



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA - LICENCIATURA**

MARIA VALDELANE GALVÃO

**ERROS E ACERTOS DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO EM SITUAÇÕES
PROBLEMAS DE VOLUME**

CARUARU

2019

MARIA VALDELANE GALVÃO

**ERROS E ACERTOS DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO EM SITUAÇÕES
PROBLEMAS DE VOLUME**

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado ao Curso de Graduação em Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a graduação em Licenciatura em Matemática.

Área de concentração: Ensino/ Matemática

Orientadora: Prof.^a Dra. Cristiane de Arimatéa Rocha

CARUARU

2019

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Simone Xavier - CRB/4 - 1242

G182e Galvão, Maria Valdelane.
Erros e acertos de alunos do ensino médio em situações problemas de volume. /
Maria Valdelane Galvão. - 2019.
34 f. il. : 30 cm.

Orientadora: Cristiane de Arimatéa Rocha.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de
Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2019.
Inclui Referências.

1. Erros. 2. Volume. 3. Matemática – Estudo e ensino. 4. Ensino médio. I. Rocha,
Cristiane de Arimatéa (Orientadora). II. Título.

CDD 658 (23. ed.) UFPE (CAA 2019-410)

MARIA VALDELANE GALVÃO

**ERROS E ACERTOS DE ALUNOS DO ENSINO MÉDIO EM SITUAÇÕES
PROBLEMAS DE VOLUME**

Monografia submetida ao Corpo Docente do Curso de MATEMÁTICA – Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco e **aprovada** em 19 de dezembro de 2019.

BANCA EXAMINADORA

Prof^o. Dr^aCristiane de Arimatéa Rocha (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^o. MSc. José Jefferson da Silva. (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a. MSc. Débora Karyna dos Santos Araújo (Examinadora Externa)
Universidade Federal de Pernambuco

RESUMO

Esse trabalho teve como objetivo analisar acertos e erros de alunos do ensino médio na resolução de problema envolvendo volume. Nossa pesquisa teve como metodologia de trabalho qualitativa, e teve como objeto de análise um questionário aplicado em uma escola da zona urbana da cidade de Cupira em uma turma de 2º ano do ensino médio. Através do questionário verificou-se que os alunos apresentavam dificuldades nos conceitos de volume na geometria. Contudo, na análise vemos que quando o conteúdo está relacionado a realidade do aluno, o desempenho é maior, tendo conseqüentemente mais afinidade com aquilo que lhe é ensinado, pois os estudantes conseguem ver algo representativos em relação ao conteúdo que é ensinado na escola e a sua realidade.

Palavras-chave: Erros e acertos. Volume. Ensino Médio.

ABSTRACT

This study aimed to analyze high school students' hits and misses in problem solving involving volume. Our research had as qualitative work methodology, and had as object of analysis a questionnaire applied in a school of the urban area of Cupira city in a class of 2^o year of high school. Through the questionnaire it was found that the students had difficulties in the concepts of volume in geometry. However, in the analysis we see that when the content is related to the student's reality, the performance is higher, and consequently more affinity with what is taught, because students can see something representative in relation to the content that is taught in school and your reality.

Keywords: Errors and successes. Volume. High school..

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Acertos e erros da Questão 2	22
Gráfico 2- Acertos e erros Questão 3.....	24
Gráfico 3- Acertos e erros Questão 4.....	27
Gráfico 4- Acertos e erros relativos a Questão 5.....	29
Gráfico 5- Acertos e erros relativos a Questão 6.....	30
Gráfico 6- Acertos e erros Questão 7	31
Gráfico 7- Acertos e erros com relação a Questão 8	33

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Protocolo do aluno A10 na questão 1.....	21
Figura 2- protocolo do aluno A5 na questão 1.....	22
Figura 3- protocolo do aluno A3 na questão 1.....	22
Figura 4- protocolo do aluno A11 na questão 2.....	23
Figura 5- protocolo do aluno A2 na questão 2.....	23
Figura 6- protocolo do aluno A2 na questão 2.....	24
Figura 7-protocolo do aluno A6 na questão 3.....	25
Figura 8- protocolo do aluno A10 na questão 3.....	25
Figura 9- protocolo do aluno A1 na questão 4.....	26
Figura 10- protocolo do aluno A3 na questão 4.....	27
Figura 11- protocolo do aluno A9 na questão 5.....	28
Figura 12- protocolo do aluno A11 na questão 6.....	29
Figura 13- protocolo do aluno A3 na questão 7.....	31
Figura 14- protocolo do aluno A4 na questão 7.....	31
Figura 15- protocolo do aluno A10 na questão 8.....	32
Figura 16- protocolo do aluno A12 na questão 8.....	32
Figura 17- protocolo do aluno A7 na questão 8.....	33

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	09
1.1	OBJETIVO GERAL	11
1.2	OBJETIVO ESPECÍFICO	11
2	GRANDEZAS E MEDIDAS: A GRANDEZA VOLUME	12
3	METODOLOGIA	14
3.1	APRESENTAÇÃO DO INSTRUMENTO DE COLETA	14
4	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	20
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	35
	REFERÊNCIAS	36

1 INTRODUÇÃO

Na sociedade, a educação é parte fundamental da formação do sujeito, seja adquirida na escola, ou no meio social. Podemos observar diante dessa formação ofertada pela escola que algumas dessas áreas ensinadas, como a matemática podem ajudar na vida do aluno.

Alguns processos vivenciados na matemática fazem parte do cotidiano das pessoas. Dentre esses, o processo de medição cumpre um papel importante no meio social, nas tecnologias e na ciência. Sendo assim as grandezas e medidas se constituem em um tema relevante de estudo, pois são tarefas no cotidiano e bem frequentes em algumas profissões, como na construção civil, na costura e na cozinha.

O eixo das Grandezas e Medidas pode ser considerado e utilizado como uma conexão entre as diferentes áreas das ciências, como a Física (velocidade, aceleração, tempo, etc.), a geografia (densidade demográfica), entre outras. O processo de medição cumpre um papel importante no meio social, nas tecnologias e na ciência.

A Base Curricular Comum do Estado de Pernambuco (BCC) adverte para as enfoques equivocados ao longo do ensino de Grandezas e Medidas

[...] o ensino de grandezas e medidas tem privilegiado a apresentação das unidades padronizadas de comprimento, massa, tempo, proporcionalidade área e capacidade; além disso, tem sido dada excessiva importância à conversão de unidades de medida. Em alguns casos, chega-se à apresentação e à aplicação de fórmulas de cálculo de perímetro e de área de figuras planas. Essa estratégia tem se mostrado não somente ineficiente em relação à aprendizagem, mas, muitas vezes, geradora de dificuldades para futuras aprendizagens (PERNAMBUCO, 2008, p.86-87).

Verifica-se nessa advertência que a transformação de unidades de medidas e a apresentação antecipada das fórmulas pode não favorecer a aprendizagem desses conceitos. O eixo de Geometria (Espaço e Forma) assim como o das Grandezas e Medidas estão fortemente conectados às grandezas geométricas.

Com relação as grandezas geométricas a BCC orienta que seja realizado um trabalho que busque a “[...] dissociação entre as figuras (triângulo, quadrilátero, etc.), as grandezas associadas à figura (3m, 4cm², 12 m³, 30°, etc.) e o número associado à medição dessas grandezas (4, 12, 30, etc.) deve ser amplificada (PERNAMBUCO, 2008, p.100). Sendo assim a geometria, grandezas e medidas se constitui em um

tema relevante de estudo, pois são tarefas no cotidiano e em algumas profissões, como na construção civil, na costura e na cozinha.

No Guia do Livro Didático do Ensino Médio vemos um exemplo das grandezas geométrica Volume aplicado a diferentes situações.

Tome-se como exemplo o volume, uma das grandezas geométricas mais familiares na Matemática escolar (as outras são comprimento, área e abertura de ângulo). Os objetos considerados tanto podem ser materializações de regiões limitadas tridimensionais no mundo físico, quanto modelos matemáticos dessas regiões, os denominados sólidos geométricos. Escolha-se, como exemplo, uma dessas regiões para medir seu volume e selecione-se o centímetro cúbico como unidade de medida. Quando se mede uma dessas regiões, com instrumentos ou abstratamente, pode-se encontrar, como medidas, números racionais (2 ; $1/4$; $1,2 \times 10^{-2}$; etc.), quando a medição é empírica ou números reais (3 ; $0,7 \times 10^{-3}$; $2\sqrt{2}$; π , etc.), quando se trata de uma medição teórica. Os símbolos compostos 2cm^3 , $1/4\text{cm}^3$, $1,2 \times 10^{-2}\text{cm}^3$, $2\sqrt{2} \text{ cm}^3$, $\pi \text{ cm}^3$ são representações de volumes. Assim, o volume de uma região tridimensional limitada aparece como um objeto matemático distinto da região, pois regiões diferentes podem possuir o mesmo volume. O volume também se distingue do número (a medida) obtido quando se mede essa região com uma unidade de medida, pois mudar a unidade altera o valor da medida de volume, mas o volume permanece o mesmo. (BRASIL, 2017, p.23)

Nessa discussão observamos a complexidade desse conceito, ficando muitas vezes a cargo dos livros didáticos e do professor o enfoque para considerar diferentes ideias no trabalho com essa grandeza geométrica. De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) no Ensino Médio o ensino de volume tem que promover:

Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais. (BRASIL, 2018, p.537)

Dessa forma, devido a relevância desse conteúdo, sua complexidade e sua aplicabilidade em diferentes áreas apresentamos como problema de pesquisa:

Quais os erros e acertos cometidos por alunos de Ensino Médio em problemas de Volume?

A partir da problemática acima posta delimitamos os nossos objetivos de pesquisa.

1.1 OBJETIVO GERAL

- Analisar acertos e erros de alunos do ensino médio na resolução de problemas envolvendo volume.

1.2 OBJETIVO ESPECÍFICO

- Identificar o conceito de volume e sua relação com o dia a dia dos participantes da pesquisa.
- Verificar as dificuldades dos alunos na resolução de problemas envolvendo volume enquanto grandeza discreta.
- Averiguar as dificuldades dos alunos na resolução de problemas envolvendo volume enquanto grandeza contínua.

2 GRANDEZAS E MEDIDAS: A GRANDEZA VOLUME

As grandezas e medidas é um eixo de conhecimento que se propõe articular os diferentes blocos de conhecimento proposto nos documentos oficiais curriculares. De acordo com Bellemain e Lima (2010):

Além do uso no cotidiano, os conhecimentos relativos às grandezas e medidas são necessárias nas atividades técnicas de todas as profissões: culinária; agricultura e pecuária; marcenaria; costura; comércio; engenharia; medicina; arquitetura; esportes. (BELLEMAIN; LIMA, 2010, p. 170).

Dessa forma, além da própria matemática faz relação com as diferentes áreas. As grandezas geométricas fazem relações entre a geometria e o eixo das grandezas e medidas. De acordo com Bellemain e Lima (2010, p.172) “no estudo da geometria e das grandezas geométricas entram em cena três componentes, os objetos do mundo físico, as representações gráficas e as figuras geométricas”.

De acordo com esses autores faz-se necessário um trabalho nas grandezas geométricas que auxiliem na associação e/ou dissociação entre os diferentes objetos, e exemplificam a grandeza geométrica volume a partir do exemplo a seguir:

Tomemos o exemplo de uma lata de leite em pó, cujo modelo matemático seja um cilindro. A este objeto podemos associar a sua capacidade, que é o volume de seu interior. Mas, é possível, igualmente, considerar sua altura, que é o comprimento de um segmento AB, tomado entre as bases do objeto e perpendicular a ambas. Outros comprimentos importantes são os diâmetros e os perímetros das bases. Também podemos levar em conta a área da superfície lateral da lata ou de suas bases. E não é tudo. Em muitos casos, estamos interessados na massa (“peso”) da lata cheia do produto nela contido (chamada “peso bruto”), ou na massa (“peso”) apenas do produto (chamada “peso líquido”). (BELLEMAIN; LIMA, 2010, p.174-175)

Morais (2013, p. 32) afirma que “A conceitualização de volume como grandeza, que consiste em associar/dissociar o sólido, a número e a grandeza”. Para esse autor esse conceito pode ser compreendido intuitivamente como “o volume de um sólido geométrico (subconjunto limitado do espaço euclidiano tridimensional) é a “quantidade de espaço” por ele ocupada” (MORAIS, 2013, p.34).

Morais (2013) ainda define uma função volume atribuída aos sólidos geométricos e caracteriza-a com três propriedades: a positividade, a aditividade e a invariância por isometrias. Segundo esse autor

A primeira propriedade associa o volume de um sólido de interior não vazio a um número real positivo. A segunda garante que o volume de um sólido composto por partes disjuntas ou justapostas é igual à soma dos volumes dessas partes. A terceira estabelece que, se um sólido é transformado em outro por um movimento rígido, seu volume não se altera. (MORAIS, 2013, p.34)

Essas propriedades estão intrinsecamente relacionada a grandeza volume. Nas pesquisas desenvolvidas por Moraes e Bellemain (2010) e Braz, Baltar e Melo (2014) são discutidas diferentes tipos de situações de volume denominadas de Medição, transformação de unidades, produção e comparação entre volumes.

Na investigação de Moraes (2013) caracterizou como a grandeza volume é apresentada nos livros didáticos de Ensino Médio avaliados no PNLD 2012. Nessa pesquisa constatou que o volume é situado em seções do domínio da geometria, tendo como maior enfoque apresentado as situações de medição. A pesquisa verificou que as outras situações de comparação e de produção quando utilizadas focalizavam os aspectos numéricos e o uso de fórmulas.

Na pesquisa desenvolvida por Figueiredo, Bellemain e Teles (2014) foi apresentada algumas dificuldades dos alunos do Ensino Medio em situações de comparação de volume. As autoras afirmam que tais alunos tiveram mais acertos nas situações de comparação de volume estáticas, nas quais o sólido não sofre nenhuma deformação, nem mudança/alteração de sua posição, do que as situações de comparação dinâmicas.

Dessa forma, ainda faltam mais pesquisas focalizando as demais situações de volume por alunos do ensino médio.

3 METODOLOGIA

A pesquisa tem por objetivo analisar acertos e erros de alunos do ensino médio na resolução de problemas envolvendo volume. Nessa perspectiva, a metodologia do trabalho foi realizada por meio de pesquisa qualitativa, para isso foi aplicado um questionário em uma escola da zona urbana da cidade de Cupira, interior do agreste pernambucano. A mesma atende alunos do ensino fundamental, ensino médio e alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA).

A escolha do questionário se justifica pela rapidez na coleta de dados, pois segundo Gil (2002, p.115) “[...] pode-se verificar que o questionário constitui o meio mais rápido e barato de obtenção de informações, além de não exigir treinamento de pessoal e garantir o anonimato”.

O questionário foi aplicado, durante uma aula, em uma turma de 2º ano do ensino médio regular, já após o conteúdo de volume ter sido trabalhado com os estudantes.

A turma tinha 30 alunos, mas ao longo do ano, houve alguns desistentes, segundo o professor, tendo a presença de 20 alunos atualmente. Durante a aplicação do questionário alguns alunos não quiseram participar da pesquisa, resultando em 12 questionários resolvidos. Para garantir anonimato dos participantes da pesquisa utilizaremos o código: A1, A2, ..., A12.

3.1 APRESENTAÇÃO DO INSTRUMENTO DE COLETA.

O questionário foi dividido em três partes de acordo com os objetivos específicos da pesquisa. A primeira parte visava identificar o conceito de volume e sua relação com o dia a dia dos participantes da pesquisa. Para isso foram elaborados dois questionamentos como observamos abaixo:

Questão 1

O que você entende por volume na matemática?

A primeira questão faz uma relação entre volume na matemática. É uma forma dos alunos mostrarem o conceito de volume aprendido.

Questão 2

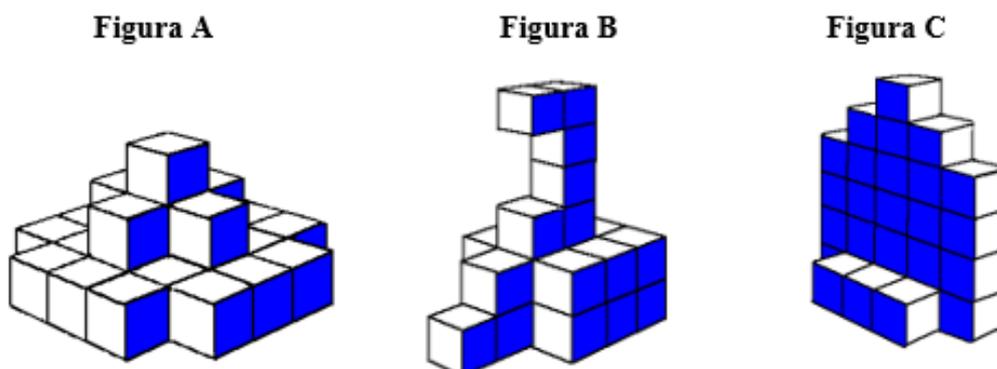
Você consegue citar exemplos de volume que ver no seu dia a dia?

A segunda questão busca evidenciar as relações dos estudantes entre o conceito de volume e o cotidiano do discente. Acreditamos que as duas questões se complementam uma vez que existe uma maior dificuldade para produzir o conceito ou uma definição, dessa forma produzir uma aplicação da ideia do conceito pode-se fazer mais corriqueiramente e assim tornar-se mais fácil para os estudantes.

A segunda parte verificamos a dificuldades dos alunos na resolução de problemas envolvendo volume enquanto grandeza discreta. Temos duas questões que veremos a seguir.

Questão 3

Comparando as figuras abaixo, responda:



Qual das três tem maior volume? Por quê?

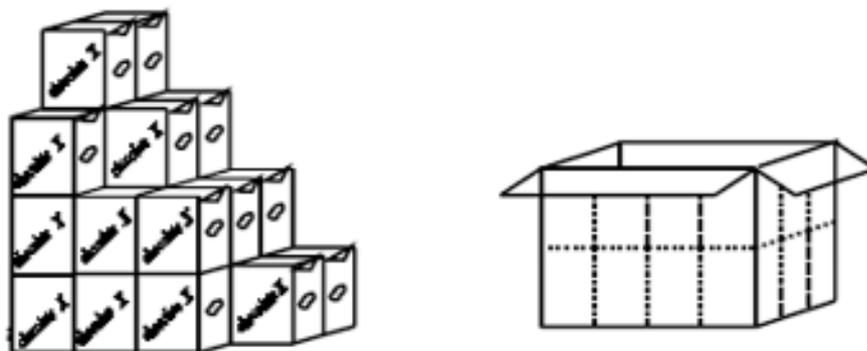
Qual das três tem maior área de superfície? Por quê?

Fonte: Adaptado de Rocha et al (2007, p.4.)

A terceira questão evidencia uma comparação entre três figuras, utilizando a contagem de cubinhos para determinar o volume, utilizando os cubinhos como unidade de medida. Figueiredo, Bellemain e Teles. (2014, p.1176) afirmam que quando são apresentados mais de dois sólidos, trata-se de uma situação para ordenar os sólidos tendo como relação o volume dos mesmos sendo uma situação de “transitividade da relação de ordem.”

Questão 4

Quantas caixas de chocolate sobrarão após encher a caixa maior?



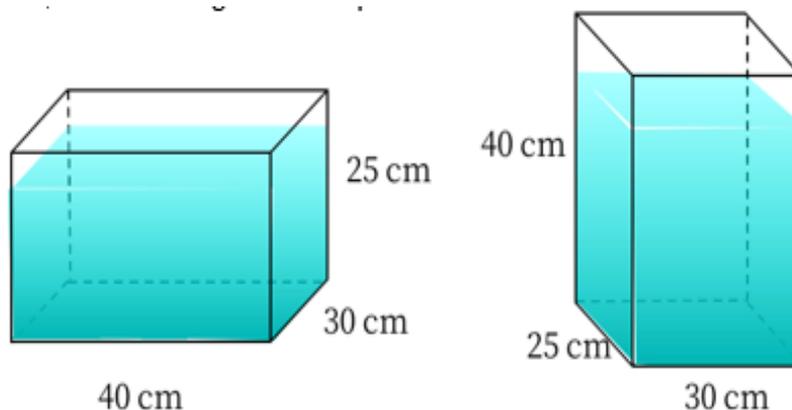
Fonte: Segadas (2008, p;12)

A quarta questão ela também traz uma comparação de medidas, onde há uma contagem de quantas caixas de chocolate vai armazenar na caixa vazia, usando as caixas de chocolate como unidade de medida para calcular o volume.

A terceira parte averiguamos as dificuldades dos alunos na resolução de problemas envolvendo volume enquanto grandeza contínua. Observamos quatro questões:

Questão 5

Imagine uma caixa de vidro inteiramente fechada e quase cheia de água, como mostra a figura:



Fonte: Rocha et al (2007, p. 6)

Observe que o nível de água está a 5 cm abaixo do máximo. Agora, vamos colocar a caixa em pé, para que fique com 40 cm de altura.

Nesse caso, o nível da água ficara quantos centímetros abaixo do máximo?

A questão cinco também promove a comparação, entre dois sólidos e a ideia de conservação de volume. No entanto essa questão envolve uma comparação dinâmica já que necessita da mudança de posição do paralelepípedo para que seja feita essa comparação. A noção de capacidade, ou seja, volume interno do sólido é requisitada para que se possa responder essa questão.

Questão 6

André preparou 2 litros de suco de laranja. Com esse suco é possível encher no máximo quantos copos cilíndricos cujo diâmetro interno da base é 5cm e a altura 14cm?

Fonte: Souza (2018, p.238)

A sexta questão ela traz uma comparação de volume, onde calculamos capacidade da jarra e a capacidade de copos cilíndricos.

Questão 7

Com uma régua, Eleonora fez medições em duas caixas de água de coco e as representou por meios de modelos matemáticos correspondentes a blocos retangulares.

- a. Determine o volume, em centímetros cúbicos, desses blocos retangulares representados:



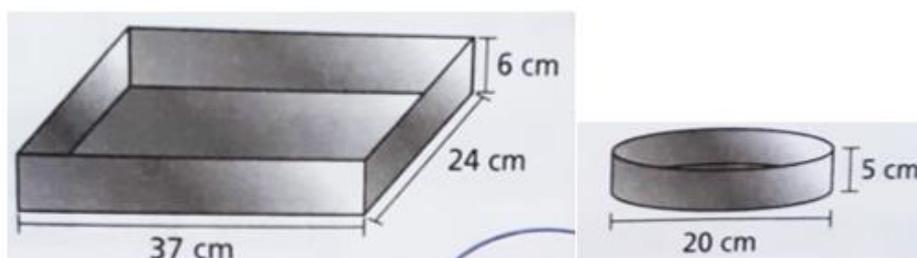
- b. Esses blocos tem as mesmas dimensões com as mesmas medidas? Eles têm volume igual?

Fonte: SOUZA (2018, p. 238)

A sétima questão traz conservação de volume onde temos duas caixas de água de coco na forma de paralelepípedos para verificar se tem mesmas medidas e dimensões.

Questão 8

Talita quer uma assadeira de bolo e está em dúvida entre dois modelos, um cilindro e outro com formato de bolo retangular.



- Determine o volume das assadeiras de formato cilíndrica:
- Por qual dos modelos de assadeira a Talita deve optar comprar caso sua escolha seja pela de menor capacidade? Justifique sua resposta:
- É possível despejar 1500 ml de massa de bolo na assadeira cilíndrica sem que ela transborde? Justifique sua resposta:
- Desenhe uma assadeira retangular com volume igual ao da assadeira cilíndrica.

Fonte: SOUZA (2018, p.243)

A oitava questão também retrata conservação de volume, onde temos que calcular volume de uma forma retangular e uma forma cilíndrica nas quais observamos suas capacidades, e diante dos valores obtidos verificamos quais modelos tem maior e menor capacidade, tendo que evidenciar as medidas do paralelepípedo que tenha um volume da forma cilíndrica.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Analisaremos o questionário em três etapas, evidenciando as relações dos estudantes entre o conceito de volume e seu dia a dia, verificando as dificuldades dos alunos na resolução de problemas envolvendo volume enquanto grandeza discreta e averiguar as dificuldades dos alunos na resolução de problemas envolvendo volume enquanto grandeza contínua.

Na primeira parte, utilizamos duas questões sobre o conceito de volume e sua aplicabilidade a partir dos exemplos conhecidos dos participantes da pesquisa. Na primeira questão conseguimos a categorização das respostas no Quadro 1 a seguir:

Quadro 1 - Categorização das respostas sobre conceito de volume

Conceito de volume	Participantes
Volume enquanto grandeza geométrica	A4, A8
Volume vinculado a espaço ocupado	A1, A5, A6, A9, A11, A12
Volume vinculado a uma operação matemática	A7, A10
Volume vinculado a variação de medidas	A3
incompleto	A2

Fonte: Autoria própria

Observamos na Figura 1 um exemplo do aluno A10, da terceira categoria, volume vinculado a uma operação matemática.

Figura 1 – Protocolo do Aluno A10 na questão 1

1.O que você entende por volume na matemática?
Volume é a soma da altura, largura e base.

Fonte: Autoria própria

A10 demonstrou dimensões que se relaciona ao volume, mas se equivocou em demonstrar que o volume é uma soma, talvez reforçado pela ideia do volume enquanto discreto. Segundo Figueredo e Morais (2012, p.3) afirmam que o conceito de volume pode ser compreendido entre três quadros:

Quadro geométrico constituído por objetos tridimensionais contendo as dimensões: altura, largura e comprimento.

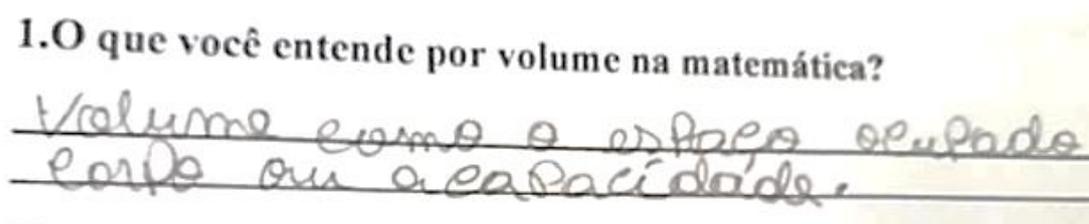
Quadro numérico: constitui a medida, que também pertence ao conjunto dos números reais não negativos.

Quadro das grandezas: para o volume como grandeza, caracteriza como classes de equivalência de objetos de mesmo volume.

Dessa forma podemos considerar a resposta do aluno A1 no quadro geométrico.

Observamos na Figura 2 a resposta do aluno A5, da segunda categoria, volume vinculado a espaço ocupado, demonstra um volume dentro dos quadros das grandezas no qual vinculamos uma infinidade de sólidos geométricos que podem ter a mesma quantidade de espaço ocupado por eles. Como o aluno não deixou a resposta clara, verificamos diante do volume estudado.

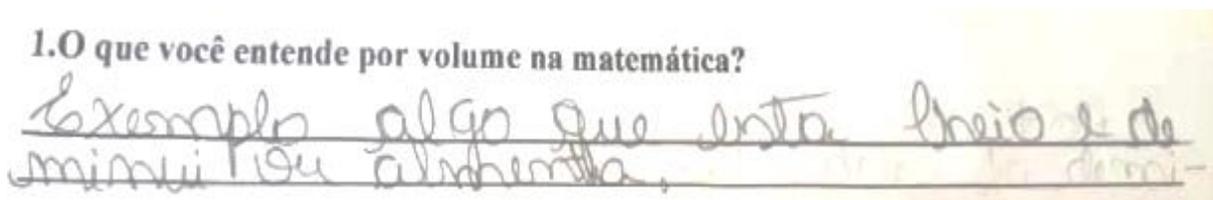
Figura 2- Protocolo do Aluno A5 na questão 1



Fonte: Autoria própria

Observamos o aluno A3, da categoria volume vinculado a variação de medidas evidencia uma comparação de medidas, que pertence ao quadro numérico, mas não usa nenhum número, nem unidade de medida, apenas comparação.

Figura 3- Protocolo do Aluno A3 na questão 1



Fonte: Autoria própria

Vale salientar a necessidade de os alunos vincularem o conceito de volume aos três quadros indicados por Figueiredo e Moraes (2012, p.3) para “a construção de um conceito de grandeza geométrica é importante para o aluno saber relacionar os campos numérico e geométrico, e associá-los ao campo das grandezas.

No Quadro 2, na página seguinte, indicamos as categorias da Questão 2, sobre exemplos do cotidiano apresentados pelos estudantes para a grandeza volume. Observamos as categorias de objetos do mundo real, objetos de capacidade, e de volume discreto.

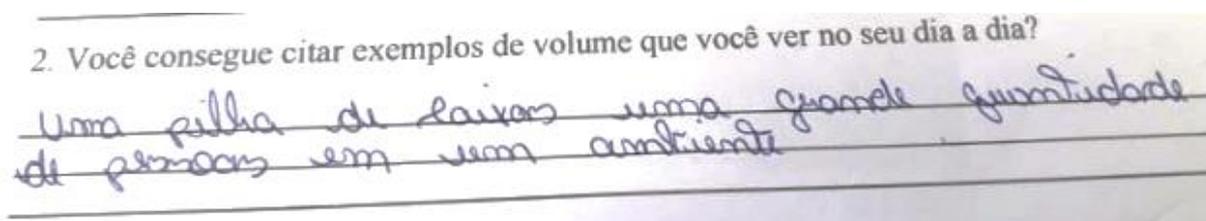
Quadro 2 - Categorização das respostas sobre exemplos do dia a dia de volume

Exemplo de volume	Participantes
Objetos do mundo real	A4, A6, A10, A12
Objetos relacionados a capacidade	A2, A3, A7, A8
Objetos relacionados ao volume discreto	A11, A1, A9
Branco	A5

Fonte: Autoria própria

A categoria, objetos relacionados ao volume discreto, traz como exemplo o aluno A11 na figura 4, como podemos observar na figura abaixo, ele descreve o volume matemático em uma situação do seu cotidiano e uma utilidade prática.

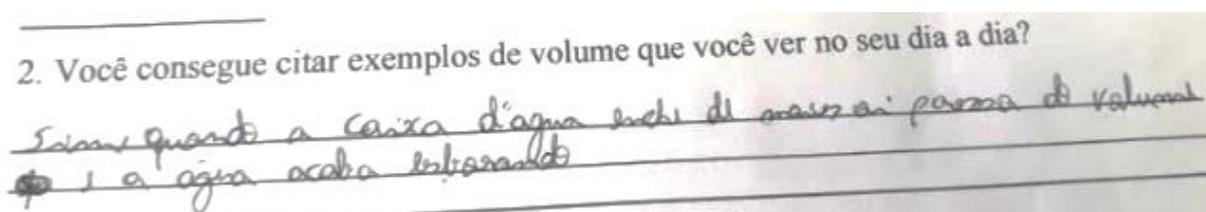
Figura 4- Protocolo do Aluno A11 na questão 2



Fonte: Autoria própria

A próxima categoria trata de objetos relacionados a capacidade, traz a resposta do aluno A2 na figura 5, como podemos observar na figura abaixo. Ele nos relata um exemplo de um objeto com volume e sua capacidade na Figura 5.

Figura 5 - Protocolo do Aluno A2 na questão 2



Fonte: Autoria própria

A última categoria sobre objetos do mundo real, traz como exemplo a resposta do aluno A12 na Figura 6, na qual evidencia algo do seu cotidiano. Apresentando exemplos de volume no trabalho e na sua casa. Para eles citar exemplos de matemática na realidade, é bem mais prático.

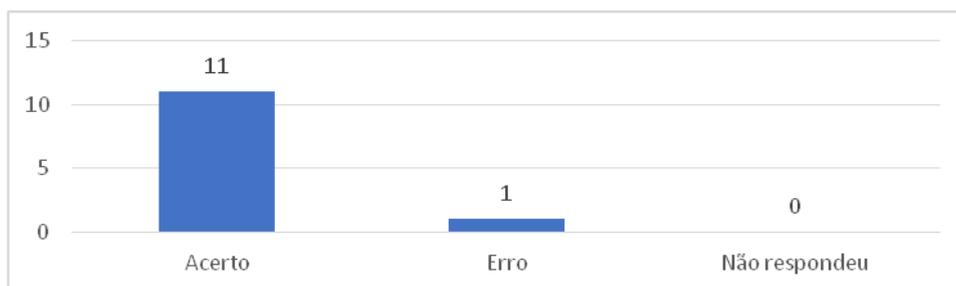
Figura 6 - Protocolo do Aluno A2 na questão 2

2. Você consegue citar exemplos de volume que você ver no seu dia a dia?

'Caixas onde eu trabalho, móveis no meu quarto etc.

Fonte: Autoria própria

Gráfico 1 - Acertos e erros da Questão 2



Fonte 2: Autoria própria

Na segunda etapa, utilizamos duas questões sobre o conceito de volume enquanto grandeza discreta.

Na terceira questão, propomos uma comparação de volume discreto, por meio de contagem de cubinhos, construída para que os alunos calculem os volumes por contagem e comparem os valores, identificando o que tem maior valor. Como resultado temos que 3 alunos responderam corretamente enquanto 9 não conseguiram acertar.

A figura A, B e C tem volumes iguais, todos tem 27 cubinhos.

Nesse problema, observamos a resposta do aluno 6, ele respondeu corretamente, contou os cubinhos e conseguiu o número exato do volume do sólido. Sendo eles todos iguais.

Figura 7 - Protocolo do Aluno A6 na questão 3

Figura A Figura B Figura C

maior volume? Por que?
 As três tem o volume igual, apenas duas posições estão diferentes.

a) Qual das três tem

Fonte: Autoria própria

Na figura 8, apresentamos a resposta do aluno A10. Tal aluno contou equivocadamente a quantidade de cubinhos equivalente ao volume das figuras, pois apresenta a resposta que a figura A tem maior volume. A visualização da representação plana das figuras tridimensionais A, B e C podem dificultar a verificação de cubinhos que se encontram por trás de outros cubos, o que pode ocasionar dificuldades na contagem de volumes discretos.

Figura 8 - Protocolo do Aluno A10 na questão 3

3. Comparando as figuras abaixo, responda:

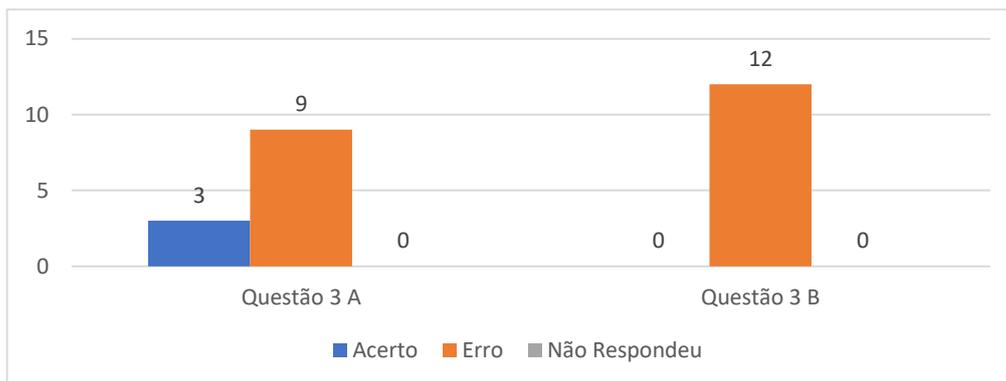
Figura A Figura B Figura C

maior volume? Por que?
 figura "A" que tem mais cubos.

a) Qual das três tem

Fonte: Autoria própria

Gráfico 2 - Acertos e erros da Questão 3

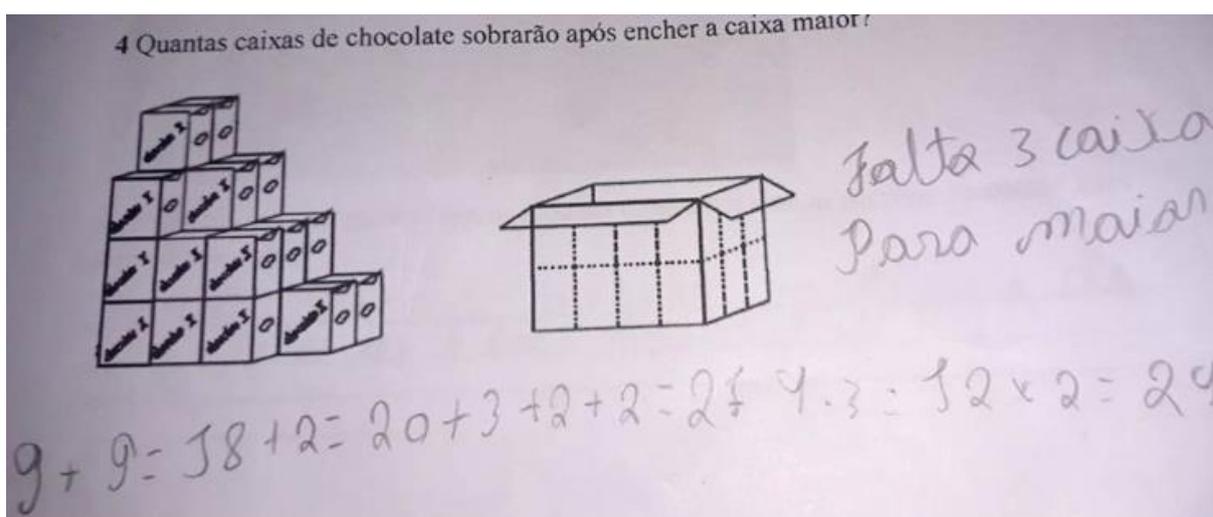


Fonte: Autoria própria

Na quarta questão, temos uma situação de comparação de volume discreto. Os alunos tinham de contar a quantidade de caixinhas de chocolate na pilha e comparar com a quantidade de caixinhas de chocolate que a caixa vazia poderia armazenar. Podendo, dessa forma, obter quantas caixinhas de chocolate sobram, ou faltam para encher a caixa vazia.

Vamos observar a resposta correta do aluno A1, onde aluno somou as caixinhas de chocolate e subtraiu do que a caixa vazia poderia armazenar.

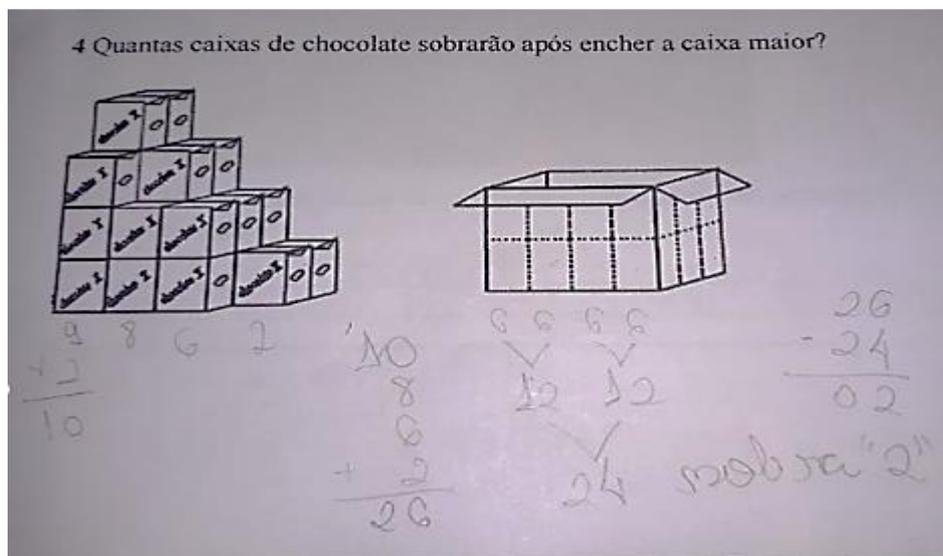
Figura 9- Protocolo do Aluno A1 na questão 4



Fonte: Autoria própria

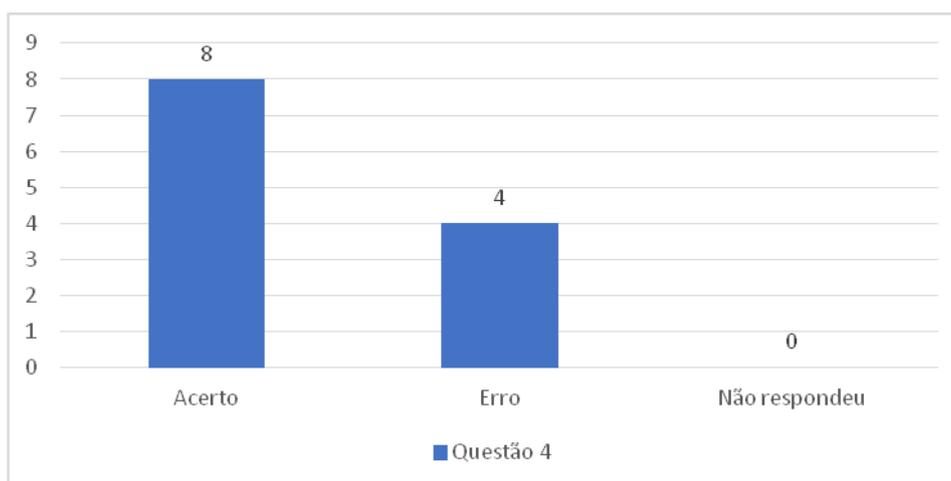
Na resolução da questão o aluno A3, erra a resolução, a contagem das caixas, e conseqüentemente o resultado final.

Figura 10- Protocolo do Aluno A3 na questão 4



Fonte: Autoria própria

Gráfico 3 - Acertos e erros da Questão 4

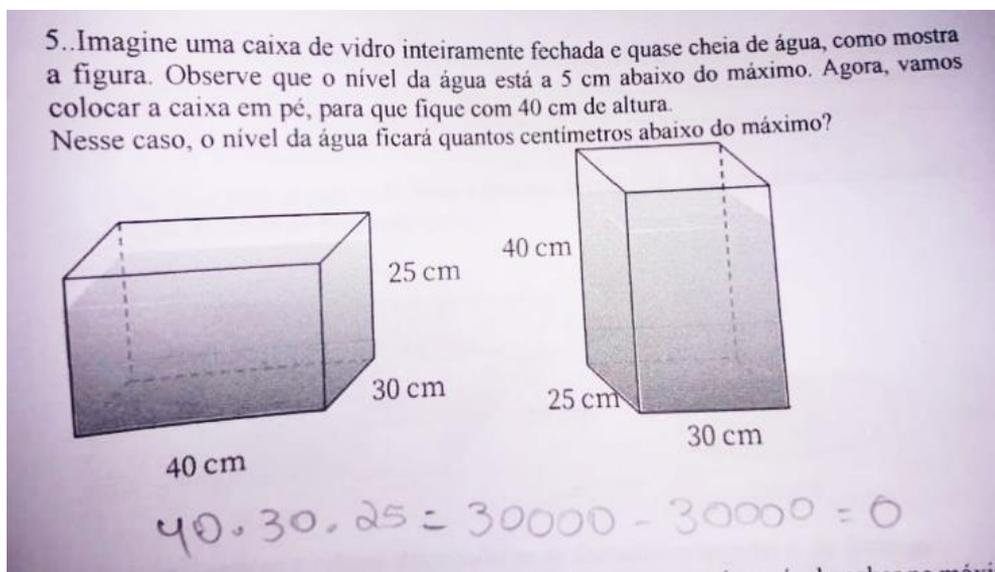


Fonte 3: Autoria própria

Na quinta questão, temos o volume da caixa ocupado pelo líquido conservado da mesma forma que o volume que faltava pra encher toda a caixa. Esta questão

especificamente apresentou maior grau de dificuldade para os alunos. Podemos constatar esta afirmação explorando a resolução do aluno A9:

Figura 11- Protocolo do Aluno A9 na questão 5



Fonte 4: Autoria própria

Então o aluno tinha que desenvolver a seguinte resposta:

Volume da caixa A= volume da caixa B, sendo $V= C \times L \times H$, C de comprimento, L de largura e H de altura.

Sabemos que o volume se conserva, portanto podemos igualar o volume dos dois sólidos para calcular o valor da altura.

$$40 \times 30 \times 20 = 30 \times 25 \times H$$

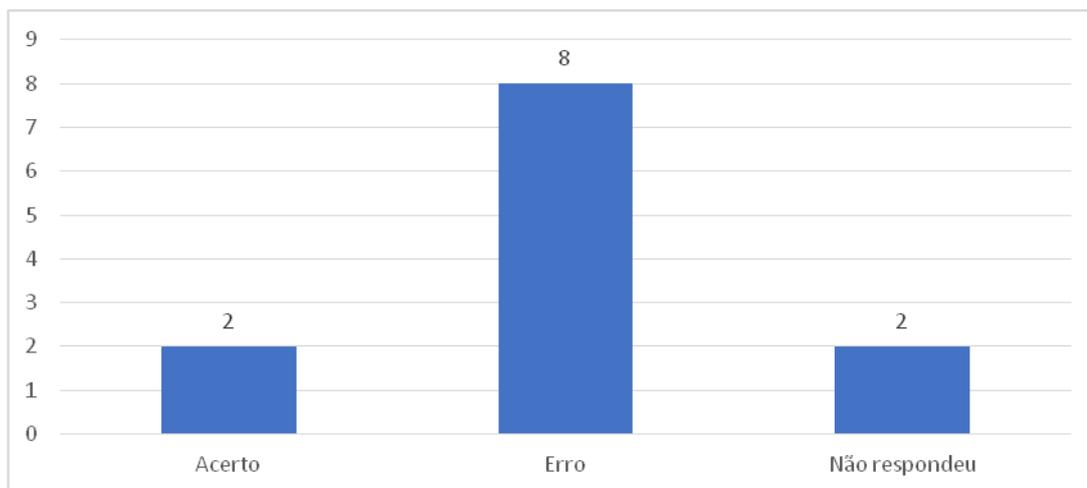
$$24000 = 30 \times 25 \times H$$

$$H = 24000 / 750 = 32\text{cm. Logo } 40 - 32 = 8 \text{ cm}$$

Então, $h=32\text{cm}$. Logo, a medida do nível da água até a superfície superior da caixa será: $40\text{cm}-32\text{cm}=8\text{cm}$.

Temos 2 alunos, que acertaram, mas não demonstraram cálculo, e 8 deles erraram ao relacionar a conservação do volume, como ambos tem mesmo valor de volume, eles calcularam como o mesmo valor do nível da água também fosse o mesmo, 5cm. E dois estudantes não conseguiram responder.

As respostas mostram que os alunos não sabiam identificar a diferença de grandeza volume da grandeza comprimento.

Gráfico 3 - Acertos e erros relativos a Questão 5

Fonte: A autora (2019)

Na sexta questão, essa questão envolve três tipos de situação, medida de volume inicialmente, a transformação de unidade de centímetro cúbico para litros e a comparação de volume entre os copos e a jarra. A solução da questão está logo abaixo:

$V = 2,5 \times 2,5 \times 3,14 \times 14 = 274,75 \text{ cm}^3$, transformando cm em litros, ou seja, divide por mil, sendo assim, $274,75 \text{ cm}^3 \div 1000 = 0,27475 \text{ L}$. E possível encher 7 copos cilíndrico. Diante da resolução, 8 alunos não conseguiram responder corretamente. A resposta está correta mas a resolução esta inadequada vejamos a seguir a resposta do aluno 11, e possível identificar na resolução que o aluno não sabia a formula do volume de um cilíndrico, então ele multiplica a base pela altura, e faz uma aproximação decorrente a transformação de medida.

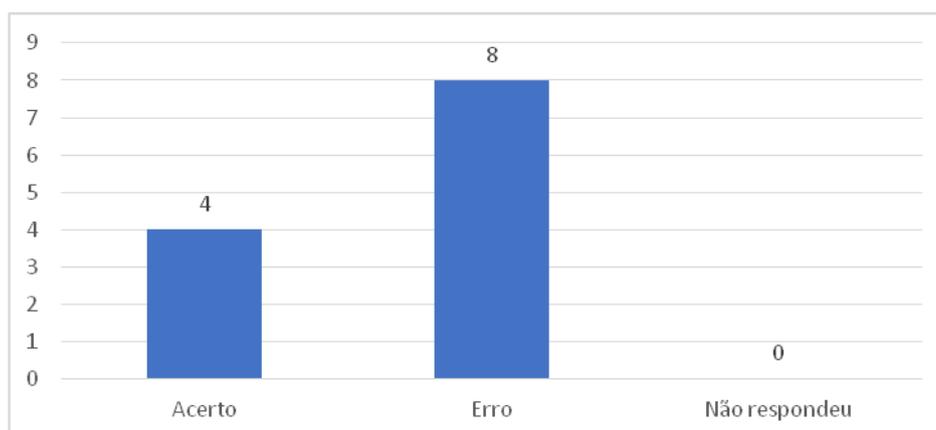
Figura 12- Protocolo do Aluno A11 na questão 6

6. André preparou 2 litros de suco de laranja. Com esse suco é possível encher no máximo quantos copos cilíndricos cujo diâmetro interno da base é 5cm e a altura 14 cm?

$$5 \cdot 14 = 700 \text{ cm}^2$$

7 copos

Fonte: A autora

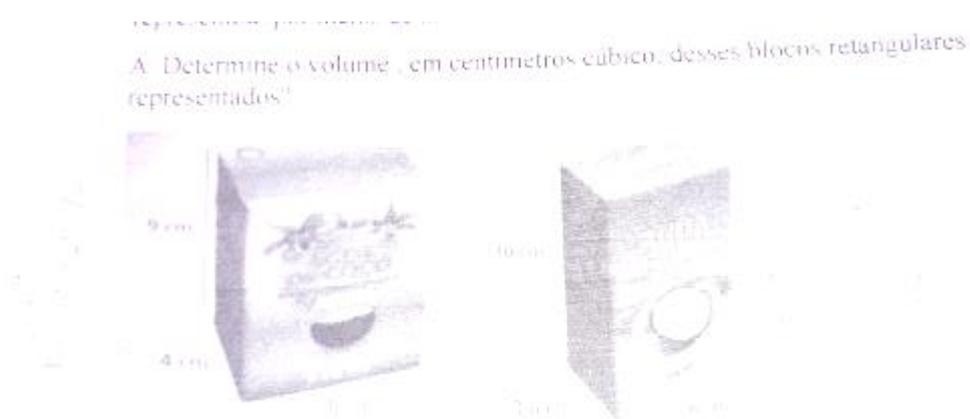
Gráfico 4: Acertos e erros relativos a Questão 6

Fonte: A autora (2019)

Questão 7

Na sétima questão, temos uma problematização de medida do volume de uma figura, temos como resultado da letra A, 3 acertos, 3 erros, sendo uma situação de mesmo volume em ambos blocos retangulares e 7 não conseguiram responder. Observamos a resposta do aluno A3, ele somou as medidas do bloco retangular, e não calculou o volume do bloco.

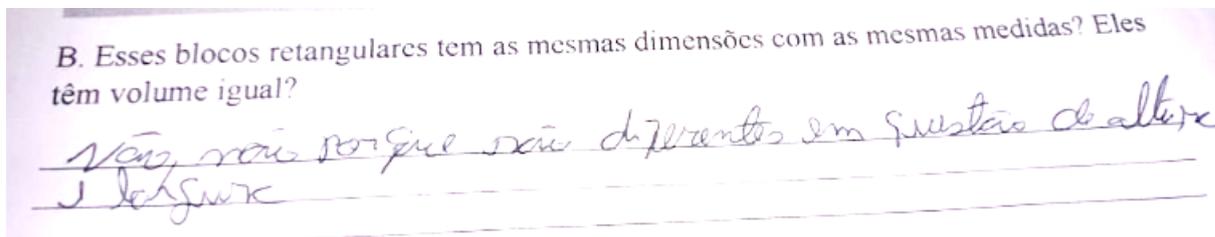
Figura 13- Protocolo do Aluno A3 na questão 7



Já na letra B e C, tivemos 6 erros e 6 acertos, na qual os alunos tinham que evidenciar seus conhecimentos sobre medidas e dimensões, observando as caixas retangulares, e fazendo uma comparação de volume, identificando se algum dos blocos retangulares tem o mesmo volume indicado pela embalagem correspondente. Observamos a resposta do aluno A4. O aluno relata que as dimensões e medidas não

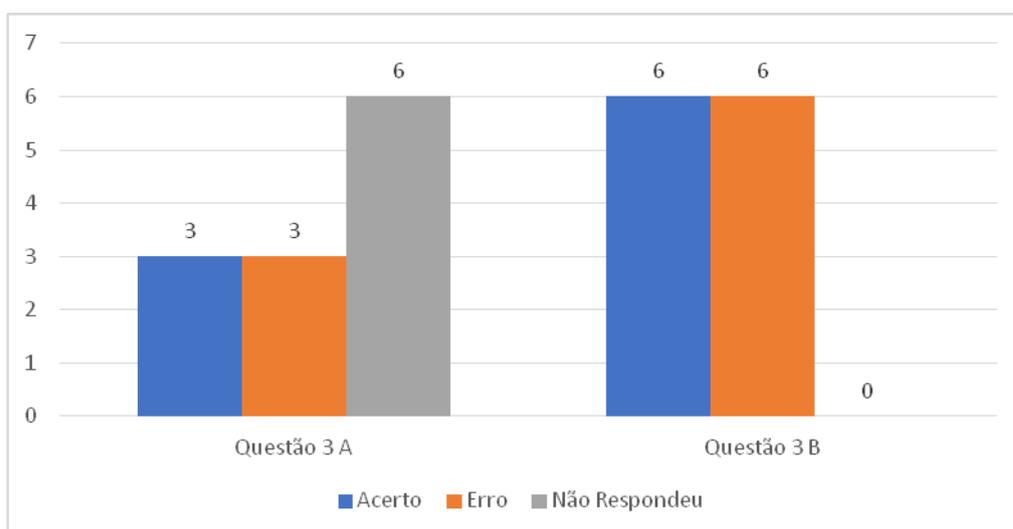
são iguais , mas traz o volume diferente por associar a altura e largura diferente, ou seja , ele não compreendeu que os volumes podem ser iguais.

Figura 14- Protocolo do Aluno A4 na questão 7



Fonte: A autora

Gráfico 6 - Acertos e erros da Questão 7

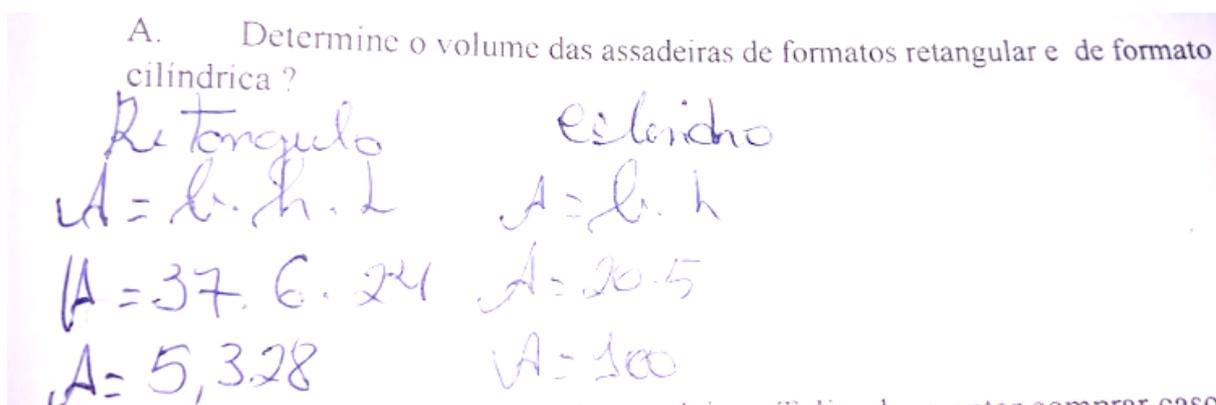


Fonte: Autoria própria

Na oitava questão, essa questão foi proposta para calcular a medida de volume de uma forma retangular e outra cilíndrica, sendo que ambas têm fórmulas de volume diferente, na alternativa A, a maioria acertou a fórmula do volume da forma retangular, mas não conseguiram da forma cilíndrica, pois eles usaram a mesma fórmula da forma retangular, na cilíndrica.

Diante disso, observamos que eles não conseguem distinguir as formulas de sólidos geométricos ensinadas. Vejamos a resposta do aluno A10 a seguir:

Figura 15- Protocolo do Aluno A10 na questão 8

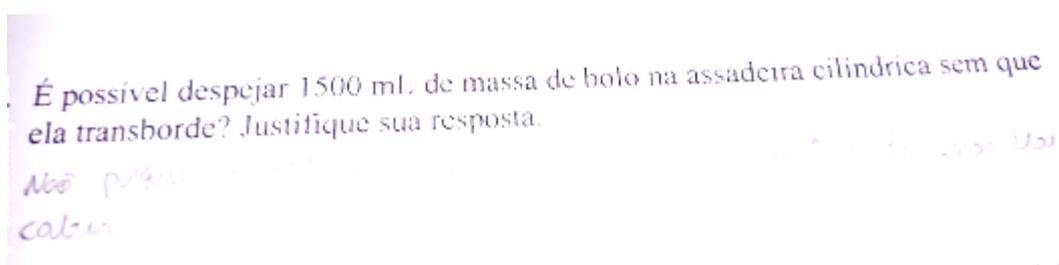


Fonte: A autora

Na alternativa B, eles deveriam comparar os volumes, qual forma tem menos capacidade, a maioria acertou, pois, além do cálculo evidenciar essa representação a figura já nos mostra. Temos 10 acertos, 1 erros e 1 não conseguiu responder.

Na letra C, temos uma comparação de volume, a maioria dos alunos errou, pois como usou a fórmula da forma cilíndrica incorreta na letra A, o cálculo mostrou um valor da forma menor que a massa do bolo, então apenas 2 alunos acertaram. Observamos na resposta do aluno 12.

Figura 16- Protocolo do Aluno A12 na questão 8

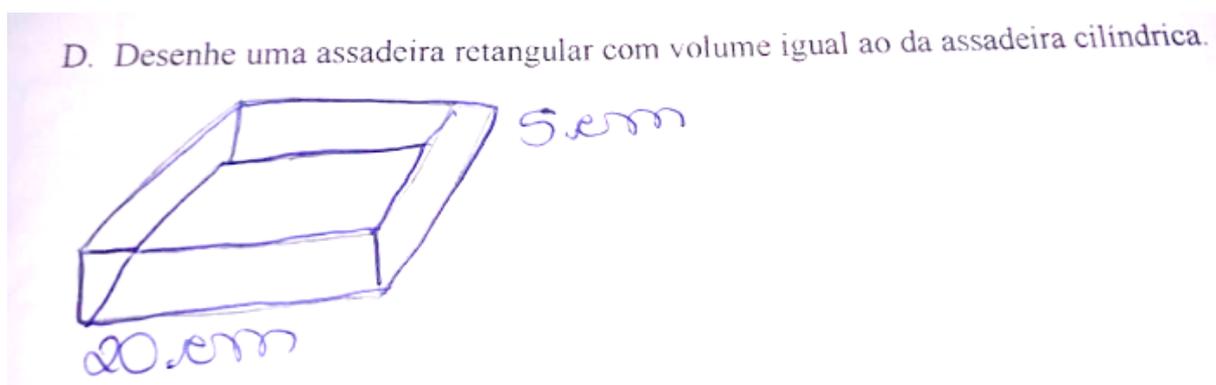


Fonte: A autora

Na letra D, os alunos tinham que desenhar um sólido geométrico retangular com mesmo volume da forma cilíndrica. O equivale a produção de sólidos geométricos. Vejamos a resposta do aluno 7, ele calculou na letra A, o volume da

forma cilíndrica incorretamente, com isso o desenho relata a forma retangular com valor incorreto.

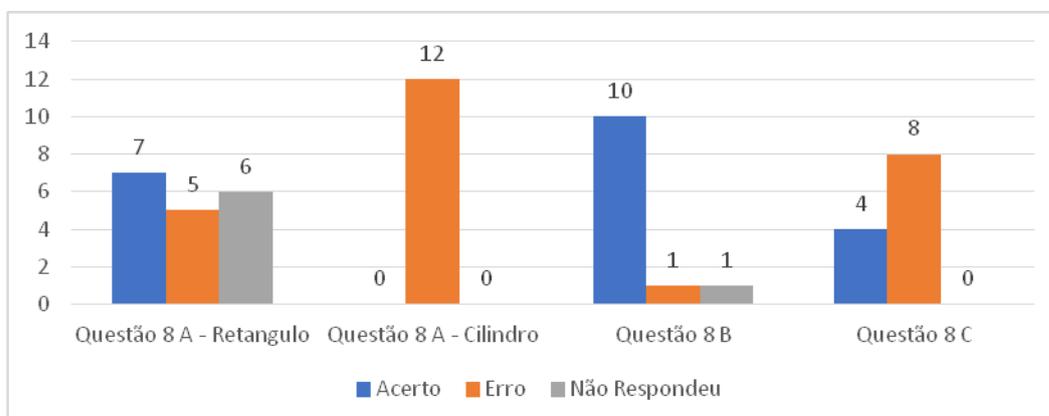
Figura 17- Protocolo do Aluno A7 na questão 8



Fonte: A autora

Contudo, de forma geral, percebemos que a turma apresentou desempenho em toda a atividade regular. Na análise vemos que quando o conteúdo está relacionado a realidade da escola o aluno consegue ter um maior desempenho, tendo conseqüentemente mais afinidade com aquilo que lhe é ensinado, pois os estudantes conseguem ver algo representativos em relação ao conteúdo que é ensinado na escola e a sua realidade. Tendo em vista, que nem sempre o assunto apresentado em sala, ele consegue aprender.

Gráfico 5: Acertos e erros com relação a Questão 8



Fonte: Autoria própria

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho como já mencionado anteriormente, tivemos como sujeitos de pesquisa alunos do turno da noite de uma da zona periférica da cidade do interior de Pernambuco do 2º ano do Ensino médio. Para análise tomamos como objetivo analisar acertos e erros de alunos do ensino médio na resolução de problemas envolvendo volume. Diante disso, identificamos como os alunos aprendem o conteúdo, mas tem grande problemas de aplicar nas questões propostas. Percebemos através de nossas análises que muitas vezes o conteúdo é ensinado para os alunos, porem eles não conseguem aprender totalmente.

As resoluções das questões vemos que alguns alunos não sabem ou deram a entender que não compreendem quando a questão requer volume de sólidos diferentes.

Entendemos que embora a escola que fiz a análise tenha tido nos últimos anos um olhar diferenciado por parte das autoridades, sendo investido em pequenas melhorias.

Contudo ainda se tem muito a avançar pois a educação precisa ser uma prioridade dos municípios. Entendemos que é preciso investir em formação para professores pois a maneira com que o conteúdo é ensinado aos alunos está muito distante daquilo que é a realidade, conseqüentemente tornando a escola a associação de um lugar desagradável. É valido salientar que não é que os alunos não conseguem entender determinado conteúdo, mas na verdade é que muitas vezes a complexidade com que lhes é apresentado acaba os distanciando do querer aprender. A apresentação do conteúdo de forma mais clara para o aluno, dar a o aluno maior desempenho e naturalidade em aplicação do conteúdo em qualquer resolução.

Enfim, consideramos a nossa analise como uma ponte para a reflexão de como a matemática tem sido ensinada na escola. Acreditamos que mais estudos nessa área Ajude a diminuir as lacunas que separam o conteúdo escolar da realidade dos alunos.

REFERÊNCIAS

- BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. **Coleção explorando o ensino: Grandezas e medidas. Matemática.** Brasília, DF: 2010. P. 169 – 201.
- BRASIL. **Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental.** PNLD 2012. **Guia de livros didáticos do ensino médio – vol.2.** Brasília: MEC/SEF, 2011.
- BRASIL. **Ministério da Educação: matemática – guia de livros didáticos – Ensino Médio / Ministério da Educação – Secretária de Educação Básica – SEB – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação.** Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2017.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Ensino Médio.** Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.
- CARVALHO, J. B. P; LIMA, P.F. (2010). **Coleção explorando o ensino: escolha e uso de livro didático.** Volume 17. Brasília. p. 15-30.
- FIGUEIREDO, A. P. N. B; BELLEMAIN, P. M. B; TELES, R. A. de M. **Grandeza Volume: um estudo exploratório sobre como alunos do ensino médio lidam com situações de comparação.** Bolema [online]. 2014, vol.28, n.50, pp.1172-1192.
- FIGUEIREDO, A. P. N. B.; MORAIS, L. B. **Encontro Paraibano de Educação Matemática.** João Pessoa, Paraíba, 2012
- GIL, Antonio Carlos, 1946 – **Como elaborar Projetos de Pesquisa/** Antonio Carlos Gil. 4ed. São Paulo: atlas, 2002.
- MORAIS, L. B.; BELLEMAIN, P. M. B. **Análise da abordagem do conceito de volume nos livros didáticos de matemática para os anos finais do ensino fundamental sob a ótica da Teoria dos campos conceituais.** Congresso de Iniciação científica – UFPE, Recife. 2010
- MORAIS, L. B. **Análise da abordagem da grandeza volume em livros didáticos de Matemática do Ensino Médio –** Recife: O autor - 2013.
- MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e pesquisa nesta área. **Investigações em ensino de ciências.** V7 (j), p. 729. Instituto de Física. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2002
- PERNAMBUCO. Secretaria de Educação. **Base Curricular para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco. Matemática** / Secretaria de Educação. – Recife: SE, 2008.
- PERNAMBUCO. **Formação continuada para professores de matemática do ensino médio. 2º bimestre.** Secretaria de Educação de Pernambuco. SEDE – GPEM. Recife, 2013.

ROCHA, C. A.; PESSOA, G.; FILHO, J. M. da S.; PEREIRA, J. A. de A. **IX ENEM - ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, Belo Horizonte - MG, 18 a 21 julho de 2007.

SEGADAS, Claudia. **Geometria-estudo e ensino 1**. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática, 2008.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Matemática realidade & tecnologia: 8º ano: ensino fundamental: anos finais** / Joamir Roberto de Souza. -1 ed. – São Paulo: FTD, 2018.