



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO DE MATEMÁTICA – LICENCIATURA

JACIELE HOSANA SANTOS DA SILVA

**DIFICULDADES NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA: Uma
análise das revistas de ensino**

Caruaru

2019

JACIELE HOSANA SANTOS DA SILVA

**DIFICULDADES NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA: Uma
análise das revistas de ensino**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática – Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Área de concentração: Ensino de matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Cristiane Arimatéa Rocha.

Caruaru

2019

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Simone Xavier - CRB/4 - 1242

S586d Silva, Jaciele Hosana Santos da.
Dificuldades no ensino e aprendizagem de trigonometria: uma análise das revistas de ensino. / Jaciele Hosana Santos da Silva. – 2019.
39 f. : il. ; il. : 30 cm.

Orientadora: Cristiane de Arimatéa Rocha.
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2019.
Inclui Referências.

1. Trigonometria. 2. Dificuldades de aprendizagem. 3. Periódicos. I. Rocha, ,
Cristiane de Arimatéa (Orientadora). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.)

UFPE (CAA 2019-277)

JACIELE HOSANA SANTOS DA SILVA

**DIFICULDADES NO ENSINO E APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA: Uma
análise das revistas de ensino**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Graduação em
Matemática – Licenciatura da
Universidade Federal de Pernambuco,
como requisito parcial para a obtenção do
título de Graduação em Licenciatura em
Matemática.

Aprovada em: 03/12/2019.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Cristiane Arimatéa Rocha (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Profa. Lidiane Pereira de Carvalho (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. José Jefferson dos Santos (Examinador Externo)
Secretaria de Educação de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por possibilitar o alcance desse sonho. Sem Ele, nada disto seria possível.

Aos professores que tive ao longo da vida, me desafiando e incentivando na constante busca pelo conhecimento e, de forma especial, a orientadora deste trabalho, a professora Dra. Cristiane de Arimatéa Rocha, que me deu a mão e me fez crescer, me guiando pelo caminho do conhecimento.

À minha família, por todo amor, incentivo e por ter compreendido as minhas constantes ausências. Em especial a minha mãe, Hosana Severina Santos da Silva, que sempre fez e faz de tudo por mim, me acompanhando em todos os processos decisivos da minha vida.

Aos meus amigos, que confiaram e me incentivaram para que tivesse êxito nesta caminhada. Em particular a família do LEMAPE e a do NUPEFEC, que contribuíram bastante para a minha formação acadêmica.

RESUMO

Este trabalho de pesquisa analisou as principais dificuldades no ensino e aprendizagem de Trigonometria encontradas em periódicos da área de Ensino de Matemática, e verificou quais os conteúdos específicos de trigonometria e quais as bases teóricas são abordadas nessas pesquisas. A fundamentação teórica constituiu-se da abordagem histórica da trigonometria, das orientações dos documentos curriculares nacionais e de pesquisas que apontam dificuldades no ensino e aprendizagem de trigonometria. A presente pesquisa é de natureza qualitativa, de cunho bibliográfico, e como coleta de dados utilizou-se a plataforma sucupira para encontrar revistas, Qualis A2, com o foco na Área de Ensino. Das revistas selecionadas, utilizou-se a ferramenta de busca para filtrar apenas os artigos que tinham como palavras-chave “trigonometria” e destes foram analisados apenas os artigos com sujeitos. Verificou-se que os conteúdos mais frequentes foram *ciclo trigonométrico* e *razões trigonométricas*. Acerca das bases teóricas notou-se a recorrência de teóricos da didática Francesa – Brousseau (1996), Artigue (1996) e Vergnaud (1990) – e da Teoria de Representação Semiótica de Duval (1993). Constatou-se que a maioria dos artigos analisados teve como sujeitos de pesquisa alunos do ensino médio, e que estes apresentaram dificuldades relacionadas à conceitos trigonométricos e ao uso de tecnologias tradicionais, como o transferidor.

Palavras-chave: Trigonometria. Dificuldades. Ensino-Aprendizagem. Análise de Periódicos.

ABSTRACT

This research work analyzed the main Difficulties in teaching and learning trigonometry found in Mathematics Teaching journals, and verified which specific contents of trigonometry and which theoretical bases are addressed in these researches. The theoretical foundation consists of the historical approach to trigonometry, the orientations of national curriculum documents and research that point out Difficulties in teaching and learning trigonometry. This research is qualitative, bibliographic in nature, and as data collection was used the scupira platform to find journals, Qualis A2, focusing on the Teaching Area. From the selected journals, we used the search tool to filter only articles that had the keywords “trigonometry” and only articles with subjects were analyzed. The most frequent contents were found to be trigonometric cycle and trigonometric ratios. Concerning the theoretical bases, it was noted the recurrence of French didactics theorists - Brousseau (1996), Artigue (1996) and Vergnaud (1990) - and Duval's Semiotic Representation Theory (1993). It was found that most of the articles analyzed had high school students as subjects, and that they had Difficulties related to trigonometric concepts and the use of traditional technologies, such as the protractor.

Keywords: Trigonometry. difficulties. Teaching-learning. Journal Analysis.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Conteúdos de geometria no Ensino Fundamental	15
Quadro 2 –	Competências de matemática do Ensino Médio segundo a BNCC.....	16
Quadro 3 –	Panorama geral dos trabalhos apresentados sobre trigonometria.....	24
Quadro 4 –	Informações sobre os trabalhos científicos.....	31

LISTA DE SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CNE	Conselho Nacional de Educação
DCNEM	Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
EMP	Educação Matemática Pesquisa
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCN-EM	Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
RECM	Revista de Educação, Ciências e Matemática
REnCiMa	Revista de Ensino de Ciências e Matemática
REVEMAT	Revista Eletrônica de Educação Matemática

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
1.1	OBJETIVO GERAL	11
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	11
2	ENSINO DA TRIGONOMETRIA	12
2.1	TRIGONOMETRIA AO LONGO DO TEMPO	12
2.2	DOCUMENTOS CURRICULARES OFICIAIS DO BRASIL E A TRIGONOMETRIA	13
2.3	PRINCIPAIS DIFICULDADES DOS ESTUDANTES EM TRIGONOMETRIA....	18
3	METODOLOGIA	21
4	ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	24
4.1	DESCRIÇÃO DOS TRABALHOS CIENTÍFICOS	25
4.2	ANÁLISE DOS TRABALHOS CIENTÍFICOS	31
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	35
	REFERÊNCIAS	37

1 INTRODUÇÃO

Ultimamente há várias discussões e reflexões sobre o ensino e aprendizagem de trigonometria que perpassam tanto pelas dificuldades epistemológicas dos alunos, quanto pela compreensão dos conceitos trigonométricos, pelos professores, para que possa haver conhecimento.

A palavra trigonometria é “derivada dos termos gregos *trigonom*, que significa triângulo, e *metria*, que significa medida.” (PEREIRA, 2012, p. 30-31). Ao longo do tempo, a trigonometria foi utilizada para resolver problemas envolvendo alturas e ângulos de triângulos retângulos. Atualmente a trigonometria é vista como “o estudo das funções que apresentam gráficos com comportamentos periódicos, ou seja, que representam fenômenos de padrões repetitivos.” (PEREIRA, 2012, p.32).

Apesar de relutar contra a tendência tradicional de ensino, o ensino de Trigonometria ainda é baseado na abstração, em manipulação algébrica, deixando de lado o sentido e a visualização geométrica, prejudicando assim a aprendizagem dos alunos. Daí vem a importância da realização de pesquisas sobre o ensino e aprendizagem de trigonometria para servirem de subsídio para os professores.

A educação matemática é uma grande área de pesquisa educacional, cujo objeto de estudo é a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da matemática, nos diversos níveis da escolaridade, quer em sua dimensão teórica ou prática. (PAIS, 2008, p.10).

Neste campo da Educação Matemática existem as revistas científicas de ensino, contribuem na divulgação de conhecimentos sobre a Educação Matemática. E muito se tem pesquisado sobre o ensino e aprendizagem de trigonometria. O principal objetivo desses periódicos é promover o progresso da ciência e aproximar o que é produzido cientificamente nas universidades e o que é ensinado na educação básica. Partindo dessas discussões, a presente pesquisa possui o interesse de analisar a produção científica na área de ensino de trigonometria em revistas de Educação Matemática e que responda a seguinte problemática: Quais as principais dificuldades no ensino e aprendizagem de trigonometria segundo as pesquisas em Revistas de Educação Matemática? Para respondê-la foi delimitado os seguintes objetivos:

1.1 OBJETIVO GERAL

Investigar as principais dificuldades no ensino e aprendizagem de trigonometria encontrados em periódicos da área de Ensino de Matemática.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Verificar quais os conteúdos específicos de trigonometria são abordados nestes artigos.
- Averiguar as bases teóricas utilizadas nas pesquisas realizadas em trigonometria.

A presente pesquisa parte da coleta de trabalhos publicados em revistas de Educação Matemática, especificamente no ensino de trigonometria, na qual será feita uma análise descritiva desses trabalhos e em seguida uma análise analítica na qual pretende responder as indagações propostas nos objetivos. Para facilitar a leitura deste trabalho apresenta-se a organização dos capítulos da seguinte forma:

O segundo capítulo está relacionado ao referencial teórico, que tem as seguintes divisões: a primeira parte aborda uma perspectiva histórica de como os estudos de trigonometria surgiu; na segunda constam as orientações dos documentos oficiais acerca do conteúdo de trigonometria, e a terceira diz respeito as dificuldades de aprendizagem que os alunos tem acerca da trigonometria.

O terceiro capítulo refere-se aos procedimentos metodológicos que foram aplicados no decorrer desta pesquisa, de forma a apresentar como foi feita a coleta de dados e descrever qual é o tipo de pesquisa.

O quarto capítulo expõe as análises dos dados que foram coletados e discussões dos resultados. É subdividido em *panorama geral dos trabalhos sobre trigonometria, descrição dos trabalhos científicos e análise dos trabalhos científicos*.

Para finalizar, apresenta-se as considerações finais, e o que se pode concluir por meio das contribuições destes artigos sobre o conteúdo de trigonometria para a Educação Básica, formação inicial e continuada.

2 ENSINO DA TRIGONOMETRIA

Neste capítulo será descrito o percurso histórico da trigonometria, para entender a importância que a trigonometria e o motivo de estudá-la. Será feito também um levantamento de como os documentos curriculares oficiais do Brasil orientam esse ensino de trigonometria e que competências esses alunos devem desenvolver ao longo da Educação Básica. Finaliza-se com a descrição das principais dificuldades que os estudantes têm em relação à trigonometria segundo alguns artigos científicos e dissertações.

2.1 TRIGONOMETRIA AO LONGO DO TEMPO

As origens da trigonometria são incertas. Seus primeiros indícios surgem tanto no Egito como na Babilônia. No Egito esse conhecimento era utilizado para construção das pirâmides, que requer inclinações específicas, e para observações das sombras de uma vara, os chamados relógios de sol. Já na Babilônia o interesse pela trigonometria estava atrelado à astronomia e questões relacionadas ao plantio. (COSTA, 2003).

O conhecimento trigonométrico teve o seu desenvolvimento também na China, “no reinado de Chóu-pei Suan-king, aproximadamente 1110 a.C., os triângulos retângulos eram frequentemente usados para medir distâncias, comprimentos e profundidades.” (COSTA, 2003, p. 03).

Na Grécia, surgiram grandes estudiosos que contribuíram para o conhecimento trigonométrico entre eles Thales (625 - 546 a.C.) e Pitágoras (570 - 495 a.C.) com estudos sobre semelhança e o teorema de Pitágoras. Mas foi Hiparco de Nicéia (180-125 a.C.) que se destacou com o que seria a primeira tabela trigonométrica “[...] com os valores das cordas de uma série de ângulos de 0° a 180° , em cuja montagem utilizou interpolação linear. Ele observou que num dado círculo a razão do arco para a corda diminui quando o arco diminui de 180° para 0° . (COSTA, 2003, p. 06). Ele fez a ponte entre a geometria e a astronomia, organizando as observações feitas do céu, fez as tabelas trigonométricas com o intuito de medir triângulos na terra.

Ainda na Grécia, Cláudio Ptolomeu (100-178 d.C.) escreveu uma coleção de treze livros que descreve o modelo Grego do Universo por meio da análise do sol, da lua e dos planetas. Seu objetivo era ter a possibilidade de descrição de fenômenos

naturais, como por exemplo prever eclipses (PEREIRA, 2012). Essa coleção ficou conhecida como *Almagesto*, que significa “o maior” pois os árabes consideraram esta obra como a maior sobre astronomia.

De forma contrária a Ptolomeu, os Hindus escolheram uma forma diferente para apresentar o conhecimento trigonométrico. São textos matemáticos “*Siddantha*” que significa sistemas de Astronomia. Os Hindus não relacionavam as cordas de um círculo com os ângulos centrais correspondentes, mas sim usava a trigonometria baseada na relação entre metade da corda e metade de um ângulo central da circunferência. (PEREIRA, 2012). A partir das contribuições dos Hindus, “[...] as principais funções trigonométricas foram introduzidas e os métodos de tabulação se aperfeiçoaram, particularmente os de interpolação quadrática e linear.” (DA COSTA, 2003, p. 10).

Ao passar do tempo, esse conhecimento foi aprimorado e incluído na educação escolar pelas suas diversas aplicações, como aponta Pedroso

[...] o estudo da respiração humana, que é um fenômeno cíclico, pode ser feito através da modelagem com funções trigonométricas, assim como o estudo da pressão sanguínea e do ciclo menstrual. Pode-se citar ainda outros fenômenos cíclicos que podem ser estudados através de funções trigonométricas, como a oscilação periódica das marés e a variação das temperaturas anuais em determinada região. (PEDROSO, 2012, p. 15)

Tendo em vista de como foi a construção do saber trigonométrico, e das aplicações do mesmo na Educação, será apresentado no próximo tópico quais são as orientações nacionais para o ensino de trigonometria.

2.2 DOCUMENTOS CURRICULARES OFICIAIS DO BRASIL E A TRIGONOMETRIA

As Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM) foi instituída em 2017 pelo Conselho Nacional de Educação (CNE). Dentre outras finalidades esta resolução apresenta as competências e habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular, que, no que diz respeito a organização do itinerário formativo *Matemática e suas tecnologias* aponta que deve ser considerado o

Art. 12 [...] aprofundamento de conhecimentos estruturantes para aplicação de diferentes conceitos matemáticos em contextos sociais e de trabalho, estruturando arranjos curriculares que permitam estudos

em resolução de problemas e análises complexas, funcionais e não-lineares, análise de dados estatísticos e probabilidade, geometria e topologia, robótica, automação, inteligência artificial, programação, jogos digitais, sistemas dinâmicos, dentre outros, considerando o contexto local e as possibilidades de oferta pelos sistemas de ensino. (BRASIL, 2018, p. 07)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é “um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (BRASIL, 2017, p.07). Este documento tem como objetivo desenvolver nos estudantes dez competências gerais para a Educação Básica, a fim de desenvolver conhecimentos e habilidades para convivência em sociedade, uma delas é

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (BRASIL, 2017, p. 09)

Segundo a BNCC “o conhecimento matemático é necessário para todos os alunos da Educação Básica, seja por sua grande aplicação na sociedade contemporânea, seja pelas suas potencialidades na formação de cidadãos críticos, cientes de suas responsabilidades sociais.” (BRASIL, 2017, p. 265). No Ensino Fundamental os alunos devem desenvolver o letramento matemático a fim de estimular a investigação e ao raciocínio lógico.

Falando especificamente do aprendizado de trigonometria, o ensino fundamental está organizado em unidades temáticas: *números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística*. No Quadro 1, na página seguinte, estão dispostos alguns conteúdos que os alunos devem adquirir em *geometria* nos anos finais do Ensino Fundamental segundo a BNCC (BRASIL, 2018).

Com relação às habilidades, nos 6º e 7º e 8º anos do ensino fundamental desenvolvem-se as habilidades de construir e saber classificar os triângulos em relação às medidas dos lados e dos ângulos, saber as condições de existência e soma das medidas dos ângulos internos, além de congruência de triângulos. Apenas no 9º ano do ensino fundamental que é introduzido o conteúdo de trigonometria, exigindo a

demonstração de relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.

Quadro 1 - Conteúdos de geometria no Ensino Fundamental segundo a BNCC

Ano	Objetos de conhecimento
6º	Plano cartesiano; Prismas e pirâmides; Polígonos; Construção de figuras semelhantes; Construção de retas paralelas e perpendiculares, fazendo uso de réguas, esquadros e softwares.
7º	Transformações geométricas de polígonos no plano cartesiano; Simetrias de translação, rotação e reflexão; A circunferência como lugar geométrico; Relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal; Triângulos: construção, condição de existência e soma das medidas dos ângulos internos; Polígonos regulares: quadrado e triângulo equilátero.
8º	Congruência de triângulos e demonstrações de propriedades de quadriláteros; Construções geométricas: ângulos de 90°, 60°, 45° e 30° e polígonos regulares; Mediatriz e bissetriz como lugares geométricos: construção e problemas; Transformações geométricas: simetrias de translação, reflexão e rotação.
9º	Demonstrações de relações entre os ângulos formados por retas paralelas intersectadas por uma transversal; Relações entre arcos e ângulos na circunferência de um círculo; Semelhança de triângulos; Relações métricas no triângulo retângulo; Teorema de Pitágoras: verificações experimentais e demonstração; Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais; Polígonos regulares; Distância entre pontos no plano cartesiano; Vistas ortogonais de figuras espaciais.

Fonte: Autoria própria, 2019

O Ensino Médio “propõe a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental” (BRASIL, 2017, p.527). A BNCC organiza as aprendizagens essenciais por área de conhecimento: *Linguagens e suas Tecnologias*, *Matemática e suas Tecnologias*, *Ciências da Natureza e suas Tecnologias* e *Ciências Humanas e Sociais Aplicadas*, a partir destas áreas do conhecimento são estabelecidas as competências específicas. A área de Matemática e suas Tecnologias aponta que os alunos do ensino médio terão que “Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.),

na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.” (BRASIL, 2017, p.531). O quadro abaixo sintetiza as competências específicas que os alunos de matemática devem desenvolver:

Quadro 2 - Competências de matemática do Ensino Médio segundo a BNCC

Competência 1	Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.
Competência 2	Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.
Competência 3	Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
Competência 4	Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.
Competência 5	Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Fonte: Autoria própria, 2019

Como habilidades relacionadas à trigonometria, o aluno do ensino médio deve ser capaz de

(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos. (BRASIL, 2017, p.536)

Foram elaborados no Brasil os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, em 1997, para melhorar a qualidade da educação. Tem por objetivo nortear o trabalho

docente bem como organizar os ciclos escolares, mostrando as habilidades e competências que os alunos devem atingir em cada ciclo (BRASIL, 1997).

O Parâmetro Curricular Nacional do Ensino Médio – PCN-EM salienta necessário que o ensino de trigonometria “esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos.” (BRASIL, 2000, p.44). A trigonometria promove importantes discussões, especialmente as funções trigonométricas pela vasta aplicabilidade em diversas áreas do conhecimento

o que deve ser assegurado são as aplicações da Trigonometria na resolução de problemas que envolvem medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e na construção de modelos que correspondem a fenômenos periódicos. Nesse sentido, um projeto envolvendo também a Física pode ser uma grande oportunidade de aprendizagem significativa. (BRASIL, 2000, p.44)

Para complementar o PCN-EM, foi criado as orientações curriculares para o ensino médio, que debate a prática docente. Estas orientações salientam que deve ser consolidados alguns conceitos do ensino fundamental “as ideias de congruência, semelhança e proporcionalidade, o Teorema de Tales e suas aplicações, as relações métricas e trigonométricas nos triângulos (retângulos e quaisquer) e o Teorema de Pitágoras”. (BRASIL, 2006, p. 75-76).

O professor deve desempenhar

Um trabalho com a trigonometria, o qual deve anteceder a abordagem das funções seno, cosseno e tangente, priorizando as relações métricas no triângulo retângulo e as leis do seno e do cosseno como ferramentas essenciais a serem adquiridas pelos alunos no ensino médio.” (BRASIL, 2006, p. 73).

Como recomendações para efetivar esse ensino, este documento apresenta algumas orientações

Na introdução das razões trigonométricas seno e cosseno, inicialmente para ângulos com medida entre 00 e 900, deve-se ressaltar que são as propriedades de semelhança de triângulos que dão sentido a essas definições; segue-se, então, com a definição das razões para ângulos de medida entre 900 e 1800. [...] A apresentação das leis dos senos e dos cossenos pode ser motivada com questões relativas à determinação das medidas de elementos de um triângulo. [...] Também é recomendável o estudo da razão trigonométrica

tangente pela sua importância na resolução de diversos tipos de problemas. (BRASIL, 2006, p. 73-74)

Como nos outros documentos oficiais, este documento salienta que “problemas de cálculos de distâncias inacessíveis são interessantes aplicações da trigonometria, e esse é um assunto que merece ser priorizado na escola.” (BRASIL, 2006, p. 74). O documento discorre que no ensino de funções trigonométricas devem

[...] ser entendidas como extensões das razões trigonométricas então definidas para ângulos com medida entre 0° e 180° . Os alunos devem ter a oportunidade de traçar gráficos referentes às funções trigonométricas, aqui se entendendo que, quando se escreve $f(x) = \text{seno}(x)$, usualmente a variável x corresponde à medida de arco de círculo tomada em radianos. As funções trigonométricas seno e cosseno também devem ser associadas aos fenômenos que apresentam comportamento periódico. O estudo das demais funções trigonométricas podem e devem ser colocadas em segundo plano. (BRASIL, 2006, p. 74).

Com base nessas discussões acerca da trigonometria, vamos discorrer sobre como foi feito o trabalho no capítulo a seguir.

2.3 PRINCIPAIS DIFICULDADES DOS ESTUDANTES EM TRIGONOMETRIA

Estudos indicam que os estudantes têm dificuldades de compreender e assimilar os conceitos de trigonometria. Para esta pesquisa, apresentam-se alguns estudos que exponham essas dificuldades.

Dionizio e Brandt (2011) fizeram sua pesquisa a luz da teoria dos registros de representação semiótica, trata-se de uma aplicação de uma atividade de trigonometria com alunos do 2º ano do Ensino Médio. Os pesquisadores constataram que estes alunos têm muita dificuldade em compreender conceitos trigonométricos básicos, pois ou se confundem ao conceitualizar os objetos matemáticos quando apresentados de forma abstrata ou ao utilizarem diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático. Nesta pesquisa constatou que esta dificuldade está relacionada a falta de conceitualização dos objetos matemáticos.

Partindo para o Ensino Superior, Pedroso (2012) constatou em sua pesquisa que as maiores dificuldades relativas aos conceitos trigonométricos que os alunos de Cálculo I tinham eram relacionadas às funções trigonométricas e suas inversas,

identificar a identidade trigonométrica e de interpretar a lei da função. No Ensino Médio, Pedroso (2012) destaca que as principais dificuldades dos alunos eram a respeito: da aplicação das razões trigonométricas na resolução de problemas; de apenas decorar o sinal do seno e cosseno nos quadrantes, sem entender o significado; da falta de entendimento do que é radiano; da falta de associação das semelhanças e diferenças dos gráficos do seno e cosseno além de problemas na resolução de equações trigonométricas.

Oliveira (2006) fez em sua dissertação um estudo de caso com alunos do ensino médio com o intuito de identificar as dificuldades sentidas por professores e alunos durante o ensino de uma sequência de atividades de trigonometria. Expõe como algumas das dificuldades dos alunos a demora ao resolver as atividades; a falta de habilidade para utilizar o material de desenho geométrico e a falta de atitude dos alunos, pois estes trabalham apenas sob o olhar do professor, motivados por uma nota e não pelo interesse na disciplina. Também discorre sobre algumas dificuldades dos professores como, por exemplo, a falta de material na escola, para que o professor construa instrumentos didáticos para os alunos; ações não programadas que interrompem o ritmo da aula e os paradigmas do ensino tradicional que ainda estão enraizados. A mudança da aula tradicional – na qual os alunos estão em silêncio, copiando listas de exercícios – para uma aula construtivista, em que os alunos estão dispostos a fazerem descobertas, faz com que a classe fique um pouco barulhenta causando uma impressão de desordem para outras pessoas que passem em frente a sala.

Hueb e Silva (2016) em sua pesquisa realizam uma análise de questões relativas à Trigonometria provenientes de concursos públicos da Secretaria Estadual de São Paulo, no período de 2008 até 2013. Com isso, levantaram a seguinte questão “Quais são os conhecimentos necessários ao professor de Matemática da rede pública estadual para ensinar noções relativas à Trigonometria na Educação Básica, na perspectiva do currículo oficial e dos concursos públicos destinados à seleção de profissionais para atuar na área?” (HUEBE; SILVA, 2016, p. 279) Em suas análises identificaram que aproximadamente, 76% das questões provenientes de seleções e concursos públicos de Trigonometria referem-se a: Funções Trigonométricas, Teorema de Pitágoras e Relações Trigonométricas e 90% das questões requerem do candidato a mobilização do conteúdo para resolver. Concluíram também que os

contextos utilizados eram em sua maioria ou reais relativos a intramatemática ou artificiais extramatemáticos.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo relatamos os procedimentos adotados na realização desta pesquisa. Primeiramente, trata-se de uma pesquisa qualitativa de cunho bibliográfico, que tem como essência a análise de trabalhos já publicados em periódicos online na área de ensino de matemática. Selecionou-se este método porque ele possibilita a investigação e a sistematização de um tema desejado.

Para a coleta de dados, utilizou-se como fonte para pesquisa a plataforma sucupira¹ para encontrar revistas da área de Ensino, Qualis A2, com o foco na Área de Ensino, e se restringiu para aqueles periódicos que possuíssem a distribuição online para facilitar o acesso. Não contemplamos a Qualis A1 pelo fato de a maioria das revistas serem em língua estrangeira e poucas revistas tinham seus periódicos online gratuito. Feito isto, buscaram-se as classificações de periódicos de quadriênios 2013-2016 localizaram-se 198 revistas A2, dessas apenas quatro revistas que possuíam artigos que versavam sobre Trigonometria: Revista de ensino de ciências e matemática; Revista de educação, ciências e matemática; Educação matemática pesquisa; Revista eletrônica de educação matemática. Destas revistas, utilizou-se a ferramenta de busca para filtrar apenas os artigos que tinham como palavras-chave “trigonometria”. A presente pesquisa investigou apenas os artigos que se referem as dificuldades de aprendizagem de diferentes sujeitos, pois o objetivo geral deste trabalho é investigar as dificuldades que estes sujeitos apresentam no ensino e aprendizagem de trigonometria.

A Revista de Ensino de Ciências e Matemática – REnCiMa [2010-2019]² é uma publicação eletrônica trimestral, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul. O intuito dessa revista é divulgar trabalhos que discutam resultados de pesquisa e experiências didáticas vivenciadas na sala de aula e que visem aprimorar os processos de ensino e de aprendizagem de conteúdos científicos. Os artigos que são aceitos apresentam relatos de pesquisa e trabalhos teóricos e proporcionam reflexões acerca de temáticas relevantes para a busca de avanços na Educação em Ciências e Matemática. Esta revista tem seus periódicos online desde 2010, no entanto encontrou-se apenas um

¹ Plataforma sucupira é uma nova e importante ferramenta para coletar informações, realizar análises e avaliações e ser a base de referência do Sistema Nacional de Pós-Graduação (SNPG)

² Esse intervalo se refere ao período de divulgação da revista on-line

artigo que fale sobre trigonometria, que é *A utilização de applets no geogebra para a aprendizagem da trigonometria no Ensino médio*, publicado em 2016.

A Revista de Educação, Ciências e Matemática – RECM [2011-2019] é um periódico do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências na Educação Básica da Unigranrio (Mestrado), na área de Ensino e com publicação quadrimestral. Destina-se à divulgação de artigos inéditos na área de Ensino das Ciências e Matemática, dando visibilidade aos trabalhos desenvolvidos por pesquisadores e professores do ensino fundamental, médio e superior. Está aberta a artigos em português, inglês e espanhol que apresentem resultados de pesquisas, relatos de experiências e Produtos Educacionais. Tem seus periódicos desde 2011 e no filtro de trigonometria, encontraram-se dois artigos: *Registros de representação semiótica: identificando representações e apreensões no estudo de trigonometria no triângulo retângulo*, publicado em 2019 e o artigo *O uso da história da trigonometria no ensino*, publicado em 2014. Para esta pesquisa analisou-se apenas o último, pois o primeiro trata-se de uma análise a partir de atividades encontradas em livros didáticos, que não se enquadra nos objetivos da nossa pesquisa.

A revista Educação Matemática Pesquisa – EMP [1999-2019], do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP, de regularidade quadrimestral, tem o objetivo de constituir-se em um espaço de divulgação científica da área, em âmbito internacional. Há anos vem contribuindo com esse objetivo e, assim, conseguiu reconhecimento internacional. Sendo considerada excelente na área educacional, dissemina temas contemporâneos – presentes em chamadas de trabalhos e agendas investigativas nacionais ou internacionais recentes - além de trazer interessantes e relevantes questões novas, para o desenvolvimento da área. Esta revista publica seus periódicos desde 1999, e contempla cinco artigos em trigonometria. São eles: *O uso de tecnologias para ensino de trigonometria: estratégias pedagógicas para a construção significativa da aprendizagem* (2010); *Avaliação e currículo: o caso da trigonometria* (2016); *Espaços alternativos de formação: quando graduandos em matemática e professores em exercício compartilham experiências sobre ensino de trigonometria* (2004); *Decisões didáticas e fatores que as influenciam no ensino de razões trigonométricas* (2018); *As ideias envolvidas na gênese do Teorema Fundamental do Cálculo, de Arquimedes a Newton e Leibniz* (2011); *Elementos do processo evolutivo do conceito das funções seno e cosseno: contribuições para uma razão de ser na construção de um PEP* (2019). Estes

últimos não serão considerados para análise por se tratar de artigos de cunho bibliográfico.

A Revista Eletrônica de Educação Matemática - REVEMAT [2006-2019] é uma revista científica do Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM) que visa promover o aprofundamento da investigação sobre temas ligados à epistemologia, à formação de professores e ao ensino e aprendizagem da matemática, com ênfase nas contribuições dos estudos semióticos na aprendizagem de conceitos. Pretende contribuir para o adensamento da pesquisa e difusão de conhecimentos em educação matemática e científica, em permanente articulação com a prática pedagógica escolar. Tem seus periódicos online desde 2006, onde constam seis artigos relacionados à trigonometria: *Contribuições do modelo de Análise Proposicional de Conceitos (APC) para a elaboração e validação de uma sequência didática com abordagem histórico-filosófica* (2017); *Atividades investigativas: possibilidade de ensino de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo na Licenciatura em Matemática* (2016); *Um estudo sobre a noção de esquemas no âmbito da Teoria dos Campos Conceituais* (2013); *Um experimento de ensino sobre periodicidade: fatores relevantes para a aprendizagem* (2019); *Um estudo sobre as expectativas institucionais para o profissional que ensina trigonometria na educação básica* (2016); *A matemática incorporada na construção do quadrante descrito na obra Libros del Saber de Astronomía* (2017). Estes últimos não foram analisados. O primeiro por se tratar de uma pesquisa bibliográfica e documental sobre a análise de questões relativas à Trigonometria provenientes de concursos públicos da Secretaria Estadual de São Paulo, e o segundo apresenta uma forma para construir o quadrante em um quarto do círculo passo a passo.

Para melhor entendimento nas análises, as revistas foram codificadas da seguinte forma: Revista de ensino de ciências e matemática em R1; Revista de educação, ciências e matemática em R2; Educação matemática pesquisa em R3 e Revista eletrônica de educação matemática em R4. O conjunto de trabalhos analisados foram renomeados com o código da revista, a ordem do artigo em sequência alfabética e o ano de publicação do artigo. As informações gerais sobre os trabalhos estão descritas no tópico 4.1 das análises.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Como foi descrito na introdução, este capítulo foi desenvolvido em três etapas. A primeira busca apresentar informações gerais sobre os trabalhos analisados, onde constam: o ano de publicação de cada trabalho, a revista em que os mesmos foram publicados, o título, os autores e suas respectivas instituições de ensino, organizados no Quadro 3.

Quadro 3 - Panorama geral dos trabalhos sobre trigonometria

CÓDIGO	REVISTA	TÍTULO	AUTOR (ES)	INSTITUIÇÃO
R1.A.2016	REnCiMa	A utilização de applets no geogebra para a aprendizagem da trigonometria no ensino médio	PEREIRA, E; GUERRA, E.	UFAL
R2.A.2014	RECM	O uso da história da trigonometria no ensino	LOPES, J; VICTER, E; SOUZA, C.	Unigranrio; IFRJ.
R3.A.2010	EMP	O uso de tecnologias para ensino de trigonometria: estratégias pedagógicas para a construção significativa da aprendizagem	OLIVEIRA, G; FERNANDES, R.	PUC-SP
R3.B.2004	EMP	Espaços alternativos de formação: quando graduandos em matemática e professores em exercício compartilham experiências sobre ensino de trigonometria	NACARATO, A; SANTOS, R.	USF/SP
R3.C.2016	EMP	Avaliação e currículo: o caso da trigonometria	TREVISAN, A; BURIASCO, R.	UTFPR; UNESP.
R3.D.2018	EMP	Decisões didáticas e fatores que as influenciam no ensino de razões trigonométricas	ESPINDOLA, E; LUBERIAGA, E; TRAGALOVA, J.	UFRPE; UCBL.
R3.E.2019	EMP	Uma sequência didática e suas representações: estudo das operações com arcos no ensino médio	FRIZZARINI, S; CARGNIN, C.	UDESC; UTFPR.
R4.A.2016	REVEMAT	Um estudo sobre a noção de esquemas no âmbito da Teoria dos Campos Conceituais	OLIVEIRA, G; GONÇALVES, M.	Não informado
R4.B.2017	REVEMAT	Contribuições do modelo de Análise Proposicional	FIGUEIREDO, H; BATISTA, I.	Não informado

		de Conceitos (APC) para a elaboração e validação de uma sequência didática com abordagem histórico-filosófica		
R4.C.2016	REVEMAT	Atividades investigativas: possibilidade de ensino de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo na Licenciatura em Matemática	PEREIRA, A; MUNHOZ, A; QUARTIERI, M.	Não informado
R4.D.2019	REVEMAT	Um experimento de ensino sobre periodicidade: Fatores relevantes para a aprendizagem	COSTA, N; FIGUEIREDO, S; LLINARES, S.	UNIAN; UEMS; UA.

FONTE: Acervo da pesquisa, 2019.

A segunda etapa trata-se de fazer uma síntese de cada trabalho apresentando os objetivos, as metodologias e os principais resultados. O terceiro momento refere-se a análise destes artigos, evidenciando as principais dificuldades no ensino e aprendizagem de trigonometria observados nestes artigos, além de identificar quais os conteúdos específicos dentro da trigonometria estão sendo pesquisados e quais são os referenciais teóricos foram utilizados por estes pesquisadores.

4.1 DESCRIÇÃO DOS TRABALHOS CIENTÍFICOS

O R1.A.2016 é uma pesquisa que foi motivada pela necessidade de tornar as aulas de trigonometria mais dinâmicas e interativas, que tem como objetivo promover um melhor entendimento dos alunos acerca de trigonometria pelo uso de tecnologias digitais. Tem como problema de pesquisa “como o software Geogebra pode propiciar a aprendizagem dos conceitos fundamentais da trigonometria no Ensino Médio?” Os sujeitos da pesquisa foram 12 alunos do 2º ano B do curso Técnico Integrado de Guia de Turismo de uma escola pública de Marechal Deodoro-AL. Foi feita uma sequência didática com oito Applets (miniaplicações) no software Geogebra juntamente com oito atividades investigativas elaboradas onde os alunos puderam manipular, visualizar, analisar para entender e responder atividades propostas, ao todo foram dez encontros. Como resultados desta pesquisa, os autores destacam que o uso de Applets no ensino de matemática é um recurso didático que torna a aula mais proativa, estimulando os alunos facilitando a compreensão de trigonometria. Após a realização

desta sequência didática, foi criado um blog onde a mesma está disponível para consulta. Como bases teóricas que embasaram esta pesquisa temos a Teoria dos Registros de Representação semiótica de Duval (1993), a Teoria das situações didáticas de Brousseau (1996) e a Engenharia Didática de Artigue (1996).

O R2.A.2014 tem por objetivo investigar como a História da Trigonometria pode se constituir como elemento facilitador da aprendizagem das funções seno e cosseno, por parte de estudantes do ensino médio. Foi feita uma atividade pedagógica com 21 alunos, do primeiro ano do ensino médio, de uma escola pública federal, localizada no município de Nilópolis/RJ, em que a coleta de dados foi um questionário. A base teórica foram artigos, dissertações e livros que falam sobre a história da matemática e história da trigonometria. Os autores falaram da importância da história da matemática e da aprendizagem significativa, atrelado a isso, o questionário feito com os alunos tiveram perguntas do tipo “*Você considera importante conhecer a história da matemática, paralelamente ao estudo de trigonometria, para facilitar a aprendizagem dos conteúdos de trigonometria? Por que?*” (LOPES, J; VICTER, E; SOUZA, C, 2014, p. 20) Como resultados, os autores apontam que o ensino de trigonometria através da História facilita a aprendizagem, aumentando a predisposição para a aprendizagem e trazendo situações que possibilitam a problematização e compreensão dos conceitos, apesar de alguns estudantes não acharem este percurso histórico tão importante para o aprendizado de trigonometria.

O R3.A.2010 objetiva investigar a eficiência de estratégias pedagógicas com tecnologias na construção significativa do conhecimento sobre conceitos iniciais de trigonometria, e, de forma mais específica, sobre seno e cosseno. Para este fim, valeu-se de dois instrumentos distintos, sendo o primeiro com o uso de tecnologias “tradicionais” como o lápis, régua, transferidor e o segundo com o uso de tecnologias digitais, tendo como interface o software Geogebra. A pesquisa foi feita com 12 alunos do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Guaratinguetá, interior de São Paulo e a base teórica foi a teoria da Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, 2003). Como resultados os autores evidenciaram que na atividade sobre a construção do ciclo trigonométrico utilizando lápis, transferidor e papel, os alunos tinham dificuldades para utilizar tais ferramentas. Em relação ao conteúdo, que teve como pretensão de produzir aprendizagem significativa, pareceu surgir consolidada com o emprego da estratégia pedagógica que aproveitou, nas atividades do segundo

instrumento – com a utilização do software Geogebra – os erros cometidos no primeiro, ressignificando-se a partir de nova abordagem, com outras interfaces.

O R3.B.2004 teve como objetivo identificar as concepções que alunos e professores têm do ensino de trigonometria. Foi realizada uma oficina sobre o ensino de trigonometria com 10 licenciandos em Matemática e quatro professores licenciados e atuantes. As reuniões aconteciam semanalmente durante o segundo semestre de 2002, com duas horas cada encontro, houveram momentos de trocas de experiências entre participantes e momentos de trabalho em grupo. As atividades foram limitadas a trigonometria no triângulo retângulo e a 1ª volta do círculo trigonométrico. Foram produzidos registros reflexivos e mapas conceituais – individuais e em grupo, além dos mapas conceituais, a coleta de dados se deu por meio de questionários, diários de campo e material áudio e vídeo-gravado. Como resultados, o primeiro questionário apontou que os participantes da pesquisa possuem um conhecimento limitado de trigonometria. A avaliação das oficinas destacou as questões de leitura e escrita pelo professor de matemática, que revelou que os cursos de Licenciatura não veem privilegiando a leitura e a produção escrita. Com relação aos mapas conceituais, as relações entre os conceitos explorados foram feitas de forma mais complexa. Como considerações os pesquisadores constataram a ampliação das ideias dos participantes, superando a visão tecnicista, chegando a uma compreensão mais abrangente, contextualizada e interdisciplinar da trigonometria, admitindo a importância da História da Matemática para a compreensão. Explanando a importância de formações extracurriculares para o desenvolvimento profissional dos professores.

No R3.C.2016 Os autores começam o artigo falando da importância do currículo e da avaliação para a aprendizagem e propõe a utilização de um instrumento de avaliação (o qual denominaram prova em fases), em aulas de Matemática de uma turma do 2º ano do Ensino Médio de uma instituição pública de ensino, na qual exerciam a profissão de docente. Trata-se de uma pesquisa sobre investigação da própria prática avaliativa. Os pesquisadores apresentam os três níveis de competências propostos por De Lange: nível 1, reprodução; nível 2, conexão e nível 3, análise. Propuseram desenvolver a prova em seis fases e autoanalisaram os itens que compuseram a prova, sobre trigonometria. Foi selecionado um rol de 28 questões típicas, com conteúdos previsto para um semestre letivo, provenientes de livros didáticos e provas anteriores e foram para campo, propiciando aos estudantes

resolvê-las ao longo de um semestre. Nenhuma das 28 questões que compuseram a prova pode ser categorizada como pertencente ao Nível 3, os autores reconhecemos em apenas 4 das questões a possibilidade de diferentes abordagens de resolução, as outras 24 questões da prova pertencem ao Nível 1. Foram destacados na análise que, praticamente todas as questões propostas, envolviam estratégias e procedimentos limitados à memorização e reprodução de algoritmos vistos em aula, tolhendo qualquer possibilidade de os estudantes mostrarem-se como sujeitos ativos de seus processos de aprendizagem.

O R3.D.2018 é um estudo sobre as decisões didáticas de uma professora de matemática, atuante no Ensino médio, em relação ao seu trabalho documental. Particularmente saber sua tomada de decisões didáticas enquanto planeja aula. As bases teóricas das autoras são ADD (GUEUDET; TROUCHE, 2010), o modelo de níveis de MARGOLINAS (2002) e a Teoria antropológica do didático TAD (CHEVALLARD, 1999). Trata-se de um estudo de caso, com metodologia de investigação reflexiva. O acompanhamento do trabalho documental foi durante 2 semanas (10 aulas), com uma professora do 1º ano do Ensino Médio em Recife, sobre razões trigonométricas. O instrumento de coleta de dados foram: entrevistas, representação esquemática do sistema de recursos (RESR), e o jornal de bordo. O sistema de recursos da professora para o ensino de Razões Trigonométricas foi: 3 livros didáticos, 2 sites de internet e anotações pessoais. O ensino conteve cinco tipos de tarefas do gênero “calcular” que teve como maior frequência calcular a medida de um lado do triângulo retângulo e calcular o cosseno e a tangente de um triângulo retângulo.

O R3.E.2019 iniciou a discussão falando sobre os registros de representação semiótica de Duval (1998), como referencial teórico, relacionando com o estudo dos arcos. As autoras levantam a questão de pesquisa “Como potencializar o estudo das operações com arcos para que o aluno transite em diferentes representações?” (FRIZZARINI, S; CARGNIN, C., 2019, p. 318) a fim de respondê-la fazem uma sequência didática sobre operações com arcos envolvendo o software geogebra, para alunos do segundo ano do Ensino Médio. Os alunos fizeram no geogebra a Construção do seno da soma de dois ângulos, o que permitiu ao mesmo tempo a visualização algébrica e gráfica. As autoras concluíram que “uma representação que evidencie a soma de arcos, assim como a conversão de registros, pode favorecer um

melhor entendimento dos objetos com os quais se está operando e explicitando propriedades inerentes aos mesmos.” (FRIZZARINI, S; CARGNIN, C., 2019, p. 325).

O R4.A.2016 começa com os autores falando da importância da compreensão dos docentes acerca do processo de resposta do aluno, pois esta pode conduzir ao entendimento de eventuais erros e/ou obstáculos epistemológicos envolvidos na construção do conhecimento. Desta pesquisa participaram cinco alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II que tinham por tarefa a resolução de duas atividades de trigonometria, além de escrever como raciocinou para resolver cada questão. Esta pesquisa se deu pela Teoria dos Campos Conceituais, em que pretendeu-se analisar os esquemas mobilizados por estudantes na tentativa de resolução destes problemas e, a partir disto, elaborar conjecturas a respeito da aprendizagem dos indivíduos. As questões eram de conteúdos já estudados pelos alunos – razões trigonométricas no triângulo retângulo e inscrição de polígonos regulares em uma circunferência – para verificar a apropriação do conteúdo pelos estudantes. As atividades propostas faziam parte da classe de situações em que os sujeitos não dispõem de todas as competências necessárias pois eram desprovidas de imagens para estimular a construção de cenários. Como conclusões os autores constataram que os alunos mobilizaram diferentes esquemas para resolver os problemas, visto que apresentam invariantes operatórios, regras de ação e algumas inferências. Isto é muito útil pois ajuda o professor a compreender os caminhos percorridos que levaram ao erro e os obstáculos atrelados aos mesmos.

No R4.B.2017 foi construído uma abordagem histórico-filosófica, com alunos de uma escola do Ensino Médio, do ciclo trigonométrico, investigando as relações, adaptações e transposições. Ao desenvolver uma reconstrução histórica da ciência aplicada a Educação Matemática, esta pesquisa tem como questão norteadora “Quais as adequações e transformações necessárias ao ensino de Trigonometria, a partir de uma abordagem histórico-filosófica?” E se faz relevante ao justificar a importância do entendimento dos conceitos trigonométricos na Educação Básica. Foi feita uma sequência didática de trigonometria validada por meio da Análise Proposicional de Conceitos – APC – e fundamentada da Metodologia de pesquisa denominada Engenharia Didática. Os autores puderam analisar as respostas dos 23 alunos, acerca de questões em que estavam implícitos os valores cognitivos da matemática e de questões a fim de saber os conhecimentos dos alunos sobre trigonometria. Nas análises os pesquisadores consideraram o fato de que o aluno explicitar os valores da

matemática significa que houve uma incorporação destes no seu conhecimento, os mesmos valores cognitivos que foram manifestados e evidenciados na sequência didática proposta, numa abordagem histórico-filosófica da trigonometria, concluindo assim, que o instrumento APC contribui para o ensino e aprendizagem de trigonometria.

O R4.C.2016 expõe a dificuldade da compreensão dos conteúdos de trigonometria e levanta a questão norteadora da pesquisa “Quais as conjecturas que emergem de um grupo de alunos de Licenciatura quando envolvido em atividades investigativas de alguns conceitos de trigonometria no triângulo retângulo?” Os autores apontam a Investigação Matemática como uma nova tendência metodológica do ensino, trazendo como referenciais teóricos Ponte, Brocardo e Oliveira (2013). A intervenção pedagógica da pesquisa, que foi desenvolvida com alunos do 2º ano em Licenciatura em matemática, sendo no formato minicurso, ministrado em sete encontros. As atividades investigativas foram realizadas em grupos que socializaram no final de cada encontro os resultados decorrentes das atividades realizadas com a turma e o professor. As atividades propostas tinham o objetivo de promover significação de alguns conceitos trigonométricos no triângulo retângulo e para a coleta de dados, foram feitas observações do desenvolvimento de atividades, filmagens e o diário de campo. Nos três primeiros encontros as atividades abordaram a semelhança entre triângulos. Nos quarto e quinto encontros foram desenvolvidas atividades investigativas em torno dos conceitos de seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo. Nos últimos encontros as atividades voltaram-se para exploração das razões trigonométricas no círculo. Os pesquisadores concluíram que a partir dos registros do estudo, foi perceptível o reconhecimento produtivo dos alunos em relação à metodologia de ensino utilizada. A Investigação Matemática possibilitou observar o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos, bem como permitiu refletir e construir uma nova perspectiva na relação com os conteúdos de Matemática.

O R4.D.2019 trata-se de uma pesquisa-ação que tem como objetivo discutir um experimento de ensino sobre a periodicidade de funções trigonométricas. A pesquisa se desenvolveu em um processo de formação inicial, feito com 16 licenciandos em matemática sobre como os mesmos utilizam a linguagem analítica e a geométrica na caracterização das funções por meio de tarefas utilizando applets no software Geogebra. Para analisar a atividade cognitiva dos estudantes foi utilizada a taxonomia denominada SOLO (*Structure of the Observed Learning Outcomes*) desenvolvida por

Biggs e Collis (1982), que permite conjecturar sobre maneiras de descrever o pensamento matemático, assim como tentar explicar a forma como esse pensamento é transformado ao longo do tempo, ou ao longo do processo de aprendizagem. Em consonância com essa taxonomia, foram feitas três tarefas: caracterização da função trigonométrica; periodicidade de uma função; estender o conceito de periodicidade. Para a investigação foi feita uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem – THA, baseada em Simon e Tzur (2004), sobre funções trigonométricas composta por 12 seções de 50 minutos divididos em quatro módulos. Os autores também abordam no artigo a Teoria das representações semióticas de Duval (1998) dados coletados foram por meio de filmagens, anotações de campo e recolha de documentos. Os autores constataram que as tarefas do experimento de ensino, em momentos diferentes nas ações, apresentaram coordenação dos dois sistemas semióticos: o analítico e o geométrico, com características comuns que indicam que a construção de um conceito é um processo progressivo de extensão a novas situações e de coordenação entre diferentes sistemas semióticos. Concluíram que a formação ofereceu uma estrutura para os licenciandos pensarem e avançarem na aprendizagem conceitual.

4.2 ANÁLISE DOS TRABALHOS CIENTÍFICOS

A seguir, está disposto um quadro com as informações dos referenciais metodológicos e dos conteúdos abordados em cada artigo:

Quadro 4 - Informações sobre os trabalhos científicos

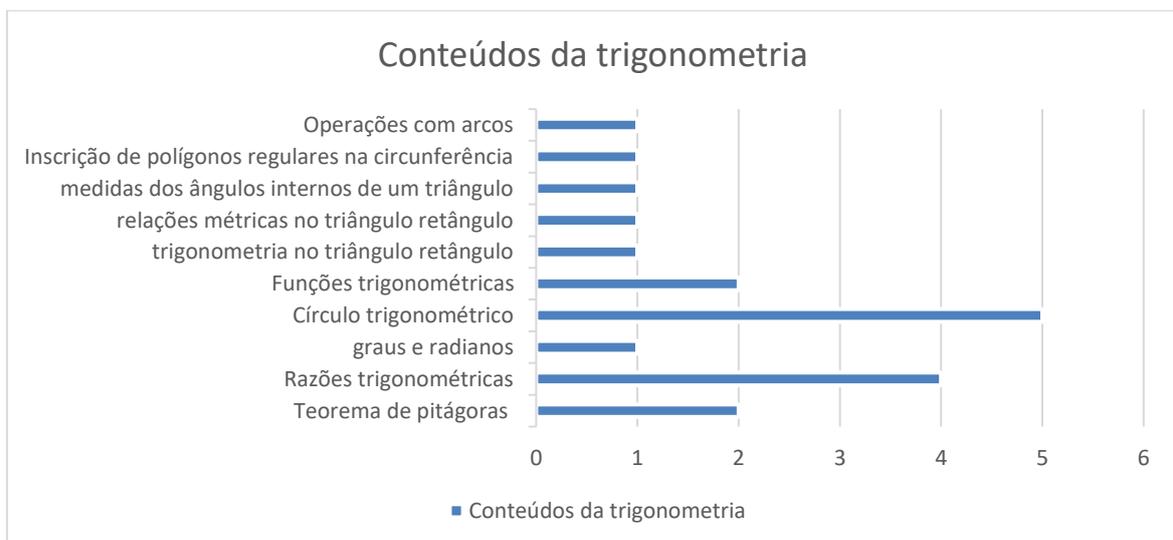
Código	Conteúdos trigonométricos abordado	Referencial metodológico
R1.A.2016	Teorema de Pitágoras; razões trigonométricas no triângulo retângulo; graus e radianos; seno, cosseno e tangente no círculo trigonométrico;	Teoria dos Registros de Representação semiótica (DUVAL, 1993); Teoria das situações didáticas (BOUSSEAU, 1996); Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996).
R2.A.2014	Funções trigonométricas seno e cosseno	Teorias da aprendizagem (MOREIRA, 2011).
R3.A.2010	Círculo trigonométrico	Teoria da Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, 2003).
R3.B.2004	Trigonometria no triângulo retângulo e círculo trigonométrico	Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa (FREIRE, 1997).

R3.C.2016	Razões trigonométricas no triângulo retângulo, relações métricas no triângulo retângulo, Teorema de Pitágoras, relações de proporcionalidade e relações entre as medidas dos ângulos internos de um triângulo, conceitos de simetria no ciclo trigonométrico.	Níveis de competências (DE LANGE, 1999).
R3.D.2018	Razões Trigonométricas	Abordagem Documental do Didático (GUEUDET; TROUCHE, 2010); modelo de níveis da atividade do professor (MARGOLINAS, 2002); Teoria antropológica do didático (CHEVALLARD, 1999).
R3.E.2019	Arcos	Teoria das representações semióticas (DUVAL, 1998)
R4.A.2016	Razões trigonométricas no triângulo retângulo e inscrição de polígonos regulares em uma circunferência	Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990).
R4.B.2017	Ciclo trigonométrico	Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996).
R4.C.2016	Trigonometria no triângulo retângulo	Investigações matemáticas na sala de aula. (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013)
R4.D.2019	Periodicidade de funções trigonométricas	Teoria das representações semióticas (DUVAL, 1998)

FONTE: Acervo da pesquisa, 2019.

No gráfico a seguir está exposto os conteúdos de trigonometria segundo sua recorrência de abordagem dos trabalhos

Gráfico 1 - Conteúdos recorrentes abordados nos trabalhos



FONTE: Autoria própria, 2019

Acerca das dificuldades dos sujeitos da pesquisa, nos artigos R1.A.2016, R2.A.2014, R3.A.2010, R3.D.2018 e R4.B.2017 em que os sujeitos da pesquisa são alunos do ensino médio, foi notado que os alunos têm dificuldades acerca de conceitos trigonométricos. No R1.A.2016, as dificuldades eram em conceituar e aplicar conteúdos básicos fundamentais que são necessários para sua evolução, tais como compreensão da aplicabilidade do teorema de Pitágoras e aplicação da regra de três simples. Como já foi destacado por Dionizio e Brandt (2011).

Já no R2.A.2014, que tinha como proposta uma reconstrução histórica da trigonometria, alguns alunos responderam que essa reconstrução histórica feita pelos pesquisadores não teve tanta relevância para o aprendizado de trigonometria. Os pesquisadores notaram que os alunos estavam mais preocupados com a resolução das questões do que em aprender conceitos fundamentais que envolvem as funções seno e cosseno. No R4.B.2017, foi feita uma sequência didática sobre trigonometria e antes desta sequência, os alunos não tinham embasamento histórico da trigonometria e nem sabiam qual era a finalidade do estudo.

No R3.A.2010, as principais dificuldades que os alunos apresentaram foram acerca da utilização de instrumentos tecnológicos tradicionais, em especial o transferidor, para a construção do ciclo trigonométrico. Os alunos não lembravam os não sabiam como utilizar essas ferramentas. Já na construção do ciclo trigonométrico pelo software Geogebra os alunos tiveram mais facilidade, como os sujeitos da pesquisa R3.E.2019, que não tiveram problemas ao realizar uma sequência didática sobre operações com arcos no Software Geogebra. Esta falta de habilidade na utilização do material de desenho geométrico também foi destacada por Oliveira (2006). Sobre essa facilidade dos alunos, Borba, Neves e Domingues destacam que “as tecnologias digitais condicionam o processo de produção e compartilhamento do conhecimento teórico matemático, do conhecimento prévio dos estudantes e do conhecimento técnico” (BORBA; NEVES; DOMINGUES, 2018, p. 09).

No R3.D.2018, o sujeito da pesquisa foi uma professora atuante no ensino médio. Ela disse que a maior dificuldade dos seus alunos do 1º ano do ensino médio é interpretar o enunciado dos problemas e por consequência não saber identificar o seno e o cosseno dos ângulos, por isto em seu trabalho documental também faz uso de um livro do 9º ano do ensino fundamental, para preencher lacunas que os alunos tem acerca da aprendizagem de trigonometria.

O artigo R4.A.2016, trata-se de uma pesquisa no Ensino Fundamental II em que foram evidenciadas algumas dificuldades dos participantes da pesquisa sobre a operacionalização algébrica e sobre desenvolver cálculos extensos e um pouco mais elaborados. Segundo a BNCC

Nessa fase, os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. (BRASIL, 2018, p. 270-271)

Nos artigos R4.C.2016 e R4.D.2019, foram utilizadas pesquisas com alunos da graduação em licenciatura em matemática. Mesmo sendo alunos de graduação, os alunos têm dificuldades na compreensão dos conteúdos de trigonometria. No R4.D.2019, alguns alunos tem problemas ao relacionar as definições conceituais estudadas no ciclo trigonométrico com as funções trigonométricas. Pedroso (2012) também aponta em sua pesquisa essa dificuldade dos alunos da graduação acerca funções trigonométricas.

O R3.B.2004, trata-se de uma formação de professores. A discussão expõe a dificuldade de professores em conseguir materiais manipuláveis, a fim de utilizar como recursos didáticos, em grande quantidade para os alunos. No R3.C.2016 foi feita uma prova em fases com alunos do segundo ano do ensino médio. As questões dessa prova em fase foram tiradas de livros didáticos e provas anteriores, propiciando aos estudantes resolvê-las ao longo de um semestre. Nestas fases foi notado que praticamente todas as questões propostas eram limitadas à memorização e reprodução de algoritmos. Os autores convidam-nos a fazer uma autorreflexão acerca das próprias práticas docentes pois ao utilizar questões que contemplam apenas memorização prejudicará o aprendizado do aluno. Mesmo que nos livros didáticos aparecem poucas questões que instigue os alunos a problematizar, existem outros recursos didáticos para subsidiar a atividade do professor.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa apresentada teve como objetivo principal investigar as principais dificuldades no ensino e aprendizagem de trigonometria encontrados em periódicos da área de Ensino de Matemática. Procurou-se dentro dessa perspectiva verificar quais os conteúdos específicos de trigonometria são abordados nestes artigos e averiguar as bases teóricas utilizadas nas pesquisas realizadas em trigonometria.

Dos trabalhos analisados observou-se que seis de onze das pesquisas foram feitas com alunos do ensino médio, duas com alunos da graduação, duas com professores da Educação Básica e uma com alunos do Ensino Fundamental. A maioria dos artigos analisados tiveram como sujeitos alunos do Ensino Médio, ou seja, a ênfase é em saber o que os alunos sabem sobre trigonometria, enquanto apenas dois artigos da pesquisa recorreram a analisar a formação de professores para o Ensino de Trigonometria.

O *ciclo trigonométrico* e *razões trigonométricas* foram os conteúdos mais abordados nos presentes artigos. As Orientações Curriculares para o Ensino Médio apontam essencial o estudo de razões trigonométricas pela sua importância na resolução de diversos tipos de problemas. O ciclo trigonométrico é um grande colaborador para o entendimento dessas razões além de subsidiar o entendimento de conceitos básicos como definição e classificação dos tipos de ângulos. Das onze pesquisas apenas duas abordaram o conteúdo de funções trigonométricas, que a BNCC, o PCN-EM e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio apontam como essenciais para o desenvolvimento das habilidades do educando.

Acerca do referencial metodológico dos artigos analisados percebe-se uma ampla visão sobre os processos de ensino e aprendizagem. Quatro dos onze artigos utilizam teóricos da didática Francesa – Brousseau (1996), Artigue (1996) e Vergnaud (1990) – em suas pesquisas. A didática francesa “visa compreender as condições de produção, registro e comunicação do conteúdo escolar da matemática e suas consequências didáticas.” (PAIS, 2008, p. 11). Observou-se também que três dos onze apresentam como referencial teórico a Teoria de Representação Semiótica, pela possibilidade de “produzir representações que permitem tanto ter acesso a objetos perceptivamente ou instrumentalmente inacessíveis, quanto explorar tudo o que é possível.” (DUVAL, 2011, p.97).

Os pesquisadores utilizaram diferentes formas de abordar o conteúdo. No geral, os alunos do Ensino Médio apresentaram dificuldade no entendimento dos conceitos trigonométricos e dos enunciados das questões. Apesar de as pesquisas envolvendo a história quebrarem com o padrão do ensino tradicional, alguns estudantes estavam apenas preocupados com cálculos, deixando passar despercebida a abordagem histórica. Sobre as pesquisas envolvendo o Geogebra, os alunos tiveram mais facilidade em utilizar o software do que as tecnologias tradicionais, como o transferidor.

Por fim, diante desses dados percebe-se que as pesquisas sobre trigonometria em periódicos na área de Ensino de Matemática, Qualis A2, são em sua maioria com alunos do ensino médio, sobre suas concepções de registro, comunicação e representação da trigonometria. Com esta pesquisa, espera-se instigar os profissionais da Educação em relação à leitura e produção de pesquisas acadêmicas que se referem a práticas de ensino-aprendizagem, ampliando o leque de propostas didáticas para o ensino de trigonometria.

Alentamos como sugestão de pesquisa trabalhos científicos que abordem funções trigonométricas pois percebemos nessa pesquisa que se tem pesquisado pouco sobre esse tema. Deve-se dar uma ênfase pois é um tema bastante discutido nos documentos curriculares oficiais do Brasil.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. MEC, 2017. Brasília, DF, 2017. Disponível em http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf. Acesso em: 19 de novembro de 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. MEC, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>. Acesso em: 19 de novembro de 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio**: Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. MEC, 2000. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 19 de novembro de 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. MEC, 2006. v. 2. Disponível em http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 19 de novembro de 2019.

BRASIL. Resolução CNE/CEB 3/2018. **Diário Oficial da União**: Brasília, 22 de novembro de 2018, Seção 1, pp. 21-24.

COSTA, N; FIGUEIREDO, S; LLINARES, S. Um experimento de ensino sobre periodicidade: Fatores relevantes para a aprendizagem. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v.14, n.1, p.1-21, 2019.

DA COSTA, N. A História da Trigonometria. **Educação Matemática em Revista**. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. ano 10, n. 14, p. 60-69, 2003.

DIONIZIO, F; BRANDT, C. **Análise das dificuldades apresentadas pelos alunos do Ensino Médio em trigonometria**. In: X Congresso Nacional de Educação, 2011. Curitiba.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas**. São Paulo: PROEM, 2011.

ESPINDOLA, E; LUBERIAGA, E; TRAGALOVA, J. Decisões didáticas e fatores que as influenciam no ensino de razões trigonométricas. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 20, n. 3, p. 263-279, 2018.

FIGUEIREDO, H; BATISTA, I. Contribuições do modelo de Análise Proposicional de Conceitos (APC) para a elaboração e validação de uma sequência didática com abordagem histórico-filosófica. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v.12, n. 1, p. 26-36, 2017.

FRIZZARINI, S; CARGNIN, C. Uma sequência didática e suas representações: estudo das operações com arcos no ensino médio. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 5, p. 315-325, 2019.

HUEB, M; SILVA, A. Um estudo sobre as expectativas institucionais para o profissional que ensina trigonometria na educação básica. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v. 11, n. 2, p. 278-299, 2016.

LOPES, J; VICTER, E; SOUZA, C. O uso da história da trigonometria no ensino. **Revista de Educação, ciências e matemática**, Rio de Janeiro, v. 4, n. 1, p. 14-27, jan/abr 2014.

NACARATO, A; SANTOS, R. Espaços alternativos de formação: quando graduandos em matemática e professores em exercício compartilham experiências sobre ensino de trigonometria. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 6, n. 2, p. 63-90, 2014.

OLIVEIRA, F. **Dificuldades no processo Ensino Aprendizagem de trigonometria por meio de atividades**. 2006, 74 folhas. Mestrado em Ensino de ciências naturais e matemática – Centro de ciências exatas e da terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

OLIVEIRA, G; FERNANDES, R. O uso de tecnologias para ensino de trigonometria: estratégias pedagógicas para a construção significativa da aprendizagem. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 12, n. 3, p. 548-577, 2010.

OLIVEIRA, G; GONÇALVES, M. Um estudo sobre a noção de esquemas no âmbito da Teoria dos Campos Conceituais. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v. 08, Ed. Especial (dez.), p. 175-189, 2013.

PAIS, L. **Didática da Matemática** uma análise da influência francesa. 2 Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

PEDROSO, L. Uma proposta de ensino da trigonometria com uso do software geogebra. 2012, 271 páginas. Mestrado em Ensino de Matemática – Instituto de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2012, Porto Alegre.

PEREIRA, A; MUNHOZ, A; QUARTIERI, M. Atividades investigativas: possibilidade de ensino de conceitos trigonométricos no triângulo retângulo na Licenciatura em Matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. Florianópolis, v.11, n. 1, p. 131-147, 2016.

PEREIRA, C. **Aprendizagem em trigonometria no Ensino Médio**: contribuições da teoria da aprendizagem significativa. 1 Ed. Jundiaí – SP: Paco Editorial, 2012.

PEREIRA, E; GUERRA, E. A utilização de applets no geogebra para a aprendizagem da trigonometria no ensino médio. **Revista de Ensino de ciências e matemática**, São Paulo, v.7, n. 3, p. 53-72, 2016.

TREVISAN, A; BURIASCO, R. Avaliação e currículo: o caso da trigonometria. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 18, n. 2, p. 551-570, 2016.