



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE  
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

EVANDRO MENEZES LIMA

**A ESTATÍSTICA NO FUTEBOL: UM ESTUDO CONTEXTUALIZADO DAS  
MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL**

Caruaru

2019

EVANDRO MENEZES LIMA

**A ESTATÍSTICA NO FUTEBOL: UM ESTUDO CONTEXTUALIZADO DAS  
MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de graduação em Matemática - Licenciatura

**Área de concentração:** Ensino/ Matemática

**Orientador:** Prof.<sup>o</sup>. Dr. José Ivanildo Felisberto de Carvalho

Caruaru

2019

Catálogo na fonte:  
Bibliotecária – Simone Xavier - CRB/4 - 1242

L732e Lima, Evandro Menezes.  
A estatística no futebol: um estudo contextualizado das medidas de tendência central.  
/ Evandro Menezes Lima. - 2019.  
66 f. ; il.: 30 cm.

Orientador: José Ivanildo Felisberto de Carvalho.  
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2019.  
Inclui Referências.

1. Matemática. 2. Futebol. 3. Estatística. I. Carvalho, José Ivanildo Felisberto de (Orientador). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.)

UFPE (CAA 2019-351)

EVANDRO MENEZES LIMA

**A ESTATÍSTICA NO FUTEBOL: UM ESTUDO CONTEXTUALIZADO DAS  
MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática - Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de graduação em Matemática.

Aprovada em: 19/11/2019

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof<sup>o</sup>. Dr. José Ivanildo Felisberto de Carvalho (Orientador)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Prof<sup>o</sup>. Dr. XXXXXXXXXXX XXXXXXXX (Examinador Interno)  
Prof<sup>o</sup>. MSc. Luan Danilo Silva dos Santos (Examinador Externo)

---

Prof<sup>a</sup>. MSc. Danilo Monteiro de Vasconcelos (Examinador Externo)  
Universidade Federal de Pernambuco

“Lembre-se que as pessoas podem tirar tudo de você,  
menos o seu conhecimento.”

(Albert Einstein)

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me proporcionado a realização de um sonho em cursar uma faculdade de licenciatura em Matemática.

Aos meus pais, Inácia e Genival, ao meu irmão Erivelton, aos meus avós, Maria, Gercino e Lordes que deram muito apoio, força e inspiração para concluir esse curso, os meus avós não estão mais presente entre nós, mas tenho certeza que estão lá de cima orando por mim com Deus.

A Minha noiva Maria Eduarda que sempre esteve do meu lado me apoiando e ajudando em todos os momentos, me incentivando quando estava desanimado, contribuiu bastante para chegar até aqui.

Ao meu orientador, Ivanildo de Carvalho, que desde o início teve um papel muito importante nesse trabalho, pois sempre estava disposto a me ajudar, e contribuiu muito para a minha formação profissional.

Agradeço aos meus amigos do grupo cuida bem deu que sempre estiveram do meu lado nessa batalha e demos muitas risadas juntos, foram eles Egon Martins, Edvaldo Freitas, José Trajano, Osmar Renan, Thiago Gomes, Thomas Alves pessoas que levarei para o resto da minha vida, só tenho que agradecer a Deus por ter colocado elas no meu caminho.

Aos professores, que sem eles não estávamos aqui, Ivanildo de Carvalho, Valdir Bezerra, Severino, Cristiane Rocha, Marcelo Miranda, Paulo Câmara, Paulo Peixoto, Jeferson, Jeremias, Ana Lúcia, Ricardo Farias, Marcos Henrique, Marcilio, Lucivânia, Edelweis Tavares, Dilson Cavalcanti, Daniele, Sidynei entre outros.

## RESUMO

Este trabalho tem por objetivo analisar a aprendizagem do aluno na sala de aula na temática estatística no futebol, com o estudo do conceito de Medidas de Tendência Central contextualizado com futebol, tendo em vista a análise feita com alunos do 8º ano da rede pública, através de entrevistas e questionários abordando situações envolvendo futebol na Matemática. E construir uma atividade com a temática Medidas de Tendência Central com a contextualização do futebol. Deve ser necessária a contextualização de conteúdos matemáticos pra tentar facilitar a aprendizagem do aluno, como o futebol é um dos esportes que o brasileiro mais gosta, se pode ter essa união entre a matemática e futebol, tendo em vista que o futebol na matemática pode ser um atrativo a mais, pelo fanatismo dos jovens brasileiros nesse esporte. Vale destacar que embora as Medidas de Tendência Central pareçam aparentemente simples, mas não são, houve uma grande dificuldade em os alunos conseguirem atingir as habilidades propostas em cada atividade. É importante salientar que nenhum dos alunos conseguiu resolver corretamente as cinco atividades.

**Palavras-chave:** Matemática e futebol. Estatística no futebol. Tendência central. Tabelas de futebol.

## **ABSTRACT**

This paper aims to analyze the student learning in the classroom on the statistical theme in soccer, with the central tendency study contextualized with soccer, in view of the analysis made with students of the 8th grade of the public school, through interviews and questionnaires. addressing situations involving football in mathematics. And build an activity with thematic measures of central tendency with the contextualization of football. It should be necessary to contextualize mathematical content to try to facilitate student learning, as football is one of the sports that Brazilians like best, you can have this union between math and football, given that football in mathematics can be one more attraction for the fanaticism of young Brazilians in this sport. It is noteworthy that although Central Trend Measurements seem seemingly simple, but they are not, there was great difficulty in achieving the skills proposed in each activity. It is important to point out that none of the students was able to correctly solve the five activities.

**Keywords:** Mathematics and soccer. Statistics in football. Central tendency. Soccer tables.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>9</b>
<b>2</b>	<b>OBJETIVOS .....</b>	<b>13</b>
2.1	GERAL .....	13
2.2	ESPECÍFICOS .....	13
<b>3</b>	<b>MÉDIA, MODA E MEDIANA.....</b>	<b>14</b>
3.1	MÉDIA .....	16
3.2	MODA .....	18
3.3	MEDIANA .....	21
<b>4</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>23</b>
4.1	PESQUISAS ENVOLVENDO AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL ....	23
4.2	O QUE OS DOCUMENTOS OFICIAIS EXPÕEM SOBRE O ENSINO DA ESTATÍSTICA .....	33
<b>5</b>	<b>METODOLOGIA DA PESQUISA .....</b>	<b>36</b>
<b>6</b>	<b>ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....</b>	<b>43</b>
<b>7</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>63</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>65</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Ao atuar como docente, é perceptível a dificuldade e *déficit* dos discentes na absorção e entendimento das Medidas de Tendência Central da Estatística. Como a Estatística é uma área relativamente nova da Matemática, há um estranhamento por parte dos alunos quando ocorre o primeiro contato. Assim, criam uma impressão de que a Estatística é difícil e dessa forma, quando se deparam com os conceitos das medidas de tendência central, surge um desacordo com os conceitos já formados o que é, ao certo, média, moda e mediana, com suas razões de existir e áreas de aplicação. Tais dificuldades interferem na aprendizagem conceitual dos alunos.

Acreditando que essas dificuldades acarretam, de certa forma, nos estudantes, desinteresse e desmotivação em aprender o conteúdo, resolvi fazer a junção de estatística e futebol para despertar nos alunos um novo ângulo de se encarar tal conteúdo, e com isso desmistificar os conceitos que envolvem as Medidas de Tendência Central.

Tendo em vista que o futebol é um esporte muito apreciado pelos brasileiros, pode-se utilizar a matemática como mecanismo para desenvolver a capacidade cognitiva dos alunos, aproveitando-se de um assunto popular entre boa parte deles, que é o futebol. Esse trabalho se baseia em tabelas de classificações do campeonato Brasileiro da série A e da Liga dos Campeões da UEFA (União das federações Europeias de Futebol) e no futebol como geral, com objetivo de se trabalhar média, moda e mediana e desenvolver um teste diagnóstico com alunos do 8º ano do ensino fundamental.

O Campeonato Brasileiro da série A tem a participação de 20 times de diferentes estados brasileiros, tendo primeiro e segundo turno. Cada time disputa 38 jogos, sendo 19 jogos como mandante e 19 jogos como visitante. Durante todo campeonato são disputados ..... 380 jogos e o time que mais pontuar durante as 38 rodadas se torna o campeão. Segundo o site da Confederação Brasileira de Futebol (CBF), temos que a pontuação do campeonato se dá de tal maneira: vitória vale 3 pontos, empate vale 1 ponto e derrota vale 0 ponto. A tabela de classificação do Campeonato Brasileiro tem como critérios números de pontos, de jogos, números de vitórias, empates e derrotas, números de gols marcados, de gols sofridos e saldo de gols.

Segundo o site UEFA o Campeonato da Liga dos Campeões da UEFA tem participação de 32 times de diferentes países europeus, onde são divididos em 8 grupos com 4 equipes, cada time disputa 6 jogos na fase de grupo, os dois primeiros de cada grupo se classificam para a fase de oitavas de finais. Após a primeira fase, os 16 times que se

classificaram participam de um sorteio para definir os confrontos, e assim começa os jogos “mata-mata” onde acontecem dois jogos, jogo de ida e jogo de volta o time que se sair melhor nesses dois confrontos se classifica para a próxima fase, as quartas de final. E assim por diante até chegar duas equipes a final onde é disputado um jogo único e o time que vencer se torna o campeão.

As tabelas de classificação do campeonato brasileiro e da Liga dos Campeões da UEFA, e alguns dados sobre idade, massa e altura de jogadores da seleção brasileira e entre outros contextos do futebol será utilizado como forma de contextualização na matemática, para desenvolvimento da aprendizagem dos alunos do 8º ano no contexto de média, moda e mediana.

Logo a matemática está presente em diversos lugares, de diversas formas, no nosso cotidiano, como é perceptível que está no futebol, portanto podemos explorar tudo isso dentro do nosso tema.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997) estabelecem que o trabalho com conteúdos de Estatística deve ser iniciado desde o primeiro ciclo do Ensino Fundamental e esses conteúdos aparecem dentro do bloco tratamento da informação.

A importância e interesse alcançados pelo Tratamento da informação nos dias de hoje, tanto nos aspectos voltados para uma cultura básica quanto para a atividade profissional, se deve à abundância de informações e às formas particulares de apresentação dos dados com que se convive cotidianamente (BRASIL, 1998).

[...] a compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e sociais dependem da leitura crítica e interpretação de informações complexas, muitas vezes contraditórias, que incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação. Ou seja, para exercer a cidadania é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar e tratar informações estatisticamente (BRASIL, 1998, p.27).

Portanto, é fácil concordar com o fato de que a estatística está no nosso cotidiano, e tem que ser ressaltado o quanto a Educação Estatística é importante nos anos finais do Ensino Fundamental. Devido a essa demanda da sociedade, a Estatística se torna uma ferramenta fundamental para desenvolvimento da habilidade do sujeito, assim ajudando a tomar certas decisões e estimulando a base de poder exercer a cidadania.

Contudo, segundo Guimarães (2009), para que os estudantes se apropriem desse conhecimento é necessário considerar dois focos: os símbolos utilizados na apresentação

dessas informações e a função das mesmas, pois, a exemplo das representações gráficas, elas só fazem sentido como forma de apoiar o estudante a compreender certo fenômeno.

Com base nos recentes documentos curriculares brasileiros, a BNCC (2017) (Base Nacional Comum Curricular) leva em conta que os diferentes campos que compõem a Matemática reúnem um conjunto de ideias fundamentais que produzem articulações entre eles: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Essas ideias fundamentais são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos e devem se converter, na escola, em objetos de conhecimento. A proporcionalidade, por exemplo, deve estar presente no estudo de: operações com os números naturais; representação fracionária dos números racionais; áreas; funções; probabilidade etc.

A BNCC traz que com relação à estatística, os primeiros passos envolvem o trabalho com a coleta e a organização de dados de uma pesquisa de interesse dos alunos. O planejamento de como fazer a pesquisa ajuda a compreender o papel da estatística no cotidiano dos alunos. Assim, a leitura, a interpretação e a construção de tabelas e gráficos têm papel fundamental, bem como a forma de produção de texto escrito para a comunicação de dados, pois é preciso compreender que o texto deve sintetizar ou justificar as conclusões. No Ensino Fundamental – Anos Finais, a expectativa é que os alunos saibam planejar e construir relatórios de pesquisas estatísticas descritivas, incluindo medidas de tendência central e construção de tabelas e diversos tipos de gráfico.

A sociedade contemporânea requer do cidadão habilidades que lhe permitam uma leitura ampla da realidade que vive e capacidade de intervenção nas ações sociais. O ensino da capacidade crítica e da autonomia, assim como outros conceitos matemáticos, tradicionalmente trabalhados na escola (LOPES, 2008).

Pelo fato de gostar muito de futebol, parei para pensar, durante muito tempo, como aliar assuntos de matemática ao futebol, para tornar isso prazeroso tanto para o aluno quanto para o professor.

Hoje em dia, o futebol é um assunto muito debatido nos corredores das escolas, na hora do intervalo e até mesmo em sala de aula. Com todo esse interesse dos alunos com o futebol, pode-se unir o útil com o agradável no ensino e aprendizagem, fazendo uma junção entre média, moda e mediana com o futebol. Assim, buscando chamar a atenção do aluno para esse meio e desenvolver um trabalho diferente em sala de aula.

A contextualização, fica condicionada às mudanças atitudinais frente à problematização de um conhecimento, substituindo os fragmentos pela unidade, pois “o

estudo contextualizado determina uma forma de aprendizagem dinamizada e integrada com a realidade de cada aluno” (FAZENDA, 1994, p.31).

Por meio dessa contextualização do futebol com a matemática pode-se construir um conhecimento sobre a temática e mostrar que matemática pode ser divertida e interessante, pois ela não está somente na escola, mas também no dia a dia e nos mais diversos tipos de esportes. A matemática vem sendo utilizada para auxiliar cada vez mais no desenvolvimento e aprimoramento dos times de futebol e atletas.

Para Batanero (2000), é necessário experimentar e avaliar métodos de ensino adaptados à natureza específica da estatística dado que nem sempre se podem transferir os princípios gerais do ensino da Matemática. Como estamos em presença de uma ciência que muda rapidamente, tão importante como os seus conteúdos específicos é o desenvolvimento nos alunos de uma atitude favorável à aprendizagem e de uma forma de raciocínio.

## 2 OBJETIVOS

### 2.1 GERAL

- Analisar o conhecimento dos estudantes do 8º ano sobre a temática medidas de tendência central por meio de um teste diagnóstico com o contexto do futebol.

### 2.2 ESPECÍFICOS

- Elaborar um teste diagnóstico com o conteúdo das medidas de tendência central com a contextualização do futebol;
- Investigar as habilidades onde os alunos tiveram mais dificuldades;
- Identificar quais os conhecimentos prévios em relação às propriedades da média eles têm para resolver as atividades.

### 3. MÉDIA, MODA E MEDIANA

Este capítulo tem como objetivo a apresentação dos conceitos aqui discutidos, a saber: média, moda e mediana. Como estratégia de exposição dedicaremos um tópico para apresentar cada um dos conceitos trazendo exemplos e definições de diversos autores.

Antes trazer as definições vamos apresentar um pouco da história da estatística e mostrar o quanto ela é importante no nosso cotidiano. Levando em consideração os estudos de Arno Bayer, Hélio Bittencourt, Josy Rocha, Simone Echeveste (2009).

Segundo Bayer et al, (2009) dá para perceber-se que a estatística surgiu muitos anos antes de Cristo. As necessidades que exigiam o conhecimento numérico começaram a surgir, pois contar e organizar as coisas sempre foi uma preocupação em todas as culturas. O primeiro dado estatístico disponível foi o de registros egípcios de presos de guerra na data de 5000 a.C., em 3000 a.C. existem também registros egípcios da falta de mão-de-obra relacionada a construção de pirâmides.

Já no ano de 2238 a.C. o Imperador da China, Yao, ordenou que fosse feito o primeiro recenseamento com fins agrícolas e comerciais. Em 600 a.C. no Egito todos os indivíduos tinham que declarar todos os anos ao governo de sua província a sua profissão e suas fontes de rendimento, caso não a fizessem seria declarada a pena de morte.

Já na Era de Cristo o governador romano da Síria, Quirino, que incluía a Judéia e a Galiléia, por ordem do Senado, teve que fazer um recenseamento no qual as pessoas tinham que ser entrevistadas no local de sua origem. Acredite. Não fosse a Estatística Jesus Cristo não teria nascido numa manjedoura em Belém e a história do cristianismo – e de quase toda a cultura ocidental – poderia ter sido diferente. Como está escrito na Bíblia, Lucas cap. 2:1-2 - O imperador Augusto mandou uma ordem para todos os povos do Império. Todas as pessoas deviam se registrar para que fosse feita uma contagem da população. Foi então que São José e a Virgem Maria saíram de Nazaré na Galiléia, para Belém, na Judéia, para responder ao censo ordenado pelo imperador César Augusto. Foi enquanto estavam na cidade que Jesus nasceu.

Dá para perceber que a estatística foi surgindo aos poucos, cada vez mais foi tendo a necessidade de organização dos números e a importância da coleta de dados assim gerando uma nova “ferramenta” da Matemática. Ao Passar dos anos a Estatística vai tendo uma evolução e cada vez mais vai fazendo sentido para o cotidiano das pessoas.

Para Rao (1999), a estatística é uma ciência que estuda e pesquisa sobre: o levantamento de dados com a máxima quantidade de informação possível para um dado custo;

o processamento de dados para a quantificação da quantidade de incerteza existente na resposta para um determinado problema; a tomada de decisões sob condições de incerteza, sob o menor risco possível.

Segundo os autores Bayer et al (2009) Se pode destacar alguns acontecimentos como fatos importantes na formação da estatística.

#### **Alguns acontecimentos pelo mundo:**

- Em 620 surgiu em Constantinopla o Primeiro Bureau de Estatística.
- No ano de 1654, Blaise Pascal e Pierre de Fermat estabelecem os princípios do cálculo de probabilidades.
- Somente em 1708, houve a criação do Primeiro Curso de Estatística, criado na Universidade de IENA, na Alemanha.
- A palavra estatística surge em 1752 pelo alemão Gottfried Achenwall que deriva da palavra latina STATU, que significa estado, pelo aproveitamento que os políticos e o estado tiravam dela.

#### **Acontecimentos no Brasil:**

- No ano de 1872, houve o primeiro censo geral da população brasileira feito por José Maria da Silva Paranhos, conhecido como Visconde do Rio Branco (1819-1880)
- Em 1936 temos a Criação do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Em 1953 duas escolas iniciaram o Ensino de Estatística no Brasil: uma no Rio de Janeiro, a Escola Nacional de Ciências Estatística (ENCE) e a outra conhecida como Escola de Estatística da Bahia.
- Só em 1972 que surge o Primeiro Computador Brasileiro, que ajudou a dar um grande salto na estatística.
- A inclusão da Estatística no Ensino Fundamental e Médio apareceu a partir da determinação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's) em 1997.

Logo com toda a evolução da estatística temos a noção do quanto ela é importante para o nosso dia a dia, e o quanto ela é indispensável para qualquer profissional nos dias de hoje.

Depois desse breve contexto histórico da estatística, vamos apresentar as definições sobre média, moda e mediana.

Baseando-nos em definições de livros do Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior. Segundo os autores Ana Maria Lopez Calvo de Feijoo, Eduardo Chavante, Giovanni, Giovanni Jr, Bonjorno, Paulo Câmara.

### 3.1 MÉDIA

Vejamos a seguir como livro do Ensino Fundamental, do Ensino Médio e do Ensino superior traz a definição sobre média aritmética.

A **média aritmética** ( $M_a$ ), ou simplesmente média, é dada pelo quociente entre a soma dos valores atribuídos à variável e a quantidade de valores adicionados.

#### Cálculo da média aritmética

No cálculo do valor da média aritmética faz-se a soma dos valores e divide-se esta pelo número de observações da série.

Acha-se o quociente do somatório dos valores da série pelo número deles.

$$X_i = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{N}$$

$X_1, X_2, \dots, X_n$  são valores particulares que as variáveis assumem naquela série de observações.

A palavra **média** refere-se a uma medida estatística chamada **média aritmética**, que nesse caso foi utilizada para indicar a idade média das professoras.

Abaixo estão indicadas as idades das professoras da Escola Criança Feliz.

#### Idade das professoras da Escola Criança Feliz

Atletas	Idade (anos)
Maria Eduarda	29
Rosana	25
Fabiana	29
Fernanda	28
Jaqueline	30
Vitoria	27
Tereza	31
Patricia	27

Fonte: autor, 2019

Veja abaixo como calcular a média aritmética.

### Média aritmética (Ma)

Determinamos a média aritmética adicionando a idade de todas as professoras e dividindo a soma pela quantidade de professoras consideradas.

$$Ma = \frac{29+25+29+28+30+27+31+27}{8} = \frac{226}{8} = 28,25$$

Portanto, a idade média dessas Professoras eram 28,25 anos.

Vejamos a seguir como livro do ensino médio traz a definição sobre média aritmética.

Acompanhe a situação a seguir.

- O São Paulo participou de várias competições durante o ano de 2018, veja abaixo as competições e o total de gols marcados em cada competição:

Campeonato Estadual	Copa do Brasil	Copa dos Campeões	Libertadores	Brasileirão	Mundial de Clubes
28 gols	23 gols	22 gols	17 gols	45 gols	3 gols

Fonte: autor, 2019

Qual foi a média de gols do São Paulo em todas as competições?

Para resolver esse problema, devemos fazer:

$$\frac{28+23+22+17+45+3}{6} = \frac{138}{6} = 23$$

O número 23 é chamado **média aritmética** dos números 28, 23, 22, 17, 45 e 3.

Indicamos  $x = 23$

A média aritmética significa que, se em cada competição fosse sempre a mesma quantidade de gols marcados, ou seja, 23 gols por competição, obteríamos o mesmo total de gols marcados: 138.

Assim, na Copa dos Campeões, na Libertadores e no Mundial de Clubes, a quantidade de gols marcados foi abaixo da média, enquanto no Campeonato Estadual e no Brasileirão foi acima.

Agora será apresentado como o livro do ensino superior traz a temática média.

A média aritmética representa o “centro de gravidade” da distribuição, isto é, o ponto de qualquer distribuição em torno do qual se equilibram as discrepâncias positivas e negativas.

Situa-se entre o valor máximo e o valor mínimo da distribuição. Não pode, portanto, ser inferior ou superior ao valor mínimo e ao máximo da distribuição.

A média aritmética é um valor que pretende ser o resumo de todos os valores da distribuição. Dessa forma, pode vir a ser um valor não presente na distribuição.

Permite fazer interpretações quando é utilizada na comparação de dois ou mais grupos, constatando qual é o grupo com resultados mais ou menos elevados.

### **Propriedades da média aritmética segundo Strauss e Bichler (1988)**

- 1ª) A média está localizada entre os valores extremos;
- 2ª) A soma dos desvios a partir da média é zero;
- 3ª) A média é influenciada por cada um e por todos os valores;
- 4ª) A média não coincide necessariamente com um dos valores do banco de dados que a compõe;
- 5ª) A média pode ser um número que não tem correspondente na realidade física;
- 6ª) O cálculo da média leva em consideração todos os valores, inclusive os nulos e os negativos;
- 7ª) A média é um valor representativo do banco de dados a partir dos quais ela foi calculada.

Vejamos a seguir como livro do Ensino Fundamental, do Ensino Médio e do Ensino superior traz a definição sobre moda.

### 3.2 MODA

A **moda** (Mo) corresponde ao valor que ocorre com maior frequência no conjunto de valores. Quando um conjunto de valores possui duas modas, ele é chamado de **bimodal**; três

modas, **trimodal**; quatro modas, **quadrmodal**; e assim por diante. Caso um conjunto de valores apresenta valores únicos, que não se repete, ele recebe o nome de **amodal**.

Determinamos a moda identificando o valor que ocorre com maior frequência.

Exemplo: Observe a tabela das idades das Professoras da Escola Criança Feliz abaixo e determine a moda.

**Idade das Professoras da Escola Criança Feliz**

<b>Atletas</b>	<b>Idade (anos)</b>
Maria Eduarda	29
Rosana	25
Fabiana	29
Fernanda	28
Jaqueline	30
Vitoria	27
Tereza	31
Patrícia	27

Fonte: autor, 2019.

Nesse caso, são dois os valores: 27 anos e 29 anos, com frequência 2. Dizemos que este conjunto de valores é **bimodal**.

Mo: 27 anos e 29 anos

### **Moda**

Para analisar como se determina a moda, observe o exemplo a seguir.

Feita uma pesquisa para saber o número de camisas de times que cada um dos 30 alunos de uma classe possui, obteve-se o seguinte quadro:

0,2,3,2,1,2,2,1,1,2,1,2,0,1,2,0,2,2,3,4,2,2,3,1,3,2,5,2,4,4

Fazendo a contagem, obtemos a seguinte tabela:

Número de camisas	Frequência absoluta
0	3
1	6
2	13
3	4
4	3
5	1

Fonte: autor, 2019.

Observe que o número de camisas varia entre 0 e 5 e o que aparece mais vezes é o 2, isto é 13 alunos têm 2 camisas. Dizemos que é a **moda** desse conjunto de valores e indicamos:

$$M_o = 2$$

**Moda de um conjunto de valores é o valor que aparece um maior número de vezes, ou seja, é o valor de maior frequência absoluta.**

Um conjunto de valores pode ter uma só moda, duas modas, três modas etc., ou nenhuma moda. Para ilustrar, observe as notas dos 3 jogadores que concorreram a craque dos intercalasses da Escola Nota 10 e suas respectivas modas.

Jogador	Nota	Moda
Pedro	4,5,6,7,8,8,9	8
Menezes	3,5,6,5,7,7,9	5 e 7
Daniel	3,4,5,7,8,9,10	Não tem

Fonte: autor, 2019.

É o valor da distribuição que ocorre com a maior frequência, ou seja, o valor que mais se repete dentro de uma série de observações.

A moda só pode ser utilizada como medida de tendência central quando apenas um valor da série ocorre com maior frequência.

A seguir será apresentada a definição de mediana segundo os autores citados.

### 3.3 MEDIANA

A **mediana** (Md) é o valor central de um conjunto de valores organizados em ordem crescente ou decrescente. Caso o conjunto possua uma quantidade par de valores, a mediana é dada pela média aritmética dos dois valores centrais.

- Para determinar a mediana, precisamos inicialmente organizar todo o conjunto de valores em ordem crescente ou decrescente.

Crescente: 25,27,27,**28,29**,29,30,31

Decrescente: 31,30,29,**29,28**,27,27,25

Como esse conjunto possui um a quantidade par de valores (8), a mediana corresponde à média aritmética entre os dois valores centrais.

$$Md = \frac{28+29}{2} = 28,5$$

**Quando o conjunto possui uma quantidade ímpar de valores, a mediana corresponde ao valor central.**

Para analisar como se determina uma mediana, observe o exemplo a seguir.

- As nove classes de 3ª ano do Ensino Médio de uma escola têm, respectivamente: 37,28,40,41,45,37,37,41 e 44 alunos.

Colocando esses dados em ordem crescente, temos:

28,37,37,37      **40**      41,41,44,45

**Mediana**

A distribuição tem número ímpar (9) de dados. Há quatro valores à esquerda de 40 e quatro valores à direita de 40. Dizemos que o valor central dessa distribuição, 40. É a **mediana**. Indicamos:

$$M_d = 40$$

**O valor que ocupa a posição central de um conjunto numérico, colocados em ordem crescente ou decrescente, é chamado mediana.**

Se a distribuição tiver número par de dados, não existe um valor central, mas dois valores centrais. Nesse caso, a mediana é a média aritmética dos dois valores centrais.

Veja o exemplo:

25,27,28      30,32      34,38,40

**Valores centrais**

$$M_d = \frac{30+32}{2} = \frac{62}{2} = 31$$

### **Observação**

A mediana não precisa ser necessariamente um elemento desse conjunto. No primeiro exemplo, a mediana 40 é um elemento da distribuição; no segundo exemplo, a mediana 31 não é elemento da distribuição.

A mediana é o valor médio de uma distribuição ordenada, o qual apresenta o mesmo número de valores abaixo e acima desse valor.

A mediana é um ponto da distribuição, tal que a probabilidade de um valor qualquer da distribuição, aleatoriamente escolhido, se situar acima da mediana é igual à probabilidade dele se situar abaixo da mesma. Isto é válido para qualquer distribuição, não importando a sua forma.

Através da interpretação do valor mediano, pode-se afirmar, ao comparar dois ou mais grupos, qual é o que apresenta resultados mais elevados, e qual o que apresenta resultados menos elevados.

Para se calcular o valor da mediana, primeiramente organizam-se os dados em ordem crescente ou decrescente.

O valor da mediana é aquele abaixo e acima do qual encontra-se a mesma quantidade de valores da série.

Primeiramente, localiza-se a mediana, e depois, observa-se o seu valor.

## 4 REFERENCIAL TEÓRICO

Indubitavelmente, debates e diálogos sobre esportes estão cada vez mais frequentes. Em sua maioria, esses assuntos acercam principalmente o futebol. Isso porque, além de ser o esporte preferido dos brasileiros, eventos de grande escala como a “Copa do Mundo” unem toda a nação pela mesma causa: O amor pela pátria e pelo futebol. As escolas são, certamente, um dos lugares nos quais mais se comenta a respeito desta temática, isso se dá ao fato de que a grande maioria dos jovens terem seu time do coração, e a cada rodada dos campeonatos os debates aumentam. Diante disso pode-se fazer uma contextualização entre a matemática e o futebol com o pensamento de proporcionar a aprendizagem e dar o sentido aos conhecimentos dos alunos.

Com a ilustração dos conteúdos pode-se chamar a atenção dos alunos e mostrar a matemática de uma maneira diferente, quebrando assim, o tabu existente entre os alunos de que matemática é uma das disciplinas mais difíceis de se aprender, trazendo os conteúdos com uma contextualização na realidade dos alunos, mostrando a essência da matemática atualmente.

O futebol pode ser um suporte muito grande nesse meio de contextualização, pois além de ser um dos esportes que o brasileiro mais aprecia, é um esporte que é muito divulgado em jornais, programa de esportes, plataformas digitais, blogs, rádios e entre outros meios de comunicação.

Partindo desse pressuposto, a matemática e futebol podem caminhar juntos, chamando mais a atenção dos alunos e fazendo com que eles possam ter uma visão diferente de ambos ao mesmo tempo, dando um sentido aos seus conhecimentos matemáticos.

Com a contextualização do futebol na matemática, podemos realizar atividades que proporcionem o maior envolvimento dos alunos. Quando temos os alunos verdadeiramente envolvidos nas atividades, o ambiente em sala de aula torna-se favorável para o desenvolvimento de suas habilidades.

### 4.1 PESQUISAS ENVOLVENDO AS MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

Analisando trabalhos com as temáticas aqui abordadas encontramos o de Lopes, Corral e Resende (2012) que destacam a utilização de um jogo, intitulado como 3Ms, para o

ensino das medidas de tendência central. Como público alvo a professora da turma realizou uma intervenção no 3º ano do Ensino Médio.

Importante destacar que anteriormente a aplicação do jogo a professora expôs os conceitos de medidas de tendência central utilizando do método expositivo. Após a exposição foi aplicado um pré-teste. Foi explicado aos alunos que seria um projeto de pesquisa e que seria importante que respondessem com dedicação e atenção.

Após aplicação do pré-teste a professora aplicou o jogo 3Ms, explicando as suas regras e a partir deste momento começaram a observar a dinâmica de jogo dos estudantes. Algo a se destacar é que os estudantes se mostraram interessados a medida que identificou-se a interação e compreensão da proposta de estudo.

Algo que se pode afirmar é que por meio do jogo os estudantes demonstraram uma evolução singular e conjunta dos conceitos trabalhados (LOPES, CORRAL e RESENDE, 2012). Para alcançar tal constatação a professora reaplicou o mesmo questionário (pós-teste).

Logo depois foram analisados o pré-teste e o pós-teste e percebeu que o índice de acerto foi bem melhor no pós-teste assim dando a entender que depois do jogo os alunos conseguiram desenvolver suas habilidades na temática de tendência central. Como relata dois estudantes depois do jogo 3Ms “Eu não sabia calcular a média, a mediana e a moda antes do jogo, mas agora aprendi e até ganhei o jogo, foi muito legal” e para o aluno “com o jogo conclui que a Matemática não é tão difícil como eu achava que era”

É perceptível que através do jogo houve uma considerável evolução singular e conjunta dos alunos e o conceito trabalho foi mais bem compreendido. Indubitavelmente, com uma contextualização nova, uma resolução de problemas, um jogo, um desafio ou até mesmo uma sequência didática é despertado nos alunos um maior interesse e facilidade nas áreas e conceitos matemáticos.

Outro trabalho que julgamos relevante para nossa discussão foi o de Eugênio, Carvalho e Monteiro (2016), que destaca Média Aritmética em diferentes situações, identificando níveis de interpretação de estudantes do Ensino Fundamental. Como público alvo estudantes que estavam finalizando os estudos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, no 5º ano, e aqueles que estavam finalizando essa etapa de estudos, no 9º ano, sendo oito do 5º ano (média de idade = 10,3 anos) e oito do 9º ano, (média de idade = 14,2 anos), advindos de uma mesma escola pública.

Importante destacar que os 8 estudantes do 5º ano e do 9º ano responderam a um instrumento diagnóstico com 10 questões envolvendo elementos conceituais sobre média aritmética nas situações de pesquisa. No qual as suas respostas foram categorizadas em quatro

níveis: preestrutural, uniestrutural, multiestrutural e relacional. Com esses níveis pode-se aprofundar na análise de cada resposta dada por cada estudante. Partindo das respostas dos estudantes do diagnóstico foi realizada a análise comparativa de três juízes, sendo dois ligados a pesquisa e um terceiro que já desenvolveu pesquisa sobre o conceito de média. Na análise das respostas dos estudantes ao invés de trabalhar com a perspectiva de acerto/erro, foi considerado a adequação ou não da resposta ao problema posto.

Partindo desse pressuposto é importante refletir sobre como os estudantes compreenderam e interpretaram a média a partir dos diferentes tipos de problemas propostos, buscando identificar os possíveis níveis de resposta para cada ano de escolarização.

Podemos perceber que houve um avanço na compreensão dos estudantes de ambos os anos no decorrer da resolução do instrumento diagnóstico (EUGÊNIO, CARVALHO e MONTEIRO, 2016). Foi perceptível que a resolução desses problemas pode ter contribuído para os estudantes mobilizarem diferentes estratégias, usando conhecimentos do senso comum, mas também envolvendo um pouco mais de reflexões sobre a média.

É perceptível que os estudantes tiveram um avanço nos níveis de resposta dadas no diagnóstico, mas os estudantes do 9º ano tiveram um avanço mais significativo, colocando em evidência a importância do processo de escolarização do conceito da média aritmética.

Seguindo nossos estudos encontramos o trabalho de Damin, Junior e Pereira (2016), que contempla os resultados de uma pesquisa sobre os conhecimentos adquiridos sobre média aritmética por alunos dos anos finais do ensino fundamental. Aconteceu a aplicação de teste diagnóstico com 5 questões com a temática média aritmética em uma turma do 8º ano de uma escola particular onde havia 11 alunos. Para a análise dos registros descritos pelos alunos no teste utilizou-se a análise de conteúdo de Bardin (2009).

Percebemos o quanto é importante que os alunos do ensino fundamental tenham o primeiro contato com a temática de estatística, e se aproprie dos conceitos trabalhado em sala de aula pelo professor.

Por meio de uma única medida é possível ter uma noção do comportamento de um conjunto de dados. Essa medida é referência para representar os dados que pertence as denominadas Medidas de Tendência Central. As medidas como a média aritmética, a moda e a mediana, representam a tendência central de localização de dados estatísticos e são consideradas de grande importância, pois podem auxiliar na análise de dados e se tornam indispensáveis e, em cada situação, uma pode ser mais conveniente do que a outra, porém não se pode dizer ao certo qual a mais adequada (LEITE, 2010).

É ressaltado que muitas vezes que o aluno consegue responder algumas questões de média em sala de aula, agora quando se apresenta uma situação do seu dia a dia ele não consegue perceber que pode ser resolvido como foi na sala de aula, pois o conceito foi apresentado em sala de aula, mas o aluno não compreendeu a sua essência.

Em relação aos livros didáticos no Brasil e a média aritmética, é destacado que é possível verificar que a maioria dos livros didáticos priorizam os cálculos matemáticos, conforme apontado por Coutinho, Almouloud e Silva (2012). Percebe-se que os livros didáticos brasileiros são um grande apoio para os professores, porém existem alguns conceitos que deixam a desejar para ser trabalhados em sala de aula e assim,

Não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas da sala de aula, muitos professores brasileiros apoiam-se quase que exclusivamente nos livros didáticos, que, em muitas vezes, são de qualidade insatisfatória (BRASIL, 1998, p. 22).

De acordo com as análises de alguns livros, é possível perceber que muitas coleções de livros didáticos não abordam de forma adequada os conteúdos de média aritmética. Seu foco se volta apenas para o cálculo e não apresentam situações problemas com o verdadeiro significados da temática. É importante compreender que a Estatística trabalha com a tomada de decisões em situações de incerteza (CAZORLA, 2002)

Na escola que foi realizada a pesquisa é adotada o sistema de apostila, e as aulas são realizados pelo roteiro da apostila.

A aplicação do questionário teve a duração de cinquenta minutos e os alunos puderam utilizar calculadora, por ser uma ferramenta bem utilizada no meio da estatística. Foi destacado que não teve nenhuma introdução com a temática abordada pois o objetivo foi de avaliar o conhecimento que cada aluno teria adquirido antes.

A análise foi feita partindo dos registros produzidos pelos alunos na atividade realizada e foi feita a análise de conteúdo, pois é um instrumento de análise interpretativa que ajuda compreender a realidade da situação estudada.

Em relação a correção não foi utilizado o método de certo ou errado e sim separado em 3 blocos - “responde adequadamente a questão”, “responde parcialmente a questão” e “não responde a questão” – e classificadas como -“crédito completo”, “crédito parcial” e “nenhum crédito”, respectivamente (BURIASCO et al., 2004, p. 5).

Este método de correção possibilita verificar a compreensão do aluno em relação ao que foi solicitado na atividade de modo a identificar o que ele já conhece ou está em busca de

aprender, pois “se a resposta dada a uma questão está incorreta, necessariamente a produção do aluno deve ser examinada para considerar possíveis créditos parciais” (BURIASCO et al., 2004, p. 6).

Percebe-se que houve uma grande dificuldade dos alunos na resolução das questões, boa parte dos alunos não tem a compreensão das propriedades da média aritmética (DAMIN, JUNIOR E PEREIRA, 2016). Foi perceptível que essa turma do 8 ° ano não tem uma compreensão adequada do conteúdo de média aritmética, tendo em consideração que esse conceito é trabalhado nos anos anteriores, então os alunos teriam que ter um domínio sobre média. Se baseando nos resultados pode perceber que esses conceitos foram pouco trabalhados, ou que os alunos não conseguiram pegar a essência do conteúdo.

Vale ressaltar que boa parte dos alunos não conseguiram responder algumas questões e os alunos que conseguiram resolver as questões de forma correta se percebe que eles apresentam só o domínio do cálculo, mas não compreende as propriedades da média aritmética.

Em nossa pesquisa encontramos o trabalho de Luna e Carvalho (2019) que destacam a análise do desempenho de estudantes do Ensino Fundamental e Médio de uma escola privada sobre o conceito de média aritmética. Foi criado um teste diagnóstico com cinco questões. As questões do teste proposto contemplaram três significados da média aritmética e a utilização ou não de gráficos de barra.

Importante destacar que a pesquisa teve participação de 100 estudantes onde teve a distribuição de três séries escolares, 30 estudantes do 6º ano, 31 estudantes do 9º ano do ensino fundamental e 39 do 3º ano do ensino médio. O teste diagnóstico foi aplicado no período de duas aulas de duração de 50 minutos cada.

Os testes diagnósticos foram protocolados por A1 à A100 para não apresentar a identidade de nenhum estudante. Foi feita uma análise quantitativa com o auxílio de um programa estatístico SPSS (Statistical Package for Social Sciences). Paralelamente a isso, foi realizado a análise das estratégias de resolução utilizadas para ter a compreensão mais detalhada do desempenho do aluno.

Algo que se pode afirmar é por meio das análises realizadas foi possível constatar um baixo desempenho geral na resolução do teste proposto (LUNA e CARVALHO, 2019). O desempenho médio geral foi de 2,38 pontos. Foi destacado que os estudantes do 3º ano do Ensino Médio tiveram a maior média de acerto, que foi de 2,87. Vale ressaltar que apenas dois estudantes acertaram todas as questões são da turma do 3º ano do Ensino Médio. Ao

mesmo tempo teve sete estudantes que não conseguiram acertar nenhuma questão, foram seis do 6º ano do Ensino Fundamental e um do 3º ano do Ensino Médio.

É perceptível que tal resultado evidencia que o ano de escolaridade foi um fator determinante no desempenho dos estudantes. O melhor desempenho apresentado pelos estudantes do 3º ano do Ensino Médio não quer dizer que tem uma compreensão da média por meio de atividades com diferentes significados, entretanto eles tiveram um contato maior com os conceitos de média aritmética e isso pode ter ajudado na resolução das atividades. A diferença do aumento do desempenho das turmas é muito pequeno.

É importante ressaltar, que mesmos os estudantes do 3º ano do Ensino Médio tenham apresentado um melhor desempenho, esse se mostra insuficiente, pois os mesmos estavam em uma fase de conclusão da Educação Básica, logo é de grande importância que os estudantes tenham o maior domínio dos conceitos de estatística elementares, dentre eles, a média aritmética.

Vale ressaltar que os estudantes se dedicaram nas resoluções das atividades que exigiam os conhecimentos da média aritmética, entretanto tiveram dificuldades relacionadas com o conceito da média aritmética e com o cálculo da divisão.

Investigando trabalhos com as temáticas aqui abordadas encontramos o de Schreiber, Braz, Bertolucci, Silva e Porciúncula (2019), que destaca os resultados de uma pesquisa realizada com 12 jovens estudantes do Centro de Convívio dos Meninos do Mar – CCMar, no litoral sul brasileiro que tem vulnerabilidade socioeconômica e ambiental, tendo como objetivo conhecer o domínio do conceito de média aritmética desses jovens. Onde foi utilizado o método clínico-crítico piagetiano na realização da coleta e análise dos dados. Os instrumentos que foram utilizados na coleta de dados foram construídos pelos realizadores do estudo.

Os estudantes que participaram da pesquisa tinham uma faixa de idade de quinze a dezessete anos. Os estudantes tinham uma faixa de escolaridade entre 6º ano do Ensino Fundamental e o 3º ano do Ensino Médio, foi relatado que boa parte apresentara que já repetiram de ano em relação a escola regular. Todos os participantes da pesquisa faziam um curso técnico como costuraria, panificação, auxiliar administrativo, música e informática. O nível de ensino formal e o curso técnico escolhido não foram variáveis exploradas.

A aplicação dos instrumentos de investigação foi aplicada individualmente, foi realizada a entrevista e a atividade experimental. Como a intenção do estudo foi de buscar conhecer algumas noções dos estudantes em relação a média aritmética, foi apresentado uma situação de média aritmética, através do que tem no cotidiano como de notícia de revista, e

além disso teve uma atividade experimental, onde cada aluno deveria manipular, manualmente, oito canetas e quatro nomes, dispostos em papéis. A forma de registro dos dados foi o vídeo.

No processo investigativo pode-se realizar diferentes estratégias, tal como apresentar interpretações alternativas ao sujeito. As estratégias, que avançam a partir do protocolo padrão, procuraram entender a direção do pensamento do entrevistado e são chamadas de contra argumentações (DISESSA, 2007).

Para esta investigação foi construído um roteiro inicial que contemplava os questionamentos que deveriam ser feitos a todos os participantes, considerando os interesses desta pesquisa. Logo, realizou-se um estudo piloto com três estudantes, assim pode-se testar os procedimentos adotados. A partir deste estudo foi possível melhorar os instrumentos de coleta de dados, deixando assim o roteiro definitivo, com o acréscimo e supressão de perguntas, além de pequenas modificações na estrutura semântica de algumas delas. E assim a pesquisa foi organizada em duas etapas, notícia de revista e atividade experimental.

Foi apresentado o ranking mundial das alturas para o estudante e foi pedido para que eles explicassem o que eles entenderam partindo da análise da notícia, além disso, foram expostas situações que envolviam a altura média de colegas e familiares, buscando mostrar algo do cotidiano, para que eles conseguissem apresentar algumas compreensões dos conceitos de média aritmética. Logo depois foi realizado o interrogatório clínico-crítico.

No Segundo momento cada estudante foi convidado para participar individualmente da atividade experimental, que foi entregue a cada aluno quatro diferentes nomes (Karla, Gabi, Pedro e Tiago) e oito canetas. Depois disso cada estudante foi convidado a organizar as canetas em relação aos nomes que foram entregues, na sua primeira situação foi pedido que cada aluno, organizasse as canetas de modo que mantivessem uma média de duas canetas por nome. Logo depois da primeira situação, o entrevistador realizava alterações deixando alguns nomes sem nenhuma caneta e até mesmo todas as canetas em um único nome. E cada movimento que era realizado o estudante era questionado sobre a média que poderia ser encontrada e de possíveis mudanças, sem alterar a média de duas canetas por nome. E durante a atividade experimental os estudantes ficavam à vontade para manipular os objetos, para representar as situações propostas.

Em relação das análises dos dados é importante destacar que o resultado do estudo não terá uma classificação dos participantes em cada nível (SCHREIBER, BRAZ, BERTOLUCCI, SILVA e PORCIÚNCULA, 2019). Mas sim a identificação e definição dos níveis a partir do que cada participante expressou. Portanto, cada nível representa uma

categoria de pensamento, definidas como: primeiras aproximações ou ideias incipientes; noções de média aritmética baseadas em pensamento concreto; média aritmética como medida representativa de um conjunto de dados.

No primeiro nível, destaca-se a dificuldade dos estudantes em relação à leitura e interpretação de dados dispostos na tabela – ranking mundial das alturas, de homens e mulheres. Além disso os estudantes apresentaram indícios da falta de entendimento em relação ao conceito de média aritmética. Neste caso, pode-se perceber que o sujeito entendeu a média como sendo um valor absoluto, ou seja, não compreendeu as propriedades que caracterizam esta medida estatística em relação a um conjunto de dados. Logo percebe-se a importância do desenvolvimento do letramento estatístico, tanto quanto a compreensão da média aritmética como uma medida que resume o comportamento de um conjunto de dados.

No segundo nível, noções de média aritmética baseadas em pensamento concreto, os participantes da pesquisa exibiram uma compreensão em relação aos dados expostos na notícia, além de uma noção inicial acerca do conceito de média aritmética. Neste caso, apoiaram-se em elementos simbólicos do pensamento, sustentados em referentes materiais presentes nas situações apresentadas. Aqui, obtiveram-se dois subníveis: média como sendo o valor máximo e média como sendo o valor mais frequente (maioria).

No terceiro nível, média aritmética como medida representativa de um conjunto de dados, os participantes demonstraram compreensões mais sofisticadas do conceito de média aritmética. Aqui os entendimentos apresentados descreveram a ideia de média aritmética como sendo uma medida de tendência central, usada para descrever um conjunto de dados.

Estes resultados demonstram o quanto é importante o estudante ter a compreensão do conceito de média aritmética, assim tendo a capacidade de ler e interpretar informações estatísticas, e apresentar uma visão crítica em relação aos dados.

Buscando trabalhos com as temáticas aqui abordadas encontramos o de Magina, Carzola, Gitirana e Guimarães (2010) que destacam o estudo da análise das concepções de estudantes e professores sobre média. Foi elaborado um teste diagnóstico com 3 questões e foram aplicados com 287 estudantes e professores, eram alunos da 4ª série e da 5ª série do ensino fundamental, que hoje são conhecidos como 5º ano e 6º ano, estudantes iniciantes e estudantes concluintes do curso de pedagogia e ainda professores das séries iniciais do ensino fundamental.

Importante destacar que a aplicação do teste foi de forma coletiva em cada um dos grupos e resolvidas individualmente, em sala de aula, que foram divididos em cinco grupos distintos, sendo: grupo 1, composto por 54 alunos de 4ª série (com média de idade de 10 anos);

grupo 2, contendo 47 alunos da 5ª série (com média de idade de 11 anos); grupo 3, formado por 61 alunos iniciantes do curso de Pedagogia; grupo 4, com 82 alunos concluintes do curso de Pedagogia e; grupo 5, composto por 43 professores do ensino fundamental.

As atividades envolviam leitura, interpretação e construção de tabelas e gráficos e conceitos de média. Onde o estudante teria que apresentar uma noção básica em relação a esses pontos, para conseguir responder o teste diagnóstico.

As análises dos resultados foram dividida em duas etapas. Na primeira etapa os dados foram analisados na perspectiva quantitativa. Onde foi considerado os percentuais de acertos quantitativo dos grupos nas três questões como um todo e, depois em cada uma das questões. Na segunda parte teve uma análise mais minuciosa para compreender a qualidade dos erros, tendo em vista uma análise qualitativa.

De acordo com os resultados foi perceptível que boa parte dos alunos das 4ª e 5ª série e ainda os alunos iniciantes do curso Pedagogia, não tem o domínio do assunto, pois mais da metade não conseguiram acertar nenhuma das três atividades. Entretanto, percebe-se que o índice sofre uma melhora no que se diz respeito aos alunos concluintes e, mais ainda aos professores. Embora, entre os participantes desse último grupo se observe um percentual de 16,3% de professores que não acertaram qualquer uma das três questões. Um dado muito alarmante foi que nenhum dos grupos de alunos (tanto do Ensino fundamental, quanto do Ensino superior (grupo 1,2,3 e 4) conseguiram um percentual de sucesso nas três questões.

Portanto, considerando as questões de média em geral, nota-se que ela está longe de ser algo trivial para qualquer um dos cinco grupos (MAGINA, CARZOLA, GITIRANA E GUIMARÃES 2010). Logo procedeu com a análise qualitativa dos resultados, considerando os desempenhos dos grupos em cada uma das questões. Dessa forma pode-se investigar o grau de dificuldade de cada uma das questões isoladamente e, assim, buscar entender o que na média traz maior dificuldade para o bom desempenho na questão.

Os grupos dos alunos das 4ª e 5ª séries tiveram um desempenho próximo e não superaram 25,5% de acerto em nenhuma das atividades, os grupos dos alunos do curso de Pedagogia ( iniciantes e concluintes) apresentaram um desempenho ligeiramente superior aos alunos das séries iniciais do ensino fundamental, e os professores apresentaram um desempenho superior, porém ainda aquém do esperado, um vez que esses, além de terem curso superior, utilizam frequentemente o conceito de média na sua prática profissional.

Ao realizar a análise por atividade foi perceptível que os grupos 1,2,3 e 4 encontram maior dificuldade, já a atividade 2, por outro lado, foi a que apresentou menor dificuldade, com exceção do grupo 2 (5ª série), a atividade 3, teve índice razoável de acerto.

A média se apresentou como um conceito difícil de ser compreendido. Observamos uma maior apropriação desse conceito em função da escolaridade, mas encontramos que professores em pleno exercício ainda apresentam concepções, sem validade estatística.

É perceptível que nem sempre só os alunos do ensino fundamental apresentam dificuldade nos conceitos da média, e sim até mesmo alguns professores, que era algo que não poderia acontecer, pois o professor tem que mostrar ter o domínio para passar para seus alunos. Logo os alunos apresentam dificuldades por não ter um contato apropriado com o conteúdo.

Percebemos quanto ainda é preciso investir em processos de formação de professores, principalmente na formação inicial. É preciso também tornar acessível os resultados das pesquisas para os professores, a fim de que esses encontrem subsídios para sua prática profissional e possam desenvolver um processo de ensino-aprendizagem que leve, de fato, os alunos a compreenderem o conceito de média e, assim, poderem interpretar e avaliar criticamente informações estatísticas.

Analisando trabalhos com as temáticas aqui abordadas encontramos o de Barros, Martins e Pires (2009) que destacam que muitos alunos revelam dificuldades na compreensão de conceito estatístico, com isso desenvolveram um estudo exploratório com futuros educadores e professores, verificando as influências do trabalho desenvolvido nas práticas de ensino onde o foco é nas Medidas de Tendência Central.

Esse trabalho foi desenvolvido na unidade curricular Números e Estatística, integrada no 1.º ano da Licenciatura em Educação Básica, com o propósito de identificar conhecimentos estatísticos que futuros educadores e professores revelam no seu início e verificar como a intervenção da unidade influencia esses conhecimentos.

Importante destacar que a turma do 1º ano de Licenciatura em Educação Básica teve aulas com os autores Martins e Pires onde foi apresentado os temas de estatística tratados na unidade curricular Número e Estatística. Onde a turma do 1º ano havia quarenta alunos com idades entre 17 e 32 anos.

As estratégias de intervenção foram realizadas nas aulas onde teve a classificação dos conceitos e procedimentos, com a resolução e discussão de tarefas e a realização de um trabalho em grupo. Onde foi aplicado um questionário inicial (QI), tendo à observação na participação ao longo das aulas dedicadas ao tema e a um questionário final (QF).

O questionário inicial centrou-se em quatro categorias: (a) organização de dados qualitativos, quantitativos discretos e quantitativos contínuos em tabelas de frequências e gráficos adequados a cada caso (esta categoria não é referida neste texto); (b) determinação

(se possível) da moda, média e mediana dada um gráfico de barras relativo à frequência absoluta de uma variável qualitativa; dado um conjunto de dados quantitativos discretos e dado um conjunto de dados quantitativos contínuos; (c) aplicação dos conceitos de média, moda e mediana na resolução de problemas; e (d) registo escrito de ideias sobre moda, média e mediana.

Onde ocorreram as observações ao longo das aulas, e no final dos estudos foi aplicado o questionário final, utilizando as questões do questionário inicial relacionadas com as categorias que se revelaram mais significativas para os propósitos do estudo.

Algo que se pode afirmar na aplicação dos conceitos de média, moda e mediana. (BARROS, MARTINS e PIRES 2009). Na resolução de problemas verificamos que, após a intervenção da unidade didática, os alunos revelaram conhecimentos mais consolidados, embora continuaram apresentando algumas dificuldades em vários conceitos.

Pode-se destacar em relação a moda, média e mediana, a moda foi um conceito que os alunos não apresentaram problemas após a intervenção, já em relação à média, foi constatado uma evolução significativa na sua compreensão embora continuaram com dificuldades, quanto à mediana houve uma grande evolução na sua compreensão, pois a mediana é considerada a Medida de Tendência Central que origina mais obstáculos aos alunos (Boaventura & Fernandes, 2004; Barros, 2003; Sousa, 2002).

É perceptível que as Médias de Tendência Central não é um assunto tão fácil como parece, pois além dos estudantes do Ensino Fundamental e Ensino Médio apresentarem dificuldades, os estudantes do curso de Licenciatura em Matemática apresentam dificuldades relacionada a temática.

#### 4.2 O QUE OS DOCUMENTOS OFICIAIS EXPÕEM SOBRE O ENSINO DA ESTATÍSTICA

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) ressalta que conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997), estabelecem que o trabalho com conteúdo de Estatística deve ser iniciado desde o primeiro ciclo do Ensino Fundamental e esses conteúdos aparecem dentro do bloco tratamento da informação.

Os parâmetros curriculares de Pernambuco (PCPE) sugeriram que a temática probabilidade e estatística sejam trabalhadas nos anos iniciais e nos anos finais e que tenha continuação no ensino médio.

Com base nos Parâmetros Curriculares de Matemática (PERNAMBUCO, 2012), deve-se tomar como ponto de partida a ideia de que aprender Matemática vai além de simplesmente acumular conteúdos. O estudante deve ser conduzido a "fazer" Matemática. Cada vez mais, defende-se a ideia de que é preciso **saber** e **saber fazer Matemática**. No contexto dessa discussão, mesmo que de forma simplificada, deve-se associar o **saber** aos conhecimentos apreendidos pelo estudante, e o **saber fazer** à sua capacidade de mobilizar esses conhecimentos como resposta a um problema (CÂMARA e LIMA, 2010).

A importância e interesse alcançados pelo Tratamento da informação nos dias de hoje, tanto nos aspectos voltados para uma cultura básica quanto para a atividade profissional, se deve à abundância de informações e às formas particulares de apresentação dos dados com que se convive cotidianamente (BRASIL, 1998).

Portanto a estatística está no nosso cotidiano e tem que ser ressaltado o quanto a Educação Estatística é importante nos anos finais do Ensino Fundamental. Devido a essa demanda da sociedade a Estatística se torna uma ferramenta fundamental para desenvolvimento da habilidade do sujeito, assim ajudando a tomar certas decisões e poder exercer a cidadania.

A BNCC propõe cinco **unidades temáticas**, correlacionadas, que orientam a formulação de habilidades a ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental. Cada uma delas pode receber ênfase diferente, a depender do ano de escolarização.

A BNCC também apresenta discussões quando se trata da escolha de conteúdos logo no Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Mas o desafio dessa escolha é saber se esses conteúdos serão relevantes para os alunos apreenderem e conseguirem atingir suas habilidades e competências.

Já os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), apresentam um questionamento quando se trata da seleção dos conteúdos matemáticos, porque já há um consenso nas escolhas dos conteúdos dos quais podemos destacar: Geometria, Aritmética e da Álgebra. Mas não cita

Estatística e Probabilidade. Nesse caso o professor terá que buscar trabalhar esse contexto de estatística e probabilidade pois é uma temática muito importante para o crescimento do aluno.

A BNCC orienta-se pelo pressuposto de que a aprendizagem em Matemática está intrinsecamente relacionada à compreensão, ou seja, à apreensão de significados dos objetos matemáticos, sem deixar de lado suas aplicações.

A BNCC traz em suas propostas uma perspectiva de abordagem dinâmica dos conteúdos estatísticos desde os anos iniciais do ensino fundamental até os anos finais do ensino médio, e destaca a importância do conteúdo de medidas de tendência central (Média, Moda e Mediana) para cotidiano do aluno.

Com relação ao Ensino Fundamental, nos anos finais, tem uma grande expectativa que os alunos saibam planejar e construir relatórios de pesquisas estatísticas descritivas, incluindo medidas de tendência central.

Ressalta que as medidas de tendência central estão dentro do campo de estudo da estatística, e tem como meta que os discentes desenvolvam as habilidades estatísticas, como a leitura, interpretação e resumo de informações que tornem um indivíduo, futuramente com a capacidade de agir consciente e criticamente diante das questões da atualidade, preparando-o para uma formação que proporcione capacidade de análise de dados, com o auxílio de medidas de tendência central.

## 5 METODOLOGIA DA PESQUISA

Estruturalmente, a pesquisa pretende abordar uma proposta de forma qualitativa, tendo em vista a investigação dos dados de acordo com o que foi respondido no questionário e assim chegar a uma conclusão. Segundo Godoy (1995, p.6), A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como instrumento fundamental.

A pesquisa teve como objetivo analisar a aprendizagem dos alunos do 8º ano do ensino fundamental dos anos finais. Foi elaborado um teste diagnostico com questões contextualizadas com o futebol com objetivo de identificar as principais dificuldades dos alunos na temática de média, moda e mediana.

Escolhemos as questões abertas porque eles poderiam responder com sua própria linguagem e expressar com liberdade o que eles entenderam, segundo Gil (2008, p.141), o questionário com questões abertas “[...]possibilita ampla liberdade de resposta”, ou seja o pesquisado tem a liberdade de responder conforme seu conhecimento, mas ao mesmo tempo ele faz uma ressalva que “[...]nem sempre as respostas oferecidas são relevantes para as intenções do pesquisador” porque nem sempre teremos a resposta que esperamos do pesquisado.

Para nossa análise adotamos Lopes, Corral e Resende (2012) em relação às Medidas de Tendência Central e as Propriedades da média segundo Strauss e Bichler (1988).

Strauss e Bichler (1988) levantam sete propriedades da média, que são as seguintes: a média está localizada entre os valores extremos; a soma dos desvios a partir da média é zero; a média é influenciada por cada um e por todos os valores; a média não necessariamente coincide com um dos valores que a compõem; a média pode ser um número que não tem um correspondente na realidade física; o cálculo da média leva em consideração todos os valores inclusive os nulos e os negativos; a média é um valor representativo dos dados a partir dos quais ela foi calculada. Em termos espaciais, a média é o valor que está mais próximo de todos os valores. Dentre esses invariantes, só não foi manipulado o que versa sobre a soma dos desvios a partir da média é zero.

A escola escolhida foi a Escola Municipal Vicente Ferreira da rede municipal da cidade de Bezerros-Pe, no distrito de Boas Novas. Um dos motivos de ter escolhido foi que sou professor dessa escola, logo tive a flexibilidade para a atividade ser aplicada sem nenhum problema.

Nosso questionário foi aplicado no dia 7 de maio de 2019 no turno da tarde. O tempo de aplicação foi de 1 hora e 30 minutos. Na turma do 8º ano com 35 alunos que estavam presentes no dia de um total de 36 alunos.

Para coleta de dados aplicamos um questionário com 5 atividades, todas as 5 de autoria própria, cada questão foi pensada nos objetivos de nossa pesquisa.

A atividade I teve como objetivo compreender que a média pode ser um número não coincidente com a realidade física da informação.

A atividade II teve como objetivo resolver problemas envolvendo uma tabela de campeonato brasileiro, identificar as colunas da tabela. Compreender que a média é influenciada por cada um e todos os valores apresentado.

A atividade III teve como objetivo resolver problemas envolvendo uma tabela de classificação da fase de grupo da Liga dos Campeões da UEFA, inferindo conclusões a partir do cálculo de medidas de tendência central. Identificar que é uma tabela de dupla entrada e reconhecer que o cálculo da média leva em consideração todos os valores inclusive os nulos e os negativos.

A atividade IV teve como objetivo resolver problemas a partir de uma tabela de dupla entrada sobre algumas características de alguns jogadores da seleção brasileira que participaram da copa do mundo da Rússia, a partir do cálculo de média, moda e mediana. Compreender que a média está localizada entre os valores extremos.

A atividade V teve como objetivo analisar a tabela com o desempenho das 3 jogadoras, nas 3 competições e compreender que a média das 3 jogadoras são iguais. Identificar qual seria a melhor para ser contratada.

## A seguir temos um quadro de Atividades X Propriedades

Atividades	Propriedades
Segundo o Datafolha, Rogério Ceni faz, em média, 2,8 defesas por partida. Explique se essa informação tem sentido:	Propriedade - P5 A média pode ser um número que não tem correspondente na realidade física;
O comentarista de futebol da rede Globo Caio Ribeiro falou que o São Paulo teve uma média melhor de pontos do que a do Palmeiras. Explique se essa informação está correta ou errada, sem fazer cálculo:	Propriedade – P3 A média é influenciada por cada um e por todos os valores;
Qual foi a média dos pontos desses 4 times?	Propriedade – P6 O cálculo da média leva em consideração todos os valores, inclusive os nulos e os negativos:
Um colega calculou a média das idades dos jogadores e encontrou a média de 21 anos. Explique, sem precisar fazer cálculos, por que este valor está errado?	Propriedade – P1 A média está localizada entre os valores extremos;

Fonte: autor, 2019.

## QUESTIONÁRIO

## TESTE DIAGNÓSTICO

## Medidas de Tendência Central

## ATIVIDADE I



Fonte: Quatrolinhas, 2018

Segundo o Datafolha, Rogério Ceni faz, em média, 2,8 defesas por partida. Explique se essa informação tem sentido:

## ATIVIDADE II

OBSERVE OS 5 PRIMEIROS COLOCADOS DO CAMPEONATO BRASILEIRO DE 2018:

Time	Pontos	Número de jogos	Vitórias	Empates	Derrotas
 Palmeiras	80	38	23	11	4
 Flamengo	72	38	21	9	8
 Internacional	69	38	19	12	7
 Grêmio	66	38	18	12	8
 São Paulo	63	38	16	15	7

Fonte: autor, 2019.

RESPONDA AS ALTERNATIVAS ABAIXO DE ACORDO COM A TABELA ACIMA:

- Qual foi o time campeão do campeonato brasileiro?
- Qual foi o time que mais perdeu?
- Quais foram os times que tiveram uma pontuação inferior a 70 pontos?
- Qual foi o time que mais empatou?
- O comentarista de futebol da rede Globo Caio Ribeiro falou que o São Paulo teve uma média melhor de pontos do que a do Palmeiras. Explique se essa informação está correta ou errada, sem fazer cálculo:
- Qual foi o time que mais teve vitória?
- Qual time ficou em 3º lugar?
- Qual foi o número que mais se repetiu entre vitórias e empates?

### ATIVIDADE III

Observe a tabela de classificação da fase de grupo da Liga dos Campeões da UEFA do grupo E:

Time	Pontos	Número de jogos	Vitórias	Empates	Derrotas
 Bayern	14	6	4	2	0
 Ajax	12	6	3	3	0
 Benfica	7	6	2	1	3
 AEK Atenas	0	6	0	0	6

Fonte: autor, 2019.

- Qual foi a média dos pontos desses 4 times?
- Qual foi a moda do número de derrotas dos times?
- Qual foi a mediana em relação a pontuação dos times?

#### ATIVIDADE IV

- A seleção brasileira de futebol disputou a Copa do Mundo de Futebol Masculino de 2018 na Rússia.

Alguns atletas da seleção brasileira de futebol que disputaram a Copa do Mundo da Rússia



Atleta	Altura (m)	Idade(anos)	Massa(kg)
Alisson	1,93	25	85
Marcelo	1,74	30	67
Miranda	1,86	33	78
Thiago Silva	1,83	33	77
Casemiro	1,84	26	81
Coutinho	1,71	25	61
Fernandinho	1,77	33	67
Firmino	1,81	26	74
Gabriel Jesus	1,75	21	67
Neymar	1,74	27	59

Fonte: autor, 2019.

- Qual é a média de idade destes atletas?
- Considerando a média aritmética obtida anteriormente, quantos jogadores tem a idade acima da média e quantos têm idade abaixo da média?
- Determine a moda e a mediana das massas dos jogadores.
- Um colega calculou a média das idades dos jogadores e encontrou a média de 21 anos. Explique, sem precisar fazer cálculos, por que este valor está errado?

## ATIVIDADE V



Fonte: Cardoso Júnior, 2019.

Observe abaixo o rendimento de gols de três jogadoras de futebol durante a disputa de três competições.

Cada uma jogou todos os jogos de cada competição.

Nome	Copa do Brasil (Gols)	Campeonato regional (Gols)	Copa da Libertadores (Gols)
Cristiane	8	6	4
Eduarda	6	6	6
Formiga	4	6	8

Fonte: autor, 2019.

Se você fosse um(a) treinador(a) e tivesse que contratar apenas uma jogadora. Qual delas você escolheria e por que?

## 6 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Nossa pesquisa foi realizada em uma escola municipal na cidade de Bezerros-PE, em uma turma do oitavo ano do ensino fundamental dos anos finais. A turma tem 36 alunos desses 35 estavam presentes no dia que o questionário foi aplicado. Nossa atividade foi desenvolvida para tentar descobrir como está o conhecimento sobre medidas de tendência central desses alunos, foram cinco atividades a serem resolvidas. Quando nos referimos a alunos, iremos utilizar a sigla A1 para aluno 1, A2 para aluno 2, A3 para aluno 3, ..., A36.

A seguir na figura 1 é apresentada a primeira atividade do questionário, essa atividade foi elaborada com intuito de analisarmos se os alunos compreendem a propriedade - P5 da média aritmética que pode ser um número não coincidente com a realidade física da informação.

Figura 1: Primeira Atividade

### ATIVIDADE I



Fonte: Quatrolinhas, 2018.

**Segundo o Datafolha, Rogério Ceni faz, em média, 2,8 defesas por partida. Explique se essa informação tem sentido:**

Fonte: autor, 2019.

Na Tabela 1 apresentamos os resultados alcançados pelos alunos referentes a primeira atividade

Tabela 1 - Distribuição dos alunos e porcentagem quanto ao tipo de resposta da primeira atividade

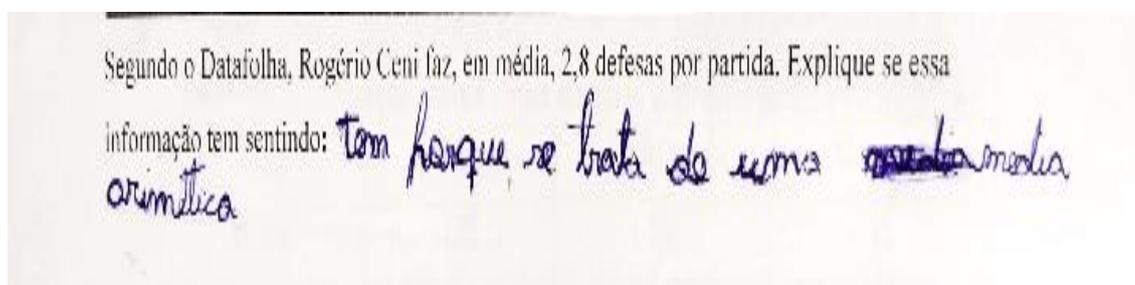
<b>Tipos de Respostas</b>	<b>Alunos</b>	<b>Porcentagem</b>
<b>Responde adequadamente a questão</b>	2	5,7 %
<b>Responde inadequadamente a questão</b>	17	48,6%
<b>Não responde a questão</b>	16	45,7 %

Fonte: autor, 2019.

Nessa primeira atividade observamos que apenas dois alunos responderam adequadamente. Dezesete responderam inadequadamente, e dezesseis não responderam. Com a análise dos dados obtidos percebemos aqui a grande dificuldade dos alunos na compreensão da propriedade – P5 da média onde se diz que a média pode ser um número que não tem correspondente na realidade física. Por tanto tem esse número baixo de respostas adequada nessa primeira atividade.

Temos abaixo a resolução de alguns alunos da primeira atividade

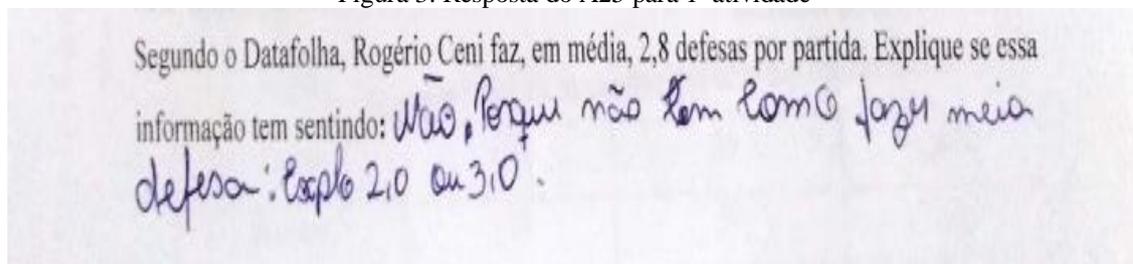
Figura 2: Resposta do A1 para 1ª atividade



Fonte: O autor, 2019.

O A1 respondeu de uma maneira que dá para percebermos que ele deve ter uma noção básica das propriedades da média aritmética. Segundo Strauss e Bichler (1988), a média pode ser um número que não tem correspondente na realidade física;

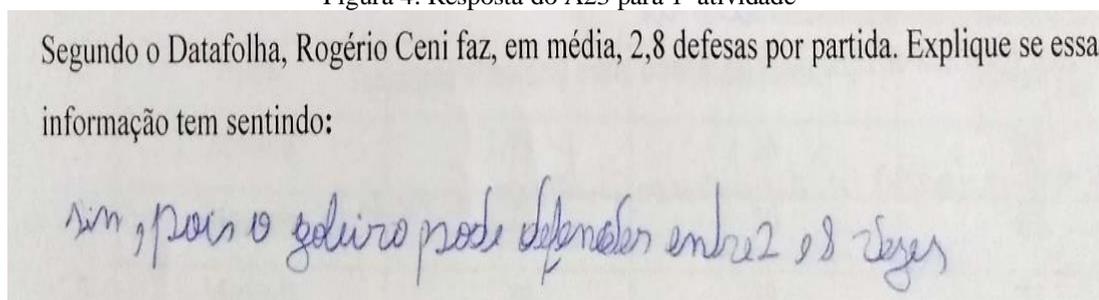
Figura 3: Resposta do A25 para 1ª atividade



Fonte: O autor, 2019.

O A25 respondeu falando que não teria sentido tanto a sua opinião que um goleiro não pode fazer meia defesa ou algo do tipo, e apresentou o exemplo do que poderia ser possível com 2,0 ou 3,0. Logo percebemos que ele não tem a noção sobre a propriedade da média.

Figura 4: Resposta do A23 para 1ª atividade



Fonte: O autor, 2019.

O A23 ressalta que tem entendido que a representação de 2.8 defesas pode ser que o goleiro defende entre 2 e 8 vezes, mas não compreende a propriedade da média aritmética.

Os alunos podem ter uma noção da definição de média aritmética e saibam até como calcular a média, mas quando é apresentada alguma representação relacionada a estatística no seu cotidiano eles não compreendem o que realmente está sendo mostrado.

Com relação a essa primeira atividade podemos concluir que a maioria dos alunos tenham um conhecimento básico sobre média aritmética, mas não tem o conhecimento adquirido das propriedades da média, logo eles não compreendem a média de 2,8 defesas por partida ou uma média de filhos de 2,5 filhos e entre outros exemplos, pois eles não tem o domínio da propriedade – P5, que é a propriedade que a média pode ser um número que não tem correspondente na realidade física; segundo Strauss e Bichler (1988).

A seguir na figura 5 é apresentada a segunda atividade do questionário, essa atividade foi elaborada com intuito de analisamos se os alunos conseguem resolver problemas envolvendo uma tabela, identificar as colunas da tabela e compreende a propriedade – P3 da média aritmética. Compreender que a média é influenciada por cada um e todos os valores apresentado.

Figura 5: Segunda Atividade

ATIVIDADE II OBSERVE OS 5 PRIMEIROS COLOCADOS DO CAMPEONATO BRASILEIRO DE 2018:

Time	Pontos	Número de jogos	Vitórias	Empates	Derrotas
 Palmeiras	80	38	23	11	4
 Flamengo	72	38	21	9	8
 Internacional	69	38	19	12	7
 Grêmio	66	38	18	12	8
 São Paulo	63	38	16	15	7

RESPONDA AS ALTERNATIVAS ABAIXO DE ACORDO COM A TABELA ACIMA:

- Qual foi o time campeão do campeonato brasileiro?
- Qual foi o time que mais perdeu?
- Quais foram os times que tiveram uma pontuação inferior a 70 pontos?
- Qual foi o time que mais empatou?
- O comentarista de futebol da rede Globo Caio Ribeiro falou que o São Paulo teve uma média melhor de pontos do que a do Palmeiras. Explique se essa informação está correta ou errada, sem fazer cálculo:
- Qual foi o time que mais teve vitória?
- Qual time ficou em 3º lugar?
- Qual foi o número que mais se repetiu entre vitórias e empates?

Na Tabela 2 apresentamos os resultados alcançados pelos alunos referentes a segunda atividade.

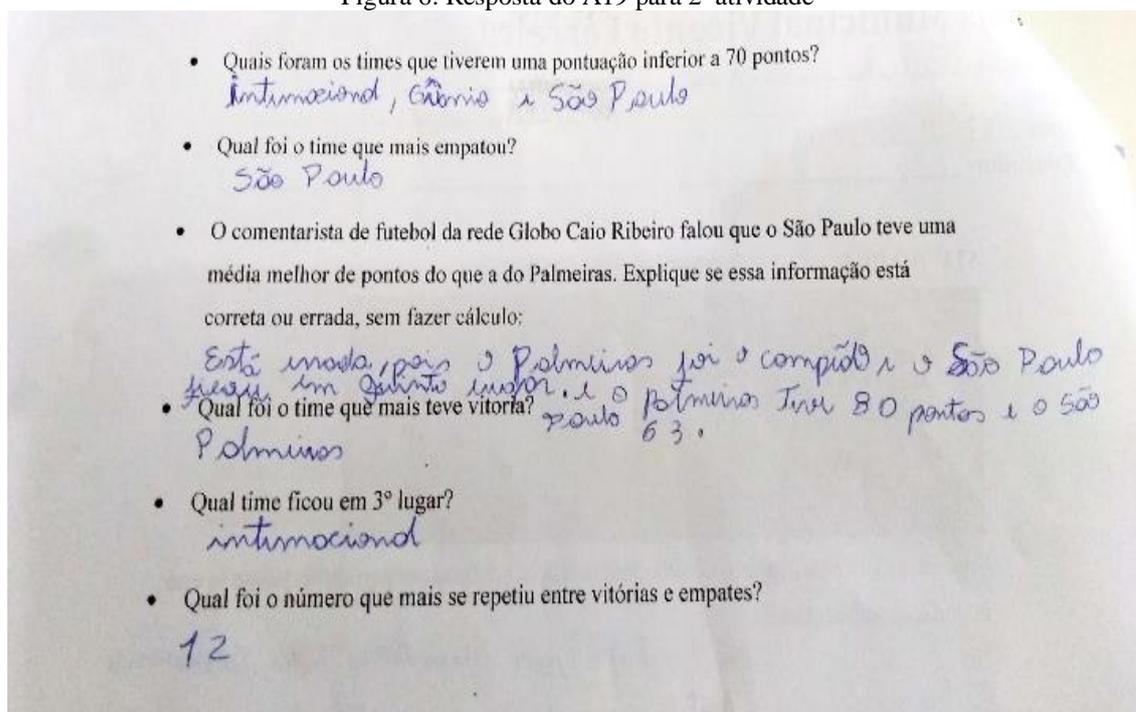
Distribuição dos alunos e porcentagem quanto ao tipo de resposta da segunda atividade:

<b>Tipo de Resposta</b>	<b>Alunos</b>	<b>Porcentagem</b>
<b>Responde corretamente a questão</b>	9	25,7%
<b>Responde parcialmente a questão</b>	22	62,9 %
<b>Responde incorretamente a questão</b>	2	5,7%
<b>Não responde a questão</b>	2	5,7%

Fonte: O autor, 2019.

Temos abaixo a resolução de alguns alunos da segunda atividade

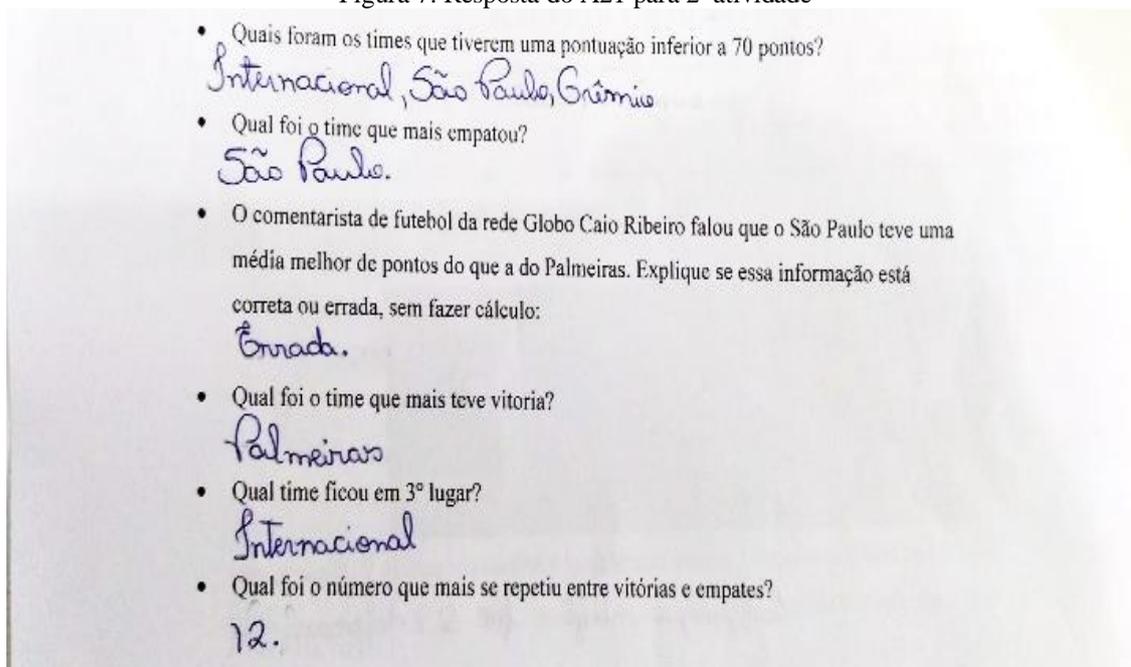
Figura 6: Resposta do A19 para 2ª atividade



Fonte: O autor, 2019.

O A19 respondeu de maneira correta, tendo um domínio sobre compreensão da tabela, e compreende a relação que a média é influenciada por cada um e todos os valores apresentado. Assim podendo afirmar que o time que foi campeão não poderia ter uma média inferior ao time que ficou em 5º lugar.

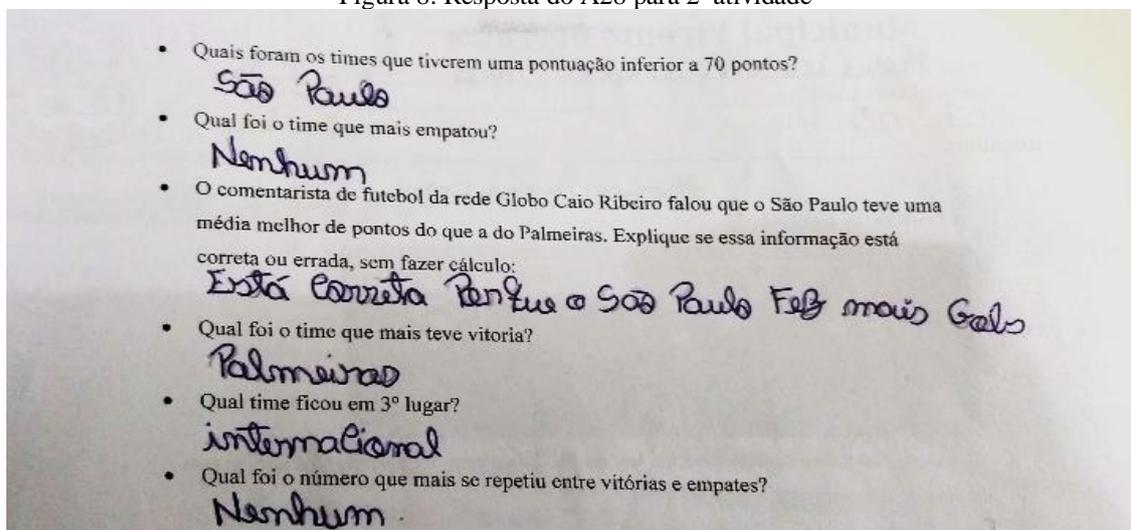
Figura 7: Resposta do A21 para 2ª atividade



Fonte: O autor, 2019.

O A21 respondeu de maneira parcialmente, deu para perceber que ele tem a habilidade de analisar a tabela de maneira correta, mais não deu a justificativa onde foi pedido. Ele afirmou que estava errado o que o comentarista falou mais não disse o porquê.

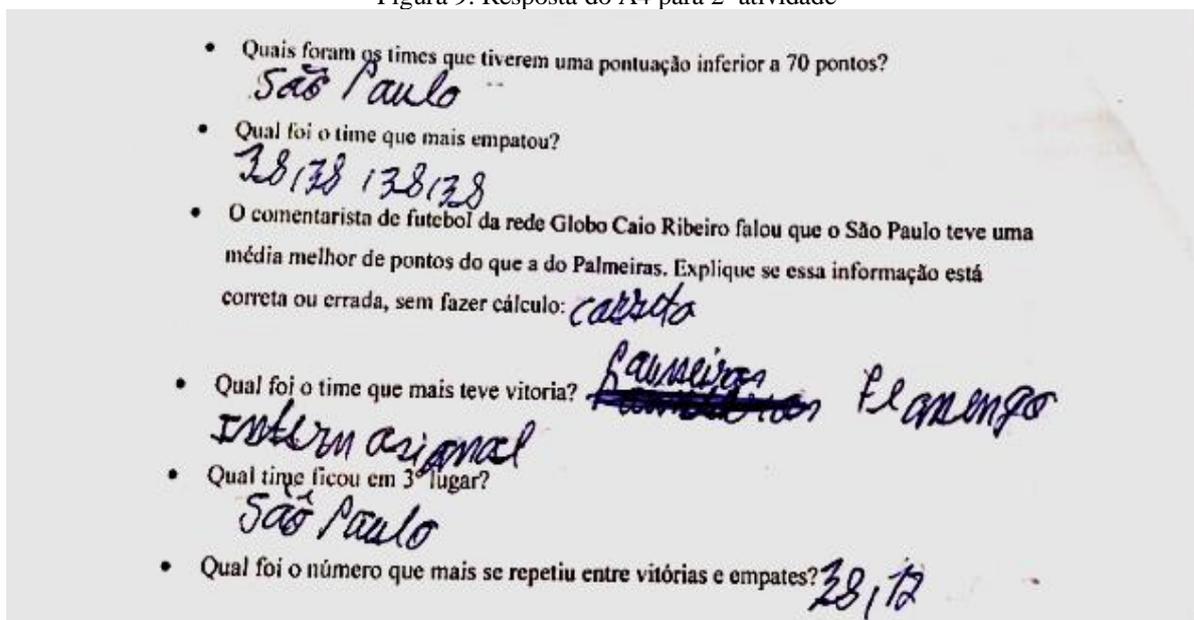
Figura 8: Resposta do A28 para 2ª atividade



Fonte: O autor, 2019.

O A28 podemos observar em sua resposta que apresenta bastante dificuldade na interpretação da tabela, onde ele se confundiu com os valores apresentados na tabela e assim errou quase todos os itens, no item que pedia pra falar se estava certo ou errado a fala do comentarista em relação à média de pontos de dois times, ele falou que estava correto porque o São Paulo fez mais gols, portanto além dele ter dificuldade na interpretação de tabelas ele apresentou a dificuldade de interpretar o enunciado da questão. Dando a entender que como ele tem essa dificuldade ele errou quase toda atividade.

Figura 9: Resposta do A4 para 2ª atividade



Fonte: O autor, 2019.

O A4 respondeu de maneira errada, percebemos que ele não consegue entender os valores que tinham na tabela e nem consegue diferenciar uma coluna para a outra e, além disso, ele respondeu um item de maneira equivocada em que era pra colocar o nome de um time referente a tabela e ele colocou números. Percebemos também que A4 apresenta dificuldade na interpretação do que pede a questão.

Os alunos apresentam um domínio básico quando se trata de fazer uma análise de uma tabela e conseguem entender a variação de dados de uma coluna para outra, entendem os números ordinais e conseguem fazer a comparação de valores.

Com relação a segunda atividade podemos concluir que a maioria dos alunos consegue interpretar a tabela de maneira correta, respondem boa parte dos itens corretamente e compreende a organização dos dados, mais nem todos tem uma noção sobre a propriedade – P3 da média que mostra que a média é influenciada por cada um e todos os valores

apresentado. Percebemos também que alguns alunos apresentam uma dificuldade em entender o que o enunciado solicita.

A seguir na figura 10 é apresentado a terceira atividade do questionário, essa atividade foi elaborada com intuito de analisar se os alunos conseguem resolver problemas envolvendo uma tabela e ter a noção do cálculo de medidas de tendência central. Identificar que é uma tabela de dupla entrada e reconhecer a propriedade - P6 que o cálculo da média leva em consideração todos os valores inclusive os nulos e negativos.

Figura 10: Terceira Atividade

### ATIVIDADE III

Observe a tabela de classificação da fase de grupo da Liga dos Campeões da UEFA do grupo E:

Time	Pontos	Número de jogos	Vitórias	Empates	Derrotas
 Bayern	14	6	4	2	0
 Ajax	12	6	3	3	0
 Benfica	7	6	2	1	3
 AEK Atenas	0	6	0	0	6

- Qual foi a média dos pontos desses 4 times?
- Qual foi a moda do número de derrotas dos times?
- Qual foi a mediana em relação a pontuação dos times?

Na Tabela 3 apresentamos os resultados alcançados pelos alunos referentes a terceira atividade.

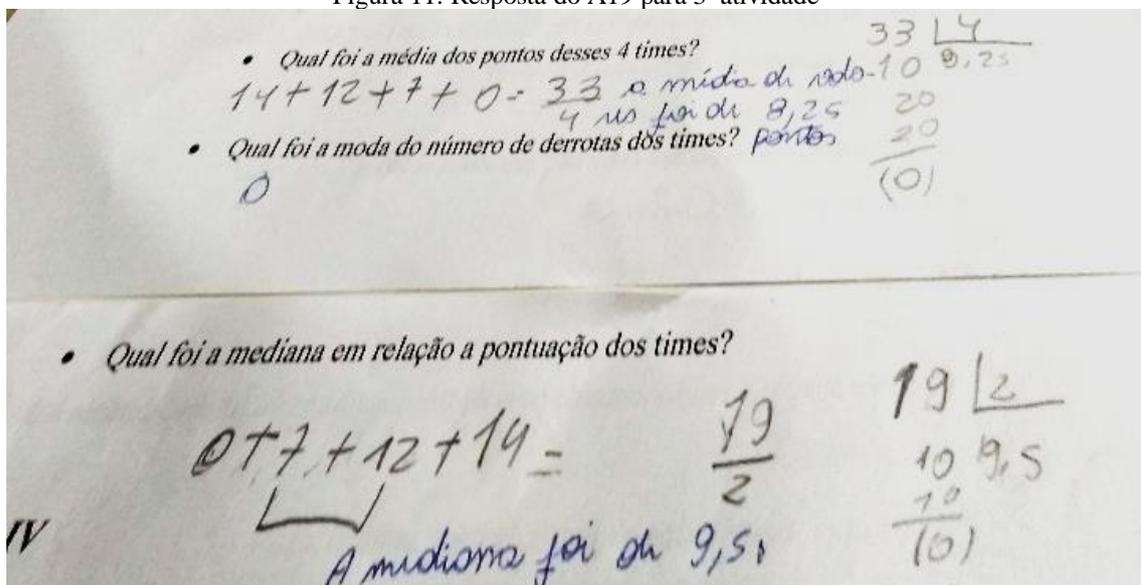
Distribuição dos alunos e porcentagem quanto ao tipo de resposta da terceira atividade

Tipo de resposta	Alunos	Porcentagem
Responde adequadamente a questão	1	2,8 %
Responde parcialmente a questão	17	48,6 %
Responde inadequadamente a questão	17	48,6 %
Não responde a questão	0	0 %

Fonte: O autor, 2019.

Temos abaixo a resolução de alguns alunos da terceira atividade:

Figura 11: Resposta do A19 para 3ª atividade



Fonte: O autor, 2019.

O A19 foi o único que conseguiu responder de maneira adequada apresentando o domínio da interpretação da tabela e dos conceitos de medida de tendência central, onde ele faz o cálculo da média corretamente utilizando até o valor nulo para a chegar a média de pontos do times, fez a divisão corretamente, identificou a moda em relação a coluna de

derrotas e organizou os valores de pontos dos times em ordem crescente. Como tinha quatro valores e é um número par, ele utilizou os dois valores centrais e determinou a média dos pontos e assim encontrou a mediana dos pontos dos times da tabela. Portanto, percebemos que o A19 tem o conhecimento sobre a interpretação de tabelas e de medida de tendência central.

Figura 12: Resposta do A21 para 3ª atividade

• Qual foi a média dos pontos desses 4 times?  

$$M_a = \frac{14+12+7+0}{4} = \frac{33}{4} = 13,25 //$$

• Qual foi a moda do número de derrotas dos times?  

$$M_o = 0 //$$

---

• Qual foi a mediana em relação a pontuação dos times?  

$$M_d = \frac{7+12}{2} = \frac{19}{2} = 9,5 //$$
  

$$c = 0-7-12-14$$

Fonte: O autor, 2019.

O A21 apresenta compreender a interpretação da tabela, o domínio sobre a temática de medida de tendência central, onde fez a organização correta na hora de calcular a média de pontos dos times, colocando até o número nulo, mas cometeu um equívoco quando foi realizar a divisão em que acabou obtendo a média errada de pontos dos times. Identificou a moda de maneira correta e organizou os valores de pontos dos times em ordem crescente e como tinha quatro valores e é um número par ele pegou os dois valores centrais e determinou a média dos pontos, nesse item ele conseguiu fazer a divisão corretamente e assim encontrou a mediana de forma correta. O A21 mostra conhecer e ter domínio sobre o assunto, mas se equivocou na divisão o que não podemos afirmar que sente dificuldade pois no item seguinte ele realiza a divisão de forma correta.

O erro não é necessariamente um indício de fracasso, observa Carvalho (1997) e o seu aparecimento não obrigatoriamente indica que não ocorreu a aprendizagem, ou que houve fracasso do ensino.



O A18 apresentou dificuldade na interpretação da tabela, não mostrou domínio sobre a temática Medida de Tendência central. Assim, respondeu de forma errada a atividade, onde era para calcular a média de pontos dos 4 times ele fez a soma dos valores que tinha na tabela mas descartou os zeros e dividiu por 4 chegando a resposta 2, percebemos que além dele calcular a média de maneira errada ele errou na adição e na divisão. Não conseguiu identificar a moda de maneira correta e a mediana organizou todos os valores da tabela sem os zeros em ordem crescente e decrescente e determinou a mediana de maneira errada. Batanero (2000) afirma que dentro do campo da Estatística, mesmo os conceitos mais simples como os de média e mediana, precisam de um trabalho específico para que os estudantes possam alcançar a compreensão de seus diversos significados.

Com relação a terceira atividade podemos destacar que os alunos têm uma noção básica sobre a temática de medida de tendência central, mas boa parte apresenta uma grande dificuldade em calcular a média. Alguns alunos conseguem armar o cálculo de maneira correta, mas apresenta dificuldade quando vai realizar a divisão, outros alunos descartam o valor nulo, outros alunos não conseguiram nem organizar como se calcula a média. Percebemos que alguns alunos apresentam dificuldade básica das 4 operações. A moda boa parte dos alunos conseguem identificar de maneira correta, quando se trata da mediana alguns alunos conseguem determinar de maneira correta e outros aluno já tem um pouco de dificuldade na organização dos dados e assim determinam a mediana de maneira equivocada, e outros alunos que organizam de maneira correta, mas apresentam dificuldades quando vai fazer a divisão já que é um conjunto de dados par. Uma pequena parte dos alunos chutaram os valores da média, da moda e da mediana sem ter sentido.

A seguir na figura 15 é apresentado a quarta atividade do questionário, essa atividade foi elaborada com intuito de analisar se os alunos conseguem resolver problemas envolvendo uma tabela e ter a noção do cálculo de medidas de tendência central. E compreender a propriedade – P1 que a média está localizada entre os valores extremos.

Figura 15 :Quarta Atividade

**ATIVIDADE IV**

- A seleção brasileira de futebol disputou a Copa do Mundo de Futebol Masculino de 2018 na Rússia.  
Alguns atletas da seleção brasileira de futebol que disputaram a Copa do Mundo da Rússia



Atleta	Altura (m)	Idade(anos)	Massa(kg)
Alisson	1,93	25	85
Marcelo	1,74	30	67
Miranda	1,86	33	78
Thiago Silva	1,83	33	77
Casemiro	1,84	26	81
Coutinho	1,71	25	61
Fernandinho	1,77	33	67
Firmino	1,81	26	74
Gabriel Jesus	1,75	21	67
Neymar	1,74	27	59

- Qual é a média de idade destes atletas?
- Considerando a média aritmética obtida anteriormente, quantos jogadores tem a idade acima da média e quantos têm idade abaixo da média?
- Determine a moda e a mediana das massas dos jogadores.
- Um colega calculou a média das idades dos jogadores e encontrou a média de 21 anos. Explique, sem precisar fazer cálculos, por que este valor está errado?

Fonte: O autor, 2019.

Na Tabela 4, apresentamos os resultados alcançados pelos alunos referentes a quarta atividade.

Distribuição dos alunos e porcentagem quanto ao tipo de resposta da quarta atividade

Tipo de Resposta	Aluno	Porcentagem
Responde corretamente a questão	1	2,8 %
Responde parcialmente a questão	17	48,6 %
Responde incorretamente a questão	14	40 %
Não responde a questão	3	8,6 %

Fonte: O autor, 2019.

Temos abaixo a resolução de alguns alunos da quarta atividade

Figura 16: Resposta do A21 para 4ª atividade

280  
1412  
67  
74  
141

- Qual é a média de idade destes atletas?  

$$\bar{M} = \frac{26+30+33+33+26+25+33+26+27+27}{10} = \frac{280}{10} = 28 //$$
- Considerando a média aritmética obtida anteriormente, quantos jogadores tem a idade acima da média e quantos têm idade abaixo da média?  
 4 acima da média.  
 6 abaixo da média.
- Determine a moda e a mediana das massas dos jogadores.  
 $Mo = 67 //$      $Md = \frac{67+74}{2} = \frac{141}{2} = 70,5 //$
- Um colega calculou a média das idades dos jogadores e encontrou a média de 21 anos.  
 Explique, sem precisar fazer cálculos, por que este valor está errado? Porque não pode ser inferior que o menor número nem superior ao maior número.

$c = 59, 61, 67, 67, 67, 74, 77, 78, 81, 85.$

Fonte: O autor, 2019.

O A21 consegue interpretar a tabela e resolver as situações problemas que estão envolvendo a temática de Medidas de Tendência Central de maneira organizada e correta, lembrando que na atividade anterior o A21 errou um item por conta de uma divisão e já nessa atividade ela fez as divisões correta, dando a entender que ele tem a noção da divisão mas cometeu um equívoco na atividade anterior. Percebemos também, que ele compreende o a propriedade – P1 da média onde que fala que a média está localizada entre os valores extremos.

Figura 17: Resposta do A14 para 4ª atividade

▪ Qual é a média de idade destes atletas?  $26 + 30 + 33 + 33 + 26 + 25 + 33 + 26 + 21 + 27 = \frac{280}{10} = 28$

▪ Considerando a média aritmética obtida anteriormente, quantos jogadores tem a idade acima da média e quantos têm idade abaixo da média?  
 acima da média 4 abaixo da média 4

▪ Determine a moda e a mediana das massas dos jogadores.  
 $21, 25, 26, 26, 27, 30, 33, 33, 33$   
 $\frac{26+27}{2} = \frac{53}{2} = 26,5$       MO = 26 e 33

▪ Um colega calculou a média das idades dos jogadores e encontrou a média de 21 anos. Explique, sem precisar fazer cálculos, por que este valor está errado?  
 porque se for 21 não tem idade abaixo da média

Fonte: O autor, 2019.

O A14 consegue interpretar a tabela e resolver as situações problemas, percebemos que ele compreende a temática de medidas de tendência central, mas cometeu alguns equívocos, na realização da divisão, na compreensão de um enunciado pegando valores de outra coluna e assim ele deu respostas inadequadas. Em relação a propriedade, percebemos que ele não tem o domínio da propriedade – P1 mas apresenta uma resposta em cima da análise da tabela que tem um sentido.

Figura 18: Resposta do A3 para 4ª atividade

▪ Qual é a média de idade destes atletas?  
 $MO = 26 + 30 + 33 + 33 + 26 + 33 + 26 + 21 + 27 = 255$

▪ Considerando a média aritmética obtida anteriormente, quantos jogadores tem a idade acima da média e quantos têm idade abaixo da média?  
 33 e abaixo da média 21

▪ Determine a moda e a mediana das massas dos jogadores.  
 $MO = 85 + 67 + 78 + 77 + 81 + 61 + 67 + 74 + 67 + 59 = 574$

▪ Um colega calculou a média das idades dos jogadores e encontrou a média de 21 anos. Explique, sem precisar fazer cálculos, por que este valor está errado?  
 esse valor não está errado não e por que ele e menor

Fonte: O autor, 2019.

O A3 apresenta dificuldade na interpretação dos enunciados, como ele não compreende o enunciado, logo suas respostas não tiveram sentido. Além disso, o A3 não tem domínio sobre a temática média, moda e mediana, nem tem uma noção sobre as propriedades da média. Assim, sua resposta fora totalmente errada.

Com relação a quarta atividade, podemos destacar que boa parte dos alunos compreende o que é média, moda e mediana, alguns alunos comentem erros triviais por falta

de atenção, por dificuldade nas quatro operações ou em organização de valores. Uma pequena parte dos alunos apresentam uma noção básica da propriedade exigida nessa atividade, alguns têm o domínio dessa propriedade, outros conseguem apresentar resposta partindo do seu conhecimento do cotidiano e outros mostram que não compreenderam de forma alguma a temática de medidas de tendência central. Como aconteceu na outra atividade alguns alunos chutam as respostas de qualquer maneira sem ter sentido algum.

A seguir na figura 19 é apresentamos a quinta atividade do questionário, essa atividade foi elaborada com intuito de analisarmos se os alunos conseguem compreender a partir da tabela que todas as jogadoras têm a média e gols iguais. E assim ele criar uma estratégia para fazer a escolha de apenas uma.

Figura 19 : Quinta Atividade

**ATIVIDADE V**



Fonte: Cardoso Júnior, 2019.

Observe abaixo o rendimento de gols de três jogadoras de futebol durante a disputa de três competições. Cada uma jogou todos os jogos de cada competição.

Nome	Copa do Brasil (Gols)	Campeonato regional (Gols)	Copa da Libertadores (Gols)
Cristiane	8	6	4
Eduarda	6	6	6
Formiga	4	6	8

Se você fosse um(a) treinador(a) e tivesse que contratar apenas uma jogadora. Qual delas você escolheria e por que?

Fonte: O autor, 2019.

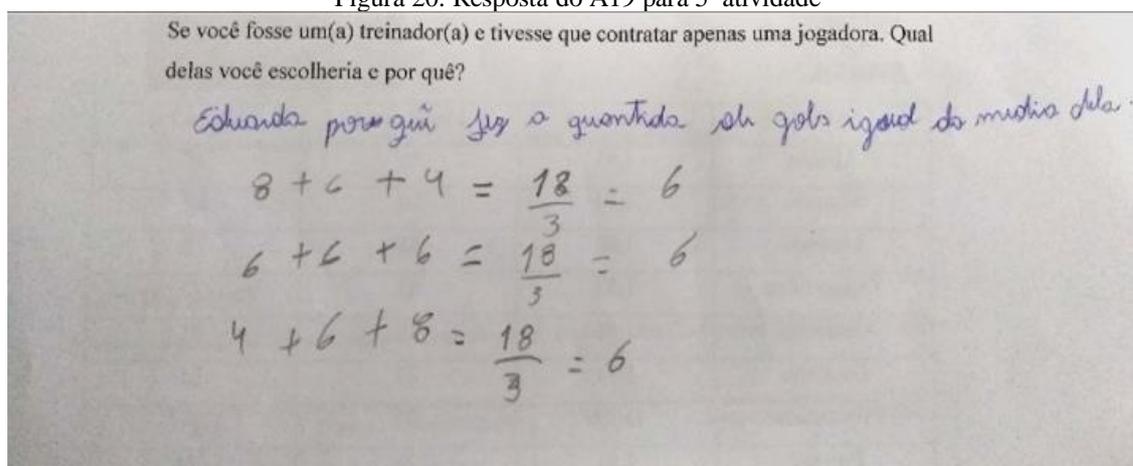
Na Tabela 5 apresentamos os resultados alcançados pelos alunos referentes a quinta atividade.

Distribuição dos alunos e porcentagem quanto ao tipo de resposta da quinta atividade

Tipo de Resposta	Aluno	Porcentagem
Responde adequadamente a questão	13	37,1%
Responde inadequadamente a questão	20	57,2 %
Não responde a questão	2	5,7 %

Fonte: O autor, 2019.

Figura 20: Resposta do A19 para 5ª atividade



Fonte: O autor, 2019.

O A19 criou uma estratégia de calcular a média das 3 jogadoras, para analisar o desempenho de cada uma, mais assim ele percebeu que a média de gols das 3 jogadoras era de 6 gols, então ele escolheu Eduarda porque ela fez o número de gols em todas competições igual à da sua média.

Figura 21: Resposta do A10 para 5ª atividade

Se você fosse um(a) treinador(a) e tivesse que contratar apenas uma jogadora. Qual delas você escolheria e por quê? Formiga porque ele começou com poucos pontos e depois ele mudou seus pontos para ficar mais melhora.

Fonte: O autor, 2019.

O A10 teve uma estratégia diferente não realizou nenhum cálculo e assim não soube que as 3 jogadoras têm média igual. Ele focou só nos valores da tabela e percebeu que Formiga tem um crescente em relação aos campeonatos e assim ela optou por escolher Formiga.

Figura 22: Resposta do A21 para 5ª atividade

Se você fosse um(a) treinador(a) e tivesse que contratar apenas uma jogadora. Qual delas você escolheria e por quê? Formiga, por ser mais experiente.

Fonte: O autor, 2019.

O A21 não realizou nenhum cálculo assim não percebeu que a média das 3 jogadoras eram iguais. Ele apresentou uma escolha bem equivocada, pois não focou nos valores da tabela, além de ter escolhido a Formiga por conta da experiência, mas na tabela não era apresentada as idades.

Figura 23: Resposta do A22 para 5ª atividade

Se você fosse um(a) treinador(a) e tivesse que contratar apenas uma jogadora. Qual delas você escolheria e por quê? Questione ela tem mais desempenho no Campeonato Brasileiro e se des muito bem no regional por isso.

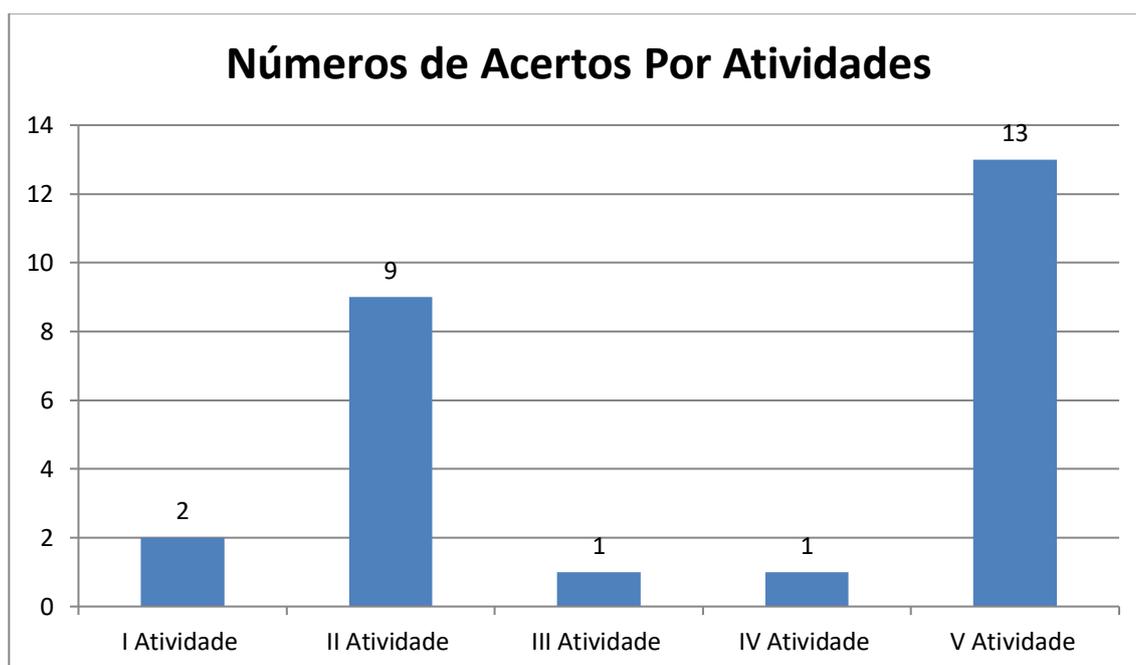
Fonte: O autor, 2019.

O A22 não realizou cálculo e não percebeu que a média das 3 jogadoras seria iguais. Ele teve a escolha por Cristiane por que teve um melhor desempenho na copa do Brasil. O A22 não deu importância a queda de rendimento de Cristiane.

Com relação a quinta atividade podemos destacar que só um aluno fez os cálculos para determinar a média de cada jogadora para realizar a sua escolha, assim ele percebeu que todas tinham a média igual e assim ele criou o seu critério para realizar a escolha. Os outros alunos escolheram sem realizam os cálculos assim foi apresentado diferentes estratégias para a escolha de uma jogadora, alguns apresentam um raciocínio na sua escolha e outros escolheram sem ter uma justificativa concreta. Percebemos que os alunos não têm uma visão crítica nesse contexto da estatística.

A seguir será apresentamos um gráfico com o número de acertos por atividades:

Gráfico 1: Percentual dos alunos que acertaram as atividades propostas.



Fonte: autor, 2019.

De acordo com o gráfico apresentado percebemos o pequeno índice de acerto nas atividades propostas. Os resultados apontam para uma grande dificuldade dos alunos em relação a temática de Medidas de Tendência Central.

Podemos observar que os alunos apresentaram dificuldade em interpretar tabelas, compreender o que a atividade propõe, dificuldade em organizar os dados apresentados em tabelas, em realizar divisões, ou seja, estão apresentando dificuldades de noções básicas do conhecimento que era para ser construídos em séries anteriores.

Vale ressaltar que os estudantes se dedicaram nas resoluções das atividades que exigiam os conhecimentos das medidas de tendência central e suas propriedades.

Outro fato importante que devemos salientar é que a maioria dos alunos não apresentam domínio sobre algumas propriedades da média, foi nítido a falta de conhecimento das sete propriedades da média de Bichler (1988) que adotamos para dar embasamento no nosso trabalho. Partindo desse pressuposto é importante refletir sobre como os estudantes compreenderam e interpretaram a média a partir dos diferentes tipos de problemas propostos.

Segundo Lopes, Corral e Resende (2012) com a utilização de um jogo na temática de medidas de tendência central os estudantes demonstraram uma evolução singular e conjunta dos conceitos trabalhados. Já nossa pesquisa com a contextualização do futebol não teve um bom aproveitamento dos alunos ao responderem as atividades, demonstram uma grande dificuldade em compreender a essência do conteúdo.

Percebemos que os alunos não tem o conhecimento prévio das propriedades da média, por tanto houve a grande dificuldade de resolver as atividades propostas, com isso fica evidente o porquê o índice de acertos foi baixo.

Foi perceptível que a propriedade que uma parte dos alunos apresentaram uma noção básica foi a propriedade P3- onde fala que a média é influenciada por cada um e por todos os valores. Entretanto, ficou claro que com as atividades propostas, os alunos tiveram grandes dificuldades nas propriedades P1, P5 e P6.

Onde a propriedade P1- ressalta que a média está localizada entre os valores extremos, a propriedade P5- traz que a média pode ser um número que não tem correspondente na realidade física e a propriedade P6- mostra que o cálculo da média leva em consideração todos os valores, inclusive os nulos e os negativos.

Vale destacar que embora as Medidas de Tendência Central pareçam aparentemente simples, mas não são, houve uma grande dificuldade em os alunos conseguirem atingir as habilidades propostas em cada atividade.

É válido reforçar a importância da estatística em relação a educação básica, que seus conceitos estejam presentes no currículo de Matemática e que esses conceitos sejam realmente trabalhados em sala de aula.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento do presente estudo, que teve embasamento nos conceitos de Strauss e Bichler (1988), possibilitou uma análise do nível de conhecimento dos alunos do ensino fundamental II de uma escola pública da rede municipal a respeito das medidas de tendência central, bem como seus pontos fortes de domínio e onde se localizavam suas maiores dificuldades na resolução de atividades. Essas por sua vez, foram contextualizadas com o futebol. Isso porque, é um assunto recorrente nos corredores escolares, tornando interessante intercalar moda, média e mediana com o cotidiano do estudante. Além disso, é importante sempre frisar que a matemática é um elemento presente ao nosso redor, inclusive no esporte preferido dos brasileiros, o futebol.

Tornou-se evidente que, contextualizar o assunto didático com temáticas reais, desperta nos estudantes um interesse que não havia quando lhes eram somente apresentadas fórmulas para resolução de problemas aleatórios e, de certa forma, distantes de suas realidades. Também foi verificado que, o problema não se limitava apenas a dificuldade no assunto em si, pois muitos dominavam as medidas de tendência central, mas, na interpretação dos enunciados, na execução das quatro operações e na organização dos dados. Além disso, dentre as três medidas, a que mais se mostrou de difícil entendimento entre os discentes foi a média, quando não entendiam seu conceito ou quando havia uma quebra de expectativa, tendo em vista que eles sempre esperavam valores exatos como resposta e quando encontravam, por exemplo, uma média de 2,8 defesas por jogo, não compreendiam o que aquela informação significava e consideravam a resposta inválida. Para Batanero (2000), é necessário experimentar e avaliar métodos de ensino adaptados à natureza específica da estatística dado que nem sempre se podem transferir os princípios gerais do ensino da Matemática.

Essa análise, ampliou nossos conhecimentos sobre o assunto. Enquanto pesquisadores, foi possível identificar e traçar novas formas de trabalhar temáticas da matemática envolvendo o interesse estudantil e compartilhar com profissionais de outra área pontos específicos a serem trabalhados para efetivar o aprendizado do aluno. Para esse, foi perceptível evolução em sua aprendizagem, na forma de encarar a importância de conceitos matemáticos.

O objetivo geral e os objetivos específicos foram alcançados. Um teste diagnóstico foi aplicado na turma do 8º ano, permitindo que fossem averiguados seus desempenho e dificuldades, e aprimorado o nível de saber desses discentes.

Assim, é de suma importância que embora árduas, sejam realizadas novas pesquisas na busca de formas mais didáticas de lecionar, de identificar onde se encontram as dificuldades específicas de cada estudante, de onde vêm as raízes das fragilidades e dificuldades em determinado conteúdo e desmistificar a ideia de que matemática é a disciplina mais difícil, mas, fazê-los compreender que, quando contextualizada é de fácil compreensão, além de que, a matemática deve ser nossa aliada, por estar presente em nosso cotidiano, até mesmo no futebol, como mostra a pesquisa, e não temida e vista como impossível de se aprender.

Ainda assim, há uma dúvida com novas possibilidades de respostas: Se tivesse acontecido um plano de intervenção com essa turma seu índice de desenvolvimento de habilidades teria sido melhor?

Essa pergunta pode ser respondida com uma futura pesquisa.

Esperamos que nosso trabalho tenha contribuído de maneira significativa e possa auxiliar em futuras pesquisas.

## REFERÊNCIAS

- BARROS, Paula; MARTINS, Cristina; PIRES, Manuel Vara. *Moda, Média e Mediana: Perspectivas dos Alunos vs Trabalho dos Professores*. Escola Superior de Tecnologia e de Gestão do Instituto Politécnico de Bragança, Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Bragança. 2009.
- Batanero, C. (2000b). *Hacia dónde va la educación estadística?*. *Blaix*, 15, 2-13.
- BAYER, Arno; BITTENCOURT, Hélio; ROCHA, Josy; ECHEVESTE, Simone. *a estatística e sua história*. Emtea4.doc. 2009.
- BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. *Diretrizes e Bases da Educação Nacional*. Brasília, DF. 1996 \_\_\_\_\_. Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC): Ensino Fundamental*. 2017.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática: ensino de primeira a quarta série*. Brasília: MEC, 1997. 142 p.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática: ensino de quinta a oitava séries*. Brasília: MEC, 1998. 148 p.
- BURIASCO, R. L. C., CYRINO, M. C. C. T.; SOARES, M. T. C. (2004, julho). *Um estudo sobre a construção de um manual para correção das provas com questões abertas de matemática – AVA2002*. In: Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática, Educação Matemática: um compromisso social, Recife, PE, Brasil.
- CAZORLA, I. M. *A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos*. Tese (Doutorado) Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002.
- CHAVANTE, Eduardo Rodrigues. *Matemática*. 1ª edição. São Paulo: Editora SM, 2015.
- DAMIN, Willian; JUNIOR, Guataçara dos Santos; PEREIRA, Rudolph dos Santos Gomes. *O conceito de média aritmética nos anos finais do ensino fundamental*. BoEM, Joinville, v.4. n.6, p. 48-68, jan./jul. 2016.
- EUGÊNIO, Robson da Silva; CARVALHO, Liliane Maria Teixeira Lima de; MOTEIRO, Carlos Eduardo Ferreira. *média aritmética em diferentes situações: identificando níveis de interpretação de estudantes do ensino fundamental*. Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v.18, n.3, pp.1183-1201, 2016.
- FAZENDA, I. (org.) *Práticas interdisciplinares na escola*. São Paulo: Papyrus, 1994.
- FEIJOO, Ana Maria Lopez Calvo de. *Parte I – Estatística descritiva 4. Medidas de tendência central*. FEIJOO, AMLC. Medidas de tendência central. In: *A pesquisa e a estatística na psicologia e na educação* [online]. Rio de Janeiro: Centro Edelstein de Pesquisas Sociais,

2010, pp. 14-22. ISBN: 978-85-7982-048-9. Available from SciELO Books <<http://books.scielo.org>>.

GIOVANNI, José Ruy; JR, José Ruy Giovanni; BONJORNO, José Roberto; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. *Matemática uma nova abordagem*. 3ª Ed. São Paulo: Editora FTD, 2013.

LEITE, A. P. F. *Estimativa de Medidas de Tendência Central*: uma intervenção de ensino. (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2010.

LOPES, Celi Espasandin. *O ensino de probabilidade e estatística na escola básica nas dimensões do currículo e da prática pedagógica*. Disponível em: <[www.iberomat.uji.es/carpeta/posters/148\\_celi\\_espasandin\\_lopes.doc](http://www.iberomat.uji.es/carpeta/posters/148_celi_espasandin_lopes.doc)> Acesso em: 17 maio. 2018.

LOPES, José Marcos; CORRAL, Renato Sagiorato; RESENDE, Jéssica Scavazini. *O estudo da média, da mediana e da moda através de um jogo e da resolução de problemas*. Revista Eletrônica de Educação. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 2, p. 250-270, nov. 2012. Disponível em <http://www.reveduc.ufscar.br>.

LUNA, Luan Costa de; CARVALHO, José Ivanildo Felisberto de. *“Oi, Quem está olhando minhas estatísticas?” – Uma discussão do desempenho de estudantes da Educação Básica sobre média aritmética*. Amazônia | Revista de Educação em Ciências e Matemática | v.15, n. 33, Jan-Jun 2019. p.151-166.

MAGINA, Sandra; CAZORLA, Irene; GITIRANA, Verônica; GUIMARÃES, Gilda. *Concepções e concepções alternativas de média: Um estudo comparativo entre professores e alunos do Ensino Fundamental*. Educar em Revista, Curitiba, Brasil, n. especial 2, p. 59-72, 2010. Editora UFPR.

SCHREIBER, Karla Priscila; BRAZ, Gabriela; BERTOLUCCI, Cristina Cavalli; SILVA, João Aberto da; PORCIÚNCULA, Mauren. *Níveis de Compreensão do Conceito de Média Aritmética de Adolescentes a partir do Método Clínico-Crítico Piagetiano*. Bolema, Rio Claro (SP), v. 33, n. 64, p. 491-512, ago. 2019.

STRAUSS, S.; BICHLER, E. The development of children's concepts of the arithmetic average. *Journal for Research in Mathematics Education*, Reston, v. 19, n. 1, p. 64 - 80, 1988.