



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CAMPUS DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO MATEMÁTICA-LICENCIATURA

RAYSSA MARIA DA SILVA

**ANÁLISE DAS QUESTÕES DE ÁLGEBRA NO EXAME NACIONAL DO ENSINO
MÉDIO**

Caruaru

2021

RAYSSA MARIA DA SILVA

**ANÁLISE DAS QUESTÕES DE ÁLGEBRA NO EXAME NACIONAL DO ENSINO
MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de licenciado em matemática.

Área de concentração: Ensino (matemática).

Orientador: Prof. Dr. José Dilson Beserra Cavalcanti.

Caruaru
2021

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Simone Xavier - CRB/4 - 1242

S586a Silva, Rayssa Maria da.
Análise das questões de álgebra no Exame Nacional do Ensino Médio. / Rayssa
Maria da Silva. – 2021.
56 f.; il. : 30 cm.

Orientador: José Dilson Beserra Cavalcanti.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de
Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2021.
Inclui Referências.

1. Álgebra – Problemas, exercícios etc. 2. Matemática – Estudo e ensino. 3.
ENEM. I. Cavalcanti, José Dilson Beserra (Orientador). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.)

UFPE (CAA 2021-054)

RAYSSA MARIA DA SILVA

**ANÁLISE DAS QUESTÕES DE ÁLGEBRA NO EXAME NACIONAL DO ENSINO
MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de licenciado em matemática.

Aprovada em: 28/04/2021.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José Dilson Beserra Cavalcanti.(Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Profº. Me Everton Henrique Cardoso de Lira (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Profº. Me Ledevande Martins da Silva (Examinador Externo)
Instituto Federal da Paraíba

Dedico esse trabalho...

...à minha mãe Eruce Souza, seu caráter, honestidade e garra, me inspiraram a ser a mulher que sou hoje, obrigada por todo carinho e “puxões de orelha”

...ao meu pai Joelson Vidal, sem seu zelo e cuidado não teria me tornado tão responsável e nem aprendido a cumprir regras (risos).

...ao meu par, Anthonny Marinho, você é o melhor amigo, o melhor companheiro e o melhor professor, obrigada por sempre me incentivar e por enxergar o melhor em mim.

...Aos meus cachorrinhos de estimação Ralf e Negão (ambos in memoriam) vocês me ensinaram tanto sobre amor, vou sentir saudades e amá-los para sempre.

RESUMO

O ensino da Álgebra tem sido cada vez mais estimulado no Brasil através de documentos curriculares, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e exames seletivos, como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Como a principal forma de ingresso para o ensino superior no Brasil, de certa forma o ENEM molda a forma com que a Matemática é ensinada nas escolas. Por esta razão, existe a necessidade de investigar como se apresentam as questões de Álgebra neste exame. Para isso, utilizamos as quatro Concepções de Álgebra de Usiskin (1995) para classificar as questões de Álgebra da prova de Matemática e suas Tecnologias da 1ª aplicação do ENEM no período de 2016 a 2019. Percebemos que não existe uma equidade na distribuição das Concepções de Álgebra entre as questões, sendo muito grande a diferença de incidência entre elas. Isso nos permite questionar se esta estrutura da prova não pode limitar o desenvolvimento do pensamento algébrico na Educação Básica, privilegiando algumas concepções em detrimento de outras.

Palavras-chave: Álgebra. Concepções de álgebra. Exame Nacional do Ensino Médio.

ABSTRACT

The teaching of Algebra has been increasingly stimulated in Brazil through curriculum documents, such as the National Common Curricular Base (BNCC), and selective exams, such as the National High School Exam (ENEM). Given that the main way of entering higher education in Brazil, in a way ENEM shapes the way that mathematics is taught in schools. For this reason, there is a need to investigate how Algebra questions are presented in this exam. For that, we used Usiskin's four Algebra Conceptions (1995) to classify the Algebra questions of the Mathematics test and its Technologies from the 1st application of ENEM in the period from 2016 to 2019. We realized that there is no equity in the distribution of Conceptions of Algebra between the questions, with a very large difference in incidence between them. This allows us to question whether this test structure cannot limit the development of algebraic thinking in Basic Education, privileging some conceptions to the detriment of others.

Keywords: Algebra. Algebra conceptions. National High School Exam.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	Função $f(x)$ não definida para $x = 3$	16
Figura 2 –	Representação geométrica do Método de completar quadrados.....	17
Figura 3 –	Fórmula de Bháskara	17
Figura 4 –	Questão 179 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2016.....	33
Figura 5 –	Questão 152 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2016.....	33
Figura 6 –	Questão 166 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2016.....	34
Figura 7 –	Questão 161 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2016.....	38
Figura 8 –	Questão 165 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2016.....	39
Figura 9 –	Questão 174 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2016.....	40
Figura 10 –	Questão 155 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2017.....	41
Figura 11 –	Questão 140 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2017.....	42
Figura 12 –	Questão 178 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2017.....	43
Figura 13 –	Questão 180 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2017.....	44
Figura 14 –	Questão 143 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2018.....	45
Figura 15 –	Questão 178 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2018.....	46
Figura 16 –	Questão 138 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2018.....	47

Figura 17 –	Questão 151 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2018.....	48
Figura 18 –	Questão 145 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2019.....	49
Figura 19 –	Questão 163 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2019.....	50
Figura 20 –	Questão 173 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2019.....	51

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	10
2	CONSIDERAÇÕES SOBRE ÁLGEBRA E SEU ENSINO.....	13
2.1	Aspectos históricos.....	13
2.2	A Álgebra nas aulas de Matemática.....	16
2.3	A Álgebra nos documentos curriculares.....	18
2.4	Concepções teóricas de Álgebra.....	20
2.5	Concepções de Álgebra segundo Usiskin (1995).....	23
3	O EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO.....	27
3.1	Aspectos históricos.....	27
3.2	A prova de Matemática e suas Tecnologias.....	28
4	METODOLOGIA.....	30
5	ANÁLISE.....	34
5.1	Panorama geral das questões de Álgebra na prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM.....	34
5.2	Categorização das questões.....	35
5.2.1	<i>ENEM 2016 – 1a Aplicação.....</i>	<i>35</i>
5.2.2	<i>ENEM 2017 – 1a Aplicação.....</i>	<i>38</i>
5.2.3	<i>ENEM 2018 – 1a Aplicação.....</i>	<i>42</i>
5.2.4	<i>ENEM 2019 – 1a Aplicação.....</i>	<i>47</i>
5.2.5	<i>DISTRIBUIÇÃO GERAL DAS QUESTÕES DE ÁLGEBRA DO ENEM NO PERÍODO DE 2016 A 2019 – 1a Aplicação ENTRE AS 4 CONCEPÇÕES DE USISKIN (1995).....</i>	<i>50</i>
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	53
	REFERÊNCIAS.....	55

1 INTRODUÇÃO

Quando refletimos sobre a formação que recebemos no curso de Licenciatura em Matemática chegamos à ideia de que as necessidades formativas, evidenciadas no corpo obrigatório de disciplinas, são bastante diversificadas: estudamos Didática, Psicologia, Política, assim como, os conteúdos específicos da Matemática e sobre seu ensino.

A questão da Álgebra e, particularmente, seu ensino, também ocupa lugar entre essas necessidades formativas. De fato, a Álgebra é um dos principais campos da Matemática, cujo processo de desenvolvimento – do surgimento das ideias à formalização simbólica – levou séculos. Mas afinal, o que é a Álgebra Escolar? Como ela é ensinada nas escolas hoje em dia? Qual o seu papel? Estas são questões que aparentemente podem parecer simples, mas que na realidade tem sido objeto de estudo e investigações há várias décadas e em vários países.

Sabemos que a Matemática é um importante campo do conhecimento desenvolvido pela humanidade e tem grande importância social. Por essa razão, que a Matemática é identificada como uma das principais disciplinas escolares da Educação Básica. Apesar disso, verifica-se que a Matemática ensinada nas escolas pode não estar cumprido seu papel social. Ao invés de ser inclusiva, ela acaba por ser um elemento de exclusão e de seleção. Isso transpassa os limites da própria instituição escolar. Cabe, portanto, ao professor, entre outras coisas, usar materiais dos mais diversos tipos e gerar situações que agreguem o maior número de estudantes possível, permitindo uma aprendizagem que possa ser alcançada por todos. Conseqüentemente, é comum ouvirmos discursos de estudantes, famílias e professores que nos evidenciam que as aulas de Matemática têm sido muito excludentes.

Nesse sentido, verificamos, também, a Matemática como parte importante dos processos seletivos gerais e, em particular, no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). No que diz respeito à Álgebra, parece que seu ensino é voltado para preparação aos exames de admissão em universidades, como vestibulares e o ENEM, como se este fosse o único propósito de se ensinar Álgebra.

As experiências vividas enquanto estudante do Ensino Médio, em uma escola pública do Agreste pernambucano, geraram inquietações acerca da imensa

importância que se dava à preparação para a prova do ENEM. Ou seja, as aulas de Matemática pareciam ter, muitas vezes, apenas essa finalidade. Isso levou-me a questionar: “será que aprendemos Matemática apenas para fazer a prova do ENEM?”.

É evidente que a resposta é não, mas muitas das minhas aulas faziam parecer que a resposta era sim. Em especial nos tópicos de Álgebra. Optei por investigar especificamente a Álgebra por ser esta, em geral, a que implicava mais dificuldades entre os estudantes nas aulas de Matemática durante a Educação Básica.

Ao ingressar na universidade, no curso de Matemática-Licenciatura, logo notei que Álgebra era protagonista e presença garantida em diversas disciplinas do curso. Entretanto, mais uma vez, quando a Álgebra atingia novos níveis de abstração, a turma reagia com dificuldade. Ou seja, na Educação Básica ou no Ensino Superior, a forma como a Álgebra é ensinada pode torná-la uma possível fonte de dificuldade para diversos estudantes. Logo, a maneira com que é ensinada merece ser estudada.

O pensamento algébrico está presente em diversos conteúdos matemáticos e começa a ser desenvolvido formalmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nos acompanhando durante toda a vida (acadêmica ou não). O ENEM, atualmente, é a principal via de ingresso nas universidades do Brasil. Por essa razão, as escolas – tanto públicas quanto privadas – empenham-se em obter bons resultados nesta prova.

Considerando esse contexto, elegemos como objeto de investigação em nosso estudo, a Álgebra nas questões de Matemática do ENEM. Uma vez que as aulas e o planejamento escolar têm se voltado a preparar os estudantes para o ENEM, investigar as questões de conhecimento algébrico na prova do ENEM podem subsidiar nossa interpretação de como esta área do conhecimento tem sido desenvolvida nas aulas de Matemática.

É comum conversar com alguns estudantes da Educação Básica e notar que a compreensão dos mesmos sobre a Álgebra geralmente é de que ela é apenas a mistura entre números e letras (talvez por não terem contato com uma conceituação algébrica que vá além disso). Do mesmo modo, geralmente acontecem alguns equívocos quando perguntamos a alguns estudantes sobre o que é uma equação. Nota-se, portanto, que a Álgebra é muito mais percebida como um mero método de resolução de exercícios onde se descobre o ‘x’, talvez já um resquício de uma aprendizagem orientada para exames seletivos, como o ENEM.

Aspectos procedimentais dos objetos matemáticos costumam ser mais valorizados que os conceituais em exames seletivos como o ENEM. A prova tem,

entre seus principais objetivos, selecionar estudantes. Para isso, é construída visando o erro do estudante que vai resolvê-la, utilizando “casca de banana” e oferecendo pouquíssimo tempo para a resolução de dezenas de questões.

Por esta razão, se a aprendizagem da Álgebra é voltada para resolver este tipo de problema, nestas circunstâncias, então é possível que ela fique comprometida. Principalmente se as concepções algébricas não forem abordadas, em sua totalidade, nas questões do ENEM.

Daí a necessidade de se pesquisar sobre o tema e verificar se as diferentes funções que a Álgebra pode assumir estão sendo apresentadas na prova do ENEM. Pois, é bem provável que se não surgirem suficientemente na prova do ENEM não surjam também nas aulas de Matemática durante a formação básica dos estudantes.

O presente trabalho tem como objetivo geral analisar as questões de Álgebra da prova de Matemática e suas tecnologias do ENEM no período de 2016 a 2019. A partir desse objetivo geral, estabelecemos os seguintes objetivos específicos: (01) Identificar as questões de Álgebra da prova de Matemática e suas tecnologias em cada edição do ENEM compreendendo o período de 2016 a 2019; (02) Classificar as questões de Álgebra identificadas em cada edição a partir das concepções de Álgebra definidas por Usiskin (1995); e (03) Analisar as classificações comparando as partes (cada edição) e o todo (conjunto das quatro edições no período).

No capítulo 2 traçaremos um panorama teórico geral sobre a Álgebra, caminhando pelos aspectos históricos, sua presença nas aulas de Matemática e nos principais documentos curriculares oficiais, assim como as principais concepções teóricas de Álgebra, como foco nas de Usiskin (1995), adotadas como meio de análise neste trabalho. No capítulo 3 tratamos especificamente do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), da sua constituição histórica às competências que moldam a prova de Matemática e suas Tecnologias.

No capítulo 4 apresentamos a metodologia desta pesquisa. No capítulo 5, fazemos a análise das provas de Matemática e suas Tecnologias do período de 2016 a 2019 (1ª Aplicação), caracterizando-as conforme as concepções algébricas de Usiskin (1995) com detalhamento dos resultados ano a ano. No capítulo 6 trazemos as principais considerações sobre os resultados obtidos e a análise realizada.

2 CONSIDERAÇÕES SOBRE ÁLGEBRA E SEU ENSINO

A finalidade deste capítulo é apresentar um panorama geral sobre o foco epistemológico de nossa pesquisa, no caso, a Álgebra, perpassando sobre seus aspectos históricos, seus elementos dentro da escola, da sala de aula aos documentos curriculares (PCNs, BNCC). Para fundamentação teórica do estudo, sistematizaremos também uma visão geral sobre diferentes perspectivas na classificação de Concepções de Álgebra, na qual de maneira mais central destacaremos as Concepções de Álgebra de Usiskin (1995).

2.1 Aspectos históricos

Historicamente, a Álgebra avança à medida que novas necessidades de representação de situações matemáticas surgem. Seja para resolver problemas, abstratos ou aplicados, ou para fazer demonstrações de teoremas, a simbologia utilizada pode facilitar ou dificultar o processo, a depender da escolha feita. Sabe-se que

Em relação ao desenvolvimento histórico da Álgebra como ciência, o que se encontra comumente nos manuais de história da matemática é o caráter lento do progresso da Álgebra e a periodização habitualmente definida pelos termos «Álgebra retórica», «Álgebra sincopada» e «Álgebra simbólica». (CAVALCANTI e SANTOS, 2010, p. 40).

A Álgebra Retórica pode ser observada em documentos egípcios datados em aproximadamente 1600 a.C. Nesses documentos foram observados alguns problemas do cotidiano que já traziam um raciocínio envolvendo a Álgebra, como a presença de valores desconhecidos. Porém, nessa fase a nomenclatura utilizada não se parecia em nada com a Álgebra como conhecemos hoje, pois esses valores desconhecidos eram representados por palavras inteiras.

A Álgebra Sincopada é um pouco mais recente pois data em cerca de 400 a.C e está presente em alguns escritos gregos. Nesses escritos já existiam a presença de abreviaturas para facilitar a escrita algébrica. Também na Grécia, porém um século à frente, a Álgebra teve destaque em dois dos 13 livros da obra Os Elementos de Euclides (nasc. – morte). Nesses, os termos desconhecidos típicos da Álgebra eram representados por figuras geométricas.

Só depois de muito tempo é que os matemáticos passaram a utilizar letras e símbolos no lugar das palavras, e com isso veio o surgimento da Álgebra Simbólica iniciada por volta do século XVI e que seguiu avançando até a forma dos dias atuais. (CAVALCANTI e SANTOS, 2010)

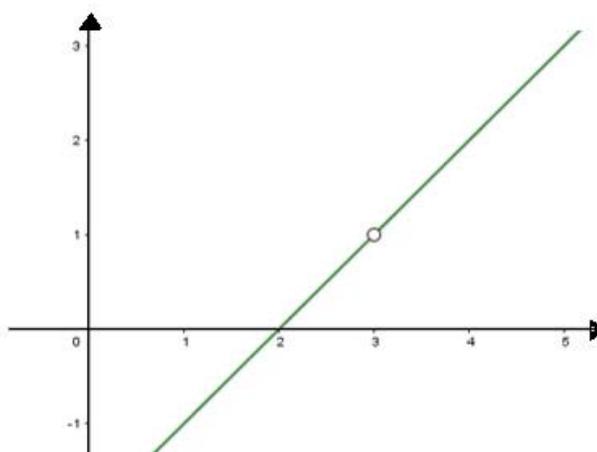
Já no século XIX, são duas as características da Álgebra, de acordo com Boyer (1996), sendo que “Uma é uma tendência crescente à generalização e abstração; a outra é uma concentração em expressões sujeitas a restrições mais cuidadosamente definidas que as consideradas em séculos precedentes”. (BOYER, 1996, p. 399). Ou seja, a primeira característica está ligada a uma Álgebra que busca generalizar conceitos e ideias. É uma forma de representação geral para certo tipo de situação.

A segunda característica tem mais cuidado em analisar expressões que possuem certos tipos de restrições como condições de existência, uma cautela e um estudo que representa um avanço mais em relação aos anteriores. Cabe mencionar o Cálculo Diferencial neste caso. Ou seja, são diferentes visões e objetivos para o estudo da Álgebra.

A Figura 1, por exemplo, traz o gráfico de uma função não definida para $x = 3$, ou seja, que possui uma restrição no seu domínio. Entretanto, é possível estudar esta função para valores de x muito próximos de 3. É exatamente o estudo de limites.

Figura 1 – Função $f(x)$ não definida para $x = 3$.

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$$



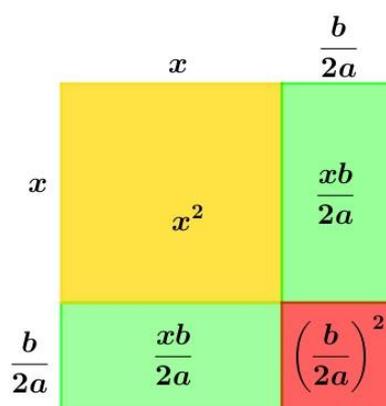
Fonte: Os autores, 2021.

A utilização da Álgebra sempre se deu com o objetivo de responder às necessidades do seu tempo bem como ao refinamento para uma forma de representação mais prática, através de uma simbologia mais apropriada. Com isso, explorando novos problemas e conceitos de modo que a mesma avançou para a forma que conhecemos hoje.

Entretanto, existem alguns avanços na Álgebra mais relacionados a procedimentos para resolução de problemas. Conhecendo bem o objeto matemático, desenvolvem-se métodos rápidos de resolver problemas o envolvendo e, com isso, a compreensão do conceito fica, muitas vezes, comprometida.

Um exemplo prático disso é o chamado “*método de completar quadrados*”, utilizado para, entre outras coisas, resolver *equações do 2º grau*.

Figura 2 – Representação geométrica do Método de completar quadrados.



Fonte: Os autores, 2021.

Ao utilizar o método de completar quadrados com coeficientes literais, podemos manipular algebricamente as equações obtidas e, com isso, obter uma fórmula geral que resolve qualquer equação do 2º grau. No Brasil, esta fórmula é conhecida como *Fórmula de Bháskara*.

Figura 3 – Fórmula de Bháskara

A solução da equação $ax^2 + bx + c = 0$ é

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Fonte: Os autores, 2021.

Este exemplo contribui para refletirmos sobre como a progressão histórica do conhecimento algébrico tem levado muito mais a pensamentos procedimentais do que conceituais. Uma ideia tão profunda que se tornou uma fórmula. Muitos estudantes conhecem apenas a fórmula, sem nem fazer ideia do significado que ela carrega.

Em tempos que o ensino se volta a provas como o ENEM, o uso de fórmulas assim cresce muito, para ser mais rápido e fácil de memorizar. Será que isso compromete a aprendizagem?

2.2 A Álgebra nas aulas de Matemática

As tarefas realizadas pelos estudantes a fim de compreender um determinado saber, geralmente são incentivadas pelo professor, ele explica os conteúdos de acordo com sua percepção, discute exemplos que envolvam o conceito abordado, e comumente resolve vários exercícios com a turma.

Todas estas tarefas devem agir como facilitadores que os guiam até o objetivo final que é a aprendizagem. Sendo assim, todas as etapas desse percurso devem ser escolhidas com cautela, de modo que tudo faça sentido para o aluno, que muitas vezes sente dificuldade em compreender as abstrações dos conceitos matemáticos.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), é destacada também a importância de se explorar as diversas funções da Álgebra para o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes. Podemos observar alguns desses aspectos no seguinte trecho:

o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a sintaxe (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1998, p. 50, 51).

Durante as aulas de Matemática, apenas resolver questões mesmo que utilizando métodos trabalhados com afinco, não gera espaço para estender conhecimento, os estudantes apenas replicam resoluções já vistas anteriormente. Por

isso, o professor deve garantir a presença de diferentes concepções de álgebra durante suas aulas, bem como o uso da resolução de problemas e diferentes linguagens. Como podemos observar nos PCN de 1997 e 1998 para o Ensino Fundamental que

utilizar as diferentes linguagens — verbal, musical, matemática, gráfica, plástica e corporal — como meio para produzir, expressar e comunicar suas idéias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação. (BRASIL, 1998, p. 7, 8).

Infelizmente, os conceitos ensinados nas escolas geralmente não são acompanhados de uma justificativa. Dessa forma, os estudantes muitas vezes acreditam que a Matemática ensinada nas escolas não possui um propósito, não pertence a lugar nenhum e não possui nenhuma aplicabilidade

Estudantes aprendem (também) a seguir prescrições explicitamente estabelecidas: "Resolva a equação"..", "Ache a medida de"..", "Calcule o valor de".." etc. Isso não tem muito em comum com os processos reais de investigações ou maneiras criativas de estruturar problemas. (SKOVSMOSE, 2001, p. 45)

Pensando no que foi dito por Skovsmose (ibid.), o uso da Matemática na escola muitas vezes foge da realidade, isso porque como trouxemos anteriormente, muitas aulas de Matemática da Educação Básica estão sendo moldadas pelo que será cobrado nas provas de seleção como a prova do ENEM. Não estamos descartando a importância de que os estudantes após concluírem o Ensino Médio deem continuidade aos seus estudos e ingressem em instituições de Ensino Superior. Estamos apenas argumentando que ensinar Matemática de uma forma tão mecânica, talvez não ajude na aprendizagem desses estudantes, tendo em vista que a Matemática, quando enxergada, não isoladamente, mas como parte da história da humanidade, é sem dúvida alguma, melhor compreendida.

Neto (2008), afirma que "A matemática é a mais antiga das ciências. Por isso ela é difícil. Porque já caminhou muito, já sofreu muitas rupturas e reformas, possuindo um acabamento refinado e formal que a coloca muito distante de suas origens." (p.19) Acreditamos que considerar os aspectos do desenvolvimento histórico de um campo do conhecimento tão antigo é fundamental uma vez que permite contextualizar e dar sentido às atividades e práticas matemáticas escolares.

Por este motivo, estar ciente do processo histórico de construção da Matemática é de fundamental importância para o ensino-aprendizagem desta ciência, o que já é sugerido pelos PCN, ao se afirmar que "A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem dessa área do conhecimento" (BRASIL, 1998, p. 42).

Isto não seria diferente com a Álgebra, campo da Matemática cuja construção histórica tem especificidades tão peculiares quanto as dificuldades aliadas à sua aprendizagem. Tomar sua história como parte do seu ensino é privilegiar no estudante a habilidade de construir o próprio conhecimento nos moldes da nossa própria história. Obviamente, cabe-nos também levar em conta a amplitude da relevância desta área, visto que

Se considerarmos as aplicações atuais da Álgebra e seu desenvolvimento histórico, podemos dizer que ela se configura como um significativo campo da ciência Matemática enquanto objeto de estudo em si e, numa perspectiva pragmática, a Álgebra também seria como um instrumento potencial para o estudo e desenvolvimento de outras ciências e das tecnologias. (CAVALCANTI e SANTOS, 2010, p. 41)

O surgimento da Álgebra foi crucial para os avanços e sistematizações dos mais diversos campos da Matemática e da Informática, sendo capaz de "traduzir" o abstrato em uma linguagem compreensível, universal e que permitiu ao longo da história a interação entre matemáticos brilhantes que falaram uma única língua através da educação e da Álgebra.

A educação tem o poder de mudar a situação social de um indivíduo. Na história do Brasil, a educação está diretamente ligada a fatores sociais e por isso, durante muito tempo, o Ensino Superior era destinado apenas a classe rica da sociedade. Saber como os conhecimentos algébricos estão sendo cobrados na avaliação do ENEM, é o intuito deste trabalho. E pode ser de grande importância para os professores e estudantes da Educação Básica.

2.3 A Álgebra nos documentos curriculares

Os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) foram elaborados com o intuito de melhorar e padronizar a educação no Brasil. Muitos profissionais contribuíram para que esse documento servisse de orientação para todos os professores do país.

Apesar de trazer sugestões para nortear o ensino, os PCN buscam respeitar a individualidade de cada região e deixam claro que os professores podem ajustar suas aulas de acordo com a realidade de seus alunos.

Nos PCN destinados a disciplina de matemática, a Álgebra não aparece como um eixo de conteúdos. Os conteúdos algébricos, portanto, estão distribuídos em outros blocos, como, números e operações e, grandezas e medidas, ainda assim é grande o destaque dado ao ensino da Álgebra, bem como a sua importância para a sociedade e para os avanços em diversos campos das ciências matemáticas

O desenvolvimento da Geometria e o aparecimento da Álgebra marcaram uma ruptura com os aspectos puramente pragmáticos da Matemática e impulsionaram a sistematização dos conhecimentos matemáticos, [...] A Matemática transforma-se por fim na ciência que estuda todas as possíveis relações e interdependências quantitativas entre grandezas, comportando um vasto campo de teorias, modelos e procedimentos de análise, metodologias próprias de pesquisa, formas de coletar e interpretar dados. (BRASIL, 1997, p.20).

Os PCN destinados ao Ensino Médio, assim como o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), são divididos por área, nas quais a Matemática está inserida na área que trata de Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias.

O currículo do Ensino Médio deve garantir também espaço para que os alunos possam estender e aprofundar seus conhecimentos sobre números e álgebra, [...] Estes conteúdos estão diretamente relacionados ao desenvolvimento de habilidades que dizem respeito à resolução de problemas, à apropriação da linguagem simbólica, à validação de argumentos, à descrição de modelos e à capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real. (BRASIL, 1998, p. 44).

Diferente dos PCN, onde a Álgebra não aparece como um eixo de conteúdos, mas sim como parte de alguns eixos, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que teve sua versão para o Ensino Fundamental homologada em 2017 e sua versão para o Ensino Médio homologada em 2018, aborda no Ensino Fundamental a Álgebra como um dos campos principais da Matemática juntamente com Aritmética, Geometria, Estatística e Probabilidade. Nessa direção, a BNCC propõe “cinco unidades temáticas, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a ser desenvolvidas [...] Cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização.” (BRASIL, 2017, p.270). Uma dessas Unidades Temáticas é a Álgebra, que, de acordo com o texto da própria BNCC,

tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. (BRASIL, 2017, p. 272).

Definir o que de fato é Álgebra Escolar não é uma tarefa fácil e tampouco apresenta uma única concepção. Em outras palavras, há várias formas de definir a Álgebra Escolar, seja pela história da Álgebra e educação algébrica, pelo tipo de atividade algébrica realizada ou pelos diferentes significados e usos das letras. Usiskin (1995) teorizou 4 importantes concepções algébricas que se assemelham bastante com as funções propostas pelos PCN e pela BNCC. Essas concepções serão discutidas mais adiante neste trabalho. Dessa forma, discutiremos na seção seguinte alguns dos outros estudos que também sistematizam concepções sobre a Álgebra Escolar.

2.4 Concepções teóricas de Álgebra

Quando o assunto é ensinar Álgebra, cada professor terá suas próprias concepções de como a Álgebra se manifesta e quais suas abordagens. Entretanto, apenas a experiência pessoal de cada professor não é o suficiente, pois este pode acabar deixando de lado alguma manifestação da Álgebra que seja fundamental à aprendizagem dos estudantes. Por isso, alguns estudiosos sistematizaram propostas teóricas sobre as concepções da álgebra, entre eles mencionaremos Lins e Gimenez (1997), Fiorentini et al. (2005) e Usiskin (1995), que comumente são as que mais surgem nas referências dos estudos acerca da Álgebra Escolar.

Nestas propostas, o foco é a atividade algébrica e, nessa perspectiva, os autores propõem tendências ou concepções que caracterizem esta atividade algébrica. A seguir, apresentaremos uma síntese das ideias de Lins e Gimenez (1997), de Fiorentini et. al. (2005) e de Usiskin (1995).

Lins e Gimenez (1997) caracterizam a atividade algébrica através de quatro tendências: tendência letrista, tendência conteudista, tendência de ação e tendência conceitual. Cada uma destas tendências diferencia-se quanto ao seu foco, como pode ser observado no Quadro 1.

Quadro 1 – Caracterizações da atividade algébrica segundo Lins e Gimenez (1997).

Tendência	Caracterização
Tendência letrista	Caracterização pela evolução histórica de algumas notações. Descreve a Álgebra através do desenvolvimento histórico das notações algébricas.
Tendência conteudista	Caracterização pela presença de certos conteúdos. Descrever a Álgebra como uma lista de objetos matemáticos que são de alguma forma julgados como Álgebra, apenas baseados na intuição.
Tendência de ação	Caracterização como resultado da ação do pensamento formal. Consiste em refletir sobre as operações, no que elas podem trazer para o problema em questão.
Tendência conceitual	Caracterização através de campos conceituais. Utiliza a ideia de campo conceitual do francês G. Vergnaud que envolve conceito, notações e esquemas mentais.

Fonte: Conforme Ferreira, 2011.

Ferreira (2011) chama a atenção para o fato de que as caracterizações da atividade algébrica de Lins e Gimenez (1997) se limitam em muitos aspectos na sua discussão, tornando-se até simplista em alguns casos.

A caracterização de cada uma das concepções algébricas de Fiorentini et al. (2005) pode ser observada no Quadro 2.

Quadro 2 – Concepções de educação algébrica segundo Fiorentini et al. (2005)

Concepção	Caracterização
Concepção linguístico-pragmática	Caracterizada por uma abordagem mais instrumental da álgebra e predominante do século XIX até a primeira metade do século XX. O objetivo era o domínio, mesmo que de forma mecânica, das técnicas para transformação algébrica, como calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.
Concepção fundamentalista-estrutural	Caracterizada por uma abordagem mais estrutural da álgebra e predominante nas décadas de 1970 e 1980. O objetivo era fornecer fundamentos lógicos para toda a matemática, como o ensino de propriedades das operações nos números naturais.

Concepção fundamentalista-analógica	Caracterizada pela busca de um meio termo entre as concepções linguístico-pragmática e fundamentalista-analógica, como demonstrar que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ com o auxílio do estudo de áreas de quadrados.
--	--

Fonte: Baseado em Ferreira, 2011.

Fiorentini et al. (2005) caracterizam a atividade algébrica através de três concepções centrais: concepção linguístico-pragmática, concepção fundamentalista-estrutural e concepção fundamentalista-analógica. Para Fiorentini et al. (2005), o foco da análise está na história da álgebra e da educação algébrica.

Usiskin (1995) caracteriza a atividade algébrica através de quatro concepções centrais: a Álgebra como aritmética generalizada, a Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, a Álgebra como estudo de relações entre grandezas e a Álgebra como estudos das estruturas. A caracterização de cada uma destas concepções pode ser observada no Quadro 3.

Quadro 3 – Caracterizações da atividade algébrica segundo Usiskin (1995).

Concepção	Caracterização
A Álgebra como aritmética generalizada.	Caracterizada por utilizar as variáveis como generalizadoras de modelos matemáticos.
A Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas.	Caracterizada por obter valor(es) para as variáveis existentes nos problemas propostos.
A Álgebra como estudo de relações entre grandezas.	Caracterizada pelo conceito de variáveis dependentes e independentes.
A Álgebra como estudos das estruturas.	Caracterizada por estudar objetos arbitrários de uma estrutura constituída por propriedades, sem foco nas variáveis, apenas na estrutura em si.

Fonte: Conforme Ferreira, 2011.

As concepções de educação algébrica de Fiorentini et. al. (2005) descrevem de maneira concisa os objetivos da educação algébrica, inclusive sobre os períodos da história em que esses objetivos predominaram. Entretanto, ainda não oferece dimensões suficientes, ou com mais especificidades, sobre as manifestações da

álgebra. Usiskin (1995) consegue teorizar sobre estas manifestações com uma classificação mais detalhada e é por isso que iremos nos debruçar com mais atenção sobre elas.

2.5 Concepções de Álgebra segundo Usiskin (1995)

Usiskin (1995) aborda as finalidades da Álgebra e as utilizações das variáveis em diferentes facetas. Ele reconhece quatro tipos de classificações para essas utilizações: Álgebra como aritmética generalizada, Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas, Álgebra como estudo de relações entre grandezas e Álgebra como estudo das estruturas. Essas quatro classificações são chamadas por ele de Concepções, e cada uma, tem uma propensão diferente.

É possível notar como a BNCC se alinha com as concepções de Usiskin (1995) ao tratar da unidade da Álgebra, o que pode ser percebido através do trecho no qual afirma que a Álgebra

tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. (BRASIL, 2017, p. 272).

Em seguida, apresentaremos um resumo sobre cada uma dessas concepções:

1º) *A Álgebra como aritmética generalizada*: Essa concepção utiliza as variáveis como generalizadoras de modelos matemáticos, com ela, podemos transcrever padrões e com isso, compreender fórmulas e propriedades da aritmética. Segundo Usiskin (1995), em um nível mais avançado, essa concepção é de fundamental importância para a modelagem matemática e as instruções-chave para o aluno sobre esta classificação é “traduzir e generalizar”.

Na história da Matemática, a criação da notação algébrica gerou avanços imediatos que, após algumas décadas, culminaram no surgimento e desenvolvimento da Geometria Analítica e do Cálculo. Ainda nessa concepção, não existem incógnitas,

não é preciso “descobrir valores escondidos”, é necessário apenas encontrar um modelo geral que traduza as relações entre números.

Para exemplificar esta concepção, acompanhe o seguinte caso:

Seja n um número natural par e S o sucessor par do quádruplo de n .

Problema: Obtenha uma expressão para S .

Este problema tem o interesse apenas em traduzir para a linguagem algébrica o que está escrito na língua natural, generalizando os números na forma dada que, no caso, é $S = 4n + 2$. Portanto, este tipo de problema entra na categoria *A Álgebra como aritmética generalizada*.

2°) *A Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas*: Dentro desta concepção, embora seja comum fazer uso da 1° concepção para iniciar a resolução dos exercícios, a finalidade agora é outra. Enquanto a concepção anterior busca generalizar algebricamente os padrões aritméticos, o objetivo da 2° concepção consiste em obter valor(es) para as variáveis existentes nos problemas propostos.

A Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas tem o intuito de resolvê-los através de um procedimento, um método. Agora, as variáveis são ou incógnitas ou constantes. As instruções-chave para os estudantes sobre esta concepção são: “simplificar e resolver”. Usiskin (1995) destaca o quanto essas duas expressões podem ser semelhantes no enunciado dos problemas, podendo, em diversos casos, se referirem a mesma ideia.

Para exemplificar esta concepção, acompanhe o seguinte caso:

Seja n um número natural par e S o sucessor par do quádruplo de n .

Problema: Para qual valor de n temos $S = 26$?

Como já sabemos que o modelo para este caso é $S = 4n + 2$, dado o valor de S , o valor de n é uma incógnita, valor desconhecido que desejamos descobrir ao resolver a equação. A equação resultante é $4n + 2 = 26$. Utilizando de procedimentos

específicos, podemos resolver a equação: (1) subtrair 2 de ambos os membros da equação, obtendo a forma simplificada $4n = 24$. (2) Dividir por 4 ambos os membros da equação, obtendo a forma simplificada e solução da equação $n = 6$. Portanto, este tipo de problema entra na categoria *A Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas*.

3°) *A Álgebra como estudo de relações entre grandezas*: Embora essa, de início, pareça se assemelhar com a 1° concepção, por envolver fórmulas algébricas, aparece apenas nesta concepção, e não naquela, o conceito de variáveis dependentes e independentes pois, se uma muda, isso também afeta o comportamento da outra. Ou seja, nessa terceira concepção, as variáveis surgem trazendo o sentido de variação, não visto anteriormente. Não se busca apenas generalizar padrões ou encontrar valores exatos para as incógnitas, agora é preciso entender o comportamento dessas variáveis e como elas se relacionam. O estudo dos gráficos e das funções está muito presente nesta concepção. A instrução-chave para os alunos é: “relacionar”.

Para exemplificar esta concepção, acompanhe o seguinte caso:

Seja n um número natural par e S o sucessor par do quádruplo de n .

Problema: Quando o valor de n triplica, o valor de S também triplica?

Estamos interessados agora não apenas no modelo, mas como ele se comporta quando suas variáveis variam. Portanto, este problema não se insere na concepção *A Álgebra como aritmética generalizada*. Também não temos interesse em determinar nenhum valor, logo não há incógnita. Portanto, este problema não se insere na concepção *A Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas*. Se n triplica, o novo valor de S é tal que $S = 4 \cdot (3n) + 2 = 12n + 2$. Ou seja, S não triplica. Como nossa análise foi sobre a variação das variáveis, este tipo de problema entra na categoria *A Álgebra como estudo de relações entre grandezas*.

4°) *A Álgebra como estudos das estruturas*: Embora essa concepção seja mais utilizada no nível de ensino superior, ela não se restringe apenas a ele. Podemos encontrar aplicação dessa concepção também a nível básico, que é o nível de ensino

sobre o qual se situa nosso objeto de estudo. Nessa concepção, podemos reconhecer o uso da Álgebra na aplicação de propriedades matemáticas, como na fatoração de polinômios, nas relações trigonométricas e operações binomiais.

Segundo Usiskin (1995), na concepção da Álgebra como um estudo das estruturas, o conceito de variável é pouco mais que apenas um símbolo no papel, essa concepção quebra um pouco a relação que as variáveis possuem com os números reais, pois não busca utilizá-los como um referencial, apenas queremos manipular as variáveis de uma “maneira diferente”. Logo, ela tornou-se um objeto arbitrário de uma estrutura constituída por propriedades. As instruções-chave para os estudantes sobre esta concepção são: “manipular e justificar”.

Para exemplificar esta concepção, acompanhe o seguinte caso:

Seja n um número natural par e S o sucessor par do quádruplo de n .

Problema: Mostre que o sucessor par do quádruplo de n é igual ao dobro do sucessor do dobro de n , para todo n natural.

Aqui, vamos muito além do modelo generalizado, assim como não estamos em busca de determinar o valor de nenhuma incógnita nem de estudar como as variáveis se relacionam. Aqui, nosso foco está na estrutura em si, como ela está representada e como as propriedades dos polinômios nos permitem manipulá-la como bem quisermos. Se $S = 4n + 2$, fatorando a expressão polinomial do 1º grau, obtemos

$$S = 4n + 2 = 2 \cdot (2n + 1)$$

Mostrando exatamente o que desejávamos. Portanto, este tipo de problema entra na categoria *A Álgebra como estudos das estruturas*.

3 O EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO

A finalidade deste capítulo é discutir sobre a inserção do Exame Nacional do Ensino Médio na vida dos estudantes, da sua criação até seus moldes atuais.

3.1 Aspectos históricos

Até meados dos anos 90 o Ensino Médio no Brasil era, em sua maioria, ofertado no período noturno e frequentado quase que exclusivamente pela população de classe média e alta.

Ao final de 1996, [...] A Constituição Federal estabelece como preceito a progressiva universalização do acesso ao ensino médio gratuito, ou seja: o ensino médio deve ser progressivamente estendido a todos aqueles que concluírem o ensino fundamental, ainda que não haja obrigatoriedade de cursá-lo. (CASTRO e TIEZZI, 2005, p. 2,3).

Depois da aprovação da lei 9.394 que inclui o Ensino Médio gratuito como última etapa da Educação Básica brasileira (ainda que nessa época o mesmo não fosse obrigatório), houve um aumento significativo tanto no número de matrículas quanto na quantidade de estudantes que passaram a frequentá-lo no período diurno.

No Brasil, o Ensino Médio foi o que mais se expandiu, considerando como ponto de partida a década de 80. De 1988 a 1997, o crescimento da demanda superou 90% das matrículas até então existentes. Em apenas um ano, de 1996 a 1997, as matrículas no Ensino Médio cresceram 11,6%. (BRASIL, 2000, p. 7).

Após a consolidação do Ensino Médio e o grande aumento de estudantes matriculado neste nível de ensino, foi necessária a implantação de um exame que pudesse avaliar sua qualidade. Com isso, o ENEM foi criado em 1998, primeiramente com o objetivo de avaliar o desempenho dos estudantes que terminam a Educação Básica, seguindo critérios de competências e habilidades que se espera ter sido alcançados por estes estudantes durante seus anos de estudo na Educação Básica.

Foi apenas em sua segunda edição que o ENEM começou a servir como modo de acesso ao Ensino Superior.

A avaliação é considerada como elemento favorecedor da melhoria de qualidade da aprendizagem, deixando de funcionar como arma contra o aluno. É assumida como parte integrante e instrumento de auto-regulação do processo de ensino e aprendizagem, para que os objetivos propostos sejam atingidos. (BRASIL, 1998, p.42).

A depender dos resultados obtidos com a prova do ENEM, o currículo do Ensino Médio foi se aprimorando ao longo dos anos. Historicamente, a intenção das instituições governamentais é de relacionar o Ensino Médio com o Ensino Profissionalizante, para que os estudantes saiam aptos para serem inseridos nos processos produtivos da sociedade.

3.2 A prova de Matemática e suas Tecnologias

As provas do ENEM são estruturadas sobre um conjunto de competências e habilidades necessárias aos estudantes submetidos a ela. A prova de Matemática firma-se sobre 7 competências nas quais se distribuem 30 habilidades. As competências que envolvem conhecimentos numéricos, geométricos, de grandezas e medidas, probabilidade e estatística, embora não apresentem explicitamente entre suas habilidades a Álgebra, trazem com muita frequência a expressão “Resolver situação-problema”, que insere a Álgebra nos métodos e procedimentos para resolver problemas numéricos, geométricos, de grandezas e medidas, probabilidade e estatística. Portanto, se inserem na Concepção 2 de Usiskin (1995): A Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas.

As competências que tratam especificamente da Álgebra são as competências de área 4 e 5, descritas a seguir:

“Competência de área 4 – Construir noções de variação de grandezas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano”.¹

Para esta competência, são definidas 4 habilidades, da habilidade 15 a habilidade 18, conforme o Quadro 4 a seguir.

¹ Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/matriz-de-referencia>>. Acesso em: 10 de abr. 2021.

Quadro 4 – Habilidades da Competência de área 4 da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM.

Habilidade	Descrição da habilidade
Habilidade 15	Identificar a relação de dependência entre grandezas.
Habilidade 16	Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, direta ou inversamente proporcionais.
Habilidade 17	Analisar informações envolvendo a variação de grandezas como recurso para a construção de argumentação.
Habilidade 18	Avaliar propostas de intervenção na realidade envolvendo variação de grandezas.

Fonte: https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf. Acesso em: 20 de fev. 2021.

“Competência de área 5 – Modelar e resolver problemas que envolvem variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas, usando representações algébricas”².

Para esta competência, são definidas 5 habilidades, da habilidade 19 a habilidade 23, conforme o Quadro 5 a seguir.

Quadro 5 – Habilidades da Competência de área 5 da prova do ENEM.

Habilidade	Descrição da habilidade
Habilidade 19	Identificar representações algébricas que expressem a relação entre grandezas.
Habilidade 20	Interpretar gráfico cartesiano que represente relações entre grandezas.
Habilidade 21	Resolver situação-problema cuja modelagem envolva conhecimentos algébricos.
Habilidade 22	Utilizar conhecimentos algébricos/geométricos como recurso para a construção de argumentação.
Habilidade 23	Avaliar propostas de intervenção na realidade utilizando conhecimentos algébricos.

Fonte: https://download.inep.gov.br/download/enem/matriz_referencia.pdf. Acesso em: 20 de fev. 2021.

É possível notar que as habilidades referentes às Competências de área 4 e 5 privilegiam narrativamente com maior frequência a Concepção 3: A Álgebra como estudo de relações entre grandezas.

² Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/matriz-de-referencia>>. Acesso em: 10 de abr. 2021.

4 METODOLOGIA

A finalidade deste capítulo é descrever a metodologia utilizada nesta pesquisa. Devido à natureza da nossa investigação, seguimos uma abordagem qualitativa, sendo esta “um processo de reflexão e análise da realidade através da utilização de métodos e técnicas para compreensão detalhada do objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou segundo sua estruturação” (OLIVEIRA, 2011, p. 28).

Mas é claro que a abordagem quantitativa não foi rejeitada pois, conforme Oliveira (2011) bem coloca, “combinar técnicas de análise qualitativa com técnicas de análise quantitativa proporciona maior nível de *credibilidade* e *validade* aos resultados da pesquisa evitando-se, assim, o reducionismo por uma só opção de análise”. (p. 29, 30, grifo da autora). Sendo assim, analisamos as questões de Álgebra da prova de Matemática do ENEM dos anos 2016 a 2019, ancorada no aporte teórico de Usiskin (1995). Dessa maneira, analisamos as questões de Álgebra da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM dos anos de 2016 a 2019 com base nas concepções de álgebra de Usiskin (1995), apresentando os resultados através de tabelas e da análise de algumas das questões classificadas.

Foram selecionadas as provas de 2016 a 2019 por serem as mais recentes e representarem uma considerável amostra de questões (179 questões). A princípio, fez-se uma análise geral da prova de Matemática a fim de identificar as questões de Álgebra. Consideramos como questão de Álgebra aquela na qual o estudante precisou mobilizar conhecimentos algébricos para obter a solução. Uma mesma questão pode ser resolvida de diversas maneiras distintas. Se, entre os caminhos mais comuns, houve um que mobilizou uma quantidade considerável de conhecimentos algébricos, a nível de uma das 4 concepções, esta questão foi considerada algébrica.

Por exemplo, a questão 179 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2016 (Figura 4) pode ser resolvida sem a utilização de conhecimentos algébricos. Entretanto, entre as possibilidades mais comuns de resolução, podemos contar com algumas que mobilizam o conhecimento algébrico e que este é imprescindível. Portanto, consideramos esta questão como sendo de Álgebra.

Figura 4 – Questão 179 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2016.

QUESTÃO 179

Em uma empresa de móveis, um cliente encomenda um guarda-roupa nas dimensões 220 cm de altura, 120 cm de largura e 50 cm de profundidade. Alguns dias depois, o projetista, com o desenho elaborado na escala 1 : 8, entra em contato com o cliente para fazer sua apresentação. No momento da impressão, o profissional percebe que o desenho não caberia na folha de papel que costumava usar. Para resolver o problema, configurou a impressora para que a figura fosse reduzida em 20%.

A altura, a largura e a profundidade do desenho impresso para a apresentação serão, respectivamente,

- A** 22,00 cm, 12,00 cm e 5,00 cm.
- B** 27,50 cm, 15,00 cm e 6,25 cm.
- C** 34,37 cm, 18,75 cm e 7,81 cm.
- D** 35,20 cm, 19,20 cm e 8,00 cm.
- E** 44,00 cm, 24,00 cm e 10,00 cm.

Fonte: https://download.inep.gov.br/publicacao_basica/enem/provas/2016/CAD_ENEM_2016_DIA_2_08_ROSA.pdf. Acesso em: 24 de mar. 2021.

Destacamos que em nenhum das Concepções de Álgebra de Usiskin (1995) menciona-se o termo “substituir”, então problemas que podem ser resolvidos por fórmulas matemáticas através da mera substituição de valores numéricos não foram considerados como questões de Álgebra.

Figura 5 – Questão 152 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2016.

QUESTÃO 152

O tênis é um esporte em que a estratégia de jogo a ser adotada depende, entre outros fatores, de o adversário ser canhoto ou destro.

Um clube tem um grupo de 10 tenistas, sendo que 4 são canhotos e 6 são destros. O técnico do clube deseja realizar uma partida de exibição entre dois desses jogadores, porém, não poderão ser ambos canhotos.

Qual o número de possibilidades de escolha dos tenistas para a partida de exibição?

A $\frac{10!}{2! \times 8!} - \frac{4!}{2! \times 2!}$

B $\frac{10!}{8!} - \frac{4!}{2!}$

C $\frac{10!}{2! \times 8!} - 2$

D $\frac{6!}{4!} + 4 \times 4$

E $\frac{6!}{4!} + 6 \times 4$

Fonte: https://download.inep.gov.br/publicacao_basica/enem/provas/2016/CAD_ENEM_2016_DIA_2_08_ROSA.pdf. Acesso em: 24 de mar. 2021.

Como exemplo, temos a questão 152 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2016 (Figura 5). É possível resolvê-la, também, recorrendo à fórmula matemática para o cálculo de combinações simples, entretanto a fórmula não será utilizada para nada mais do que substituir os valores do problema. Portanto, não foi considerada questão de Álgebra na nossa análise.

Em seguida, classificamos estas questões de acordo com as concepções de Usiskin (1995), são elas:

(C1) A álgebra como aritmética generalizada;

(C2) A álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas;

(C3) A álgebra como estudo de relações entre grandezas;

(C4) A álgebra como estudo das estruturas.

A decisão sobre em qual concepção encaixar cada questão de Álgebra levou em conta, principalmente, o objetivo principal da questão, dentro da sua formulação, comando e representações adotadas (no enunciado e nas alternativas) e qual das quatro concepções este objetivo principal busca mobilizar. Como exemplo, temos a questão 166 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2016 (Figura 6).

Figura 6 – Questão 166 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2016.

QUESTÃO 166 

Para a construção de isolamento acústico numa parede cuja área mede 9 m^2 , sabe-se que, se a fonte sonora estiver a 3 m do plano da parede, o custo é de R\$ $500,00$. Nesse tipo de isolamento, a espessura do material que reveste a parede é inversamente proporcional ao quadrado da distância até a fonte sonora, e o custo é diretamente proporcional ao volume do material do revestimento.

Uma expressão que fornece o custo para revestir uma parede de área A (em metro quadrado), situada a D metros da fonte sonora, é

A $\frac{500 \cdot 81}{A \cdot D^2}$

B $\frac{500 \cdot A}{D^2}$

C $\frac{500 \cdot D^2}{A}$

D $\frac{500 \cdot A \cdot D^2}{81}$

E $\frac{500 \cdot 3 \cdot D^2}{A}$

Nesta questão, podemos localizar resquícios das 4 concepções. Entretanto, o objetivo da questão é identificar que existe uma expressão que representa a maneira com que se relacionam as três variáveis e determina-la. Esta é a razão para ela se encaixar na C3, e não em uma das outras.

Em seguida, analisamos algumas das questões da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM, a fim de identificar como estas concepções costumam se expressar nessas provas.

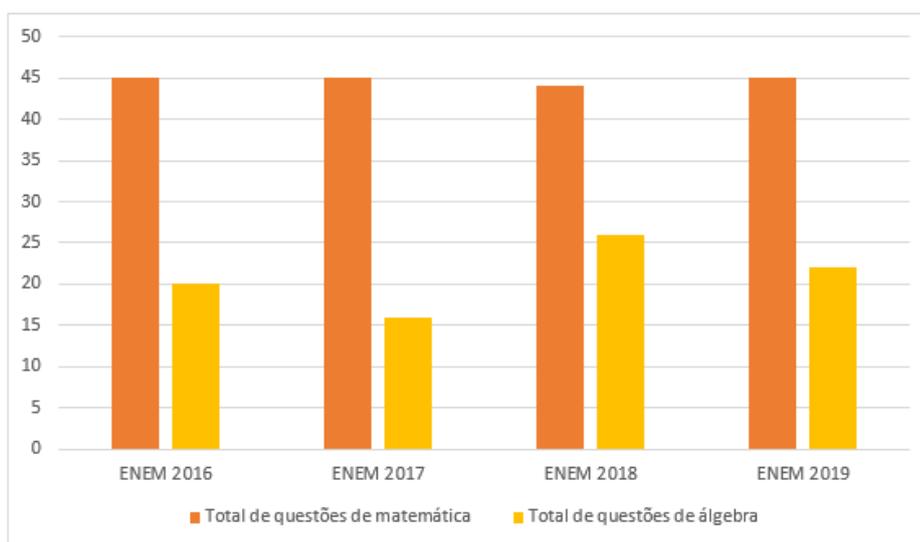
5 ANÁLISE

Nesse capítulo fizemos a análise das questões de cada prova, no período de 2016 a 2019. Para isso, construímos tabelas que trazem comparações entre: o número total de questões nas provas de Matemática e suas tecnologias com o número total de questões de Álgebra e, dentro das questões de Álgebra, a frequência de cada concepção segundo a teoria de Usiskin (1995).

5.1 Panorama geral das questões de Álgebra na prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM.

Podemos notar também que nas distribuições das questões do ENEM dá-se grande relevância ao estudo da Álgebra, provavelmente isso indica que a Álgebra é um campo importante de conteúdos da Educação Básica. Sendo o ENEM atualmente, a segunda maior prova de vestibular do mundo e responsável pelo ingresso daqueles que pretendem estudar algum curso nas universidades e instituições públicas de Ensino Superior no Brasil, a prova assume o papel não só de selecionar estudantes, mas também de nortear como os professores devem trabalhar os conteúdos matemáticos durante as suas aulas.

Gráfico 1 – Questões de álgebra na 1ª Aplicação da prova de Matemática e suas tecnologias do ENEM no período de 2016 a 2019.



Fonte: Os autores, 2021.

O Gráfico 1 mostra a comparação entre o número de questões presentes nas provas de Matemática e suas Tecnologias na 1ª Aplicação do ENEM de 2016 a 2019 e o número de questões de Álgebra dentro dessas mesmas provas.

No ano de 2018, constam apenas 44 questões na prova de Matemática e suas Tecnologias porque uma questão foi anulada e levamos em consideração apenas as questões válidas. Notamos que, embora a quantidade de questões de Álgebra em cada ano seja variável (44,44% em 2016, 35,56% em 2017, 59,09% em 2018 e 48,89% em 2019), verifica-se que, na média geral dos quatro anos, quase metade, aproximadamente (47%) das questões foram algébricas, o que nos faz ponderar acerca da importância do campo algébrico como principal eixo de conteúdos matemáticos presentes nestas avaliações.

Nos próximos tópicos iremos categorizar as questões de Álgebra de acordo com as concepções propostas por Usiskin (1995).

5.2 Categorização das questões

Para cada prova analisada, contabilizamos o número total de questões de álgebra assim como classificamos cada uma destas questões numa das Concepções de Álgebra de Usiskin (1995). Os dados são apresentados detalhadamente em valores absolutos e percentuais para cada ano, assim como o número de questões enquadradas em cada uma das Concepções, que é apresentado através de tabelas. Para exemplificar, apresentamos e discutimos algumas questões das provas de Matemática e suas Tecnologias analisadas.

5.2.1 ENEM 2016 – 1ª Aplicação

Das 45 questões da 1ª aplicação da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM 2016, 20 são de Álgebra (44,44%), distribuídas em 15 questões na C2 (equivalentes a três quartos das questões), quatro (04) questões na C3 (um quinto das questões), uma (01) questão na C4 (5%) e nenhuma questão identificada para a C1. A Tabela 1 traz os resultados referentes à prova de Matemática e suas Tecnologias da 1ª aplicação do ENEM 2016.

Tabela 1 – Distribuição das questões de álgebra do ENEM 2016 – 1ª Aplicação.

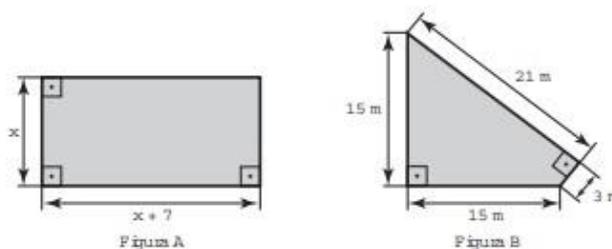
Concepção	Número de questões
C1	0
C2	15
C3	4
C4	1
Total	20

Fonte: Os autores, 2021.

A concepção mais frequente foi a C2 com três quartos das questões. Como exemplo, trazemos a questão 161 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2016.

Figura 7 – Questão 161 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2016.**QUESTÃO 161**

Um senhor, pai de dois filhos, deseja comprar dois terrenos, com áreas de mesma medida, um para cada filho. Um dos terrenos visitados já está demarcado e, embora não tenha um formato convencional (como se observa na Figura B), agradou ao filho mais velho e, por isso, foi comprado. O filho mais novo possui um projeto arquitetônico de uma casa que quer construir, mas, para isso, precisa de um terreno na forma retangular (como mostrado na Figura A) cujo comprimento seja 7 m maior do que a largura.



Para satisfazer o filho mais novo, esse senhor precisa encontrar um terreno retangular cujas medidas, em metro, do comprimento e da largura sejam iguais, respectivamente, a

- A** 7,5 e 14,5.
- B** 9,0 e 16,0.
- C** 9,3 e 16,3.
- D** 10,0 e 17,0.
- E** 13,5 e 20,5.

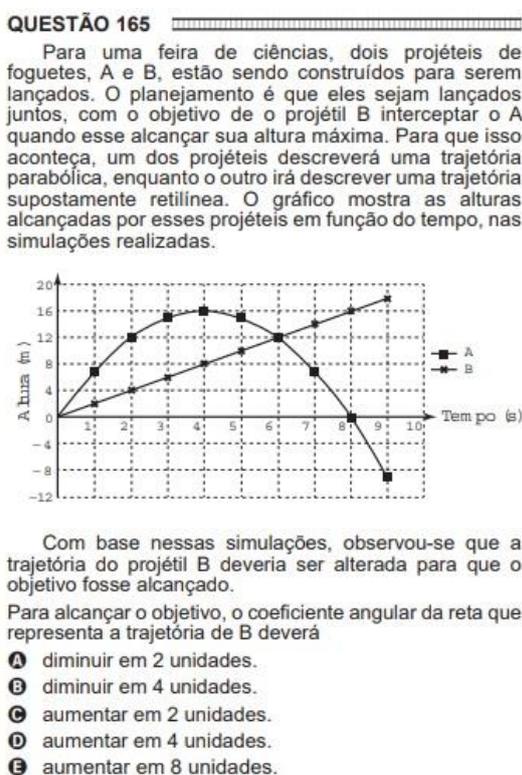
Fonte:

https://download.inep.gov.br/36plicacao_basica/enem/provas/2016/CAD_ENEM_2016_DIA_2_08_ROSA.pdf. Acesso em: 24 de mar. 2021.

Esta questão, explicitamente geométrica, envolve conhecimentos algébricos na sua resolução, com intuito de resolver um problema através da determinação do valor de uma incógnita. Classifica-se, portanto, na C2.

A segunda concepção mais frequente foi a C3 (referente a um quinto das questões). Como exemplo, trazemos a questão 165 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2016. Nesta, o objetivo principal consiste em estudar a taxa de variação de uma função, o que se adequa na C3.

Figura 8 – Questão 165 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2016.



Fonte: https://download.inep.gov.br/publicacao_basica/enem/provas/2016/CAD_ENEM_2016_DIA_2_08_ROSA.pdf. Acesso em: 24 de mar. 2021.

Esta questão não tem interesse em generalizar modelos ou determinar o valor de uma incógnita, mas de relacionar variáveis e, mais do que isso, estudar como elas variam em conjunto, através da ideia explícita de taxa de variação. Classifica-se, portanto, na C3.

A terceira concepção mais frequente foi a C4 (5%), contudo, com apenas uma questão representando esta concepção. A única questão identificada nesta concepção foi a 174 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2016.

Figura 9 – Questão 174 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2016.

QUESTÃO 174

Densidade absoluta (d) é a razão entre a massa de um corpo e o volume por ele ocupado. Um professor propôs à sua turma que os alunos analisassem a densidade de três corpos: d_A , d_B , d_C . Os alunos verificaram que o corpo A possuía 1,5 vez a massa do corpo B e esse, por sua vez, tinha $\frac{3}{4}$ da massa do corpo C. Observaram, ainda, que o volume do corpo A era o mesmo do corpo B e 20% maior do que o volume do corpo C.

Após a análise, os alunos ordenaram corretamente as densidades desses corpos da seguinte maneira

A $d_B < d_A < d_C$
B $d_B = d_A < d_C$
C $d_C < d_B = d_A$
D $d_B < d_C < d_A$
E $d_C < d_B < d_A$

Fonte: https://download.inep.gov.br/38plificacao_basica/enem/provas/2016/CAD_ENEM_2016_DIA_2_08_ROSA.pdf. Acesso em: 24 de mar. 2021.

Note que nesta questão não se trabalha a ideia de variáveis, visto que todas as grandezas envolvidas têm seus valores fixos nesta situação (a amostra analisada pela turma é invariável, logo sua massa e volume não se modificam, e a densidade destes corpos, por definição, não muda). Não há interesse também em generalizar um modelo ou determinar o valor de uma incógnita. Que álgebra é essa? Trata-se simplesmente de manipular estruturas, de tal forma que elas assumam uma representação que possibilite ordená-las. Este é o principal objetivo desta questão. Classifica-se, portanto, na C4.

Não foi identificada nenhuma questão da C1.

5.2.2 ENEM 2017 – 1ª Aplicação

Das 45 questões da 1ª aplicação da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM 2017, 16 são de Álgebra (35,56%), distribuídas em duas (02) questões na C1 (12,5%), 12 questões na C2 (três quartos das questões), uma (01) questão na C3 (6,25%) e uma (01) questão na C4 (6,25%). A tabela abaixo traz os resultados referentes à prova de Matemática e suas Tecnologias da 1ª aplicação do ENEM 2017.

Tabela 2 – Distribuição das questões de álgebra do ENEM 2017 – 1ª Aplicação.

Concepção	Número de questões
C1	2
C2	12
C3	1
C4	1
Total	16

Fonte: Os autores, 2021.

A concepção mais frequente foi a C2 (referentes a três quartos das questões). Como exemplo, trazemos a questão 155 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2017.

Figura 10 – Questão 155 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2017.

QUESTÃO 155

A avaliação de rendimento de alunos de um curso universitário baseia-se na média ponderada das notas obtidas nas disciplinas pelos respectivos números de créditos, como mostra o quadro:

Avaliação	Média de notas (M)
Excelente	$9 < M \leq 10$
Bom	$7 \leq M \leq 9$
Regular	$5 \leq M < 7$
Ruim	$3 \leq M < 5$
Péssimo	$M < 3$

Quanto melhor a avaliação de um aluno em determinado período letivo, maior sua prioridade na escolha de disciplinas para o período seguinte.

Determinado aluno sabe que se obtiver avaliação "Bom" ou "Excelente" conseguirá matrícula nas disciplinas que deseja. Ele já realizou as provas de 4 das 5 disciplinas em que está matriculado, mas ainda não realizou a prova da disciplina I, conforme o quadro.

Disciplinas	Notas	Número de créditos
I		12
II	8,00	4
III	6,00	8
IV	5,00	8
V	7,50	10

Para que atinja seu objetivo, a nota mínima que ele deve conseguir na disciplina I é

- A 7,00.
- B 7,38.
- C 7,50.
- D 8,25.
- E 9,00.

questão. O objetivo principal é representar algebricamente um modelo geral para a situação descrita. Classifica-se, portanto, na C1.

Por fim, surgem as C3 e C4, ambas com apenas uma (01) questão identificada (6,25%). Como única representante da C3, trazemos a questão 178 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2017.

Figura 12 – Questão 178 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2017.

QUESTÃO 178

O fisiologista inglês Archibald Vivian Hill propôs, em seus estudos, que a velocidade v de contração de um músculo ao ser submetido a um peso p é dada pela equação $(p + a)(v + b) = K$, com a , b e K constantes.

Um fisioterapeuta, com o intuito de maximizar o efeito benéfico dos exercícios que recomendaria a um de seus pacientes, quis estudar essa equação e a classificou desta forma:

Tipo de curva
Semirreta oblíqua
Semirreta horizontal
Ramo de parábola
Arco de circunferência
Ramo de hipérbole

O fisioterapeuta analisou a dependência entre v e p na equação de Hill e a classificou de acordo com sua representação geométrica no plano cartesiano, utilizando o par de coordenadas $(p ; v)$. Admita que $K > 0$.

Disponível em: <http://rspb.royalsocietypublishing.org>. Acesso em: 14 jul. 2015 (adaptado).

O gráfico da equação que o fisioterapeuta utilizou para maximizar o efeito dos exercícios é do tipo

- A** semirreta oblíqua.
- B** semirreta horizontal.
- C** ramo de parábola.
- D** arco de circunferência.
- E** ramo de hipérbole.

Fonte: https://download.inep.gov.br/41plificacao_basica/enem/provas/2017/cad_8_prova_rosa_12112017.pdf. Acesso em: 24 de mar. 2021.

Esta questão apresenta um modelo algébrico e solicita o nome da curva que, graficamente, representa a relação entre as variáveis. Classifica-se, portanto, na C3.

Como única representante da C4, trazemos a questão 180 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2017.

Figura 13 – Questão 180 da prova rosa do 2º dia de aplicação do ENEM 2017.

QUESTÃO 180

A mensagem digitada no celular, enquanto você dirige, tira a sua atenção e, por isso, deve ser evitada. Pesquisas mostram que um motorista que dirige um carro a uma velocidade constante percorre “às cegas” (isto é, sem ter visão da pista) uma distância proporcional ao tempo gasto ao olhar para o celular durante a digitação da mensagem. Considere que isso de fato aconteça. Suponha que dois motoristas (X e Y) dirigem com a mesma velocidade constante e digitam a mesma mensagem em seus celulares. Suponha, ainda, que o tempo gasto pelo motorista X olhando para seu celular enquanto digita a mensagem corresponde a 25% do tempo gasto pelo motorista Y para executar a mesma tarefa.

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 21 jul. 2012 (adaptado).

A razão entre as distâncias percorridas às cegas por X e Y, nessa ordem, é igual a

- A $\frac{5}{4}$
- B $\frac{1}{4}$
- C $\frac{4}{3}$
- D $\frac{4}{1}$
- E $\frac{3}{4}$

Fonte: https://download.inep.gov.br/2017/04/2017-provas-basica/enem/provas/2017/cad_8_prova_rosa_12112017.pdf. Acesso em: 24 de mar. 2021.

Nesta questão, não há interesse na determinação do valor de nenhuma incógnita. Note também que X e Y são valores que, mesmo desconhecidos, são fixos, representando uma situação específica. Nenhum modelo geral é solicitado também. Neste caso, temos a manipulação de estruturas algébricas, organizando-as de tal forma que seja possível determinar a razão independentemente dos valores de X e Y. Classifica-se, portanto, na C4.

5.2.3 ENEM 2018 – 1ª Aplicação

Das 44 questões da 1ª aplicação da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM 2018, 26 são de Álgebra (59,09%), distribuídas em duas (02) questões na C1 (7,70%), 20 questões na C2 (76,92%), três (03) questões na C3 (11,54%) e uma

(01) questão na C4 (3,85%). A tabela abaixo traz os resultados referentes à prova de Matemática e suas Tecnologias da 1ª aplicação do ENEM 2018.

Tabela 3 – Distribuição das questões de álgebra do ENEM 2018 – 1ª Aplicação.

Concepção	Número de questões
C1	2
C2	20
C3	3
C4	1
Total	26

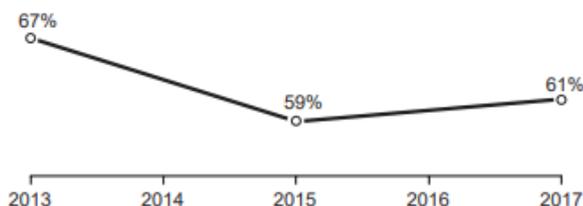
Fonte: Os autores, 2021.

A concepção mais frequente foi a C2 (76,92%). Como exemplo, trazemos a questão 143 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2018.

Figura 14 – Questão 143 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2018.

QUESTÃO 143

A raiva é uma doença viral e infecciosa, transmitida por mamíferos. A campanha nacional de vacinação antirrábica tem o objetivo de controlar a circulação do vírus da raiva canina e felina, prevenindo a raiva humana. O gráfico mostra a cobertura (porcentagem de vacinados) da campanha, em cães, nos anos de 2013, 2015 e 2017, no município de Belo Horizonte, em Minas Gerais. Os valores das coberturas dos anos de 2014 e 2016 não estão informados no gráfico e deseja-se estimá-los. Para tal, levou-se em consideração que a variação na cobertura de vacinação da campanha antirrábica, nos períodos de 2013 a 2015 e de 2015 a 2017, deu-se de forma linear.



Disponível em: <http://pni.datasus.gov.br>. Acesso em: 5 nov. 2017.

Qual teria sido a cobertura dessa campanha no ano de 2014?

- A** 62,3%
- B** 63,0%
- C** 63,5%
- D** 64,0%
- E** 65,5%

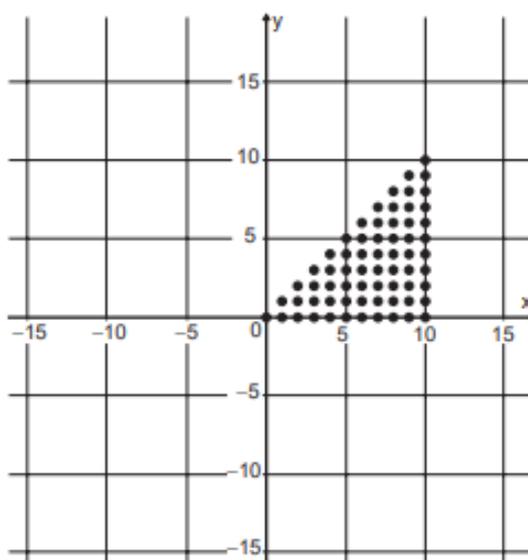
Existe uma infinidade de maneiras de resolver este problema: média aritmética, estudo da reta, semelhança de triângulos. Mas, em todos os casos, o foco está na determinação do valor de uma incógnita, o que resolve o problema. Classifica-se, portanto, na C2.

A segunda concepção mais frequente foi a C3 (11,54%). Como exemplo, trazemos a questão 178 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2018.

Figura 15 – Questão 178 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2018.

QUESTÃO 178

Para criar um logotipo, um profissional da área de *design* gráfico deseja construí-lo utilizando o conjunto de pontos do plano na forma de um triângulo, exatamente como mostra a imagem.



Para construir tal imagem utilizando uma ferramenta gráfica, será necessário escrever algebricamente o conjunto que representa os pontos desse gráfico.

Esse conjunto é dado pelos pares ordenados $(x; y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, tais que

- A $0 \leq x \leq y \leq 10$
- B $0 \leq y \leq x \leq 10$
- C $0 \leq x \leq 10, 0 \leq y \leq 10$
- D $0 \leq x + y \leq 10$
- E $0 \leq x + y \leq 20$

Fonte: https://download.inep.gov.br/provas/enem/provas/2018/2DIA_05_AMARELO_BAIXA.pdf. Acesso em: 24 de mar. 2021.

Esta questão mobiliza conhecimentos em torno da representação gráfica de uma região no plano cartesiano. Usando recursos do estudo da equação da reta, do plano cartesiano em si e de desigualdades, podemos construir uma representação que relacione as variáveis x e y dessa região. Classifica-se, portanto, na C3.

A terceira concepção mais frequente foi a C1 (7,70%). Como exemplo, trazemos a questão 138 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2018.

Figura 16 – Questão 138 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2018.

QUESTÃO 138

Uma empresa deseja iniciar uma campanha publicitária divulgando uma promoção para seus possíveis consumidores. Para esse tipo de campanha, os meios mais viáveis são a distribuição de panfletos na rua e anúncios na rádio local. Considera-se que a população alcançada pela distribuição de panfletos seja igual à quantidade de panfletos distribuídos, enquanto que a alcançada por um anúncio na rádio seja igual à quantidade de ouvintes desse anúncio. O custo de cada anúncio na rádio é de R\$ 120,00, e a estimativa é de que seja ouvido por 1 500 pessoas. Já a produção e a distribuição dos panfletos custam R\$ 180,00 cada 1 000 unidades. Considerando que cada pessoa será alcançada por um único desses meios de divulgação, a empresa pretende investir em ambas as mídias.

Considere X e Y os valores (em real) gastos em anúncios na rádio e com panfletos, respectivamente.

O número de pessoas alcançadas pela campanha será dado pela expressão

A $\frac{50X}{4} + \frac{50Y}{9}$

B $\frac{50X}{9} + \frac{50Y}{4}$

C $\frac{4X}{50} + \frac{4Y}{50}$

D $\frac{50}{4X} + \frac{50}{9Y}$

E $\frac{50}{9X} + \frac{50Y}{4Y}$

Fonte: https://download.inep.gov.br/2018/2DIA_05_AMARELO_BAIXA.pdf. Acesso em: 24 de mar. 2021.

Esta questão cria um modelo geral, algébrico, para descrever o número de pessoas alcançadas pela campanha. Embora exista a ideia de variável, se a questão for vista sob uma outra ótica, o objetivo principal dela consiste em construir o modelo, e não estudar as variáveis. Classifica-se, portanto, na C1.

Por fim, a concepção menos frequente foi a C4 (3,85%), com apenas uma questão identificada. Como única representante da C4, trazemos a questão 151 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2018.

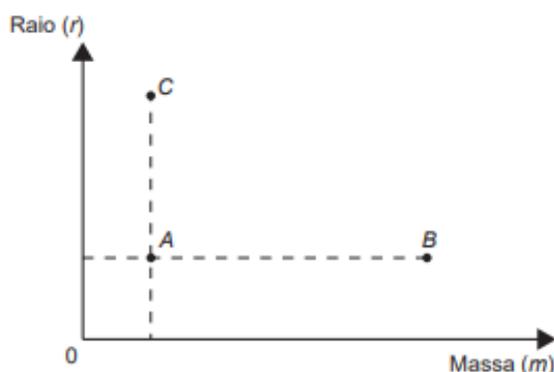
Figura 17 – Questão 151 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2018.

QUESTÃO 151

De acordo com a Lei Universal da Gravitação, proposta por Isaac Newton, a intensidade da força gravitacional F que a Terra exerce sobre um satélite em órbita circular é proporcional à massa m do satélite e inversamente proporcional ao quadrado do raio r da órbita, ou seja,

$$F = \frac{km}{r^2}$$

No plano cartesiano, três satélites, A , B e C , estão representados, cada um, por um ponto $(m; r)$ cujas coordenadas são, respectivamente, a massa do satélite e o raio da sua órbita em torno da Terra.



Com base nas posições relativas dos pontos no gráfico, deseja-se comparar as intensidades F_A , F_B e F_C da força gravitacional que a Terra exerce sobre os satélites A , B e C , respectivamente.

As intensidades F_A , F_B e F_C expressas no gráfico satisfazem a relação

- A** $F_C = F_A < F_B$
- B** $F_A = F_B < F_C$
- C** $F_A < F_B < F_C$
- D** $F_A < F_C < F_B$
- E** $F_C < F_A < F_B$

Fonte: https://download.inep.gov.br/2018/2DIA_05_AMARELO_BAIXA.pdf. Acesso em: 24 de mar. 2021.

Mais uma vez, há a inexistência de incógnitas e a não exigência de um modelo geral (que, inclusive, já é dado pronto na questão). Existe uma análise implícita sobre as variáveis, mas de longe este não é o foco. O objetivo principal da questão não está na relação entre as variáveis do modelo, mas na relação entre os valores da variável dependente em três situações distintas. E, para fazer essa relação, que é uma relação de ordem, faz-se necessário manipular algebricamente os valores de F nas três situações, a fim de organizá-los de tal forma que seja possível uma comparação. Classifica-se, portanto, na C4.

Nesta questão, existe uma sequência de incógnitas que são descobertas, uma contribuindo no cálculo da outra. Embora haja uma etapa para criação de modelos que são representados por variáveis, o objetivo principal é determinar os valores das constantes e das forças de ataque e defesa. Classifica-se, portanto, na C2.

A segunda concepção mais frequente foi a C3 (13,64%). Como exemplo, trazemos a questão 163 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2019.

Figura 19 – Questão 163 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2019.

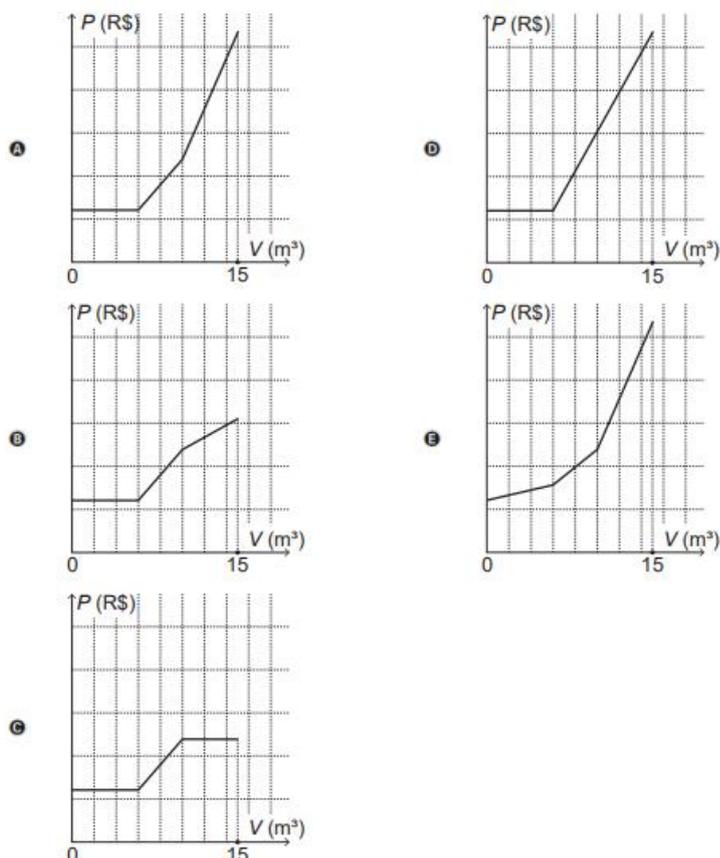
Questão 163

Uma empresa presta serviço de abastecimento de água em uma cidade. O valor mensal a pagar por esse serviço é determinado pela aplicação de tarifas, por faixas de consumo de água, sendo obtido pela adição dos valores correspondentes a cada faixa.

- Faixa 1: para consumo de até 6 m^3 , valor fixo de R\$ 12,00;
- Faixa 2: para consumo superior a 6 m^3 e até 10 m^3 , tarifa de R\$ 3,00 por metro cúbico ao que exceder a 6 m^3 ;
- Faixa 3: para consumo superior a 10 m^3 , tarifa de R\$ 6,00 por metro cúbico ao que exceder a 10 m^3 .

Sabe-se que nessa cidade o consumo máximo de água por residência é de 15 m^3 por mês.

O gráfico que melhor descreve o valor P , em real, a ser pago por mês, em função do volume V de água consumido, em metro cúbico, é



Através de uma situação definida por várias sentenças, é solicitado um gráfico que melhor represente a descrição feita verbalmente. Ou seja, o interesse principal está em como as variáveis se relacionam e a representação desta relação no plano cartesiano. Classifica-se, portanto, na C3.

A terceira concepção mais frequente foi a C1 (9,09%). Como exemplo, trazemos a questão 173 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2019.

Figura 20 – Questão 173 da prova amarela do 2º dia de aplicação do ENEM 2019.

Questão 173

Uma empresa tem diversos funcionários. Um deles é o gerente, que recebe R\$ 1 000,00 por semana. Os outros funcionários são diaristas. Cada um deles trabalha 2 dias por semana, recebendo R\$ 80,00 por dia trabalhado.

Chamando de X a quantidade total de funcionários da empresa, a quantia Y , em reais, que esta empresa gasta semanalmente para pagar seus funcionários é expressa por

- A** $Y = 80X + 920$.
- B** $Y = 80X + 1\ 000$.
- C** $Y = 80X + 1\ 080$.
- D** $Y = 160X + 840$.
- E** $Y = 160X + 1\ 000$.

Fonte: https://download.inep.gov.br/2019/04/2019-04-23-14-49-49placa%20basica/enem/provas/2019/caderno_de_questoes%20_2_dia_caderno_5_amarelo_aplicacao_regular.pdf. Acesso em: 24 de mar. 2021.

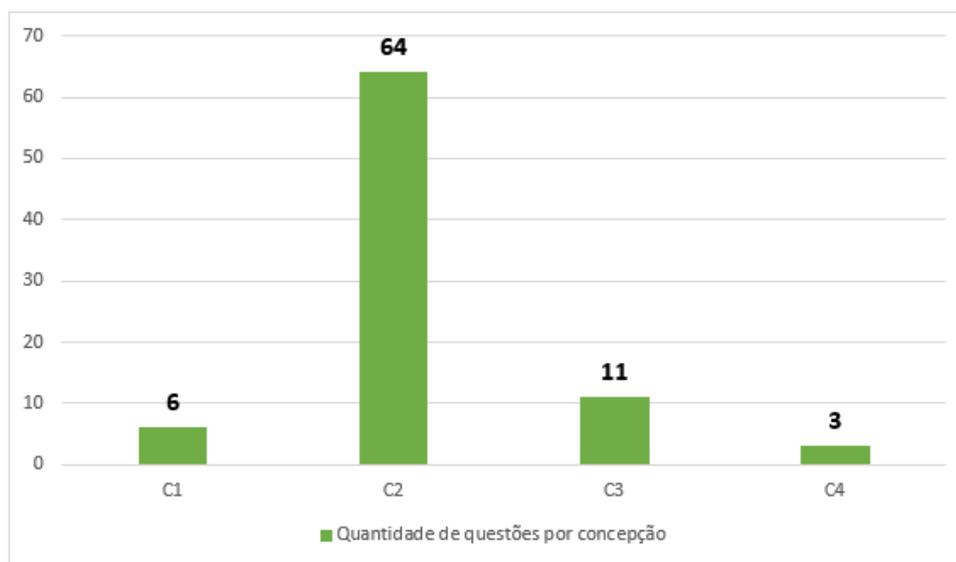
Neste item, há o interesse de construir uma expressão para a quantia gasta semanalmente por uma empresa para pagar seus funcionários. Classifica-se, portanto, na C1.

Não foi identificada nenhuma questão da C4. Voltamos a reafirmar que não existir nenhuma questão da C4 não significa que em nenhum momento desta prova o seu perfil de pensamento tenha sido utilizado em algum grau, mas que em nenhuma questão esse perfil de pensamento era o principal objetivo, servindo sempre de suporte e procedimento para outras necessidades.

5.2.5 DISTRIBUIÇÃO GERAL DAS QUESTÕES DE ÁLGEBRA DO ENEM NO PERÍODO DE 2016 A 2019 – 1ª Aplicação ENTRE AS 4 CONCEPÇÕES DE USISKIN (1995).

O Gráfico 2 mostra a quantidade total de questões de Álgebra, por concepção, nas provas de Matemática e suas Tecnologias da 1ª Aplicação do ENEM no período de 2016 a 2019. Do total de questões de Matemática nesse período (179 questões), 84 foram classificadas como sendo de Álgebra (46,93%). Mesmo que essa quantidade tenha variado ano a ano, esse total mostra que esta área da Matemática tem um peso considerável na prova do ENEM, atingindo quase a metade das questões analisadas.

Gráfico 2 – Distribuição geral das questões de Álgebra do ENEM no período de 2016 a 2019 – 1ª Aplicação, entre as 4 Concepções de Usiskin (1995).



Fonte: Os autores, 2021.

Dentre as concepções, a mais frequente foi a C2, com 64 questões ao todo (76,19%). A segunda mais frequente foi a C3, mas com um valor bem inferior a primeira colocada, 11 questões (13,10%). A terceira mais frequente foi a C1, com apenas seis (06) questões (7,14%) e, por fim, a menos frequente foi a C4, totalizando nos 4 anos apenas três (03) questões (3,57%).

Foi na C2 que esteve a maior parte dos problemas de Álgebra. Isso pode se justificar pelo fato de que os problemas numéricos, geométricos, estatísticos e probabilísticos, representantes de 5 das 7 Competências da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM, costumam recorrer a Álgebra no sentido de resolver

problemas, identificar o valor de alguma incógnita, sendo esta uma característica da C2. Portanto, este resultado, bastante significativo, já era esperado.

Isso ocorre em concordância com os PCN, quando sugerem um “novo enfoque para o tratamento da álgebra, apresentando-a incorporada aos demais blocos de conteúdos, privilegiando o desenvolvimento do pensamento algébrico e não o exercício mecânico do cálculo”. (BRASIL, 1997, p. 60).

Em segundo lugar vem a C3. Mas, ainda assim, de forma tímida. Os conhecimentos algébricos surgem explicitamente em 2 das 7 Competências da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM. A sua descrição nestas competências já adianta que serão privilegiados aspectos sobre variáveis, como uma grandeza varia conforme a outra e funções, temáticas muito afins com a C3. Entretanto, muitas questões envolvendo variáveis e funções focaram na determinação do valor de alguma incógnita, fazendo-as serem classificadas na C2. De certa forma, isso nos faz pensar que há na prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM um interesse maior na determinação de valores desconhecidos do que num estudo mais sistemático sobre como se comportam as variáveis e sobre como elas se relacionam.

Ou seja, os problemas numéricos, geométricos, estatísticos e probabilísticos (maioria na prova do ENEM) articulam-se em sua maior parte em torno da C2 enquanto que os problemas mais algébricos articulam-se em sua maior parte em torno desta e também da C3. Isso justifica os resultados obtidos.

É nas concepções C1 e C4 que está a maior preocupação. Existem, respectivamente, seis (06) e três (03) questões das C1 e C4. Isso mostra que há sim como elas serem cobradas na prova e que o ENEM sabe como fazer isso. Entretanto, a baixa frequência de questões pode significar que não há um interesse tão grande por estas concepções.

A respeito da C4, embora Usiskin afirme que esta é uma concepção mais presente no ensino superior, existe um alto número de temas da Educação Básica que envolvem esta concepção e que não foram representativos nas questões destas provas do ENEM. Eles surgem, só que mais com o papel de subsidiar o procedimento de resolução do que como objetivo principal.

Logo, a existência de apenas três questões cujo objetivo principal se enquadra na C4 é um fato a ser chamado a atenção. É bem mais comum que aspectos de manipulação algébrica sejam apenas parte de um processo, e isso pode despertar a ideia de que esta concepção da Álgebra apenas serve às demais, como se fosse

puramente procedimental e sem significado próprio, o que não é verdade, como pudemos notar, por exemplo, nas três questões identificadas nesta concepção, que trazem explicitamente uma abordagem diferente, mas importante ao desenvolvimento do raciocínio matemático.

Se expandir um produto algébrico, fatorar uma expressão algébrica ou manipular estruturas puramente algébricas não for um objetivo em si, mas apenas um recurso para resolver problemas, a C4 não é entendida em sua totalidade, visto que manipular estruturas com um fim em si mesmas também é uma habilidade algébrica importante que os estudantes devem conhecer. Fatorar uma expressão algébrica e o estudante questionar "e qual o valor de x ?" ou "e não faz mais nada?", mostra que ele não entende isto como um processo, mas apenas como parte de um processo, etapa, o que não é a condição ideal que se espera.

Algo semelhante podemos notar em relação a C1, que contou com apenas seis questões na nossa análise. As ideias mobilizadas ao desenvolver um modelo que generalize são tão diversas quanto importantes. Mas não são as mesmas que utilizamos procedimentalmente para resolver uma equação (o que parece ser o principal uso da álgebra nas escolas). Talvez, por isso, esta concepção também não seja tão privilegiada.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A princípio, indagamos sobre o ensino de Álgebra na Educação Básica, que apesar de nem sempre ter sido assim, hoje é pauta constante de discussões na comunidade docente. Todavia, como tem sido direcionado o ensino desta área na Educação Básica? Para além dos documentos curriculares, sabemos que exames seletivos, como o ENEM, muito popular dada sua relevância para o ingresso no Ensino Superior, tem influenciado bastante em como ensinar matemática nas escolas. Portanto, consideramos pertinente questionar: como a Álgebra tem sido abordada nas questões das provas do ENEM?

Produzimos nosso estudo orientado por este questionamento. Dessa maneira, analisamos as questões de Álgebra da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM, no período de 2016 a 2019. Afim de nortear esta análise, utilizamos como principal referencial as Concepções de Álgebra Escolar propostas por Usiskin (1995). Assim, foi possível identificar e classificar as questões conforme esse referencial.

Das 179 questões analisadas, identificamos um subconjunto de 84 questões referente à Álgebra. Esse dado representa quase metade do total das questões, indicando que a Álgebra tem um papel relevante na organização do conhecimento matemático das provas do ENEM.

Em nossa análise identificamos questões correspondentes às quatro (04) concepções de Usiskin. No entanto, a classificação que realizamos aponta para uma acentuada diferença na distribuição entre as mesmas implicando em uma concentração massiva, com 64 das 84 questões, na concepção “álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas” (C2). As demais questões foram classificadas da seguinte maneira: 11 questões da concepção “álgebra como estudo de relações entre grandezas” (C3), seis (06) questões da concepção “álgebra como aritmética generalizada” (C1) e três (03) questões da concepção “álgebra como estudo das estruturas” (C4).

Dada a grande intersecção da C2 com as demais áreas da Matemática, representadas no ENEM por competências numéricas, geométricas, estatísticas e probabilísticas já era esperado uma maior incidência de questões nessa concepção, ainda assim, a diferença entre o número de questões entre esta e as demais concepções é muito acentuada. Contar com apenas seis (06) questões da C1 e três (03) questões da C4 pode significar, para uma grande massa de estudantes, que este

tipo de pensamento algébrico não precisa ser privilegiado, uma vez que, na linguagem popular “cai pouco” na prova do ENEM. Isso pode influenciar também a prática das professoras e professores de Matemática, que podem acabar optando por tratar muito mais de aspectos das C2 e C3, para assim “melhor preparar” os estudantes.

Toda a vida estudantil, de certa forma, é marcada por essa “preparação para o futuro”. Isso é observado tanto culturalmente quanto nos próprios documentos curriculares: a Educação Infantil prepara o estudante para o Ensino Fundamental, o Ensino Fundamental prepara para o Ensino Médio, e o Ensino Médio prepara para o Ensino superior. Entretanto, preparar para o Ensino Superior é comumente confundido com “preparar para os exames seletivos”. Isso pode ocorrer inconscientemente, sem intencionalidade, por parte dos docentes e estudantes.

Através desta pesquisa, convidamos a comunidade escolar para refletir sobre essa questão e manter-se atenta a necessidade de explorar a Álgebra em todas as suas dimensões. Como pesquisadores, obtivemos algumas respostas e muitas outras perguntas: essa tendência na prova de Matemática e suas Tecnologias é a mesma se explorarmos as outras edições do ENEM anteriores a 2016? E se explorarmos as suas outras aplicações? O que poderíamos ter identificado se, ao invés de analisar a prova do ENEM, tivéssemos feito com outros exames seletivos, como o Sistema Seriado de Avaliação da UPE (muito relevante em Pernambuco) ou a Fuvest (muito relevante, em especial, no Sudeste)? São indagações que podem ser respondidas em outras pesquisas.

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B. **História da matemática** / Carl B. Boyer, revista por Uta C. Merzbach; tradução Elza F. Gomide – 2ª ed. – São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf> Acesso em 27 de maio de 2019.

_____. **Parâmetros curriculares nacionais: Bases Legais** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC / SEMTEC, 2000.

_____. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999.

_____. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC / SEF, 1997.

_____. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC / SEF, 1998.

_____. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC / SEF, 1997.

CASTRO, M. H. G.; TIEZZI, S. A reforma do ensino médio e a implantação do ENEM no Brasil. *In*: BROCK; C. SCHWARTZMAN; S. **Os desafios da educação no Brasil**. 1. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2005.

CAVALCANTI, J. D. B. SANTOS, M. C. **Al-jabr: duas ou três palavras sobre o nascimento de uma nova matemática**. Educação e Matemática: Revista da Associação de Professores de Matemática, 2010.

Matrizes de referência. INEP, Brasília, 20 de out. de 2015. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/matriz-de-referencia>>. Acesso em: 10 de abr. de 2021.

NETO. **Didática da matemática**. 11. ed. São Paulo: Ática, 2008.

OLIVEIRA, M. M. **Como fazer projetos, monografias, dissertações e teses** / Maria Marly de Oliveira. – 5. Ed. [rev.] – Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.

Provas e gabaritos. INEP, Brasília, 17 de dez. de 2019. Disponível em: <<http://portal.inep.gov.br/provas-e-gabaritos>>. Acesso em: 24 de mar. de 2021.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: A questão da democracia**. Campinas, SP: Papyrus, 2001.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis.** *In:* COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. **As ideias da álgebra.** São Paulo: Atual, 1995.