



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

LUANA LETÍCIA DA SILVA

**VIDEOAULAS DO YOUTUBE EDU SOBRE EQUAÇÕES DO 2°
GRAU: um estudo sob o olhar da TAD**

Caruaru

2021

LUANA LETÍCIA DA SILVA

**VIDEOAULAS DO YOUTUBE EDU SOBRE EQUAÇÕES DO 2º
GRAU: um estudo sob o olhar da TAD**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Área de concentração: Educação em Ciências e Matemática

Orientador: Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes

Caruaru

2021

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Paula Silva - CRB/4 - 1223

S586v Silva, Luana Letícia da.
Videoaulas do Youtube Edu sobre equações do 2º grau: um estudo sob o olhar da TAD. / Luana Letícia da Silva. – 2021.
118 f.; il.: 30 cm.

Orientador: Marcus Bessa de Menezes.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, 2021.
Inclui Referências.

1. Equações. 2. Antropologia – Metodologia. 3. Didática. 4. Matemática – Estudo e ensino. 5. Ensino audiovisual. 6. Youtube (Recurso eletrônico). I. Menezes, Marcus Bessa de (Orientador). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.) UFPE (CAA 2021-269)

LUANA LETÍCIA DA SILVA

**VIDEOAULAS DO YOUTUBE EDU SOBRE EQUAÇÕES DO 2º
GRAU: um estudo sob o olhar da TAD**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Área de concentração: Educação em Ciências e Matemática

Aprovada em: 20/07/2021.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Marcus Bessa de Menezes (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Fernando Emílio Leite de Almeida (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. José Luiz Cavalcante (Examinador Externo)
Universidade Estadual da Paraíba

Dedico este trabalho...

...aos meus pais **Maria Lucimere e Elenilson Heleno**,
pela educação e incentivo que sempre
me deram.

... aos meus avós **Nivaldo Galdino e Joana Maria**,
por enxergarem em minhas conquistas,
suas realizações.

... ao meu esposo **Luiz Gonzaga**,
pela compreensão e apoio
de sempre.

AGRADECIMENTOS

Escrevo essa nota de agradecimento ao concluir este trabalho com um misto de sentimentos, mas, o mais profundo deles é o da gratidão. Muitas pessoas contribuíram para a construção deste trabalho. Foram muitos conhecimentos que aprendi durante essa pós-graduação, conhecimentos estes, que vão além de contribuições para minha formação profissional.

Portanto, gostaria de agradecer primeiramente ao meu bom Deus pela graça, companhia e força nos momentos difíceis, sua presença em minha vida me encorajou a lutar pelos meus objetivos.

Aos meus amados pais, Maria Lucimere (Sinha) e Elenilson, por me tornarem a pessoa que hoje sou, pelo carinho, apoio, dedicação, compreensão de minha ausência em alguns momentos e por enxergarem nas minhas conquistas, suas realizações. Meu eterno amor e carinho.

Aos meus avós, Nivaldo e Joana que mesmo diante de tantas dificuldades que passaram nesse mundo, me educaram para a vida, me mostrando sempre que a humildade é um diferencial de muitas pessoas. Agradeço a eles por todos os conselhos, pelo amor, por torcerem sempre por mim, me encorajando e incentivando a ir em busca dos meus sonhos.

Ao meu querido e amado esposo, Luiz Gonzaga, por todo apoio, incentivo, amor e pela compreensão de minhas ausências durante alguns períodos na pós-graduação.

A minha sogra Ailta pela ajuda nas tarefas diárias e pela força dada nas atividades do trabalho também.

Ao meu orientador, Marcus Bessa, pela paciência, confiança, respeito, dedicação, disponibilidade de materiais e tempo destinado a este trabalho. Agradeço imensamente o zelo e preocupação na realização dessa pesquisa, sempre respeitando meu ritmo e tempo disponível para as produções acadêmicas.

Aos membros da banca de qualificação e examinadora, Fernando Emílio, José Luiz Cavalcante e Marilena Bittar, pelas riquíssimas e pertinentes contribuições para a construção deste trabalho. Meu muito obrigada.

Aos professores do PPGCEM, a todos, minha eterna gratidão e admiração pelos conhecimentos compartilhados nas aulas, sem dúvidas, cresci muito profissionalmente e pessoalmente.

Aos funcionários da secretaria e coordenadores do PPGCEM pela disponibilidade e atenção que sempre tiveram conosco.

Aos meus colegas da Turma 2019 do PPGCEM, em especial, os da linha de Pesquisa em Metodologias e Práticas de Ensino, parceiros que tive a honra de cursar as disciplinas obrigatórias e compartilhar experiências. Agradeço especialmente a Naira Cabral, Wedna Sena e Fausto Muniz pelos momentos de alegrias e angústias compartilhadas ao longo desses dois anos.

Aos professores da graduação do curso de Licenciatura em Matemática da UFPE-CAA, em especial, ao professor Valdir Bezerra por me apresentar a TAD e despertar em mim a curiosidade por pesquisar sobre objetos relacionados a esta teoria.

A minha amiga da graduação, Cida Alves, pela escuta, conselhos e por me encorajar a terminar esse trabalho mesmo diante de tantos obstáculos e empecilhos impostos na minha vida profissional.

Ao grupo de estudos da TAD, em especial, aos meus colegas Allan Ferreira e Anderson Silva, minha gratidão pela partilha de saberes, conversas e discussões sobre a Teoria Antropológica do Didático.

A Universidade Federal de Pernambuco, especialmente ao Centro Acadêmico do Agreste, lugar que proporcionou e me tornou a profissional que sou. Agradeço imensamente pela oportunidade.

Aos meus demais colegas e familiares de longe e de perto que torceram também pela realização desse trabalho, me incentivando ir além. Meu muito obrigada a todos!

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo analisar videoaulas da plataforma YouTube Edu sobre as equações do segundo grau. De maneira geral, centra-se na análise sobre as praxeologias matemáticas, praxeologias didáticas, objetos ostensivos e não-ostensivos presentes em videoaulas do objeto equações do segundo grau. Para realizar a análise praxeológica, ancoramos o presente estudo na Teoria Antropológica do Didático, desenvolvida por Yves Chevallard. Trata-se de uma pesquisa de cunho qualitativo, do tipo documental. Elegemos como sujeito da pesquisa videoaulas sobre equações do segundo grau da plataforma YouTube Edu. Foram analisados dois canais de Matemática da plataforma: o *Canal A* e o *Canal B*. A implementação da metodologia possibilitou identificar, os tipos de tarefas, as técnicas, as tecnologias que justificam essas técnicas, bem como, os momentos didáticos e os objetos ostensivos e não-ostensivos presentes nas videoaulas em torno do objeto equações do segundo grau desses dois canais. Os principais resultados apontam que, na praxeologia matemática das videoaulas houve um privilégio de uma técnica para resolução das equações. Em se tratando da praxeologia didática, as videoaulas apresentaram diferenciação de acordo com os seis momentos de estudo de Chevallard (1999) e os objetos ostensivos evidenciados nas videoaulas também eram diferentes. Nosso trabalho aponta que, apesar da diferença de visualizações dos canais analisados, nós não identificamos uma diferença na práxis dos professores youtubers, contudo, o canal que utiliza dos ostensivos tecnológicos de edição mais profissional é mais acessado pelos usuários e isso parece ser fundamental para essas escolhas.

Palavras-chave: equação do 2º grau; Teoria Antropológica do Didático (TAD); Praxeologias Matemáticas (PM); Praxeologias Didáticas (PD); videoaulas.

ABSTRACT

This paper has aimed at analysing video lessons on the YouTube Edu platform about second-degree equations. As a whole, it's centered on the analyses of mathematics praxeologies, didactic praxeologies, ostensive and non ostensive objects in the video lessons of the second-degree equations object. To make the praxeologic analyses, we anchor the current study in the Anthropological Theory of the Didactics, built by Yves Chevallard. It is a research on the quality nature, of documental kind. We have chosen video lessons about second-degree equations on the YouTube Edu platform as the subject of our research. Two Mathematics channels of the platform have been analysed: *Canal A and Canal B*. The methodology implementation provided the identification of types of tasks, the techniques, the technologies that justify those techniques, as well as the didactic moments and the ostensive and non ostensive objects in the video lessons that surrounds the object of the second-degree equations in those channels. The main results have shown that the Mathematics praxeology of video lessons, there was a privilege of a technique to solve the equations. Concerning didactic praxeology, the video lessons have shown differences according to the six moments of Chevallard study (1999) and the ostensible objects highlighted in the video lessons were also diferente. Our paper points out that, despite the difference of views in the analysed channels, we didn't identify any difference in the práxis of the YouTube teachers, nevertheless, the channel that uses the most professional editing technology is more accessed by users and that seems to be fundamental for those choices.

Keywords: second-degree equation; Anthropological Theory of Didactics (ATD); Mathematical Praxeologies (MP); Didactic Praxeologies (DP); vídeo lessons.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1-	Logomarca do YouTube.....	33
Figura 2-	Visão geral do Youtube Edu.....	42
Figura 3-	Esquema sintetizador do enfoque da TAD.....	44
Figura 4-	Representação das complexidades das OM.....	52
Figura 5-	Níveis de Codeterminação proposto por Chevallard (2002).....	55
Quadro 1-	Critérios para avaliação a priori de uma organização matemática.....	79
Figura 6-	Registros do ostensivo figura e de ostensivos algébricos na videoaula 1 do canal B.....	83
Figura 7-	Relações entre os coeficientes e as raízes de uma equação do 2º grau apresentadas pelo canal A.....	84
Figura 8-	Registros da técnica TSP utilizada no tipo de tarefa T8 na videoaula do canal A.....	85
Figura 9-	Registro da videoaula 3 do canal A.....	86
Figura 10-	Registro do uso da técnica T_{BAS} na videoaula 3 do canal A.....	87
Figura 11-	Registro do uso da técnica T_{SP} e dos ostensivos algébricos e numéricos na videoaula 3 do canal A.....	88
Figura 12-	Registros dos ostensivos evidenciados na videoaula 3 do canal B.....	91
Figura 13-	Registro da técnica T_{BAS} utilizada para resolver o subtipo de tarefa $ax^2 + bx + c = 0$	93
Figura 14-	Registros das técnicas utilizadas no canal B em torno da T_8	97
Figura 15-	Exemplo do subtipo de tarefa T_8 e dos ostensivos utilizados pelo professor do canal B na videoaula 3.....	104

LISTA DE TABELAS

Tabela 1-	Opções para refinamento de busca no BDTD.....	20
Tabela 2-	Sites de busca para verificação do nosso Estado da Arte.....	22
Tabela 3-	Dedução da fórmula resolutive.....	62
Tabela 4-	Categorias de subtipos de tarefas para análise nas videoaulas.....	64
Tabela 5-	Técnica Principal e Secundária dos Subtipos de tarefas baseadas nos trabalhos de Bessa de Menezes (2010) e Almeida (2016).....	65
Tabela 6-	Tecnologias dos subtipos de tarefas.....	67
Tabela 7-	Disciplinas e canais do Youtube Edu.....	71
Tabela 8-	Canais de Matemática do Youtube Edu por ordem de números de inscritos.....	73
Tabela 9-	Videoaulas selecionadas para análise do Canal A.....	74
Tabela 10-	Videoaulas selecionadas para análise do canal B.....	75
Tabela 11-	Subtipos de tarefas encontradas nas videoaulas.....	76
Tabela 12-	Videoaulas selecionadas para análise.....	77
Tabela 13-	Momentos de estudos proposto por Chevallard (1999).....	79
Tabela 14-	Síntese da praxeologia matemática em torno do subtipo de tarefa T8 da videoaula 1 do canal B.....	81
Tabela 15-	Síntese da praxeologia matemática em torno do subtipo de tarefa T8 da videoaula 3 do canal A.....	89
Tabela 16-	Síntese da praxeologia matemática em torno do subtipo de tarefa T8 da videoaula 3 do canal B.....	91
Tabela 17-	Síntese da praxeologia matemática em torno do subtipo de tarefa T₈ da videoaula 5 do canal A.....	94

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

a.C	antes de Cristo
AEP	Atividades de Estudos e Pesquisa
BBC	British Broadcasting Corporation
BDTD	Banco de Teses e Dissertações
CAA	Campus Acadêmico do Agreste
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
EJA	Educação para Jovens e Adultos
EMAP	Encontro de Matemática do Agreste Pernambucano
HTML	Hyper Text Markup Language
LD	Livro Didático
MED	Modelo Epistemológico Dominante
MER	Modelo Epistemológico de Referência
NBC	National Broadcasting Company
OD	Organização Didática
OM	Organização Matemática
PD	Praxeologia Didática
PEP	Percurso de Estudo e Pesquisa
PIBID	Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
PM	Praxeologia Matemática
PNLD	Plano Nacional do Livro Didático
PPGECM	Programa de Pós-graduação em Ensino em Ciências e Matemática
PROFMAT	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional.
Scielo	Scientific Eletronic Library Online
TD	Transposição Didática

TAD	Teoria Antropológica do Didático
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
TSD	Teoria das Situações Didáticas
UFPB	Universidade Federal da Paraíba
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
URL	Uniform Resource Locator

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	15
1.1	Objetivos da pesquisa.....	18
1.1.1	Objetivo geral.....	18
1.1.2	Objetivos específicos.....	18
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	20
2.1	Revisão de literatura.....	20
2.2	O site de compartilhamento de vídeos Youtube.....	33
2.2.1	Alguns elementos históricos.....	33
2.2.2	Funcionalidades.....	35
2.2.3	Contribuições para o campo educacional.....	40
2.2.4	Youtube Edu.....	41
2.3	Teoria Antropológica do Didático (TAD).....	43
2.3.1	Conceitos Primitivos.....	44
2.3.2	Noção de Praxeologia.....	48
2.3.3	Praxeologia Matemática (PM) ou Organização Matemática (OM).....	50
2.3.4	Tipos de praxeologias matemáticas.....	51
2.3.5	Praxeologia Didática (PD) ou Organização Didática (OD).....	53
2.3.6	Níveis de codeterminação.....	55
2.3.7	Objetos ostensivos e não-ostensivos.....	56
2.4	Equação do 2º grau: alguns elementos.....	57
2.4.1	Elementos históricos.....	57

2.4.2	Equação do segundo grau – elementos matemáticos.....	60
2.4.3	Equações do segundo grau: organizações matemáticas a priori.....	63
3	PERCURSO METODOLÓGICO.....	69
3.1	Natureza da pesquisa.....	69
3.2	Definição do campo de pesquisa e das videoaulas a serem analisadas.....	70
3.3	Procedimentos metodológicos.....	70
4	ANÁLISE DOS DADOS.....	78
4.1	Critérios para análise.....	78
4.2	Praxeologias matemáticas das videoaulas.....	80
4.3	Praxeologias didáticas das videoaulas.....	94
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	109
	REFERÊNCIAS.....	113

1 INTRODUÇÃO

QA motivação pelo qual realizamos este trabalho surge com experiências pessoais desde a licenciatura. Em 2012, ingressei no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), no Campus Acadêmico do Agreste (CAA), concluindo o curso em 2016.

Enquanto estudante de graduação no curso de Licenciatura, pude perceber uma prática comum entre alguns licenciandos: a busca por materiais de apoio didático com o intuito de reforçar o que foi visto durante a aula presencial, ou seja, um material suporte de estudo ao que era estudado em sala. Dentre os materiais procurados, o que mais me chamava atenção, era a busca por videoaulas disponibilizadas num site de compartilhamento de vídeos, a saber: o YouTube. Essa prática era comum entre os estudantes da licenciatura e de outros cursos, inclusive pela pesquisadora.

Outro fator inquietante era a postura de muitos professores em suas práticas docentes, os mesmos indicavam livros e materiais impressos para que os estudantes pudessem sanar suas dúvidas ou como material de apoio ao que era explanado nas aulas. Partindo dessas vivências, era comum ouvir questionamentos de estudantes na universidade, como por exemplo: Por que os professores não indicam canais/sites de videoaulas sobre o determinado tema? Não seria mais fácil assistir a videoaulas do que reforçar o conteúdo por materiais impressos? Alguém conhece um canal confiável sobre o que conteúdo que estamos estudando?

Cabe ressaltar que enquanto docente da Educação Básica também me deparava com alunos(as) solicitando canais do YouTube confiáveis que abordavam alguns conteúdos estudados em sala, para que assim, eles pudessem revisar num momento extraclasse o que estávamos estudando.

No ano de 2015, tivemos uma experiência no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - PIBID¹, nesse projeto interdisciplinar proposto pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), aprendemos a produzir videoaulas utilizando algumas mídias digitais e disponibilizar esse material no site de compartilhamento de vídeos YouTube, para que assim, os alunos participantes do PIBID pudessem revisar e/ou reforçar o que discutíamos nos encontros presenciais do Programa.

Ao observar o uso dessas videoaulas pelos alunos do PIBID, percebemos que eles utilizavam esses materiais sem dificuldades e quando sentiam necessidade, ressaltando-se assim a atemporalidade e a facilidade de acesso deste recurso.

Após a experiência com o PIBID, ofertamos uma oficina no 3º EMAP (Encontro de Matemática do Agreste Pernambucano) e a partir das opiniões e questionamentos dos participantes estendeu-se essa oficina para um projeto de pesquisa de um Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) no ano de 2016.

Na realização do TCC, tivemos como objetivo principal investigar as restrições e condições na construção de videoaulas na disciplina de Laboratório de Matemática do curso de Licenciatura em Matemática do Centro Acadêmico do Agreste (SILVA, L.L., 2016). Ainda sobre o TCC, utilizou-se a Teoria Antropológica do Didático – TAD proposta por Chevallard (1999) como suporte teórico da pesquisa.

Como resultado da pesquisa de TCC, foi identificado as seguintes condições: a possibilidade de escolha, atemporalidade, material de suporte, facilidade de acesso e a opção de poder assistir quantas vezes fosse necessário a essas videoaulas. Já em relação às restrições, os participantes mencionaram problemas técnicos e alguns conteúdos não confiáveis que este material pode apresentar, também mencionaram a dificuldade na produção desse recurso, desde o planejamento até a utilização de alguns softwares desconhecidos e

1 O programa oferece bolsas de iniciação à docência aos alunos de cursos presenciais que se dediquem ao estágio nas escolas públicas e que, quando graduados, se comprometam com o exercício do magistério na rede pública.

também em relação ao manuseio com a mesa digitalizadora, pois, cabe ressaltar que os participantes da oficina construíram videoaulas do tipo lousa digital, ou seja, quando se faz uso de mesas digitalizadoras.

Após essas experiências na graduação, surge a ideia de desenvolver nosso trabalho de mestrado no Programa de Pós-Graduação em Ensino em Ciências e Matemática (PPGECM) da UFPE/CAA.

Então, em nosso trabalho analisamos videoaulas sobre Equações do 2º grau da plataforma YouTube, tendo como aporte teórico a Teoria Antropológica do Didático (TAD).

A escolha pelo conteúdo de equações do 2º grau surgiu em 2016, na minha primeira experiência enquanto docente. Ao explicar o conteúdo de equações do 2º grau nos anos finais do Ensino Fundamental, muitos alunos me questionavam sobre o motivo de estudarmos aquele conteúdo, qual a aplicabilidade das equações do segundo em nosso dia a dia, como descobriram a fórmula resolutive para as equações do segundo grau e dúvidas sobre os métodos de resolução desse tipo de equação. Os alunos também procuravam videoaulas no YouTube para sanar suas dúvidas, eu também disponibilizava no meu canal algumas videoaulas para quem desejasse visitar o que estudamos em sala, muito embora eles possuíssem livros didáticos.

Outro fator inquietante e que contribuiu para a realização deste trabalho acerca das equações do 2º grau, foi a quantidade ainda muito íntima de pesquisas sobre este tema em consonância com a TAD.

Então, mediante esses questionamentos e inquietações, pensamos em analisar materiais existentes no site de compartilhamento de vídeos Youtube Edu, uma vez que, não encontramos livros, artigos ou trabalhos que analisaram esse tipo de material em consonância com a TAD, ressaltando assim a importância de nossa pesquisa para a comunidade acadêmica. Além disso, a TAD pode relevar aspectos desses materiais tão procurados pelos estudantes.

Portanto, nossa questão problema é: Quais as praxeologias matemáticas e didáticas presentes em videoaulas do objeto Equação do 2º grau em

videoaulas disponibilizadas no site de compartilhamento de vídeos Youtube Edu?

A partir da nossa questão problema, apresentaremos então, nosso objetivo geral e os objetivos específicos da nossa pesquisa e a apresentação de nosso trabalho.

1.1 Objetivos da pesquisa

1.1.1 Objetivo geral

- Analisar videoaulas sobre equações do 2º grau a partir do olhar da TAD.

1.1.2 Objetivos específicos

- Analisar as praxeologias matemáticas e didáticas presentes em videoaulas.
- Analisar os ostensivos e não-ostensivos presentes em videoaulas do objeto: Equação do 2º grau.

Nosso trabalho está dividido em quatro capítulos. No primeiro, intitulado por Introdução, buscamos apresentar ao leitor uma noção geral do nosso trabalho, a justificativa pelo qual escolhemos a nossa temática, bem como o objetivo geral e os específicos do nosso trabalho.

No segundo capítulo, intitulado por Fundamentação Teórica, apresentamos inicialmente uma revisão de literatura para visualizarmos o cenário da nossa temática e a relevância de nossa pesquisa para a comunidade acadêmica. Ainda nesse capítulo de fundamentação teórica, apresentamos alguns conceitos fundamentais da TAD para o entendimento de nosso trabalho. Também apresentamos alguns elementos sobre as equações do segundo grau e o site de compartilhamento de vídeos YouTube.

O percurso metodológico encontra-se no terceiro capítulo. Nele, apresentamos o caminho que percorremos em busca dos dados necessários para a análise de nossa pesquisa.

No quarto capítulo, realizamos as análises praxeológicas das videoaulas do YouTube Edu e pudemos identificar algumas distinções praxeológicas entre videoaulas sobre as equações do segundo grau.

E no último capítulo, trazemos as considerações finais deste trabalho com alguns questionamentos e discussão sobre as diferentes praxeologias utilizadas nas videoaulas sobre equações do segundo grau dos canais do YouTube Edu.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Revisão de literatura

Esta parte inicial do nosso referencial teórico tem como objetivo explicar o cenário em relação à utilização de videoaulas em trabalhos que relacionam esse recurso com a TAD. Para isto, esclarecemos que a ideia desta seção é expor os objetivos dos trabalhos encontrados aliados com suas metodologias e aos resultados encontrados, para que possamos corroborar com a importância de nossa pesquisa. Os trabalhos aqui apresentados foram escolhidos pela temática videoaulas, especificamente na área da Educação Matemática.

Por se tratar de uma pesquisa desenvolvida num programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, em especial da linha que trata sobre as Metodologias e Práticas de Ensino de Ciências e Matemática, priorizamos pelo levantamento de teses, dissertações, publicações em eventos e periódicos eletrônicos, pois são fontes confiáveis para a comunidade científica. Os periódicos eletrônicos escolhidos foram: Banco de Teses e Dissertações (BDTD) da CAPES, Scielo e no Portal de Periódicos da CAPES.

Ao realizarmos nossa busca no BDTD da CAPES, utilizamos da palavra-chave: videoaulas, obtendo 168 pesquisas. Em seguida, refinamos nossos resultados para que pudéssemos restringir a pesquisas de nossa área de estudo. Na tabela a seguir, listamos as opções de refinamento disponível no BDTD para refinar nossos resultados e as chamamos de **OP1**, **OP2**, **OP3** ... **OP12**.

Tabela 1 - Opções para refinamento de busca no BDTD

Opções para refinamento dos resultados
OP1. Tipo (4 opções)
OP2. Ano (10 opções)
OP3. Autor (167 opções)
OP4. Orientador (159 opções)
OP5. Banca (431 opções)
OP6. Grande Área Conhecimento (12 opções)
OP7. Área Conhecimento (40 opções)
OP8. Área Avaliação (27 opções)
OP9. Área Concentração (104 opções)
OP10. Nome Programa (97 opções)
OP11. Instituição (78 opções)
OP12. Biblioteca

Fonte: A Autora, 2020.

Dentre as opções para refinamento dos resultados, fizemos as seguintes escolhas: Na **OP1** escolhemos por todos os tipos de trabalhos disponibilizados no banco de dados, nesta opção, era possível obter dissertações e teses, seja acadêmico ou profissionalizante, portanto, optamos por todos.

Já na **OP2** também optamos por encontrar um resultado de pesquisas que foram realizadas em todos os anos, cabe ressaltar que nesta opção tínhamos trabalhos realizados com nossa temática dos anos 2014 a 2019.

Na **OP3**, **OP4** e **OP5** optamos por todos os autores, orientadores e bancas, visto que, nosso foco de pesquisa de dados estava voltado para a temática e não por pesquisadores, orientadores ou bancas específicas.

Na **OP6** escolhemos pela área do conhecimento que estivesse relacionada com a nossa pesquisa, em se tratando de videoaulas sob o olhar da Teoria Antropológica do Didático-TAD, escolhemos pelas áreas de: Ensino de Ciências e Matemática, Educação, Matemática e Ensino. A mesma ação realizamos nas **OP8** e **OP9**, visto que, estávamos interessados por trabalhos na mesma linha de nossa pesquisa, ou seja, na área de Educação Matemática.

Nas demais opções, **OP10**, **OP11** e **OP12**, escolhemos por todos os filtros, pois, não tínhamos restrições quanto ao Programa, Instituição e/ou Biblioteca em que a pesquisa foi desenvolvida, apenas com a temática e a área do conhecimento da mesma.

Realizado o refinamento dos resultados, obtivemos no BDTD da CAPES, 20 resultados: 16 dissertações e 4 teses. Em seguida, realizamos a leitura dos resumos dessas pesquisas para verificação da relação com o nosso trabalho e obtivemos 12 dissertações. Atentamos que, apesar de ser fácil encontrar diversas videoaulas na internet, a quantidade de pesquisas ainda é tímida quando tratamos do tema, especificamente no campo de pesquisa em Educação Matemática.

No nosso levantamento realizado no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES

obtivemos 12 dissertações (LYRIO,2013; PONTES, 2013; MACEDO, 2015; SILVA, 2015; PATRIARCA, 2016; WARTCHOW, 2017; HONÓRIO, 2017; MORAIS, 2017; OLIVEIRA, 2017; FARIA,2017; SILVA,2018 e SOUTO, 2019).

Já na biblioteca eletrônica científica online, do inglês, Scientific Electronic Library Online- SciELO, procuramos por trabalhos com a palavra-chave: videoaulas. Ao realizarmos essa busca, encontramos sete trabalhos com a temática, porém, ao realizarmos a leitura dos mesmos, estes não tinham relação com nossa pesquisa.

No Portal de Periódicos da CAPES realizamos uma busca avançada com as palavras-chaves: videoaulas e Matemática, obtendo 27 resultados. Após realizarmos a leitura dos resumos dos trabalhos, verificamos que apenas dois artigos possuíam relação com nossa pesquisa. Em suma, tivemos os seguintes resultados com a nossa busca:

Tabela 2 - Sites de busca para verificação do nosso Estado da Arte

Periódico eletrônico	Resultados encontrados	Resultados após refinamento	Trabalhos analisados
BDTD da CAPES	168	20	12
Scielo	7	0	0
Portal de Periódicos da CAPES	27	27	2

Fonte: A Autora, 2020.

Pudemos constatar também, que nestes trabalhos, as videoaulas são utilizadas para propostas de ensino na Educação Básica, Ensino Superior e Especialização Lato Sensu.

O primeiro trabalho que encontramos no Banco de Teses e dissertações da Capes foi o de Lyrio (2013), nessa dissertação, desenvolvida no Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, a justificativa pelo qual levou o pesquisador a investigar sobre o recurso videoaula surgiu através de observações diante da gama de materiais que são disponibilizados na internet, porém, para o autor “quantidade nunca foi sinônimo de qualidade, e na Internet não poderia ser diferente” (Lyrio, 2013, p.1). A partir dessa inquietação, Lyrio (2013) resolveu pesquisar acerca do recurso videoaula.

Lyrio (2013) criou então um site na internet para que professores de Matemática pudessem ter acesso a conteúdos confiáveis. Ele então, organizou um site com vários vídeos dos mais variados assuntos de Matemática para que professores pudessem utilizar em suas práticas e/ou estudos. Os vídeos eram do site YouTube, mas, antes de ser redirecionado para este site de compartilhamento de vídeos, o professor internauta teria conhecimento de algumas descrições, como por exemplo: as características da videoaula. Além disso, essas videoaulas passaram pelo processo de curadoria do pesquisador, evitando-se assim, a utilização de materiais que pudessem conter erros e/ou equívocos na explanação dos conteúdos.

Relacionando a pesquisa de Lyrio (2013) com a nossa, percebemos que o pesquisador se preocupou em oferecer aos professores conteúdos de confiabilidade e na nossa pesquisa analisaremos videoaulas do YouTube que também passam por esse cuidado de verificação, no nosso caso analisaremos videoaulas do YouTube Edu, o qual detalhamos melhor mais adiante.

Outro trabalho de mestrado com a utilização do recurso videoaulas é o de Pontes (2013), como o objetivo de entender “se a utilização de recursos tecnológicos pode funcionar como uma alternativa metodológica para superação de possíveis dificuldades no processo de ensino de operações fundamentais para alunos da EJA da 5ª série” (PONTES, 2013, p. 12).

Para que o autor encontrasse possíveis respostas para sua inquietação, Pontes (2013) realizou um estudo que possibilitasse identificar a identidade profissional dos professores envolvidos, a tentativa era saber se esses profissionais possuíam formação adequada para trabalhar tanto com alunos da modalidade da EJA quanto se eles possuíam domínio para utilizar tecnologias digitais em suas práticas de ensino. A pesquisa de Pontes (2013) se caracterizou como um estudo de caso, e se utilizou de instrumentos de coleta de dados, como: questionário estruturado para identificar o perfil dos professores participantes e uma entrevista semiestruturada na intenção de saber os conhecimentos desses professores sobre a EJA, também sobre os novos recursos metodológicos e as tecnologias digitais.

Após a realização de seu percurso metodológico, Pontes (2013) pôde concluir que é de grande valia a utilização de videoaulas na modalidade da EJA devido a otimização do tempo. O pesquisador ainda diagnosticou que os professores participantes da pesquisa que lecionavam na EJA não possuíam uma formação adequada, o que se fez necessário a aplicação de formações continuadas com esses profissionais na intenção de orientá-los sobre como trabalhar na EJA e manusear tecnologias digitais.

Por fim, o pesquisador Pontes (2013) ressalta que as pesquisas voltadas no ensino de Matemática nessa modalidade ainda são tímidas, principalmente quando se faz uso do recurso videoaulas na modalidade EJA. Portanto, para Pontes (2013) se faz necessário a realização de mais pesquisas voltadas a essa área que se encontra tão carente, especificamente do recurso videoaula e a modalidade EJA.

Enquanto Pontes (2013) analisou o recurso videoaula como um material de apoio didático na sua prática de ensino, em nossa pesquisa analisaremos as praxeologias didáticas e matemáticas contidas nesses recursos que se encontram com grande facilidade na internet e que são utilizadas por estudantes de todas as modalidades, tanto do ensino regular quanto da EJA e de outros níveis de ensino.

Outro trabalho em que se utilizou o recurso videoaulas como proposta de ensino na área de Matemática foi o de Macedo (2015), o qual, teve como objetivo “elaborar e descrever situações de ensino apoiadas na tecnologia relativas às formas indeterminadas “(p.23). Além disso, o autor propôs videoaulas como um material de apoio para os professores, para que eles tivessem um material suporte de estudo sobre as formas indeterminadas e a regra de L'Hôpital.

Macedo (2015) optou em utilizar as duas primeiras etapas da Engenharia Didática como metodologia, ressaltando que por meio de sessões didáticas se fez a união entre a ação prática e a pesquisa teórica. Foi produzido videoaulas de acordo com as sequências de ensino e disponibilizadas num blog. O pesquisador concluiu que o ensino de Cálculo, em especial as formas indeterminadas e a regra de L'Hôpital pode apresentar uma melhoria quando estes assuntos forem trabalhados com metodologias em que os alunos sejam

protagonistas do seu conhecimento, ou seja, com a utilização de videoaulas de modo atemporal, o aluno tem ao seu dispor um material de estudo em que ele poderá utilizá-lo quando sentir necessidade.

Percebemos que na pesquisa de Macedo (2015) fez-se a relação do recurso videoaulas com um campo da Didática da Matemática, neste caso, a Engenharia Didática foi utilizada para subsidiar a pesquisa. Na nossa, utilizemos as ideias da TAD para análise desse recurso.

O pesquisador Silva (2015) investigou os estilos de aprendizagem dos alunos do Curso de Licenciatura em Matemática na modalidade EaD da UFPB e sua relação com os materiais didáticos, partindo de duas inquietações: a primeira, as possíveis dificuldades enfrentadas por estudantes que cursavam Licenciatura na modalidade EaD e de que maneira os materiais didáticos digitais produzidos procuravam atender aos diferentes estilos de aprendizagens desses estudantes e a desigualdade dos alunos nessa modalidade a distância.

Silva (2015) realizou uma pesquisa semiestruturada de caráter descritivo e exploratório, podendo constatar a partir da coleta de dados que havia uma divergência entre os estilos de aprendizagem nos sujeitos participantes e que a maioria deles mencionaram como principais fatores de alguns fracassos em seus estudos: os materiais didáticos e o acesso à web. Além disso, os estudantes da modalidade EaD mencionaram as videoaulas como recurso que eles gostariam muito de ter como material, ressaltando a importância desse recurso em suas aprendizagens.

Enquanto Silva (2015) realizou seu trabalho com estudantes de graduação na modalidade EaD, no trabalho de Patriarca (2016), a abordagem do tema videoaulas no processo de ensino e aprendizagem agora é desenvolvida com docentes.

Na pesquisa de Patriarca (2016) professores de Matemática participaram de uma formação continuada a distância. O objetivo foi a identificar nessa formação, possibilidades de integrar a tecnologia no ensino de trigonometria e contribuir para o conhecimento dos professores acerca de materiais pedagógicos tecnológicos.

Para que Patriarca (2016) encontrasse respostas para seu objetivo de pesquisa, o mesmo, realizou uma análise documental do programa de formação M@tmídias, este programa foi oferecido pelo governo do estado de São Paulo para professores da rede estadual, o intuito foi discutir o uso de objetos de aprendizagem nos processos de ensino de Matemática.

Após a análise documental, Patriarca (2016) diagnosticou a possibilidade de integração da tecnologia ao ensino de trigonometria apresentado pelo curso. No que se concerne as videoaulas, estas desempenharam um papel relevante, pois promoviam uma articulação entre cada objeto de aprendizagem em estudo e os materiais curriculares disponíveis ao professor, promovendo assim a integração de tecnologia ao currículo.

Outro trabalho que destacamos é a dissertação de Wartchow (2017) que objetivou compreender as razões das dificuldades para alcance de melhores resultados no processo de ensino e aprendizagem da Educação Financeira, bem como, propor e avaliar abordagens aplicáveis ao ensino deste tema.

Para tal objetivo, Wartchow (2017), avaliou projetos de Educação Financeira e elaborou a Plataforma EduCoelho, um jogo de alfabetização financeira, que serve de estímulo para refletir o comportamento dos indivíduos perante um sonho de consumo, que neste caso seria um automóvel. Além do jogo, desenvolveu-se um conjunto de videoaulas que abordavam de forma explícita e sistemática alguns conteúdos relevantes para que de fato a aprendizagem acontecesse. A utilização do recurso videoaulas e do jogo, contribuíram de forma positiva no que se concerne aos conhecimentos da Educação Financeira.

Honório (2017) utilizou videoaulas numa proposta diferente, em sua pesquisa de mestrado utilizou as videoaulas num modelo de Ensino Híbrido especificamente no modelo sala de aula invertida². O pesquisador Honório (2017) elaborou, aplicou e avaliou o processo de implementação da metodologia da sala de aula invertida com o intuito de proporcionar um suporte à

² “é uma modalidade de *e-learning* na qual o conteúdo e as instruções são estudados on-line antes de o aluno frequentar a sala de aula”. (VALENTE, p. 85, 2014)

aprendizagem colaborativa do Ensino de Matemática. Para que o autor alcançasse seu objetivo, este realizou um estudo de caso como procedimento metodológico, investigando e analisando o comportamento e as reações dos alunos participantes, que neste caso foram alunos de uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental.

Após os momentos *on-line* e presenciais da proposta de sala de aula invertida, Honório (2017) constatou uma maior independência dos alunos, pois, nos momentos presenciais, os mesmos compartilharam entre si suas opiniões, visões e entendimentos sobre o conteúdo em estudo.

Em relação as videoaulas, os alunos ressaltaram a opção de poder revê-las em qualquer momento. E ainda, os estudantes concluíram que no que se concerne ao modelo de ensino da sala de aula invertida, estes, mencionaram experiências positivas, pois, possibilitou uma maior interação entre eles, além da possibilidade de acesso a espaços de reflexão extraclasse, propiciando uma aprendizagem mais autônoma, com possibilidade de estudos prévios, enriquecendo assim, os encontros presenciais.

A pesquisa de Honório (2017) nos remete a pensar sobre o cenário atual vivenciado na educação. Com a pandemia do novo coronavírus, as escolas precisaram se readaptar. Com isso, os espaços educacionais se utilizaram do Ensino Híbrido, o modelo de sala de aula invertida, bem como, outros modelos de Ensino Híbrido, foram discutidos nos espaços educacionais. A utilização do recurso videoaula também foi muito utilizada por docentes e alunos na pandemia do novo coronavírus.

Outro trabalho em que se utilizou as videoaulas no Ensino Fundamental 2 como recurso didático foi o de Moraes (2017). A pesquisadora partiu de algumas inquietações na intenção de “contribuir para o processo de aprendizagem de Estatística para os anos finais do ensino fundamental” (MORAIS, 2017). As inquietações que nortearam o trabalho de Moraes (2017) se baseavam no seguinte questionamento: o uso de videoaulas e das tecnologias bem como o uso de *vlog* podem contribuir para aprendizagem de estatística?

A partir do questionamento mencionado acima, o objetivo principal da pesquisa de Moraes (2017) foi de “elaborar e avaliar um material didático apresentado por meio de um *vlog* com conteúdos de Estatística que podem ser usados por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental”. Para que a autora encontrasse resposta para sua inquietação, a mesma realizou uma pesquisa qualitativa de cunho descritivo, analisando gravações e as anotações realizadas tanto por ela quanto pelos alunos participantes.

Moraes (2017) realizou seu trabalho em três etapas: a primeira, foi a realização de um estudo bibliográfico sobre o tema em questão, posteriormente elaborou um material didático utilizando videoaulas e por último foi realizado a aplicação e avaliação do material elaborado por parte dos alunos mediante a aplicação de questionários. Após a realização dessas três etapas, a pesquisadora diagnosticou que os alunos participantes da pesquisa tiveram uma melhor participação durante as aulas, o que acarretou uma melhora na aprendizagem e na compreensão de alguns conteúdos da Estatística, a autora ressalta que

[...] é necessário o professor estruturar os conteúdos das aulas em ordem cronológica. Primeiramente preparar os alunos com uma exposição teórica, em seguida, efetuar a inserção do *vlog* sobre o assunto, por último, finalizar a aula com um fechamento sanando as dúvidas dos alunos. Dessa forma, os alunos poderão perceber uma associação da teoria com a prática vivenciada por eles no seu dia a dia extraclasse. (MORAIS, 2017, p.8)

Nessa fala de Moraes (2017) percebemos que através dessa ordem cronológica não se leva em consideração dos conhecimentos prévios dos alunos, nem se tem a preocupação de uma contextualização sobre o conteúdo a ser explanado, o que é preocupante, pois, esse tipo de prática é típico de um ensino tradicional.

O trabalho de Souto (2019) objetivou realizar uma *mesclagem* de ferramentas que são utilizadas na educação a distância com as aulas do ensino tradicional. Nas aulas de modalidade EAD é comum a utilização de videoaulas para exposição do conteúdo, Souto (2019) apresentou à professores como eles poderiam criar um ambiente virtual de aprendizagem produzindo materiais digitais, um dos conteúdos digitais foi a gravação de videoaulas, estas foram disponibilizadas no YouTube.

O trabalho de Souto (2019) foi desenvolvido com alunos do oitavo ano do ensino fundamental de uma escola privada. Após a utilização dessa plataforma por parte dos alunos, o pesquisador percebeu uma melhora significativa na aprendizagem dos alunos em comparação aos alunos que não fizeram uso da plataforma.

A partir da intervenção de Souto (2019) com a aplicação da plataforma virtual de aprendizagem, foi observado tanto pelos pais quanto pelos próprios alunos e professores um aumento significativo no desempenho dos alunos nas avaliações, bem como, a dedicação dos mesmos nos estudos. Concluímos então que o uso dessas ferramentas tecnológicas, dentre elas, o uso do recurso videoaulas contribuiu positivamente na aprendizagem desses estudantes.

Enquanto Souto (2019) utiliza o recurso videoaulas com alunos do Ensino Fundamental na intenção de contribuir para a aprendizagem dos mesmos, Oliveira (2017) utilizou esse recurso com alunos do Ensino Superior, com o objetivo de contribuir na aprendizagem dos alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática que possuíam defasagem em alguns conteúdos da Matemática básica evitando-se assim a evasão discente do curso. Oliveira (2017) pensou então, produzir videoaulas e disponibilizar em um canal de sua autoria no site de compartilhamento de vídeos YouTube.

A proposta é composta por vídeos de pequena duração gravados pelo próprio autor, enfocando operações com números racionais, potenciação, radiciação, produtos notáveis, fatoração, equação polinomial do primeiro grau, equação quadrática, conceitos básicos sobre funções, função afim, função quadrática, função exponencial e função logarítmica. (OLIVEIRA, 2017, p.1)

Além das videoaulas disponibilizadas no YouTube com os conteúdos acima mencionados, Oliveira (2017) também disponibilizou listas de exercícios com esses conteúdos, ambos para serem utilizados nos estudos extraclasse desses estudantes.

Muito embora tenha atingido o objetivo da pesquisa em criar um recurso para os alunos ingressantes do curso de Licenciatura em Matemática, Oliveira

(2017) não verificou se esta intervenção contribuiu ou não para a aprendizagem dos alunos, deixando possibilidades para pesquisas futuras.

Faria (2017) em seu trabalho de mestrado propõe a utilização da tecnologia na educação, em especial, no recurso videoaulas nos estudos sobre o conteúdo de análise combinatória na recuperação paralela de estudos de alunos do 3º ano do Ensino Médio. A pesquisadora produziu esse material com o intuito de ajudar os estudantes que possuíam problemas de aprendizagem em Matemática. Portanto, além de retratar sobre esses problemas, a autora também ressaltou a importância do uso da tecnologia na educação.

Após a utilização do recurso videoaulas por esses alunos, Faria (2017) realizou uma avaliação discursiva como ação do Plano Especial de Estudos para verificar se houve ou não uma melhoria no desempenho dos alunos. Faria (2017) pôde concluir que as

[...] videoaulas sobre os conteúdos de análise combinatória foram eficientes instrumentos de recuperação paralela para os alunos do 3º ano do Ensino Médio dessa unidade escolar. Afinal, todos os alunos que cumpriram as ações propostas para a recuperação paralela de estudos usando as mídias digitais obtiveram melhoria no desempenho acadêmico. Nesse sentido, a autora conclui que as videoaulas são excelentes instrumentos pedagógicos para o processo de recuperação paralela de estudos. (FARIA, 2017, P.71)

Outro trabalho com o recurso videoaulas, o de Silva (2018), realizado no município de Pelotas-RS foi desenvolvido com alunos de três turmas do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola estadual. O objetivo da pesquisa de Silva (2018) foi analisar a potencialidade do uso de videoaulas no aprender Matemática, para tal, a pesquisadora produziu duas videoaulas sobre o assunto exponencial. A pesquisa qualitativa e do tipo estudo de caso utilizou-se de entrevistas semiestruturadas, questionário aberto e a observação como instrumentos de coleta de dados.

Após sua intervenção na escola, Silva (2018) pôde verificar que as videoaulas contribuíram positivamente na aprendizagem dos alunos, uma vez que foi possível proporcionar aos estudantes um recurso didático capaz de permitir que estes pudessem revisar o conteúdo exponencial.

Além disso, os alunos participantes da pesquisa de Silva (2018) puderam fazer uso das tecnologias digitais que estão ganhando espaço cada vez mais na vida desses estudantes. Mas, muito embora a videoaula seja capaz de proporcionar aos estudantes uma forma de revisitar o conteúdo, estes relataram que a ação docente se faz necessária, pois, mesmo assistindo aos vídeos, alguns alunos apresentavam dúvidas e recorriam ao professor para esclarecimento.

Esses comentários por parte dos alunos da pesquisa de Silva (2018), nos faz refletir ainda mais sobre esse recurso, pois, muito embora ele esteja sempre a dispor dos alunos, a ação docente é extremamente necessária, muitas vezes uma videoaula por si só não é capaz de fazer com que o aluno aprenda, mas, é uma ferramenta de ensino que está disponível com facilidade na internet como um material de apoio didático ao que os estudantes estudam em sala e porquê não utilizarmos em nossa prática docente?

Assis e Conceição (2015) realizaram um estudo de caso com estudantes de um minicurso na modalidade EAD *online* e analisaram as contribuições de videoaulas produzidas por Salman Khan para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática Básica. Diferentemente das pesquisas anteriores, em que, as videoaulas não desempenharam um papel incisivo e efetivo nos estudos, na de Assis e Conceição (2015), em relação ao uso das videoaulas observou-se que

Quanto ao uso de videoaulas, as mesmas não foram exploradas de maneira incisiva e, poucos alunos a utilizaram para discussões na plataforma. Os participantes utilizaram as videoaulas como um material secundário, reduzindo sua importância didática e pedagógica, uma vez que, recorreram a esta ferramenta somente quando o material apostilado e os encontros síncronos tornaram-se insuficientes para a compreensão dos conteúdos propostos durante o minicurso. Dessa forma, acreditamos que as videoaulas de Salman Khan não tiveram papel decisivo quanto ao aprendizado dos alunos, mesmo tendo contribuído de alguma forma. (ASSIS e CONCEIÇÃO, 2015, P.372)

A partir dos resultados da pesquisa de Assis e Conceição (2015) percebemos que as videoaulas podem desempenhar um papel secundário no processo de ensino e aprendizagem, ressaltando o que nós pensamos sobre esse recurso. Muito embora as videoaulas sejam grandes aliadas no processo

de ensino e aprendizagem, ressaltamos novamente a importância da ação docente, pois, por mais completa que uma videoaula seja, pode acontecer de quem a assista tenha dúvidas sobre o que está sendo explicado.

No trabalho de Leal Junior et al (2018) um estudo foi realizado com o recurso videoaulas sob o olhar da Teoria da Atenção. A justificativa para realização desse trabalho surgiu ao partir de observações sobre os modos de ensino vigentes nas escolas e a falta de atenção dos estudantes no modelo de ensino tradicional.

Foram analisados 8 canais de Matemática do YouTube no trabalho de Leal Junior et al (2018). Após analisar os canais e alguns comentários presentes nesses vídeos, foi perceptível que as videoaulas além de ser uma forma rentável para os youtubers³, apresentam maneiras de resolver problemas de uma forma mais interessante e mais chamativa para os alunos.

Portanto, diante do exposto, pudemos verificar através dessa revisão de literatura, que, nenhum trabalho utilizou o recurso videoaulas, especificamente sobre equações do segundo grau do site de compartilhamento de vídeos YouTube Edu, em consonância com a TAD.

Reforçamos então, a necessidade e importância do nosso trabalho para comunidade acadêmica, visto que, não encontramos trabalhos com nosso problema de pesquisa. Assim, mais adiante, no capítulo de análise dos dados, mostraremos a análise praxeológica de videoaulas do Youtube Edu sobre equações do segundo grau.

No capítulo a seguir, mostraremos algumas funcionalidades do site de compartilhamento de vídeos YouTube, considerações sobre o Youtube Edu e algumas contribuições do mesmo para o campo educacional.

³é um tipo de celebridade e criador de conteúdo do YouTube que tem popularidade nesse site de compartilhamento de vídeos.

2.2 O site de compartilhamento de vídeos Youtube

Nesta seção, mostramos alguns elementos históricos sobre o *site* de compartilhamento de vídeos mais utilizado no mundo, a saber: o Youtube, suas principais funcionalidades, as contribuições deste *site* para o campo educacional e algumas características do Youtube Edu.

2.2.1 Alguns elementos históricos

O YouTube foi criado por Chad Hurley, Steve Chen e Jawed Karim em junho de 2005, eles foram ex-funcionários de um *site* de comércio *on-line* chamado de *PayPal*. Na tentativa de criar um site para um maior compartilhamento de vídeos na internet, os fundadores do YouTube tentavam eliminar as barreiras técnicas existentes naquela época. O YouTube disponibiliza um fácil manuseio pelos usuários, pois, de forma simples e integrada os mesmos podem fazer *upload*, publicação e assistir vídeos sem precisar de um alto nível de conhecimento técnico (BURGESS e GREEN, 2009, p. 17).

Figura 1- Logomarca do YouTube



Fonte: geekpublicitario.com.br, 2020.

Burgess e Green (2009) ressaltam que, não há limitações de número de vídeos que cada usuário poderia colocar on-line através do upload, também permite conectar outros usuários como amigos, gerar URLs e códigos em HTML que podem ser facilmente anexados em outros sites, esse diferencial do YouTube era de grande atração por introduzir as tecnologias de *blogging* acessíveis ao grande público e que historicamente falando que

A maioria das versões da história do Youtube se encaixa no mito dos empreendedores de garagem do Vale do Silício, nos quais a inovação tecnológica e comercial brota de jovens visionários trabalhando fora das empresas já sedimentadas; e nos quais emerge uma história de sucesso multibilionário a partir de origens humildes em um escritório com uma placa de papelão, na porta, no andar da pizzaria (ALISSON, 2006 *apud* Burgess e Green, 2009, p.18)

Mas, o momento de sucesso mesmo do YouTube chegou no ano de 2006 quando o Google pagou 1,65 bilhão de dólares pela plataforma. No Reino Unido, em 2007, o YouTube era considerado o site de entretenimento mais popular, ficando em segundo o lugar, o conhecido site da BBC. No ano 2008 alguns serviços de tráfegos da internet verificaram que o YouTube era um dos dez sites mais visitados do mundo, neste mesmo ano o site possuía em torno de 85 milhões de vídeos, comparando com o ano de 2007 representava um quantitativo de vídeos dez vezes maior que o ano anterior e vinha crescendo de forma exponencial. (BURGESS e GREEN, 2009, p.18)

Ainda sobre a popularidade e sucesso do YouTube, Burgess e Green (2009) ressaltam três versões sobre isto. A primeira, é a de que, essa ascensão pode ser delineada a partir do site publicado, um blog de respeito de tecnologia e negócios, mais conhecido como TechCrunch, que foi publicada no dia 08 de agosto de 2005, onde acabou dando ênfase na home page do Slashdot. Neste site, o foco são noticiários de tecnologias voltadas para usuários conhecidos como “notícias para nerds”, onde estes criticaram e chamaram atenção sobre a arquitetura tecnológica do YouTube.

A segunda versão sobre a ascensão do YouTube é relatada por Jawed Karim, este afirma que, o sucesso do site deve-se a quatro funcionalidades que ele oferece, a primeira é a recomendação de vídeos por meio da lista o qual chama-se de “ Vídeos Relacionados”, a segunda é a opção de um link de e-mail, permitindo o compartilhamento de vídeos, a terceira é a possibilidade da inserção de comentários, capaz de gerar uma funcionalidade inerente as redes sociais e a quarta funcionalidade é a opção de poder incorporar em outros sites da internet o link do vídeo.

A terceira versão sobre o sucesso do YouTube deve-se a um hit, considerado o primeiro hit do site, mostrava dois nova-iorquinos com o perfil de

nerds estereotipados cantando um rap sobre comprar bolinhos e assistir a uma crônica famosa. A peça de curta duração foi visualizada por 1,2 milhão de vezes nos dez primeiros dias on-line, e segundo o site, alcançou mais de 5 milhões de visualizações em fevereiro de 2006. A NBC Universal, ordenou que, o site YouTube retirasse juntamente com outros 500 clipes, caso não cumprisse a ordem enfrentaria uma ação judicial (BURGESS e GREEN, 2009, p.19).

2.2.2 Funcionalidades

Com o lema voltado para que todos tenham o direito de expressarem “opiniões e que o mundo se torna melhor quando ouvimos, compartilhamos e nos unimos por meio das nossas histórias” (Youtube, 2020). Na própria página do YouTube, o site disponibiliza algumas funcionalidades sobre seu uso, são elas: Sobre o YouTube, Experiências do YouTube, Políticas e Segurança, Direitos autorais, Recursos da marca, Imprensa, Central de Ajuda, Central de criação, Desenvolvedores e Anunciantes.

Iremos apresentar cada uma delas e mais adiante iremos abranger as funcionalidades do site. Então, segundo o YouTube, 2020:

a) **Sobre o YouTube** – nesta opção, podemos ter uma visão geral do site, bem como, o intuito do mesmo. Segundo o próprio site Youtube (2020) a intenção é “dar a todos uma voz e revelar o mundo” baseado em quatro direitos e liberdades. São estes:

i) Liberdade de expressão: a liberdade criativa indica o nascimento de vozes, formatos e possibilidades novas e que, aqui as pessoas podem se expressarem livremente propiciando um diálogo aberto e um compartilhamento de opiniões. (Youtube, 2020).

ii) Direito à informação: o vídeo é um grande influente ao transmitir informações seja sobre acontecimentos no mundo, na educação ou na construção do entendimento. Além disso, o site diz acreditar “que todos devam ter acesso livre e fácil às informações” (Youtube, 2020).

iii) Direito à oportunidade: todos podem ter uma oportunidade de descoberta, no sentido de que, através do site, os usuários possam montar seu próprio negócio alcançando sucesso com o seu ponto de vista e que não precisa ser uma pessoa de boa aquisição financeira nem influenciadores, mas, as pessoas comuns podem decidir o que pode estar em alta. (Youtube, 2020).

iv) Liberdade para pertencer: acreditam num mundo sem fronteiras, no YouTube, podem ter a capacidade de reunir-se e encontrar comunidade com interesses em comum, eliminando assim, obstáculos e compartilhando paixões. (Youtube, 2020).

b) **Experiências do YouTube:** aqui, os usuários podem ter conhecimentos sobre os aplicativos que o site dispõe, bem como, os criadores dos conteúdos, os *gamers* disponíveis, os que curtem música ou TV, entre outros. Vamos mostrar algumas maneiras de aproveitar o YouTube.

i) YouTube: o usuário pode assistir a vídeos compartilhados por usuários de todo mundo, podendo escolher os vídeos de qual país deseja assistir. No Brasil, são milhões de vídeos já compartilhados por usuários na plataforma.

ii) YouTube Premium: aqui podemos assistir a vídeos sem anúncios, reprodução de vídeos com a tela bloqueada do celular e também dispõe da opção de fazer o *download* do conteúdo e o acesso a YouTube *Originals* com acesso a todos os vídeos. Esta opção do YouTube ainda não é gratuita, os usuários que desejam usar o site com essas vantagens, pagam um valor mensal para usufruir a plataforma Premium.

iii) YouTube *Gaming*: com opções de vários jogos, vídeos, transmissões ao vivo, gamers, aqui os amantes dos jogos podem encontrar tudo isso em um só lugar.

v) YouTube Music: para os fãs de música, nessa opção, o site oferece um serviço o qual ele chama de *streaming* de música, com playlists, singles, álbuns oficiais disponíveis tanto para computadores quanto para os dispositivos móveis.

vi) YouTube Kids: um aplicativo voltado para crianças, propiciando aos pequenos um ambiente divertido, simples e controlado. Além disso, pode proporcionar aos

pais e cuidadores um caminho de descobrimento e interesses incríveis para as crianças.

vii) YouTube VR: um app em que dispõe de conteúdos em realidade virtual.

viii) YouTube Go: aqui, os usuários podem fazer o download dos vídeos e assisti-los em até 30 dias off-line, dados do próprio site indicam que esta funcionalidade no momento se encontra disponível apenas na Índia.

ix) YouTube Estúdio de Criação: um aplicativo voltado pra um gerenciamento de quem possui canal no site, aqui o usuário pode gerenciar seus vídeos e playlist, ter acesso a estatísticas do canal e responder os comentários dos vídeos com maior comodidade.

x) YouTube Director: um aplicativo disponibilizado para o iOS em que permite aos usuários criarem anúncios com mais sofisticação utilizando modelos prontos para quem possui empresas.

c) **Políticas e segurança:** apresentação das regras de utilização e compartilhamento de vídeos no site, bem como as diretrizes da comunidade, ferramentas, recursos de segurança e denúncias.

i) Nudez ou conteúdo sexual: é proibido postagem de vídeos no YouTube que apresentem algum conteúdo pornográfico ou de sexo explícito, mesmo que seja de quem esteja postando. O YouTube possui parceria com as autoridades para denúncias sobre a exploração infantil. Mesmo que o usuário não tenha conhecimento dessa regra e poste um vídeo com esse tipo de conteúdo, o YouTube bloqueia a postagem do usuário, uma vez que, todos os vídeos passam por uma averiguação.

ii) Conteúdo prejudicial ou perigoso: por se tratar de um site muito acessado por crianças, nesta regra, é proibido a divulgação e postagem de vídeos que tenham como conteúdo atos que podem influenciar quem assista. Vídeos que sejam perigosos ou prejudiciais a quem assista, devem possuir restrições quanto a idade.

iii) Conteúdo de incitação ao ódio: muito embora tenha o lema voltado para o direito de liberdade de expressão, o YouTube é totalmente contra a conteúdos

que incitem o ódio, seja por religião, nacionalidade, gênero, classe social, orientação sexual, deficiência, origem étnica etc. Qualquer que seja o conteúdo que incite ao ódio mediante essas características é removido do site.

iv) Conteúdo explícito ou violento: Se o usuário pretende chocar, desrespeitar ou impressionar os internautas com algum conteúdo sangrento, no YouTube isso não é permitido. Mas, caso seja postado no intuito de fornecer informações para os internautas através de uma notícia ou de documentário, não tem restrições. A intenção é não estimular atos de violência aos espectadores.

v) Assédio e bullying virtual: Não é conveniente a postagem de vídeos ou fazer qualquer tipo de comentário abusivo no YouTube. Se for perceptível algum tipo de assédio ou ataque malicioso, o conteúdo poderá ser removido e/ou denunciado. Os usuários que estejam sofrendo algum tipo de irritação por um outro usuário, poderá ir à opção de ignorá-lo nas configurações.

vi) Spam, metadados enganosos e golpes: A grande maioria dos usuários não gostam de spam, nem tão pouco serem enganados por propagandas mentirosas, como por exemplo: títulos, descrições, tags e miniaturas que não estão relacionados com o conteúdo do vídeo. Portanto, no YouTube não é interessante ser repetitivo e/ou indesejado com os conteúdos dos vídeos de um canal.

vii) Ameaças: O usuário que violar os termos de uso poderá ter seu canal banido permanentemente do YouTube. Se o usuário apresenta comportamentos predatórios, de perseguição a outros usuários, com ameaças, invasão de privacidade, assédio, intimidação, divulgação de informações pessoais de outras pessoas e que incite atos violentos, este usuário terá seu canal banido.

viii) Direitos autorais: É imprescindível o respeito aos direitos autorais. No YouTube é conveniente que os usuários enviem apenas vídeos de sua própria autoria, dos quais estes possuam direitos de uso. Não é permitido o envio de vídeos que não seja produzido pelos usuários ou se utilizar de conteúdos de outras pessoas, como por exemplo: trechos de programas, músicas protegidas por direitos autorais ou vídeos feitos por outras pessoas sem a devida

autorização. O YouTube possui um centro de direitos autorais, caso o usuário deseje se informar mais sobre.

ix) Privacidade: Se algum usuário publicar um vídeo que contenha informações pessoais de uma outra pessoa ou que a mesma apareça nele, mas que não houve consentimento da parte dela, a mesma poderá solicitar a remoção do conteúdo com base nas diretrizes de privacidade nas configurações do YouTube.

x) Falsificação de identidade: Se uma conta foi criada com a intenção de se passar por outra pessoa ou por outro canal, esta conta poderá ser removida de acordo com a política de falsificação de identidade do YouTube.

xi) Segurança infantil: Nesta opção, o usuário que deseje proteger crianças e menores de idade sobre os conteúdos do Youtube, existe uma parceria entre o site e autoridades para juntos denunciarem conteúdos que possam colocar a integridade de menores em risco.

xii) Outras políticas: Alguns vídeos podem apresentar uma linguagem em que não são adequados a públicos mais jovem, portanto, poderá levar à restrição de idade. Sobre a política para contas inativas, o Youtube espera muito que os membros sejam usuários ativos no site, mas, se uma conta não houver acesso nos últimos seis meses, nem tenha envio de nenhum vídeo ou não existir uma participação ativa na exibição de vídeos, canais ou comentários sobre eles, esta conta será considerada inativa.

Além das políticas mencionadas acima, existem outras duas políticas dentro do YouTube que convém ressaltarmos, são elas: fazer postagens incentivando a violação dos termos de serviço, neste caso, o usuário poderá ter o conteúdo removido, a conta poderá sofrer penalizações e em alguns casos poderá ser encerrada. A outra política se trata das restrições de idade, ou seja, caso o YouTube desconfie sobre sua idade, talvez seja necessário informar sua data de nascimento.

Em caso de dúvidas, perguntas e mais informações sobre as funcionalidades do YouTube, o usuário pode enviar mensagem para a comunidade de ajuda que fica disponível no próprio site.

O Youtube também conta com uma central de ajuda para prevenção ao suicídio e automutilação, disponibilizando um número de telefone para usuários que necessitem de ajuda. Essas e outras ações estão disponibilizadas no site do YouTube.

2.2.3 Contribuições para o campo educacional

O YouTube ganhou popularidade também no campo educacional, professores e alunos começaram a fazer uso dessa ferramenta em suas práticas de ensino e rotinas de estudos. Junges e Gatti (2019) realizaram um Estado da Arte no intuito de entender como as pesquisas em Educação tem abordado e compreendido o uso do YouTube como ferramenta de aprendizagem. As autoras realizaram uma busca no Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES com produções acadêmicas dos últimos cinco anos acerca do YouTube e Educação. Junges e Gatti (2019) analisaram 21 produções acadêmicas e perceberam algumas recorrências proporcionadas pelo YouTube nos trabalhos, a pesquisa bibliográfica pôde mostrar algumas contribuições do YouTube para a educação, são elas:

[...] papel de protagonismo assumido pelos jovens que produzem vídeos e os postam no Youtube; existência de um cuidado com a linguagem utilizada nas narrativas produzidas, o que torna a aprendizagem mais eficiente e eficaz; alunos e professores se manifestaram a favor do uso do Youtube como ferramenta de aprendizagem; e os participantes das pesquisas afirmaram que o uso dos recursos midiáticos, em especial o Youtube, são pouco explorados no ambiente escolar. (JUNGES E GATTI, P.1, 2019)

Após análises dos trabalhos encontrados e das recorrências analisadas, as autoras Junges e Gatti (2019, p.16) perceberam a importância da inserção dos YouTube como ferramenta de aprendizagem no contexto escolar, uma vez que, a utilização dessa plataforma nos trabalhos analisados trouxe ganhos efetivos na aprendizagem, seja como ferramenta de auxílio, material de apoio como também capaz de engajar e dar voz aos alunos, fazendo com que os mesmos sejam protagonistas de seus conhecimentos e produções em formato de vídeos.

Por fim, as autoras Junges e Gatti (2019, p.16) ressaltam que a quantidade de estudos que focam o YouTube como ferramenta de aprendizagem e que possa fornecer subsídios para sua aplicação em sala de aula é muito tímida, portanto, são necessários trabalhos que visem a contribuição dessa ferramenta de modo que tenhamos um uso mais frequente no contexto escolar de modo a contribuir com o processo de ensino e aprendizagem.

Além dessas considerações, o YouTube está sendo muito útil na pandemia da COVID-19. Um estudo realizado por Pasini, Carvalho e Almeida (2020) durante a quarentena, mencionam a plataforma Youtube como sendo um dos sites utilizados para a educação emergencial como compartilhamento de vídeos e de transmissão de conteúdos ao vivo, também chamados de “lives” e de conteúdos também gravados. O YouTube é, portanto, uma grande ferramenta de apoio didático ao processo de ensino e aprendizagem.

2.2.4 Youtube Edu

Segundo o próprio site do Youtube (2020), o Youtube Edu é fruto de uma parceria da Fundação Lemann⁴, do Google e do YouTube. Inaugurado em 2013, a plataforma YouTube Edu oferece videoaulas com conteúdos educacionais de qualidade, em português. O intuito é estimular a produção e divulgação de conteúdo educacional de qualidade para divulgação na internet. Para termos acesso a essa plataforma, basta acessar ao site do youtube.com e buscar por Youtube educação ou Youtube Edu.

A plataforma YouTube Edu conta com a colaboração de professores de várias instituições, os vídeos passam por uma curadoria de professores especialistas e altamente capacitados nos assuntos. Nesta plataforma, qualquer professor poderá submeter videoaulas para publicação, passando pela curadoria, ou poderá também utilizar dessas videoaulas para com os seus alunos, sem preocupação com possíveis erros. Para ter acesso ao Youtube Edu

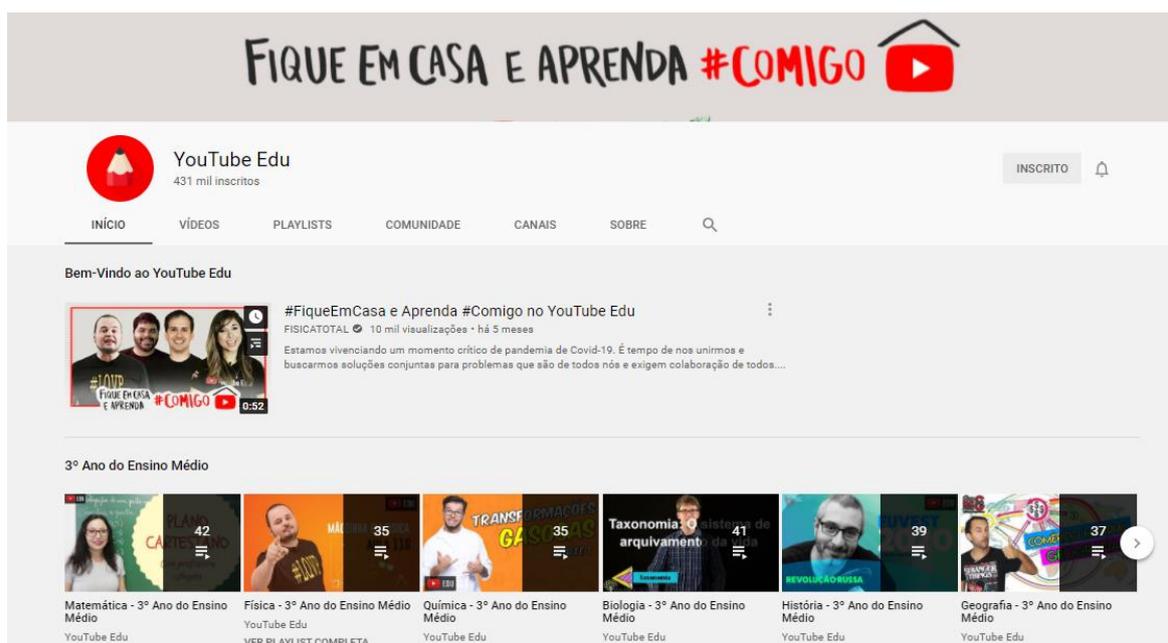
4 A Fundação Lemann é uma organização familiar sem fins lucrativos brasileira que colabora com iniciativas para a educação pública em todo o Brasil e apoia pessoas comprometidas em resolver grandes desafios sociais do país. (Wikipédia)

basta acessar o site do Youtube em youtube.com.br e em seguida pesquisar por Youtube Edu na busca do site.

Na plataforma Youtube Edu podemos encontrar canais educativos de várias áreas do conhecimento. Em Matemática, os vídeos disponibilizados explanam conteúdos voltados para os níveis de Ensino Fundamental e Ensino Médio. Em dezembro de 2020 estavam então disponíveis 98 (noventa e oito) canais de professores englobando as disciplinas: Língua Portuguesa, Matemática, Ciências (Química, Física e Biologia), História, Geografia, Língua Espanhola e Língua Inglesa.

Com mais de 430 mil inscritos e mais de 21 milhões de visualizações, o Youtube Edu é uma ferramenta pedagógica para estudantes e professores que desejam ter acesso a conteúdos de qualidade na internet. Convém ressaltar que, os vídeos do Youtube Edu passam por uma curadoria, mas só em relação ao conteúdo exposto, não se preocupando com a metodologia de ensino daquele determinado conteúdo.

Figura 2 - Visão geral do Youtube Edu



Fonte:www.youtube.com.br

O Youtube Edu também conta com uma organização de playlists divididas por conteúdos e séries, facilitando assim a busca do estudante sobre o conteúdo o qual está desejando encontrar na plataforma. Além disso, o usuário tem a opção de deixar comentários nos vídeos e marcar como ‘gostei’ ou ‘não gostei’ (curtir e não curtir).

Para estudantes e usuários que possuem deficiência auditiva, é possível inserir legendas em qualquer vídeo que o usuário deseje assistir, proporcionando e preocupando-se com a inclusão de usuários surdos no site YouTube.

2.3 Teoria Antropológica do Didático (TAD)

Nesta seção apresentaremos a teoria que embasou nossa pesquisa, ao qual dá suporte tanto para compreensão teórica quanto para a compressão metodológica do nosso trabalho.

A Teoria Antropológica do Didático (TAD) é uma teoria que tem seu germe no campo da Didática da Matemática. Proposta por Yves Chevallard, suas primeiras discussões surgiram no final da década de 1980 e contou com alguns colaboradores. Sendo uma expansão da ideia de Transposição Didática (TD), a TAD, ocupa uma importante posição em trabalhos em Didáticas, seja na área da Matemática, quanto de outras áreas do conhecimento.

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) desenvolvida por Guy Brousseau, também contribuiu para o desenvolvimento da TAD. No Brasil, existem muitas pesquisas e pesquisadores em Educação e Educação Matemática trabalhando com a TAD, porém, muitos dos trabalhos não têm uma boa divulgação para melhores alcances e muitos dos textos teóricos sobre a TAD não estão disponíveis em língua portuguesa.

Segundo Almoulond (2007), a TAD contribuiu para a Didática da Matemática através de elementos que revelam com clareza a discussão relacionada ao ensino e aprendizagem das praxeologias matemáticas, sendo capaz de analisar o sistema didático, em especial, os objetos nele existente. Por isso, a escolha dessa teoria para embasar nossa pesquisa.

Cabe ressaltar que em nosso trabalho não vamos nos dedicar num aprofundamento de todos os elementos teóricos que compõem a TAD, como por exemplo: o Percurso de Estudo e Pesquisa – PEP, Atividades de Estudos e Pesquisas – AEP, Modelo Epistemológico de Referência – MER, etc. Nosso foco principal será na parte inicial da teoria com todos os seus fundamentos. Iremos utilizar do conceito de objeto, instituição, das praxeologias didáticas e matemáticas, ostensivos e não-ostensivos.

Para um leitor que tem um contato inicial com a TAD é necessário o entendimento sobre algumas noções fundamentais da teoria, iremos detalhar essas noções nos conceitos primitivos logo adiante. Mas, afinal o que é a TAD?

2.3.1 Conceitos primitivos

A Teoria Antropológica do Didático – TAD foi idealizada pelo pesquisador francês Yves Chevallard e segundo ele, a TAD deve “ser encarada como um desenvolvimento e uma articulação das noções cuja elaboração visa permitir pensar de maneira unificada um grande número de fenômenos didáticos, que surgem no final de múltiplas análises” (Chevallard, 1998, p. 92). Ainda segundo Chevallard (1999 *apud* ALMOULOU, 2015) a TAD estuda o homem frente ao saber matemático, especificamente frente às situações matemáticas. E ainda para Araújo (2009) a TAD

pode ser considerada como um prolongamento da teoria da transposição didática, a partir da problemática ecológica, para levar em consideração as exigências advindas das inter-relações entre os objetos de ensino. (ARAÚJO, 2009, p.31)

Em outras palavras, poderíamos dizer que a TAD funciona como uma maneira de explicar a transposição didática (TD) no ecossistema sala de aula. Ou ainda, seguindo o esquema de Ferreira (2019), a TAD pode ser sintetizada de acordo com a figura abaixo.

Figura 3 - Esquema sintetizador do enfoque da TAD



Fonte: Ferreira, 2019.

Para que possamos compreender as ideias de relações (pessoal, institucional), de Organização Matemática (OM), de Organização Didática (OD) necessitamos trazer anteriormente algumas noções fundamentais da teoria. Iniciamos explicitando três conceitos primitivos proposto por Chevallard (2009): os objetos O, as pessoas X e as instituições I, mais adiante serão acrescentados outros conceitos.

O objeto, o qual, denominamos de objeto O, este, toma uma posição de privilégio uma vez que é a base para a construção da teoria, o qual para Chevallard (2009, p. 1) “é objeto toda entidade material ou imaterial, *que existe ao menos para um indivíduo*”, podemos considerar como objeto um celular, um sonho, a ideia que temos de fidelidade, o conceito matemático de probabilidade, até mesmo uma pessoa pode ser considerada um objeto e etc. Podemos concluir com isto que “toda obra, isto é todo produto intencional da atividade humana, é um objeto” (CHEVALLARD, 2009, p.1).

Segundo Bessa de Menezes (2010), o objeto O irá existir quando for reconhecido pelo menos por uma pessoa X ou por uma instituição I. Quando uma pessoa X reconhece um objeto O, este objeto acaba existindo e como consequência teremos uma relação pessoal X com o objeto O, o qual, denotaremos pela dupla $R(X, O)$. Quando o objeto existe por uma instituição, teremos uma relação institucional de I com o objeto O, o qual denotaremos pela dupla $R(I, O)$. E ainda, segundo Araújo (2009)

A relação pessoal de um indivíduo X com um objeto O, outro conceito primitivo da TAD, é definida como o conjunto formado por todas as interações que X pode ter com o objeto O, indicadas por $R(X, O)$. Assim, pode-se dizer que um objeto O existe para um indivíduo X se a relação pessoal de X com O é não vazia, ou seja, se $R(X, O) \neq \emptyset$. Assim, segundo Chevallard, $R(X, O)$ indica com exatidão a maneira como um indivíduo X conhece um objeto O (ARAÚJO, 2009, p.32)

Agora faz-se necessário definirmos o que seriam as instituições. Segundo Chevallard (2009) “uma instituição I é um dispositivo social, “total”, que certamente pode ter pequenas extensões no espaço social” ou ainda, Chevallard (1996, p.129) conceitua Instituição como “pode ser quase tudo o que quer que

seja. Uma escola é uma instituição, tal como é uma sala de aula; mas existe igualmente a instituição <trabalhos orientados>, a instituição <curso>”. Em nossa pesquisa podemos então dizer que o YouTube Edu é uma instituição social, pois, as pessoas que acessam a esta plataforma vão em busca de materiais confiáveis para seus estudos.

Outro conceito primordial da TAD, o de pessoa, pode ser apresentado em alguns momentos, ora indivíduo, ora sujeito ou pessoa. O momento mais primitivo é o de indivíduo, pois, as relações que o mesmo possui com objetos e instituições não sofre modificações, nem se sujeita, é invariante, logo, o que muda é a pessoa que possui relações pessoais com objetos.

Para o indivíduo se tornar sujeito de uma instituição, ele relaciona-se com uma instituição I qualquer, ou seja, a partir do momento em que se sujeita as formas, hábitos e demandas de uma instituição I este indivíduo acaba então, se sujeitando a instituição. Já a pessoa é constituída a partir das várias relações que o indivíduo possui com instituições distintas, ou seja, “o conjunto de sujeitos do indivíduo é que forma a pessoa X, a qual irá mudando conforme estabelece suas relações com as instituições, as quais torna conhecimento com o passar do tempo” (BESSA DE MENEZES, 2010, p.73)

Quando um objeto O existe para uma pessoa X numa instituição I dizemos que este objeto é chamado de objeto institucional. A pessoa X ao entrar numa instituição I começa a ter uma relação com o objeto O, está influenciada pela relação institucional. Além disso, a relação da pessoa X com o objeto O pode se alterar ou se construir mediante a relação da instituição I com o objeto O e por trás dessa relação existe um contrato institucional o qual denominaremos de C.

Em nosso trabalho, realizamos uma análise praxeológica do objeto videoaulas sobre equações do segundo grau da instituição social YouTube Edu.

Ainda continuando com nossas considerações acerca da TAD, surge então o seguinte questionamento sobre o que seria a relação institucional a um objeto O, denotada pela dupla $R(I,O)$: Como os objetos O se relacionam com a instituição I? Segundo Chevallard (2009)

Dado um objeto o , uma instituição I , e uma posição p em I , chamamos de *relação institucional* a posição p , e denotamos $R_I(p, o)$, a relação ao objeto o , que deveria ser, de maneira ideal, a dos sujeitos de I na posição p . Dizer que x é um bom sujeito de I em posição p , é dizer $R(x; o) @ R_I(p; o)$, onde o símbolo $@$ indica a *conformidade* da relação pessoal de x à relação institucional a posição p . (CHEVALLARD, 2009, p.2)

A relação do objeto O com a instituição I se dá através de suas características próprias, por exemplo, a função do segundo grau para uma instituição financeira pode representar um lucro máximo ou mínimo, enquanto que, para um físico pode representar a altura máxima atingida por um corpo. Portanto, o objeto pode admitir formas distintas de se relacionar, podendo ser extinto, evoluir ou até mesmo ser modificado com o decorrer do tempo. Araújo (2009, p.34) também faz essa ressalva quando menciona que “um objeto O pode se desenvolver diferentemente em instituições diferentes, bem como mudar (evoluir, envelhecer ou desaparecer) ao longo do tempo em uma determinada instituição”.

Segundo Santos Júnior (2017, p.100) o sujeito x “muda constantemente suas relações pessoais a partir dos seus diversos contatos com diferentes instituições, que tem objetos o em diferentes posições p , quando comparadas as instituições”. Relacionando com o nosso trabalho, podemos pensar o seguinte: um estudante quando conhece o objeto equações do segundo grau na instituição sala de aula começa a ter uma relação pessoal com esse objeto, este estudante pode mudar sua relação pessoal quando assistir a uma videoaula por exemplo, da instituição Youtube Edu.

Mais adiante, apresentamos outros conceitos da TAD que são primordiais para nossa análise praxeológica. Adiantamos que se trata da noção de praxeologia, que pode ser uma matemática (PM) ou didática (PD). Segundo Rodrigues (2019):

Na PM, temos uma organização matemática (OM) que está relacionada com a construção Matemática ligada às situações didáticas; e, na PD, temos a organização didática (OD), nas quais são organizações que fazem a transposição das OM para fins didáticos. O conjunto de organizações (OM e OD) permite analisar a prática durante as situações de ensino e aprendizagem. (RODRIGUES, 2019, p.40)

Em nosso trabalho, analisamos o conjunto dessas organizações (OD e OM) do objeto videoaulas sobre equações do segundo grau em torno da instituição social YouTube Edu.

2.3.2 Noção de praxeologia

Para nossa análise praxeológica em torno do objeto videoaulas sobre equações do segundo grau da instituição social YouTube Edu necessitamos compreender a noção de praxeologia. A noção de praxeologia assume um papel primordial na TAD e generaliza diferentes noções culturais frequentes (CHEVALLARD, 2009), por exemplo, concepções, competências, etc. A praxeologia ou organização praxeológica pode ser entendida como a realização de um certo tipo de tarefa(T) de acordo com um modo de fazer chamado de técnica (t) segundo Chevallard (1999).

A praxeologia é composta por um certo tipo de tarefa T que é conduzida por um emprego de uma ou de mais técnicas τ , constituindo um bloco prático-técnico, o saber fazer. Em relação as técnicas, estas são ancoradas por uma tecnologia θ e tem como justificativa uma teoria Θ , ou por um bloco chamado tecnológico-teórico. (RODRIGUES, 2019)

Como exemplo disso, temos o seguinte tipo de tarefa ($ax^2+bx=0$): encontre o valor de x na equação $2x^2 - 8x = 0$. Para resolver essa tarefa, podemos utilizar a seguinte técnica: primeiramente fatoramos a expressão, colocando em evidência o fator comum, nesse caso o x , e ficaríamos com $x(2x - 8) = 0$. Em seguida, igualamos os termos a zero e transpomos os termos invertendo as operações, obtendo $x = 0$ e $2x - 8 = 0 \therefore x = 4$. Essa técnica utilizada tem como justificativa tecnológica a propriedade distributiva da multiplicação, a propriedade do produto nulo e as propriedades das operações inversas em R (conjunto dos números reais) ou leis da transposição de termos.

Uma praxeologia em sua forma mais simples (praxeologia pontual) pode ser assim definida: ela é composta por um *tipo de tarefa* T, de uma *técnica* τ ,

maneira de realizar as tarefas t do tipo T , de uma *tecnologia* θ , discurso racional (logos) sobre a técnica (tekhnê) que tenta tornar τ inteligível como meio de cumprir as tarefas do tipo T – e de uma componente *teórica* Θ , que direciona a tecnologia θ (e portanto o conjunto de componentes da praxeologia) (CHEVALLARD, 2009 *apud* Silva 2016).

A praxeologia pontual pode ser assim escrita $[T, \tau, \theta, \Theta]$ comportando uma parte prático-técnica $\Pi = [T / \tau]$, ou praxis, (que podemos, se for o caso, nomear de <saber-fazer>) e uma parte tecnológica-teórica $\Lambda = [\theta / \Theta]$, ou logos (que podemos identificar como um <saber> no sentido frequente do termo) (CHEVALLARD, 2009 *apud* Silva 2016).

Segundo Silva (2016), podemos exemplificar uma praxeologia tomando como base uma situação exposta por Chevallard (2009) com o tipo de tarefa dividir um número inteiro por outro, por exemplo, 509 por 15 é uma tarefa t deste tipo, além disso

Uma certa técnica τ conduz então, no caso de t , a fazer isto: porque $15 = 3 \times 5$, dividimos 509 por 5, o que leva a dividir 509 por 5, o quociente é 101, é então dividido por 3, o que leva a dividir 99 por 3: obtemos finalmente 33, que é o quociente procurado. (CHEVALLARD, 2009, p. 5).

Se analisarmos esta técnica de divisão utilizada por Chevallard (2009) podemos observar que ela não é utilizada com costume quando pensamos fazer uma divisão com números inteiros. No trabalho de Chevallard (2009), o pesquisador sugere que os leitores possam tomar como exemplo esta experiência para (re)construir caso desejem o bloco tecnológico-teórico da técnica apresentada, e ainda enfatiza que

[...] quando se dispõe de uma praxeologia incluindo esta técnica, a relação que foi estabelecida com o objeto “Quociente” é alterada – o quociente é então, um objeto a que podemos chegar através de um caminho que nem podemos imaginar. (CHEVALLARD, 2009, p.5)

Para analisarmos as praxeologias presentes nas videoaulas devemos nos atentar ao questionamento: *Quais as técnicas utilizadas na resolução das tarefas*

do tipo: resolver uma equação do 2º grau presentes em videoaulas da instituição YouTube Edu?

2.3.3 Praxeologia Matemática (PM) ou Organização Matemática (OM)

Denominamos de praxeologia matemática toda realidade que nos ajuda a resolver um tipo de tarefa matemática. Logo, ela é constituída de tipos de tarefas (T) matemáticas realizadas, de técnicas τ matemáticas explicadas, de tecnologias θ justificadas e de teorias Θ , que são, os objetos matemáticos em estudo ou em construção. (ARAUJO, 2009, p.39)

Um professor ou pesquisador que deseje determinar e caracterizar as praxeologias matemáticas de um certo objeto matemático, a partir de análise de livros didáticos (LD), programas ou documentos oficiais, este, segundo Chevallard (1997) deve descrever com precisão os conteúdos matemáticos com os tipos de tarefas matemáticas junto com a (as) técnica (as), a tecnologia e a teoria.

Tomamos como exemplo de tipo de tarefa a seguinte questão: “Como resolver uma equação do segundo grau?” Nessa tarefa, é necessário que o pesquisador, pense e tente responder aos seguintes questionamentos em relação a atividade praxeológica:

- Os tipos de tarefas são claros e bem identificados? Eles são representativos? Eles são pertinentes em relação às necessidades matemáticas? As razões de ser desses tipos de tarefas estão bem explicitadas?
- As técnicas propostas são efetivamente elaboradas? Elas são fáceis de utilizar? Seu campo de ação é abrangente? Elas são suficientemente inteligíveis? Elas poderão evoluir?
- O enunciado do problema é bem colocado? Ele é considerado como evidente, natural ou bem conhecido? As formas tecnológicas de justificação utilizadas são próximas das *formas-padrão* em matemática? Elas são adaptadas às suas condições de utilização? Os resultados tecnológicos disponibilizados são efetiva e otimamente explorados?
- Os elementos teóricos são explicitados? O que eles permitem esclarecer? O que eles permitem justificar? (ARAUJO, 2009, p.40)

A outra ação docente será como dirigir uma determinada praxeologia matemática, no nosso caso, para o Youtube Edu, mas poderia ser para a sala de aula, por exemplo. Em suma, como fazer a transposição da realidade matemática para a realidade didática. Sendo assim, podemos pensar no exemplo o qual mencionamos anteriormente: “Como resolver uma equação do segundo grau?”, e agora pensar o seguinte: “Como ensinar a resolver uma equação do 2º grau?”. A resposta para esta nova questão pode ser elaborada a partir de um novo tipo de praxeologia, chamada de praxeologia didática.

2.3.4 Tipos de praxeologias matemáticas

As praxeologias matemáticas ou organizações matemáticas (OM) são utilizadas para facilitar a análise do processo didático. Chevallard (1998) faz uma subdivisão destas praxeologias em quatro tipos: *pontuais*, *locais*, *regionais* e *globais*.

Em sem tratando das organizações matemáticas *pontuais* (OMP), estas são centradas em uma única técnica, para ser utilizada em um único tipo de tarefa. Muito embora a tarefa esteja fundamentada em uma técnica, na tecnologia e na teoria, a OMP está definida inicialmente a partir do bloco prático-teórico. (RODRIGUES, 2019, p.41)

Em relação a organização matemática *local* (OML) e a organização matemática *regional* (OMR):

A organização matemática local (OML) compõe-se da interação de várias OMPs, validadas e justificadas por uma tecnologia, com a finalidade de fundamentar as organizações que fazem parte da OML.

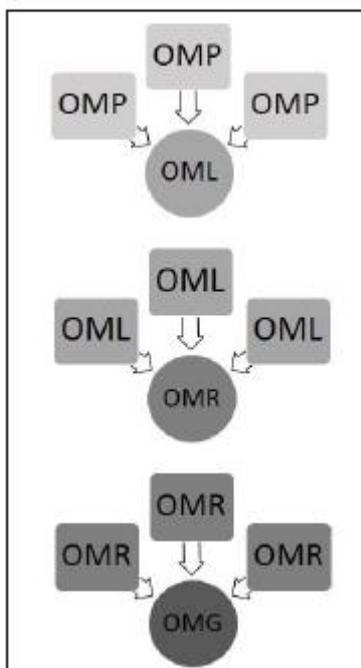
A organização matemática regional (OMR) é composta do conjunto das OMLs, o qual uma teoria (Θ) fundamenta, coordena e integra em um discurso teórico matemático comum. (RODRIGUES, 2019, p.41)

Por fim, a organização matemática global (OMG), podemos dizer que “se denominará por organização global o complexo praxeológico obtido $[T_{ijk}, \tau_{ijk}, \theta_{jk},$

Θ κ], em uma instituição dada, pela agregação de várias organizações regionais correspondentes a várias teorias” (CHEVALLARD, 1998. p.97).

Ou ainda, a OMG é constituída de OMRs agregando várias teorias. “A crescente complexidade das Oms conduz o aluno a uma mudança de suas praxeologias e faz com que ele possa resolver tarefas mais complexas” (RODRIGUES, 2019, p.41)

Figura 4 - Representação das complexidades das OM



Fonte: Rodrigues, 2019.

Na tarefa: construir o gráfico da função quadrática definida por $f(x) = x^2 - 5x + 6$, temos uma OMP que apresenta um tipo de atividade e, conseqüentemente, uma técnica de resolução.

Por vezes, temos tipos de tarefas, como por exemplo: Resolver a equação do segundo grau $x^2 - 5x + 6 = 0$, isso implica na utilização de técnicas diferentes na resolução da tarefa, mas, são justificadas por uma tecnologia. Nesse exemplo, podem ser utilizadas diferentes técnicas, como é o caso da fórmula resolutive, o método de completar quadrados, entre outros. A utilização dessas técnicas é justificada pelas equações do segundo grau. À medida que utilizamos o conjunto de OML, teremos a construção da OMR. O exemplo anterior, representa uma OML.

2.3.5 Praxeologia Didática (PD) ou Organização Didática (OD)

As praxeologias didáticas ou organizações didáticas (OD) segundo Cavalcante (2018, p.133) “revelam as escolhas feitas pelos professores para que seus alunos possam construir ou reconstruir determinadas organizações matemáticas (OM) previstas no currículo” e ainda para Bittar (2017) a OD tem relação direta à paradigmas em que o autor sujeito da praxeologia executada acredita. Ainda para Almeida (2016)

Tomando como referência a identificação das técnicas nos momentos de estudo, diríamos que as OM seriam de menor dificuldade porque a identificação delas se dá em forma de registro. O mesmo não ocorre com as OD, pois elas têm uma natureza mais discursiva, o que aumenta a dificuldade delas. (ALMEIDA, 2016, p.109)

Podemos dizer que, uma OD surge quando uma OM é colocada em prática. Este processo de estudo está situado num espaço o qual para Chevallard (1999) podem ser denominados de *momentos didáticos* ou *momentos de estudos*, mas, sem intenção de linearidade da estrutura dos processos de estudo. Ou seja, pode-se dizer que estes momentos podem ser vivenciados com intensidades distintas, em tempos diferentes e quantas vezes for necessário, ou até mesmo que algum deles apareçam ao mesmo tempo. Para Ferreira (2019, p.36) “é importante destacar que cada um dos seis momentos de estudos tem uma função específica para realizar o processo corretamente”.

Segundo Chevallard (1999, p.22-25), os seis *momentos de estudos* ou *momentos didáticos*, podem ser descritos da seguinte forma:

O *primeiro momento de estudo* é o primeiro encontro com a organização matemática (OM), esse é o momento do contato inicial com a OM em jogo no campo didático. O primeiro encontro ou reencontro pode acontecer de várias maneiras, sendo que, uma dessas maneiras será a partir de pelo menos um tipo de tarefa T que compõe a OM em estudo. Inclusive o primeiro contato pode acontecer várias vezes, em razão dos entornos didáticos e matemáticos postos.

O *segundo momento de estudo* é o de exploração dos tipos de tarefas e de elaboração de técnicas relativas aos tipos de tarefas. Segundo Chevallard (1999), o estudo de problemas é uma forma de permitir a criação e utilização de

técnicas relativas a problemas do mesmo tipo, ou seja, quando há elaboração de técnicas, estas serão uma forma de resolver quase que rotineiramente a estes problemas. Ainda para Chevallard (1999), o coração da atividade matemática está na elaboração de técnicas.

O *terceiro momento de estudo* é o da constituição do entorno tecnológico-teórico referente ao tipo de tarefa e à técnica da OM proposta. De forma geral, esse momento tem uma relação com os dois momentos anteriores, pois, quando escolhermos uma determinada técnica, esta terá ligação com o bloco tecnológico-teórico, para que assim, possa ser esclarecida e justificada. Para docentes que tenham uma prática de um ensino tradicional, esse momento pode ser a primeira etapa nos estudos de uma OM qualquer.

O *quarto momento de estudo* é o momento de trabalhar com a técnica e ao mesmo tempo melhorá-la, tornando-a mais eficaz e confiável. Nesse caso, geralmente é necessário ajustar a tecnologia desenvolvida e aumentar o domínio dela. Um corpo de tarefas adequadas de forma qualitativa e quantitativa é envolvido na fase de teste da técnica.

O *quinto momento de estudo* é da institucionalização, ou seja, o momento de oficializar os elementos da OM em jogo. Esse é o momento de indicar com exatidão a OM construída.

O *sexto momento de estudo* é o da avaliação que está interligada com o momento da institucionalização. Nesse momento o objetivo é realizar uma avaliação do que foi aprendido com OM, ou seja, aqui poderemos avaliar o domínio de tal pessoa, ou grupos de pessoas em relação as técnicas, tecnologias e teorias na realização de tipos de tarefas apresentas na OM. Ainda segundo Chevallard (1999) este seria o momento de reflexão.

Portanto, para Chevallard (1999, p.25), os momentos de estudo têm duas importantes finalidades para o professor. A primeira seria uma grade de possibilidades de se analisar os processos didáticos utilizados no desenvolvimento da OM. A segunda finalidade estaria relacionada a clareza em relação a problemas na realização dos diferentes momentos de estudo. Por exemplo, como realizar concretamente o primeiro encontro com a organização

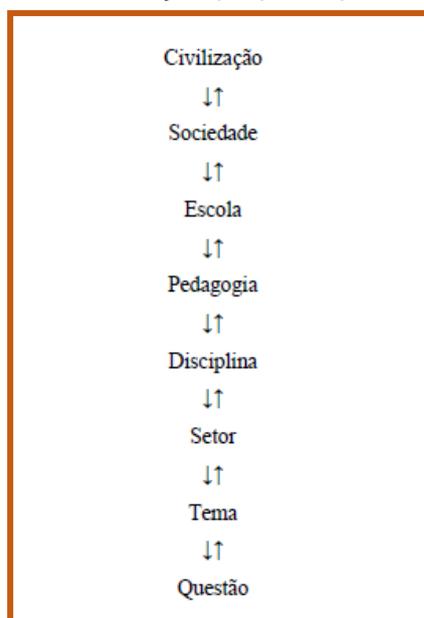
matemática? Com quais tipos de tarefa? Como fazer o estudo exploratório de um determinado tipo de tarefa? Como realizar a institucionalização? Como fazer a avaliação? Esses questionamentos podem ser respondidos de maneira genérica: criando situações didáticas apropriadas para cada momento.

O agrupamento das (OM e OD) de acordo com Rodrigues (2019, p.40) “permite analisar a prática durante as situações de ensino e aprendizagem”. Portanto, a partir dessas colocações, as análises das OM e das OD do objeto videoaulas sobre equações do segundo grau da instituição YouTube Edu puderam nos mostrar com clareza a prática de ensino e aprendizagem posta nessa instituição. Comentamos sobre nossas análises mais adiante.

2.3.6 Níveis de codeterminação

O conceito de nível de codeterminação foi introduzido por Chevallard (2002). A estrutura dos níveis em forma de escala permite identificar as condições e as restrições presentes na transmissão dos saberes, admitindo estabelecer relações com os diferentes níveis de determinação (CHAACHOUA e BITTAR, 2019, p.35).

Figura 5 - Níveis de codeterminação proposto por Chevallard (2002)



Fonte: Chaachoua e Bittar, 2019.

Em relação ao ensino e aprendizagem da Matemática, através desses níveis, segundo Rodrigues (2019, p.44) podemos “analisar e estruturar as questões matemáticas em torno das OM e OD”.

Ainda para Rodrigues (2019, p.44) sobre a constituição desses níveis “é determinada pelo mais alto deles, que é a civilização, até o nível tópico, que é o mais baixo”. Estes níveis visam realizar uma análise e obter uma compreensão sobre as influências que as OM e OD podem ocasionar. Além do mais se escolhermos tomar por base o nível escola, para Rodrigues (2019, p. 44) “constatamos que existem níveis superiores a determinarem o que estudar e quais procedimentos são adequados para esses estudos, a exemplo dos documentos oficiais da educação”.

Portanto, com os níveis de codeterminação há possibilidade de

entender melhor as condições e restrições institucionais sobre os sistemas didáticos e permite aos pesquisadores elaborar infraestruturas matemáticas alternativas, porém viáveis, em uma instituição e praxeologias didáticas alternativas associadas às OM. (CHAACHOUA E BITTAR, 2019, p.35)

2.3.7 Objetos ostensivos e não-ostensivos

Para ajudar a entender a técnica, Chevallard (1994) propõe dois tipos de objetos: os ostensivos e não-ostensivos. Os elementos que podem se manifestar materialmente através de uma manipulação ou possam ser reconhecidos de alguma forma são denominados de *ostensivos*. Portanto, os desenhos que construímos, gestos, símbolos, gráficos e tudo que podemos manipular no sentido até mais amplo (olhar, falar, gesticular, etc) (CHEVALLARD, 1994).

Os não-ostensivos diferentemente dos ostensivos não podem ser manipulados e sim evocados pela manipulação dos ostensivos. O não-ostensivo, juro simples é evocado quando tratamos de manipular o ostensivo algébrico $J = c.i.t$, ou seja, é necessária esta dialética. Cavalcante (2018) também traz uma distinção dos objetos ostensivos dos não-ostensivos por meio de um exemplo, segundo o pesquisador

Quando evocamos o conceito de probabilidade associada como medida de chance, a representação $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$, em que A corresponde a um evento ou subconjunto do espaço amostral S, estão em jogo objetos ostensivos (a representação simbólica, a própria palavra “probabilidade”), mas também objetos não-ostensivos, como a ideia de evento, espaço amostral, quociente noção de probabilidade. (CAVALCANTE, 2018, p.138)

Ainda para Santos Júnior (2017, p.117) diferentemente dos “ostensivos, os não-ostensivos não podem ser manipulados. Usualmente, chamamos os não ostensivos de conceitos, noções, ideias e os evocamos por meio dos ostensivos associados”. Podemos citar um exemplo de ostensivos e não ostensivos, quando por exemplo, tratamos de resolver uma equação, em específico, do segundo grau. Seja então o seguinte enunciado de uma atividade: resolva a equação $x^2 - 5x + 6$. Para resolver a atividade, uma das técnicas que poderíamos utilizar seria o uso da fórmula resolvente, que está ligada neste caso, a escrita algébrica, portanto, teríamos um ostensivo algébrico, estes estão articulados a não ostensivos, neste caso, as propriedades das operações inversas em R ou leis da transposição de termos e a propriedade da radiciação, formando assim uma dialética necessária.

2.4 Equação do 2º grau: alguns elementos

Nesta seção apresentamos algumas abordagens históricas das equações do segundo grau, sua definição e em seguida apresentamos algumas organizações matemáticas encontradas em trabalhos acadêmicos que versam sobre este tipo de equação.

2.4.1 Elementos históricos

Ao iniciarmos a carreira docente na disciplina de Matemática, nos deparamos com alguns questionamentos por parte dos estudantes quando estes tinham um contato inicial com as equações do 2º grau. Questionamentos sobre o surgimento desse tipo de equações ou porque estudar esse tipo de equação, qual a aplicação dele em nossas vidas e como descobriram a fórmula resolvente.

Diante desses questionamentos em que muitas vezes procuramos respostas para essas perguntas e por meio de relatos de estudantes, percebemos que muitos colegas de trabalho não sabiam responder a esses questionamentos, apontando para um desconhecimento sobre a origem daquilo que estavam ensinando e não haviam estudado sobre esses questionamentos em sua formação.

A partir dessas observações, pensamos então em pesquisar sobre o objeto equações do segundo grau. Mas, especificamente num recurso muito utilizado pelos estudados, as videoaulas do YouTube, analisando sob a luz da TAD. Achamos importante apresentar um pouco sobre a história das equações do segundo grau para entendermos a origem desse tipo de equações e as contribuições dos estudiosos de cada época.

A equação polinomial do 2º grau assim como as equações de outros graus, possuem diferentes formas de escrita e resolução desde o Antigo Egito até os dias atuais. Sobre essas formas, elas

[...]recebem diferentes denominações de acordo com sua respectiva área de aplicação, por exemplo, a retórica (com a representação através das palavras), a geométrica (representação e solução utilizando figuras geométricas), sincopada (representa as equações utilizando-se letras iniciais ou abreviações de palavras) e simbólica (usando símbolos para representar e solucionar as equações) (BESSA DE MENEZES, 2010, P.67)

No trabalho “Uma breve história da equação do 2º grau” de Pedroso (2010) pudemos conhecer o contexto histórico desse tipo de equação, o qual detalharemos adiante.

Problemas envolvendo as equações do segundo grau apareceram há mais de quatro mil anos podendo ser comprovados em textos escritos no papiro do Egito e em placas de argila da Mesopotâmia. São conhecidos poucos registros sobre o tratamento das equações do 2º grau pelos egípcios, historiadores suspeitam que alguma técnica eles utilizavam para resolver esse tipo de equação. Um exemplo de problema envolvendo as equações do segundo grau pelos egípcios encontra-se no Papiro de Berlim, no ano de 1950 a.C. aproximadamente. (Pedroso, 2010).

Na Mesopotâmia, o primeiro registro de problemas utilizando as equações do 2º grau foi escrito numa tábua de argila em 1700 a.C. aproximadamente. Os mesopotâmios enunciavam o problema com a equação do segundo grau e a resolução era feita em palavras, como se fosse uma “receita matemática”, a solução fornecia uma única raiz, esta, positiva.

Na Grécia, algumas dificuldades eram vivenciadas pelos estudiosos gregos da época, como por exemplo: falta de praticidade com o sistema de numeração grego, a dificuldade no tratamento com números racionais e irracionais e o gosto pela geometria. Essas dificuldades, dificultavam os estudiosos a encontrarem soluções algébricas para as equações do segundo grau. Segundo alguns historiadores, os gregos desenvolviam métodos geométricos para resolver problemas matemáticos envolvendo as equações do 2º grau, no livro “Os Elementos” de Euclides podemos encontrar alguns problemas desse tipo de equação.

Na Índia, tivemos contribuições valiosas para a resolução de problemas envolvendo as equações do segundo grau. Por volta de 500-1150 d.C. a matemática hindu revelou alguns estudiosos que contribuíram para o desenvolvimento desse tipo de equação. Os hindus conseguiram descobrir quando uma equação tinha raiz real ou possuíam duas raízes, consideravam as raízes negativas inadequadas, mas aceitavam as raízes irracionais.

Dentre os grandes matemáticos hindus, destacam-se: Aryabhata (séc. VI d.C.), Brahamagupta (séc. VII d.C.), Sridhara (séc. XI d.C.) e Bhashara (1114-1185). Convém ressaltar que, a fórmula de Bháskara, como é conhecida curiosamente somente aqui no Brasil, não foi descoberta por Bháskara e sim pelo matemático hindu Sridhara que infelizmente não teve sua obra aberta a todos. A fórmula de Bháskara é uma homenagem aos estudos de Sridhara.

Na Arábia, o matemático e astrônomo Mohamed ibn-Musa al- Khowarizmi, apresentou em 825 a equação do segundo grau e sua resolução. Por meio de uma comprovação geométrica, o então conhecido método de completar quadrados, era um método diferente do utilizado pelos gregos. Porém, em muitos casos considerava somente uma raiz positiva e não aceitava o zero como solução de uma equação.

Na China, em 1303, o grande matemático chinês Chu Shih-chieh, mostrou uma técnica para resolver as equações do 2º grau na obra Ssu-yüan yá-chien (Precioso Espelho dos Quatro Elementos). A técnica encontrada pelo matemático chinês era baseada em aproximações sucessivas, de maneira retórica encontrava uma única raiz positiva. Esse método era chamado de método fan-fan e em 1819 foi rebatizado de método de Horner pelo matemático inglês William George Horner após uma reivindicação pela descoberta do método.

Na Europa Ocidental, os problemas envolvendo as equações do segundo grau resumia-se na receita matemática usada por Bháskara e nos estudos de al-Khowarizmi.

A partir das contribuições de todos esses matemáticos, chegamos então, a um grande desenvolvimento técnico para a resolução de equações do segundo que temos. Hoje temos como referência para resolução de problemas de equações do segundo grau, a então, conhecida fórmula de Bháskara e os métodos baseados na Geometria.

2.4.2 Equação do segundo grau - elementos matemáticos

Tomamos como referência, o livro de Giovanni Júnior e Castrucci (2018) “A conquista da Matemática” indicado para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental para explorarmos um pouco sobre as equações do segundo grau. Resolvemos utilizar este livro porque além de ser aprovado no Plano Nacional do Livro Didático de 2020 – PNLD/2020, foi muito utilizado em anos anteriores por escolas públicas e privadas do nosso país.

Segundo Giovanni Júnior e Castrucci (2018) denomina-se equação do 2º grau na incógnita x toda equação da forma $ax^2 + bx + c = 0$, em que a, b e c são números reais e $a \neq 0$.

Assim, são exemplos de equação do 2º grau na incógnita x :

- $2x^2 - 2x - 40 = 0$ é uma equação do 2º grau na incógnita x , em que $a = 2$ $b = - 2$ e $c = - 40$.

- $x^2 - 25 = 0$ é uma equação do 2º grau na incógnita x , em que $a = 1$, $b = 0$, $c = -25$.
- $6x^2 - 9x = 0$ é uma equação do 2º grau na incógnita x , em que $a = 6$, $b = -9$ e $c = 0$

Nas equações do 2º grau com uma incógnita, os números reais **a**, **b** e **c** são chamados de coeficientes da equação. Sendo assim, se a equação estiver na incógnita x :

- a sempre será o coeficiente do termo x^2 ;
- b sempre será o coeficiente do termo x ;
- c será o coeficiente sem variável ou o termo independente de x .

Além disso, pela definição devemos ter sempre $a \neq 0$. Mas, podemos ter $b = 0$ ou $c = 0$. Portanto:

- Quando $b \neq 0$ e $c \neq 0$, a equação polinomial do 2º grau se diz completa.
- Quando $b = 0$ ou $c = 0$ ou $b = c = 0$, a equação polinomial do 2º grau se diz incompleta.

Exemplos:

- $5x^2 - 8x + 3 = 0$ é uma equação completa ($a= 5$, $b= -8$ e $c=3$).
- $y^2 + 12y + 20 = 0$ é uma equação completa ($a= 1$, $b=12$ e $c=20$).
- $x^2 - 81 = 0$ é uma equação incompleta ($a= 1$, $b=0$ e $c= -81$)
- $10t^2 + 2t = 0$ é uma equação incompleta ($a= 10$, $b=2$ e $c=0$)
- $5y^2 = 0$ é uma equação incompleta ($a= 5$, $b=0$ e $c=0$)

Para determinar as raízes de qualquer equação do 2º grau com uma incógnita, o matemático hindu Bháskara tomou como base os estudos de Sridhara e apresentou um processo algébrico que permitisse resolver qualquer equação do 2º grau. Deduzimos na tabela abaixo, a fórmula resolutive de uma equação do 2º grau com uma incógnita, esta dedução é apresentada no livro de Giovanni Júnior e Castrucci (2018):

Tabela 3 - Dedução da fórmula resolvente

Dedução da fórmula resolvente
$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$
$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$
$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$
$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} - \frac{c}{a} = 0 - \frac{c}{a}$
$x^2 + \frac{b}{a}x = \frac{-c}{a}$
$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{\frac{b}{a}}{2}\right)^2 = \frac{-c}{a} + \left(\frac{\frac{b}{a}}{2}\right)^2$
$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$
$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$
$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$
$x + \frac{b}{2a} =$
$x + \frac{b}{2a} =$
$x = \frac{-b}{2a} =$
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Fonte: Giovanni Júnior e Castrucci, 2018.

A fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ é chamada de fórmula resolvente da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, esta fórmula também foi nomeada como a fórmula de Bhaskara em homenagem aos estudos do matemático hindu Sridhara.

Outro ponto importante na resolução de uma equação do 2º grau pela fórmula resolvente é que através do valor do discriminante $\Delta = b^2 - 4.a.c$ podemos verificar a existência ou não das raízes, bem como, se as mesmas serão duas raízes iguais ou diferentes. Substituindo o Δ na fórmula resolvente, percebemos que teremos a raiz quadrada de um certo valor. Então, temos:

- Quando o $\Delta > 0$ teremos duas raízes reais;
- Quando o $\Delta=0$ teremos duas raízes reais iguais;
- Quando o $\Delta < 0$ não teremos raízes reais.

Cabe ressaltar que além da fórmula resolutive, mais conhecida aqui no Brasil, como fórmula de Bháskara, existem outros métodos de resolução, como por exemplo: por soma e produto das raízes, pela fatoração e o método de completar quadrados. Não iremos adentrar, nem descrever aqui esses outros métodos de resolução. Mas, como o objetivo de nosso trabalho é analisar videoaulas do Youtube Edu que tratem sobre as equações do segundo grau tendo como aporte teórico a TAD, apresentamos na próxima seção alguns trabalhos que identificaram OM e OD das equações do segundo grau no ecossistema sala de aula.

2.4.3 Equações do segundo grau: organizações matemáticas a priori

Nessa seção, apresentamos as nossas categorias praxeológicas (tarefa, subtipos de tarefa, técnicas e entorno teórico-metodológico) em torno das equações do segundo grau. Tomamos como referência os trabalhos de Bessa de Menezes (2010) e Almeida (2016). Pois, muito embora tenhamos muitos trabalhos que versam sobre a Álgebra, em se tratando especificamente das equações do segundo grau e a TAD, a quantidade de trabalhos ainda é muito tímida. Encontramos na literatura apenas esses dois trabalhos que fizeram essa relação do objeto equações do segundo grau e a TAD.

Em nossa análise, o qual detalharemos mais adiante, consideramos que no objeto videoaulas sobre equações do segundo grau da instituição YouTube Edu, o indivíduo que busca por esse objeto, pretende compreender como “*Resolver uma equação do segundo grau*”.

Consideramos a tarefa: *Resolver uma equação do segundo grau*, um tipo de tarefa muito abrangente e que as equações do segundo grau podem aparecer de diversas formas. Então, no intuito de realizarmos uma análise mais rica, fizemos subcategorias dos tipos de tarefas, o qual denominamos por

“subtipos de tarefa”, em que, Bessa de Menezes (2010) realizou em seu trabalho baseado no que Chevallard (1988;1999) discute. A seguir, apresentamos uma tabela resumo com as categorias dos subtipos de tarefas encontradas nos trabalhos de Bessa de Menezes e Almeida (2016):

Tabela 4 - Categorias de subtipos de tarefas para análise nas videoaulas

Categorias de subtipos de tarefa
T₁: $ax^2 + c = 0$
T₂: $ax^2 + bx = 0$
T₃: $(ax + c)^2 = 0$
T₄: $(x + a).(x + b) = 0$
T₅: $(x + a).(x + b) = ab$
T₆: $(x + a)(x + b) = (a + b)x + c$
T₇: $\frac{(acx+b)}{c} + dx^2 = ax + f$
T₈: $ax^2 + bx + c = 0$
T₉: $ax^2 + bx + c = d$
T₁₀: $(x + a).(x + b) = cx + d$
T₁₁: $(x + a).(x + b) = c$

Fonte: A Autora, 2021.

Podemos observar na tabela, que foram distinguidos 11 (onze) subtipos de tarefas enumerados de T₁ até T₁₁. Contudo, os subtipos de tarefas T₁ a T₈ foram encontradas no trabalho de Bessa de Menezes (2010). Além desses subtipos, Almeida (2016) encontrou em seu trabalho, os subtipos T₉, T₁₀ e T₁₁, mas, discordando de Bessa de Menezes (2010), este, considerou que os subtipos de tarefas T₈ - T₉, T₂ - T₁₁ e T₂ - T₁₀ ao sofrerem alterações, chegavam a uma mesma forma canônica, sendo assim, Almeida (2016) considerou apenas 4 tipos de tarefas: a T₁, T₂, T₃ e T₄. Em nosso trabalho, consideramos a tarefa: *Resolver uma equação do 2º grau* e os subtipos tarefas mencionadas no quadro anterior, encontradas em pesquisas anteriores.

No quadro posterior, apresentaremos as técnicas utilizadas referentes aos subtipos de tarefas encontradas e discutidas anteriormente. A partir dos

estudos realizados apresentaremos as técnicas matemáticas primárias e secundárias⁵ mobilizadas na tarefa: *Resolver uma equação do segundo grau.*

Tabela 5 - Técnica Principal e Secundária dos Subtipos de tarefas baseadas nos trabalhos de Bessa de Menezes (2010) e Almeida (2016)

T₁: $ax^2 + c = 0$	
τ Principal	<ul style="list-style-type: none"> • T_{TTC}: Transpondo termos ou coeficientes, invertendo operações.
τ Secundária	<ul style="list-style-type: none"> • T_{DRE}: Desenvolver ou reduzir expressões.
T₂: $ax^2 + bx = 0$	
τ Principal	<ul style="list-style-type: none"> • T_{TFE}: Fatorar expressões, colocando em evidência o fator comum.
τ Secundária	<ul style="list-style-type: none"> • T_{TIZ}: Igualando os termos a zero; • T_{TTC}: Transpondo termos, invertendo as operações.
T₃: $(ax + c)^2 = 0$	
τ Principal	<ul style="list-style-type: none"> • T_{ERQ}: Extrair a raiz quadrada da equação.
τ Secundária	<ul style="list-style-type: none"> • T_{TTC}: Transpondo termos, invertendo as operações.
T₄: $(x + a) \cdot (x + b) = 0$	
τ Principal	<ul style="list-style-type: none"> • T_{PN}: Produto nulo, igualando os fatores à zero.
τ Secundária	<ul style="list-style-type: none"> • T_{TTC}: Transpondo termos ou coeficientes, invertendo as operações.
T₅: $(x + a) \cdot (x + b) = ab$	
τ Principal	<ul style="list-style-type: none"> • T_{TFE}: Fatorar expressões, colocando em evidência o fator comum.
τ Secundária	<ul style="list-style-type: none"> • T_{DRE}: Desenvolver ou reduzir expressões (Preliminar). • T_{TPN}: Produto nulo, igualando os fatores à zero. • T_{TTC}: Transpondo termos ou coeficientes, invertendo as operações
T₆: $(x + a)(x + b) = (a + b)x + c$	
τ Principal	<ul style="list-style-type: none"> • T_{DRE}: Desenvolver ou reduzir expressões.
τ Secundária	<ul style="list-style-type: none"> • T_{DRE}: Desenvolver ou reduzir expressões (Preliminar). • T_{TFE}: Fatorar expressões, colocando em evidência o fator comum (Preliminar). • T_{TTC}: Transpondo termos ou coeficientes, invertendo as operações.
T₇: $\frac{(acx+b)}{c} + dx^2 = ax + f$	
τ Principal	<ul style="list-style-type: none"> • T_{DRE}: Desenvolver ou reduzir expressões.
τ Secundária	<ul style="list-style-type: none"> • T_{MMC}: Eliminar denominadores por meio, determinando o

5 No processo de resolução de um tipo ou subtipo de tarefa é necessário, no mínimo uma técnica de base, que iremos chamar de 'técnica principal'. Chamaremos de 'técnica(s) secundária(s)' aquelas que, ajudam no desenvolvimento da técnica principal, estas, podem ser chamadas também de técnicas auxiliares.

	<p>Mínimo múltiplo comum<preliminar).< p=""> <ul style="list-style-type: none"> • T_{TTC}: Transpondo termos ou coeficientes, invertendo as operações (preliminar). </preliminar).<></p>
$T_8: ax^2 + bx + c = 0$	
τ Principal	<ul style="list-style-type: none"> • T_{CQ}: Completar quadrados; • T_{BAS}: Fórmula de Bháskara
τ Secundária	<ul style="list-style-type: none"> • T_{DRE}: Desenvolver ou reduzir expressões. • T_{TTC}: Transpondo termos ou coeficientes, invertendo as operações.
$T_9: ax^2 + bx + c = d$	
τ Principal	<ul style="list-style-type: none"> • T_{CQ}: Completar quadrados; • T_{BAS}: Fórmula de Bháskara.
τ Secundária	<ul style="list-style-type: none"> • T_{DRE}: Desenvolver ou reduzir expressões. • T_{TTC}: Transpondo termos ou coeficientes, invertendo as operações
$T_{10}: (x + a).(x + b) = cx + d$	
τ Principal	<ul style="list-style-type: none"> • T_{DRE}: Desenvolver ou reduzir expressões.
τ Secundária	<ul style="list-style-type: none"> • T_{DRE}: Desenvolver ou reduzir expressões. • T_{TFE}: Fatorar expressões, colocando em evidência o fator comum. • T_{TTC}: Transpondo termos ou coeficientes, invertendo as operações
$T_{11}: (x + a).(x + b) = c$	
τ Principal	<ul style="list-style-type: none"> • T_{TFE}: Fatorar expressões, colocando em evidência o fator comum.
τ Secundária	<ul style="list-style-type: none"> • T_{DRE}: Desenvolver ou reduzir expressões. • T_{TPN}: Produto nulo, igualando os fatores à zero. • T_{TTC}: Transpondo termos ou coeficientes, invertendo as operações

Fonte: A Autora, 2021.

A tabela construída acima, apresenta em síntese os subtipos de tarefas e as técnicas consideradas mais importantes e encontradas em trabalhos que estudaram as equações do segundo grau. Porém, cabe ressaltar que, podem existir outros subtipos de tarefas e técnicas que até então não foram apresentados na tabela acima. Como os trabalhos que identificaram esses subtipos de tarefas e técnicas analisaram as praxeologias na instituição sala de aula, em nossas análises, nosso estudo será em uma outra instituição, o qual iremos através das análises perceber se houve privilégio alguma organização matemática e didática nessa instituição.

Em seguida, apresentamos as tecnologias que justificam as técnicas e tarefas que foram apresentadas anteriormente.

Tabela 6 - Tecnologias dos subtipos de tarefas

Subtipo de tarefa	Tecnologias dos subtipos de tarefa.
$T_1: ax^2 + c = 0$	<ul style="list-style-type: none"> • θ_{PR}: Propriedade da radiciação • θ_{POI}: Propriedades das operações inversas em \mathbb{R} (conjuntos dos números reais) ou leis da transposição de termos.
$T_2: ax^2 + bx = 0$	<ul style="list-style-type: none"> • θ_{PDM}: Propriedade distributiva da multiplicação; • θ_{PPN}: Propriedade do produto nulo; • θ_{POI}: Propriedades das operações inversas em \mathbb{R} (conjuntos dos números reais) ou leis da transposição de termos.
$T_3: (ax + c)^2 = 0$	<ul style="list-style-type: none"> • θ_{POI}: Propriedades das operações inversas em \mathbb{R} (conjuntos dos números reais) ou leis da transposição de termos. • θ_{PR}: Propriedade da radiciação
$T_4: (x + a) \cdot (x + b) = 0$	<ul style="list-style-type: none"> • θ_{PPN}: Propriedade do produto nulo; • θ_{POI}: Propriedades das operações inversas em \mathbb{R} (conjuntos dos números reais) ou leis da transposição de termos.
$T_5: (x + a) \cdot (x + b) = ab$	<ul style="list-style-type: none"> • θ_{PDM}: Propriedade distributiva da multiplicação; • θ_{PPN}: Propriedade do produto nulo; • θ_{POI}: Propriedades das operações inversas em \mathbb{R} (conjuntos dos números reais) ou leis da transposição de termos.
$T_6: (x + a)(x + b) = (a + b)x + c$	<ul style="list-style-type: none"> • θ_{PDM}: Propriedade distributiva da multiplicação; • θ_{POI}: Propriedades das operações inversas em \mathbb{R} (conjuntos dos números reais) ou leis da transposição de termos.
$T_7: \frac{(acx+b)}{c} + dx^2 = ax + f$	<ul style="list-style-type: none"> • θ_{PNR}: Propriedade relativa aos números racionais. • θ_{POI}: Propriedades das operações inversas em \mathbb{R} (conjuntos dos números reais) ou leis da transposição de termos.
$T_8: ax^2 + bx + c = 0$	<ul style="list-style-type: none"> • θ_{POI}: Propriedades das operações inversas em \mathbb{R} (conjuntos dos números reais) ou leis da transposição de termos. • θ_{PR}: Propriedade da radiciação.

$T_9: ax^2 + bx + c = d$	<ul style="list-style-type: none"> • θ_{POI}: Propriedades das operações inversas em \mathbb{R} (conjuntos dos números reais) ou leis da transposição de termos. • θ_{PR}: Propriedade da radiciação.
$T_{10}: (x + a) \cdot (x + b) = cx + d$	<ul style="list-style-type: none"> • θ_{POI}: Propriedades das operações inversas em \mathbb{R} (conjuntos dos números reais) ou leis da transposição de termos. • θ_{PR}: Propriedade da radiciação.
$T_{11}: (x + a) \cdot (x + b) = c$	<ul style="list-style-type: none"> • θ_{PDM}: Propriedade Distributiva da Multiplicação. • θ_{POI}: Propriedades das operações inversas em \mathbb{R} (conjuntos dos números reais) ou leis da transposição de termos.

Fonte: A Autora, 2021.

Convém ressaltar que, em se tratando das tecnologias apresentadas na tabela acima, ressaltamos que, no que se refere as equações do segundo grau, estas são fundamentadas por axiomas e propriedades do campo das equações algébricas, pertencentes à teoria dos anéis dos polinômios (ΘAP). Já as operações e propriedades gerais pertencem a teoria dos corpos dos reais (ΘCR). Como mencionamos na seção 2.3.2, Chevallard (2009) aponta que, a função das teorias (Θ) é justificar e esclarecer a tecnologia (θ).

3 PERCURSO METODOLÓGICO

Este capítulo tem como objetivo explicar o percurso metodológico de nossa pesquisa. Apresentamos desde a classificação da mesma até a escolha dos instrumentos que serão indispensáveis para a garantia da análise dos dados coletados adiante.

3.1 Natureza da pesquisa

A presente pesquisa contará com uma abordagem de cunho qualitativo. De acordo com Minayo (2002):

A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares. Ela se preocupa, nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado. Ou seja, ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis. (MINAYO, 2002, p.21-22)

Além disso segundo Prodanov & Freitas (2013) de acordo com a natureza da nossa pesquisa podemos caracterizá-la como uma pesquisa básica pois “objetiva gerar conhecimentos novos úteis para o avanço da ciência sem aplicação prática prevista” (p.51).

Consideramos também que de acordo com nossos objetivos a pesquisa qualitativa é exploratória, pois, segundo Gil (2010), as pesquisas exploratórias

[...]têm como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores. De todos os tipos de pesquisa, estas são as que apresentam menor rigidez no planejamento. Habitualmente envolvem levantamento bibliográfico e documental, entrevistas e estudos de casos. (GIL, 2010, p.27)

Seguindo as ideias de Gil (2010) e correlacionando com nossa pesquisa, isto se confirma pelo fato de não utilizarmos de técnicas quantitativas como coleta de dados em nosso trabalho.

Quanto aos procedimentos identificamos em nosso estudo traços de uma pesquisa documental que segundo Gil (2010) tem muita semelhança com a pesquisa bibliográfica, mas, a diferença está no tratamento analítico que muitos materiais que são utilizados recebem. Nossa pesquisa recebe os mesmos

caminhos da bibliográfica, mas, percebemos que no nosso caso iremos explorar fontes secundárias de dados, neste caso, o site de compartilhamento de vídeos YouTube Edu, portanto a classificação de uma pesquisa do tipo documental.

3.2 Definição do campo de pesquisa e das videoaulas a serem analisadas

A pesquisa foi realizada no site de compartilhamento de vídeos YouTube, especificamente na plataforma Youtube Edu. A escolha por essa plataforma se deu pelo fato do grande alcance que esta possui, hoje, os vídeos dessa plataforma tiveram mais de 22 milhões de visualizações pelos usuários. Além disso, o Youtube é o site de compartilhamento de vídeos mais acessado no mundo, sem contar na familiaridade que muitos estudantes possuem com esse recurso.

Sobre o conteúdo das equações do segundo grau, este foi escolhido por se tratar de um assunto de pesquisas anteriores (BESSA DE MENEZES, 2010; ALMEIDA, 2016) e que não se esgotaram, deixando questionamentos para pesquisas futuras, gerando-se assim, este trabalho. Percebemos então, a necessidade de pesquisar acerca desse conteúdo. Outro fator inquietante no que se concerne as equações do segundo grau, são relacionadas com a nossa prática docente, era perceptível as dificuldades por parte dos alunos em relação aos métodos de resolução e conceitos acerca desse conteúdo.

3.3 Procedimentos metodológicos

Num **primeiro momento** realizamos um levantamento dos canais da plataforma YouTube Edu. Foram encontrados 98 (noventa e oito) canais, abordando diversas disciplinas e conteúdos. Após o levantamento, visitamos as páginas de todos esses canais, um a um, com a finalidade de selecionarmos aqueles que tivessem como objetivo videoaulas voltadas especificamente de Matemática. Além disso, cabe ressaltar que, o nosso objeto de estudo, as equações do 2º grau, possivelmente estariam presentes nesses canais.

Ao realizarmos o levantamento dos canais na instituição Youtube Edu, construímos uma tabela com todas as disciplinas propostas na plataforma e os respectivos canais.

Tabela 7- Disciplinas e canais do Youtube Edu

Língua Portuguesa e Redação
4 canais: <i>Professor Noslen, Redação e Gramática Zica, GramáticaEmVídeo-Prof. Fábio Alves, Criar Redação.</i>
Matemática
18 canais: <i>Matemática Rio com Prof. Rafael Procopio, José Marmontel, Gusalberto8, Guto Azevedo, Matusalém Vieira Martins, Toda a Matemática, Ferretto Matemática, Edir Bessa, Portal da Matemática OBMEP, Matemática com Prof. José Erlan, Matemática com Prof. Warlisson, matematicatiago, Bruno Glasses Matemática, M3 Matemática Multimídia, Heavy Metalmática, cesar rosa, É Pra Copiar?, Prof.Dr.Leo Akio.</i>
História e Atualidades
3 canais: <i>Nerdologia, História Online, Desenrolou.</i>
Inglês
12 canais: <i>English in Brazil by Carina Fragoso, Inglês Winner, Cintia disse, Agora Eu Falo, Barry Inglaterra, Now Native Inglês, MrTeacherPaulo, Universidade do Inglês, Inglês de Bolso, Teacher IHave AQuestion, Inglês 200 horas por Sara Scarcelli, Elen Fernandes.</i>
Física
10 canais: <i>Fisicatotal, FísicaInterativa.com, Mago da Física, FísicaModernaUFF, Professor Boaro, Física com Ueslei Reis, Física Marginal, Física em Cena, Mais que Física com Prof. Daniel Leme, Aprenda Física com o Prof. Cesar Staudinger.</i>
Geografia
1 canal: <i>Geografando com o Profão.</i>
Matemática e Química
1 canal: <i>Canal RedeXplica.</i>
Matemática e Física
2 canais: <i>Quebra tudo no Enem!, seimaisfisica.</i>
História e Geografia
1 canal: <i>Prof. Charles Camilo: Humanas ao alcance de todos.</i>
Matemática e Música
1 canal: <i>Matemática Simples & Prática Dimas.</i>
Matemática, Física e Química
1 canal: <i>nerckie.</i>

Várias disciplinas
9 canais: Khan Academy Brasil, Tv Oficina, Novo Telecurso, Tv Escola, Tenho Aula, Portal iBahia, SAS Educação, já Entendi, SmartClass.
ENEM, vestibulares e concursos
14 canais: Descomplica, Aula livre- Enem 2020 e vestibulares, Me Salva! Enem 2020, Stoodi, Aula De, Kuadro Oficial, Kinapse Vestibulares, Matemática Show com Prof. Abraão, Tv Poliedro, HistoriAção Humanas Prof. Jener Cristiano, Tv Hexág, Marcelão da Química Vest Enem Militar, Clube do Enem, ProEnem-Enem 2020.
Idiomas
1 canal: Polyglot Pablo.
Turismo
1 canal: Amigo Gringo.
Educação no trânsito
1 canal: Universidade Corporativa do Transporte.
Ensino Superior
2 canais: Univesp, Nova Escola.
Espanhol
1 canal: Tio Spanish, aprender espanhol.
Perícia Criminal
1 canal: Perito Criminal C. Ulisses.
Ciência
5 canais: Manual do Mundo, Julia Jolie, ABC do Saber, Ciência Todo Dia, Scientia TV.
Biologia
4 canais: Biologia Total, Anatomia Fácil com Rogério Gozzi, iBioMovies- Canal da Biologia #SVBR, Biologia Diversa.
Biologia e Química
1 canal: Biologia Sem Limites.
Química
4 canais: Química do Sucesso com Prof. Carlos André, QuiFacil, Química com Prof. Paulo Valim, Química mais Fácil.

Fonte: A Autora, 2021.

Num **segundo momento**, realizamos uma verificação a priori, dos canais específicos de Matemática, pois, como ressaltamos anteriormente, nosso objeto de análise, possivelmente estariam presente nesses canais.

Ao realizarmos a verificação sobre os canais específicos de Matemática, nos deparamos com 18 (dezoito) canais, os quais ordenamos no quadro a seguir pelo número de inscritos em cada canal. Lembrando que, o quantitativo de canais na Plataforma Youtube Edu e o número de inscritos nos canais podem variar com o passar dos dias, pois, um usuário que deseje ter seu canal dentro da plataforma Youtube Edu poderá submetê-lo quando desejar, e o número de inscritos dos canais já existentes na plataforma poderão ser alterados, quando há inscrição ou não neles no passar dos dias. Nossa coleta de dados foi realizada em 14 de janeiro de 2021 e obtivemos os canais descritos na tabela abaixo.

Tabela 8 - Canais de Matemática do Youtube Edu por ordem de números de inscritos

Canal	Número de inscritos	Número de visualizações das videoaulas	Data de inscrição no Youtube
<i>Ferretto Matemática</i>	2,58 milhões	189.033.906	19/03/2014
<i>Matemática Rio com Prof. Rafael Procopio</i>	1,96 milhões	149.922.387	25/03/2010
<i>Guto Azevedo</i>	209 mil	23.105.929	22/09/2006
<i>José Marmontel</i>	179 mil	20.007.773	07/06/2009
<i>Toda a Matemática</i>	177 mil	6.003.309	22/02/2012
<i>Portal da Matemática- OBMEP</i>	133 mil	16.685.466	20/09/2013
<i>Matusalém Vieira Martins</i>	87,2 mil	19.317.164	15/02/2011
<i>Matemática com Prof. Warlisson</i>	62,6 mil	6.658.813	13/09/2009
<i>gusalberto8</i>	62,4 mil	14.130.542	10/03/2010
<i>cesar rosa</i>	35,4 mil	3.586.240	09/02/2011
<i>É Pra Copiar?</i>	33,1 mil	2.146.384	20/03/2014
<i>Bruno Glasses Matemática</i>	26,4 mil	4.058.852	06/06/2013
<i>Matemática com Prof. José Erlan</i>	24,3 mil	3.313.098	05/03/2011
<i>Edir Bessa</i>	16,9 mil	9.905.702	11/09/2008
<i>Heavy Metalmática</i>	10,6 mil	1.392.965	25/06/2009
<i>M3 Matemática Multimídia</i>	10,2 mil	1.369.056	11/03/2012
<i>Matematicatiago</i>	10 mil	900.799	27/02/2013
<i>Prof. Dr. Leo Akio</i>	6,66 mil	499.066	26/08/2007

Fonte: A Autora, 2021.

Seguindo nossa ordem de canais por números de inscritos, realizamos num **terceiro momento** uma verificação do objeto Equação do 2º grau nos canais que possuíam alcances diferentes na plataforma. Neste caso, denominamos os canais de: *canal A* e *canal B*. Escolhemos estes canais pela quantidade de pessoas inscritas, o primeiro com mais pessoas e o segundo com menos pessoas inscritas, pois, estes números revelam o alcance destes canais dentro da plataforma.

Ainda no **terceiro momento**, realizamos a busca do nosso objeto Equação do 2º grau nos canais mencionados no parágrafo anterior. Utilizamos da palavra-chave: “Equação do 2º Grau”. No *canal A* encontramos 19 (dezenove) videoaulas abordando o objeto Equação do 2º grau, já no *canal B* encontramos 5 (cinco) videoaulas sobre este objeto.

A partir dessa coleta de dados, ordenamos pelo número de visualizações destas videoaulas, como mostram as tabelas abaixo. Em seguida, realizamos a análise a priori das videoaulas, verificando os subtipos de tarefas apresentadas nas mesmas. Ressaltamos que essa verificação foi realizada no dia 16 de janeiro de 2021.

Tabela 9 - Videoaulas selecionadas para análise do canal A

Nº de visualizações	Duração	Nº de comentários	Data de postagem
Videoaula 1 921.479	1:05:34	1470	30/11/2015
Videoaula 2 401.855	27:55	546	11/09/2018
Videoaula 3 160.829	34:29	260	18/09/2018
Videoaula 4 29.924	8:44	28	10/02/2016
Videoaula 5 13.025	13:25	25	10/02/2016
Videoaula 6 10.747	4:27	56	24/08/2020
Videoaula 7 8.171	6:04	20	10/02/2016
Videoaula 8 6.793	8:37	13	10/02/2016
Videoaula 9 6.194	8:08	13	10/02/2016
Videoaula 10 5926	8:59	6	10/02/2016
Videoaula 11 4233	4:48	7	10/02/2016

Videoaula 12 3450	7:43	8	10/02/2016
Videoaula 13 3444	05:02	7	10/02/2016
Videoaula 14 2963	9:11	7	10/02/2016
Videoaula 15 2948	5:34	7	10/02/2016
Videoaula 16 2618	3:40	1	10/02/2016
Videoaula 17 2590	03:20	3	10/02/2016
Videoaula 18 2291	04:51	1	10/02/2016
Videoaula 19 2249	3:40	4	10/02/2016

Fonte: A Autora, 2021.

No canal A, percebemos que, o youtuber resolve várias questões acerca das equações do 2° grau em 15 (quinze) videoaulas e explana o conteúdo em 4 (Videoaula 1,2,3 e 6), além disso, não tivemos acesso ao número de curtidas de cada videoaula, pois, este dado foi ocultado pelo youtuber do canal A. Já no canal B encontramos 5 (cinco) videoaulas com o conteúdo das equações do segundo grau como mostra a tabela adiante.

Tabela 10 - Videoaulas selecionadas para análise do canal B

N° de visualizações	N° de Curtidas	Duração	N° de comentários	Data de Postagem
Videoaula 1 2290	65	25:48	4	13/06/2016
Videoaula 2 940	31	32:18	0	11/06/2016
Videoaula 3 390	16	14:01	1	12/06/2016
Videoaula 4 348	17	19:32	0	23/06/2016
Videoaula 5 274	9	14:09	0	23/06/2016

Fonte: A Autora, 2021.

No **quarto momento**, assistimos a todas as videoaulas e identificamos inicialmente os subtipos de tarefas presentes nas mesmas, o qual organizamos na tabela 11 abaixo.

Tabela 11 - Subtipos de tarefas encontradas nas videoaulas

Canal A			
Nome da videoaula	Subtipo de tarefa	Nome da videoaula	Subtipo de tarefa
Videoaula 1	T ₁ , T ₂ , T ₈ , T ₁₁	Videoaula 11	T ₈
Videoaula 2	T ₈ , T ₁ , T ₂	Videoaula 12	T ₈
Videoaula 3	T ₈	Videoaula 13	T ₉
Videoaula 4	T ₈	Videoaula 14	T ₁₁
Videoaula 5	T ₈	Videoaula 15	T ₁ , T ₈
Videoaula 6	T ₈	Videoaula 16	T ₈
Videoaula 7	T ₈	Videoaula 17	T ₈
Videoaula 8	T ₈	Videoaula 18	T ₉
Videoaula 9	T ₈	Videoaula 19	T ₈
Videoaula 10	T ₈		
Canal B			
Nome da videoaula		Subtipo de tarefa	
Videoaula 1		T ₈	
Videoaula 2		T ₁ , T ₃ , T ₂	
Videoaula 3		T ₈	
Videoaula 4		T ₄ , T ₈	
Videoaula 5		T ₈ , T ₄	

Fonte: A Autora, 2021.

No **quinto momento**, em razão do tempo de realização deste trabalho, impossibilitando realizar a análise de todas as videoaulas encontradas, realizamos então um refinamento. Foram selecionadas então, aquelas videoaulas que apresentavam subtipos de tarefas em comum em ambos os canais, portanto, selecionamos as videoaulas para análise de acordo com os seguintes critérios:

- Critério 1: **Subtarefas em comum**: Optamos pelas videoaulas que apresentaram o(s) mesmo (s) subtipo (s) de tarefa (s) em todo o vídeo, pois, poderíamos fazer um melhor comparativo de ambos os canais na análise praxeológica.
- Critério 2: **Tempo de duração**: Selecionamos pares de videoaulas que possuíam um tempo de duração maior na tentativa de obtermos informações mais ricas em nossas análises.

Utilizando esses dois critérios, encontramos apenas o subtipo de tarefa **T₈** em comum a ambos os canais e que foi explorada em todo o vídeo. Em relação

ao tempo de duração pudemos selecionar dois pares de videoaulas para análise de acordo com os critérios, os quais destacamos na tabela 12 abaixo.

Tabela 12 - Videoaulas selecionadas para análise

Canal A	
Subtipo de tarefa em comum T ₈ .	Videoaula 3 e 5.
Canal B	
Subtipo de tarefa em comum T ₈ .	Videoaula 1 e 3.

Fonte: A Autora, 2021.

No **sexto e último momento**, após a seleção das videoaulas partimos para a análise, que destacamos no capítulo a seguir.

4 ANÁLISE DOS DADOS

Nesta seção, apresentamos os resultados das análises de nossa investigação a partir do referencial teórico adotado. Para tanto, mostramos as análises praxeológicas do objeto videoaulas sobre equação do segundo grau da instituição YouTube Edu.

Sendo assim, com o objetivo de respondermos ao nosso problema de pesquisa, bem como, alcançarmos os objetivos delineados, dividimos essa seção em duas partes.

A primeira parte está destinada para análise praxeológica das videoaulas que apresentaram subtipos de tarefas em comum em ambos os canais, estas foram selecionadas conforme descrevemos em nossa metodologia. Nesta parte, analisamos as videoaulas à luz da Teoria Antropológica do Didático, particularmente a partir da natureza dos objetos matemáticos e do funcionamento da atividade matemática em torno do objeto videoaula sobre equação do segundo grau. Na segunda parte, analisamos as praxeologias didáticas presentes nas videoaulas, para tal análise, nos utilizamos dos seis momentos de estudos propostos por Chevallard (1999).

Ressaltamos que, a identificação dos objetos ostensivos e não-ostensivos presentes nessas videoaulas foi realizada no decorrer das praxeologias matemáticas e didáticas evidenciadas nos vídeos. Em nossa análise praxeológica nos respaldando em critérios, os quais detalharemos a seguir.

4.1 Critérios para análise

As duas etapas descritas anteriormente em nossa metodologia foram analisadas de acordo com critérios estabelecidos. Tendo como embasamento o referencial teórico, o qual apresentaremos adiante.

A primeira etapa da categoria se refere a praxeologia matemática (organização matemática), ou seja, os tipos e subtipos de tarefas, as técnicas, a tecnologia e a teoria presente nas videoaulas. Os elementos da organização

matemática serviram como norteadores para análise das videoaulas dos canais dos professores youtubers: *Canal A* e o *Canal B*. No quadro abaixo, apresentamos os critérios para avaliação a priori de uma praxeologia ou organização matemática.

Quadro 1 - Critérios para avaliação a priori de uma organização matemática

Elementos da Praxeologia	Critérios adotados
Tarefa (T)	<ul style="list-style-type: none"> • Identificação • Razão de Ser • Pertinência
Técnica (τ)	<ul style="list-style-type: none"> • Elaboração • Facilidade • Alcance • Confiabilidade • Possibilidade de evolução
Tecnologia e Teoria [θ , Θ]	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentação e justificativa do enunciado • Forma de justificativa: canônica ou não • Adaptação às condições de uso • Tipo de justificativa • Existência de elementos teóricos explícitos ou implícitos

Fonte: Ferreira, 2019.

Além disso, realizamos a análise das praxeologias didáticas (organizações didáticas) dessas videoaulas, tomando como critérios de análise os momentos de estudos proposto por Chevallard (1999) os quais sintetizamos na tabela a seguir.

Tabela 13 - Momentos de estudos proposto por Chevallard (1999)

Momentos de estudos propostos por Chevallard (1999)	
Primeiro momento:	Primeiro encontro com a OM que está em jogo.
Segundo momento:	Exploração do tipo de tarefa e da elaboração de uma técnica relativa ao tipo de tarefa.
Terceiro momento:	Constituição do entorno tecnológico-teórico.
Quarto momento:	Trabalho com a técnica
Quinto momento:	Institucionalização
Sexto momento:	Avaliação

Fonte: A Autora, 2021.

Em relação aos ostensivos e não ostensivos, segundo Bosch e Chevallard (1999) *apud* Santos (2019, p.100) “tantos os objetos ostensivos como os não-ostensivos são formas de representação que servem para fazer, explicar e justificar o que se faz em uma organização matemática”. Portanto, tomando como suporte nosso referencial teórico, a TAD, verificamos também, os ostensivos e não-ostensivos presentes nas videoaulas selecionadas à medida que fomos analisando as praxeologias didáticas e matemáticas desses vídeos.

4.2 Praxeologias matemáticas das videoaulas

Como discutimos em nosso referencial teórico, para Chevallard (1999), na TAD, toda atividade humana pode ser definida pela ideia de praxeologia, que está fundamentada nos conceitos de tipos de tarefas a serem realizadas, das técnicas utilizadas na realização desses tipos de tarefas, das tecnologias que justifiquem as técnicas e das teorias que justificam/explicam as tecnologias. Quando desejamos descrever uma atividade matemática a partir dessa perspectiva, temos então uma praxeologia matemática ou organização matemática.

Analisamos inicialmente as praxeologias matemáticas evidenciadas em videoaulas que possuíam o subtipo de tarefa T_8 comum a ambos os canais que estamos analisando.

- *Praxeologia matemática do tipo de tarefa T_8 – Videoaula 1 do Canal B.*

Na **videoaula 1** do canal B intitulada por “*Fórmula de Bhaskara*” por *Geometria (Complemento de Quadrados)*”, o professor inicia a videoaula apresentando a fórmula de resolução de qualquer equação do segundo grau. O professor apresenta então, a fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ressaltando que, muito embora aqui no Brasil ela seja conhecida como fórmula de “Bhaskara”, um importante matemático indiano do século XII, este não foi o idealizador da fórmula.

Em seguida, o professor deduz a fórmula resolvente pelo método de completamento de quadrados e posteriormente resolve a cinco tarefas do tipo: *Resolver uma equação do segundo grau*. As cinco tarefas são de um mesmo subtipo de tarefa, a saber: **T₈**: $ax^2 + bx + c = 0$. São elas:

- $L^2 + 2L + 3 = 0$
- $\frac{1x^2}{3} - 2x + 3 = 0$
- $m^2 + 2m + 3 = 0$
- $4x^2 - 9x + 2 = 0$
- $x^2 + 19 + 20x = 0$

O professor utiliza de uma mesma técnica nos subtipos de tarefa. A técnica principal utilizada pelo professor youtuber é a da fórmula de “Bhaskara”, ou seja, a **T_{BAS}**. Há também o uso de uma técnica secundária, a **T_{DRE}**, esta é utilizada quando o professor desenvolve a expressão da fórmula resolvente para se chegar as soluções das equações.

Em relação ao entorno tecnológico-teórico, este pode ser evidenciado de maneira explícita quando o professor utiliza da propriedade da radiciação e da transposição de termos no desenvolvimento da equação, mas, ele não aprofunda, nem retoma a explicação desses elementos tecnológicos-teóricos. Realizamos uma tabela-síntese com a praxeologia matemática evidenciada na videoaula 1 do Canal B.

Tabela 14 - Síntese da praxeologia matemática em torno do subtipo de tarefa **T₈** da videoaula 1 do canal B

Tipo de tarefa: <i>Resolver uma equação do segundo grau.</i>		
Subtipo de tarefa	Técnicas	Entorno tecnológico-teórico
T₈ : $ax^2 + bx + c = 0$	T_{BAS} : Fórmula de Bhaskara T_{DRE} : Desenvolver ou reduzir expressões.	θ_{POI} : Propriedade das operações inversas em IR (conjunto dos números reais) ou leis da transposição de termos. θ_{PR} : Propriedade da radiciação.

Fonte: A Autora, 2021.

Analisando a praxeologia matemática desta videoaula, podemos perceber o privilégio da técnica T_{BAS} em todo o vídeo. O professor youtuber não faz menção, nem utiliza de outras técnicas para resolver o subtipo de tarefa T_8 : $ax^2 + bx + c = 0$, deixando essa falta de informação e uma certa limitação de resolução para quem assiste a essa videoaula.

A partir da praxeologia matemática, podemos identificar também, alguns ostensivos: o ostensivo “*figura*”, quando o professor faz uso da figura plana *quadrado* para demonstrar a fórmula resolutive de “Bhaskara”. Há presença de ostensivos algébricos no processo de resoluções dos exemplos resolvidos quando o professor realiza manipulações algébricas no cálculo das equações.

Em se tratando dos recursos didáticos utilizados pelo professor na produção da videoaula disponibilizada na plataforma YouTube Educação, tornando-a um material público e de livre acesso a quem deseja estudar sobre o conteúdo em questão, verificamos que nessa videoaula classificada como videoaula tradicional filmada, pelo fato de ser gravada em uma sala de aula, os recursos são limitados em: quadro, giz, filmadora e um microfone ambiente.

Quem assiste ao vídeo percebe que há falta de alguns ostensivos tecnológicos de edição⁶ na produção dessa videoaula, como por exemplo: um microfone de lapela ou condensador para captura apenas da voz do professor, deixando assim, o vídeo sem ruídos do ambiente externo, a falta desse recurso tecnológico gera um desconforto por parte de quem assiste, o barulho do ambiente externo foi criticado por um usuário, ao comentar no vídeo: “Turma zuadenta!!!”. Todas as videoaulas analisadas do canal do *B* foram gravadas no ecossistema⁷ sala de aula, com limitados ostensivos recursos didáticos e tecnológicos de edição.

6 Apontamos como *ostensivos tecnológicos de edição* os recursos tecnológicos utilizados pelo produtor do vídeo na edição da videoaula.

7 Entendemos ecossistema como sendo o local onde se desenvolve um determinado sistema que possui uma ecologia própria. (BESSA DE MENEZES, 2010, p.71)

Retiramos por meio de captura de tela, alguns ostensivos apresentados na videoaula 1 do canal B, segue na figura 7 abaixo. Ressaltamos que, as capturas de telas foram replicadas em um outro software para preservarmos a identidade dos canais do Youtube analisados.

Figura 6 - Registros do ostensivo figura e de ostensivos algébricos na videoaula 1 do canal B

13/06
 FÓRMULA DE RESOLUÇÃO
 DE QUALQUER EQ. 2º-GRAU
 $ax^2 + bx + c = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

FÓRMULA DE "BHÁSKARA"

DEDUÇÃO:
 $\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a}$
 $x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0 + \frac{b^2}{4a^2}$

x	x^2	$\frac{bx}{2a}$
$\frac{b}{2a}$	$\frac{bx}{2a}$	$\frac{b^2}{4a^2}$

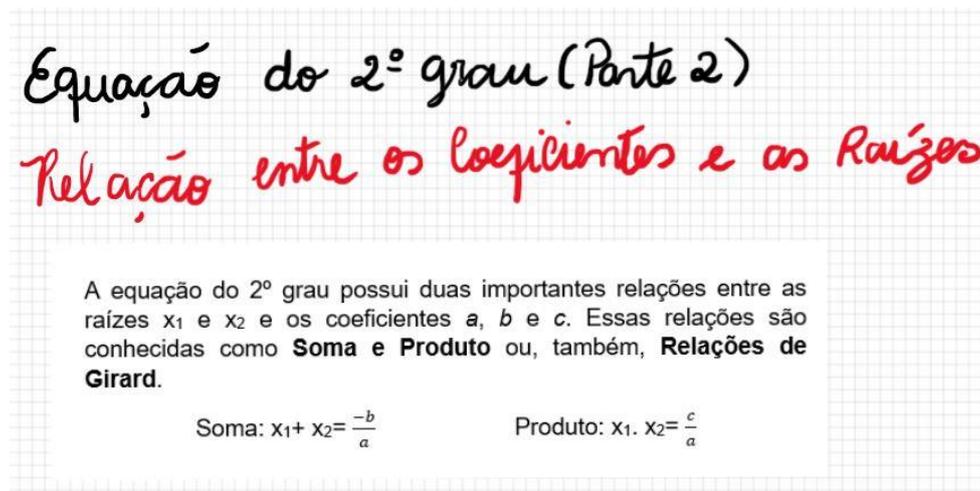
Fonte: A Autora, 2021.

Os objetos ostensivos evidenciados nesta videoaula são comandados pelos objetos não ostensivos, isto é, por meio da noção de equação e das propriedades da figura plana quadrado.

- *Praxeologia Matemática do tipo de tarefa T₈ – Videoaula 3 do Canal A.*

Na **videoaula 3** do canal A intitulada por “EQUAÇÃO DO 2º GRAU (Parte 2): Bháskara e Soma e Produto” o professor começa a aula trazendo duas relações entre os coeficientes e as raízes das equações do segundo grau, estas, são chamadas por ele de: soma e produto ou também conhecidas por relações de Girard. Ele apresenta as duas relações como mostra a figura 8 adiante, mas, não as demonstra.

Figura 7 - Relações entre os coeficientes e as raízes de uma equação do 2º grau apresentadas pelo canal A



Fonte: A Autora, 2020.

Em seguida, o professor lembra que, os valores de a , b e c são os valores que devem ser substituídos nessas relações e estes são os coeficientes da equação do segundo grau dada. Ele continua a aula, lembrando que numa equação do segundo grau do tipo completa $ax^2 + bx + c = 0$ o valor do “a” é sempre o número que acompanha o x^2 , o “b” é o número que acompanha o x e “c” o termo independente da equação.

O subtipo de tarefa presente em toda videoaula é a mesma, a saber: **T₈**: $ax^2 + bx + c = 0$. No primeiro encontro com esse subtipo de tarefa, a técnica utilizada pelo professor é a de soma e produto das raízes, iremos chamar de **T_{SP}**, pois é uma técnica que não foi apresentada antes nos trabalhos que encontramos em se tratando do objeto equação do 2º grau.

Mais adiante iremos apresentar um quadro com as praxeologias matemáticas ou organizações matemáticas em que se faz uso dessa “nova técnica”, a **T_{SP}**.

Continuando a videoaula, o professor substitui os valores dos coeficientes nas relações de Girard e realiza o cálculo mentalmente, não fazendo menção de que nesse tipo de tarefa, poderíamos utilizar de uma técnica secundária, por exemplo, utilizar do sistema de equações com duas incógnitas. Essa falta de informação é registrada por um usuário ao comentar no vídeo “*não é mais fácil*

transformar a soma e o produto em um sistema de equações?” Mas, não se tem respostas quanto ao comentário por parte do professor nem de outros usuários.

Ao realizar o cálculo mentalmente nas relações de Girard, o professor youtuber encontra então as duas raízes da equação.

Figura 8 - Registros da técnica T_{SP} utilizada no tipo de tarefa T_8 na videoaula do canal A

Example 1:

$$1x^2 + 3x - 10 = 0$$

$a = 1$ $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \Rightarrow \underline{(2)} + \underline{(-5)} = -3$
 $b = 3$
 $c = -10$ $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow \underline{(2)} \cdot \underline{(-5)} = -10$

$$S = \{-5, 2\}$$

Fonte: A Autora, 2020.

No exemplo 2 da videoaula, é um subtipo de tarefa do mesmo tipo do exemplo 1 (T_8) na seguinte forma: $3x^2 - 6x + 5 = 0$. O professor youtuber, utiliza da mesma técnica utilizada no exemplo anterior (T_{SP}), se utilizando da soma e produto das raízes da equação, chamadas por ele, de relações de Girard. Ele não chama atenção a situação do “a” ser diferente de 1, o que deixa a entender que a soma e produto resolve facilmente a qualquer equação do segundo grau.

Sequencialmente é apresentado uma forma de determinar a equação do segundo grau dado suas raízes, ilustramos essa parte da videoaula que traz essa determinação na figura a seguir, porém, não iremos adentrar nessa parte da videoaula, visto que, a tarefa que estamos analisando é a de: *Resolver uma equação do segundo grau.*

Figura 9 - Registro da videoaula 3 do canal A

Determinação da Equação do 2º Grau

Se x_1 e x_2 são as raízes de uma equação do 2º grau, então essa equação pode ser escrita como:

$$X^2 - Sx + P = 0$$

$S = x_1 + x_2$
 $P = x_1 \cdot x_2$

$$\underline{x_1} + \underline{x_2} = \frac{-b}{a}$$

$$\underline{x_1} \cdot \underline{x_2} = \frac{c}{a}$$

Fonte: A Autora, 2020.

Após apresentar uma forma de determinar a equação do segundo grau dada suas raízes, o professor youtuber do canal A, resolve um exemplo sobre esse tipo de tarefa. Ao terminar esse tipo de tarefa, o professor segue resolvendo alguns exemplos com problemas contextualizados envolvendo as equações do segundo grau. Antes de resolver a esses problemas, o professor ressalta que, os problemas que serão resolvidos em seguida do tipo de tarefa: *Resolver uma equação do segundo grau* estes deverão ser resolvidos por meio das técnicas: **TBAS e TSP**.

No próximo exemplo resolvido pelo professor, pudemos analisar através dos registros da figura 10, o uso da **TBAS** para resolver a **T₈**. Há utilização de técnicas secundárias, como por exemplo: o desenvolvimento ou redução de expressões (**TDRE**), a transposição de termos ou coeficientes e inverter as operações (**TTTC**).

Figura 10 - Registro do uso da técnica T_{BAS} na videoaula 3 do canal A

O produto da idade de Pedro pela idade de Augusto é igual a 374. Pedro é 5 anos mais velho do que Augusto. Quantos anos tem cada um deles?

$$\begin{cases} P \cdot A = 374 \rightarrow (A+5) \cdot A = 374 \\ P = A+5 \end{cases} \Rightarrow 1A^2 + 5A - 374 = 0$$

$a=1$ $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
 $b=5$ $\Delta = 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-374)$
 $c = -374$ $\Delta = 25 + 1496$
 $\Delta = 1521$

$A = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ $\Delta = \frac{-5 \pm \sqrt{1521}}{2} = \frac{-5 \pm 39}{2}$

$A_1 = 17 \text{ anos}$
 $A_2 = -22 \text{ anos}$

374
 $\times 4$
 $\hline 1496$

$30 \cdot 30 = 900$
 $40 \cdot 40 = 1600$
 $37 \cdot 37 = 1369$
 $39 \cdot 39 = 1521$

Fonte: A Autora, 2020.

No último exemplo resolvido pelo professor, este agora faz uso de uma outra técnica para resolver a equação do 2º grau, como bem colocamos na figura 11. A técnica utilizada por ele é a T_{SP} (soma e produto das raízes). Cabe ressaltar que, em nenhum exemplo resolvido pelo professor tivemos o caso de uma raiz quadrada negativa, o que deixa essa falta de informação para os usuários que assistem ao material.

Através das figuras 9 e 10 obtivemos alguns registros da videoaula 3 do canal A, observamos então, a presença de alguns ostensivos: os algébricos e numéricos. Os ostensivos algébricos são evidenciados no desenvolvimento do cálculo da resolução da equação, esta por sua vez, ao se utilizar da técnica T_{SP} faz-se uso dos ostensivos numéricos quando utiliza da soma e do produto para encontrar então, os resultados que satisfazem as duas condições das relações de Girard.

Consideramos também, como ostensivos os recursos tecnológicos de edição utilizados pelo professor youtuber na produção desta videoaula. Pudemos perceber os ostensivos: mesa digitalizadora, software de edição de áudio/vídeo e um microfone condensador, pois, não possui nenhum ruído do ambiente em que foi gravado.

Diferentemente da videoaula do canal B, em que um usuário reclama dos ruídos do ambiente, no canal A, um dos usuários que assistiu a videoaula, mostrou curiosidade em saber sobre esses ostensivos tecnológicos de edição utilizados pelo professor. Podemos comprovar na fala a seguir:

Usuário 1: Qual programa você usa para gravar suas aulas, faz um tutorial pra gente aí, com dicas da mesa digitalizadora, e esse programa que vc aparece durante a apresentação.

Os objetos ostensivos evidenciados nesta videoaula são comandados pelos objetos não ostensivos, isto é, por meio da noção de equação do segundo grau, da adição e multiplicação de números inteiros. Retiramos alguns registros desses ostensivos como mostra a figura 11 adiante.

Figura 11 - Registro do uso da técnica T_{SP} e dos ostensivos algébricos e numéricos na videoaula 3 do canal A

Exemplo 2
Um homem caminhou 240 km em uma certa viagem. Se caminhasse mais 4 km por dia, teria gasto dois dias a menos na viagem. Quantos dias gastou na viagem e quantos quilômetros andou por dia?

d : Distância / Dia
 x : N° de Dias

$(d+4) \cdot (x-2) = 240$
 $(d+4) \cdot (x-2) = dx$
 $(\div 2) dx - 2d + 4x - 8 = dx$
 $2x - d = 4$
 $d = 2x - 4$

$(2x-4) \cdot x = 240$
 $2x^2 - 4x - 240 = 0 (\div 2)$
 $1x^2 - 2x - 120 = 0$
 $(-10) + (12) = +2$
 $(-10) \cdot (12) = 120$
 $x_1 = -10$ $x_2 = 12$ DIAS
 $d = 24 - 4 \Rightarrow d = 20$

Fonte: A Autora, 2020.

Percebemos também que na prática do professor, este resolve aos tipos de tarefa se utilizando de uma técnica, muito embora, em sua fala, deixe claro que para resolver aquele tipo de tarefa poderia ser utilizada uma outra técnica também. Em nenhuma tarefa realizada pelo professor na videoaula, ele utiliza das duas técnicas mencionadas por ele para mostrar ao usuário o comportamento das duas técnicas no mesmo tipo de tarefa.

Por fim, realizamos uma tabela-síntese com a praxeologia matemática evidenciada na videoaula 3 do canal *Ferretto Matemática*.

Tabela 15 - Síntese da praxeologia matemática em torno do subtipo de tarefa T8 da videoaula 3 do canal A

Tipo de tarefa: <i>Resolver uma equação do segundo grau.</i>		
Subtipo de tarefa	Técnicas	Entorno tecnológico-teórico
T₈ : $ax^2 + bx + c = 0$	T_{BAS} : Fórmula de Bháskara T_{SP} : Soma e produto das raízes. T_{DRE} : Desenvolver ou reduzir expressões.	θ_{POI} : Propriedade das operações inversas em IR (conjunto dos números reais) ou leis da transposição de termos. θ_{PR} : Propriedade da radiciação.

Fonte: A Autora, 2021.

A partir da praxeologia matemática evidenciada na videoaula 3 do canal A pudemos identificar uma técnica ainda não havia sido explorada nos trabalhos de Bessa de Menezes (2010) e Almeida (2016), a T_{SP}.

A técnica T_{SP} (soma e produto das raízes) é utilizada pelo professor youtuber, também chamada por: Relações de Girard. Porém, ao analisarmos a praxeologia matemática do professor, percebemos que este não resolveu nenhuma tarefa se utilizando das T_{SP} e T_{BAS} para mostrar a quem assiste o comportamento dessas técnicas no mesmo tipo de tarefa: *Resolver equações do segundo grau*. Este fato, pode gerar dúvidas por parte de quem assiste e isso pode ser identificado quando analisarmos a praxeologia didática desta videoaula. Relatamos mais sobre essas questões na praxeologia didática.

- *Praxeologia Matemática do tipo de tarefa T₈ – Videoaula 3 do Canal B.*

Na videoaula 3 do canal *B* intitulada por: *Equação do 2º grau 02- Completamento de quadrados*, o professor inicia a videoaula mostrando a técnica do completamento de quadrados (TcQ) para a tarefa: *Resolver uma equação do segundo grau*.

O professor inicia a videoaula trazendo a tarefa: Resolver uma equação do segundo grau, na forma: $x^2 + 2x = 15$. A técnica utilizada por ele nesse exemplo é a TcQ. O professor desenha a figura plana quadrado e começa a explicar que, a partir da figura plana, a técnica TcQ pode ser utilizada para resolver a equação do segundo grau.

Na justificativa da técnica, o professor recorre para a parte geométrica, no caso, do esboço da figura. Na parte algébrica, é utilizado a ideia do trinômio quadrado perfeito. Ele faz então, relações das equações do segundo grau com a figura desenhada e o trinômio quadrado perfeito. Essa mesma técnica é utilizada igualmente em cinco exemplos resolvidos pelo professor ao decorrer do vídeo.

Em se tratando dos objetos ostensivos e não-ostensivos evidenciados nesta videoaula 3 do canal B, podemos identificar o ostensivo figura, este faz uso da figura plana quadrado para explorar a técnica TcQ. Há presença de ostensivos algébricos no processo de manipulação algébrica dos cálculos da equação.

Os ostensivos tecnológicos de edição utilizados pelo professor na produção dessa videoaula são os mesmos da videoaula 1 do canal B, o qual analisamos anteriormente. Na produção dessas videoaulas foram utilizados os ostensivos: lousa, giz, apagador, microfone e câmera filmadora.

Os objetos ostensivos evidenciados nesta videoaula são comandados pelos objetos não-ostensivos, isto é, por meio da noção de equação do segundo grau, das propriedades da figura plana quadrado e do trinômio quadrado perfeito. Esses objetos ostensivos podem ser comprovados pelo registro da figura 12 adiante.

Figura 12 - Registros dos ostensivos evidenciados na videoaula 3 do Canal B

COMPLETAMENTO DE QUADRADOS

$$x^2 + 2x + 1 = 15$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

Fonte: A Autora, 2021.

Ao analisarmos a videoaula 1 do canal B em abril de 2021, a mesma possuía apenas um comentário, o usuário que assistiu a essa videoaula escreveu: “*Aula boa e professor que sabe, mas os alunos...*”, através desse comentário e ao identificarmos os ostensivos utilizados pelo professor, fica nítido o desconforto por parte de quem assiste ao vídeo.

O barulho captado na videoaula poderia ser evitado, como comentamos anteriormente, caso o professor tivesse utilizado de outros ostensivos tecnológicos de edição ao produzir sua videoaula, como por exemplo, um ostensivo microfone condensador, eliminando-se assim, os ruídos do ambiente. Para os usuários que assistem a videoaula, há esse desconforto em relação ao áudio.

Por fim, realizamos uma tabela síntese com a praxeologia matemática evidenciada na videoaula 3 do canal B.

Tabela 16 - Síntese da praxeologia matemática em torno do subtipo de tarefa T8 da videoaula 3 do canal B

Tipo de tarefa: <i>Resolver uma equação do segundo grau.</i>		
Subtipo de tarefa	Técnicas	Entorno tecnológico-teórico
T ₈ : $ax^2 + bx + c = 0$	T _{CCQ} : Completar quadrados;	θ POI: Propriedades das operações inversas em \mathbb{R} (conjuntos dos números reais) ou leis da transposição de termos.

		<p>θ_{PR}: Propriedade da radiciação.</p> <p>θ_{TQP}: Propriedade do trinômio quadrado perfeito.</p>
--	--	--

Fonte: A Autora, 2021.

A partir da praxeologia matemática da videoaula 3 do canal B, pudemos identificar um novo elemento tecnológico, a tecnologia θ_{TQP} (propriedade do trinômio quadrado perfeito), justificando a técnica **T_{CQ}**. Assim como no canal A, o professor do canal B também não faz uso simultaneamente de duas técnicas por exemplo, com o objetivo de mostrar ao usuário que assiste a possibilidade e comportamento de uma técnica no mesmo tipo de tarefa.

- *Praxeologia Matemática do tipo de tarefa T₈ – Videoaula 5 do Canal A*

Na videoaula 5 do canal A, intitulada por “Equação do 2 grau- Questão 4” é explorado a tarefa resolver uma equação do segundo grau numa questão de vestibular, no qual, em seu processo de resolução, recai a uma equação do segundo grau do subtipo de tarefa T₈: $ax^2 + bx + x = 0$. O professor apresenta a questão de vestibular, esta contextualizada, em seguida, realiza a interpretação do problema e sua resolução.

No momento de resolução do subtipo de tarefa T₈: $ax^2 + bx + x = 0$, o professor utiliza da técnica **T_{BAS}** para resolver a equação, não mencionando, por exemplo, a possibilidade de outras técnicas para resolução deste tipo de tarefa.

Os objetos ostensivos presentes nessa videoaula foram: os ostensivos algébricos, estes utilizados em todo o processo do cálculo algébrico de resolução da tarefa. Evidenciamos também, os ostensivos tecnológicos de edição: editor de vídeo, mesa digitalizadora e microfone condensador. Nos comentários dessa videoaula, nenhum usuário escreveu algo relacionado aos ostensivos

tecnológicos de edição, mas, em relação aos ostensivos algébricos, muitos relataram dúvidas em relação a estes ostensivos e ficaram sem respostas do canal A.

Outro ostensivo utilizado pelo professor youtuber foi o ostensivo 'calculadora', este ostensivo foi utilizado para realizar algumas operações no processo algébrico de resolução da equação. Em se tratando dos objetos não-ostensivos estes foram evidenciados por meio da noção de equação do segundo grau.

Realizamos uma captura de tela da videoaula que comprova a técnica e os ostensivos utilizados pelo professor na resolução da tarefa ao decorrer da videoaula, vejamos na figura 13 a seguir.

Figura 13 - Registro da técnica T_{BAS} utilizada para resolver o subtipo de tarefa $ax^2 + bx + c = 0$

(Ueg) O dono de uma lanchonete comprou uma certa quantidade de sanduíches naturais por R\$ 180,00 e vendeu todos, exceto seis, com um lucro de R\$ 2,00 por sanduíche. Com o total recebido, ele comprou 30 sanduíches a mais que na compra anterior, pagando o mesmo preço por sanduíche. Nessas condições, o preço de custo de cada sanduíche foi de:

a) R\$ 6,00
b) R\$ 5,00
c) R\$ 3,00
d) R\$ 2,00

$$\begin{cases} V = \left(\frac{180}{n}\right) \\ (n-6) \cdot (V+2) = (n+30) \cdot V \end{cases}$$

$$(n-6) \cdot \left(\frac{180+2n}{n}\right) = (n+30) \cdot \frac{180}{n}$$

$$(n-6) \cdot \left(\frac{180+2n}{n}\right) = (n+30) \cdot \frac{180}{n}$$

$$180n + 2n^2 - 1080 - 12n = 180n + 5400$$

$$2n^2 - 12n - 6480 = 0 (\div 2)$$

$$1n^2 - 6n - 3240 = 0$$

$$\begin{aligned} a &= 1 & \Delta &= b^2 - 4 \cdot a \cdot c \\ b &= -6 & \Delta &= (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3240) \\ c &= -3240 & \Delta &= 36 + 12960 \\ & & \Delta &= 12996 \end{aligned}$$

$$n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} = \frac{6 \pm 114}{2}$$

$$n_1 = 60 \quad n_2 = -54$$

Fonte: A Autora, 2021.

A partir da figura 13 acima, podemos observar os ostensivos presentes nessa videoaula, bem como, a partir da análise da praxeologia matemática evidenciada no vídeo, realizamos uma tabela-síntese da videoaula 5 do canal A.

Tabela 17 - Síntese da praxeologia matemática em torno do subtipo de tarefa T8 da videoaula 5 do canal A

Tipo de tarefa: <i>Resolver uma equação do segundo grau.</i>		
Subtipo de tarefa	Técnicas	Entorno tecnológico-teórico
T₈ : $ax^2 + bx + c = 0$	T_{BAS} : Fórmula de Bháskara T_{DRE} : Desenvolver ou reduzir expressões.	θ_{POI} : Propriedade das operações inversas em IR (conjunto dos números reais) ou leis da transposição de termos. θ_{PR} : Propriedade da radiciação.

Fonte: A Autora, 2021.

Analisando a praxeologia matemática da videoaula 5 do canal A, pudemos identificar uma limitação e privilégio pelo uso de apenas uma técnica, a T_{BAS}. O professor youtuber não menciona para os usuários a possibilidade de uso de outras técnicas. Em relação a técnica utilizada por ele, a T_{BAS}, alguns usuários relataram dúvidas e estes ficaram sem respostas.

A partir da praxeologia matemática realizada pelo professor e pelo feedback dos alunos em relação a videoaula, percebemos que, por mais completa que a videoaula seja, o aluno/estudante/usuário, dúvidas podem surgir quanto ao uso de técnicas e elementos tecnológicos-teóricos, então, por mais completo que esse recurso didático seja, a ação docente se faz ainda mais necessária.

A seguir, apresentamos as praxeologias didáticas das videoaulas em análise.

4.3 Praxeologias didáticas das videoaulas

- *Praxeologia Didática do tipo de tarefa T₈ – Videoaula 1 do Canal B.*

O primeiro momento de estudo – encontro com o tipo de tarefa T₈ esse momento aconteceu no instante 11:51s da videoaula, momento em que o

professor inicia a resolução de exemplos que envolvem o subtipo de tarefa **T₈**. O professor apresenta a equação do segundo grau e começa o processo de realização da tarefa.

Como relatamos em nossa fundamentação teórica, Chevallard (1999) considera que esse primeiro encontro ou reencontro, poderá acontecer diversas vezes e de formas diferentes. Na videoaula em análise, esse reencontro com o tipo de tarefa **T₈** acontece por mais quatro vezes, especificamente nos instantes: 17:39, 20:58, 22:19 e 23:45 s do vídeo.

No instante 17:39s da videoaula, têm-se o primeiro reencontro com o subtipo de tarefa **T₈** na seguinte forma: $\frac{1x^2}{3} - 2x + 3 = 0$. Transcrevemos abaixo um pequeno trecho de um dos reencontros com o tipo de tarefa **T₈**. Convém frisar que, essa videoaula 1 do canal *B* foi gravada no ecossistema sala de aula. Na transcrição a seguir, trouxemos trechos do primeiro reencontro, apresentando falas do professor e dos alunos.

P: Pra tirar esse um terço e simplificar é mais fácil multiplicar a equação toda por 3.

A: Por que?

P: Vou explicar porque.

P: Porque quando você multiplica 3 vezes um terço quanto que dá? Dá um.

P: Então três vezes um terço vezes x quadrado é quanto?

A: Um

P: Um x quadrado. Quanto que é três vezes menos dois. Menos 6 x. Quanto que é 3 vezes mais 3?

A: Nove.

P: Mais 9 igual a zero. É mais fácil trabalhar com essa equação ($x^2 - 6x + 9 = 0$) do que um com um terço ali. Deu pra entender?

Verificamos através desse trecho da videoaula, que a intenção do professor foi simplificar a equação, pois, facilita no desenvolvimento da técnica para este tipo de tarefa. Podemos perceber também que, na verbalização do professor, o fato de simplificarmos as equações, quando aparecem frações em algum dos coeficientes, torna o processo de resolução mais fácil para os alunos.

No instante 20:58s temos o segundo reencontro, o subtipo de tarefa **T₈**, se apresenta na forma $m^2 + 2m + 3 = 0$. Neste reencontro, o professor não comenta nada e parte para o segundo momento de estudo. No próximo reencontro 22:19s com a **T₈** na forma $4x^2 - 9x + 2 = 0$ acontece a mesma coisa

e imediatamente é iniciado o segundo momento de estudo sem comentários sobre.

No último reencontro com o mesmo subtipo de tarefa presente no vídeo, instante 23:45s, o subtipo de tarefa **T₈** é apresentado na forma: $x^2 + 19 + 20x = 0$. Como houve uma mudança apenas de posição dos coeficientes da equação, o professor faz alguns comentários sobre esta equação antes de iniciar o segundo momento de estudo, retiramos alguns trechos desse momento:

P: Esse aí geral vai errar. Quanto que vale a? Um. Quanto que vale b? (risos).

A: 19? É 19.

P: Não

A: É o 20.

P: “b” é o número que multiplica x.

A: Não tem C então?

P: E quanto que vale c?

A: 19.

P: 19.

P: Ué, é o que vocês perceberam aqui né? Não depende da ordem né? Depende só dos coeficientes. Casquinha de banana oh, casca de banana, várias cascas de banana ao mesmo tempo (risos) aí ai ai ai ai..

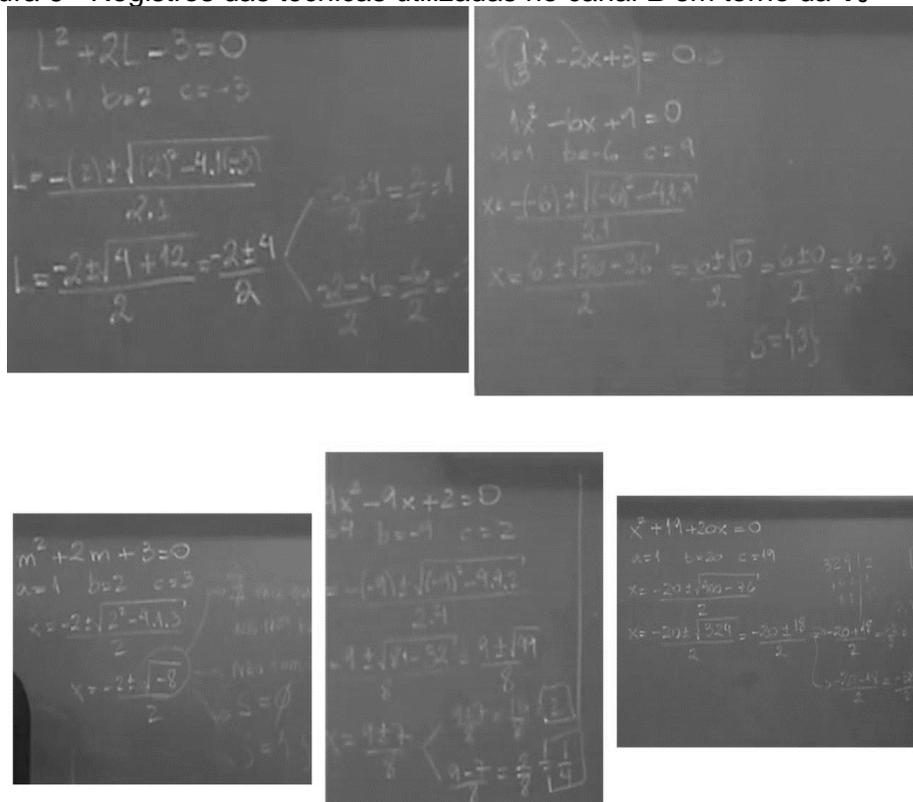
Percebemos que o professor dialoga com os alunos, isso acontece tanto no primeiro, quanto nos reencontros com esse tipo de tarefa, o professor explora a tarefa buscando o envolvimento e participação dos alunos.

O **segundo momento de estudo**- *exploração do tipo de tarefa e da elaboração de uma técnica relativa ao tipo de tarefa* - este momento é evidenciado quando o professor começa a explorar a tarefa a partir do uso da técnica **T_{Bas}** denominada pelo professor de fórmula de “Bhaskara”. No entanto, percebemos que, em todos os reencontros que aconteceram com esse tipo de tarefa a técnica utilizada pelo professor foi a mesma. Ou seja, há um privilégio do uso de uma técnica para esse tipo de tarefa, mesmo não sendo a mais econômica e eficaz⁸. O professor não faz menção, nem utiliza de outra (s) técnica (as) na resolução desse tipo de tarefa.

⁸ Aqui recorreremos a Barquero, Bosch, Gascón (2013) para o entendimento de o que seria uma técnica econômica e eficaz.

Os registros desse segundo momento são comprovados na figura 14 a seguir, mostrando o primeiro momento, os demais reencontros da tarefa e o uso da mesma técnica para exploração desse tipo de tarefa.

Figura 6 - Registros das técnicas utilizadas no canal B em torno da T₈



Fonte: Youtube, 2020.

Portanto, podemos concluir que a técnica utilizada pelo professor nesse segundo momento de estudo se limita ao uso de apenas uma técnica, a T₈AS.

O **terceiro momento de estudo- constituição do entorno tecnológico-teórico**- esse momento acontece depois da elaboração da técnica. Ao iniciar a videoaula, o professor do Canal B apresenta a fórmula de “Bhaskara”, o professor chama a atenção ao apresentar a fórmula trazendo alguns conceitos históricos e em seguida deduz a fórmula pelo completamento de quadrados, esse entorno tecnológico-teórico é vivenciado bem no início da videoaula.

O fato desse terceiro momento ser vivenciado no início da videoaula, nos fez refletir ao que Chevallard (1999) aponta que, num ensino tradicional, esse momento aparece no início e segue-se assim em ordem cronológica, para que

depois, tenha-se a aplicação de técnicas em tarefas. É o que podemos dizer de aula no formato definição-exemplo-exercícios.

Retiramos alguns trechos do início da videoaula em que pudemos verificar esse momento:

P: Então, hoje nós veremos a fórmula de resolução de qualquer equação do segundo grau. Ela é conhecida no Brasil como fórmula de “Bháskara” que foi um indiano do século XII, um importante matemático do século XII, só que não foi ele quem criou a fórmula, que descobriu a fórmula, tá? Vamos ver a dedução da fórmula de Bháskara. Vocês sabem o que que é o a, o que que é o b e o que que é o c?

A: Coeficientes.

P: São chamados de coeficientes. O a é o número que multiplica x^2 , b é o número que multiplica x e c é o número que não multiplica ninguém, a gente chama ele de termo independente. Tá bom? (risos). Então, a, b e c são números, tudo bem? Não são incógnitas, a incógnita é uma só que é só o x. Tá? Então, a fórmula de resolução diz o seguinte, que, há soluções pra essa equação geral: $ax^2 + bx + c = 0$ é: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. A gente vai ver isso tantas e tantas vezes que isso vai encrustar na sua mente para todo o sempre. (risos)

A: Caraca, leão. Que poesia que você acabou de fazer aqui. Eu acho que isso aí foi Paulo Freire.

P: (risos).

O quarto momento de estudo - o trabalho com a técnica- este momento é percebido em grande parte da videoaula quando o professor resolve vários exemplos do mesmo tipo de tarefa com o envolvimento e participação dos alunos. Notamos em alguns trechos da videoaula, como por exemplo a transcrição anterior, que a técnica utilizada pelo professor, a **T_{BAS}** vai ganhando uma maior familiaridade para os alunos nos vários reencontros do decorrer da videoaula.

O quinto momento de estudo - a institucionalização- este momento aconteceu em conjunto com a composição do entorno tecnológico-teórico e do trabalho com a técnica. No decorrer da videoaula, o professor do canal B destaca alguns processos que são importantes para a resolução da equação, como por exemplo: saber identificar os coeficientes de forma correta, as raízes da equação precisam ser reais e não havendo solução dentro dos reais quando temos uma raiz quadrada de um número negativo.

O **sexto momento de estudo** - *a avaliação* - articulada com o momento de institucionalização e do trabalho com a técnica, este momento pode ser evidenciado quando o professor realiza algumas tarefas da aula em parceria com os estudantes, nesse ato, o professor pode evidenciar as dificuldades dos alunos no trabalho com a técnica que está sendo apresentada, por exemplo.

- *Praxeologia Didática do tipo de tarefa T₈ – Videoaula 3 do Canal A.*

O **primeiro momento de estudo** – *encontro com o tipo de tarefa T₈* aconteceu no início da videoaula, no instante 1:47s do vídeo, mas, ao decorrer da videoaula tivemos outros três reencontros com esse mesmo tipo de tarefa, nos instantes: 6:06s, 20:45s e 31:26s do vídeo.

No primeiro encontro com o subtipo de tarefa **T₈** é apresentado a equação do segundo grau na seguinte forma: $x^2 + 3x - 10 = 0$. Nessa videoaula, o primeiro encontro com esse tipo de tarefa surgiu após uma breve explicação do professor sobre uma técnica, a qual chamamos de **T_{SP}**. No primeiro encontro com o tipo de tarefa, o professor comenta:

P: Vamos fazer esse exemplo aqui, que trata sobre essas relações aí, de soma e produto. Olha só.

P: Nessa equação do segundo grau, para calcular aqui suas raízes nós poderíamos utilizar a fórmula de Bhaskara, tá? Ou também, como nós vamos fazer agora tá? Vamos utilizar as relações de Girard, que são as relações de soma e produto.

Percebemos que, como se trata de uma videoaula do tipo lousa digital, ou seja, que faz uso de alguns ostensivos tecnológicos: como por exemplo, o ostensivo mesa digitalizadora, ostensivo 'softwares' como recurso didático, além disso, foi gravada fora do ambiente sala de aula, podemos perceber que não há interação de alunos com o professor no momento da explanação do conteúdo. Porém, no YouTube, o usuário tem a opção de comentar no vídeo, podendo deixar seu comentário, seja um feedback, um elogio ou uma dúvida para o proprietário do canal. Retiramos alguns comentários em que os usuários sentem falta dessa interação:

Usuário 1: *Querida muito q o professor pudesse responder uma de minhas dúvidas, pois me enganchei ali na fatoração (mesmo tendo assistido a vídeo aula de fatoração).*

Usuário 2: *Fiquei com uma dúvida: E se o que eu tivesse procurando fosse um N pertencente aos conjuntos dos números Reais. Como eu identificaria a raiz resultante correta? Nos exemplos, foram dados raízes resultantes como idade e dia. Nesse caso, fica fácil perceber que não é um número negativo.*

Usuário 3: *se no último exemplo eu tivesse isolado o x ou o d em vez do 240, eu conseguiria obter o mesmo resultado?*

Então, o diálogo entre o professor youtuber e os usuários que assistem, podem ser notados nos comentários do vídeo, porém, o professor não responde a todos. As dúvidas são decorrentes das técnicas utilizadas pelo professor no subtipo de tarefa apresentada no vídeo. Nessa videoaula analisada, em março de 2021 havia 269 comentários, poucos deles foram respondidos pelo professor youtuber, alguns comentários e dúvidas foram respondidos por outros usuários, como podemos perceber aqui:

Usuário 4: *A montagem da resolução desse último problema é complicada demais... Já vi várias vezes e ainda não compreendi. Haja interpretação!*

Usuário 5 respondendo ao Usuário 4: *Cara, eu não entendi de primeira, depois de uns 20 dias eu assisti uma aula de “Sistemas Lineares” ficou super fácil. O segredo é vc descobrir duas equações e depois e substituindo as incógnitas. O restante é cálculo...É só questão de prática.*

A partir dos registros dos comentários presentes na videoaula, fica nítido a dificuldade de alguns usuários em entender a técnica utilizada pelo professor youtuber na resolução desse subtipo de tarefa.

O **segundo momento de estudo**- *exploração do tipo de tarefa e da elaboração de uma técnica relativa ao tipo de tarefa*- este momento é evidenciado quando o professor começa a explorar a tarefa a partir do uso da técnica **T_{SP}** e da **T_{BAS}**. No início da videoaula, ele apresenta as fórmulas de soma e produto das raízes, também conhecidas como as relações de Girard e em seguida parte para a resolução de um exemplo.

É interessante comentarmos que, em todos as tarefas do tipo: *Resolver uma equação do segundo grau* presentes nessa videoaula, o professor sempre comenta que além da técnica que ele vai utilizar, pode ser utilizada uma outra técnica também, mas, nunca resolve a mesma tarefa com as duas técnicas. Nos quatro exemplos resolvidos pelo professor, em três ele faz uso da **TSP** e em uma da **TBAS**. Notemos na fala dele a seguir quando ele deixa claro as técnicas que podem ser utilizadas

P: Nós vamos ter aí sim a equação $x^2-2x-120=0$. Poderíamos resolver essa equação do segundo grau, utilizando a fórmula de Bháskara ou utilizando a soma e produto, que é o que eu vou fazer, tá pessoal.

A partir da ação do professor em fazer uso de apenas uma técnica, mas mencionando que, poderia ser resolvido também por outra, os usuários que assistiram a videoaula, ao utilizarem a técnica distinta ao que o professor usou na videoaula relataram dúvidas, ou que, não conseguiram resolver utilizando a outra técnica. Retiramos alguns comentários presentes nessa videoaula

Usuário 6: No exemplo 2 como ficaria usando o delta como discriminante tentei e não deu certo.

Usuário 7 respondendo ao Usuário 6: Também não consegui por Bhaskara. A o resultado da raiz sai todo quebrado.

Usuário 8: Para solucionar essas equações eu posso usar tanto a fórmula de Bháskara como a soma e produto (relações de Girard), correto? Mas, eu tentei resolver o exemplo 1 também pela fórmula de Bhaskara (pra ver se dava o mesmo resultado) e o delta deu negativo. Então, quando eu for resolver uma conta com a fórmula de Bhaskara, e o delta der negativo, eu posso usar a soma e produto (relações de Girard) para resolver a equação que vai dar um resultado certo?

Percebemos que, nesse momento de estudo, a exploração com a técnica, gera dúvidas em quem assiste devido à ação do professor em optar por uma, não explorando a outra.

O **terceiro momento de estudo - constituição do entorno tecnológico - teórico**- esse momento de estudo acontece depois do trabalho com a técnica. Quando o professor youtuber inicia a videoaula, ele apresenta a técnica de soma

e produto ou relações de Girard, mas, sempre chama a atenção, justificando que, a técnica da fórmula de Bháskara (**TBAS**) também resolve as tarefas que são apresentadas no decorrer do vídeo.

Em alguns trechos da videoaula é possível perceber mais evidente esse terceiro momento de estudo quando o professor youtuber justifica a escolha da técnica ao resolver a tarefa $A^2 + 5A - 374 = 0$ por exemplo, no momento 20:46 da videoaula, ele diz:

P: Bom, para resolver ela, eu vou utilizar aqui é.. a fórmula de Bháskara já que os valores aqui, principalmente o termo independente ele está muito alto, tá?

Podemos perceber na fala do professor, ele justificou o uso da técnica **TBAS** porque os valores da equação são ditos por ele como “altos”, mas, na explanação sobre a **TSP** no início da videoaula, ele não mencionou que quando tínhamos os valores dos coeficientes “altos” seria melhor utilizar da **TBAS**.

Um outro ponto que nos chamou a atenção foi, o fato de que, todos os exemplos resolvidos pelo professor, o coeficiente a da equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ era igual a 1. E se fosse um valor “alto”? A técnica **TSP** também não “funcionaria”?

Concluimos que, a partir da fala do professor quanto a justificativa no uso de uma técnica, ele deixa margem para dúvidas por quem assiste, visto que, como trouxemos anteriormente, um comentário de um usuário sobre a possibilidade de usar os sistemas de equações lineares para resolver qualquer que seja as raízes de uma equação do segundo grau pela técnica de soma e produto. Foi sentido uma “falta” desse não-ostensivo por parte do professor ao justificar o uso da técnica.

O quarto momento de estudo- *o trabalho com a técnica-* aconteceram nas videoaulas seguintes a essa. O professor propôs uma lista de exercícios em seu site, com várias questões envolvendo o objeto equação do segundo grau. Em seguida a essa videoaula, o professor postou várias videoaulas com a resolução das questões da lista de exercícios.

Ou seja, os usuários que seguem ao que o canal do A propõe, tiveram o momento de trabalho com a técnica nessa ação. Assistimos a todas as videoaulas do canal que se tratavam do objeto equação do segundo grau, inclusive as de resoluções das questões, com isso, percebemos o uso das duas técnicas (**TBAS** e **TSP**), mas, em nenhuma videoaula ele se utiliza das duas, o que resultava em dúvidas por parte de alguns usuários.

Mas, convém comentarmos, que nem sempre um usuário que assiste a videoaula é inscrito no canal ou segue em outras instituições ao que o professor youtube propõe. Acreditamos, que, é um questionamento que pode ser respondido em pesquisas futuras, ou seja, o aluno ou estudante que busca assistir a essas videoaulas, está trabalhando com essa mesma técnica em seus estudos em outras instituições?

O **quinto momento de estudo** – *institucionalização* – aconteceu em conjunto com a construção do entorno tecnológico-teórico e do segundo momento de estudo, ou seja, do trabalho com a técnica. No segundo momento do trabalho com a técnica, o professor relembra aos usuários alguns elementos que são importantes para a técnica a ser utilizada por ele, por exemplo: os coeficientes da equação do segundo grau. O professor do canal A enfatiza que no tipo de tarefa: *Resolver uma equação do segundo grau* pode ser utilizado duas técnicas, mas, não enfatiza qual a melhor de usar em certos tipos de problemas ou se vai da relação pessoal que cada usuário ou aluno possuem com as técnicas apresentadas.

O **sexto momento de estudo** – *avaliação* – esse momento não ficou evidente, pois, como se trata de material assíncrono e que foi gravado fora do ecossistema sala de aula, nesse caso, não identificamos esse momento, visto que, não há oportunidade dos usuários que assistem se posicionarem ao decorrer do vídeo. Temos os comentários com dúvidas, mas, boa parte não é respondida. Outro ponto importante, é que na instituição Youtube Edu não se

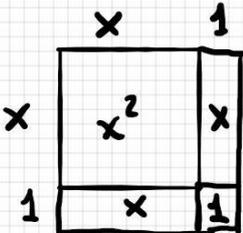
tem um *contrato didático*⁹ dos envolvidos nesse processo de ensino e aprendizagem.

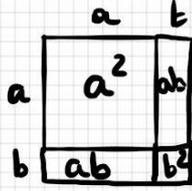
- *Praxeologia Didática do tipo de tarefa T₈ – Videoaula 3 do Canal B.*

O primeiro momento de estudo – encontro com o tipo de tarefa T₈ aconteceu no início da videoaula, no instante 0:20 s. Ao decorrer do vídeo tivemos 4 (quatro) reencontros com esse mesmo tipo de tarefa, especificamente nos instantes: 7:05s, 9:16s, 10:54s e 12:26 s.

Figura 15 - Exemplo do subtipo de tarefa T8 e dos ostensivos utilizados pelo professor do canal B na videoaula 3

COMPLETAMENTO DE QUADRADOS

$$x^2 + 2x + 1 = 15$$


$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$


Fonte: YouTube, 2020.

No primeiro encontro com o subtipo de tarefa, o professor aproveita esse encontro para realizar uma breve explicação do uso da técnica. Isso pode ser evidenciado no primeiro exemplo resolvido pelo professor. Já nos reencontros com o subtipo de tarefa, o intervalo de tempo de um reencontro para outro é bem menor do que do primeiro encontro para o primeiro reencontro. Nos demais reencontros há utilização da mesma técnica sem muitas explicações.

⁹ O contrato didático é definido por Guy Brousseau (1982) como o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelo aluno e o conjunto dos comportamentos do aluno que são esperados pelo professor.

O **segundo momento de estudo**- *exploração do tipo de tarefa e da elaboração de uma técnica relativa ao tipo de tarefa*- esse momento pode ser percebido quando o professor começa a explorar a tarefa se utilizando da técnica **Tcq**.

Ainda no primeiro encontro com o subtipo de tarefa, ele se utiliza do ostensivo 'figura' para desenvolver a **Tcq** e usa da mesma técnica em todos os reencontros com esse subtipo de tarefa. Percebemos também, que todas as tarefas resolvidas pelo professor o coeficiente a da equação era igual a 1.

O **terceiro momento de estudo**- *constituição do entorno tecnológico-teórico*- esse momento acontece depois do trabalho com a técnica. Quando o professor do canal B começa a resolver a equação do segundo grau, ele apresenta o método de completar quadrados e justifica essa técnica pelo uso do trinômio quadrado perfeito. No trecho a seguir, fica evidente esse terceiro momento de estudo presente na videoaula.

P: Lembram do trinômio quadrado perfeito, pessoal? (Apontando para $a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 = (a + b)^2$)

P: a mais b ao quadrado, cês lembram que é quadrado do primeiro mais duas vezes o primeiro, vezes o segundo mais o quadrado do segundo?

A: Sim.

P: Então isso é um trinômio quadrado perfeito, certo? Por que é um trinômio quadrado perfeito? Porque isso aqui representa um quadrado de lado a mais b , certo? Sim ou não? Isso aqui é um quadrado de lado a mais b . Certo? Aqui esse lado vale? Se aqui é a e aqui é b , esse lado vale? (apontando pra figura)

A: a mais b .

P: E aqui vale? (apontando pra figura)

P: a mais b .

P: Então, a área desse quadrado é a mais b ao quadrado $(a+b)^2$. Certo?

P: Quanto que mede essa área aqui? (apontando pra figura)

P: Quadrado do primeiro.

P: Quanto que mede essa área aqui? (apontando pra figura)

P: a ! E essa daqui? (apontando pra figura)? a ! Então, duas vezes o primeiro, vezes o segundo.

A: E b ao quadrado aí em baixo.

P: E aqui é, o quadrado do segundo, b ao quadrado.

A: Léo, Léo. Jesus!

P: Brigado, valeu, valeu.

P: Então, isso aqui pessoal, representa geometricamente esse trinômio que a gente chamada quadrado perfeito (apontando para o $(a+b)^2$)

P: Então, eu quero fazer a relação disso aqui, com a equação do segundo grau. Como é que eu vou completar quadrado?

Percebemos então, pelo diálogo acima, o professor justifica o uso da técnica a partir do trinômio quadrado perfeito para utilização do complemento de quadrados.

O **quarto momento de estudo**- *o trabalho com a técnica*- este momento é evidenciado no decorrer da videoaula quando o professor resolve vários exemplos do mesmo tipo de tarefa com o envolvimento e participação dos alunos. Percebemos que esse momento acontece igualmente a videoaula 1 do canal B, quando ele utiliza da técnica T_{CQ} , esta vai ganhando uma maior familiaridade para os alunos nos vários reencontros posteriores no decorrer da videoaula.

O **quinto momento de estudo** – *institucionalização* – se sucedeu em conjunto com a constituição do entorno tecnológico-teórico e do trabalho com a técnica. No trabalho com a técnica, o professor do canal B retornou a conceitos primitivos da figura plana quadrado e do trinômio quadrado perfeito, enfatizando que, eles estão interligados e podem ser utilizados na resolução de uma equação do segundo grau.

O **sexto momento de estudo**- *a avaliação*- como estamos analisando videoaulas que são disponibilizadas de forma assíncrona para os usuários, este momento não ficou muito evidente, mas, podemos perceber uma interação entre o professor e os estudantes, conseqüentemente, esse momento pode ser articulado com o momento de institucionalização e do trabalho que o professor realiza com a técnica.

- *Praxeologia Didática do tipo de tarefa T_8 – Videoaula 5 do Canal A*

O **primeiro momento de estudo** – *encontro com o tipo de tarefa T_8* - aconteceu no instante 8:09s do vídeo, antes disso, o professor do canal A fez várias manipulações algébricas na expressão para que resultasse numa equação do segundo grau.

Diferente de todas as outras videoaulas que analisamos, essa foi a única em que não aconteceu reencontros com o mesmo tipo de tarefa. Até chegar à

equação do segundo grau, como comentamos anteriormente, o professor fez várias manipulações algébricas e alguns usuários comentaram sobre isso. Retiramos alguns comentários dos usuários que assistiram a videoaula:

Usuário 9: A maior dificuldade é entender e montar a equação. Muito bem explicado professor!

Usuário 10: Professor você poderia explicar o porquê do produto $(n-6)(v+2)$?? Só queria saber porque isso deve ser um produto...

Usuário 11 respondendo ao Usuário 10: $(n-6)$ representa a quantidade de sanduíches vendidos e $(v+2)$ representa o lucro

Usuário 12 respondendo e questionando sobre a resposta do Usuário 11 ao Usuário 10: $v+2$ seria o valor que ele cobrou por cada sanduíche, o lucro por cada sanduíche é apenas 2

Usuário 13: só não entendi o por que de igualar o $(n-6)(v+2)$ com $(n+30)v$. Alguém me explica por favor.

Nos 25 (vinte e cinco) comentários presentes na videoaula, três deles eram de usuários com dúvidas sobre as manipulações algébricas realizadas pelo professor. Nenhum comentário foi respondido pelo canal A, alguns usuários tentaram até responder algumas dúvidas de outros internautas, mas, como registramos acima na transcrição desses comentários, alguns usuários não tinham propriedade ou não sabiam esclarecer a essas dúvidas.

O **segundo momento de estudo**- *exploração do tipo de tarefa e da elaboração de uma técnica relativa ao tipo de tarefa*- este momento é registrado quando o professor começa a explorar a tarefa se utilizando apenas da técnica **TBAS**. Muito embora em outras videoaulas o professor faça menção a outras técnicas de resolução para as equações do segundo grau, nesta videoaula ele utiliza apenas de uma, retiramos alguns trechos da fala dele ao se explorar a esse tipo de tarefa:

P: Agora pessoal nós poderemos fazer aqui, resolver essa equação aqui, utilizando a fórmula de Bháskara. Pra isso, primeiramente, vamos identificar os coeficientes, o a aqui, o coeficiente é 1, o b no caso é o menos 6 e o termo independente está sendo representado por menos 3240. Beleza?

O **terceiro momento de estudo** - *constituição do entorno tecnológico - teórico*- esse momento não foi evidenciado ao longo da videoaula. O professor

realiza a tarefa, utilizando da técnica **TBAS**, mas, sem muitas explicações e/ou justificativas.

O **quarto momento de estudo** - *o trabalho com a técnica* - diferentemente das outras videoaulas que analisamos, nessa em especial, o trabalho com a técnica acontece uma única vez sem aprofundamento.

O **quinto momento de estudo** – *institucionalização* – esse momento também não ficou evidente, inclusive o professor faz uso da calculadora para diminuir o tempo do vídeo, retiramos o trecho da fala do professor:

P: Vamos pegar o auxílio da calculadora aqui pra não ficar tão extensa a aula né? Quatro que multiplica 3240 o resultado é 12960 ta?

O **sexto momento de estudo** - *a avaliação* - também não identificamos esse momento na videoaula, pois, os usuários que assistiram não têm oportunidade de esclarecer dúvidas sobre a praxeologia matemática evidenciada na videoaula, muito menos de serem avaliados.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Retomando brevemente ao que apresentamos em nossa dissertação, este trabalho surgiu a partir da necessidade de se realizar uma análise praxeológica relativa ao ensino das equações do segundo grau num recurso didático utilizado por muitos estudantes e professores em suas práticas: as videoaulas do YouTube. Essas videoaulas são disponibilizadas gratuitamente na internet de forma pública e, ainda dentro desse site de compartilhamento de vídeos, é possível ter acesso, a uma plataforma específica para a educação, o YouTube Edu.

Realizamos uma análise dentro dessa plataforma voltada para a educação, tendo como suporte teórico a TAD, especialmente das praxeologias matemáticas (tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias) e didáticas (os seis momentos de estudos proposto por Chevallard) nas videoaulas sobre equações do segundo grau. Também nos adentramos na identificação dos objetos ostensivos e não-ostensivos presentes nessas videoaulas.

A escolha pelo objeto matemático equações do segundo grau deu-se inicialmente, pela carência de pesquisas que analisaram este objeto em consonância com a TAD e as dificuldades dos estudantes de vários níveis de ensino em resolverem problemas que envolvem as equações do segundo grau. Dentre as pesquisas realizadas, temos as de: BESSA DE MENEZES (2010) e ALMEIDA (2016), nesses trabalhos não foi analisado o objeto equação do segundo grau com o recurso didático videoaulas, todavia, os autores apontam a necessidade de se analisar esse objeto em outras práticas educativas, deixando margem para pesquisas futuras, como a nossa.

A escolha pelo recurso didático videoaulas surgiu a partir de relações pessoais com esse objeto num projeto interdisciplinar, o PIBID e após um *feedback* dos participantes numa oficina de um congresso regional o qual apresentamos algumas ferramentas de construção desse recurso didático.

Para subsidiar o nosso trabalho, escolhemos a Teoria Antropológica do Didático-TAD como aporte teórico de nossa pesquisa. Ressaltamos que, este referencial teórico é amplo, portanto, não utilizamos de todos os conceitos

discutidos na teoria, mas, particularmente, nas ideias das praxeologias matemáticas e didáticas e nos objetos ostensivos e não-ostensivos.

Dando andamento a este trabalho, escolhemos como campo de pesquisa dois canais do Youtube Edu: Canal *A* e o Canal *B*. Refinamentos para apenas dois canais, com alcances diferentes na plataforma, em razão do tempo de realização deste trabalho. A escolha de analisar apenas um subtipo de tarefa T_8 : $ax^2 + bx + c = 0$ se justificou pelo fato de ser o único subtipo de tarefa em comum nas videoaulas completas de ambos os canais.

Ressaltamos que, não tínhamos a pretensão de fazer uma comparação entre práticas diferentes, mas de fazer uma caracterização sob a luz das praxeologias e dos ostensivos. Deixamos assim, um leque de pesquisas futuras para trabalhos que desejem caracterizar a ótica das praxeologias e de objetos ostensivos dos outros subtipos de tarefas encontradas nesses canais.

Em relação aos resultados da nossa pesquisa, inicialmente analisamos as praxeologias matemáticas em torno de dois pares de videoaulas dos canais. Categorizamos os subtipos de tarefa, técnicas e o entorno tecnológico-teórico de acordo com trabalhos já existentes na literatura. Tomando como tarefa: *Resolver uma equação do segundo grau*, categorizamos em oito subtipos de tarefas: T_1 , T_2 , T_3 , T_4 , T_5 , T_6 , T_7 e T_8 .

No entanto, no canal *A* encontramos apenas 5 subtipos de tarefas presentes em todas as videoaulas do objeto equações do segundo grau, a: T_1 , T_2 , T_8 , T_9 e a T_{11} . No canal *B* também nos deparamos com cinco subtipos de tarefas, mas, não foram as mesmas do canal *A*, encontramos no do canal *B*, a: T_1 , T_2 , T_3 , T_4 e T_8 . Partindo dessas observações e em razão do tempo de realização dessa pesquisa, resolvemos analisar aqueles subtipos de tarefas em comum a ambos os canais e que fossem exploradas em toda a videoaula, sendo assim, analisamos somente o subtipo de tarefa T_8 .

Sobre esse tipo de tarefa T_8 , após a nossa análise praxeológica pudemos verificar na praxeologia matemática, o privilégio da técnica T_{BAS} pelos professores youtubers. Esta técnica foi utilizada em três videoaulas, das quatro que analisamos. Muito embora, tenhamos outras técnicas para o subtipo de

tarefa T_8 , a técnica T_{BAS} é a mais explorada entre elas. No entorno tecnológico-teórico, tivemos a θ_{PR} e a θ_{POI} em todas as videoaulas, elas apareceram de forma explícita nos vídeos, porém, em nenhuma videoaula tivemos uma atenção ou retomada a estes elementos teóricos-tecnológicos por parte dos professores youtubers.

Ainda sobre o tipo de tarefa T_8 , como mencionamos no parágrafo anterior, em nossas análises, pudemos constatar uma valorização e privilégio pela T_{BAS} nas videoaulas, os professores youtubers intensificam a utilização desta técnica, não fazendo uso de outras técnicas. Isso nos chama atenção, uma vez que, essa prática realizada pelos professores nos vídeos, acarreta numa limitação ao uso de uma única técnica para esse tipo de tarefa. Além disso, em algumas situações, nem sempre a T_{BAS} é a técnica mais econômica e eficaz na realização da T_8 .

Em relação as praxeologias didáticas, tivemos uma divergência entre os dois canais analisados. O canal B contemplou os seis momentos didáticos, mas, esses momentos ocorreram de forma diferente nas duas videoaulas analisadas. Já o canal A não contemplou os seis momentos didáticos nas duas videoaulas e isso pode ser explicado pelos objetos ostensivos utilizados pelo youtuber na construção de suas videoaulas, especialmente nos ostensivos tecnológicos de edição.

Outro ponto importante na praxeologia didática que convém destacarmos, é a falta de respostas aos usuários que possuíam dúvidas em relação ao objeto equações do segundo grau, o que nos faz refletir sobre o recurso didático videoaulas, pois, por mais completa que ela seja, os usuários apresentavam dúvidas, precisando de uma ação docente para esclarecimentos. Como este recurso é proposto de forma assíncrona, os proprietários dos canais nem sempre respondiam a estes usuários, assim, eles ficavam sem respostas, quando não, alguns usuários tentavam ajudar, mas não sabemos se eram pessoas especializadas ou com formação na área.

Quanto aos objetos ostensivos, encontramos os objetos algébricos e numéricos em comum nas videoaulas, mas, em se tratando dos objetos tecnológicos de edição, há uma diferenciação extrema do canal A para o B .

Em nossas análises, evidenciamos através da identificação dos objetos ostensivos e não-ostensivos que, para os usuários do Youtube, não importa muito a técnica utilizada para a realização da tarefa, mas, os elementos ostensivos tecnológicos de edição que são evidenciados nessa praxeologia. No canal A, muito embora se faça uso de mais ostensivos tecnológicos de edição, este, não contempla em um dos vídeos, os seis momentos de estudo da praxeologia didática, por exemplo.

Outra informação que os dados nos trazem é que, para os usuários do YouTube, parece não se levar em consideração como se apresenta didaticamente o objeto no vídeo, mas sim, com se dá a utilização e apresentação dos ostensivos tecnológicos de edição em torno do objeto no recurso didático videoaula. Esta observação pode ser comprovada pelo *feedback* dos usuários nos comentários dos vídeos e conseqüentemente no número de inscritos nos canais analisados.

Diante desses elementos, conseguimos visualizar o privilégio de uma técnica em torno do tipo de tarefa T_8 , que foi a T_{BAS} . Os elementos ostensivos tecnológicos de edição se mostraram mais importantes por parte dos usuários que assistem aos vídeos do site YouTube e que o número de inscritos/visualizações de ambos os canais não coadunam com o que eles apresentam, uma vez que, há videoaulas que perpassam por mais elementos da organização didática, mas não tem o mesmo alcance de visualizações/inscrições do que o que faz uso de ostensivos tecnológicos de edição mais profissional.

E por fim, consideramos também que podem surgir outros enfoques a partir de outros referenciais teóricos no que se concerne a videoaulas no processo de ensino e aprendizagem, que por sua vez, em razão do tempo deste trabalho, não realizamos.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, Fernando Emílio Leite de. **O contrato didático e as organizações matemáticas e didáticas: analisando suas relações no ensino da equação do segundo grau a uma incógnita**. 305 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2016.
- ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007
- ARAÚJO, Abraão Juvencio de. **O ensino de álgebra sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático**. 292 f. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Educação, UFPE, Recife, 2009.
- BARQUERO, B., Bosch, M., Gascón, J. (2013) **Las tres dimensiones del problema didáctico de la modelización matemática**. Revista Educação Matemática e Pesquisa, 15 (1), p. 1-28
- BESSA DE MENEZES, M. **Praxeologia do professor e do aluno: uma análise das diferenças no ensino de equações de 2º grau**. 178f. Tese (Doutorado em Educação) -Centro de Educação, UFPE, Recife, 2010.
- BITTAR, Marilena. **A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos**. Zetetiké, 25(3), 364-387.
- BOSH, Marianna; CHEVALLARD, Yves. **La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs: objet d'étude et problématique**. **Recherches em Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 19, n.1, 1999, p.77-124.
- BURGESS, Jean. GREEN, Joshua. **YouTube e a Revolução Digital: como o maior fenômeno da cultura participativa transformou a mídia e a sociedade**. Tradução de Ricardo Giassetti. São Paulo: Aleph, 2009.
- CÂMARA DOS SANTOS, M.; BESSA DE MENEZES, M. **A Teoria Antropológica do Didático: uma Releitura Sobre a Teoria**. **Perspectivas da Educação Matemática – UFMS**, v. 8, número temático, 2015. p. 648-670.

CAVALCANTE, José Luiz. **A dimensão cognitiva na Teoria Antropológica do didático: reflexão teórico-crítica no ensino de probabilidade na licenciatura em matemática**. 483f. UFRPE, Recife, 2018.

CHAACHOUA, Hamod. BITTAR, Marilena. **A teoria Antropológica do didático: paradigmas, avanços e perspectivas/ La théorie anthropologique du didactique: paradigme, avancées et perspectives**. Teorias e métodos em didática da matemática, v.9, n.1, p. 29-44, 2019.

CHEVALLARD, Y. **L' Analyse des pratiques enseignantes théorie anthropologique du didactique**. In: Recherches en Didactique des Mathématiques. v. 19, n. 2, p. 221-265, 1999.

CHEVALLARD, Yves. **Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques:l'approche anthropologique**. In: L'UNIVERSITE D'ETE, 1998, p.91-118. Actes del'Université d'été La Rochelle. Clermont-Ferrand, France: IREM, 1998.

CHEVALLARD, Yves. **El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico**. Recherches en Didactique des Mathématiques, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

CHEVALLARD, Yves. **L'analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique**. In: L'UNIVERSITE D'ETE, 1998, p.91 - 118. Actes de l'Univessité d'été La Rochelle, IREM, Clermont-Ferrand, France, 1998.

CHEVALLARD, Yves. **La TAD face au professeur de mathématiques**, 2009.

CHEVALLARD, Yves. **Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique**, 1994. Acessado em 06/02/2020 disponível em: yves.chevallard.free.fr/spip/spip/.../Ostensifs_et_non-ostensifs.pdf

FARIA, Ive Sá de Pina. **Problemas na aprendizagem de matemática: uma proposta de ensino usando videoaulas**. 2017. 93 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2017.

FERREIRA, Alan Gustavo. **Organizações matemáticas e didáticas no ensino de combinatória**. 2019. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2010.

GIOVANNI, José Ruy. CASTRUCCI. **A conquista da Matemática**: 4. ed. – São Paulo: FTD, 2018.

HONÓRIO, Luiz Gonzaga Hugo. **Sala de aula invertida: uma abordagem na aprendizagem de matemática**, 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufjf.br/jspui/handle/ufjf/4783>. Último acesso em 11 de janeiro de 2020.

JUNGES, DÉBORA DE LIMA VELHO; GATTI, AMANDA. **Estudando por vídeos: o Youtube como ferramenta de aprendizagem. Informática na Educação: teoria & prática**, Porto Alegre, v. 22, n. 2, p. 143-158, maio/ago. 2019.

JUNGES, Débora de lima velho; GATTI, Amanda. **Estudando por vídeos: o Youtube como ferramenta de aprendizagem. Informática na Educação: teoria & prática**, Porto Alegre, v. 22, n. 2, p. 143-158, maio/ago. 2019.

LAMBERTI, Denise Di Giovanni. **Número natural: conhecimentos de/para professores polivalentes em um curso de especialização**. 2014. 221 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014. Disponível em: <https://text-br.123dok.com/document/yevpj51z-pontificia-universidade-catolica-de-sao-paulo-pucsp-denise-di-giovanni-lamberti.html>. Último acesso em 14 de janeiro de 2020.

LEAL JUNIOR, Luiz Carlos et al. Ensino de Matemática através de Videoaulas: Um olhar pela Teoria da Atenção. **TANGRAM - Revista de Educação Matemática**, [S.l.], v. 1, n. 3, p. 40-62, jun. 2018. ISSN 2595-0967. Disponível em: <<https://ojs.ufgd.edu.br/index.php/tangram/article/view/8300>>. Acesso em: 17 abr. 2021. doi:<https://doi.org/10.30612/tangram.v1i3.8300>.

LESSA, Lucia de Fátima Carneiro Ferreira. **Construção de um modelo epistemológico de referência considerando as análises das relações institucionais acerca do objeto matemático área.** 218 f. Dissertação, Salvador, 2017.

LYRIO, Roque da Silva. **Videoteca de Matemática.**2013 37f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Santa Cruz, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Ihéus, 2013.

MACEDO, Marcos Antonio de. **Manifestação geométrica das formas indeterminadas de funções: situações didáticas apoiadas na tecnologia, 2015.** Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/ri/handle/riufc/12980>. Último acesso em 11 de janeiro de 2020.

MINAYO, M. C. S. (Org); DESLANDES, S.F.; CRUZ NETO, O. GOMES, R. **Pesquisa Social: teoria, método e criatividade.** Petrópolis, RJ: Vozes, 1994.

MORAIS, Daiane Aparecida Miliossi. **Uma aplicação de vlogs nas aulas de estatística na educação básica,** 2017. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3047>. Último acesso em 14 de janeiro de 2020.

OLIVEIRA, Antonio Júnior de. **Um recurso para o ensino de Matemática: vídeos criados a partir de uma investigação sobre evasão.** 2017. 80f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Triângulo Mineiro, Uberaba, 2017.

PASINI, C. G. D.; CARVALHO, E.; ALMEIDA, L.H.C. **A educação híbrida em tempos de pandemia: algumas considerações. Observatório Socioeconômico da COVID-19,** projeto realizado pelo Grupo de Estudos em Administração Pública, Econômica e Financeira (GEAPEF) da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) e que conta com financiamento da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERS) por meio do Edital Emergencial 06/2020 como resposta à crise provocada pela pandemia da COVID-19, 09p., 2020.

PATRIARCA, F.H. **Contribuições do Programa M@tmídias para a integração de tecnologia às aulas de trigonometria no Ensino Médio.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo, 2016.

PEDROSO, H. A. **Uma breve história da equação do 2º grau.** UNESP, Campus de São José do Rio Preto, 2010.

PESSOA, C. **Contrato didático: sua influência na interação social e na resolução de problemas.** VIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). Recife: Universidade Federal de Pernambuco, 2004.

PONTES, Rodolfo Rodrigues de. **A Educação de Jovens e Adultos e a Matemática delineando trilhas alternativas para o ensino de operações básicas,** 2013.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico.** 2º ed. Novo Hamburgo - Rio Grande do Sul, 2013.

RODRIGUES, Rochelande Felipe. **Percurso de estudo e pesquisa no conceito de função: Analisando o Processo de Ensino e Aprendizagem e as Influências na Formação do Professor de Matemática.** 348 f. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Educação, UFPE, Recife, 2019.

SANTOS JÚNIOR, Valdir Bezerra dos. **Juros simples e compostos: análise ecológica, praxeológica e um percurso de estudo e pesquisa.** 495 f. Tese (Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática) - Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2017.

SANTOS, W. F. **Investigando a Transposição Didática Interna no Ensino do Conjunto dos Números Naturais para Surdos: um estudo numa sala de aula inclusiva.** 2019, 195 p. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campina Grande, 2019.

SILVA, Isaías Pessoa da. **Estilos de aprendizagem e materiais didáticos digitais nos cursos de Licenciatura em Matemática a distância,**

2015. Disponível em: <http://tede.bc.uepb.edu.br/jspui/handle/tede/2395>. Último acesso em: 12 de janeiro de 2020.

SILVA, LUANA LETÍCIA DA. **Condições e restrições na construção de vídeoaulas: um estudo de caso com licenciandos em Matemática do Centro Acadêmico do Agreste**, 2016.

SILVA, Vânia Dal Pont Pereira da. **Ensino de matemática com uso de vídeos na educação básica do Rio Grande do Sul**. 2018 144 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2018.

SOUTO, Luismar Leão. **Produção de conteúdo digital para o ensino de Matemática**. 2019. 66f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2019.

VALENTE, J. A. **Blended learning e as mudanças no ensino superior: a proposta da sala de aula invertida**. Educar em Revista, v. 4, p. 79-97, 2014.

WARTCHOW, Eduardo. **EduCoelho: uma plataforma de alfabetização financeira estimulando a reflexão comportamental**, 2017.

YOUTUBE. Disponível em: <youtube.com.br> Acessado em: 18 de janeiro de 2020.