



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

DILAYNE SANTOS OLIVEIRA

**MODELOS DE FLUXO FRACIONÁRIO BASEADOS EM DADOS DE PRODUÇÃO  
DOS POÇOS PARA OTIMIZAÇÃO EM OPERAÇÕES DE INJEÇÃO DE ÁGUA**

Recife  
2021

DILAYNE SANTOS OLIVEIRA

**MODELOS DE FLUXO FRACIONÁRIO BASEADOS EM DADOS DE PRODUÇÃO  
DOS POÇOS PARA OTIMIZAÇÃO EM OPERAÇÕES DE INJEÇÃO DE ÁGUA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

**Área de concentração:** Simulação e Gerenciamento de Reservatórios de Petróleo.

**Orientador:** Prof. Dr. Bernardo Horowitz.

**Coorientador:** Dr. Juan Alberto Rojas Tueros.

Recife

2021

Catálogo na fonte  
Bibliotecária Maria Luiza de Moura Ferreira, CRB-4 / 1469

- O48m Oliveira, Dilayne Santos.  
Modelos de fluxo fracionário baseados em dados de produção dos poços para otimização em operações de injeção de água / Dilayne Santos Oliveira. - 2021.  
96 f.; il., tab.
- Orientador: Prof. Dr. Bernardo Horowitz.  
Coorientador: Dr. Juan Alberto Rojas Tueros.
- Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2021.
- Inclui referências.
1. Engenharia Civil. 2. CRMP . 3. Modelos de fluxo fracionário. 4. Otimização. 5. Injeção de água. 6. Gerenciamento ótimo de reservatórios. I. Horowitz, Bernardo (Orientador). II. Rojas Tueros, Juan Alberto (Coorientador). III. Título.

UFPE

DILAYNE SANTOS OLIVEIRA

**MODELOS DE FLUXO FRACIONÁRIO BASEADOS EM DADOS DE PRODUÇÃO  
DOS POÇOS PARA OTIMIZAÇÃO EM OPERAÇÕES DE INJEÇÃO DE ÁGUA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, como requisito para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil. Área de concentração Simulação e Gerenciamento de Reservatórios de Petróleo.

Aprovada em: 02/08/2021

**BANCA EXAMINADORA**

participação por videoconferência  
Prof. Dr. Bernardo Horowitz (Orientador)  
Universidade Federal de Pernambuco

participação por videoconferência  
Prof. Dr. Leonardo Correia de Oliveira (Examinador Externo)  
Universidade Federal de Pernambuco

participação por videoconferência  
Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Silvana Maria Bastos Afonso da Silva (Examinadora Interna)  
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico esse trabalho a Deus, a minha família, e a todos aqueles que trabalham na transformação da nossa sociedade através do conhecimento.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Alfa e o Ômega, o princípio e o fim, que é, que era, e que há de vir, cuja palavra é fonte de sabedoria e luz para os meus dias. O contato com a otimização matemática durante o desenvolvimento desta dissertação foi um presente, me revelando diariamente a grandeza de Deus nos meus dias. Tudo o que tenho e sou são reflexo do amor de Deus sobre mim.

Aos meus familiares, em especial, minha mãe Maria Erimar e meu pai Degelson Luiz, por todo incentivo, suporte e amor ao longo da minha caminhada.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Bernardo Horowitz, pela oportunidade de desenvolver este estudo e por me apresentar a beleza de aplicar a otimização para solução de problemas. Seu prazer em ensinar será algo que sempre guardarei comigo.

Ao meu coorientador, Dr. Juan Alberto Rojas Tueros, por todo suporte fornecido durante o desenvolvimento deste estudo e pela amizade construída. Obrigada por todo incentivo e conhecimento repassados. Que seu amor pelo conhecimento seja espelho para outras pessoas e que você continue desempenhando seu trabalho de maneira excelente com muito ânimo e alegria.

Aos meus amigos, em especial, Bruna Araújo, Matheus Brunnet, Matheus Garrido, Alberto Rojas, Andressa Dornelas e Alexandre Junior, pela amizade e pelas inúmeras vezes que me incentivaram a superar as dificuldades durante a execução deste trabalho.

A todos os professores que passaram por mim durante a realização do mestrado na UFPE, pelas contribuições valiosas para minha formação, conselhos e amizade. Todo bom começo tem um bom professor, e vocês foram muito importantes na minha etapa acadêmica e profissional na UFPE.

À Universidade Federal de Pernambuco, em nome dos funcionários da PPGEC, pela oportunidade de estudar o mestrado em Engenharia Civil e todo suporte administrativo e financeiro para sua realização.

Por fim, o presente trabalho foi realizado com o apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, a quem eu agradeço. Também agradeço aos demais órgãos financiadores, Petrobras e Energi Simulation, e todos aqueles que, direta e indiretamente, contribuíram para o sucesso deste trabalho.

## RESUMO

O presente trabalho utiliza os modelos de capacitância e resistência baseado no produtor (CRMP) e os modelos de fluxo fracionário Koval e Gentil para determinar a produção de óleo e água em reservatórios com injeção de água (*waterflooding*). Estes modelos utilizam como dados de entrada apenas o histórico das vazões dos poços. Além disso, propõe-se o modelo de fluxo fracionário Kogen, formulado como um problema não-linear restrito, cuja solução é obtida usando o algoritmo de programação quadrática sequencial (SQP). Os parâmetros dos modelos CRMP, Koval e Gentil são determinados ao solucionar-se um problema de mínimos quadrados. A performance dos modelos estudados é verificada através de um problema de otimização que visa maximizar a rentabilidade do reservatório. A função objetivo é o Valor Presente Líquido (VPL) do reservatório, e as variáveis de controle são as vazões dos poços injetores. Este problema de otimização é resolvido com o método SPQ, e o vetor gradiente é calculado utilizando o método baseado em ensembles. Para validar as estratégias propostas são empregados dois modelos de reservatórios: *Brush Canyon Outcrop* (BCO) e Brugge. Os resultados demonstram a capacidade do CRMP em prever a produção líquida dos poços e indicar a influência dos poços injetores sobre os produtores. Eles também validam a aplicabilidade dos modelos Koval, Gentil e Kogen para estimar as vazões de óleo e água. Observa-se que o modelo Kogen é capaz de prever com mais acurácia as vazões de óleo e água de poços com distintos níveis de corte de água, enquanto os demais modelos apresentam limitações neste sentido. Comparando o desempenho dos proxies CRMP+(modelos de fluxo fracionário) com um processo de otimização de alta fidelidade, observa-se que o CRMP+Kogen possui os melhores resultados. Para o BCO, o VPL final calculado com o proxy CRMP+Kogen é superior em 20.2% e 2.65% ao resultado obtido com Koval e Gentil, respectivamente. Este proxy também é capaz de gerar um bom ponto inicial para processos de otimização de alta fidelidade, reduzindo o número de iterações e o número de execuções do simulador. A aplicabilidade dos proxies gerados para resolução de problemas de otimização é demonstrada com resultados satisfatórios para previsão da produção de óleo e água.

**Palavras-chave:** CRMP; modelos de fluxo fracionário; otimização; injeção de água; gerenciamento ótimo de reservatórios.

## ABSTRACT

This work applies the Capacitance and Resistance Model based on the producer (CRMP) and the fractional flow models Koval and Gentil to determine water and oil production in reservoirs with waterflooding. These models only use the history well rates data as inputs. In addition, it presents a fractional flow model called Kogen, which is formulated as a non-linear constrained problem and solved with the Sequential Quadratic Programming (SQP) algorithm. The CRMP, Koval, and Gentil parameters are calculated using a Nonlinear Least Squares (NLS) algorithm. The comparisons between each model performance are made with an optimization problem to maximize the reservoir rentability. The objective function is the Net Present Value (NPV) of the reservoir, and the control variables are the injection rates. This optimization problem is solved applying the SQP method, and gradients are approximated with an ensemble-based method. To validate the proposed strategies, two reservoir models are used: Brush Canyon Outcrop (BCO) and Brugge. The results show the capacity of CRMP to forecast the liquid rate of producer wells and to indicate the influence of the injector on producer wells quantitatively. They also validate the applicability of Koval, Gentil, and Kogen models to estimate oil and water rates. It is observed that Kogen forecasts oil and water rates with more accuracy for wells with different water cut levels, while the other models show limitations. Comparing the proxies CRMP+(fractional flow models) performance with a high fidelity optimization process, it is observed that CRMP+Kogen presents better results. To BCO, the final VPL calculated with CRMP+Kogen is increased by 20.2% e 2.65% in comparison to Koval and Gentil models, respectively. This proxy also generates a good start point to high fidelity optimization processes, decreasing the number of iterations and simulation executions. The use of the proxies generated to optimization problems is demonstrated with satisfactory results to forecast oil and water productions.

**Keywords:** CRMP; fractional flow models; optimization; waterflooding; optimum reservoir management.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Consumo de Energia Primária em EJ/ano entre 1980-2050.....	14
Figura 2 – Evolução do consumo de Petróleo em (TWh) de 1965 a 2019.....	15
Figura 3 – Dados de entrada para um simulador de reservatórios de petróleo.....	17
Figura 4 – Classificação dos Métodos de Recuperação.....	19
Figura 5 – Representação esquemática do processamento dos dados de entrada e saída pelo sistema (reservatório) definido pelo modelo CRM.....	34
Figura 6 – Versão simplificada das equações que descrevem as Leis de Fourier, Ohm, Darcy e Faraday.....	34
Figura 7 – Modelo equivalente para linhas de transmissão com menos de 80 km	35
Figura 8 – Modelo simplificado de fluxo em um meio poroso.....	36
Figura 9 – (a) Balanço material para um reservatório e (b) variação da pressão média do reservatório devido a produção de fluidos.....	38
Figura 10 – Contribuição das vazões dos poços injetores 1,2 e 3 a vazão do produtor j .....	40
Figura 11 – Vista Superior da distribuição de permeabilidade para as camadas (a) 1, 2, 3; (b) 4,5 e (c) 6.....	46
Figura 12 – Modelo BCO: Localização dos Poços.....	47
Figura 13 – Ajuste de curvas de vazão líquida obtidas com o CRMP para os poços produtores do modelo BCO.....	49
Figura 14 – Corte de água versus Tempo Adimensional para diferentes valores do fator Koval.....	54
Figura 15 – Janela de tempo para calcular os parâmetros do modelo Koval.....	54
Figura 16 – Ajuste das curvas de corte de água para os poços produtores do Modelo BCO utilizando o Koval.....	57
Figura 17 – Ajuste das curvas de vazão de óleo para os produtores (a) P-1, (b) P-2, (c) P-5 e (d) P-7 do Modelo BCO utilizando o Koval.....	58
Figura 18 – Relação entre os logaritmos naturais de WOR e CI.....	60
Figura 19 – Ajuste das curvas de corte de água para os poços produtores do Modelo BCO utilizando o Gentil.....	63

Figura 20 – Previsão do corte de água para o produtor P-4, modelo BCO, com os modelos Koval e Gentil.....	64
Figura 21 – Esquema de funcionamento do modelo Kogen.....	65
Figura 22 – Viabilidade da Restrição não linear para o P-1 para $\alpha$ iguais a.....	68
Figura 23 – Viabilidade da Restrição não linear para os poços (a) P-4 e (b) P-5 para $\alpha$ iguais a 10%, 20% e 30%.....	68
Figura 24 – Comportamento do valor da função objetivo para o P-1.....	69
Figura 25 – Ajuste de curvas do corte de água para o P-1 com $\alpha$ igual (a) 10%, (b) 20% e (c) 30% .....	70
Figura 26 – Ajuste de curvas do corte de água para os poços produtores do Modelo BCO utilizando o Kogen com Wcut.....	71
Figura 27 – Ajuste de curvas do corte de água para os poços produtores do Modelo BCO utilizando o Kogen com VPL.....	72
Figura 28 – Resultados para o VPL utilizando Nr =10, Nr =30 e Nr=30.....	76
Figura 29 – Trajetória ótima para os poços I-1 e I-2 para a melhor solução, Nr = 30.....	77
Figura 30 – Trajetória ótima para os poços I-3, I-4 e I-5 para a melhor solução, Nr = 30.....	77
Figura 31 – Resultados do VPL utilizando os modelos Koval, Gentil e Kogen.....	78
Figura 32 – Evolução do VPL ao longo das iterações para o melhor resultado obtido com os modelos Koval, Gentil e Kogen.....	79
Figura 33 – VPL ótimo calculado utilizando os resultados do Koval, Gentil e Kogen como pontos de partida para otimização de alta fidelidade.....	81
Figura 34 – Distribuição dos poços para o modelo Brugge.....	82
Figura 35 – Distribuição das conectividades para os poços do modelo Brugge.....	84
Figura 36 – Previsão do corte de água utilizando o Koval para os poços P-6 e P-14 do modelo Brugge.....	85
Figura 37 – Previsão do corte de água utilizando o Gentil para os poços P-6 e P-14 do Brugge.....	86
Figura 38 – Previsão do corte de água utilizando o modelo Kogen para os poços P-6 e P-14 do Brugge.....	86
Figura 39 – Resultados para o VPL utilizando Nr =20 e Nr=30 o modelo Brugge...	87

Figura 40 – Trajetória ótima para os poços I-1, I-2, I-3 e I-4 para a melhor solução, Nr = 30.....	87
Figura 41 – Trajetória ótima para os poços I-5, I-6 e I-7 para a melhor solução, Nr = 30.....	88
Figura 42 – Trajetória ótima para os poços I-8, I-9, I-10 para a melhor solução, Nr = 30.....	88
Figura 43 – VPL ótimo utilizando o resultado do proxy CRMP+Kogen no simulador (Kogen) e como ponto de partida para o processo de otimização de alta fidelidade (Kogen*) .....	89

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Principais Etapas do Algoritmo SQP.....	30
Tabela 2 – Número de parâmetros a ser calculado para cada situação.....	45
Tabela 3 – Histórico de desenvolvimento do modelo BCO para 4 anos.....	47
Tabela 4 – Conectividades do modelo BCO.....	48
Tabela 5 - Parâmetros do Koval para o BCO.....	55
Tabela 6 - Parâmetros do Gentil para o BCO.....	62
Tabela 7 – Valores do Parâmetro $\alpha$ analisados.....	67
Tabela 8 – Comparação do VPL ótimo calculado com os modelos Koval Gentil e Kogen.....	80
Tabela 9 – Constantes de Tempo para o Brugge.....	84

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>14</b>
1.1	RECUPERAÇÃO SECUNDÁRIA: INJEÇÃO DE ÁGUA.....	17
1.2	MOTIVAÇÃO.....	19
1.3	OBJETIVOS.....	21
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO.....	22
<b>2</b>	<b>FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE INJEÇÃO DE ÁGUA.....</b>	<b>24</b>
2.1	PROBLEMA DE INJEÇÃO DE ÁGUA.....	24
2.2	ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO.....	26
<b>2.2.1</b>	<b>Método dos Mínimos Quadrados (Least Squares Method).....</b>	<b>26</b>
<b>2.2.2</b>	<b>Algoritmo SQP.....</b>	<b>28</b>
2.3	MÉTODO BASEADO EM ENSEMBLES.....	30
<b>2.3.1</b>	<b>Matriz de Sensibilidade.....</b>	<b>31</b>
<b>2.3.2</b>	<b>Estratégia de suavização.....</b>	<b>32</b>
<b>3</b>	<b>MODELO DE CAPACITÂNCIA E RESISTÊNCIA BASEADO NO PRODUTOR (CRMP) .....</b>	<b>33</b>
3.1	MODELO DE CAPACITÂNCIA E RESISTÊNCIA (CRM) .....	33
3.2	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA CRMP.....	41
3.3	APLICAÇÃO DO MODELO CRMP.....	45
<b>4</b>	<b>FLUXO FRACIONÁRIO.....</b>	<b>51</b>
4.1	MODELOS DE FLUXO FRACIONÁRIO.....	51
4.2	MODELO KOVAL.....	52
4.3	MODELO GENTIL.....	58
4.4	MODELO KOGEN.....	63
<b>4.4.1</b>	<b>Estudo do Parâmetro Coeficiente <math>\alpha</math>.....</b>	<b>65</b>
<b>4.4.2</b>	<b>Aplicação do Modelo Kogen: Modelo BCO.....</b>	<b>69</b>
<b>5</b>	<b>EXEMPLOS.....</b>	<b>73</b>
5.1	EXEMPLO 1: MODELO BCO.....	73
<b>5.1.1</b>	<b>Estudo do tamanho do ensemble.....</b>	<b>74</b>

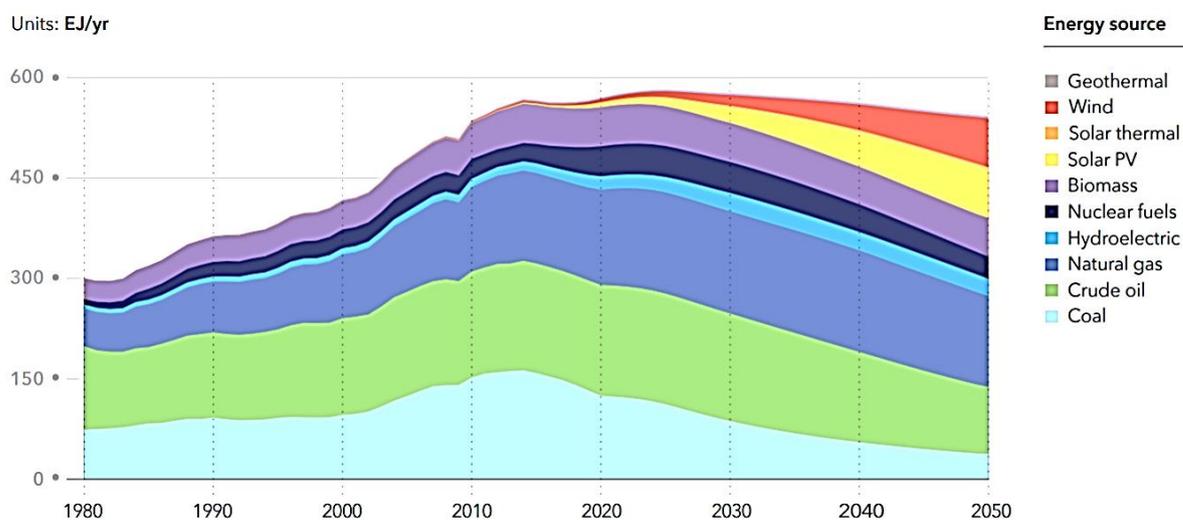
5.1.2	<b>Desempenho do proxy com os diferentes modelos de fluxo fracionário.....</b>	<b>75</b>
5.1.3	<b>Proxy como ponto de partida para o processo de otimização de alta fidelidade.....</b>	<b>79</b>
5.2	<b>EXEMPLO 2: MODELO BRUGGE.....</b>	<b>80</b>
5.2.1	<b>Aplicação dos modelos CRMP e de Fluxo Fracionário ao Brugge.....</b>	<b>82</b>
5.2.2	<b>Estudo do tamanho do ensemble.....</b>	<b>85</b>
5.2.3	<b>Otimização de alta fidelidade com a estratégia ensemble utilizando o resultado do proxy Kogen como ponto de partida.....</b>	<b>87</b>
6	<b>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>89</b>
6.1	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>89</b>
6.2	<b>SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>90</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>92</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O petróleo é considerado um recurso natural de extrema importância para segurança energética de um país, uma vez que é matéria prima de diversos produtos industrializados, como o plástico, e um dos vetores energéticos com maior capacidade calorífica que temos acesso. No contexto geopolítico internacional, diversos conflitos ao longo da história demonstram a importância deste recurso energético de modo que seu preço é um reflexo direto da conjuntura energética e política internacional.

Com a ascensão das fontes renováveis de energia, a longevidade da indústria petrolífera passou a ser questionada por diversos agentes. Iria esta chegar ao seu fim mais rápido do que se previa? A resposta para essa pergunta é muito difícil, porém é inegável que ao menos nos próximos 30 anos os hidrocarbonetos continuarão a ser a mais importante fonte de energia primária mundial (Figura 1).

Figura 1 – Consumo de Energia Primária em EJ/ano entre 1980-2050

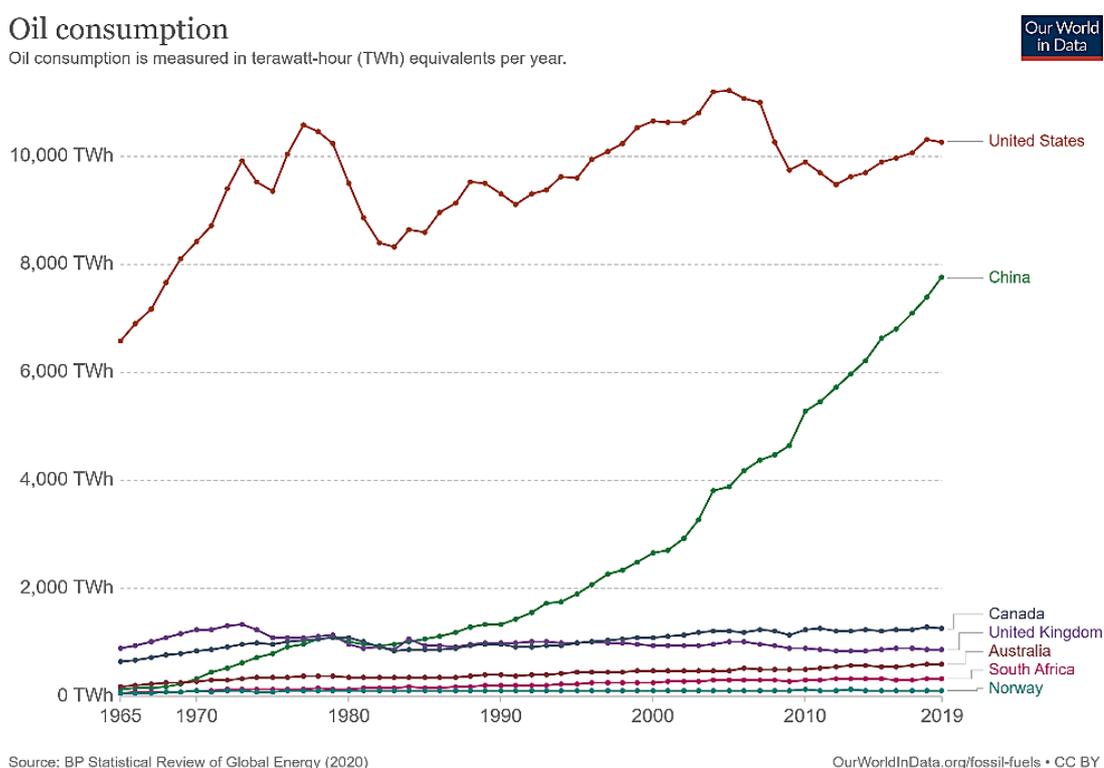


Fonte: DNV GL AS (2017).

Podemos observar na Figura 2 o comportamento do consumo de petróleo entre os anos 1965 e 2019, destacando-se China e Estados Unidos como maiores consumidores de petróleo da atualidade. Porém, tal cenário foi alterado com a chegada da crise econômica decorrente do vírus Covid-19, e essa tendência de crescimento reduziu cerca de 8.8%. Este foi o maior decréscimo anual no consumo de petróleo mundialmente registrado (IEA, 2021).

A agência Internacional de Energia (IEA) define o setor de transporte como o maior responsável por esta redução, pois ele corresponde a 60% da demanda total de petróleo e foi diretamente impactado pelas restrições de mobilidade impostas para conter o avanço do vírus Covid-19. Entretanto, espera-se que ao final de 2021, haja uma melhora dos índices de consumo, com valores próximos aos níveis observados ao final de 2019.

Figura 2 – Evolução do consumo de Petróleo em (TWh) de 1965 a 2019



Fonte: <https://www.iea.org/reports/global-energy-review-2021/oil>.

Este cenário de mudanças, dentro e fora do setor petrolífero, gera a necessidade de ferramentas que melhorem a eficiência energética das atividades relacionadas a cadeia de óleo e gás, para aumentar sua competitividade e melhorar o aproveitamento dos recursos explorados. Dessa forma, o gerenciamento ótimo de reservatórios de petróleo se torna um aliado importante para que as empresas possam melhorar a rentabilidade de sua produção, e assim, se adaptar a um novo mercado energético, onde a alta eficiência na produção dos ativos e capacidade de flexibilizar a produção são fatores chave para o bom desempenho econômico de seus agentes.

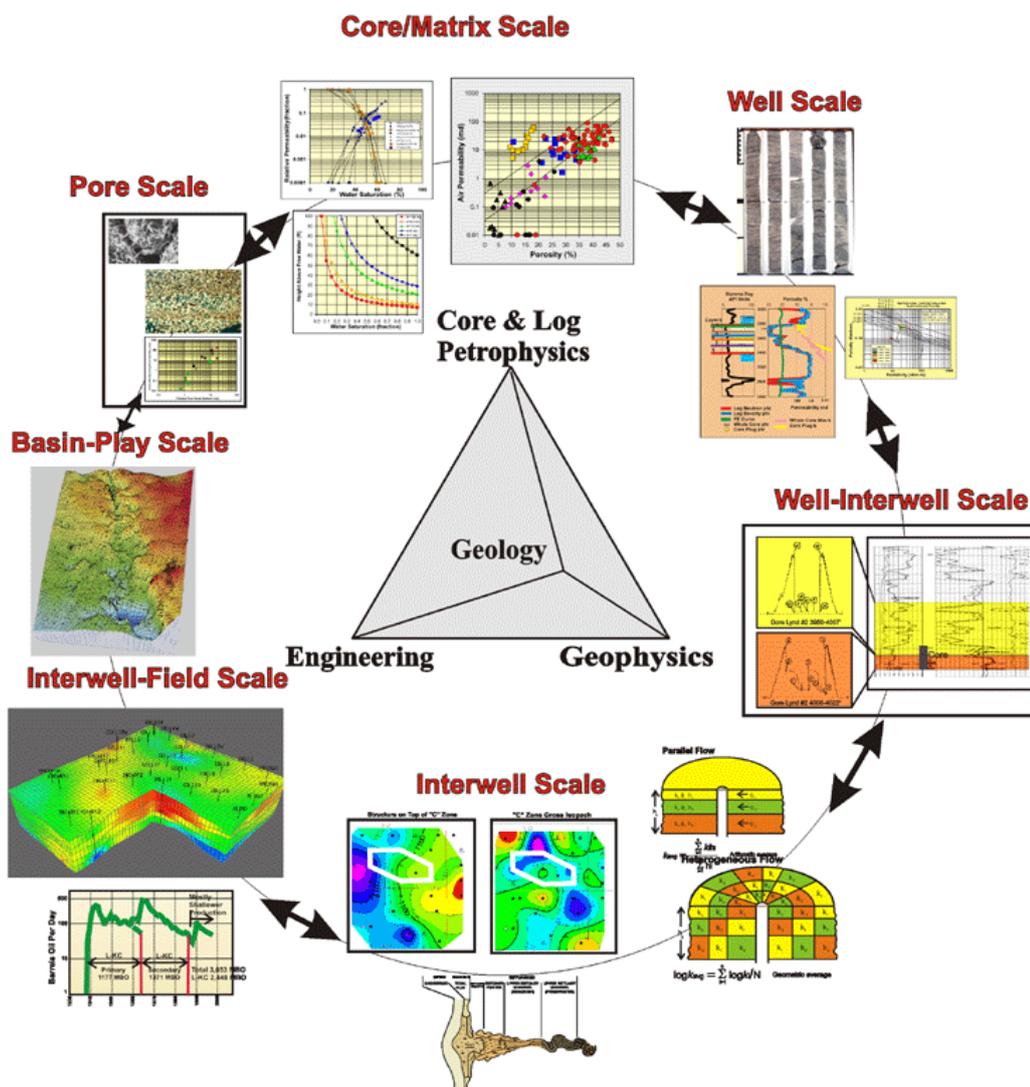
O gerenciamento ótimo de reservatórios de petróleo engloba modelos matemáticos que representam os parâmetros operacionais do campo, a exemplo das vazões de injeção e pressão de fundo de poço (*Bottom Hole Pressure*, BHP), como variáveis de projeto de um problema de otimização. Estes parâmetros são determinados através de algoritmos que definem a melhor configuração de operação do reservatório, diante do objetivo final definido pelo usuário. As variáveis de projeto também são submetidas a restrições, que por sua vez representam as limitações físicas e/ou econômicas observadas durante a operação do campo. Neste caso, o objetivo final é representado pela função objetivo do problema de otimização, que em geral se trata do Valor Presente Líquido (VPL) do campo. No presente estudo, cada variável de projeto é calculada para que o VPL seja maximizado ao final do período otimizado.

A aplicação de otimização para o gerenciamento de reservatórios requer do usuário uma modelagem computacional de suas características, de forma que o modelo seja capaz de reproduzir o comportamento dos fluidos em subsuperfície o mais próximo possível da realidade. Na indústria, a modelagem computacional dos reservatórios de petróleo é realizada através de simuladores de reservatórios, os quais são utilizados principalmente para prever a fluidodinâmica dentro do meio poroso.

Entretanto, como apresentado na Figura 3, os simuladores de reservatórios utilizados para este fim requerem um certo nível de detalhe e complexidade em termos da descrição das rochas e dos fluidos presentes. Isto faz com que o modelo se torne custoso computacionalmente, e requeira uma quantidade de tempo, que as vezes, não está disponível para o operador durante o processo de tomada de decisão.

Por outro lado, a limitação dos dados disponíveis para descrever os reservatórios com fidelidade também afeta a utilização dos simuladores (CAO et al., 2014). Poucas propriedades podem ser calculadas de forma direta, sendo estimadas de maneira indireta na maior parte dos casos. A obtenção destas propriedades pode envolver altos custos operacionais e procedimentos de alto valor econômico, como por exemplo os levantamentos sísmicos utilizados para calcular a porosidade, a permeabilidade e a saturação.

Figura 3 – Dados de entrada para um simulador de reservatórios de petróleo



Fonte: <https://forestjiang.files.wordpress.com/2015/02/p1-09.png>.

Dessa maneira, o aprimoramento de metodologias já existentes e o desenvolvimento de técnicas que reduzam o tempo de simulação e simplifiquem o processo de modelagem computacional, se torna uma prerrogativa atual e importante no contexto do gerenciamento de reservatórios de petróleo.

## 1.1 RECUPERAÇÃO SECUNDÁRIA: INJEÇÃO DE ÁGUA

O petróleo é resultante do processo de degradação da matéria orgânica em subsuperfície, o qual acontece em uma rocha denominada rocha geradora.

Posteriormente, após o processo adequado de maturação, ele é armazenado em uma rocha, denominada reservatório, a qual é selada pela rocha capeadora (rocha selante) que impede que os fluidos escapem para superfície. Os reservatórios de óleo e gás são meios porosos que podem ter qualquer origem, mas necessariamente devem apresentar características como boa porosidade e permeabilidade, e a capacidade de manter os fluidos em seu interior (ROSA et al., 2011).

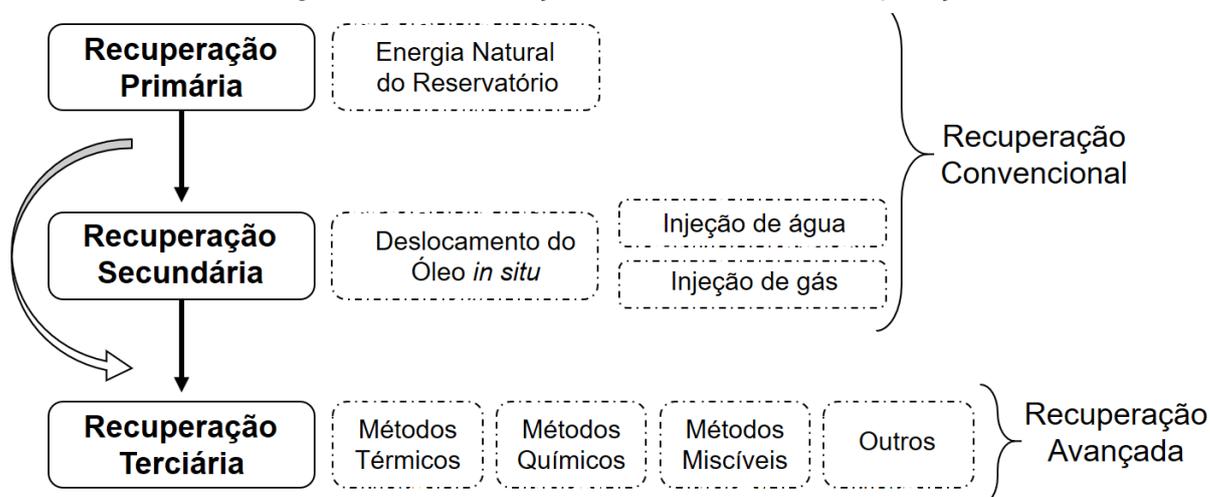
De acordo com o estado físico dos fluidos, os reservatórios de petróleo podem ser classificados em reservatórios de óleo, gás ou ainda reservatórios que apresentam as duas fases em equilíbrio. Comumente a produção inicial de hidrocarbonetos é ocasionada pela depleção natural da pressão original do reservatório, a qual é influenciada pelo volume e natureza dos fluidos existentes, pela composição da mistura de hidrocarbonetos e pelas condições iniciais de produção e superfície (ROSA et al., 2011; AHMED, 2001).

Dessa forma, é necessária uma dada quantidade de energia para que os fluidos presentes no reservatório sejam inicialmente produzidos, a qual é expressa na forma de pressão. Essa energia é a força motriz para que os fluidos superem a resistência imposta pelo escoamento no meio poroso e cheguem aos poços produtores. Quando a produção ocorre de maneira natural, o processo de recuperação é denominado de recuperação primária. Entretanto, a energia primária do reservatório apenas viabiliza que uma pequena parte do volume total de óleo seja produzido, levando a necessidade da aplicação de métodos de recuperação suplementar.

Os métodos de recuperação são caracterizados por operações que visam aumentar e acelerar a produção de hidrocarbonetos, à medida que minimizam os efeitos negativos da dissipação de energia no interior do reservatório (CUNHA, 2010). Estes métodos são classificados em três tipos (métodos de recuperação primária, secundária e terciária) de acordo com seu princípio físico-químico e sua interação com os fluidos existentes no reservatório (Figura 4).

A recuperação primária refere-se à produção de fluidos por meio da energia natural do reservatório, enquanto a recuperação secundária se utiliza de energia externa, introduzida no reservatório através da injeção de fluidos imiscíveis, para produzir. Por sua vez, a recuperação terciária ou avançada além de fornecer energia suplementar externa, pode promover uma mudança nas propriedades físico-química dos fluidos, com o uso de métodos térmicos e químicos, por exemplo (AHMED, 2012).

Figura 4 – Classificação dos Métodos de Recuperação



Fonte: A Autora (2021).

Os métodos de recuperação secundária ou métodos convencionais de recuperação de petróleo utilizam fluidos imiscíveis, sendo a água o fluido mais utilizado nestas operações. Seu objetivo é aumentar o diferencial de pressão no reservatório proporcionando uma maior produção sem que haja alterações das propriedades físicas dos fluidos produzidos. Segundo Queiroz (2006), a utilização de água gera um grande custo-benefício para o processo, pois além de ser um fluido que também é produzido durante a exploração do reservatório, ela apresenta uma alta imiscibilidade com o óleo, assegurando a geração de uma frente de deslocamento que será responsável por “empurrar” o óleo até o poço produtor.

## 1.2 MOTIVAÇÃO

Um dos desafios encontrados ao utilizarmos técnicas de otimização para melhorar a performance de reservatórios com injeção de água está relacionado a determinação da influência existente entre poços injetores e produtores. Diversas metodologias têm sido desenvolvidas para mensurar quantitativamente esta relação, entre elas pode-se destacar a utilização de testes de interferência e *tracer* testes (MAIZERET, 2013; KUMAR et al., 2020), *streamlines* (DATTA-GUPTA e KING, 2007), *flow diagnostics* (MØYNER et al., 2015) e os Modelos de Capacitância e Resistência (ALBERTONI e LAKE, 2003; YOUSEF et al., 2006; SAYAPOUR, 2008).

Entretanto, técnicas mais tradicionais podem requerer um certo nível de

detalhamento de parâmetros físicos e geológicos da rocha e dos fluidos, como os testes de interferência, aplicados para analisar a conectividade entre poços que resulta de operações de fraturamento hidráulico (KUMAR et al., 2020), o que dificulta sua aplicação em situações em que o acesso a esses dados é limitado.

Para superar esta dificuldade, Albertoni e Lake (2003) apresentaram o modelo de capacitância e resistência (CRM). Este modelo foi desenvolvido a partir das relações entre os dados de produção dos poços, visando quantificar a influência existente dos poços injetores sobre os produtores em operações de injeção de água. No presente estudo se utilizou o modelo CRM, sendo implementada a versão do modelo de capacitância e resistência baseado no produtor (CRMP), a qual é detalhada no Capítulo 3. Alguns exemplos de sua aplicação neste contexto são:

- Soroush et al. (2014): aplicaram a técnica CRM para avaliar a influência da variação do fator *skin* sobre as conectividades dos poços partindo do princípio da superposição.
- Lins et al. (2017): utilizaram o modelo CRM para determinar as conectividades entre os poços em um reservatório com múltiplas camadas.
- Tueros et al. (2018): usaram o método CRMP para refinar a sensibilidade do VPL dos poços produtores com respeito aos controles dos poços injetores, do método baseado em ensembles.
- Oscar e Oyinkepreye (2020): utilizaram o método CRM para identificar a presença de falhas entre os poços através das conectividades.

Por outro lado, embora o método CRM seja capaz de fornecer boas previsões sobre a produção líquida dos poços produtores em operações de injeção de água, ele não é capaz de prever os volumes de água ou óleo produzidos. Tal fato limita sua aplicabilidade em problemas de otimização, já que é necessário saber o quanto de óleo e água se produzirá para estimar os custos de produção, e prever a rentabilidade a cada nova configuração de operação proposta pelo algoritmo.

A literatura apresenta diversos modelos de fluxo fracionário que podem ser acopladas ao modelo CRM de modo que as vazões de óleo e água podem ser determinadas. Dentre os exemplos presentes, podemos citar:

- GENTIL (2005): propôs um modelo de fluxo fracionário para ser utilizado junto com o modelo CRM baseando-se na relação exponencial entre o volume de água injetada produzida e a razão óleo-água dos poços produtores. Seu modelo foi utilizado por Weber (2009) em problemas de otimização de injeção de água em reservatórios de larga escala, e por Jafroodi e Zhang (2011).
- Cao et al. (2014): ilustraram como o modelo CRM poderia ser combinado com o modelo de fluxo fracionário Koval (*CRMP-Koval Model*) para prever vazões de óleo e água. Eles também desenvolveram um modelo acoplado para o CRM chamado *Coupled CRMP*, onde as saturações de óleo e água são variáveis do modelo. Esse modelo foi utilizado por Hong (2017) para um processo de otimização robusta aplicada a campos com injeção de água, e por Cao (2014) para otimizar o esquema de injeção.

A utilização conjunta dos modelos de fluxo fracionário com o modelo CRM permite desenvolver modelos simplificados que não dependem de caracterizações mais robustas do reservatório e de seus fluidos, o que gera representações mais simples e reduz o custo computacional durante a resolução de problemas de otimização. Para este estudo, foram utilizados os modelos de fluxo fracionário Koval (SAYARPOUR, 2008) e Gentil (GENTIL, 2005) detalhados no Capítulo 4.

O desenvolvimento de modelos computacionais, como os citados anteriormente, representa um passo importante para a adaptação das empresas petrolíferas a nova era do setor energético. Estes modelos podem auxiliar as decisões por melhores estratégias para o desenvolvimento e gerenciamento da produção de hidrocarbonetos, atendendo as pressões impostas por agentes externos de forma rápida.

Por este motivo, esta dissertação apresenta modelos proxies para auxiliar o desenvolvimento de campos de petróleo com injeção de água. Os modelos estudados utilizam, como ponto de partida para previsão do comportamento dos poços, apenas os dados provenientes do histórico de produção. A grande vantagem está relacionada a baixa complexidade para modelar o comportamento fluidodinâmico nos reservatórios e o fácil acesso aos dados de entrada necessários para sua utilização.

### 1.3 OBJETIVOS

O objetivo geral do presente estudo é apresentar um novo modelo de fluxo fracionário alternativo baseado nos parâmetros dos modelos Koval e Gentil, denominado Kogen; e implementar os modelos de Capacitância e Resistência baseado no Produtor (CRMP) e de fluxo fracionário Koval e Gentil, para resolução de problemas de otimização.

Como objetivos específicos destacam-se:

- Analisar a performance do CRMP para calcular as conectividades entre os pares de poços injetores e produtores e prever a produção líquida dos produtores;
- Verificar as vantagens e limitações dos modelos de fluxo fracionário Koval, Gentil e Kogen para prever as vazões de óleo e água, calculando seus parâmetros através da resolução de problemas de otimização.
- Comparar os resultados obtidos para o problema de maximização do Valor Presente Líquido (VPL) do campo por cada proxy gerado com o CRMP e os modelos de fluxo fracionário Koval, Gentil e Kogen, com o processo de otimização de alta fidelidade.
- Analisar o impacto sobre o processo de otimização de alta fidelidade ao utilizar o ponto ótimo calculado com o proxy CRMP+Kogen como ponto inicial.

#### 1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está organizado em 6 capítulos, sendo este **primeiro capítulo** uma breve introdução sobre o contexto atual do setor petrolífero, e uma visão geral do trabalho e sua importância.

O **segundo capítulo** apresenta a formulação do problema de otimização de injeção de água (*Waterflooding Problem*), os algoritmos utilizados para sua resolução e uma descrição do método baseado em ensemble para aproximação do vetor gradiente.

O **terceiro capítulo** contém uma revisão bibliográfica do Modelo de Capacitância e Resistência (CRM), demonstrando a derivação de suas equações matemáticas e o significado físico de seus parâmetros até a obtenção do Modelo de Capacitância e Resistência Baseado no Produtor (CRMP). Os resultados obtidos ao

aplicar o CRMP ao modelo de reservatório BCO também são apresentados neste capítulo.

O **quarto capítulo** descreve os modelos de fluxo fracionário utilizados para estimar as vazões de óleo e água, sendo detalhados os modelos Koval (Koval), Modelo Gentil (Gentil) e o Modelo Kogen (Kogen), proposto neste trabalho. A comparação dos resultados obtidos com cada método para o BCO também é apresentada.

O **quinto capítulo** apresenta os resultados da aplicação das estratégias propostas a dois modelos de reservatórios. Avalia-se a performance dos proxies gerados, a partir da junção do CRMP com os modelos Koval, Gentil e Kogen, através das soluções calculadas ao resolver um problema de otimização que visa maximizar o VPL do reservatório.

Por último, o **sexto capítulo** contém as conclusões deste estudo e sugestões para trabalhos futuros. Ao final da dissertação, as referências bibliográficas utilizadas são apresentadas.

## 2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE INJEÇÃO DE ÁGUA

Nesta seção, apresentam-se a formulação do problema de otimização de injeção de água (*Waterflooding Problem*) e os algoritmos utilizados para sua resolução. Por último, como uma alternativa ao cálculo do vetor gradiente por diferenças finitas, é descrito o método baseado em ensemble para aproximação do vetor gradiente.

### 2.1 PROBLEMA DE INJEÇÃO DE ÁGUA

Com o desenvolvimento do campo e a contínua injeção de água, a produção de óleo tende a decrescer em virtude do aumento do volume de água produzido, e conseqüente redução do volume de óleo recuperado. Neste contexto, nota-se a necessidade de entender como cada poço injetor influencia os poços produtores presentes no campo, para assim prever seu comportamento futuro e redimensionar o volume injetado e sua redistribuição entre os injetores. Busca-se uma estratégia de desenvolvimento do campo que postergue o declínio da produção e melhore o fator de recuperação do óleo *in situ*.

Assim, ao otimizar as vazões de injeção de água de um dado campo é necessário definir suas variáveis de controle e as restrições impostas aos parâmetros a serem avaliados. O problema de injeção de água pode ser formulado em termos do Valor Presente Líquido do Campo (VPL), onde as restrições impostas sobre as vazões dos poços injetores e produtores refletem as limitações técnicas dos equipamentos de superfície em relação aos volumes de líquido que estes podem processar e/ou armazenar.

No presente trabalho, as variáveis de controle são as vazões de injeção e a única restrição imposta refere-se ao volume total de água injetado, de modo que o problema de injeção de água é formulado como:

$$\begin{aligned}
 \text{Maximizar } VPL(q_t) &= \left[ \sum_{t=1}^{N_c} \frac{1}{(1+d)^{\tau_t}} R(q_t) \right] \\
 \text{Sujeito a: } \sum_{i=1}^{N_i} I_{i,t} &\leq Q_{imax}, \quad t = 1 \dots N_c \\
 I_{i,t}^l &\leq I_{i,t} \leq I_{i,t}^u, \quad t = 1 \dots N_c, \quad i = 1 \dots N_i
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde,  $I_{i,t}$  = vazão de injeção do poço  $i$  durante o ciclo de controle  $t$ , o qual pertence ao conjunto de poços injetores do campo com um número total de  $N_i$  poços. Por sua vez,  $Q_{imax}$  = o volume total máximo injetado para o campo e  $N_c$  = número total de ciclos de controle. Os termos  $I_{i,t}^l$  e  $I_{i,t}^u$  representam os limites inferiores e superiores das variáveis de controle, respectivamente.

Para Eq. (2.1), a função objetivo trata-se do VPL, onde  $d$  = a taxa de desconto,  $\tau_t$  = tempo no  $t$ -ésimo ciclo de controle e  $q_t$  = o vetor das vazões dos poços para o ciclo de controle  $t$ .

O termo  $R(q_t)$  refere-se ao fluxo de caixa durante o ciclo de controle  $t$  e representa a receita proveniente da produção do óleo menos o custo de injeção e produção de água, o qual é dado por:

$$R(q_t) = \Delta\tau_t \left[ \sum_{j=1}^{N_p} (r_o q_{o,j}^t - c_{wp} q_{w,j}^t) - \sum_{i=1}^{N_i} c_{wi} I_{i,t} \right] \quad (2.2)$$

onde,  $\Delta\tau_t$  = intervalo de tempo do  $t$ -ésimo ciclo de controle,  $N_p$  = número total de poços produtores,  $r_o$  = preço do petróleo,  $c_{wp}$  e  $c_{wi}$  são os custos de produção e injeção de água, respectivamente. Por sua vez,  $q_{o,j}^t$  e  $q_{w,j}^t$  correspondem as vazões de produção de óleo e água provenientes do poço produtor  $j$ , respectivamente, e  $I_{i,t}$  a vazão de água injetada no poço produtor injetor  $i$ .

É importante notar que outros parâmetros como as pressões de fundo de poço e as vazões dos poços produtores também podem ser utilizados como variáveis de projeto, aumentando assim a abrangência e complexidade do problema acima formulado.

Neste estudo, para melhorar a performance do otimizador, as variáveis de controle ( $I_{i,t}^u$ ) são normalizadas por seus respectivos limites superiores ( $I_{i,t}^u$ ), como apresentado pela Eq. (2.3):

$$x_{i,t} = \frac{I_{i,t}^l}{I_{i,t}^u}, \quad i = 1 \dots N_i \quad (2.3)$$

Dessa forma, as variáveis de projeto passam a ser a fração de vazão alocada para cada poço injetor  $i$  no ciclo de controle  $t$ ,  $x_{i,t}$ , e a partir da Eq. (2.3), considera-se a seguinte formulação alternativa para o problema de injeção de água:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar } f(x) &= \frac{1}{\overline{VPL}} \left[ \sum_{t=1}^{N_c} \frac{1}{(1+d)^{t-1}} F(x_t) \right] \\ \text{Sujeito a: } \sum_{i=1}^{N_i} x_{i,t} &\leq Q_{imax} / I_{i,t}^u, \quad t = 1 \dots N_c \\ 0 \leq x_{i,t} &\leq 1, \quad t = 1 \dots N_c, \quad i = 1 \dots N_i \end{aligned} \quad (2.4)$$

onde,  $\overline{VPL}$  = fator de normalização da função  $f(x)$ , o qual comumente é tomado como  $VPL(x_0)$ , sendo  $x_0$  o ponto inicial. Neste caso, a vazão de cada poço injetor varia entre 0 e 1, onde 0 refere-se à condição na qual o poço está fechado e 1 quando este injeta o valor máximo de vazão permitido. Por sua vez,  $x_t$  trata-se do vetor das frações de vazão de todos os poços injetores do campo num dado ciclo de controle  $t$ .

O problema apresentado na Eq. (2.1) pode apresentar um caráter altamente não linear, dependendo das restrições consideradas. Além disso, o número de poços a serem gerenciados em um dado campo, refletirá diretamente sobre o número de variáveis de controle que o problema terá. Desse modo, é importante que sejam utilizadas metodologias matemáticas e computacionais eficientes que permitem resolver os problemas de otimização de forma rápida e com um baixo custo computacional através de diferentes algoritmos de otimização, os quais podem ser ou não baseados em gradientes.

## 2.2 ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO

Neste estudo, utilizamos dois algoritmos de otimização. O primeiro trata-se do Método dos Mínimos Quadrados (*Least Squares Method*, LS), o qual permite resolver problemas gerais de minimização restrita de uma forma simples; e o segundo, é o algoritmo de Programação Quadrática Sucessiva (*Sequential Quadratic Programming*, SQP), que apresenta a capacidade de resolver problemas não lineares restritos, com todos os tipos de restrições, abrangendo uma classe mais geral de problemas de otimização. Ambos são descritos a seguir.

### 2.2.1 Método dos Mínimos Quadrados (*Least Squares Method*)

A técnica dos Mínimos Quadrados possui a seguinte forma:

$$\text{Minimize } f(x) = \sum_{i=1}^n [T_i(x)]^2, \quad (2.5)$$

onde,  $T_i(x)$  é o  $i$ -ésimo erro entre os valores reais e aproximados de um modelo. Assim, ao minimizarmos a função  $T_i(x)$ , os valores dos parâmetros que melhor correlacionam o modelo estudado aos dados reais são calculados (WOLBERG, 2006).

Um exemplo prático de sua aplicação seria a determinação dos parâmetros de modelos proxy ao assumirmos as saídas de um simulador comercial de reservatórios (vazões de produção, BHP, Corte de Água, entre outras) como nossos valores reais. Ao minimizarmos esta função, encontraremos os valores para os parâmetros que produzem a menor erro entre o proxy em questão e o modelo real (simulador).

De modo geral, os algoritmos usados para resolução de problemas de mínimos quadrados são baseados na aproximação de Gauss-Newton, que apresenta razão de convergência quadrática ao aproximar-se da solução (WOLBERG, 2006). Nestes casos, a aproximação da matriz hessiana é precisa, ou seja, os resíduos tendem a zero na solução.

Isso é observado ao fazemos a primeira derivada da função  $T_i(x)$  (gradiente) e a segunda derivada (hessiana), como demonstrado a seguir:

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} \rightarrow T_i(x)T'_i(x) \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} \rightarrow T_i(x)T''_i(x) + [T'_i(x)]^2 \quad (2.7)$$

Logo, ao assumirmos que  $T_i(x)$  tende a zero próximo a solução, o primeiro termo da Equação (2.7), que contém a matriz hessiana das segundas derivadas, também tenderá a zero. Desse modo, a matriz hessiana pode ser aproximada apenas empregando-se as primeiras derivadas de  $T_i(x)$ .

A maior vantagem desse método está associada à sua capacidade de resolver problemas gerais de minimização restrita de forma simples, ao obter a matriz hessiana calculando apenas as derivadas de primeira ordem. Outro ponto importante, que se verifica ao investigar sua estrutura, é a obtenção da convergência de segunda ordem

característica do algoritmo de Newton empregando apenas derivadas de primeira ordem.

### 2.2.2 Algoritmo SQP

O algoritmo SQP demonstra grande eficácia na resolução de problemas não lineares restritos envolvendo todos os tipos de restrições, os quais representam a classe mais comum de problemas de otimização. Sua estratégia para solucionar um dado problema é transformá-lo em uma série de subproblemas quadráticos que serão resolvidos de forma sequencial.

Dentre os algoritmos de otimização utilizados para resolverem problemas com um amplo número de variáveis, ele se mostra como um dos mais eficientes em termos do número de iterações e de avaliação de função ( DEHDARI e OLIVER, 2012; LIU, FOROUZANFAR e ZHAO, 2018; TUEROS et al., 2019). Uma descrição mais detalhada do SQP pode ser encontrada em Biegler (2010).

O SQP emprega o método Quase-Newton para resolver as condições de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) do problema original. Em cada iteração, é gerado um subproblema de minimização quadrática, de modo que os coeficientes da função objetivo obtida são formados pelos gradientes da função objetivo do problema principal, e os termos quadráticos, formados por uma aproximação da Hessiana da função Lagrangeana do problema original.

Assim, o subproblema produzido consiste numa aproximação quadrática da função Lagrangeana sobre uma aproximação linear das restrições. Para exemplificá-lo, será considerado o problema não linear descrito abaixo:

*Minimize*  $f(x)$

*Sujeito a:*

$$g_i(x) \leq 0, i = 1 \dots m$$

$$h_j(x) = 0, j = 1 \dots l$$

(2.8)

onde,  $f(x)$  = função objetivo,  $g_i(x)$  e  $h_j(x)$  são restrições não lineares de desigualdade e igualdade, respectivamente.

Considerando a função de Lagrange dada por:

$$L(x, v, u) = f(x) + v^T h(x) + u^T g(x)$$

(2.9)

e partindo da Eq. (2.8), chegar-se-á ao seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned}
 \nabla L(x, v, u) &= \nabla f(x) + v^T \nabla h(x) + u^T \nabla g(x) \\
 h_j(x) &= 0 \\
 g_i(x) &= 0, i \in (\text{restrições ativas}) \\
 u_i &\geq 0, i \in (\text{restrições inativas})
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

que por sua vez, será transformado em sucessivos problemas de programação quadrática expressos pela Equação (2.11).

$$\begin{aligned}
 \text{Minimize } & \nabla^T f(x^k)d + \frac{1}{2}d^T H(x^k, v^k, u^k)d \\
 \text{Sujeito a: } & g_i(x^k) + \nabla^T g_i(x^k)d \leq 0, i = 1 \dots l \\
 & h_j(x^k) + \nabla^T h_j(x^k)d = 0, j = 1 \dots m
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

onde,  $d$  = vetor de correção de  $x$  na iteração  $k$ ;  $H(x^k, v^k, u^k)$  = matriz Hessiana da função Lagrangiana do problema original;  $v^k$  e  $u^k$  são os multiplicadores de Lagrange.

Desse modo, o SQP resolve o problema da Eq. (2.8) iterativamente substituindo a função objetivo por uma aproximação quadrática e as restrições não lineares por aproximações lineares. As principais etapas de um algoritmo SQP convencional são apresentadas na Tabela 1.

Nota-se que a matriz Hessiana  $H(x^k, v^k, u^k)$  é uma aproximação positiva definida da Matriz Hessiana da função de Langrange que pode ser atualizada pelos métodos que utilizam a primeira e/ou segunda derivada da função objetivo como DFP (David-Fletcher-Powell) e BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) (BIEGLER, 2010). Neste estudo, para atualização da matriz Hessiana foi utilizado o método BFGS.

O método SQP é uma técnica de otimização que utiliza gradientes, sendo mais eficiente para resolver problemas de grande escala (grande quantidade de variáveis) com um menor número de iterações durante o processo de otimização. Neste trabalho, o cálculo dos gradientes é feito duas formas: numericamente, utilizando diferenças finitas, as quais resultam num custo computacional maior em virtude de necessitar de um número maior de simulações; e por aproximação, empregando o método baseado em ensembles (EnOpt) proposto por Chen et al. (2009), que diminui

o número de simulações necessárias, reduzindo o tempo computacional para resolução do problema. Uma breve descrição do SQP é apresentada a seguir.

Tabela 1 – Principais Etapas do Algoritmo SQP

<b>Etapa</b>	<b>Descrição</b>
1	Estabelecer uma solução inicial $x_0$
2	Construir uma aproximação inicial para a matriz Hessiana dos termos quadráticos da função objetivo
3	Resolver o subproblema para encontrar a direção de busca $d$
4	Realizar uma busca linear para determinar o tamanho do passo na direção $d$
5	Atualizar a solução, remetendo-a para posição indicada
6	Verificar a convergência do algoritmo SQP
7	Se o mínimo local for encontrado o processo termina nesta etapa
8	Caso contrário, atualiza-se a matriz Hessiana via esquema BFGS, e volta para etapa 3

Fonte: Pinto et al. (2020).

### 2.3 MÉTODO BASEADO EM ENSEMBLES

Para calcularmos o vetor gradiente utilizou-se o método baseado em ensembles proposto por Chen et al. (2009). Uma descrição mais detalhada deste método pode ser encontrada em Chen e Oliver (2012), Dehdari e Oliver (2012) e Tueros et al. (2019).

Suas principais vantagens são a redução no número de iterações, fácil implementação e flexibilidade para adaptar-se a diferentes tipos de variáveis de controle e simuladores. Outro ponto relevante, é o uso do simulador como caixa preta sem a necessidade de intervenção do código fonte.

A determinação do vetor gradiente por ensembles constitui-se em uma aproximação não-local sobre o espaço gerado pelas realizações das variáveis de controle (CHEN e OLIVER, 2012). Desta forma, é necessário gerar diferentes realizações, as quais devem ser simuladas para calcular seus valores respectivos para o VPL.

Neste estudo, as etapas a seguir são utilizadas para criar as realizações dos controles (CHEN et al., 2009; SU e OLIVER, 2010; DEHDARI e OLIVER, 2012; TUEROS et al., 2018):

1. Usar a função de covariância esférica para gerar a matriz de covariância,  $C$ , para as variáveis de controle, evitando mudanças abruptas com o tempo (TUEROS et al., 2015).
2. Calcular a decomposição de Cholesky da matriz de covariância,  $LL^T = C$ , onde  $L^T$  e  $L$  são as matrizes triangular superior e inferior, respectivamente.
3. Informar os valores iniciais das variáveis de controle a serem perturbados,  $x_0 \in \mathbb{R}^{N_x}$  (estes são informados apenas na primeira iteração, pois nas iterações seguintes se usará os pontos ótimos das iterações anteriores), onde  $N_x =$  número total de variáveis de controle.
4. Adotar um desvio padrão para produzir perturbações nas variáveis de controle,  $\delta$ . A magnitude das perturbações definidas por  $\delta$  precisam ser equilibradas para que não seja muito pequena ou muito grande, o que depende do problema (SU e OLIVER, 2010).
5. Criar um vetor de variáveis aleatórias independentes,  $Z$ , com média zero e covariância unitária.
6. A realização do vetor de variáveis de controle,  $x_r \in \mathbb{R}^{N_x}$ , é dada por:

$$x_r = x_0 + \delta LZ \quad (2.12)$$

Embora o segundo termo da Eq. (2.12) gere realizações de controle suaves para cálculo do gradiente, não há garantia de suavidade nos controles durante o processo de otimização (TUEROS et al., 2019).

Para o presente trabalho, as realizações de variáveis de controle baseadas em ensembles satisfazem todas as restrições impostas, como exemplo, limitação das vazões dos poços e capacidade máxima de injeção permitida.

### 2.3.1 Matriz de Sensibilidade

Para calcular a matriz de sensibilidade usada para obtenção do gradiente, foram adotadas seguintes etapas propostas por Tueros et al. (2019):

1. Gerar uma matriz  $X \in \mathbb{R}^{N_x \times N_r}$  que contém o conjunto de todas as realizações de controle viáveis usando a Eq. (2.12), onde  $N_r =$  tamanho do ensemble. Neste trabalho, foram utilizados ensembles de tamanhos 10, 20 e 30.
2. Determinar a matriz de covariância baseada em ensembles,  $C_{xx} \in \mathbb{R}^{N_x \times N_x}$  (CHEN e OLIVER, 2012).

3. Calcular a matriz de covariância cruzada baseada nos controles e VPL's dos poços (TUEROS et al., 2019).
4. Calcular a matriz de sensibilidade como produto da matriz de covariância pela matriz de covariância cruzada.
5. O gradiente aproximado é a soma das colunas da matriz de sensibilidade.

Como comentado anteriormente, o vetor gradiente será a soma das colunas da matriz de sensibilidade, cuja acurácia varia em função da quantidade de membros do ensemble, o tamanho da correlação temporal dos ciclos de controle e da variação das perturbações dos controles.

Além disso, a precisão da matriz de sensibilidade dependerá fortemente do tamanho do ensemble. Porém, usar um número alto de membros para o ensemble pode aumentar o custo computacional durante o processo de otimização, reduzindo sua eficiência (TUEROS et al., 2019).

### 2.3.2 Estratégia de suavização

Neste estudo, foi utilizada a estratégia de suavização proposta por Tueros et al. (2019) para minimizar as mudanças abruptas nos valores dos controles durante o processo de otimização. Em nosso caso, os controles são as vazões dos poços injetores.

A estratégia está baseada em adicionar um novo termo a função objetivo apresentada pela Equação (2.4), de forma que as mudanças bruscas são penalizadas. Portanto, a formulação do problema de otimização com o termo de suavização aplicado as trajetórias dos controles, torna-se (BIEGLER, 2010):

$$\text{Maximizar } f(x) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_c} s_i (x_{i+1}^j - x_i^j)^2 \quad \text{com} \quad s_i = \beta / (N_c - 1) N_v \quad (2.13)$$

onde,  $N_v$  = número total de controles dos poços;  $\beta$  = fator de suavização sobre os controles. Podemos obter o problema original de otimização quando este fator é igual a zero. Para este trabalho, foi utiliza um fator  $\beta = 10^{-3}$  para todos os exemplos, como recomendado por Tueros et al. (2019).

### **3 MODELO DE CAPACITÂNCIA E RESISTÊNCIA BASEADO NO PRODUTOR (CRMP)**

O presente capítulo introduz uma visão geral sobre o Modelo de Capacitância e Resistência (CRM), usado para prever a produção de campos de petróleo, que utiliza como dados de entrada apenas os dados provenientes do histórico de produção dos poços.

Por fim, o Modelo de Capacitância e Resistência Baseado no Produtor (CRMP) é descrito em termos de sua aplicabilidade, vantagens e limitações. Para o presente trabalho, foi adotado o modelo CRMP porque este se mostra eficaz para a análise dos parâmetros dos poços de forma independente, permitindo uma boa compreensão do seu comportamento com um baixo custo computacional associado.

#### **3.1 MODELO DE CAPACITÂNCIA E RESISTÊNCIA (CRM)**

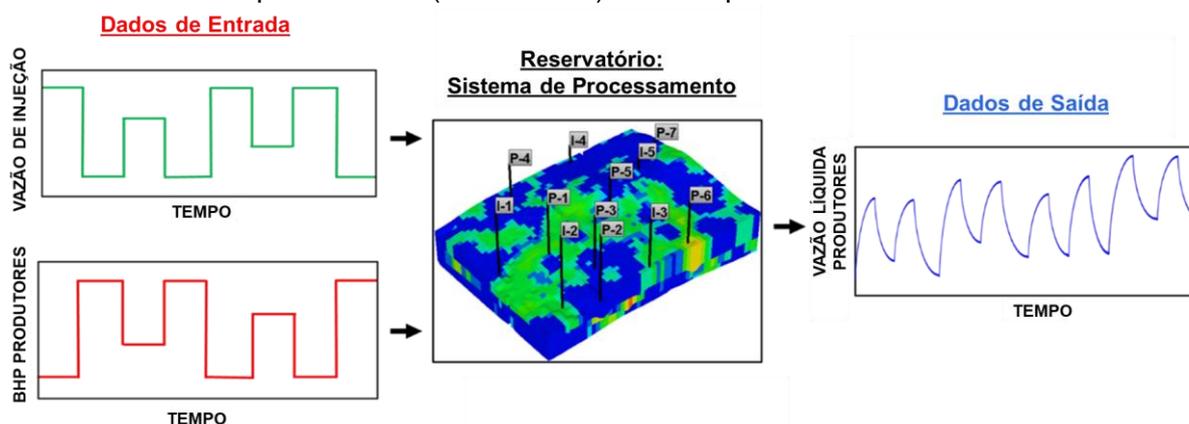
O modelo CRM é um modelo simplificado utilizado para representar a dinâmica existente no reservatório. Ele permite representar de forma quantitativa a comunicação entre os poços injetores e produtores, sendo desenvolvido a partir da equação de continuidade para meios porosos. Sua maior vantagem em relação aos simuladores de reservatórios convencionais é o fato de não necessitar de dados provenientes da caracterização geológica do reservatório, e mesmo assim, indicar importantes heterogeneidades presentes por meio de seus parâmetros, além de permitir prever a produção líquida dos poços.

O modelo foi desenvolvido inicialmente por Albertoni e Lake (2003) e tem como premissa básica a relação entre os efeitos de capacitância (compressibilidade) e resistividade (transmissibilidade) de um dado meio poroso. O histórico de vazões de injeção (poços injetores) e pressão de fundo de poço, BHP, (poços produtores) são tratados como sinais de entrada, que quando emitidos perturbam o sistema (reservatório), gerando dados de saída, neste caso, as vazões líquidas dos poços produtores (Figura 5). Dessa forma, é possível correlacionar estes dados e avaliar como as vazões de produção são influenciadas pela água injetada durante a exploração do campo.

Bruce (1943) foi o primeiro a apresentar um modelo análogo experimental entre o fluxo de óleo em meio poroso e o fluxo de corrente elétrica em meio condutor. Seus experimentos permitiram desenvolver uma unidade de aparatos elétricos que

representavam fisicamente uma malha computacional de um reservatório, ao relacionar as equações que governam o fluxo em meios porosos com as que descrevem os circuitos elétricos.

Figura 5 - Representação esquemática do processamento dos dados de entrada e saída pelo sistema (reservatório) definido pelo modelo CRM



Fonte: Adaptado de Oliveira et al. (2021).

Para compreender melhor esta relação proposta por Bruce (1943), observemos algumas das equações mais importantes da física moderna apresentadas na Figura 6. Todas essas equações têm em comum uma relação de causa e efeito, ou seja, há uma força motriz (Diferença de Potencial, Tensão, Pressão ou Temperatura) que gera um fluxo (elétrico, de fluidos, magnético ou calor) resultante de sua aplicação.

Figura 6 - Versão simplificada das equações que descrevem as Leis de Fourier, Ohm, Darcy e Faraday

$q_c = -kA \frac{\partial T}{\partial x}$	<b>Lei de Fourier</b>
$i = R \cdot \frac{\partial V}{\partial t}$	<b>Lei de Ohm</b>
$q_f = -KA \cdot \frac{\partial P}{\partial x}$	<b>Lei de Darcy</b>
$\varepsilon = -N \cdot \frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$	<b>Lei de Faraday</b>

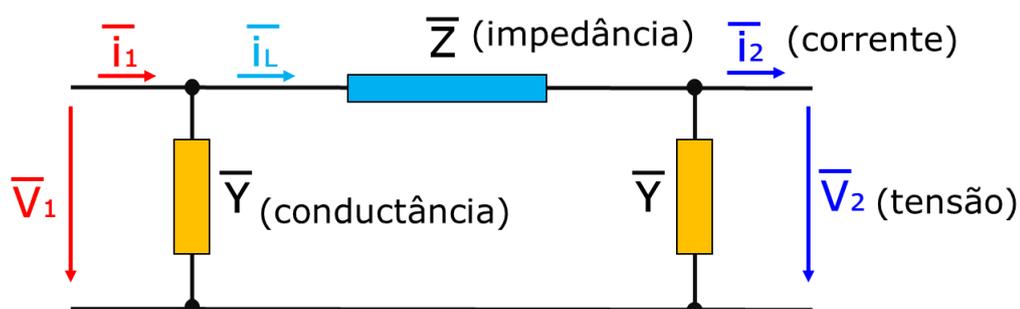
■ CAUSA ■ EFEITO

Fonte: A Autora (2021).

Portanto, da mesma forma que um diferencial de pressão gera um fluxo de fluidos em um meio poroso, um diferencial de tensão produz uma corrente elétrica (fluxo de elétrons) num circuito elétrico. Ambos os fluxos são influenciados por características intrínsecas ao meio como pela intensidade das forças motrizes as quais estão submetidos.

Analisando os modelos utilizados para estudar redes de linhas elétricas, que nada mais são do que grandes circuitos elétricos, observa-se que as linhas podem ser representadas apenas por suas propriedades capacitivas (condutância) e resistivas (impedância), como ilustrado pela Figura 7 (TORRES et al., 2006).

Figura 7 - Modelo equivalente para linhas de transmissão com menos de 80 km

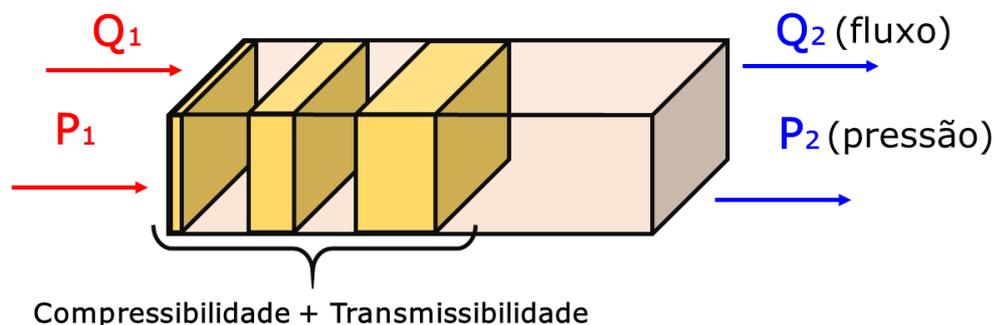


Fonte: A Autora (2021).

As propriedades capacitivas representam a capacidade que a rede elétrica tem de armazenar energia (carga) em seu interior, e a capacidade de reagir contrariamente a qualquer variação na tensão elétrica imposta ao circuito. Por sua vez, a resistência reflete a oposição que o meio oferece a passagem de corrente elétrica quando submetida a uma diferença de tensão.

De forma análoga, um reservatório de hidrocarbonetos apresenta também propriedades capacitivas as quais são demonstradas em termos da compressibilidade das rochas e dos fluidos, as quais permitem que energia seja armazenada na forma de pressão. Por outro lado, o meio poroso também demonstra resistência a passagem de fluidos, e esta é medida pelo inverso da transmissibilidade que ele possui (Figura 8).

Figura 8 - Modelo simplificado de fluxo em um meio poroso



Fonte: A Autora (2021).

Assim, baseando-se na relação de capacitância e resistência que os meios condutores apresentam a passagem da corrente elétrica, Yousef *et al.* (2006) propôs o primeiro modelo matemático, que posteriormente seria denominado *Capacitance and Resistance Model* (CRM), aplicado a reservatórios de petróleo. Entretanto, foram Albertoni e Lake (2003) os responsáveis por quantificar as relações entre os poços e sua relação com os dados de produção, como por introduzir os principais parâmetros do modelo (conectividades e constante de tempo) e a estrutura matemática base para estudos posteriores.

Para a derivação do modelo CRM, são adotadas as seguintes premissas:

- O reservatório é homogêneo;
- Não há alterações nas configurações geológicas do reservatório, o qual permanece inalterado durante toda janela de tempo estudada;
- O número de poços é considerado constante;
- Os parâmetros operacionais do campo e as propriedades da rocha reservatório devem ser constantes, com exceção das vazões de injeção, produção e pressão de fundo de poço (BHP) dos poços produtores e injetores.

Consideremos o reservatório apresentado na Figura 9a, o qual apresenta apenas um poço produtor e um poço injetor. Partindo do seu balance material, obtemos que o volume de fluidos acumulado em seu interior em um dado instante  $t$  será a diferença entre o volume de fluidos que entra (poço injetor  $i$ ) pelo que sai (poço produtor  $j$ ), como expressado pela Equação (3.1).

$$\frac{dV_p}{dt} = I(t) - q(t) \quad (3.1)$$

onde,  $V_p$  = volume poroso efetivo (poros conectados),  $I(t)$  = vazão do poço injetor no tempo  $t$  e  $q(t)$  = vazão total líquida do produtor no tempo  $t$ .

Por sua vez, a compressibilidade total ( $c_t$ ) do meio poroso, que engloba a compressibilidade das rochas e fluidos, é dada por:

$$c_t = \frac{1}{V_p} \frac{dV_p}{d\bar{P}_r} \quad (3.2)$$

onde,  $\bar{P}_r$  = representa a variação da pressão média do reservatório na região circunvizinha ao poço produtor (volume drenado), a qual é resultante da variação do seu BHP (Figura 9b).

Relacionando as Eq. (3.1) e (3.2), obtemos a equação diferencial que governa o balanço de massa em um reservatório com um injetor  $i$  e um produtor  $j$  no tempo  $t$ , como apresentada pela Eq. (3.3).

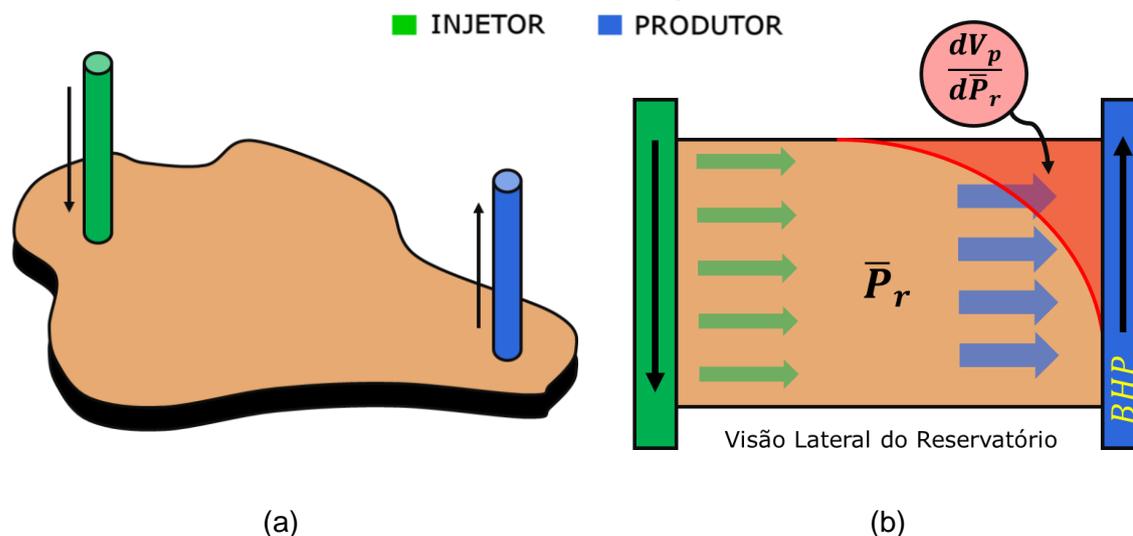
$$c_t V_p \frac{d\bar{P}_{r,j}}{dt} = I_i(t) - q_j(t) \quad (3.3)$$

É admitido que o reservatório da Figura 9a se trata de um reservatório subsaturado, ou seja, que em subsuperfície teremos apenas duas fases presentes: água e óleo, de modo que toda fase gasosa presente estará dissolvida no óleo. Baseado nesta premissa, é possível utilizar a seguinte expressão para relacionar a produção dos poços com a variação da pressão de fundo de poço:

$$q_j(t) = J_j \left( \bar{P}_{r,j}(t) - P_{wf,j}(t) \right) \quad (3.4)$$

onde,  $P_{wf,j}(t)$  = pressão de fundo de poço (BHP) do produtor  $j$  e  $J_j$  = índice de produtividade do produtor  $j$ . Esta relação é derivada a partir da Lei de Darcy para fluxo radial e permite relacionar a vazão líquida,  $q_j(t)$ , de um poço produtor com o gradiente de pressão ao seu redor,  $\left( \bar{P}_{r,j}(t) - P_{wf,j}(t) \right)$ .

Figura 9 - (a) Balanço material para um reservatório e (b) variação da pressão média do reservatório devido a produção de fluidos



Fonte: A Autora (2021).

Com respeito ao índice de produtividade, ele é um parâmetro importante para avaliar o potencial de produtividade de um poço quando este está sob condições de fluxo pseudopermanente (*pseudosteady state condition*) e para prever o comportamento futuro de sua produção. Além disso, o  $J_j$  reflete os efeitos dos parâmetros do reservatório (permeabilidade e espessura), do fluido produzido (viscosidade e fator volume de formação) e do próprio poço (raio) sobre sua produção, como se observa na Eq. (3.5) ( AHMED e MEEHAN, 2012).

$$J_j = \frac{ak_o h}{\mu_o B_o} \frac{1}{\ln(r/r_w)} \quad (3.5)$$

onde,  $a$  = fator de conversão de unidades,  $k_o$  = permeabilidade efetiva para fase óleo,  $h$  = espessura do reservatório,  $\mu_o$  = viscosidade da fase óleo e  $B_o$  = Fator Volume de Formação da fase óleo. A razão  $\ln(r/r_w)$  relaciona os raios do reservatório ( $r$ ) e do poço ( $r_w$ ), e desse modo, quantifica o raio de drenagem do poço. Para este modelo, os efeitos *skin* resultantes de danos devido a completação dos poços, operações de injeção, *workover* e entre outros não são considerados.

Portanto, rearranjando a Eq. (3.4) e substituindo na Eq. (3.3), obtemos que a equação de continuidade para cada poço produtor  $j$  pode ser escrita em termos de seu BHP, sua vazão líquida de produção e da vazão dos injetores presentes como:

$$c_t V_p \frac{d}{dt} \left( \frac{q_j(t)}{J_j} + P_{wf,j}(t) \right) = I_i(t) - q_j(t) \quad (3.6)$$

Rearranjado a Eq. (3.6), chegamos à equação diferencial de continuidade do modelo CRM para um poço produtor  $j$ , dada por:

$$\tau_j \frac{d}{dt} q_j(t) + q_j(t) = I_i(t) - \tau_j J_j \frac{d}{dt} P_{wf,j}(t) \quad (3.7)$$

onde,  $\tau_j$  é o parâmetro denominado de constante de tempo, cujo significado físico foi interpretado por Yousef et al. (2006), sendo definido como:

$$\tau_j = \frac{c_t V_p}{J_j} \quad (3.8)$$

Segundo Yousef et al. (2006), a constante do tempo representa o tempo necessário para que uma variação de pressão no meio poroso, resultante de uma variação nas vazões de injeção, influencie a vazão de produção de um certo poço produtor. Caso seu valor seja muito grande, significa que o sinal (em forma de pressão) enviado pelos poços injetores demora a se propagar no meio poroso, ou seja, o sistema apresenta uma resposta lenta ao estímulo. Caso contrário, os efeitos inversos são observados.

Albertoni e Lake (2003) apresentaram coeficientes que permitem relacionar a vazão de produção dos poços produtores com as vazões dos poços injetores através de uma combinação linear, denominados conectividades. Tais coeficientes,  $\lambda_{i,j}$ , são fatores de peso que ponderam a influência do volume injetado por cada injetor  $i$  com respeito a cada produtor  $j$ , e dependem da posição relativa dos poços como de características geológicas do reservatório. A relação linear entre as vazões líquidas dos poços produtores e injetores ponderada pelas conectividades é dada por:

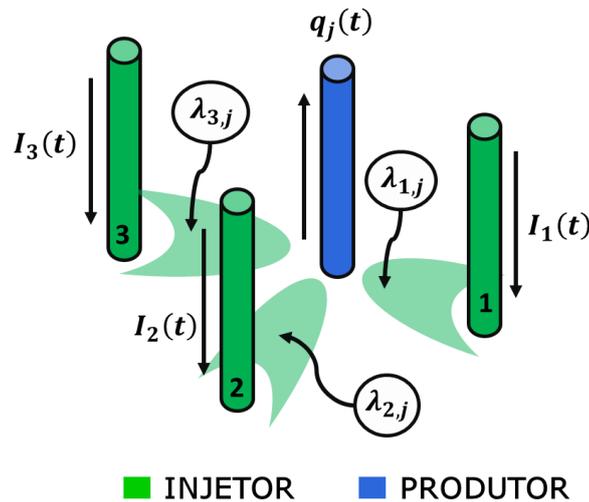
$$q_j(t) = \sum_{i=1}^{N_i} \lambda_{i,j} I_i(t) \quad (3.9)$$

onde,  $N_i$  = número total de poços injetores.

Gentil (2005) foi o responsável por interpretar o significado físico das conectividades. Consideremos o esquema apresentado pela Figura 10, onde temos três poços injetores ( $i = 1,2,3$ ) e um produtor  $j$ , conectados entre si. Segundo Gentil (2005), considerando o sistema balanceado, a vazão de injeção total,  $I_i(t)$ , de cada injetor  $i$  será igual ao somatório de sua contribuição,  $I_{i,j}(t)$ , a cada produtor  $j$ :

$$I_i(t) = \sum_{j=1}^{N_p} I_{i,j}(t) = \sum_{i=1}^{N_i} \lambda_{i,j} I_i(t) \quad (3.10)$$

Figura 10 - Contribuição das vazões dos poços injetores 1,2 e 3 a vazão do produtor  $j$



Fonte: Adaptado de Oliveira et al. (2020).

A partir da Equação (3.10), podemos obter a seguinte expressão para  $\lambda_{i,j}$ :

$$\lambda_{i,j} = \frac{I_{i,j}(t)}{I_i(t)} \quad (3.11)$$

A Equação (3.11) nos permite entender que as conectividades fisicamente representam a razão entre a parcela de fluido injetada por um injetor  $i$  que influencia a produção de um poço produtor  $j$ . Sendo inversamente proporcionais à distância entre os poços produtores e injetores, e diretamente proporcionais a transmissibilidade entre eles.

O modelo CRM apresenta três parâmetros principais (conectividades, constantes de tempo e o índice de produtividade) os quais são determinados ao resolver a sua equação diferencial de continuidade. Os diferentes tipos de modelos CRM são definidos de acordo com os volumes de controles adotados para solucionar a Eq. (3.7). Os modelos mais utilizados na literatura são apresentados a seguir, outros modelos podem ser encontrados em Holanda et al. (2018):

- CRMT (*Single Tank Representation*) – Para este modelo, o volume de controle é o volume drenado por todo o reservatório, o qual é representado como um tanque, onde um poço pseudo-produtor representa todos os poços produtores, um pseudo-injetor representa todos os poços injetores e os parâmetros são valores médios para todos os poços;
- CRMP (*Producer Based Representation*) – Neste caso o volume de controle é o volume poroso drenado por cada produtor, e os parâmetros são calculados de forma individual para cada produtor;
- CRMIP (*Injector-Producer Pair Based Representation*) – Considera como volume de controle o volume drenado entre cada par injetor-produtor, calculando os parâmetros do modelo para cada par injetor-produtor.

Para o presente estudo, foi adotado o modelo CRMP pois este se mostra bastante eficaz para análise dos parâmetros dos poços de forma independente, permitindo uma boa compreensão do comportamento futuro do reservatório com menos variáveis que outros modelos (SAYARPOUR, 2008; WEBER, 2009; HOLANDA, 2015; LINS et al., 2017; TUEROS et al., 2019).

### 3.2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA CRMP

O CRMP é um modelo que representa o reservatório em volumes de controle definidos pelas zonas de drenagem de cada poço produtor, que incluem todos os poços injetores que influenciam sua vazão de produção, como observado na Figura 10. Ele foi apresentado inicialmente por Liang et al. (2007). O CRMP considera três parâmetros principais: a constante de tempo ( $\tau_j$ ), o índice de produtividade ( $J_j$ ) e as conectividades ( $\lambda_{i,j}$ ). Os dois primeiros são determinados para cada poço produtor  $j$ , enquanto as conectividades são determinadas para cada par injetor  $i$  – produtor  $j$ . A descrição dos parâmetros do modelo CRMP é apresentada a seguir:

- Conectividades ( $\lambda_{ij}$ ): São definidas fisicamente como a fração do volume injetado pelo poço injetor  $i$  que influencia a produção de um dado poço produtor  $j$ , indicando o volume de água que escoar em direção ao mesmo. Além disso, ela reflete a transmissibilidade entre os poços e, segundo Yousef et al. (2006), pode ser entendida como uma propriedade que se relaciona diretamente as características geológicas do reservatório sendo também influenciada pela posição dos poços.
- Constante de Tempo ( $\tau_j$ ): Refere-se ao tempo necessário para que uma variação no volume injetado influencie a vazão de produção de um dado poço produtor  $j$ , através da variação da pressão no meio poroso (YOUSEF, 2006). Se o  $\tau_j$  possui um valor muito alto significa que o sinal (a onda de variação de pressão devido a injeção de fluidos no reservatório) demora a se propagar no meio poroso, ou seja, o sistema apresenta uma resposta lenta ao estímulo. Se é muito pequeno, os efeitos inversos são observados.
- Índice de Produtividade ( $J_j$ ): Quantifica qual a variação de pressão necessária no volume poroso drenado para que se obtenha uma dada vazão  $q_j(t)$ .

Podemos obter a equação diferencial para o modelo CRMP substituindo a Eq. (3.10) na Eq. (3.6), e ao introduzir as conectividades, a equação de continuidade para cada poço produtor  $j$  pode ser escrita como:

$$c_t V_p \frac{d}{dt} \left( \frac{q_j(t)}{J_j} + P_{wf,j}(t) \right) = \sum_{i=1}^{N_i} \lambda_{i,j} I_i(t) - q_j(t) \quad (3.12)$$

Rearranjado a Eq.(3.12), chegamos à equação diferencial de continuidade do modelo CRMP para um poço produtor  $j$ , dada por:

$$\tau_j \frac{d}{dt} q_j(t) + q_j(t) = \sum_{i=1}^{N_i} \lambda_{i,j} I_i(t) - \tau_j J_j \frac{d}{dt} P_{wf,j}(t) \quad (3.13)$$

Além das hipóteses adotadas para derivação do modelo CRM, é admitido que as vazões de injeção variam como uma função escada e o BHP varia de forma linear para um intervalo de tempo discreto,  $\Delta t$ . Durante este intervalo de tempo  $\Delta t$ , também

se assume que as vazões de todos os poços injetores e produtores são constantes, como também os parâmetros que definem o modelo.

Dadas as premissas assumidas, a equação diferencial de balanço de massa para o CRMP, expressa pela Eq.(3.13), tem como solução analítica a vazão líquida de produção no passo de tempo  $k$  para um dado produtor  $j$ , a qual é obtida ao integrar a Eq. (3.13) para um dado passo de tempo  $\Delta t$  (SAYARPOUR, 2008; WEBER, 2009; HOLANDA et al., 2018):

$$q_j^k = q_j^{k-1} e^{-\Delta t/\tau_j} + \left(1 - e^{-\Delta t/\tau_j}\right) \sum_{i=1}^{N_i} \lambda_{i,j} I_j^k - \left(1 - e^{-\Delta t/\tau_j}\right) \left[ \tau_j J_j \frac{P_{wf,j}^k - P_{wf,j}^{k-1}}{\Delta t} \right] \quad (3.14)$$

onde,  $q_j^{k-1}$  representa a vazão inicial para um dado passo de tempo  $k$ .

A Equação (3.14) nos permite interpretar a vazão líquida total de um poço produtor  $j$  como resultado da soma de três efeitos principais (termos a direita da equação), onde o primeiro termo se refere a resposta inicial do reservatório as condições operacionais impostas, representando a fração associada a energia natural do reservatório (produção primária) sobre a produção.

O segundo termo traz os efeitos da influência da recuperação secundária sobre a produção (injeção de água); e o terceiro termo representa a fração de óleo produzida decorrente dos efeitos da mudança da pressão de fundo de poço (BHP) dos produtores, podendo ser anulado caso os dados de BHP não estejam disponíveis. Neste último caso, ao desconsiderar o BHP, o parâmetro  $J_j$  também não será avaliado, reduzindo assim o número de parâmetros calculados.

Para este estudo, a determinação dos parâmetros  $\tau_j$ ,  $J_j$  e  $\lambda_{i,j}$ ,  $i = 1 \dots N_i$ ,  $j = 1 \dots N_p$ , é feita através de um problema de otimização utilizando a técnica dos mínimos quadrados, o qual é subdivido em duas partes: um problema acoplado e outro desacoplado. Essa estratégia é apresentada por Lins et al. (2017) e tem por objetivo resolver inicialmente um problema mais simples (desacoplado), onde o processo de otimização é feito de forma independente para cada produtor. Seu resultado gera um ponto de partida, *warm start*, para o problema acoplado que, por sua vez, realiza uma otimização que engloba todos os produtores, sendo mais complexo.

Como demonstrado por Lins et al. (2017), a grande vantagem dessa estratégia é a diminuição da quantidade de iterações do problema acoplado, resolvido através

da técnica Programação Quadrática Sequencial (SQP). Dessa forma, o uso de um *warm start* para o problema acoplado garante uma melhor performance para a otimização. Mais detalhes podem ser encontrados em Lins et al. (2017), Lins (2018) e Tueros et al. (2018).

O problema de otimização a ser resolvido, que se trata de um problema de mínimos quadrados cuja função objetivo é o somatório do quadrado dos erros entre a vazão observada ( $q_j^{k,obs}$ ) e a calculada pelo modelo CRMP ( $q_j^{k,cal}$ ) em cada passo de tempo  $k$ , para todos os poços produtores ativos no campo (onde  $j = 1 \dots N_p$ ,  $i = 1 \dots N_i$ ), tem a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize}_{\lambda_{ij}, \tau_j, J_j} \sum_{k=1}^{N_t} \sum_{j=1}^{N_p} (q_j^{k,obs} - q_j^{k,cal})^2 \\
 & \text{sujeito a :} \quad \sum_{j=1}^{N_p} \lambda_{ij} \leq 1, \text{ para todo } i \\
 & \quad \quad \quad 0 \leq \lambda_{ij} \leq 1, \text{ para todo } i \text{ e } j \\
 & \quad \quad \quad \tau_{min} \leq \tau_j \leq \tau_{max} \\
 & \quad \quad \quad J_{min} \leq J_j \leq J_{max}
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Os seguintes passos são adotados para resolução do problema apresentado na Equação (3.15):

1. No simulador, valores aleatórios de BHP para os produtores e de vazão de injeção para os injetores são impostos dentro de um intervalo determinado. Os valores são definidos em ciclos de controle de 30 dias (LINS et al., 2017; TUEROS et al., 2018).
2. Os dados da janela de tempo analisada são definidos a partir do passo de tempo em que todos os poços produtores já atingiram o irrupção de água (*waterbreakthrough*).
3. O método dos mínimos quadrados é utilizado para resolver o problema desacoplado, onde a restrição presente na Equação (3.15) é desconsiderada, e a otimização é feita de forma independente para cada poço produtor. A solução deste problema é o ponto de partida para resolver o problema acoplado. O problema desacoplado é dado por:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize} && \sum_{k=1}^{N_t} (q_j^{k,obs} - q_j^{k,cal})^2 \\
 & \lambda_{ij}, \tau_j, J_j && \\
 & \text{sujeito a :} && 0 \leq \lambda_{ij} \leq 1, \text{ para todo } i \text{ e } j \\
 & && \tau_{min} \leq \tau_j \leq \tau_{max} \\
 & && J_{min} \leq J_j \leq J_{max}
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

4. Para cada par produtor-injetor, é verificado se os resultados das conectividades infringem a restrição do problema ( $\sum_{j=1}^{N_p} \lambda_{ij} \leq 1$ ), para que o ponto de partida seja um ponto viável (LINS, 2018).
5. A partir do ponto de partida obtido, se resolve o problema acoplado apresentada na Equação (3.15), utilizando o algoritmo SQP.

Os dados para  $q_j^{k,obs}$  podem ser obtidos a partir do histórico de produção do campo, porém neste trabalho, a vazão líquida observada foi gerada pelo simulador comercial CMG-IMEX (CMG, 2018). Assim, as variáveis de projeto são determinadas ao calibrar-se a vazão líquida calculada à observada.

Ressalta-se que para cada poço produtor existem 3 variáveis de projeto associadas, além da  $q_j^{k-1}$  que pode estar disponível ou não, podendo também ser tratada como outra variável de projeto. A quantidade de parâmetros para cada situação possível está disposta na Tabela 2. Para os casos estudados, as vazões iniciais dos produtores eram conhecidas e o histórico de seus BHP constantes.

Tabela 2 – Número de parâmetros a ser calculado para cada situação

Situação	Número de Parâmetros
BHP (Conhecido) e $q_j^{k-1}$ (Conhecido)	$N_p(N_i + 2)$
BHP (Desconhecido ou constante) e $q_j^{k-1}$ (Conhecido)	$N_p(N_i + 1)$
BHP (Desconhecido ou constante) e $q_j^{k-1}$ (Desconhecido)	$N_p(N_i + 3)$

Fonte: A Autora (2021).

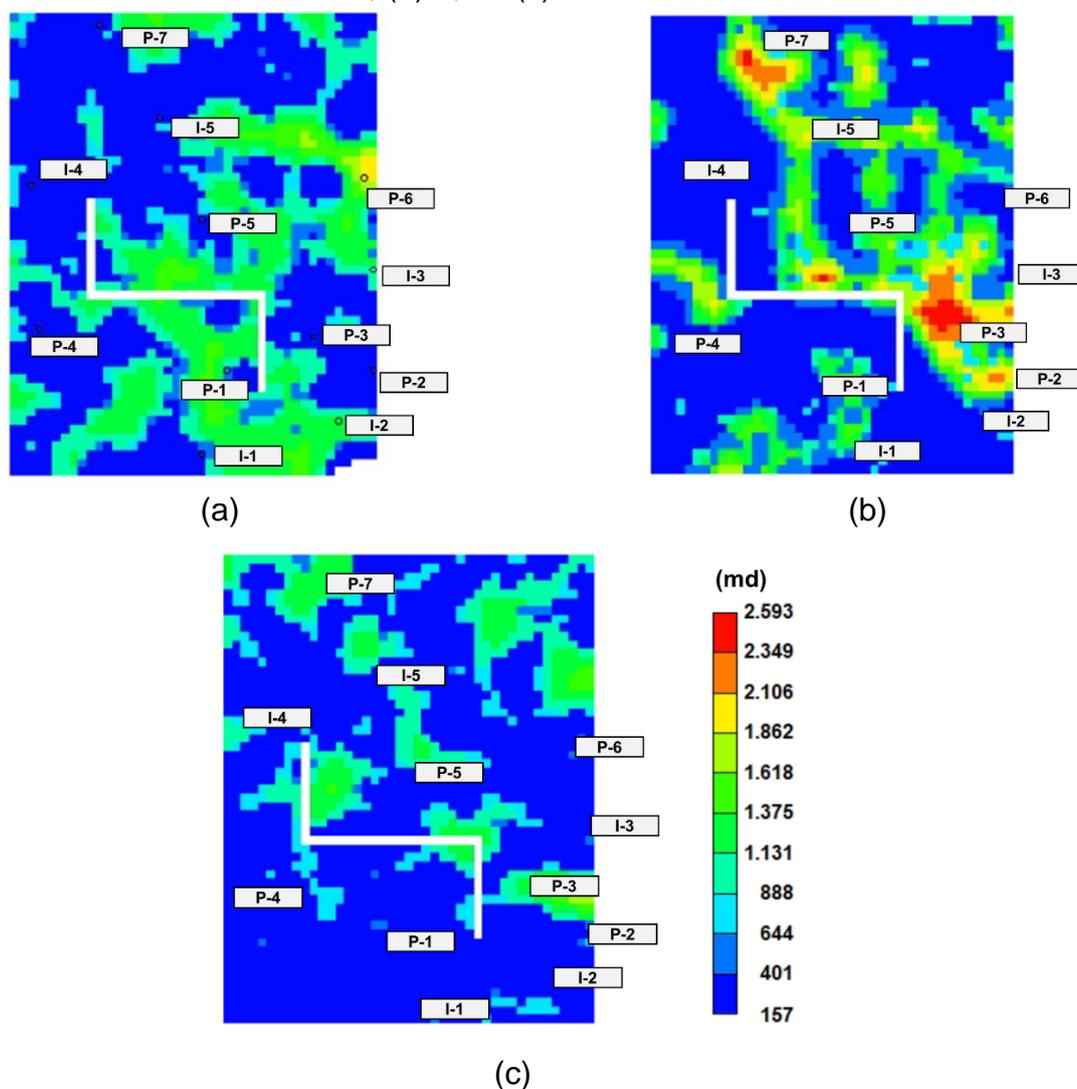
### 3.3 APLICAÇÃO DO MODELO CRMP

Para avaliar a performance dos modelos e estratégias propostas neste trabalho, foi utilizado o modelo *Brush Canyon Outcrop* (BCO), desenvolvido por

Oliveira (2006) a partir de técnicas de geoestatística e dados de afloramento. Ao modelo original foi adicionada uma falha impermeável, representada através de blocos ativos com permeabilidade, porosidade e transmissibilidade iguais a zero.

O modelo BCO possui um total de 55 x 33 blocos ativos, distribuídos em seis camadas, cuja permeabilidade horizontal varia entre 157 e 2692 mD (Figura 11). Já a permeabilidade vertical foi definida como 30% da permeabilidade horizontal. A porosidade se distribui num intervalo entre 16 e 28%. A viscosidade do óleo produzido é igual a 0.11 centipoises.

Figura 11 – Vista Superior da distribuição de permeabilidade para as camadas (a) 1, 2, 3; (b) 4,5 e (c) 6



Fonte: A Autora (2021).

Em termos de seus parâmetros operacionais, o reservatório possui um total de doze poços, sendo sete produtores e cinco injetores, completados verticalmente

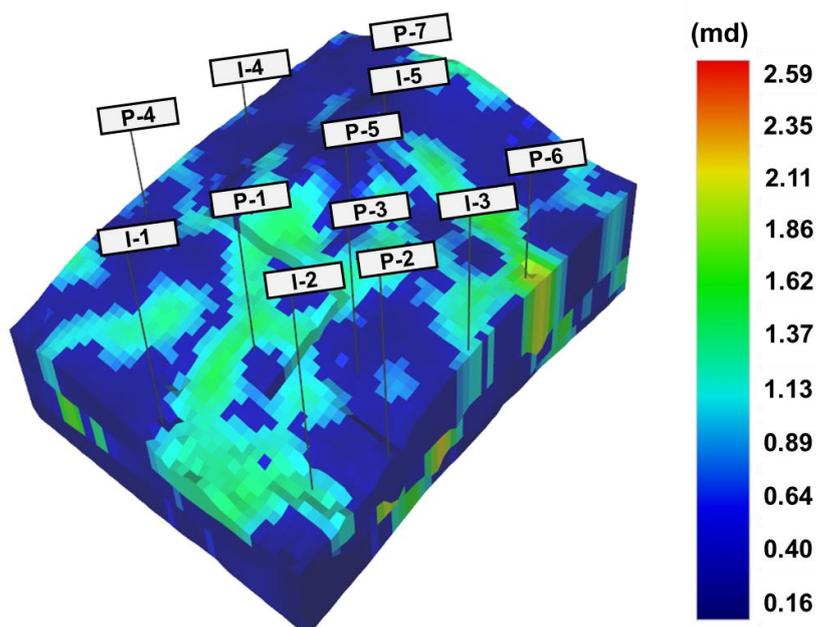
(Figura 12). Os poços produtores são operados pelo BHP, sendo mantidos sob um valor constante de 11000 kPa durante todo o período de exploração do campo. Por sua vez, os poços injetores são controlados pela vazão e operam em um intervalo de vazão entre 0 e 2500 m<sup>3</sup>/dia. Para este estudo, foi definido um período de operação de 24 anos, onde os 4 primeiros anos são referentes ao histórico de desenvolvimento do campo (abertura dos poços), e os 20 anos posteriores correspondem ao período destinado a otimização da produção. O histórico de desenvolvimento do campo é apresentado na Tabela 3.

Tabela 3 – Histórico de desenvolvimento do modelo BCO para 4 anos

Ordem dos eventos	Tempo (dia)	Poços produtores (P) e injetores (I) ativos
1	1	P-5
2	90	I-5
3	180	P-5, P-7, I-5, I-4
4	270	P-5, P-6, P-7, I-3, I-4, I-5
5	360	P-3, P-5, P-6, P-7, I-2, I-3, I-4, I-5
6	420	TODOS
7	500	TODOS
8	900	TODOS
9	1461	TODOS

Fonte: A Autora (2021).

Figura 12 – Modelo BCO: Localização dos Poços



Fonte: A Autora (2021).

Para o modelo BCO, tanto a vazão inicial como a variação de BHP eram conhecidas, havendo um total de 42 variáveis para o problema de otimização CRMP. A janela de tempo utilizada para determinação dos parâmetros CRMP foi entre 4000 e 6500 dias ( $\approx$  6,9 anos). Os dados usados para os cálculos correspondem a uma janela de tempo em que todos os poços produtores já atingiram o *waterbreakthrough*, o que reduz os efeitos de não-linearidades como explicado por Holanda (2015).

Os resultados para os parâmetros CRMP do modelo BCO são apresentados nas Tabela 4. Observa-se que os poços P-1 e P-4 apresentam os maiores valores de conectividade com respeito aos poços I-1 e I-4, respectivamente, os quais se encontram do mesmo lado falha. Entretanto, se comparamos o valor das conectividades dos poços P-1 e P-4 com os poços injetores restantes, verificamos que este é menor em comparação aos demais poços produtores. É importante ressaltar que o par P-1 / I-2 apenas apresenta um alto valor de conectividade devido a presença de uma zona alta permeabilidade entre estes poços.

Tabela 4 – Conectividades do modelo BCO

	<b>P-1</b>	<b>P-2</b>	<b>P-3</b>	<b>P-4</b>	<b>P-5</b>	<b>P-6</b>	<b>P-7</b>
<b>I-1</b>	0,3977	0,1308	0,1556	0,1473	0,0354	0,0821	0,0511
<b>I-2</b>	0,1859	0,2706	0,2744	0,048	0,0327	0,1351	0,0533
<b>I-3</b>	0,0394	0,1446	0,2354	0,0239	0,0893	0,3787	0,0887
<b>I-4</b>	0,1292	0,0759	0,1156	0,1852	0,094	0,1806	0,2187
<b>I-5</b>	0,045	0,0728	0,0906	0,0636	0,1417	0,29779	0,2884
$\tau_j$	16,837	6,3	9,89	24,21	23,26	18,86	20,34

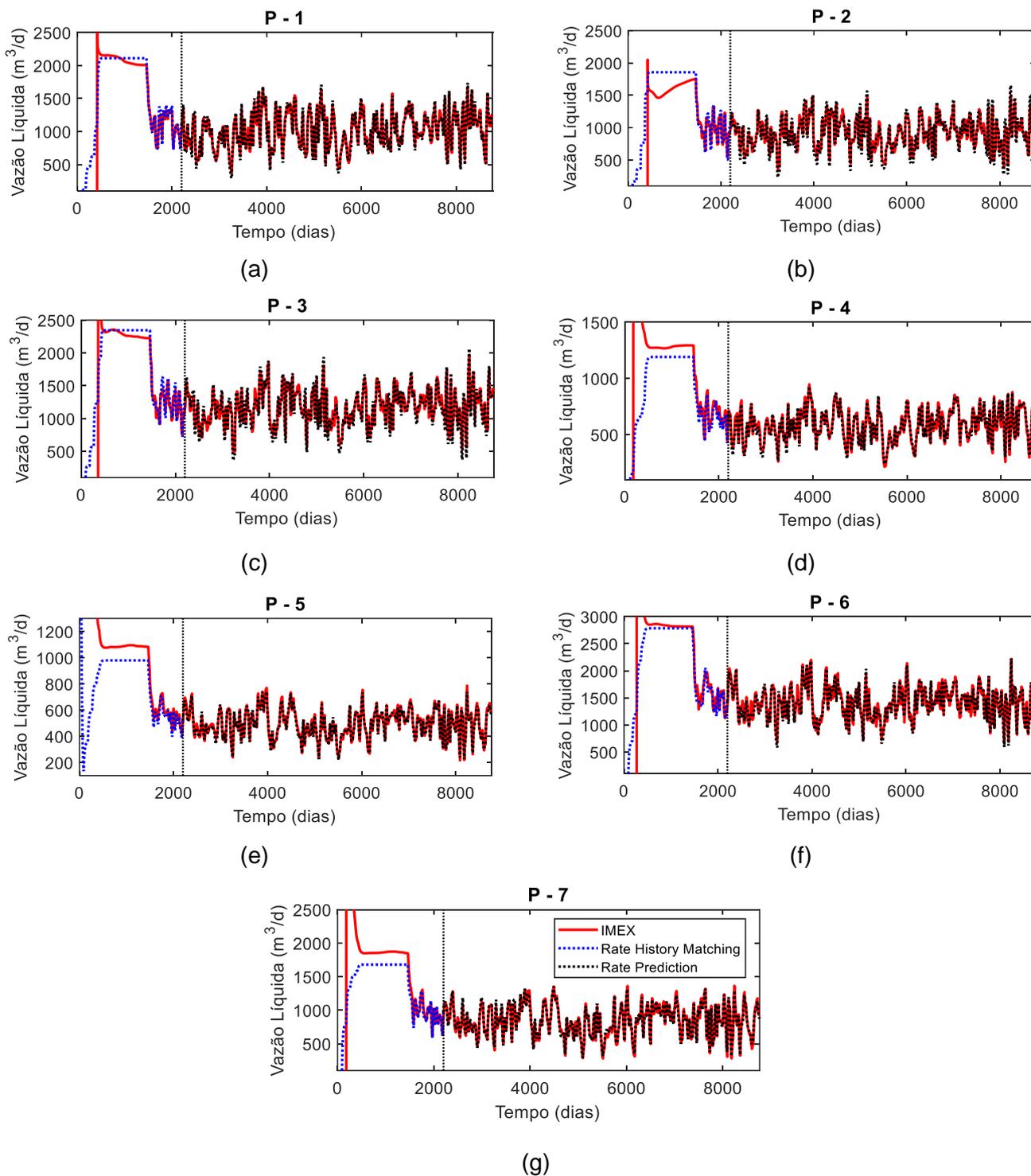
Fonte: A Autora (2021).

Com respeito a constante de tempo, esta varia de acordo com a localização dos poços no reservatório, e neste caso, quanto mais susceptível estiver um poço produtor a sofrer os efeitos das alterações de pressões dentro do reservatório, menor será seu valor. Assim, observa-se que o poço P-4 possui o maior valor de  $\tau_j$ , o que se explica pela sua localização no reservatório, estando cercado por zonas de baixa permeabilidade.

Por outro lado, o P-2 apresenta o menor valor para  $\tau_j$ , de modo que sua produção é mais rapidamente afetada pelas modificações dos gradientes de pressão em sua vizinhança, os quais são influenciados pela proximidade do P-2 aos poços I-2

e I-3. Para os demais poços produtores, análises similares foram realizadas, corroborando, portanto, a aplicabilidade do modelo CRMP e seus resultados.

Figura 13 – Ajuste de curvas de vazão líquida obtidas com o CRMP para os poços produtores do modelo BCO



Fonte: A Autora (2021).

Uma validação da qualidade dos parâmetros CRMP calculados foi feita através de um ajuste das curvas de vazão de produção líquida do histórico (*rate history matching*) e de vazão de produção líquida futura (*rate prediction*) para todos os produtores, a qual é apresentada na Figura 13. A partir dos resultados se pode observar que o modelo CRMP obteve êxito ao capturar a dinâmica do sistema utilizando apenas os dados do histórico das vazões dos poços como dados de entrada.

É importante notar que o esquema de operação do reservatório foi mantido constante durante todo o tempo de exploração, de maneira que os parâmetros obtidos são válidos para todo o intervalo de operação dos poços.

## 4 FLUXO FRACIONÁRIO

Neste capítulo se apresenta uma introdução sobre modelos de fluxo fracionário utilizados na literatura para estimar as vazões de óleo e água. Por fim, três modelos de fluxo fracionário são descritos e aplicados, sendo investigado suas principais vantagens e limitações. Os modelos analisados são: Modelo Koval (Koval), Modelo Gentil (Gentil), e Modelo Kogen (Kogen), proposto neste trabalho.

### 4.1 MODELOS DE FLUXO FRACIONÁRIO

O modelo CRMP é um modelo monofásico, ou seja, a vazão líquida dos poços produtores é tratada como uma única fase. Entretanto, na maioria das operações de campo, especialmente quando se otimiza a produção em operações de injeção de água (*waterflooding*), é necessário predizer as vazões de óleo e água dos poços de forma separada.

Neste contexto, os modelos de fluxo fracionário são bastante utilizados, sendo, portanto, ferramentas matemáticas que permitem compreender a distribuição da saturação dos fluidos no escoamento e estudar o fluxo bifásico em meios porosos. Diversas teorias sobre o fluxo fracionário têm sido desenvolvidas e utilizadas para descrever o fluxo bifásico de água e óleo em reservatórios, e os modelos desenvolvidos podem ser classificados em dois grandes grupos (CAO, 2014): modelos analíticos e modelos baseados em dados (*Data Driven*).

Os modelos analíticos clássicos necessitam estimar a saturação de água, sendo derivados da equação de fluxo de Darcy e continuidade. Em suas formulações são consideradas as propriedades físicas do reservatório, as quais quase sempre são expressas como função da saturação (Exemplo: Modelo de Buckley-Leverett).

Por outro lado, os modelos baseados em dados de produção são desenvolvidos a partir de correlações entre dados provenientes do histórico de produção do reservatório, como por exemplo as correlações entre produção acumulada de óleo e corte de água (*Water Cut,  $W_{cut}$* ). De modo geral, eles se caracterizam pela avaliação da performance de produção do reservatório e predição de sua produção (Exemplo: Modelo Gentil, (GENTIL, 2005)).

A partir desses modelos se determina o *W<sub>cut</sub>*, e com este, a partir da vazão líquida total, as vazões de óleo e água são calculadas. Com posse da  $q_j^k$ , obtida a

partir da Eq. (3.14), podemos obter a vazão de óleo,  $q_{o,j}^k$ , e água,  $q_{w,j}^k$ , para um poço produtor  $j$  num determinado passo de tempo  $k$  como:

$$q_{w,j}^k = q_j^k Wcut_j^k \quad \text{and} \quad q_{o,j}^k = q_j^k (1 - Wcut_j^k) \quad (4.1)$$

onde  $Wcut_j^k$  = o corte de água de um produtor  $j$  no passo de tempo  $k$ , determinado a partir dos modelos de fluxo fracionário.

Neste estudo, para estimar a percentagem da vazão de óleo e água com relação a vazão líquida total calculada pelo modelo CRMP, são utilizados três modelos de fluxo fracionário detalhados a seguir: os modelos Koval, Gentil e Kogen.

## 4.2 MODELO KOVAL

O modelo Koval, em inglês *Koval Model*, foi desenvolvido a partir da teoria apresenta por Koval (1963) para descrever o comportamento de fluidos viscosos em uma dispersão de fluidos miscíveis, sendo apresentado por primeira vez junto ao CRMP por Sayarpour (2008). Este modelo é bastante utilizado na literatura para determinar o corte de água em campos imaturos, ou seja, quando o corte de água é muito pequeno ou menor que 0.5 (SAYARPOUR, 2008; CAO, 2014; HOLANDA et al., 2018).

Baseando-se na Equação de Buckley-Leverett para a saturação, e após algumas derivações, se obtém a expressão que define o  $Wcut$  para o Koval como (CAO, 2014):

$$Wcut_j^k = \begin{cases} 0 & \text{se } t_{D,j} < 1/kval_j \\ \frac{kval_j - \sqrt{kval_j/t_{D,j}}}{kval_j - 1} & \text{se } t_{D,j} \leq 1/kval_j < kval_j \\ 1 & \text{se } kval_j \leq t_{D,j} \end{cases} \quad (4.2)$$

onde,  $kval_j$  = fator Koval para o produtor  $j$ ;  $t_{D,j}$  = o tempo adimensional para o produtor  $j$ , e  $V_{p,j}$  = volume poroso drenado de um produtor  $j$ .

O parâmetro  $t_{D,j}$  representa os efeitos do volume de água injetado no reservatório que afetam a produção de um produtor  $j$  em unidades de volume poroso, sendo calculado a partir da seguinte expressão:

$$t_{D,j} = \frac{\sum_{k=1}^{N_t} CI_j^k}{V_{p,j}} \quad (4.3)$$

onde,  $CI_j^k$  = o volume de água injetada produzida acumulada por um produtor  $j$  durante um período  $\Delta t^k$ .

Partindo dos valores das conectividades calculadas pelo CRMP,  $\lambda_{i,j}$ , podemos determinar o  $CI_j^k$  através da Equação (4.4). Para este estudo, se considera que o volume de água injetado por um injetor  $i$ ,  $I_i^k$ , é constante durante todo  $\Delta t^k$ , que por sua vez, equivale a duração de um ciclo de controle.

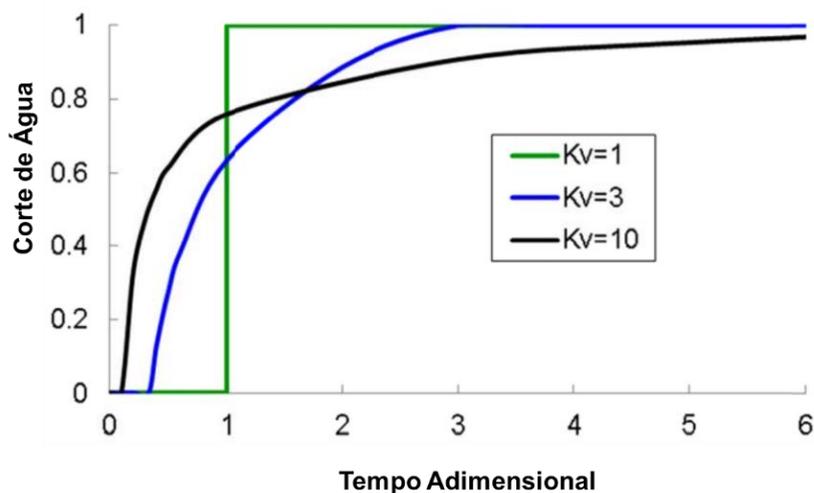
$$CI_j^k = \left( \sum_{i=1}^{N_i} \lambda_{i,j} I_i^k \right) \Delta t^k \quad (4.4)$$

Para o Koval, os dois parâmetros necessários para determinar o  $W_{cut}$  são  $kval_j$  e  $V_{p,j}$ . Com respeito aos seus significados físico, o  $kval_j$  qualitativamente pode indicar o grau de heterogeneidade do meio poroso ao redor do poço produtor. Assim, quanto maior o seu valor, mais alto é o grau de heterogeneidade e menor a eficiência de dispersão do meio. Nos casos em que  $kval_j = 1$ , teríamos um efeito de dispersão homogênea no meio poroso, ou seja, ao injetar-se um  $V_{p,j} = 1$ , já se é capaz de aumentar o volume de água produzido pelo produtor  $j$  de forma imediata, indicando poços com alto corte de água, como demonstrado graficamente na Figura 14. Por sua vez, o  $V_{p,j}$  corresponde ao volume poroso ao redor do poço produtor  $j$  (Figura 9b).

É interessante notar que para calcular os parâmetros do modelo Koval, a janela de tempo usada deve contemplar apenas a zona onde o corte de água é abaixo de  $\approx 0.5$ , como apresentado na Figura 15 (CAO, 2014). Entretanto, quando o aumento do corte de água na zona destacada em rosa na Figura 15 apresenta um comportamento mais suave, a janela de tempo pode ser ampliada para além deste valor. Em todos os casos, o tempo mínimo usado,  $t_i$ , deve ser escolhido a partir do

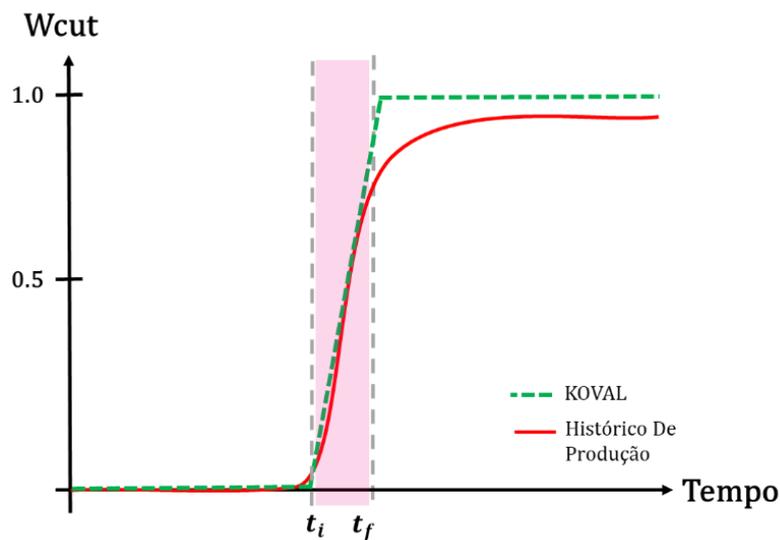
momento no qual ocorre a irrupção de água (*Waterbreakthrough*) no poço produtor avaliado.

Figura 14 – Corte de água versus Tempo Adimensional para diferentes valores do fator Koval



Fonte: Adaptado de Cao (2014).

Figura 15 – Janela de tempo para calcular os parâmetros do modelo Koval



Fonte: A Autora (2021).

Para determinar os dois parâmetros principais do Koval, se propõe o problema de otimização apresentado na Equação (4.5), a qual se trata de um problema não-linear de mínimos quadrados, onde se ajustam as curvas de vazão de óleo calculada

à observada. Para este problema as variáveis de projeto são os parâmetros  $kval_j$  e  $V_{p,j}$ .

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimize} \\
 & V_{p,j}, kval_j \quad \sum_{j=1}^{N_p} (q_{o,j}^{k,obs} - q_{o,j}^{k,cal})^2 \\
 & \text{Sujeito a:} \\
 & \sum_{j=1}^{N_p} V_{p,j} \leq V_{p,campo} \\
 & kval_{j,min} \leq kval_j \leq kval_{j,max}
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

onde,  $V_{p,campo}$  = o volume poroso total do reservatório. Se considerou que o limite inferior para o fator Koval seria  $kval_{j,min} = 1$ . Com respeito ao  $V_{p,campo}$ , seu valor pode ser determinado a partir do modelo computacional desenvolvido para o reservatório. Entretanto, se este valor não está disponível, a restrição em questão pode ser desconsiderada, e o problema passa a ser resolvido de forma individual para cada poço produtor.

Cao (2014) e Hong et al. (2017) calculam os parâmetros do Koval juntamente com os parâmetros do CRMP, utilizando modelos que acoplam ambos os problemas. Porém para a estratégia utilizada, a restrição da Eq. (4.5) é desconsiderada, e os parâmetros são determinados de forma independente para cada poço produtor  $j$ , desacoplado do CRMP.

Os resultados obtidos para os parâmetros do Koval para o modelo BCO são apresentados na Tabela 5. A Figura 16 apresenta o ajuste das curvas para o  $Wcut$  obtidas a partir do histórico e calculadas pelo Koval para todos os poços produtores.

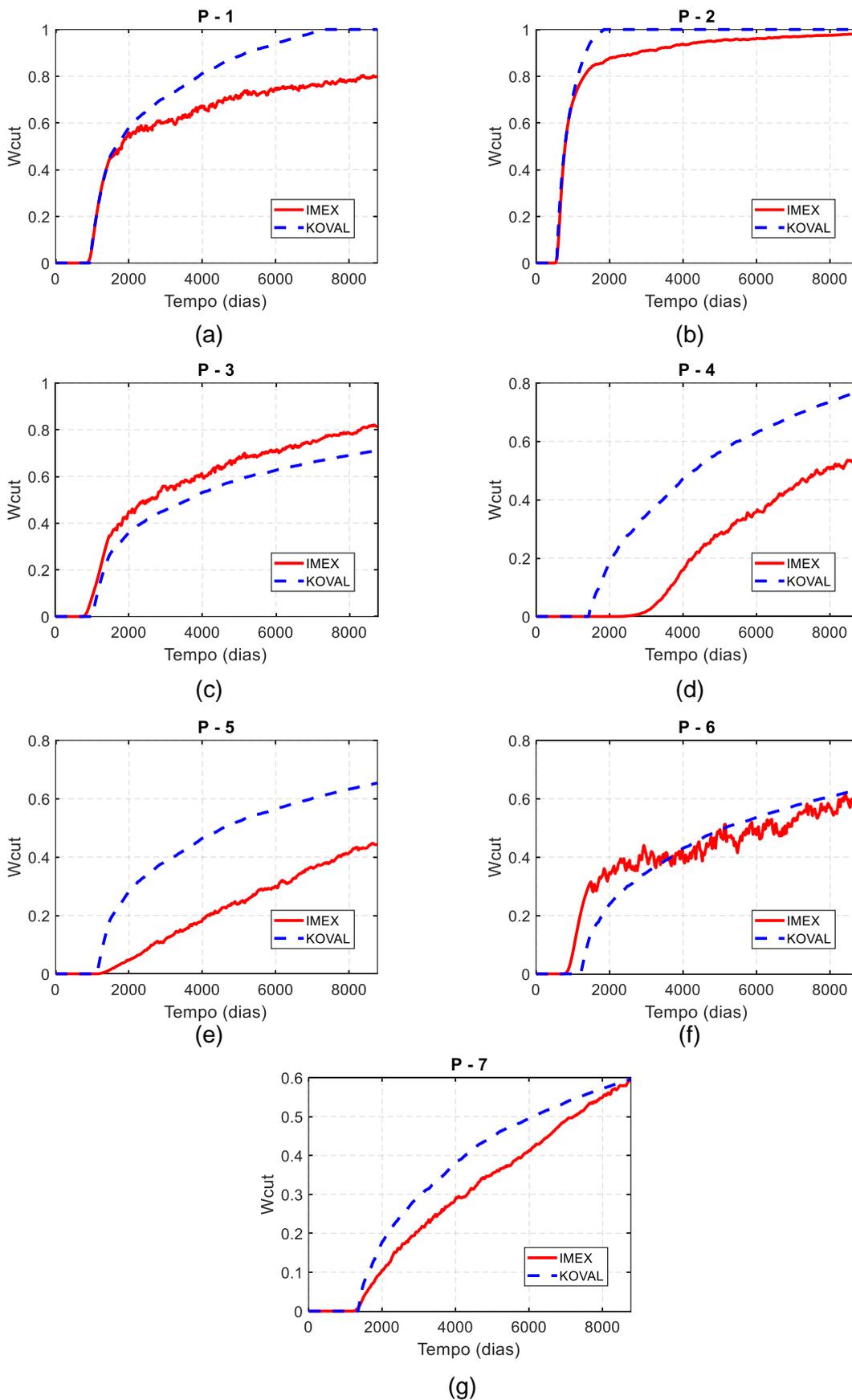
Tabela 5 - Parâmetros do Koval para o BCO

<b>Produtores</b>	<b><math>kval_j</math></b>	<b><math>V_{p,j}</math></b>
P-1	2,57	3230565,0
P-2	2,46	1140385,3
P-3	7,96	11292243,0
P-4	3,05	7041233,0
P-5	10,00	16770867,0
P-6	10,00	18589297,0

P-7	9,98	21248815,0
-----	------	------------

Fonte: A Autora (2021).

Figura 16 – Ajuste das curvas de corte de água para os poços produtores do Modelo BCO utilizando o Koval

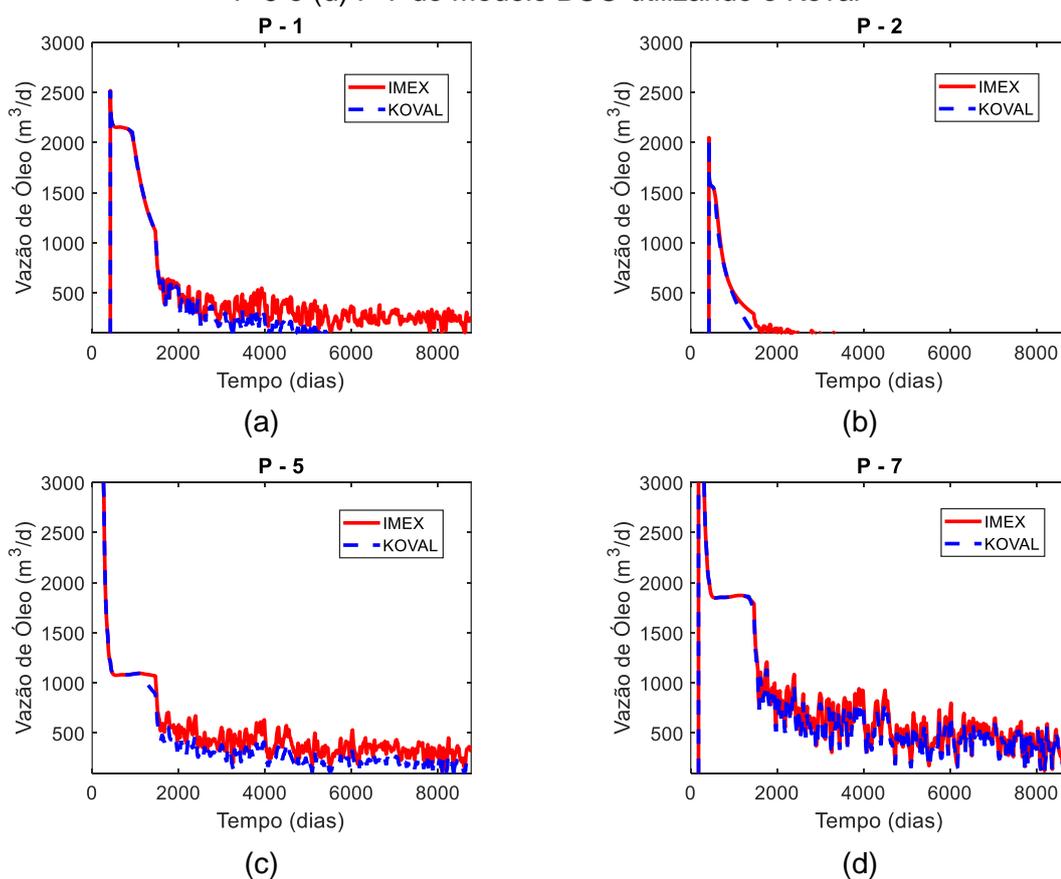


Fonte: A Autora (2021).

Como se observa na Figura 16, os produtores onde o *waterbreakthrough* ocorre mais cedo possuem um melhor ajuste das curvas nos tempos iniciais. Por outro lado, para os produtores onde o  $W_{cut}$  possui um comportamento mais suave ao longo do tempo ou apresenta valores menores que  $\approx 0.6$ , se nota uma diminuição da qualidade do ajuste das curvas.

De maneira geral, os valores de  $W_{cut}$  calculados com o Koval são eficientes para determinar a vazão de óleo nos anos iniciais, porém ao longo do tempo com o aumento do volume de água produzido, se observa uma diminuição de sua acurácia com respeito aos valores do simulador (Figura 17). Resultados semelhantes são observados em Cao (2014) e Hong et al. (2017).

Figura 17 – Ajuste das curvas de vazão de óleo para os produtores (a) P-1, (b) P-2, (c) P-5 e (d) P-7 do Modelo BCO utilizando o Koval



Fonte: A Autora (2021).

### 4.3 MODELO GENTIL

Diferente do Koval, o modelo de fluxo fracionário Gentil foi proposto por Gentil (2005) para prever a produção de óleo e água em poços com uma alta produção de água, ou seja, quando o  $Wcut$  é maior que  $\approx 0.5$ . Este modelo estabelece uma relação não linear entre a razão água-óleo ( $WOR$ ) e o volume de água injetada produzida acumulada ( $CI$ ) para um produtor  $j$ , Equação (4.6). Seus parâmetros  $a_j$  e  $b_j$  são calculados através do ajuste de curvas por regressão linear.

$$WOR_j^k = a_j(CI_j^k)^{b_j} \quad (4.6)$$

Rearranjado a Eq. (4.6), o  $Wcut$  pode ser calculado como:

$$Wcut_j^k = 1 - \frac{1}{1 + a_j(CI_j^k)^{b_j}} \quad (4.7)$$

Uma das grandes vantagens do modelo Gentil é que o volume de água injetada pode ser controlado e otimizado diretamente através do CRMP, diferente de outros modelos disponíveis na literatura (CAO, 2014). Além disso, o  $CI_j^k$  poder ser expresso em função das conectividades calculadas pelo CRMP.

Assim, para um produtor  $j$  em um passo de tempo  $k$ ,  $WOR_j^k$  e  $CI_j^k$  podem ser expressos como:

$$WOR_j^k = \frac{q_{w,j}^k}{q_{o,j}^k} = \frac{q_j^k - q_{o,j}^k}{q_{o,j}^k} \quad (4.8)$$

$$CI_j^k = \sum_{k=1}^{k^*} \sum_{i=1}^{Ni} \lambda_{ij} I_i^k \quad (4.9)$$

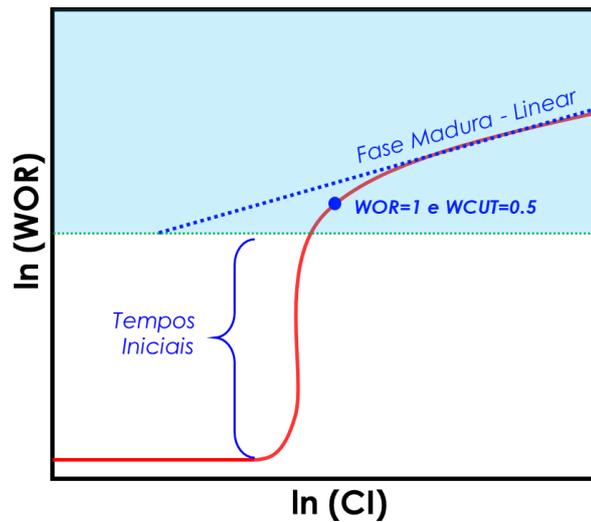
onde,  $CI_j^k$  representa o volume de água injetada produzida acumulada de um produtor  $j$  desde o início da operação até o passo de tempo atual  $k^*$ .

Como comentado anteriormente, o Gentil apenas é válido para campos maduros onde o  $Wcut$  já possui um valor razoavelmente alto (WEBER, 2009; CAO, 2014; HOLANDA, 2015). Essa restrição ocorre porque ao aplicarmos o logaritmo natural na Eq. (4.6), como mostra a Eq. (4.10), a relação linear que permite relacionar

a  $WOR_j^k$  e  $CI_j^k$  apenas é observada quando o valor de  $Wcut$  já é alto (Figura 18). Como resultado desta propriedade, se observa que o modelo Gentil possui uma janela de aplicação menor que o CRMP.

$$LWOR_j^k = \ln(WOR_j^k) = \ln(a_j) + b_j \ln(CI_j^k) \quad (4.10)$$

Figura 18 – Relação entre os logaritmos naturais de WOR e CI



Fonte: A Autora (2021).

É importante notar que os parâmetros  $a_j$  e  $b_j$  não apresentam significado físico associado, sendo apenas coeficientes relacionados ao ajuste entre as curvas observadas e as calculadas pelo modelo. Entretanto, para o parâmetro  $b_j$ , Gentil (2005) apresentou uma correlação entre este e a relação entre permeabilidades relativas de óleo e água produzidos proposta por Yortsos et al. (1999), indicando que o expoente  $b_j$  poderia trazer informações com respeito as permeabilidades relativas do óleo e da água presentes no reservatório.

Assim, para determinar os parâmetros do modelo Gentil se propõe o seguinte problema de otimização:

$$\text{Minimize}_{a_j, b_j} \sum_{k=koil}^{N_t} (LWOR_j^{k,obs} - LWOR_j^{k,cal})^2 \quad (4.11)$$

$$\text{Sujeito a: } \begin{aligned} b_{j,min} &\leq b_j \leq b_{j,max} \\ a_{j,min} &\leq a_j \leq a_{j,max} \end{aligned}$$

onde,  $LWOR_j^{k,obs}$  = logaritmo natural da razão água-óleo observada para um produtor  $j$  no passo de tempo  $k$ ;  $LWOR_j^{k,cal}$  = logaritmo natural da razão água-óleo calculada para um produtor  $j$  no passo de tempo  $k$ , e  $koil$  = o passo de tempo inicial da janela de tempo utilizada para a otimização.

Como não há restrições relacionadas a função objetivo para o problema apresentado na Equação (4.11), as variáveis de projeto  $a_j$  e  $b_j$  podem ser calculadas de forma independente para cada poço produtor  $j$ . Os parâmetros são relacionados a dinâmica de produção de água de cada produtor e não apresentam relação entre si. Uma estratégia semelhante a apresentada também foi usada por Weber (2009).

Durante o desenvolvimento do modelo, se notou que o expoente  $b_j$  não pode assumir valores negativos, isso porque ao linearizarmos a Eq. (4.6) ele estabelece uma relação direta entre o volume de água injetado e produzido, ou seja, o valor de  $WOR_j^k$  aumenta à medida que mais água é injetada no reservatório. Assim, se  $b_j$  é negativo, a relação entre  $WOR_j^k$  e  $CI_j^k$  perde seu significado físico. Logo, foi admitido que  $b_{min} = 0$ . Caso, o  $b_j$  seja igual a zero, isso significará que o  $WOR_j^k$  é independente do volume de água injetado.

Com relação ao parâmetro  $a_j$ , ele também não poderá ser negativo, pois isto acarretaria num volume de água injetado produzido acumulado negativo, que por sua vez, não apresenta sentido físico associado. Assim, se admitiu que  $a_{min} \cong 0$ .

Além disso, verificou-se que a utilização de pontos randômicos ou valores fixos como pontos iniciais, em alguns casos, gerava instabilidade no otimizador, diferente do Koval. Para resolver tal problema, foram desenvolvidas as seguintes equações para o cálculo dos pontos iniciais para cada produtor  $j$ :

$$b_{0,j} = \frac{CI_{m,j}}{100} - CI_{m,j} \quad (4.12)$$

$$a_{0,j} = \frac{WOR_{m,j}}{CI_{m,j}^{b_{0,j}}} \quad (4.13)$$

$$CI_{m,j} = \frac{1}{N_t} \sum_{k=koil}^{N_t} (CI_j^k) \quad (4.14)$$

$$WOR_{m,j} = \frac{1}{N_t} \sum_{k=koil}^{N_t} (WOR_j^k) \quad (4.15)$$

onde,  $Wi_{m,j}$  e  $WOR_{m,j}$  são os valores médios de  $WOR$  e  $CI$  provenientes dos dados da janela de tempo do histórico utilizada.  $a_{0,j}$  e  $b_{0,j}$  são os pontos iniciais calculados para cada produtor  $j$ .

A Figura 19 apresenta os resultados do  $Wcut$  calculado e observado usando o Gentil para todos os produtores do modelo BCO. Por sua vez, a Tabela 6 mostra os valores dos parâmetros obtidos.

A partir dos resultados, se observou que embora o Gentil seja aplicado para campos maduros com injeção de água, nos casos em que o  $Wcut$  aumenta de forma suave ao longo tempo, o modelo é capaz de capturar o comportamento do  $Wcut$  para valores abaixo de  $\approx 0.6$ . Por outro lado, os resultados também confirmaram que ao utilizar-se uma janela de tempo em que a maior parte dos poços já está em uma condição de alta produção de água,  $Wcut$  maior que  $\approx 0.7$ , os erros numéricos da aproximação diminuem consideravelmente.

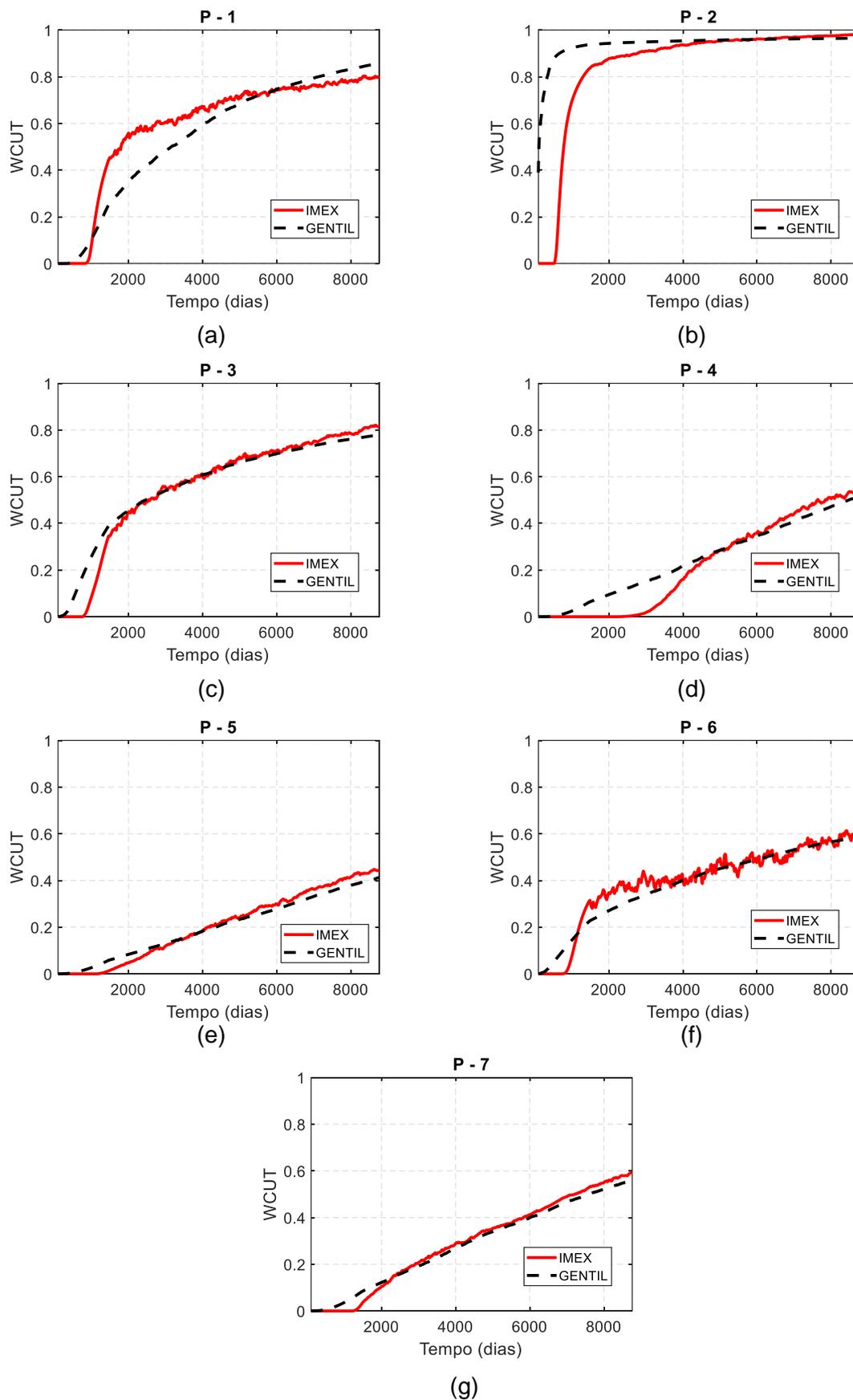
Com respeito aos poços do modelo BCO, a previsão do comportamento do  $Wcut$  foi satisfatória especialmente para os poços onde seu valor é mais elevado, produtores P-2 e P-3. É interessante comentar que os poços P-2 e P-3 são suportados por 2 poços injetores (I-2 e I-3), de modo que o *waterbreakthrough* ocorre antes para estes produtores que os demais. Como resultado, a curva de  $Wcut$  apresenta um aumento mais abrupto em comparações com os demais poços, onde este é mais suave ao longo do tempo.

Tabela 6 - Parâmetros do Gentil para o BCO

<b>Produtores</b>	<b><math>a_j</math></b>	<b><math>b_j</math></b>
P-1	4.68E-14	2.02
P-2	2.64E-02	0.43
P-3	1.01E-08	1.21
P-4	2.94E-14	2.02
P-5	9.14E-13	1.78
P-6	8.93E-09	1.15
P-7	3.57E-14	1.96

Fonte: A Autora (2021).

Figura 19 – Ajuste das curvas de corte de água para os poços produtores do Modelo BCO utilizando o Gentil



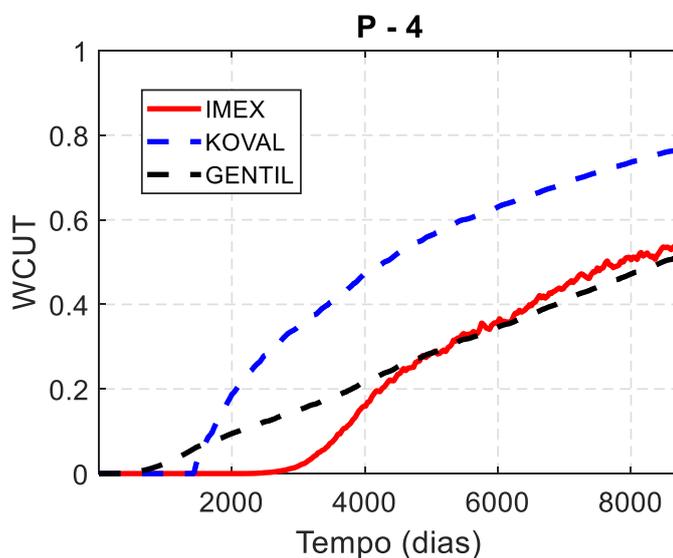
Fonte: A Autora (2021).

#### 4.4 MODELO KOGEN

Os modelos Koval e Gentil são modelos que se destacam na literatura por sua facilidade de aplicação ao usar apenas os dados do histórico de produção do campo como dados de entrada para prever as vazões de óleo e água. Como visto nas seções 4.2 e 4.3, o Koval demonstra uma boa performance para prever as vazões de óleo e água durante os períodos iniciais de operação, já o Gentil demonstra uma melhor performance nos casos em que os poços já possuem uma alta produção de água.

Na Figura 20 podemos observar as previsões do corte de água para o produtor P-4 do modelo BCO usando ambos os modelos. Tanto o Koval como o Gentil apresentam limitações ao descrever o comportamento da curva de  $W_{cut}$ , como discutido anteriormente. Logo, durante um processo de otimização da produção, tais limitações podem levar a perda de informação significativa sobre a produção de água, resultando em conclusões equivocadas com relação a condição futura do reservatório sob um dado esquema de injeção.

Figura 20 – Previsão do corte de água para o produtor P-4, modelo BCO, com os modelos Koval e Gentil

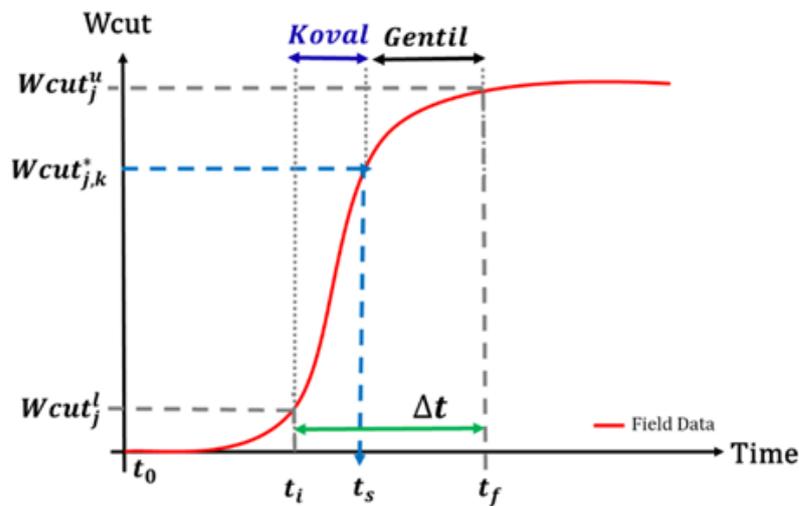


Fonte: A Autora (2021).

Para resolver tais debilidades, foi desenvolvido o modelo de fluxo fracionário denominado Kogen, o qual resulta da combinação dos modelos Koval e Gentil.

O Kogen possui as mesmas variáveis de projeto que os dois modelos anteriores, porém se introduz uma nova variável denominada tempo de transição,  $t_s$ . Este novo parâmetro é responsável por definir o momento de transição entre os modelos Koval e Gentil. Por sua vez, a determinação do  $t_s$  se baseia na diferença dos valores de corte de água previsto por Koval e Gentil no momento de passagem de um modelo a outro, como mostra o esquema apresentado na Figura 21.

Figura 21 – Esquema de funcionamento do modelo Kogen



Fonte: (OLIVEIRA et al., 2020).

Para calcular os parâmetros do Kogen, se propõe resolver o seguinte problema de otimização não linear (*curve fitting*):

Minimize  
 $a_j, b_j, kval_j, V_{p,j}, t_{s,j}$

$MisFit_j$

Sujeito a:  $-\alpha \leq Wcut_{j,sg}^k - Wcut_{j,sk}^k \leq \alpha$

$$a_{j,min} \leq a_j \leq a_{j,max} \quad (4.16)$$

$$b_{j,min} \leq b_j \leq b_{j,max}$$

$$kval_{j,min} \leq kval_j \leq kval_{j,max}$$

$$V_{p,j,min} \leq V_{p,j} \leq V_{p,j,max}$$

$$t_{s,j,min} \leq t_{s,j} \leq t_{s,j,max}$$

Para este problema, a função objetivo,  $MisFit_j$ , é a diferença entre os valores observados e calculados para o  $Wcut$  ou  $VPL$ , expressa na Equação (4.17). De maneira semelhante aos modelos definidos nas seções 4.2 e 4.3, o problema de otimização é resolvido de forma independente para cada produtor  $j$ . Além disso, existe uma restrição não linear que controla a diferença entre os valores de  $Wcut$  previstos por Koval,  $Wcut_{j,sk}$ , e Gentil,  $Wcut_{j,sg}$ , no momento de transição,  $t_s$ , através de um coeficiente  $\alpha$ , que por sua vez, define o erro admitido para o acoplamento requerido pelo usuário.

$$\sum_{k=1}^{t_s} [VPL_j^{k,obs} - VPL_{j,sk}^{k,cal}]^2 + \sum_{t_s}^{N_t} [VPL_j^{k,obs} - VPL_{j,sg}^{k,cal}]^2$$

ou (4.17)

$$\sum_{k=1}^{t_s} [Wcut_j^{k,obs} - Wcut_{j,sk}^{k,cal}]^2 + \sum_{t_s}^{N_t} [Wcut_j^{k,obs} - Wcut_{j,sg}^{k,cal}]^2$$

onde,  $VPL_j^{k,obs}$  = valor presente líquido observado para o produtor  $j$  no passo de tempo  $k$ ;  $VPL_{j,sk}^{k,cal}$  e  $VPL_{j,sg}^{k,cal}$  = valor presente líquido para o produtor  $j$  passo de tempo  $k$  usando os modelos Koval e Gentil, respectivamente;  $Wcut_j^{k,obs}$  = corte de água observado para o produtor  $j$  no passo de tempo  $k$ ;  $Wcut_{j,sk}^{k,cal}$  e  $Wcut_{j,sg}^{k,cal}$  = corte de água calculado para o produtor  $j$  no passo de tempo  $k$  utilizando os modelos Koval e Gentil, respectivamente. Em todos os casos estudados foi utilizado o algoritmo SQP e o vetor gradiente foi obtido por diferenças finitas.

#### 4.4.1 Estudo do Parâmetro Coeficiente $\alpha$

Dada a restrição não linear apresentada na Equação (4.16) que combina dois problemas lineares através do coeficiente  $\alpha$ , foi analisado qual valor de  $\alpha$  seria mais adequado para os poços estudados, sem que houvesse violação da restrição. Para

os casos avaliados, foi utilizada a função objetivo  $MisFit_j$  com  $Wcut$ . Foram analisados os três valores de  $\alpha$  dispostos na Tabela 7.

Tabela 7 – Valores do Parâmetro  $\alpha$  analisados

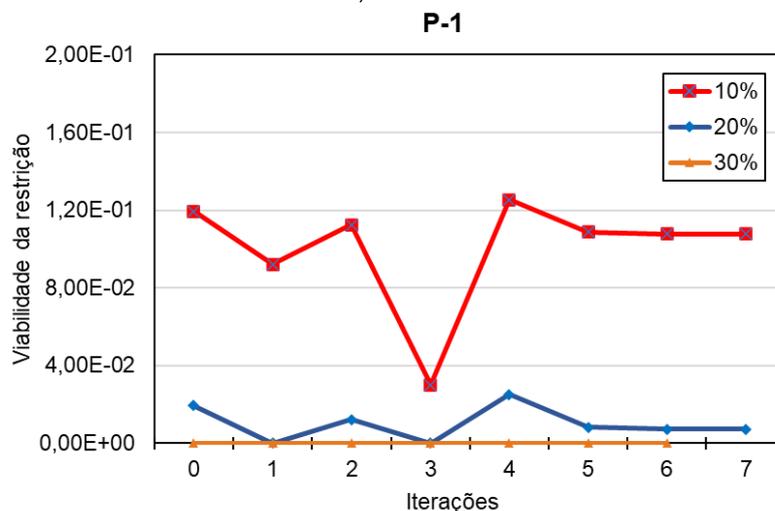
<b>Casos</b>	<b><math>\alpha</math></b>
1	10%
2	20%
3	30%

Fonte: A Autora (2021).

Para as análises, considerou-se o comportamento da otimização para todos os poços do Modelo BCO, sendo discutidos aqui os resultados para os poços P-1, P-4 e P-5, dado que os demais poços produtores apresentaram resultados semelhantes. Para o Caso 1, quando o  $\alpha = 10\%$ , se observou que a restrição é violada apenas para o P-1, enquanto os demais poços não a infringem. Para o Caso 2, onde  $\alpha = 20\%$ , a mesma situação que o Caso 1 foi observada para os poços, porém a violação é atenuada uma vez que o valor de  $\alpha$  é maior. Por sua vez, para o Caso 3 onde  $\alpha = 30\%$ , nenhum dos poços viola a restrição. Para valores de  $\alpha$  maiores que 30% não ocorre violação da restrição, entretanto se perde acurácia no ajuste das curvas de corte de água. Nas Figuras 22 e 23, podemos observar o comportamento da viabilidade da restrição durante o processo de otimização ao longo das iterações para os P-1, P-4 e P-5. O comportamento da função objetivo para os três casos estudados com o P-1 é apresentado na Figura 24.

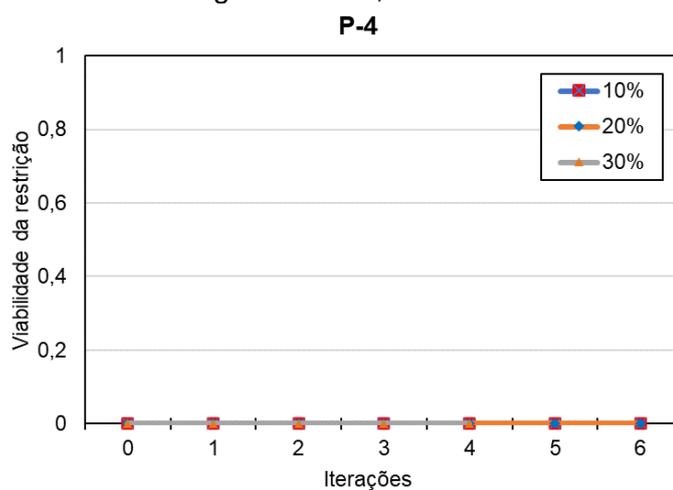
Com respeito aos resultados para o P-1, se observa que a viabilidade apresenta um comportamento semelhante nos casos em que  $\alpha = 10\%$  e 20%, embora a violação seja atenuada para o último. Na Figura 22 vemos um decréscimo brusco da viabilidade na iteração 3 seguido de um rápido aumento na iteração seguinte, o qual está relacionado ao comportamento da função objetivo, cujo valor diminui na iteração 3 e logo após se mantém estável.

Figura 22 – Viabilidade da Restrição não linear para o P-1 para  $\alpha$  iguais a 10%, 20% e 30%

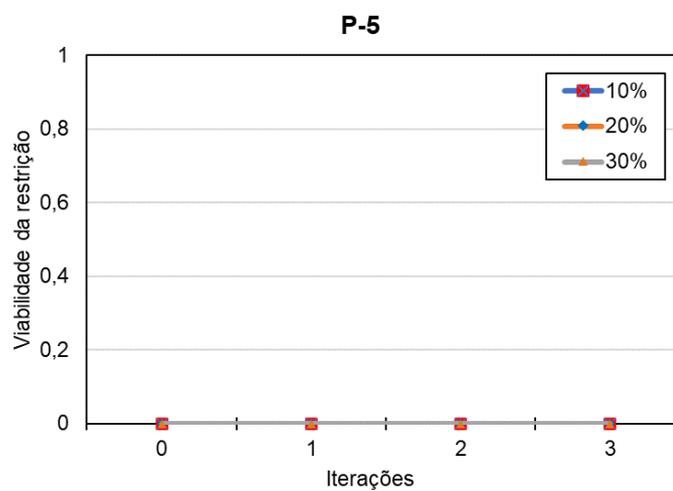


Fonte: A Autora (2021).

Figura 23 – Viabilidade da Restrição não linear para os poços (a) P-4 e (b) P-5 para  $\alpha$  iguais a 10%, 20% e 30%



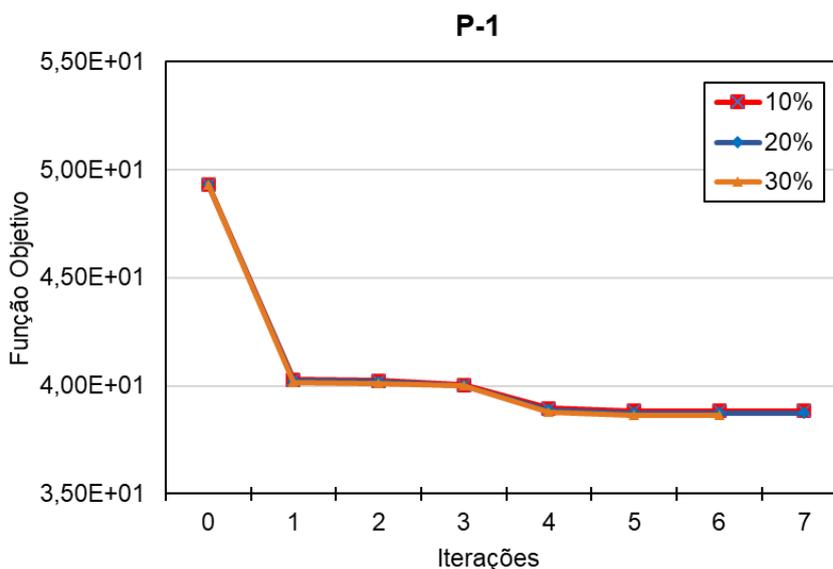
(a)



(b)

Fonte: A Autora (2021).

Figura 24 – Comportamento do valor da função objetivo para o P-1 para alfas iguais a 10%, 20% e 30%

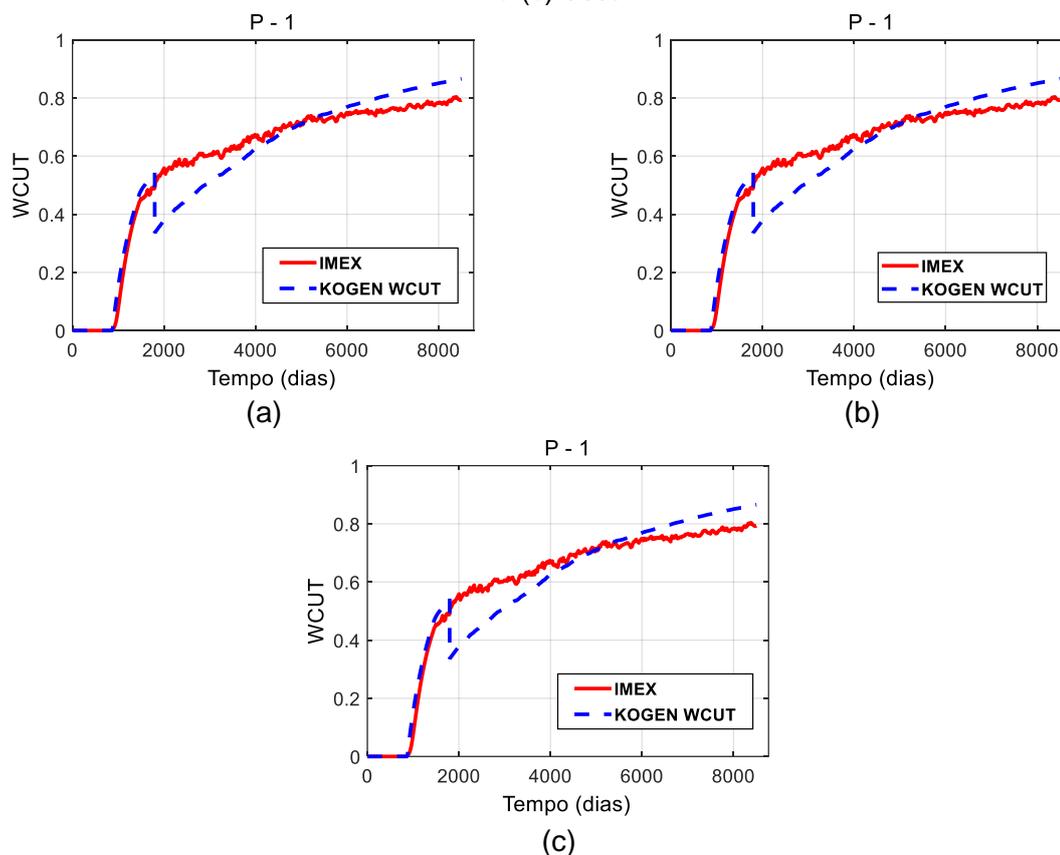


Fonte: A Autora (2021).

Como podemos observar na Figura 24, os valores da função objetivo ao longo das iterações apresentam o mesmo comportamento para os três valores estudados, embora haja uma violação da restrição para os casos em que  $\alpha = 10\%$  e  $\alpha = 20\%$ . Isso se reflete sobre os resultados de modo que as previsões obtidas para as curvas de corte de água são bem semelhantes para os três casos, como observamos na Figura 25. Para todos os poços, nenhum dos valores de  $\alpha$  analisados geraram instabilidade no otimizador.

Assim, recomenda-se uma análise previa do valor de  $\alpha$  escolhido, verificando seu impacto sobre os resultados e buscando prevenir qualquer instabilidade no otimizador durante o processo de otimização. Baseado em nossos estudos preliminares, se percebeu que ao utilizar  $\alpha = 20\%$  se geraria uma menor violação da restrição para os casos nos quais os poços possuem um comportamento semelhante ao do P-1. Dessa maneira, evita-se a utilização de valores maiores que representam um maior erro para o acoplamento, que por sua vez, pode interferir nos resultados obtidos. Dessa forma, para todos os casos em que se utiliza o Kogen se admite que  $\alpha = 20\%$ .

Figura 25 – Ajuste de curvas do corte de água para o P-1 com  $\alpha$  igual (a) 10%, (b) 20% e (c) 30%



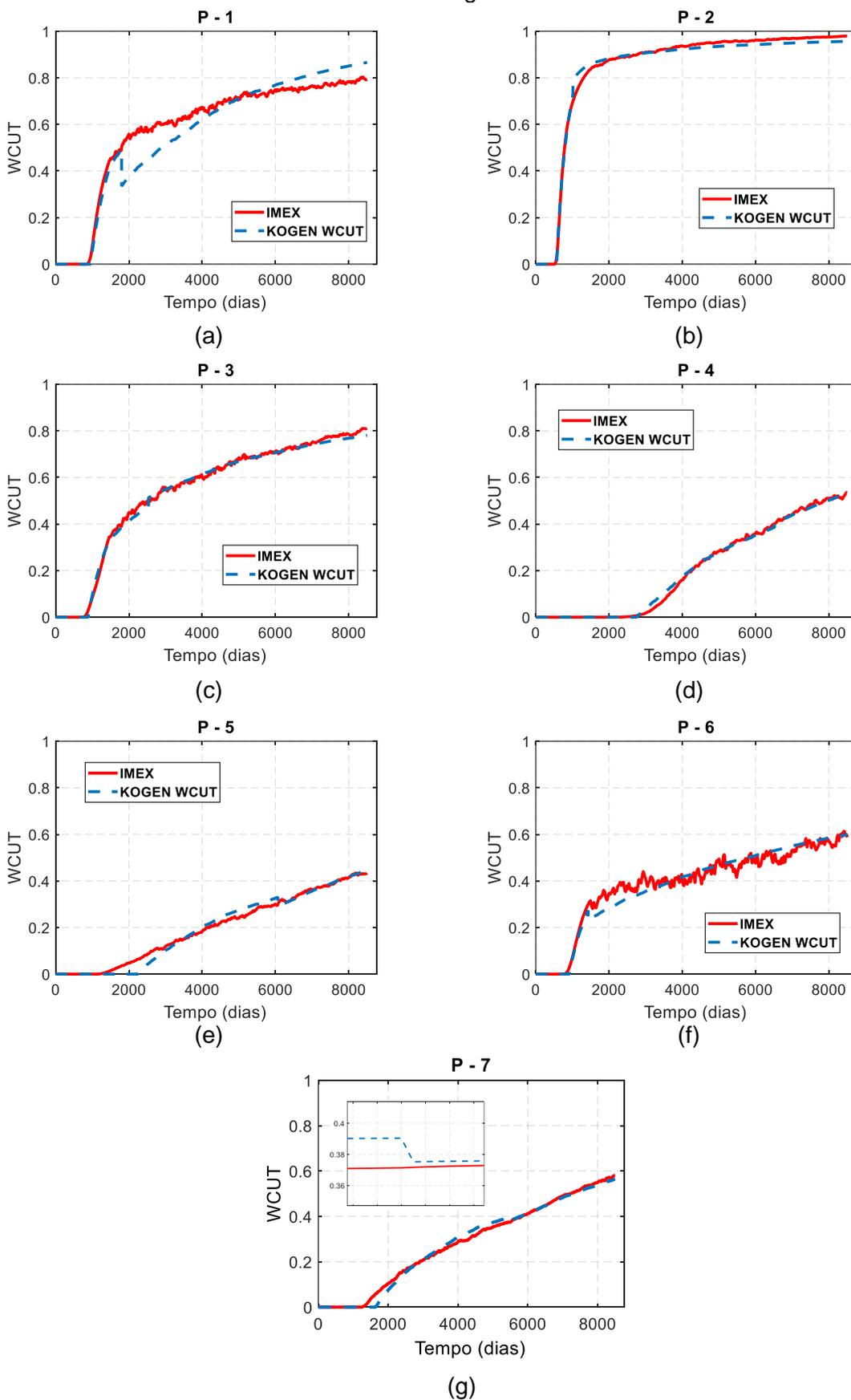
Fonte: A Autora (2021).

#### 4.4.2 Aplicação do Modelo Kogen: Modelo BCO

Para verificar a performance da estratégia Kogen, utilizamos o modelo BCO e comparamos os resultados para as duas expressões da função objetivo  $MisFit_j$ . Os parâmetros econômicos utilizados para calcular o VPL na função  $MisFit_j$  são: o preço do óleo, 80 \$/bbl (503.18 \$/m<sup>3</sup>), custo da água injetada e da água produzida, 5 \$/bbl (31.45 \$/m<sup>3</sup>), e taxa de desconto anual de 10%.

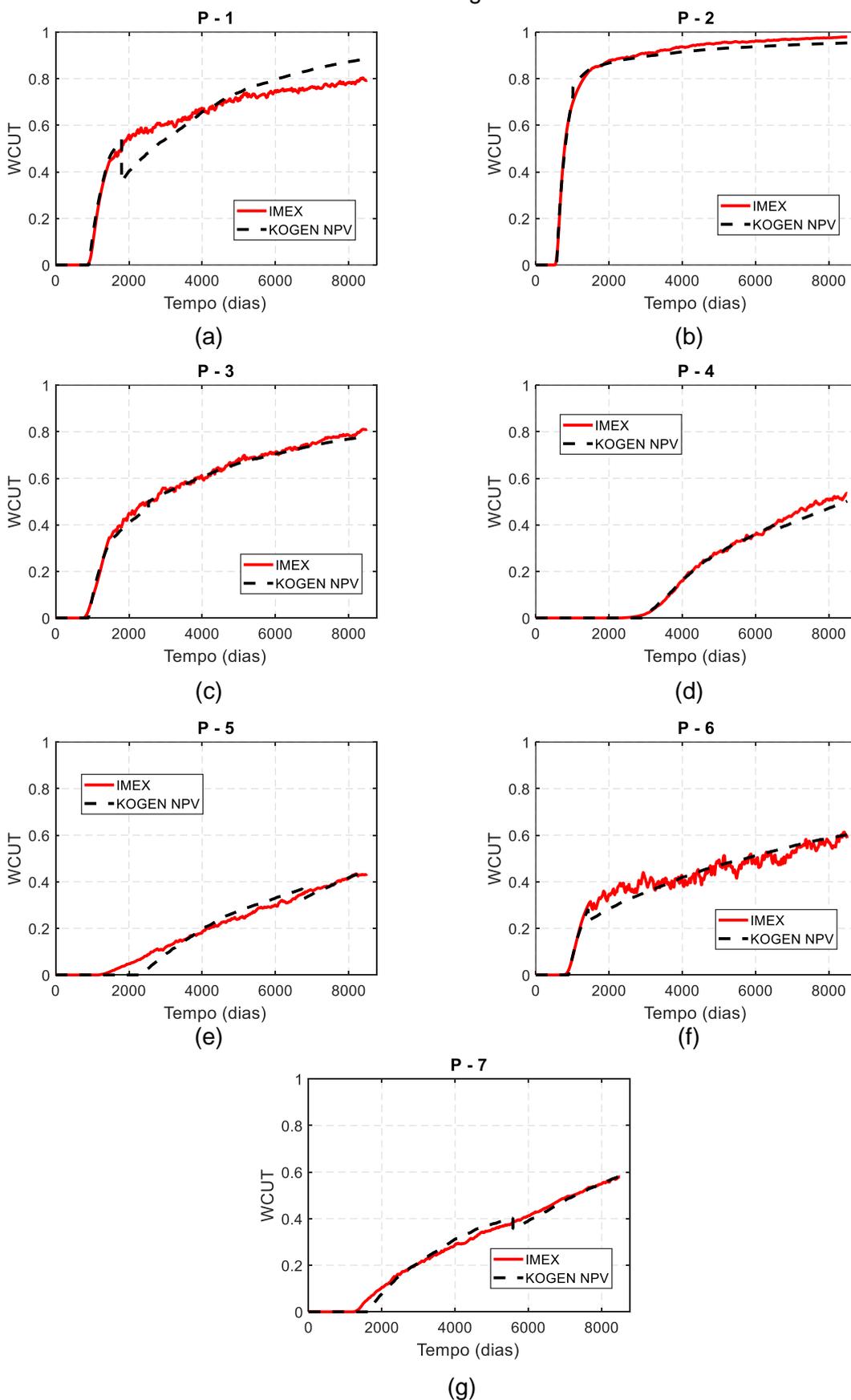
Os resultados da previsão do corte de água para as duas expressões da função  $MisFit_j$  são apresentados nas Figuras 26 e 27. Pode-se observar que a função  $MisFit_j$  com corte de água (KOGEN WCUT) apresenta melhores ajustes que a função  $MisFit_j$  com VPL (KOGEN NPV). Durante o processo de otimização não foi observada nenhuma diferença significativa entre ambas as expressões, apresentando tempo de execução e desempenho semelhantes.

Figura 26 – Ajuste de curvas do corte de água para os poços produtores do Modelo BCO utilizando o Kogen com Wcut



Fonte: A Autora (2021).

Figura 27 – Ajuste de curvas do corte de água para os poços produtores do Modelo BCO utilizando o Kogen com VPL



Fonte: A Autora (2021).

A partir dos resultados, verifica-se que a estratégia Kogen é viável para aproximar as curvas de corte de água ao resultado do simulador, obtendo uma melhor aproximação que os modelos Koval e Gentil. É interessante destacar que embora o modelo Kogen possua mais variáveis que os outros dois modelos, ele apresenta um rápido tempo de resolução e mantém como dados de entrada apenas os históricos das vazões de produção líquida e de injeção do campo, e a previsão das conectividades pelo CRMP. Não há a necessidade de introduzir nenhum dado geológico do reservatório ou qualquer descrição mais complexa de sua operação.

Além disso, o Kogen é capaz de combinar os modelos Koval e Gentil e criar um modelo rápido para analisar reservatórios nos quais os poços apresentam diferentes níveis de produção de água. Ele aproveita as vantagens de ambos os modelos e reduz os erros associados a suas previsões, sendo, portanto, a sua maior vantagem.

Dessa forma, o Kogen, baseado em modelos simples, pode ser utilizado para analisar a performance de operações de injeção de água e prever a produção de água e óleo durante todo o período de concessão. Ademais, combinado com o CRMP, é possível desenvolver um modelo proxy para otimizar a produção de óleo a partir da melhora do VPL do campo, que por sua vez, gera pontos de partida para problemas mais robustos de otimização de injeção de água. Os resultados para o proxy gerado são apresentados no Capítulo 5. Para todos os casos analisados no Capítulo 5 foi utilizado a função  $MisFit_j$  com  $Wcut$ , já que esta gera resultados suavemente melhores.

## 5 EXEMPLOS

Neste capítulo, apresentar-se-á a aplicação das estratégias propostas a dois modelos de reservatórios, BCO e Brugge, sendo o último um modelo mais complexo (PETERS et al., 2009).

Os modelos de reservatórios são utilizados para avaliar a performance de três modelos proxy gerados a partir da junção do CRMP com os modelos de fluxo fracionário Koval, Gentil e Kogen, respectivamente. O problema de otimização proposto visa maximizar o VPL dos reservatórios, sendo utilizado o algoritmo SQP para sua resolução, o qual está presente no Toolbox de otimização do Matlab (MATHWORKS, 2014). O cálculo do vetor gradiente é determinado pelo método baseado em ensembles.

Em todos os casos, os parâmetros econômicos utilizados para calcular o valor da função objetivo VPL são: o preço do óleo, 80 \$/bbl (503.18 \$/m<sup>3</sup>), custo da água injetada e da água produzida, 5 \$/bbl (31.45 \$/m<sup>3</sup>), e taxa de desconto anual de 10%. Os dados do histórico de produção utilizados são obtidos através do simulador de reservatórios comercial IMEX (CMG, 2018).

Os resultados obtidos pelas diferentes estratégias são apresentados em um diagrama de caixas (*box plot*), cujo limites são 25% e 75% percentis. A linha vermelha central do diagrama representa a mediana, as linhas extremas são os valores máximos e mínimos, e as cruces são os *outliers*.

### 5.1 EXEMPLO 1: MODELO BCO

Para o exemplo 1 se utiliza o modelo BCO descrito na seção 3.3. Foram realizados estudos sobre a performance das diferentes estratégias para o proxy CRMP combinado com os modelos Koval, Gentil e Kogen no processo de otimização. Os resultados também foram comparados com um processo de otimização de alta fidelidade. Neste trabalho chama-se otimização de alta fidelidade o processo de otimização em que se emprega o simulador de reservatórios.

Inicialmente, é feito um estudo do tamanho mais apropriado do número de membros do ensemble para calcular o vetor gradiente do processo de otimização de alta fidelidade. Na sequência, comparamos a performance dos modelos de fluxo

fracionário entre si. Por fim, as melhores soluções de cada modelo de fluxo fracionário são utilizadas como ponto de partida para o processo de otimização de alta fidelidade.

Para todos os casos analisados, o tempo de concessão são 24 anos, com quatro anos de histórico e 20 para o processo de otimização. Os ciclos de controles têm duração de seis meses, e, portanto, existem 40 ciclos de controle. Em total o problema possui 200 variáveis de projeto, as quais são as vazões de injeção. A vazão dos poços injetores pode variar entre 0 e 2500 m<sup>3</sup>/dia, com uma restrição de campo de 7000 m<sup>3</sup>/dia.

### 5.1.1 Estudo do tamanho do ensemble

Como discutido em Tueros (2019), a eficiência do método baseado em ensembles é intimamente ligada ao número de membros do ensemble. Por esta razão, analisaremos o tamanho dos membros do ensemble mais adequado para calcular o vetor gradiente. Neste caso, o processo de otimização de alta fidelidade tem o VPL do ponto inicial igual a \$ 3.991x10<sup>9</sup>, onde os controles foram definidos aleatoriamente. Os mesmos controles iniciais foram usados para os demais casos estudados. Além disso, pela natureza estocástica deste método, as comparações são realizadas se baseando nos resultados obtidos a partir de dez processos de otimização.

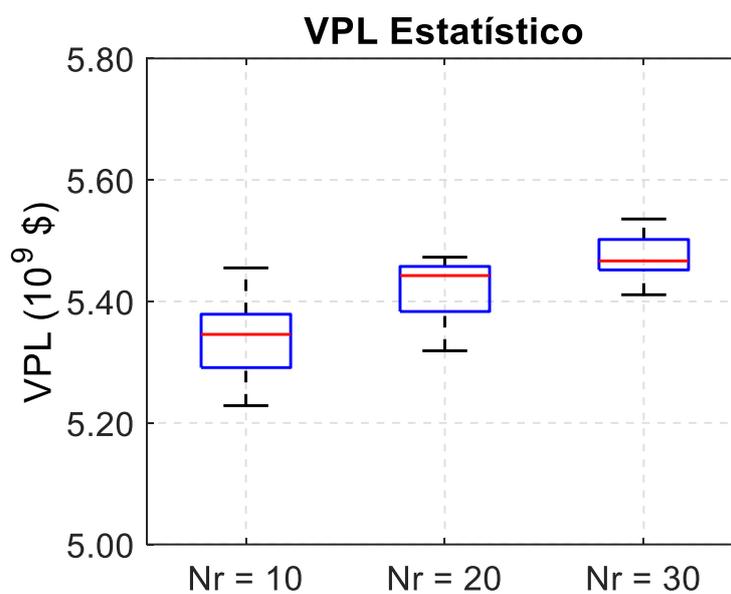
A Figura 28 apresenta os resultados obtidos para diferentes tamanhos de membros do ensemble (Nr). Neste caso, o resultado do VPL é apresentado estatisticamente através do diagrama de caixas para os valores de Nr iguais a 10, 20 e 30. Dos valores de Nr avaliados, o melhor resultado foi obtido para Nr = 30, cuja média para o VPL foi igual a \$ 5.45x10<sup>9</sup>. Além disso, com este valor de Nr a melhor resposta de VPL obtida foi \$ 5.507x10<sup>9</sup>, com 1400 execuções do simulador durante o processo de otimização. Com respeito as médias obtidas com Nr = 10 e Nr = 20 se observa um ganho de 5% e 2%, respectivamente, ao se utilizar Nr = 30.

Pode-se verificar que o aumento do tamanho do número de membros do ensemble de 20 para 30 representa um pequeno ganho sobre média, porém há uma menor variabilidade nos resultados. Baseando-se nestas observações, foi adotado Nr = 30 para os demais casos estudados.

A trajetória ótima dos poços injetores para os melhores resultados obtidos é apresentada nas Figuras 29 e 30, onde Nr = 30. Podemos notar que a estratégia de suavização ajudou na redução das mudanças abruptas das vazões entre os ciclos de

controle. Entre todos os injetores, os poços I-4 e I-5 são mantidos sob a máxima vazão de injeção durante todo o período otimizado. Por sua vez, os poços I-2 e I-3 são fechados durante alguns ciclos de controle. O poço I-1 apresenta uma maior vazão de injeção nos períodos iniciais, a qual vai reduzindo gradativamente até ocorrer um rápido aumento nos ciclos de controle finais.

Figura 28 – Resultados para o VPL utilizando Nr =10, Nr =30 e Nr=30

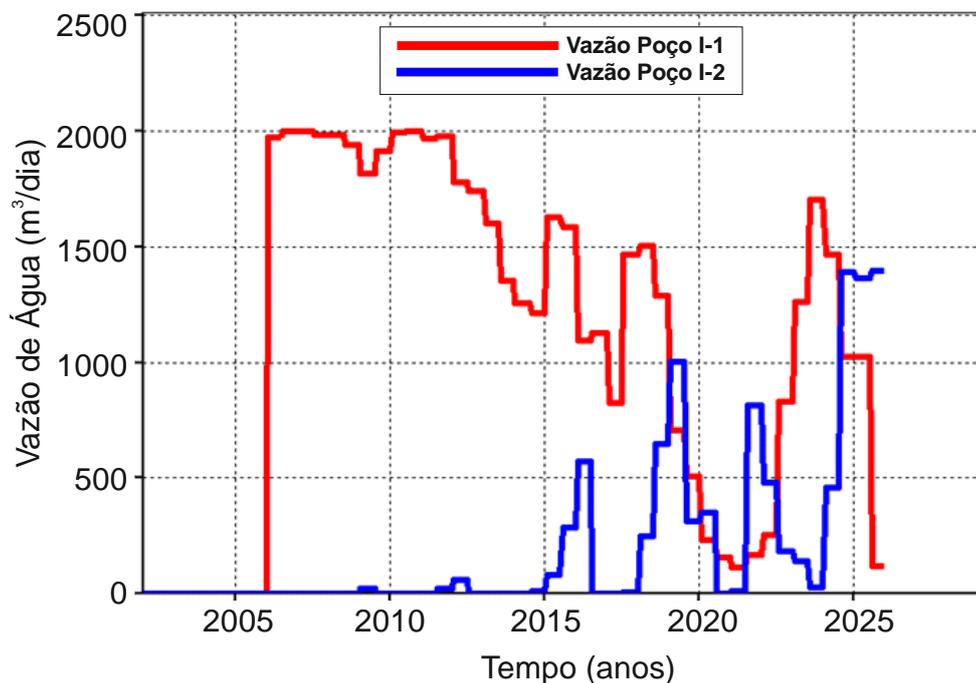


Fonte: A Autora (2021).

### 5.1.2 Desempenho do proxy com os diferentes modelos de fluxo fracionário

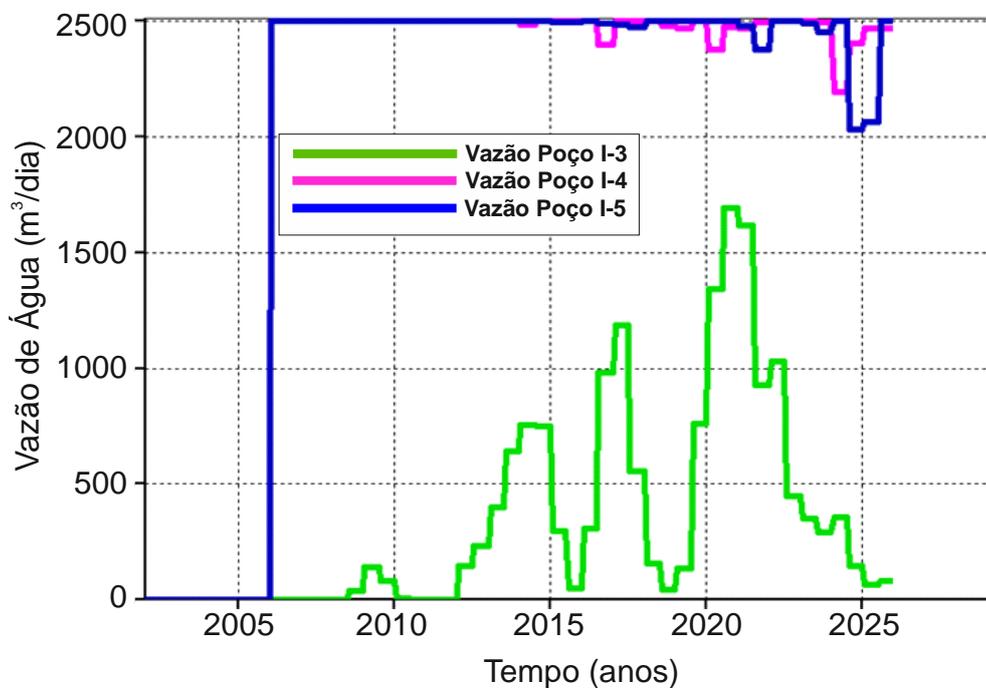
Nesta seção avaliamos o desempenho do proxy ao utilizar os modelos de fluxo fracionário Koval, Gentil e Kogen para determinar as vazões de óleo e água durante o processo de otimização. Além disso, comparamos o melhor resultado obtido entre as três estratégias com os resultados do processo de otimização de alta fidelidade. O VPL do ponto inicial é igual a \$  $3.351 \times 10^9$ , \$  $3.873 \times 10^9$ , \$  $3.941 \times 10^9$  e \$  $3.991 \times 10^9$  para os modelos Koval, Gentil, Kogen e o simulador, respectivamente. Ressalta-se que ao usar os mesmos controles iniciais, os valores de VPL iniciais serão distintos dado as limitações associadas a cada uma das estratégias.

Figura 29 – Trajetória ótima para os poços I-1 e I-2 para a melhor solução, Nr = 30



Fonte: A Autora (2021).

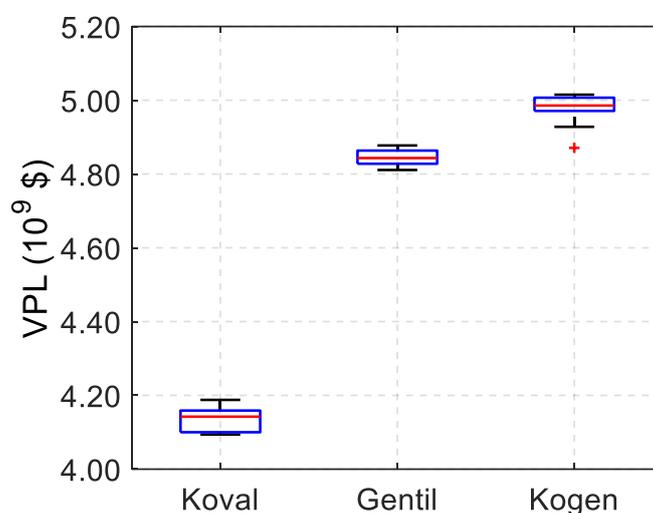
Figura 30 – Trajetória ótima para os poços I-3, I-4 e I-5 para a melhor solução, Nr = 30



Fonte: A Autora (2021).

Os resultados obtidos utilizando os modelos de fluxo fracionário Koval, Gentil e Kogen são apresentados na Figura 31 em diagramas de caixas, da esquerda para direita. Comparando suas respectivas médias, se percebe que o Kogen apresentou o melhor valor,  $\$ 4.975 \times 10^9$ , demonstrando um ganho de 20.2% e 2.65% com respeito aos modelos Koval e Gentil, respectivamente. O melhor resultado obtido pelos modelos Koval, Gentil e Kogen foi igual a  $\$ 4.188 \times 10^9$ ,  $\$ 4.878 \times 10^9$  e  $\$ 5.015 \times 10^9$ , respectivamente, e dentre estes o Kogen apresentou o melhor desempenho.

Figura 31 – Resultados do VPL utilizando os modelos Koval, Gentil e Kogen

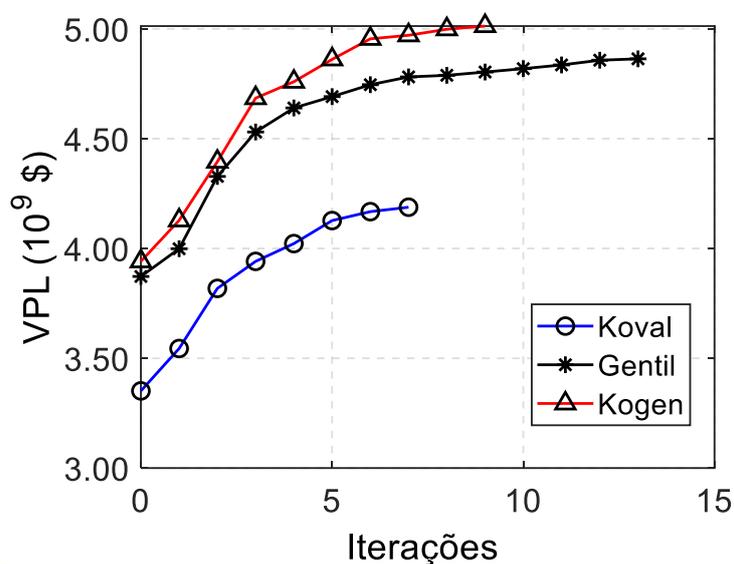


Fonte: A Autora (2021).

Podemos analisar a evolução do VPL ao longo das iterações para o melhor resultado obtido por cada estratégia na Figura 32. Primeiramente, se observa que o melhor VPL utilizando o Kogen foi alcançado com 10 iterações, porém a partir da 6 iteração seu valor começa a estabilizar. Por outro lado, os modelos Koval e Gentil levaram 14 e 8 iterações, respectivamente, para obterem seus melhores resultados.

Assim, os resultados demonstram que o proxy com o melhor desempenho é o proxy CRMP + Kogen, o qual obtém soluções de maneira eficiente e demonstra uma melhor performance em relação aos demais proxies para previsão das vazões de óleo e água durante o processo de otimização.

Figura 32 – Evolução do VPL ao longo das iterações para o melhor resultado obtido com os modelos Koval, Gentil e Kogen



Fonte: A Autora (2021).

Por fim, foi calculado o VPL ótimo do campo utilizando o proxy CRMP + Kogen, porém se substituiu o método baseado em ensembles pelo método de diferenças finitas (DF) para calcular o gradiente. Para este caso, o VPL ótimo foi igual a \$  $5.388 \times 10^9$ , sendo atingido com 30 iterações. Se comparamos ao resultado obtido com o método baseado em ensembles, vê-se que a solução alcançada com o DF foi melhor, entretanto, houve um maior número de execuções do proxy CRMP + Kogen durante o processo de otimização.

A Tabela 8 contém os resultados ótimos das estratégias propostas e o resultado gerado pelo simulador ao repassar os controles ótimos determinados por cada estratégia. Ela também apresenta os resultados para o processo de otimização de alta fidelidade (Ensemble) e o proxy Kogen com cálculo do vetor gradiente pelo DF (Kogen + DF).

Para os casos analisados percebemos que há uma redução do VPL ótimo calculado ao passar as soluções ótimas para o simulador, com exceção do proxy CRMP+Koval onde se observou um aumento de 8%. Para os demais casos, as variações entre o resultado do simulador e do proxy estiveram abaixo de 9%.

Tabela 8 – Comparação do VPL ótimo calculado com os modelos Koval Gentil e Kogen

<b>Estratégia</b>	<b>Proxy (\$ x10<sup>9</sup>)</b>	<b>Simulador (\$ x10<sup>9</sup>)</b>
Ensemble	-	5.507
Koval	4.188	4.525
Gentil	4.867	4.424
Kogen	5.015	4.679
Kogen + DF	5.388	5.112

Fonte: A Autora (2021).

### 5.1.3 Proxy como ponto de partida para o processo de otimização de alta fidelidade

Como observamos na Tabela 8, as estratégias utilizando os métodos de fluxo fracionário geram resultados bastantes satisfatórios. Entretanto, pelas limitações associadas a cada modelo, ainda há um pequeno erro associado, o que leva a variação dos resultados obtidos ao aplicar a solução ótima na situação real, que em nosso caso é representada pelo simulador.

Dada esta situação, nesta seção se examina a utilização da melhor solução obtida dentre os modelos de fluxo fracionário avaliados como ponto de partida para um processo de otimização de alta fidelidade.

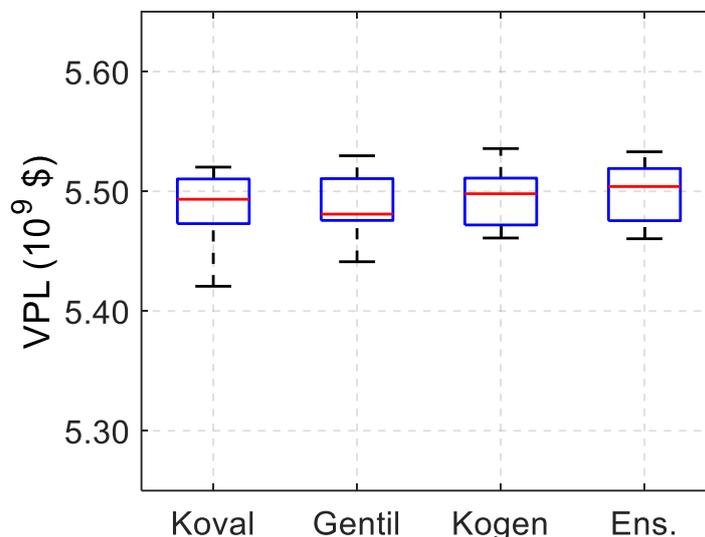
Os resultados são apresentados na Figura 33 através de diagramas de caixa. Neste caso, cada diagrama representa o VPL ótimo obtido ao utilizar o ponto ótimo determinado com cada proxy CRMP+(Koval, Gentil e Kogen) como ponto de partida.

Primeiramente, observamos que os resultados são semelhantes aos apresentados na seção 5.1.2, sendo consistente com o comportamento já observado para os proxies. Para o presente caso, o CRMP+Kogen levou a melhores resultados, porém houve uma menor variação com respeito aos demais proxies. Por outro lado, nota-se que a grande vantagem ao utilizar os pontos ótimos dos proxies como pontos iniciais é a redução do número de execuções do simulador durante o processo de otimização.

Os pontos ótimos calculados utilizando os resultados dos modelos Koval, Gentil e Kogen foram determinados em 12, 10 e 9 iterações com 540, 420 e 420 execuções do simulador, respectivamente. Por outro lado, ao utilizar pontos aleatórios para o processo de otimização de alta fidelidade, foram realizadas 1400 execuções do

simulador, cujo resultado é apresentado na Figura 33 (Ens.). Para os casos estudados nas seções seguintes apenas foi utilizado o proxy CRMP+Kogen.

Figura 33 – VPL ótimo calculado utilizando os resultados do Koval, Gentil e Kogen como pontos de partida para otimização de alta fidelidade



Fonte: A Autora (2021).

## 5.2 EXEMPLO 2: MODELO BRUGGE

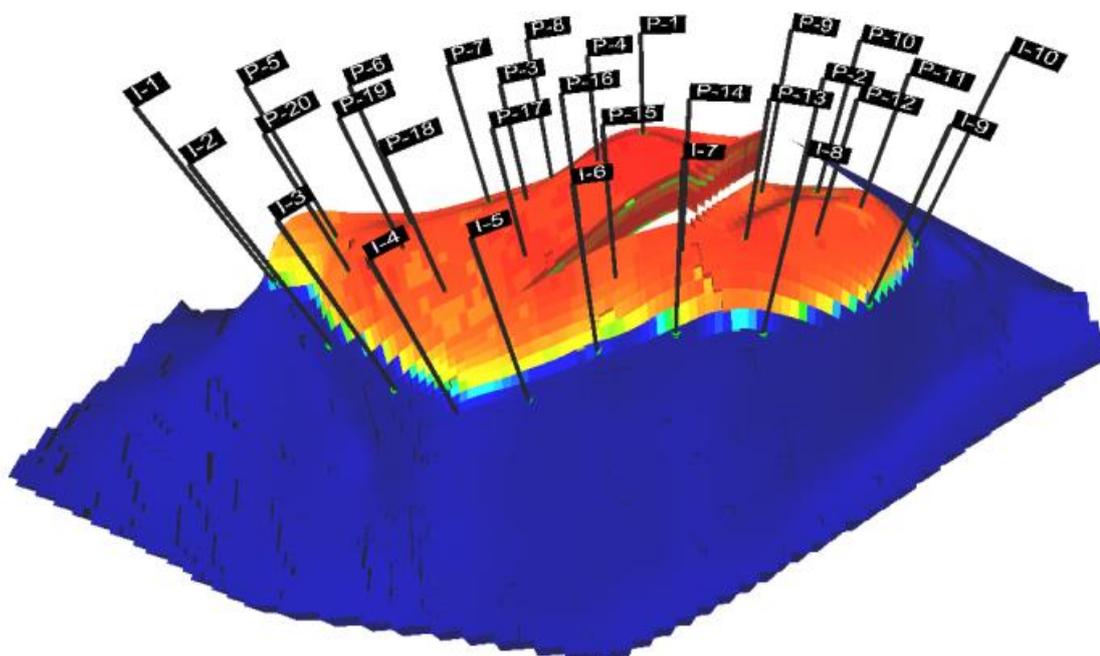
Neste exemplo, aplicaremos as estratégias apresentadas no Capítulo 3 e 4 a um modelo de reservatório mais complexo e de maior escala, o modelo Brugge, que foi desenvolvido por Peters et al. (2009) para processos de ajuste de histórico e otimização da produção.

Este reservatório apresenta uma composição de fluidos bifásica, óleo e água, e todo gás presente em subsuperfície está dissolvido no óleo. Dentre as 104 realizações disponíveis, foi utilizada a realização número 28. As nove camadas do Brugge são divididas em quatro zonas, totalizando 60000 blocos ativos. Uma descrição detalhada das características geológicas do modelo está apresentada em Peters et al. (2009).

Com respeito aos seus parâmetros operacionais, o Brugge possui 30 poços, sendo 20 produtores e 10 injetores, que para este estudo, são completados verticalmente com uma única completação. Todos os poços estão operando desde o primeiro dia. A distribuição dos poços é apresentada na Figura 34. Os poços

produtores são operados pelo BHP e mantidos sob um valor constante de 1000 psi durante todo o período de produção. Por sua vez, os poços injetores são controlados pela vazão e operam em um intervalo entre 0 e 4000 bbl/dia. Para este estudo, foi definido um período total de operação de 40 anos.

Figura 34 – Distribuição dos poços para o modelo Brugge



Fonte: Oliveira et al. (2020).

Antes de adentrar o problema de otimização de injeção de água, apresentar-se-á alguns dos resultados obtidos ao utilizar os modelos CRMP, Koval, Gentil e Kogen para o Brugge. Dessa forma, é possível observar a influência dos poços injetores sobre os produtores, e o comportamento do reservatório durante a operação de injeção de água.

Para o problema de otimização, o objetivo é maximizar o VPL do reservatório para os últimos 20 anos de operação. Os ciclos de controles possuem duração de seis meses, totalizando 400 variáveis a serem otimizadas. As variáveis de projeto são as vazões dos 10 poços injetores presentes no Brugge. Para torna o problema mais realista, foi adicionada uma restrição de capacidade de injeção igual a 30000 bbl/dia.

Primeiramente, foi estudado o tamanho do número de membros do ensemble (Nr) que gera os melhores resultados, utilizando o processo de otimização de alta fidelidade. Assim, uma vez definido o Nr, utilizou-se o proxy Kogen para maximizar o VPL do reservatório, e a melhor solução obtida foi empregada como ponto de partida para o processo de otimização de alta fidelidade. Para ambas as estratégias foram utilizados pontos de partida aleatórios, porém iguais em todos os casos.

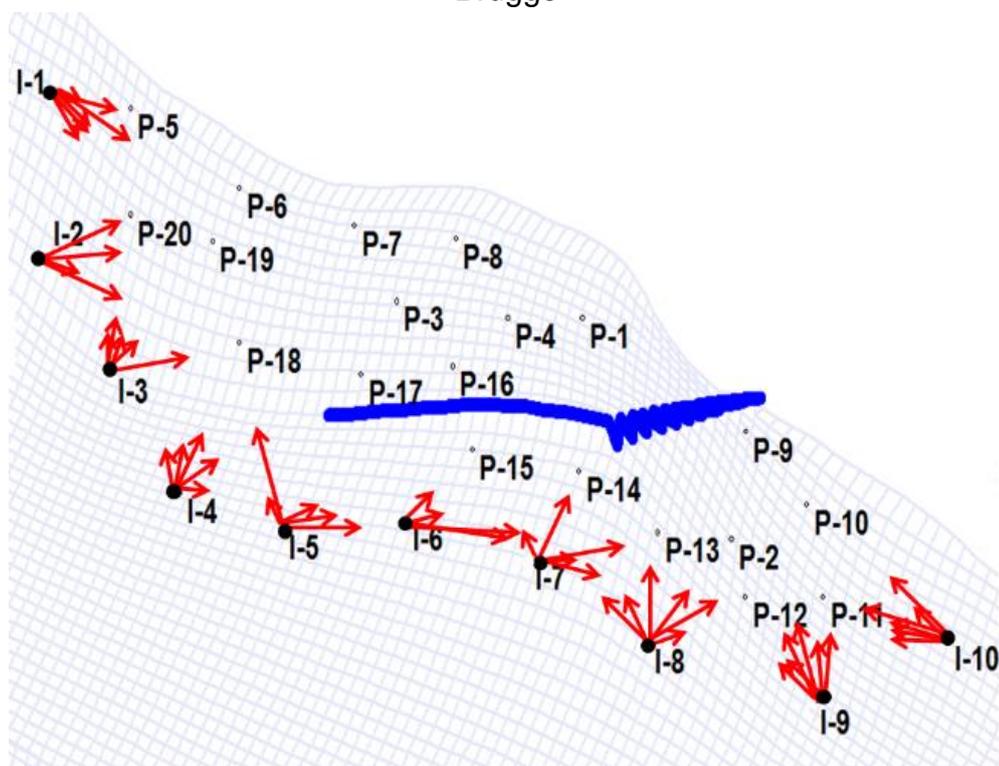
### **5.2.1 Aplicação dos modelos CRMP e de Fluxo Fracionário ao Brugge**

Os resultados obtidos para as conectividades do Brugge utilizando o CRMP são apresentados graficamente na Figura 35. As setas possuem o tamanho proporcional ao valor das conectividades entre cada par injetor-produtor, variando de 0 a 1. Por sua vez, os resultados para a constante de tempo são apresentados na Tabela 9.

Através das conectividades calculadas com o CRMP, podemos observar a relação de influência entre os poços injetores sobre os produtores para o Brugge. Para o I-2, observamos os maiores valores de conectividades com respeito aos poços P-20, P-19, P-18 e P-6, os quais se encontram próximo ao I-2 e do mesmo lado da falha (esquerdo). Contudo, nota-se que com respeito aos demais produtores do lado esquerdo da falha, os valores de conectividades são pequenos. Tal fato pode ser resultado da alta saturação de fluidos no volume poroso entre os poços, uma vez que há onze poços presentes para atenuar as mudanças de pressão ocasionadas pelo I-2. Além disso, os poços produtores competem pelo mesmo fluido injetado, e naturalmente a mudança do gradiente de pressão na zona mais distante dos poços injetores é atenuada.

Para os demais poços injetores, um comportamento semelhante é observado. Dessa forma, se verificam altos valores para as conectividades quando o poço produtor se encontra próximo e do mesmo lado da falha (destacada em azul na Figura 35) do poço injetor.

Figura 35 – Distribuição das conectividades para os poços do modelo Brugge



Fonte: Oliveira et al. (2020).

Tabela 9 – Constantes de Tempo para o Brugge

Poço	$\tau_j$	Poço	$\tau_j$
P-1	10.70	P-11	28.10
P-2	4.70	P-12	3.61
P-3	4.82	P-13	3.00
P-4	3.18	P-14	7.85
P-5	6.14	P-15	5.77
P-6	2.27	P-16	15.40
P-7	0.20	P-17	12.10
P-8	0.69	P-18	34.60
P-9	16.20	P-19	16.00
P-10	28.90	P-20	0.20

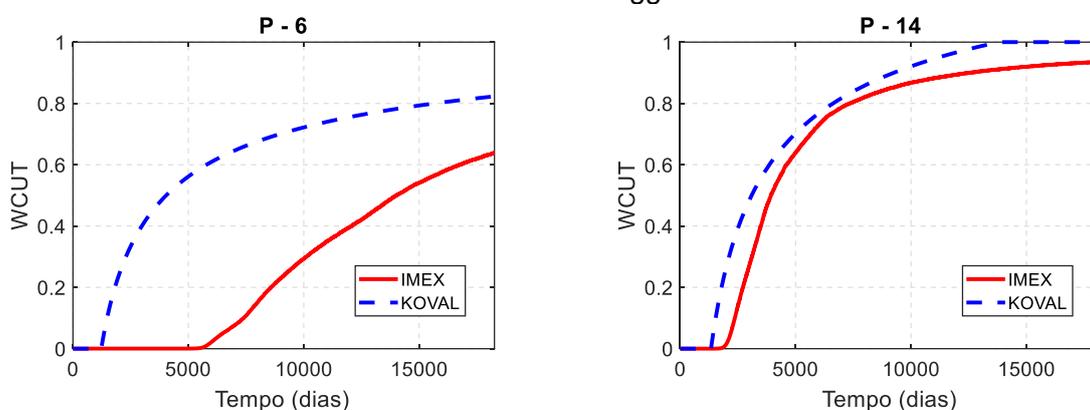
Fonte: A Autora (2021).

Com respeito a constante de tempo, ela é inversamente proporcional ao tempo necessário para que a vazão dos poços produtores seja afetada por uma mudança no gradiente de pressão ao redor do poço, como já comentado na seção 3.3. Dessa forma, quanto maior o valor de  $\tau_j$ , mais tempo o poço produtor leva para responder a

uma mudança de pressão dentro do reservatório. Para o Brugge, os poços P-20, P-7, P-8 apresentam a resposta mais rápida as variações do gradiente de pressão.

Para os modelos de fluxo fracionário Koval, Gentil e Kogen os resultados para previsão do corte de água são apresentados graficamente através do ajuste de curvas nas Figuras 36, 37 e 38 para os poços P-6 e P-14. Os demais poços produtores presentes no Brugge obtiveram comportamentos semelhantes e, portanto, não serão apresentados aqui. Para o modelo Kogen foi utilizado a função  $MisFit_j$  com  $Wcut$ .

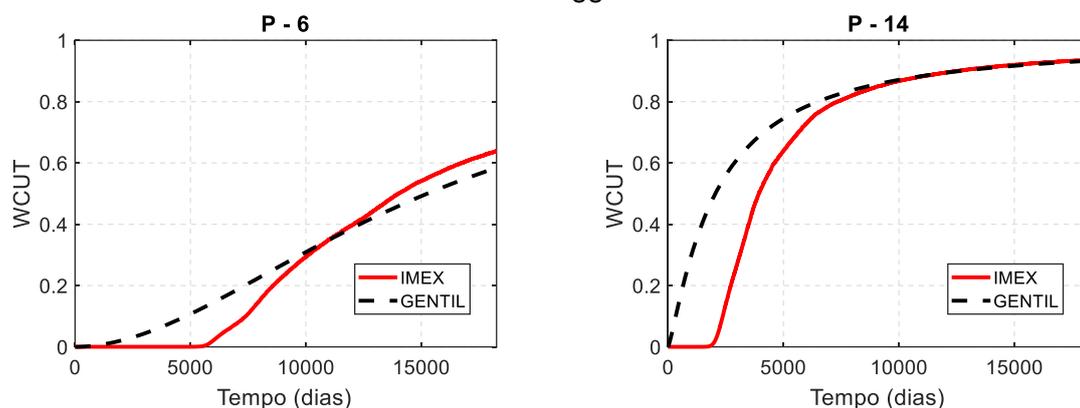
Figura 36 – Previsão do corte de água utilizando o Koval para os poços P-6 e P-14 do modelo Brugge



Fonte: A Autora (2021).

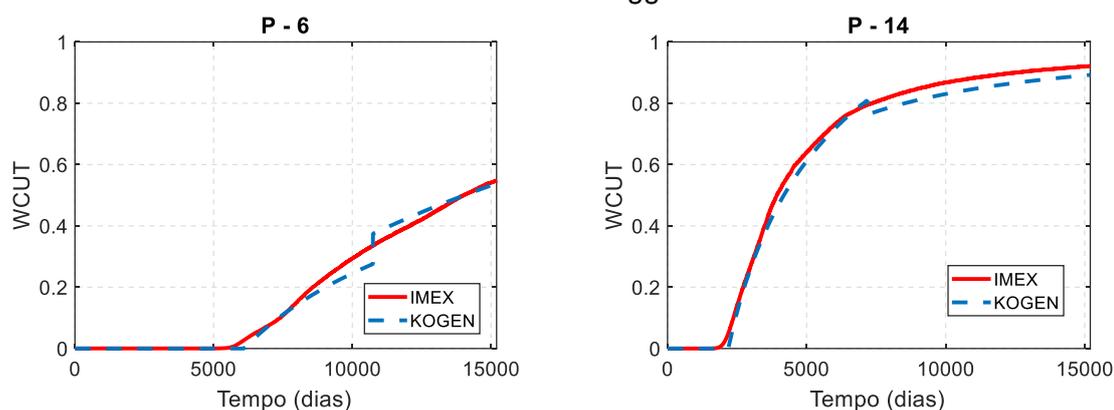
Semelhantemente ao observado para o modelo BCO, os resultados do Brugge para o modelo Kogen obtiveram uma melhor performance para capturar o comportamento do corte de água em comparação aos modelos Koval e Gentil. É interessante destacar que mesmo para um reservatório com maior complexidade, o modelo Kogen foi capaz de prever o comportamento do  $Wcut$  com pequenas variações em relação aos resultados do simulador IMEX.

Figura 37 – Previsão do corte de água utilizando o Gentil para os poços P-6 e P-14 do Brugge



Fonte: A Autora (2021).

Figura 38 – Previsão do corte de água utilizando o modelo Kogen para os poços P-6 e P-14 do Brugge



Fonte: A Autora (2021).

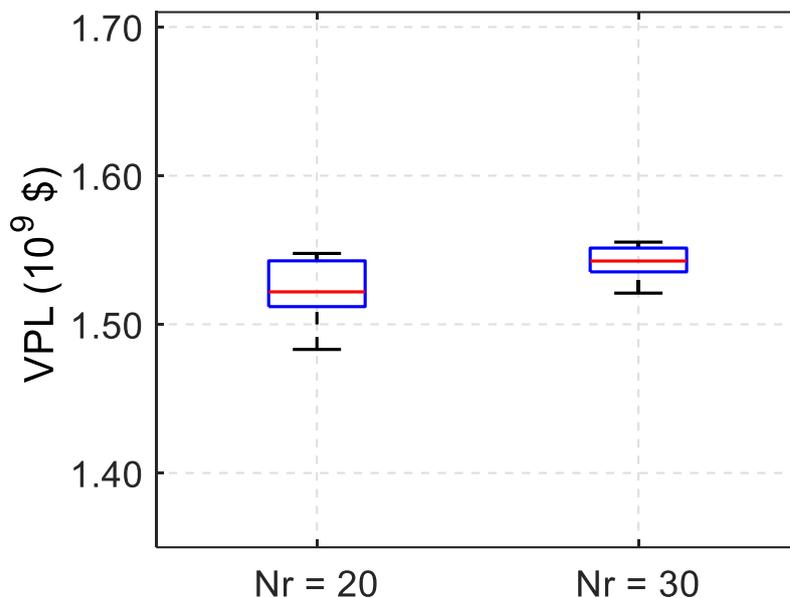
### 5.2.2 Estudo do tamanho do ensemble

Assim como no exemplo anterior, foi examinado diferentes valores de  $N_r$  para determinar qual gera o melhor resultado. Neste caso, o VLP inicial é \$  $1.12 \times 10^9$  e se utiliza o processo de otimização de alta fidelidade utilizando o método baseado em ensembles.

Os resultados para  $N_r = 20$  e  $30$  são apresentados na Figura 39 através de diagramas de caixa. Observamos que quando  $N_r = 30$ , a média para o VPL é igual a \$  $1.54 \times 10^9$ , apresentando um ganho de 3% com respeito a média obtida com  $N_r = 20$ . Por sua vez, o melhor resultado alcançado com  $N_r = 30$  foi igual a \$  $1.555 \times 10^9$ , sendo obtido com 1330 execuções do simulador e 30 iterações. Portanto, utilizou-se  $N_r = 30$ .

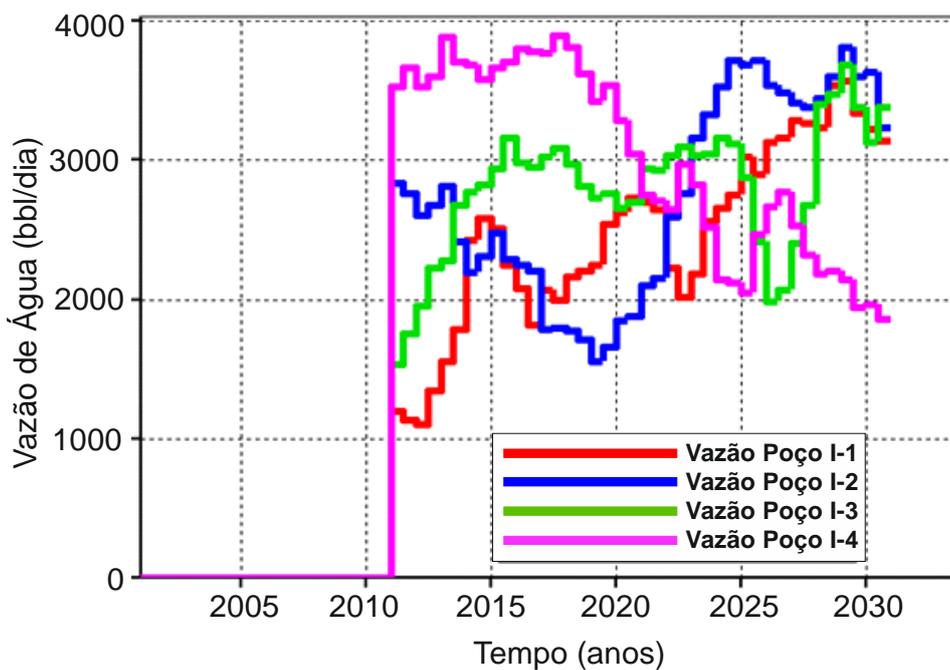
Os resultados para a trajetória ótima dos controles são apresentados nas Figuras 40, 41 e 42. Pode-se notar que a mudança entre os controles ocorre de forma suave.

Figura 39 – Resultados para o VPL utilizando  $Nr = 20$  e  $Nr = 30$  o modelo Brugge



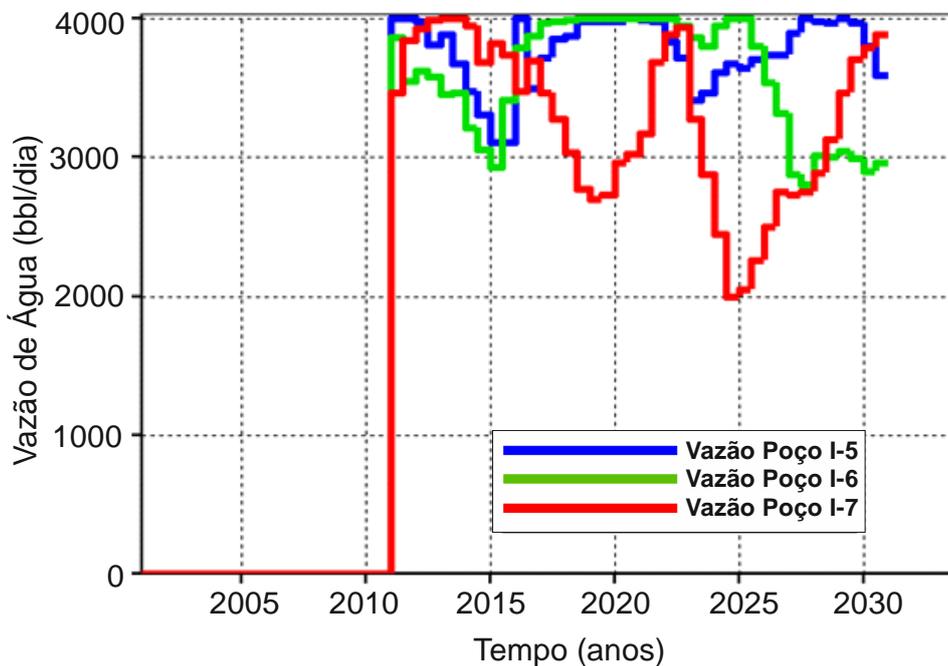
Fonte: A Autora (2021).

Figura 40 – Trajetória ótima para os poços I-1, I-2, I-3 e I-4 para a melhor solução,  $Nr = 30$



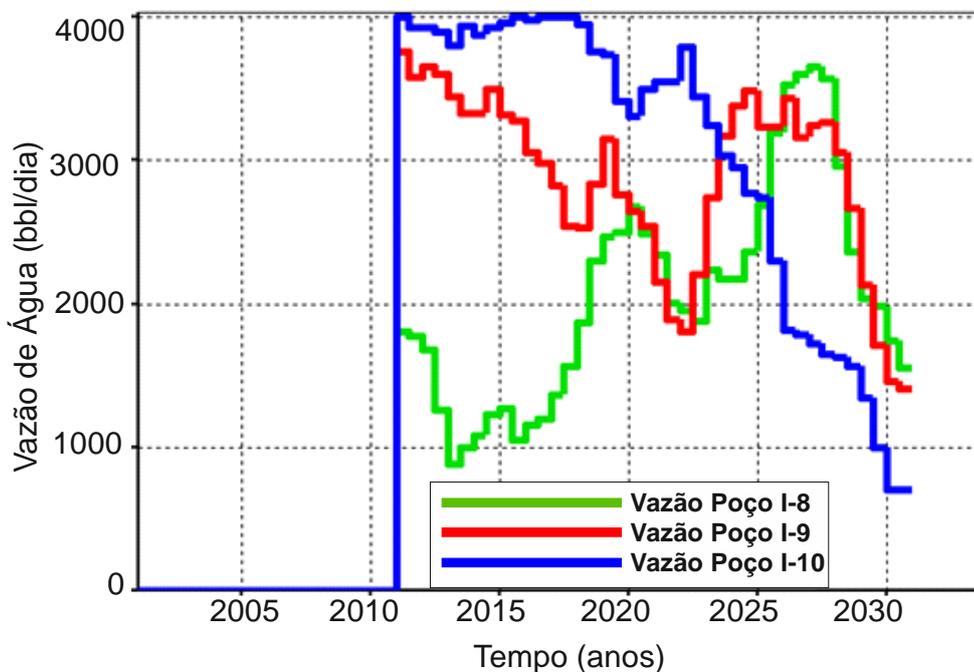
Fonte: A Autora (2021).

Figura 41 – Trajetória ótima para os poços I-5, I-6 e I-7 para a melhor solução, Nr = 30



Fonte: A Autora (2021).

Figura 42 – Trajetória ótima para os poços I-8, I-9, I-10 para a melhor solução, Nr = 30



Fonte: A Autora (2021).

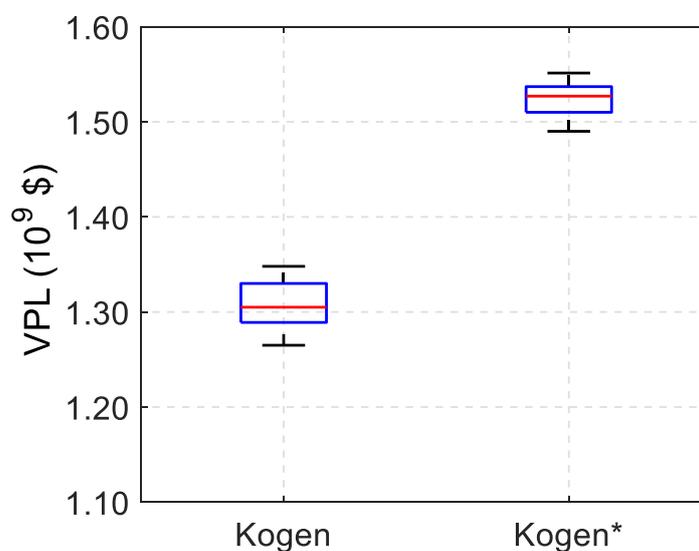
### 5.2.3 Otimização de alta fidelidade com a estratégia ensemble utilizando o resultado do proxy Kogen como ponto de partida

Como já avaliado na seção 5.1.2, dentre os modelos de fluxo fracionários estudados, a utilização dos controles ótimos obtidos com o CRMP+Kogen proporciona os melhores resultados ao serem empregados como pontos iniciais. Assim, neste exemplo, comparamos a performance da otimização de alta fidelidade ao usar o resultado do proxy Kogen como ponto de partida. O VPL inicial é igual a \$  $1.01 \times 10^9$ .

Os resultados para o VPL são apresentados na Figura 43 através de diagramas de caixa. Neste caso, o diagrama denominado Kogen se refere aos resultados da otimização com CRMP+Kogen aplicados ao simulador utilizando os pontos iniciais aleatórios da seção anterior, já o diagrama denominado Kogen\* corresponde ao VPL ótimo calculado ao utilizar o resultado obtido com o proxy Kogen como ponto inicial para o processo de otimização de alta fidelidade.

Para o diagrama Kogen, a média é igual a \$  $1.30 \times 10^9$  e o máximo VPL calculado igual a \$  $1.348 \times 10^9$ , o qual por sua vez foi obtido com 15 iterações. Os resultados para o diagrama Kogen\* apresentaram um VPL médio igual a \$  $1.537 \times 10^9$ , onde o melhor resultado foi igual a \$  $1.543 \times 10^9$  sendo determinado com 10 iterações e 480 execuções do simulador. De maneira semelhante ao observado para o modelo BCO, a utilização dos resultados do proxy CRMP+Kogen como ponto inicial proporcionou uma redução do número de iterações e diminuição do número de execuções do simulador em aproximadamente 67% e 64%, respectivamente.

Figura 43 – VPL ótimo utilizando o resultado do proxy CRMP+Kogen no simulador (Kogen) e como ponto de partida para o processo de otimização de alta fidelidade (Kogen\*)



Fonte: A Autora (2021).

## 6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho foram apresentados modelos simplificados para simular a dinâmica dos fluidos durante o processo de produção em campos com injeção de água. Foram implementados os modelos de Capacitância e Resistência baseado no Produtor (CRMP) e de Fluxo Fracionário Koval e Gentil para prever as vazões de óleo e água a partir do histórico de produção dos poços. Também foi proposto um novo modelo de fluxo fracionário, Kogen, derivado a partir dos modelos Koval e Gentil. As estratégias foram validadas através de dois modelos sintéticos de reservatórios.

Posteriormente, baseando-se nos parâmetros dos modelos estudados, foram gerados proxies CRMP+(Koval, Gentil e Kogen) para avaliar a performance das estratégias propostas através de um problema de otimização. Para este problema o vetor gradiente foi aproximado através do método baseado em ensembles. Ao fim, investigou-se as vantagens de utilizar os resultados dos proxies como pontos iniciais para o processo de otimização de alta fidelidade.

### 6.1 CONCLUSÕES

A partir dos exemplos estudados, pode-se concluir que:

- O modelo de capacitância e resistência baseado nos produtores (CRMP) é capaz de definir quantitativamente a influência dos poços injetores sobre a produção dos poços produtores através das conectividades, e de prever a presença de heterogeneidades entre os poços. Além disso, ele também permite estimar a vazão líquida dos poços. Entretanto, observa-se que a qualidade dos seus resultados está associada a um valor mínimo de corte de água para o campo, próximo a 0.3.
- Os modelos de fluxo fracionário Koval, Gentil e Kogen são capazes de determinar o corte de água dos poços, e assim determinar as vazões de óleo e água utilizando apenas dados de produção do campo e os parâmetros do modelo CRMP como dados de entrada.
- O modelo Koval reduz a precisão de seus resultados quando aplicado a campos com alta produção de água, obtendo uma melhor performance quando o corte de água é inferior a aproximadamente 0.5. Por outro lado, o modelo Gentil demonstra excelentes resultados quando os poços apresentam um alta vazão de água, e a qualidade de suas previsões reduz

quando ele é aplicado a poços com baixo valor de corte de água (menor que  $\approx 0.5$ ). Entretanto, nota-se que nos casos em que o  $W_{cut}$  aumenta de forma suave ao longo tempo, o Gentil é capaz de capturar o comportamento do  $W_{cut}$  para valores abaixo de  $\approx 0.6$ .

- Os resultados demonstram que a estratégia Kogen possui uma melhor aproximação para o  $W_{cut}$  que os outros modelos. Além disso, ele permite analisar reservatórios onde os poços apresentam diferentes valores de  $W_{cut}$ , demonstrando um bom aproveitamento das vantagens associadas aos modelos Koval e Gentil.
- Dentre as duas estratégias propostas para determinar os parâmetros do modelo Kogen, as curvas de ajuste baseando-se no corte de água e no VPL, a primeira apresenta melhores resultados. Para todos os casos analisados, verificou-se que seria adequado utilizar um coeficiente  $\alpha = 20\%$ .
- Para os proxies gerados, o proxy CRMP+Kogen se apresenta como o melhor para prever as vazões de óleo e água, demonstrando bons resultados ao ser aplicado na resolução de problemas de otimização de injeção de água. Para o modelo BCO, os ganhos com respeito ao VPL final obtido foram de 20.2% e 2.65% com respeito aos proxies CRMP+Koval e CRMP+Gentil, respectivamente. Os resultados também demonstram que a utilização do ponto ótimo obtido com o proxy CRMP+Kogen para um processo de otimização de alta fidelidade reduz o número de execuções do simulador e o número de iterações em aproximadamente 64% e 67%, respectivamente.
- Para o processo de otimização de alta fidelidade se recomenda utilizar  $N_r = 30$  para ambos os modelos de reservatório, pois o estudo do número de membros dos ensembles demonstra que  $N_r = 30$  gera um ganho de 2% e 3% com respeito a média obtida com  $N_r = 20$  para os modelos BCO e Brugge, respectivamente.

## 6.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com base nos estudos desenvolvidos ao longo da construção desta dissertação, sugere-se como trabalhos futuros:

- Incorporar ao problema de otimização de injeção de água como variáveis de projeto o BHP dos poços produtores, e adicionar restrições de campo associada a capacidade de produção dos poços, as quais tem caráter não-lineares.
- Utilizar os proxies gerados neste trabalho para problemas de otimização relacionado a alocação de poços.
- Utilizar um modelo CRMP dinâmico, onde as conectividades são atualizadas ao longo do tempo para cada novo esquema de injeção proposto pelo algoritmo de otimização.

## REFERÊNCIAS

- AHMED, T. Reservoir Engineering Handbook. [S.I.]: Second Edition, Gulf Professional Publishing, 2001. p. 183-228.
- AHMED, T.; MEEHAN, D. N. **Advanced reservoir management and engineering**. 2ª. ed. [S.I.]: Gulf Professional Publishing, 2012.
- ALBERTONI, A.; LAKE, L. Inferring interwell connectivity only from well-rate fluctuations in waterfloods. **SPE Reservoir Evaluation**, v. 16, p. 6-16, 2003.
- BIEGLER, L. T. Nonlinear programming: concepts, algorithms, and applications to chemical processes. **SIAM – Society for Industrial and Applied Mathematics**, Philadelphia, 2010.
- BRUCE, W. A. An Electrical Device for Analyzing Oil-reservoir Behavior. **Petroleum Technology**, v. 151, p. 112–124, 1943.
- CAO, F. **Development of a Two-phase Flow Coupled Capacitance Resistance Model**. PhD Dissertation, The University of Texas at Austin. Austin. 2014.
- CAO, F.; HAISHAN, L.; W. LAKE, L. **Development of a Fully Coupled Two-phase Flow Based Capacitance Resistance Model (CRM)**. SPE Improved Oil Recovery Symposium. Tulsa: SPE Journal, SPE-169485-MS. 2014.
- CHEN, Y.; OLIVER, D. S. Localization of Ensemble-Based Control-Setting-Updates for Production Optimization. **SPE Journal**, v. 1, n. 14, p. 122-136, 2012.
- CHEN, Y.; OLIVER, D. S.; ZHANG, D. Efficient ensemble-based closed-loop production optimization. **SPE Journal**, v. 4, n. 14, p. 634-645, 2009.
- CMG. **IMEX: User's Guide**. Computer Modeling Group. Calgary-Canada. 2018.
- CUNHA, A. L. **Recuperação avançada não-isotérmica de óleos pesados em reservatórios de petróleo via simulação numérica**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química). Universidade Federal de Campina Grande. Campina Grande. 2010.
- DATTA-GUPTA, A.; KING, M. J. **Streamline Simulation: Theory and Practice**. Textbook Series, n. 11. Society of Petroleum Engineers. [S.I.]. 2007. (978-1-55563-111-6).
- DEHDARI, V.; OLIVER, D. S. Sequential quadratic programming for solving constrained production optimization – case from Brugge field. **SPE Journal**, n. 17, p. 874-884, 2012.

DNV GL AS. **Oil and Gas Forecast to 2050**. Hovik, Norway. 2017.

GENTIL, P. **The Use of Multilinear Regression Models in Patterned Waterfloods: Physical Meaning of the Regression Coefficients**. M. Sc. Thesis. The University of Texas at Austin. Austin, TX. 2005.

HOLANDA, R. W. **Capacitance resistance model in a control systems framework: a tool for describing and controlling waterflooding reservoirs**. M. Sc. Thesis. The University of Texas A&M. [S.I.]. 2015.

HOLANDA, R. W. et al. A State-of-the-Art Literature Review on Capacitance Resistance Models for Reservoir Characterization and Performance Forecasting. **Energies**, v. 11, December 2018. doi:10.3390/en11123368.

HONG, A. J.; BRATVOLD, R. B.; NÆVDAL, G. Robust production optimization with capacitance-resistance model as precursor. **Computational Geoscience**, n. 21, p. 1423–1442, 2017. doi: <https://doi.org/10.1007/s10596-017-9666-8>.

INTERNATIONAL AGENCY OF ENERGY (IEA). **Annual Energy Outlook 2021**. U.S. Department of Energy. Washington, DC. 2021.

JAFROODI, N.; ZHANG, D. **New method for reservoir characterization and optimization using CRM–EnOp approach**. Journal of Petroleum Science Engineering (77) 2. [S.I.], p. 155-171. doi: <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2011.02.011>. 2011.

KOVAL, E. J. A Method for Predicting the Performance of Unstable Miscible Displacement in Heterogeneous Media. **SPE Journal**, v. 3, n. 2, p. 145-154, 1963.

KUMAR, A. et al. **Integrated Analysis of Tracer and Pressure-Interference Tests to Identify well Interference**. SPE Journal, SPE 201233. Houston, Texas. 2020.

LIANG, X. et al. Optimization of oil production based on a capacitance model of production and injection rates. **SPE Journal**, 2007.

LINS, H. K. D. F. **Métodos Baseados em Modelos Dinâmicos de Capacitância e Resistência em Reservatórios de Petróleo de Múltiplas Camadas**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2018.

LINS, H. K.; HOROWITZ, B.; TUEROS, J. A. R. **Numerical Experience Using Capacitance Resistance Multilayered Models**. CILAMCE 2017, Ibero-Latin American Congress in Computational Methods in Engineering. Florianópolis, Brasil: [s.n.]. 2017.

LIU, P. L.; KIUREGHIAN, A. D. Optimization algorithms for structural reliability. **Structural safety**, 1991.

LIU, Z.; FOROUZANFAR, F.; ZHAO, Y. Comparison of SQP and AL algorithms for deterministic constrained production optimization of hydrocarbon reservoirs. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, v. 171, p. 542-557, 2018. ISSN 0920-4105. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2018.06.063>.

MAIZERET, P. D. **Best practice to design and interpret interference tests based on features of the line-sources solution: Theory and Applications**. Society of Petroleum Engineers. [S.I.]. 2013.

MATHWORKS. **MATLAB's Optimization Toolbox User's Guide**, 2014.

MØYNER, O.; KROGSTAD, S.; LIE, K. **The Application of Flow Diagnostics for Reservoir Management**. SPE Journal, 20(02), 306–323. doi:10.2118/171557-pa. [S.I.]. 2015.

OLIVEIRA, D. F. **Técnicas de otimização da produção para reservatórios de petróleo: abordagens sem uso de derivadas para alocação dinâmica das vazões de produção e injeção**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2006.

OLIVEIRA, D. S.; HOROWITZ, B.; TUEROS, J. A. R. **Kogen-Combined Koval/Gentil Fractional Flow Model**. European Conference on the Mathematical Oil Recovery. Edinburgh: [s.n.]. 2020.

OLIVEIRA, D. S.; HOROWITZ, B.; TUEROS, J. A. R. Ensemble-based method with combined fractional flow model for waterflooding optimization. **Oil & Gas Science and Technology - Rev. IFP Energies Nouvelles**, v. 7, n. 76, p. 1-17, January 2021. doi: 10.2516/ogst/2020090.

OSCAR, I. O. O.; OYINKEPREYE, D. O. **Flow Barrier Detection and Characterisation using Capacitance-Resistance Model: Case Study of a Far East Oil Field**. SPE Journal, SPE-203735-MS. [S.I.]. 2020.

PETERS, E. et al. **Results of the Brugge Benchmark Study for Flooding Optimisation and History Matching**. Paper SPE 119094 presented at the SPE Reservoir Simulation Symposium. Woodlands. 2009. (doi: 10.2118/119094-MS. 2009).

PINTO, J. W. O. et al. Gradient-free strategies to robust well control optimization. **Computational Geosciences**, n. 24, p. 1959–1978, 2020. doi: <https://doi.org/10.1007/s10596-019-09888-7>.

QUEIROZ, G. O. **Otimização da Injeção Cíclica de Vapor em Reservatórios de Óleo Pesado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química). Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal. 2006.

ROSA, A.; CARVALHO, R. D. S.; XAVIER, J. A. D. Engenharia de reservatórios de petróleo. Rio de Janeiro: Interciência, 2011. p. 16; 90 - 120.

SAYARPOUR, M. **Development and Application of Capacitance-Resistive Model to water/CO<sub>2</sub> floods**. PhD Dissertation. The University of Texas at Austin. Austin, Texas. 2008.

SOROUSH, M.; KAVIANI, D.; JENSEN, J. L. **Interwell connectivity evaluation in cases of changing skin and frequent production interruptions**. Journal of Petroleum. [S.l.], p. 616-630. 2014.

SU, H. J.; OLIVER, D. S. Smart Well Production Optimization Using An Ensemble-Based Method. **SPE Res Eval & Eng**, v. 6, n. 13, p. 884-892, 2010. SPE-126072-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/88901-MS>..

TORRES, R. G. et al. **Tecnología Eléctrica**. Madrid: Mc Graw Hill, 2006.

TUEROS, A. J. R. et al. Refined ensemble-based waterflooding optimization subject to field-wide constraints. **Comput Geosci**, n. 24, p. 871–887, 2019. <https://doi.org/10.1007/s10596-019-09866-z>.

TUEROS, J. A. R. **Refinamento do Método Baseado em Ensembles para Controle Ótimo do Problema de Injeção de Água**. Tese de Doutorado (Departamento de Engenharia Civil). Universidade Federal de Pernambuco.. Recife. 2019.

TUEROS, J. A. R. et al. Non-distance-based localization techniques for ensemble-based waterflooding optimization. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, 2018. ISSN 0920-4105, <http://doi.org/10.1016/j.petrol.2018.06.089>..

TUEROS, J. A. R.; HOROWITZ, B.; WILLMERSDORF, R. B. **Numerical Experience with An Ensemble-Based Method For Constrained Waterflooding Optimization**. CILAMCE 2015, XXXVI Congresso Ibero Americano em Métodos Computacionais em Engenharia. Rio de Janeiro: [s.n.]. 2015. p. 22-25.

WEBER, D. **The Use of Capacitance-Resistance Model to Optimize Injection Allocation and Well Location in Water Floods**. Ph.D. Thesis. The University of Texas at Austin. Austin, TX. 2009.

WOLBERG, J. **Data Analysis Using the Method of Least Squares**. Berlin: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006.

YORTSOS, Y. C. et al. Analysis and Interpretation of Water/Oil ration in Waterfloods. **SPE Journal**, p. 412-420, December 1999.

YOUSEF, A. A. et al. A capacitance model to infer interwell connectivity from production and injection rate fluctuations. **SPE Reservoir Evaluation and Engineering**, v. 9, n. 6, p. 630–646, 2006. doi: 10.2118/95322-PA.