



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

JAMYLE PALOMA DE OLIVEIRA PEREIRA

**DIVISÃO: UMA ANÁLISE DOS ERROS E DAS ESTRATÉGIAS DE
RESOLUÇÃO DOS ALUNOS DO 6º E 8º ANO**

CARUARU

2019

JAMYLE PALOMA DE OLIVEIRA PEREIRA

**DIVISÃO: UMA ANÁLISE DOS ERROS E DAS ESTRATÉGIAS DE
RESOLUÇÃO DOS ALUNOS DO 6º E 8º ANO**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido
à Universidade Federal de Pernambuco
como parte dos requisitos necessários para a
obtenção do Grau de Licenciado em
Matemática

Área de Concentração: Ensino
(Matemática)

Orientadora: Profª Dra. Cristiane de Arimatéa Rocha.

CARUARU

2019

P436d	Pereira, Jamyle Paloma de Oliveira. Divisão: uma análise dos erros e das estratégias de resolução dos alunos do 6º E 8º ano. / Jamyle Paloma de Oliveira Pereira. – 2019. 49 f. il. : 30 cm. Orientadora: Cristiane de Arimatéa Rocha. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2019. Inclui Referências. 1. Divisão. 2. Resolução de problemas. 3. Erros. I. Rocha, Cristiane de Arimatéa. (Orientadora). II. Título. CDD 371.12 (23. ed.)	UFPE (CAA 2019-163)
-------	---	---------------------

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA



**DIVISÃO: UMA ANÁLISE DOS ERROS E DAS ESTRATÉGIAS DE
RESOLUÇÃO DOS ALUNOS DO 6º E 8º ANO**

JAMYLE PALOMA DE OLIVEIRA PEREIRA

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA – Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e aprovada em 02 de Julho de 2019.

Banca Examinadora:

Prof^a. Cristiane de Arimatéia Rocha
(Orientadora)

Prof^a Ana Paula Barbosa de Lima
(Examinadora)

Prof^a Lidiane Pereira de Carvalho
(Examinadora)

AGRADECIMENTOS

Muitas foram às pessoas que contribuíram para que eu chegasse até aqui. Meus sinceros agradecimentos a todas elas, em especial;

A Deus, pela sua graça e misericórdia derramadas diariamente sobre a minha vida, pelo seu amor incondicional demonstrado através do seu filho Jesus na cruz do calvário.

Aos meus pais, Crélío e Madalena, obrigada por todo amor, carinho e cuidado, pelo apoio demonstrado em toda a minha caminhada acadêmica me incentivando a nunca desistir, amo vocês, agradeço a Deus por tê-los como pais.

Aos meus irmãos Jefferson, Jéssika e Jonas, que amo muito. Obrigada por tudo. Vocês fazem os meus dias mais felizes, sem vocês não teria chegado até aqui.

As minhas amigas, Janaína, Josivânia e minha querida irmã Jéssika, obrigada por todo companheirismo demonstrados durante esses anos de graduação, agradeço a Deus pela vida de vocês, Deus as abençoe.

A minha orientadora, Cristiane Rocha, obrigada pela imensa contribuição e ajuda, suas orientações foram de suma importância para a realização desse trabalho, Deus te abençoe.

Por fim, agradeço a todos os professores que tive na UFPE, obrigada pela contribuição na minha formação.

RESUMO

Esse estudo propôs analisar o conhecimento de alunos do 6º e 8º ano do Ensino Fundamental sobre a operação aritmética da divisão, especificamente na resolução de problemas de quociente e partição. Para que o objetivo fosse alcançado foi realizado um levantamento das estratégias de resolução mais utilizadas pelos alunos, bem como análise dos erros frequentemente cometidos pelos alunos. Participaram da pesquisa 29 alunos do 6º Ano e 26 alunos do 8º Ano de uma escola integral dos anos finais do Ensino Fundamental. O instrumento de coleta de dados consistiu em uma folha com 6 problemas, sendo dois problemas de partição, dois de quociente, uma questão da relação fundamental da divisão (divisor, dividendo, quociente e resto) e uma questão de resolução do algoritmo da divisão com variação da ordem de grandeza. Em relação aos resultados da pesquisa constatou-se que os alunos resolveram os problemas utilizando várias estratégias de resolução, mas a predominante entre eles foi o algoritmo da divisão, em relação aos erros, os mais frequentes foram os erros nas operações aritméticas. Outra dificuldade observada é em relação à execução dos procedimentos do algoritmo, que nos aponta que os alunos não compreendem as ações necessárias para a resolução das questões.

Palavras-chave: Divisão. Estratégias de Resolução. Erros.

ABSTRACT

This study is prepositive for the use of students of the 6th and 8th year of elementary school on an arithmetic operation of the discipline, it is a problem solving of the students as an error as well as an error as comical students, with an error as comical students, and the commissions of students in the school of fundamental students. The data sampling instrument consisted of a sheet with 6 problems, 2 partition problems, 2 discharge, 1 fundamental division relation question (divisor, dividend, quotient and rest) and 1 resolution question of division algorithm with variation of the order of magnitude. In relation to the results of the obtained research, which are conflict resolution, but there is a predominance between the algorithms of division, in relation to the errors, In relation to the execution of the procedures of the algorithm, these indicate that the students are not understood as necessary actions to resolve the issues.

Keywords: Division. Resolution Strategies. Errors.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Método Longo da Divisão.....	22
Figura 2: Método Curto da Divisão.....	22
Figura 3: Método de Subtrações Sucessivas da Divisão.	23
Figura 4: Resolução A11	34
Figura 5: Resolução A10	34
Figura 6: Resolução A11	35
Figura 7: Resolução A12.	35
Figura 8: Resolução B5	36
Figura 9: Resolução B26	36
Figura 10: Resolução A4	37
Figura 11: Resolução A15	37
Figura 12: Resolução B9	38
Figura 13: Resolução B14	38
Figura 14: Resolução A9	39
Figura 15: Resolução A21	39
Figura 16: Resolução B1	40
Figura 17: Resolução B9	40
Figura 18: Resolução A8	41
Figura 19: Resolução A25	41
Figura 20: Resolução B2	42
Figura 21: Resolução B4	42
Figura 22: Resolução A27	43

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
1.1	Objetivo Geral	11
1.2	Objetivos específicos	11
2	O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA DIVISÃO.....	13
2.1	A dificuldade na aprendizagem da divisão	13
2.2	As ideias da divisão	15
2.3	Parâmetros Curriculares Nacionais e o Ensino da divisão	17
3	ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DA DIVISÃO	22
3.1	Algoritmo da divisão	22
3.2	O Cálculo Mental.....	24
3.3	Estratégias de Resolução não convencionais.....	25
4	PERCURSO METODOLÓGICO	26
5	ANÁLISE E DISCUSSÃO DE DADOS	30
5.1	Levantamento das estratégias utilizadas	30
5.2	Análise dos erros por questão proposta	34
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	45
	REFERÊNCIAS	47
	APÊNDICE A- TABELA DE ESTRATÉGIAS	49

1 INTRODUÇÃO

A Matemática é uma das disciplinas que contém uma das maiores cargas horárias do dia a dia da escola. Seu surgimento teve como uma das justificativas a necessidade da humanidade de ajudar nas atividades diárias, e ainda hoje continua a auxiliar nas atividades mais simples. Todas as pessoas a utilizam como instrumento facilitador no cotidiano, além de ser uma ferramenta indispensável para o crescimento de outras ciências.

Dentre todas as áreas da Matemática, a aritmética é a parte que lida com números e suas operações, ou seja, a soma, subtração, multiplicação e divisão. É considerada a área mais antiga e rudimentar da Matemática. Em seus conteúdos mais trabalhados na escola, as quatro operações básicas ganham destaque nos anos iniciais. São mais usados em situações regulares, seja em situações de compra e venda ou em situações de repartição.

As operações da aritmética começam a serem trabalhadas em sala de aula a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental, justamente por ser um dos conteúdos mais utilizados da matemática, e por fundamentar vários outros assuntos matemáticos, como a geometria e a álgebra. Dessa forma, se faz necessário que o aluno compreenda bem as quatro operações fundamentais, pois elas estão presentes dentro e fora da sala de aula em situações corriqueiras, como em situações de compra e venda.

As crianças e adolescentes resolvem inúmeros problemas de matemática, via de regra sem utilizar papel e lápis. Os problemas envolvem multiplicação (1 coco custa x ; 4 cocos custam $4x$). Soma (o preço de 4 cocos mais o preço de 12 limões) e subtração (Cr\$ 500,00 menos y , para encontrar o troco). A divisão parece ocorrer menos frequentemente, mas aparece em alguns contextos como o quilo de feijão verde custa x , meio quilo custa $x/2$ ou o quilo de cebola custa x , 200 grs. custam $x/5$. (CARRAHER; SCHLIEMANN, 1982, p.81).

Dominar bem as quatro operações da aritmética é importante tanto para o auxílio das atividades diárias, como também para o desenvolvimento da aprendizagem da Matemática. Na vida escolar, os conteúdos trabalhados são progressivamente aprofundados. Dessa forma, para ter uma aprendizagem sólida e legítima se faz necessário compreender e dominar bem o que baseia a aprendizagem da Matemática. Atualmente o ensino da aritmética tem sido fundamentado no “decorar”, ou seja, o aluno realiza vários cálculos repetitivos com o objetivo de memorizar o passo a passo a ser tomado para a resolução do algoritmo e, assim, o processo de ensino não conduz o aluno ao pensamento lógico matemático. Na prática profissional

percebemos que os problemas da divisão são resolvidos mecanicamente por meios de fórmulas e regras operatórias, não havendo uma reflexão, por parte dos alunos, sobre qual conceito (partição ou quotição) está envolvido. (BENVENUTTI, 2008, p. 7).

Dentre as quatro operações, a divisão é a operação aritmética que apresenta maiores dificuldades de execução. Muitos alunos apresentam grande dificuldade na aprendizagem e muitos professores possuem obstáculos quando tenta ensiná-la, pois comumente o aluno já tem em mente que a ideia da divisão está restrita na concepção de repartir.

Fischbein, Deri, Nello e Marino (1985) sugerem que cada uma das quatro operações aritméticas fundamentais estaria associada a determinados modelos intuitivos. Tais modelos influenciariam o desempenho dos indivíduos ao solucionar um problema, mediando, entre outros aspectos, o processo de identificação da operação necessária à resolução da tarefa. Em função das evidências empíricas em favor da maior facilidade com que os problemas de divisão partitiva são resolvidos pelos sujeitos quando comparados a outros tipos de problemas de divisão, os autores consideram o aspecto partitivo da divisão como sendo o modelo intuitivo da operação aritmética de divisão. (FISCHBEIN, DERI, NELLO; MARINO, 1985 apud CORREA 2002, p. 12,13).

Na escola, quando se estuda a divisão, é enfatizada a memorização do passo a passo tomado para resolver o algoritmo, enfatizando o objetivo de obter uma determinada quantidade de um número de quotas. Segundo Benvenutti (2008), é observado que o algoritmo é utilizado de forma isolada, dificultando, assim, a aprendizagem dos alunos acerca do conceito da divisão. Geralmente eles resolvem problemas retirando os dados numéricos do enunciado, sem entender como chegaram ao resultado, pois não sabem o que os números representam.

Ao atuar como professora de reforço em uma escola municipal da cidade de Bonito-Pernambuco, um dos primeiros pedidos dos professores da referida escola foi que fosse reforçado as quatro operações básicas, principalmente a operação da divisão. Ao iniciar as aulas de reforço, com ênfase na divisão, foi fácil perceber que boa parte dos alunos que participaram do reforço possuíam grandes dificuldades ao operar a divisão. Muitos alunos, por exemplo, não conseguiam resolver nenhuma operação, e os que tentavam resolver, era perceptível que não compreendiam o passo a passo da resolução, ou seja, tentavam responder de forma mecânica, sem entender o que estavam fazendo. Todos os alunos que participavam do reforço (que já eram alunos que apresentavam em sala de aula dificuldade na aprendizagem da matemática) possuíam a mesma dificuldade em relação a resolução do

algoritmo da divisão como também com problemas que envolviam a divisão, sendo eles alunos do 6º ao 9º ano.

Com base na minha pouca experiência em sala de aula, pude observar que a ideia do decorar o passo a passo para resolver qualquer tipo de operação aritmética está muito enraizada no sistema escolar. Ao tentar resolver alguns problemas matemáticos sobre divisão, os alunos perguntavam “que conta devo usar?” e ao iniciar a resolução perguntavam “o que tenho que fazer agora?”

Dessa forma, considerando as dificuldades na aprendizagem dos conceitos matemáticos por parte dos alunos, bem como na resolução de problemas de divisão, procuramos propor a alunos do 6º e 8º ano uma pequena lista de exercício, com enfoque na resolução de problemas de quotição e partição, procurando, assim, observar quais as estratégias mais utilizadas pelos alunos na resolução de problemas de divisão, bem como verificar quais os erros mais cometidos pelos mesmos ao resolver problemas de partição e quotição e na resolução de algoritmos da divisão. Vale ressaltar que o 6º ano foi escolhido por ser a primeira turma dos anos finais do ensino fundamental, e o 8º ano por ser a última turma dos anos finais de uma escola municipal integral da cidade de Bonito, a escola escolhida só terá o 9º ano integral em 2020.

1.1 Objetivo Geral

O objetivo da pesquisa é analisar conhecimentos de alunos do 6º e 8º ano do Ensino Fundamental sobre a operação aritmética da divisão, especificamente na resolução de problemas de quotição e partição.

1.2 Objetivos específicos

- Verificar quais as principais estratégias utilizadas na resolução de problemas de divisão;
- Analisar quais os erros são, frequentemente, cometidos pelos alunos na resolução de problemas de divisão por quotição e partição;

O trabalho está organizado em cinco capítulos, o referencial teórico possui dois capítulos, o primeiro capítulo do referencial apresenta o ensino e a aprendizagem da divisão

ênfatizando a dificuldade na aprendizagem da divisão, as ideias da divisão e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e o ensino da divisão. O segundo capítulo apresenta as estratégias de resolução com ênfase no algoritmo da divisão, cálculo mental e estratégias não-convencionais.

No capítulo 3 são descritos os encaminhamentos metodológicos e no capítulo 4 a análise de dados tendo em vista os objetivos específicos da pesquisa. Por fim, no capítulo 5 são apresentadas as conclusões e as considerações finais a cerca do estudo realizado.

2 O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA DIVISÃO

2.1 A dificuldade na aprendizagem da divisão

A divisão está bem presente na vida de todo ser humano, e desde a infância a ideia da divisão está presente nas relações humanas, pois quando se é criança as mesmas dividem brinquedos, doces, lanches e entre outras coisas, com o objetivo de manter a proporção entre as partes envolvidas. Para Nunes e Bryant (1997 apud SANTOS, 2010, p.17) quando se é criança a ideia da divisão baseia-se no compartilhamento, com objetivo de manter uma igualdade entre as partes. Dessa forma, a divisão para as crianças é algo simples, básico e natural, realizada no dia a dia, e se baseia na questão da distribuição. “Quando as crianças estão preocupadas com distribuir, elas se concentram sobre dar quantidades iguais a cada receptor. A invariável na distribuição é a correspondência termo-a-termo entre os conjuntos distribuídos” (NUNES; BRYANT, 1997, p.195)

A partir do momento que essas mesmas crianças adentram na escola e começam a estudar a divisão, tudo se torna mais complicado, dado que a divisão está além da ideia de distribuição que está acostumada a realizar em seu dia a dia.

Na divisão, as invariáveis são mais complexas: elas se referem às relações entre o dividendo (o número que está sendo dividido), o divisor (o número no qual o dividendo está dividido) e o quociente (o resultado da divisão). 4a divisão $72 \div 8 = 9,72$ é o dividendo, 8 é o divisor e 9 o quociente.) (NUNES; BRYANT, 1997, p.195).

Na escola muitos professores relatam as dificuldades por parte dos alunos na aprendizagem da divisão e conseqüentemente em cada etapa realizada para operá-la. Segundo Nunes e Bryant (1997), quando se trabalha problemas de distribuição na divisão, é importante focalizar na relação que existe entre, por exemplo, na quantidade de doces a ser distribuído, a quantidade de crianças que irá receber e o quanto cada criança receberá, e para testar se as crianças entendem essa relação, é necessário saber se elas compreendem que existe uma relação inversa entre o número de receptores e o tamanho da quota.

Quando falamos sobre divisão, intuitivamente, para as crianças a divisão está ligada a partição, apesar de demonstrarem dificuldades em também operar questões de distribuição, as crianças possuem mais dificuldades com questões que envolvem quotas. Nunes e Bryant (1997) ao relatar o trabalho de Correa (1995), mostram a dificuldade que as crianças apresentam ao resolver questões de divisão por quotas. Segundo Nunes e Bryant (1997), Correa (1995) fez um experimento concreto com crianças entre 5 e 6 anos, na cidade de

Oxford, o experimento envolvia coelhos e doces, quando se tratava de partição, a questão era quantos doces cada coelho receberia, enquanto que a questão de medidas por quotas era quantos coelhos seriam convidados para uma certa festa, as crianças teriam que entender que para cada quota estabelecida, um coelho seria convidado, os resultados demonstraram que as crianças de 5 anos tinham dificuldades de resolver problemas de medida por quotas, já as crianças de 6 anos, conseguiram resolver algumas questões de quotas, mas ainda assim existia uma grande diferença na quantidade de acertos entre problemas partitivos e de medida por quotas.

Outra grande dificuldade enfrentada é que os alunos estão altamente acostumados a realizarem as operações de forma mecânica, pois, por muitos anos o que importava era acertar as contas e não entendê-las, e dessa forma a aprendizagem foi tida enquanto sinônimo de memorização. Segundo Pires (2012),

Nas décadas de 1950 e 1960, o ensino da multiplicação e da divisão centrava-se no “decorar” resultados. As tabuadas de multiplicação e de divisão eram muito importantes e os professores passavam grande tempo fazendo com que os alunos decorassem esses resultados, sem a necessária compreensão (PIRES, 2012, p.130).

Nos dias atuais, em muitas escolas, o ensino ainda é fundamentado na memorização e isso é uma herança deixada pela pedagogia tradicional, que chegou ao Brasil no início do século XX, porém as suas raízes ainda perduram na educação brasileira, não só nas escolas de ensino fundamental, como também nas universidades atingindo até a formação de professores.

Esse ensino tradicional que ainda predomina hoje nas escolas se constitui após a revolução industrial e se implantou nos chamados sistemas nacionais de ensino, configurando amplas redes oficiais, criadas a partir de meados do século passado, no momento em que, consolidado o poder burguês, aciona-se a escola redentora da humanidade, universal, gratuita e obrigatória como um instrumento de consolidação da ordem democrática. (SAVIANI, 1988, p.47)

Apenas nos anos de 1980 e 1990, é que a aprendizagem da divisão começou a ser focada nos seus significados, que é a ideia de medir e repartir (PIRES, 2012). Apesar da mudança do foco na aprendizagem da divisão, atualmente, em muitos casos o ensino da matemática ainda se baseia na memorização dos passos a serem tomados para a resolução de problemas, e não na importância dos diferentes significados das operações.

A divisão geralmente é a última operação a ser ensinada na escola, pelo fato de que para a resolução do algoritmo da divisão é necessário conhecer e dominar as outras três operações aritméticas (soma, subtração e multiplicação) e em muitos casos os alunos que já trabalham a divisão ainda não compreenderam o significado e a resolução de problemas que envolvem as operações que serão necessárias para aprendizagem da divisão. Sendo assim, a dificuldade na aprendizagem da divisão, de acordo com Brito e Correa (2004 apud Santos, 2010, p. 19), ocorre por a divisão não envolver apenas seus conceitos básicos, mas por envolver também as operações de multiplicação e subtração e por se tratar de um cálculo em que é realizado na direção contrária das outras três operações aritméticas, por envolver o uso de estimativas e por existir uma interação entre os algoritmos.

Quando se é criança as divisões são feitas repartindo os objetos um a um até não se ter mais o que repartir. Porém, as divisões nem sempre são exatas e nem sempre o que resta pode ser dividido, “Se tivermos, por exemplo, cinco bonecas para dividir entre duas meninas, serão dadas duas bonecas a cada uma delas e sobrá uma boneca que não pode se “cortar pela metade”. Essa situação trabalha a ideia de divisão não exata introduzindo o conceito de resto da divisão” (BITTAR; FREITAS, 2005, p.75). Dessa forma, Segundo Vergnaud (1991 apud NICOLodi, 2009, p. 31) “a divisão é uma das operações mais complexas, por nem sempre ser exata, por haver restos diferentes de zero, por nem sempre como regra operatória ser o inverso da multiplicação e por ter duas ideias diferentes a de repartir e a de medir”. De acordo com Brito e Correa (2004, apud SANTOS, 2010, p. 19) “a dificuldade apresentada na divisão se explica porque muitas vezes a competência de operar o algoritmo da divisão se confunde com o entendimento do conceito da divisão.”

2.2 As ideias da divisão

A Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud, psicólogo e matemático francês, segundo Benvenutti (2008, p. 10) “visa oferecer aos professores um quadro teórico que lhes permita compreender o processo psicológico de construção do conhecimento, como seus alunos aprendem conceitos matemáticos considerados importantes para a aprendizagem na escola”. Tal teoria possui dois enfoques principais, os campos conceituais aditivos, que engloba o estudo das operações de soma e subtração e os campos conceituais multiplicativos, que envolvem o estudo das operações de multiplicação e divisão. Observando mais detalhadamente as estruturas multiplicativas.

O campo das estruturas multiplicativas é o conjunto de situações que exigem uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação dessas duas operações. Também fazem parte desse campo conceitual outros conceitos, como fração, proporção, porcentagem, número racional, análise de dimensão, espaços vetoriais, razão, funções lineares e não lineares, e a presença de números inteiros ou decimais, de grandezas discretas ou contínuas. (BENVENUTTI, 2008, p.18)

Vergnaud (1991, apud Benvenutti, 2008, p.18) destaca três categorias de problemas próprios das estruturas multiplicativas: produto de medidas, proporção múltipla e isomorfismo de medidas. Que devem ser trabalhadas cuidadosamente para auxiliar as crianças a conhecerem as estruturas dos problemas. Falando sobre a divisão, de acordo com Vergnaud (1985)

A divisão está relacionada a duas ideias: partição (repartir) que as crianças apresentam um raciocínio natural e de quotas (medir) que se trata de uma proporcionalidade inversa, em que não se divide o total por um escalar. Posso afirmar, mediante experiências com o ensino desse conceito, que o motivo das dificuldades apresentadas pelas crianças é o uso do seu algoritmo somado à falta de contextualização de situações de divisão, às situações problemas (VERGNAUD, 1985, apud NICOLODI, 2009 p.31)

De acordo com Vergnaud (1985, apud NICOLODI, 2009, p.33) os problemas de partição, são aqueles “em que temos a quantidade inicial (totalidade), o número de parte que a quantidade deve ser distribuída (o escalar), para encontrar a quantidade de cada parte (extensão parte). Enquanto que os problemas de quotas já possuem um valor inicial, que deve ser dividido por quotas pré-determinadas”. Apesar de serem bastante parecidos os problemas de quotas e partição não são iguais, dessa forma se faz necessário que o estudo da divisão esteja relacionado com o entendimento do conceito da divisão, com as suas múltiplas ideias, visando a aprendizagem significativa do aluno. Por um bom tempo a ideia de divisão se baseou apenas na divisão por repartição, na qual o objetivo seria o compartilhamento de forma igualitária a todos os envolvidos (divisor) de um dado valor inicial (dividendo), fazendo assim com que o cálculo da divisão se tornasse algo mecânico, onde o único propósito era encontrar a quantidade em que cada envolvido iria obter (quociente). Porém a divisão não se restringe unicamente a ideia de repartição, a divisão engloba também o conceito de medição, em que o objetivo é obter a quantidade de subgrupos que podem ser formados a partir de um valor inicial. Centurión (2002) apresenta muito bem as ideias da divisão.

Repartir igualmente determinada quantidade por um determinado número. Por exemplo: quero repartir 50 cadernos entre 5 alunos. Verificar quantos grupos se consegue formar com determinada quantidade. Por exemplo: com 200 ovos, quantas caixas de uma dúzia poderei formar? (CENTURIÓN, 2002, p .94)

Outros exemplos de questões que envolvem a ideia de medida e repartição respectivamente são:

1.1 O caixa do banco deverá organizar os recebimentos no final do dia em grupos de 100 reais. Sabendo que ao final do dia recebeu 8432 reais, como ficou organizado o dinheiro arrecadado pelo caixa.

1.2 Neste ano a colheita de arroz de Nestor rendeu 505 sacas de arroz e ele arrecadou 12726 reais pela venda do arroz. Qual o preço obtido pela saca de arroz nesta venda? (BERTON e ITACARAMBI, 2009, p.140-141).

Dessa forma, de acordo com Benvenutti (2008, p 25) “Para a compreensão do conceito de divisão, é necessário, portanto que os sujeitos se apropriem de vários invariantes operatórios envolvidos na divisão durante o processo de construção desse conhecimento”.

Importa salientar que a representação da divisão não pode reduzir-se ao conhecimento de uma estratégia de solução acompanhada de um suposto “sentido” ou significado da operação que permita aplicá-la, porém, implica a capacidade de controlar várias estratégias, passando de uma para outra, segundo as estratégias. (SAIZ, 1996, apud BENVENUTTI 2008, p. 28)

Dessa forma, o ensino e a aprendizagem da divisão ocorrem por meio de etapas, assim como apresentado na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, com o objetivo de que o aluno não apenas aprenda a manipular o algoritmo da divisão, mas que compreenda todo o conceito que há por trás do cálculo.

2.3 Parâmetros Curriculares Nacionais e o Ensino da divisão

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 1997, um dos documentos que orientam a educação brasileira, relata que a educação matemática provoca dois sentimentos, tanto de quem ensina como de quem aprende. A constatação de que a matemática é um

assunto importante, por permitir a resolução de problemas que surgem diariamente, e a insatisfação que ocasionada devido a resultados negativos.

A insatisfação revela que há problemas a serem enfrentados, tais como a necessidade de reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno. Há urgência em reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama. (BRASIL, 1997, p.15)

Os PCN foram escritos para fazer com que a educação em todo o país possua um só nivelamento educacional, tornando o conhecimento matemático acessível para todo os alunos, pois segundo o PCN (BRASIL, 1997, p.15) “O documento de Matemática é um instrumento que pretende estimular a busca coletiva de soluções para o ensino dessa área. Soluções que precisam transformar-se em ações cotidianas que efetivamente tornem os conhecimentos matemáticos acessíveis a todos os alunos.”

A Educação Matemática tem um grande papel na educação básica, pois a mesma proporciona aos estudantes ligações com outras áreas do conhecimento, além de promover o desenvolvimento do pensamento lógico-Matemático, que é de extrema importância nas relações diárias desenvolvidas pelos alunos.

É importante que a Matemática desempenhe, equilibrada e indissociavelmente, seu papel na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento, na agilização do raciocínio dedutivo do aluno, na sua aplicação a problemas, situações da vida cotidiana e atividades do mundo do trabalho e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. (BRASIL, 1997, p.25)

Para assim alcançar o objetivo de se ter uma Educação Matemática que proporcione ao aluno instrumentos que o ajudem a entender e atuar no mundo que os cercam, o PCN de Matemática foram organizados e subdivididos em ciclos, sendo eles: 1º ciclo (2º e 3º ano), 2º ciclo (4º e 5º ano), 3º ciclo (6º e 7º ano) e 4º ciclo (8º e 9º ano). Na área da Matemática áreas do conhecimento são divididos em três blocos: Números e Operações, Espaço e Forma e Grandezas e Medidas. No bloco de números e operações mais especificamente no 2º Ciclo, em relação ao ensino da multiplicação e divisão é preciso considerar que:

Assim como no caso da adição e da subtração, destaca-se a importância de um trabalho conjunto de problemas que explorem a multiplicação e a divisão, uma vez que há estreitas conexões entre as situações que os envolvem e a

necessidade de trabalhar essas operações com base em um campo mais amplo de significados do que tem sido usualmente realizado. (BRASIL, 1997, p. 72)

Levando em consideração que a multiplicação e a divisão devem ser trabalhadas em conjunto e não desassociadas, pois as duas fazem parte de um mesmo campo conceitual que é o campo das estruturas multiplicativas. O PCN (BRASIL, 1997) destaca situações de multiplicação e divisão em quatro grupos: A multiplicação comparativa, a ideia de proporcionalidade, configuração retangular e a ideia de combinatória, seguem abaixo exemplos encontrados no PCN de 1997 de multiplicação e divisão, respectivamente, de cada grupo citados anteriormente.

Multiplicação Comparativa:

— Pedro tem R\$ 5,00 e Lia tem o dobro dessa quantia. Quanto tem Lia?

— Lia tem R\$ 10,00. Sabendo que ela tem o dobro da quantia de Pedro, quanto tem Pedro?

A Ideia de Proporcionalidade:

— Marta vai comprar três pacotes de chocolate. Cada pacote custa R\$ 8,00. Quanto ela vai pagar pelos três pacotes? (A ideia de proporcionalidade está presente: 1 está para 8, assim como 3 está para 24.)

— Marta pagou R\$ 24,00 por 3 pacotes de chocolate. Quanto custou cada pacote? (A quantia em dinheiro será repartida igualmente em 3 partes e o que se procura é o valor de uma parte.)

Configuração Retangular:

— Num pequeno auditório, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há no auditório?

— As 56 cadeiras de um auditório estão dispostas em fileiras e colunas. Se são 7 as fileiras, quantas são as colunas?

A Ideia de Combinatória:

— Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir?

— Numa festa, foi possível formar 12 casais diferentes para dançar. Se havia 3 moças e todos os presentes dançaram, quantos eram os rapazes?

Levando em conta as questões citadas, fica claro a importância de se trabalhar os vários significados das operações de divisão e multiplicação, além de proporcionar ao aluno um ensino que trata dessas operações como parte de um mesmo campo conceitual, sem fazer distinção entre eles, ou os trabalhando de forma desassociado. Ainda segundo os PCN (BRASIL, 1997, p.75) “A construção dos fatos da subtração e da divisão deve ser realizada, buscando-se compreender suas relações com a adição e a multiplicação, utilizando-se como recurso a exploração de estratégias semelhantes usadas no cálculo dessas operações”.

Quando o aluno adentra no 3º ciclo, logo no primeiro ano o aluno geralmente terá uma revisão das operações trabalhadas no ciclo anterior, pois é de fundamental importância que o aluno compreenda e domine as operações básicas, uma vez que no 3º e 4º ciclo serão trabalhados assuntos que estão interligados com a multiplicação e divisão.

Conceitos como os de múltiplo e divisor de um número natural ou o conceito de número primo podem ser abordados neste ciclo como uma ampliação do campo multiplicativo, que já vinha sendo construído nos ciclos anteriores, e não como assunto novo, desvinculado dos demais (BRASIL, 1998, p. 66).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) para o 3º e 4º ciclo enfatizam a importância de se aplicar situações-problema que possuam vários significados das operações numéricas, provocando no aluno o desenvolvimento do pensamento matemático. Para isso, o ensino de matemática para o 3º ciclo proposto no PCN é que:

Neste ciclo, os alunos devem ser estimulados a aperfeiçoar seus procedimentos de cálculo aritmético, seja ele exato ou aproximado, mental ou escrito, desenvolvido a partir de procedimentos não-convencionais ou convencionais, com ou sem uso de calculadoras. Certamente, eles ainda não têm domínio total de algumas técnicas operatórias, como da multiplicação e da divisão envolvendo números naturais, compostos de várias ordens, ou aquelas com números decimais, e isso precisa ser trabalhado sistematicamente. O importante é superar a mera memorização de regras e de algoritmos (divide pelo de baixo e multiplica pelo de cima, inverte a segunda e multiplica) e os procedimentos mecânicos que limitam, de forma desastrosa, o ensino tradicional do cálculo. (BRASIL, 1998, p.67)

Tendo em vista a citação acima, o ensino da divisão gradativamente vai se ampliando de acordo com o passar dos ciclos, ou passar dos anos de ensino. Dessa forma, é importante que o aluno, desde o início do estudo sobre a divisão, compreenda e domine o significado da divisão, bem como a resolução de problemas que envolvam conceitos sobre a divisão. Uma vez que isso não ocorra, o aluno terá dificuldades em aprender assuntos posteriores como, por exemplo, os conceitos algébricos, pois ocorreu uma ruptura no processo de aprendizagem dos processos aritméticos.

3 ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DA DIVISÃO

3.1 Algoritmo da divisão

No algoritmo da divisão existem as divisões exatas e não exatas, segundo Centurión (2002, p.191) “Dados dois números inteiros, chama-se divisão exata entre estes números a operação que nos fornece um terceiro número, que indica quantas vezes o primeiro contém o segundo”. Dessa forma, na divisão exata o dividendo deve ser um múltiplo do divisor, tendo como resto da divisão o zero, valendo à relação $a = b \times c$, onde a é o dividendo, b o divisor e c o quociente.

Em relação à divisão não exata, o dividendo não é um múltiplo do divisor, tendo como resto um número diferente de zero, valendo à relação $a = b \times c + r$, onde a é o dividendo, b é o divisor, c é o quociente e r é o resto. Para resolver o algoritmo da divisão serão apresentados duas estratégias, o algoritmo usual e o algoritmo das subtrações sucessivas.

O algoritmo usual da divisão é a estratégia mais utilizada na resolução de problemas de divisão. Desde o Ensino Fundamental as crianças são ensinadas a utilizar o algoritmo para obter o resultado da divisão. Existem dois tipos de algoritmos, sendo eles, algoritmo curto e o algoritmo longo. No processo do algoritmo longo a subtração aparece como forma de facilitar o cálculo.

Figura 1: Método Longo da Divisão.

$$\begin{array}{r} 180 \overline{) 12} \\ -12 \\ \hline 060 \\ -60 \\ \hline 00 \end{array}$$

Fonte: Educacional.

Em relação ao método de resolução do algoritmo curto, percebe-se que o mesmo é uma simplificação do algoritmo longo, onde é utilizado o cálculo mental para fazer as subtrações, diminuindo a resolução.

Figura 2: Método Curto da Divisão.

$$\begin{array}{r} 180 \overline{) 12} \\ 60 \\ \hline 0 \end{array}$$

Fonte: **Educacional**.

Ao iniciar o estudo do algoritmo da divisão é importante que o aluno seja motivado a utilizar o processo de resolução do algoritmo longo, para que o mesmo possa entender o passo a passo tomado para se obter a resposta correta, para que assim depois de ter segurança na utilização do método longo, utilizar o método curto, usufruindo do cálculo mental.

O método curto é uma “abreviação” do longo. Recomenda-se que primeiro o aluno compreenda as etapas envolvidas no processo do método longo. Quando o aluno tem confiança em proceder, autonomamente, na escolha do método, é possível que ele próprio decida o momento de empregar o método curto, quando estiver dominando o processo de divisão. Organizar o trabalho com o conteúdo de divisão nas séries iniciais do ensino fundamental auxilia o aluno a reconhecer que não há uma estratégia única para realizar o cálculo. Além disso, desenvolve no aluno a capacidade de escolher a estratégia mais eficiente para diferentes situações (SILVA, 2014, p.57).

O método por subtrações sucessivas é um método que se utiliza de estimativas, que procura encontrar para o quociente um valor, que multiplicado com o divisor “caiba” no dividendo, se o produto do quociente e do divisor ultrapassar o valor do dividendo, será escolhido um valor menor que o anterior e assim sucessivamente, para finalizar o cálculo se faz necessário somar os quocientes encontrados, vejamos um exemplo:

Figura 3: Método de Subtrações Sucessivas da Divisão.

$$\begin{array}{r}
 230 \quad 38 \\
 -76 \\
 \hline
 154 \\
 -76 \\
 \hline
 78 \\
 -76 \\
 \hline
 2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 2 + 2 + 2 = 6
 \end{array}$$

Fonte: Exedra Journal.

De acordo com Silva (2014, p.55-56) o método de subtrações sucessivas “[...] exige do aluno a capacidade de estimar, além de ser necessário o conhecimento das tabuadas”. Ao mesmo tempo em que o aluno faz à estimativa, ele precisa multiplicar, em seguida, subtrair e, finalmente, efetuar a adição”. Tais pesquisadores afirmam que o método de subtrações

sucessivas é um dos métodos mais indicados para se trabalhar a divisão, pois o mesmo aumenta a capacidade de fazer estimativas, como também ajuda na compreensão da operação da divisão.

3.2 O Cálculo Mental

O cálculo mental também é uma estratégia de resolução de problemas muito utilizada pelos alunos. Essa estratégia geralmente é utilizada para responder questões mais simples, que não requer a utilização do algoritmo, por se tratar de cálculos com números “pequenos” e também é empregado quando os alunos não possuem um domínio com o algoritmo. No cálculo mental, não há registro escrito do algoritmo, existe apenas a resposta por extenso ou o registro de cálculos intermédios. Para Parra (1996, p.189) o cálculo mental é “o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo pré-estabelecido para obter resultados exatos ou aproximados”.

A utilização do cálculo mental na resolução de problemas, geralmente não é bem aceita em sala de aula e uma justificativa é que a não utilização do algoritmo representa para alguns educadores a falta de aprendizagem matemática. Segundo Oliveira (2017, p.39) “O modo pelo qual o aluno é julgado “bom” está diretamente relacionado à sua habilidade para a execução de algoritmos, isto é, valorizam-se as habilidades associadas à destreza com os algoritmos”. No entanto, a estratégia do cálculo mental pode até significar que o aluno não domine o algoritmo, mas não significa que o aluno não sabe matemática, pois “calcular mentalmente é um processo que exige domínio de certos conceitos matemáticos e apropriação de estratégias que possam auxiliar o aluno na aprendizagem” (MARTINICHEN, 2010, p.7).

O cálculo mental proporciona ao aluno uma autonomia matemática, fazendo-o criar suas próprias estratégias para chegar à solução, assim o aluno perceberá que o cálculo pode ser realizado de várias formas. De acordo com Martinichen (2010, p.7) “[...] o cálculo mental ao contrário do cálculo exato é caracterizado por uma diversidade de técnicas que se adaptam aos números e aos conhecimentos do sujeito”.

Para Mendonça e Lellis (1989, p. 51) “A importância do cálculo mental não se limita a sua utilidade no dia a dia. Ele pode dar notável contribuição à aprendizagem de conceitos matemáticos, ao desenvolvimento do raciocínio e a formação emocional do aluno”.

Em relação à compreensão dos conceitos matemáticos, ao desenvolvimento do raciocínio e a formação emocional, Martinichen (2010, p. 6) salienta a importância do cálculo mental quando diz que:

Cálculo mental auxilia o aluno na compreensão do sistema decimal, pela decomposição dos números em centenas, dezenas e unidades; vivenciando as propriedades associativa e comutativa. Assim, o aluno terá mais facilidade na sua aplicação e autonomia de criar seus métodos, possibilitando o desenvolvimento do raciocínio e desenvolvendo uma atitude positiva frente à aprendizagem da matemática (MARTINICHEN, 2010, p.6).

Dessa forma fica claro perceber a importância do cálculo mental como recurso para o ensino de matemática, facilitando a compreensão do aluno e sua autonomia no processo de aprendizagem.

3.3 Estratégias de Resolução não convencionais

Ao chegar à escola o aluno já tem um conhecimento que provém de suas interações sociais, e esse conhecimento será utilizado em sala de aula, na aprendizagem matemática quando os alunos não possuem conhecimento sobre os algoritmos, se utilizam de estratégias não convencionais, sejam eles: contar nos dedos, desenhar, manipular objetos.

Numa situação de divisão na qual ainda não foi apresentado pelo professor o algoritmo ou nenhum outro meio de cálculo, é possível que a criança faça uma abordagem, inventando estratégias, partindo de experiências já vividas com desenhos ou utilizando a modelagem com materiais manipuláveis. (SILVA, 2014, p.51)

Em relação à divisão enquanto a ideia de repartir e medir, a compreensão do aluno está totalmente relacionada com o dia a dia, com a relação que pode ser feita com objetos manipuláveis, dessa forma o aluno em muitos casos opta pela resolução não convencional, utilizando do seu conhecimento prévio.

A utilização de estratégias não convencionais ajuda o aluno na compreensão do conceito matemático, pois é através dessas estratégias que o aluno demonstra o seu conhecimento prévio matemático, fazendo com que o professor entenda o seu raciocínio, e o ajude a desenvolver a aprendizagem matemática.

Silva (2014) diz que é importante que o aluno, antes de estudar o algoritmo da divisão, vivencie uma variedade de situações de divisão que o faça pensar, e verbalizar com professores e alunos como fez. Dessa forma se faz necessário a aprendizagem matemática sem a limitação da utilização do algoritmo, favorecendo o desenvolvimento do aluno.

4 PERCURSO METODOLÓGICO

Esse estudo tem como objetivo verificar quais as principais estratégias utilizadas pelos alunos do 6º e 8º ano na resolução de problemas de divisão sendo elas de partição e quotição, analisando, também, quais os erros frequentemente cometidos pelos alunos na resolução de problemas de divisão.

A escola escolhida para a realização da pesquisa é uma escola municipal da cidade de Bonito Pernambuco e está em fase de transição para se tornar totalmente integral, ou seja, de ter turmas do 6º ao 8º ano com educação integral, dessa forma tendo no ano de 2019, o 6º, 7º e 8º ano integral. Sendo assim optou-se pelo 6º ano por ser a primeira turma dos anos finais do Ensino Fundamental, e pelo 8º ano, por ser a última turma de ensino de tempo integral da escola escolhida. Participaram dessa pesquisa uma turma do 6º ano com 29 alunos, que possuem entre 10 a 12 anos de idade, enumerados de A1 até A29 e uma turma do 8º ano com 26, que possuem de 12 a 15 anos, enumerados de B1 até B26. Para alcançar tais objetivos optou-se por uma pesquisa mista, ou seja, uma pesquisa que reúne técnicas qualitativa e quantitativa.

Um estudo de métodos mistos pode empregar tanto a técnica qualitativa como a quantitativa (ou alguma combinação das duas) para redigir uma introdução. Por exemplo, um problema de pesquisa de métodos mistos pode ser um em que existe tanto a necessidade de entender a relação entre as variáveis em uma situação quanto a de explorar o tópico com mais profundidade (CRESWELL, 2007, p.89-90).

Como instrumento de coleta de dados, foi aplicado um questionário de conhecimento matemático sobre o conceito da divisão, contendo ao todo 6 questões, sendo elas 2 questões de partição (1 com resto, 1 sem resto), 2 questões de quotição (1 com resto, 1 sem resto), 1 questão da relação fundamental da divisão (divisor, dividendo, quociente e resto) e 1 questão de resolução do algoritmo da divisão com variação da ordem de grandeza. Segue a baixo o questionário proposto.

Problema 1: Luiz tem 200 bolinhas de gude, e quer colocá-las em 4 caixinhas, com quantas bolinhas de gude cada caixinha ficou?

Esse problema é de partição sem resto, apresenta 3 dígitos no dividendo e 1 dígito no divisor, como é o primeiro problema do questionário é uma questão simples que contém números em que o aluno teria mais facilidade de resolver.

Problema 2: Ana recebeu de seu pai uma mesada de 235 reais, porém o seu pai ordenou que Ana repartisse a sua mesada igualmente para ela e seus dois irmãos, com quanto cada um ficou?

Esse problema é de partição com resto, apresenta 3 dígitos no dividendo e 3 no divisor, nesse tipo de problema deve se verificar o que está sendo dividido, como nessa questão o que está sendo dividido é dinheiro, o aluno pode deixar o resto ou continuar a divisão.

Problema 3: Alice está arrumando as sacolinhas de doces que serão dadas as crianças em sua festa de aniversário, ela tem 432 balas, sabendo que em cada sacola só deve ser colocado 6 balas, de quantas sacolas Alice vai precisar?

Esse problema é de quotas sem resto, apresenta 3 dígitos no dividendo e 1 dígito no divisor. É dada uma quantidade inicial que deve ser divididas em quotas pré-estabelecidas, devendo-se encontrar o número de quotas.

Problema 4: Luzia comprou 10 pacotes de biscoito, que tem 130 biscoitos ao todo, ela quer dar 6 biscoitos para cada amigo. Quantos amigos ganharão biscoitos?

Esse problema é de quotas com resto, com 3 dígitos no dividendo e 2 dígitos no divisor. Assim como no problema anterior é dada uma quantidade inicial, que deve ser divididas em quotas pré-estabelecidas, devendo-se encontrar o número de quotas.

Problema 5: Responda as divisões a seguir, e identifique o divisor, o dividendo e o quociente de cada divisão.

a) $20204 \div 2$

b) $200204 \div 2$

Esse problema é de variação de ordem de grandeza, com o objetivo de que os alunos conseguissem observar a variação de grandeza que ocorre da letra A para a letra B e ao responder a primeira conta conseguissem resolver a segunda com facilidade. Além disso, os alunos deveriam realizar a identificação do divisor, dividendo e quociente, com o objetivo de ajudar na resolução da questão 6.

Problema 6: Maria saiu com os seus 5 amigos para uma pizzaria, ao terminar de lanchar, o garçom os entregou a conta, que deu 120 reais, quanto cada um pagou?

Ao responder a questão 6, observe as próximas situações e responda?

O que ocorreria com o quociente e o resto da divisão se:

- a) Se somasse dois ao dividendo e ao divisor?
- b) Se multiplicar o dividendo e o divisor por dois?

Essa é uma questão da relação fundamental da divisão, inicialmente o aluno teria que resolver a divisão por partição, depois resolveria a letra A e B, tendo que observar o que aconteceria com o resto e o quociente da divisão, ao manipular os valores do divisor e dividendo

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE DADOS

5.1 Levantamento das estratégias utilizadas

A análise das respostas dadas pelos sujeitos buscou compreender quais as estratégias que os alunos acham mais adequada para chegar à resolução dos problemas propostos, para responder a essa questão procurou-se fazer um levantamento das estratégias utilizadas pelos alunos nas suas respostas. Observou-se que os alunos resolveram os problemas de diversas formas, foram encontradas as seguintes: estratégias e resultado das operações.

- 1- Algoritmo da Divisão
- 2- Algoritmo da Multiplicação
- 3- Algoritmo da Adição
- 4- Algoritmo da Subtração
- 5- Cálculo Mental
- 6- Não Convencional

A seguir, na Tabela 1, são apresentadas as estratégias de resolução usadas pelos alunos do 6º Ano nas questões 1, 2 e 3, bem como a quantidade de erros e acertos por estratégia utilizada.

Tabela 1: Estratégia de Resolução por tipo de questão (1,2,3) e resultado da solução no 6º ano.

6º Ano													
Estratégias Utilizadas	Problema 1			Problema 2			Problema 3			TOTAL			
	COR	INC	TOTAL	COR	INC	TOTAL	COR	INC	TOTAL	COR	INC	TOTAL	
Algoritmo da Divisão	19	8	27	2	25	27	3	23	26	24	56	80	
Algoritmo da Multiplicação	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Algoritmo da Adição	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	
Algoritmo da Subtração	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Cálculo Mental	2	0	2	0	1	1	0	0	0	2	1	3	
Não Convencional	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	2	2	
TOTAL	21	8	29	2	27	29	3	25	28	26	60	86	

Legenda: COR* = Solução Correta INC**= Solução Incorreta

Fonte: Elaboração da autora.

Conforme se observa na tabela 1 na resolução do primeiro problema no total de 29 respostas, obtivemos 21 respostas corretas e 8 incorretas, e como estratégia mais utilizada o algoritmo da divisão com 27 respostas. No segundo problema obtivemos que de 29 respostas, 2 foram corretas e 27 incorretas, tendo como estratégia de resolução mais usada o algoritmo da divisão com 27 respostas. No terceiro problema, dos 29 alunos participantes da pesquisa, tivemos 28 respostas, das respostas obtidas 3 foram corretas e 25 incorretas, tendo como estratégia de resolução mais utilizada o algoritmo da divisão com 26 respostas.

Em seguida serão apresentadas as estratégias de resolução usadas pelos alunos do 8º Ano nas questões 1, 2 e 3, bem como a quantidade de erros e acertos por estratégia utilizada reunidas na tabela 2.

Tabela 2: Estratégia de Resolução por tipo de questão (1,2,3) e Resultado da Solução no 8º ano

8º Ano													
Estratégias Utilizadas	Problema 1			Problema 2			Problema 3			TOTAL			
	COR	INC	TOTAL	COR	INC	TOTAL	COR	INC	TOTAL	COR	INC	TOTAL	
Divisão	7	0	7	6	3	9	6	2	8	19	5	24	
Multiplicação	7	0	7	6	1	7	1	0	1	14	1	15	
Adição	2	0	2	3	0	3	2	1	3	7	1	8	
Subtração	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Cálculo Mental	9	0	9	1	6	7	4	1	5	14	7	21	
Não Convencional	1	0	1	0	0	0	0	2	2	1	2	3	
TOTAL	26	0	26	16	10	26	13	6	19	55	16	71	

Legenda: COR* = Solução Correta INC**= Solução Incorreta

Fonte: Elaboração da autora.

Na tabela 2 observa-se que no primeiro problema do total de 26 respostas, obtivemos 26 respostas corretas, e as estratégias de resolução foram bem diversificadas, porém a mais utilizada foi o cálculo mental com 9 respostas. No segundo problema, das 26 respostas, 16 foram corretas e 10 incorretas, havendo como estratégia mais utilizada o algoritmo da divisão com 9 respostas. No terceiro problema, dos 26 alunos participantes da pesquisa, obtivemos 19 respostas, das respostas 13 foram corretas e 6 incorretas e como estratégia mais usada o algoritmo da divisão com 8 respostas.

Segue abaixo mais 2 tabelas mostrando a resolução por tipo de problema e o resultado das operações das últimas 3 questões do questionário.

A seguir serão apresentadas as estratégias de resolução usadas pelos alunos do 6º Ano nas questões 4,5, e 6, bem como a quantidade de erros e acertos por estratégia utilizada reunidas na tabela 3.

Tabela 3: Estratégia de Resolução por tipo de questão (4,5,6) e Resultado da Solução no 6º ano

6º Ano													
Estratégias Utilizadas	Problema 4			Problema 5			Problema 6			TOTAL			
	COR	INC	TOTAL	COR	INC	TOTAL	COR	INC	TOTAL	COR	INC	TOTAL	
Algoritmos	Divisão	6	16	22	1	15	16	4	12	16	11	43	54
	Multiplicação	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Adição	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	2	2
	Subtração	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
Cálculo Mental		0	2	2	0	0	0	0	6	6	0	8	8
Não Convencional		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
TOTAL		6	19	25	1	16	17	4	19	23	11	54	65

Legenda: COR* = Solução Correta INC**= Solução Incorreta

Fonte: Elaboração da autora.

Observando a tabela 3, no quarto problema, dos 29 alunos participantes da pesquisa, obtivemos 25 respostas, das respostas, 6 foram corretas e 19 incorretas, tendo como estratégia de resolução mais usada o algoritmo da divisão com 22 respostas. No quinto problema, dos 29 participantes da pesquisa, tivemos 17 respostas, das respostas, 1 questão foi correta e 16 incorretas, como estratégia de resolução mais usada o algoritmo da divisão com 16 respostas e no sexto problema, dos 29 participantes da pesquisa, tivemos 23 respostas, das quais 4 foram corretas e 19 incorretas, tendo como estratégia de resolução mais usada o algoritmo da divisão com 16 respostas.

Em seguida serão apresentadas as estratégias de resolução usadas pelos alunos do 8º Ano nas questões 4, 5 e 6, bem como a quantidade de erros e acertos por estratégia utilizada reunidas na tabela 4.

Tabela 4: Estratégia de Resolução por tipo de questão (4,5,6) e Resultado da solução no 8º ano

8º Ano												
Estratégias Utilizadas	Problema 4			Problema 5			Problema 6			TOTAL		
	COR	INC	TOTAL	COR	INC	TOTAL	COR	INC	TOTAL	COR	INC	TOTAL
Algoritmos												
Divisão	7	3	10	2	5	7	3	3	6	12	11	23
Multiplicação	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Adição	1	1	2	0	1	1	1	1	2	2	3	5
Subtração	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cálculo Mental	2	4	6	0	0	0	0	0	0	2	4	6
Não Convencional	1	0	1	0	0	0	1	0	1	2	0	2
TOTAL	11	8	19	2	6	8	5	4	9	18	18	36

Legenda: COR* = Solução Correta INC**= Solução Incorreta

Fonte: Elaboração da autora.

Na tabela 4, no quarto problema, dos 26 participantes da pesquisa, obtivemos 19 respostas, das quais 11 foram corretas e 8 incorretas, tendo como instrumento de resolução mais usado o algoritmo da divisão com 10 respostas. No quinto problema, dos 26 participantes da pesquisa, obtivemos 8 respostas, das quais, 2 foram corretas e 6 incorretas, tendo como estratégia de resolução mais usada, o algoritmo da divisão com 7 respostas, e no sexto problema, dos 26 participantes da pesquisa, tivemos 9 respostas, sendo 5 corretas e 4 incorretas. Como estratégia de resolução mais usada o algoritmo da divisão com 6 respostas. Vale ressaltar que os acertos são referentes ao problema inicial de partição e que nenhum aluno respondeu corretamente aos itens a) e b).

Nas turmas do 6º e 8º Ano, obtivemos respectivamente, 29 e 26 participantes, ao coletar os dados tivemos ao todo 258 respostas das quais 110 foram corretas e 148 incorretas. Das 258 respostas, 181 respostas utilizaram a estratégia de resolução do algoritmo da divisão, sendo assim a estratégia de resolução mais usada por ambas às turmas.

5.2 Análise dos erros por questão proposta

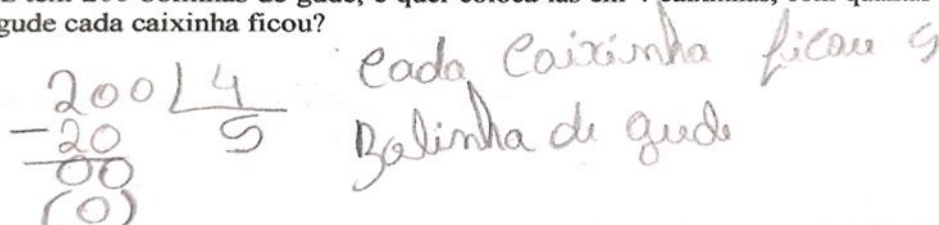
Ao observar as respostas registradas pelos alunos, temos que os erros cometidos pelos mesmos, foram dos mais diversos tipos, os mais frequentes foram na utilização do algoritmo da divisão. Os participantes da pesquisa foram 29 alunos do 6º Ano e 26 alunos do 8º Ano, para a análise dos erros, os alunos foram nomeados de A1-A29 (alunos do 6º Ano) e de B1-B26 (Alunos do 8º Ano). Segue abaixo a análise dos erros dos alunos do 6º e 8º Ano, por questão proposta.

a) Problema 1

A seguir é apresentado a resolução do aluno A11, uma questão de partição sem resto, no qual o aluno utilizou como estratégia de resolução o algoritmo da divisão.

Figura 4: Resolução A11

1. Luiz tem 200 bolinhas de gude, e quer colocá-las em 4 caixinhas, com quantas bolinhas de gude cada caixinha ficou?

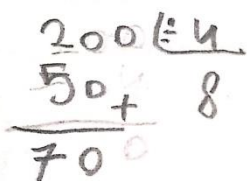


Fonte: Dados da pesquisa

O aluno A10 também desenvolveu a resposta do problema 1 através da estratégia de resolução do algoritmo da divisão, observe o passo a passo da resolução a seguir.

Figura 5: Resolução A10

1. Luiz tem 200 bolinhas de gude, e quer colocá-las em 4 caixinhas, com quantas bolinhas de gude cada caixinha ficou?



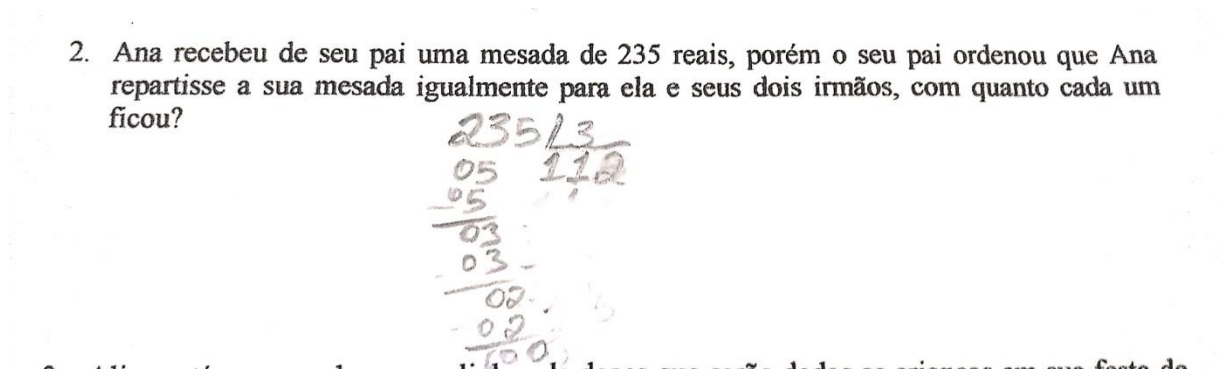
Fonte: Dados da pesquisa

Ao observar o erro cometido pelo aluno A11, percebemos que o mesmo arma o algoritmo corretamente e executa os procedimentos corretos, mas registra a resposta incorretamente, ao responder que 200 dividido por 4 é 5, esquecendo assim do que fazer com o último algoritmo do 200, já o aluno A10 arma corretamente o algoritmo, mas não executa os procedimentos corretos, errando a divisão e a subtração envolvida na questão. As respostas dos alunos do 8º ano em relação ao primeiro problema não foram apresentados, pois todos os alunos do 8º ano acertaram a questão.

b) Problema 2

O problema 2 trata-se de uma questão de partição com resto. Para a resolução dessa questão o aluno A11 utilizou como estratégia de resolução o algoritmo da divisão, observe:

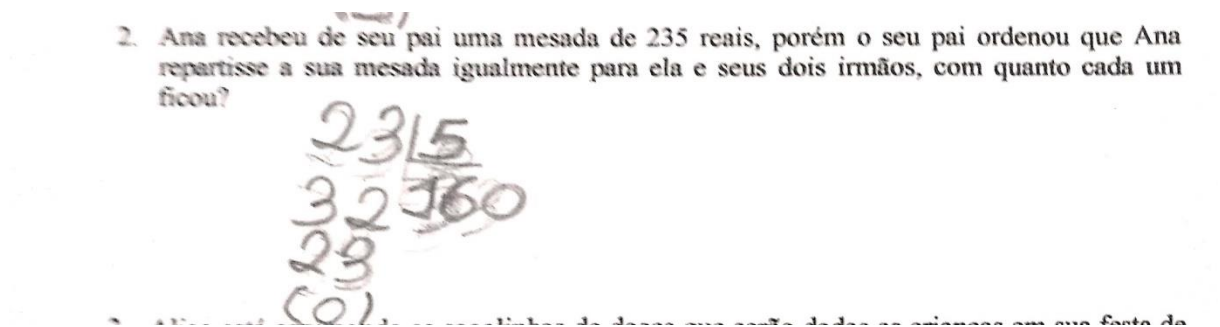
Figura 6: Resolução A11



Fonte: Dados da pesquisa.

O aluno A12 também usou como estratégia de resolução o algoritmo da divisão, observe a resolução abaixo.

Figura 7: Resolução A12.



Fonte: Dados da pesquisa

O aluno A11 organiza corretamente o algoritmo, mas não executa os procedimentos corretos, errando as operações envolvidas na divisão. Já o aluno A12 erra ao organizar o algoritmo ao colocar 23 em vez de 235 e 5 em vez de 3.

A seguir é apresentada a resolução do aluno B5, que utilizou como estratégia de resolução o algoritmo da divisão.

Figura 8: Resolução B5

2. Ana recebeu de seu pai uma mesada de 235 reais, porém o seu pai ordenou que Ana repartisse a sua mesada igualmente para ela e seus dois irmãos, com quanto cada um ficou?

$$\begin{array}{r} 235 \overline{) 135} \\ \underline{-13} \\ +5 \\ \hline 180 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 235 \overline{) 135} \\ \underline{-13} \\ +18 = 31 \\ \hline 31 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa

O aluno B26 também utilizou a estratégia de resolução do algoritmo da divisão para resolver o problema 2, veja a seguir.

Figura 9: Resolução B26

2. Ana recebeu de seu pai uma mesada de 235 reais, porém o seu pai ordenou que Ana repartisse a sua mesada igualmente para ela e seus dois irmãos, com quanto cada um ficou?

$$\begin{array}{r} 235 \overline{) 77} \\ \underline{-21} \\ 025 \\ \underline{-24} \\ \hline 011 \end{array}$$

77 Reais pro cada um e sobra 4 Reais.

Fonte: Dados da pesquisa

Observando a resposta do aluno B5, observou-se que o mesmo organiza corretamente o algoritmo, se utiliza dos procedimentos corretos, mas na sua execução erra as operações aritméticas fazendo que $2 \times 1 = 1$, errando assim todo o resto da questão. O mesmo acontece com o aluno B26, ele organiza corretamente o algoritmo, utiliza de forma correta os procedimentos de resolução, mas ao final da conta erra a operação ao responder que $7 \times 3 = 24$.

Porém sua resposta escrita nos garante que o aluno se utilizou do cálculo mental ao perceber que algo estava errado na sua resposta com o algoritmo da divisão, mas o aluno ainda erra a questão ao deixar como resto o número 4 que ainda poderia ser dividido pelo divisor que era o número 3.

c) Problema 3

O problema 3 é uma questão de quotição sem resto. Para a resolução dessa questão o aluno A4 usou como estratégia do algoritmo da divisão, segue o passo a passo da resolução.

Figura 10: Resolução A4

aniversário, ela tem 432 balas, sabendo que em cada sacola só deve ser colocado 6 balas, de quantas sacolas Alice vai precisar?

$$\begin{array}{r} 432 \overline{) 432} \\ \underline{420} \\ 12 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa

O aluno A15 também utilizou para a resolução do problema 3 o algoritmo da divisão, segue a resolução.

Figura 11: Resolução A15

3. Alice está arrumando as sacolinhas de doces que serão dadas as crianças em sua festa de aniversário, ela tem 432 balas, sabendo que em cada sacola só deve ser colocado 6 balas, de quantas sacolas Alice vai precisar?

$$\begin{array}{r} 432 \overline{) 432} \\ \underline{42} \\ 12 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa

O aluno A4 organiza corretamente o algoritmo da divisão, se utiliza dos procedimentos corretos para chegar a solução da questão, mas não termina a divisão ao deixar de dividir 12 por 6, deixando, assim, o 12 como resto da divisão. Já o aluno A15 também

organiza de forma correta o algoritmo da divisão e se utiliza corretamente dos procedimentos de cálculo, mas erra a operação ao registrar que $8 \times 6 = 42$.

A seguir é apresentada a resolução do aluno B9, que usou como estratégia de resolução para o problema 3 o algoritmo da divisão e o algoritmo da soma, observe a abaixo.

Figura 12: Resolução B9

3. Alice está arrumando as sacolinhas de doces que serão dadas as crianças em sua festa de aniversário, ela tem 432 balas, sabendo que em cada sacola só deve ser colocado 6 balas, de quantas sacolas Alice vai precisar?

$$\begin{array}{r} 432 \overline{) 5} \\ 80 \\ \underline{101} \end{array}$$

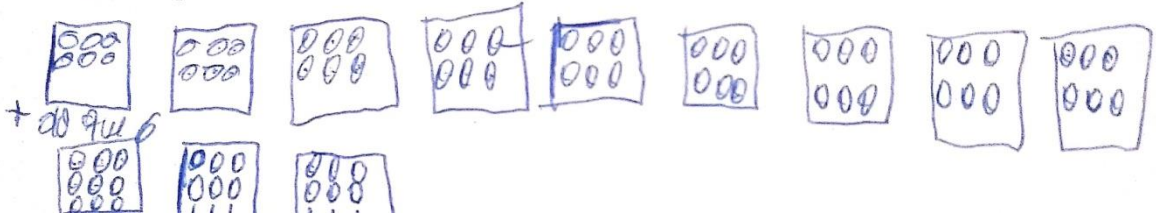
$$\begin{array}{r} 80 \\ 80 \\ 80 \\ 80 \\ 80 \\ \hline \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa

O aluno B14 para encontrar a solução do problema usou uma estratégia não convencional, observe a seguir.

Figura 13: Resolução B14

3. Alice está arrumando as sacolinhas de doces que serão dadas as crianças em sua festa de aniversário, ela tem 432 balas, sabendo que em cada sacola só deve ser colocado 6 balas, de quantas sacolas Alice vai precisar?



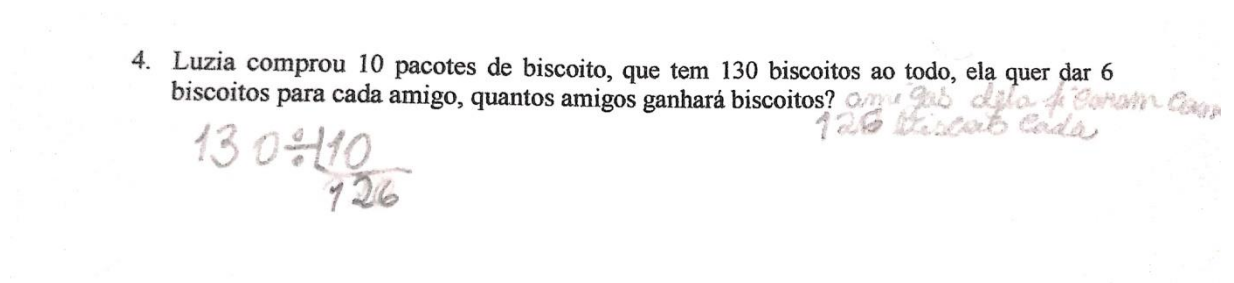
Fonte: Dados da pesquisa

O aluno B9 não arma corretamente o algoritmo da divisão, colocando 5 em vez de 6 e não executa os procedimentos corretos, errando as operações envolvidas na divisão, seu registro revela que o mesmo tenta fazer uma estimativa usando a soma, mas ainda continua errando ao substituir o divisor correto que seria o número 6 pelo número 5. O aluno B14 tenta resolver a questão com uma estratégia não convencional, através do desenho, ao perceber que o quociente será um número “grande”, o aluno desiste e responde mais que 6.

d) Problema 4

O problema 2 trata-se de uma questão de quotição com resto, para a resolução dessa questão o aluno A9 utilizou como estratégia de resolução o algoritmo da divisão, observe a seguir.

Figura 14: Resolução A9

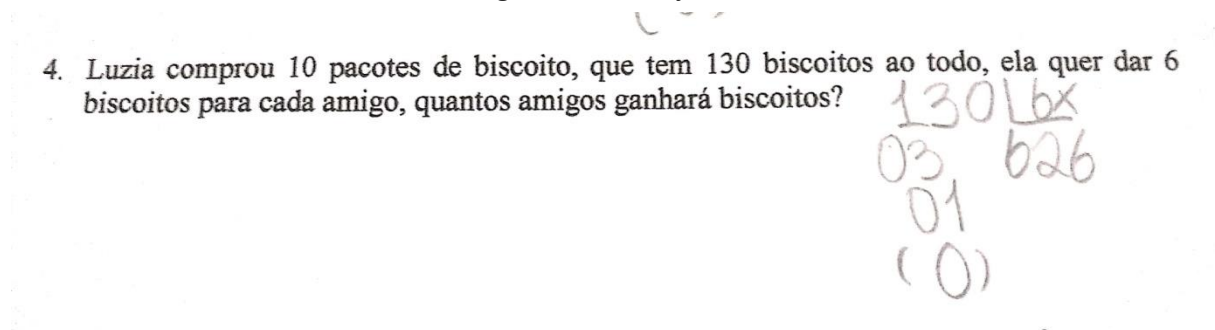


Fonte: Dados da pesquisa

O aluno A9 erra ao armar o algoritmo da divisão, confundindo as informações presentes na questão colocando 10 em vez de 6, errando também os procedimentos necessários para encontrar a solução da questão

O aluno A21 também utiliza como estratégia de resolução o algoritmo da divisão. Observe o passo a passo da resolução na Figura 15

Figura 15: Resolução A21



Fonte: Dados da pesquisa

O aluno A21 arma corretamente o algoritmo, mas não consegue resolver a questão. O equívoco de A21 está na multiplicação equivocada, pois mesmo armando corretamente o algoritmo ele escreve $130 \div 6 = 626$.

e) Problema 5

A seguir é apresentado a resolução da questão 5 pelo aluno A8, questão essa sobre divisão com variação de grandeza, onde o aluno teria que identificar o divisor, dividendo e quociente, segue abaixo a resolução.

Figura 18: Resolução A8

5. Responda as divisões a seguir, e identifique o divisor, o dividendo e o quociente de cada divisão.

a) $2020 \div 4$ a) $2020 \overline{) 4}$ b) $2020 \overline{) 4}$

b) $2020 \div 4$ (0) 1010 (b) 1010

divisor divisor divisor

Segue o desenvolvimento da resolução apresentada pelo aluno B2, observe abaixo.

Figura 20: Resolução B2

5. Responda as divisões a seguir, e identifique o divisor, o dividendo e o quociente de cada divisão.

a) $2020 \div 4$

b) $20020 \div 4$

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 2020} \\ \underline{20} \\ 0020 \\ \underline{20} \\ 0000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20020 \overline{) 20020} \\ \underline{200} \\ 00020 \\ \underline{20} \\ 00000 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa

O aluno B4 apresentou a seguinte resolução a seguir.

Figura 21: Resolução B4

5. Responda as divisões a seguir, e identifique o divisor, o dividendo e o quociente de cada divisão.

a) $2020 \div 4$

b) $20020 \div 4$

$$\begin{array}{r} 2020 \overline{) 2020} \\ \underline{20} \\ 0020 \\ \underline{20} \\ 0000 \end{array}$$

2020 -> divisor
55 -> dividendo
00 -> quociente

Fonte: Dados da pesquisa

O aluno B2 arma corretamente o algoritmo e utiliza de forma correta os procedimentos necessários para chegar a solução da questão, mas erra a divisão, pois o aluno não coloca o zero no quociente, onde registra que $2020 \div 4 = 55$ em vez de $2020 \div 4 = 505$, e $20020 \div 4 = 505$ em vez de $20020 \div 4 = 5005$, e não responde acerca da identificação do dividendo, divisor e quociente. O aluno B4 comete o mesmo erro do aluno B2, errando a divisão por não colocar o zero no quociente, registrando que $2020 \div 4 = 55$ em vez de $2020 \div 4 = 505$, não respondendo a letra b e errando a identificação do dividendo, divisor e quociente.

f) Problema 6

O problema 6 trata-se de uma questão na qual o aluno deve responder o que ocorre com quociente e o resto a partir da variação do divisor e dividendo, segue a resolução dessa questão pelo aluno A27.

Figura 22: Resolução A27

6. Maria saiu com os seus 5 amigos para uma pizzaria, ao terminar de lanchar, o garçom os entregou a conta, que deu 120 reais, quanto cada um pagou?

Ao responder a questão 6, observe as próximas situações e responda:

O que ocorreria com o quociente e o resto da divisão se:

a) Se somasse dois ao dividendo e ao divisor?

b) Se multiplicar o dividendo e o divisor por dois?

Fonte: Dados da pesquisa

Na questão 6 poucos foram os alunos que responderam as letras a) e b), por esse motivo é apresentada apenas a resolução de um aluno do sexto ano. O aluno A27 organizou corretamente o algoritmo da divisão, acertou a questão inicial, executou o que a letra a) pediu, usou os procedimentos corretos para a resolução, mas errou a divisão.

Ao observar os erros mais frequentes dos alunos, percebemos que os mesmos armam corretamente o algoritmo, utilizam os procedimentos corretos, mas erram as operações aritméticas. O erro nas operações aritméticas ocorreu em operações de subtração e multiplicação, operações essas, fundamentais na execução do algoritmo da divisão, concordando assim com Brito e Correa (2004 apud SANTOS, 2010, p. 19) que afirma que a dificuldade na divisão ocorre por o algoritmo da divisão não envolver apenas seus conceitos básicos, mas por envolver também a multiplicação e a subtração. Por se tratar de um cálculo em que é realizado na direção contrária das outras três operações aritméticas, por envolver o uso de estimativas e por existir uma interação entre os algoritmos. Essa dificuldade é citada por Brito e Correa (2004) em relação à interação entre os algoritmos também foi observada na

questão 6, onde nenhum dos alunos responderam o que aconteceria com o quociente ao manipular os valores do dividendo e divisor. O segundo erro mais cometido pelos alunos foi do tipo, organiza o algoritmo corretamente, mas não utiliza os procedimentos corretos para a sua resolução, demonstrando que os sujeitos não compreendem as relações numéricas presentes no algoritmo, não sabem usar o algoritmo corretamente e não compreendem o significado presente em cada situação problema.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Destacamos aqui os pontos de maior importância durante a realização de nossa pesquisa, os principais resultados encontrados, bem como alguns possíveis desdobramentos que podemos desenvolver a partir da pesquisa

O presente estudo teve como objetivo, analisar conhecimentos de alunos do 6º e 8º ano do Ensino Fundamental sobre a operação aritmética da divisão, especificamente na resolução de problemas de quotição e partição. Para alcançar esse objetivo foi feito um levantamento das estratégias de resolução registradas nas respostas dos sujeitos. Observa-se que os alunos usaram várias estratégias, dentre elas os algoritmo da soma, subtração, multiplicação e divisão, cálculo mental e a estratégia não convencional, mas a estratégia mais usada pelos alunos de 6º e 8º Ano foi o algoritmo da divisão. Das 151 respostas do 6º Ano, 88,74% utilizaram o algoritmo da divisão, e das 107 respostas do 8º Ano, obteve-se um percentual de 43,92%. Porém, se comparado as estratégias de resolução dos alunos do 6º e 8º Ano.

Os alunos do 8º Ano diversificaram mais nas estratégias de resolução, além da estratégia do algoritmo da divisão, as estratégias mais usadas pelos alunos foram o algoritmo da multiplicação e o cálculo mental. No 6º Ano das 151 respostas; 7,28% usaram o cálculo mental; 1,99% o algoritmo da Adição; 1,33% a estratégia não convencional e 0,66% o algoritmo da subtração. No 8º Ano de 107 respostas; 25,23% usaram o cálculo mental; 14,02% o algoritmo da multiplicação; 12,15% o algoritmo da Adição e 4,68% a estratégia de resolução não convencional.

No trabalho também foram analisados quais os erros mais cometidos pelos alunos, os registros de resposta, nos indica que os alunos apresentam dificuldades em relação as operações aritméticas relativas às operações necessárias para a resolução da divisão, a multiplicação e subtração. Para superar essa dificuldade aprovamos o ensino da divisão apontada no PCN, quando diz que.

Assim como no caso da adição e da subtração, destaca-se a importância de um trabalho conjunto de problemas que explorem a multiplicação e a divisão, uma vez que há estreitas conexões entre as situações que os envolvem e a necessidade de trabalhar essas operações com base em um campo mais amplo de significados do que tem sido usualmente realizado. (BRASIL, 1997, p. 72)

Outra dificuldade observada é em relação à execução dos procedimentos do algoritmo, o que nos aponta que os alunos não compreendem as ações necessárias para a resolução das questões. Mais uma dificuldade observada se encontra nos registros dos alunos na questão 5 e 6, onde os alunos não conseguiram identificar os elementos da divisão (divisor,

dividendo e quociente) dos 55 participantes da pesquisa, apenas 9,1% responderam essa questão corretamente.

Dessa forma é importante que a divisão seja trabalhada, com diferentes situações, envolvendo questões de partição e quotação, sabendo que os alunos tiveram mais dificuldade na resolução de questões de partição, para que os alunos entendam que mesmo sendo situações diferentes, as questões podem ser resolvidas usando a mesma estratégia, vale ressaltar que também é de extrema importância o trabalho de resolução da divisão usando diversas estratégias que promovam assim uma construção conceitual acerca da divisão.

É preciso considerar que esse estudo trata-se de um contexto específico, logo não podemos generalizá-lo para as demais escolas de ensino fundamental. Não se pretende nesse estudo desvalorizar a ação dos professores no processo de ensino da divisão, mas contribuir para que a aprendizagem dos alunos seja significativa em relação ao conhecimento da divisão.

Diante do exposto pelos resultados dessa pesquisa, vale ressaltar, que as possibilidades de estudo não se esgotam, dessa forma, futuros estudos podem ser feitos, como por exemplo, um estudo sobre o conhecimento das operações da adição, subtração e multiplicação, além de um estudo de intervenção sobre o conhecimento da divisão. Ao encerrarmos essa pesquisa esperamos que a mesma possa contribuir no que tange as discussões sobre a temática abordada nesse trabalho.

REFERÊNCIAS

- BENVENUTTI, L. C. A operação divisão: um estudo com alunos de 5ª série. Dissertação (Mestrado). Universidade do Vale do Itajaí-UNIVALE, Itajaí (SC): 2008. Disponível em: <<http://siaibib01.univali.br/pdf/Luciana%20Cardoso%20Benvenuti.pdf>> Acesso em: 25 out. 2018.
- BERTON, I.C.B.; ITACARAMBI, R.R. Números: Brincadeiras e Jogos. São Paulo: Livraria da Física, 2009
- BITTAR, M.; FREITAS J.L.M. Fundamentos e Metodologias de Matemática para os Ciclos Iniciais do Ensino Fundamental. 2.ed. Campo Grande, 2005
- BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais (1ª a 4ª Série): matemática/secretaria de Educação. Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997, Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em: 19 Fev. 2019
- BRASIL. Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª Série): matemática/secretaria de Educação. Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998, Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em: 19 Fev. 2019
- BRYANT, P. & NUNES, T. Crianças fazendo Matemática. Porto Alegre: Artmed, 1997.
- CENTURIÓN, M. Conteúdo e Metodologia da Matemática: Números e Operações. 2. ed. São Paulo: Scipione, 2002
- CORREA, Jane. A Compreensão Intuitiva das Crianças Acerca da Divisão Partitiva. Estudos de Psicologia. v. 5, n. 1, 2002, Disponível em: <<http://www.scielo.br/scielo.php>>. Acesso em: 27 Fev. 2019
- CRESWEL, John W. Projeto de pesquisa: métodos qualitativo, quantitativo e misto / John W. Creswell ; tradução Luciana de Oliveira da Rocha. - 2. ed. - Porto Alegre: Artmed, 2007.
- CUNHA, M.C.C. As operações de multiplicação e divisão junto a aluno de 5ª e 7ª séries. 1997. Dissertação (Mestrado) - PUC, São Paulo, 1997, Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/PUC_SP-1_2f81239978a77753cdfc8d97c900f6b3>. Acesso em: 28 Fev. 2019
- GIL, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002, Disponível em: <http://www.urca.br/itec/images/pdfs/modulo%20v%20%20como_elaborar_projeto_de_pesquisa_-_antonio_carlos_gil.pdf>. Acesso em: 23 Junho de 2018
- LAUTERT, S. L. As dificuldades das crianças com a divisão: um estudo de intervenção. Tese (Doutorado), Universidade Federal de Pernambuco, Recife (PE): 2005, Disponível: <<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/8334>>. Acesso: 28 de Fevereiro de 2019.
- MARTINICHEN, M. Cálculo mental na resolução de problemas. Revista: O professor PDE e os desafios da escola pública Paranaense, 2010 Disponível em: <

<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/189357/TCC%20%20ANTONIO%20CARLOS%20DE%20SOUZA%20CARDOSO.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

MENDONÇA, M. C.; LELLIS, M. Cálculo Mental – Revista de Ensino de Ciências. N. 22, julho, 1989, p. 50 – 57, FUNBEC. Texto disponível em:< http://www.ciencia.iao.usp.br/dados/rec/_calculomentalmariadocarm.arquivo.pdf > . Acesso em 17 de junho de 2011.

NICOLODI, J.E. O conhecimento dos alunos de primeira série do ensino fundamental sobre a divisão. 2009. 87f. Dissertação – Universidade do Vale do Itajaí, Itajaí, 2009, Disponível:< <https://siaiap39.univali.br/repositorio/handle/repositorio/1817?mode=full>>. Acesso em: 25 Out. 2018

OLIVEIRA, M. Como fazer pesquisa qualitativa. 7.ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2016.

OLIVEIRA, V. Contar de cabeça ou com a cabeça: Compreensões do professor dos anos iniciais acerca do cálculo mental. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual Paulista-UNESPE, Rio Claro (SP). 2017. Disponível em:< <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/152463>>. Acesso em: 03 de maio de 2019.

PARRA, C.; SAIZ, I. (org.). Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 1996.

PIRES, C.M.C. Educação Matemática: Conversas com Professores dos Anos Iniciais. 1. ed. São Paulo: Zapt, 2012

SAVIANI, Dermeval. Escola e Democracia. 4ª edição. São Paulo. Editora: Cortez, 1988. Disponível em:< https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/1992603/mod_resource/content/1/texto%20de%20Dermeval%20Saviani.pdf >. Acesso em: 28 de Fevereiro de 2019.

SILVA, A.L.M.L.S. A apropriação do conceito de divisão por alunos dos anos iniciais do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Espírito Santo-UFES, Vitória (ES). 2014. Disponível em:< <http://repositorio.ufes.br/bitstream/10/1931/1/Apropria%C3%A7%C3%A3o%20do%20conceito%20de%20divis%C3%A3o%20por%20alunos%20dos%20anos%20iniciais%20do%20ensino%20fundamental.pdf> >. Acesso em: 10 de Abril de 2019.

APÊNDICE A- TABELA DE ESTRATÉGIAS

Tabela 5: Percentual do uso de estratégias na resolução dos problemas de divisão

Estratégias de Resolução Usadas	6º Ano	8º Ano
Algoritmo da Divisão	88,74%	43,92%
Algoritmo da Multiplicação	0%	14,02%
Algoritmo da Adição	1,99%	12,15%
Algoritmo da Subtração	0,66%	0%
Cálculo Mental	7,28%	25,23%
Estratégia Não Convencional	1,33%	4,68%
Total	100%	100%

Fonte: Elaboração da Autora.