UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA

MONYCK FERREIRA DE FARIAS

NÍVEIS DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO CONCEITO DE SEMELHANÇA: uma discussão a partir das peças de pentaminós

Caruaru
2019

MONYCK FERREIRA DE FARIAS

NÍVEIS DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO CONCEITO DE SEMELHANÇA: uma discussão a partir das peças de pentaminós

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Grau de Licenciado em Matemática.

Área de concentração: Ensino (Matemática).

Orientador: Profª. Dr. Cristiane de Arimatea Rocha.

Caruaru

2019

Catalogação na fonte:
Bibliotecária – Simone Xavier - CRB/4 - 1242

F224n Farias, Monyck Ferreira de.
Níveis de pensamento geométrico no conceito de semelhança: uma discussão a partir das peças de pentaminós. / Monyck Ferreira de Farias. - 2019.
62 f. il. : 30 cm.

Orientadora: Cristiane de Arimatéa Rocha.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2019.
Inclui Referências.

1. Semelhança (Geometria). 2. Geometria – Estudo e ensino. 3. Aprendizagem. I. Rocha, Cristiane de Arimatéa (Orientadora). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.) UFPE (CAA 2019-370)

MONYCK FERREIRA DE FARIAS

NÍVEIS DE PENSAMENTO GEOMÉTRICO NO CONCEITO DE SEMELHANÇA: uma discussão a partir das peças de pentaminós

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovada em: 10 / 07 / 2019.

BANCA EXAMINADORA

Profº. Dr. Cristiane de Arimatea Rocha (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Profº. Dr. Valdir Bezerra dos Santos Junior (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Profª. Drª. Simone Moura Queiroz (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico esse trabalho a meu avô e segundo pai, José de Farias (in memorian), que não pôde vê-lo sendo concluído, mas que ainda assim foi minha força para não desistir e me fazer chegar ao final.

AGRADECIMENTOS

À Deus, pois meu humano é pequeno demais para conseguir sem a Sua força e sem Ele não teria ultrapassado o primeiro dia difícil dessa jornada.

À meu pai Jarbas Felix de Farias, minha mãe Fabiana Ferreira de Lima, e minha avó Maria do Anjos (segunda mãe), por todo amor e cuidado dedicados, e todo esforço direcionado à esse percurso até aqui. À minha irmã Maria Rita, que me proporcionou muitos momentos de alegria e à minha madrasta Erika Ticiana, por todo apoio.

À meu namorado Wallace Zacarias, por aguentar as minhas crises de tristeza, ouvir as reclamações e me lembrar o quanto eu sou capaz. À sua família, que é minha segunda família Claucidéia, Zacarias e Thaynan, que estiveram ao meu lado em tantos momentos.

À meu primo Douglas, por fazer parte desse caminho e partilhar das mesmas lutas para chegar até aqui.

Aos meus amigos de curso Adeilton, Aquiles, Danielle, Marina (minha gêmea), Rayza e Wedja, que dividiram comigo esses anos de experiências, e que me fizeram crescer tanto durante essa nossa jornada. Que partilharam longas noites de aprendizado e muitas risadas, e fizeram o caminho ser um pouco menos difícil com suas presenças.

Aos amigos de van, Cesar, Danilo, Fernanda, Janielly, Lucas, Marina, Mateus, por transformarem as longas e cansativas viagens, em noites agradáveis e muito divertidas.

À todos os professores do Campus Acadêmico do Agreste, que fizeram parte da minha formação e me transformaram, tanto profissional como pessoalmente.

À minha orientadora Cristiane de Arimatéa Rocha, quem teve tanta paciência comigo e dedicação ao nosso trabalho. E que contribuiu tanto com seu conhecimento e, principalmente, acolhimento para que conseguíssemos realizar esta pesquisa.

RESUMO

Definimos como objetivo principal analisar os níveis de pensamento geométrico sobre semelhança, de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental a partir de situações que utilizam os pentaminós. Já que é esperado de alunos do 9º ano que eles dominem práticas geométricas até certo ponto. Para dar embasamento à nossa pesquisa utilizamos como principal referencial teórico a Teoria de van Hiele, por ele apresentada como uma teoria de aprendizagem, mais propriamente dita, da aprendizagem geométrica. Para coletar dados elaboramos um questionário disposto em sete questões, com base nos níveis apresentados e classificados para a turma, que fora aplicado em uma escola municipal na segunda unidade do 9º ano, sabendo que a turma tinha vivenciado o assunto de Semelhança na mesma unidade. A pesquisa foi composta por vinte alunos, durante as análises verificamos que a maioria dos alunos foram classificados no nível de Visualização, considerado o nível base de pensamento geométrico da teoria em questão, paralelamente encontramos muitas questões sem tentativas de respostas, em que nos foi revelada muita dificuldade dos alunos para desenvolver e responder questões de Semelhança. Relacionado a isso e a elaboração do instrumento de pesquisa em aspectos voltados aos três primeiros níveis da teoria, conseguimos perceber se os alunos estavam no nível definido, em um nível anterior ou superior, ou sem classificação de nível. Conclui-se que é necessário que o enfoque de pesquisas desse tipo de classificação de níveis, não sejam apenas direcionadas aos alunos em momentos de avaliação, mas que as aulas sejam pensadas para o desenvolvimento desses níveis, o que pode ser uma sugestão para professores que desejam promover aprendizagens em Geometria.

Palavras-chave: Semelhança. Pensamento geométrico. Pentaminó. Teoria de van Hiele.

ABSTRACT

We define as main objective to analyze grade 9 students' levels of geometric thoughts about similarity starting from situations that use pentominoes. since ninth-grade students are expected to partially master some geometric practices. To support our research we use as main theoretical reference the Van Hiele theory, presented by him as a learning theory , more properly called, a geometric learning theory. To collect data we elaborate a quiz laid out in seven questions, based on the presented and classified levels to the class, that was applied in a municipal school during the second quarter of grade 9, knowing that the class had experienced the subject of Similarity in the same quarter. The research was composed of twenty students, during the analysis we noticed that most students were classified in the Visualization level, considered the geometric thought base level of the cited theory, in parallel we found many questions without attempts to answer, this revealed a great difficulty for the students to comprehend and answer Similarity questions. Related to that and to the elaboration of the research tool in aspects aimed to the first three levels of the theory, we could see if the students were at the defined level, at a lower or higher level, or without level rating. We conclude that is necessary to the focus on this kind of level ratings, do not be directed to the students only on assessment moments, but to plan the classes for the development of these levels, what might be a suggestion to the teachers who wish to promote the learning in Geometry.

Keywords: Similarity. Geometric thought. Pentominoes. Van Hiele theory

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÂO

O ensino da Matemática, durante muito tempo, se deu como um ensino mecanizado e de memorização. Ao passar do tempo, a matemática passou a ser vista como uma disciplina que auxilia nas estratégias para explicar, entender, manejar e etc., e então foi sendo entendida como facilitadora de atividades comuns e diárias, buscando caminhos para melhor compreensão do mundo em que vivemos (SOUZA, 2018).

Em seu cotidiano, o aluno se depara com situações em que o conhecimento matemático é necessário. E quando se fala em ensinar matemática, um dos principais objetivos é desenvolver e potencializar esses conhecimentos, para que ele possa reconhecer e encontrar estratégias para resolver esses problemas (BORGES, 2013). Descrevendo exatamente um dos pontos dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) das séries iniciais do Ensino Fundamental, “a atividade matemática escolar não é ‘olhar para coisas prontas e definitivas’, mas a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade” (BRASIL, 1997, p.19).

São vários os pontos que não contribuem para a aprendizagem em Matemática, além da rejeição à disciplina, há também a falta de aposta em metodologias que auxiliem o papel do professor. Para que a aprendizagem aconteça, o professor deve atuar como investigador e assim descobrir o que impede o aluno de aprender, e só assim ele poderá agir como mediador. Como diz Pavanello e Andrade (2002, *apud,* ROCHA, 2007, p. 14) que “a aprendizagem da Matemática não deve e não pode ficar limitada ao manejo de fórmulas, ao saber fazer contas ou assinalar a resposta correta a uma questão”.

De acordo com Lorenzato (2006), o apoio visual tem uma grande importância como facilitador para aprendizagem, e o ensino deveria começar do concreto passando pelo abstrato, partindo do pressuposto de que só se aprende fazendo e de que a experiência direta constrói o conhecimento. Ele cita o Material didático (MD) como sendo útil ao processo de ensino-aprendizagem, e diz que o MD pode ser um giz, uma calculadora, um filme, um livro, um jogo, e etc., acreditando que essa enorme variedade possa interferir no rendimento escolar do aluno, ele ressalta ainda que o mesmo não garante um bom ensino nem uma aprendizagem significativa, e que não substitui o professor, sendo assim, essencial que o professor faça um bom uso desses recursos.

Acerca das discursões sobre a educação matemática, tratamos especificamente do ensino de Geometria. Por ser uma disciplina que nos permite observar nos alunos algumas dificuldades quando se trata à aplicação de conceitos geométricos. Embora seja o ramo mais adequado da matemática no que diz respeito ao desenvolvimento das capacidades intelectuais dos alunos e ainda permitir grande possibilidade de contextualização e interdisciplinaridade. Apesar disso, a geometria ainda é tratada como uma parte mínima e isolada da matemática, partindo disso, professor deve dar sentido aos conhecimentos que devem ser ensinados, orientando o aluno (PEREIRA, 2016).

Segundo Rocha (2007), a Geometria é pouco ensinada em nossas escolas, e um dos motivos principais é que os professores consideram que sua formação em relação ao conteúdo é precária, deixando-a assim em segundo plano. Outro fator que contribui, é o fato de que seus conteúdos permaneceram muito tempo nos finais dos livros didáticos e então eram simplesmente ‘pulados’ e deixados para depois, chegando ao fim do ano letivo sem ser ensinados por falta de tempo. E no caso de serem apresentados, muitas vezes é reduzido à aplicações de fórmulas e mecanização de processos, desmotivando os alunos e dificultando a compreensão. Diante desse diagnóstico, tais problemas contribuem para que a Geometria seja visto por alunos e professores como um dos conteúdos mais difíceis do currículo.

Em contrapartida a essa ideia, o profissional precisa estar em constante modificação, e principalmente, em constante evolução, para que percebendo as deficiências citadas anteriormente, busquem soluções que proporcionem alcançar um progresso enquanto professor, e que essas dificuldades que venham a surgir sejam contornadas.

A geometria é considerada um campo fértil, por permitir trabalhar com situações-problema e explorar os objetos do mundo físico, como por exemplo, obras de arte, pinturas, artesanato, que permitiram aos alunos fazer conexões da Matemática com outras áreas do conhecimento, assim eles poderão se interessar pelos conteúdos geométricos que estimulam a observação, percepção e identificação de semelhanças. De tal forma que os alunos consigam relacionar o conteúdo que está sendo estudado, com outras vivências. Como explicitado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC)

> [...] é imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos, criando situações nas quais possam fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, e estabelecendo inter-relações entre eles e desenvolvendo ideias mais complexas. (BRASIL, 2017, p.296)

Salientando que,

> [...] A aprendizagem matemática no Ensino Fundamental – Anos Finais também está intrinsicamente relacionada à apreensão de significados dos objetos matemáticos. Esses significados resultam das conexões que os alunos estabelecem entre os objetos e seu cotidiano, entre eles e os diferentes temas matemáticos e, por fim, entre eles e os demais componentes curriculares. (BRASIL, 2017, p.296)

O interesse por pesquisar sobre semelhança sob a ótica do pensamento de van Hiele se deu na metade da graduação, em que foi estudada a sua teoria na disciplina ‘A matemática na Educação Básica’, na qual foi abordada segundo o ensino de geometria, que é deixado de lado por muitos professores. Sendo assim buscaremos responder o nosso problema de pesquisa: Ao resolver questões de semelhança de polígonos, em qual nível de pensamento geométrico do modelo de van Hiele, estão os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental?

Diante das perspectivas mencionadas esta pesquisa teve como principal objetivo: *Analisar os níveis de pensamento geométrico sobre semelhança, de alunos do 9º ano do ensino Fundamental a partir de situações que utilizam os pentaminó*s. E como objetivos específicos temos:

I) Verificar os procedimentos dos alunos, apresentados na resolução de problemas de semelhança com uso de pentaminós;
II) Identificar os níveis de pensamento geométrico sobre semelhança em cada um dos problemas propostos.

Para isto, distribuímos esse trabalho da seguinte maneira: no capítulo dois tratamos sobre o conceito de semelhança, suas propriedades e alguns exemplos, na ótica de alguns autores tais como: Barbosa (2014), Souza (2019), Maciel (2004) e Dufrayer (2015).

No capítulo três apresentamos os Poliminós, falando um pouco sobre o que são e a sua história, os seus tipos, e especificando o pentaminó que será instrumento dessa pesquisa. No capítulo quatro, explanaremos sobre a Teoria de van Hiele, seus níveis de pensamento geométrico, exemplos que auxiliem no seu entendimento e suas nomeações.

No capítulo cinco, traremos as perspectivas metodológicas, os sujeitos que foram pesquisados e o instrumento de pesquisa. No capítulo seis, apresentaremos as análises da pesquisa e as discussões acerca dos dados coletados. E por fim discutiremos as considerações finais com base nos dados analisados, culminando aos resultados finais.

2 SEMELHANÇA

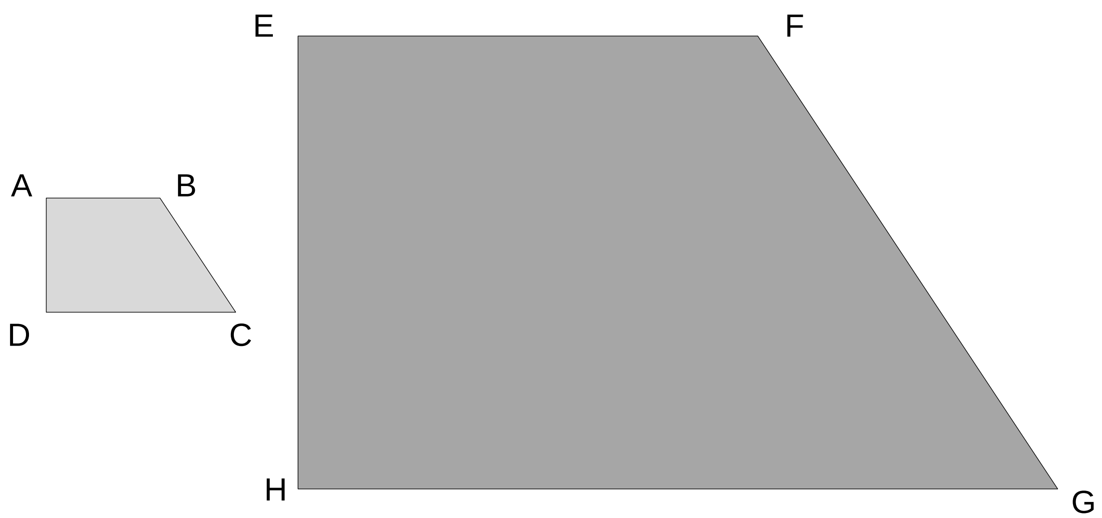
Ao ouvirmos o termo semelhança, conceitos gerais nos vêm à mente, como algo parecido, seja por características ou estruturas, então é necessário que existam filtros que possam classificar se há, de fato, uma semelhança. Se tratando da matemática, ao falar do conceito de semelhança de figuras geométricas, não é suficiente que tenham figuras parecidas com a outra, é necessário que suas propriedades apresentem semelhança. Trataremos aqui a semelhança no âmbito da ampliação, redução e razão de proporcionalidade de polígonos.

No livro *Brincar com semelhança e aprender replicação,* Barbosa (2014) afirma que há semelhança quando dois polígonos satisfazem duas condições.

- A condição um é que possuam os ângulos respectivamente iguais;
- E a condição dois é que os lados opostos a ângulos iguais são proporcionais.

Quando observamos dois polígonos, os pares de lados consecutivos correspondentes devem formar ângulos iguais.

Figura 1 – Ângulos correspondentes iguais.



Fonte: Autora, 2019.

Na figura 1, os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{AD}$ no polígono um, e os segmentos $\overline{EF}$ e $\overline{AD}$ no polígono dois, formam ângulos de 90º. E vale para os demais ângulos. Para que a segunda condição aconteça, as razões de proporção de todos os lados devem ser sempre iguais e é obtida pela divisão dos segmentos correspondentes. Considerando que os lados do polígono um medem, $\overline{AB} = 1{,}5\ cm$, $\overline{AD} = 1{,}5\ cm$, $\overline{DC} = 2{,}5\ cm$ e $\overline{BC} = 1{,}8\ cm$, e que os lados do polígono dois medem, $\overline{EF} = 6\ cm$, $\overline{EH} = 6\ cm$, $\overline{HG} = 10\ cm$ e $\overline{FG} = 7{,}20\ cm$.

$$\frac{EF}{AB} = \frac{EH}{AD} = \frac{HG}{DC} = \frac{FG}{BC} = 4\ cm$$

Assim, a proporção dos lados é de 4:1, ou seja, ambos são semelhantes e o maior mede o quádruplo do menor. Barbosa (2014) formaliza que,

> [...] Duas figuras planas F e F* são semelhantes, com razão **r,** um número real positivo, se e só se existir uma correspondência biunívoca α (letra grega alfa) entre os pontos de F e F* tal que: Se A e B são pontos quaisquer de F e A* = α(A) e B* = α(B) são os seus correspondentes em F* então o segmento **A*B* = r.AB**. (BARBOSA, 2014, p.19, grifo do autor)

O conceito de semelhança é aplicado não só nos casos em que mostramos até aqui, é muito mais amplo, está presente em outros aspectos da Matemática, e é um conteúdo interdisciplinar. Como por exemplo, respectivamente, está presente em teoremas, na descoberta teorias que fazem parte da história da matemática, e até na trigonometria, também está presente em disciplinas como História e Geografia. Sendo assim um conteúdo de suma importância para formação dos alunos.

Maciel (2004) apresenta a Geometria Euclidiana como o estudo das propriedades das figuras que permanecem invariantes quando submetidas a uma isometria no espaço. Seus teoremas são em função da razão entre as distâncias e não da função da noção de distância, assim considerando que nos deslocamos e deslocamos objetos sempre, a sombra do nosso corpo sofre uma transformação de acordo com a superfície, portanto a projeção da sombra não é uma isometria. A Geometria Euclidiana difere da Geometria das Sombras, enquanto a primeira estuda propriedades das figuras invariantes no deslocamento, a segunda estuda propriedades das figuras que permanecem invariantes por projeção.

Ao tratar do ensino de um determinado conteúdo, nesse caso semelhança, Souza (2019) afirma que devemos tratar do conhecimento que o professor deve possuir, que vai além do especifico, é também necessário que o professor possua o conhecimento do ensino, do currículo e didático, o conjunto de todos esses facilitará a abordagem do professor. E apresenta as dificuldades encontradas por professores recém-formados, como sendo as condições de trabalhos que eram postas, o saber didático e domínio do conteúdo, as questões relacionadas a natureza pedagógica e relacional. Portanto, é perceptível o quanto a formação inicial do professor deve dar conta de diversas áreas, já que no exercício da profissão serão exigidos conhecimentos que vão além do específico.

Voltando ao eixo da história da matemática, segundo Maciel (2004), os Egípcios trabalhavam a Geometria de uma forma mais prática, eles utilizavam quadriculados para determinar razões geométricas, conceitos de homotetia, semelhanças e proporcionalidade. Thales (624 a.C -546 a.C), na Grécia, trabalhava uma Geometria prática com organização dedutiva, por meio da utilização de sombras, e determinavam conceitos de semelhança, homotetia e proporcionalidade. Euclides (300 a.C), por sua vez, tinha uma Geometria mais axiomática, ele utilizava de definições e posteriores demonstrações, para assim, determinar conceitos de semelhança e proporcionalidade. Já Félix Klein (1849-1925), considerava a Geometria das transformações, pelas homotetias e isometrias, buscando definir conceitos de homotetia e semelhança, bem como propriedades invariantes. Hadamard (1865-1963), partia de uma Geometria axiomática, utilizando definições de polígonos semelhantes em termos de figuras que podem ser colocadas sem situações homotéticas. Elon Lages Lima (1929-2017), também empregava a Geometria das transformações, utilizando de definição em função de um tipo determinado de transformação geométrica.

Entraremos agora, na apresentação dos poliminós e o seu uso no ensino de semelhança, abordando o trabalho dos mesmos com ampliação e redução de figuras planas como auxiliador da formação de definição das razões de proporção. Pois, segundo Dufrayer (2015), a partir da ampliação e redução de duas figuras semelhantes, é possível identificar as medidas que não se alteram, que são os ângulos, e as que se modificam, que são os lados, a superfície e o perímetro. Ele afirma que o uso da malha quadriculada, régua e compasso são formas de apresentar ampliações e reduções além da homotetia.

3 UM POUCO SOBRE POLÍMINÓS

Os poliminós são ferramentas lúdicas geralmente usadas na construção e exploração de conceitos e propriedades geométricas (BARBOSA, 2013). Possui ampla abordagem na geometria plana e foi escolhido como instrumento dessa pesquisa por ter grande possibilidade de aplicação em diversos assuntos.

Poliminós são figuras geométricas planas formadas por uma quantidade *n* de quadrados congruentes, com as mesmas unidades de medida para cada lado, justapostas pelo menos por um lado e se tratando dos seus tipos, não contamos como poliminós diferentes a rotação nem a simetria de um mesmo poliminó. “Os padrões encontrados em poliminós são na verdade exemplos de ‘geometria combinatória’, ramo da matemática que lida com as maneiras nas quais as formas geométricas podem ser combinadas”. (BARBOSA, 2013, p. 3)

O uso dos poliminós é um grande auxiliador na sala de aula, é possível tratar de propriedades e construções de polígonos com os mesmos. Bem como atividades de identificação e relação entre seus elementos. Classificados a partir do número de quadrados que compõem cada um deles, são eles *monominó, dominó, triminó, tetraminó, pentaminós, hexaminó,* e assim sucessivamente.

Segundo Santos (2016), os poliminós são figuras geométricas conexas formadas por quadrados unitários que são conectados entre si por arestas comuns e são diversas as questões curiosas que podem ser levantadas envolvendo suas figuras. Tanto elementares, quanto altamente complexas. Ele apresenta história da criação.

> [...] O pai deste “jogo”, Solomon Wolf Golomb (30 de maio de 1932, a 1 de maio de 2016) foi um matemático norte americano engenheiro e professor de engenharia da Univertisy of Southern California, melhor conhecido por seus trabalhos em jogos matemáticos. Inventou o jogo Cheskers em 1948 e cunhou o nome. Desenvolveu o jogo de poliminós e pentaminós em 1953. Especializou-se em problemas de análise combinatória, teoria dos números, teoria dos códigos, etc. Seu jogo inspirou pentominó inspirou o Tetris. (SANTOS, 2016, p.22)

Apresentamos a seguir alguns dos seus tipos.

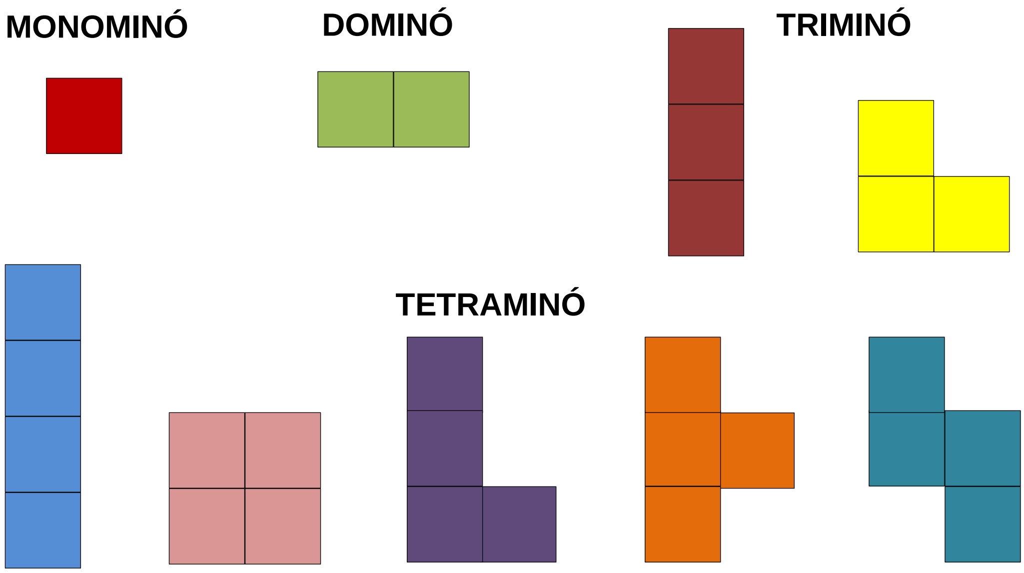
-*MONOMINÓ:* formado por apenas um (1) quadrado, e quanto à forma, existe apenas um tipo de monominó.

-*DOMINÓ:* formado por dois (2) quadrados, e quanto à forma, também temos apenas um tipo de dominó.

-*TRIMINÓ:* formado por três (3) quadrados, e quanto às suas formas, existem dois tipos.

-*TETRAMINÓ:* formado por quatro (4) quadrados, e quanto às suas formas, existem cinco tipos. São popularmente conhecidos como o jogo Tetris.

Figura 2 – Poliminós



Fonte: Autora, 2019.

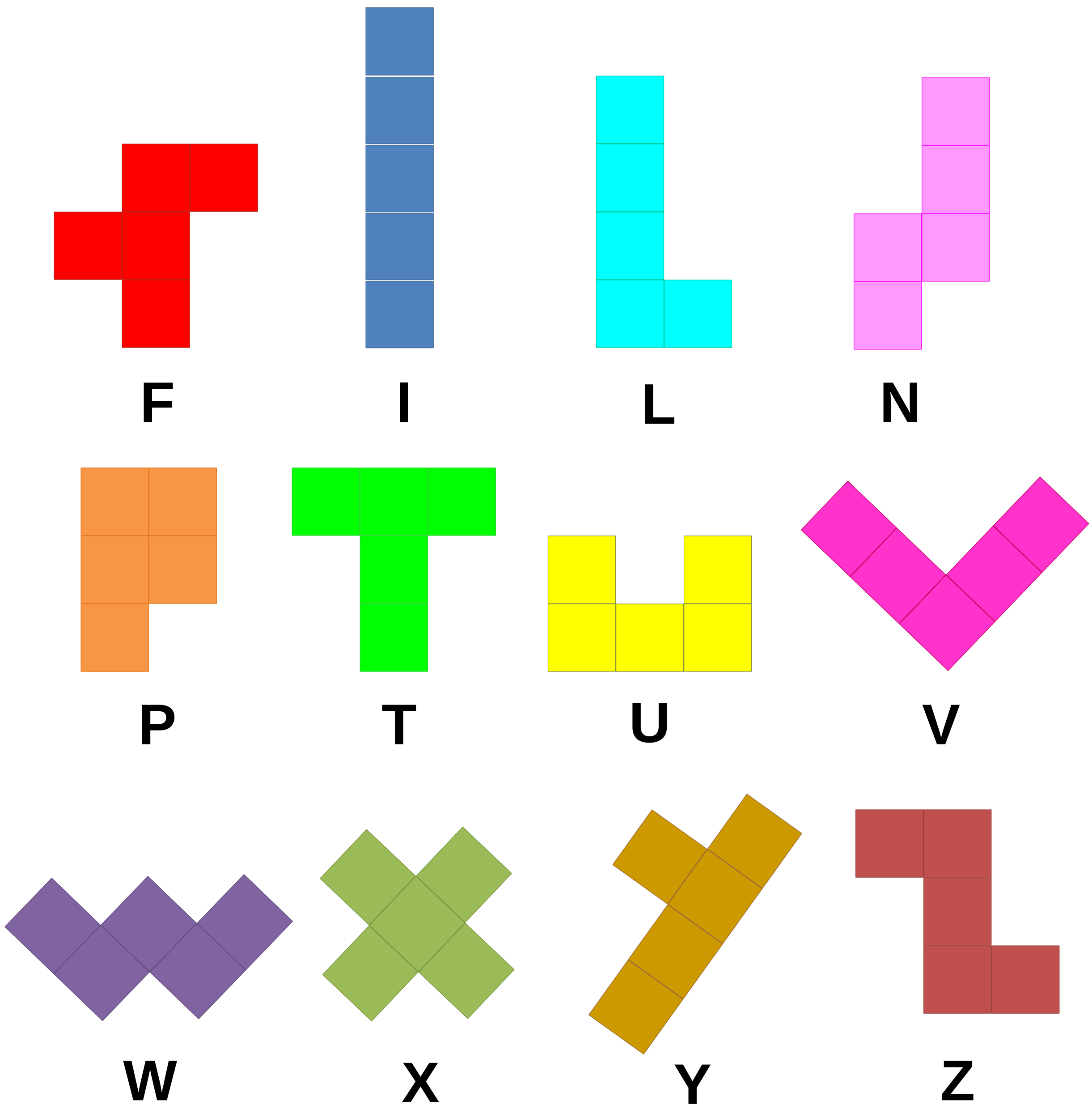
Usamos como instrumento desse trabalho os *PENTAMINÓS,* por isso abordamos sobre ele no tópico a seguir.

3.1 OS PENTAMINÓS

Quando se trata de Educação Matemática, há tendências pedagógicas que propõem estratégias de ação que sirvam de auxílio ao ensino da geometria, auxiliando no desenvolvimento de habilidades dos alunos. Falando em metodologia ativa, o processo de ensino é fundamentado na atividade criativa e investigativa do aluno, na qual o professor é apenas orientador desse processo, propondo estratégias de ação (BARBOSA, 2013).

Os pentaminós são formados por cinco quadrados, e quanto às suas formas existem 12 tipos. A sua escolha para esta pesquisa foi baseada na quantidade de modelos existentes, já que possibilita uma gama maior de atividades a serem propostas os utilizando, partindo desde a formação das peças. Elas são geralmente nomeadas com letras do alfabeto que possuem certa semelhança com as suas formas. Como explicitado na figura a seguir.

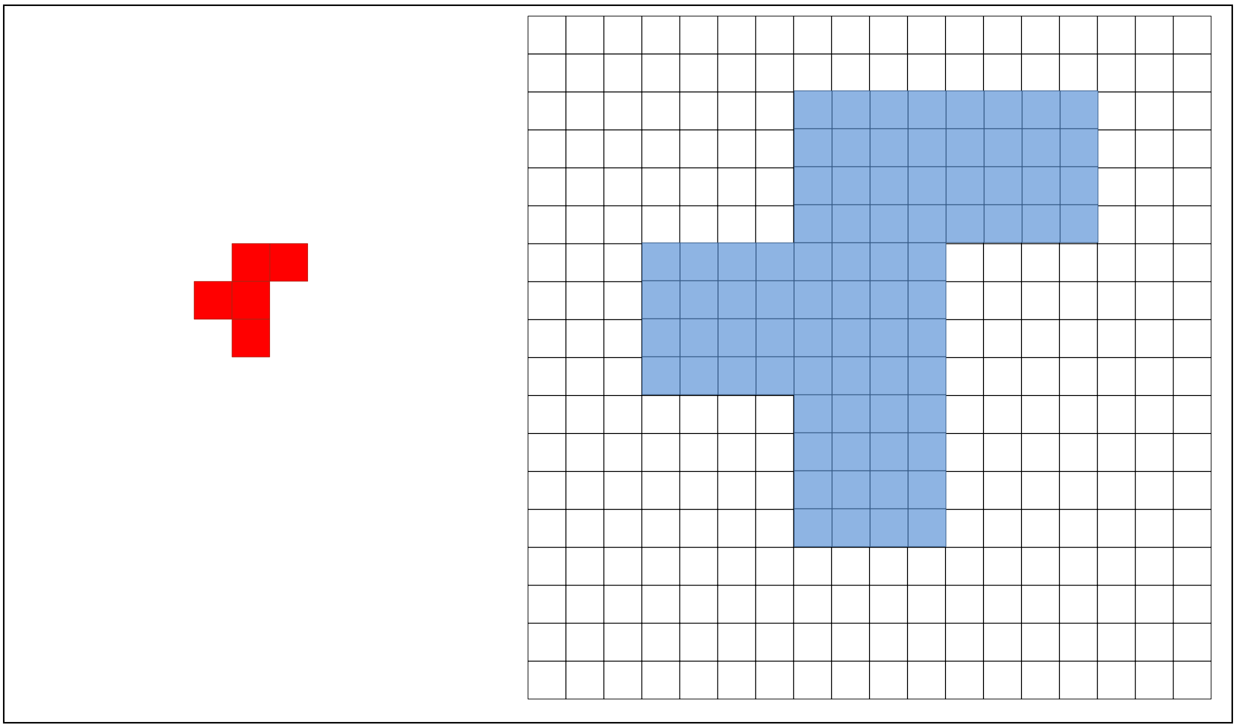
Figura 3 – Pentaminós



Fonte: Autora, 2019.

Como apresentamos anteriormente, o uso das peças de pentaminós podem auxiliar no emprego dos conceitos de ampliação e redução de figuras semelhantes, mostramos na Figura 4, principalmente quando utilizados com apoio de malha quadriculada.

Figura 4 – Ampliação do pentaminó F.

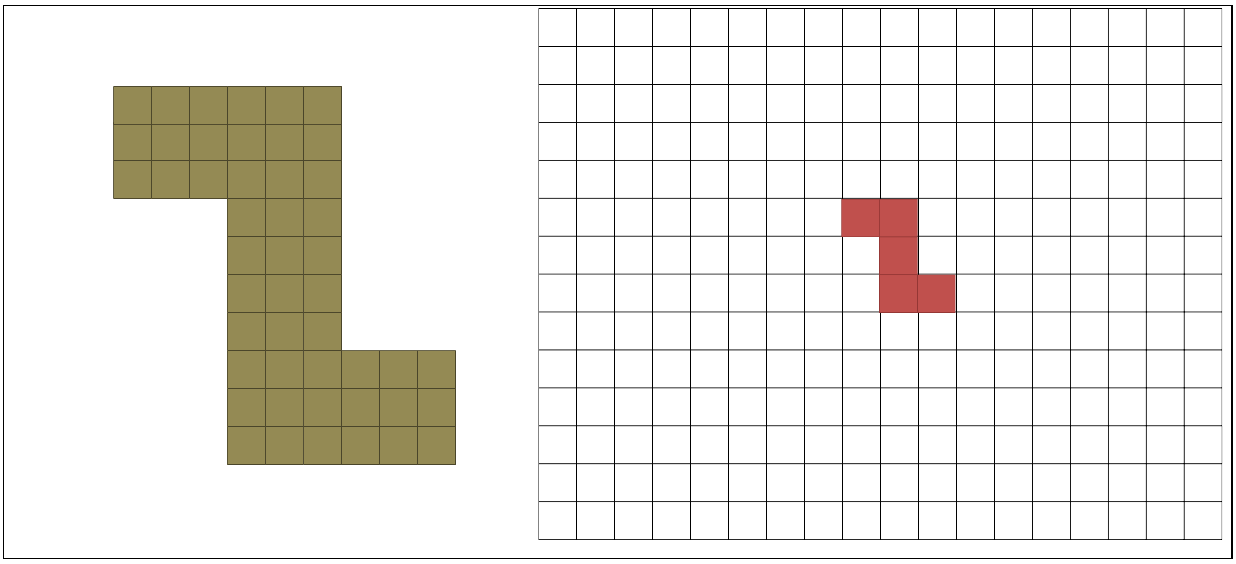


Fonte: Autora, 2019.

Na figura 4, o pentaminó à esquerda é nomeado de pentaminó F, e a sua direita está representado a quadruplicação na malha, ou seja, o pentaminó em azul representa a ampliação em quatro vezes o modelo inicial.

De modo análogo, a figura 5 abaixo, por sua vez, representa a redução de uma peça do pentaminó. À esquerda temos o pentaminó nomeado de pentaminó Z, e à direita temos sua redução na malha, ou seja, o pentaminó Z modelo, foi dividido em três vezes o seu tamanho.

Figura 5 – Redução do pentaminó Z.



Fonte: Autora, 2019.

A partir desse tipo de construção, o aluno poderá conseguir observar mais facilmente razões de proporcionalidade de figuras semelhantes, nos dois quadros apresentados os pentaminós são semelhantes, e ambos possuem razões de semelhança, respectivamente, 4 e 3. A malha quadriculada facilita a visualização do aluno.

Apresentamos na sequência a teoria de van Hiele, e os seus níveis de pensamento geométrico.

4 TEORIA DE VAN-HIELE E O CONCEITO DE SEMELHANÇA NO PLANO

Os holandeses, Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geodolf, investigaram o desenvolvimento do pensamento geométrico nos anos 50, a partir da observação das dificuldades dos seus alunos. Entretanto, Dina morreu após publicar seus trabalhos iniciais, e Pierre continuou a pesquisa, reformulando e desenvolvendo, a chamada Teoria de van Hiele (KALEFF, 1994).

Ele observou que os níveis de progresso do pensamento geométrico não se dão pela maturação biológica e pela idade do indivíduo, mas pela educação e incentivos norteados pela escola. A teoria vanhieliana trata da aprendizagem, especificamente a geométrica. Ele se preocupou em analisar o que ocorre com as estruturas do pensamento geométrico do indivíduo durante a aprendizagem da Geometria. E então, percebeu que o que determina para que o indivíduo alcance certo nível de desenvolvimento do seu pensamento geométrico são as instruções e estímulos recebidos. Sendo assim, é necessário que o docente considere o nível de pensamento do aluno à medida que organiza, planeja e constrói situações didáticas (COSTA, 2016).

Em uma sala de aula, os alunos pensam em diferentes níveis, sendo diferentes entre eles e também do professor. E quando o ensinamento acontece um nível acima ao que o aluno se encontra a disciplina não é bem absorvida (KALEFF, 1994). A teoria diz que o currículo de geometria falha, pelo fato de ser apresentada em um nível mais alto do que o dos alunos, daí eles não entendem o professor.

É necessário que o professor faça um bom preparo metodológico, pois o mesmo contribui para enriquecer o processo de ensino aprendizagem, e refletir sobre a prática pedagógica para que ao encontrar dificuldades possa buscar procedimentos didáticos diferentes que auxiliem na construção significativa do conhecimento do aluno (SILVA, 2013). Então, estar preparado para as adversidades no processo de ensino aprendizagem é indispensável.

O ensino de Geometria é fundamental para desenvolver habilidades que servem como base para entendimento geral, e conexão da Matemática com outras áreas. A Geometria, independente do nível de ensino, apresenta dificuldade de aprendizagem e de ensino. Por vezes, há omissão por parte dos professores, seja por não deter os conhecimentos geométricos para realizar as práticas pedagógicas, ou por uma importância demasiada dada ao livro didático pelo mesmo, que em muitos deles apresenta o conteúdo cheio de definições, propriedades, fórmulas e etc., a trazendo carregada e em sua forma mais bruta (CARGNIN, 2016). Mesmo diante do percurso de formação do professor, é possível que alguns não destinem a atenção devida ao ensino dessa disciplina, deixando-a ausente das salas de aula, e o fato de na maioria dos livros didáticos a Geometria ser colocada ao fim, ajuda a tentativa de justificativa pela falta de tempo até o final do ano letivo.

O modelo de van Hiele viabiliza a avaliação através das habilidades demonstradas pelos alunos, o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico e da aprendizagem. E então, é papel do professor identificar o nível em que os mesmos estão e, a partir daí desenvolver e propiciar condições para que eles avancem, incluindo propor atividades adequadas que incentivem a construção do conhecimento de forma progressiva (CARGNIN, 2016).

Os cinco níveis propostos por van Hiele são chamados de *Visualização, Análise, Dedução informal, Dedução formal e Rigor*, e serão apresentados a seguir.

4.1 NÍVEIS DE VAN HIELE

Os níveis de pensamento objetivam ajudar os alunos em seu desenvolvimento, e as ações deles quando estando em um nível lhes trarão experiência para o próximo. Sendo considerado um fator fundamental para o desenvolvimento de um nível para outro mais elevado.

A evolução entre os níveis não acontece em um curto período de tempo, é necessário que haja um amadurecimento das estratégias, dos objetos de estudo e da linguagem de cada nível. O avanço é dado através de vivência de atividades pensadas estrategicamente pelo professor. Assim, depende mais de uma aprendizagem adequada do que da idade (SILVA, 2013). Apresentamos a seguir um breve resumo sobre os cinco níveis da teoria de van Hiele (SILVA, 2013; VILLIERS, 2010).

Figura 6 – Níveis de pensamento de van Hiele.

Nível 1	• VISUALIZAÇÃO
Nível 2	• ANÁLISE
Nível 3	• DEDUÇÃO INFORMAL
Nível 4	• DEDUÇÃO FORMAL
Nível 5	• RIGOR

Fonte: Autora, 2019.

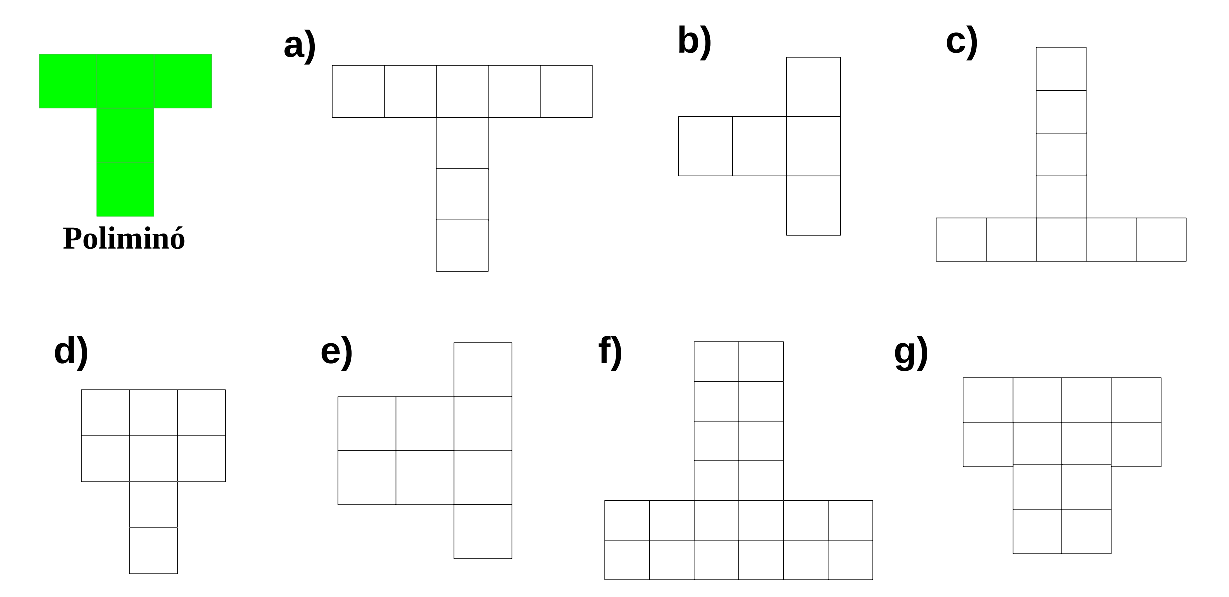
NÍVEL 1 – *VISUALIZAÇÃO*

Nesse nível acontece o reconhecimento das figuras visualmente por sua forma global. Reconhecem, com base na sua aparência, quadrados, triângulos, paralelogramos e etc., mas não identificam suas propriedades.

Exemplo:

Quadro 1 – Questão 6 do questionário (Exemplo do nível 1)

6. Identifique quais das figuras abaixo são semelhantes ao 'poliminó T' e marque-as:



Fonte: Autora, 2019.

A questão exemplificada acima é uma das questões do nosso questionário, e é puramente visualização, assim como o nível 1 requer, suas informações estão apenas nas imagens.

NÍVEL 2 – *ANÁLISE*

Nesse nível acontece a análise das figuras e o reconhecimento de suas propriedades, conseguindo nomear em termos as mesmas. Os alunos já conseguem utilizar essas propriedades para resolver problemas.

EXEMPLO 2:

Quadro 2 - Questão 1 do questionário (Exemplo do nível 2)

1. **Quais são as condições para que dois polígonos sejam semelhantes?**

Fonte: Autora, 2019.

O nosso exemplo do nível 2, também está presente no nosso questionário, porém agora, é necessário que o aluno reconheça propriedades, que nesse caso, são as que definem que os polígonos sejam semelhantes.

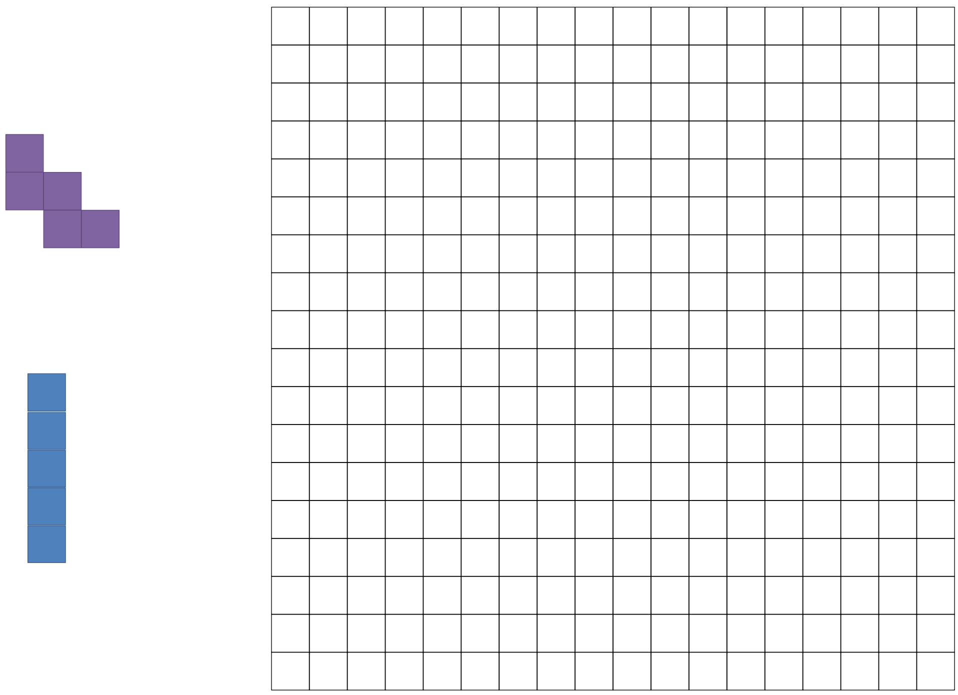
NÍVEL 3 – *DEDUÇÃO INFORMAL*

Nesse nível os alunos ordenam logicamente as propriedades das figuras, percebendo que uma pode deduzir da outra, argumentando informalmente e ordenando classes de figuras.

EXEMPLO 3:

Quadro 3 – Questão 2 do questionário (Exemplo do nível 3)

2. **Na malha abaixo, represente a duplicação de figuras semelhantes:**



Fonte: Autora, 2019.

No exemplo do nível 3, também aparece uma questão do questionário, dessa vez é necessário que o aluno perceba que há dedução das propriedades que ele sabia do nível anterior, para que assim encontrem a razão de proporcionalidade entre as figuras.

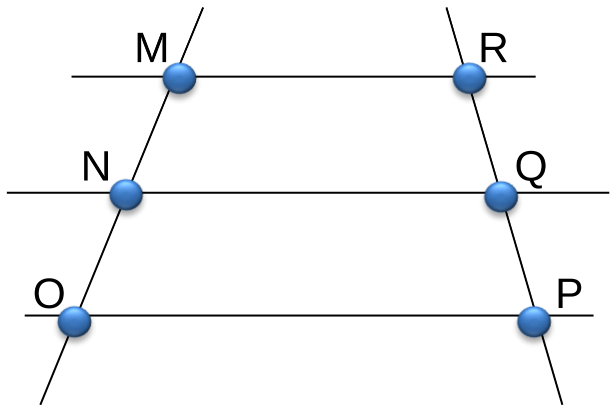
NÍVEL 4 – *DEDUÇÃO FORMAL*

Nesse nível ocorre o domínio do processo dedutivo e de demonstrações. O aluno reconhece o papel dos axiomas e teoremas, e é capaz de fazer provas formais.

EXEMPLO 4:

Quadro 4 – Teorema de Tales (Exemplo do nível 4)

Um feixe de retas paralelas, intersectadas por duas retas transversais quaisquer, determina segmentos de retas proporcionais como no exemplo:



Nesse caso valem as seguintes proporcionalidades:

$\frac{MN}{RQ} = \frac{MO}{RP} = \frac{NO}{QP}$, além de $\frac{MO}{MN} = \frac{RP}{RQ}$ ou $\frac{MO}{NO} = \frac{RP}{QP}$

Fonte: Autora, 2019.

No exemplo do nível 4, é necessário que o aluno tenha domínio sobre teoremas e suas demonstrações, usamos como exemplo o teorema de Tales, que define semelhanças.

NÍVEL 5 – *RIGOR*

Nesse nível o aluno desenvolve um olhar abstrato, consegue construir a diferença a propriedade e a recíproca, e compreende diferentes axiomas (especialista em Matemática).

O público dessa pesquisa, serão alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, por esse motivo, abordaremos apenas os três primeiros níveis. Esperamos que o aluno que esteja na *VISUALIZAÇÃO* consiga organizar o pensamento apenas com o que ele ver, e quando estiver na *ANÁLISE,* de certa forma já consiga classificar as propriedades e na *DEDUÇÃO INFORMAL* ele consiga aplicar algumas teorias que foram adquiridas e use propriedades que já conhece. Já que de acordo com os PCNs,

> [...] O trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações. (BRASIL, 1998, p. 51).

Buscando uma melhor compreensão dos níveis de pensamento geométrico, van Hiele identificou propriedades que caracterizam o modelo, para orientar os professores nas decisões quanto ao ensino (SILVA, 2013). A seguir, apresentamos as mesmas.

- Sequencial: É necessário que o aluno passe pelos vários níveis, para compreender um determinado nível, ele precisa ter assimilado bem o anterior.

- Avanço: A evolução dos alunos de um nível para outro depende mais dos métodos usados pelo professor do que pela sua maturidade, isso pode determinar se haverá progressão ou retardamento.

- Intrínseco e extrínseco: O que foi estudado em um nível se torna objeto de ensino no próximo nível (a transição da figura que foi visualizada no nível 1, e tem suas propriedades descobertas no nível 2).

- Linguística: O que se considera certo em um nível, pode ser modificado no outro, isso se dá pelo fato de que cada nível tem sua linguagem própria.

- Combinação inadequada: O processo de avanço do aluno entre os níveis é dado diretamente por fatores internos relacionados ao professor, como material didático, conteúdo e vocabulário, se esses estiverem um nível acima o aluno não consegue acompanhar.

Em paralelo aos níveis de pensamento geométrico, e voltando à ideia da ultima propriedade apresentada, de que método, organização e material são importantes, van Hiele propõe cinco níveis de aprendizagem.

- Fase 1 (Informação): O professor e o aluno dialogam sobre o material de estudo do nível, e então é possível perceber os conhecimentos básicos do mesmo conteúdo a ser estudado.

- Fase 2 (Orientação dirigida): Acontece a exploração, pelo aluno, do conteúdo sequenciado pelo professor, que devem ter especificidade e objetividade.

- Fase 3 (Explicação): O professor tem papel de observador, e os alunos trocam experiência entre si.

- Fase 4 (Orientação livre): O aluno tem autonomia diante de tarefas mais complexas que podem ser resolvidas à sua maneira.

- Fase 5 (Integração): O professor apresenta ideias e observações globais, sintetizando sem discordar e apresentar novas ideias.

Ao decorrer desse capítulo vimos que segundo a teoria de van Hiele, em uma sala de aula cada aluno pensa em um nível diferente, inclusive ao pensamento do professor. Sendo assim, esse modelo orienta o professor a buscar estratégias que contribuam para o aluno ter um bom aproveitamento, e a elevar o nível de compreensão daqueles que estão em um nível inferior ao da turma.

5 PERSPECTIVAS METODOLÓGICAS

Nesse capítulo abordamos sobre os procedimentos e métodos que utilizamos nessa pesquisa, tratamos como foi escolhido o conteúdo abordado, a construção do instrumento utilizado na coleta de dados, os participantes, como foi aplicado e suas análises.

A presente pesquisa foi desenvolvida pelo questionamento sobre o motivo ao qual leva à geometria a ser tão temida, tanto pelos professores, que adiam o seu ensino, quanto pelos alunos que temem não aprender. Esse questionamento veio de uma inquietação da autora, devido a todos esses tabus quanto à geometria, mesmo antes da graduação.

A escolha por trabalhar semelhança de polígonos se deu pelo fato de ser um assunto aparentemente fácil e simples, e às vezes considerado como trivial, mas que causa muitas dúvidas nos alunos, pois é possível que o mesmo não diferencie semelhante de parecido. Bem como a Teoria de van Hiele, a qual foi apresentada durante a jornada acadêmica, e que levou a reflexão se realmente os alunos atingiam os níveis de pensamento geométrico de acordo com o que era proposto por van Hiele.

Além de notar se os alunos atingiriam a níveis que propomos no questionário, observamos quais seriam as suas estratégias de pensamento pra tentar resolver as questões de semelhança. Elencaremos as questões individualmente, de modo a analisarmos cada aluno, com base na nossa coleta de dados. Um dos principais papéis do professor na sala de aula é o papel de investigador, só assim ele vai buscar diagnosticar as dificuldades do seu aluno.

De acordo com Cargnin (2016), é importante que o professor proponha atividades investigativas, pois a realização de tarefas abertas que sejam exploratórias são marcantes nesse tipo de ensino, e que também momentos de discussão em que os alunos explanam os seus pensamentos podem ser construtivos.

Os erros são pistas para que seja possível identificar falhas, essas atividades exploratórias possibilitam ao professor notar quais são os erros que os alunos estão cometendo, e que através deles o mesmo possa promover atividades que tenham uma ação direcionada à superação, possibilitando ao aluno um melhor entendimento e amadurecimento sobre o conceito de semelhança.

Segundo Neves (1996), uma pesquisa qualitativa descreve e decodifica, o método qualitativo se assemelha a procedimentos de interpretação de coisas que empregamos no dia a dia, ou seja, tiramos o foco apenas dos números, e focamos em descrições de forma mais detalhada e direcionada. Então, como na presente pesquisa nos interessamos por processos e estratégias pensadas pelos alunos, desenvolvemos uma pesquisa qualitativa.

Nosso instrumento para coleta de dados foi o questionário, disposto em sete questões, sendo elas abertas, o que nos possibilitaria analisar os níveis em que os alunos estariam, segundo a Teoria de van Hiele.

Esse questionário foi aplicado em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental – Anos finais (turma C), no primeiro semestre do ano letivo. O campo de pesquisa foi uma escola localizada no Município de São Caitano – PE. A escolha do campo de pesquisa se deu por tomarmos conhecimento de que essa turma teria estudado os conceitos de semelhança no ano da aplicação do questionário. A aplicação foi realizada no mês de Maio, do mesmo ano de autoria do trabalho, em um grupo composto por 20 alunos.

O processo posterior à aplicação foi a análise dos dados coletados, verificando, o que objetivamos anteriormente, os procedimentos e estratégias que os alunos usaram, e classificando os níveis atingidos.

5.1 O INSTRUMENTO

Nessa pesquisa o nosso enfoque será nos três primeiros níveis da Teoria de van Hiele, o Nível 1 (Visualização), Nível 2 (Análise) e Nível 3 (Dedução Informal), já que teoricamente, os alunos ainda não atingem os dois últimos níveis. E segundo os PCN eles devem atingir tais competências,

> [...] As atividades geométricas centram-se em procedimentos de observação, representações e construções de figuras, bem como o manuseio de instrumentos de medidas que permitam aos alunos fazer conjecturas sobre algumas propriedades dessas figuras. (BRASIL, 1998, p. 68).

Elaboramos um questionário composto por sete questões, dispostas segundo o nosso objetivo, analisar os níveis do pensamento geométrico em que os alunos se encontravam, da seguinte maneira. A questão 1, requer do aluno que ele esteja no nível da Análise. A questão 2, por sua vez, requer a Dedução Informal. As questões 3 e 4, também estão caracterizadas como Análise. Na questão 5, há uma divisão, por conter dois tipos de perguntas, entre Visualização e Análise. A questão 6, se trata de uma questão de Visualização. E por fim a questão 7, que é classificada como uma questão de Dedução Informal.

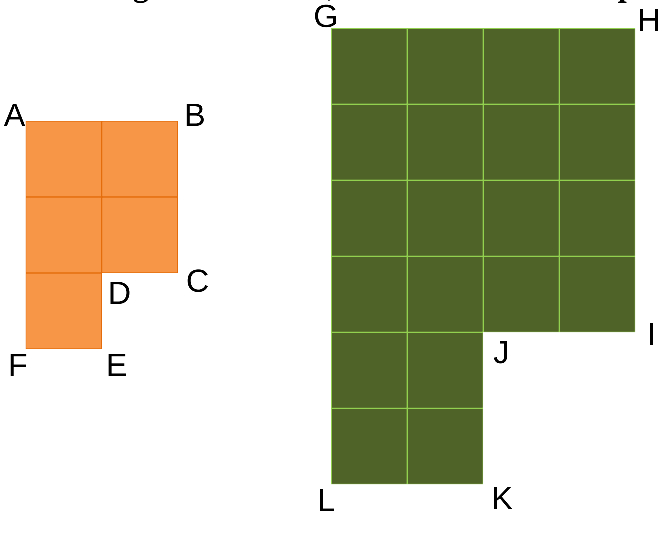
5.1.1 Questionário

Apresentamos, a seguir, as questões elaboradas para o questionário, seguindo a ordem gradual dos níveis, apresentada por van Hiele. Partindo do principio que ele defende de que não é possível estar em um nível posterior, sem ter passado pelo nível anterior.

5.1.1.1 QUESTÕES DO NÍVEL 1

As questões 5 e 6 foram classificadas no nível de Visualização, de acordo com os níveis descritos como níveis de pensamento geométrico por van Hiele, e tinham como objetivo analisar se os alunos conseguiriam constatar visualmente se havia semelhança nas figuras.

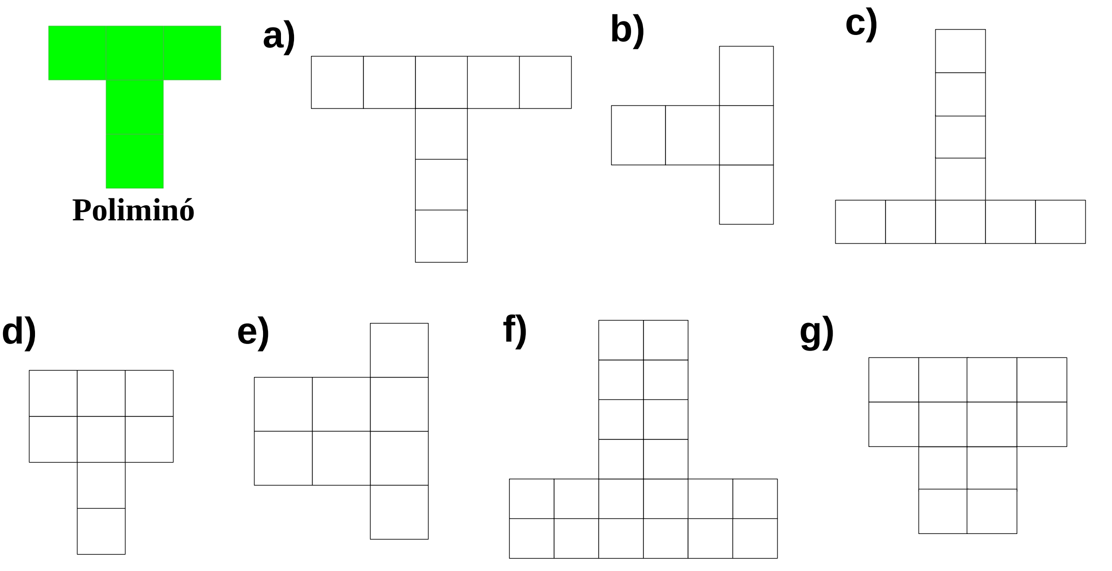
Quadro 5 – Questão 5 do questionário (Nível 1)

Questão 5
Observe os pentaminós a seguir. Eles são semelhantes? Em caso afirmativo, qual a razão de proporcionalidade?
a) **Os seguimentos AF, AB e BC medem respectivamente 3 cm, 2 cm e 2 cm. E os seguimentos GL, GH e HI medem respectivamente 6 cm, 4 cm e 4 cm.** 

Fonte: Autora, 2019.

Na primeira pergunta do enunciado da questão 5, em que pergunta se os pentaminós são semelhantes, tem como objetivo a visualização do aluno de que nesse caso as duas figuras são semelhantes. Mais à frente classificamos a segunda pergunta do enunciado.

Quadro 6 – Questão 6 do questionário (Nível 1)

Questão 6
Identifique quais das figuras abaixo são semelhantes ao 'poliminó T' e marque-as


Fonte: Autora, 2019.

Na questão 6, o objetivo era que o aluno, ainda no nível de visualização, observasse que quando se trata de figuras semelhantes, e das mesmas reproduzidas, ampliadas ou reduzidas, é necessário verificar se a ação ocorre em todos os lados da figura. Assim observariam que apenas duas, das sete imagens são semelhantes ao modelo, sendo elas **b** e **f.**

5.1.1.2 QUESTÕES DO NÍVEL 2

As questões 1, 3, 4 e 5 foram classificadas como estando no nível de Análise, que por sua vez requer que o aluno entenda algumas propriedades e conceitos.

Quadro 7 – Questões 1 e 3 do questionário (Nível 2)

Questão 1	Questão 3
1. Quais são as condições para que dois polígonos sejam semelhantes?	3. **Quando duas figuras não são semelhantes? Explique**

Fonte: Autora, 2019.

Na questão 1, o objetivo era que o aluno elencasse propriedades que determinariam a existência de semelhança entre dois polígonos. Dentre as quais seriam que os ângulos dos mesmos fossem congruentes e seus lados correspondentes fossem proporcionais.

A questão 3, contradizia o que era pedido na questão 1, o objetivo dessa questão, era fazer o aluno notar que essa pergunta era apenas a negação da outra, e o levar a refletir se a sua definição anterior estava realmente correta.

Quadro 8 – Questão 4 do questionário (Nível 2)

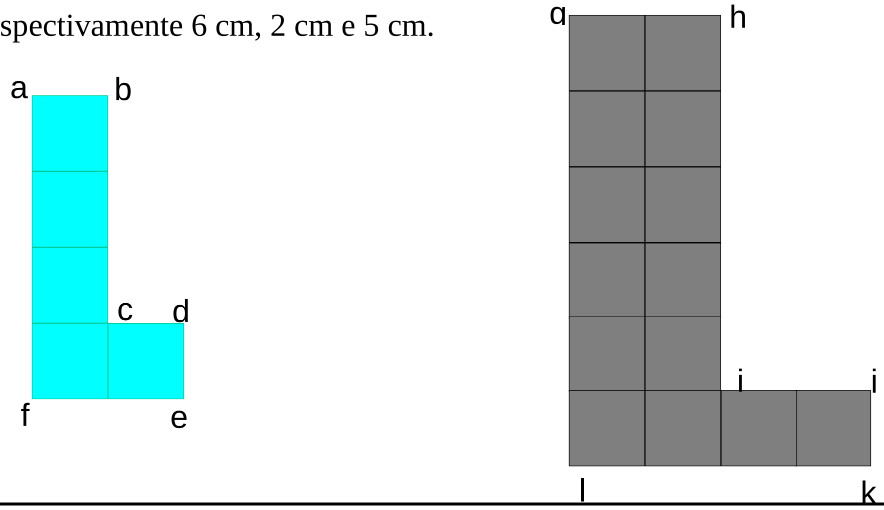
Questão 4
4. Com suas palavras explique o que é uma razão de semelhança.

Fonte: Autora, 2019.

O objetivo da questão 4 era fazer o aluno analisar uma terceira condição para que duas figuras, ou mais, sejam semelhantes, que é a razão de semelhança, muito usada em casos de ampliação e redução de figuras. Essa razão garante que ambas sejam semelhantes, se a mesma for uma constante.

Quadro 9 - Questão 5 do questionário (Nível 2)

Questão 5
Observe os pentaminós a seguir. Eles são semelhantes? Em caso afirmativo, qual a razão de proporcionalidade?
b) Os seguimentos af, ab e bc, medem respectivamente 4 cm, 1 cm e 3 cm. E os lados gl, gh e hi, medem respectivamente 6 cm, 2 cm e 5 cm.



Fonte: Autora, 2019.

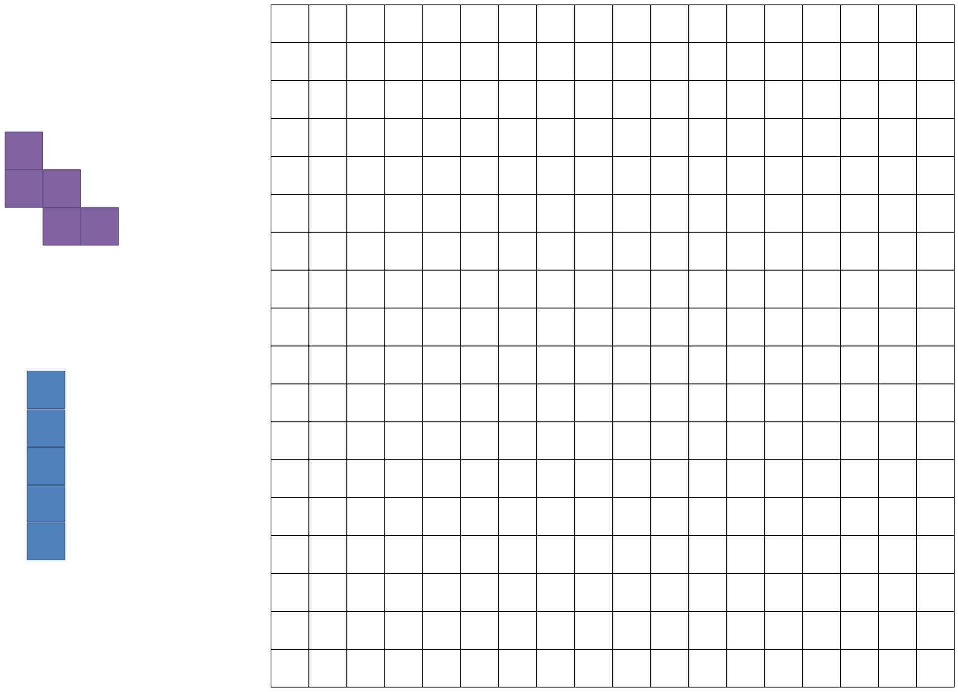
Na questão 5, nesse nível focaremos à segunda questão do enunciado, em que fala da razão de proporcionalidade, o objetivo é que paralelo a visualização e aos dados presentes na questão, o aluno consiga realizar o calculo da razão existente entre as figuras, caso as mesmas sejam semelhantes. Nas quais, no caso da letra a (apresentada anteriormente) há razão, e nesse caso não existe razão de semelhança.

5.1.1.3 QUESTÕES DO NÍVEL 3

As questões definidas como estando no nível de Dedução Informal, foram as questões 2 e 7. Em que o objetivo é que o aluno utilize de propriedades adquiridas anteriormente na construção de uma dedução de novas propriedades que partem das outras, o levando a resolver a questão.

Quadro 10 - Questão 2 do questionário (Nível 3)

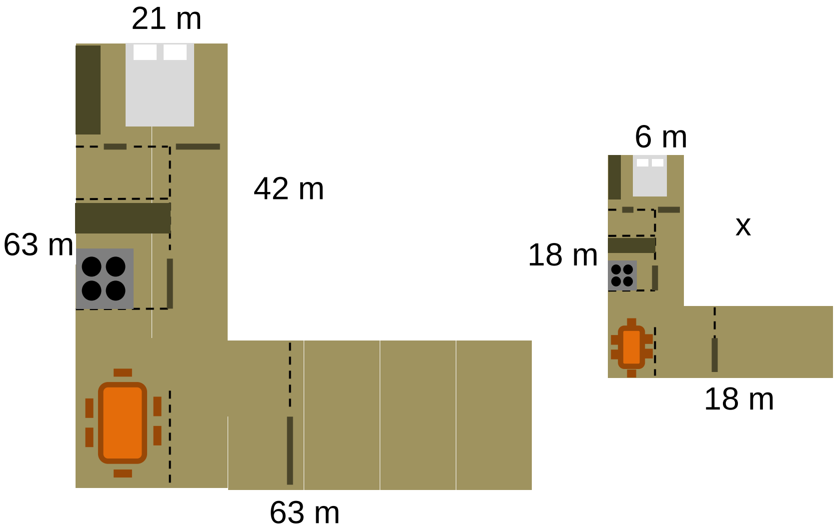
Questão 2
Na malha abaixo, represente a duplicação de figuras semelhantes:



Fonte: Autora, 2019.

O objetivo da questão 2 é fazer o aluno deduzir da propriedade anterior de razão de semelhança, que a duplicação das figuras nesse caso será a razão, e que o trabalho de ampliação deve ser dado para todos os lados, e não apenas em um sentido.

Quadro 11 – Questão 7 do questionário (Nível 3)

Questão 7
Nos desenhos abaixo estão representadas as plantas baixas de dois terrenos semelhantes. Com base nas medidas, calcule o valor de x:


Fonte: Autora, 2019.

A questão 7 tem como objetivo o principio inverso da questão anterior, a partir das figuras, baseado também nas propriedades do nível 2, o aluno deve calcular o valor de **x**, seguindo pelo caminho de que como a razão é uma constante, é necessário apenas calcular o valor em outros lados, e posteriormente dividir o lado correspondente a **x** pelo valor encontrando.

As questões do nosso questionário não foram ordenadas progressivamente de acordo com os níveis, ou seja, as mesmas foram distribuídas aleatoriamente sem respeitar a sequência dos níveis. O que oportuniza verificar se realmente, de acordo van Hiele, os níveis são progressivos, sendo necessário passar por um anterior antes do próximo.

6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Neste capítulo faremos as análises e discussões pertinentes, com base nos dados coletados, seguindo a Teoria de van Hiele e seus níveis descritos anteriormente. Os classificaremos então, com base nas suas respostas e estratégias utilizadas.

Como elencamos no capítulo anterior as divisões do questionário de acordo com os níveis se deu da seguinte maneira. No nível de Visualização, classificamos as questões 5 e 6, tendo como objetivo que os alunos as respondessem apenas pelo que fosse visto. No nível da Análise, classificamos as questões 1, 3, 4 e 5, objetivando que eles entendessem propriedades relativas ao tema abordado em cada questão. E por fim, no nível da Dedução informal, classificamos as questões 2 e 7, que tinham como objetivo analisar se os alunos deduziriam de propriedades anteriores.

No nosso questionário, muitas questões foram deixadas em branco, e nas questões que possuíam justificativas, conseguimos analisar se os alunos estavam nos níveis que propomos e se ele tinha conhecimento sobre semelhança, além de perceber se estavam no nível da questão, é possível notar se está em um nível anterior ou posterior. Consideramos também que eles podiam não alcançar nível nenhum.

Conforme apresentamos, aplicamos o questionário a uma turma de 20 alunos, sendo 9 meninos e 11 meninas, do 9º ano do Ensino fundamental, turma C. Identificamos os alunos de A1 à A20. Além disso, na explanação a seguir, as tabelas em que aparecem “ – “, representa que o aluno não atingiu nenhum nível e/ou deixou a questão em branco.

6.1 OS NÍVEIS DE PENSAMENTO GEOMÉTRICOS NO CONCEITO DE SEMELHANÇA

Iniciaremos as discussões sistematizando a análise seguindo a ordem dos níveis e apresentaremos alguns exemplos que indiquem os níveis. Nesta seção apresentaremos os resultados de cada aluno em cada questão, sequenciadas de acordo com os níveis e não por ordem do número da questão.

6.1.1 Análise das questões do Nível 1

No quadro 12, apresentaremos os níveis de pensamento geométrico alcançados pelos alunos na questão 5, baseadas no nível 1 (Visualização), do questionário.

Quadro 12 – Níveis de pensamento geométricos na questão 5.

QUESTÃO 5		
	Letra a	*Letra b*
A1	VISUALIZAÇÃO	VISUALIZAÇÃO
A2	ANÁLISE	-
A3	VISUALIZAÇÃO	-
A4	ANÁLISE	VISUALIZAÇÃO
A5	VISUALIZAÇÃO	VISUALIZAÇÃO
A6	VISUALIZAÇÃO	VISUALIZAÇÃO
A7	-	-
A8	-	VISUALIZAÇÃO
A9	ANÁLISE	-
A10	-	-
A11	-	-
A12	-	-
A13	VISUALIZAÇÃO	VISUALIZAÇÃO
A14	VISUALIZAÇÃO	-
A15	-	-
A16	-	-
A17	-	VISUALIZAÇÃO
A18	-	VISUALIZAÇÃO
A19	-	-
A20	-	VISUALIZAÇÃO

Fonte: Autora, 2019.

De acordo com os dados apresentados no Quadro 12, na letra a, apenas 6 alunos foram classificados no nível de Visualização pois utilizaram como resposta apenas sim ou não, 3 no nível de Análise por terem utilizado justificativas e 11 não responderam ou responderam a questão incorretamente. Já na letra b, 9 alunos foram classificados em Visualização e 11 não responderam ou responderam incorretamente.

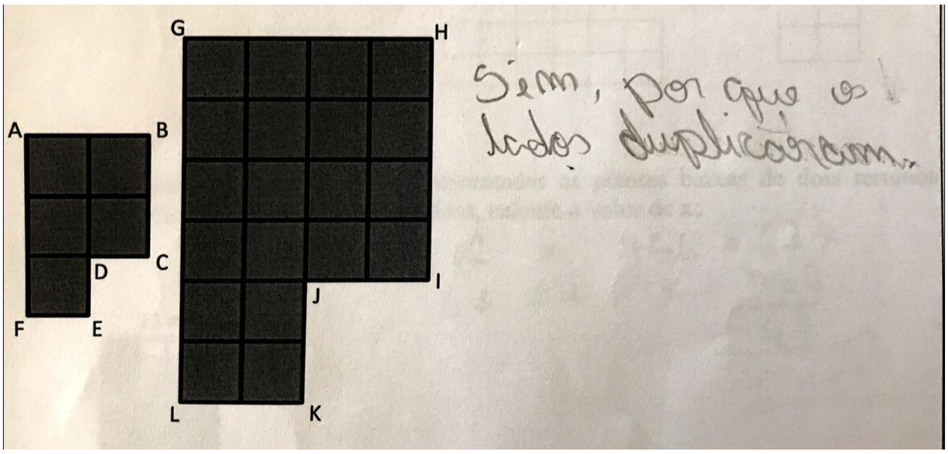
Tabela 1 – Disposição da classificação de níveis (Questão 5)

QUESTÃO 5	Letra a		Letra b	
VISUALIZAÇÃO	6	30%	9	45%
ANÁLISE	3	15%	0	0%
NÃO RESPONDEU/ERROU	11	55%	11	55%
TOTAL	20	100%	20	100%

Fonte: Autora, 2019.

Exemplificaremos, na letra a, o aluno A4, classificado no nível de análise.

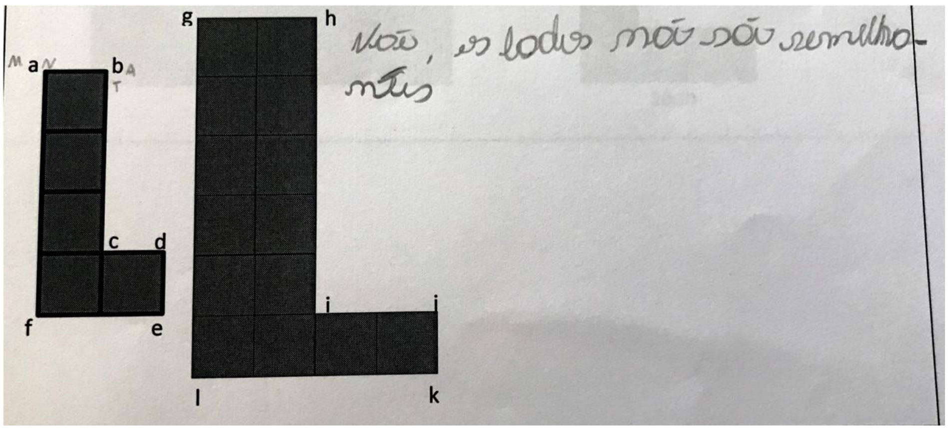
Figura 7 – Resposta do aluno A4 (questão 5 na letra a)



Fonte: Acervo da pesquisa, 2019.

Como exemplo para a letra b, utilizaremos a resposta do aluno A6, que também justificou a resposta.

Figura 8 – Resposta do aluno A6 (Questão 5 na letra b)



Fonte: Acervo da pesquisa, 2019.

No quadro 13, apresentaremos os níveis de pensamento geométrico que os alunos foram classificados na questão 6, do questionário, que requeria do aluno a classificação das figuras semelhantes ao modelo apresentado, sendo elas as letras b e f.

Quadro 13 - Níveis de pensamento geométricos na questão 6.

QUESTÃO 6		
	Letra b	*Letra f*
A1	-	-
A2	-	-
A3	VISUALIZAÇÃO	-
A4	-	VISUALIZAÇÃO
A5	-	-
A6	VISUALIZAÇÃO	-
A7	VISUALIZAÇÃO	-
A8	VISUALIZAÇÃO	-
A9	VISUALIZAÇÃO	-
A10	VISUALIZAÇÃO	-
A11	VISUALIZAÇÃO	-
A12	VISUALIZAÇÃO	-
A13	VISUALIZAÇÃO	-
A14	VISUALIZAÇÃO	-
A15	VISUALIZAÇÃO	-
A16	VISUALIZAÇÃO	-
A17	VISUALIZAÇÃO	-
A18	VISUALIZAÇÃO	-
A19	-	-
A20	VISUALIZAÇÃO	-

Fonte: Autora, 2019.

De acordo com a análise de dados na questão 6, considerando primeiro a letra b, 15 alunos foram classificados no nível de Visualização e 5 não responderam ou erraram a questão. Na letra f, a quantidade de alunos que foi classificado em algum nível, diminuiu demasiadamente, apenas 1 aluno foi classificado no nível de Visualização e os outros 19 não responderam ou responderam incorretamente. Na segunda letra, o aluno precisava entender que a figura havia sido duplicada. Nenhum dos alunos acertou as duas respostas.

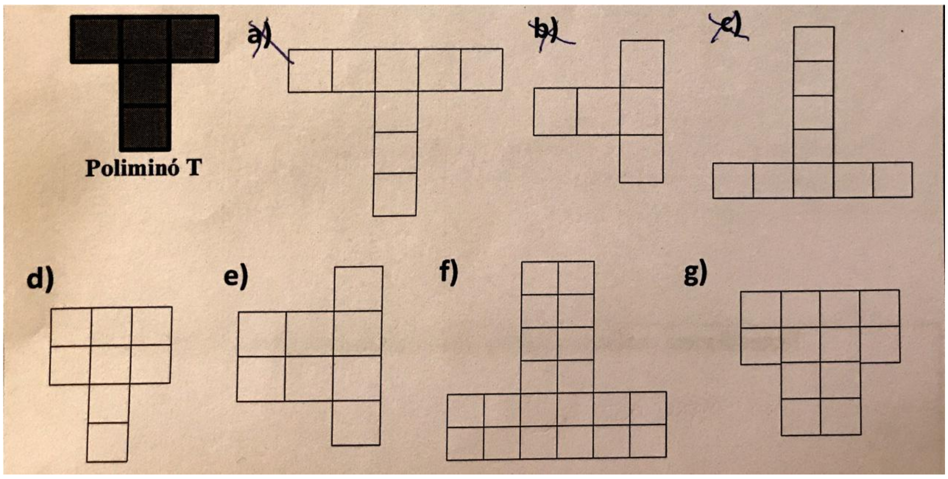
Tabela 2 - Disposição da classificação de níveis (Questão 6)

Questão 6	Letra b		Letra f	
VISUALIZAÇÃO	15	75%	1	5%
NÃO RESPONDEU/ERROU	5	25%	19	95%
TOTAL	20	100%	20	100%

Fonte: Autora, 2019.

Exemplificaremos, a seguir o aluno A13, que marcou corretamente a letra b, porém marcou também as letras a e c, que foi um caso muito recorrente nessa questão, a maioria dos alunos fizeram essas escolhas por serem figuras parecidas ao modelo apresentado, mas que não existe semelhança diante dos conceitos.

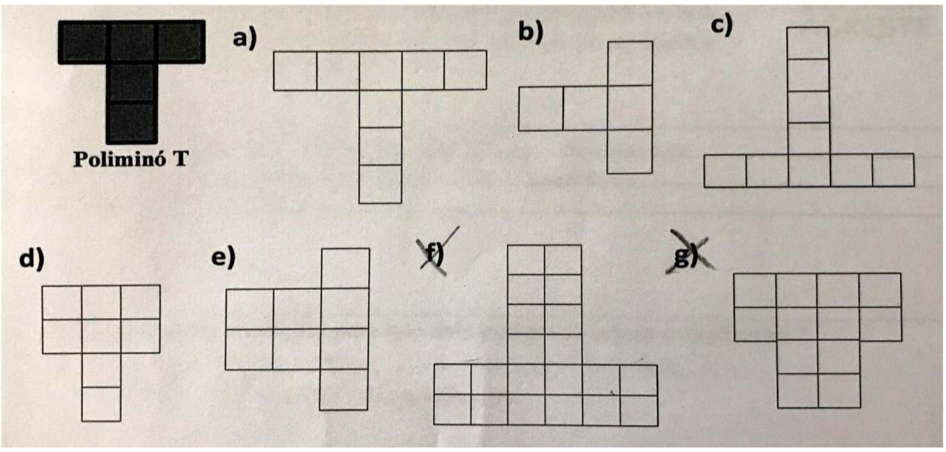
Figura 9 – Resposta do aluno A13 (Questão 6)



Fonte: Acervo da pesquisa, 2019.

O próximo exemplo que apresentaremos é o único aluno que marcou corretamente a letra f, o aluno A4.

Figura 10 – Resposta do aluno A4 (Questão 6)



Fonte: Acervo da pesquisa, 2019.

6.1.2 Análise das questões do Nível 2

No quadro 14, apresentaremos os níveis de pensamento geométrico que os alunos se encontram, com base nas questões 1, 3 e 4, que foram classificadas no nível de Análise e eram questões abertas, que não traziam consigo nenhuma informação específica. Nas quais requer do aluno conhecimento sobre os conceitos de semelhança.

Quadro 14 – Níveis de pensamento geométrico nas questões 1, 3 e 4.

	Questão 1	Questão 3	Questão 4
A1	ANÁLISE	ANÁLISE	-
A2	ANÁLISE	ANÁLISE*	ANÁLISE*
A3	-	-	-
A4	-	-	-
A5	-	-	ANÁLISE*
A6	ANÁLISE*	-	ANÁLISE*
A7	ANÁLISE	-	-
A8	-	-	-
A9	-	-	-
A10	-	-	ANÁLISE*
A11	-	-	-
A12	ANÁLISE**	-	-
A13	-	-	-
A14	ANÁLISE	-	-
A15	ANÁLISE	ANÁLISE	-
A16	-	-	-
A17	ANÁLISE	ANÁLISE	-
A18	-	-	-
A19	ANÁLISE	-	-
A20	ANÁLISE	ANÁLISE	-

Fonte: Autora, 2019.

No quadro, aparecem três tipos de Análise: ANÁLISE, na qual a questão está correta, ANÁLISE*, em que a questão está correta, mas incompleta e, ANÁLISE**, que por sua vez, tem dados corretos, porém com sentido invertidos. Os dados da tabela apresentada, com relação à questão 1, mostra que 10 alunos conhecem o conceito de semelhança e responderam a questão, e os outros 10 não responderam ou responderam errado. Na questão 3, apenas 5 foram classificados no nível de Análise e os 15 demais não responderam ou responderam errado. Já na questão 4, apenas 4 alunos foram classificados em Análise, por tentarem explicar de alguma forma o conceito de razão de semelhança, e os outros 16 alunos a grande maioria deixou a questão em branco, e alguns responderam errado.

Essa diferença, entre os dados da questão 1 e 3, de resultados levanta o questionamento se realmente o aluno sabe conceituar semelhança, ou se apenas ouviu comentários dos colegas, ou ainda se foi apenas falta de atenção na leitura do enunciado, já que a questão 3 é apenas a negação da questão 1.

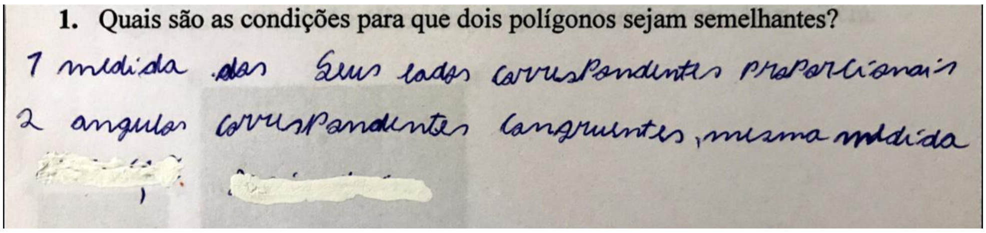
Tabela 3 - Disposição da classificação de níveis (Questões 1, 3 e 4)

	Questão 1		Questão 3		Questão 4	
ANÁLISE	8	40%	4	20%	-	-
ANÁLISE*	1	5%	1	5%	4	20%
ANÁLISE**	1	5%	-	-	-	-
NÃO RESPONDEU/ERROU	10	50%	15	75%	16	80%
TOTAL	20	100%	20	100%	20	100%

Fonte: Autora, 2019.

Traremos como primeiro exemplo a resposta da questão 1 do aluno A19, que apresentou um conceito muito bem definido.

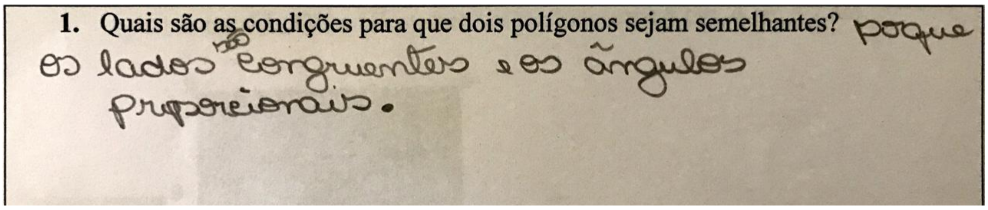
Figura 11 – Resposta do aluno A19 (Questão 1).



Fonte: Acervo da pesquisa.

O exemplo à seguir é do caso três de Análise, apresentado anteriormente (ANÁLISE**), do aluno A12, na qual ele inverteu as informações.

Figura 12 – Resposta do aluno A12 (Questão 1).

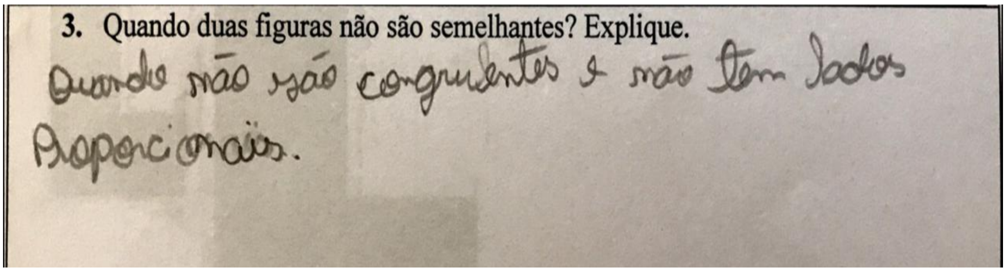


1. Quais são as condições para que dois polígonos sejam semelhantes? poque os lados são congruentes e os ângulos proporcionais.

Fonte: Acervo da pesquisa, 2019.

Exemplificaremos agora, a questão 3, usando a resposta do aluno A15. A qual se tratava apenas da negação da questão anterior.

Figura 13 – Resposta do aluno A15 (Questão 3).



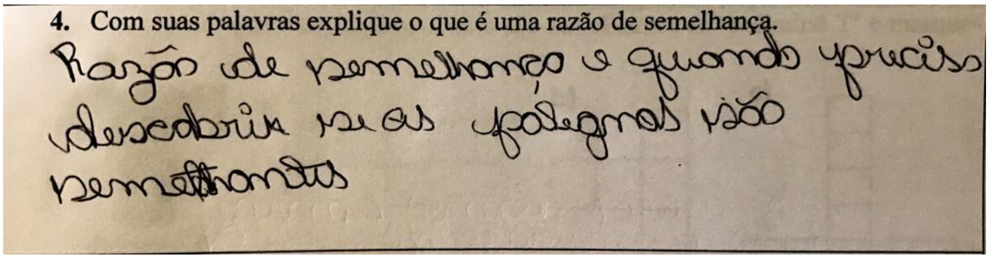
3. Quando duas figuras não são semelhantes? Explique.

Quando não são congruentes e não tem lados Proporcionais.

Fonte: Acervo da pesquisa, 2019.

Como exemplo da questão 4, apresentaremos as respostas de dois alunos, o aluno A2 e o aluno A10.

Figura 14 – Resposta do aluno A2 (Questão 4).



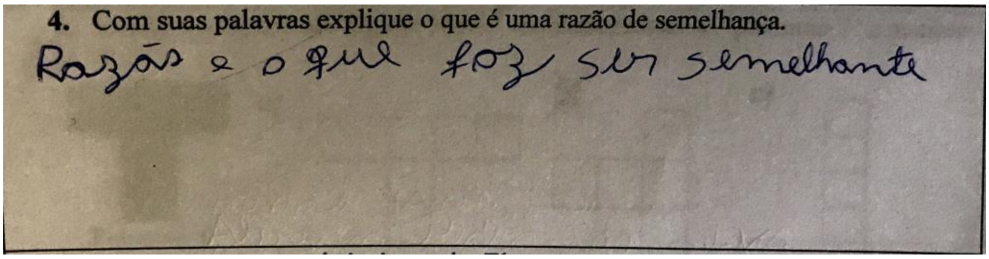
4. Com suas palavras explique o que é uma razão de semelhança.

Razão de semelhança e quando precisa descobrir se os polígnos são semelhantes

Fonte: Acervo da pesquisa, 2019.

O aluno A10 não explicou completamente, mas com as palavras dele conceituou que para existir semelhança é necessário que haja à razão.

Figura 15 – Resposta do aluno A10 (Questão 4).



4. Com suas palavras explique o que é uma razão de semelhança.

Razão e o que faz ser semelhante

Fonte: Acervo da pesquisa, 2019.

No quadro 15 apresentaremos o nível de pensamento geométrico em que os alunos se encontram, de acordo com a questão 5. Traremos o quadro 12, apresentada na seção 6.1.1. A questão 5, estaria classificada como sendo do nível de Análise, na segunda pergunta presente no enunciado, que buscava saber se o aluno encontraria as razões de semelhança (caso existissem) das figuras nas letras a e b.

Quadro 15 – Níveis de pensamento geométrico na questão 5 (Análise).

QUESTÃO 5		
	Letra a	*Letra b*
A1	VISUALIZAÇÃO	VISUALIZAÇÃO
A2	ANÁLISE	-
A3	VISUALIZAÇÃO	-
A4	ANÁLISE	VISUALIZAÇÃO
A5	VISUALIZAÇÃO	VISUALIZAÇÃO
A6	VISUALIZAÇÃO	VISUALIZAÇÃO
A7	-	-
A8	-	VISUALIZAÇÃO
A9	ANÁLISE	-
A10	-	-
A11	-	-
A12	-	-
A13	VISUALIZAÇÃO	VISUALIZAÇÃO
A14	VISUALIZAÇÃO	-
A15	-	-
A16	-	-
A17	-	VISUALIZAÇÃO
A18	-	VISUALIZAÇÃO
A19	-	-
A20	-	VISUALIZAÇÃO

Fonte: Autora, 2019.

Ao analisarmos anteriormente, observamos que, na letra a apenas 3 alunos atingiram o nível de Análise, e 17 demais ficaram entre Visualização ou nenhum nível. E na letra b, nenhum dos alunos atingiu o nível requerido para a pergunta em questão.

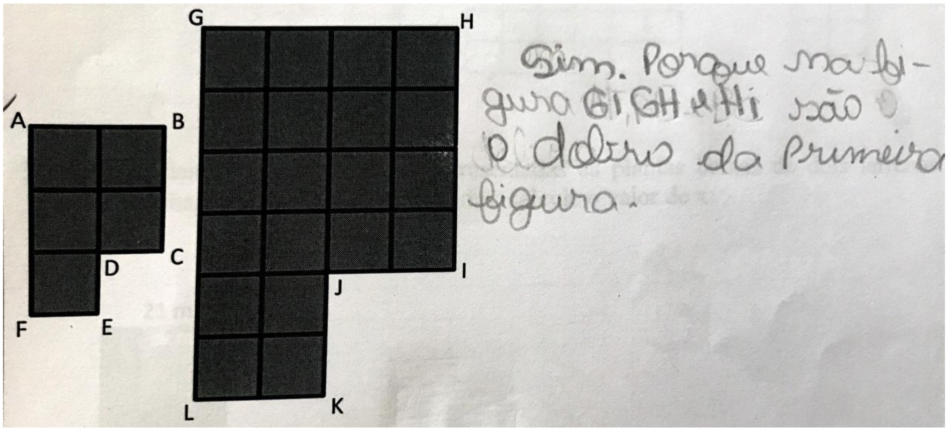
Tabela 4 – Disposição da classificação de níveis (Questão 5-Análise)

Questão 5	Letra a		Letra b	
ANÁLISE	3	15%	-	-
VISUALIZAÇÃO	6	30%	9	45%
NÃO RESPONDEU/ERROU	11	55%	11	55%
TOTAL	20	100%	20	100%

Fonte: Autora, 2019.

Utilizaremos como exemplo da letra a o aluno A9, que compreendeu a razão de proporcionalidade existente entre as figuras.

Figura 16 – Resposta do aluno A9 na questão 5 (letra a).



Fonte: Acervo da pesquisa, 2019.

6.1.3 Análise das questões do Nível 3

No quadro 16, analisaremos os níveis de pensamento geométricos em que os alunos estão nas questões 2 e 7, classificadas no nível de Dedução informal, em que requer do aluno uma dedução de propriedades já conhecidas anteriormente.

Quadro 16 – Níveis de pensamento geométrico nas questões 2 e 7.

	Questão 2	Questão 7
A1	-	-
A2	-	DEDUÇÃO INFORMAL*
A3	DEDUÇÃO INFORMAL	DEDUÇÃO INFORMAL
A4	DEDUÇÃO INFORMAL	DEDUÇÃO INFORMAL*
A5	-	-
A6	-	-

A7	-	-
A8	-	-
A9	-	-
A10	-	-
A11	-	-
A12	-	-
A13	-	-
A14	-	DEDUÇÃO INFORMAL
A15	-	DEDUÇÃO INFORMAL
A16	-	-
A17	-	-
A18	-	-
A19	-	-
A20	-	-

Fonte: Autora, 2019.

*Apenas resposta final.

Analisando os dados da questão 2, apenas 2 alunos estão classificados no nível de Dedução informal, os 18 restantes, erraram a questão, não conseguiram efetuar a duplicação dos pentaminós. Já na questão 7, 5 alunos foram classificados no nível de Dedução informal, porém desses 5, 2 deles apresentaram apenas a resposta final certa, com cálculos errados. E dos 13 demais a grande maioria não respondeu a questão.

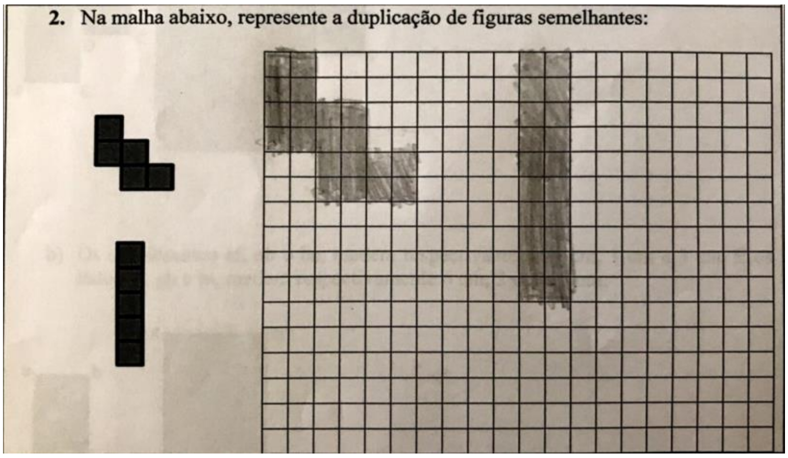
Tabela 5 – Disposição da classificação de níveis (Questões 2 e 7)

	Questão 2		**Questão 7**	
DEDUÇÃO INFORMAL	2	10%	3	15%
DEDUÇÃO INFORMAL*	-	-	2	10%
NÃO RESPONDEU/ERROU	18	90%	15	75%
TOTAL	20		20	100%

Fonte: Autora, 2019.

Apresentaremos alguns exemplos a seguir, começando por um exemplo da questão 2, em que o aluno A4 conseguiu executar a duplicação dos pentaminós, como pedido na questão.

Figura 17 – Resposta do aluno A4 na questão 2.

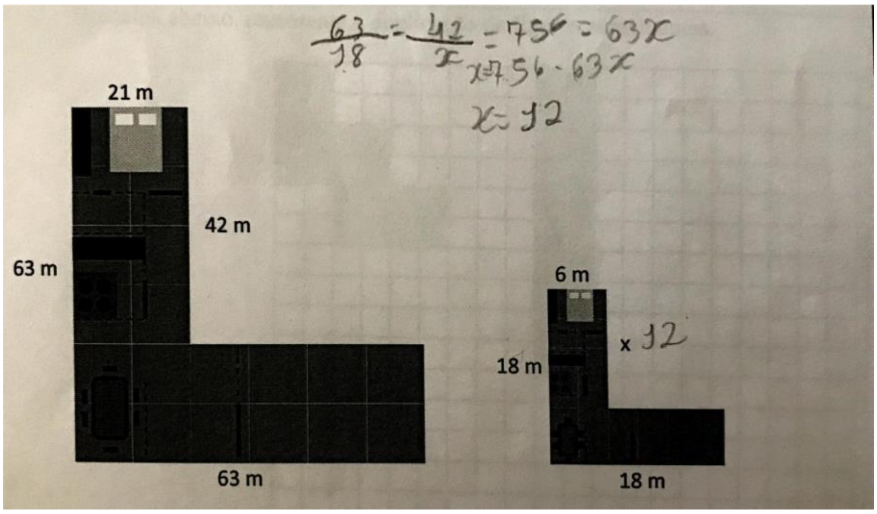


Fonte: Acervo da pesquisa, 2019.

Nos exemplos da questão 7, apresentaremos dois exemplos, um em que o aluno consegue desenvolver a questão, e o outro no caso de Dedução informal elencado anteriormente, em que o aluno não realiza os cálculos de forma correta mas acerta o resultado final.

O primeiro exemplo será do aluno A3 que consegue desenvolver a questão, ele relacionou os lados correspondentes, e prosseguiu fazendo uma regra de três simples.

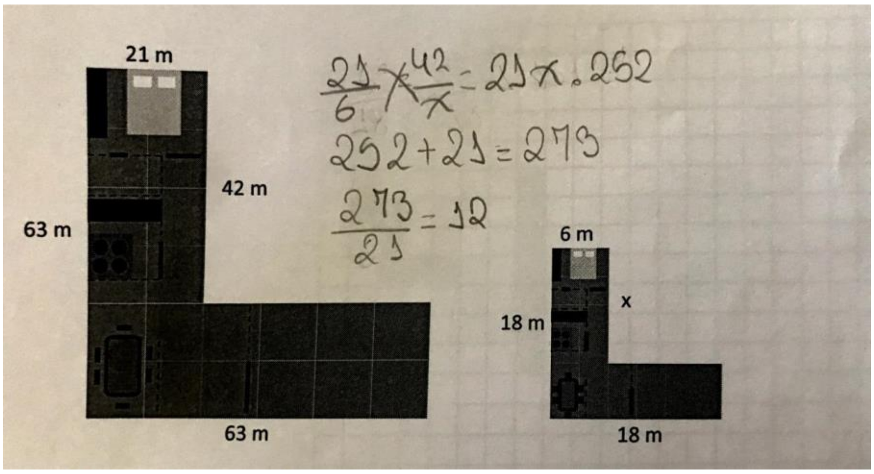
Figura 18 - Resposta do aluno A3 na questão 7.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2019.

O segundo, o aluno A2, arma a regra de três, começa os cálculos de forma correta, e então não consegue concluir, a sua resposta final está correta, porém não é resposta da divisão em seus cálculos.

Figura 19 – Resposta do aluno A2 na questão 7.



Fonte: Acervo da pesquisa, 2019.

De acordo com o que foi apresentado durante esse capítulo, vimos que o nível de frequência de classificação dos alunos, foi o de Visualização, caracterizadas como mais fáceis, já que possuíam como base o nível 1. No nível 2, a Análise, houve uma média razoável na frequência de classificação dos alunos, e suas questões eram consideradas como intermediárias levando em consideração o seu grau de dificuldade. Ficou notável a dificuldade que eles apresentaram em conceituar com suas palavras os conceitos básicos de semelhança.

Já no nível 3, houve uma diminuição súbita de classificação, porém é esperado, pois mesmo que seja possível que o aluno consiga estar no nível de Dedução informal no 9º ano do Ensino Fundamental, o seu pensamento dedutivo ainda não está completamente formado. A questão 7 desse nível foi a questão na qual houveram mais questionários em branco, por ser uma questão que requer um pouquinho mais de conhecimento geométrico.

Quadro 17 – Classificação geral das questões de acordo com os níveis.

	Q. 1	Q. 2	Q.3	Q. 4	Q. 5(a)	Q. 5(b)	Q.6(b)	Q. 6(f)	Q. 7
A1	A	-	A	-	V	V	-	-	-
A2	A	-	A*	A*	A	-	-	-	DI*
A3	-	DI	-	-	V	-	V	-	DI
A4	-	DI	-	-	A	V	-	V	DI*
A5	-	-	-	A*	V	V	-	-	-
A6	A*	-	-	A*	V	V	V	-	-
A7	A	-	-	-	-	-	V	-	-
A8	-	-	-	-	-	V	V	-	-
A9	-	-	-	-	A	-	V	-	-

A10	-	-	-	A*	-	-	V	-	-
A11	-	-	-	-	-	-	V	-	-
A12	A**	-	-	-	-	-	V	-	-
A13	-	-	-	-	V	V	V	-	-
A14	A	-	-	-	V	-	V	-	DI
A15	A	-	A	-	-	-	V	-	DI
A16	-	-	-	-	-	-	V	-	-
A17	A	-	A	-	-	V	V	-	-
A18	-	-	-	-	-	V	V	-	-
A19	A	-	-	-	-	-	V	-	-
A20	A	-	A	-	-	V	V	-	-

Fonte: Autora, 2019.

V= Visualização;
A= Análise;
A*= Análise (Questão correta, mas com metade da informação);
A**= Análise (Informação invertida);
DI= Dedução informal;
DI*= Dedução informal (Apenas resposta final).

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Analisar os níveis de pensamento geométrico sobre semelhança, de alunos do 9º ano do Ensino Fundamental à partir de situações que utilizam os pentaminós, foi determinado como nosso objetivo nessa pesquisa. Para, à partir deste, verificarmos os procedimentos dos alunos, apresentados na resolução de problemas de semelhança com uso de pentaminós e identificaríamos os níveis de pensamento geométrico em que esses alunos estavam em cada um dos problemas propostos.

Assim, decorrendo disso, estabelecemos que o nosso questionário englobaria os três primeiros níveis da Teoria de van Hiele, e então o construímos contendo 7 questões de Semelhança de polígonos, utilizando os pentaminós como instrumento. Aplicamos em uma turma do 9º ano “C” do Ensino Fundamental de uma escola municipal, com um total de 20 alunos. Analisando os questionários, pudemos observar os processos utilizados pelos alunos para responder cada questão, para então obter a classificação dos mesmos de acordo com os níveis.

Observando o Quadro 17, apresentado anteriormente, é possível identificar que a maioria dos alunos se encontram no nível 1, o nível de Visualização. Nenhum dos 20 alunos deixou de ser classificado em ao menos um nível, deles apenas 1 aluno esteve somente no nível 1, e apenas 3 alunos foram classificados nos três níveis. Os demais foram classificados em apenas dois níveis, não necessariamente em níveis subsequentes, isto é, em alguns casos os alunos estiveram em Análise e Dedução informal, não estando em Visualização. Muito embora, segundo Usiskin (1994),

> [...] A teoria de Van-Hiele consiste em uma teoria preconizando que os estudantes evoluem na aprendizagem em Geometria segundo níveis hierárquicos de pensamento; assim, um estudante não consegue alcançar um nível mais avançado sem antes ter passado por níveis anteriores menos avançados. Para tanto, essa teoria pode contribuir com a prática pedagógica do professor de Matemática, no sentido que favorece a análise das dificuldades apresentadas pelos alunos, além de possibilitar um olhar mais detalhado acerca das suas expectativas de aprendizagem (apud COSTA, 2016, p. 63).

Como elencamos em capítulos anteriores, uma das causas para esses resultados, é que a Geometria, no geral, é por vezes esquecido pelo professor e aparece muito pouco nos livros didáticos. O assunto de semelhança, aparece nos livros didáticos do 9º ano do Ensino Fundamental, é um assunto que não exige tanta complexidade ao ser ensinado, mas mesmo assim, na maioria dos casos é passado apenas o mais elementar do assunto.

Para Costa (2016), a elevação de um nível ao outro depende mais de vivências desenvolvidas na escola, das atividades apropriadas que são propostas na sala de aula. Então a passagem de um nível inferior para um superior depende mais de uma aprendizagem coerente do que da idade do sujeito.

O mesmo autor continua dizendo que a defasagem nas aulas de Matemática pode decorrer do fato que os professores mesmos, de acordo com a Teoria de van Hiele, segundo Conceição e Oliveira (2014), que realizaram uma pesquisa com professores para identificar seus níveis de pensamento geométrico, em que apenas um de sete professores estava no segundo nível, então esse pode ser o fato de uma pouca ênfase à Geometria, pois em geral, os professores apresentam apenas o ensino de Grandezas e Medidas. Isso pode estar contribuindo para o aluno apresentar dificuldades para compreender conceitos geométricos (COSTA, 2016).

Decorrendo de fatos como esse, percebemos que é necessário que uma abordagem em relação à Geometria venha da base da educação, ou seja, dos professores, já que a dificuldades vem deles mesmos implicará também na dificuldade do aluno. E especificamente na Semelhança, pois o seu conceito é importante nas resoluções de problemas da Geometria propriamente dita, e do ponto de vista matemático, é importante por ser pré-requisito para vários conteúdos geométricos (PEREIRA, S. 2016).

Portanto, ao observar os resultados desta pesquisa vimos que é notável a importância de ser pensadas novas abordagens para contribuir no desenvolvimento do pensamento geométrico, não apenas em um assunto especifico dela, como a Semelhança de polígonos, mas com todos que do currículo fazem parte, visto que se estão presentes nos mesmos são de suma importância para o desenvolvimento dos alunos em outras áreas da Matemática.

E por outro lado, como falado anteriormente, é necessário que seja voltada a atenção também aos professores sejam eles formados, ou em formação, para que sejam identificados os seus níveis de pensamento, já que enquanto professores só é possível que se tenha segurança quando se tem domínio sobre tal assunto.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, J. A. **Explorações geométricas lúdicas com poliminós.** Uruguai: CIBEM, 2013. Disponível em: < http://cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/828.pdf>. Acesso em: 11 de junho de 2019.

BARBOSA, R. M. **Brincar com semelhança e aprender replicação.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: Educação é a base.** Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=79601-anexo-texto-bncc-reexportado-pdf-2&category_slug=dezembro-2017-pdf&Itemid=30192>. Acesso em: 10 de junho de 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais.** Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>. Acesso em: 01 de junho de 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 10 de junho de 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 25 de junho de 2019.

BORGES, F. A.; GASPARI, V. C. L. **Resolução de problemas como estratégia de ensino para o conceito de semelhança de triângulos com alunos do 9º ano do**

ensino fundamental. Paraná: ENIEDUC, 2013. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/anais/v_enieduc/data/uploads/mat/trabscompletos/1-mat00440245923.pdf>. Acesso em: 08 de junho de 2019.

CARGNIN, R. M; GUERRA, S. H. R; LEIVAS, J. C. P. **Teoria de van Hiele e investigação matemática: implicações para o ensino de Geometria.** Revista Práxis, ano VIII, n 15, 2016. Disponível em: < http://revistas.unifoa.edu.br/index.php/praxis/article/view/660>. Acesso em: 03 de junho de 2019.

COSTA, A. P. **A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do Ensino Fundamental: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana.** Recife: UFPE – EDUMATEC, 2016.

DUFRAYER, G. R. **Um panorama sobre o ensino da Semelhança de Figuras.** Rio de Janeiro, 2015. Disponível em: < http://www.repositorio-bc.unirio.br:8080/xmlui/bitstream/handle/unirio/11905/MMat%2005-2015.pdf?sequence=1> . Acesso em: 24 de junho de 2019.

KALEFF, A. M; HENRIQUES, A. S; REI, D. M; FIGUEIREDO, L. G. **Desenvolvimento do pensamento geométrico – o modelo de Van Hiele.** Rio Claro – SP, v. 9, n. 10, 1994.

LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas, 2006.

MACIEL, A. C. **O conceito de semelhança: uma proposta de ensino.** São Paulo: PUC, 2004. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/11237/1/alexsandra%20maciel.pdf> . Acesso em: 22 de junho de 2019.

NEVES, J. L. **Pesquisa qualitativa – características, uso e possibilidades.** São Paulo: Caderno de Pesquisas em Administração, V. 1, nº 3, 1996. Disponível em: <

http://ucbweb.castelobranco.br/webcaf/arquivos/15482/2195/artigo_sobre_pesquisa_qualitativa.pdf>. Acesso em: 20 de junho de 2019.

PEREIRA, M. F. F. **Uma sequência didática para o ensino de Semelhanças de figuras planas.** Belém: UFPA, 2016. Disponível em: < http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd2_Marcos_Fabricio.pdf>. Acesso em: 01 de junho de 2019.

PEREIRA, S. R. F; PEREIRA, M. F. F. **O ensino de semelhança de triângulos na opinião de alunos.** São Paulo: XII ENEM, 2016. Disponível em: < http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7486_3464_ID.pdf>. Acesso em: 08 de junho de 2019.

ROCHA, A. N.; CRUZ, K. C.; VIEIRA, L. S. **Estudando semelhança para deduzir relações métricas no triângulo retângulo.** Campos do Goytacazes, 2007. Disponível em: < http://bd.centro.iff.edu.br/xmlui/handle/123456789/258>. Acesso em: 10 de junho de 2019.

SANTOS, N. L. **Políminos e seu curioso universo.** Rio de Janeiro: 2º Simpósio de formação do professor de matemática da região nordeste, 1º ed. 2016. Disponível em: < https://www.sbm.org.br/wp-content/uploads/2017/07/Simposio_Nordeste_Oiliminos-e-seu-curioso-universo.pdf>. Acesso em: 24 de junho de 2019.

SILVA, R. T. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE (Produções Didático Pedagógicas).** Paraná: UEM, 2013, v. 2. Disponível em: < https://www.academia.edu/36849056/OS_DESAFIOS_DA_ESCOLA_P%C3%9ABLICA_PARANAENSE_NA_PERSPECTIVA_DO_PROFESSOR_PDE_Produ%C3%A7%C3%B5es_Did%C3%A1tico-Pedag%C3%B3gicas>. Acesso em: 03 de junho de 2019.

SOUZA, J. A. C. **Conhecimentos de semelhança de polígonos e seu ensino: um estudo diagnóstico com professores de matemática.** Caruaru: UFPE, 2018.

VILLIERS, M. **Algumas reflexões sobre a Teoria de Van Hiele.** São Paulo, v. 12, n. 3, pp. 400-431, 2010.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

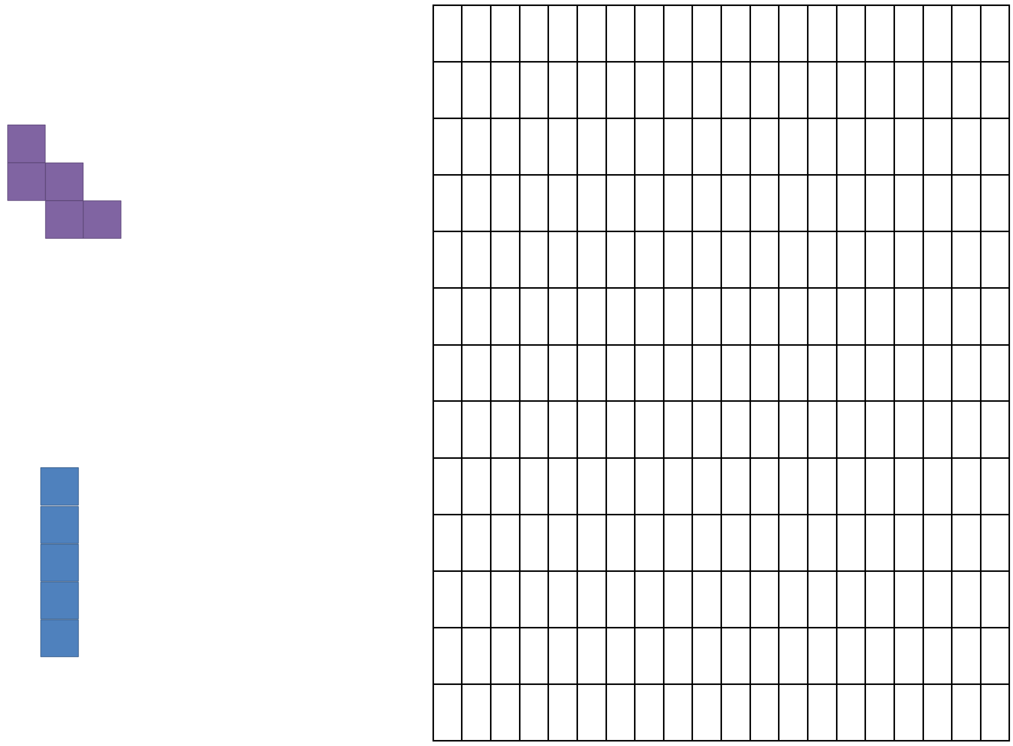
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE - CAA

QUESTIONÁRIO DE PESQUISA DE CAMPO

ESCOLA	
NOME	
TURMA	

5. Quais são as condições para que dois polígonos sejam semelhantes?

6. Na malha abaixo, represente a duplicação de figuras semelhantes:

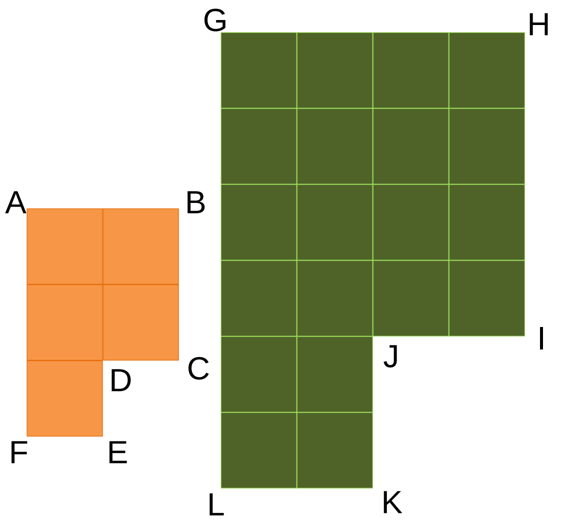


7. Quando duas figuras não são semelhantes? Explique.

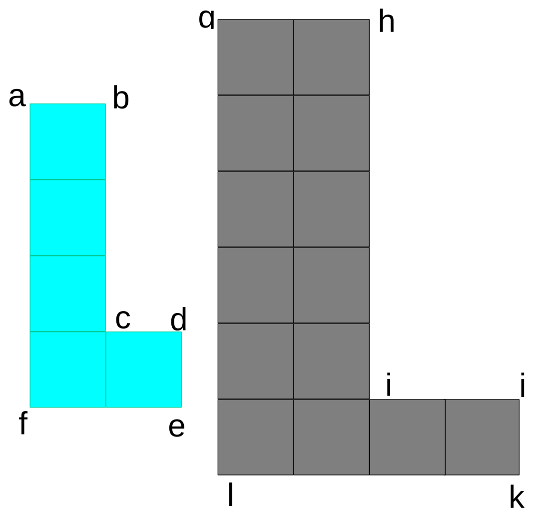
8. Com suas palavras explique o que é uma razão de semelhança.

9. Observe os pentaminós a seguir. Eles são semelhantes? Em caso afirmativo, qual a razão de proporcionalidade?

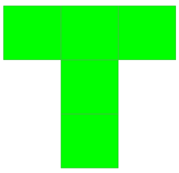
c) Os seguimentos AF, AB e BC medem respectivamente 3 cm, 2 cm e 2 cm. E os seguimentos GL, GH e HI medem respectivamente 6 cm, 4 cm e 4 cm.



d) Os seguimentos af, ab e bc, medem respectivamente 4 cm, 1 cm e 3 cm. E os lados gl, gh e hi, medem respectivamente 6 cm, 2 cm e 5 cm.

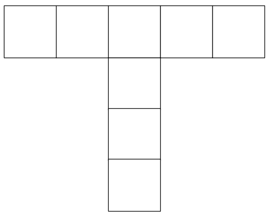


10. Identifique quais das figuras abaixo são semelhantes ao 'poliminó T' e marque-as:

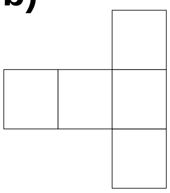


Poliminó

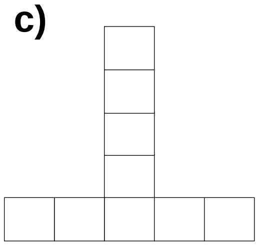
a)



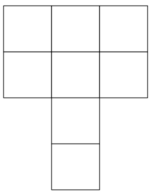
b)



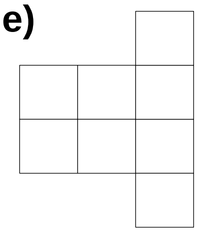
c)



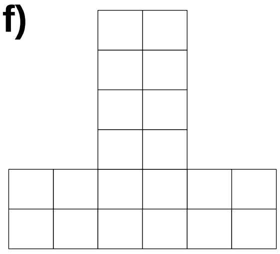
d)



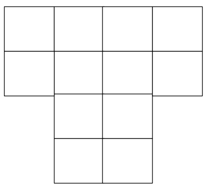
e)



f)



g)



11. Nos desenhos abaixo estão representadas as plantas baixas de dois terrenos semelhantes. Com base nas medidas, calcule o valor de x: