Roteamento de Veículos (PPRV), um problema misto que possui todas as restrições do PRV e PPV.

### **2.3.2 Modelos de Problemas de Roteamento de Veículos**

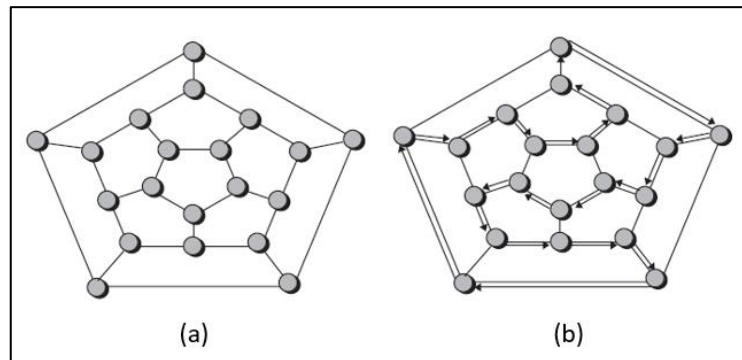
Nessa seção serão abordados os principais tipos, conceitos e formulações matemáticas para o Problema do Caixeiro Viajante (PCV), o Problema Clássico de Roteamento de Veículos (PRV), o PRV, com janelas de tempo (PRVJT) e o PRV com coletas e entregas (PRVCCE).

- **Problema do Caixeiro Viajante**

O Problema do Caixeiro Viajante (PCV) é considerado um dos problemas mais tradicionais e importantes da otimização combinatória envolvendo roteamento em nós (LARSON; ODONI, 1981; AHUJA; MAGNATTI; ORLIN, 1993). Sua origem ocorreu em 1857 através do matemático irlandês William Rowan Hamilton que desenvolveu um jogo denominado “*Around the World*” demonstrado na Figura 4. O

jogo possuía um formato de dodecaedro cujo vértices representavam as cidades e o objetivo consistia em percorrer todos os vértices, com início e término no mesmo ponto e sem repetição de visitas (CARDOSO, 2005; GOLDBARG; LUNA, 2005).

Figura 4 – (a) Jogo de Hamilton e (b) Possível solução para o jogo de Hamilton



Fonte: Goldbarg e Luna (2005)

Larson e Odoni (1981) definem o PCV como sendo a determinação de um ciclo hamiltoniano – em homenagem ao jogo de Hamilton – com menor custo possível, partindo de um vértice, visitando todos os demais vértices em um grafo exatamente uma única vez, e retornando obrigatoriamente ao seu ponto de partida. Para esse problema admitimos que não há restrições de capacidade nos veículos e sua demanda é determinística (BELFIORE, 2006).

A grande importância do PCV é evidente em ambos os aspectos teórico e prático, dentre os quais podemos citar: aplicações na manufatura, logística, telecomunicações, etc.; a relação com outros modelos de roteamento; e a dificuldade em obter soluções exatas em tempo polinomial (LARSON; ODONI, 1981; GOLDBARG; LUNA, 2005; ARENALES et al. 2011).

Na literatura diversas formulações matemáticas são encontradas para a resolução do PCV. Dentre as mais populares, podemos destacar o modelo de Dantzing, Fulkerson e Johnson (1954) que a partir de um grafo direcionado  $G = (N, A)$  com custos simétricos ( $c_{ij} = c_{ji}$ ) desenvolveram um modelo utilizando programação binária, como segue:

Parâmetros:

$S$  = Subconjunto de nós, em que  $|S|$  representa a cardinalidade do subgrafo;

$n$  = número de vértices  $\in N$ ;

$c_{ij}$  = custo de deslocamento do cliente  $i$  para o cliente  $j$ .

Variáveis de decisão:

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o arco } (i, j) \in A \text{ é percorrido} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$(TSP) \text{ Minimizar } Z = \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} c_{ij} x_{ij} \quad (2.1)$$

sujeito a:

$$\sum_{i \in N} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in N \quad (2.2)$$

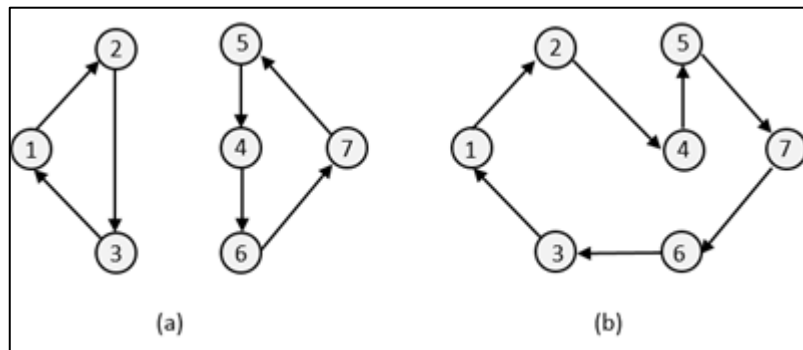
$$\sum_{j \in N} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in N \quad (2.3)$$

$$\sum_{i, j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subset N \quad (2.4)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i, j \in N \quad (2.5)$$

A função objetivo (2.1) minimiza o custo total do roteamento; as restrições (2.2) e (2.3) asseguram que um vértice seja visitado uma única vez; e, (2.4) representam as restrições de eliminação de sub-rotas. A Figura 5 (a) apresenta uma solução inviável enquanto a Figura 5 (b) representa uma solução viável para o PCV respeitando todas as restrições acima.

Figura 5 - (a) Solução inviável e (b) Solução viável para o PCV



Fonte: O autor (2021)

O conjunto de restrições (2.4) possui função importante para definição da rota do PCV. Observe que, sem ela, a configuração apresentada na Figura 5 (a) satisfaz as restrições (2.2), (2.3) e (2.5), porém não atende as restrições (2.4), descaracterizando o *tour*. Outra característica do conjunto de restrições (2.4) está relacionada ao crescimento exponencial do número de restrições ( $2^n$ ). Como alternativa, Miller, Tucker e Zemlin (1960) apresentam um conjunto de restrições (2.6) com apenas  $n^2 - 3n + 2$  na formulação, que pode em sua essência substituir (2.4) sem comprometer o atendimento demais restrições.

$$y_i - y_j + nx_{ij} \leq n - 1, \quad 2 \leq i \neq j \leq n \quad (2.6)$$

- Problema Clássico de Roteamento de Veículos

Arenales et al. (2011) apresentam o PRV clássico como um grafo orientado completo  $G = (N, A)$ , onde  $N = \{0, 1, \dots, n, n + 1\}$  é o conjunto de vértices de  $G$  e  $A = \{(i, j) : i, j \in N, i \neq j, i \neq n + 1, j \neq 0\}$  corresponde aos arcos de  $G$ . Os vértices  $\{0, n + 1\} \in N$  representam o depósito, onde obrigatoriamente as rotas iniciam no vértice 0 e terminam no vértice  $n + 1$ . Os demais elementos do conjunto  $N$  representam os clientes a serem atendidos. Cada cliente  $i$  possui uma demanda não negativa  $d_i$ , conhecida previamente. Cada arco  $(i, j) \in A$  está associado a um custo  $c_{ij}$  de deslocamento do cliente  $i$  para o cliente  $j$  e, também  $t_{ij}$  que compreende o tempo de viagem entre os clientes acrescido o tempo de serviço do cliente  $i$ . Existe também um conjunto  $K$  de veículos idênticos, situados no depósito, onde cada veículo  $k \in K$  possui capacidade  $Q$ . O objetivo consiste em determinar um conjunto de rotas (cada uma associada a um veículo  $k$ ) que minimizem o custo total de viagens e satisfaçam algumas restrições: cada rota deve iniciar e terminar no depósito; cada cliente pode pertencer a apenas uma rota; o tempo total de viagem não pode exceder o limite  $D$ ; e, a demanda total de uma rota não pode exceder a capacidade do veículo  $Q$ .

As variáveis de decisão são definidas:



$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{se o veículo } k \text{ percorre o arco } (i, j), \forall k \in K, \forall (i, j) \in A \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

A formulação matemática do PRV é apresentada a seguir:

$$(VRP) \text{ Minimizar } Z = \sum_{k \in K} \sum_{i, j \in A} c_{ij} x_{ijk} \quad (2.7)$$

sujeito a :

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{ijk} = 1, \quad \forall i \in N \setminus \{0, n+1\} \quad (2.8)$$

$$\sum_{i \in N \setminus \{0, n+1\}} d_i \sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{ijk} \leq Q, \quad \forall k \in K \quad (2.9)$$

$$\sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} \sum_{j \in N \setminus \{0\}} t_{ij} x_{ijk} \leq D, \quad \forall k \in K \quad (2.10)$$

$$\sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{0jk} = 1, \quad \forall k \in K \quad (2.11)$$

$$\sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} x_{ihk} - \sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{hjk} = 0, \quad \forall h \in N \setminus \{0, n+1\}; \forall k \in K \quad (2.12)$$

$$\sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} x_{i, n+1, k} = 1, \quad \forall k \in K \quad (2.13)$$

$$\sum_{i \in S} \sum_{j \in S} x_{ijk} \leq |S| - 1, \quad S \subset N \setminus \{0, n+1\}; 2 \leq |S| \leq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor; \forall k \in K \quad (2.14)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in N \setminus \{n+1\}; \forall j \in N \setminus \{0\}; \forall k \in K \quad (2.15)$$

A função objetivo (2.7) minimiza o custo total do roteamento do(s) veículos(s). As restrições (2.8) garantem que cada cliente  $i$  é designado a apenas um veículo. As restrições (2.9) garantem que a quantidade de clientes no veículo não ultrapasse a capacidade  $D$ . O conjunto de restrições (2.10) asseguram que a demanda total de cada rota do veículo  $k$  não excede o limite de tempo. As restrições de fluxo em redes, que garante a saída do veículo  $k$  do depósito 0 apenas uma vez, deixe o vértice  $h$  se e somente se entrar neste vértice, e retorne ao depósito  $n+1$  somente uma vez são garantidas pelas restrições (2.11), (2.12) e (2.13), respectivamente. As

restrições (2.14) garantem a não existência de sub-rotas, e as restrições (2.15) indica a natureza binária das variáveis de decisão.

- Problemas de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo

Nas diversas aplicações relevantes do PRV podemos encontrar algumas restrições presentes no modelo matemático relacionadas à programação da frota veicular, ou seja, levando em consideração o fator tempo, como tempo de viagem entre os pontos, tempo de duração de serviço, horário de atendimento dos clientes, etc. No Problema de Roteamento de Veículos com Janelas de Tempo (PRVJT) um intervalo de tempo associado a cada vértice da rede denominado “janela de tempo” é incrementado podendo ser referida ao tempo de chegada, de partida ou de duração de serviço no cliente (GOLDBARG; LUNA, 2005; TOTH; VIGO, 2014; SANTOS, 2017).

De acordo com Arenales et al. (2011), o PRVJT é uma extensão do PRV, onde para cada cliente  $i \in N$  o início de atendimento deve estar dentro de uma janela de tempo  $[a_i, b_i]$ . Cada veículo  $k \in K$  deixa o depósito no instante 0 e deve retornar dentro do intervalo  $[a_{n+1}, b_{n+1}]$ . Além disso, é permitido que o veículo  $k$  chegue em determinado cliente antes da sua janela de tempo iniciar e aguarde sem custo (LAPORTE, 1992).

Considere  $s_{ik}$  o instante na qual o veículo  $k$  inicia o atendimento no cliente  $i$  ( $\forall k \in K$  e  $\forall i \in N$ ) e  $t_{ij}$  o tempo de duração de percurso associado a cada arco  $(i, j) \in A$ . As seguintes restrições adicionais devem ser respeitadas (ARENALES, 2011; TOTH; VIGO, 2014):

$$x_{ijk}(s_{ik} + t_{ij} - s_{jk}) \leq 0, \quad \forall (i, j) \in A; \forall k \in K \quad (2.16)$$

$$a_i \leq s_{ik} \leq b_i, \quad \forall i \in N - \{0\}; \forall k \in K \quad (2.17)$$

O conjunto de restrições (2.16) impedem a realização de sub-rotas e asseguram que o veículo  $k$  viaja do cliente  $i$  para o cliente  $j$  impedindo a sua chegada em  $j$  antes do momento  $T_{ik} + t_{ij}$ . As restrições (2.17) asseguram que os

limites inferior e superior das janelas de tempo sejam respeitados e para  $i = n + 1$ , garantimos que o tempo total da viagem é limitado.

As inequações (2.16) podem ser linearizadas incluindo uma variável  $M_{ij}$ , sendo  $M_{ij} = \max \{b_i + s_{ik} + t_{ij}, 0\}$ . Então a restrição é equivalente a:

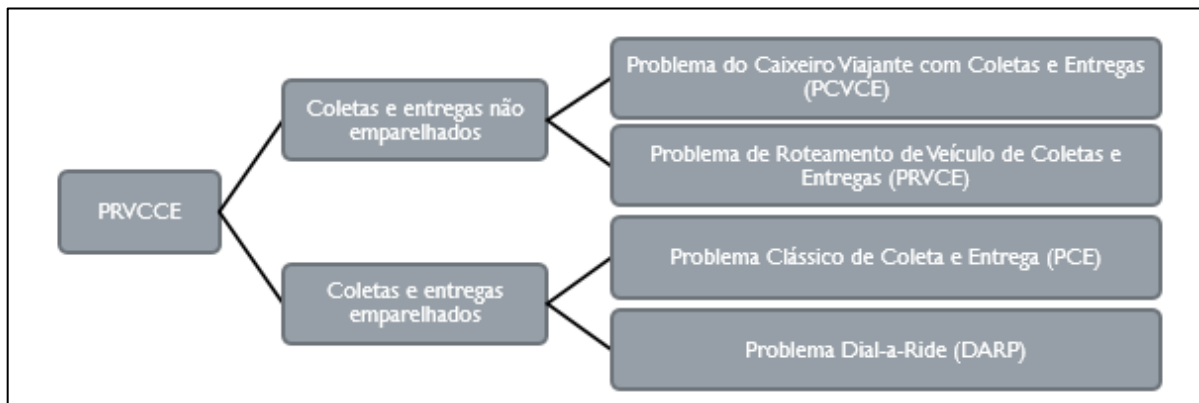
$$s_{ik} + t_{ij} \leq s_{jk} + (1 - x_{ijk})M_{ij}, \quad \forall (i, j) \in A; \forall k \in K \quad (2.18)$$

Portanto, o modelo associado ao PRVJT consiste em (2.7) sujeito as restrições (2.8), (2.9), (2.11), (2.12), (2.13), (2.15), (2.16) ou (2.18) e (2.17).

- Problemas de Roteamento de Veículos Com Coletas e Entregas

O Problema de Roteamento de Veículos com Coletas e Entregas (PRVCCE) também é pertencente à classe do Problema Geral de Coleta e Entrega (PGCE) que dado uma frota de veículos capacitados e com os pontos de início e término em um depósito central, consiste no problema onde produtos/bens ou passageiros são transportados de diferentes origens para diferentes destinos satisfazendo um conjunto de demandas de transporte (SAVELSBERGH; SOL, 1995; PARRAGH; DOENER; HARTL, 2008b; RODRIGUES; ROSA; RESENDO, 2012).

Figura 6 - Subclassificação do PRVCCE



Fonte: Adaptado de Parragh, Doener e Hartl (2008b)

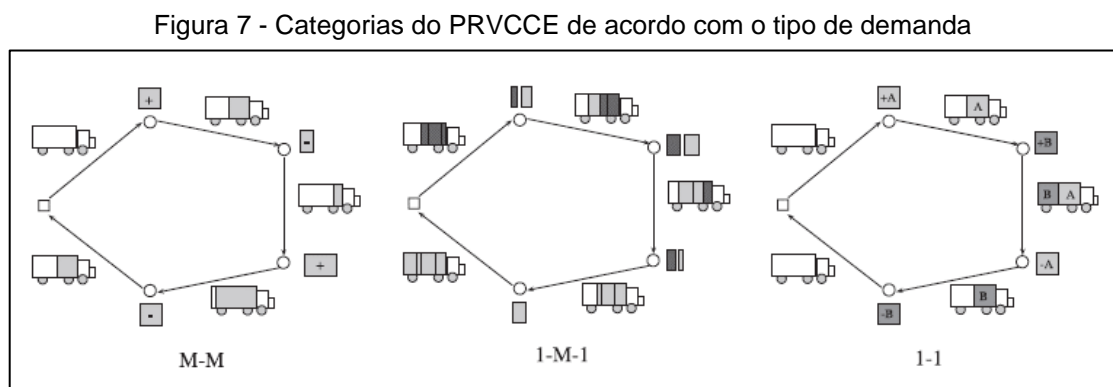
Parragh, Doener e Hartl (2008a, 2008b) abordam duas subclassificações para o PRVCCE na qual podemos observar esquematicamente na Figura 6. A primeira

refere-se aos problemas de roteamento cujo pontos de coleta e entrega não estão emparelhados, ou seja, cada item coletado pode ser utilizado para atender a demanda de qualquer outro ponto de entrega. Nesta subclasse encontramos o Problema do Caixeiro Viajante com Coletas e Entregas (PCVCE) para roteamentos com um único veículo e, com múltiplos veículos, o Problema de Roteamento de Veículo de Coletas e Entregas (PRVCE).

A segunda subclassificação compreende o Problema Clássico de Coleta e Entrega (PCE) e o Problema Dial-a-Ride (DARP). Essencialmente o PCE baseia-se no transporte de bens/produtos enquanto o DARP aborda o transporte de passageiros/pessoas (PARRAGH; DOENER; HARTL, 2008a).

Diferentemente da subclassificação anterior, o PCE e DARP satisfazem um conjunto de requisições de transporte cujos pontos de origem e destino de cada cliente são especificados além de satisfazer as restrições de precedência, ou seja, para cada requisição o ponto de origem precede o ponto de destino com ambos os locais sendo obrigatoriamente visitados pelo mesmo veículo (SAVELSBERGH; SOL, 1995; ROPKE, CORDEAU, LAPORTE, 2007).

Em relação ao tipo de demanda, Toth e Vigo (2014) apresentam três categorias para o PRVCCE. Cada categoria está descrita abaixo e ilustrada na Figura 7.



Fonte: Toth e Vigo (2014)

- **Muitos-para-Muitos (M-M):** os bens/produtos podem ter várias origens e destinos e qualquer local pode ser a origem ou o destino desses bens/produtos. Um exemplo desse tipo de demanda pode ser observado no sistema

reposicionamento de estoque de empresas varejistas ou no sistema de compartilhamento de bicicletas.

- Um-para-Muitos-para-Um (1-M-1): esse tipo de problema é caracterizado pela entrega de bens/produtos partindo de um depósito central em direção aos seus clientes e, simultaneamente, realizando a coleta de bens/produtos nesses clientes em direção ao depósito. Esse tipo de demanda tem aplicações em empresas que trabalham com logística reversa, a exemplo de refrigerantes retornáveis, onde é realizado a substituição das garrafas cheias pelas vazias.
- Um-para-Um (1-1): neste tipo de problema os bens/produtos ou pessoas possuem um único ponto de origem e um único ponto de destino na qual necessitam ser transportados. Como exemplo podemos destacar o transporte de órgãos humanos e serviços de taxi.

Ropke, Cordeau e Laporte (2007) afirmam que na maioria das aplicações reais de PCE, restrições de janelas de tempo são atribuídas pelos clientes nos seus pontos de coleta e entrega. Com essa particularidade, surge uma nova classe para o PCE denominada de Problemas de Coleta e Entrega com Janelas de Tempo (PCEJT). O PCEJT é definido como um problema que possui uma frota de veículos limitada com o objetivo de construir rotas que, partindo de um depósito central, visitam todos os pontos de coletas e entregas satisfazendo as restrições de janelas de tempo, a capacidade dos veículos e a relação de precedência (DUMAS; DESROSIERS; SOUMIS, 1991; LAU; LIANG, 2002; ROPKE; PISINGER, 2006; BALDACCI; BARTOLINI; MINGOZZI, 2011).

Em casos de transporte de passageiros, algumas restrições adicionais são inseridas no modelo matemático e/ou o objetivo do problema é formulado de modo a considerar explicitamente a conveniência ou satisfação do passageiro. Como exemplo, pode-se inserir restrições de tempo de passeio (*ride time*) para limitar o tempo de passeio do passageiro dentro do veículo. O resultado desse problema é o DARP na qual iremos abordar mais profundamente no próximo capítulo (ROPKE; CORDEAU; LAPORTE, 2007; PARRAGH; DOENER; HARTL, 2008a)

## 2.4 PROBLEMA DIAL-A-RIDE

O Problema Dial-a-Ride (DARP, do inglês *Dial-a-Ride Problem*) é um caso particular que generaliza o PRVJT e o PCE que ao invés do transporte de bens/produtos, há o transporte de pessoas, normalmente denominados de clientes. Além disso, no DARP os veículos saem e retornam vazios da sua garagem e os clientes são coletados e entregues nos locais e horários pré-definidos (MAURI; LORENA, 2009; GALTÉRIO; PEREIRA, 2012; RODRIGUES, ROSA, RESENDO, 2012).

Para Toth e Vigo (2014), o DARP é definido como um problema para o transporte compartilhado de passageiros com serviços de porta-a-porta que busca preencher a lacuna entre a rigidez do transporte público e a flexibilidade de um taxi, ou seja, um sistema que consegue transportar muitos passageiros por veículo com um serviço personalizado de qualidade.

O objetivo principal do DARP depende da sua aplicação e pode ser caracterizada pela presença de dois objetivos conflitantes entre si: a minimização de custos operacionais e/ou minimização da inconveniência do cliente. Os custos operacionais estão diretamente relacionados ao tamanho da frota de veículos e a distância total percorrida enquanto a inconveniência do cliente é medida em relação ao desvio das requisições de atendimento, ao tempo excessivo de espera pelo serviço, tempo total dentro do veículo, entre outros que afetem a qualidade do serviço. Uma alternativa simplificada encontrada na literatura para o balanceamento desses objetivos é considerar a minimização dos custos operacionais como a função objetivo do problema e adicionar restrições que se referem a qualidade do serviço (CORDEAU, 2006).

Toth e Vigo (2014) e Ho et al. (2018) apresentam algumas dessas típicas restrições do DARP:

- a) Visita – Cada cliente deve ter sua requisição de transporte atendida uma única vez;
- b) Depósito – Os veículos iniciam e terminam a rota no mesmo depósito;
- c) Emparelhamento – Os pontos de coleta e entrega de cada cliente são atendidos pelo mesmo veículo;
- d) Precedência – O ponto de coleta de cada cliente deve ser visitado obrigatoriamente antes do seu ponto de entrega;

- e) Capacidade do veículo – A quantidade de clientes no interior do veículo não pode exceder a sua capacidade máxima;
- f) Janela de tempo – Especificação de cada cliente quanto aos limites mínimo e máximo de tempo para o início da sua coleta e/ou entrega;
- g) Tempo máximo de espera – O tempo em que determinado veículo fica aguardando um cliente em um ponto intermediário da rota.
- h) Tempo máximo de percurso – O tempo em que o usuário aguarda dentro do veículo (diferença entre os pontos de coleta e entrega);
- i) Tempo de duração da rota – O tempo em que o veículo percorre toda a sua viagem (diferença entre os horários de saída e chegada no depósito).

Além disso, o conceito do DARP surgiu a partir de uma aplicação típica com requisição de transporte, onde os clientes telefonam para uma central e solicitam o serviço. Normalmente os dados básicos solicitados durante a requisição e que servem de *inputs* para o atendimento são: os pontos de embarque e desembarque, os horários e as janelas de tempo desejadas para o embarque e desembarque, o número de pessoas a serem atendidas e as características físicas do cliente (RODRIGUES, ROSA, RESENDO, 2012).

No que se refere as janelas de tempo, Jaw et al. (1986) aconselha que os próprios clientes especifiquem os intervalos de tempo desejados em seus pontos de coleta e entrega de modo a aumentar a qualidade do serviço e possibilitar um melhor planejamento da rota. Na literatura é possível verificar dois tipos de janelas de tempo: *one-sided* e *two-sided*. O conceito *one-sided* determina que não é necessário especificar o horário de início da janela de tempo, apenas o seu término. Por outro lado, na abordagem *two-sided*, as coletas e entregas devem obedecer a uma janela de tempo bilateral  $[a_i, b_i]$ , ou seja, o atendimento a requisição naquele ponto deve ser iniciado entre os instantes  $a_i$  e  $b_i$  (JAW et al. 1986; RODRIGUES, ROSA, RESENDO, 2012).

Em relação a sua taxonomia, o DARP pode ser classificado em dois aspectos: (1) em relação ao planejamento do roteamento e programação da rota, podendo ser estática, quando todas as informações das requisições dos clientes são conhecidas previamente e todo o roteamento e programação é realizada antes do início da operação ou dinâmica, quando a demanda dos clientes é recebida em tempo real

fazendo com que o planejamento seja ajustado ao longo do dia para atendimento de todas as solicitações, e (2) quanto a certeza do conhecimento das informações, podendo ser determinística se a informação (quando recebida) é totalmente conhecida ou probabilística quando as informações ainda estão indeterminadas no momento da tomada de decisão. Essas classificações levam a quatro categorias básicas do DARP (ver Tabela 2): estática-determinística; estática-probabilística; dinâmica-determinística; e dinâmica probabilística (TOTH; VIGO, 2014; HO et al. 2018).

Tabela 2 - Taxonomia do DARP

		As informações são conhecidas com certeza? (no momento da decisão)	
		Sim	Não
O roteamento e planejamento da operação pode ser modificado em resposta à uma nova requisição após o início da operação?	Sim	Dinâmica e determinístico	Dinâmica e probabilística
	Não	Estático e determinístico	Estático e probabilística

Fonte: Adaptado de Ho et al. (2018)

O modelo mais simples do DARP aparece na categoria estática-determinística, com uma frota de  $m$  veículos idênticos, uma única garagem e restrições de precedência. Porém, para se aproximar da realidade, diversas outras extensões são estudadas para o problema, tais como: múltiplos veículos e garagens, frota de veículo heterogênea, diferentes tipos de clientes, informações probabilísticas, funções multiobjetivos, entre outros (CORDEAU; LAPORTE, 2007; TOTH; VIGO, 2014).

Devido a essas peculiaridades, o DARP vem sendo amplamente utilizado para resolver problemas reais especialmente aqueles relacionados ao transporte de idosos, cadeirantes, pessoas com alta dificuldade de mobilidade ou que não apresentam condições de locomoção nos meios de transporte público coletivo (CUNHA, 2000; PARRAGH; DOENER; HARTH, 2008a; KARABUK, 2009). Ho et al. (2018) e Toth e Vigo (2014) apresentam também exemplos da aplicação do DARP em outras áreas, como: traslado de passageiros em aeroportos (REINHARDT; CLAUSEN; PISINGER, 2013), roteamento de ambulâncias (HANNE; MELO;



NICKEL, 2009; BEAUDRY et al. 2010), transporte de ônibus escolares (KIM; KIM; PARK, 2012; BARRETO et al. 2020) e compartilhamento de veículos (CALVO et al. 2004; YAN; CHEN, 2011).

Os principais estudos e técnicas para resolução do DARP serão apresentados detalhadamente na próxima seção.

#### **2.4.1 Métodos de solução**

O Problema Dial-a-Ride (DARP) vem sendo estudado na área da Pesquisa Operacional (PO) desde a década de 70, com sua primeira aparição nos estudos de Stein (1978). Desde então, os estudos sobre esse tipo de problema vêm crescendo constantemente com diversas pesquisas e publicações.

Os métodos de solução encontrados na literatura para a resolução do DARP podem ser classificados em exatos ou aproximados, através de heurísticas ou meta-heurísticas. Os métodos exatos garantem a solução ótima, em contrapartida, são aplicados apenas em problemas com pequenas e médias instâncias (aproximadamente 50 requisições) por apresentar um maior esforço computacional.

Em relação aos métodos aproximados, são procedimentos motivados pela necessidade de obter soluções de alta qualidade com baixo esforço computacional. Apesar das vantagens mencionadas anteriormente, os métodos aproximados não garantem a otimalidade da solução. Alguns métodos tradicionais para resolução do DARP são: Heurísticas Construtivas, *Tabu Search*, Algoritmos Genéticos, *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures* (GRASP), entre outros (KAISER, 2009).

Como mencionado anteriormente, os primeiros modelos para o problema de roteamento e programação de sistemas DARP foram apresentados por Stein (1978). Em seu trabalho, o autor realizou um estudo analítico, em ambas as versões estática e dinâmica, sobre o aspecto fundamental do problema gerando *insights* qualitativos e suas aplicações práticas. Anos depois, Psaraftis (1980) apresentou em seus estudos um procedimento de otimização exato, baseado em Programação Dinâmica, cujo objetivo era minimizar o tempo de conclusão da rota para atender todos os clientes, envolvendo um único veículo e sem restrições de janela de tempo. Para lidar com essas restrições, o algoritmo foi adaptado por Psaraftis (1983) e passou a admitir a especificação dos limites inferior e superior nos horários de coleta e

entrega. Em ambos os casos, os algoritmos foram capazes de resolver problemas com instâncias com no máximo 10 requisições.

Desrosiers, Dumas e Soumis (1986) descreveram um algoritmo utilizando Programação Dinâmica para a versão estática com um único veículo acrescentando, além das janelas de tempo, as restrições de precedência e capacidade do veículo. Soluções viáveis foram obtidas utilizando Programação Dinâmica para 40 requisições com o objetivo na minimização da distância total percorrida pelo veículo. Para a variante com múltiplos veículos, Dumas, Desrosiers e Soumis (1991) apresentaram um algoritmo exato capaz de resolver instâncias com no máximo 55 requisições. O algoritmo utiliza um esquema de geração de coluna e particionamento de conjuntos onde cada linha é uma solicitação do cliente e cada coluna é uma rota para o veículo. As rotas são geradas por subproblemas que geram o caminho mais curto considerando restrições de precedência, emparelhamento, capacidade dos veículos e janelas de tempo através da Programação Dinâmica.

Outra estratégia para resolução do DARP com múltiplos veículos foi estudada por Cullen, Jarvis e Ratliff (1981), Sexton e Bondin (1985), Dumas, Desrosiers e Soumis (1989) e Desrosiers et al. (1991) e batizada de *cluster-first-routing-second*. Essa abordagem consiste em um método aproximativo dividida em duas fases, a primeira subdivide os clientes previamente em pequenos grupos através de uma heurística de inserção e o roteamento dos veículos é realizado utilizando a técnica de geração de colunas.

Uma das primeiras heurísticas desenvolvidas para o DARP estático e capaz de lidar com grandes instâncias foi apresentado por Jaw et al. (1986). Os autores desenvolveram um algoritmo de inserção sequencial onde os clientes são selecionados em ordem crescente do horário de início da coleta, insere gradualmente cada cliente de acordo com o critério de inserção mais barato ou acrescenta um novo veículo se nenhuma posição viável é encontrada. O algoritmo foi testado primeiramente com instâncias artificiais envolvendo 250 clientes e posteriormente aplicado a um conjunto de dados reais com aproximadamente 2600 usuários e 30 veículos.

Madsen, Ravn e Rygaard (1995) propuseram uma heurística de inserção para o DARP dinâmico destinado a programação on-line, com múltiplas capacidades, múltiplos objetivos e janelas de tempo. As múltiplas capacidades referem-se à

necessidade de ter assentos disponíveis para pessoas normais, crianças ou cadeiras de rodas. Já os objetivos estão relacionados nas preferências dos usuários envolvendo uma ponderação de objetivos como: minimizar o tempo total de viagem, minimização do custo e/ou maximização da utilização do veículo.

Toth e Vigo (1977) apresentaram uma primeira meta-heurística baseada em busca local para o DARP estático multi-veículos. Inicialmente o algoritmo constrói rotas ótimas através de uma heurística de inserção paralela e em sequência emprega-se um algoritmo de *Tabu Search* com o objetivo de melhorar a solução construída pelo algoritmo de inserção. A performance desse algoritmo foi testada com aplicações de instâncias com aproximadamente 300 clientes.

O algoritmo de *Tabu Search* também foi aplicado no trabalho de Cordeau e Laporte (2003). Os autores apresentam um problema DARP sendo multi-veiculos, estático ou dinâmico, frota homogênea, garagem única e com janelas de tempo. O objetivo do algoritmo foi de minimizar o número de veículos no atendimento de todas as solicitações. O algoritmo foi testado em instâncias aleatórias variando entre 44 e 124 clientes e dados reais de aproximadamente 250 clientes fornecidos por uma transportadora dinamarquesa.

O trabalho desenvolvido por Baugh, Kakivaya e Stone (1998) apresenta a utilização da meta-heurística *Simulated Annealing* para resolução do DARP utilizando-se da abordagem *cluster-first-routing-second*. No algoritmo, o *Simulated Annealing* foi utilizado na fase de agrupamento dos clientes e uma heurística de inserção de vizinho mais próximo foi aplicada na fase de roteamento. Experimentos computacionais foram realizados com instâncias de até 300 clientes.

Jih et al. (2002) utilizaram o Algoritmo Genético (GA) para resolução do DARP com um único veículo e com instâncias artificiais de até 100 clientes. O algoritmo, com objetivo de minimizar os custos da viagem, é representado por um cromossomo simbolizando uma sequência de locais a serem atendidos pelo veículo. Soluções inválidas também são exploradas durante a aplicação do algoritmo. O GA também foi aplicado na primeira fase do *cluster-first-routing-second* no trabalho Bergvinsdottir, Larsen e Jorgensen (2004) e Jorgesen, Larsen e Bergvinsdottir (2007).

Uma formulação matemática utilizando Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para o DARP foi apresentado por Cordeau (2006) com as seguintes

características: estático, multi-veículo, frota homogênea, única garagem e com janelas de tempo. Os autores apresentam o modelo sendo capaz de resolver pequenas e médias instâncias. Os resultados foram obtidos através de uma abordagem exata, através do algoritmo de *branch-and-cut*, envolvendo 36 requisições de clientes. Além disso, os autores utilizam restrições de tempo máximo da viagem, definem as janelas de tempo apenas na coleta ou na entrega e fornecem um número fixo de veículos disponíveis. O autor também recomenda aplicar o modelo matemático com instâncias assimétricas, pois diferentemente do Problema do Caixeiro Viajante (PCV) ou o Problema de Roteamento de Veículos (PRV), o DARP é afetado pela matriz de distâncias devido à restrição de precedência.

Ropke, Cordeau e Laporte (2007) apresentaram duas novas formulações utilizando Programação Linear Inteira pura para o mesmo problema de Cordeau (2006). Os autores consideraram o problema com janelas de tempo em ambos os pontos de coleta e entrega, veículos capacitados e restrições de precedência. Diversos cenários com instâncias até 96 clientes e 8 veículos foram resolvidas de forma exata utilizando o algoritmo de *branch-and-cut*.

Um modelo multiobjetivo foi desenvolvido por Mauri e Lorena (2009) e solucionado através da meta-heurística *Simulated Annealing*. O modelo tem como objetivo gerar rotas buscando um equilíbrio entre a minimização dos custos operacionais e maximização da satisfação dos clientes. Os autores abordam o DARP estático e abrange vários casos, como frota homogênea e heterogênea, única ou múltiplas garagens e penalizações ao não atendimento das inconveniências dos clientes.

Häme (2011) desenvolveu um algoritmo de inserção adaptativo para resolver a versão estática e dinâmica do DARP com um único veículo. O objetivo desse trabalho consistiu no desenvolvimento de uma rota ótima para uma versão com restrição de tempo no atendimento dos clientes baseando-se no trabalho de Psaraftis (1980).

Uma reformulação do modelo matemático desenvolvido por Cordeau (2006) foi apresentado por Rodrigues, Rosa e Resendo (2012). Os autores apresentam em seu trabalho uma formulação com objetivo de minimizar a distância total percorrida pelos veículos. O modelo, denominado Problema Dial-a-Ride com Janelas de Tempo (DARP-TW, do inglês *Dial-a-Ride Problem with Time Windows*), trata o problema

estático, multi-veículos com frota homogênea e capacidades definidas, garagem única e contemplam janelas de tempo bilateral nos pontos de coleta e entrega. Além disso, o modelo possibilita a minimização do número de veículos e podendo o decisor escolher o tamanho da frota a ser utilizada. Aplicação do modelo foi realizada utilizando dados reais com instâncias de 20 clientes e solucionado com o PLIM através do *CPLEX Optimization Studio*.

Uma recente pesquisa foi realizada por Ho et al. (2018) onde os autores apresentam as principais contribuições do problema para a literatura entre os anos de 2007 e 2017. Parragh, Doerner e Hartl (2008a, 2008b) também desenvolveram um estudo detalhado em duas partes sobre Problema de Coleta e Entrega (PCE), sendo a segunda mais detalhada e específica sobre o DARP.

Malheiros et al. (2020) propõem um algoritmo híbrido para resolução do DARP com frota e demanda heterogêneas. O algoritmo combina uma meta-heurística *Iterated Local Search* e um procedimento exato para resolver o problema de particionamento de conjuntos. Os autores realizaram experimentos computacionais com instâncias presentes na literatura e produziram soluções eficientes e de alta qualidade com tempos computacionais competitivos.

#### **2.4.2 Aplicações no transporte de pessoas com mobilidade reduzida**

Como mencionado anteriormente, o DARP é tradicionalmente aplicado no serviço de transporte de cadeirantes, idosos e/ou pessoas que possuem dificuldades no uso do serviço tradicional de transporte público. Apesar de ser comum em aplicações reais, o DARP possui pouca abordagem na Pesquisa Operacional devido a sua complexidade de solução (GAUTÉRIO; PEREIRA, 2012). Nesta seção serão abordadas as principais aplicações de casos reais que utilizaram o DARP para sua solução.

De acordo com Ho et al. (2018) a primeira aplicação do DARP em um sistema de transporte público sob demanda foi oferecido na cidade de Mansfield, Ohio, Estados Unidos da América em 1970. No setor privado, a *Oxford Bus Company* ofereceu o primeiro serviço sob demanda em 1972 na cidade de Abingdon, Reino Unido. Em ambos os serviços o foco estava no transporte de idosos e pessoas com deficiências motoras.

Madsen et al. (1995) realizaram um estudo do problema dinâmico e com múltiplos veículos no transporte de idosos e deficientes na cidade de Copenhagen, Dinamarca. A aplicação foi solucionada através da construção de uma heurística de inserção derivada de Jaw et al. (1986). Na ocasião foi desenvolvido um sistema capaz de receber até 300 requisições diárias dos clientes e até 24 veículos.

O trabalho de Toth e Vigo (1997) apresenta uma aplicação real no transporte de deficientes físicos na cidade de Bologna, Itália. Neste problema, os clientes especificam seus requerimentos com uma janela de tempo bilateral nos seus pontos de coleta. O problema tem o objetivo de minimizar o custo total do serviço apresentando restrições de janelas de tempo nos pontos de coleta e entrega e múltipla frota veicular heterogênea, com a utilização de microônibus capacitados, carros adaptados ou taxis, nesse último caso aplica-se uma penalidade pois não é o veículo ideal para o transporte de cadeirantes. O problema contou com 300 clientes e foi solucionado através de uma heurística de inserção paralela para construção das rotas iniciais e após um processo de busca local é aplicado com objetivo de melhorar a situação obtida.

O sistema de transporte para idosos e deficientes de São Paulo, Brasil, denominado “programa atende”, foi alvo de pesquisa por Znamensky e Cunha (1999). O problema é caracterizado pelo DARP estático, com veículos de baixa capacidade, com o objetivo de determinar as rotas de custo mínimo que atendam ao conjunto de clientes respeitando uma série de restrições temporais e operacionais. O trabalho foi aplicado a um conjunto de 350 requisições de clientes distribuídos ao longo dos dias e com veículos localizados em 47 garagens estrategicamente distribuídas na cidade de São Paulo. A estratégia de solução adotada pelos autores foi baseada na heurística de Madsen et al. (1995) acrescida de um procedimento de melhoria de rotas apresentada por Toth e Vigo (1997).

Faria et al. (2010) aplicaram o DARP ao problema de transporte de pessoas com deficiência na cidade de São José dos Campos, São Paulo, Brasil. Como método, os autores implementaram uma heurística de inserção paralela utilizando a linguagem do Visual Basic no Microsoft Office Excel para a simulação de casos reais.

Rodrigues, Rosa e Resendo (2012) aplicaram o DARP com dados fornecidos pelo programa de transporte de cadeirantes “porta-a-porta” da Prefeitura de Vitória,

Espírito Santo, Brasil. O programa conta em média com 200 clientes recebendo aproximadamente 40 requisições por dia. Diversos cenários foram testados envolvendo 10, 15 e 20 requisições envolvendo veículos com capacidade para 3 e 6 cadeirantes. Os autores apresentam como estratégia de solução uma abordagem matemática através da Programação Linear Inteira e para resolução utilizam o *software CPLEX Optimization Studio*.

Hawerorth (2017) abordou o problema aplicando-o no serviço especial de transporte para deficientes e restrição de mobilidade, chamado Transporte Eficiente, na cidade de Joinville, Santa Catarina, Brasil. O sistema atualmente realiza o atendimento por dia, levando os usuários até hospitais, escolas, trabalhos ou outras atividades. O problema se caracteriza pelo balanceamento da função multiobjetivo entre a minimização dos custos operacionais e maximização da satisfação dos clientes. Os cenários foram obtidos considerando aproximadamente 129 requisições e 12 veículos com capacidade heterogênea e solucionados por meio da metaheurística *Interated Local Search* (ILS).

Essa dissertação é uma extensão dos trabalhos Cordeau (2006) e Rodrigues, Rosa e Resendo (2012) diferenciando-se pela heterogeneidade da frota veicular e das características físicas dos clientes (se cadeirante ou não). Além disso, o presente trabalho propõe um estudo de caso com aplicação real do DARP no sistema de transporte de pessoas em tratamento de saúde contínuo (ex.: hemodiálise, quimioterapia, etc.) e/ou com comprometimento severo da mobilidade.

### 3 METODOLOGIA

Esse capítulo apresenta a metodologia para essa pesquisa, classificando e expondo seu desenvolvimento e modelagem matemática para a resolução do Problema Dial-a-Ride com capacidades heterogêneas. O capítulo está dividido em: classificação da pesquisa (seção 3.1); delineamento da pesquisa (seção 3.2); e, a modelagem matemática (seção 3.3).

#### 3.1 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA

Do ponto de vista da natureza do trabalho, essa dissertação é uma pesquisa aplicada. Segundo Silva e Menezes (2005), uma pesquisa aplicada busca produzir conhecimento para a aplicação prática com solução de problemas específicos envolvendo verdades e interesses locais. Quanto a abordagem, este trabalho caracteriza-se de forma quantitativa utilizando-se de dados e resultados numéricos e mensuráveis. Em relação ao objetivo, sua classificação é de estudo exploratório buscando familiaridade com o problema estudado, de modo a explicitá-lo e gerar hipóteses (GIL, 1991).

Além disso, essa pesquisa é classificada, quanto aos seus procedimentos, como um estudo de caso. Yin (2015) e Martins, Mello e Turrioni (2014) afirmam que esse tipo de pesquisa tem o objetivo de explicitar e investigar um “caso” obtendo uma perspectiva total dos fenômenos explicando-os em termos de relação de causa e efeito.

O método a ser utilizado no trabalho é de modelagem e simulação. Segundo Ganga (2011), um modelo pode ser caracterizado como sendo uma representação ou idealização de um problema real apresentando uma estrutura lógica da descrição e complexidade do problema. Ainda segundo o autor, esse tipo de pesquisa agrupa dados como variáveis, objetivos e restrições para processar as informações de um problema do cenário em estudo. Sabendo disso, o autor apresenta um modelo matemático com objetivo de representar um problema, utilizando-se de dados, restrições e variáveis, com o intuito de fornecer ao usuário informações auxiliando na sua tomada de decisão.



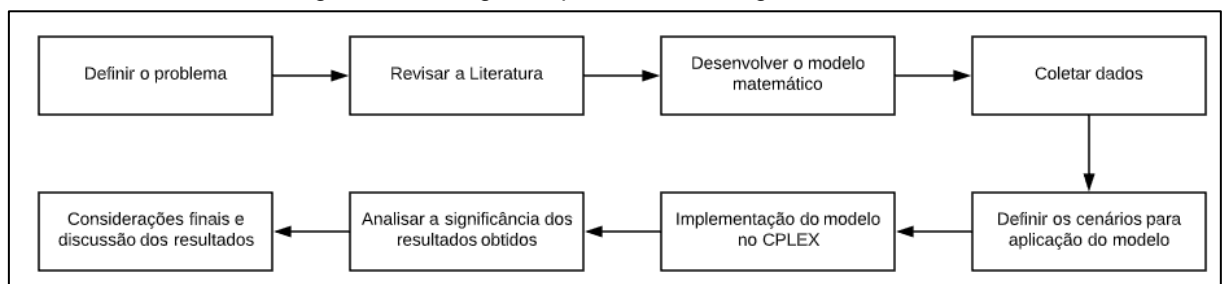
### 3.2 DELINEAMENTO DA PESQUISA

A primeira etapa dessa pesquisa consistiu na definição do problema, analisando os seus aspectos e contextos dentro do programa de pós-graduação, além da sua relevância e contribuição científica, social, cultural e ambiental.

Em seguida foi realizado um levantamento bibliográfico acerca dos principais temas abordados nesse trabalho: Transporte público especial para pessoas com deficiência e mobilidade reduzida, Redes de Transporte e Teoria dos Grafos, Problema de Roteamento de Veículos, Problema Dial-a-Ride com foco no transporte de pessoas com mobilidade reduzida, entre outros. Esta etapa foi de suma importância e tem objetivo de proporcionar aprimoramento teórico dos temas abordados e contribuição com o conhecimento dos assuntos discutidos na pesquisa. Além disso, esta etapa requereu uma verificação detalhada na literatura nas pesquisas que tenham utilizado modelos matemáticos para resolução do DARP por método exato, a aplicabilidade em contexto reais e a significância dos resultados obtidos.

A Figura 8 apresenta um fluxograma com as etapas que contemplam a metodologia desse trabalho.

Figura 8 - Fluxograma para a metodologia do trabalho



Fonte: O autor (2021)

A terceira etapa consistiu no desenvolvimento do modelo matemático utilizando Programação Linear Inteira Mista (PLIM). O modelo completo será apresentado detalhadamente na seção 3.3 dessa pesquisa. Nesta etapa é verificado se a função e restrições atendem as características do problema a ser estudado.

Na sequência do delineamento da pesquisa, após o desenvolvimento do modelo matemático, seguiu-se para a quarta etapa, que consiste na coleta de

dados. Esta etapa envolveu a coleta e união de informações importantes que serviram de entrada para aplicação do modelo, por exemplo: número de clientes e suas especificações (locais de embarque e desembarque, horário desejado, quantidade de passageiros e se utilizam cadeiras de rodas), quantidade de veículos, sua capacidade e o local da garagem. Todos os dados apresentados foram disponibilizados pelo Programa Segue Cuidando e pela Secretaria de Transportes da Prefeitura de Paulista, Pernambuco.

Após isso, diversos cenários foram definidos para estudo. Tais cenários foram diferenciados de acordo com o número de viagens e a quantidade de veículos de modo a apresentar os impactos gerados. Na sexta etapa, o modelo matemático foi implementado em um arquivo de modelagem (.mod) e os cenários em um arquivo de dados (.dat) no *software* CPLEX *Optimization Studio* 12.10.0, versão acadêmica.

Na análise dos resultados foi verificado se o roteamento proposto foi viável ou não ao programa, atendendo a todas as restrições impostas no modelo matemático. Além disso nesta etapa foi observado o comportamento das capacidades dos veículos, o atendimento dos usuários dentro das janelas de tempo e do limite máximo de permanência dentro do veículo. Nesta etapa também foi realizada uma análise de sensibilidade quando a variação das janelas de tempo em busca de possíveis melhorias para o roteamento e satisfação dos usuários.

Por fim, compondo a última etapa, o delineamento da pesquisa encerra com as discussões sobre os benefícios da utilização do modelo matemático e suas considerações finais.

### 3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA

A formulação matemática apresentada neste trabalho é modelada utilizando Programação Linear Inteira Mista com base no modelo apresentado por Cordeau (2006) para o DARP estático e no modelo para o DARP-JT com janelas de tempo bilateral apresentado por Rodrigues, Rosa e Resendo (2012).

O modelo abordado nessa pesquisa trata o DARP estático com múltiplos veículos heterogêneos em relação aos tipos de assentos, capacidade definida, garagem de início e término em local único e considerando janela de tempo bilateral nos pontos de coleta e entrega e na garagem para assegurar o atendimento mais

efetivo e confortável. Diferentemente dos trabalhos citados anteriormente, podemos destacar a heterogeneidade dos tipos de assentos possibilitando o transporte de diversos tipos de clientes. Nesse trabalho vamos abordar a compartimentação dos assentos por especificidade sendo cadeirantes ou não-cadeirantes.

O modelo considera a existência de  $n$  clientes (ou requisições de transporte/viagens), cada um associado a um nó de coleta  $i$  e um nó de entrega  $n + i$ , a serem transportados por uma frota veicular de  $k$  veículos partindo de uma única garagem. O modelo é representado por um grafo dirigido completo  $G = (N, A)$ , onde  $N$  representa o conjunto de vértices e  $A$  o conjunto de arcos. O conjunto de vértices é dado por  $N = P \cup D \cup E$ , em que:

- $P = \{1, \dots, n\}$ , representa o conjunto de pontos de coleta;
- $D = \{n + 1, \dots, 2n\}$ , representa o conjunto de pontos de entrega;
- $E = \{0, 2n + 1\}$ , representa o depósito e sua cópia, respectivamente. Toda rota inicia em  $i = 0$  e termina em  $i = 2n + 1$ .

O conjunto de arestas é  $A = \{(i, j) : i, j \in N, i \neq j, i \neq 2n + 1, j \neq 0\}$  e corresponde aos arcos associados às conexões entre os vértices.  $K = \{1, \dots, k_y\}$  representa o conjunto de veículos, onde cada veículo  $k \in K$  possui tipos de assentos diferenciados para cada tipo de cliente (ex.: normais, cadeirantes, crianças, etc.),  $R = \{1, \dots, r_y\}$ . Além disso, cada veículo  $k \in K$  possui uma capacidade fixa conhecida para cada tipo  $r \in R$  de assento, denotado por  $Q^{kr}$ .

No momento da requisição do transporte, cada cliente  $u_i$  especifica um local de embarque  $i$  e um local de desembarque  $n + i$ , além de informar a quantidade de cada tipo de passageiros  $s_i^r$  ( $i \in P, r \in R$ ), tal que  $s_i^r = -s_{n+i}^r$ . Na garagem é garantido que cada veículo saia e retorne vazio, ou seja,  $s_0^r = s_{2n+1}^r = 0$ .

Outros parâmetros definidos no problema são apresentados a seguir:

- $c_{ij}$  – Custo de deslocamento para percorrer o arco  $(i, j)$ ;
- $t_{ij}$  – Tempo de deslocamento para percorrer o arco  $(i, j)$ ;
- $d_i$  – Duração do serviço para embarque ou desembarque associado ao vértice  $i$ ;
- $e_i$  – Janela de tempo inferior associado ao vértice  $i$ ;

- $l_i$  – Janela de tempo superior associado ao vértice  $i$ .

Foram definidas também as variáveis de decisão para a estruturação do modelo matemático:

- $x_{ij}^k$  – Variável binária que assume valor igual a 1 se o veículo  $k$  trafega direto de  $i$  para  $j$ , 0 caso contrário;
- $x_k$  – Variável binária que assume valor igual a 1 se o veículo  $k$  é utilizado, 0 caso contrário;
- $b_i^k$  – Variável real não negativa que representa o instante em que o veículo  $k$  começa a atender o vértice  $i$ ;
- $s_i^{kr}$  – Variável inteira não negativa que representa a quantidade de assentos do tipo  $r$  ocupados no veículo  $k$  após visitar o vértice  $i$ .

Com base nos parâmetros e variáveis definidas acima, o modelo matemático é apresentado a seguir:

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in K} c_{ij} x_{ij}^k \quad (3.1)$$

sujeito a:

$$x_k = \sum_{j \in N} x_{0j}^k, \quad \forall k \in K \quad (3.2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N} x_{ij}^k = 1, \quad \forall i \in P \quad (3.3)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ij}^k - \sum_{j \in N} x_{n+i,j}^k = 0, \quad \forall i \in P; n+i \in D; \forall k \in K \quad (3.4)$$

$$\sum_{j \in P} x_{0j}^k \leq 1, \quad \forall k \in K \quad (3.5)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ji}^k - \sum_{j \in N} x_{ij}^k = 0, \quad \forall i \in P \cup D; \forall k \in K \quad (3.6)$$

$$\sum_{i \in D} x_{i,2n+1}^k \leq 1, \quad \forall k \in K \quad (3.7)$$

$$s_j^{kr} \geq (s_i^{kr} + s_i^r) x_{ij}^k, \quad \forall i, j \in N; \forall k \in K; \forall r \in R \quad (3.8)$$

$$s_i^{kr} \leq Q^{kr}, \quad \forall i \in N; \forall k \in K; \forall r \in R \quad (3.9)$$

$$s_i^{kr} = 0, \quad \forall i \in G; \forall k \in K; \forall r \in R \quad (3.10)$$

$$s_j^{kr} \geq 0, \quad \forall j \in N; \forall k \in K; \forall r \in R \quad (3.11)$$

$$b_j^k \geq (b_i^k + d_i + t_{ij})x_{ij}^k, \quad \forall i, j \in N; \forall k \in K \quad (3.12)$$

$$e_i \leq b_i^k \leq l_i, \quad \forall i \in N; \forall k \in K \quad (3.13)$$

$$x_{ij}^k \in \{0,1\}, \quad \forall i, j \in N; \forall k \in K \quad (3.14)$$

$$x_k \in \{0,1\}, \quad \forall k \in K \quad (3.15)$$

O objetivo do modelo consiste em determinar um conjunto de rotas (cada uma atribuída a um veículo) de modo a minimizar o custo total da viagem, visitando cada cliente uma única vez e atendendo integralmente a sua demanda.

A Função Objetivo (3.1) tem a finalidade de minimizar o custo total da viagem. As restrições (3.2) faz a correlação entre as variáveis  $x_k$  e  $x_{0j}^k$  controlando assim o número de veículos que irão sair da garagem. As restrições (3.3) asseguram que cada requisição seja atendida uma única vez. O atendimento dos pontos de coletas e entrega de uma requisição pelo mesmo veículo é garantido pelas restrições (3.4). As restrições (3.5), (3.6), (3.7) garantem, respectivamente, que a rota de cada veículo  $k$  se inicia na garagem ( $i = 0$ ), não apresenta interrupções de fluxo intermediário durante o seu trajeto e por fim esse mesmo veículo retorna para a garagem ( $i = 2n + i$ ).

As restrições (3.8) e (3.9) asseguram o balanceamento da quantidade de cada tipo de clientes de modo a não ultrapassar a capacidade disponível do veículo. A garantia da não existência de clientes na garagem e a não negatividade da variável é garantida pelas restrições (3.10) e (3.11), respectivamente. As restrições (3.12) garantem a consistência dos horários de visitação em cada vértice. As restrições (3.13) evidenciam a não violação das janelas de tempo e garante que o serviço de coleta ou entrega se inicie dentro os instantes  $e_i$  e  $l_i$ . Por fim, as restrições (3.14) e (3.15) garantem que as variáveis são binárias.

Como podemos observar o modelo matemático apresentado é não linear devido as restrições apresentadas em (3.8), (3.12). De acordo com Cordeau (2006) essas restrições podem ser linearizadas através da introdução de uma constante. Sendo  $M_{ij}^k \geq \max \{0, l_i + d_i + t_{ij} - e_j\}$ ,  $W_{ij}^k \geq \min \{Q^{kr}, Q^{kr} + s_i^r\}$ , as restrições (3.8), (3.12) podem ser substituídas, respectivamente por:

$$s_j^{kr} \geq s_i^{kr} + s_i^r - M_{ij}^k(1 - x_{ij}^k), \quad \forall i, j \in N; \forall k \in K \quad (3.16)$$

$$b_j^k \geq b_i^k + d_i - t_{ij} - W_{ij}^k(1 - x_{ij}^k), \quad \forall i, j \in N; \forall k \in K \quad (3.17)$$

## **4 ESTUDO DE CASO**

Neste capítulo é apresentado o estudo de caso realizado a partir dos temas abordados nesta pesquisa. Seu principal objetivo é exemplificar a aplicação do modelo matemático e apresentar os resultados obtidos junto ao programa Segue Cuidando da Prefeitura da cidade de Paulista, Pernambuco, Brasil. Ainda neste capítulo é analisado o comportamento do roteamento e atendimento dos clientes em relação à variação do número de veículos utilizados.

### **4.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA**

Criado em 2014, o Segue Cuidando é um programa social, administrado pela Secretaria de Saúde e Superintendência Administrativa Financeira da cidade de Paulista, Pernambuco, Brasil, que garante o transporte gratuito aos moradores, para tratamentos de saúde contínuos de microcefalia, hemodiálise, quimioterapia, radioterapia e/ou reabilitação com comprometimento da mobilidade e que não possuem autonomia para utilizar outros tipos de transportes coletivos. O programa é assegurado pela Lei Municipal Nº 4452/2014 e estabelece diretrizes e orientações para garantir um transporte confiável e seguro a todos os clientes (PAULISTA, 2014).

Nos tópicos a seguir serão apresentados o detalhamento da operação do serviço com base na legislação, regulamentação do programa e informações públicas disponíveis na prefeitura da cidade (URJA SOCIAL, 2014; REGULAMENTO, 2014).

#### **4.1.1 Número de usuários e processo de seleção**

Desde sua criação, o programa já beneficiou mais de 500 usuários e atualmente são mensalmente transportados 180 usuários das suas residências até as unidades de saúde, e vice-versa. De acordo com os gestores, atualmente o programa realiza semanalmente em média 45 viagens beneficiando mais de 60 pessoas, dentre usuários e acompanhantes.

Para utilização do serviço, os usuários precisam passar por um processo seletivo. A Figura 9 ilustra detalhadamente os cinco passos da triagem realizado

Inicialmente os candidatos precisam preencher um formulário de inscrição (Figura 10) solicitando o atendimento no programa. No formulário são solicitados os seus dados pessoais, a programação das viagens (locais e horário de atendimento do embarque e desembarque, quantidade de passageiros cadeirantes e/ou não cadeirantes) e a ficha de avaliação médica comprovando a necessidade de atendimento especializado. Além disso os candidatos precisam atender alguns requisitos estabelecidos pela legislação:

- a) estar em tratamento contínuo de saúde que apresentem dificuldades para locomoção aos demais meios de transporte público;
- b) estar inscrito no CADÚnico do Governo Federal;
- c) ter renda familiar per capita inferior a um salário-mínimo; e
- d) comprovar residência no município;
- e) possuir atendimento médico nas clínicas e hospitais de Paulista, Recife e Olinda.

Figura 9 - Processo de inscrição dos novos beneficiários do programa Segue Cuidando



Fonte: Urja Social (2014)




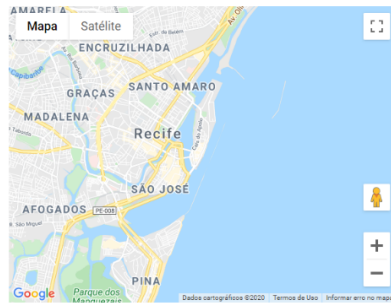
Após a fase de validação dos dados em relação aos critérios de elegibilidade, os candidatos são cadastrados e credenciados no programa e ficam aguardando a terceira etapa para o encaixe nas rotas já existentes ou criação de novas rotas.

Na terceira fase, referente a elaboração dos roteiros, é observado a disponibilidade das rotas existentes para inclusão de novos usuários. É permitido também a criação de novas rotas desde que haja disponibilidade de veículos para atendimento de usuários que tenham origens e destinos compatíveis com o planejamento do serviço. Vale ressaltar que no programa Segue Cuidando as rotas seguem um planejamento empírico do analista local que organiza os usuários de



acordo com a proximidade dos seus pontos de origem e destino. Além disso o programa só atende a rotas pré-estabelecidas, não sendo permitido fazer adaptações, mudanças de horário, compensações ou trocas de qualquer natureza. Sendo estabelecido uma rota ao candidato credenciado ele passa a ser usuário ativo no programa.

Figura 10 - Formulário de inscrição do programa Segue Cuidando

 FICHA DE INSCRIÇÃO 	
<b>POLO *</b> <input type="text"/>	
<b>DADOS PARA LOGIN</b>	
<b>NOME COMPLETO DO USUÁRIO *</b> <input type="text"/>	<b>CPF *</b> <input type="text"/>
<b>E-MAIL</b> <input type="text"/>	<b>CRIE UMA SENHA *</b> <input type="text"/>
	<b>DIGITE NOVAMENTE A SENHA *</b> <input type="text"/>
<b>LEMBRETE DE SENHA</b> <input type="text"/>	
<b>IDENTIFICAÇÃO DO USUÁRIO</b>	
 <input type="button" value="Escolher arquivo"/> Nenhum arquivo selecionado	
<b>SEXO *</b> <input type="radio"/> Masculino <input type="radio"/> Feminino	<b>RG (mesmo ser for menor de 18 anos)</b> <input type="text"/>
	<b>DATA DE NASCIMENTO *</b> <input type="text"/>
	<b>IDADE *</b> <input type="text"/>
<b>NIT, NIS, Nº DE PROGRAMAS DO GOVERNO (Bolsa Família, Bolsa Escola, outros)</b> <input type="text"/>	<b>COR OU RAÇA *</b> <input type="text"/>
	<b>CAD ÚNICO</b> <input type="text"/>
<b>ESTADO CIVIL *</b> <input type="text"/>	<b>GRAU DE ESCOLARIDADE</b> <input type="text"/>
	<b>CARTÃO SUS</b> <input type="text"/>
<b>NOME DO RESPONSÁVEL *</b> <input type="text"/>	<b>CPF DO RESPONSÁVEL *</b> <input type="text"/>
	<b>DATA DE NASC. DO RESPONSÁVEL *</b> <input type="text"/>
<b>ENDEREÇO DO USUÁRIO</b>	
<b>ENDEREÇO (Av./Rua, Nº) *</b> <input type="text"/>	<b>Número *</b> <input type="text"/> <b>CEP *</b> <input type="text"/>
<b>DIGITE UM LOCAL</b> <input type="text"/>	
<b>COMPLEMENTO (Casa/Apto)</b> <input type="text"/>	<b>MUNICÍPIO *</b> <input type="text"/>
<b>BAIRRO *</b> <input type="text"/>	<b>COMUNIDADE</b> <input type="text"/>
<b>TELEFONE 1 *</b> <input type="text"/>	<b>TELEFONE 2</b> <input type="text"/>
<b>PONTO DE REFERÊNCIA (Av. ou Rua principal/supermercado/padaria/igreja/etc.) *</b> <input type="text"/>	
<b>LOCAL/COMUNIDADE CONHECIDA COMO</b> <input type="text"/>	
<b>OBSERVAÇÃO</b> <input type="text"/>	
	
<b>RENDIMENTO FAMILIAR</b>	
<b>Nº PESSOAS MORAM NA RESIDÊNCIA *</b> <input type="text"/>	<b>RENTA MENSAL FAMILIAR *</b> <input type="text"/>
<b>Nº PESSOAS VIVEM DESSA RENDA *</b> <input type="text"/>	<b>EMPREGO *</b> <input type="text"/>
<b>GRAU DE COMPROMETIMENTO</b>	
<b>AUTONOMIA *</b> <input type="text"/>	<b>O PACIENTE NECESSITA DE ACOMPANHANTE? *</b> <input type="text"/>
<b>TIPO DE DEFICIÊNCIA</b>	
<b>QUAL O TIPO DE DEFICIÊNCIA? *</b> <input type="checkbox"/> Microcefalia <input type="checkbox"/> Radioterapia <input type="checkbox"/> Quimioterapia <input type="checkbox"/> Hemodialise <input type="checkbox"/> Fisioterapia <input type="checkbox"/> outros	
<b>PROGRAMAÇÃO DA VIAGEM</b>	
<b>LOCAL DE ORIGEM</b> <input type="text"/>	<b>LOCAL DE DESTINO</b> <input type="text"/>
	<b>MOTIVO</b> <input type="text"/>
<b>PERÍODO</b>	
<b>HORÁRIO</b> <input type="text"/>	<b>DIAS DA SEMANA</b> <input type="checkbox"/> Domingo <input type="checkbox"/> Segunda <input type="checkbox"/> Terça <input type="checkbox"/> Quarta <input type="checkbox"/> Quinta <input type="checkbox"/> Sexta <input type="checkbox"/> Sábado
<input type="button" value="+ Adicionar programação"/>	

Fonte: Urja Social (2014)

Em seguida, os usuários recebem uma credencial magnética com as suas informações vitais e que servem de identificação para utilização de serviço. A credencial também auxilia no monitoramento do uso do serviço e acompanham o desempenho do motorista. Por fim, só aguardar no horário e local informado para realização do atendimento de transporte.

#### **4.1.2 Tipos de veículos**

No início de sua operação em 2014 o transporte dos usuários era realizado por veículos do tipo Kombi. Devido à falta de acessibilidade dos veículos e a alta demanda o programa não conseguia atender com segurança e qualidade aos usuários cadeirantes. Em setembro de 2017 o programa investiu na compra de três novos veículos do tipo *van* para renovar a frota e garantir o atendimento pleno, com maior conforto e qualidade para usuários comuns e cadeirantes.

Dentre os novos veículos dois são comuns e um adaptado para o transporte de cadeirantes. Os veículos comuns possuem capacidade para transportar doze passageiros. A *van* adaptada possui capacidade para o transporte de dez passageiros, sendo destes quatro cadeirantes e seis comuns. Recentemente, em agosto de 2020, uma nova renovação de frota foi realizada com a substituição por novos veículos com as mesmas características citadas anteriormente.

Atualmente todos os veículos se encontram em bom estado de conservação e possuem uma rotina de revisão e manutenção veicular. Além disso, todos os veículos são equipados com sistema de localização por GPS capazes de monitorar em tempo real a localização e movimentação dos veículos, os indicadores de uso e os usuários embarcados e desembarcados.

Todos os veículos iniciam e terminam seu expediente no prédio administrativo da cidade localizado na Av. Brasil, 222, Maranguape 1. Nesse mesmo local os veículos são estacionados e guardados durante o período da não operacionalização do serviço.

#### **4.1.3 Operação do serviço**

O atendimento é realizado aos usuários da segunda-feira ao sábado das 06:00h às 22:00h, exceto em feriados ou pontos facultativos, e tem como o objetivo

o benefício coletivo atendimento ao máximo de credenciados, de acordo com os recursos existentes. De acordo com o regulamento do programa cada usuário pode agendar no máximo cinco viagens por semana, sendo restrita ao máximo de duas viagens por dia.

O planejamento das rotas é realizado diariamente com base nos dados informados previamente pelos usuários no sistema e da proximidade dos pontos de coleta e entrega. O programa segue uma rota pré-estabelecida e rígida, não sendo permitido a realização de adaptações, mudanças de horários, compensações e/ou trocas de qualquer natureza. Atualmente essa etapa é realizada manualmente e de maneira empírica.

A operação do serviço conta com um motorista em cada *van* treinado e preparado para executar o ato de embarque e desembarque dos usuários no veículo. Outrossim, os motoristas devem aguardar no máximo cinco minutos de tolerância após o horário programado para embarque, tanto no local de origem ou destino.

Ainda segundo o regulamento do programa, não é permitido o transporte de usuários sem apresentar o cartão de identificação, sem agendamento prévio e sem estar no local previsto de embarque. Fica facultativo aos usuários o transporte de materiais e/ou equipamentos extras referentes a sua patologia e/ou deficiência (ex.: cilindros de oxigênio, respiradores, bengalas, almofadas, etc.).

## 4.2 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO

Para a implementação do modelo, foram testados cenários entre 10 e 20 viagens utilizando os dados reais fornecidos pelo programa Segue Cuidando. Para simulação do atendimento durante todo o dia de operação, dividiu-se as viagens em três períodos de acordo com os horários de embarque e desembarque dos passageiros: matutino (06h às 11h30), vespertino (12h30 às 18h) e noturno (19h às 22h), com horizonte de operação em 330, 330 e 180 minutos, respectivamente.

Em relação aos veículos, foram utilizados os veículos descritos na seção 4.1.2. Vale ressaltar que o estudo de caso foi efetuado com todos os veículos com seus pontos de partida e retorno da garagem do prédio administrativo da cidade.

Para obter as distâncias e os tempos de viagem entre os pontos,  $c_{ij}$  e  $t_{ij}$  respectivamente, foi utilizado o *Google Maps* (GOOGLE MAPS, 2020). O *Google Maps* é um serviço de navegação via internet gratuito oferecido pelo *Google* que permite a visualização de mapas e imagens de satélites da Terra, além de, entre outras funcionalidades, localizar endereços e traçar rotas entre dois ou mais pontos, fornecendo a distância, o tempo e a descrição do trajeto. Esses parâmetros foram essenciais para a construção das matrizes de distância ( $C_{ij}$ ) e tempo ( $T_{ij}$ ), com unidades de medidas em quilômetros e minutos respectivamente. Devido às restrições de precedências, Cordeau (2006) recomenda a aplicação de matrizes assimétricas, as quais serão aplicados nessa pesquisa, ou seja, considerando  $c_{ij} \neq c_{ji}$  e  $t_{ij} \neq t_{ji}$ .

Em todos os vértices foi estabelecido uma janela de tempo bilateral  $[e_i, l_i]$  limitando o horário de atendimento. Além disso, para estabelecer uma comodidade aos usuários, um tempo máximo de viagem foi estabelecido através da diferença da janela de tempo superior ( $l_i$ ) do ponto de entrega pela janela de tempo inferior ( $e_i$ ) do ponto de coleta. Para o tempo de duração para embarque e desembarque ( $d_i$ ) foi atribuído o tempo de 2 minutos (URJA SOCIAL, 2014).

Os dados coletados com as informações dos usuários do Programa Segue Cuidando foram exportados para o *Microsoft Office Excel* contendo as informações completas das viagens: local de embarque e desembarque, horários de coleta e entrega e a quantidade de passageiros cadeirantes e não cadeirantes (Figura 11).

Figura 11 - Planilha com as requisições de viagem dos usuários

Requisição	Coleta	Entrega	Horário		Quantidade de passageiros	
	Endereço	Endereço	IDA	VOLTA	Cadeirantes	Não cadeirantes
1	R. da Aurora, 984 - Jardim Paulista	R. dos Coelhos, 300 - Boa Vista	06h30	14h00	1	1
2	R. Sessenta e Sete, 115 - Jardim Paulista	Av. Cruz Cabugá, 1597 - Santo Amaro	07h00	13h30	0	2
3	R. Catende, 465-325 - Artur Lundgren L	Av. Cruz Cabugá, 1597 - Santo Amaro	07h00	12h00	0	1
4	R. Sairé, 100 - Artur Lundgren I	R. da Levada, 180 - Centro, Paulista	10h00	12h00	0	1
5	R. Petrolina, 292-316 - Arthur Lundgren II	Av. Caxangá, 3860 - Iputinga	07h30	11h00	0	1
6	R. Cento e Três, 167-45 - Maranguape I	Av. Prof. Moraes Rego, 1235 - Cidade Universitária	06h00	14h00	1	1
7	R. São Paulo, 375-269 - Vila Torres Galvão	Av. Dr. José Augusto Moreira, 1074 - Casa Caiada	08h00	10h00	0	2
8	R. Vinte e Três, 184-240 - Maranguape I	Av. Dezesete de Agosto, 387 - Casa Forte	07h00	12h00	0	1

Fonte: O autor (2021)

Para cada cenário simulado foi criado um arquivo de dados, um arquivo com a implementação do modelo matemático e um arquivo de configuração que conecta os arquivos anteriores com a finalidade de executar os cenários propostos e

apresentar os resultados. O tempo máximo de processamento permitido foi de duas horas. Ao atingir esse limite, o programa é interrompido e a melhor solução e o *gap* (%) são retornados.

A formulação do modelo matemático e a execução de todos os cenários foram implementados no software CPLEX *Optimization Studio* 12.10.0 em sua versão acadêmica disponibilizada pela *International Business Machines* (IBM, 2020). A característica do computador utilizado é de processador Intel Celeron 1,10GHz com 4 GB de memória.

### 4.3 CENÁRIOS DE TESTES

As características dos cenários para a validação do modelo estão representadas na Tabela 3, onde  $n$  representa o número de requisições (coleta e entrega);  $Q^{kr}$  retrata a capacidade de cada veículo  $k \in \{1, 2, 3\}$  de acordo com seu tipo de assento  $r \in \{1, 2\}$  (com  $r = 1$  representando os assentos comuns e  $r = 2$  os assentos para cadeirantes); e, H indica o horizonte de planejamento da operação.

Tabela 3- Características dos cenários

Cenários	$n$	K (Veículos disponíveis)		$Q^{kr}$ (Capacidade dos veículos)						H (Horizonte de planejamento)
		Normal	Adaptado	$Q^{11}$	$Q^{12}$	$Q^{21}$	$Q^{22}$	$Q^{31}$	$Q^{32}$	
1	10	2	1	6	4	12	0	12	0	330
2	10	1	1	6	4	12	0	-	-	330
3	12	2	1	6	4	12	0	12	0	330
4	12	1	1	6	4	12	0	-	-	330
5	14	2	1	6	4	12	0	12	0	330
6	14	1	1	6	4	12	0	-	-	330
7	16	2	1	6	4	12	0	12	0	330
8	16	1	1	6	4	12	0	-	-	330
9	18	2	1	6	4	12	0	12	0	330
10	18	1	1	6	4	12	0	-	-	330
11	20	2	1	6	4	12	0	12	0	330
12	20	1	1	6	4	12	0	-	-	330
13	10	2	1	6	4	12	0	12	0	180
14	10	1	1	6	4	12	0	-	-	180
15	12	2	1	6	4	12	0	12	0	180
16	12	1	1	6	4	12	0	-	-	180
17	14	2	1	6	4	12	0	12	0	180
18	14	1	1	6	4	12	0	-	-	180

Fonte: O autor (2021)

Os cenários do 1 ao 12 possuem um horizonte de planejamento de 330 minutos e correspondem aos períodos matutinos (06h às 11h30) ou vespertino (12h30 às 18h), totalizando 5h e 30 minutos de operação. Nesses cenários foram analisadas as variações de demanda entre dez e vinte requisições de transporte. Já os cenários do 13 ao 18 retratam a operação do período noturno (19h às 22h), totalizando 3h de serviço. Esses cenários abordaram uma variação de demanda menor devido ao horário de operação, entre 10 e 14 requisições de transporte. Nos cenários de numeração ímpar, buscou-se analisar o comportamento do modelo utilizando os três veículos disponíveis no programa (um veículo adaptado com capacidade de 6 assentos normais e 4 assentos para cadeirantes, e dois veículos não adaptados com capacidade para 12 assentos normais), enquanto nos cenários com numeração par avaliou-se o impacto com a retirada de um dos veículos não adaptado.

Os valores utilizados para as janelas de tempo  $[e_i, l_i]$  na coleta em todos os cenários foi de  $\pm 5$  minutos em relação ao horário solicitado e foram definidos de acordo com o regulamento do programa para garantir uma maior qualidade do serviço, reduzir o tempo total de percurso do veículo e minimizar o tempo de espera do usuário pelo veículo. Já nos pontos de entrega foram realizadas as seguintes considerações: para o limite inferior da janela de tempo ( $e_i$ ) foi atribuído o mesmo valor da janela de tempo inferior do seu ponto de coleta correspondente, e no limite superior da janela de tempo ( $l_i$ ) foi considerado o valor da janela de tempo superior do seu ponto equivalente da coleta acrescido de 90 minutos. Esse valor foi utilizado para limitar o tempo máximo de permanência do usuário no veículo garantindo que não exceda 1h e 30 minutos, com isso não tem restrição de *Ride Time*.

Em cada ponto de coleta dada quantidade de passageiros é coletada para a realização do transporte com destino ao seu ponto de entrega. Os passageiros podem ser cadeirantes ou não cadeirantes além de ser permitido a presença de um acompanhante, caso necessário.

Os valores das janelas de tempo e as quantidades de passageiros podem ser observados na Tabela 4 (cenário com  $n = 10$  e  $H = 330$ ), Tabela 5 (cenário com  $n = 12$  e  $H = 330$ ), Tabela 6 (cenário com  $n = 14$  e  $H = 330$ ), Tabela 7 (cenário com  $n = 16$  e  $H = 330$ ), Tabela 8 (cenário com  $n = 18$  e  $H = 330$ ), Tabela 9 (cenário com  $n = 20$  e  $H = 330$ ), Tabela 10 (cenário com  $n = 10$  e  $H = 180$ ),

Tabela 11 (cenário com  $n = 12$  e  $H = 180$ ), Tabela 12 (cenário com  $n = 14$  e  $H = 180$ ).

Tabela 4 - Janelas de tempo e quantidade de passageiros ( $n = 10$ ;  $H = 330$ )

Nós		Horário Solicitado	Janela de Tempo $\pm$ 5 minutos		Qnt. de passageiros	
			Janela inferior ( $e_i$ )	Janela superior ( $l_i$ )	Cadeirantes	Não cadeirantes
Garagem	0	--	06h00	11h30	--	--
Coleta	1	06h30	06h25	06h35	1	1
	2	06h45	06h40	06h50	0	2
	3	06h50	06h45	06h55	0	1
	4	07h30	07h25	07h35	0	1
	5	07h50	07h45	07h55	0	2
	6	08h10	08h05	08h15	0	2
	7	09h30	09h25	09h35	1	1
	8	09h30	09h25	09h35	0	2
	9	10h00	09h55	10h05	0	2
	10	10h30	10h25	10h35	0	1
Entrega	11	--	06h25	08h00	1	1
	12	--	06h40	08h15	0	2
	13	--	06h45	08h20	0	1
	14	--	07h25	09h00	0	1
	15	--	07h45	09h20	0	2
	16	--	08h05	09h40	0	2
	17	--	09h25	11h00	1	1
	18	--	09h25	11h00	0	2
	19	--	09h55	11h30	0	2
	20	--	10h25	12h00	0	1
Garagem	21	----	06h00	11h30	----	----

Fonte: O autor (2021)

Tabela 5 - Janelas de tempo e quantidade de passageiros ( $n = 12$ ;  $H = 330$ )

Nós	Horário Solicitado	Janela de Tempo $\pm$ 5 minutos		Qnt. de passageiros		
		Janela inferior ( $e_i$ )	Janela superior ( $l_i$ )	Cadeirantes	Não cadeirantes	
Garagem	0	--	06h00	11h30	--	--
Coleta	1	06h15	06h10	06h20	1	1
	2	06h30	06h25	06h35	1	1
	3	06h45	06h40	06h50	0	2
	4	06h50	06h45	06h55	0	1
	5	07h30	07h25	07h35	0	1

Entrega	6	07h50	07h45	07h55	0	1
	7	08h10	08h05	08h15	0	1
	8	09h30	09h25	09h35	0	1
	9	09h30	09h25	09h35	0	1
	10	10h00	09h55	10h05	0	2
	11	10h30	10h25	10h35	1	1
	12	10h30	10h25	10h35	1	1
	13	--	06h10	07h45	1	1
	14	--	06h25	08h00	1	1
	15	--	06h40	08h15	0	2
	16	--	06h45	08h20	0	1
	17	--	07h25	09h00	0	1
	18	--	07h45	09h20	0	1
	19	--	08h05	09h40	0	1
	20	--	09h25	11h00	0	1
	21	--	09h25	11h00	0	1
	22	--	09h55	11h30	0	2
	23	--	10h25	12h00	1	1
	24	--	10h25	12h00	1	1
Garagem	25	----	06h00	11h30	----	----

Fonte: O autor (2021)

Tabela 6 - Janelas de tempo e quantidade de passageiros (n = 14; H = 330)

Nós		Horário Solicitado	Janela de Tempo $\pm$ 5 minutos		Qnt. de passageiros	
			Janela inferior ( $e_i$ )	Janela superior ( $l_i$ )	Cadeirantes	Não cadeirantes
Garagem	0	--	06h00	11h30	--	--
Coleta	1	06h15	06h10	06h20	1	1
	2	06h30	06h25	06h35	1	1
	3	06h45	06h40	06h50	0	2
	4	06h50	06h45	06h55	0	1
	5	07h30	07h25	07h35	0	1
	6	07h50	07h45	07h55	0	1
	7	08h00	09h55	08h05	0	2
	8	08h10	08h05	08h15	0	1
	9	09h30	09h25	09h35	0	1
	10	09h30	09h25	09h35	0	1
	11	10h00	09h55	10h05	0	2
	12	10h00	09h55	10h05	0	2
	13	10h15	10h10	10h20	1	1
	14	10h30	10h25	10h35	1	1
Entrega	15	--	06h10	07h45	1	1
	16	--	06h25	08h00	1	1



	17	--	06h40	08h15	0	2
	18	--	06h45	08h20	0	1
	19	--	07h25	09h00	0	1
	20	--	07h45	09h20	0	1
	21	--	09h55	09h30	0	2
	22	--	08h05	09h40	0	1
	23	--	09h25	11h00	0	1
	24	--	09h25	11h00	0	1
	25	--	09h55	11h30	0	2
	26	--	09h55	11h30	0	2
	27	--	10h10	11h45	1	1
	28	--	10h25	12h00	1	1
Garagem	29	--	06h00	11h30	----	----

Fonte: O autor (2021)

Tabela 7 - Janelas de tempo e quantidade de passageiros (n = 16; H = 330)

Nós		Horário Solicitado	Janela de Tempo $\pm$ 5 minutos		Qnt. de passageiros	
			Janela inferior ( $e_i$ )	Janela superior ( $l_i$ )	Cadeirantes	Não cadeirantes
Garagem	0	--	06h00	11h30	--	--
Coleta	1	06h15	06h10	06h20	1	1
	2	06h30	06h25	06h35	1	1
	3	06h45	06h40	06h50	0	2
	4	06h50	06h45	06h55	0	1
	5	07h00	06h55	07h05	0	2
	6	07h30	07h25	07h35	0	1
	7	07h50	07h45	07h55	0	1
	8	08h00	07h55	08h05	0	2
	9	09h30	09h25	09h35	0	1
	10	09h30	09h25	09h35	0	1
	11	10h00	09h55	10h05	0	2
	12	10h00	09h55	10h05	0	2
	13	10h15	10h10	10h20	0	1
	14	10h15	10h10	10h20	1	1
	15	10h30	10h25	10h35	1	1
	16	10h30	10h25	10h35	0	2
Entrega	17	--	06h10	07h45	1	1
	18	--	06h25	08h00	1	1
	19	--	06h40	08h15	0	2
	20	--	06h45	08h20	0	1
	21	--	06h55	08h30	0	2
	22	--	07h25	09h00	0	1
	23	--	07h45	09h20	0	1

	24	--	07h55	09h30	0	2
	25	--	09h25	11h00	0	1
	26	--	09h25	11h00	0	1
	27	--	09h55	11h30	0	2
	28	--	09h55	11h30	0	2
	29	--	10h10	11h45	0	1
	30	--	10h10	11h45	1	1
	31	--	10h25	12h00	1	1
	32	--	10h25	12h00	0	2
Garagem	33	--	06h00	11h30	----	----

Fonte: O autor (2021)

Tabela 8 - Janelas de tempo e quantidade de passageiros (n = 18; H = 330)

Nós		Horário Solicitado	Janela de Tempo $\pm$ 5 minutos		Qnt. de passageiros	
			Janela inferior ( $e_i$ )	Janela superior ( $l_i$ )	Cadeirantes	Não cadeirantes
Garagem	0	--	06h00	11h30	--	--
Coleta	1	06h15	06h10	06h20	1	1
	2	06h30	06h25	06h35	1	1
	3	06h45	06h40	06h50	0	2
	4	06h45	06h40	06h50	1	1
	5	06h50	06h45	06h55	0	2
	6	07h00	06h55	07h05	0	2
	7	07h30	07h25	07h35	0	1
	8	07h50	07h45	07h55	0	1
	9	08h00	07h55	08h05	0	2
	10	09h30	09h25	09h35	0	2
	11	09h30	09h25	09h35	0	1
	12	10h00	09h55	10h05	0	2
	13	10h00	09h55	10h05	0	2
	14	10h15	10h10	10h20	1	1
	15	10h15	10h10	10h20	0	1
	16	10h30	10h25	10h35	1	1
	17	10h30	10h25	10h35	0	2
	18	10h30	10h25	10h35	1	1
Entrega	19	--	06h10	07h45	1	1
	20	--	06h25	08h00	1	1
	21	--	06h40	08h15	0	2
	22	--	06h40	08h15	1	1
	23	--	06h45	08h20	0	2
	24	--	06h55	08h30	0	2
	25	--	07h25	09h00	0	1
	26	--	07h45	09h20	0	1

	27	--	07h55	09h30	0	2
	28	--	09h25	11h00	0	2
	29	--	09h25	11h00	0	1
	30	--	09h55	11h30	0	2
	31	--	09h55	11h30	0	2
	32	--	10h10	11h45	1	1
	33	--	10h10	11h45	0	1
	34	--	10h25	12h00	1	1
	35	--	10h25	12h00	0	2
	36	--	10h25	12h00	1	1
Garagem	37	--	06h00	11h30	--	--

Fonte: O autor (2021)

Tabela 9 - Janelas de tempo e quantidade de passageiros (n = 20; H = 330)

Nós		Horário Solicitado	Janela de Tempo $\pm$ 5 minutos		Qnt. de passageiros	
			Janela inferior ( $e_i$ )	Janela superior ( $l_i$ )	Cadeirantes	Não cadeirantes
Garagem	0	--	06h00	11h30	--	--
Coleta	1	06h15	06h10	06h20	1	1
	2	06h30	06h25	06h35	1	1
	3	06h45	06h40	06h50	0	2
	4	06h45	06h40	06h50	1	1
	5	06h50	06h45	06h55	0	2
	6	07h00	06h55	07h05	0	2
	7	07h30	07h25	07h35	0	1
	8	07h45	07h40	07h50	0	1
	9	07h50	07h45	07h55	0	2
	10	08h00	07h55	08h05	0	2
	11	09h30	09h25	09h35	0	2
	12	09h30	09h25	09h35	0	1
	13	09h45	09h40	09h50	0	2
	14	10h00	09h55	10h05	0	2
	15	10h00	09h55	10h05	1	1
	16	10h15	10h10	10h20	0	1
	17	10h15	10h10	10h20	1	1
	18	10h30	10h25	10h35	0	2
	19	10h30	10h25	10h35	1	1
	20	10h30	10h25	10h35	0	2
Entrega	21	--	06h10	07h45	1	1
	22	--	06h25	08h00	1	1
	23	--	06h40	08h15	0	2
	24	--	06h40	08h15	1	1
	25	--	06h45	08h20	0	2

	26	--	06h55	08h30	0	2
	27	--	07h25	09h00	0	1
	28	--	07h40	09h15	0	1
	29	--	07h45	09h20	0	2
	30	--	07h55	09h30	0	2
	31	--	09h25	11h00	0	2
	32	--	09h25	11h00	0	1
	33	--	09h40	11h15	0	2
	34	--	09h55	11h30	0	2
	35	--	09h55	11h30	1	1
	36	--	10h10	11h45	0	1
	37	--	10h10	11h45	1	1
	38	--	10h25	12h00	0	2
	39	--	10h25	12h00	1	1
	40	--	10h25	12h00	0	2
Garagem	41	--	06h00	11h30	--	--

Fonte: O autor (2021)

Tabela 10 - Janelas de tempo e quantidade de passageiros (n = 10; H = 180)

Nós		Horário Solicitado	Janela de Tempo $\pm$ 5 minutos		Qnt. de passageiros	
			Janela inferior ( $e_i$ )	Janela superior ( $l_i$ )	Cadeirantes	Não cadeirantes
Garagem	0	--	19h00	22h00	--	--
Coleta	1	19h10	19h05	19h15	1	1
	2	19h15	19h10	19h20	0	2
	3	19h15	19h10	19h20	0	1
	4	19h30	19h25	19h35	0	1
	5	19h40	19h35	19h45	0	2
	6	20h30	20h25	20h35	0	2
	7	20h50	20h45	20h55	1	1
	8	21h15	21h10	21h20	0	2
	9	21h30	21h25	21h35	0	2
	10	21h30	21h25	21h35	0	1
Entrega	11	--	19h05	20h40	1	1
	12	--	19h10	20h45	0	2
	13	--	19h10	20h45	0	1
	14	--	19h25	21h00	0	1
	15	--	19h35	21h40	0	2
	16	--	20h25	22h00	0	2
	17	--	20h45	22h20	1	1
	18	--	21h10	22h45	0	2
	19	--	21h25	23h00	0	2
	20	--	21h25	23h00	0	1

Garagem	21	----	19h00	22h30	----	----
---------	----	------	-------	-------	------	------

Fonte: O autor (2021)

Tabela 11 - Janelas de tempo e quantidade de passageiros (n = 12; H = 180)

Nós		Horário Solicitado	Janela de Tempo $\pm$ 5 minutos		Qnt. de passageiros	
			Janela inferior ( $e_i$ )	Janela superior ( $l_i$ )	Cadeirantes	Não cadeirantes
Garagem	0	--	19h00	22h00	--	--
Coleta	1	19h20	19h15	19h25	1	1
	2	19h20	19h15	19h25	1	1
	3	19h25	19h20	19h30	0	2
	4	19h30	19h25	19h35	0	1
	5	19h30	19h25	19h35	0	1
	6	19h30	19h25	19h35	0	1
	7	20h40	20h35	20h45	0	1
	8	20h40	20h35	20h45	0	1
	9	21h00	20h55	21h05	0	1
	10	21h00	20h55	21h05	0	2
	11	21h30	21h25	21h35	1	1
	12	21h30	21h25	21h35	1	1
Entrega	13	--	19h15	20h50	1	1
	14	--	19h15	20h50	1	1
	15	--	19h20	20h55	0	2
	16	--	19h25	21h00	0	1
	17	--	19h25	21h00	0	1
	18	--	19h25	21h00	0	1
	19	--	20h35	22h10	0	1
	20	--	20h35	22h10	0	1
	21	--	20h55	22h30	0	1
	22	--	20h55	22h30	0	2
	23	--	21h25	23h00	1	1
	24	--	21h25	23h00	1	1
Garagem	25	----	19h00	22h30	----	----

Fonte: O autor (2021)

Tabela 12 - Janelas de tempo e quantidade de passageiros (n = 14; H = 180)

Nós			Janela de Tempo $\pm 5$ minutos		Qnt. de passageiros	
			Janela inferior ( $e_i$ )	Janela superior ( $l_i$ )	Cadeirantes	Não cadeirantes
Garagem	0	--	19h00	22h00	--	--
Coleta	1	19h15	19h10	19h20	1	1
	2	19h20	19h15	19h25	1	1

	3	19h20	19h15	19h25	0	2
	4	19h40	19h35	19h45	0	1
	5	19h40	19h35	19h45	0	1
	6	20h00	19h55	20h05	0	1
	7	20h00	19h55	20h05	0	2
	8	20h50	20h45	20h55	0	1
	9	21h00	20h55	21h05	0	1
	10	21h00	20h55	21h05	0	1
	11	21h15	21h10	21h20	0	2
	12	21h30	21h25	21h35	0	2
	13	21h30	21h25	21h35	1	1
	14	21h35	21h30	21h40	1	1
Entrega	15	--	19h10	20h45	1	1
	16	--	19h15	20h50	1	1
	17	--	19h15	20h50	0	2
	18	--	19h35	21h10	0	1
	19	--	19h35	21h10	0	1
	20	--	19h55	21h30	0	1
	21	--	19h55	21h30	0	2
	22	--	20h45	22h20	0	1
	23	--	20h55	22h30	0	1
	24	--	20h55	22h30	0	1
	25	--	21h10	22h45	0	2
	26	--	21h25	23h00	0	2
	27	--	21h25	23h00	1	1
	28	--	21h30	23h05	1	1
Garagem	29	--	19h00	22h30	----	----

Fonte: O autor (2021)

## 5 RESULTADOS

Inicia-se a discussão dos resultados obtidos a partir dos parâmetros apresentados na Tabela 3, aos quais os cenários foram solucionados de forma exata, através do *CPLEX Optimization*. Na Tabela 13 são apresentados os resultados obtidos em todos os cenários testados. A tabela apresenta os cenários, o número de veículos disponíveis e o número de veículos utilizados, o valor da função objetivo (em minutos), o tempo de processamento (em segundos) e o *gap* (%). Os cenários serão detalhados na Seção 5.1.

O valor do *gap* foi obtido através de duas formas: i) por interrupção manual após atingir 2h de processamento ou ii) por interrupção automática devido à falta de memória do computador. É importante frisar que o valor estipulado para interrupção manual gera soluções viáveis, de boa qualidade e aplicáveis a realidade do problema.

Inicialmente podemos observar que a maioria dos cenários testados obtiveram resultados ótimos com exceção dos cenários 11 e 17. No primeiro caso ocorreu uma interrupção automática devido à falta de memória. Em relação ao segundo caso o tempo de processamento excedeu o limite estabelecido.

Tabela 13 - Resultados dos cenários apresentados pelo CPLEX

Cenários	n	Veículos disponíveis		Veículos utilizados		Função Objetivo (minutos)	Tempo de processamento (segundos)	gap (%)
		Normal	Adaptado	Normal	Adaptado			
1	10	2	1	1	1	136,60	16,95	--
2	10	1	1	1	1	136,60	23,38	--
3	12	2	1	1	1	159,72	20,22	--
4	12	1	1	1	1	159,72	7,47	--
5	14	2	1	2	1	147,42	37,41	--
6	14	1	1	1	1	178,02	156,31	--
7	16	2	1	2	1	162,00	350,50	--
8	16	1	1	1	1	177,20	677,19	--
9	18	2	1	2	1	183,30	3265,67	--
10	18	1	1	--	--	Inviável	Inviável	--
11	20	2	1	2	1	184,00	3547,00	15,5%
12	20	1	1	--	--	Inviável	Inviável	--
13	10	2	1	1	1	109,94	28,94	--
14	10	1	1	1	1	109,94	23,33	--
15	12	2	1	2	1	145,56	459,80	--
16	12	1	1	1	1	161,02	2102,01	--
17	14	2	1	2	1	148,13	7200,00	96,4%
18	14	1	1	--	--	Inviável	Inviável	--

Fonte: O autor (2021)

## 5.1 RESULTADO DETALHADO DOS CENÁRIOS

A seguir vamos analisar detalhadamente cada cenário construído e os resultados obtidos. Dos cenários 1 ao 12 vamos analisar a operação com um horizonte de 330 minutos, que compreende a operação no período da manhã ou tarde. Já a operação no período noturno, com horizonte de planejamento de 180 minutos, será detalhada nos cenários 13 ao 18.

Observa-se na Tabela 13 que, nos cenários 1 e 2 foram utilizados 3 e 2 veículos na simulação, respectivamente. O CPLEX conseguiu otimizar obtendo como resultado da função objetivo o valor de 136,6 quilômetros, com um tempo de processamento de 16,95 segundos e 23,38 segundos, respectivamente. Portanto, é possível afirmar que para cenários com  $n = 10$  torna-se viável optar pelo cenário 2 que utiliza menos veículos na solução. Essa mesma conjectura é observada nos cenários 3 e 4, com  $n = 12$ , onde o *software* retornou à função objetivo de 159,72 quilômetros, com tempo de processamento de 20,22 segundos para a instância com 3 veículos e 7,47 segundos para a instância com 2 veículos. Analogamente, o cenário 4 torna-se mais viável devido a otimização da utilização de um veículo.

Nos cenários 1 e 2, o veículo 1 atendeu a 8 passageiros não-cadeirantes em 11 viagens (0 – 4 – 5 – 14 – 6 – 15 – 8 – 16 – 18 – 10 – 20 – 21), saindo da garagem às 07h13 e retornando às 11h07. A capacidade máxima de passageiros atingida durante o percurso foi de 4 passageiros durante a passagem nos nós 6 e 8. O veículo 2 também atendeu a 11 viagens (0 – 1 – 3 – 2 – 12 – 11 – 13 – 7 – 9 – 19 – 17 – 21) sendo essas totalizando 7 passageiros não-cadeirantes e 4 cadeirantes. O veículo deixou a garagem às 06h16 e retornou às 11h09. O número máximo de passageiros no veículo deu-se no nó 2 com 4 passageiros e foi utilizado apenas 1 vaga reservada para cadeirantes durante todo percurso.

Detalhando os cenários 3 e 4, observamos que o veículo 1 partiu da garagem às 07h21, atendeu a 11 viagens (0 – 5 – 6 – 7 – 17 – 18 – 9 – 19 – 21 – 11 – 23 – 25) e retornou ao seu ponto de origem às 11h04. Durante o percurso foram assistidos 8 passageiros não-cadeirantes e a ocupação máxima do veículo foi de 5 passageiros. Já o veículo 2 atendeu a 9 passageiros não-cadeirantes e 4 passageiros cadeirantes. A operação iniciou as 06h00 e terminou às 11h10



realizando 15 viagens (0 – 1 – 2 – 4 – 3 – 13 – 14 – 16 – 15 – 8 – 10 – 12 – 22 – 20 – 24 – 25).

As tabelas abaixo apresentam o detalhamento do roteamento dos cenários 1 e 2 (Tabela 14) e cenários 3 e 4 (Tabela 15).

Tabela 14 - Resultado detalhado dos cenários 1 e 2

	Nó Predecessor	Nó atual ( <i>i</i> )	Número de passageiros no veículo		$B_i$ (horário de chegada no nó <i>i</i> )
			Não-cadeirantes	Cadeirantes	
Veículo 1 (normal)	---	0	0	0	07h13
	0	4	1	0	07h25
	4	5	3	0	07h45
	5	14	2	0	08h13
	14	6	4	0	08h15
	6	15	2	0	09h20
	15	8	4	0	09h25
	8	16	2	0	09h40
	16	18	0	0	09h44
	18	10	1	0	10h25
	10	20	0	0	10h59
	20	21	0	0	11h07
Veículo 2 (adaptado)	---	0	0	0	06h16
	0	1	1	1	06h25
	1	3	2	1	06h45
	3	2	4	1	06h50
	2	12	2	1	07h50
	12	11	1	1	08h00
	11	13	0	0	08h20
	13	7	1	0	09h35
	7	9	3	1	09h55
	9	19	1	1	10h55
	19	17	0	1	11h00
	17	21	0	0	11h09

Fonte: O autor (2021)

Tabela 15 - Resultado detalhado dos cenários 3 e 4

	Nó Predecessor	Nó atual ( <i>i</i> )	Número de passageiros no veículo		$B_i$ (horário de chegada no nó <i>i</i> )
			Não-cadeirantes	Cadeirantes	
Veículo 1 (normal)	---	0	0	0	07h21
	0	5	1	0	07h32
	5	6	3	0	07h45
	6	7	5	0	08h15

Veículo 2 (adaptado)	7	17	4	0	08h17
	17	18	2	0	09h20
	18	9	4	0	09h25
	9	19	2	0	09h30
	19	21	0	0	09h34
	21	11	1	0	10h25
	11	23	0	0	10h55
	23	25	0	0	11h04
	---	0	0	0	06h00
	0	1	1	1	06h10
	1	2	2	2	06h25
	2	4	3	2	06h45
	4	3	5	2	06h50
	3	13	4	1	07h39
	13	14	3	0	08h00
	14	16	2	0	08h13
	16	15	0	0	08h15
	15	8	1	1	09h25
	8	10	3	1	09h55
	10	12	4	2	10h25
	12	22	2	2	10h56
	22	20	1	1	11h00
	20	24	0	0	11h09
	24	25	0	0	11h10

Fonte: O autor (2021)

Analisando os cenários 5 e 6 podemos observar um comportamento diferenciado ao encontrado nos cenários apresentados anteriormente. Nesses cenários, a redução de um veículo na operação acarreta no aumento da função objetivo e no tempo de processamento.

No cenário 5, que possui 2 veículos normais e 1 adaptado, foi obtido um valor da função objetivo de 147,42 quilômetros com tempo de processamento de 37,41 segundos. Já no cenário 6, que apresenta apenas 1 veículo de cada tipo, o valor da função objetivo foi de 178,02 quilômetros sendo processado em 156,31 segundos. Podemos observar esse mesmo comportamento nos cenários 7 e 8 que apresentaram funções objetivos de 162,00 quilômetros e 177,20 quilômetros, respectivamente. O tempo de processamento também se torna superior quando é retirado um veículo, sendo 350,50 segundos para o cenário 7 e 677,19 segundos para o cenário 8. Portanto, de acordo com os valores apresentados, os cenários 5 e

7 apresentam, respectivamente, as melhores soluções para os cenários com  $n = 14$  e  $n = 16$ .

Detalhando o cenário 5 (Tabela 16), o veículo 1 realizou 5 viagens (0 – 6 – 7 – 20 – 21 – 29) atendendo ao total de 3 passageiros não-cadeirantes, deixando a garagem às 07h34 e retornando às 08h20. O veículo 2 realizou um total de 9 viagens (0 – 5 – 8 – 22 – 19 – 9 – 11 – 25 – 23 – 29), com o veículo saindo da garagem às 07h15 e voltando às 10h14, transportando um total de 5 passageiros não-cadeirantes e com ocupação máxima de 3 passageiros ao visitar o nó 11. E, por fim, o veículo 3 atendeu ao total de 10 passageiros não-cadeirantes e 4 passageiros cadeirantes, com o veículo partindo às 06h17 da garagem e retornando às 07h20. O veículo realizou 17 viagens (0 – 1 – 2 – 4 – 3 – 15 – 16 – 17 – 18 – 10 – 12 – 13 – 14 – 26 – 24 – 27 – 28 – 29) e obteve uma ocupação máxima de 83% nos assentos normais e 50% nos assentos reservados para cadeirantes.

Tabela 16 - Resultado detalhado do cenário 5

	Nó Predecessor	Nó atual ( $i$ )	Número de passageiros no veículo		$B_i$ (horário de chegada no nó $i$ )
			Não-cadeirantes	Cadeirantes	
Veículo 1 (normal)	---	0	0	0	07h34
	0	6	1	0	07h45
	6	7	3	0	07h59
	7	20	2	0	08h01
	20	21	0	0	08h16
	21	29	0	0	08h20
Veículo 2 (normal)	---	0	0	0	07h15
	0	5	1	0	07h25
	5	8	2	0	08h05
	8	22	1	0	08h11
	22	19	0	0	08h41
	19	9	1	0	09h25
	9	11	3	0	09h55
	11	25	1	0	10h00
	25	23	0	0	10h04
	23	29	0	0	10h14
Veículo 3 (adaptado)	---	0	0	0	06h17
	0	1	1	1	06h20
	1	2	2	2	06h35
	2	4	3	2	06h45
	4	3	5	2	06h50
	3	15	4	1	07h20

15	16	3	0	07h37
16	17	1	0	08h15
17	18	0	0	08h20
18	10	1	0	09h25
10	12	3	0	09h55
12	13	4	1	10h10
13	14	5	2	10h30
14	26	3	2	10h55
26	24	2	2	11h00
24	27	1	1	11h20
27	28	0	0	11h29
28	29	0	0	11h30

Fonte: O autor (2021)

No cenário 6 (Tabela 17), é possível verificar que o veículo 1 atendeu a um total de 7 passageiros não-cadeirantes durante a sua operação com ocupação máxima de 4 passageiros no momento  $i = 7$ . Inicialmente o veículo deixou a garagem às 07h15, atendeu a 11 viagens (0 – 5 – 6 – 7 – 20 – 21 – 19 – 9 – 11 – 25 – 23 – 29) e retornou às 10h14. Em relação ao veículo 2, observou-se o que o veículo iniciou a sua operação às 06h07, transportou um total de 11 passageiros não-cadeirantes e 4 cadeirantes e, logo em seguida, retornou à garagem às 11h15. Em seu percurso foram realizadas 19 viagens (0 – 1 – 2 – 3 – 4 – 15 – 16 – 17 – 18 – 8 – 22 – 10 – 12 – 13 – 14 – 26 – 24 – 27 – 28 – 29) obtendo uma ocupação máxima de 5 passageiros não-cadeirantes e 2 passageiros cadeirantes.

Tabela 17 - Resultado detalhado do cenário 6

	Nó Predecessor	Nó atual (i)	Número de passageiros no veículo		$B_i$ (horário de chegada no nó i)
			Não-cadeirantes	Cadeirantes	
Veículo 1 (normal)	---	0	0	0	07h15
	0	5	1	0	07h25
	5	6	2	0	07h45
	6	7	4	0	07h59
	7	20	3	0	08h01
	20	21	1	0	08h16
	21	19	0	0	09h00
	19	9	1	0	09h25
	9	11	3	0	09h55
	11	25	1	0	10h00
	25	23	0	0	10h04
	23	29	0	0	10h14

Veículo 2 (adaptado)	---	0	0	0	06h07
	0	1	1	1	06h10
	1	2	2	2	06h25
	2	3	4	2	06h40
	3	4	5	2	06h45
	4	15	4	1	07h19
	15	16	3	0	07h36
	16	17	1	0	07h48
	17	18	0	0	07h50
	18	8	1	0	08h15
	8	22	0	0	09h10
	22	10	1	0	09h35
	10	12	3	0	09h58
	12	13	4	1	10h10
	13	14	5	2	10h30
	14	26	3	2	10h55
	26	24	2	2	11h00
	24	27	1	1	11h05
	27	28	0	0	11h14
	28	29	0	0	11h15

Fonte: O autor (2021)

Em relação ao detalhamento do cenário 7, os três veículos foram utilizados na solução otimizada apresentada pelo CPLEX. O veículo 1 realizou apenas 5 viagens (0 – 10 – 26 – 12 – 28 – 33), transportando um total de 3 passageiros não-cadeirante. O veículo saiu às 09h17 e retornou a sua base às 10h19. O veículo 2 partiu da garagem às 07h01, atendeu a 13 viagens (0 – 5 – 6 – 7 – 23 – 8 – 24 – 21 – 22 – 13 – 16 – 29 – 32 – 33) e retornou a garagem às 10h58. Durante o percurso foram assistidos um total de 9 passageiros não-cadeirantes com uma ocupação máxima de 41,67% no instante  $i = 8$ . Por fim, o veículo 3, iniciou sua jornada às 06h08 e finalizou às 10h57, totalizando um atendimento de 10 passageiros não-cadeirantes e 4 cadeirantes em 17 viagens (0 – 1 – 2 – 4 – 3 – 17 – 18 – 19 – 20 – 9 – 11 – 14 – 15 – 27 – 25 – 30 – 31 – 33). A Tabela 18 demonstra detalhadamente os percursos dos 3 veículos neste cenário.

Tabela 18 - Resultado detalhado do cenário 7

	Nó Predecessor	Nó atual (i)	Número de passageiros no veículo		B <sub>i</sub> (horário de chegada no nó i)
			Não-cadeirantes	Cadeirantes	
Veículo 1 (normal)	---	0	0	0	09h17
	0	10	1	0	09h25
	10	26	0	0	09h29
	26	12	2	0	10h05
	12	28	0	0	10h14
	28	33	0	0	10h19
Veículo 2 (normal)	---	0	0	0	07h01
	0	5	2	0	07h05
	5	6	3	0	07h25
	6	7	4	0	07h45
	7	23	3	0	07h50
	23	8	5	0	07h55
	8	24	3	0	08h04
	24	21	1	0	08h30
	21	22	0	0	08h32
	22	13	1	0	10h10
	13	16	3	0	10h25
	16	29	2	0	10h45
	29	32	1	0	10h52
	32	33	0	0	10h58
Veículo 3 (adaptado)	---	0	0	0	06h08
	0	1	1	1	06h10
	1	2	2	2	06h25
	2	4	3	2	06h45
	4	3	5	2	06h49
	3	17	4	1	07h08
	17	18	3	0	07h19
	18	19	1	0	07h26
	19	20	0	0	07h28
	20	9	1	0	09h35
	9	11	3	0	09h55
	11	14	4	1	10h10
	14	15	5	2	10h25
	15	27	3	2	10h43
	27	25	2	2	10h47
	25	30	1	1	10h50
	30	31	0	0	10h56
	31	33	0	0	10h57

Fonte: O autor (2021)

O cenário 8 (Tabela 19), utiliza apenas dois veículos para otimização com  $n = 16$ . O veículo 1 atendeu a 12 passageiros não-cadeirantes, partindo da garagem às 07h01, realizando 17 viagens (0 – 5 – 6 – 7 – 23 – 8 – 24 – 21 – 22 – 10 – 12 – 13 – 16 – 26 – 29 – 28 – 32 – 33) e retornando às 10h56. Já o veículo 2 apresentou o mesmo percurso com as mesmas características descritas no veículo 3 do cenário 7.

Tabela 19 - Resultado detalhado do cenário 8

	Nó Predecessor	Nó atual (i)	Número de passageiros no veículo		$B_i$ (horário de chegada no nó i)
			Não-cadeirantes	Cadeirantes	
Veículo 1 (normal)	---	0	0	0	07h01
	0	5	2	0	07h05
	5	6	3	0	07h25
	6	7	4	0	07h45
	7	23	3	0	07h49
	23	8	5	0	07h55
	8	24	3	0	08h04
	24	21	1	0	08h30
	21	22	0	0	09h00
	22	10	1	0	09h35
	10	12	3	0	09h55
	12	13	4	0	10h13
	13	16	6	0	10h26
	16	26	5	0	10h43
	26	29	4	0	10h46
	29	28	2	0	10h53
	28	32	0	0	10h54
	32	33	0	0	10h56
Veículo 2 (adaptado)	---	0	0	0	06h08
	0	1	1	1	06h10
	1	2	2	2	06h25
	2	4	3	2	06h45
	4	3	5	2	06h49
	3	17	4	1	07h08
	17	18	3	0	07h19
	18	19	1	0	07h26
	19	20	0	0	07h28
	20	9	1	0	09h35
	9	11	3	0	09h55
	11	14	4	1	10h10
	14	15	5	2	10h25

15	27	3	2	10h43
27	25	2	2	10h47
25	30	1	1	10h50
30	31	0	0	10h56
31	33	0	0	10h57

Fonte: O autor (2021)

Para as simulações com  $n = 18$  (cenários 9 e 10) e  $n = 20$  (cenário 11 e 12), o CPLEX apresentou grande esforço computacional devido ao número de nós e as características do cenário. Para o cenário 9, o resultado utilizou os 3 veículos disponíveis e necessitou de 3265,67 segundos para realizar o processamento. Como resultado, o valor da função objetivo foi de 183,30 quilômetros. No cenário 10, que considera apenas 1 veículo de cada tipo, o programa não obteve resultado que satisfizesse todas as restrições, tornando-o inviável.

Em detalhe ao cenário 9 (Tabela 20), o veículo 1 assistiu 6 passageiros não-cadeirantes e realizou 9 viagens (0 – 8 – 9 – 27 – 26 – 11 – 29 – 12 – 30 – 37). A operação foi iniciada às 07h46 e retornou a garagem às 10h14. O veículo 2, realizou 15 viagens (0 – 3 – 5 – 7 – 25 – 23 – 21 – 10 – 13 – 15 – 17 – 31 – 28 – 33 – 35 – 37) e transportou 12 passageiros não-cadeirantes, iniciando a sua operação às 06h41 e retornando às 11h09. Neste veículo foi obtido uma ocupação máxima de 58,3%, ou seja, um total 7 passageiros ao visitar o instante  $i = 17$ . Por fim, o veículo 3 partiu às 06h07 da sua garagem e retornou às 11h09. Em seu trajeto, realizou 15 viagens (0 – 1 – 2 – 4 – 6 – 22 – 19 – 24 – 20 – 14 – 18 – 16 – 32 – 36 – 34 – 37) transportando um total de 8 passageiros não-cadeirantes e 6 passageiros cadeirantes.

Tabela 20 - Resultado detalhado do cenário 9

	Nó Predecessor	Nó atual (i)	Número de passageiros no veículo		$B_i$ (horário de chegada no nó i)
			Não-cadeirantes	Cadeirantes	
Veículo 1 (normal)	---	0	0	0	07h46
	0	8	1	0	07h55
	8	9	3	0	08h04
	9	27	1	0	08h17
	27	26	0	0	08h33
	26	11	1	0	09h35
	11	29	0	0	09h40



Veículo 2 (normal)	29	12	2	0	09h59
	12	30	0	0	10h11
	30	37	0	0	10h14
	---	0	0	0	06h41
	0	3	2	0	06h50
	3	5	4	0	06h55
	5	7	5	0	07h25
	7	25	4	0	07h55
	25	23	2	0	08h13
	23	21	0	0	08h15
	21	10	2	0	09h25
	10	13	4	0	09h55
	13	15	5	0	10h10
	15	17	7	0	10h25
	17	31	5	0	10h49
	31	28	3	0	10h53
	28	33	2	0	10h58
	33	35	0	0	11h07
	35	37	0	0	11h09
Veículo 3 (adaptado)	---	0	0	0	06h07
	0	1	1	1	06h10
	1	2	2	2	06h25
	2	4	3	3	06h40
	4	6	5	3	06h55
	6	22	4	2	07h25
	22	19	3	1	07h40
	19	24	1	1	07h46
	24	20	0	0	08h00
	20	14	1	1	10h10
	14	18	2	2	10h26
	18	16	3	3	10h28
	16	32	2	2	10h56
	32	36	1	1	11h02
	36	34	0	0	11h07
	34	37	0	0	11h09

Fonte: O autor (2021)

Os cenários 11 e 12, construídos para simular casos com  $n = 20$ , não apresentaram soluções eficientes para o estudo. Considerando a utilização de 2 veículos normais e 1 adaptado (cenário 11), o programa não conseguiu realizar a otimização em sua totalidade devido à falta de memória do computador, sendo interrompido automaticamente com o valor da função objetivo em 184 quilômetros

em um gap de 15,5%. Já no cenário 12, que considera a utilização de apenas um veículo de cada tipo, o resultado foi inviável de acordo com o CPLEX por não satisfazer todas as restrições do problema.

Considerando o horizonte de planejamento de 180 minutos, os cenários 13 e 14 ( $n = 10$ ) apresentam o mesmo comportamento apresentado anteriormente nos cenários 1 e 2. Em ambos os casos foi utilizado apenas 1 veículo normal e 1 veículo adaptado, com função objetivo de 109,94 quilômetros. O veículo 1 realizou 9 viagens (0 – 4 – 5 – 14 – 6 – 15 – 8 – 18 – 16 – 21) totalizando o transporte de 7 passageiros não-cadeirantes. A operação iniciou às 19h13 e finalizou às 21h29. O veículo 2, saiu da garagem às 19h02 e retornou às 22h14. Foram realizadas 13 viagens (0 – 1 – 3 – 2 – 12 – 11 – 13 – 7 – 10 – 9 – 19 – 17 – 20 – 21) transportando em toda a sua operação 8 passageiros não-cadeirantes e 2 passageiros cadeirantes. A ocupação máxima foi de 40% e 50% para os veículos 1 e 2, respectivamente. A Tabela 21 demonstra detalhadamente os valores comentados.

Tabela 21 - Resultado detalhado dos cenários 13 e 14

	Nó Predecessor	Nó atual ( $i$ )	Número de passageiros no veículo		$B_i$ (horário de chegada no nó $i$ )
			Não-cadeirantes	Cadeirantes	
Veículo 1 (normal)	---	0	0	0	19h13
	0	4	1	0	19h25
	4	5	3	0	19h35
	5	14	2	0	20h33
	14	6	4	0	20h35
	6	15	2	0	21h08
	15	8	4	0	21h10
	8	18	2	0	21h15
	18	16	0	0	21h19
	16	21	0	0	21h29
Veículo 2 (adaptado)	---	0	0	0	19h02
	0	1	1	1	19h11
	1	3	2	1	19h15
	3	2	4	1	19h20
	2	12	2	1	20h24
	12	11	1	0	20h34
	11	13	0	0	20h45
	13	7	1	1	20h55
	7	10	2	1	21h25
	10	9	4	1	21h35
	9	19	2	1	21h59

19	17	1	0	22h04
17	20	0	0	22h08
20	21	0	0	22h14

Fonte: O autor (2021)

Observando os cenários 15 e 16, para  $n = 12$ , o comportamento apresentado se assemelha ao demonstrado nos cenários 7 e 8, ou seja, com a retirada de um veículo da simulação percebeu-se um acréscimo no valor da função objetivo e no tempo de processamento. Por outro lado, é possível observar que com a retirada de um veículo a quantidade de viagens e número de passageiros tornam-se mais homogêneos e com uma maior ocupação.

Analisando o cenário 15, que possui em sua característica 2 veículos normais e 1 veículo adaptado, o software retornou a resposta ótima utilizando todos os veículos em 459,80 segundo com função objetivo de 145,56 quilômetros. Nesse cenário, o veículo 1 iniciou a operação às 19h14, realizou 9 viagens (0 – 5 – 6 – 18 – 7 – 17 – 11 – 23 – 19 – 25) e retornou ao seu ponto de partida às 22h11. Nesse percurso foi possível realizar o transporte de 6 passageiros não-cadeirantes com ocupação máxima de 33,33%. O veículo 2 realizou apenas 3 viagens (0 – 9 – 21 – 25) com apenas 2 passageiros não-cadeirantes, a menor quantidade entre todos os cenários abordados. O veículo saiu da garagem às 20h48 e retornou às 21h08. E, o veículo 3, realizou 15 viagens (0 – 1 – 2 – 3 – 4 – 13 – 14 – 16 – 8 – 15 – 10 – 12 – 22 – 20 – 24 – 25) totalizando o transporte de 9 passageiros não-cadeirantes e 4 passageiros cadeirantes. A operação foi iniciada às 19h12 e finalizada às 22h10, com os pontos inicial e final na garagem central (ver Tabela 22).

Em relação ao cenário 16 (Tabela 23), foram utilizados apenas 1 veículo normal e 1 veículo adaptado tendo como resultado otimizado a função objetivo de 161,02 quilômetros e processado em 2102,01 segundos. Ao todo foram realizadas 13 viagens (0 – 5 – 6 – 4 – 18 – 7 – 17 – 16 – 10 – 11 – 22 – 23 – 19 – 25) assistindo 9 passageiros não-cadeirantes. O veículo 2 também realizou 13 viagens durante a sua operação (0 – 1 – 2 – 3 – 13 – 14 – 8 – 15 – 9 – 12 – 20 – 21 – 24 – 25) e atendeu a um total de 8 passageiros não-cadeirantes e 4 passageiros cadeirantes. O veículo 1 deixou a garagem às 19h14 retornando às 22h19 enquanto o veículo 2 iniciou a operação às 19h12 e finalizou às 22h27.

Tabela 22 - Resultado detalhado do cenário 15

	Nó Predecessor	Nó atual (i)	Número de passageiros no veículo		B <sub>i</sub> (horário de chegada no nó i)
			Não-cadeirantes	Cadeirantes	
Veículo 1 (normal)	---	0	0	0	19h14
	0	5	1	0	19h25
	5	6	3	0	19h35
	6	18	1	0	19h41
	18	7	3	0	20h35
	7	17	2	0	20h37
	17	11	3	0	21h25
	11	23	2	0	21h55
	23	19	0	0	22h02
	19	25	0	0	22h11
Veículo 2 (normal)	---	0	0	0	20h48
	0	9	2	0	20h55
	9	21	0	0	21h00
	21	25	0	0	21h08
Veículo 3 (adaptado)	---	0	0	0	19h12
	0	1	1	1	19h15
	1	2	2	2	19h23
	2	3	4	2	19h27
	3	4	5	2	19h32
	4	13	4	1	20h00
	13	14	3	0	20h33
	14	16	2	0	20h43
	16	8	3	1	20h45
	8	15	1	1	20h55
	15	10	3	1	21h05
	10	12	4	2	21h25
	12	22	2	2	21h56
	22	20	1	1	22h00
	20	24	0	0	22h09
	24	25	0	0	22h10

Fonte: O autor (2021)

Tabela 23 - Resultado detalhado do cenário 16

	Nó Predecessor	Nó atual (i)	Número de passageiros no veículo		B <sub>i</sub> (horário de chegada no nó i)
			Não-cadeirantes	Cadeirantes	
Veículo 1 (normal)	---	0	0	0	19h14
	0	5	1	0	19h25
	5	6	3	0	19h29
	6	4	4	0	19h35
	4	18	2	0	20h09

Veículo 2 (adaptado)	18	7	4	0	20h35
	7	17	3	0	20h37
	17	16	2	0	20h53
	16	10	4	0	20h55
	10	11	5	0	21h25
	11	22	3	0	21h59
	22	23	2	0	22h03
	23	19	0	0	22h10
	19	25	0	0	22h19
	---	0	0	0	19h12
	0	1	1	1	19h15
	1	2	2	2	19h25
	2	3	4	2	19h30
	3	13	3	1	20h02
	13	14	2	0	20h23
	14	8	3	1	20h35
	8	15	1	1	20h37
	15	9	3	1	21h04
	9	12	4	2	21h33
	12	20	3	1	22h10
	20	21	1	1	22h13
	21	24	0	0	22h26
	24	25	0	0	22h27

Fonte: O autor (2021)

Os resultados para os cenários com  $n = 14$  não se mostraram eficazes nas simulações. O cenário 17 que considera 2 veículos comuns e 1 veículo adaptado apresentou grande esforço computacional e foi interrompido manualmente após 2h de processamento, apresentando 148,13 quilômetros como resultado da função objetivo com um gap de 96,4%. Já no cenário 18, o CPLEX não retornou uma solução ao problema pois não conseguiu satisfazer todas as restrições, classificando-o como inviável.

## 5.2 RESULTADOS GERAIS ALCANÇADOS

A partir dos resultados obtidos observamos que na maioria dos cenários o objetivo principal do Problema Dial-a-Ride foi alcançado. Tal objetivo consiste em construir rotas de custo mínimo atendendo todos os clientes com qualidade e conforto na prestação de serviço em um menor tempo possível.

Foi verificado com os resultados um crescimento exponencial no valor do tempo de processamento, devido ao problema pertencer a classe do NP-*hard*, na medida que é inserido uma maior quantidade de requisições no problema.

Um dos maiores obstáculos verificados na resolução do modelo pelo CPLEX e que contribuíram para um crescente no aumento do tempo de processamento e da função objetivo foi a aplicação das janelas de tempo na garagem respeitando o horizonte de planejamento. Devido a isso, os cenários apresentam uma limitação e impedem a inserção de novos clientes dentro do mesmo veículo.

Observou-se que em todos os cenários uma baixa ocupação da capacidade dos veículos normais. Os veículos, que possuem capacidade para 10 passageiros, obtiveram metade de sua ocupação. A maioria dos cenários apresentados comportariam mais clientes dentro dos veículos para aumentar a sua capacidade, desde que não infringissem as janelas de tempo existentes. Para os veículos adaptados a ocupação mostrou-se mais satisfatória com sua ocupação chegando a 83,3% e 66,6% para passageiros não-cadeirantes e cadeirantes, respectivamente.

Com os resultados apresentados foi possível observar a existência de oportunidades de melhoria na ocupação dos veículos e na distribuição dos veículos dando oportunidade de o programa ampliar o seu serviço e oferecer o transporte para mais usuários. Com isso foi observado que veículos com maiores números de assentos não gerariam ganhos maiores e significativos além de melhorar o tempo de atendimento aos passageiros. Então, veículos de menor porte se mostrariam mais adequados para os dados analisados nessa pesquisa. Cabe destacar que esses veículos maiores só seriam interessantes caso ocorresse transporte em grupos ou com janelas de tempo e tempo de permanência dentro do veículo maiores, o que poderia ocasionar um desconforto maior para os passageiros.

Uma forma de maximizar a capacidade com os veículos atuais do programa seria uma simulação da operação com as frotas e janelas de tempo observando a possibilidade do encaixe de novas solicitações e posteriormente negociar com os usuários novos horários e/ou localizações.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Entre as variações do Problema de Roteamento de Veículos Com Coletas e Entregas (PRVCCE) encontradas na literatura o Problema Dial-a-Ride (DARP) apresenta um campo fértil de estudo com diversas oportunidades de exploração. Além disso, apresenta um contexto prático bastante abordado tanto no âmbito acadêmico quanto em aplicações reais. Dentro dessas aplicações está o transporte de pessoas com deficiência ou com mobilidade reduzida, que devido ao grande problema de acessibilidade são desenvolvidos pelos gestores públicos para complementar os sistemas tradicionais e minimizar os problemas de acessibilidade.

O objetivo dessa pesquisa consistiu em utilizar um modelo matemático de Programação Linear Inteira Mista para a resolução do DARP, com os dados fornecidos pelo Programa Segue Cuidando da Prefeitura da cidade do Paulista, PE. Para alcance desse objetivo, o modelo exato utilizado nesta pesquisa, baseou-se na formulação apresentada Cordeau (2006) e posteriormente modificada e aplicada em contexto real por Rodrigues, Rosa e Resendo (2012).

Foram realizadas simulações variando entre 10 e 20 requisições para horizontes com 330 minutos e entre 10 e 14 requisições para horizontes de 180 minutos de operação. No primeiro instante, os resultados obtidos foram satisfatórios e apresentaram soluções rápidas para cenários com até 16 requisições. No segundo instante, as soluções foram eficientes e rápidas até  $n = 12$ . Para cenários com número de requisições maiores sugere-se a negociação dos horários e locais de coleta e entrega com os passageiros além de uma maior flexibilidade nas janelas de tempo.

O modelo apresentado nessa dissertação pode ser utilizado pela gestão do programa “Segue Cuidando” como ferramenta de simulação para analisar as requisições de transporte, possibilitando que o gestor planeje e organize sua operação além de, se necessário, conduzir uma negociação com os passageiros quanto aos horários e localizações visando o melhoramento da utilização da frota veicular.

Como principal dificuldade para o desenvolvimento desse trabalho destaca-se a limitação e burocratização na obtenção dos dados para simulação do modelo matemático. Por se tratar de um programa gerido por órgão público municipal, a

prefeitura liberou apenas algumas informações básicas. Outro fator contribuinte foram as movimentações e entraves políticas, eleições municipais e restrições devido ao COVID-19.

Como trabalhos futuros recomenda-se uma análise detalhada por meio da simulação de novos cenários além do desenvolvimento de estudos em termos da qualidade do serviço ofertado e da priorização do atendimento seguindo uma ordem de importância no atendimento. Sugere-se também uma pesquisa mais aprofundada abordando os vieses econômicos e financeiro com relação à frota veicular utilizada.

É possível também realizar alguns ajustes no modelo matemático para novos estudos. Em relação a função objetivo é possível alterar para uma função objetivo multicritério considerando novos objetivos como: minimização do tempo de percurso, minimização do tempo em espera dentro do veículo por um passageiro, minimização do número de veículos, maximização da ocupação dos veículos, entre outros. Também é sugerido colocar as janelas de tempo como restrições *soft* ou invés de *hard*, como está do problema desse trabalho. Dessa forma, os problemas inviáveis poderão ser viáveis a custo de penalizações da violação da janela de tempo.

Por fim, neste trabalho optou-se pela utilização da resolução por um método exato visto que, por esse meio, é possível obter a solução ótima do problema. Além disso, diversos problemas práticos envolvem instâncias pequenas e que podem ser resolvidas por *softwares* especializados, como o *CPLEX Optimization Studio*. Entretanto, tratando-se em problemas com instâncias maiores, os métodos exatos apresentam dificuldades em fornecer a solução ótima em tempo computacional hábil. Então, recomenda-se como complementação dessa pesquisa, a construção e implementação de métodos aproximados de modo a processar instâncias maiores em menor tempo computacional.



## REFERÊNCIAS

- AHUJA, R. K.; MAGNANTI, T. L.; ORLIN, J. B. **Network flows: theory, algorithms and application**. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1993.
- ARENALES, M.; ARMENTANO, V. A.; MORABITO, R.; YANASSE, H. H. **Pesquisa Operacional: para cursos de engenharia**. Rio de Janeiro: Elsevier: ABEPRO, 2011.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 14022/2009: Acessibilidade em Veículos de características urbanas para o transporte coletivo de passageiros. 2009.
- BALDACCI, R.; BARTOLINI, E.; MINGOZZI, A. An exact algorithm for the pickup and delivey problem with time windows, **Operations Research**, v. 59, p. 414-426, 2011.
- BALLOU, R. H. **Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos/Logística Empresarial**. Tradução Raul Rubenich, 5. ed., Porto Alegre: Bookman, 2006.
- BARRETO, A. G. M.; LINS, S. L. S.; LIMA, E. C. S.; LIMA, L. E. S. Aplicação do problema do caixeiro viajante com coletas e entregas simultâneas no serviço privado de transporte escolar. In: **Anais do LII Simpósio Brasileiro De Pesquisa Operacional**, 2020, João Pessoa. Disponível em: <<https://proceedings.science/sbpo-2020/papers/aplicacao-do-problema-do-caixeiro-viajante-com-coletas-e-entregas-simultaneas-no-servico-privado-de-transporte-escolar->> Acesso em: 06 jan. 2021.
- BARONI, A. C.; RESENDE, A. P. C. Construindo a mobilidade cidadã: os movimentos sociais. In: **Associação Nacional De Transportes Públicos**. Acessibilidade nos transportes. (Cadernos Técnicos). São Paulo: ANTP, 2006.
- BATISTA, G. V.; SCARPIN, C. T. Problema de roteamento em arcos capacitados e periódico aplicado a um contexto real. **Revista Produção Online**, v. 15, n. 3, p. 1080-1098, 2015.
- BAUGH, J. W.; KAKIVAYA, D. K. R.; STONE, J. R. Intractability of the dial-a-ride problem and a multiobjective solution using simulated annealing. **Engineering Optimization**, v. 30, n. 2, p. 91-123, 1998.
- BEAUDRY, A.; LAPORTE, G.; MELO, T.; NICKEL, S. Dynamic transportation of patients in hospitals. **OR Spectrum**, v. 32, n. 1, p. 77-107, 2010.
- BELFIORE, P. P. *Scatter search para problemas de roteirização de veículos com frota heterogênea, janelas de tempo e entregas fracionadas*. Tese (Doutorado). Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção. Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.
- BERGVINSDOTTIR, K. B.; LARSEN, J.; JORGENSEN, R. M. **Solving the dial-a-ride problem using genetic algorithms**. IMM - Technical report - 2004. Technical University of Denmark, 2004.

BLUM, C.; ROLI, A. Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison. **ACM Computer Surveys**, v. 35, n. 3, p. 268-308, 2003.

BOAVENTURA NETTO, P. O. **Grafos: teoria, modelos e algoritmos**. 5ª ed. São Paulo: Blucher, 2011.

BODIN, L. D.; GOLDEN, B.; ASSAD, A.; BALL, M. O. Routing and scheduling of vehicles and crews: the state of art. **Computers and Operational Research**, v. 10, n. 2, p. 63-211, 1983.

BONDY, J. A.; MURTY, U. S. R. **Graph theory with applications**. New York: Elsevier, 1976.

BONDY, J. A.; MURTY, U. S. R. **Graph theory**. New York: Springer, 2008.

BRASIL. Lei Federal nº 7.853, de 24 de outubro de 1989. Dispõe sobre o apoio às pessoas portadoras de deficiência, sua integração social, sobre a Coordenadoria Nacional para Integração da Pessoa Portadora de Deficiência - Corde, institui a tutela jurisdicional de interesses coletivos ou difusos dessas pessoas, disciplina a atuação do Ministério Público, define crimes, e dá outras providências. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 25 outubro 1989. Disponível em: <[www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/L7853.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L7853.htm)>. Acesso em: 31 dez. de 2020.

BRASIL. Lei Federal nº 10.048, de 8 de novembro de 2000. Dá prioridade de atendimento às pessoas que especifica, e dá outras providências. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 09 novembro 2000. Disponível em: <[www.planalto.gov.br/ccivil/leis/L10048.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil/leis/L10048.htm)>. Acesso em: 31 dez. de 2020.

BRASIL. Lei Federal nº 10.098, de 19 de dezembro de 2000. Estabelece normas gerais e critério básicos para a promoção da acessibilidade das pessoas portadoras de deficiência ou com mobilidade reduzida, e dá outras providências. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 20 dezembro 2000. Disponível em: <[www.planalto.gov.br/ccivil/leis/L10098.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil/leis/L10098.htm)>. Acesso em: 31 dez. de 2020

BRASIL. Decreto nº 5.296, de 2 de dezembro de 2004. Regulamenta as Leis nos 10.048, de 8 de novembro de 2000, que dá prioridade de atendimento às pessoas que especifica, e 10.098, de 19 de dezembro de 2000, que estabelece normas gerais e critérios básicos para a promoção da acessibilidade das pessoas portadoras de deficiência ou com mobilidade reduzida, e dá outras providências. *Diário Oficial da República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 03 dezembro 2004. Disponível em: <[www.planalto.gov.br/.../\\_ato2004.../2004/decreto/d5296.htm](http://www.planalto.gov.br/.../_ato2004.../2004/decreto/d5296.htm)>. Acesso em: 31 dez. de 2020

BRASIL. Ministério das Cidades. Secretaria Nacional de Transporte e da Mobilidade Urbana. Brasil Acessível 2: construindo a cidade acessível. 2006. Disponível em: <<https://www.fcee.sc.gov.br/informacoes/biblioteca-virtual/acessibilidade/474-programa-brasileiro-de-acessibilidade-urbana-brasil-acessivel-3/file>>. Acesso em: 31 dez. 2020.

BRASIL. Ministério das Cidades. Secretaria Nacional de Transporte e da Mobilidade Urbana. Brasil Acessível 3: implementação do decreto nº 5296/2204 para a construção da cidade acessível. 2006. Disponível em: <<https://www.fcee.sc.gov.br/informacoes/biblioteca-virtual/acessibilidade/472-programa-brasileiro-de-acessibilidade-urbana/file>>. Acesso em: 31 dez. 2020.

BRASIL. Ministério das Cidades. Secretaria Nacional de Transporte e da Mobilidade Urbana. Brasil Acessível 5: implantação de sistema de transportes acessíveis. 2006. Disponível em: <<https://www.fcee.sc.gov.br/informacoes/biblioteca-virtual/acessibilidade/470-caderno-de-implantacao-de-sistemas-de-transporte-acessiveis/file>>. Acesso em: 31 dez. 2020.

BRASIL. Secretaria de Direitos Humanos. *Convenção sobre o direito das pessoas com deficiência*. Brasília: Secretaria de Direitos Humanos, 2011.

CARDOSO, D. M. *Teoria dos grafos e aplicações*. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-graduação em Matemática. Universidade de Aveiro. Aveiro, 2005.

CALVO, R. W.; LUIGI, F.; HAASTRUP, P.; MANIEZZO, V. A distributed geographic information system for the daily carpooling problem. **Computers & Operations Research**, v. 31 p. 2263–2278, 2004.

CORDEAU, J.-F. A branch-and-cut algorithm for the dial-a-ride problem. **Operations Research**, v. 54, n. 3, p. 573-586, 2006.

CORDEAU, J.-F.; LAPORTE, G. A tabu search heuristic for the static multi-vehicle dial-a-ride problem. **Transportation Research B**, vol. 37, p. 579–594, 2003.

CORDEAU, J.-F.; LAPORTE, G. The dial-a-ride problem: models and algorithms. **Annals of Operations Research**, v. 153, n. 1, p. 29–46, 2007.

CULLEN, F.; JARVIS, J.; RATLIFF, D. H. Set partitioning based heuristics for interactive routing, **Networks**, v. 11, p.135–144, 1981.

CUNHA, C. B. Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais. **Transporters**, v. 8, n. 2, p. 51-74, 2000.

DANTZIG, G. B.; FULKERSON, D. R.; JOHNSON, S. Solution of a large scale traveling salesman problem. **Journal Operations Research Soc. America**. v. 2, p. 393-410, 1954.

DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. The truck dispatching problem. **Management Science**, v. 6, n. 1, p. 80-91, 1959.

DESROSIERS, J.; DUMAS, Y.; SOUMIS, F. A dynamic programming solution of the large-scale single-vehicle dial-a-ride problem with time windows. **American Journal of Mathematical and Management Sciences**, v. 6, n. 34, p. 301–325, 1986.

DESROSIERS, J.; DUMAS, Y.; SOUMIS, F.; TAILLEFER, S.; Villeneuve, D. An algorithm for mini-clustering in handicapped transport. **Les Cahiers du GERAD**, G-91-02, École des Hautes Études Commerciales, Montréal, 1991.

DUMAS, Y.; DESROSIERS, J.; SOUMIS, F. Large scale multi-vehicle dial-a-ride problems. **Les Cahiers du GERAD**, G-89-30, École des Hautes Études Commerciales, Montréal, 1989.

DUMAS, Y.; DESROSIERS, J.; SOUMIS, F. The pickup and delivery problem with time windows, **European Journal of Operational Research**, vol. 54, p. 7-22, 1991.

FARIA, A.; YAMASHITA, M.; TOZI, A. L.; SOUZA, V. J.; BRITO JUNIOR, I. Dial-a-ride Routing System: the study of mathematical approaches used in public transport of people with physical disabilities. In: **Proceedings of 12th World Conference on Transport Research Society**, 12th WCTR, Lisboa, 2010.

FRAGA NETO, A. *Programação e roteirização dinâmica de veículos aplicado ao serviço de transporte de cadeirantes*. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal do Espírito Santo. Vitória. 2015.

FURTADO, A. L. **Teoria dos grafos**: algoritmos. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1973.

GALTÉRIO, E. G.; PEREIRA, E. C. Logística da EAD: aplicação para o problema dial-a-ride. In: **XV Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha**, 2012, Rio de Janeiro. Disponível em: <  
<https://www.marinha.mil.br/spolm/sites/www.marinha.mil.br/spolm/files/101713.pdf>>. Acesso em: 26 ago. 2020.

GANGA, M. D. G. *Metodologia científica e trabalho de conclusão de curso (TCC): um guia prático de conteúdo e forma*. São Paulo: Atlas, 2011.

GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. Computers and **intractability**: a guide to the theory of NP-Completeness. New York: W. H. Freeman and Company, 1979.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 1991.

GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G. A. **Handbook of Metaheuristics**. Kluwer Academic Publishers, Boston, 2003.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. **Otimização combinatória e programação linear**: modelos e algoritmos. Rio de Janeiro: Campus, 2005.

GOLDBARG, M. C. **Otimização combinatória e programação linear**: modelos e algoritmos. 2º ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

GOLDEN, B.L., ASSAD, A., LEVY, L. e GHEYSENS, F. The fleet size and mix vehicle routing problem. **Computers & Operations Research**, v. 11, n. 1, p. 49-65, 1984.

GOOGLE MAPS. Disponível em: <<https://www.google.com/maps>>. Acesso em: 10 fev. 2020.

HANNE, T.; MELO, T.; NICKEL, S. Bringing robustness to patient flow management through optimized patient transports in hospitals. **Interfaces**, v. 39, n. 3, p. 241-255, 2009.

HÄME, L. An adaptive insertion algorithm for the single-vehicle dial-a-ride problem with narrow time Windows. **European Journal of Operational Research**, v. 209, p. 11–22, 2011.

HAWEROTH, Flávia. *Aplicação de roteirização e programação de veículos no transporte público de pessoas com deficiência no município de Joinville – SC*. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia de Transporte e Logística). Universidade Federal de Santa Catarina. Joinville, 2017.

HO, S. C.; SZETO, W. Y.; KUO, Y.-H.; LEUNG, J. M. Y.; PETERING, M.; TOU, T. W. H. A survey of dial-a-ride problems: literature review and recent developments. **Transportations Research B**, v. 111, p. 395-421, 2018.

IBM. ILOG CPLEX Optimization Studio – Visão geral. 2020. Disponível em: <<https://www.ibm.com/br-pt/products/ilog-cplex-optimization-studio>>. Acesso em: 25 set. 2020.

IOACHIM, I.; DESROSIERS J.; DUMAS, Y.; SOLOMON, M. M. A request clustering algorithm for door-to-door handicapped transportation. **Transportation Science**, v. 29, p. 63–78, 1995.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA – IBGE. Estatística de Gênero, 2010. Disponível em: <<https://www.ibge.gov.br/apps/snig/v1/?loc=0&cat=-1,-2,-3,128&ind=4643>>. Acesso em: 31 dez. 2020.

JAW, J. J.; ODONI, A. R.; PSARAFTIS, H. N.; WILSON, N. H. M. A heuristic algorithm for the multi-vehicle advance request dial-a-ride problem with time windows. **Transportation Research B**, v. 20, n. 3, p. 243-257, 1986.

JIH, W. R.; KAO, C. Y.; HSU, F. Y. J. Using family competition genetic algorithm in pickup and delivery problem with time window constraints. **IEEE International Symposium on Intelligent Control**, Vancouver. Proceedings... Vancouver: IEEE. p. 496-501, 2002.

JORGENSEN, R. M.; LARSEN, J.; BERGVINSDOTTIR, K. Solving the dial-a-ride problem using genetic algorithms. **Journal of the Operational Research Society**, v. 58, n. 10, p. 1321–1331, 2007.

- KAISER, M. S. *Aplicação da Metaheurística Híbrida na Resolução do Problema Dial-a-Ride*. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2009.
- KARABUK, S. A nested decomposition approach for solving the paratransit vehicle scheduling problem. **Transportation Research B**, v. 43, p. 448–465, 2009.
- KIM, B. I.; KIM, S.; PARK, J. A school bus scheduling problem. **European Journal of the Operational Research**, v. 218, p. 577–585, 2012.
- LAPORTE, G. The vehicle routing problem: an overview of exact and approximate algorithms. **European Journal of Operational Research**, vol. 59, p. 345-358, 1992.
- LARSON, R.C.; ODoni, A. R. Urban operations research. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1981. Disponível em: <[https://web.mit.edu/urban\\_or\\_book/www/book/](https://web.mit.edu/urban_or_book/www/book/)>. Acesso em: 13 abr. 2020.
- LAU, H. C.; LIANG, Z. Pickup and Entrega with time windows: Algorithms and test case generation. **International Journal on Artificial Intelligence Tools**, vol. 11, p. 455-472, 2002.
- LOGIT. Visão geral do produto TransCAD. TransCAD Transportation Workstation Software. Logit Logística, Informática e Transportes Ltda. 2001. Disponível em: <[www.logitsis.com.br/](http://www.logitsis.com.br/)>. Acesso em: 29 dez. 2020.
- MADSEN, O. B. G.; RAVN, H. F.; RYGAARD J. M. A heuristic algorithm for a dial-a-ride problem with time windows, multiple capacities, and multiple objectives. **Operational Research**, vol. 60, p. 193–208, 1995.
- MALHEIROS, I.; RAMALHO, R.; PASSETI, B.; BULHÕES JÚNIOR, T. L. Um algoritmo híbrido para o heterogeneous dial-a-ride problem. In: **LII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**, 2020, João Pessoa. Disponível em: <<https://proceedings.science/sbpo-2020/papers/um-algoritmo-hibrido-para-o-heterogeneous-dial-a-ride-problem>> Acesso em: 15 dez. 2020.
- MARTINS, R. A.; MELLO, C. H. P.; TURRIONI, J. B.; **Guia para elaboração de monografia e TCC em engenharia de produção**. São Paulo: Atlas, 2014.
- MAURI, G. R.; LORENA, L. A. N. Uma nova abordagem para o problema dial-a-ride. **Produção**, v. 19, n. 1, p. 41-54, 2009.
- MILLER, C. E.; TUCKER, A. W.; ZEMLIN, R. A. Interger programming formulation of traveling salesman problems. **Journal of the ACM**, v. 7, n. 4, p. 326-329, 1960.
- NOVAES, A. G. **Sistemas Logísticos**: transporte, armazenagem e distribuição física de produtos. São Paulo: Blucher, 1989.

ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS (ONU). *Convenção sobre os direitos das pessoas com deficiência*. Assembleia Geral das Nações Unidas, 6 de dezembro de 2016.

ORGANIZAÇÃO MUNDIAL DA SAÚDE. *Relatório mundial sobre a deficiência*. Tradução: SÃO PAULO (Estado). Secretaria dos Direitos das Pessoas com Deficiência. São Paulo: SEDPcD, 2012.

OSMAN, I. H.; LAPORTE, G. Metaheuristics: A bibliography. **Annals of Operations Research**, The Netherlands, v. 63, p. 513–623, 1996.

PARRAGH, S. N.; DOERNER, K. F.; HARTL, R. F. A survey on pickup and delivery problems Part I: Transportation between customers and depot. **Journal für Betriebswirtschaft**, v. 58, n. 2, p. 21-51, 2008.

PARRAGH, S. N.; DOERNER, K. F.; HARTL, R. F. A survey on pickup and delivery problems Part II: Transportation between pickup and delivery locations. **Journal für Betriebswirtschaft**, v. 58, p. 81-117, 2008.

PAULISTA. Lei Municipal nº 4452 de 2014. Cria o programa segue cuidando, e dá outras providências. *Leis Municipais*, Paulista, PE, 2014. Disponível em: <[http://www.seguecuidando.com.br/Site/App\\_Themes/SegueTheme/files/Lei%20Ordin%C3%A1ria%204452%202014%20do%20Segue%20Cuidando.pdf](http://www.seguecuidando.com.br/Site/App_Themes/SegueTheme/files/Lei%20Ordin%C3%A1ria%204452%202014%20do%20Segue%20Cuidando.pdf)>. Acesso em: 02 jan. 2021.

PORTADOR. Portador de deficiência: inclusão e cidadania. Série Educação e Trabalho -2. Rio de Janeiro: Sistema FIRJAN – SENAI-RJ, p. 20, 2005. Disponível em: <[www.firjan.org.br/lumis/portal/file/fileDownload.jsp?fileId](http://www.firjan.org.br/lumis/portal/file/fileDownload.jsp?fileId)>. Acesso em: 30 abr. 2020.

PSARAFTIS, H. N. A dynamic programming approach to the single-vehicle, many-to-many immediate request dial-a-ride problem. **Transportation Science**, v. 14, p. 130–154, 1980.

PSARAFTIS, H. N. An exact algorithm for the single-vehicle many-to-many dial-a-ride problem with time windows. **Transportation Science**, v. 17, p. 351–357, 1983.

REGULAMENTO do programa segue cuidando. Programa segue cuidando, 2014. Disponível em: <[http://www.seguecuidando.com.br/Site/App\\_Themes/SegueTheme/files/Regulamento%20Segue%20Cuidando.pdf](http://www.seguecuidando.com.br/Site/App_Themes/SegueTheme/files/Regulamento%20Segue%20Cuidando.pdf)>. Acesso em; 23 set. 2020.

REINHARDT, L. B.; CLAUSEN, T.; PISINGER, D. Synchronized dial-a-ride transportation of disable passengers at airports. **European Journal of Operational Research**, vol. 225, n. 1, p. 106-117, 2013.

RODRIGUES, P.P; ROSA, R. A.; RESENDO, L. C. Proposta de um modelo matemático para o Problema Dial-a-Ride aplicado ao transporte de cadeirantes. **Transportes**, v. 20, n. 2, 2012.

ROPKE, S.; CORDEAU, J.; LAPORTE, G. Models and Branch-and-Cut Algorithms for Pickup and Delivery Problems with Time Windows. **Networks**, vol. 49, n.4, p. 258-272, 2007.

ROPKE, S.; PISINGER, D. An Adaptive Large Neighborhood Search Heuristic for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows. **Transportation Science**, v. 40, n. 4, p. 455–472, 2006.

SANTOS, A. O. *Modelo de roteamento ecoeficiente envolvendo manutenção de frota*. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2017.

SAVELSBERGH, M.; SOL, M. The General Pickup and Delivery Problem. **Transportation Science**, v. 29, n. 1, p. 17-29, 1995.

SEXTON, T.; BODIN, L. D. Optimizing single vehicle many-to-many operations with desired delivery times: I. Scheduling. **Transportation Science**, v. 19, p. 378–410, 1985.

SILVA, A. A. S.; LINS, S. L. S.; XAVIER, A. S. Problema do carteiro chinês direcionado na coleta de lixo urbano. In: **Anais do LI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**, 2019, Limeira. Disponível em: <<https://proceedings.science/sbpo-2019/papers/problema-do-carteiro-chines-direcionado-na-coleta-de-lixo-urbano?lang=pt-br>>. Acesso em: 08 abr. 2020.

SILVA, D. B. L. *Estudo do problema do conjunto fechado de peso máximo: aspectos matemáticos, algoritmos e aplicações*. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

SILVA, E. L.; MENEZES, E. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. 4ª edição. Florianópolis: UFSC, 2005

SILVEIRA, C. S. *Acessibilidade espacial no transporte público urbano: estudo de caso em Joinville – Santa Catarina*. Dissertação (Mestrado em Arquitetura e Urbanismo). Centro Tecnológico. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 2012.

STEIN, D. M. Scheduling dial-a-ride transportation systems. **Transportation Science**, v. 12, n. 3, p. 232–249, 1978.

STEINER, M. T. A.; ZAMBONI, L. V. S.; COSTA, D. M. B.; CARNIERI, C.; DA SILVA, A. L. O problema de roteamento no transporte escolar. **Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional**, v. 20, n.1, p. 83-99, 2000.

TOTH, P.; VIGO, D. Heuristic Algorithms for the Handicapped Persons Transportation Problem. **Transportation Science**, v. 31, p. 60–71, 1977.



TOTH, P.; VIGO, D. **The Vehicle routing problem**: problems, methods and applications. Second Edition. Philadelphia: SIAM, 2014.

URJA SOCIAL. Programa segue cuidando, 2014. Página inicial. Disponível em: <<http://www.seguelcuidando.com.br/Site>>. Acesso em: 23 set. 2020.

WRIGHT, C. L. **Facilitando o transporte para todos**. IDB, 2001.

YAN, S.; CHEN, C. Y. An optimization model and a solution algorithm for the many-to-many car pooling problem. **Annals of Operations Research**, v. 191, p 37–71, 2011.

YIN, R. K. Estudo de Caso: **Planejamento e Métodos**. 5ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2015.

ZNAMENSKY, A.; CUNHA, C. B. Um modelo para o problema de roteirização e programação do transporte de deficientes, In: **Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes**, 1999. São Paulo. Anais. São Carlos: ANPET, p. 59-62, 1999.