



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE  
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE  
CURSO DE MATEMÁTICA – LICENCIATURA

RITA CATARINE DA SILVA

**ERROS ASSOCIADOS A RESOLUÇÃO DE ATIVIDADES SOBRE A NOÇÃO  
DE EQUAÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU.**

CARUARU

2019

RITA CATARINE DA SILVA

**ERROS ASSOCIADOS A RESOLUÇÃO DE ATIVIDADES SOBRE A NOÇÃO  
DE EQUAÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU.**

Trabalho de Conclusão de Curso  
submetido à Universidade Federal de  
Pernambuco como parte dos requisitos  
necessários para a obtenção do Grau de  
Licenciado em Matemática.

**Área de Concentração:** Ensino  
Matemática.

**Orientador:** Profº. Dr. Valdir Bezerra dos Santos Junior

CARUARU

2019

Catálogo na fonte:  
Bibliotecária – Simone Xavier - CRB/4 - 1242

S586e Silva, Rita Catarine da.  
Erros associados a resolução de atividades sobre a noção de equação polinomial do  
2o grau. / Rita Catarine da Silva. - 2019.  
31 f. il. : 30 cm.

Orientador: Valdir Bezerra dos Santos Junior.  
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de  
Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2019.  
Inclui Referências.

1. Erros. 2. Equações do 2. grau. 3. Ensino médio. 4. Álgebra. I. Santos Junior,  
Valdir Bezerra dos (Orientador). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.)

UFPE (CAA 2019-416)

RITA CATARINE DA SILVA

**ERROS ASSOCIADOS A RESOLUÇÃO DE ATIVIDADES SOBRE A NOÇÃO DE EQUAÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciatura em Matemática.

Aprovada em: 13 / 11 / 2019.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Profº. Dr. Valdir Bezerra dos Santos Junior (Orientador)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Profº. Dr. Cristiane de Arimatéia Rocha (Examinadora Interna)  
Universidade Federal de Pernambuco

---

Profª. Drª. Simone Moura Queiroz (Examinadora Interna)  
Universidade Federal de Pernambuco

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço, primeiramente, a Deus, por guiar meu caminho e me fortalecer em todos os momentos difíceis da minha vida, dando-me força para seguir em frente apesar de alguns vira e volta que a vida mim deu e desta forma alcançar essa grande conquista a quem a dedico; A minha mãe, Nivalda Enedina (in memoriam), por ser o meu exemplo de persistência, caráter e responsabilidade. Sem os exemplos que ela deixou na minha vida, definitivamente, esse sonho não teria se realizado; A minha família que incansavelmente estavam sempre presente, em especial as minhas sogrinhas, Ana e conceição que com todo amor, carinho e dedicação se tornaram as principais responsáveis por essa conquista, pois foi com elas que dividi todos os meus momentos de dor e alegria durante a graduação. Agradeço também a minha irmã Bruna Caline pelo carinho e compreensão fazendo com que essa caminhada se tornasse algo possível de superar; agradeço também a meu professor e orientador pela compreensão e paciência durante a elaboração desse trabalho.

E por último, mas não menos importante, ao meu marido Túlio, apesar de não entender muito, mas ajudava no que ele podia principalmente nas idas e voltas para casa.

A banca por ter aceitado o convite e pelas colaborações para enriquecimento e finalização deste trabalho. Enfim, a todos que de alguma maneira contribuíram direta ou indiretamente para conclusão deste trabalho.

Cada dia é uma soma de batalhas vencidas, etapas concluídas, promessas alcançadas, algumas lágrimas contidas e outras derramadas. Obrigada Deus e meus anjos da guarda que atenderam minhas orações o tempo todo, por ter mim guiado no caminho certo trazendo conhecimentos.

"A felicidade não é uma constante matemática, mas pode alcançar o infinito em um dado momento."

**Fabício Britto**

## RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo analisar os erros associados à resolução de atividades sobre a noção de equação do 2º grau com alunos do 1º ano do ensino médio do município de Altinho – Pernambuco. Para atingir este objetivo, realizou-se uma revisão bibliográfica através dos principais estudiosos desse tema como: Usiskin (1995), Cury (2008), Schneider (2013), Eves (2004), Miorim, Miguel e Fiorentini (1993) e Modanez (2003). Além disso, optou-se por utilizar uma pesquisa de natureza qualitativa, tipificada como Estudo de Caso. A partir da aplicação e análise dos questionários constatou-se as dificuldades dos alunos na busca pela solução do tipo de questão que envolve a construção da resposta de uma equação polinomial do segundo grau, além do mais, alguns alunos não conseguiam diferenciar uma equação polinomial de grau um de uma equação polinomial de grau dois. Assim como encontravam, em alguns casos apenas uma raiz e tentaram usar potenciação para resolver problemas de equação do segundo grau. Desse modo, as dificuldades dos alunos proporcionam e possibilitam o professor a compreensão que no processo de ensino aprendido pode-se melhorar e re(estruturar) a forma como é abordado um conteúdo para diminuir as dificuldades dos alunos.

Palavras-Chave: Erros. Equações do 2º grau. Ensino médio. Álgebra.

## ABSTRACT

The present work aims to analyze the errors associated with the resolution of activities on the notion of and degree equation with students of the 1st year of high school in the municipality of Altinho – Pernambuco. In order to achieve this objective, a bibliographic review was carried out by the main scholars of this theme, such as: Usiskin (1995), Cury (2008), Schneider (2013), Eves (2004), Miorim, Miguel and Fiorentini (1993) and Modanez (2003). In addition, it was decided to use a qualitative research, typified as a case Study. From the application and analysis of the questionnaires, the difficulties of the students were found in the search for the type of question that involves the construction of the answer of a polynomial equation of the second degree, besides, some students could not differentiate a polynomial equation from degree one of a polynomial equation of degree two. As they found, in some cases only one root and tried to use potentiation to solve problems of the second degree equation. In this way, the students difficulties provide and enable the teacher to understand that in the teaching-learning process, the way in which content is approached can be improved can be improved and restructured to reduce students difficulties.

Key-words: Mistakes. Equation of the 2nd. High school. Algebra.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>09</b>
<b>2</b>	<b>OBJETIVOS.....</b>	<b>12</b>
2.1	Objetivo Geral.....	12
2.2	Objetivos Específicos.....	12
<b>3</b>	<b>REFERENCIAL TEORICO.....</b>	<b>13</b>
<b>4</b>	<b>ELEMENTOS METODOLOGICOS .....</b>	<b>17</b>
<b>5</b>	<b>ANÁLISE DOS DADOS DO QUESTIONÁRIO.....</b>	<b>20</b>
5.1	Análises da primeira questão.....	20
5.2	Análises da segunda questão .....	24
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>28</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>30</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como objetivo analisar os erros associados à resolução de atividades sobre a noção de equação do 2º grau de estudantes do 1º ano do Ensino Médio do município de Altinho – Pernambuco. É preciso compreender como chegamos a este objetivo no trabalho para trazemos alguns autores que abordam de alguma forma contribuir para as situações ligadas diretamente ao ensino e aprendizagem de álgebra. Pesquisadores como Usiskin (1995), Cury (1997), Schneider (2013), Eves (2004), Miorim, Miguel e Fiorentini (1993), Modanez (2003), são destacados em nosso texto com o objetivo de trazer elementos suficientes que respaldam esta pesquisa.

De acordo com os estudos de Schneider (2003) os conceitos algébricos iniciais são de grande relevância, visto que são bases no processo de formação dos vários conceitos algébricos posteriores. Logo, quando essa base é deficitária, o aprendizado futuro é prejudicado, pois “[...] é provável que o déficit no ensino da Álgebra se prolongue, constituindo um fator importante na dificuldade de aprendizagem de outros conceitos da Matemática (p. 11).”

O autor cita ainda alguns aspectos que podem caracterizar eventuais dificuldades em alunos quanto ao estudo de álgebra. Ele aponta dois tipos de dificuldades, sendo que o primeiro está ligado à natureza da Álgebra e suas relações com os processos de desenvolvimento cognitivo do aluno, assim como com a estrutura e a organização de suas experiências; já a segunda está relacionada ao currículo escolar, a organização das aulas bem como a metodologia utilizada pelo professor.

Verificamos nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998) sobre a construção da linguagem e pensamento algébrico e os estudos de Miorim, Miguel e Fiorentini (1993), sobre a postura de muitos dos professores insistirem em permanecer no ensino tradicional mecanicista o qual não leva o aluno a pensar, a raciocinar e a desenvolver a linguagem algébrica e sua compreensão em seu campo abstrato. Importante destacar que tanto nos PCN quanto em Miorim, Miguel e Fiorentini (1993), é considerado pertinente

introduzir o desenvolvimento do pensamento algébrico através de atividades que assegurem o exercício dos aspectos caracterizadores desse pensamento.

Podemos ainda retomar as ideias de Usiskin (1995) que vem a contribuir para expor algumas dificuldades já detectadas nos processos de ensino e aprendizagem de álgebra. Uma das dificuldades está relacionada às variáveis, onde se afirma que muitos alunos pensam que variáveis são letras representando números. Tal dificuldade serve de alerta para o professor que deve se atentar a interpretações equivocadas por parte de alunos sobre como, por exemplo, os conceitos de variável são internalizados por eles.

A partir desta reflexão o autor relaciona os diferentes usos das variáveis com o que chama de concepções da álgebra, apresenta assim a álgebra como aritmética generalizada, a álgebra como procedimento para resolver problemas, álgebra como estudo das relações entre grandezas e como estudo das estruturas.

Ainda nos estudos realizados por Cury (2008), sobre o erro na resolução de cálculos com alunos da educação básica, foi constatado que grande parte dos erros cometidos por alunos é decorrente de problemas que envolvem a álgebra, como questões sobre simplificação, fatoração, produtos notáveis e resolução de equações polinomiais (CURY, 2008). Isso indica que, mesmo já passado mais de duas décadas da execução da pesquisa a importância de estarmos atentos as situações que envolvem o ensino e aprendizagem de álgebra. Diante deste cenário em relação ao ensino e aprendizagem de álgebra chegamos a um questionamento com o objetivo de contribuir ainda mais com os estudos já desenvolvidos: Quais são os possíveis erros cometidos por estudantes do 1º ano do ensino médio, na resolução de atividades associadas à noção de equação do 2º grau?

Para responder a este questionamento retomamos o objetivo da pesquisa que é: Analisar os erros associados à resolução de atividades sobre a noção de equação do 2º grau com alunos do 1º ano do ensino médio do município de Altinho – Pernambuco. Para alcançar o objetivo proposto dividimos o trabalho em cinco capítulos. No primeiro capítulo introdutório, que é este, foi feito um resumo ressaltando o objetivo da pesquisa bem como sua problemática baseada na temática em questão, considerando os estudos dos autores citados para a construção desse trabalho.

Em seguida, no segundo capítulo apresentamos a fundamentação teórica destacando as concepções algébricas de acordo os trabalhos de estudiosos voltados para essa parte matemática: a Álgebra. Abordamos os estudos de Usiskin (1995) e suas quatro concepções algébricas, bem como outros estudos relacionados às concepções algébricas que também tem relevância em serem discutidos neste trabalho. Ainda no capítulo dedicado a parte teórica, destacamos as ideias relacionadas ao erro, como potencializador nos processos de ensino e aprendizagem.

O quarto capítulo foi dedicado a explicitarmos os elementos metodológicos da pesquisa, destacando quem foram os participantes da pesquisa, como foi realizada a coleta de dados e qual a natureza e o tipo de pesquisa. No quinto capítulo expomos as análises realizadas no questionário que foi utilizado na pesquisa.

O último capítulo é dedicado a explicitar aos resultados que chegamos a partir da pesquisa e esclarecer o que conseguimos observar em relação aos objetivos que tínhamos inicialmente.

## 2 OBJETIVOS

### 2.1 Objetivo Geral

Analisar os erros associados à resolução de atividades sobre a noção de equação do 2º grau de estudantes do 1º ano do Ensino Médio do município de Altinho.

### 2.2 Objetivos Específicos

- ✓ Identificar as possíveis dificuldades na resolução de atividade abordando a noção de equação do 2º grau
- ✓ Verificar as estratégias utilizadas na resolução de atividade abordando a noção de equação do 2º grau

### 3 APORTES TEÓRICOS SOBRE ÁLGEBRA E ERROS

O objetivo deste capítulo é discutir as principais ideias que fundamentam teoricamente nosso trabalho. São abordados os trabalhos de Pontes, Branco e Matos (2009) e Usiskin (1995). Primeiro damos destaque na história de como a álgebra virou um domínio da matemática e depois tratamos sobre as concepções de Usiskin (1995).

Antes de partir diretamente para as concepções algébricas e as noções de equações polinomiais do 2º grau, é necessário e importante compreender a história de como a álgebra se constituiu um domínio da Matemática. Afinal de contas, as técnicas algébricas sempre foram utilizadas desde a antiguidade no Egito, na Babilônia, China e Índia, sendo que sua origem está relacionada a “normatização e a sistematização” de algumas técnicas em relação a resolução de problemas (PONTES, BRANCO E MATOS 2009).

Contudo, ao longo do tempo, houve um desenvolvimento do pensamento algébrico a partir de uma construção de forma gradativa, sendo que alguns processos cognitivos quanto ao aprendizado algébrico na instituição escolar têm como base esse desenvolvimento histórico da álgebra como um sistema simbólico (USISKIN, 1995).

Hoje, docentes procuram formas de melhorar cada vez mais o seu ensino algébrico matemático para que as dificuldades do aluno acabem ou minimizem gerando uma aprendizagem significativa. Cury (2008) vai nos dizer em seus estudos que não é apenas o aluno que erra, mas o professor principalmente precisa saber conduzir o aprendizado do aluno de forma eficaz:

[...] questiono a falta de discussões sobre erros em cursos de formação de professores. Parece que cada erro cometido por um futuro professor de Matemática é apontado, é riscado em vermelho, e a ele se atribui alguma pontuação negativa, mas raramente há tempo para voltar ao erro e partir dele para reconstruir algum conhecimento. (CURY, 2008, p. 93)

Dessa forma, é imprescindível que o educador esteja preparado para conduzir sua aula da melhor maneira possível através de uma melhor compreensão dele e para o aluno em relação a linguagem matemática e, ainda deve o professor abandonar o tradicional ensino de conteúdos fragmentados,

Em seus estudos sobre a álgebra Usiskin (1995) nos apresenta quatro concepções algébricas. O autor afirma que as atividades algébricas se desenvolvem de forma eficaz quando pautadas nessas quatro concepções da Álgebra que envolvem a Álgebra como Aritmética generalizada; como estudos de procedimentos para se resolver alguns tipos de problemas; a Álgebra como estudos de relações entre grandezas e Álgebra como estudo de suas estruturas. Nesse sentido ainda, também considera que os alunos se desprendam da ideia de que as variáveis algébricas são tão simplesmente letras que representam números (USISKIN, 1995).

De acordo com o autor, juntar as variáveis algébricas em uma única concepção significa contribuir para uma compreensão errônea do aluno em relação as variáveis que passam, dessa forma, a serem vistas por ele como letras que representam números. Segundo Usiskin (1995, p.12), “[...] as variáveis comportam muitas definições, conotações e símbolos. Tentar enquadrar a ideia de variável numa única concepção implica uma super simplificação que, por sua vez, distorce os objetos da Álgebra”. Cada variável tem sua importância e compreensão dentro de um determinado contexto matemático algébrico.

Tratadas as concepções da álgebra gostaríamos também de destacar o erro. Estudar e analisar os erros cometidos por alunos do ensino médio em conteúdos algébrico matemático envolve mais que uma reflexão bibliográfica, quando há uma tentativa real de levantar questionamentos desses alunos a respeito de suas principais dificuldades nesse assunto e, de que forma são levados a cometer erros frequentes.

Ao abrir esse campo de discussão damos espaço a um redirecionamento educativo matemático por meio, até mesmo, de estratégias que possibilitem minimizar a ocorrência desses erros, além de permitir a educação uma auto-reflexão a sua prática pedagógica diante da realidade encontrada na sala de aula, especificamente nas aulas que envolvem conteúdos algébricos.

A respeito do erro, (Cury, 2008, p.12) questiona “como é possível o erro em Matemática?”. Como bons alunos também podem cometer erros algébricos? Isso, de acordo com Cury (2008), pode estar relacionado a

acumulação de raciocínios curtos, análogos àqueles que eles realizam com facilidade. Quando postos a demonstrações matemáticas mais extensas e complexas não conseguem obter êxito.

Consideramos à luz dos estudos proporcionados por Cury (2008), a importância do próprio erro como forma de chegar a soluções possíveis para minimizá-lo. Então, já de início, destaco a importância do olhar mais que pedagógico do professor diante do erro do aluno. “[...] analisar as respostas produzidas pelos alunos, em qualquer conteúdo, é uma das formas de auxiliá-los a construir o conhecimento básico necessário para transitar pelos conteúdos específicos de suas áreas de formação” (CURY, 2008, p. 73) O professor ao analisar a resposta do aluno e diante do erro encontrado uma forma de melhorar o processo de ensino-aprendizagem.

[...] ao corrigir qualquer prova, teste ou trabalho de Matemática, muitas vezes o professor costuma apontar os erros cometidos pelos alunos, passando pelos acertos como se estes fossem esperados. Mas quem garante que os acertos mostram o que o aluno sabe? E quem diz que os erros mostram somente o que ele não sabe? (CURY, 2008, p. 13)

Essa é uma questão bastante relevante e que deve ser considerada e refletida pelos professores, visto que é no erro onde possivelmente é encontrado respostas para perguntas a respeito das dificuldades e erros constantes de alunos. Outra questão que o professor deve se atentar é, será que apenas o aluno pode ser culpado e responsabilizado pelo erro ou a práxis do professor pode fazer parte disso?

“O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso, como se acredita nas teorias empiristas ou behavioristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior, que tinha seu interesse, seu sucesso, mas que agora se revela falso, ou simplesmente inadaptado. Os erros desse tipo não são instáveis e imprevisíveis, eles são constituídos em obstáculos”. (BROUSSEAU, 1983, p. 171 apud CURY, 2008, 30-31).

Seguindo essa linha de pesquisa, o erro faz parte do aprendizado, além do mais, é importante ressaltar que ele não desaparece totalmente, mesmo que o aluno já tenha se dado conta dele, pois o conhecimento é construído, relacionando-o com outros. Até mesmo a dificuldade em abandonar um

conhecimento antigo que gerava o erro também gera o erro, em sua transição. O professor, ao colocar uma situação problema de equação do 2º, por exemplo, para o aluno, pode dar origem a diferentes erros, dependendo do nível da questão.

Ainda sobre o erro, Cury (2008) afirma que existe um nível de abstração algébrico que gera em um dado momento, uma ruptura com os conceitos e procedimentos já internalizados pelos alunos e, nesse caso, no ensino fundamental, principalmente, os professores tentam encontrar recursos, através da linguagem usual para introduzir conteúdos algébricos como os “quadrinhos” que servem de “marcadores de lugar” aguardando uma resposta do cálculo mental para “cederem seu lugar” ao número que vai ser obtido (CURY, 2008, p. 12).

É importante que os professores fiquem atentos a esses problemas, enfocando-os sob vários ângulos, investigando, analisando mais a fundo essas questões e trazendo soluções possíveis e aplicáveis na perspectiva de minimizar o erro em Álgebra, encontrando maneiras de auxiliar os alunos a superá-los ao mesmo tempo em que desenvolvem suas habilidades algébricas.

O aprendizado em Álgebra depende de vários fatores e é mais complexo do que muitos imaginam. A compreensão dos conteúdos de Álgebra envolve a abstração, a generalização, o formalismo algébrico e conta também com a intuição.

Por isso, as dificuldades da aprendizagem algébrica estão relacionadas a vários fatores como: às necessidades de respostas numéricas, ao uso das letras e símbolos, a compreensão de incógnitas e variáveis algébricas, além da compreensão de conceitos algébricos e da passagem de um tipo de linguagem ou representação algébrica para outra.

## 4 ELEMENTOS METODOLÓGICOS

Este trabalho tem como principal objetivo analisar os erros associados à resolução de atividades sobre a noção de equação do 2º grau de estudantes do 1º ano do Ensino Médio do município de Altinho. Destacamos que diante deste objetivo a natureza desta pesquisa é qualitativa, a qual nos permite a obtenção de dados pelo contato direto do pesquisador com o meio pesquisado.

De acordo com Minayo (2009, p.27):

“O tratamento do material nos conduz a uma busca da lógica peculiar e interna do grupo que estamos analisando, sendo esta a construção fundamental do pesquisador. Ou seja, análise qualitativa não é uma mera classificação de opinião dos informantes, é muito, mais. É a descoberta de seus códigos sociais a partir das falas símbolos e observações”.

O tipo de pesquisa utilizada nesse estudo se caracteriza em uma pesquisa sobre estudo de caso, onde se tem um estudo de campo que terá como base um ou mais objetivos.

“O estudo de caso de caso é caracterizado pelo estudo profundo e exaustivo de um ou de poucos objetos, de maneira a permitir o seu conhecimento amplo e detalhado, tarefa praticamente impossível mediante os outros tipos de delineamentos considerados”. (GIL, 2008, p.58).

A pesquisa configura-se como um estudo de caso, pois o caso que estudamos é bem específico a compreender o erro de estudantes que cursam o 1º ano do Ensino Médio, em específico, no que se refere a atividades com equação do 2º grau.

Os participantes selecionados para essa investigação foram alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual. Conseguimos aplicar o questionário numa turma do horário vespertino que possuía quarenta alunos. Numa faixa etária de 15 á 18 anos, e na turma não havia reprovações. A escolha por essas turmas do Ensino Médio partiu do objetivo de analisar o desenvolvimento do conhecimento algébrico desses alunos bem como os erros comumente cometidos e as dificuldades na resolução dessas questões já que

estudantes do 1º ano já estão numa etapa escolar na qual já tiveram a oportunidade de experimentar as noções algébricas durante os anos do Ensino Fundamental.

Além disso, escolhemos trabalhar com estudantes do município de Altinho por ser a cidade onde residio fica mais fácil a coleta de dados, pois estou mais perto da escola.

A pesquisa coletou dados por meio de um questionário aberto, propondo atividades envolvendo equações do 2º grau. De acordo com Gil (2002, p.115), o questionário é um “[...] conjunto de questões que são respondidas por escrito pelo pesquisado”. Acreditamos que com o questionário podemos identificar as possíveis dificuldades dos alunos.

Para identificação de cada aluno iremos chamar de A1, A2 e assim sucessivamente, escolhemos equações do 2º grau completas e incompletas, onde mostrar a seguir, com objetivo de analisar se o aluno conseguia responder os dois tipos de equações já que eles vêm estudando.

Propomos na primeira atividade que os alunos reconhecessem os coeficientes das equações dadas. Importante destacar que tentamos de alguma forma propor equações completas e incompletas para que seja possível verificar se os alunos conseguem reconhecer os coeficientes nos mais diversos tipos de equações de 2º grau.

Quadro 1: Primeira atividade do questionário

Quais são os coeficientes das equações do 2º grau a seguir.	
a) $x^2+9x+8=0$	b) $2x^2 + 8 = 0$
c) $5x^2 - 6x = 0$	d) $2x^2 = 18$
e) $(x + 1). (x - 1) = 0$	f) $3x^2 - 27 = 0$

Fonte: Elaboração do Autor (2019).

Na segunda atividade centramos o objetivo de compreender como os estudantes resolvem equações do 2º grau, ou seja, estamos interessados nos procedimentos utilizados pelos estudantes, por exemplo, utilizando fatoração, a regra da soma e produto ou a fórmula de Bhaskára. Indicamos que são

utilizadas as mesmas equações da questão exposta no quadro 1, mas com objetivos diferentes.

## 5 ANÁLISE DOS DADOS DO QUESTIONÁRIO

Dividimos a análise dos dados em duas partes obedecendo ao número de questões propostas no questionário. Logo no próximo tópico nos dedicamos à análise da primeira questão.

### 5.1 Análises da primeira questão

Ao analisar as respostas da primeira questão categorizamos as respostas em corretas, incorretas e em branco. Consideramos as questões corretas àquelas que não apresentam nenhum erro na sua resolução, da mesma forma consideramos incorretas aquelas que não tiveram acerto na sua resolução.

Para uma melhor visualização e compreensão da análise das respostas dadas pelos alunos na 1ª primeira atividade, apresentamos a frequência das categorias das questões na tabela 1, iremos identificar os estudantes a partir de um código, exemplo A para o nome de cada aluno e uma sequência de 1 à 40 para distinguir.

Tabela 1: Frequência das categorias na 1ª Atividade

<b>Frequência de erros na identificação de coeficientes de equação de 2º Grau</b>						
	<b>Letra A</b>	<b>Letra B</b>	<b>Letra C</b>	<b>Letra D</b>	<b>Letra E</b>	<b>Letra F</b>
<b>Corretas</b>	06	–	01	–	–	–
<b>Incorretas</b>	18	12	09	10	09	09
<b>Branco</b>	16	28	30	30	31	31

Fonte: Elaboração da autora, 2019.

Como podemos observar no quadro 2, só tivemos sete acertos na primeira questão, onde o aluno A15 acertou a letra A e C ao mesmo tempo, e os alunos A2, A3, A4, A6 e A26 só conseguiu a letra A. Diante de tal dado podemos perceber as dificuldades dos alunos na busca pela solução do tipo de questão que envolve a identificação dos coeficientes numa equação do segundo grau.



valor 1 para os que não constam quando a equação é incompleta, sem falar que também não conseguem identificar coeficientes negativos encontramos esse erro em algumas questões, tal situação pode ver que eles não sabem distinguir cada um dos coeficientes podemos destacar esses erros nas figuras 2 e 3 abaixo.

Figura 2: Solução da questão 1 das alternativas de A á F apresentada pelo o aluno A15.

1. Quais são os coeficientes das equações do 2º grau a seg

a)  $x^2 + 9x + 8 = 0$   $\Delta = b^2 - 4ac$   $a=1$   $b=+9$   $c=8$   $1x^2 - 9x + 8$

b)  $2x^2 + 8 = 0$   $\Delta = b^2 - 4ac$   $a=2$   $b=+8$   $c=0$

c)  $5x^2 - 6x = 0$   $\Delta = b^2 - 4ac$   $a=5$   $b=-6$   $c=0$

d)  $2x^2 = 18$   $\Delta = b^2 - 4ac$   $a=2$   $b=18$   $c=0$

e)  $(x+1) \cdot (x-1) = 0$   $\Delta = b^2 - 4ac$   $a)=1$   $b=-1$

f)  $3x^2 - 27 = 0$   $\Delta = b^2 - 4ac$   $a)=3$   $b=-27$   $c=0$

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Figura 3: Solução da atividade 1 das alternativas de A á F apresentada pelo o aluno A18.

1. Quais são os coeficientes das equações do 2º gr

a)  $x^2 + 9x + 8 = 0$   $a=1$   $b) 9x$   $c) 8$

b)  $2x^2 + 8 = 0$   $a=2x^2$   $c=8$

c)  $5x^2 - 6x = 0$   $a=5x^2$   $c=6x$

d)  $2x^2 = 18$   $a) 2x^2$   $c=18$

e)  $(x+1) \cdot (x-1) = 0$   $a)=1$   $c)=1$

f)  $3x^2 - 27 = 0$   $a)=3x^2$   $c) 27$

Fonte: produção do aluno A18 (2019).

Passando ao terceiro erro que conseguimos identificar nas respostas dos estudantes, destacamos que alguns não conseguem diferenciar uma equação do primeiro grau de uma equação do segundo grau. Isso ficou evidente nas respostas dos alunos A12 e A24, pois eles utilizam a técnica de resolução de equação do primeiro grau para tentar solucionar a equação dada,

onde ele deveria ver quem era os coeficientes da alternativa. Podemos assim inferir que além de não conseguirem responder quais os coeficientes eles também não conseguem ver diferença nas técnicas de resolução de acordo com o grau da equação. Vejamos as figuras 4 e 5.

Figura 4: Solução da questão 1 de A á F apresentada pelo o aluno A24.

1. Quais são os coeficientes das equações do 2º grau a seguir.

$x^2 + 9x + 8 = 0$   
 $2x^2 + 8 = 0$   
 $5x^2 - 6x = 0$   
 $2x^2 = 18$   
 $(x+1) \cdot (x-1) = 0$   
 $3x^2 - 27 = 0$

a)  $a=9, b=8, c=1$   
 $9x = -8$   
 $9x = -8$   
 $x = -\frac{8}{9}$

b)  $a=2, b=8, c=0$   
 $4x = 18$   
 $4x = 18$   
 $x = \frac{18}{4}$   
 $x = \frac{9}{2}$

c)  $a=5, b=-6, c=0$   
 $5x = 6$   
 $5x = 6$   
 $x = \frac{6}{5}$

d)  $a=2, b=0, c=18$   
 $4x = 18$   
 $4x = 18$   
 $x = \frac{18}{4}$   
 $x = \frac{9}{2}$

e)  $a=1, b=1, c=-1$   
 $x^2 = 1$   
 $2x = 1$   
 $x = \frac{1}{2}$

f)  $a=3, b=-27, c=0$   
 $6x = -27$   
 $6x = -27$   
 $x = -\frac{27}{6}$   
 $x = -\frac{9}{2}$

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Figura 5: Solução da questão 1 de A a F apresentada pelo o aluno A12.

1-)

a)  $x^2 + 9x + 8 = 0$   
 $2x - 9x = 8$   
 $a=2, b=9, c=8$   
 $x = \frac{8}{11}$

b)  $2x^2 + 8 = 0$   
 $2x^2 = -8$   
 $a=2, b=8, c=0$   
 $4x = 8$   
 $x = 2$

c)  $5x^2 - 6x = 0$   
 $50x - 6x = 0$   
 $a=5, b=-6, c=0$   
 $24x = 0$   
 $x = 0$

d)  $2x^2 = 18$   
 $4x = 18$   
 $a=2, b=1, c=18$   
 $x = \frac{18}{4}$

e)  $(x+1) \cdot (x-1) = 0$   
 $a=1, b=1, c=-1$   
 $x^2 = 1$   
 $2x = 1$   
 $x = \frac{1}{2}$

f)  $3x^2 - 27 = 0$   
 $6x = -27$   
 $a=3, b=-27, c=0$   
 $6x = -27$   
 $x = -\frac{27}{6}$   
 $x = -\frac{9}{2}$

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Observemos que os estudantes utilizam também as técnicas equivocadas para responder equações do primeiro grau, ou seja, algo que pode potencializar a não aprenderem a solucionar equações do segundo grau.

A seguir temos a análise da segunda questão

## 5.2 Análises da segunda questão

Ao analisar as respostas da segunda questão categorizamos as respostas em corretas, incorretas e em branco. Consideramos as questões corretas àquelas que não apresentam nenhum erro na sua resolução, da mesma forma consideramos incorretas aquelas que não tiveram nenhum acerto na sua resolução.

Para uma melhor visualização e compreensão da análise das respostas dadas pelos alunos na 2<sup>o</sup> atividade, apresentamos a frequência das categorias das questões na tabela 2.

Tabela 2: Frequência das categorias na 2<sup>o</sup> Atividade

<b>Erros na resolução de equações de 2<sup>o</sup> Grau</b>						
	<b>Letra A</b>	<b>Letra B</b>	<b>Letra C</b>	<b>Letra D</b>	<b>Letra E</b>	<b>Letra F</b>
<b>Corretas</b>	02	02	–	04	–	03
<b>Incorretas</b>	19	14	15	14	16	14
<b>Branco</b>	19	24	25	22	24	23

Fonte: Elaboração do autor, 2019.

Como podemos observar, obtemos 2 acertos na alternativa A e na alternativa B, 4 acertos na alternativa D e 3 na alternativa F e não houve acerto na alternativa C, E. Diante dos dados colhidos podemos perceber as dificuldades dos alunos na busca pela solução pelo tipo de questão que envolve a construção da resposta de uma equação do segundo grau.

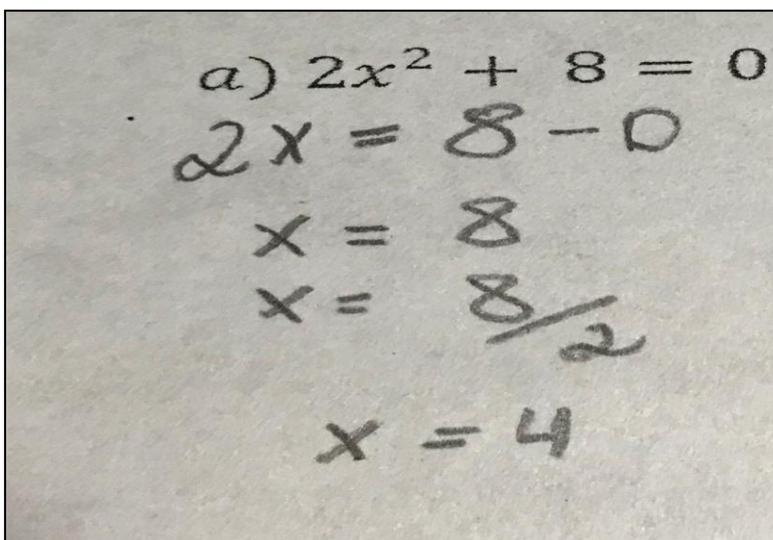
Conseguimos observar os erros mais comuns na busca pela solução da questão pelos estudantes. O primeiro tipo de erro corresponde ao que buscaram a resolver a equação utilizando equação do 1<sup>o</sup> grau com uma variável.

Técnica similar a da resolução de equação do 1<sup>o</sup> grau poderia realmente ser utilizada, mais facilmente, nas equações do 2<sup>o</sup> grau incompletas que continham os coeficientes A e C. Além disso, a letra A da segunda questão não

tinha raiz real mesmo assim alguns estudantes “encontraram” nos reais para a alternativa.

Encontramos esse erro em alguns estudantes isso nos faz entender que os mesmos não sabem diferenciar possivelmente primeiro uma equação de grau um para uma de grau dois. Além disso, também não sabem diferenciar as equações completas de incompletas. Destacamos a seguir a figura 6 onde nos mostrar uma da resposta encontrada.

Figura 6: Solução da Alternativa A da segunda atividade apresentada pelo o aluno A5



The image shows a student's handwritten solution for the equation  $2x^2 + 8 = 0$ . The student incorrectly treats it as a linear equation. The steps shown are:

$$\begin{aligned} a) \quad & 2x^2 + 8 = 0 \\ & 2x = 8 - 0 \\ & x = 8 \\ & x = \frac{8}{2} \\ & x = 4 \end{aligned}$$

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Um segundo erro encontrado, em relação a segunda atividade é o caso do aluno encontrar apenas uma raiz na equação do 2º grau. Sabemos que toda equação do 2º grau tem duas raízes. Especificamente tratando das equações incompletas, nas quais a técnica de Bháskara não é costumeiramente aplicada para encontrar as raízes, observamos que os estudantes quando utilizavam da técnica para responder a equação incompleta ao final não compreendiam que a resposta ali encontrada correspondia a duas raízes (uma negativa e outra positiva). Diante desta situação podemos inferir que a noção principal de uma equação do 2º grau que é a solução da equação com duas raízes não é levada em consideração pelos estudantes, pois estão preocupados em resolver a equação, mas não atribuem um sentido diferente a equação do 1º grau.

Vejamos na figura 7 um exemplo.

Figura 7: Solução da Alternativa D da segunda atividade apresentada pelo o aluno A1.

$$\begin{aligned} \text{d) } 2x^2 &= 18 \\ \cancel{2}x^2 &= \frac{18}{\cancel{2}} \\ x^2 &= 9 \\ x &= \sqrt{9} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Um terceiro erro recorrente encontrado nas soluções dos estudantes, é que eles utilizam potenciação para resolver a equação do segundo grau de maneira equivocada. Sabemos que o monômio  $x^2$  da equação é o termo de maior grau, mas os estudantes utilizam o mesmo como se fosse uma potência e eleva o coeficiente A ao quadrado.

Podemos inferir que o estudante além de não reconhecer que é uma equação do 2º grau não sabe que a potência pertence à parte literal e não ao coeficiente. Vejamos na figura 8 um exemplo sobre o terceiro erro.

Figura 8: Solução da Alternativa D da segunda atividade apresentada pelo o aluno A5.

$$\begin{aligned} \text{d) } 2x^2 &= 18 \\ 4x &= 18 \\ x &= \frac{18}{4} \\ x &= 14 \end{aligned}$$

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Em uma de nossas equações para se resolver a equação, antes tinha que ser resolvido um produto notável, onde podemos observar que um dos estudantes conseguiu resolver o produto notável, mas não consegue desenvolver a equação polinomial do 2º grau e chegar ao seu resultado. Onde se percebe que eles memorizam algumas fórmulas e não apreende que alguns conteúdos dependem de outros para serem resolvidos.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciamos esta parte do trabalho retomando o objetivo do trabalho que foi analisar os erros associados à resolução de atividades sobre a noção de equação do 2º grau de estudantes do 1º ano do Ensino Médio do município de Altinho. Para atingir tal objetivo consideramos ter dois objetivos específicos como suporte.

Um dos objetivos específicos foi identificar as possíveis dificuldades na resolução de atividade abordando a noção de equação do 2º grau. Sobre este conseguimos observar que os estudantes sentem dificuldade antes mesmo de realizar a resolução em conseguir identificar os coeficientes de uma equação polinomial do 2º grau. Tal constatação nos levou a outro questionamento, pois em alguns casos os alunos “parecem” saber utilizar a fórmula de Bháskara, utilizada para calcular as raízes da equação. O questionamento fica no sentido de se eles realmente sabem ou apenas mecanizaram o procedimento. Ingenuamente podemos sinalizar que acreditamos que eles apenas mecanizaram um procedimento, mas precisaríamos de mais informações por meio de outra pesquisa para tal afirmação.

Sobre o segundo objetivo que foi identificar as estratégias utilizadas na resolução de atividade abordando a noção de equação do 2º grau, na qual constatamos muitos erros anteriores, pois os estudantes pareciam não saber diferenciar uma equação polinomial do 1º grau de uma equação polinomial 2º grau, pois utilizam a mesma estratégia de resolução quando as vezes não cabia tal estratégia.

Diante destas constatações, esperamos que os mesmos possam servir e trazer contribuições na área de educação matemática, professores e alunos da academia e professores da educação básica e futuras pesquisas, na procura de mais conhecimento acerca das dificuldades dos alunos em equações do 2º grau com uma incógnita, no (re)pensar do ensino pelos professores do Ensino Fundamental, que possam desenvolver estratégias didáticas que possam sanar as dificuldades encontradas por seus alunos.

Além disso, ainda baseada na análise, podemos inferir que as dificuldades dos alunos parecem estar situadas na aprendizagem de conteúdos básicos da matemática, a falta de interpretação e leitura de enunciados das questões, a falta de hábito com a linguagem matemática.

Os resultados apresentados mostram que os alunos apresentam dificuldades não tão somente na Álgebra, mas também em conteúdos vistos anteriormente, conteúdos estes que são importantes para aprendizagem das equações polinomiais do 2º grau com uma incógnita.

Dessa forma, os erros apresentados pelos estudantes nos proporcionam a nos professores a uma compreensão no processo ensino/aprendizado podemos melhorar a forma que é abordado o conteúdo e a partir do momento podemos perceber que a aprendizagem é sempre uma atividade contínua, e que desta forma as dificuldades possam despertar o interesse para buscar meios e alternativas na construção para aprendizagem melhor dos nossos estudantes.

## REFERÊNCIAS

Brasil. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)**. Matemática. Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CURY, H. N. **Criação de ambientes de aprendizagem para o cálculo diferencial e integral**. In: CONGRESSO SUL-BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO-ÁREA DE EXATAS, 2000, Florianópolis. Anais... Florianópolis, 2000. 1 CD-ROM.

CURY, H. N. **Análise de Erros: o que podemos aprender com a resposta dos alunos**. Belo Horizonte: Autentica, 2008.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Ed. Unicamp, 2004.

FIORENTINI, D. **Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil**. Zetetiké, Campinas, Unicamp, Ano 3 – nº4, 1995.

GIL, Antonio Carlos. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

KLÜSENER, Renita. **Ler, Escrever e Compreender a Matemática, ao Invés de Tropear nos Símbolos**. In: NEVES, Iara et al. Ler e Escrever: Compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: Editora da Universidade, 2001. p. 177 – 191.

MIGUEL, Antônio; FIORENTINI, Dario; MIORIM, Maria Ângela. **Álgebra ou Geometria: Para onde Pende o Pêndulo?** Pró-Posições, v. 3, n. 1(7), p. 39 – 54, mar. 1992.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). **Pesquisa Social. Teoria, método e criatividade**. 18 ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

MIORIM, Maria Ângela; MIGUEL, Antônio; FIORENTINI, Dario. **Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro**. Zetetiké, São Paulo, ano 1, n. 1, p. (19 – 39), 1993.

MODANEZ, Leila. **Das sequencias de padrões geométricos á introdução do pensamento algébrico**. Dissertação de Mestrado em educação Matemática PUC – São Paulo, 2003.

OLIVEIRA, Ana Teresa de C. C. **Reflexões sobre a aprendizagem da álgebra**. Educação Matemática em Revista, São Paulo: SBEM, ano 9, n. 12, p. (35 – 39), jun.2002.

PONTES, J. da C. **Questões objetivas sobre funções das provas de matemática do vestibular da UFRN dos anos de 2001 a 2008: um diagnóstico sobre os erros que os candidatos cometem**. Dissertação

(Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Centro de Ciências Exatas e da Terra, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2008.

PONTES, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: Ministérios da Educação, 2009.

SANTOS, L. G. **Introdução do Pensamento Algébrico: um Olhar sobre Professores e Livros Didáticos de Matemática** (Dissertação de Mestrado). Universidade Federal do Espírito Santo, 2007.

SCHNEIDER, Alexandro. **A aprendizagem da álgebra nos anos finais do ensino médio**. Florianópolis. Monografia, 2013.

USISKIN, Zalman. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis**. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P.(Org). As ideias da álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

USISKIN, Zalman. **O Que É Álgebra da Escola Média?** In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As ideias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.