



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE TECNOLOGIA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

MATHEUS ALVES PEREIRA

CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES EM TORRES TUBULARES DE AÇO
PARA AEROGERADORES DE EIXO HORIZONTAL

Caruaru
2018

MATHEUS ALVES PEREIRA

**CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES EM TORRES TUBULARES DE AÇO
PARA AEROGERADORES DE EIXO HORIZONTAL**

Trabalho de Conclusão de curso apresentado à coordenação do curso de Engenharia Civil do Centro Acadêmico do Agreste – CAA, da Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil.

Área de concentração: Estruturas.
Orientador: Dr. Douglas Mateus de Lima.

Caruaru

2018

MATHEUS ALVES PEREIRA

**CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES EM TORRES TUBULARES DE AÇO
PARA AEROGERADORES DE EIXO HORIZONTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à coordenação do Curso de Engenharia Civil do Centro Acadêmico do Agreste – CAA, da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, em cumprimento às exigências para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil.

Área de concentração: Estruturas.

A banca examinadora, composta pelos professores abaixo, considera o candidato APROVADO com nota _____

Caruaru, 23 de agosto de 2018.

Banca examinadora:

Prof. Dr. Douglas Mateus de Lima: _____

Universidade Federal de Pernambuco – UFPE (Orientador)

Prof. Dr. Humberto Correia Lima Júnior: _____

Universidade Federal de Pernambuco – UFPE (Avaliador)

Prof. Dr. Gustavo Bono: _____

Universidade Federal de Pernambuco – UFPE (Avaliador)

Prof. Dr. Elder Alpes de Vasconcelos: _____

Universidade Federal de Pernambuco – UFPE (Coordenador da disciplina de TCC)

*Dedico e agradeço o presente trabalho
a DEUS, o criador de todas as coisas e
nosso salvador.*

AGRADECIMENTOS

A DEUS por ser o princípio de todas as coisas e por estar comigo todos os instantes de minha vida sendo meu baluarte e a torre inexpugnável em que me refugio.

À minha mãe pelo amor, pela força que sempre me passou e, principalmente, pela incessante fé em DEUS que apresenta mediante a qualquer adversidade.

Ao meu irmão pela amizade, companheirismo e pela motivação que sempre me passou em todos os momentos até aqui.

À minha tia Gilvanete pela preocupação comigo e pelas inúmeras ligações que me fazia, encorajando-me a seguir em frente.

Ao meu tio Cícero pelos ensinamentos que me passou ainda quando criança e por participar de importantes momentos de minha vida sendo de fundamental importância em minha formação pessoal.

Aos meus familiares por constituírem a minha base, pelo estímulo e a força que sempre me passaram, ajudando-me a continuar.

Aos meus professores do ensino fundamental e médio pelo auxílio em meu crescimento científico e pessoal. Dentre os quais cito: Edvacildo Gomes, Maria Vitória, Elaide Francisca, Juvino Júnior, Flávia Maria, Cícero Jacinto, Cizirmandes Ferreira, Uildo Bezerra, Maria de Fátima, Hugo Ferreira, Maria Rosely, Cláudio Arcoverde, Italo Rangel e Renata Almeida.

Ao professor orientador Douglas Mateus de Lima pela amizade, atenção, disponibilidade e todo o empenho para realização deste trabalho.

Ao professor José Moura Soares pela amizade, companheirismo e disponibilidade que sempre apresentou.

Aos professores do curso de graduação em Engenharia Civil pela contribuição em minha formação profissional e pessoal. Dentre os quais cito: Erika Pinto, Rogério Soares, Sylvana Santos, Michele, Alessandro Romário, Cléssio Leão, Gustavo Bono, Flávio Eduardo, Humberto Correia, Saulo de Tarso, Giuliana Bono, Washington Lima e Almir Cirilo.

Aos estimados amigos Bruno Felipe Alcântara de Lima e Felipe de Souza Fernandes pelo carinho, companheirismo e por tanto tempo juntos vivenciando diversos momentos: trabalhos, estudos, viagens, brincadeiras, etc.

A Evaldo e à Aldjane pais de Bruno, a Aldemir e à Lucila pais de Felipe pela força que sempre me deram.

A todos os brasileiros que de certa forma contribuem para o fomento do ensino superior federal neste país.

“E eis que eu estou convosco todos os dias, até a consumação dos séculos.”

Mt 28, 20b.

RESUMO

Em face dos prognósticos ambientais, a geração energética mundial direciona-se para o uso de fontes limpas dentre as quais: a energia eólica. O Brasil apresenta destaque na produção de energia eólica mundial. Em Pernambuco não é diferente, o estado detém de um altíssimo potencial eólico com uma grande capacidade instalável. Com intuito de captar maiores velocidades de vento os aerogeradores apresentam-se cada vez maiores, atrelado a isto as torres de sustentação aos aerogeradores possuem um acentuado índice de esbeltez que as torna susceptível a vibrações dado, também, o carregamento dinâmico ao qual a estrutura está submetida. Desta forma, este trabalho tem como objetivo propor um amortecedor de massa sintonizada (AMS) de controle de vibrações à torre. Para tanto, a torre foi modelada com elementos finitos de barra (implementação com código próprio) para obtenção de suas características dinâmicas e da resposta da torre frente à ação dinâmica harmônica com magnitude comparável à ação do vento. Os principais parâmetros do AMS foram propostos para controlar os dois primeiros modos de vibração da torre segundo a teoria de Den Hartog. Os deslocamentos do topo da torre do conjunto torre-absorvedor, obtidos através da resolução da equação de movimento escrita no espaço de estados, apresentaram reduções significativas em relação aos deslocamentos do topo da torre sem controle, quando submetida à ação harmônica, permanente e transiente, ressonante ao primeiro modo de vibração da torre sem absorvedor: 95,72% de redução para o valor máximo e 93,87% de redução para o valor eficaz na excitação harmônica permanente, já na excitação transiente: 67,53% de redução para o valor máximo e 58,96% de redução para o valor eficaz.

Palavras-chave: Energia Eólica. Torre do Aerogerador. Análise Dinâmica. Controle de Vibrações. AMS.

ABSTRACT

On face of the enviromental prognostics, the world's energy generation is directed to clean sources among which: wind energy. Brazil stands out in the world's wind energy production. In Pernambuco it is no different, the state has a very high wind potential with a great capacity to install. With the intention to capture higher wind velocities the wind turbines have been growing in size, attached to that the wind turbines' sustentation towers have accentuated slenderness ratios that makes them susceptible to vibrations, also giving the dynamic nature of the loading beam the structure is being submitted. This way, the present work has the objective of proposing an tuned mass damper (TMD) for vibration controlling to the tower. For such, the tower has been modelled using linear finite elements (own code implementation) to obtain it's dynamic characteristics and the tower's responses under harmonic dynamic actions with magnitudes comparable to the action of the wind. The TMD's main parameters have been proposed to control the tower's two first vibration modes according to Den Hartog's theory. The displacements on the top of the tower of the damper-tower set, obtained through the working-out of the movement equaton written on the state space, have presented significative reductions in comparison to the displacements on the top of the uncontrolled tower, when submitted to harmonic action, permanent and transient, ressonating to the undamped tower's first vibration mode: 95,72% reduction for the maximum value and 93,87% reduction for the effective value in harmonic excitation, already on the transient excitation: 67,53% reduction to the maximum value and 58,96% reduction to the effective value.

Keywords: Wind Energy. Wind Turbine Tower. Dynamic Analysis. Vibration Control. TMD.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Distribuição da potência eólica mundial ao fim de 2017.....	28
Figura 2 – Matriz Energética Brasileira (GW).....	29
Figura 3 – Diâmetro do rotor das pás de turbinas ao longo dos anos.....	30
Figura 4 – Aerogeradores de eixo vertical.	34
Figura 5 – Aerogeradores de eixo horizontal.	34
Figura 6 – Componentes principais de um HAWT moderno.....	35
Figura 7 – Tipos de torres.....	37
Figura 8 – Transporte de um segmento tubular de uma torre eólica.....	38
Figura 9 – Fases da montagem de um aerogerador.	39
Figura 10 – Sistemas internos em HAWTs.	40
Figura 11 – Sistema mecânico de 1 grau de liberdade.	41
Figura 12 – Sistema mecânico com N graus de liberdade.	42
Figura 13 – Diagramas de corpo livre do sistema de N graus de liberdade.	43
Figura 14 – Barra para cálculo das funções de forma.	46
Figura 15 – Elemento infinitesimal de barra submetido à ação de forças.....	48
Figura 16 – Esquema estrutural para cálculo da rigidez axial.....	50
Figura 17 – Esquema estrutural para cálculo da rigidez flexional.	51
Figura 18 – Esquema estrutural para cálculo da rigidez flexional.	52
Figura 19 – Esquema estrutural para cálculo da rigidez flexional.	53
Figura 20 – Elemento infinitesimal de barra sob carregamento axial.....	53
Figura 21 – Fluxograma do método da superposição modal.....	55
Figura 22 – Sistema massa-mola amortecido com absorvedor de vibração passivo.....	63
Figura 23 – Gráfico de $\frac{ap}{a_{est}}$ versus β	65
Figura 24 – Gráfico de $\frac{ap}{a_{est}}$ versus β com a escolha do f	66
Figura 25 – Gráfico de $\frac{ap}{a_{est}}$ versus β com a escolha do f e do ζ	67
Figura 26 – AMS instalado no Taipei 101.	70
Figura 27 – Esquema do FAST.	74
Figura 28 – Modelo do aerogerador testado.....	76
Figura 29 – Modelo do sistema de controle testados.	76
Figura 30 – Diferentes arranjos de AMSs (fora de escala, dimensões em metros).....	79
Figura 31 – Deslocamentos transversais à torre dos seis modos de vibração.	80

Figura 32 – Frequências de vibração da torre engastada na base via ANSYS.....	81
Figura 33 – Modos de vibração da torre engastada na base e modelada com EF de casca.....	81
Figura 34 – Frequências de vibração da torre com fundação flexível obtida via ANSYS.....	82
Figura 35 – Deslocamentos verticais da sapata (m).....	82
Figura 36 – Deslocamento da torre sem e com controle passivo (ação transiente).....	83
Figura 37 – Deslocamento da torre sem e com controle passivo (ação permanente).....	84
Figura 38 – Esquema da torre (sem escala).....	87
Figura 39 – Elemento finito com os graus de liberdade.....	88
Figura 40 – Discretização da torre.....	89
Figura 41 – Diagrama de esforço normal.....	91
Figura 42 – Diagramas de momento fletor e esforço cortante.....	92
Figura 43 – Esforço normal atuante na torre.....	94
Figura 44 – Graus de liberdade.....	95
Figura 45 – Esforços aplicados no topo da torre.....	100
Figura 46 – Perfil da ação de vento.....	101
Figura 47 – Esquema para cálculo do vetor de forças.....	101
Figura 48 – Esquema do TMD com dois graus de liberdade.....	107
Figura 49 – Deslocamentos transversais à torre sem controle.....	108
Figura 50 – Deslocamentos axiais e torcionais.....	109
Figura 51 – Deslocamento no topo da torre (ação em regime permanente).....	110
Figura 52 – Deslocamento no topo da torre (ação em regime transiente).....	110
Figura 53 – Gráfico da razão de massas modais (μ) e da razão entre as frequências (f).....	112
Figura 54 – Gráfico da rigidez do absorvedor.....	112
Figura 55 – Gráfico do amortecimento do absorvedor.....	113
Figura 56 – Razão entre os valores eficazes dos desl. da torre com e se controle.....	113
Figura 57 – Razão entre os valores eficazes dos desl. do TMD e da torre controlada.....	114
Figura 58 – Deslocamentos transversais à torre com o absorvedor.....	116
Figura 59 – Deslocamento da torre com e sem controle (ação permanente).....	117
Figura 60 – Deslocamento do aparelho (ação permanente).....	117
Figura 61 – Deslocamento da torre com e sem controle (ação transiente).....	118
Figura 62 – Deslocamento do aparelho (ação transiente).....	118

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Distribuição da potência eólica mundial ao fim de 2017.	27
Tabela 2	– Dados de vibração da torre.	80
Tabela 3	– Dados dos desl. da torre para excitação senoidal aplicada durante 5s.....	83
Tabela 4	– Dados dos desl. da torre para excitação senoidal permanente.....	84
Tabela 5	– Dados padrão do aerogerador selecionado.	86
Tabela 6	– Propriedades elastomecânicas e características geométricas da torre.	87
Tabela 7	– Esforços aplicados no topo da torre.....	99
Tabela 8	– Massa e rigidez modal do primeiro modo de vibração.....	106
Tabela 9	– Dados de vibração da torre sem controle.....	108
Tabela 10	– Parâmetros do absorvedor em função da razão de massa.	111
Tabela 11	– Parâmetros do absorvedor dinâmico de vibração.	114
Tabela 12	– Dados de vibração da torre com o absorvedor.....	115
Tabela 13	– Dados do deslocamento no topo da torre (ação permanente).	116
Tabela 14	– Dados do deslocamento do topo da torre (ação transiente).	118

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Classificação dos sistemas de controle.....	69
---	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABBEEólica	Associação Brasileira de Energia Eólica
AG	Algoritmo Genético
ALS	Amortecedores de Líquido Sintonizado
AMA	Amortecedores de Massa Ativa
AMD	<i>Active Mass Damper</i>
AMH	Amortecedor de Massa Híbrido
AMS	Absorvedor com Massa Sintonizada
AMSM	Amortecedores de Massa Sintonizados Múltiplos
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
ANSYS	<i>Swason Analysis Systems</i>
AVS	<i>Active Variable Stiffness</i>
CBEE	Centro de Energia Eólica
CELPE	Companhia Energética de Pernambuco
CEPEL	Centro de Pesquisas de Energia Elétrica
CHESF	Companhia Hidro Elétrica do São Francisco
CRESESB	Centro de Referência para as Energias Solar e Eólica Sérgio de S. Brito
DWIA	<i>Danish Wind Industry Association</i>
FAST	<i>Fatigue, Aerodynamics, Structures and Turbulence</i>
GE	<i>General Eletrics</i>
GWEC	<i>Global Wind Energy Council</i>
HAWT	<i>Horizontal Axis Wind Turbine</i>
HDM	<i>Hybrid Mass Damper</i>
MATLAB	<i>MATrix LABORatory</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos
MTMD	<i>Multiple Tuned mass Damper</i>
NREL	<i>National Renewable Energy Laboratory</i>
PCH	Pequenas Centrais Hidrelétricas
TLD	<i>Turned Liquid Damper</i>
TMD	<i>Tuned Mass Damper</i>
VAWT	<i>Vertical Axis Wind Turbine</i>
VOD	<i>Variable Orifice Damper</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

\vec{F}	força externa
t	variável temporal
\vec{P}	momento linear
m	massa do corpo
$\ddot{y}(t)$	aceleração do corpo
c	constante de amortecimento
$\dot{y}(t)$	velocidade do corpo
k	rigidez da mola
$y(t)$	deslocamento do corpo
$u(t)$	força variável no tempo aplicada ao corpo
m_i	massa do i -ésimo corpo
$\ddot{y}_i(t)$	aceleração do i -ésimo corpo
c_i	constante de amortecimento do i -ésimo corpo
$\dot{y}_i(t)$	velocidade do i -ésimo corpo
k_i	rigidez da mola do i -ésimo corpo
$y_i(t)$	deslocamento do i -ésimo corpo
$u_i(t)$	força aplicada ao i -ésimo corpo
$[M]$	matriz de massa do sistema de blocos
$\{\ddot{\mathbf{y}}(t)\}$	vetor de aceleração do sistema de blocos
$[C]$	matriz de amortecimento do sistema de blocos
$\{\dot{\mathbf{y}}(t)\}$	vetor de velocidade do sistema de blocos
$[K]$	matriz de rigidez do sistema de blocos
$\{\mathbf{y}(t)\}$	vetor de deslocamento do sistema de blocos
$\{\mathbf{u}(t)\}$	vetor de força do sistema de blocos
W_{ext}	trabalho realizado pelas forças externas
W_{int}	trabalho virtual realizado pelas forças internas
N	esforço normal
$d\delta$	deformação normal fictícia associada com o deslocamento virtual
M	esforço flexional
$d\theta$	deformação flexional fictícia associada com o deslocamento virtual
V	esforço cisalhante

$d\lambda$	deformação cisalhante fictícia associada com o deslocamento virtual
T	esforço torçor
$d\phi$	deformação torcional fictícia associada com o deslocamento virtual
Δ	deslocamento
N_U	esforço normal referente à carga unitária
N_L	esforço normal referente às cargas reais
E	módulo de elasticidade longitudinal
A	área da seção transversal
x	vária que localiza as seções da barra, variando de zero ao tamanho da barra (sendo zero na extremidade esquerda e o tamanho da barra na extremidade direita)
M_U	esforço de flexão referente à carga unitária
M_L	esforço de flexão referente às cargas reais
I	inércia da seção
k	coeficiente de cisalhamento
V_U	esforço cortante referente à carga unitária
V_L	esforço cortante referente às cargas reais
G	módulo de cisalhamento
T_U	esforço torçor referente à carga unitária
T_L	esforço torçor referente às cargas reais
J	momento polar de inércia
l	tamanho do elemento finito
d_i	coordenada generalizada o i -ésimo grau de liberdade
$u(x)$	campo de deslocamento axial
$v(x)$	campo de deslocamento transversal
$\varphi(x)$	campo de deslocamentos torcionais
$N(x)$	esforço normal atuante na barra
$A(x)$	área da seção transversal ao longo do comprimento do elemento
$p(x)$	carga normal distribuída aplicada à barra
ψ_1^u	primeira função de forma
ψ_5^u	quinta função de forma
$M(x)$	momento fletor atuante na barra
$I(x)$	inércia da seção transversal ao longo do comprimento da barra

$q(x)$	carga transversal distribuída aplicada à barra
ψ_2^v	segunda função de forma
ψ_3^v	terceira função de forma
ψ_6^v	sexta função de forma
ψ_7^v	sétima função de forma
ψ_i	i -ésima função de forma
$[M_{el}]$	matriz de massa da barra
m_{ij}	elementos da matriz de massa da barra
p^*	força transversal distribuída
m^*	massa por unidade de comprimento
δd_i	deslocamento virtual na i -ésima coordenada
W_I	trabalho referente às forças de inércia
N_f	número de função de forma
$[K_{el}]$	matriz de rigidez linear da barra
k_{ij}	elemento da matriz de rigidez linear da barra
f_{ij}	flexibilidade da coordenada i causado por uma força unitária localizada na coordenada j
N_1	esforço normal causado pela força unitária na coordenada 1
T_4	esforço torçor causado pelo torçor unitário na coordenada 4
M_i	esforço fletor causado por uma força unitária na coordenada i
V_i	esforço cortante causado por uma força unitária na coordenada i
$[F_{er}]$	matriz de flexibilidade para o sistema reduzido
$[K_{er}]$	matriz de rigidez para o sistema reduzido
W_N	trabalho referente às forças axiais
k_{egij}	termos da matriz de rigidez geométrica
$[K_{eg}]$	matriz de rigidez geométrica da barra
$[K_{et}]$	matriz de rigidez tangencial da barra
$[M_e]$	matriz de massa
$[\varphi]$	matriz de autoversores da matriz de massa
$[M^*]$	matriz de massa diagonalizada
$\{y_e(t)\}$	vetor de deslocamentos
$\{y^*(t)\}$	vetor de deslocamentos no referencial que diagonaliza a matriz de massa
$[K^*]$	matriz de rigidez no referencial que diagonaliza a matriz de massa

$[K_e]$	matriz de rigidez
$\{u^*(t)\}$	vetor de forças no referencial que diagonaliza a matriz de massa
$\{u_e(t)\}$	vetor de forças
$[DI]$	matriz dinâmica inversa
$\{D(t)\}$	vetor de deslocamentos no referencial que torna a matriz de massas numa matriz identidade
$\{u^I\}$	vetor de forças no referencial que torna a matriz de massas numa matriz identidade
$[\bar{\psi}]$	autoversores da matriz dinâmica inversa
$[\omega^2]$	matriz das frequências angulares quadradas
$\{\bar{q}(t)\}$	vetor de deslocamentos no referencial que torna a matriz dinâmica inversa diagonal
$[\Phi]$	matriz modal ponderada
$\{\bar{u}\}$	vetor de forças no referencial que torna a matriz dinâmica inversa diagonal
$\{\bar{q}_0\}$	condições iniciais no referencial generalizado
$\{y_0\}$	condições iniciais no referencial original
$[\bar{\Phi}]$	matriz modal
$[\Phi^0]$	matriz modal normalizada
η_j^0	módulo do j -ésimo modo de vibração
$[M^0]$	matriz de massa modal
$[K^0]$	matriz de rigidez modal
$[C_e]$	matriz de amortecimento
a_0	coeficiente que multiplica a matriz de massa para obtenção da matriz de amortecimento
a_1	coeficiente que multiplica a rigidez de massa para obtenção da matriz de amortecimento
ξ_i	i -ésima razão de amortecimento
ω_i	i -ésima frequência angular
$[C^0]$	matriz de amortecimento modal
t_0	tempo inicial
$\{x(t)\}$	vetor de estado
$x_i(t)$	i -ésima componente do vetor de estado

$\{\mathbf{u}_e(t)\}$	vetor de entradas
$\{\mathbf{s}(t)\}$	vetor de saída
m	número de variáveis de entrada
p	número de variáveis de saída
f_i	função
g_i	função
$[A]$	matriz de estado
$[B]$	matriz de entrada
$[C]$	matriz de saída
$[D]$	matriz de transmissão
n	número de graus de liberdade
$[J]$	matriz de posicionamento
$[I]$	matriz identidade
$[0]$	matriz nula
m_p	massa modal
k_p	rigidez modal
c_p	amortecimento modal
u_p	força modal
m_t	massa do absorvedor
k_t	rigidez do absorvedor
c_t	amortecimento do absorvedor
y_p	deslocamento da estrutura principal
y_t	deslocamento do absorvedor
u_0	amplitude do carregamento
$\bar{\omega}$	frequência angular do carregamento
j	unidade imaginária de um número complexo
\vec{a}_p	amplitude da resposta da estrutura
\vec{a}_t	amplitude da resposta do absorvedor
a_{est}	deflexão estática do sistema principal
μ	razão entre a massa do absorvedor e a massa modal
f	razão entre as frequências angulares
ω_p	frequência angular da massa principal
ω_t	frequência angular do absorvedor

β	razão entre a frequência angular da excitação e a frequência angular da estrutura principal
ζ	razão de amortecimento
c_c	amortecimento crítico
$\zeta_{ótimo}$	razão de amortecimento ótimo
I_{nac}	inércia da nacele
dm	diferencial de massa da nacele
r	distância ao eixo de cálculo da inércia
u_i	translação axial inicial
v_i	translação transversal inicial
θ_i	rotação de flexão inicial
φ_i	rotação de torção inicial
u_f	translação axial final
v_f	translação transversal final
θ_f	rotação de flexão final
φ_f	rotação de torção final
l	comprimento do elemento finito de barra
L	comprimento total da torre
d_i	diâmetro da base da torre
d_f	diâmetro do topo da torre
de_{in}	diâmetro inicial do elemento finito
de_f	diâmetro final do elemento finito
ρ	massa específica do material constituinte da torre
e_s	espessura da chapa constituinte da torre
$d(x)$	variação do diâmetro no elemento finito
N	força normal aplicada no topo da torre
$n(x)$	força axialmente distribuída aplicada à torre
ne_{in}	força normal aplicada na extremidade inicial do elemento inicial
ne_f	força normal aplicada na extremidade final do elemento inicial
$N(x)$	variação da força norma no elemento finito
v_e	volume do elemento finito
g	modulo da aceleração da gravidade
N_T	esforço normal atuante na base da torre

mg	elementos da matriz de massa global
$[M_{\Delta\Delta}]$	submatriz da matriz de massa reposicionada
$[M_{\Delta v}]$	submatriz da matriz de massa reposicionada
$[M_{v\Delta}]$	submatriz da matriz de massa reposicionada
$[M_{vv}]$	matriz de massa para os deslocamentos transversais
$\{v\}$	vetor de deslocamentos transversais
$\{\Delta\}$	demais graus de liberdade
$[K_{\Delta\Delta}]$	submatriz da matriz de rigidez reposicionada
$[K_{\Delta v}]$	submatriz da matriz de rigidez reposicionada
$[k_{v\Delta}]$	submatriz da matriz de rigidez reposicionada
$[K_{vv}]$	submatriz da matriz de rigidez reposicionada
$\{u_v\}$	vetor de forças transversais à torre
$\{u_\Delta\}$	demais forças aplicadas à torre
$[\bar{K}_v]$	matriz de rigidez para os deslocamentos transversais à torre
$\{\bar{u}_v\}$	vetor de forças para os deslocamentos transversais à torre
$[\bar{C}_v]$	matriz de amortecimento para os deslocamentos transversais à torre
ω_1	menor frequência angular da estrutura
ω_5	quinta menor frequência angular da estrutura
$[M_{vv}^{TMD}]$	matriz de massa para o sistema condensando com a introdução do absorvedor
$[\bar{K}_v^{TMD}]$	matriz de rigidez para o sistema condensando com a introdução do absorvedor
$[\bar{C}_v^{TMD}]$	matriz de amortecimento para o sistema condensando com a introdução do absorvedor
$\{\bar{u}_v^{TMD}\}$	vetor de forças para o sistema condensado com a introdução do absorvedor
F_H	força horizontal aplicada ao topo da torre
M	momento aplicado ao topo da torre
v_{p10}	velocidade média do vento em 10 min a 10 m de altura
v_0	velocidade básica do vento na localidade analisada
$v_{10}(z)$	velocidade do vento em 10 min
z	altura em relação ao solo
α	expoente do perfil de velocidade do vento

$v_3(z)$	velocidade do vento em 3 s
$q_w(z)$	pressão do vento
ρ_{ar}	massa específica do vento
$q_{linear}(z)$	carga transversal por unidade de comprimento que solicita a torre
$d(z)$	variação do diâmetro de centro a centro com a altura
$e_s(z)$	variação da espessura com a altura
c_a	coeficiente de arrasto
$q(x)$	carga transversal por unidade de comprimento que solicita a torre
M_1	momento na extremidade esquerda
M_2	momento na extremidade direita
f_{10}	rotação do extremo esquerdo devido à $q(x)$
f_{20}	rotação do extremo direito devido à $q(x)$
v_i^0	reação na extremidade inicial devido à $q(x)$
v_f^0	reação na extremidade final devido à $q(x)$
v_i^m	reação na extremidade inicial devido à ação de M_1 e M_2
v_f^m	reação na extremidade final devido à ação de M_1 e M_2 .
$\{f_0\}$	vetor de rotações de extremo do elemento
$\{M\}$	vetor de momentos de extremo
$M_0(x)$	momento fletor devido a carga
$M_1(x)$	fletor causado por M_1
$M_2(x)$	fletor causado por M_2
$v_0(x)$	esforço cortante oriundo da carga
$v_1(x)$	cortante causado por M_1
$v_2(x)$	cortante causado por M_2
v_f	reação total na extremidade final (direita)
v_i	reação total na extremidade inicial (esquerda)
$[P]$	autovetores da matriz de estados
$\{z\}$	vetor de estado no referencial que diagonaliza a matriz de estados
$[\Lambda]$	matriz espectral da matriz de estados
$[B']$	matriz entradas no referencial que diagonaliza a matriz de estados
ω_k	frequência do carregamento (frequência fundamental da torre sem controle)
m_c	total de variáveis de entrada

$u_{e_k}^1$	amplitude cossenoidal da ação
$u_{e_k}^2$	amplitude senoidal da ação
c_{ii}	constate de integração da variável ii
$\{z_{t_0}\}$	condições iniciais no referencial que desacopla as equações de estado
$\{x_{t_0}\},$	condições iniciais no referencial inicial

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	26
1.1	JUSTIFICATIVA	27
1.2	OBJETIVOS	31
1.2.1	OBJETIVO GERAL	31
1.2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	31
1.3	CONTEÚDO E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	32
2	REFERENCIAL TEÓRICO	33
2.1	CARACTERÍSTICAS DOS AEROGERADORES.....	33
2.2	TORRES PARA AEROGERADORES	36
2.3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	41
2.3.1	REPRESENTAÇÃO DE UM SISTEMA DINÂMICO COM UM GRAU DE LIBERDADE.....	41
2.3.2	REPRESENTAÇÃO DE UM SISTEMA DINÂMICO COM VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE	42
2.3.3	PRINCÍPIO DOS TRABALHOS VIRTUAIS.....	43
2.3.4	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	45
2.3.5	FUNÇÕES DE FORMA PARA INTERPOLAÇÃO DE DESLOCAMENTOS E ROTAÇÕES EM BARRAS	45
2.3.6	MATRIZ DE MASSA DE UMA BARRA.....	48
2.3.7	MATRIZ DE RIGIDEZ DE UM BARRA.....	49
2.3.8	MATRIZ DE RIGIDEZ GEOMÉTRICA DE UMA BARRA	53
2.3.9	MÉTODO DA SUPERPOSIÇÃO MODAL.....	55
2.3.10	MATRIZ DE AMORTECIMENTO.....	59
2.3.11	REPRESENTAÇÃO NO ESPAÇO DE ESTADOS.....	60
2.3.12	ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO PASSIVO	62
2.4	CONTROLE DE VIBRAÇÕES.....	67
2.4.1	SISTEMAS DE CONTROLE DE VIBRAÇÕES	67
2.4.2	REVISÃO DA LITERATURA SOBRE O CONTROLE ESTRUTURAL DE VIBRAÇÕES EM TORRES PARA HAWT	73
2.5	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO	84
3	METODOLOGIA.....	86

3.1	<i>CARACTERÍSTICAS DA TORRE E SOLICITAÇÃO DINÂMICA</i>	86
3.2	<i>ANÁLISE DINÂMICA VIA CÓDIGO PRÓPRIO</i>	88
3.2.1	<i>GRAUS DE LIBERDADE</i>	88
3.2.2	<i>DISCRETIZAÇÃO DA TORRE</i>	89
3.2.3	<i>MATRIZ DE MASSA DO ELEMENTO FINITO</i>	90
3.2.4	<i>MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO FINITO</i>	90
3.2.5	<i>MATRIZ DE RIGIDEZ GEOMÉTRICA DO ELEMENTO FINITO</i>	93
3.2.6	<i>MATRIZES DE MASSA E DE RIGIDEZ GLOBAIS</i>	95
3.2.7	<i>FREQUÊNCIAS E MODOS DE VIBRAÇÃO DA TORRE</i>	96
3.2.8	<i>CONDENSAÇÃO ESTÁTICA</i>	96
3.2.9	<i>MATRIZ DE AMORTECIMENTO DO SISTEMA CONDENSADO</i>	97
3.2.10	<i>ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO APLICADO À TORRE</i>	98
3.2.11	<i>SOLICITAÇÃO DINÂMICA</i>	99
3.2.12	<i>VETOR DE ESFORÇOS NODAIS</i>	101
3.2.13	<i>RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE ESTADO</i>	103
3.3	<i>CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO</i>	105
4	<i>RESULTADOS E DISCUSSÃO</i>	106
4.1	<i>CARACTERÍSTICAS MODAIS DOS MODOS CONTROLADOS</i>	106
4.2	<i>ESQUEMATIZAÇÃO DO MECANISMO DE CONTROLE</i>	107
4.3	<i>RESPOSTA DA ESTRUTURA SEM CONTROLE</i>	107
4.3.1	<i>FREQUÊNCIAS E MODOS DE VIBRAÇÃO</i>	107
4.3.2	<i>RESPOSTA A UMA EXCITAÇÃO HARMÔNICA PERMANENTE</i>	109
4.3.3	<i>RESPOSTA A UMA EXCITAÇÃO HARMÔNICA TRANSIENTE</i>	110
4.4	<i>ESTUDO PARAMÉTRICO DO SISTEMA PASSIVO</i>	111
4.5	<i>RESPOSTA DA ESTRUTURA COM CONTROLE</i>	115
4.5.1	<i>FREQUÊNCIAS E MODOS DE VIBRAÇÃO</i>	115
4.5.2	<i>RESPOSTA A UMA EXCITAÇÃO HARMÔNICA PERMANENTE</i>	116
4.5.3	<i>RESPOSTA A UMA EXCITAÇÃO HARMÔNICA TRANSIENTE</i>	117
4.6	<i>CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO</i>	119
5	<i>CONSIDERAÇÕES FINAIS</i>	120
5.1	<i>CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES</i>	120
5.2	<i>PERSPECTIVAS/SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</i>	120
	<i>REFERÊNCIAS</i>	122

APÊNDICE A – CÓDIGO IMPLEMENTADO EF FINITO DE BARRA PARA ANÁLISE DE CONTROLE DE VIBRAÇÕES DA TORRE.....	126
--	------------

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, voltou-se a atenção para preservação do planeta, tendo em vista o grande crescimento da população mundial e, conseqüentemente, a exacerbada exploração da natureza. A respeito da geração de energia, discute-se muito sobre os benefícios da utilização das energias ditas renováveis (energia solar, calor geotérmico, energia das marés, energia hídrica, biomassa) que são aquelas livres da emissão do gás carbônico e independentes de recursos finitos; em detrimento das não renováveis (petróleo, carvão mineral, gás natural e xisto betuminoso).

Dentre as renováveis tem-se a energia eólica, da qual não se sabe a data precisa dos primeiros usos, mas, decerto, ocorreram há milhares de anos no Oriente, provavelmente, com a utilização da força aerodinâmica de arrasto, sobre velas ou placas, para produzir trabalho através de máquinas. Na Holanda, no século XIV, essas máquinas apresentavam-se com uma grande evolução técnica e capacidade em potência e uma vasta aplicação como fonte de energia, principalmente em bombeamento d'água, serrarias e moagem de grãos (AMARANTE et al., 2001).

Um dos primeiros usos do vento para a geração de energia elétrica ocorreu com utilização de pequenos aerogeradores para carregamento de bateria nos Estados Unidos, a partir da década de 1930. Já a geração de eletricidade em grande escala, como forma de alimentação suplementar ao sistema elétrico com uso da energia dos ventos, teve os primeiros usos, em fase experimental, realizados durante as décadas de 1940 e 1950 nos Estados Unidos por Smith-Putnam e na Dinamarca por Gedser. Finalmente, o precursor das atuais turbinas, com pás fabricadas em material composto e torre tubular esbelta, surgiu na Alemanha (AMARANTE et al., 2001).

Desde então, a utilização de aerogeradores vem crescendo e expandindo-se em diversas partes do mundo, o que ressalta a importância de estudos que visem aperfeiçoar o funcionamento de suas partes. Particularmente, sobre o projeto estrutural, a torre apresenta características relevantes como a esbeltez crescente nos últimos anos. Este aspecto somado ao carregamento dinâmico, ao qual a torre está submetida, pode levar a estrutura a um comportamento vibracional indesejado. Por isto, este trabalho apresenta um estudo sobre o controle de vibração, numa torre tubular de aço com 120 m, projetando um dispositivo para controlá-la.

A seguir, são apresentados a justificativa do trabalho, os objetivos e o resumo do conteúdo do mesmo.

1.1 JUSTIFICATIVA

Atualmente, o Brasil ocupa o sexto lugar na geração de energia eólica em 2017 e isto é uma das primeiras justificativas para este trabalho. Na Figura 1 e na Tabela 1 é mostrado a atual distribuição da potência eólica no globo terrestre. Neste contexto, na América Latina, o Brasil compatibilizou uma geração além dos 2 GW, apesar de vivenciar uma grande crise política e econômica não resolvida. O Uruguai completou suas construções e está se aproximando de sua meta: 100% de energia renovável no setor energético. Na Argentina, os resultados das ações realizadas em 2016 e 2017 levarão a um grande número de instalações no ano de 2018 e nos anos subsequentes. Existiam muitas ações na África e Oriente Médio, entretanto o único local contemplado por projetos foi a África do Sul com 621 MW de potência instalados na rede. Grandes projetos no Quênia e Marrocos estão aguardando a conexão com a rede em 2018. A região banhada pelo Oceano Pacífico está desenvolvendo-se lentamente, apesar de muitos novos contratos ter sido assinado em 2017 na Austrália, a única atividade eólica na região representa não mais que 245 MW (GWEC, 2018).

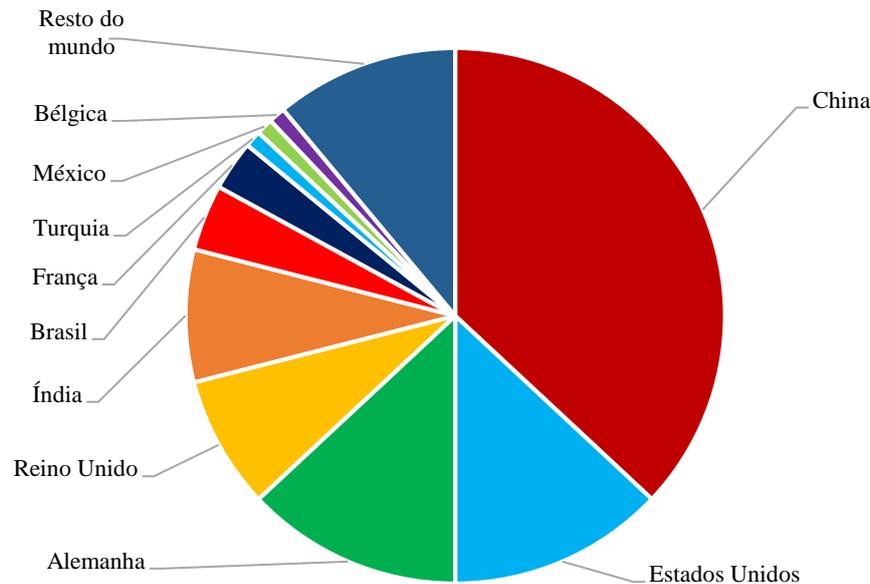
O primeiro uso de energia eólica no Brasil ocorreu em 1992 com a instalação, no arquipélago de Fernando de Noronha, do primeiro aerogerador, fruto de uma parceria entre o Centro de Energia Eólica (CBEE) e a Companhia Energética de Pernambuco (CELPE), através de financiamento do instituto de pesquisas dinamarquês Folkecenter. Durante a década seguinte, porém, pouco se avançou na consolidação da energia eólica como alternativa de geração de energia elétrica no país, em consequência de diversos fatores, principalmente pelo alto custo da tecnologia somado à falta de políticas incentivadoras (ABEEólica, 2018).

Tabela 1 – Distribuição da potência eólica mundial ao fim de 2017.

País	MW	%
China	19500	37
Estados Unidos	7017	13
Alemanha	6581	13
Reino Unido	4270	8
Índia	4148	8
Brasil	2022	4
França	1694	3
Turquia	766	1
México	478	1
Bélgica	467	1
Resto do mundo	5630	11
Total dos dez primeiros	46943	89
Total do mundo	52573	100

Fonte: Adaptado de GWEC (2018).

Figura 1 – Distribuição da potência eólica mundial ao fim de 2017.



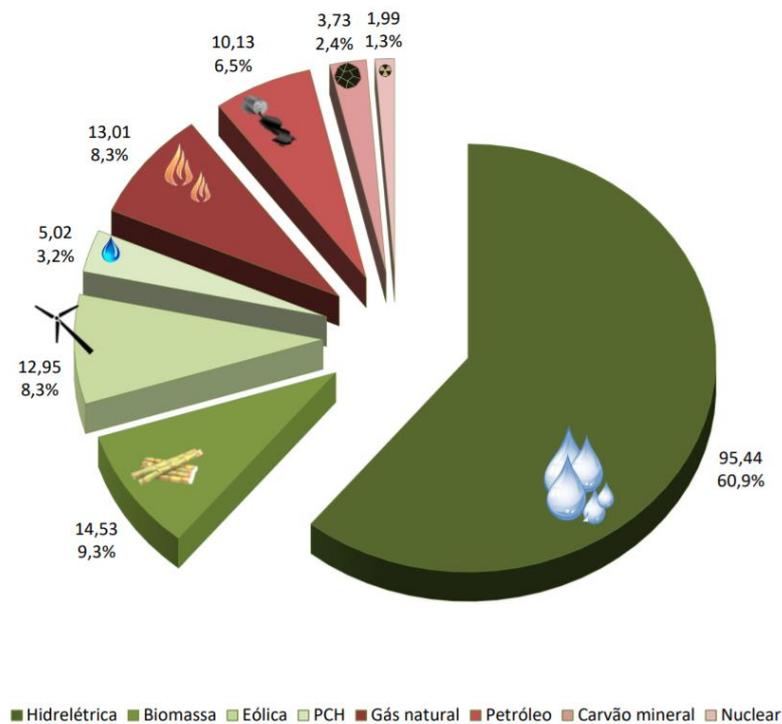
Fonte: Adaptado de GWEC (2018).

Em 2001, pela primeira vez, o CRESESB (Centro de Referência para as Energias Solar e Eólica Sérgio de S. Brito) publicou o atlas do potencial eólico brasileiro, no qual é apresentado o enorme potencial do Brasil para o setor e, de certa forma, teve o objetivo de incentivar empresas a investir na tecnologia que surgia. Em 2013 foi publicado um novo atlas eólico com a finalidade de ratificar a riqueza brasileira na área e apresentar velocidades médias anuais de vento até 200 m de altura. Na Figura 2 é exposto a contribuição da energia eólica na matriz energética brasileira e que o Brasil depende predominantemente da fonte hidrelétrica. Isto apresenta alguns problemas quando é posto em jogo o regime sazonal das chuvas, pois, em épocas de baixas pluviosidade têm-se menores vazões nos rios e menores níveis nos reservatórios e conseqüentemente uma menor geração de energia, fazendo-se necessário lançar mão de outras fontes muitas vezes mais onerosas. Foi o que aconteceu nos últimos anos, uma severa estiagem assolou o Brasil, principalmente o Nordeste, e uma parte da geração elétrica foi abastecida pelas termoelétricas, o que implicou em um aumento no preço da energia fornecida pelas empresas em regime de concessão. A respeito disso, em especial no Nordeste, a utilização da energia eólica é uma boa alternativa pois nos meses de menores vazões do Rio São Francisco têm-se as maiores velocidades de vento na região, ou seja, a utilização do vento constitui uma complementariedade limpa para a sazonalidade hídrica.

No início de 2018 foi publicado o Atlas do Potencial Eólico e Solar de Pernambuco, no qual é mostrado que o estado detém um potencial teórico eólico, aquele calculado considerando todo o território sem nenhuma restrição à instalação, capaz de produzir 1.716,3 TWh, o que atenderia a demanda de energia elétrica do Brasil em 2050. Com intuito de apresentar um

potencial mais factível, é apresentado no atlas o potencial geográfico eólico, que é calculado excluindo as áreas restritas a instalação de usinas: regiões muito irregulares, áreas de proteção ambiental, corpos d'água e zonas urbanas. Em seguida é mostrado o potencial técnico eólico, que além de utilizar as áreas disponíveis do potencial geográfico leva em conta aerogeradores de rotores similares as alturas calculadas no Atlas e um espaçamento entre os aerogeradores, o layout de instalação das usinas (ATLAS..., 2017).

Figura 2 – Matriz Energética Brasileira (GW).



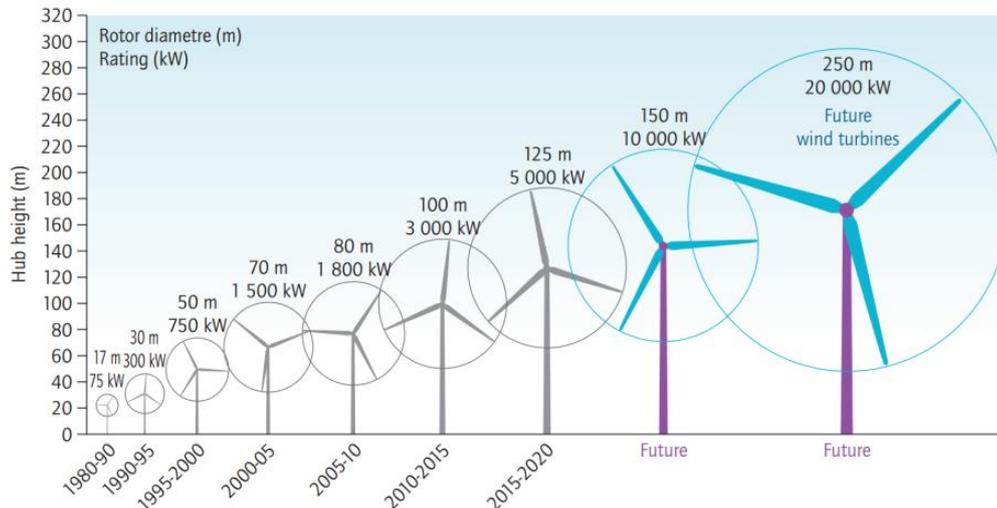
Fonte: ABEEólica (2018).

Por fim, é indicado o resultado mais exequível, o potencial econômico eólico que inclui todos os fatores supracitados e exclui áreas distanciadas a mais de 100 km das atuais redes de transmissão, ou Rede Básica como é conhecida. Assim, com todas as restrições, Pernambuco tem potencial instalável de 59,2 GW a menos de 100 km da linha de transmissão, o que ultrapassa toda a geração da Chesf (Companhia Hidro Elétrica do São Francisco) (ATLAS..., 2017). As usinas em operação em Pernambuco, distribuídas nos municípios de Caetés, Pedra, Gravatá, Macaparana, Paratama, Pombos, Tacaratu e Venturosa, somam 593.385 kW de potência instalada (ANEEL, 2016).

Com intuito de captar maiores velocidades de vento e, por conseguinte, atingir uma maior potência de geração elétrica os aerogeradores foram alcançando dimensões cada vez maiores. Uma vez que, em escoamentos de fluidos, a velocidade varia com a distância à superfície que os delimitam. No escoamento de vento na atmosfera não é diferente, a velocidade do vento é baixa próximo a superfície da terra e cresce com o aumento da altitude. É mostrado

na Figura 3 a evolução do diâmetro do rotor das turbinas ao longo do tempo e previsões para o futuro.

Figura 3 – Diâmetro do rotor das pás de turbinas ao longo dos anos.



Fonte: AGENCY (2013).

Segundo a DWIA (2000), outras razões para a escolha de turbinas de maior capacidade são:

- economia de escala, pois em geral uma máquina de maior porte apresenta maiores razão potência sobre os custos de implantação, uma vez que o incremento da potência não eleva sobremaneira alguns custos para execução da obra: fundações, construção de estrada de acesso (dependendo de cada local), interligação à rede elétrica, componentes da turbina (inclusos os eletrônicos) e manutenção;
- locais onde há dificuldade para encontrar espaço para instalação de mais de uma turbina, a forma mais eficiente para o pleno aproveitamento dos recursos eólicos disponíveis e para a produção da energia demandada, é a escolha de uma torre mais elevada com um aerogerador de maior potência.

Em virtude da elevada altura da torre, a estrutura possui um acentuado índice de esbeltez que deve ser levado em consideração no projeto estrutural. Atualmente, isto é um problema recorrente na engenharia estrutural em muitas estruturas tendo em vista o aumento da resistência dos materiais e a construção de peças mais leves. Essas estruturas submetidas a carregamentos dinâmicos, podem sofrer efeitos de vibrações e, eventualmente, chegar ao colapso quando submetidas a vibrações aeroelásticas, como foi o amplamente conhecido caso da ponte Tacoma Narrows localizada na Carolina do Norte nos Estados Unidos.

As torres eólicas, em especial, são estruturas que por sua concepção e finalidade estão submetidas a carregamento dinâmico, neste caso o vento. Logo, são estruturas sujeitas a vibrações, que podem causar deslocamentos e tensões indesejáveis na estrutura. Além disso,

como será visto doravante que esse fenômeno apresenta uma configuração periódica, ou seja, cíclico com o tempo, pode causar um efeito de fadiga no material constituinte da torre de acordo com o número de repetições de carga e descarga. Em suma, o controle de vibrações pode ser levado em consideração na análise estrutural de uma torre eólica, com intuito de evitar a sua ruptura parcial e até mesmo global.

Além de melhorar a segurança à ruptura da torre, o sistema de controle vai, efetivamente, aperfeiçoar a funcionalidade estrutural da mesma, principalmente na diminuição das amplitudes vibracionais e no aumento da vida útil. Os sistemas de controle são feitos através de técnicas de controle passivo, ativo e semiativo. Pode-se combinar algumas dessas técnicas, obtendo-se o controle híbrido.

Em se tratando do controle utilizado neste trabalho, o passivo, baseia-se na utilização de dispositivos que não necessitam de fonte de energia externa para exercer o controle, sendo os que mais tem sido implementado na Engenharia Civil. De fato, os dispositivos passivos estão preparados para trabalhar com forças de elevada magnitude e possuem uma elevada capacidade de dissipação de energia. Além disso, em comparação com outras técnicas, constituem uma solução mais viável em termos de confiança, custo e manutenção. Sendo assim, na implementação de sistemas de controle, deve-se sempre analisar inicialmente a utilização de um sistema passivo.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 OBJETIVO GERAL

Este trabalho tem como proposta principal propor/projetar um absorvedor de vibração com massa sintonizada (AMS) para o controle de vibração de uma torre tubular em aço com 120 m de altura de um aerogerador de eixo horizontal.

1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Discretizar a estrutura da torre utilizando elementos finitos de barra;
- Montar a matriz de rigidez global da torre;
- Montar a matriz de massa global da torre;
- Escrever as equações de equilíbrio dinâmico da torre nos espaços dos estados;

- Obter os modos e as frequências de vibrações da torre;
- Realizar um estudo paramétrico das propriedades do AMS para verificar o nível de controle de vibração obtido.

1.3 CONTEÚDO E ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho foi dividido em cinco capítulos e um apêndice. No primeiro capítulo (INTRODUÇÃO), são expostas algumas considerações iniciais, justificativas e os objetivos do estudo aqui desenvolvido.

No segundo capítulo (REFERENCIAL TEÓRICO), apresentam-se as principais características dos aerogeradores, a fundamentação matemática necessária para o desenvolvimento deste trabalho, os tipos de controle de vibração e a revisão da literatura.

No capítulo três (METODOLOGIA), descrevem-se as ferramentas e os procedimentos utilizados para desenvolvimento do trabalho.

No capítulo quatro (RESULTADOS E DISCUSSÃO), são apresentados análises e discussões dos resultados numéricos obtidos no desenvolver do trabalho.

Por fim, no capítulo cinco (CONSIDERAÇÕES FINAIS), são mostradas e comentadas as principais conclusões do trabalho, alguns assuntos correlacionados com o tema e sugestões para trabalhos futuros.

A posteriori dos cinco capítulos, apresentam-se as REFERÊNCIAS citadas no texto e no APÊNDICE A o código em MATLAB utilizado no trabalho.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo são apresentados os conceitos teóricos essenciais para a realização deste trabalho. Portanto, expõem-se as características dos aerogeradores e seus principais elementos. Logo após, mostram-se as peculiaridades das torres de suporte a turbina eólica: esbeltez, custo, rigidez, processo de fabricação, transportes, construção/montagem e tipos de torres. Em seguida, expõem-se a fundamentação matemática necessária para o desenvolvimento do trabalho. Ademais, são apresentados os conceitos das técnicas de controle de vibração estrutural empregadas na Engenharia Civil e, em seguida, expõe-se um resumo dos principais trabalhos relacionados ao controle de vibrações de torres tubulares de aço para aerogeradores.

2.1 CARACTERÍSTICAS DOS AEROGERADORES

Aerogeradores são equipamentos destinados a converter a energia cinética dos ventos em energia elétrica. Segundo Ackermann (2002), as turbinas eólicas podem ser divididas quanto à sua maneira de interação com vento: por arrasto ou sustentação. As turbinas de arrasto apresentam baixos coeficientes de potência e nelas as pás são empurradas pelo vento incidente. As turbinas eólicas modernas são predominantemente baseadas na interação por sustentação e utilizam pás com o formato de um aerofólio. Nestas, a força resultante no conjunto de pás não consiste somente numa componente na direção do fluxo de vento, mas, também, numa componente que é perpendicular ao fluxo: a força de sustentação. Esta é a responsável por alavancar o rotor causando torque no eixo do gerador.

Turbinas eólicas de sustentação podem ser divididas de acordo com a orientação do eixo de rotação em de eixo vertical, *Vertical Axis Wind Turbine* (VAWT), conforme a Figura 4, ou de eixo horizontal, *Horizontal Axis Wind Turbine* (HAWT), segundo a Figura 5. As VAWTs têm a vantagem de operar independentemente da direção do vento e ter o gerador e outras partes instalados no solo. No entanto, grandes flutuações de torque a cada revolução, incapacidade de autopartida e limitação para regulação da velocidade frente a fortes ventos são as principais desvantagens. As HAWTs usam diferentes números de pás, dependendo do seu propósito. Quanto maior o número de pás, menor é a velocidade angular e maior o torque sobre o eixo do rotor. Por isso, turbinas com vinte ou mais pás são utilizadas para bombeamento d'água (ACKERMANN, 2002). Já as turbinas com poucas pás apresentam maior velocidade de rotação, um ponto positivo para os geradores de eletricidade.

Como as turbinas que giram predominantemente sob o efeito de forças de sustentação, os HAWTs permitem liberar mais potência do que aqueles que giram sob efeito de forças de arrasto, para uma mesma velocidade de vento. Entretanto, é necessário posicioná-las em locais e alturas específicas para o aproveitamento do vento.

Figura 4 – Aeroeradores de eixo vertical.



Fonte: Sandia (2006).

Figura 5 – Aeroeradores de eixo horizontal.

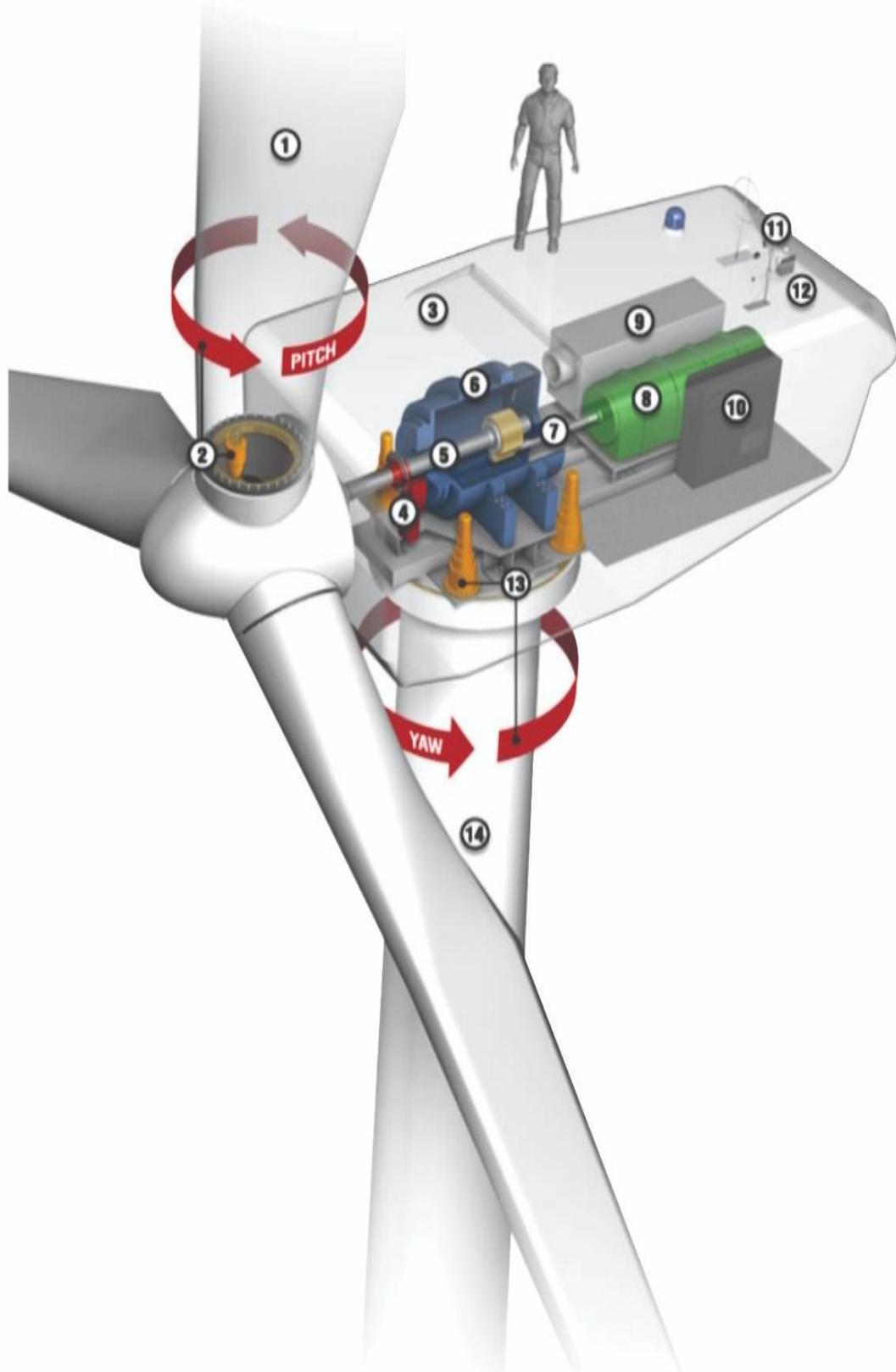


Fonte: Cresesb/Cepel (2001).

Os rotores de eixo horizontal são os mais comuns, desta forma grande parte da experiência mundial está voltada para a sua utilização, principalmente em tripás de eixo horizontal que consistem em uma torre e uma nacelle que é montada no topo da torre.

Basicamente a nacela conta com um gerador, caixa de velocidade, rotor e sistema de controle. Na Figura 6 são expostos os principais componentes de um HAWT tripá.

Figura 6 – Componentes principais de um HAWT moderno.



Fonte: Schubel e Crossley (2012).

A seguir descrevem-se cada componente do HAWT mostrado na figura acima:

- 1) Rotor: o rotor é feito de pás fixadas no cubo. As pás têm a forma da asa de avião e usam o princípio da sustentação para transformar energia eólica em energia mecânica. As pás podem chegar a medir até 60 m de comprimento;
- 2) Ajuste da pá: as pás podem ser rotacionadas para reduzir a força de sustentação quando a velocidade do vento se elevar demasiadamente;
- 3) Nacele: localiza-se no topo da torre e contém vários componentes;
- 4) Freio: o freio mecânico age como uma segurança ao ajuste das pás ou como um dispositivo de parada para manutenção;
- 5) Eixo de baixa velocidade: transfere a rotação das pás para a caixa de velocidade;
- 6) Caixa de velocidade: o rotor gira o eixo a uma baixa velocidade que varia de 20 rpm (revoluções por minuto) a 400 rpm. Engrenagens de transmissão aumentam a velocidade para 1200-1800 rpm, valor requerido pela maioria dos geradores na produção de eletricidade. Algumas turbinas de pequeno porte usam sistema direto, eliminando a necessidade da caixa de velocidade;
- 7) Eixo de alta velocidade: transfere a rotação da caixa de velocidade para o gerador;
- 8) Gerador: converte a energia mecânica produzida pelo rotor em eletricidade. Alguns projetos produzem corrente contínua outros alternada. A eletricidade pode ser usada para aplicações próximas, armazenado em baterias ou transferida para rede de distribuição;
- 9) Caixa de refrigeração: não permite picos de temperatura no gerador;
- 10) Controle: um sistema de computador executa um autodiagnóstico, liga e desliga a turbina, e faz ajustes de acordo com a variação do vento. Um operador remoto pode executar verificações no sistema e inserir novos parâmetros via controle;
- 11) Anemômetro: mede a velocidade do vento e envia para o sistema de controle;
- 12) Cata-vento: Avalia a direção do vento e envia para o sistema de controle, que por sua vez ajusta a direção do rotor e nacele;
- 13) Ajuste do rotor: mantém o rotor direcionado para o vento;
- 14) Torre: como a velocidade do vento aumenta com a altura, torres mais altas permitem às turbinas captarem vento mais intensos e constantes para geração de energia.

2.2 TORRES PARA AEROGERADORES

As torres de sustentação dos aerogeradores são estruturas flexíveis montadas que sustentam o peso do rotor, das pás e dos sistemas elétricos e mecânicos presentes na nacele.

Principalmente, a torre tem a função de elevar o rotor da turbina de eixo horizontal HAWT, e assim permitir que as pás do aerogerador girem a uma altura adequada do solo. Além disso, a torre de sustentação é responsável por transmitir os efeitos gravitacionais e carregamentos para a fundação do aerogerador.

A respeito de custos, a torre de um aerogerador de eixo horizontal pode representar mais de 20% do valor total do investimento (YOSHIDA, 2006). Assim, a fase de análise e de projeto da torre possuem uma grande importância, pois uma redução no seu custo é significativa para o custo total da energia.

Essas torres apresentam-se em três tipos predominantes: tubular, treliçada e estaiada. Quanto ao material podem ser de aço, concreto armado e/ou protendido, híbridas (aço e concreto) ou de madeira. Segundo Brughuis (2003), as torres treliçadas (Figura 7a) podem ser fabricadas por peças de perfil soldados e podem apresentar até a metade do peso de uma torre eólica tubular segmentada, e são de fácil montagem. Todavia, em virtude da acentuada quantidade de barras têm difícil manutenção. As torres estaiadas (Figura 7b) são utilizadas tão somente para aerogeradores de pequeno porte. Como vantagem apresentam baixo custo de fabricação, já como desvantagens: grande dificuldade de acesso ao aerogerador para manutenção e necessidade de uma área livre ao redor da torre para fixação dos cabos.

Figura 7 – Tipos de torres.



(a) Torre treliçada.

Fonte: OTDS (2010).



(b) Torre estaiada.

Fonte: OTDS (2010).



(c) Torre tubular.

Fonte: Santos (2013).

As torres tubulares (Figura 7c) constituem o tipo mais comum de torres para aerogeradores, sendo o mais utilizado em turbinas eólicas; a principal razão deve-se a facilidade de logística na construção. Essas torres podem ser tubulares cilíndricas ou tubulares tronco-cônicas. Estas apresentam uma vantagem em relação àquelas: maior rigidez com mesma

quantidade de massa (material). No Brasil, as torres tubulares tronco-cônicas dominam o mercado de geração de energia eólica.

As torres tubulares de sustentação de aerogeradores são formados de segmentos pré-fabricados que variam de 20 a 30 m. Esses segmentos são originados a partir da calandragem de chapas de aço com aproximadamente 2 m de comprimento e espessura entre 10 e 50 mm que são posteriormente soldadas formando as seções da torre (HAU, 2006). Desta maneira, o transporte da torre (Figura 8) até o local da instalação é facilitado. Contudo, o limitante para o comprimento e o diâmetro dos segmentos ainda é o transporte, sendo este, por rodovias, inexequível para alguns tamanhos.

Figura 8 – Transporte de um segmento tubular de uma torre eólica.



Fonte: Vilarformoso (2010).

A montagem da torre é feita instalando-se um segmento sobre o outro e por último a nacelle e o rotor através de uma grua de grande capacidade. Os segmentos geralmente são fixados por anéis de conexão aparafusados, flanges, interno à torre; dispensando a necessidade de equipamento extra de elevação e conferindo mais segurança ao operário que realiza a tarefa de execução e posteriormente de manutenção, via um sistema de acesso interno à torre. Na Figura 9 são expostas as fases da montagem de um aerogerador implantado em 2011 no Parque Eólico Morro dos Ventos no Rio Grande do Norte pela *General Eletrics* (GE) em parceria com a Tectis ®.

Como sobredito, no primeiro capítulo, e reiterado neste, o porte das torres de turbinas eólicas cresceu vertiginosamente e as expectativas ainda apontam crescimento. Assim, as torres são estruturas com elevada esbeltez, parâmetro que está diretamente ligado com o nível de flexibilidade da torre, tornando-se de extrema importância para o projeto estrutural da torre e para análise de estabilidade da mesma.

Outro parâmetro importante no projeto de uma torre de sustentação a um aerogerador para a análise do comportamento dinâmico do sistema torre-nacelle-pás é a rigidez da estrutura,

pois esta afeta significativamente a frequência natural de oscilação do conjunto. No âmbito da dinâmica estrutural é preferível que a torre apresente alta rigidez para que não seja tão vulnerável às solicitações dinâmicas. Por outro lado, um aumento de rigidez implica num aumento de custos, pois para tal necessita-se de um incremento de massa e de material utilizado no projeto para fabricar a torre o que muitas vezes se torna inviável. Assim, busca-se um ponto intermediário que atenda as condições de estabilidade e seja viável economicamente. Neste contexto, algumas técnicas de controle de vibrações têm ação direta em pontos estratégicos da estrutura com o intuito de aumentar a rigidez da mesma quando necessário, constituindo, mesmo assim, um projeto economicamente viável.

Figura 9 – Fases da montagem de um aerogerador.



(a) Colocação do Painel de controle na base da fundação.



(b) Montagem do primeiro segmento da torre.



(c) Montagem do segundo e terceiro segmentos.



(d) Nacele montada e início da montagem do rotor.



(e) Acoplamento do rotor na nacele.

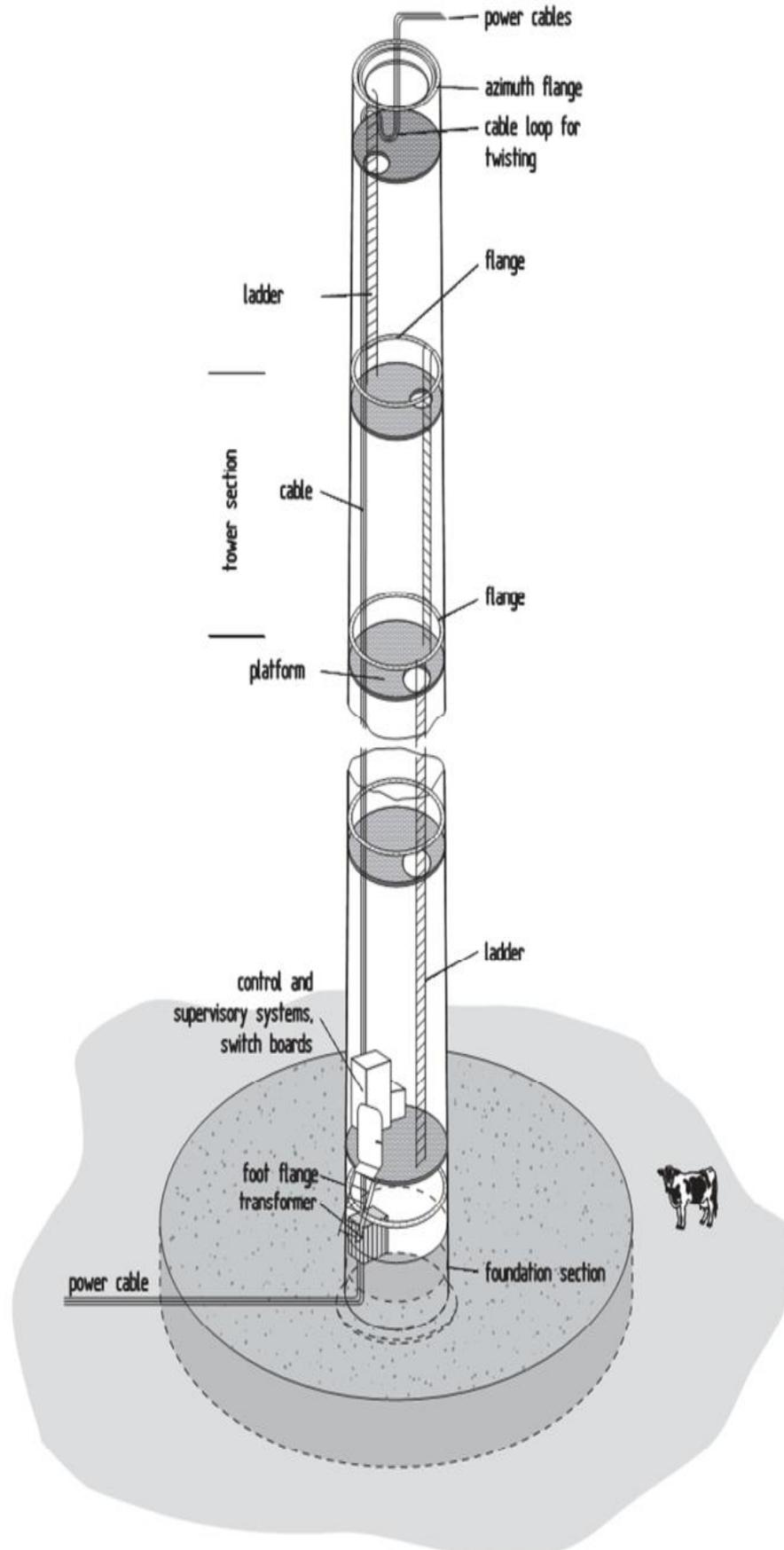


(f) Montagem finalizada.

Fonte: General Electric (2015).

Salienta-se a importância de manutenção nas torres tendo em vista a complexidade da mesma. Para execução da extensiva manutenção preventiva e reparação de eventuais falhas necessita-se de condições de trabalho que permitam segurança e produtividade. Para isso, a torre conta com acessos e uma série equipamento em seu interior (Figura 10); minimizando-se a intervenção em alturas elevadas exteriores à torre.

Figura 10 – Sistemas internos em HAWTs.



Fonte: Hau (2006).

2.3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste item, define-se a fundamentação teórica básica necessária para o desenvolvimento deste trabalho, a sequência de definições é feita, tanto quanto possível, numa ordem correspondente ao decorrer do trabalho. Assim, define-se necessariamente nesta ordem: a representação de um sistema dinâmico com um grau de liberdade, a representação de um sistema dinâmico com vários graus de liberdade, o princípio dos trabalhos virtuais, o Método dos Elementos Finitos (MEF), as funções de forma para interpolação de deslocamentos e rotações em barras, a matriz de massa de uma barra, a matriz de rigidez de uma barra, a matriz de rigidez geométrica de uma barra, o método da superposição modal, a matriz de amortecimento, a representação no espaço de estados e a teoria de absorvedor dinâmico de vibração passivo.

2.3.1 REPRESENTAÇÃO DE UM SISTEMA DINÂMICO COM UM GRAU DE LIBERDADE

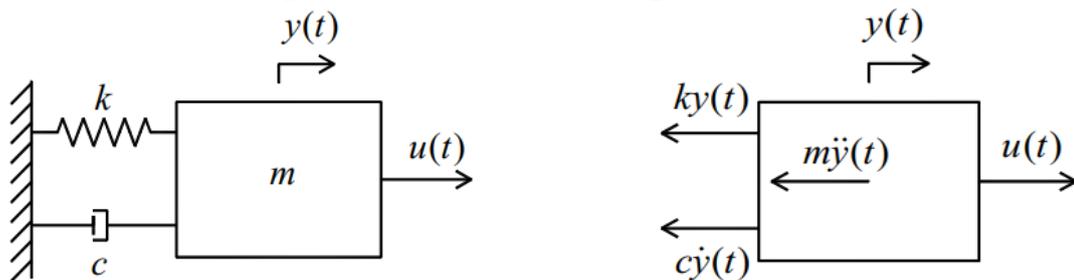
A equação do movimento deste sistema dinâmico é obtida aplicando-se leis físicas que governam o comportamento, neste caso a segunda lei de Newton (Eq.(1)), segundo a qual o somatório de forças externas aplicadas num corpo é igual a derivada temporal do momento linear:

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} \vec{P} \quad (1)$$

na qual, \vec{F} é a força externa, t é a variável temporal e \vec{P} representa o momento linear.

Considere-se o sistema representado na Figura 11, constituído por um corpo de massa m , ligado ao exterior através de uma mola de rigidez k e por um amortecedor viscoso de constante de amortecimento c , ao qual está aplicado uma força variável no tempo $u(t)$.

Figura 11 – Sistema mecânico de 1 grau de liberdade.



(a) Sistema mecânico.

(b) Diagrama de corpo livre.

Fonte: Chopra (2012).

Aplicando-se a Eq.(1) à configuração de forças representada na Figura 11b obtém-se a seguinte equação para o movimento do sistema:

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = u(t) \quad (2)$$

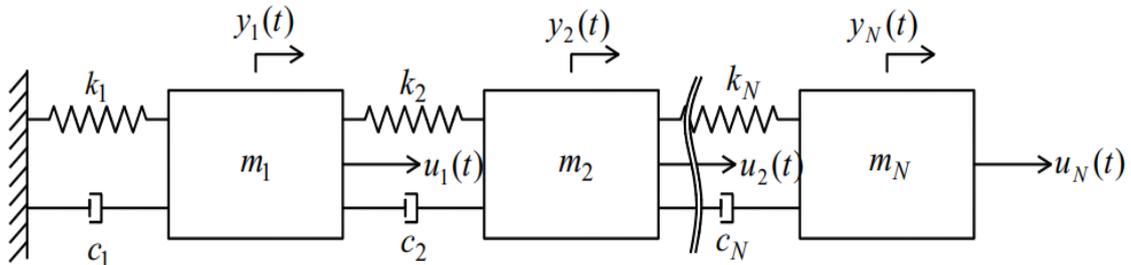
a qual constitui a equação do movimento para um sistema de um grau de liberdade, onde $\ddot{y}(t)$, $\dot{y}(t)$ e $y(t)$ representam a aceleração, a velocidade e o deslocamento do corpo, respectivamente.

2.3.2 REPRESENTAÇÃO DE UM SISTEMA DINÂMICO COM VÁRIOS GRAUS DE LIBERDADE

Por outro lado, quando um sistema é formado por um conjunto de corpos (Figura 12), este constitui um sistema com vários graus de liberdade. Desta forma, aplicando-se a segunda lei de Newton para cada um deles, permite obter o sistema de equações diferenciais que governa o movimento global do sistema.

O sistema da figura abaixo (Figura 12) é constituído por um conjunto de massas m_1, m_2, \dots, m_N , ligadas ao exterior através de uma mola de rigidez k_1 e amortecedor viscoso c_1 , e ligadas entre si por molas de rigidezes k_2, \dots, k_N e amortecedores viscosos de constantes de amortecimento c_2, \dots, c_N , solicitado por forças variáveis no tempo u_1, u_2, \dots, u_N .

Figura 12 – Sistema mecânico com N graus de liberdade.



Fonte: Chopra (2012).

Os diagramas de corpo livre referente ao equilíbrio dinâmico de cada um dos corpos estão representados na Figura 13. Escrevendo as equações de equilíbrio de cada um dos corpos, obtém-se as seguintes equações que constituem um sistema de equações diferenciais de segunda ordem:

$$\begin{aligned} m_1\ddot{y}_1(t) + (c_1 + c_2)\dot{y}_1(t) - c_2\dot{y}_2(t) + (k_1 + k_2)y_1(t) - k_2y_2(t) &= u_1(t) \\ m_2\ddot{y}_2(t) + (c_2 + c_3)\dot{y}_2(t) - c_3\dot{y}_3(t) + (k_2 + k_3)y_2(t) - k_3y_3(t) &= u_2(t) \\ &\vdots \\ m_N\ddot{y}_N(t) + c_N\dot{y}_N(t) - c_N\dot{y}_{N-1}(t) + k_Ny_N(t) - k_Ny_{N-1}(t) &= u_N(t) \end{aligned} \quad (3)$$

este sistema pode ser escrito de forma matricial, tornando-se:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{y}}(t)\} + [\mathbf{C}]\{\dot{\mathbf{y}}(t)\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{y}(t)\} = \{\mathbf{u}(t)\} \quad (4)$$

em que, $\{\ddot{\mathbf{y}}(t)\}$, $\{\dot{\mathbf{y}}(t)\}$, $\{\mathbf{y}(t)\}$ e $\{\mathbf{u}(t)\}$ representam os vetores aceleração, velocidade, deslocamento e força, respectivamente, dados por:

$$\{\ddot{\mathbf{y}}(t)\} = \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1(t) \\ \ddot{y}_2(t) \\ \vdots \\ \ddot{y}_N(t) \end{Bmatrix} \quad \{\dot{\mathbf{y}}(t)\} = \begin{Bmatrix} \dot{y}_1(t) \\ \dot{y}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{y}_N(t) \end{Bmatrix} \quad \{\mathbf{y}(t)\} = \begin{Bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \\ \vdots \\ y_N(t) \end{Bmatrix} \quad \{\mathbf{u}(t)\} = \begin{Bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ \vdots \\ u_N(t) \end{Bmatrix} \quad (5)$$

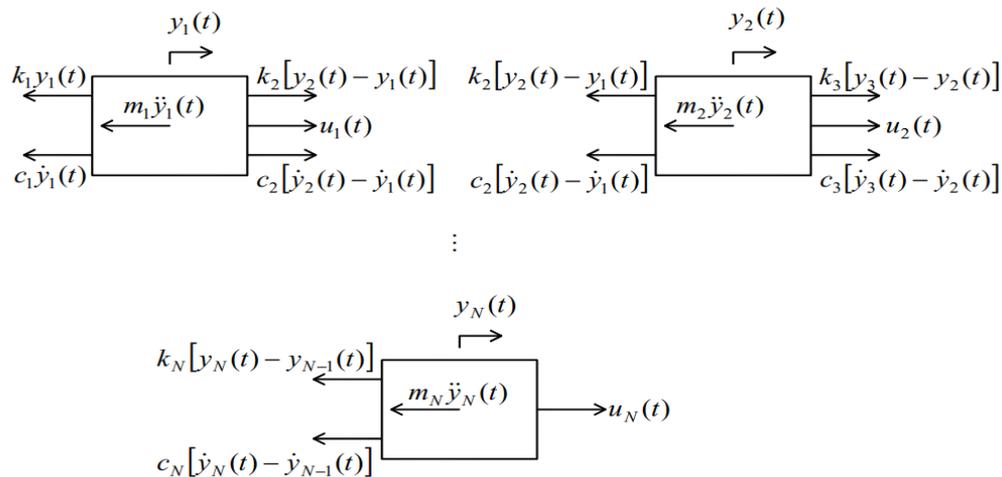
e $[\mathbf{M}]$, $[\mathbf{C}]$ e $[\mathbf{K}]$ são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente, para este sistema, definidas da seguinte maneira:

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & m_N \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{C}] = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & \ddots & \vdots \\ 0 & -c_3 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & c_{N-1} + c_N & -c_N \\ 0 & \cdots & 0 & -c_N & c_N \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$[\mathbf{K}] = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \ddots & \vdots \\ 0 & -k_3 & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & k_{N-1} + k_N & -k_N \\ 0 & \cdots & 0 & -k_N & k_N \end{bmatrix}$$

Figura 13 – Diagramas de corpo livre do sistema de N graus de liberdade.



Fonte: Chopra (2012).

2.3.3 PRINCÍPIO DOS TRABALHOS VIRTUAIS

Outra ferramenta utilizada no desenvolvimento deste trabalho foi o princípio dos trabalhos virtuais que é baseado em balanços energéticos. Considere-se um corpo sobre o qual

atua um conjunto de forças em equilíbrio, dando-lhe um deslocamento virtual qualquer, ou seja, uma combinação de translação e rotação em qualquer direção, o trabalho virtual realizado pelas forças deve ser igual a zero porque as forças estão em equilíbrio. Esta afirmação constitui o princípio dos deslocamentos virtuais. Em análise estrutural, deve-se estender o princípio dos deslocamentos virtuais ao caso de estruturas deformáveis. Para tanto, deve-se levar em consideração não somente o trabalho virtual das forças, mas também o associado às forças internas ou tensões resultantes (TIMOSHENKO; GERE, 1984).

Com o desenvolvimento das equações de balanço de energia chega-se a seguinte equação:

$$W_{ext} = W_{int}. \quad (7)$$

Esta equação representa o princípio dos trabalhos virtuais e pode ser definida como se segue: quando a uma estrutura deformável, em equilíbrio, sob a ação de um sistema de cargas, é dada uma pequena deformação virtual, o trabalho realizado pelas forças externas (W_{ext}), ou cargas, é igual ao trabalho virtual realizado pelas forças internas (W_{int}), ou tensões resultantes (TIMOSHENKO; GERE, 1984).

Genericamente, a equação completa para o trabalho virtual interno num caso em que atuem momento fletor, momento torçor, esforço cortante e esforço axial sobre uma estrutura é dado por:

$$W_{int} = \int N d\delta + \int M d\theta + \int V d\lambda + \int T d\phi \quad (8)$$

na qual, N , M , V e T são, respectivamente, os esforços normais, flexionais, cisalhantes e torsões reais na estrutura causados por cargas reais, enquanto as deformações $d\delta$, $d\theta$, $d\lambda$ e $d\phi$ são, respectivamente, as deformações normais, flexionais, cisalhantes e torsões fictícias, associadas com o deslocamento virtual da estrutura (TIMOSHENKO; GERE, 1984).

Um caso particular do princípio dos trabalhos virtuais é o método da carga unitária para cálculo dos deslocamentos no qual uma carga unitária virtual é introduzida no ponto onde se deseja calcular o deslocamento. Assim, o trabalho externo virtual é o próprio deslocamento no ponto analisado. Utilizando-se equações clássicas da mecânica dos materiais obtém-se as deformações fictícias da Eq.(8). Finalmente, unindo-se as Eqs.(7) e (8) obtém-se a equação do método da carga unitária na seguinte forma:

$$\Delta = \int \frac{N_U N_L}{EA} dx + \int \frac{M_U M_L}{EI} dx + \int \frac{kV_U V_L}{GA} dx + \int \frac{T_U T_L}{GJ} dx \quad (9)$$

em que, os esforços com subscrito L são causados pelas cargas reais, já os esforços com subscrito U referem-se à carga unitária, Δ denota o deslocamento que é posto de forma genérica

podendo representar translação ou rotação, E, A, I, G, J, k são módulo de elasticidade, área da seção transversal, momento de inércia da seção transversal, módulo de cisalhamento, momento polar de inércia da seção transversal e coeficiente de cisalhamento, respectivamente. A Eq.(9) pode ser usada na determinação do deslocamento Δ em qualquer ponto da estrutura, quando o material é linearmente elástico e o princípio da superposição for válido (TIMOSHENKO; GERE, 1984). Entende-se que as integrais da Eq.(9) são sobre toda a estrutura.

Salienta-se que em alguns casos de flexão utiliza-se a Eq.(9) apenas com o termo de flexional desconsiderando-se a parcela referentes ao esforço cisalhante. Isto é razoável para estruturas de vãos longos, já para vãos mais curtos perde-se precisão quando esta aproximação é feita. Neste trabalho, quando analisados os deslocamentos de flexão considerou-se a parcela cisalhante.

2.3.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Um método amplamente conhecido para discretização de problemas da engenharia denomina-se Método dos Elementos Finitos (MEF). Este método surgiu como ferramenta numérica para análise na indústria aeroespacial em meados do ano de 1950 (COOK et al., 2002). Posteriormente sua aplicação disseminou-se por diversas áreas desde a engenharia estrutural, geotécnica, aplicações em dinâmica de fluidos entre outras inúmeras aplicações em diversas áreas. A técnica consiste em dividir o domínio de estudo em elementos que se conectam entre si por pontos denominado nós. A partir da solução nodal, obtêm-se a resposta para todo o domínio através de uma superposição de funções convenientemente escolhidas denominadas funções de forma.

Existem diversos tipos de elementos finitos: elementos unidimensionais (barra), bidimensionais (casca) e elementos tridimensionais, a escolha do tipo de elemento depende do problema de estudo.

2.3.5 FUNÇÕES DE FORMA PARA INTERPOLAÇÃO DE DESLOCAMENTOS E ROTAÇÕES EM BARRAS

Como dito anteriormente, no Método dos Elementos Finitos a estrutura é discretizada e a solução é representada por valores nodais. Para melhor substituir o comportamento contínuo necessita-se interpolar a solução das extremidades dos elementos para obter os resultados em qualquer ponto ao longo de todo o elemento finito. Esta interpolação é feita a partir das funções

de forma. Assim, mostram-se a seguir as funções de forma que definem elásticas elementares para uma barra com carregamentos axial, flexional e torcional. Para tanto, considere-se a Figura 14 na qual é mostrado uma barra de tamanho l com deslocamentos nos pontos iniciais e finais.

Figura 14 – Barra para cálculo das funções de forma.



Fonte: Autor (2018).

As funções de formas são obtidas impondo em cada deslocabilidade mostrada na Figura 14 um valor unitário e as demais nulas, em outras palavras, para se calcular a i -ésima função de forma considera-se $d_i = 1$ e $d_j = 0$ com $j \in \{(1,2,3,4,5,6,7,8) - (i)\}$. Considere-se, agora, que $u(x)$ seja o campo de deslocamento axial, ou seja, os deslocamentos no eixo longitudinal da barra, $v(x)$ seja os deslocamentos transversais ao eixo da barra e $\varphi(x)$ seja as rotações devido a torção.

A modelagem matemática para o comportamento axial de acordo com a mecânica dos materiais é a que se segue:

$$N(x) = EA(x) \frac{du}{dx} \quad (10)$$

em que, $N(x)$ é o esforço normal atuante na barra, E é o módulo de elasticidade longitudinal e $A(x)$ é a área da seção transversal. Derivando-se ambos os lados da Eq.(10) e considerando a área constante obtém-se:

$$\frac{d^2u}{dx^2} = \frac{p(x)}{EA} \quad (11)$$

na qual, $p(x)$ designa a carga normal distribuída por unidade de comprimento. Para o caso em questão no qual não há carga aplicada à barra a Eq.(11) torna-se homogênea e por se tratar de uma equação diferencial de segunda ordem de apenas um termo a solução é uma reta. Aplicando-se as condições de contorno para primeira função de forma, $u(0) = 1$ e $u(l) = 0$, na solução da Eq.(11), obtém-se a primeira função de forma:

$$\psi_1^u = 1 - \frac{x}{l} \quad (12)$$

Semelhantemente, obtém-se a outra função de forma para o comportamento axial que é dada como se segue:

$$\psi_5^u = \frac{x}{l} \quad (13)$$

A equação diferencial para o efeito de torção é semelhante à do efeito axial. Portanto, as funções de forma para este efeito são obtidas da mesma forma, resultando:

$$\begin{aligned}\psi_4^\varphi &= 1 - \frac{x}{l} \\ \psi_8^\varphi &= \frac{x}{l}\end{aligned}\tag{14}$$

Já para o comportamento à flexão a equação diferencial é dada por:

$$M(x) = EI(x) \frac{d^2v}{dx^2}\tag{15}$$

em que, $M(x)$ é o momento fletor atuante na barra e $I(x)$ é o momento de inércia da seção transversal. Derivando-se duas vezes a Eq.(15) e considerando a inércia constante obtém-se:

$$\frac{d^4v}{dx^4} = \frac{q(x)}{EI}\tag{16}$$

na qual, $q(x)$ designa a carga transversal distribuída aplicada à barra. Como não há carga transversal aplicada a Eq.(16) torna-se homogênea e a solução para v é um polinômio do terceiro grau. Aplicando-se as condições de contorno para a segunda função de forma ($v(0) = 1$, $v(l) = 0$, $\frac{dv}{dx}(0) = 0$ e $\frac{dv}{dx}(l) = 0$) obtém-se a seguinte função de forma:

$$\psi_2^v = 1 - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{2x^3}{l^3}\tag{17}$$

Usando-se condições de contorno semelhantes à usada anteriormente para a solução da Eq.(16) chega-se as outras funções de forma que são dadas como se segue:

$$\begin{aligned}\psi_3^v &= x - \frac{2x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2} \\ \psi_6^v &= \frac{3x^2}{l^2} - \frac{2x^3}{l^3} \\ \psi_7^v &= -\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2}\end{aligned}\tag{18}$$

Por fim, os campos de deslocamentos para a barra analisada serão dados pela superposição das respectivas funções de forma como mostra-se a seguir:

$$\begin{aligned}u(x) &= \sum_{i=1,5} d_i \psi_i \\ v(x) &= \sum_{i=2,3,6,7} d_i \psi_i \\ \varphi(x) &= \sum_{i=4,8} d_i \varphi_i\end{aligned}\tag{19}$$

Salienta-se o fato de as funções de forma acima definidas considerarem a barra de seção constante ao longo do comprimento.

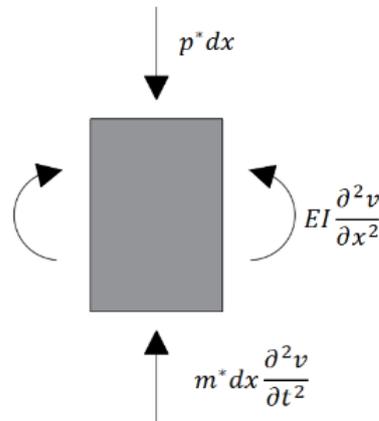
2.3.6 MATRIZ DE MASSA DE UMA BARRA

Nesta seção descreve-se o desenvolvimento para a matriz de massa de uma barra. Considerando-se a barra da Figura 14 tem-se a seguinte matriz de massa:

$$[M_{el}] = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 & 0 & m_{15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & m_{23} & 0 & 0 & m_{26} & m_{27} & 0 \\ 0 & m_{32} & m_{33} & 0 & 0 & m_{36} & m_{37} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{44} & 0 & 0 & 0 & m_{48} \\ m_{51} & 0 & 0 & 0 & m_{55} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{62} & m_{63} & 0 & 0 & m_{66} & m_{67} & 0 \\ 0 & m_{72} & m_{73} & 0 & 0 & m_{76} & m_{77} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{84} & 0 & 0 & 0 & m_{88} \end{bmatrix} \quad (20)$$

na qual, $[M_{el}]$ é a matriz de massa da barra. Os elementos nulos são devido ao desacoplamento dos efeitos axiais, flexionais e torcionais entre si.

Figura 15 – Elemento infinitesimal de barra submetido à ação de forças.



Fonte: Autor (2018).

Considere-se novamente a Figura 14 carregada com uma força transversal distribuída p^* . Na figura Figura 15, mostram-se as forças que agem sobre um elemento infinitesimal da barra da Figura 14 submetida a força distribuída. As variáveis m^* e dx denotam, respectivamente, a massa por unidade de comprimento da barra e o comprimento do elemento infinitesimal de barra.

Aplicando em umas das deslocabilidades da Figura 14 um deslocamento virtual δd_i , pode-se utilizar o princípio dos trabalhos virtuais anteriormente descrito para escrever uma igualdade de energia, esta conterà, dentre outras, as parcela do trabalho das forças de inércia e das forças elásticas. Contudo, expressa-se a seguir apenas a parcela do trabalho referente a força

de inércia que originará os termos da matriz de massa. O trabalho realizado pela força de inércia infinitesimal que age no elemento da Figura 15 é:

$$d(\delta W_I) = -\delta d_i \psi_i m^* \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} dx \quad (21)$$

na qual, W_I é o trabalho referente às forças de inércia. Levando em consideração o fato expresso na Eq.(19), isto é, que os campos de deslocamento são superposição de funções de forma e integrando a Eq.(21) para todo o domínio, tem-se (HUMAR, 2002):

$$\delta W_I = -\delta d_i \sum_{j=1}^{N_f} \int_0^l \ddot{d}_j m^* \psi_i \psi_j dx \quad (22)$$

$$\delta W_I = -\delta d_i \sum_{j=1}^{N_f} \ddot{d}_j m_{ij}$$

em que,

$$m_{ij} = \int_0^l m^* \psi_i \psi_j dx \quad (23)$$

Finalmente na Eq.(23) são definidos os coeficientes da matriz de massa para uma barra. Observa-se facilmente por esta equação que $m_{ij} = m_{ji}$, ou seja, a matriz de massa da barra é simétrica. Salienta-se o fato de a torre ser constituída de seção variável, porém, utilizou-se as funções de forma de barras desenvolvidas com seções constantes para obtenção da matriz de massa. Não obstante, isto é uma boa aproximação, uma vez que no Método dos Elementos Finitos (MEF) as funções de formas geralmente são aproximações do comportamento real.

2.3.7 MATRIZ DE RIGIDEZ DE UM BARRA

Nesta seção apresenta-se a matriz de rigidez para uma barra. Semelhantemente à matriz de massa, na matriz de rigidez há um desacoplamento entre os efeitos axial, flexional e torcional. Assim, a matriz de rigidez pode ser representada da seguinte forma:

$$[K_{el}] = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & 0 & k_{15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & k_{23} & 0 & 0 & k_{26} & k_{27} & 0 \\ 0 & k_{32} & k_{33} & 0 & 0 & k_{36} & k_{37} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{44} & 0 & 0 & 0 & k_{48} \\ k_{51} & 0 & 0 & 0 & k_{55} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{62} & k_{63} & 0 & 0 & k_{66} & k_{67} & 0 \\ 0 & k_{72} & k_{73} & 0 & 0 & k_{76} & k_{77} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{84} & 0 & 0 & 0 & k_{88} \end{bmatrix} \quad (24)$$

em que, $[K_{el}]$ é a matriz de rigidez de uma barra. Cada termo desta matriz é calculado rigorosamente através da flexibilidade do elemento de barra considerando-se a variação da seção transversal. Sabendo-se que a flexibilidade é o deslocamento causado por uma força unitária, para se calcular a rigidez que é a força causada por um deslocamento unitário, simplesmente faz-se o inverso da flexibilidade.

As flexibilidades são calculadas via o método da carga unitário apresentado anteriormente. Salienta-se que foi considerado a parcela da energia de corte no cálculo das flexibilidades flexionais. Então, o cálculo da matriz de rigidez é efetivamente realizado através da seguinte marcha de cálculo:

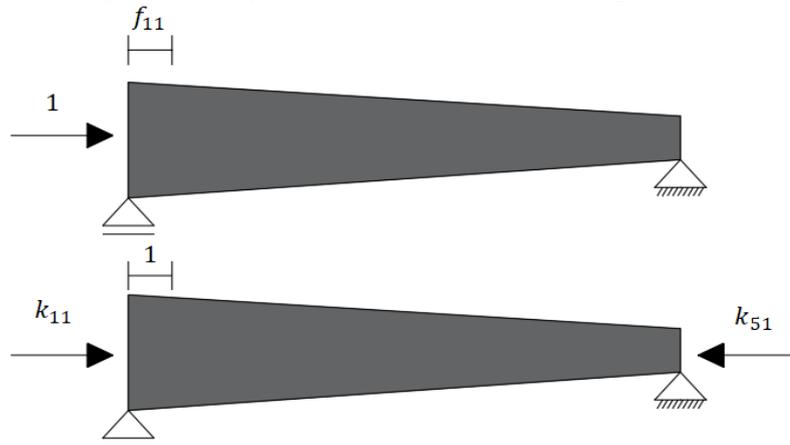
1. Calcular os elementos k_{11} , k_{15} , k_{55} e k_{51} da matriz de rigidez $[K_{el}]$:

Calcula-se a flexibilidade f_{11} (Eq.(25)), isto é, o deslocamento axial causado por uma força unitária (Figura 16) localizada na coordenada generalizada d_1 da Figura 14. Com isto, pode-se calcular o k_{11} dado por: $k_{11} = f_{11}^{-1}$ e por equilíbrio k_{51} é dado como se segue: $k_{51} = -k_{11}$. Por simetria da matriz de rigidez: $k_{15} = k_{51}$ e por equilíbrio novamente: $k_{55} = -k_{15}$.

$$f_{11} = \int_0^l \frac{N_1 N_1}{EA(x)} dx \quad (25)$$

em que, N_1 é o esforço normal causado pela força unitária.

Figura 16 – Esquema estrutural para cálculo da rigidez axial.



Fonte: Autor (2018).

2. Calcular os elementos k_{44} , k_{48} , k_{88} e k_{84} da matriz de rigidez $[K_{el}]$:

Estes termos referem-se aos termos do comportamento torcional da barra e são calculados semelhantemente aos termos axiais acima descritos, uma vez que são desacoplados com os outros graus de liberdade também. A mudança é dada na equação da flexibilidade que é dada como se segue:

$$f_{44} = \int_0^L \frac{T_4 T_4}{GJ(x)} dx \quad (26)$$

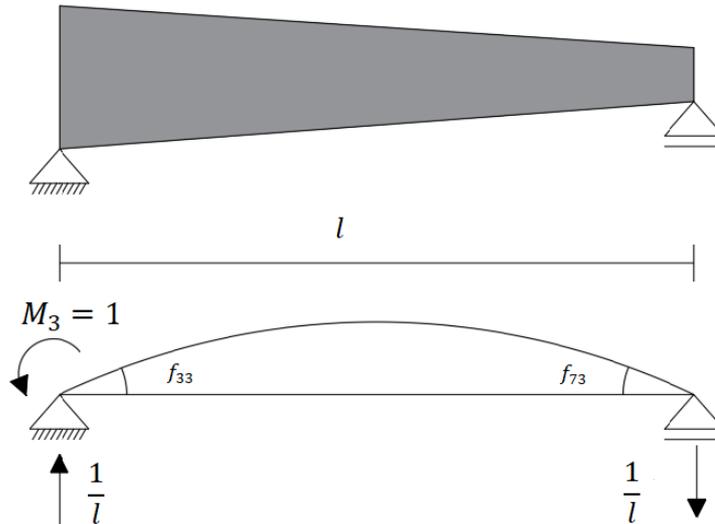
3. Calcular os elementos flexionais da matriz de rigidez $[K_{el}]$: k_{22} , k_{23} , k_{26} , k_{27} , k_{32} , k_{33} , k_{36} , k_{37} , k_{62} , k_{63} , k_{66} , k_{67} , k_{72} , k_{73} , k_{76} e k_{77} :

Considere-se a Figura 17 na qual é mostrado um esquema estrutural para o cálculo da rigidez flexional. Aplica-se um momento unitário localizado na coordenada generalizada d_3 da Figura 14, resultando numa deformação na coordenada d_3 , f_{33} , assim como uma deformação na coordenada d_7 , f_{73} (Figura 17). Semelhantermente, aplica-se um momento unitário na coordenada generalizada d_7 e analisa-se as deformações geradas, f_{77} e f_{37} . Estas flexibilidades são calculadas com o método da carga unitária com mostrado anteriormente conforme exposto abaixo:

$$f_{ij} = \int_0^l \frac{M_i M_j}{EI(x)} dx + \int_0^l \frac{k V_i V_j}{GA(x)} dx \quad (27)$$

na qual, M_i e M_j são os diagramas de momentos fletores gerados pela introdução de momentos unitários na coordenada d_i e d_j , respectivamente. Da mesma maneira acontece para os diagramas de cortante V_i e V_j .

Figura 17 – Esquema estrutural para cálculo da rigidez flexional.



Fonte: Autor (2018).

Com estas flexibilidades calculadas tem-se uma matriz de flexibilidade para um sistema estrutural reduzido com apenas dois graus de liberdade $[F_{er}]$, dado por:

$$[F_{er}] = \begin{bmatrix} f_{33} & f_{37} \\ f_{73} & f_{77} \end{bmatrix} \quad (28)$$

Obtém-se a matriz de rigidez para este sistema estrutural reduzido, $[K_{er}]$, calculando-se a matriz inversa da flexibilidade reduzida, com se segue:

$$[K_{er}] = [F_{er}]^{-1} \quad (29)$$

A matriz $[K_{er}]$ conterà quatro elementos a saber: k_{33} , k_{37} , k_{73} e k_{77} (Eq.(30)). Estes elementos são, de fato, os mesmos que compõem a matriz de rigidez do elemento $[K_{el}]$.

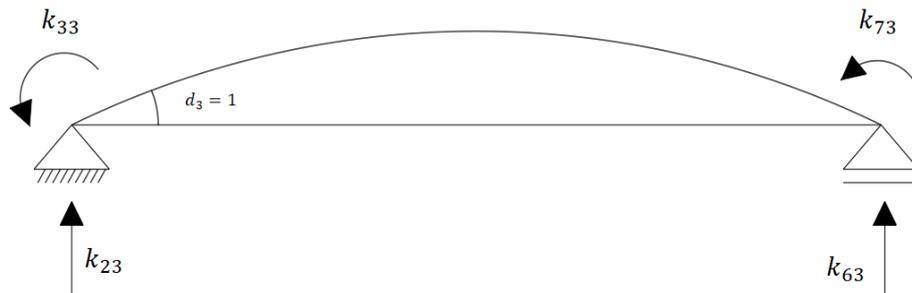
$$[K_{er}] = \begin{bmatrix} k_{33} & k_{37} \\ k_{73} & k_{77} \end{bmatrix} \quad (30)$$

Considere-se, agora, a Figura 18. Nesta são mostrados os esforços gerados pela imposição de um deslocamento unitário na coordenada generalizada d_{33} da Figura 14. Duas dessas rigidezes já são conhecidos o k_{33} e o k_{73} , os outros dois são expressos utilizando o equilíbrio estático da estrutura e são dados como:

$$k_{23} = -k_{63} = \frac{k_{33} + k_{73}}{l} \quad (31)$$

Por simetria da matriz de rigidez, $k_{32} = k_{23}$ e $k_{36} = k_{63}$.

Figura 18 – Esquema estrutural para cálculo da rigidez flexional.



Fonte: Autor (2018).

Da mesma maneira, pode-se aplicar um deslocamento unitário na coordenada generalizada d_{77} . Assim,

$$k_{27} = -k_{67} = \frac{k_{77} + k_{37}}{l} \quad (32)$$

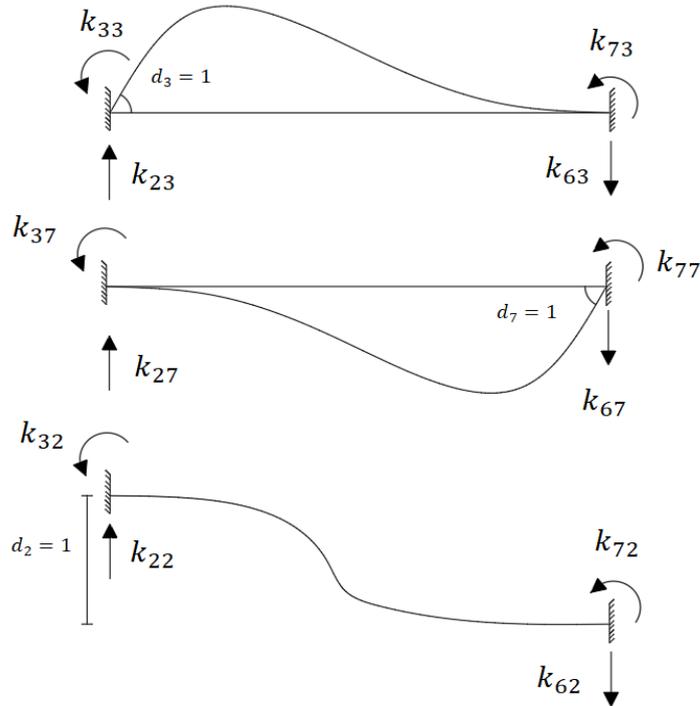
e novamente por simetria, $k_{72} = k_{27}$ e $k_{76} = k_{67}$.

Para calcular-se os termos que ainda faltam: k_{22} , k_{26} , k_{62} e k_{66} , considere-se a figura a seguir (Figura 19), na qual é mostrado as forças resultantes da imposição de deslocamentos unitários nas coordenadas d_3 , d_7 e d_2 , respectivamente. Segundo o Teorema de Maxwell Betti, o momento aplicando em um ponto que gera uma rotação unitária é igual a força aplicada no mesmo ponto para gerar uma translação unitária. Assim sendo, $k_{32} = k_{23}$ e $k_{72} = |k_{67}| = k_{27}$. Isto reitera a simetria da matriz de rigidez. Agora, aplicando-se o equilíbrio estático para a estrutura obtém-se:

$$k_{22} = k_{62} = \frac{k_{32} + k_{72}}{l} \quad (33)$$

por simetria, tem-se que: $k_{26} = k_{62}$ e por equilíbrio quando se aplica um deslocamento unitário na coordenada d_6 : $k_{66} = -k_{26}$. Por fim, calculou-se todos os termos da matriz de rigidez para o elemento finito de barra com seção variável.

Figura 19 – Esquema estrutural para cálculo da rigidez flexional.

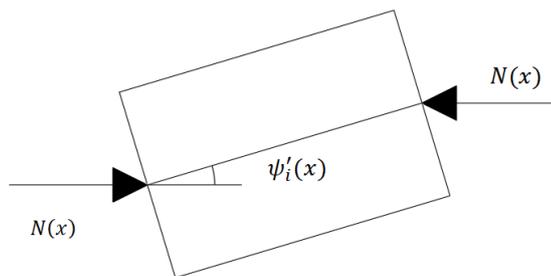


Fonte: Autor (2018).

2.3.8 MATRIZ DE RIGIDEZ GEOMÉTRICA DE UMA BARRA

A matriz de rigidez geométrica, no que lhe concerne, considera o efeito da força axial nas deformações transversais à torre, uma vez que a presença das forças axiais geralmente causa uma redução na rigidez da estrutura incrementando, portanto, suas deformações elásticas. Considere-se a Figura 20 na qual é mostrado um elemento infinitesimal de barra que foi submetida a um deslocamento virtual em uma de suas deslocabilidades δd_i .

Figura 20 – Elemento infinitesimal de barra sob carregamento axial.



Fonte: Autor (2018).

O trabalho virtual realizado pela força axial que age no elemento infinitesimal pode ser escrito como:

$$d(\delta W_N) = \delta d_i \sum_{j=1}^N d_j N(x) \psi_j' \psi_i' dx \quad (34)$$

semelhante ao que foi feito para a matriz de massa. W_N é o trabalho referente às forças axiais, $N(x)$ é o esforço normal atuante e os demais termos já foram definidos. O trabalho total obtido pela integração da Eq.(34) é dado como se segue:

$$\delta W_N = \delta d_i \sum_{j=1}^N d_j N(x) \psi_i' \psi_j' dx \quad (35)$$

$$\delta W_N = \delta d_i \sum_{j=1}^N d_j k_{egij}$$

com

$$k_{egij} = \int_0^l N(x) \psi_i' \psi_j' dx \quad (36)$$

na qual, k_{egij} são os termos da matriz de rigidez geométrica (HUMAR, 2002).

Considerando-se que as deslocabilidades torcionais da matriz de rigidez linear apresentada na seção anterior não são afetados pela não linearidade geométrica comentado nesta seção, a matriz de rigidez geométrica na forma expandida é dada como:

$$[\mathbf{K}_{eg}] = \begin{bmatrix} k_{eg11} & 0 & 0 & 0 & k_{eg15} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{eg22} & k_{eg23} & 0 & 0 & k_{eg26} & k_{eg27} & 0 \\ 0 & k_{eg32} & k_{eg33} & 0 & 0 & k_{eg36} & k_{eg37} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_{eg51} & 0 & 0 & 0 & k_{eg55} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{eg62} & k_{eg63} & 0 & 0 & k_{eg66} & k_{eg67} & 0 \\ 0 & k_{eg72} & k_{eg73} & 0 & 0 & k_{eg76} & k_{eg77} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (37)$$

em que, cada um de seus termos é dado pela Eq.(36). Portanto, com a consideração da não linearidade geométrica a matriz de rigidez tangencial da barra utilizado $[\mathbf{K}_{et}]$, é dada, genericamente, por:

$$[\mathbf{K}_{et}] = [\mathbf{K}_{el}] - [\mathbf{k}_{eg}] \quad (38)$$

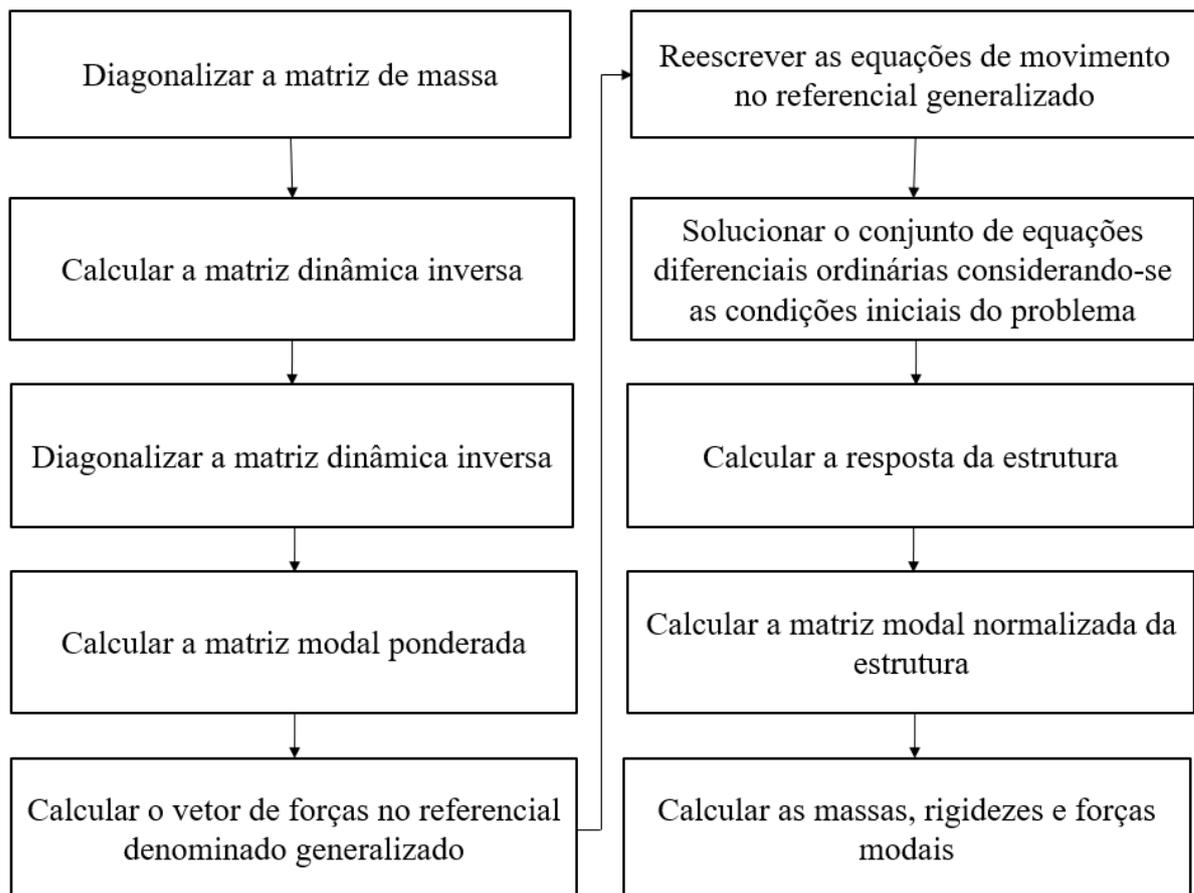
Salienta-se que na obtenção da matriz de rigidez geométrica o esforço de compressão é considerado positivo, do contrário, a matriz de rigidez tangencial é obtida pela soma da matriz de rigidez linear com a matriz de rigidez geométrica.

2.3.9 MÉTODO DA SUPERPOSIÇÃO MODAL

Uma metodologia amplamente conhecida na literatura para obtenção da resposta dinâmica de uma estrutura denomina-se método da superposição modal, o qual é feito a partir da superposição das respostas de seus modos de vibração. Porém, para tanto, é necessário que se consiga desacoplar as equações de movimento, de tal forma a simplificar a resolução do problema a equações de movimento com apenas um grau de liberdade, que terão suas soluções superpostas. Considere-se, genericamente, um sistema não amortecido caracterizado por uma matriz de massa $[M_e]$, por uma matriz de rigidez $[K_e]$, por um vetor de forças $\{u_e(t)\}$ e por um vetor de deslocamentos $\{y_e(t)\}$.

Lima (2018) escreveu os seguintes passos para aplicação do método da superposição modal:

Figura 21 – Fluxograma do método da superposição modal.



Fonte: Autor (2018).

1. Diagonalizar a matriz de massa $[M_e]$:

Calcula-se a matriz de autovalores $[\varphi]$ da matriz de massa $[M_e]$ para diagonalizá-la mediante uma transformação linear ortogonal, uma vez que $[M_e]$ é simétrica:

$$[\mathbf{M}^*] = [\boldsymbol{\varphi}]^T [\mathbf{M}_e] [\boldsymbol{\varphi}] \quad (39)$$

na qual, $[\mathbf{M}^*]$ é a matriz de massa diagonalizada da estrutura, que contém os autovalores de $[\mathbf{M}_e]$. Com esta transformação:

$$\{\mathbf{y}_e(t)\} = [\boldsymbol{\varphi}] \{\mathbf{y}^*(t)\} \quad (40)$$

a equação matricial de movimento não amortecido passa a ter a seguinte forma:

$$[\mathbf{M}^*] \{\ddot{\mathbf{y}}^*(t)\} + [\mathbf{K}^*] \{\mathbf{y}^*(t)\} = \{\mathbf{u}^*(t)\} \quad (41)$$

a qual está escrita no referencial que diagonaliza a matriz de massa. Sendo:

$$[\mathbf{K}^*] = [\boldsymbol{\varphi}]^T [\mathbf{K}_e] [\boldsymbol{\varphi}] \quad (42)$$

$$\{\mathbf{u}^*(t)\} = [\boldsymbol{\varphi}]^T \{\mathbf{u}_e(t)\}$$

2. Calcular a matriz dinâmica inversa $[\mathbf{DI}]$:

$$[\mathbf{DI}] = [\mathbf{M}^*]^{-\frac{1}{2}} [\boldsymbol{\varphi}]^T [\mathbf{K}_e] [\boldsymbol{\varphi}] [\mathbf{M}^*]^{-\frac{1}{2}} \quad (43)$$

a qual é calculada desta maneira de forma a ficar simétrica e reduzir o custo computacional do sistema analisado. Com mais uma transformação:

$$\{\mathbf{y}^*(t)\} = [\mathbf{M}^*]^{-\frac{1}{2}} \{\mathbf{D}(t)\} \quad (44)$$

a equação matricial de movimento passa a ter a seguinte forma:

$$\{\ddot{\mathbf{D}}\} + [\mathbf{DI}] \{\mathbf{D}\} = \{\mathbf{u}^I\} \quad (45)$$

a qual está escrita no referencial que transforma a matriz de massa original em uma matriz identidade $[\mathbf{I}]$ de ordem n . Sendo:

$$\{\mathbf{u}^I(t)\} = [\mathbf{M}^*]^{-\frac{1}{2}} \{\mathbf{u}^*(t)\} \quad (46)$$

3. Diagonalizar a matriz dinâmica inversa $[\mathbf{DI}]$:

Calcula-se a matriz de autoversores $[\bar{\boldsymbol{\psi}}]$ da matriz dinâmica inversa $[\mathbf{DI}]$ para diagonalizá-la mediante uma transformação linear ortogonal, uma vez que $[\mathbf{DI}]$ é simétrica:

$$[\boldsymbol{\omega}^2] = [\bar{\boldsymbol{\psi}}]^T [\mathbf{DI}] [\bar{\boldsymbol{\psi}}] \quad (47)$$

na qual, $[\boldsymbol{\omega}^2]$ é uma matriz diagonal que contém as frequências angulares quadradas referentes aos modos de vibração da estrutura (que contém os autovalores de $[\mathbf{DI}]$), obtida a partir da seguinte transformação ortogonal:

$$\{\mathbf{D}(t)\} = [\bar{\boldsymbol{\psi}}] \{\bar{\mathbf{q}}(t)\} \quad (48)$$

Assim, a matriz $[\boldsymbol{\omega}^2]$ contém a solução do problema padrão de autovetores e autovalores dado pela Eq.(45). É importante que a matriz de frequências angulares $[\boldsymbol{\omega}^2]$ seja arranjada de maneira a terem-se as frequências organizadas da menor para maior, assim como a matriz de transformação $[\bar{\boldsymbol{\psi}}]$ seja correspondentemente organizada. Como são calculadas n frequências,

é necessário que as frequências menores, que em geral são as mais importantes na contribuição modal, sejam visualizadas prioritariamente.

4. Calcular a matriz modal ponderada $[\Phi]$:

$$[\Phi] = [\mathbf{M}^*]^{-\frac{1}{2}}[\bar{\psi}] \quad (49)$$

5. Calcular o vetor de forças no referencial denominado generalizado, em que a matriz $[DI]$ fica diagonalizada:

$$\{\bar{u}\} = [\Phi]^T[\varphi]^T\{u\} \quad (50)$$

6. Reescrever as equações de movimento (agora desacopladas) no referencial denominado generalizado:

$$\{\ddot{\bar{q}}\} + [\omega^2]\{\bar{q}\} = \{\bar{u}\} \quad (51)$$

ou na forma indicial:

$$\ddot{\bar{q}}_j + \omega_j^2 \bar{q}_j = \bar{u}_j \quad (52)$$

na qual, j é o índice correspondente ao j -ésimo modo de vibração.

7. Solucionar o conjunto de equações diferenciais ordinárias (EDOs) considerando-se as condições iniciais do problema em questão:

$$\{\bar{q}_0\} = [\Phi]^{-1}[\varphi]^{-1}\{y_0\} \quad (53)$$

$$\{\dot{\bar{q}}_0\} = [\Phi]^{-1}[\varphi]^{-1}\{\dot{y}_0\}$$

nas quais $\{\bar{q}_0\}$ e $\{y_0\}$ são valores de deslocamentos iniciais nos referenciais generalizado e original, respectivamente; e, $\{\dot{\bar{q}}_0\}$ e $\{\dot{y}_0\}$ são os vetores de velocidades iniciais nos referenciais generalizado e original, respectivamente.

8. Calcular a resposta da estrutura:

Após a resolução das EDOs, retorna-se ao referencial original aplicando a combinação modal, conforme:

$$\{y\} = [\bar{\Phi}]\{\bar{q}\} \quad (54)$$

sendo a matriz modal $[\bar{\Phi}]$ dada por:

$$[\bar{\Phi}] = [\varphi][\Phi] \quad (55)$$

em que os modos de vibração são ortogonais entre si.

9. Calcular a matriz modal normalizada da estrutura:

É necessário normalizar a matriz modal para que toda informação referente aos modos de vibração provenha das funções de tempo $q(t)_j$ que ponderam os modos de vibração. Logo, as formas modais normalizadas em notação indicial são dadas por:

$$\Phi_{ij}^0 = \frac{\bar{\Phi}_{ij}}{\eta_j^0} \quad (56)$$

em que, i representa o i -ésimo grau de liberdade dinâmico e η_j^0 o módulo do j -ésimo modo de vibração:

$$\eta_j^0 = \sqrt{\sum_{i=1}^n \bar{\Phi}_{ij}^2} \quad (57)$$

assim, a superposição modal é feita em um novo referencial generalizado q_j :

$$q_j = \eta_j^0 \bar{q}_j \quad (58)$$

da seguinte forma:

$$\{\mathbf{y}(t)\} = [\Phi^0] \{q(t)\} \quad (59)$$

ou na seguinte forma, em que se percebe claramente a superposição dos modos para obtenção da resposta da estrutura, de forma de cada modo de vibração tem uma contribuição (ponderação) para resposta total da estrutura:

$$\{\mathbf{y}\} = \sum_{j=1}^n q_j \{\Phi^0\}_j \quad (60)$$

na qual, $\{\Phi^0\}_j$ é o j -ésimo modo de vibração.

10. Calcular as massas, rigidezes e forças modais:

A matriz de massas modais $[M^0]$ é uma matriz diagonal obtida por meio de uma transformação ortogonal na matriz de massa da estrutura $[M_e]$ utilizando a matriz modal normalizada:

$$[M^0] = [\Phi^0]^T [M_e] [\Phi^0] \quad (61)$$

de forma semelhante, a matriz de rigidezes modais $[K^0]$ é dada por:

$$[K^0] = [\Phi^0]^T [K_e] [\Phi^0] \quad (62)$$

e o vetor de forças modais é:

$$\{\mathbf{u}^0\} = [\Phi^0]^T \{\mathbf{u}\} \quad (63)$$

em notação indicial, as massas, as rigidezes e as forças modais são:

$$\begin{aligned} M_j^0 &= \{\Phi^0\}_j^T [M_e] \{\Phi^0\}_j \\ K_j^0 &= \{\Phi^0\}_j^T [K_e] \{\Phi^0\}_j \\ u_j^0 &= \{\Phi^0\}_j^T \{\mathbf{u}\} \end{aligned} \quad (64)$$

A frequência angular do j -ésimo modo de vibração também pode ser calculada a partir das j -ésimas rigidez e massas modais:

$$\omega_j = \sqrt{\frac{K_j^0}{M_j^0}} \quad (65)$$

Salienta-se a importância das massas, rigidezes e amortecimentos modais fundamentalmente para o tema deste trabalho, projeto de um absorvedor de massa sintonizado (AMS), pois as propriedades modais (massa, rigidez e amortecimento) do j -ésimo modo de vibração são usadas para sintonizar o (AMS) controlando assim este modo.

2.3.10 MATRIZ DE AMORTECIMENTO

Em geral, a matriz de amortecimento de uma estrutura é de difícil mensuração. Portanto, na maioria das vezes, recorre-se a outros meios para calculá-la. Uma das formas mais significativas é especificar as razões de amortecimento modal para construir a matriz de amortecimento da estrutura (CHOPRA, 2012). No método de análise dinâmica mostrado na seção precedente, método da superposição modal, diagonalizam-se a matriz de massa e rigidez no mesmo referencial resultando, assim, num sistema de equações desacopladas. No caso de movimento amortecido deve ser possível diagonalizar a matriz de amortecimento neste mesmo referencial e, ainda, ter-se um sistema desacoplado. Para tanto, uma forma possível é que a matriz de amortecimento seja uma combinação linear da matriz de massa e da matriz de rigidez. No tocante a isto, o amortecimento de Rayleigh é classicamente utilizado e dado como se segue:

$$[C_e] = a_0[M_e] + a_1[K_e] \quad (66)$$

na qual, os coeficientes a_0 e a_1 podem ser determinados a partir de duas razões de amortecimento (ξ_i e ξ_k) relacionadas a duas frequências angulares de vibração distintas (ω_i e ω_k), montando-se o seguinte sistema (no referencial generalizado):

$$\begin{aligned} \{\Phi\}_i^T [C_e] \{\Phi\}_i &= a_0 + a_1 \omega_i^2 = 2\xi_i \omega_i \\ \{\Phi\}_k^T [C_e] \{\Phi\}_k &= a_0 + a_1 \omega_k^2 = 2\xi_k \omega_k \end{aligned} \quad (67)$$

de onde, obtém-se:

$$\begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 & \omega_i \\ \frac{1}{\omega_i} & \omega_i^2 \\ 1 & \omega_k \\ \frac{1}{\omega_k} & \omega_k^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_k \end{Bmatrix} \quad (68)$$

então, de posse dos coeficientes a_0 e a_1 , determina-se a matriz de amortecimento $[C_e]$ e também todas as demais razões de amortecimento ξ_j do j -ésimo modo de vibração da estrutura. Desta maneira, pode-se reescrever a Eq.(52) para o caso com amortecimento da seguinte forma:

$$\ddot{\bar{q}}_j + 2\xi_j\omega_j\dot{\bar{q}}_j + \omega_j^2\bar{q}_j = \bar{u}_j \quad (69)$$

que constitui uma equação diferencial para cada j -ésimo modo. Seguem-se os mesmos passos mostrados na seção anterior para transformação de referenciais. Semelhantemente ao que foi feito para obtenção das massas e rigidezes modais, a matriz de amortecimento modal é:

$$[\mathbf{C}^0] = [\mathbf{\Phi}^0]^T [\mathbf{C}_e] [\mathbf{\Phi}^0] \quad (70)$$

2.3.11 REPRESENTAÇÃO NO ESPAÇO DE ESTADOS

A representação de sistemas dinâmicos em espaço de estado tem como principal objetivo reescrever o sistema de equações do movimento num sistema com um maior número de equações mais de grau inferior. Esta operação é computacionalmente desejável, pois, apesar do número de equações ser superior, são de tratamento mais fácil. Esta representação tem grande importância em diversas áreas, particularmente, na engenharia de controle moderno, pelo fato de permitir tratar problemas de elevada complexidade, como por exemplo sistemas multivariáveis (várias entradas e saídas) e sistemas não-lineares (MOUTINHO, 2007).

Este tipo de representação envolve três tipos de variáveis: variáveis de estado, variáveis de entrada e variáveis de saída. Define-se variáveis de estado como o menor conjunto de variáveis independentes que caracterizam completamente o estado de um sistema, de tal forma que conhecidos os seus valores num instante inicial $t = t_0$, é possível determinar completamente a resposta do sistema em qualquer instante $t \geq t_0$ supondo conhecidos os valores das entradas no sistema nesse intervalo de tempo. O vetor $\{\mathbf{x}(t)\}$ constituído pelas diversas variáveis de estado $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ designa-se vetor de estado. As variáveis de entrada representam as ações exteriores aplicada ao sistema, também conhecidas como perturbação ou excitação exterior. O vetor $\{\mathbf{u}_e(t)\}$ formado pelas diversas entradas no sistema denomina-se de vetor de entrada. As variáveis de saída, por sua vez, estão relacionadas com as variáveis de estado ou entrada susceptíveis de serem medidas. Em muitas situações práticas, nem todos os estados ou entradas estão disponíveis para medida. Assim, designa-se $\{\mathbf{s}(t)\}$ o vetor constituído pelas variáveis de saída (MOUTINHO, 2007).

A representação do sistema inicial em espaços de estado resulta geralmente num sistema de equações diferenciais de primeira ordem cujo primeiro membro é constituído pela derivada temporal de uma variável de estado, sendo o segundo membro uma função algébrica das variáveis de entrada. Uma representação deste tipo com múltiplas entradas e saídas com n

variáveis de estado, m variáveis de entrada e p variáveis de saída, a sua representação em espaço de estado é obtida pelo seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = f_1(x_1, \dots, x_n; u_{e_1}, \dots, u_{e_m}; t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) = f_n(x_1, \dots, x_n; u_{e_1}, \dots, u_{e_m}; t) \end{cases} \quad (71)$$

Por outro lado, as equações que caracterizam a saída são dadas como se segue:

$$\begin{cases} s_1(t) = g_1(x_1, \dots, x_n; u_{e_1}, \dots, u_{e_m}; t) \\ \vdots \\ s_p(t) = g_p(x_1, \dots, x_n; u_{e_1}, \dots, u_{e_m}; t) \end{cases} \quad (72)$$

no caso geral, f_1, \dots, f_n e g_1, \dots, g_p não são lineares. Quando estas funções dependem explicitamente do tempo, o sistema é dito variável no tempo. O sistema de equação acima descrito (Eq.(71)) pode ser escrito de forma compacta da seguinte maneira:

$$\{\dot{\mathbf{x}}(t)\} = f(\{\mathbf{x}\}, \{\mathbf{u}_e\}, t) \quad (73)$$

e o da Eq.(72):

$$\{\mathbf{s}(t)\} = g(\{\mathbf{x}\}, \{\mathbf{u}_e\}, t) \quad (74)$$

a Eq. (73) é denominada equação de estado e a Eq.(74) é designada equação de saída. No caso particular das funções f_1, \dots, f_n e g_1, \dots, g_p serem lineares, a equação de estado e de saída podem escrita da seguinte maneira:

$$\begin{cases} \{\dot{\mathbf{x}}(t)\} = [\mathbf{A}]\{\mathbf{x}(t)\} + [\mathbf{B}]\{\mathbf{u}_e(t)\} \\ \{\mathbf{s}(t)\} = [\mathbf{C}]\{\mathbf{x}(t)\} + [\mathbf{D}]\{\mathbf{u}_e(t)\} \end{cases} \quad (75)$$

nas quais, os vetores $\{\mathbf{x}(t)\}$, $\{\mathbf{u}_e(t)\}$ e $\{\mathbf{s}(t)\}$ são respectivamente os vetores de estado, entrada e saída; $[\mathbf{A}]$, $[\mathbf{B}]$, $[\mathbf{C}]$ e $[\mathbf{D}]$ são denominadas matriz de estado de ordem $n \times n$, matriz de entrada de ordem $n \times m$, matriz de saída ($p \times n$) e matriz de transmissão ($p \times m$), respectivamente (MOUTINHO, 2007).

Considere-se a equação do movimento com n graus de liberdade, já referida anteriormente, constituindo um sistema de n equações diferenciais de segunda ordem, dada por:

$$[\mathbf{M}_e]\{\ddot{\mathbf{y}}_e\}(t) + [\mathbf{C}_e]\{\dot{\mathbf{y}}_e\}(t) + [\mathbf{K}_e]\{\mathbf{y}_e\}(t) = [\mathbf{J}]\{\mathbf{u}_e(t)\} \quad (76)$$

na qual, todos os termos já foram definidos exceto o $[\mathbf{J}]$ que de forma mais genérica representa a matriz de posicionamento (localização) das/dos forças/momentos externos, no caso em que todos os graus de liberdade são solicitados a matriz $[\mathbf{J}]$ é uma matriz identidade. Considere-se também:

$$\{\ddot{\mathbf{y}}_e\} = [\mathbf{0}]\{\dot{\mathbf{y}}_e\} + [\mathbf{I}]\{\ddot{\mathbf{y}}_e\} \quad (77)$$

e ainda, da Eq.(76):

$$\{\ddot{\mathbf{y}}_e(t)\} = -[\mathbf{M}_e]^{-1}[\mathbf{K}_e]\{\mathbf{y}_e(t)\} - [\mathbf{M}_e]^{-1}[\mathbf{C}_e]\{\dot{\mathbf{y}}_e\}(t) + [\mathbf{M}_e]^{-1}[\mathbf{J}]\{\mathbf{u}_e(t)\} \quad (78)$$

definindo-se o vetor de variáveis de estado $\{\mathbf{x}\}$ (de ordem $2n$) dado por:

$$\{\mathbf{x}\} = \begin{Bmatrix} \{\mathbf{y}_e\} \\ \{\dot{\mathbf{y}}_e\} \end{Bmatrix} \quad (79)$$

obtém-se a EQUAÇÃO DE ESTADOS do sistema:

$$\{\dot{\mathbf{x}}\} = [\mathbf{A}]\{\mathbf{x}\} + [\mathbf{B}]\{\mathbf{u}_e\} \quad (80)$$

na qual, para o caso da quantidade de entradas e saídas igual ao número de graus de liberdade,

$[\mathbf{A}]$ ($2n \times 2n$) e $[\mathbf{B}]$ (de ordem $2n \times n$) são dadas por:

$$[\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} [\mathbf{0}] & [\mathbf{I}] \\ -[\mathbf{M}_e]^{-1}[\mathbf{K}_e] & -[\mathbf{M}_e]^{-1}[\mathbf{C}_e] \end{bmatrix} \quad (81)$$

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} [\mathbf{0}] \\ -[\mathbf{M}_e]^{-1}[\mathbf{J}] \end{bmatrix}$$

na quais, $[\mathbf{0}]$ é a matriz nula e $[\mathbf{I}]$ é a matriz identidade. Para representação completa do sistema no espaço dos estados, mostra-se abaixo a equação de saída:

$$\{\mathbf{s}(t)\} = [\mathbf{C}]\{\mathbf{x}(t)\} \quad (82)$$

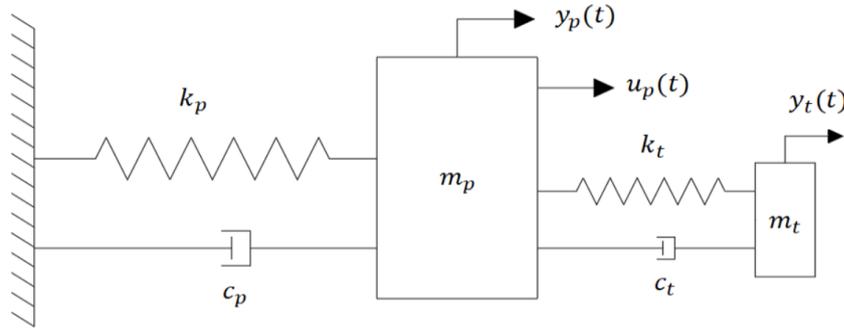
em que, $[\mathbf{C}]$ de ordem $n \times 2n$ é constituída de zeros e uns. Salienta-se que no caso deste trabalho a matriz de transmissão direta é constituída de elementos nulos.

2.3.12 ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO PASSIVO

Apresenta-se, neste item, a formulação matemática do Amortecedor de Massa Sintonizado (AMS), ou em inglês, *Tuned Mass Damper* (TMD). O AMS é constituído por uma massa, uma mola e um amortecedor anexado à estrutura principal com a função de reduzir a resposta dinâmica desta estrutura. O absorvedor é sintonizado exclusivamente para uma dentre as frequências da estrutura, de modo que, quando excitada esta frequência, o absorvedor vibre fora de fase em relação ao movimento da estrutura, dissipando, assim, parte da energia contida na estrutura principal.

Considere-se, como mostrado na Figura 22, o sistema torre-absorvedor representado por um sistema com dois graus de liberdade. Os parâmetros m_p , k_p , c_p e u_p designam, respectivamente, a massa, rigidez, amortecimento e força modal referentes ao modo que se deseja controlar. Os parâmetros do absorvedor (m_t , k_t e c_t) são determinados a partir da frequência da estrutura que se pretende controlar como será mostrado em seguida.

Figura 22 – Sistema massa-mola amortecido com absorvedor de vibração passivo.



Fonte: Autor (2018).

Aplicando-se a segunda lei de Newton ao sistema da estrutura principal mostrado acima, obtém-se a equação de movimento que é dada como se segue:

$$m_p \ddot{y}_p + c_p \dot{y}_p + k_p y_p - c_t (\dot{y}_t - \dot{y}_p) - k_t (y_t - y_p) = u_p \quad (83)$$

e a equação de movimento do absorvedor fica:

$$m_t \ddot{y}_t + c_t (\dot{y}_t - \dot{y}_p) + k_t (y_t - y_p) = 0 \quad (84)$$

Sendo baixo o valor da razão de amortecimento utilizado neste trabalho (0,8%), será desprezado o amortecimento da estrutura principal. Assim, a Eq.(83) torna-se:

$$m_p \ddot{y}_p + k_p y_p - c_t (\dot{y}_t - \dot{y}_p) - k_t (y_t - y_p) = u_p \quad (85)$$

Utilizando-se a representação de números complexos para a excitação $u_p(t)$ e para soluções $y_p(t)$ e $y_t(t)$ tem-se:

$$\begin{aligned} u_p(t) &= u_0 [\cos(\bar{\omega}t) + j \text{sen}(\bar{\omega}t)] = u_0 e^{j\bar{\omega}t} \\ y_p(t) &= \bar{a}_p [\cos(\bar{\omega}t) + j \text{sen}(\bar{\omega}t)] = \bar{a}_p e^{j\bar{\omega}t} \\ y_t(t) &= \bar{a}_t [\cos(\bar{\omega}t) + j \text{sen}(\bar{\omega}t)] = \bar{a}_t e^{j\bar{\omega}t} \end{aligned} \quad (86)$$

nas quais, u_0 , $\bar{\omega}$, j , \bar{a}_p e \bar{a}_t representam, respectivamente, a amplitude do carregamento, frequência angular do carregamento, unidade imaginária de um número complexo, quantidade vetorial complexa que representa a amplitude da resposta da estrutura principal e uma quantidade vetorial complexa que representa a amplitude da resposta do absorvedor. Substituindo-se as expressões das soluções, de suas derivadas e da excitação na Eqs.(84) e (85) e resolvendo-se o sistema, obtém-se:

$$\bar{a}_p = u_0 \frac{(k_t - m_t \bar{\omega}^2) + j \bar{\omega} c_t}{[(-m_p \bar{\omega}^2 + k_p)(-m_t \bar{\omega}^2 + k_t) - m_t \bar{\omega}^2 k_t] + j \bar{\omega} c_t (-m_p \bar{\omega}^2 - m_t \bar{\omega}^2 + k_p)} \quad (87)$$

para a amplitude do sistema principal, e:

$$\bar{a}_t = u_0 \frac{k_t + j \bar{\omega} c_t}{[(-m_p \bar{\omega}^2 + k_p)(-m_t \bar{\omega}^2 + k_t) - m_t \bar{\omega}^2 k_t] + j \bar{\omega} c_t (-m_p \bar{\omega}^2 - m_t \bar{\omega}^2 + k_p)} \quad (88)$$

para amplitude complexa do absorvedor. Calculando-se os módulos das amplitudes, obtém-se:

$$\begin{aligned}
 a_p &= u_0 \sqrt{\frac{(k_t - m_t \bar{\omega})^2 + \bar{\omega}^2 c_t^2}{[(-m_p \bar{\omega}^2 + k_p)(-m_t \bar{\omega}^2 + k_t) - m_t \bar{\omega}^2 k_t]^2 + \bar{\omega}^2 c_t^2 (-m_p \bar{\omega}^2 - m_t \bar{\omega}^2 + k_p)^2}} \\
 a_t &= u_0 \sqrt{\frac{k_t^2 + \bar{\omega}^2 c_t^2}{[(-m_p \bar{\omega}^2 + k_p)(-m_t \bar{\omega}^2 + k_t) - m_t \bar{\omega}^2 k_t]^2 + \bar{\omega}^2 c_t^2 (-m_p \bar{\omega}^2 - m_t \bar{\omega}^2 + k_p)^2}}
 \end{aligned} \tag{89}$$

que representam a amplitude do movimento da estrutura e da massa do absorvedor, respectivamente. Escrevendo-se as amplitudes em função de parâmetros adimensionais, obtêm-se (RAO, 2008):

$$\begin{aligned}
 a_p &= a_{est} \sqrt{\frac{(\beta^2 - f^2)^2 + (2\zeta\beta)^2}{(2\zeta\beta)^2(\beta^2 - 1 + \mu\beta^2)^2 + [\mu f^2 \beta^2 - (\beta^2 - 1)(\beta^2 - f^2)]^2}} \\
 a_t &= a_{est} \sqrt{\frac{f^4 + (2\zeta\beta)^2}{(2\zeta\beta)^2(\beta^2 - 1 + \mu\beta^2)^2 + [\mu f^2 \beta^2 - (\beta^2 - 1)(\beta^2 - f^2)]^2}}
 \end{aligned} \tag{90}$$

nas quais: μ é a razão entre a massa do absorvedor e massa modal da estrutura principal, conforme:

$$\mu = \frac{m_t}{m_p} \tag{91}$$

f é razão entre as frequências angulares do absorvedor e da estrutura principal, dado por:

$$f = \frac{\omega_t}{\omega_p} \tag{92}$$

em que, ω_p e ω_t são dados por:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{k_p}{m_p}}; \quad \omega_t = \sqrt{\frac{k_t}{m_t}} \tag{93}$$

β é a razão entre a frequência angular da excitação e a frequência angular da estrutura principal, conforme:

$$\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega_p} \tag{94}$$

a_{est} é a deflexão estática do sistema principal, dada por:

$$a_{est} = \frac{u_o}{k_p} \tag{95}$$

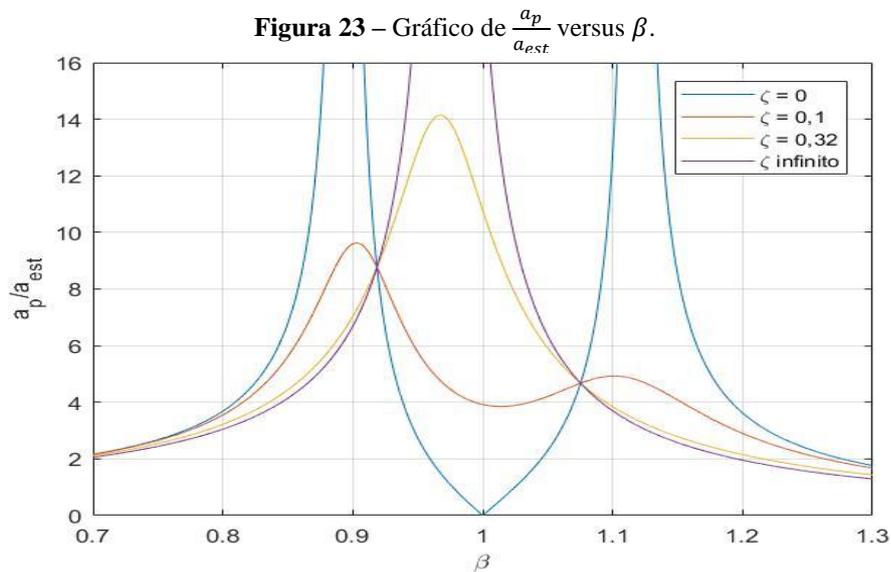
ζ é a razão de amortecimento do absorvedor de vibração, segundo:

$$\zeta = \frac{c_t}{c_c} \tag{96}$$

na qual, c_c é designado como “amortecimento crítico”, segundo:

$$c_c = 2m_t \omega_p \tag{97}$$

Na Figura 23 é exposto um gráfico da razão $\frac{a_p}{a_{est}}$ em função da razão entre frequências β para um valor de $f = 1$, $\mu = 0,05$ e para alguns valores de razão de amortecimento.



Fonte: Autor (2018).

Evidentemente que com a introdução do absorvedor na estrutura pretende-se reduzir a amplitude da oscilação para os valores mais baixos possíveis. Analisa-se na figura anterior (Figura 23) que os picos de amplitudes são infinitos quando os valores de razão de amortecimento é zero ou infinito. Entretanto, há valores intermediários de razão de amortecimento para os quais estes picos são mínimos.

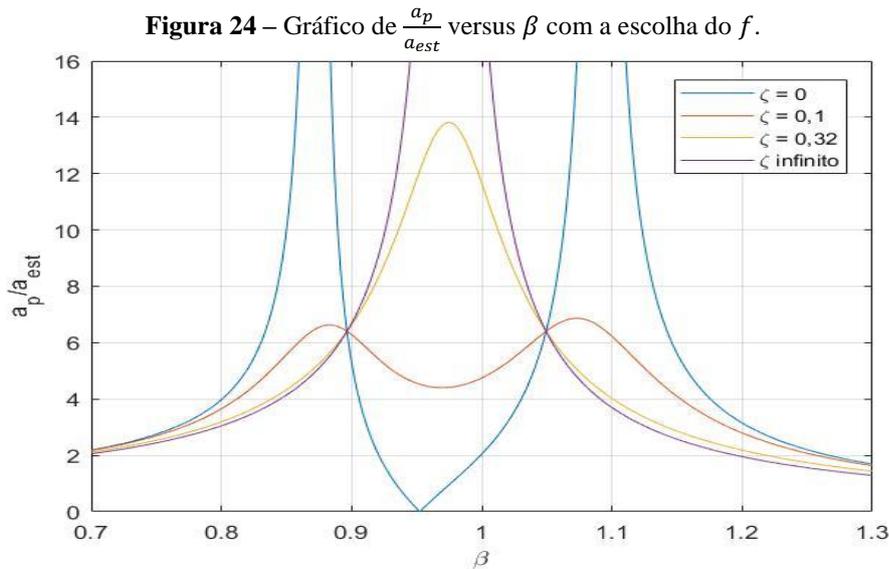
Segundo Den Hartog (1972), a dissipação de energia é realizada pelo amortecedor transformando-a em calor. Quando não há amortecimento, nenhuma energia é dissipada e, portanto, os picos de amplitude são infinitos. Por outro lado, quando o amortecimento tende a infinito, o conjunto estrutura-absorvedor comporta-se como uma única massa não havendo deslocamento relativo entre si e, também, não há dissipação de energia.

Assim, no dimensionamento do absorvedor procura-se o ponto intermediário, citado anteriormente, que minimiza os picos de amplitude. Observa-se na Figura 23 que existem dois pontos nos quais todas as curvas se interceptam independentemente da razão de amortecimento. A curva mais favorável é aquela que passa com uma tangente horizontal pelo ponto mais alto dos dois pontos fixos em relação à razão de amortecimento. Além disso, com a mudança do f (razão entre as frequências), tais pontos fixos podem ser deslocados. Portanto, primeiramente escolhe-se um valor de f para o qual os dois pontos encontrem-se alinhados a mesma altura; depois, escolhe-se o valor de ζ apropriado para que curva tenha uma tangente horizontal em um dos dois pontos fixos.

Então, avaliando-se para que valores de β na Eq.(90), a amplitude da massa principal torna-se independente de ζ , obtém-se:

$$f = \frac{1}{1 + \mu} \quad (98)$$

que é a modulação necessária aos pontos fixos para cada tamanho de absorvedor. Na Figura 24 é mostrado o que acontece com o gráfico de $\frac{a_p}{a_{est}}$ quando o valor de f é escolhido: os dois pontos fixos são ajustados na mesma altura.



Fonte: Autor (2018).

Neste ponto, o quadrado da razão entre as frequências é dado como se segue:

$$\beta^2 = \frac{1}{1 + \mu} \pm \frac{\sqrt{\mu}}{(1 + \mu)\sqrt{2 + \mu}} \quad (99)$$

A amplitude correspondente nos pontos fixos é dada por:

$$a_p = a_{est} \sqrt{1 + \frac{2}{\mu}} \quad (100)$$

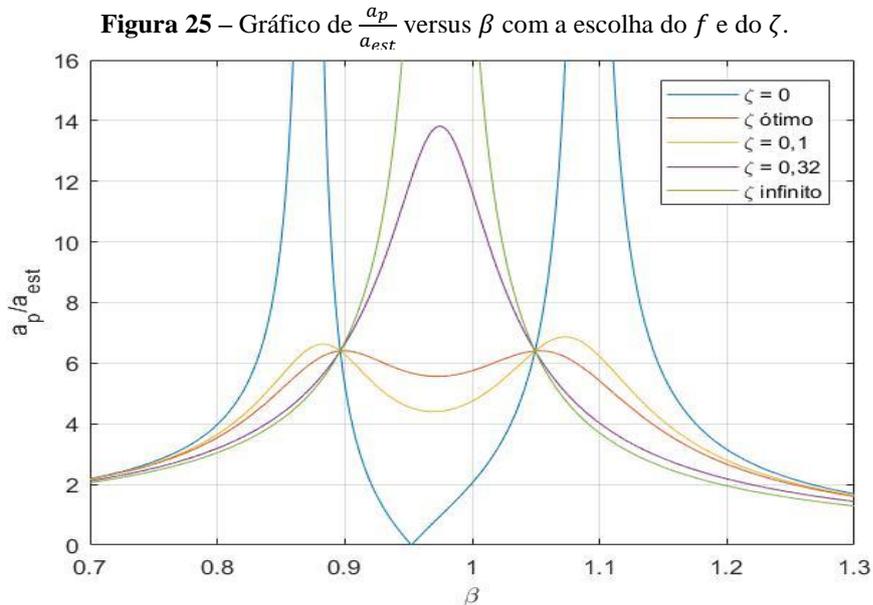
Por fim, o valor do amortecimento ótimo é obtido substituindo a Eq.(98) na Eq.(90), derivando-se a expressão resultante em relação a β e igualando-se a zero. Logo, após manipulações algébricas, obtém-se:

$$\zeta_{ótimo} = \sqrt{\frac{\mu \left(3 \pm \sqrt{\frac{\mu}{2 + \mu}} \right)}{8(1 + \mu)^3}} \quad (101)$$

cada um destes valores leva à uma tangente horizontal em um dos dois pontos fixos, mas não levam a duas tangentes horizontais concomitantemente. Assim, no projeto, utiliza-se o valor médio dado por:

$$\zeta_{\text{ótimo}} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} \quad (102)$$

Na figura abaixo (Figura 25), mostra-se o comportamento do gráfico $\frac{a_p}{a_{est}}$ com a escolha do f e do ζ .



Fonte: Autor (2018)

Com manipulação das equações supracitadas, obtém-se o valor da rigidez do absorvedor, a qual é dada como se segue:

$$k_t = f^2 k_p \mu \quad (103)$$

Com este desenvolvimento tem-se os parâmetros “ótimos” do projeto para controlar a resposta da massa principal da torre correspondente a um determinado modo de vibração.

2.4 CONTROLE DE VIBRAÇÕES

2.4.1 SISTEMAS DE CONTROLE DE VIBRAÇÕES

Originalmente desenvolvido na Engenharia Aeroespacial, o controle estrutural foi expandido para Engenharia Civil com intuito de proteger pontes e construções esbeltas suscetíveis às vibrações excessivas. Assim, um sistema de controle tem a função de regular uma estrutura para que esta atenda a critérios pré-estabelecidos, principalmente de vibrações excessivas. Isto é feito através da mudança das características dinâmicas da estrutura (rigidez, amortecimento, massa), as quais responsabilizam-se pelo afastamento da frequência própria da estrutura da frequência da excitação, ou pelo aumento do amortecimento da estrutura. As

técnicas de controle estrutural dividem-se principalmente em: controle passivo, ativo, híbrido e semiativo.

As técnicas de controle passivo baseiam-se na utilização de dispositivos que não necessitam de qualquer fonte de energia exterior para exercerem a ação de controle, sendo as mais utilizadas na Engenharia Civil, principalmente na área da Engenharia Sísmica. De fato, dispositivos passivos são executados para lidar com forças elevadas, em virtude da grande capacidade de dissipação da energia cinética, convertendo-a em calor. Segundo Moutinho (2007), comparando-se com outras técnicas de controle, o controle passivo apresenta-se mais interessante em termos de confiabilidade, custo e manutenção. Então, na concepção de um sistema de controle de vibrações deve-se sempre considerar inicialmente a utilização de um sistema passivo e, apenas no caso de insuficiência, parte-se para outras técnicas mais sofisticadas. A ineficiência em adaptar-se à resposta estrutural é a principal desvantagem do controle passivo em relação aos demais tipos de controle.

As técnicas de controle ativo, no que lhes concerne, são as que efetivamente conseguem alcançar níveis de eficácia mais elevados, devido à possibilidade de aplicar forças de controle à estrutura capazes de atingir um dado nível de controle. No entanto, o elevado custo direto e em manutenção, a dificuldade em aplicar forças à estrutura num determinado conjunto de frequências e amplitudes e a possibilidade destes sistemas em determinadas circunstâncias poderem ser falíveis são os principais inconvenientes. Realmente, a quantidade de energia requerida por este sistema é elevada; isto pode provocar falhas nos sistemas de alimentação e, por outro lado, uma eventual falta de energia em virtude de diversas causas, pode tornar os sistemas de controles ativos completamente inoperantes. Assim, na concepção de um projeto de controle de uma estrutura que precise necessariamente do mesmo para mantê-la em segurança, procura-se uma solução de controle híbrido que soma as vantagens dos sistemas ativos e passivos e subtrai as principais desvantagens dos mesmos, de maneira que, entrando em falha o sistema ativo, garante-se ainda o funcionamento do sistema passivo (MOUTINHO, 2007).

Uma solução intermediária entre os sistemas de controle passivo e ativo denomina-se controle híbrido. Neste tipo de controle, os dispositivos passivos responsabilizam-se pela dissipação majoritária da energia de resposta da estrutura, enquanto os dispositivos ativos conferem o ajuste final do controle estrutural. Comparando-se com os sistemas ativos, os sistemas híbridos trabalham com forças menores, uma vez que grande parte destas são responsabilidade da parte passiva do sistema; isto diminui o custo do sistema e apresenta desempenho mais eficiente em relação aos sistemas puramente passivos. Adicionalmente, na

falta de alimentação elétrica, a parte passiva continua a garantir certo grau de controle à estrutura (MOUTINHO, 2007). Em suma, os sistemas híbridos reduzem o consumo de energia e ainda funcionam na sua falta concomitantemente.

Outra solução intermediária entre os sistemas ativos e passivos é o intitulado controle semiativo que também busca ultrapassar os problemas de alimentação de energia dos sistemas ativos e a falta de eficácia que os sistemas passivos podem apresentar. O problema da alimentação elétrica é resolvido aplicando-se forças de grande amplitude através da modificação ativa da rigidez ou amortecimento de elementos estrategicamente localizados na estrutura, utilizando para isso uma pequena quantidade de energia. Dessa maneira, os sistemas semiativos não acrescentam energia mecânica à estrutura, mas variam suas propriedades dinâmicas podendo funcionar apenas com o uso de baterias ou pilhas elétricas (MOUTINHO, 2007).

Expõe-se a seguir (Quadro 1), a classificação de alguns sistemas de controle de vibração. Ressalta-se que, existem inúmeros tipos de sistemas, mas, por questões práticas, são mostrados apenas uma parte deles. Do mesmo modo, posteriormente é descrito pormenorizadamente apenas o sistema de controle utilizado neste trabalho, o Amortecedor de Massa Sintonizada (AMS), os demais são elucidados sucintamente.

Quadro 1 – Classificação dos sistemas de controle.

Tipos	Princípio de funcionamento	Nomenclatura
Passivo	Absorvedores	Amortecedores de massa sintonizada (AMS)
		Amortecedores de líquido sintonizado (ALS)
	Dissipadores	Amortecedores viscosos
		Amortecedores viscoelásticos
		Amortecedores fricionais
		Amortecedores histeréticos
	Isoladores	Isolamento de base
Ativo		Amortecedores de Massa Ativa (AMA)
		Cabos ativos
		Diagonais ativas
		Atuadores piezoelétricos
Semiativo		Dispositivos de rigidez variável
		Amortecedores de atrito variável
		Amortecedores viscosos de orifício variável
		Amortecedores de viscosidade variável
Híbrido		Amortecedor de Massa Híbrido (AMH)

Fonte: Adaptado de Moutinho (2007).

Os Amortecedores de Massa Sintonizada (AMS), *Tuned Mass Dampers* (TMD), são dispositivos mecânicos constituídos por uma massa ligada à estrutura através de molas e de

amortecedores, os quais, quando devidamente sintonizados, introduzem compensação de fase ao movimento do sistema principal mitigando o seu comportamento dinâmico, em virtude da dissipação da energia mecânica pela massa passiva do sistema. Quando adequado, os AMSs podem ser concebidos através do funcionamento de um pêndulo fixo à estrutura, cuja aplicação é especialmente interessante nos casos em que a frequência natural do sistema a controlar é relativamente baixa (DEN HARTOG, 1972).

Para seu pleno funcionamento, os AMSs devem estar devidamente sintonizados com a frequência de vibração da estrutura, podendo obter-se uma significativa perda de eficiência mesmo para pequenos desvios de calibração. Além disso, cada dispositivo pode somente atenuar a resposta de um modo de vibração específico, o que na maioria dos casos é suficiente, devendo executar no mínimo tantas unidades quantos forem os modos distintos a se controlar (MOUTINHO, 2007).

Segundo Brazil et al. (2006), um caso de utilização de AMS é o edifício Taipei 101 localizado na ilha de Taiwan na China, considerado o edifício mais alto do mundo durante os anos de 2005 e 2007. No sentido de atenuar a resposta estrutural devido à ação do vento e à ação sísmica, foi instalado no topo um AMS de funcionamento pendular constituído por uma massa de geometria esférica de 650 t, suspensa através de 4 cabos de aço e amortecida pela adaptação de 8 amortecedores viscosos tal como é evidenciado na Figura 26.

Figura 26 – AMS instalado no Taipei 101.



Fonte: Brazil et al. (2006).

Os Amortecedores de Líquido Sintonizado (ALS), *Tuned Liquid Dampers* (TLD), são semelhantes aos AMSs, embora apresentem um caráter não-linear em relação às forças e aos deslocamentos. Todavia, através de algumas hipóteses, as equações que regem o seu comportamento dinâmico podem ser linearizadas conseguindo-se inclusive estabelecer procedimentos análogos aos dos AMSs. Estes dispositivos baseiam-se no efeito hidrodinâmico de um líquido, normalmente a água, no interior de um reservatório que pode assumir várias configurações, com o intuito de introduzir uma compensação de fase ao movimento da estrutura ao qual estão fixados.

No que diz respeito aos dissipadores passivos, como o próprio nome sugere, têm como objetivo contribuir para a dissipação de energia mecânica induzida pelas ações dinâmicas exteriores. Assim, no caso de amortecedores viscosos, é gerada uma força de amortecimento em função da velocidade absoluta ou relativa, dependendo se estão fixados ao exterior ou se ligados entre dois pontos da estrutura, respeitando uma lei linear ou não-linear. Já os amortecedores viscoelásticos, além da capacidade nas situações de vibrações de elevada velocidade, possuem ainda uma força de restituição semelhante à exercida por uma mola, de tal modo que seu comportamento global pode ser idealizado através de um amortecedor viscoso e uma mola ligados em paralelo. Este tipo de amortecedor é geralmente constituído por um material viscoelástico colado entre chapas metálicas, com uma ou várias camadas, sendo a energia comunicada pelas ações exteriores dissipada por efeito da deformação por corte desse material (HOUSNER et al., 1997).

Segundo Moutinho (2007), os friccionais convertem a energia mecânica em calor através de amortecedores constituídos de placas deslizantes de superfície rugosa, que impõem uma força contrária ao movimento da estrutura. O movimento relativo dessas placas pode ser de translação ou rotação. A facilidade de ajustes das placas a qualquer situação e a invariância com a temperatura e frequência de vibração são as principais vantagens do sistema. Os amortecedores histeréticos são aparelhos que baseiam sua ação de controle nas sucessivas deformações plásticas associadas ao comportamento histerético do material constituinte; normalmente um metal possuidor de características de elevada ductilidade. Estes apresentam, no entanto, deformações permanentes após o seu funcionamento o que, ao contrário dos amortecedores supracitados, pode obrigar à sua substituição.

O isolamento de base, adicionalmente aos sistemas passivos de dissipação de energia descritos, pode constituir uma solução vantajosa pois diferentemente dos anteriores, tenta resolver o problema das vibrações reduzindo a sua propagação às estruturas. Esta técnica, principalmente aplicável para os problemas de Engenharia Sísmica, tem o intuito de eliminar

tanto quanto possível as ligações horizontais do solo de fundação à estrutura. Para tanto, recorre a dispositivos de apoio munidos de baixa rigidez lateral. Como resultado, o movimento horizontal do sistema estrutural tende a ficar invariante ao movimento do terreno nessa direção, passando a estrutura a funcionar quase como um corpo rígido separado da fundação e imune à ação horizontal dos sismos (MOUTINHO, 2007).

Tratando-se do controle ativo, o Amortecedor de Massa Ativa (AMA), *Active Mass Dampes* (AMD), tem seu funcionamento semelhante ao Amortecedor de Massa Sintonizada (AMS), diferindo apenas no fato de que o AMA consegue controlar a quantidade de força de inércia produzida pela massa aplicada na estrutura. Em outras palavras, o AMA funciona como se a massa do amortecedor fosse variável ao longo do tempo. Isto torna as características dinâmicas da estrutura variáveis com o tempo, o que justifica a aplicabilidade do sistema para estruturas flexíveis que tenham vários modos de vibração com uma participação significativa (HOUSNER et al., 1997).

O sistema de cabos ativos configura-se da seguinte maneira, ligam-se estrategicamente pontos diferentes da estrutura de modo a controlar os deslocamentos relativos entre eles. Estes cabos introduzem forças na estrutura através de um atuador integrado no próprio cabo que o traciona ou folga de acordo com a necessidade; estas forças irão efetivar o controle. Semelhantemente ao sistema de cabos ativos, a técnica de contraventamento ativo utilizado unicamente em edifícios de pórtico, utilizam contraventamentos que permitem esforços de tração e compressão.

Os Dispositivos de rigidez variável, *Active Variable Stiffness* (AVS), criado para edifícios, consiste na instalação de diagonais entre os elementos principais do pórtico (pilares e vigas), estas diagonais têm uma rigidez variável que é controlada por um sistema de controle, o qual baseia-se no bloqueio/desbloqueio da peça que liga o dispositivo ao pórtico, alterando-se assim a rigidez local e global da estrutura. Os amortecedores de atrito variável dissipam energia semelhantemente ao seu correlato, o amortecedor friccional, o que os diferencia deste é a possibilidade de controlar a força normal que aplica ao dispositivo e assim controlar a força de atrito (MOUTINHO, 2007).

Já os amortecedores viscosos de orifício variável, *Variable Orifice Damper* (VOD), funcionam da seguinte maneira, são em tudo igual ao funcionamento dos amortecedores viscosos com a particularidade do seu coeficiente de viscosidade ser controlável. Este controle é feito por meio de uma válvula que liga as duas câmaras do amortecedor. Os amortecedores de viscosidade variável são dispositivos munidos de fluidos magneto-reológicos que por sua vez possuem em sua composição partículas de ferro com uma dimensão de 3 a 10 microns,

podendo estas partículas constituir 20 a 40% do volume do fluido. Essas partículas alinham-se quando submetidas a um campo magnético, isso faz com que seja aumentada a viscosidade do fluido e o coeficiente de amortecimento do dispositivo (SERAFIM, 2011).

Em se tratando do controle híbrido, o Amortecedor de Massa Híbrido (AMH), *Hybrid Mass Dampers* (HMD), baseia-se na junção de um AMS com um atuador ativo cuja participação serve para aumentar a eficiência do AMS, aumentando também a performance do conjunto.

2.4.2 REVISÃO DA LITERATURA SOBRE O CONTROLE ESTRUTURAL DE VIBRAÇÕES EM TORRES PARA HAWT

Nesta seção são apresentados alguns trabalhos relacionados ao controle passivo de vibrações de torres tubulares de aço para aerogeradores de eixo horizontal que é o objetivo deste trabalho.

Enevoldsen e Mørk (1996) estudaram a utilização de um Amortecedor de Massa Sintonizado em um aerogerador eólico de eixo horizontal tripá modelo VESTAS V39 de 40 m de altura e 500 kW potência. O efeito dinâmico da introdução do dispositivo foi estudado e concluíram que pode resultar em um projeto mais econômico e mais confiável. No estudo, otimizaram a torre em relação à produção de material, flambagem e falha por fadiga e levaram em consideração apenas o primeiro modo de vibração. Vale destacar o aumento das torres ao se comparar a altura do aerogerador estudada na época em relação ao estudado neste trabalho.

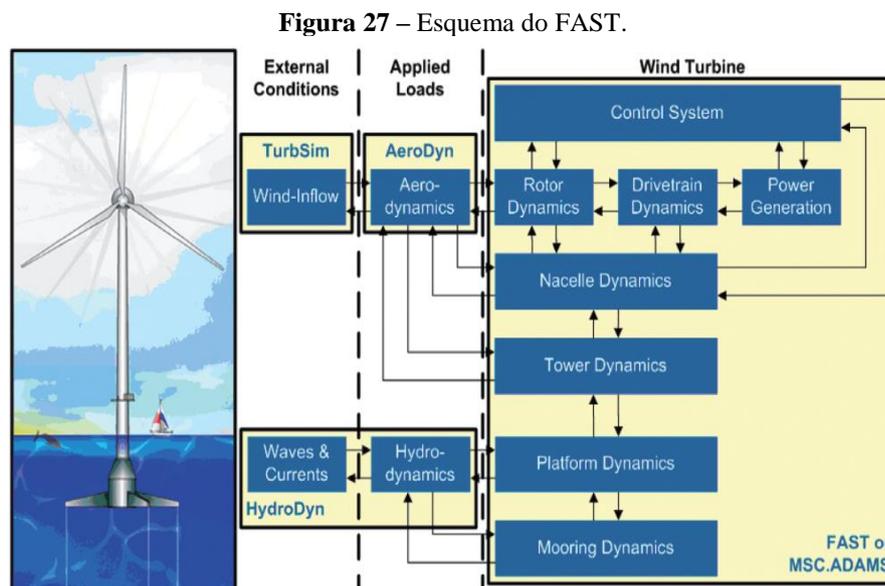
Murtagh, Basu e Broderick (2005), estudaram vibrações em torres para aerogeradores modelando-os em um sistema composto por três pás e a nacelle conectadas à torre formando um sistema dinâmico de múltiplas estruturas, as propriedades de vibração foram obtidas separadamente utilizando uma discretização apropriada; na torre foi incluída uma massa rígida no topo representando a nacelle e nas pás foi incluído o efeito do movimento rotacional. Em seguida, a torre, nacelle e pás são consideradas em uma única estrutura, acoplando-as, também, num mesmo sistema de equações para o movimento. O AMS foi colocado no topo da torre e adicionado a formulação. A partir dos resultados numéricos obtidos, os autores concluíram que desconsiderar a interação pode subestimar a resposta do topo da torre, especialmente se as frequências naturais da pá e da torre forem próximas.

Murtagh et al. (2008) estenderam o trabalho anterior fazendo o uso de um Amortecedor de Massa Sintonizado (AMS) para mitigar as vibrações num modelo simplificado de

aerogerador devido à atuação do vento. Os resultados obtidos mostraram uma redução na resposta estrutural mediante a utilização do AMS.

Rotea, Lackner e Saheba (2010) investigaram a utilização do controle ativo em aerogeradores *offshore* para compará-lo com o controle passivo estudado na citação subsequente. Concluíram que a escolha do controle ativo em detrimento do passivo é factível, em vista à redução adicional dos esforços à custa do consumo de energia ativa.

Lackner e Rotea (2011) investigaram o uso de controle passivo em aerogeradores *offshore* flutuantes e de base fixa. Para tanto, uma ferramenta de simulação foi desenvolvida para realização de um estudo paramétrico do sistema, o qual permite a obtenção dos parâmetros otimizados dos AMS localizado na nacele da torre, com movimento translacional em duas direções perpendiculares, sendo uma delas a do vento. As equações de movimento do AMS são incorporadas no código fonte do FAST (*Fatigue, Aerodynamics, Structures and Turbulence*), código de análise acoplada (aero-hidro-servo-elástica), desenvolvido no NREL (*National Renewable Energy Laboratory*), que simula as cargas e o desempenho de aerogeradores modernos (Figura 27).



Fonte: Lackner e Rotea (2011); Rotea, Lackner e Saheba (2010).

Stewart e Lackner (2011) implementaram um modelo com limitado grau de liberdade para investigar os efeitos da dinâmica do atuador e a interação estrutura-controle para um motor elétrico. Foi demonstrado que, na utilização de um atuador mais realístico, à medida que o carregamento é reduzido o consumo de energia do atuador se eleva sobremaneira, isto é, desconsiderar a interação entre a estrutura e o sistema de controle não é plausível. Foi visto também que os efeitos da interação estrutura-controle podem ser reduzidos com uma mudança na razão dos raios das engrenagens do atuador, à custa de maiores solicitações à torque no

motor. Concluíram ainda, inaceitáveis potências elétricas e elevados torques no motor são justificativas para a consideração da interação estrutura-controle, entretanto, se o objetivo é reduzir os efeitos da interação, a redução da relação de transmissão é uma alternativa.

Stewart (2012) estudou como projetar amortecedores de massa sintonizada para quatro turbinas eólicas *offshore* assim como um sistema de controle para as plataformas das turbinas. De antemão, concluiu que o sistema de controle pode reduzir significativamente o custo da estrutura assim como torná-la mais leve. Foi usado o algoritmo genético para otimizar uma função integrada de diversas partes da estrutura variando os parâmetros do sistema de controle, exclusivamente para cada plataforma. Adicionalmente, quantificou as alterações nos esforços em diferentes partes da estrutura resultante da adição do sistema de controle; em geral notou uma redução nos esforços principalmente na carga de fadiga.

Li, Zhang e Chen (2012) estudaram, experimentalmente, o uso de um absorvedor vibracional esférico (Figura 29) em uma torre eólica na escala 1/13 (Figura 28). As reduções, através do sistema de controle, dos deslocamento e aceleração no topo da torre assim como das tensões na base resultantes de ações sísmicas e forças do vento foram examinadas. O caso em que as pás estão em funcionamento foi investigado para validar a eficácia do amortecedor em mitigar as vibrações da turbina em operação. A esse respeito concluíram: o sistema de controle foi eficaz em diminuir os deslocamentos e aceleração no topo e também os esforços na base quando a torre é submetida a carregamentos de vento e movimentação do solo com as pás paradas, a redução variou entre 15 e 53% nos diferentes casos. Por outro lado, com a turbina em operação, obteve-se praticamente a mesma redução de esforços para o mesmo carregamento sísmico, já para o mesmo carregamento de vento a redução da resposta foi enfraquecida.

Guimarães et al. (2013) estudaram o comportamento dinâmico de turbinas eólicas *offshore* modelando-as como um pêndulo invertido. Uma massa, também em sistema pendular, anexada a estrutura reduz o excesso vibracional. Simulações numéricas são feitas para definir os parâmetros do AMS que aperfeiçoam a efetividade do sistema. Para tanto, o sistema estrutural é analisado especificamente como um pêndulo invertido e as amplitudes angulares são reduzidas com o AMS. Por fim, através de um estudo paramétrico foi encontrado parâmetros do sistema de controle que efetivamente reduziam as vibrações, contudo, eram valores fora dos padrões de exequibilidade. Com isso, sugeriram os testes de um AMS em pêndulo invertido.

Stewart e Lackner (2013) apresentaram um trabalho sobre sistema de controle em aerogeradores *offshore* tanto de base fixa quanto de base flutuante. Para os de base fixa analisou os de fundação em *monopile*, já para os de base flutuante: fundação em barçaça (*barge*), boia

ancorada (*spar buoy*) e plataforma ancorada em cabos tensionados (*tension-leg platform*). Nesta análise, desenvolveram um AMS, com grau de liberdade limitado, para cada um dos quatro aerogeradores estudados. Todos estes modelos foram integrados em uma função e então otimizados com a utilização do Algoritmo Genético (AG) para encontrar os parâmetros que resultam no melhor projeto. Estes parâmetros determinados pela otimização são aplicados em uma série de simulações usando o FAST. Os resultados destas simulações mostraram que uma redução de até 20% nos esforços de fadiga é alcançada para diferentes configurações de AMS.

Figura 28 – Modelo do aerogerador testado.



Fonte: Li, Zhang e Chen (2012).

Figura 29 – Modelo do sistema de controle testados.



Fonte: Li, Zhang e Chen (2012).

Shzu et al. (2015) propuseram um estudo sobre o desempenho de um Amortecedor de Massa Sintonizada (AMS) pendular para controle de um aerogerador, modelando-os via Método dos Elementos Finitos (MEF) e usando o ANSYS para analisá-los. Foram usadas dimensões teóricas para a torre e elementos finitos de viga e casca para a análise. Salientaram que apesar do uso de AMS na forma de pêndulo para controle de estruturas esbeltas ser um assunto comum na literatura, a modelagem do AMS com o ANSYS foi inédita. Por fim, concluíram que esta é uma ferramenta potencial para estudos de vibrações em turbinas eólicas e, ainda, os resultados evidenciaram que uma calibração apropriada do pêndulo conduz a uma redução substancial da resposta vibracional da estrutura.

Tong, Zhao e Zhao (2015) investigaram a aplicação de um Amortecedor de Massa Sintonizado (AMS), na direção do vento e na direção perpendicular a esta, para reduzir as vibrações de uma torre de turbina eólica com fundação em *monopile*. Usando o método do elemento espectral, encontraram um modelo dimensional-finito (Σd) dos espaços dos estados a partir de um modelo dimensional-infinito (Σ) de uma torre de turbina eólica controlado por um AMS localizado na nacele. Σ e Σd podem ser usados para representar a dinâmica da torre e do AMS na direção do vento e perpendicular a esta. O subsistema da torre do aerogerador do Σ é modelado com base na equação da viga de Euler-Bernoulli que descreve a dinâmica da torre flexível e com a equação de corpo rígido de Newton-Euler que descreve a dinâmica do conjunto rotor-nacele, onde negligenciaram os efeitos do movimento das pás. Afirmaram, Σd pode ser usado para rápidas e precisas simulações de dinâmicas de torres de aerogeradores assim como para otimização de AMSs. Os autores mostraram que o modelo Σd concorda muito bem com simulações, de uma turbina modelo NREL 5 MW, feita pelo FAST. Como também, otimizaram os parâmetros do AMS minimizando a norma H_2 de frequência limitada da matriz de transferência do Σd , que tem como entrada as forças e torques que atuam no conjunto rotor-nacele e como saída os deslocamentos no topo da torre. Em seguida, testaram o desempenho dos resultados através do FAST, o qual mostrou relevantes reduções nos esforços de fadiga. Por fim, demonstraram como otimizar AMSs para redução de vibrações em estruturas flexíveis, fenômeno descrito matematicamente por equações diferenciais parciais.

Colherinhas et al. (2015) otimizaram um Amortecedor de Massa Sintonizada (AMS) em forma de pêndulo usando Algoritmo Genético (AG) para mitigar as vibrações de uma torre eólica. Utilizaram análises harmônicas para descrever a torre com o pêndulo e restrições para a massa e tamanho deste. Propuseram duas restrições para função objetivo: minimizar os picos de frequência de vibração e maximizar os picos de anti frequência. Com o resultado do AG em mãos, compararam-no com resultados de uma abordagem em gradientes. Para a primeira

restrição obtiveram resultado iguais já para a segunda, diferentes. Por fim concluíram, o AMS em pêndulo é principalmente influenciado pela relação de massa e razão de amortecimento.

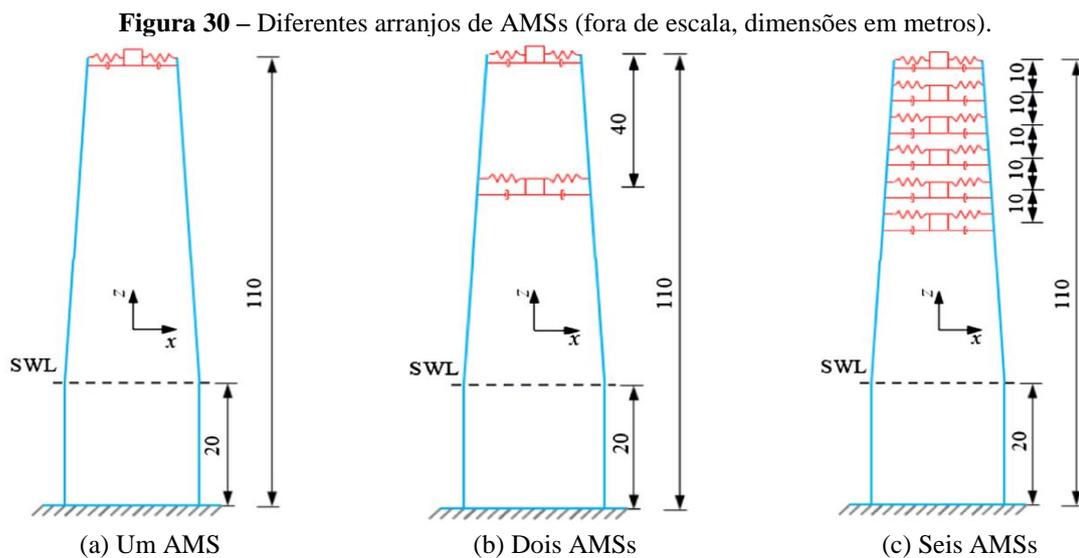
Colherinhas et al. (2016) criaram uma metodologia de projeto para otimizar um modelo de controle estrutural com dois graus de liberdade formado por um pêndulo e sistema massa-mola. A massa, tamanho, rigidez e coeficiente de amortecimento do pêndulo foram os parâmetros da otimização. Criaram um mapa de amplitudes de vibração para descrever o comportamento dinâmico do modelo com dois graus de liberdade, o qual foi usado para validar os resultados de otimização do AG. Em seguida utilizaram o MEF integrando a plataforma ANSYS com as ferramentas do MATLAB para gerar resultados e compará-los com os resultados do Algoritmo Genético. Por fim alcançaram a metodologia de projeto para obter configurações de absorvedores ideais.

Fitzgerald e Basu (2016) investigaram a importância da consideração da interação solo-estrutura no sistema de controle estrutural de turbinas eólicas. Para tanto, desenvolveram um modelo matemático Euler-Lagrangeano baseada em uma formulação energética que considerou a dinâmica estrutural do sistema e a interação das pás no plano e fora deste. A turbina foi submetida a um carregamento aerodinâmico turbulento simulado usando uma modificação do clássico momento de elemento da pá, com a turbulência a partir de espectros amostrados em rotação. Além disso, a turbina é sempre sujeita à ação da gravidade e ao efeito centrífugo da rotação das pás. Os resultados provenientes do modelo desenvolvido foram verificados, comparando-os com o FAST. Um modelo tridimensional da fundação da turbina foi desenvolvido e analisado através de um programa de análise geotécnica baseado em elementos finitos, o Plaxis. Este trabalho mostrou que quando há incertezas a respeito da rigidez do solo o sistema de controle passivo pode torna-se ineficiente. Ademais, foi mostrado que o controle de vibrações em aerogeradores usando controle ativo é uma perspectiva promissora em situações nas quais os parâmetros dos solos são incertos. Adicionalmente, os autores chegaram a conclusão de que, a interação solo-estrutura não afeta a vibração das pás, contudo, as frequências de vibração do sistema torre-nacele podem ser afetadas significativamente pela interação com o solo.

Guimarães (2016) acrescentou a seus estudos uma análise de controle de torres para aerogeradores *offshore* por meio de um AMS passivo e um AMS semiativo. Primeiramente, projetou os parâmetros do controle passivo através das seguintes ferramentas: um estudo paramétrico, método de gradiente e Algoritmo Genético. Em seguida analisou o efeito das pás na resposta dinâmica do sistema. Por último, propôs duas estratégias para o funcionamento do controle semiativo, que foi analisado numericamente: dispositivo ON/OFF e variação contínua.

Verificou que ambos os sistemas passivo e semiativo são eficientes no controle da resposta dinâmica do sistema, sendo que o semiativo se mostra eficiente para uma faixa de frequência mais ampla.

Zuo, Bi e Hao (2017) propuseram a utilização de Amortecedores de Massa Sintonizado Múltiplos (AMSM) (Figura 30) para controle de vibrações, desde a excitação fundamental até outros modos mais elevados, de torres para aerogeradores *offshore* submetidos a múltiplos carregamentos combinados: vento, ondas marítimas e excitações sísmicas. Salientaram que os trabalhos anteriores que estudaram controle de vibração em torres para aerogeradores propuseram a instalação do dispositivo de controle no topo da torre, ou sejam, na nacele. Isto é eficiente para suprimir o modo fundamental de vibração da torre no qual o máximo deslocamento ocorre no topo da torre. Esta prática é razoável quando os carregamentos de interesse são o vento e/ou ondas marítimas uma vez que estes apresentam energia de vibração concentrada numa faixa de baixa frequências, e normalmente somente o modo de vibração fundamental é excitado. Por outro lado, turbinas eólicas *offshore* podem estar localizadas em áreas propensas a sismos ao ponto de serem submetidas a terremotos e, eventualmente, modos de vibração mais altos podem ser excitados. Neste caso, instalação do dispositivo de controle somente na nacele não seria efetivo e mais dispositivos de controle devem ser instalados ao longo da torre. Em suma, apenas um dispositivo de controle não será efetivo no controle de vibrações de uma torre se modos de vibração mais altos, além do fundamental, são de interesse no controle.



Fonte: Zuo, Bi e Hao (2017).

Lima (2018), realizou uma análise de estabilidade elástica e o projeto de um dispositivo para controle de vibração de uma torre tubular de aço, com 120 m de altura para um HAWT. Para a análise de estabilidade, desenvolveu a equação diferencial ordinária de equilíbrio da torre

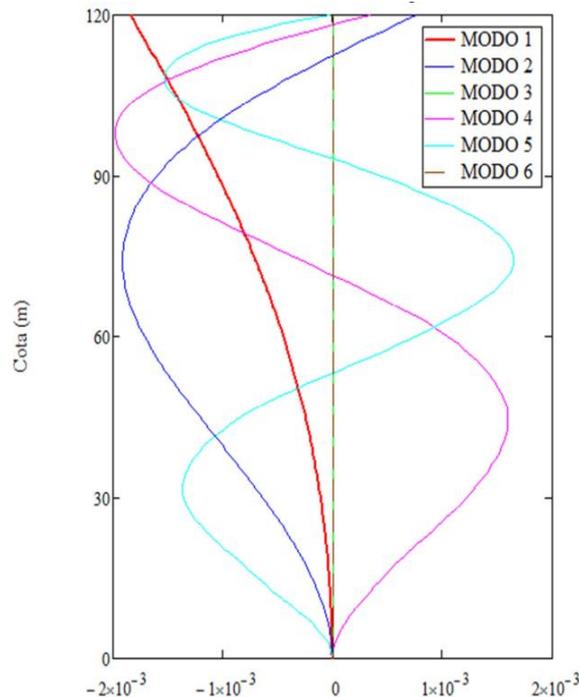
e solucionou-a via método das diferenças finitas. Além disso, modelou a torre utilizando elemento finito de barra levando em consideração a não linearidade geométrica. Desenvolveu também o projeto estrutural da torre e de sua fundação as modelando junto com o solo em elementos finitos no software ANSYS, nesta fase analisou os deslocamentos verticais da sapata constatando que ocorre levantamento devido a flexibilidade do sistema fundação-solo, resultando também num incremento de deslocamentos transversais ao longo da torre. A respeito da análise dinâmica, também utilizou elemento finito de barra para implementação de um código próprio escrito em Mathcad e elementos finitos de casca e sólidos (via ANSYS) para obtenção das propriedades e do comportamento dinâmico da estrutura. Na Tabela 2 é mostrado as frequências de vibração obtidas para a torre estudada. Já na Figura 31 é mostrado os deslocamentos transversais à torre de alguns modos de vibração.

Tabela 2 – Dados de vibração da torre.

Ordem	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a
Natureza	Flexão	Flexão	Torção	Flexão	Flexão	Axial
Frequência (Hz)	0,29745	1,72847	3,98035	4,52973	8,05650	8,75028
Período (s)	3,36187	0,57855	0,25123	0,22076	0,12412	0,11428
Frequência angular (rad/s)	1,86896	10,86030	25,00930	28,46116	50,62049	54,97963

Fonte: Lima (2018).

Figura 31 – Deslocamentos transversais à torre dos seis modos de vibração.

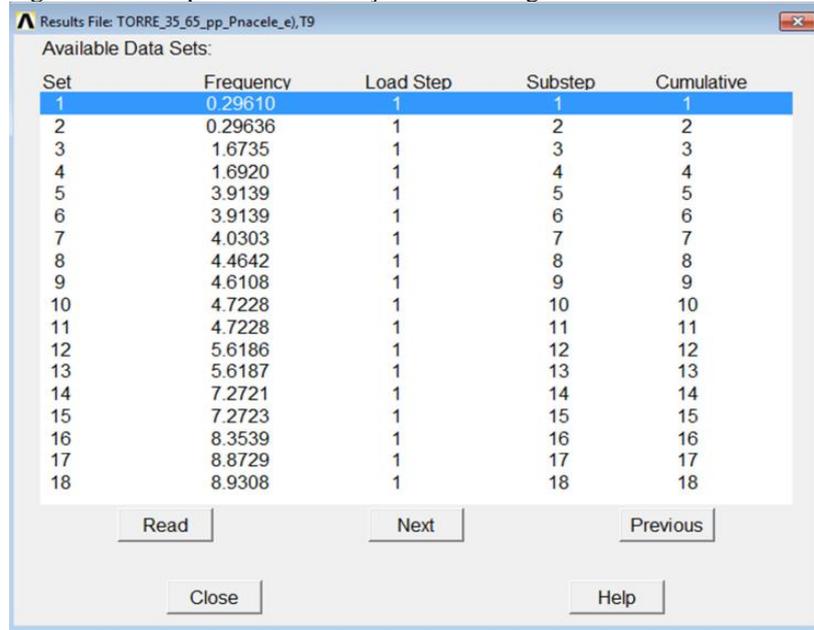


Fonte: Lima (2018).

Para este caso, concluiu que a frequência fundamental da torre (0,297945 Hz) é a mais preocupante quanto a possibilidade de haver ressonância tanto para o caso de vibração na

direção do vento (*along-wind*) quanto para a vibração perpendicular a direção do vento (*across wind*). Adicionalmente, como supracitado, investigou as frequências de vibração e os respectivos modos via ANSYS num modelo o qual a torre foi idealizada como engastada e livre. Os 18 primeiros modos de vibração para esta análise obtidos através do ANSYS estão mostrados na Figura 32.

Figura 32 – Frequências de vibração da torre engastada na base via ANSYS.

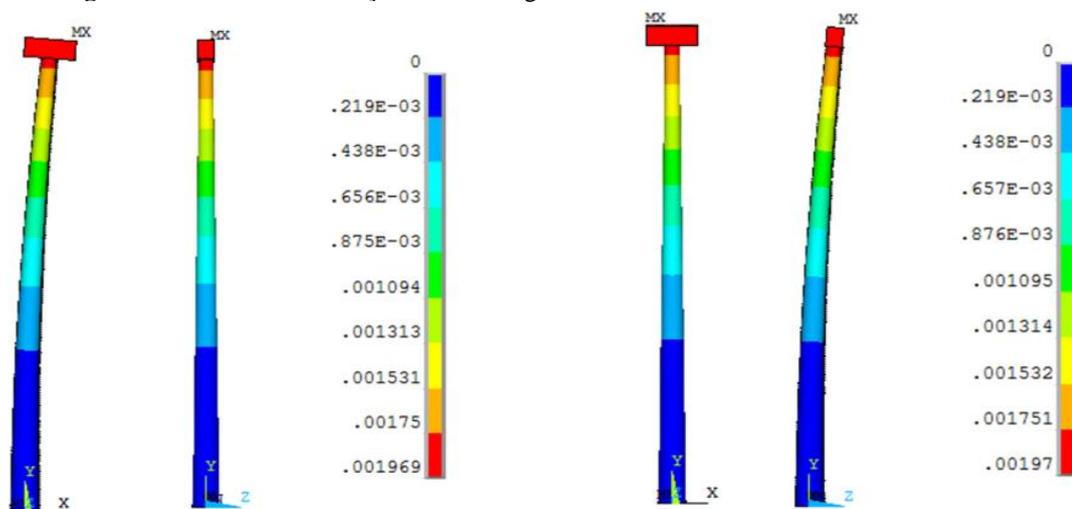


Set	Frequency	Load Step	Substep	Cumulative
1	0.29610	1	1	1
2	0.29636	1	2	2
3	1.6735	1	3	3
4	1.6920	1	4	4
5	3.9139	1	5	5
6	3.9139	1	6	6
7	4.0303	1	7	7
8	4.4642	1	8	8
9	4.6108	1	9	9
10	4.7228	1	10	10
11	4.7228	1	11	11
12	5.6186	1	12	12
13	5.6187	1	13	13
14	7.2721	1	14	14
15	7.2723	1	15	15
16	8.3539	1	16	16
17	8.8729	1	17	17
18	8.9308	1	18	18

Fonte: Lima (2018).

A seguir, na Figura 33, mostra-se graficamente a representação de apenas dois modos de vibração dos descritos acima: os dois primeiros modos flexionais. Na Figura 33a tem-se a representação gráfica do primeiro, mostrando-se os deslocamentos transversais à torre em dois planos ortogonais. Já na Figura 33b tem-se a representação do segundo modo.

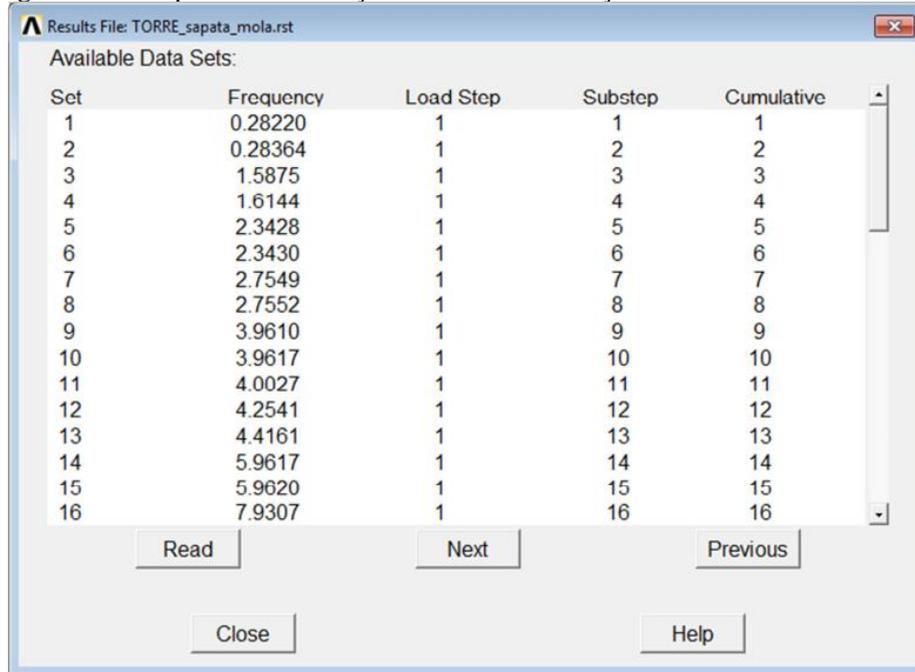
Figura 33 – Modos de vibração da torre engastada na base e modelada com EF de casca.



Fonte: Lima (2018)

Com intuito de investigar a influência da fundação nas características dinâmicas da estrutura analisou um segundo modelo no ANSYS: a torre discretizada com EF de barra e a fundação EF sólidos tetraédricos. Na Figura 34 mostra-se as frequências obtidas para esta análise. Semelhantemente a outra análise sem a consideração da fundação, nesta também analisou os deslocamentos dos modos de vibração.

Figura 34 – Frequências de vibração da torre com fundação flexível obtida via ANSYS.

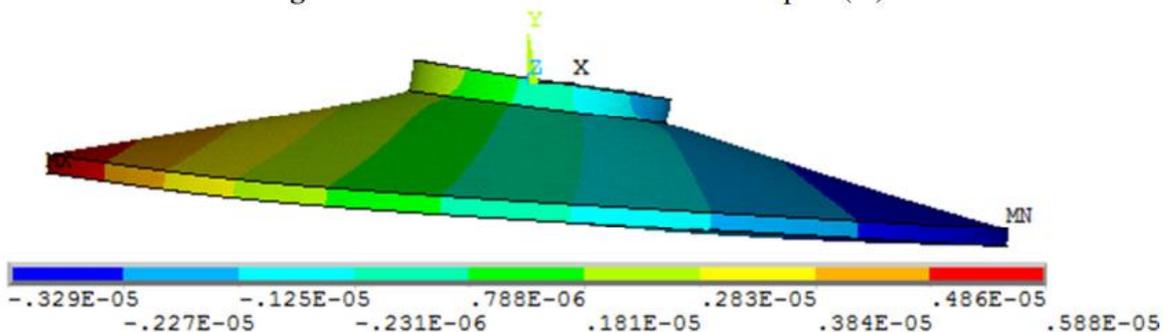


Set	Frequency	Load Step	Substep	Cumulative
1	0.28220	1	1	1
2	0.28364	1	2	2
3	1.5875	1	3	3
4	1.6144	1	4	4
5	2.3428	1	5	5
6	2.3430	1	6	6
7	2.7549	1	7	7
8	2.7552	1	8	8
9	3.9610	1	9	9
10	3.9617	1	10	10
11	4.0027	1	11	11
12	4.2541	1	12	12
13	4.4161	1	13	13
14	5.9617	1	14	14
15	5.9620	1	15	15
16	7.9307	1	16	16

Fonte: Lima (2018).

Pela análise dos resultados concluiu que a flexibilidade da base da sapata tem influência no sentido de diminuir as frequências em praticamente todos os modos de vibração exceto a segunda frequência torcional. Na Figura 35 é mostrado os deslocamentos verticais da sapata e a rotação da mesma.

Figura 35 – Deslocamentos verticais da sapata (m).



Fonte: Lima (2018).

Em se tratando do controle de vibrações da torre, comparou os desempenhos dos sistemas de controle passivo, híbrido e ativo. Para tanto fez simulações da resposta da torre controlada, da saída do absorvedor de vibração e das forças de controle em função da razão de massa, a qual é a razão entre massa do absorvedor dinâmico de vibrações e massa total da

estrutura. Realizou os testes com uma excitação harmônica permanente e transiente, neste a carga é aplicada por uma duração de 5 s e posteriormente a excitação cessa e o conjunto torre-absorvedor passa a vibrar livremente. Na Tabela 3 expõe-se os valores máximos e eficazes (raiz do valor quadrado médio) dos deslocamentos do topo da torre sem controle e controlada passiva, híbrida e ativamente; bem como os respectivos percentuais de redução de tais deslocamentos com o uso do controle de vibração.

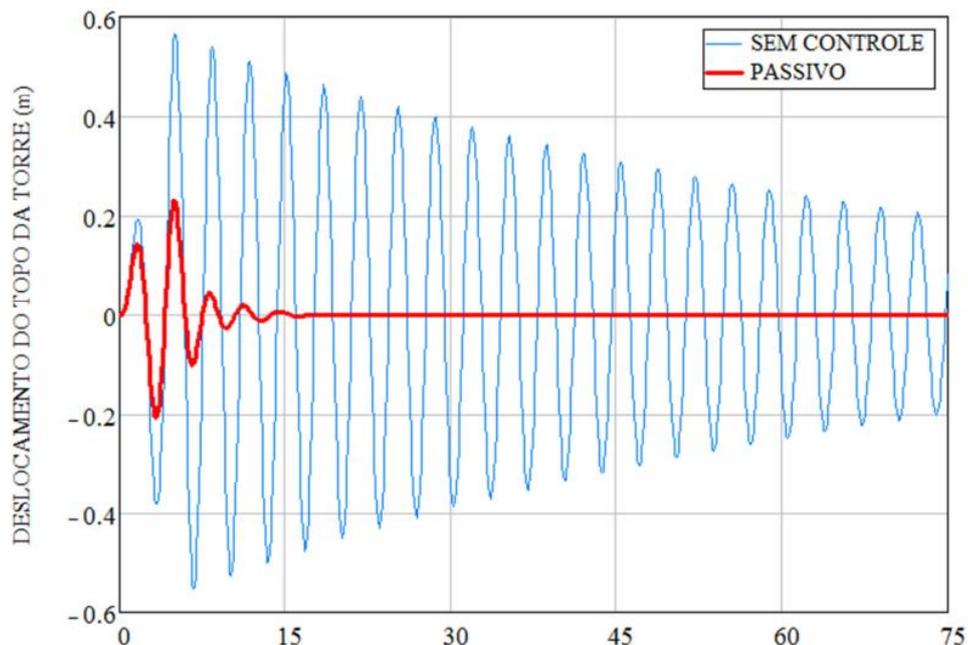
Tabela 3 – Dados dos desl. da torre para excitação senoidal aplicada durante 5s.

Sem controle		Controle passivo		Controle híbrido		Controle ativo	
Valor máximo (m)	Valor eficaz (m)	Valor máximo (m)	Valor eficaz (m)	Valor máximo (m)	Valor eficaz (m)	Valor máximo (m)	Valor eficaz (m)
0,56497	0,23126	0,2319	0,07451	0,15757	0,05463	0,19671	0,06559
Percentual de redução do valor eficaz (%)							
Sem controle → Controle passivo		Controle passivo → Controle híbrido		Sem controle → controle ativo			
67,78		26,68		71,64			

Fonte: Lima (2018).

Além disso, mostrou através de gráficos os deslocamentos do topo da torre com a utilização de cada um dos tipos de controle: passivo, híbrido e ativo. Entretanto, mostra-se a seguir apenas o gráfico referente ao controle utilizado neste trabalho: o controle passivo.

Figura 36 – Deslocamento da torre sem e com controle passivo (ação transiente).



Fonte: Lima (2018).

Como dito anteriormente, foi feita a análise da resposta da torre a uma excitação harmônica permanente. Para isto o conjunto torre-absorvedor de vibração foi submetida a uma excitação senoidal em um tempo de 100 s. Na Tabela 4, apresenta-se a eficácia dos sistemas de

controle. Na Figura 37 é mostrado o gráfico obtido no trabalho onde exibe-se os deslocamentos no topo da torre com e sem o controle passivo, a partir do qual percebeu a elevada eficiência do sistema passivo no controle dos primeiros modos de vibração, considerando-se que o absorvedor de vibração foi sintonizado a estes.

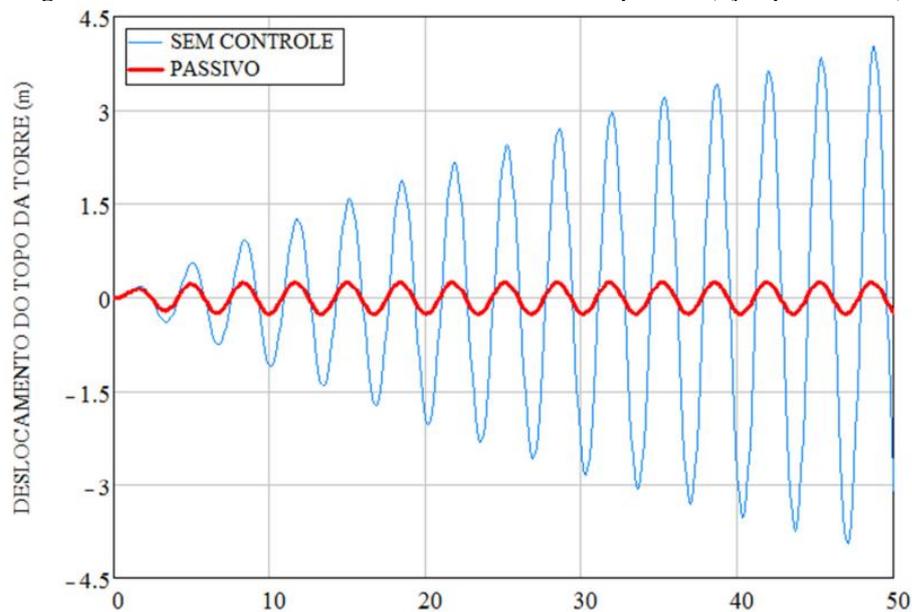
Tabela 4 – Dados dos desl. da torre para excitação senoidal permanente.

Sem controle		Controle passivo		Controle híbrido		Controle ativo	
Valor máximo (m)	Valor eficaz (m)	Valor máximo (m)	Valor eficaz (m)	Valor máximo (m)	Valor eficaz (m)	Valor máximo (m)	Valor eficaz (m)
6,02837	2,91768	0,25723	0,17884	0,15757	0,10828	0,19786	0,13833
Percentual de redução do valor eficaz (%)							
Sem controle → Controle passivo		Controle passivo → Controle híbrido		Sem controle → controle ativo			
93,87		39,46		95,26			

Fonte: Lima (2018).

A observação do gráfico da Figura 37 corrobora o que foi dito nas seções anteriores deste capítulo: a alta capacidade de dissipação de energia dos absorvedores passivos em controlar um modo de vibração da estrutura.

Figura 37 – Deslocamento da torre sem e com controle passivo (ação permanente).



Fonte: Lima (2018).

2.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram descritas as principais referências teóricas utilizadas para elaboração deste trabalho, principalmente no que diz respeito às características dos aerogeradores e das torres que lhe dão suporte. Além disso, descreveu-se a fundamentação

matemática necessária para o desenvolvimento do trabalho. Em seguida, foram descritas as principais técnicas de controle estrutural utilizadas na Engenharia Civil. Por fim, foi feito um rol de alguns trabalhos relevantes sobre o tema de que se trata este trabalho, o controle estrutural de torres para aerogeradores. No próximo capítulo, está descrito a metodologia para desenvolvimento do tema.

3 METODOLOGIA

Neste item, apresenta-se a modelagem dinâmica da torre utilizando elemento finito de barra. Inicialmente, são apresentadas as características da torre estudada e os parâmetros e pormenores das cargas atuantes na torre. Posteriormente, aplica-se toda a teoria e parâmetros citados no capítulo anterior à análise dinâmica propriamente dita; mostrando-se desde a discretização da torre, montagem das matrizes de massa e rigidez globais, montagem das equações de movimento no referencial original e espaço de estado até a resolução das equações de movimento da torre.

3.1 CARACTERÍSTICAS DA TORRE E SOLICITAÇÃO DINÂMICA

O objeto de estudo deste trabalho é uma torre tubular de aço S355J2, a qual dá suporte a um aerogerador no padrão SWT-3.2-113 (SIEMENS, 2014), de características mostrada na tabela abaixo (Tabela 5).

Tabela 5 – Dados padrão do aerogerador selecionado.

Tipo de parâmetro	
Classe segundo IEC (<i>Internation Electrotechnical Commission</i>)	IIA
Potência nominal (MW)	3,2
Diâmetro do rotor (m)	113,0
Comprimento da pá (m)	55,0
Área varrida pelo rotor (m ²)	10000
Altura do cubo do rotor (m)	122,5
Regulação de potência	Ângulo de passo regulado
Energia elétrica produzida anualmente a 8,5 m/s	14402 MWh
Peso da nacele (tf)	78
Peso do rotor (tf)	67

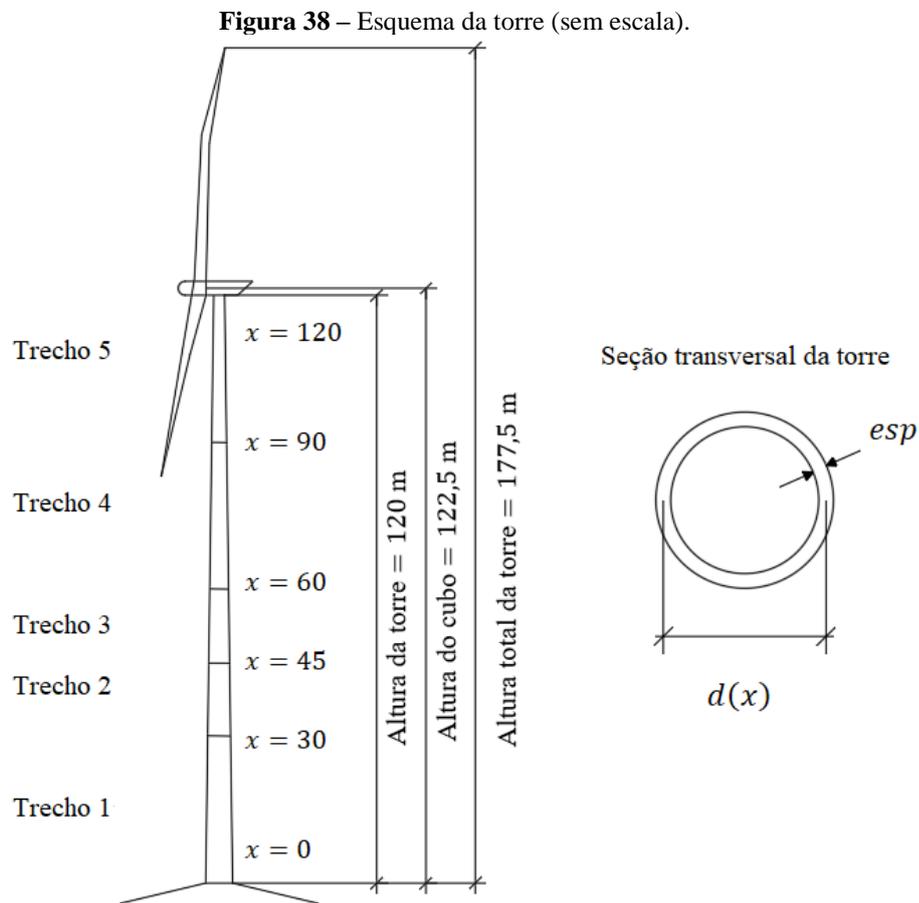
Fonte: Siemens (2014).

Na Figura 38 é mostrado o esquema da torre analisada. Esta é constituída de cinco trechos com espessura de chapa diferente; uma forma de economia e praticidade. Sua seção transversal consiste num círculo vazado. O diâmetro da torre varia linearmente com a altura, tendo assim, um diâmetro inicial na base e um diâmetro final no topo. Ademais, mostra-se na Figura 38 as alturas correspondentes à torre. Em se tratando de outras características geométricas e das propriedades elastomecânicas do material constituinte da torre, são mostradas na Tabela 6.

Tabela 6 – Propriedades elastomecânicas e características geométricas da torre.

Características da torre	
Diâmetro da base (m)	6,5
Diâmetro do topo (m)	3,5
Espessura do trecho 1 (in)	2
Espessura do trecho 2 (in)	1 3/4
Espessura do trecho 3 (in)	1 5/8
Espessura do trecho 4 (in)	1 1/2
Espessura do trecho 5 (in)	1 1/4
Módulo de elasticidade longitudinal (MPa)	205000
Coefficiente de Poisson	0,3
Massa específica (kg/m ³)	7850

Fonte: Lima (2018).



Fonte: Lima (2018).

Para a consideração da influência da nacela nas propriedades dinâmicas da torre, fundamentalmente na matriz de massa, calculou-se a inércia da nacela considerando-a um paralelepípedo com as seguintes dimensões: 12 m de comprimento paralelo ao eixo do rotor, 5 m de altura e 4 m comprimento perpendicular ao eixo do rotor. A inércia foi calculada utilizando-se a seguinte equação:

$$I_{nac} = \iiint r^2 dm \quad (104)$$

na qual, r é a distancia ao eixo de cálculo da inércia, dm é o diferencial de massa, a integral é definida no volume da nacele e a massa específica foi considerada constante.

A torre é solicitada com cargas pontuais (forças e momentos) aplicadas no seu topo proveniente da nacele e das pás. Estes esforços foram calculados extrapolando-se os resultados obtidos por Asibor et al. (2015) para a transmissão de esforços em condições eólicas normais e extremas. Além disso, considerou-se:

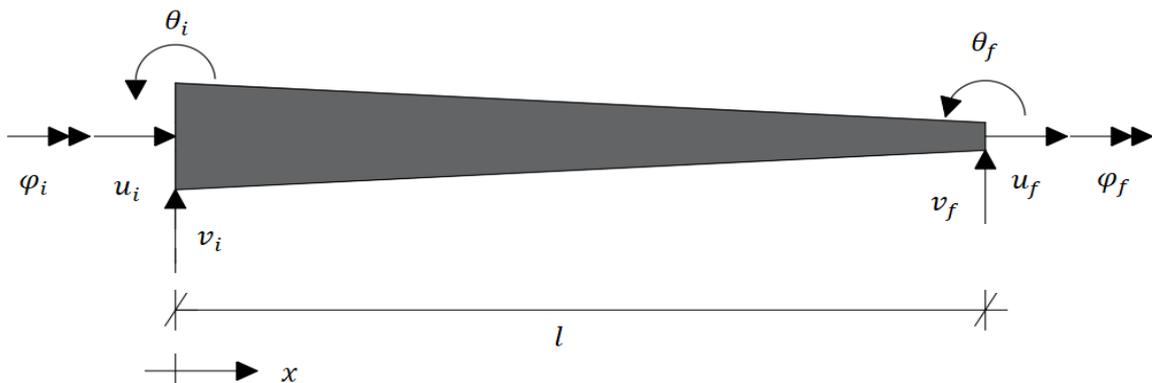
- i. Carga permanente da torre distribuída axialmente;
- ii. Cargas de diversos equipamentos localizados no interior da torre também dispostos axialmente;
- iii. Carga de vento variável orientada radialmente (segundo recomendações das normas ABNT NBR 6123, 1988; ABNT NRB IEC 61400-1, 2008; EN 1991-1-4, 2005) e ao longo da altura da torre, utilizando uma velocidade básica de vento igual a 35 m/s (valor máximo desta velocidade para o estado de Pernambuco, onde se idealiza a implantação do parque eólico).

3.2 ANÁLISE DINÂMICA VIA CÓDIGO PRÓPRIO

3.2.1 GRAUS DE LIBERDADE

Para este trabalho, escolheu-se o elemento finito de barra que evidentemente representa muito bem a torre eólica uma vez que esta é uma estrutura claramente de geometria linear. O elemento finito escolhido possui 8 graus de liberdade (4 graus de liberdade por nó: translações axiais e transversais, rotação flexional e rotação torcional).

Figura 39 – Elemento finito com os graus de liberdade.



Fonte: Autor (2018).

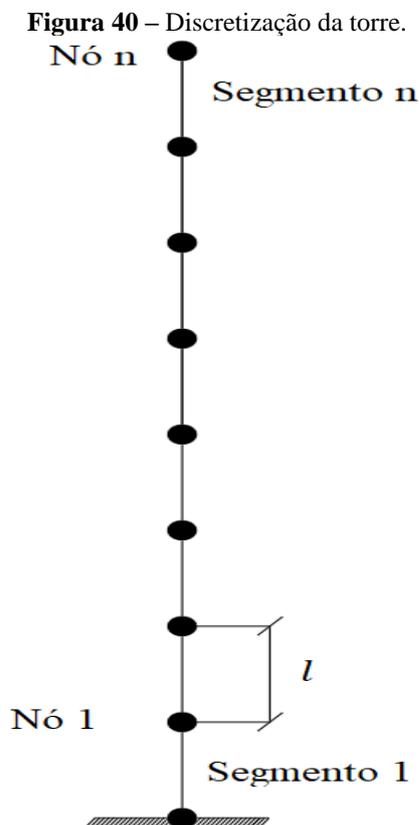
Salienta-se que para uma análise espacial faltam tão somente 4 graus de liberdade que seriam mais uma translação e mais uma rotação em cada nó. Entretanto, dada a simetria da torre estudada, os graus de liberdade aqui adotados não levam a uma análise com perda de generalidade, uma vez que se analisa a torre no plano de atuação do vento.

3.2.2 DISCRETIZAÇÃO DA TORRE

Neste item, exemplifica-se como foi feita a discretização da torre em elementos finitos de barra para a análise dinâmica da mesma. Na Figura 40 mostra-se a torre dividida em n segmentos e em $n + 1$ nós, mas não se considerou o nó do engaste porque os deslocamentos nele são prescritos. A variável l representa o comprimento do segmento dado pela divisão do comprimento total da torre pelo número de segmentos. Sendo d_i o diâmetro na base da torre e d_f o diâmetro no topo, i o índice do segmento analisado e L o comprimento total da torre, o diâmetro inicial (de_{in}) e final (de_f) de cada elemento é dado por:

$$de_{in} = d_i - \frac{(d_i - d_f)(i - 1)l}{L}$$

$$de_f = d_i - \frac{(d_i - d_f)il}{L}$$
(105)



Fonte: Autor (2018).

3.2.3 MATRIZ DE MASSA DO ELEMENTO FINITO

Para calcular a matriz de massa utiliza-se a Eq.(23). Todos os parâmetros que nela constam já foram definidos exceto a massa por unidade de comprimento que é dada por:

$$m^* = \rho A(x) \quad (106)$$

na qual, ρ é a massa específica do material constituinte da torre, x é a posição de cada seção do elemento finito (em todos os casos é zero na extremidade inferior e igual ao tamanho do elemento na extremidade superior) e $A(x)$ a área da seção transversal da torre a qual é dada por:

$$A(x) = \pi e_s d(x) \quad (107)$$

na qual, e_s designa a espessura da chapa do trecho analisado e $d(x)$ a variação do diâmetro no elemento finito dado como se segue:

$$d(x) = de_f + \frac{l-x}{l}(de_{in} - de_f) \quad (108)$$

em que, todas as variáveis já foram definidas.

Com isto, calculou-se todos os elementos constituintes da matriz de massa realizando uma integração para cada um. A seguir mostra-se o cálculo de apenas um elemento, o m_{11} . De acordo com a Eq.(23) tem-se:

$$m_{11} = \int_0^l m^* \psi_1 \psi_1 dx \quad (109)$$

substituindo-se as variáveis obtém-se:

$$m_{11} = \int_0^l \rho \pi e_s \left(de_f + \frac{l-x}{l}(de_{in} - de_f) \right) \left(1 - \frac{x}{l} \right) \left(1 - \frac{x}{l} \right) dx \quad (110)$$

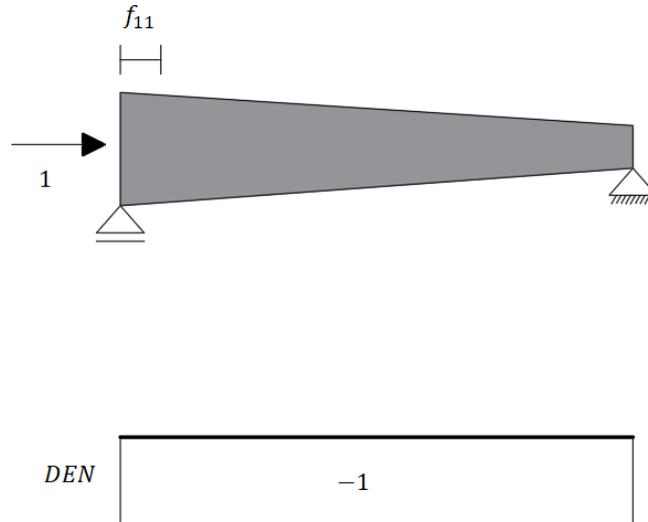
que trivialmente resulta:

$$m_{11} = \frac{\rho \pi e_s l}{4} (3de_{in} + de_f) \quad (111)$$

Salienta-se que a espessura e_s , aqui genérica, deve ser utilizada correspondentemente com o trecho analisado conforme sua variação apresentada no item 3.2.

3.2.4 MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO FINITO

Para obtenção da matriz de rigidez utiliza-se a marcha de cálculo mostrada no subitem 2.3.8. Começa-se pelo item 1 desta marcha de cálculo. Para isto, considere-se a Figura 41 na qual é mostrado o diagrama de esforço normal causado por uma força unitária.

Figura 41 – Diagrama de esforço normal.

Fonte: Autor (2018).

Assim, a partir da Eq.(25) tem-se:

$$f_{11} = \int_0^l \frac{N_1 N_1}{EA(x)} dx \quad (112)$$

da qual, substituindo-se as variáveis, obtém-se:

$$f_{11} = \int_0^l \frac{(-1)(-1)}{\pi e_s \left(de_f + \frac{l-x}{l} (de_{in} - de_f) \right)} dx \quad (113)$$

que trivialmente resulta:

$$f_{11} = \frac{l \ln \left(\frac{de_{in}}{de_f} \right)}{\pi e_s E (de_{in} - de_f)} \quad (114)$$

como $k_{11} = f_{11}^{-1}$, logo:

$$k_{11} = k_{55} = -k_{15} = -k_{51} = \frac{\pi e_s E (de_{in} - de_f)}{l \ln \left(\frac{de_{in}}{de_f} \right)} \quad (115)$$

conforme supracitado no item 2.3.8.

De acordo com o item 2 da marcha os coeficientes torcionais são calculados semelhantemente aos axiais, mudando apenas a expressão da flexibilidade que é dada por:

$$f_{44} = \int_0^l \frac{T_4 T_4}{GJ(x)} dx \quad (116)$$

na qual, $J(x)$ representa o momento polar de inércia dado por:

$$J(x) = \frac{\pi}{32} [(d(x) + e_s)^4 - (d(x) - e_s)^4] \quad (117)$$

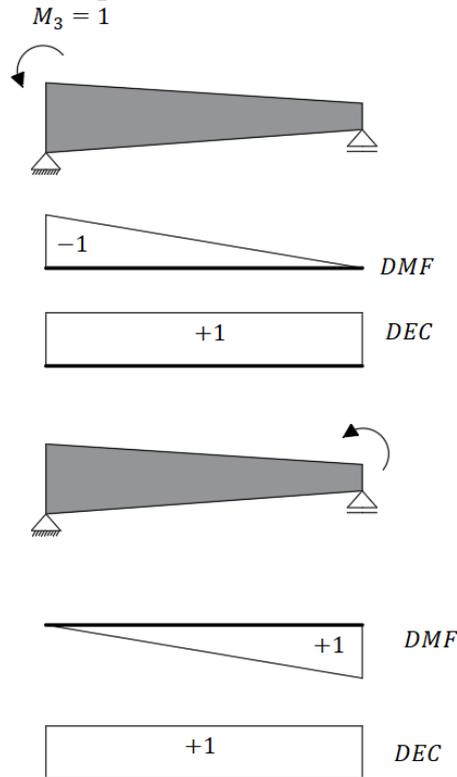
e pela semelhança dos diagramas com o comportamento axial a Eq. (116) torna-se:

$$f_{44} = \int_0^l \frac{(-1)(-1)}{G \frac{\pi}{32} \left[\left(de_f + \frac{l-x}{l} (de_{in} - de_f) + e_s \right)^4 - \left(de_f + \frac{l-x}{l} (de_{in} - de_f) - e_s \right)^4 \right]} dx \quad (118)$$

a qual foi resolvida chegando-se numa expressão analítica, porém, optou-se por não a explicitar aqui. E depois, toma-se $k_{44} = k_{88} = -k_{48} = -k_{84} = f_{44}^{-1}$.

Por fim, segundo o item 3 da marcha de cálculo calcula-se os coeficientes flexionais. Considere-se a Figura 42 na qual é mostrado dos diagramas de momento fletor e esforço cortante resultantes da aplicação de momentos unitários nas correspondentes coordenadas.

Figura 42 – Diagramas de momento fletor e esforço cortante.



Fonte: Autor (2018).

A seguir, mostram-se as equações para o cálculo da matriz de flexibilidade (Eq.(28)) com dependência explícita dos parâmetros do elemento finito. De acordo com a Eq.(27):

$$f_{ij} = \int_0^L \frac{M_i M_j}{EI(x)} dx + \int_0^L \frac{k V_i V_j}{GA(x)} dx \quad (119)$$

na qual, $I(x)$ é a inercia da seção dada por:

$$I(x) = \frac{\pi}{64} [(d(x) + e_s)^4 - (d(x) - e_s)^4] \quad (120)$$

assim,

$$f_{33} = \int_0^L \frac{\left(\frac{x}{l} - 1\right)\left(\frac{x}{l} - 1\right)}{E \frac{\pi}{64} [(d(x) + e_s)^4 - (d(x) - e_s)^4]} dx + \int_0^L \frac{k(1)(1)}{G \pi e_s d(x)} dx \quad (121)$$

$$f_{37} = f_{73} = \int_0^L \frac{\left(\frac{x}{l} - 1\right)\left(\frac{x}{l}\right)}{E \frac{\pi}{64} [(d(x) + e_s)^4 - (d(x) - e_s)^4]} dx + \int_0^L \frac{k(1)(1)}{G\pi e_s d(x)} dx$$

$$f_{77} = \int_0^L \frac{\left(\frac{x}{l}\right)\left(\frac{x}{l}\right)}{E \frac{\pi}{64} [(d(x) + e_s)^4 - (d(x) - e_s)^4]} dx + \int_0^L \frac{k(1)(1)}{G\pi e_s d(x)} dx$$

Desta maneira, tem-se todos os elementos que constituem a matriz de flexibilidade da Eq.(28), daí seguem-se os passos subsequentes descritos no item 2.3.8 e calcula-se a matriz de rigidez do elemento finito de barra.

3.2.5 MATRIZ DE RIGIDEZ GEOMÉTRICA DO ELEMENTO FINITO

Para obtenção dos elementos que constituem a matriz de rigidez geométrica utiliza-se a Eq.(36). Para tanto, começa-se por definir o esforço normal que solicita cada seção da torre. Na Figura 43, mostra-se a torre submetida à força pontual no topo (N) e um carregamento axialmente distribuído oriundo do próprio peso ($n(x)$). Escolhendo-se, arbitrariamente, um elemento da torre discretizada de índice i , o qual está submetido a uma força normal em cada uma de suas extremidades: inicial (ne_{in}) e final (ne_f), como também está expresso na Figura 43. Para utilização da Eq.(36) deve-se obter a variação do esforço normal no elemento finito que denotaremos de $N(x)$ e é dado como:

$$N(x) = ne_{in} - \frac{x}{l}(ne_{in} - ne_f) \quad (122)$$

na qual, todas as variáveis já foram referenciadas anteriormente. Percebe-se que $(ne_{in} - ne_f)$ é o próprio peso do elemento analisado. O volume de um elemento finito tem a forma de um tronco de cone vazado e é dado por:

$$v_e = \frac{\pi e_s l}{2} (de_{in} + de_f) \quad (123)$$

com isto, tem-se:

$$(ne_i - ne_f) = g\rho \frac{\pi e_s l}{2} (de_{in} + de_f)$$

$$ne_i = N_T - \sum_{j=1}^{i-1} g\rho \frac{\pi e_s l}{2} (de_{in}^j + de_f^j) \quad (124)$$

nas quais, g denota o módulo da aceleração da gravidade e N_T é o esforço normal atuante na base da torre dado como se segue:

$$N_T = N + \sum_{j=1}^{N_s} g\rho \frac{\pi e_s l}{2} (de_{in}^j + de_f^j) \quad (125)$$

na qual, N_s designa o número total de elementos da análise. Agora, pode-se calcular os termos da matriz de rigidez geométrica utilizando a Eq.(36). A seguir, mostra-se tão somente o cálculo do elemento k_{eg11} os demais são calculados semelhantemente.

$$k_{eg11} = \int_0^l N(x)\psi_1'\psi_1' dx \quad (126)$$

substituindo-se as variáveis, tem-se:

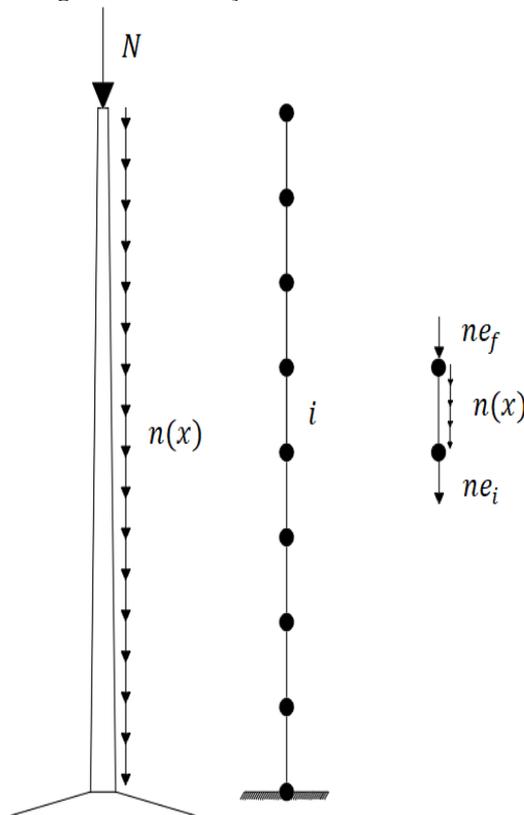
$$k_{eg11} = \int_0^l \left(ne_{in} - \frac{x}{l}(ne_{in} - ne_f) \right) \left(1 - \frac{x}{l} \right)' \left(1 - \frac{x}{l} \right)' dx \quad (127)$$

donde, resulta:

$$k_{eg11} = \frac{1}{2l}(ne_{in} + ne_f) \quad (128)$$

na qual, todos os termos já foram definidos. Salienta-se que a espessura e_s deve ser usada em correspondência com os trechos mostrados na Figura 38. Depois de calculada a matriz de rigidez geométrica, tem-se, finalmente, a matriz de rigidez tangencial dada pela subtração da matriz de rigidez linear e matriz de rigidez geométrica expressa na Eq.(38).

Figura 43 – Esforço normal atuante na torre.

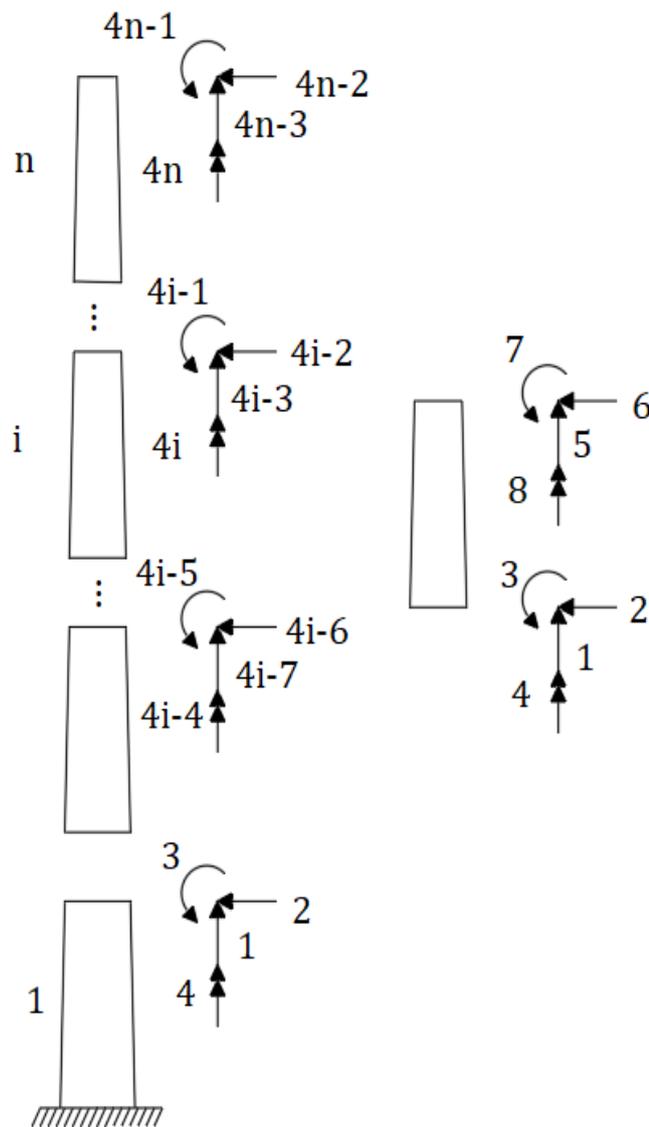


Fonte: Autor (2018).

3.2.6 MATRIZES DE MASSA E DE RIGIDEZ GLOBAIS

A montagem das matrizes de massa e rigidez globais são feitas superpondo-se a contribuição das respectivas matriz de massa e rigidez de cada elemento finito. Em outras palavras, cada elemento da matriz local correspondente a um dado grau de liberdade (coordenada generalizada local) irá compor uma posição na matriz global especificamente na coordenada global correspondente.

Figura 44 – Graus de liberdade.



Fonte: Autor (2018).

Na Figura 44, expõem-se os graus de liberdade da estrutura discretizada (graus de liberdade globais) e os graus de liberdade de um elemento finito de barra i selecionado (graus de liberdade locais), na qual pode ser visto facilmente a seguinte relação:

$$\{1,2,3,4,5,6,7,8\} \rightarrow \{4i - 7, 4i - 6, 4i - 5, 4i - 4, 4i - 3, 4i - 2, 4i - 1, 4i\} \quad (129)$$

na qual, o vetor da direita denomina-se vetor de espalhamento v_e . Assim, dado um elemento finito de barra i , os coeficientes de sua matriz de massa serão somados na localização correspondente da matriz de massa global conforme a Eq.(130):

$$m_{j,k} \rightarrow m g_{v_e(j),v_e(k)} \quad (130)$$

na qual, $m g$ são os termos da matriz de massa global. A matriz de rigidez global é obtida de forma semelhante.

Salienta-se que as matrizes de massa e rigidez locais não foram rotacionadas antes de inseri-las na respectiva matriz global porque todos elementos estão dispostos numa mesma direção.

3.2.7 FREQUÊNCIAS E MODOS DE VIBRAÇÃO DA TORRE

As frequências de vibração foram obtidas resolvendo-se um problema de autovalores e autovetores inerente à análise dinâmica homogênea, conforme mostrado no método na superposição modal, item 2.3.9. Conforme é descrito neste item, as frequências angulares quadradas são os autovalores da matriz dinâmica inversa $[DI]$ e os modos de vibração são os autovetores correspondentes. Salienta-se que os modos de vibração, inicialmente, estão escritos no referencial generalizado; fazendo-se necessário transformá-los para o referencial original mediante uma transformação linear. Alternativamente, outra forma de calcular as frequências e os modos é via espaços de estado. Neste método, as frequências angulares são os módulos dos autovalores da matriz de estados, uma vez que são todos complexos.

3.2.8 CONDENSAÇÃO ESTÁTICA

Em certas análises dinâmicas é conveniente considerar apenas os graus de liberdade de maior interesse. Como neste trabalho o objetivo é reduzir os deslocamentos laterais à torre, considerou-se apenas os graus de liberdades transversais à torre, podendo ser omitindo os demais graus de liberdade na análise, porém, considerando-os no comportamento global da estrutura. Assim, a equação de equilíbrio particionado, com um adequado reposicionamento, é dada por:

$$\begin{bmatrix} [M_{\Delta\Delta}] & [M_{\Delta v}] \\ [M_{v\Delta}] & [M_{vv}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{\Delta}\} \\ \{\ddot{v}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{\Delta\Delta}] & [K_{\Delta v}] \\ [k_{v\Delta}] & [K_{vv}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta\} \\ \{v\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{u_{\Delta}\} \\ \{u_v\} \end{Bmatrix} \quad (131)$$

na qual, $\{v\}$ é constituído pelos deslocamentos transversais à torre e $\{\Delta\}$ pelos demais deslocamentos.

Considerando-se apenas as forças inerciais referentes aos deslocamentos transversais e desprezando-se as demais, tem-se:

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{M}_{vv}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{\Delta}\} \\ \{\dot{v}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [\mathbf{K}_{\Delta\Delta}] & [\mathbf{K}_{\Delta v}] \\ [\mathbf{k}_{v\Delta}] & [\mathbf{K}_{vv}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta\} \\ \{v\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{u_{\Delta}\} \\ \{u_v\} \end{Bmatrix} \quad (132)$$

pelas propriedades de submatrizes:

$$\begin{aligned} [\mathbf{K}_{\Delta\Delta}]\{\Delta\} + [\mathbf{K}_{\Delta v}]\{v\} &= \{u_{\Delta}\} \\ [\mathbf{M}_{vv}]\{\dot{v}\} + [\mathbf{k}_{v\Delta}]\{\Delta\} + [\mathbf{K}_{vv}]\{v\} &= \{u_v\} \end{aligned} \quad (133)$$

isolando-se o vetor de deslocamento $\{\Delta\}$ da primeira:

$$\{\Delta\} = [\mathbf{K}_{\Delta\Delta}]^{-1}(\{u_{\Delta}\} - [\mathbf{K}_{\Delta v}]\{v\}) \quad (134)$$

e substituindo-se na segunda das Eqs(133), obtém-se:

$$[\mathbf{M}_{vv}]\{\dot{v}\} + ([\mathbf{K}_{vv}] - [\mathbf{k}_{v\Delta}]^{-1}[\mathbf{K}_{\Delta\Delta}][\mathbf{K}_{\Delta v}])\{v\} = \{u_v\} - [\mathbf{k}_{v\Delta}][\mathbf{K}_{\Delta\Delta}]^{-1}\{u_{\Delta}\} \quad (135)$$

a partir da qual define-se a matriz de rigidez global condensada $[\bar{\mathbf{K}}_v]$ (CHOPRA, 2012):

$$[\bar{\mathbf{K}}_v] = [\mathbf{K}_{vv}] - [\mathbf{k}_{v\Delta}]^{-1}[\mathbf{K}_{\Delta\Delta}][\mathbf{K}_{\Delta v}] \quad (136)$$

e o vetor de forças transversais à torre condensado $\{\bar{u}_v\}$:

$$\{\bar{u}_v\} = \{u_v\} - [\mathbf{k}_{v\Delta}][\mathbf{K}_{\Delta\Delta}]^{-1}\{u_{\Delta}\} \quad (137)$$

assim, a equação de equilíbrio dinâmico condensado sem amortecimento torna-se:

$$[\mathbf{M}_{vv}]\{\dot{v}\} + [\bar{\mathbf{K}}_v]\{v\} = \{\bar{u}_v\} \quad (138)$$

e a equação de movimento considerando-se as forças de amortecimento torna-se:

$$[\mathbf{M}_{vv}]\{\dot{v}\} + [\bar{\mathbf{C}}_v]\{\dot{v}\} + [\bar{\mathbf{K}}_v]\{v\} = \{\bar{u}_v\} \quad (139)$$

na qual, $[\bar{\mathbf{C}}_v]$ designa a matriz de amortecimento do sistema condensado. No subitem a seguir mostra-se o cálculo desta matriz utilizando-se o conceito de amortecimento. Para a análise sem o AMS foi utilizado estas matrizes condensadas apenas com os deslocamentos transversais. Salienta-se que o vetor de forças ainda não foi definido, isto será feito num subitem subsequente.

3.2.9 MATRIZ DE AMORTECIMENTO DO SISTEMA CONDENSADO

Neste subitem, mostra-se a obtenção da matriz de amortecimento para o sistema condensado. Para isto, utiliza-se a Eq.(66). Assim, temos:

$$[\bar{\mathbf{C}}_v] = a_0[\mathbf{M}_{vv}] + a_1[\bar{\mathbf{K}}_v] \quad (140)$$

na qual, a_0 e a_1 são dados conforme a Eq.(68) por:

$$\begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_1} & \omega_1 \\ \frac{1}{\omega_5} & \omega_5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_1 \\ \xi_5 \end{Bmatrix} \quad (141)$$

na qual, ω_1 é a menor frequência angular do sistema, ω_5 é a quinta menor frequência angular do sistema. Os valores das razões de amortecimentos foram definidos a partir de diversas análises do comportamento amortecido do sistema, chegando-se para a análise sem a introdução do AMS, a $\xi_1 = \xi_5 = 0,8\%$. Já para a análise com a introdução do AMS, considerou-se:

$$\xi_1 = \frac{c_t}{2\omega_1 m_t} \quad (142)$$

e $\xi_5 = 0,95\%$, nas quais todos os parâmetros já foram referenciados anteriormente.

3.2.10 ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO APLICADO À TORRE

Neste item, descrevem-se as mudanças no sistema dinâmico proveniente da introdução do AMS no tocante às matrizes de massa, rigidez, amortecimento e vetor de forças globais. Com a inserção do AMS, aumenta-se em um o número de graus de liberdade da estrutura original em correspondência ao movimento de translação do absorvedor. Além disso, sabe-se que a maior deflexão da torre está localizada no topo, assim localiza-se o AMS no topo a fim de reduzi-la. Portanto, o grau de liberdade de translação do absorvedor localiza-se próximo ao topo da torre. Então, considerando-se este acréscimo no número de graus de liberdade e por equilíbrio as matrizes de massa, rigidez, amortecimento e vetor de forças globais para o sistema condensado tornam-se, respectivamente:

$$\begin{aligned} [M_{vv}^{TMD}] &= \begin{bmatrix} m_{1,1} & m_{1,2} & \cdots & m_{1,n-1} & m_{1,n} & 0 \\ m_{2,1} & m_{2,2} & \cdots & m_{2,n-1} & m_{2,n} & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ m_{n-1,1} & m_{n-1,2} & \cdots & m_{n-1,n-1} & m_{n-1,n} & 0 \\ m_{n,1} & m_{n,2} & \cdots & m_{n,n-1} & m_{n,n} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & m_t \end{bmatrix} \\ [\bar{K}_v^{TMD}] &= \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & \cdots & k_{1,n-1} & k_{1,n} & 0 \\ k_{2,1} & k_{2,2} & \cdots & k_{2,n-1} & k_{2,n} & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{n-1,1} & k_{n-1,2} & \cdots & k_{n-1,n-1} & k_{n-1,n} & 0 \\ k_{n,1} & k_{n,2} & \cdots & k_{n,n-1} & k_{n,n} + k_t & -k_t \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -k_t & k_t \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (143)$$

$$[\bar{\mathbf{C}}_v^{TMD}] = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & \cdots & c_{1,n-1} & c_{1,n} & 0 \\ c_{2,1} & c_{2,2} & \cdots & c_{2,n-1} & c_{2,n} & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_{n-1,1} & c_{n-1,2} & \cdots & c_{n-1,n-1} & c_{n-1,n} & 0 \\ c_{n,1} & c_{n,2} & \cdots & c_{n,n-1} & c_{n,n} + c_t & -c_t \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & -c_t & c_t \end{bmatrix}$$

$$\{\bar{\mathbf{u}}_v^{TMD}\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Para a análise da torre com a introdução do AMS utilizou-se estas matrizes mostradas anteriormente. Sabe-se que o AMS só pode ser sintonizado exclusivamente para um modo de vibração. Assim, sintonizou-se o TMD para o primeiro modo de vibração da estrutura, o que geralmente é feito, uma vez que a resposta estrutural desta torre é regida predominantemente por este modo de vibração.

Portanto, depois de escolhido uma razão de massa do AMS em relação à massa total da torre, tem-se os parâmetros de rigidez e amortecimento do TMD segundo a teoria de Den Hartog (1972) descrita no item 2.3.12. A escolha da massa do absorvedor foi escolhida visando um bom índice de controle e padrões de exequibilidade (deslocamentos do TMD compatível com o espaço disponível para implantação e um valor de massa que seja possível içar).

3.2.11 SOLICITAÇÃO DINÂMICA

Neste subitem, apresentam-se as solicitações as quais a torre está submetida. Para o cálculo das cargas que atuam no topo da torre utilizou-se a metodologia descrita no item 3.1. Na Tabela 7 é mostrado as amplitudes dos esforços atuantes e na Figura 45 suas representações.

Tabela 7 – Esforços aplicados no topo da torre.

N (N)	F _H (N)	M (N.m)
4299033,45	662186,43	46644600,79

Fonte: Autor (2018).

Para o cálculo da solicitação dinâmica transversal à torre com magnitude comparável a ação do vento utilizou-se as normas supracitadas no item 3.2. Assim, tem-se a seguinte sequência de cálculo:

$$v_{p10} = 0,69v_0 \quad (144)$$

na qual, v_{p10} designa a velocidade média do vento em 10 min a 10 m de altura sobre o solo e v_0 representa a velocidade básica do vento na localidade analisada.

O perfil de velocidade do vento em 10 min é dado por:

$$v_{10}(z) = v_{p10} \left(\frac{z}{10} \right)^\alpha \quad (145)$$

em que, z denota a altura em relação ao solo e α é o expoente do perfil de velocidade do vento que, para o caso analisado, tem valor igual a 0,2.

O perfil de velocidade do vento em 3 s é dado como se segue:

$$v_3(z) = v_0 \left(\frac{z}{10} \right)^\alpha \quad (146)$$

A pressão do vento que varia com o tempo denomina-se pressão dinâmica do vento flutuante e é dada por:

$$q_w(z) = \frac{\rho_{ar}}{2} (v_3(z) - v_{10}(z))^2 \quad (147)$$

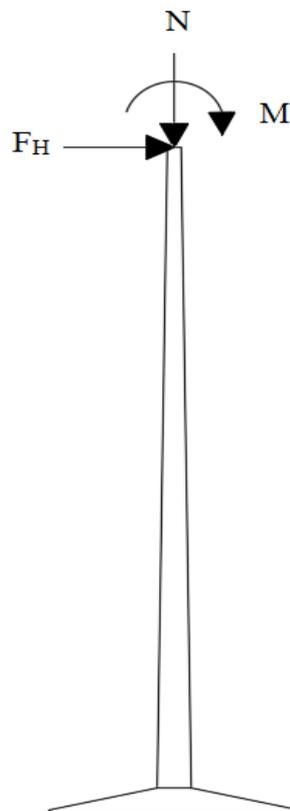
na qual, ρ_{ar} é massa específica do ar. Desta forma, a carga por unidade de comprimento que solicita a torre é:

$$q_{linear}(z) = c_a (d(z) + e_s(z)) q_w(z) \quad (148)$$

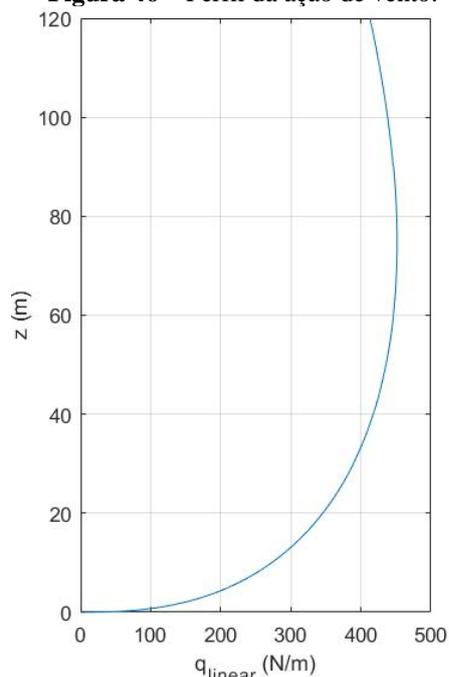
em que, $d(z)$, $e_s(z)$ e c_a são, respectivamente, a variação do diâmetro de centro a centro com a altura, a variação da espessura com a altura e o coeficiente de arrasto que para o caso da torre tubular tem um valor de 0,6. Na

Figura 46 é mostrado o perfil da carga de vento.

Figura 45 – Esforços aplicados no topo da torre.



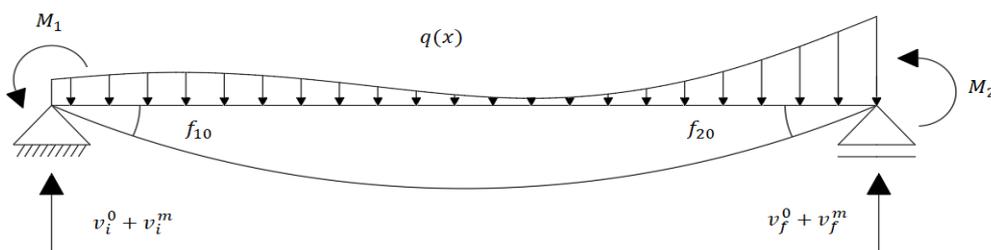
Fonte: Autor (2018).

Figura 46 – Perfil da ação de vento.

Fonte: Autor (2018).

3.2.12 VETOR DE ESFORÇOS NODAIS

Para a resolução da equação de movimento tanto com AMS quanto sem AMS é necessário que a solicitação descrita no item precedente seja resumida à força e a momentos nodais. Para tanto, considere-se a Figura 47 na qual é mostrado um elemento finito de barra submetido a uma carga qualquer $q(x)$. As variáveis M_1 , M_2 , f_{10} , f_{20} , v_i^0 , v_f^0 , v_i^m e v_f^m designam, respectivamente, momento na extremidade esquerda, momento na extremidade direita, rotação do extremo esquerdo devido à $q(x)$, rotação no extremo direito devido à $q(x)$, reação na extremidade inicial devido à $q(x)$, reação na extremidade final devido à $q(x)$, reação na extremidade inicial devido à ação de M_1 e M_2 e reação na extremidade final devido à ação de M_1 e M_2 . Os momentos atuantes no elemento mostrado na figura representam os engaste que foram liberados para rotação, uma vez que o elemento finito é uma barra biengastada. Assim, estes momentos têm a função de compatibilizar as rotações nas extremidades.

Figura 47 – Esquema para cálculo do vetor de forças.

Fonte: Autor (2018).

Com esta compatibilização, pode-se escrever o seguinte:

$$\{\mathbf{f}_0\} + [\mathbf{F}_{er}]\{\mathbf{M}\} = \{\mathbf{0}\} \quad (149)$$

na qual, $\{\mathbf{f}_0\}$ é um vetor constituído pelas rotações de extremo do elemento acima e $\{\mathbf{M}\}$ é um vetor constituído pelos momentos de extremo do elemento dados, respectivamente, como:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{f}_0\} &= \begin{Bmatrix} f_{10} \\ f_{20} \end{Bmatrix} \\ \{\mathbf{M}\} &= \begin{Bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (150)$$

já $[\mathbf{F}_{er}]$ é a matriz de flexibilidade definida pela Eq.(28). Assim, os momentos que compatibilizam as deformações são dados por:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{M}\} &= -[\mathbf{F}_{er}]^{-1}\{\mathbf{f}_0\} \\ \{\mathbf{M}\} &= -[\mathbf{K}_{er}]\{\mathbf{f}_0\} \end{aligned} \quad (151)$$

em que, $[\mathbf{K}_{er}]$ é a matriz de rigidez para o sistema definido pela Eq.(29). Por equilíbrio, facilmente temos que v_f^0 e v_i^0 são dados, respectivamente, por:

$$\begin{aligned} v_f^0 &= \frac{\int_0^l q(x)x dx}{l} \\ v_i^0 &= \int_0^l q(x) dx - v_f^0 \end{aligned} \quad (152)$$

na qual, l é o comprimento do elemento finito. As rotações de extremo são calculadas a partir do princípio dos trabalhos virtuais (Eq.(8)). Desta forma temos que:

$$\begin{aligned} f_{10} &= \int_0^l \frac{M_1(x)M_0(x)}{EI(x)} dx + \int_0^l \frac{kV_1(x)V_0(x)}{GA(x)} dx \\ f_{20} &= \int_0^l \frac{M_2(x)M_0(x)}{EI(x)} dx + \int_0^l \frac{kV_2(x)V_0(x)}{GA(x)} dx \end{aligned} \quad (153)$$

em que, $M_0(x)$, $M_1(x)$, $M_2(x)$, $V_0(x)$, $V_1(x)$ e $V_2(x)$ representam diagramas de momento fletor devido a carga, fletor causado por M_1 , fletor causado por M_2 , esforço cortante oriundo da carga, cortante causado por M_1 e cortante causado por M_2 , respectivamente. Estes esforços são dados como se segue:

$$\begin{aligned} M_0(x) &= v_i^0 x - \int_0^x q(x)x dx \\ M_1(x) &= \frac{x}{l} - 1 \\ M_2(x) &= \frac{x}{l} \end{aligned} \quad (154)$$

$$V_0(x) = v_i^0 - \int_0^x q(x)dx$$

$$V_1(x) = \frac{1}{l}$$

$$V_2(x) = \frac{1}{l}$$

algumas integrais da Eq.(153) foram resolvidas numericamente via regra de Simpson tendo vista o caráter de expoente fracionário da distribuição da carga do vento mostrada no subitem anterior. Finalmente, temos que a reação total na extremidade final (direita) é dada por:

$$v_f = v_f^0 + v_f^m = \frac{\int_0^l q(x)xdx}{l} - \frac{M_1 + M_2}{l} \quad (155)$$

e a reação total na extremidade inicial (esquerda) é dada por:

$$v_i = v_i^0 + v_i^m = \int_0^l q(x)dx - v_f \quad (156)$$

Com isto, tem-se os esforços de forças transversais e momentos fletores aplicados nas extremidades de cada elemento finito constituinte da torre. Um processo semelhante à montagem das matrizes de massa e rigidez globais é feito para montagem do vetor de esforços nodais; superpondo-se as contribuições de cada elemento em suas correspondentes coordenadas globais. Então, com este vetor de amplitudes de cargas de cada nó da discretização, considerou-se a ação flutuante segundo um senoide ressoante com a frequência fundamental da torre.

3.2.13 RESOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE ESTADO

Considerando-se a representação do sistema no espaço de estados dado pela Eq.(80) a qual aqui reescreve-se:

$$\{\dot{\mathbf{x}}(t)\} = [\mathbf{A}]\{\mathbf{x}(t)\} + [\mathbf{B}]\{\mathbf{u}_e(t)\} \quad (157)$$

Fazendo-se:

$$\{\mathbf{x}\} = [\mathbf{P}]\{\mathbf{z}\} \quad (158)$$

na qual, $[\mathbf{P}]$ é uma transformação linear. Agora, substituindo-se a Eq.(158) na Eq.(157) obtém-se:

$$[\mathbf{P}]\{\dot{\mathbf{z}}\} = [\mathbf{A}][\mathbf{P}]\{\mathbf{z}\} + [\mathbf{B}]\{\mathbf{u}_e\} \quad (159)$$

agora, considerando-se $[\mathbf{P}]$ inversível e multiplicando-se a equação acima por $[\mathbf{P}]^{-1}$ obtém-se:

$$\{\dot{\mathbf{z}}\} = [\mathbf{P}]^{-1}[\mathbf{A}][\mathbf{P}]\{\mathbf{z}\} + [\mathbf{P}]^{-1}[\mathbf{B}]\{\mathbf{u}_e\} \quad (160)$$

Ora, $[P]$ não é qualquer transformação linear, mas, escolhida convenientemente de forma a diagonalizar a matriz de estados $[A]$. Portanto, $[P]$ é a matriz de autovetores da matriz de estado. Assim, a Eq.(160) torna-se:

$$\{\dot{\mathbf{z}}\} = [\Lambda]\{\mathbf{z}\} + [B']\{\mathbf{u}_e\} \quad (161)$$

com $[\Lambda]$ diagonal dada por:

$$[\Lambda] = [P]^{-1}[A][P] \quad (162)$$

e,

$$[B'] = [P]^{-1}[B] \quad (163)$$

Com isto, o sistema de equações da Eq.(161) resume-se a resolução de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem. Sendo, ainda, $[\Lambda]$ a matriz espectral da matriz de estados $[A]$ dado como se segue:

$$[\Lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (164)$$

a Eq.(161) na forma indicial torna-se:

$$\dot{z}_{ii}(t) = \lambda_{ii}z_{ii}(t) + \sum_{k=1}^{m_c} B'_{ii,k} u_{e_k}(t) \quad (165)$$

na qual: ii é o índice das variáveis de estado que variam de 1 a n ; k é o índice das variáveis de entrada (forças externas transversais à torre) que variam de 1 a m_c .

Considerando-se que o vetor de entradas tenha a seguinte forma harmônica:

$$u_{e_k}(t) = u_{e_k}^1 \cos(\omega_k t) + u_{e_k}^2 \text{sen}(\omega_k t) \quad (166)$$

na qual: e_k^1 e e_k^2 são as amplitudes cossenoidal e senoidal da ação, respectivamente; e, ω_k é a frequência do carregamento proposto. Utilizado o método do fator integrante a solução da Eq.(165) é dado por:

$$z_{ii}(t) = \frac{1}{e^{-\lambda_{ii}t}} \left\{ \int e^{-\lambda_{ii}t} \left[\sum_{k=1}^{m_c} B'_{ii,k} u_{e_k}^1 \cos(\omega_k t) + u_{e_k}^2 \text{sen}(\omega_k t) \right] dt + c_{ii} \right\} \quad (167)$$

que após a integração resulta:

$$z_{ii}(t) = \frac{1}{e^{-\lambda_{ii}t}} \left\{ \sum_{k=1}^{m_c} \frac{e^{-\lambda_{ii}t}}{\omega_k^2 + \lambda_{ii}^2} [B'_{ii,k} u_{e_k}^1 (\omega_k \text{sen}(\omega_k t) - \lambda_{ii} \cos(\omega_k t)) + B'_{ii,k} u_{e_k}^2 (-\omega_k \cos(\omega_k t) - \lambda_{ii} \text{sen}(\omega_k t))] + c_{ii} \right\} \quad (168)$$

onde, c_{ii} é a constante de integração de cada variável determinada a partir das condições iniciais $z_{ii}(t_0) = z_{t_0ii}$ em um instante inicial de tempo qualquer dada por:

$$c_{ii} = e^{-\lambda_{ii}t} \left\{ z_{t_0 ii} - \sum_{k=1}^{m_c} \frac{1}{\omega_k^2 + \lambda_{ii}^2} [B'_{ii,k} u_{e_k}^1(\omega_k \text{sen}(\omega_k t) - \lambda_{ii} \cos(\omega_k t)) + B'_{ii,k} u_{e_k}^2(-\omega_k \cos(\omega_k t) - \lambda_{ii} \text{sen}(\omega_k t))] + c_{ii} \right\} \quad (169)$$

as condições iniciais $\{\mathbf{z}_{t_0}\}$, no referencial que desacopla as equações de estado são definidas a partir das condições iniciais no referencial original $\{\mathbf{x}_{t_0}\}$, segundo:

$$\{\mathbf{z}_{t_0}\} = [\mathbf{P}]^{-1} \{\mathbf{x}_{t_0}\} \quad (170)$$

Finalmente, depois de resolvidas todas as equações diferenciais para todos os graus de liberdade no referencial generalizado, transforma-se a solução para o referencial original conforme a seguinte expressão:

$$\{\mathbf{x}\} = [\mathbf{P}]\{\mathbf{z}\} \quad (171)$$

3.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo, mostraram-se as características da torre estudada e do vento na suposta localização de implantação. E ainda, mostrou-se o processo para obtenção das frequências com seus correspondentes modos de vibração da torre e a solução da equação de movimento com e sem o absorvedor.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, mostram-se os resultados obtidos neste trabalho assim como as discussões atreladas. Assim, começa-se por definir as características modais dos modos a serem controlados e mostrando-se um esquema do absorvedor proposto. A seguir, apresenta-se a resposta da estrutura sem controle no tocante às frequências e aos modos de vibração, excitação em regime permanente e em regime transiente. Posteriormente, mostram-se os resultados do estudo paramétrico do absorvedor em função da razão entre sua massa e a massa total da estrutura, expondo o nível de controle para cada razão de massa. A partir desta análise escolhe-se a razão entre a massa do absorvedor e a massa da estrutura atendendo a níveis de controle e padrões de exequibilidade. E por fim, apresentam-se os resultados referentes à resposta estrutural após a introdução do absorvedor.

4.1 CARACTERÍSTICAS MODAIS DOS MODOS CONTROLADOS

Com o objetivo de projetar o absorvedor dinâmico de vibração com dois graus de liberdade que seja capaz de controlar as vibrações em dois planos perpendiculares entre si, assume-se que o movimento da torre em um desses plano seja regido pelo primeiro modo de vibração e no outro seja regido pelo segundo modo de vibração que também tem natureza flexional. Isto é possível por se tratar de uma estrutura simétrica. Desta forma o controle não se limita apenas aos dois planos anteriormente citados, mas sim, a qualquer plano de atuação do vento, uma vez que, com liberdade em duas direções perpendiculares entre si o absorvedor pode compor vetorialmente qualquer direção. Além disso, considera-se que as características modais do segundo modo são semelhantes ao primeiro.

Na Tabela 8 é mostrado a massa e rigidez modal referente ao primeiro modo de vibração, o qual se pretende controlar. Estes valores são obtidos conforme mostrado no item 2.3.9 e são desconsiderados os amortecimentos modais conforme a teoria de Den Hartog.

Tabela 8 – Massa e rigidez modal do primeiro modo de vibração.

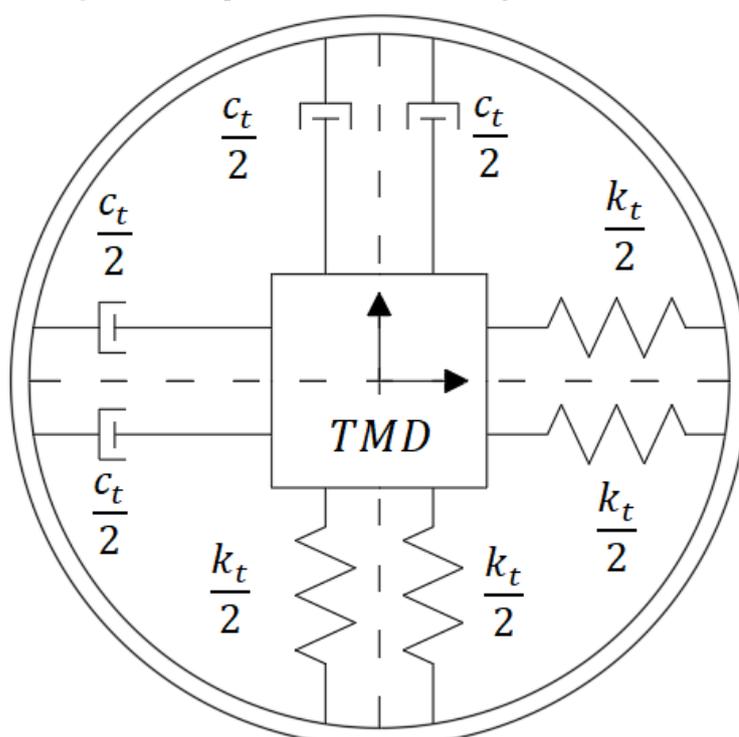
Parâmetros modais	Valores	Unidades no SI
Massa	$1,37258 \cdot 10^5$	kg
Rigidez	$4,79523 \cdot 10^5$	N/m

Fonte: Autor (2018).

4.2 ESQUEMATIZAÇÃO DO MECANISMO DE CONTROLE

Como o objetivo deste trabalho consiste em propor um absorvedor passivo para a torre com seus principais parâmetros: massa, rigidez e amortecimento, não se faz o detalhamento construtivo pormenorizado do projeto. No entanto, mostra-se na Figura 48 a concepção básica do TMD com dois graus de liberdade sintonizado para controlar a primeira e segunda frequência da estrutura em qualquer plano de atuação do vento.

Figura 48 – Esquema do TMD com dois graus de liberdade.



Fonte: Autor (2018).

4.3 RESPOSTA DA ESTRUTURA SEM CONTROLE

4.3.1 FREQUÊNCIAS E MODOS DE VIBRAÇÃO

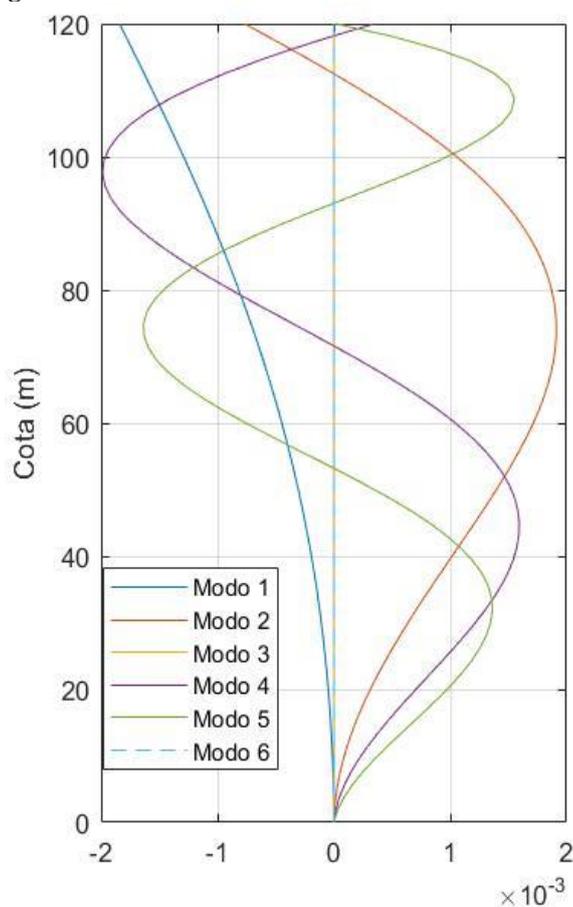
O primeiro resultado obtido a partir das matrizes de massa e rigidez globais foram as frequências e os modos de vibração da torre, os quais estão mostradas na Tabela 9 e na Figura 49, respectivamente. Os resultados apresentados na Tabela 9 são para o caso da torre discretizada com 8 elementos finitos. Neste caso, tem-se que a frequência fundamental da estrutura é a menor das frequências (0,2975 Hz). O baixo valor da frequência fundamental e consequentemente um alto valor de período de oscilação mostra a flexibilidade da estrutura.

Tabela 9 – Dados de vibração da torre sem controle.

Ordem	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a
Natureza	Flexão	Flexão	Torção	Flexão	Flexão	Axial
Frequência (Hz)	0,2975	1,7286	3,9780	4,5330	8,0708	8,7491
Período (s)	3,3618	0,5785	0,2514	0,2206	0,1239	0,1143
Frequência angular (rad/s)	1,8690	10,8613	24,9948	28,4814	50,7106	54,9723

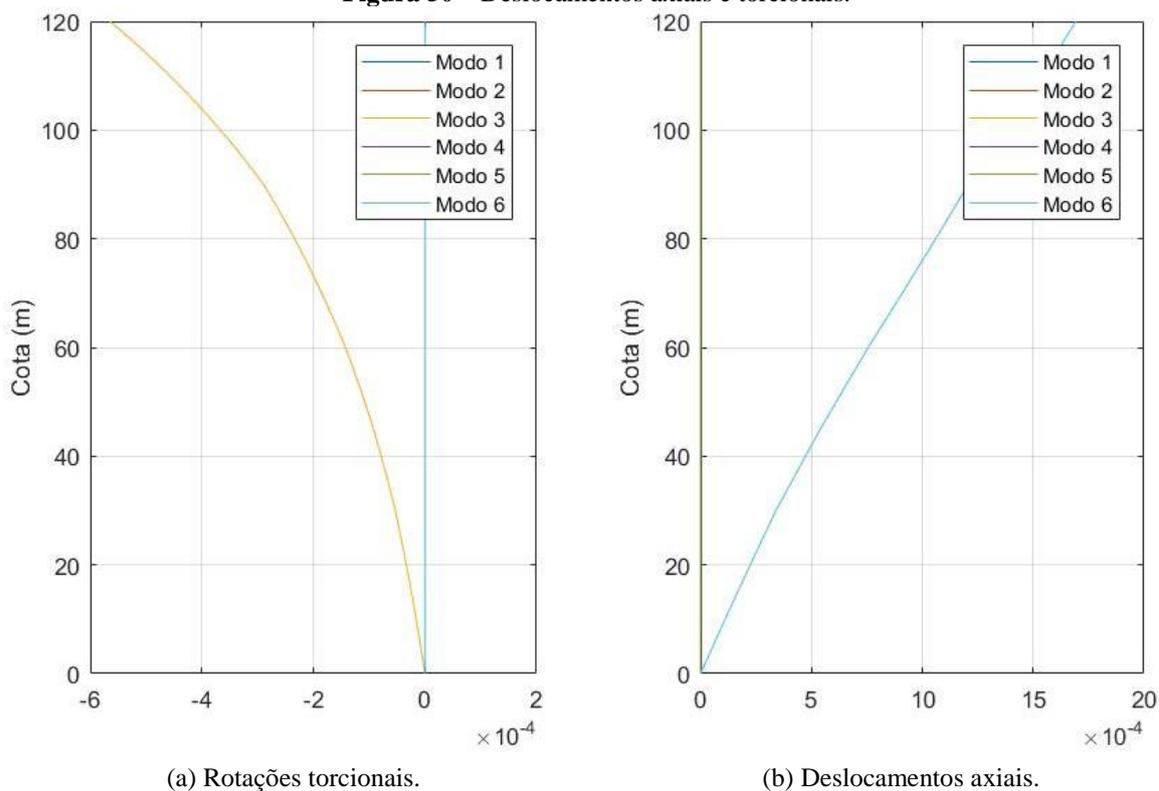
Fonte: Autor (2018).

Na Figura 49 expõe-se os seis primeiros modos de vibração correspondentes às frequências anteriormente mostradas, traçando-se os deslocamentos transversais à torre dos respectivos modos. Dos seis modos mostrados quatro apresentam deslocamentos transversais o que corrobora com a natureza dos modos mostrado na tabela acima. A conformação do primeiro modo confirma a possibilidade de excitação da primeira frequência uma vez que a carga de vento tem um perfil parecido com o modo de vibração (crescente com a altura).

Figura 49 – Deslocamentos transversais à torre sem controle.

Fonte: Autor (2018).

Os deslocamentos torcionais e axiais foram traçados para análise da natureza dos modos que não apareciam no gráfico de deslocamentos transversais. Assim, constatou-se o que está mostrado na Tabela 9: o modo 3 apresenta exclusivamente rotações torcionais, enquanto que no modo 6 tem-se apenas deslocamentos translacionais axiais.

Figura 50 – Deslocamentos axiais e torcionais.

(a) Rotações torcionais.

(b) Deslocamentos axiais.

Fonte: Autor (2018).

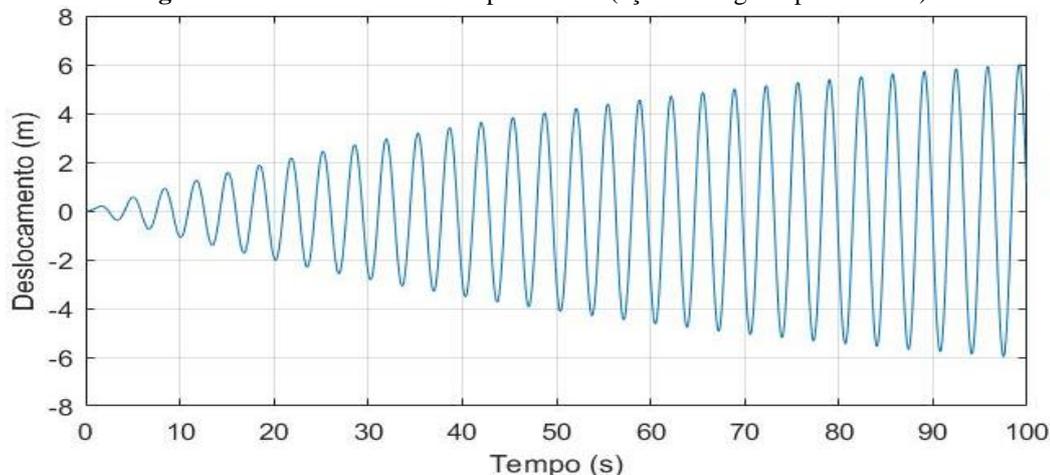
O modelo com mais elementos foi testado e percebeu-se que a frequência fundamental da torre não mudava muito em função do número de elementos, mudando apenas 0,003% com 128 elementos em relação ao modelo com 8 elementos.

4.3.2 RESPOSTA A UMA EXCITAÇÃO HARMÔNICA PERMANENTE

A torre foi submetida ao vetor de forças descrito no item 3.2.8 com a introdução da força proveniente da nacela também comentada no capítulo anterior. As amplitudes das forças foram tomadas como descrito no item 3.2.11 considerando-se uma massa específica do ar ρ_{ar} igual a 1,225 kg/m³. A parcela flutuante do vento foi considerada segundo um perfil senoidal com frequência de excitação igual a frequência fundamental da estrutura. Considerando-se, ainda, as condições iniciais (deslocamentos e velocidades) nulas no início da análise e carga atuando em regime permanente, obteve-se o gráfico do deslocamento no topo da torre (Figura 51). Percebe-se que o deslocamento do topo da torre chega a valores elevados completamente inaceitáveis do ponto de vista normativo e de projeto. Salienta-se que para um certo nível de deslocamento a estrutura comportar-se-á sob o regime de não linearidade física, porém, utilizou-se neste trabalho para toda a análise o regime de linearidade física. Destaca-se, ainda,

que a resposta é esperada por se tratar de um carregamento ressonante com o primeiro modo e de regime permanente.

Figura 51 – Deslocamento no topo da torre (ação em regime permanente).

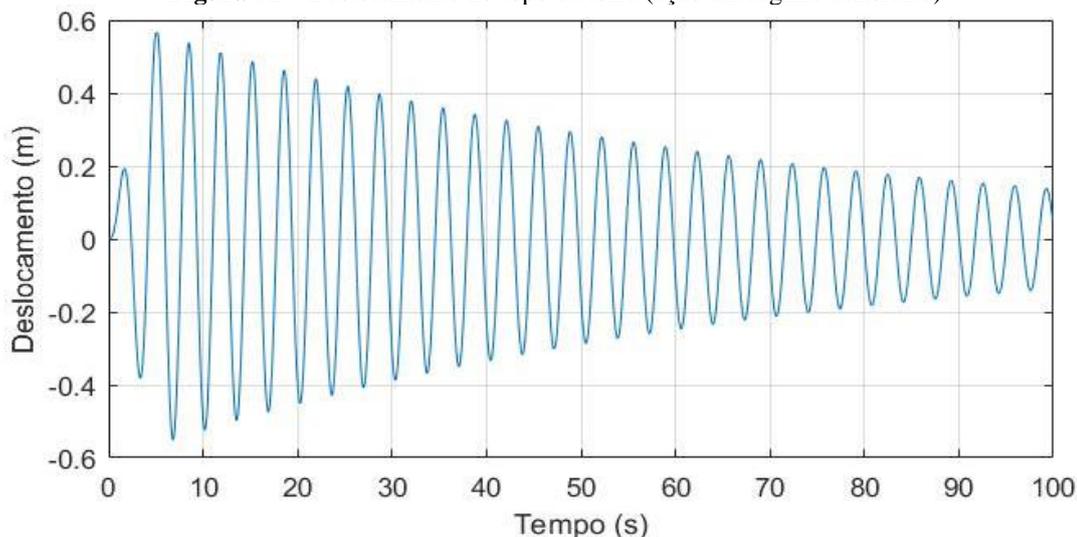


Fonte: Autor (2018).

4.3.3 RESPOSTA A UMA EXCITAÇÃO HARMÔNICA TRANSIENTE

Uma segunda análise foi feita considerando-se que a parcela flutuante de vento (representada por uma ação harmônica) mencionada no item anterior, atua durante 5 s na torre e depois cessa. Trata-se de uma situação mais frequente e por isso foi analisada. Na Figura 52, mostra-se o deslocamento no topo da torre para esta situação.

Figura 52 – Deslocamento no topo da torre (ação em regime transiente).



Fonte: Autor (2018).

Percebe-se que durante o curto intervalo de atuação da carga o deslocamento aumenta e depois diminui paulatinamente, em função do nível de amortecimento estrutural. É importante lembrar que estas vibrações aqui analisadas ocorrem em torno da posição de equilíbrio da torre submetida à ação estática do vento. Esta posição de equilíbrio estático não foi analisada neste

trabalho. Assim, mesmo com a diminuição gradativa da amplitude do deslocamento após o tempo de atuação da força, a estrutura está submetida a um deslocamento de cerca de 15 cm no tempo de 100 s, o que é considerável, senão inaceitável do ponto de vista de projeto. Uma vez que, esta considerável carga cíclica pode acarretar problemas de fadiga ao material.

4.4 ESTUDO PARAMÉTRICO DO SISTEMA PASSIVO

Segundo a teoria de Den Hartog, para cada valor de massa do AMS tem-se uma rigidez e amortecimento otimamente sintonizados. Assim, objetivando a escolha de um valor de massa do absorvedor para atender tanto a redução da resposta estrutural quanto a padrões de exequibilidade do projeto, foi feito um estudo paramétrico de todos os parâmetros do absorvedor em função da razão entre a massa deste e a massa total da estrutura. Tendo em vista a menor facilidade de excitação da frequência fundamental, o absorvedor foi dimensionado para controlá-la.

Assim, na Tabela 10 são mostrados os valores de razão de massa modal, razão entre frequências angulares, rigidez do absorvedor e amortecimento do absorvedor que sintonizam o TMD com a frequência fundamental da estrutura para cada valor de razão de massa considerado.

Tabela 10 – Parâmetros do absorvedor em função da razão de massa.

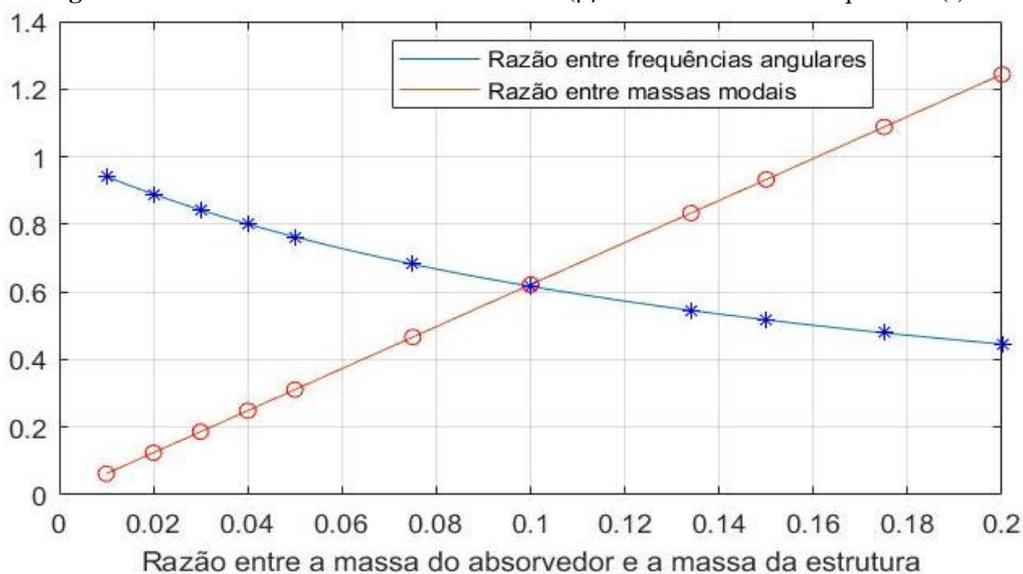
Razão entre massas (%)	Razão entre massas modais μ (%)	Razão entre frequências angulares f	Rigidez do absorvedor k_t (N/m)	Amortecimento do absorvedor c_t (kg/s)
1,0	6,217	0,941	$2,6426 \cdot 10^4$	$4,4497 \cdot 10^3$
2,0	12,435	0,889	$4,7168 \cdot 10^4$	$1,1556 \cdot 10^4$
3,0	18,652	0,843	$6,3531 \cdot 10^4$	$1,9584 \cdot 10^4$
4,0	24,869	0,801	$7,6483 \cdot 10^4$	$2,7928 \cdot 10^4$
5,0	31,087	0,763	$8,6750 \cdot 10^4$	$3,6286 \cdot 10^4$
7,5	46,630	0,682	$1,0400 \cdot 10^5$	$5,6349 \cdot 10^4$
10,0	62,174	0,617	$1,1336 \cdot 10^5$	$7,4586 \cdot 10^4$
12,5	83,313	0,546	$1,1889 \cdot 10^5$	$9,6271 \cdot 10^4$
15,0	93,260	0,517	$1,1974 \cdot 10^5$	$1,0533 \cdot 10^5$
17,5	108,804	0,479	$1,1967 \cdot 10^5$	$1,1819 \cdot 10^5$
20,0	124,374	0,446	$1,1847 \cdot 10^5$	$1,2965 \cdot 10^5$

Fonte: Autor (2018).

Na Figura 53 é mostrado o gráfico da razão de massa modais (μ) e da razão entre as frequências (f) em função da razão entre a massa do absorvedor e a massa total da estrutura. O gráfico da razão de massas modais é uma reta pois é simplesmente a divisão da massa do

absorvedor que varia linearmente com a razão de massa pela massa modal da estrutura referente ao primeiro modo de vibração. O gráfico da razão entre as frequências é decrescente com a razão entre as massas modais segundo a teoria de Den Hartog e consequentemente é decrescente com a razão entre as massas do absorvedor e da estrutura.

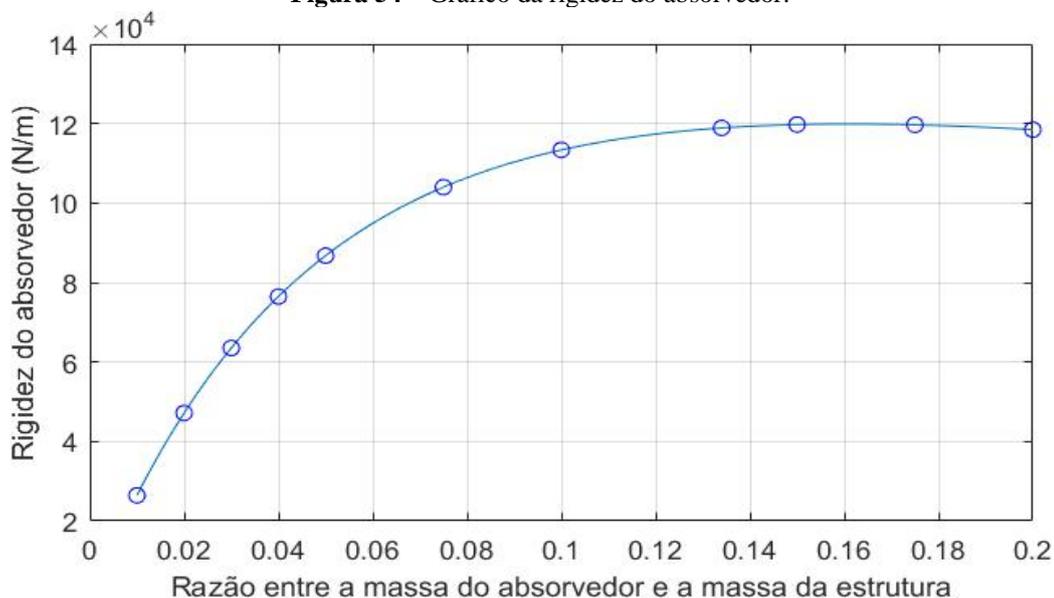
Figura 53 – Gráfico da razão de massas modais (μ) e da razão entre as frequências (f).



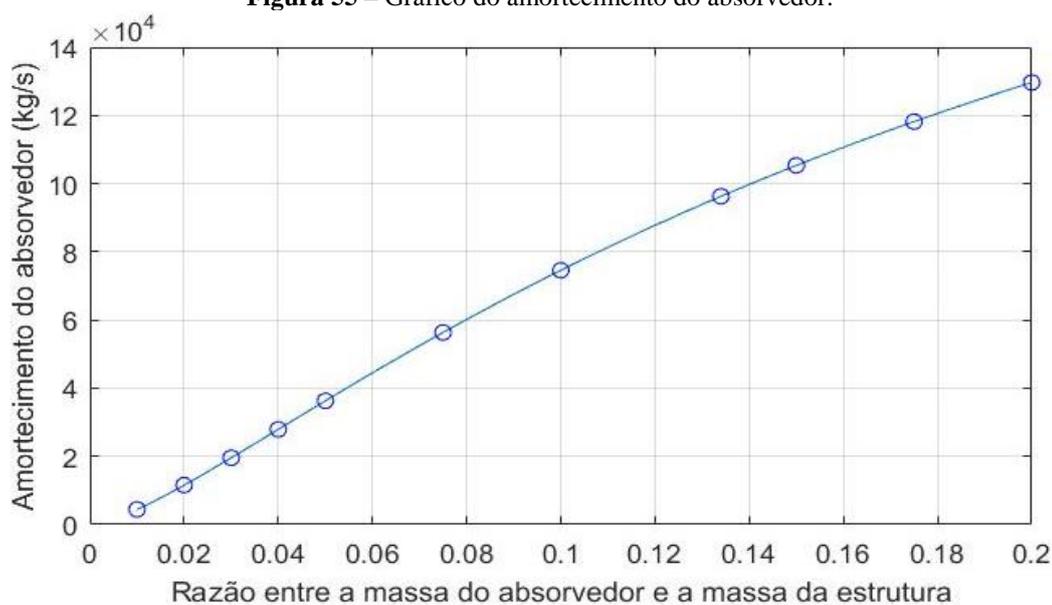
Fonte: Autor (2018).

Na Figura 54, mostra-se o gráfico da rigidez do absorvedor em função da razão entre a massa do absorvedor e a massa total da estrutura. Nota-se o crescimento da rigidez até um valor de aproximadamente $1,2 \cdot 10^5$ N/m, no correspondente valor de razão entre as massas de aproximadamente 16%, a partir do qual começa a cair. Na Figura 55 é exposto a curva do amortecimento do absorvedor em função da razão entre as massas, a qual apresenta comportamento praticamente linear.

Figura 54 – Gráfico da rigidez do absorvedor.

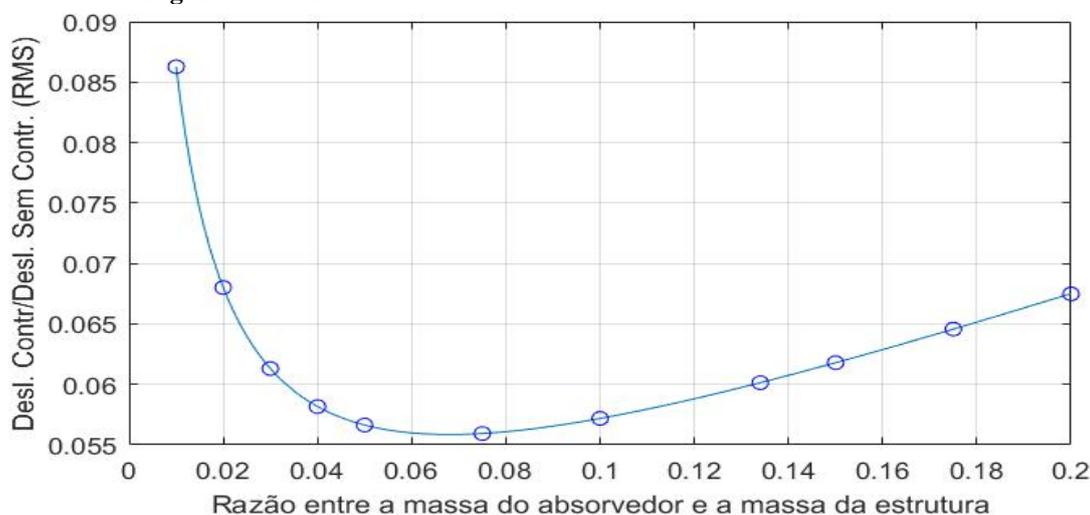


Fonte: Autor (2018).

Figura 55 – Gráfico do amortecimento do absorvedor.

Fonte: Autor (2018).

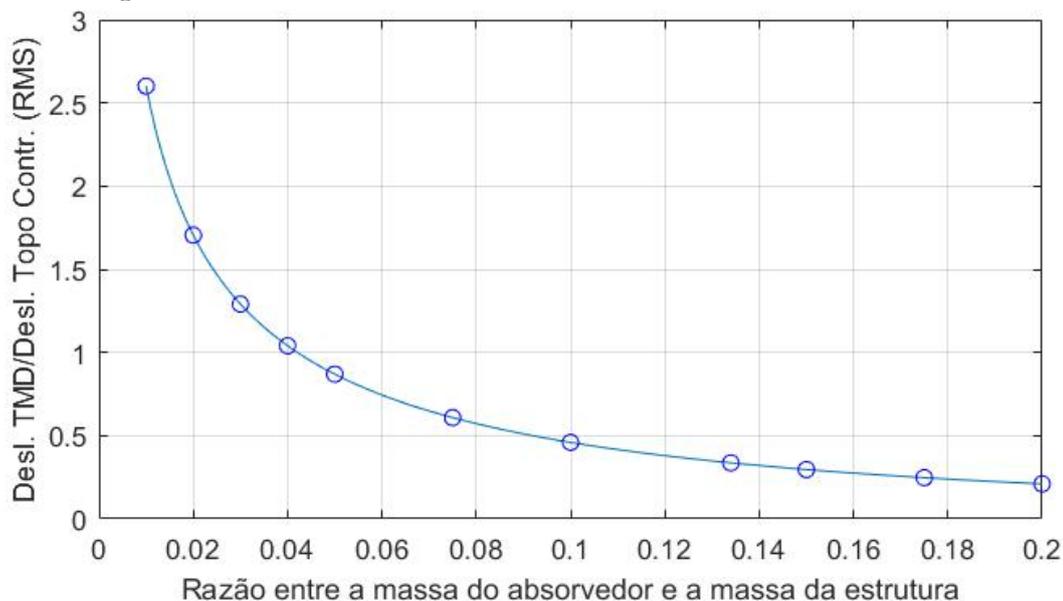
Na Figura 56, mostra-se o gráfico da razão entre os valores eficazes dos deslocamentos no topo da torre com e sem controle. Utilizou-se o valor eficaz ou raiz do valor quadrado médio (RMS, *root mean square* em inglês) para a análise por se tratar de uma medida estatística representativa para variáveis contínuas sobretudo periódicas. Percebe-se, facilmente, que o nível de controle do absorvedor passivo aumenta com sua massa até certo ponto e depois começa a diminuir, atingindo o melhor nível de controle para um valor de razão entre as massas de aproximadamente 7,5%. Contudo, um alto valor de massa do absorvedor pode dificultar a implantação do projeto ou até mesmo impossibilitá-la. Assim, 7,5% da massa total da estrutura corresponde a um valor elevado e por isso optou-se por uma razão de 3,0% de massa, reduzindo assim a amplitude de deslocamento do topo da torre para um valor de aproximadamente 6,0% da amplitude do topo sem controle.

Figura 56 – Razão entre os valores eficazes dos desl. da torre com e se controle.

Fonte: Autor (2018).

Outro fator importante na exequibilidade do projeto do absorvedor é a amplitude de deslocamento do TMD sendo limitada ao espaço disponível para implantação. Nesse sentido, mostra-se o gráfico da razão entre os valores eficazes dos deslocamentos do TMD e do topo da torre controlada (Figura 57). Nota-se que o nível de deslocabilidade do TMD diminui com o aumento da razão das massas. Com o valor de razão escolhido (3,0%), tem-se uma razão entre o deslocamento do TMD e do topo da torre em torno de 1,25, como pode ser visto no gráfico.

Figura 57 – Razão entre os valores eficazes dos desl. do TMD e da torre controlada.



Fonte: Autor (2018).

Para o projeto do absorvedor, como dito anteriormente, foi atribuído uma razão entre a massa do absorvedor e a massa da estrutura ($8,534 \cdot 10^5$ kg) de 3,0%, pois, para esta razão os deslocamentos no topo da torre são aceitáveis e o deslocamento do aparelho é compatível com o espaço disponível para implantação (diâmetro do topo 3,5 m), como será mostrado no próximo item; e ainda é um valor de exequibilidade factível. Os principais valores de projeto estão mostrados na Tabela 11, os demais parâmetros para esta razão de massa podem ser vistos na Tabela 10.

Tabela 11 – Parâmetros do absorvedor dinâmico de vibração.

Parâmetros modais	Valores	Unidades no SI
Massa	$2,56014 \cdot 10^4$	kg
Rigidez	$6,3531 \cdot 10^4$	N/m
Amortecimento	$1,9584 \cdot 10^4$	kg/s

Fonte: Autor (2018).

Este absorvedor foi concebido através de uma caixa de aço de base quadrada de 1 m de largura e altura 2,25 m preenchida por chumbo. Foi utilizado o chumbo devido a sua elevada massa específica (11340 kg/m^3), deixando o aparelho com dimensões menores. Isto aumentará o espaço disponível para movimentação do mesmo no interior da torre.

4.5 RESPOSTA DA ESTRUTURA COM CONTROLE

Escolhido os parâmetros do absorvedor como mostrado no item anterior, introduziu-se estes parâmetros na matriz de massa, rigidez e amortecimento global da estrutura e obteve-se as características dinâmicas da torre com esta modificação e a resposta para a mesma excitação mostrada no item 4.3.

4.5.1 FREQUÊNCIAS E MODOS DE VIBRAÇÃO

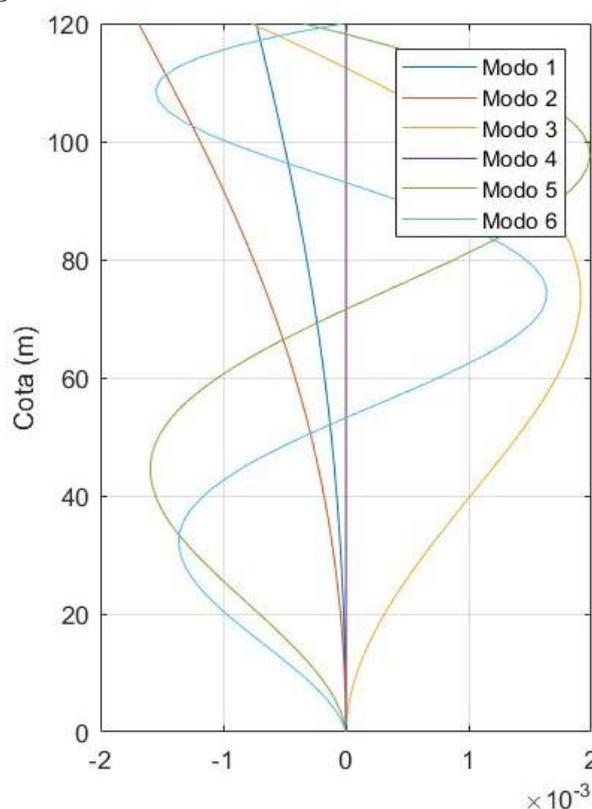
Na Tabela 12 é mostrado os dados de vibração da torre com a introdução do aparelho e a mudança relativa das frequências da torre com e sem controle. Percebe-se que as frequências de vibração mudaram em relação às apresentadas no item 4.3.1, isto é consequência direta da modificação das características dinâmicas da estrutura pela introdução de uma elevada massa concentrada. Destaca-se que a nova frequência fundamental da estrutura é menor que a anterior (0,2975 Hz), ou seja, a estrutura tornou-se ainda mais flexível. Porém, os deslocamentos no topo da torre são reduzidos como será mostrado posteriormente. Esta baixa flexibilidade da torre tem sido alvo de pesquisas que buscam desenvolver as chamadas *soft towers* (“torres moles”), a fim de torná-las soluções mais competitivas no mercado (LANGER; ELBERG, 2018).

Na Figura 58 são mostrados os respectivos modos de vibração do conjunto torre-absorvedor, onde observa-se que os dois primeiros modos são praticamente proporcionais. Além disso, observa-se também que o primeiro modo de vibração foi alterado pelo fato do aparelho está sintonizado a este modo.

Tabela 12 – Dados de vibração da torre com o absorvedor.

Ordem	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a
Natureza	Flexão	Flexão	Flexão	Torção	Flexão	Flexão
Frequência (Hz)	0,2281	0,3189	1,7289	3,9780	4,5330	8,0708
Período (s)	4,3838	3,1354	0,5784	0,2514	0,2206	0,1239
Frequência angular (rad/s)	1,4333	2,0040	10,8630	24,9948	28,4815	50,7106
Mudança relativa da frequência em relação à torre sem controle (%)	-23,31	7,22	0,02	0,00	0,00	0,00

Fonte: Autor (2018).

Figura 58 – Deslocamentos transversais à torre com o absorvedor.

Fonte: Autor (2018).

4.5.2 RESPOSTA A UMA EXCITAÇÃO HARMÔNICA PERMANENTE

Nesta seção, analisa-se a estrutura torre-absorvedor submetida a uma excitação harmônica permanente de perfil senoidal semelhante à exposta no item 4.3.2. Na Tabela 13 está exposto os valores máximos e eficazes do deslocamento do topo da torre com e sem controle passivo, assim como os respectivos percentuais de redução. Destaca-se o grande percentual de redução dos deslocamentos corroborando a eficiência do controle passivo.

Tabela 13 – Dados do deslocamento no topo da torre (ação permanente).

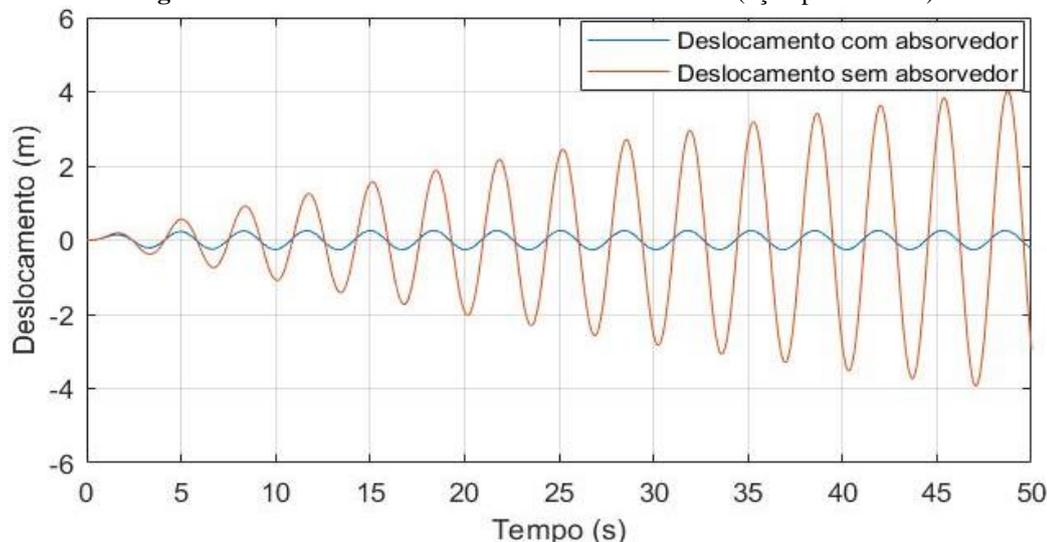
Sem controle		Controle passivo		Percentual de redução	
Valor máximo (m)	Valor eficaz (m)	Valor máximo (m)	Valor eficaz (m)	Valor máximo (%)	Valor eficaz (%)
6,0163	2,9179	0,2571	0,1788	95,72	93,87

Fonte: Autor (2018).

No gráfico a seguir (Figura 59) é mostrado o deslocamento do topo da torre com e sem o absorvedor para uma excitação harmônica permanente durante uma análise de 100 s. Destaca-se, novamente, a eficiência do absorvedor passivo como pode ser comprovada no gráfico, enquanto a amplitude do deslocamento cresce indefinidamente com o tempo no caso sem o aparelho, a amplitude no caso com o TMD é mantida em torno dos 25 cm. Salienta-se que para

uma análise com a razão entre as massas ótimas (cerca de 7,0%) obteve-se uma redução de 96,1% para o valor máximo e de 94,31% para o valor eficaz.

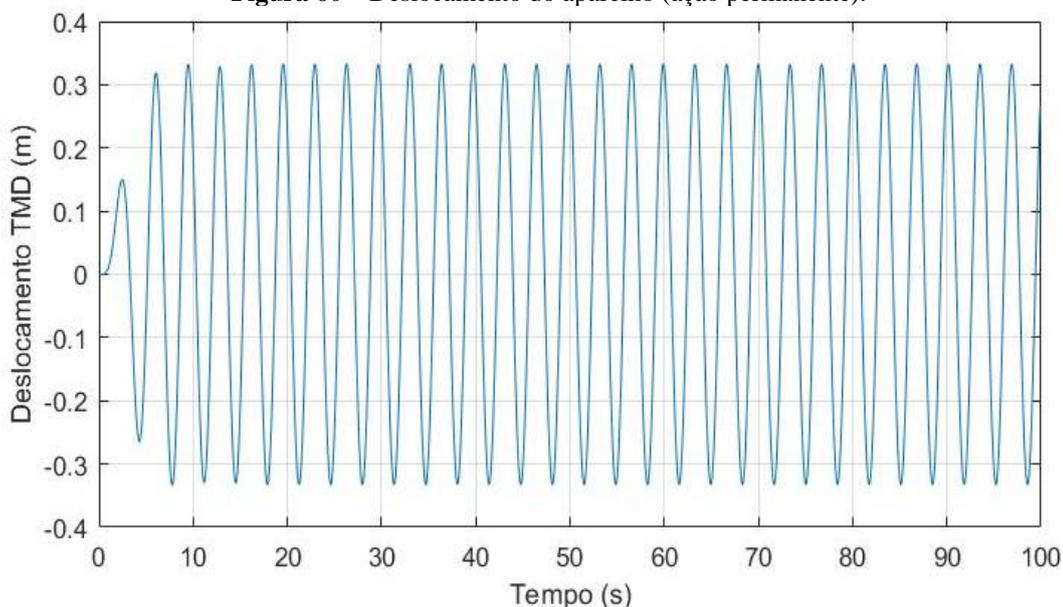
Figura 59 – Deslocamento da torre com e sem controle (ação permanente).



Fonte: Autor (2018).

Outro resultante importante é mostrado na Figura 60. Trata-se do deslocamento do TMD ao longo do tempo de análise confirmando o que foi dito anteriormente: a amplitude do deslocamento do aparelho é compatível com o espaço disponível para implantação do mesmo, tendo uma amplitude de pouco mais de 30 cm como pode ser comprovado no gráfico.

Figura 60 – Deslocamento do aparelho (ação permanente).



Fonte: Autor (2018).

4.5.3 RESPOSTA A UMA EXCITAÇÃO HARMÔNICA TRANSIENTE

O conjunto torre-absorvedor foi submetido a um carregamento semelhante à excitação do item 4.3.3. Na Tabela 14 é apresentado os valores máximos e eficazes do deslocamento do

topo da torre com e sem controle passivo assim como os respectivos percentuais de redução para este tipo de carregamento.

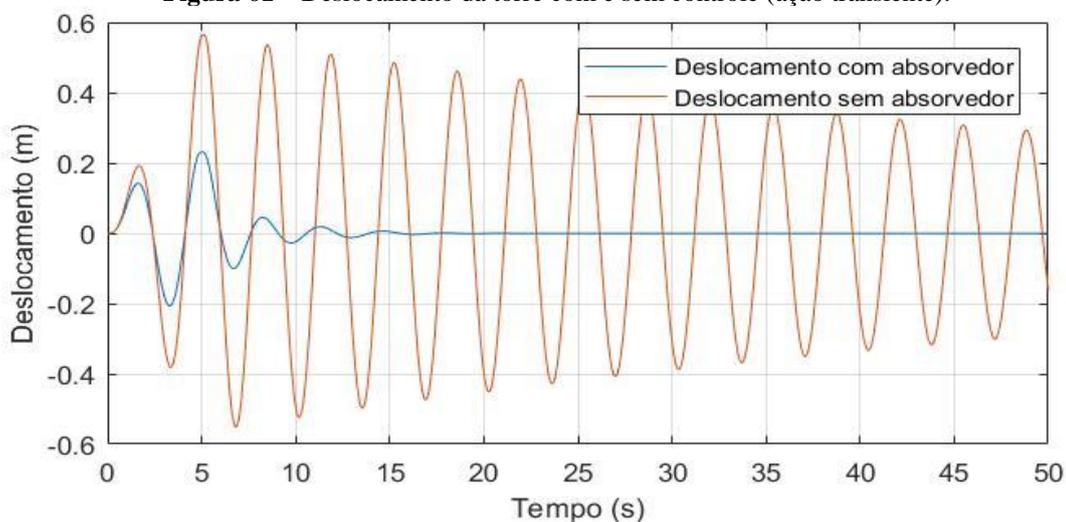
Tabela 14 – Dados do deslocamento do topo da torre (ação transiente).

Sem controle		Controle passivo		Percentual de redução	
Valor máximo (m)	Valor eficaz (m)	Valor máximo (m)	Valor eficaz (m)	Valor máximo (%)	Valor eficaz (%)
0,5648	0,2319	0,2318	0,0753	67,53	58,96

Fonte: Autor (2018).

Na Figura 61 é exposto o gráfico do deslocamento do topo da torre sem controle e controlada passivamente para a excitação harmônica transiente. Novamente, para este caso, nota-se a redução da resposta estrutural proporcionada pela introdução do TMD à estrutura.

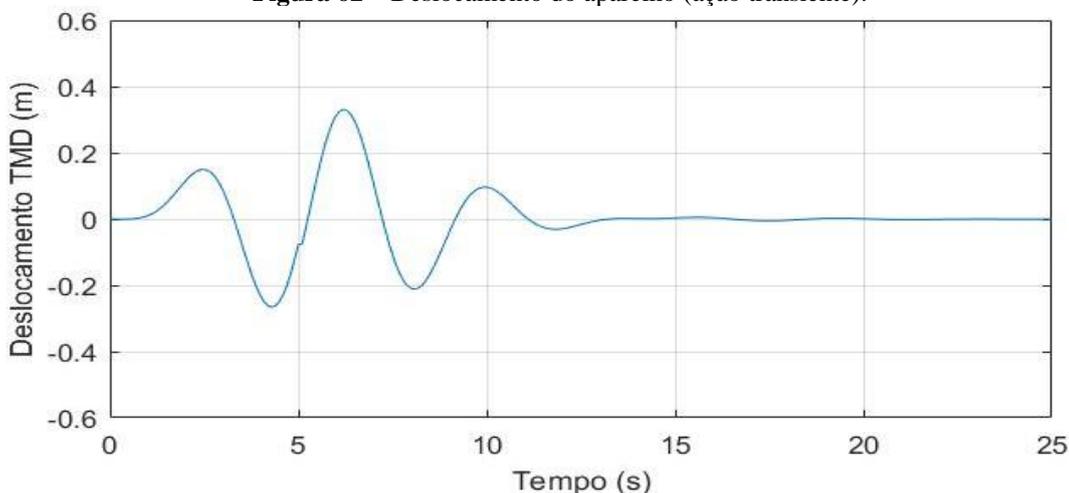
Figura 61 – Deslocamento da torre com e sem controle (ação transiente).



Fonte: Autor (2018).

Apresenta-se na Figura 62 o gráfico de deslocamento do TMD para o caso de excitação harmônica transiente. Neste caso, também, os deslocamentos do aparelho estão de acordo com o espaço permitido.

Figura 62 – Deslocamento do aparelho (ação transiente).



Fonte: Autor (2018).

4.6 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Após as análises realizadas neste trabalho, observa-se a eficiência do absorvedor de vibração passivo em reduzir significativamente a resposta da estrutura quando excitada em sua frequência fundamental por uma carga harmônica de perfil senoidal permanente ou transiente. Ademais, mostrou-se os níveis de redução da resposta estrutural e a exequibilidade dos parâmetros propostos. Este trabalho analisou a mesma torre eólica proposta Lima (2018), e os resultados obtidos foram semelhantes.

No capítulo seguinte, apresentam-se as principais conclusões e contribuições deste trabalho, assim como as sugestões para trabalhos futuros.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo apresenta-se as conclusões e considerações finais deste trabalho assim como algumas perspectivas (sugestões) para trabalhos futuros referentes a este tema.

5.1 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES

As características dinâmicas da torre estudada exprimem a flexibilidade da mesma e a susceptibilidade a ser excitada por uma ação com magnitude comparável à ação do vento, uma vez que, esta apresenta-se com intensidade crescente com a altura em relação ao solo. A equação do movimento para todos os casos foi resolvida via espaço de estados e através dos resultados obtidos percebeu-se a magnitude inaceitável dos deslocamentos do topo da torre sem controle.

Por outro lado, verificou-se a alta potencialidade do absorvedor de vibração passivo em reduzir a resposta estrutural da torre. Com a introdução do aparelho sintonizado ao primeiro modo de vibração, o conjunto torre-absorvedor deslocou-se com uma amplitude aceitável quando submetido à excitação harmônica permanente de frequência igual a frequência fundamental da torre. Já para a excitação harmônica transiente o absorvedor mostrou-se capaz de mitigar os picos iniciais de deslocamentos e dissipar mais rapidamente a resposta remanescente após o tempo de atuação da carga.

De acordo com os resultados obtidos, pôde-se comprovar que o sistema passivo foi efetivamente capaz de controlar a vibração da torre excitada segundo o primeiro modo de vibração para o qual o absorvedor foi sintonizado.

Por fim, conclui-se que os resultados deste trabalho contribuem para análises de projetos de implantação de turbinas eólicas no Brasil e particularmente Pernambuco, uma vez que estes detêm de um alto potencial eólico, subsidiando análises de controle passivo em torres de suporte à aerogeradores.

5.2 PERSPECTIVAS/SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Trabalhos futuros podem contribuir na ampliação das análises realizadas neste trabalho, de forma a ampliá-las para casos mais gerais. Assim, cita-se a seguir algumas propostas para elaboração de trabalhos futuros:

- i. Refinar a consideração de transmissão de esforços do conjunto pás-nacele à torre, podendo, inclusive, considerar o movimento num conjunto acoplado torre-nacele-pás;
- ii. Simular a ação flutuante de vento atuando com outro perfil, por exemplo, a aleatoriedade da ação segundo algum modelo proposto na literatura ou séries históricas de velocidade reais no local de implantação;
- iii. Desenvolver um detalhamento executivo completo do absorvedor proposto;
- iv. Implementação de controle híbrido e ativo;
- v. Implementar amortecedores de massa sintonizados múltiplos (AMSM), *multiple tuned mass damper* (MTMD), para o controle mais eficiente e robusto de modos de vibração superiores da torre.

REFERÊNCIAS

- ABEEólica. Associação Brasileira de Energia Eólica. Disponível em: <<http://www.abeeolica.org.br/>>. Acesso em: 27 abr. 2018.
- ACKERMANN, T. An overview of wind energy-status 2002. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, Stockholm, v. 6, p. 67-127, 2002.
- Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). Banco de Informações de Geração (BIG): Capacidade de Geração do Estado PERNAMBUCO. ANEEL, 2016. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/>>. Acesso em: 02 maio 2018.
- AGENCY, I. E. Technology Roadmap: Wind Energy. [S.l.]: International Energy Agency, OECD, 2013.
- AMARANTE, O. A. C.; BROWER, M.; ZACK, J.; SÁ, A. L. **Altas do Potencial Eólico Brasileiro**. CRESESB, Brasília, 2001. Disponível em: <http://www.cresesb.cepel.br/index.php?link=/atlas_eolico_brasil/atlas.htm>. Acesso em: 25 abr. 2018.
- ASIBOR, A. I.; GARCIA, J. R.; RAMOS, M. C.; SILVA, E. C. M.; ARAÚJO, A. M. Wind turbine performance and loading calculations using aero elastic modelling. In: International Congress of Mechanical Engineering, 23, 2015, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: ABCM, 2015.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – NORMA BRASILEIRA. **NBR 6123**: Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988. 66p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR IEC 61400-1**: Aerogeradores Parte 1: Requisitos de Projeto. Rio de Janeiro, 2008. 82p.
- ATLAS EÓLICO E SOLAR DE PERNAMBUCO. **Capítulo VII – O Potencial Eólico de Pernambuco**. ATLAS..., 2017. Disponível em: <<http://www.atlaseolicosolar.pe.gov.br/>>. Acesso em: 02 maio 2018.
- BRAZIL, A.; JOSEPH, L.; POON, D.; SCARANGELLO. Designing High Rises for Wind Performance. In: Structures Congress 2006, 2006, St. Louis. **Anais...** St. Louis: ASCE, 2006.
- BRUGHUIS, F. J. Advanced tower solutions for large turbines and extreme tower heights. **Mecal Applied Mechanics BV**, v. 124, p. 148-160, 2003.
- CENTRO DE REFERÊNCIA PARA ENERGIA SOLAR E EÓLICA SÉRGIO DE SALVO BRITO. CRESESB. **FAQ Eólica. 34 – O CEPEL tem instalado sistemas eólicos no Brasil**. [S.l.]. 2001. Disponível em: <http://www.cresesb.cepel.br/index.php?section=com_content&lang=pt&cid=231>. Acesso em 19 maio 2018.
- CHOPRA, A.K. **Dynamics of structures**: Theory and applications to earthquake engineering. 4. ed. Practice Hall, 2012. 944 p.

COLHERINHAS, G. B.; AVILA, S. M.; MORAIS, M. V. G. Genetic optimization analysis of wind tower vibrations controlled by a pendulum TMD. In: Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 37., 2016, Brasília. **Anais...** Brasília: CILAMCE, 2016.

COLHERINHAS, G. B.; SHZU, M. A. M.; AVILA, S. M.; MORAIS, M. V. G. Genetic optimization of tower vibrations with pendulum TMD. In: Iberico-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 36., 2015, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: CILAMCE, 2015.

COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E.; WITT, R. J. **Concepts and applications of finite element analysis**. 4. ed. Madison: John Wiley & Sons, 2002. 719 p. ISBN 978-0-471-35605-9.

DANISH WIND INDUSTRY ASSOCIATION. DWIA. By Soren Krohn. Guided Tour on Wind Energy. Alemanha, 6 ago. e 9 set. 2000. Disponível em: <<http://www.heliosat3.de/elearning/wind-energy/windpowr.pdf>>. Acesso em: 28 abr. 2018.

DEN HARTOG, J. P. **Vibrações nos sistemas mecânicos**. São Paulo: Edgard Blücher, Ed. da Universidade de São Paulo, 1972.

ENEVOLDSEN, I.; MØRK, K. Effects of a vibration mass damper in a wind turbine tower. **Journal of Structural Mechanics**, v. 24, n. 2, p. 155-187, 1996.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1991-1-4**: Eurocode 1: Actions on structures – Part 1-4: General actions – Wind actions. Brussels, 2005.

FITZGERALD, B.; BASU, B. Structural control of wind turbines with soil structure interaction include. **Engineering Structures**, v. 111, p. 131-151, 2016.

General Eletrics - GE, 2015, **Fases da montagem de um aerogerador**. Disponível em: <<http://www.gereportsbrasil.com.br/post/96000858299/voce-sabe-como-se-monta-umaerogerador>>. Acesso em: 21 maio 2018.

GUIMARÃES, P. V. B. **Controle semiativo de modelo de pêndulo invertido para aerogeradores offshore**. 101 f. Dissertação (Mestrado em Integridade de Materiais da Engenharia) – Faculdade UnB Gama, Universidade de Brasília, Brasília, 2016.

GUIMARAES, P. V. B.; AVILA, S. M.A.; PRADO, Z. J. G. D.; MORAIS, M. V. G. Vibration control of an offshore wind turbine modeled as an inverted pendulum. In: Proceedings of International Conference on Vibration Problems, 11., 2013, Lisboa. **Anais...**Lisboa: ICOVP, 2013.

GWEC. Global Wind Energy Council – GWEC. **Global statistic**. Brussels, 2018. Disponível em <<https://gwec.net>>. Acesso em: 22 abri. 2018.

HAU, Erich. **Wind Turbines: Fundamentals, Technologies, Application, Economics**. 2 ed. Munich (Germany): Springer, 2006. 783 p.

HOUSNER, G. W.; BERGMAN, L. A.; CAUGHEY, T. K.; CHASSIAKOS, A. G.; CLAUS, R. O.; MASRI, S. F.; SKELTON, R. E.; SOONG, T. T.; SPENCER, B. F.; YAO, J. T. P. Structural control: past, present and future. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 123, n. 9, p. 897-971, 1997.

HUMAR, J. L. **Dynamics of Structures**. 2 ed. Ottawa (Canada): A.A. Balkema Publishers, Lisse, 2002. 967 p.

LACKNER, M. A.; ROTEA, M. A. Passive structural control of offshore wind turbines. **Wind Energ**, v. 14, p. 373-388, 2011.

LANGER, H.; ELBERG, C. Development of soft towers for wind turbines. **Scientific Papers**, p. 1-10, 2018.

LI, J.; ZHANG, Z.; CHEN, J. Experimental study on vibration control of offshore wind turbines using a ball vibration absorber. **Energy and Power Engineering**, v. 4, n.3, p. 153-157, 2012.

LIMA, D. M. **Análise da estabilidade elástica, análise dinâmica e controle de vibrações em torres tubulares de aço para aerogeradores de eixo horizontal**. 320 f. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco, CTG, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, Recife, 2018.

MOUTINHO, C. M. R. **Controlo de vibrações em estruturas de engenharia civil**. 394 f. Dissertação (Doutorado) – Universidade do Porto, Faculdade de Engenharia, Porto, 2007.

MURTAGH, P. J.; BASU, B.; BRODERICK, B. M. Along-wind response of a wind turbine tower with blade coupling subjected to rotationally sampled wind loading. **Engineering Structures**, v. 27, p. 1209-1219, 2005.

MURTAGH, P. J.; GHOSH, A.; BASU, B.; BRODERICK, B. M. Passive control of wind turbine vibrations including blade/tower interaction and rotationally sampled turbulence. **Wind Energy**, v.11, p. 305-317, 2008.

OTDS. Lattice Towers. **Overhead transmission distribution systems**, 2010. Disponível em: <<http://www.otds.co.uk/lattice-towers.php>>. Acesso em: 20 maio 2018.

RAO, S. **Vibrações mecânicas**. 4 ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008. 424 p. ISBN 978-85-7605-200-5.

ROTEA, M. A.; LACKNER, M. A.; SAHEBA, R. Active structural control of offshore wind turbines. In: AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition, 48., 2010, Orlando. **Anais...** Orlando: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2010. p 1-21.

SANDIA NATIONAL LABORATORIES. Vertical Axis Wind Turbine: The History of the DOE Program, 2006. Disponível em: <http://www.sandia.gov/Renewable_Energy/wind_energy/topical.htm>. Acesso em 15 maio 2018.

SANTOS, N. A. A. S. **Otimização de torre de aço para aerogerador eólico**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil: Estruturas – Área de Concentração: Estruturas) – Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.

SCHUBEL, P. J.; CROSSLEY, R. J. Wind Turbine Blade Design. **Energies**, v. 5, p. 3425-3449, 2012.

SERAFIM, P. M. F. **Controlo de vibrações em engenharia civil**. 177 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Nove de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Lisboa, 2011.

SHZU, M. A. M.; MORAIS, M. V. G.; PRADO, Z. J. G.; AVILA, S.M. Finite element analysis of a wind turbine tower with a pendulum tuned mass damper. In: International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics, 17., 2015, Natal. **Anais...Natal: DINAME**, 2015.

SIEMENS. **Siemens D3 platform – 3.0-MW and 3.2 – MW direct drive wind turbines: Reduced complexity, increased profitability**. Erlangen, Germany, 2014. Disponível em: <https://www.energy.siemens.com/br/pool/hq/power-generation/renewables/windpower/platform20brochures/D3%20Onshore%20brochure_ENGLISH_Apr2014_WEB.pdf>. Acesso em: 15 maio 2018.

STEWART, G. M. **Load reduction of floating wind turbines using turned mass dampers**. 83 p. Masters Theses (Master of Science in Mechanical Engineering) – University of Massachusetts Amherst, Amherst, 2012.

STEWART, G. M.; LACKNER, M.A. The effect of actuator dynamics on active structural control of offshore wind turbines. **Engineering Structures**, Amherst, v. 33, p. 1807-1816, 2011.

STEWART, G.; LACKNER, M. Offshore wind turbine load reduction employing optimal passive turned mass damping systems. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, Amherst, v. 21, n. 4, p. 1090-1104, 2013.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. E. **Mecânica dos sólidos**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1984. ISBN 85-216-0246-4.

TONG, X.; ZHAO, X.; ZHAO, S. Load reduction of a monopile wind turbine tower using optimal tuned mass dampers. **International Journal of Control**, Oxford, v. 90, p. 1283-1298, 2015.

VILARFORMOSO. Fórum Vilarformoso. **Vilarformoso**, 2010. Disponível em: <<http://www.vilarformoso/SMF/index.php/topic.1777.15.html>>. Acesso em: 20 maio 2018.

YOSHIDA, P. E. Wind Turbine Tower Optimization Method Using Genetic Algorithm. **Wind Engineering**, v. 30, n. 6, p. 453-470, 2006.

ZUO, H.; BI, K.; HAO, H. Using multiple tuned mass dampers to control offshore wind turbine vibrations under multiple hazards. **Engineering Structures**, v. 141, p. 303-315, 2017.

APÊNDICE A – CÓDIGO IMPLEMENTADO EF FINITO DE BARRA PARA ANÁLISE DE CONTROLE DE VIBRAÇÕES DA TORRE

A.1) CÓDIGO PRINCIPAL (ANÁLISE DINÂMICA)

```

%-----%
%----- UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO -----%
%----- NÚCLEO DE TECNOLOGIA -----%
%----- ENGENHARIA CIVIL -----%
%-----%
%----- TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO -----%
%-----%
%----- MATHEUS ALVES PEREIRA -----%
%-----%
clc
format long
clear all
%Dados de entrada
numero_de_segmentos = 8;%Números de elementos da torre.
diametro_base = 6.5;%Diâmetro da base da torre (m).
diametro_topo = 3.5;%Diâmetro do topo da torre (m).
comprimento = 120;%Comprimento da torre (m).
polegada = 0.0254;%Uma polegada em metros (m).
espessura_1 = polegada*2;%Espessura do primeiro trecho da torre (m).
espessura_2 = polegada*(1+3/4);%Espessura do segundo trecho da torre (m).
espessura_3 = polegada*(1+5/8);%Espessura do terceiro trecho da torre (m).
espessura_4 = polegada*(1+1/2);%Espessura do quarto trecho da torre (m).
espessura_5 = polegada*(1+1/4);%Espessura do quinto trecho da torre (m).
E = 205e9;%Módulo de elasticidade longitudinal (Pa).
v = 0.3;%Coeficiente de poisson.
G = E/(2*(1+v));%Módulo de elasticidade transversal (Pa).
Massa_especifica = 7850;%Massa específica (kg/m³).
k = 2;%Coeficiente de cisalhamento.
massa_nacele = 200*1000;%Massa nacele (kg).
a_nacele = 12;%Largura da nacele (m).
h_nacele = 5;%Altura da nacele (m).
b_nacele = 4;%Comprimento da nacele (m).
inerzia_nacele_z = massa_nacele*(a_nacele^2+4*h_nacele^2)/12;%Inércia
nacele eixo z (flexão) (kg.m²).
inerzia_nacele_x = massa_nacele*(a_nacele^2+b_nacele^2)/12;%Inércia nacele
eixo x (torção) (kg.m²).
g = 9.807;%Aceleração da gravidade (m/s²).
carga_vertical_topo = 2337633.45+g*massa_nacele%Carga vertical aplicada no
topo da torre proveniente da nacele (N).
carga_horizontal_topo = 662186,43;%Carga horizontal aplicada no topo da
torre proveniente da nacele (N).
%Dados eólicos
velocidade_do_vento = 35;
expoente_do_perfil = 0.2;
v10m = 0.69*velocidade_do_vento;
ca = 0.6;%Coeficiente de arrasto da torre tubular
p_ar = 1.225; %Densidade do ar.
vetor_de_forcas(1) = 0;
vetor_de_forcas(2) = 0;
Vetor_de_momentos(1) = 0;
Vetor_de_momentos(2) = 0;

```

```

p_c_d = (velocidade_do_vento - v10m)^2/((velocidade_do_vento - v10m)^2 +
v10m^2);%Porcentagem do carregamento de vento dinâmico em relação ao
carregamento total (estático + dinâmico).
l = comprimento/numero_de_segmentos;%Comprimento do segmento.
p1 = 1.05*g*Massa_especifica*(pi*espessura_1*30/2)*(7*diametro_base +
diametro_topo)/4;%Peso do primeiro trecho da torre (N).
p2 = 1.05*g*Massa_especifica*(pi*espessura_2*15/2)*(11*diametro_base +
5*diametro_topo)/8;%Peso do segundo trecho da torre (N).
p3 = 1.05*g*Massa_especifica*(pi*espessura_3*15/2)*(9*diametro_base +
7*diametro_topo)/8;%Peso do terceiro trecho da torre (N).
p4 = 1.05*g*Massa_especifica*(pi*espessura_4*30/2)*(3*diametro_base +
5*diametro_topo)/4;%Peso do quarto trecho da torre (N).
p5 = 1.05*g*Massa_especifica*(pi*espessura_5*30/2)*(diametro_base +
7*diametro_topo)/4;%Peso do quinto trecho da torre (N).
pt = p1+p2+p3+p4+p5+carga_vertical_topo;%Carga vertical total (a qual a
base da torre é submetida) (N).
%Dados do TMD
Massa_total_da_estrutura = massa_nacele + (p1 + p2 + p3 + p4 + p5)/g;%Massa
total da estrutura (torre + nacelê) (kg).
Razao = 0.03;%Razão entre a massa do absorvedor e a massa da estrutura.
Massa_do_absorvedor = Razao*Massa_total_da_estrutura;%Massa do absorvedor
de vibração (kg).
Rigidez_do_absorvedor = 6.35067*10^4;
Amortecimento_do_absorvedor = 1.95797*10^4;
Matriz_de_rigidez_global = zeros(4*(numero_de_segmentos +
1));%Inicialização da Matriz de Rigidez Global com zeros.
Matriz_de_massa_global = zeros(4*(numero_de_segmentos + 1));%Inicialização
da Matriz de Massa Global com zeros.
%Montagem das matrizes de rigidez e massa globais.
for i = 1 : numero_de_segmentos
    di = diametro_base - (diametro_base - diametro_topo)*(i -
1)*l/comprimento;%Cálculo do diâmetro inicial do segmento analisado.
    df = diametro_base - (diametro_base -
diametro_topo)*i*l/comprimento;%Cálculo do diâmetro final do segmento
analisado.
    if i*l <= 30 %Caso em que a espessura do elemento é a espessura 1.
        p_elemento =
1.05*g*Massa_especifica*pi*espessura_1*l*(di+df)/2;%Cálculo do peso do
elemento.
        matriz_de_rigidez_eixo_local =
rigidez(k,E,G,espessura_1,l,di,df);%Cálculo da matriz de rigidez do
elemento.
        matriz_de_massa_eixo_local =
massa(Massa_especifica,espessura_1,l,di,df);%Cálculo da matriz de massa do
elemento.
        matriz_geometrica = geometrica(pt,p_elemento/l,l);%Cálculo da
matriz geométrica do elemento.
        k_barra = rig(k,E,G,espessura_1,l,di,df);
        [vf_0,vi_0,f1_0,f2_0] =
dados(v10m,velocidade_do_vento,p_ar,expoente_do_perfil,ca,di,df,l,espessura
_1,E,G,k,i);
    else
        if i*l <= 45 %Caso em que a espessura do elemento é a espessura 2.
            p_elemento =
1.05*g*Massa_especifica*pi*espessura_2*l*(di+df)/2;%Cálculo do peso do
elemento.
            matriz_de_rigidez_eixo_local =
rigidez(k,E,G,espessura_2,l,di,df);%Cálculo da matriz de rigidez do
elemento.

```

```

        matriz_de_massa_eixo_local =
massa(Massa_especifica, espessura_2, l, di, df); %Cálculo da matriz de massa do
elemento.
        matriz_geometrica = geometrica(pt, p_elemento/l, l); %Cálculo da
matriz geométrica do elemento.
        k_barra = rig(k, E, G, espessura_2, l, di, df);
        [vf_0, vi_0, fl_0, f2_0] =
dados(v10m, velocidade_do_vento, p_ar, expoente_do_perfil, ca, di, df, l, espessura
_2, E, G, k, i);
        else
            if i*l <= 60 %Caso em que a espessura do elemento é a espessura
3.
                p_elemento =
1.05*g*Massa_especifica*pi*espessura_3*l*(di+df)/2; %Cálculo do peso do
elemento.
                matriz_de_rigidez_eixo_local =
rigidez(k, E, G, espessura_3, l, di, df); %Cálculo da matriz de rigidez do
elemento.
                matriz_de_massa_eixo_local =
massa(Massa_especifica, espessura_3, l, di, df); %Cálculo da matriz de massa do
elemento.
                matriz_geometrica = geometrica(pt, p_elemento/l, l); %Cálculo
da matriz geométrica do elemento.
                k_barra = rig(k, E, G, espessura_3, l, di, df);
                [vf_0, vi_0, fl_0, f2_0] =
dados(v10m, velocidade_do_vento, p_ar, expoente_do_perfil, ca, di, df, l, espessura
_3, E, G, k, i);
            else
                if i*l <= 90 %Caso em que a espessura do elemento é a
espessura 4.
                    p_elemento =
1.05*g*Massa_especifica*pi*espessura_4*l*(di+df)/2; %Cálculo do peso do
elemento.
                    matriz_de_rigidez_eixo_local =
rigidez(k, E, G, espessura_4, l, di, df); %Cálculo da matriz de rigidez do
elemento.
                    matriz_de_massa_eixo_local =
massa(Massa_especifica, espessura_4, l, di, df); %Cálculo da matriz de massa do
elemento.
                    matriz_geometrica =
geometrica(pt, p_elemento/l, l); %Cálculo da matriz geométrica do elemento.
                    k_barra = rig(k, E, G, espessura_4, l, di, df);
                    [vf_0, vi_0, fl_0, f2_0] =
dados(v10m, velocidade_do_vento, p_ar, expoente_do_perfil, ca, di, df, l, espessura
_4, E, G, k, i);
                else %Caso em que a espessura do elemeto é espessura 5.
                    p_elemento =
1.05*g*Massa_especifica*pi*espessura_5*l*(di+df)/2; %Cálculo do peso do
elemento.
                    matriz_de_rigidez_eixo_local =
rigidez(k, E, G, espessura_5, l, di, df); %Cálculo da matriz de rigidez do
elemento.
                    matriz_de_massa_eixo_local =
massa(Massa_especifica, espessura_5, l, di, df); %Cálculo da matriz de massa do
elemento.
                    matriz_geometrica =
geometrica(pt, p_elemento/l, l); %Cálculo da matriz geométrica do elemento.
                    k_barra = rig(k, E, G, espessura_5, l, di, df);
                    [vf_0, vi_0, fl_0, f2_0] =
dados(v10m, velocidade_do_vento, p_ar, expoente_do_perfil, ca, di, df, l, espessura
_5, E, G, k, i);

```

```

        end
    end
end
end
M = -k_barra*[f1_0;f2_0];
vi = vi_0 + (M(1,1) + M(2,1))/l;
vf = vf_0 - (M(1,1) + M(2,1))/l;
if i == 1
    vetor_de_forcas(i) = vf;
    Vetor_de_momentos(i) = M(2,1);
else
    vetor_de_forcas(i - 1) = vetor_de_forcas(i - 1) + vi;
    vetor_de_forcas(i) = vf;
    Vetor_de_momentos(i - 1) = Vetor_de_momentos(i - 1) + M(1,1);
    Vetor_de_momentos(i) = M(2,1);
end
pt = pt - p_elemento;%Peso na base do próximo elemento.
if i == numero_de_segmentos %Adição da contribuição da nacele à matriz
de massa.
    matriz_de_massa_eixo_local(5,5) = matriz_de_massa_eixo_local(5,5) +
massa_nacele;
    matriz_de_massa_eixo_local(6,6) = matriz_de_massa_eixo_local(6,6) +
massa_nacele;
    matriz_de_massa_eixo_local(7,7) = matriz_de_massa_eixo_local(7,7) +
ineracia_nacele_z;
    matriz_de_massa_eixo_local(8,8) = matriz_de_massa_eixo_local(8,8) +
ineracia_nacele_x;
end
matriz_de_rigidez_eixo_local = matriz_de_rigidez_eixo_local -
matriz_geometrica;%Cálculo da matriz tangencial.
vetor_de_espalhamento = [4*i-3,4*i-2,4*i-
1,4*i,4*i+1,4*i+2,4*i+3,4*i+4];%Vetor de espalhamento do elemento.
for j = 1 : 8 %Adição do elemento às matrizes de rigidez e massa
    for w = 1 : 8

Matriz_de_rigidez_global(vetor_de_espalhamento(j),vetor_de_espalhamento(w))
=
Matriz_de_rigidez_global(vetor_de_espalhamento(j),vetor_de_espalhamento(w))
+ matriz_de_rigidez_eixo_local(j,w);

Matriz_de_massa_global(vetor_de_espalhamento(j),vetor_de_espalhamento(w)) =
Matriz_de_massa_global(vetor_de_espalhamento(j),vetor_de_espalhamento(w)) +
matriz_de_massa_eixo_local(j,w);
    end
end
end
vetor_de_forcas(numero_de_segmentos) =
vetor_de_forcas(numero_de_segmentos) + p_c_d*carga_horizontal_topo;
Vetor_de_momentos =
[zeros(1,numero_de_segmentos),Vetor_de_momentos,zeros(1,numero_de_segmentos
)];
%Adição das condições de contorno
for i = 1 : 4*(numero_de_segmentos + 1)
    Matriz_de_rigidez_global(1,i) = 0;
    Matriz_de_rigidez_global(2,i) = 0;
    Matriz_de_rigidez_global(3,i) = 0;
    Matriz_de_rigidez_global(4,i) = 0;
    Matriz_de_rigidez_global(i,1) = 0;
    Matriz_de_rigidez_global(i,2) = 0;
    Matriz_de_rigidez_global(i,3) = 0;
    Matriz_de_rigidez_global(i,4) = 0;
end

```

```

    Matriz_de_massa_global(1,i) = 0;
    Matriz_de_massa_global(2,i) = 0;
    Matriz_de_massa_global(3,i) = 0;
    Matriz_de_massa_global(4,i) = 0;
    Matriz_de_massa_global(i,1) = 0;
    Matriz_de_massa_global(i,2) = 0;
    Matriz_de_massa_global(i,3) = 0;
    Matriz_de_massa_global(i,4) = 0;
end
Matriz_de_rigidez_global(1,1) = 1;
Matriz_de_rigidez_global(2,2) = 1;
Matriz_de_rigidez_global(3,3) = 1;
Matriz_de_rigidez_global(4,4) = 1;
Matriz_de_massa_global(1,1) = 1;
Matriz_de_massa_global(2,2) = 1;
Matriz_de_massa_global(3,3) = 1;
Matriz_de_massa_global(4,4) = 1;
Matriz_de_massa_global = 1.05*Matriz_de_massa_global;%Consideração da massa
da torre.
%Extração do primeiro ponto da discretização (engaste)
Matriz_de_massa_global =
Matriz_de_massa_global(5:4*(numero_de_segmentos+1),5:4*(numero_de_segmentos
+1));
Matriz_de_rigidez_global =
Matriz_de_rigidez_global(5:4*(numero_de_segmentos+1),5:4*(numero_de_segment
os+1));
%Cálculo dos autovetores e autovalores da matriz de massa
[Matriz_de_auto_versores_massa,Matriz_de_autovalores_massa] =
eig(Matriz_de_massa_global);
%Cálculo da matriz dinâmica inversa
Matriz_dinamica_inversa = (Matriz_de_autovalores_massa^(-
1/2))*Matriz_de_auto_versores_massa*Matriz_de_rigidez_global*Matriz_de_aut
o_versores_massa*(Matriz_de_autovalores_massa^(-1/2));
%Cálculo dos autovetores e autovalores da matriz dinâmica inversa
[Auto_versores_DI,frequencias_angulares] = eig(Matriz_dinamica_inversa);
%Cálculo da matriz de amortecimento
q = sqrt(sort(eig(Matriz_dinamica_inversa)));
h = 2*inv([1/q(1),q(1);1/q(5),q(5)])*[0.8/100;0.8/100];
Matriz_de_amortecimento_geral =
h(1,1)*Matriz_de_massa_global+h(2,1)*Matriz_de_rigidez_global;
%Cálculo das frequências
for i = 1 : 4*(numero_de_segmentos + 1) - 4
    frequencias(i) = sqrt(frequencias_angulares(i,i))/(2*pi);
end
Numero_de_modos = 6;
max = 0;
%Procura da maior frequência e sua respectiva posição no vetor de
frequências.
for i = 1 : 4*(numero_de_segmentos + 1) - 4
    if frequencias(i) > max
        max = frequencias(i);
        posicao_max = i;
    end
end
%Procura da menor frequência e sua respectiva posição no vetor de
frequências.
Menores(1) = max;
Posicao_menores(1) = posicao_max;
for i = 1 : 4*(numero_de_segmentos + 1) - 4
    if frequencias(i) < Menores(1)

```

```

    Menores(1) = frequencias(i);
    Posicao_menores(1) = i;
end
end
%Procura das Numero_de_modos - 1 menores frequências e suas posições.
for i = 2 : Numero_de_modos
    Menores(i) = max;
    Posicao_menores(i) = posicao_max;
    for j = 1 : 4*(numero_de_segmentos + 1) - 4
        if frequencias(j) > Menores(i-1) & frequencias(j) < Menores(i)
            Menores(i) = frequencias(j);
            Posicao_menores(i) = j;
        end
    end
end
end
fprintf('As menores frequências da torre com todos os graus de liberdade
são:')
Menores'
%Cálculo dos modos no referencial original
for i = 1 : Numero_de_modos
    matriz(:,i) =
    Matriz_de_auto_versores_massa*(Matriz_de_autovalores_massa^(-
1/2))*Auto_versores_DI(:,Posicao_menores(i));
end
fprintf('Os deslocamentos dos modos nas respectivas frequências são:')
matriz
%Cálculo dos deslocamentos dos modos por tipo
for i = 1 : numero_de_segmentos
    plotagem(i) = i*1;
    for j = 1 : Numero_de_modos
        matriz_plotagem_transversal(i,j) = matriz(4*i-2,j);
        matriz_plotagem_torcaao(i,j) = matriz(4*i,j);
        matriz_plotagem_axial(i,j) = matriz(4*i-3,j);
        matriz_plotagem_rotacao(i,j) = matriz(4*i-1,j);
    end
end
end
matriz_plotagem_transversal;
%Dados para plotagem
plotagem = [0,plotagem];
matriz_plotagem_transversal =
[zeros(1,Numero_de_modos);matriz_plotagem_transversal];
matriz_plotagem_torcaao = [zeros(1,Numero_de_modos);matriz_plotagem_torcaao];
matriz_plotagem_axial = [zeros(1,Numero_de_modos);matriz_plotagem_axial];
matriz_plotagem_rotacao =
[zeros(1,Numero_de_modos);matriz_plotagem_rotacao];
%Plotagem dos modos
figure(1)
plot(-matriz_plotagem_transversal(:,1),plotagem',-
matriz_plotagem_transversal(:,2),plotagem',-
matriz_plotagem_transversal(:,3),plotagem',-
matriz_plotagem_transversal(:,4),plotagem',-
matriz_plotagem_transversal(:,5),plotagem',-
matriz_plotagem_transversal(:,6),plotagem', '--')
ylabel('Cota (m)')
legend('Modo 1', 'Modo 2', 'Modo 3', 'Modo 4', 'Modo 5', 'Modo 6')
grid
figure(2)
plot(matriz_plotagem_torcaao,plotagem')
ylabel('Cota (m)')
legend('Modo 1', 'Modo 2', 'Modo 3', 'Modo 4', 'Modo 5', 'Modo 6')
grid

```

```

figure(3)
plot(matriz_plotagem_axial,plotagem')
ylabel('Cota (m)')
legend('Modo 1','Modo 2','Modo 3','Modo 4','Modo 5','Modo 6')
grid
figure(4)
plot(matriz_plotagem_rotacao,plotagem')
title('Deslocamentos rotacionais no plano de flexão da torre dos seis
primeiros modos de vibração (analisado com todos os graus de liberdade)')
ylabel('Cota (m)')
legend('Modo 1','Modo 2','Modo 3','Modo 4','Modo 5','Modo 6')
grid
%Cálculo da matriz ponderada
Matriz_ponderada = (Matriz_de_autovalores_massa^(-1/2))*Auto_versores_DI;
Matriz_ponderada_barra = Matriz_de_auto_versores_massa*Matriz_ponderada;
%Cálculo da matriz ponderada normalizada
for i = 1 : 4*(numero_de_segmentos + 1) - 4
    soma = 0;
    for j = 1 : 4*(numero_de_segmentos + 1) - 4
        soma = soma + Matriz_ponderada_barra(j,i)^2;
    end
    soma = sqrt(soma);
    for j = 1 : 4*(numero_de_segmentos + 1) - 4
        Matriz_ponderada_zero(j,i) = Matriz_ponderada_barra(j,i)/soma;
    end
end
%Cálculo das matrizes de massa e rigidez nodais
Matriz_massa_nodal =
Matriz_ponderada_zero'*Matriz_de_massa_global*Matriz_ponderada_zero;
Matriz_rigidez_nodal =
Matriz_ponderada_zero'*Matriz_de_rigidez_global*Matriz_ponderada_zero;
Matriz_de_massa_global_TMD =
[Matriz_de_massa_global,zeros(4*numero_de_segmentos,1);zeros(1,4*numero_de_
segmentos+1)];
Matriz_de_rigidez_global_TMD =
[Matriz_de_rigidez_global,zeros(4*numero_de_segmentos,1);zeros(1,4*numero_d
e_segmentos+1)];
Matriz_de_massa_global_TMD(4*numero_de_segmentos+1,4*numero_de_segmentos+1)
= 1.05*Massa_do_absorvedor;
Matriz_de_rigidez_global_TMD(4*numero_de_segmentos+1,4*numero_de_segmentos+
1) = Rigidez_do_absorvedor;
Matriz_de_rigidez_global_TMD(4*numero_de_segmentos-
2,4*numero_de_segmentos+1) = -Rigidez_do_absorvedor;
Matriz_de_rigidez_global_TMD(4*numero_de_segmentos+1,4*numero_de_segmentos-
2) = -Rigidez_do_absorvedor;
Matriz_de_rigidez_global_TMD(4*numero_de_segmentos-2,4*numero_de_segmentos-
2) = Matriz_de_rigidez_global_TMD(4*numero_de_segmentos-
2,4*numero_de_segmentos-2) + Rigidez_do_absorvedor;
%Cálculo dos autovetores e autovalores da matriz de massa com TMD
[Matriz_de_auto_versores_massa_TMD,Matriz_de_autovalores_massa_TMD] =
eig(Matriz_de_massa_global_TMD);
%Cálculo da matriz dinâmica inversa com TMD
Matriz_dinamica_inversa_TMD = (Matriz_de_autovalores_massa_TMD^(-
1/2))*Matriz_de_auto_versores_massa_TMD'*Matriz_de_rigidez_global_TMD*Matr
iz_de_auto_versores_massa_TMD*(Matriz_de_autovalores_massa_TMD^(-1/2));
%Cálculo dos autovetores e autovalores da matriz dinâmica inversa com TMD
[autovetores_DI_TMD, frequencias_angulares_TMD] =
eig(Matriz_dinamica_inversa_TMD);
frequencias_angulares_TMD = eig(Matriz_dinamica_inversa_TMD)
fprintf('As menores frequências da torre com todos os graus de liberdade e
com o TMD são:')

```

```

[frequencias_angulares_TMD,ordem_TMD] = sort(frequencias_angulares_TMD);
frequencias_angulares_TMD = sqrt(frequencias_angulares_TMD)/(2*pi)
for i = 1 : Numero_de_modos
    matriz_TMD(:,i) =
Matriz_de_auto_versores_massa_TMD*(Matriz_de_autovalores_massa_TMD^(-
1/2))*autovetores_DI_TMD(:,ordem_TMD(i));
end
matriz_TMD
for i = 1 : numero_de_segmentos
    for j = 1 : Numero_de_modos
        matriz_plotagem_transversal_TMD(i,j) = matriz_TMD(4*i-2,j);
    end
end
figure(5)
plot([zeros(1,Numero_de_modos);matriz_plotagem_transversal_TMD],plotagem')
ylabel('Cota (m)')
legend('Modo 1','Modo 2','Modo 3','Modo 4','Modo 5','Modo 6')
grid
%Cálculo das matrizes de massa e rigidez para os graus de liberdades
transversais
for i = 1 : numero_de_segmentos
    v1(i) = 4*i-3;
    v2(i) = 4*i-1;
    v3(i) = 4*i;
    v4(i) = 4*i-2;
end
v = [v1,v2,v3,v4];
for i = 1 : 4*(numero_de_segmentos + 1) - 4
    for j = 1 : 4*(numero_de_segmentos + 1) - 4
        matriz_particionada_massa(i,j) =
Matriz_de_massa_global(v(i),v(j));
        matriz_particionada_rigidez(i,j) =
Matriz_de_rigidez_global(v(i),v(j));
    end
end
%Submatrizes do sistema particionado
M_uu =
matriz_particionada_massa(3*numero_de_segmentos+1:4*numero_de_segmentos,3*n
umero_de_segmentos+1:4*numero_de_segmentos);
K_uu =
matriz_particionada_rigidez(3*numero_de_segmentos+1:4*numero_de_segmentos,3
*numero_de_segmentos+1:4*numero_de_segmentos);
K_delta_u =
matriz_particionada_rigidez(1:3*numero_de_segmentos,3*numero_de_segmentos+1
:4*numero_de_segmentos);
K_u_delta =
matriz_particionada_rigidez(3*numero_de_segmentos+1:4*numero_de_segmentos,1
:3*numero_de_segmentos);
K_delta_delta =
matriz_particionada_rigidez(1:3*numero_de_segmentos,1:3*numero_de_segmentos
);
%Matriz de rigidez para os deslocamentos transversais
K_u = K_uu - K_u_delta*(inv(K_delta_delta))*K_delta_u;
vetor_de_forcas_u = vetor_de_forcas' -
K_u_delta*(inv(K_delta_delta))*(Vetor_de_momentos');
vetor_de_forcas_u_TMD = [vetor_de_forcas_u;0];
%Frequências para os graus transversais
[autovetores_M_uu,autovalores_M_uu] = eig(M_uu);
Dinamica_inversa_K_u = (autovalores_M_uu^(-
1/2))* (autovetores_M_uu') *K_u*autovetores_M_uu*(autovalores_M_uu^(-1/2));

```

```

[autovetores_Dinamica_inversa_K_u,autovalores_Dinamica_inversa_K_u] =
eig(Dinamica_inversa_K_u);
autovalores_Dinamica_inversa_K_u = eig(Dinamica_inversa_K_u);
[autovalores_Dinamica_inversa_K_u_ordenado,I] =
sort(autovalores_Dinamica_inversa_K_u);
autovetores_Dinamica_inversa_K_u_ordenada =
autovetores_Dinamica_inversa_K_u;
for i = 1 : numero_de_segmentos
    autovetores_Dinamica_inversa_K_u_ordenada(:,i) =
autovetores_Dinamica_inversa_K_u(:,I(i));
end
autovalores_Dinamica_inversa_K_u_ordenado =
sqrt(autovalores_Dinamica_inversa_K_u_ordenado);
E_0 = 0.8/100;
a =
2*inv([1/autovalores_Dinamica_inversa_K_u_ordenado(1),autovalores_Dinamica_inversa_K_u_ordenado(1);1/autovalores_Dinamica_inversa_K_u_ordenado(5),autovalores_Dinamica_inversa_K_u_ordenado(5)])*[E_0;E_0];%Coeficientes para o cálculo da matriz de amortecimento.
Matriz_de_amortecimento_transversal = a(1,1)*M_uu+a(2,1)*K_u;
Matriz_de_amortecimento_transversal_q =
autovetores_Dinamica_inversa_K_u_ordenada'*(autovalores_M_uu^(-1/2))*autovetores_M_uu'*Matriz_de_amortecimento_transversal*autovetores_M_uu*(autovalores_M_uu^(-1/2))*autovetores_Dinamica_inversa_K_u_ordenada;
%Razão de amortecimento
for i = 1 : numero_de_segmentos
    razao_de_amortecimento(i) =
Matriz_de_amortecimento_transversal_q(i,i)/(2*autovalores_Dinamica_inversa_K_u_ordenado(i));
end
Matriz_ponderada_barra_u = autovetores_M_uu*(autovalores_M_uu^(-1/2))*autovetores_Dinamica_inversa_K_u_ordenada;
%Cálculo da matriz ponderada normalizada
for i = 1 : numero_de_segmentos
    soma = 0;
    for j = 1 : numero_de_segmentos
        soma = soma + Matriz_ponderada_barra_u(j,i)^2;
    end
    soma = sqrt(soma);
    for j = 1 : numero_de_segmentos
        Matriz_ponderada_zero_u(j,i) = Matriz_ponderada_barra_u(j,i)/soma;
    end
end
M_uu_modal = Matriz_ponderada_zero_u'*M_uu*Matriz_ponderada_zero_u;
K_u_modal = Matriz_ponderada_zero_u'*K_u*Matriz_ponderada_zero_u;
Matriz_de_amortecimento_transversal_modal =
Matriz_ponderada_zero_u'*Matriz_de_amortecimento_transversal*Matriz_ponderada_zero_u;
massa_primeiro_modos =
Matriz_ponderada_zero_u(:,1)'*M_uu*Matriz_ponderada_zero_u(:,1)
amortecimento_primeiro_modos =
Matriz_ponderada_zero_u(:,1)'*Matriz_de_amortecimento_transversal*Matriz_ponderada_zero_u(:,1);
rigidez_primeiro_modos =
Matriz_ponderada_zero_u(:,1)'*K_u*Matriz_ponderada_zero_u(:,1)
Razao = 0.2;%Razão entre a massa do absorvedor e a massa da estrutura.
Massa_do_absorvedor = Razao*Massa_total_da_estrutura;%Massa do absorvedor de vibração (kg).
razao_primeiro_modos = Massa_do_absorvedor/massa_primeiro_modos
f_primeiro_modos = 1/(1 + razao_primeiro_modos)

```

```

Rigidez_do_absorvedor =
f_primeiro_mod0^2*rigidez_primeiro_mod0*razao_primeiro_mod0
razao_entre_amortecimentos =
sqrt(3*razao_primeiro_mod0/(8*(1+razao_primeiro_mod0)^3));
amortecimento_critico =
2*Massa_do_absorvedor*autovalores_Dinamica_inversa_K_u_ordenado(1);
Amortecimento_do_absorvedor =
razao_entre_amortecimentos*amortecimento_critico
%Matriz de rigidez com a introdução do TMD
K_u_TMD =
[K_u,zeros(numero_de_segmentos,1);zeros(1,numero_de_segmentos+1)];
K_u_TMD(numero_de_segmentos+1,numero_de_segmentos+1) =
Rigidez_do_absorvedor;
K_u_TMD(numero_de_segmentos+1,numero_de_segmentos) = -
Rigidez_do_absorvedor;
K_u_TMD(numero_de_segmentos,numero_de_segmentos+1) = -
Rigidez_do_absorvedor;
K_u_TMD(numero_de_segmentos,numero_de_segmentos) =
K_u_TMD(numero_de_segmentos,numero_de_segmentos) + Rigidez_do_absorvedor;
%Matriz de massa com a introdução do TMD
M_uu_TMD =
[M_uu,zeros(numero_de_segmentos,1);zeros(1,numero_de_segmentos+1)];
M_uu_TMD(numero_de_segmentos+1,numero_de_segmentos+1) =
1.05*Massa_do_absorvedor;
%Frequências para os graus transversais com o TMD
[autovetores_M_uu_TMD,autovalores_M_uu_TMD] = eig(M_uu_TMD);
Dinamica_inversa_K_u_TMD = (autovalores_M_uu_TMD^(-
1/2))* (autovetores_M_uu_TMD') *K_u_TMD*autovetores_M_uu_TMD*(autovalores_M_u
u_TMD^(-1/2));
[autovetores_Dinamica_inversa_K_u_TMD,autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD]
= eig(Dinamica_inversa_K_u_TMD);
autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD = eig(Dinamica_inversa_K_u_TMD);
[autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenado,I_TMD] =
sort(autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD);
for i = 1 : numero_de_segmentos+1
    autovetores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenada(:,i) =
autovetores_Dinamica_inversa_K_u_TMD(:,I_TMD(i));
end
autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenado =
sqrt(autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenado);
E_0_TMD =
Amortecimento_do_absorvedor/(2*autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenad
o(1)*Massa_do_absorvedor);
E_4_TMD = 0.0095;
a_TMD =
2*inv([1/autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenado(1),autovalores_Dinam
ica_inversa_K_u_TMD_ordenado(1);1/autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_orde
nado(5),autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenado(5)])*[E_0_TMD;E_4_TMD
];
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD =
a_TMD(1,1)*M_uu_TMD+a_TMD(2,1)*K_u_TMD;
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD_q =
autovetores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenada'*(autovalores_M_uu_TMD^(-
1/2))*autovetores_M_uu_TMD'*Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD*autovet
ores_M_uu_TMD*(autovalores_M_uu_TMD^(-
1/2))*autovetores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenada;
%Razão de amortecimento com TMD
for i = 1 : numero_de_segmentos+1
    razao_de_amortecimento_TMD(i) =
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD_q(i,i)/(2*autovalores_Dinamica_inve
rsa_K_u_TMD_ordenado(i));

```

```

end
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD_real =
[Matriz_de_amortecimento_transversal, zeros(numero_de_segmentos,1); zeros(1, numero_de_segmentos+1)];
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD_real(numero_de_segmentos+1, numero_de_segmentos+1) = Amortecimento_do_absorvedor;
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD_real(numero_de_segmentos, numero_de_segmentos+1) = -Amortecimento_do_absorvedor;
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD_real(numero_de_segmentos+1, numero_de_segmentos) = -Amortecimento_do_absorvedor;
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD_real(numero_de_segmentos, numero_de_segmentos) =
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD_real(numero_de_segmentos, numero_de_segmentos) + Amortecimento_do_absorvedor;
Numero_de_modos_particionado = 5;
fprintf('As menores frequências angulares da torre somente com os graus de liberdade transversais são:')
autovalores_Dinamica_inversa_K_u_ordenado
%Cálculo dos modos no referencial original
for i = 1 : Numero_de_modos_particionado
    ma(:,i) = autovetores_M_uu*(autovalores_M_uu^(-1/2))*autovetores_Dinamica_inversa_K_u_ordenada(:,i);
end
fprintf('Os deslocamentos dos modos nas respectivas frequências são:')
ma = [zeros(1,Numero_de_modos_particionado);ma]
fprintf('As menores frequências angulares da torre somente com os graus de liberdade e com a introdução do TMD são:')
autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenado
for i = 1 : Numero_de_modos_particionado
    ma_TMD(:,i) = autovetores_M_uu_TMD*(autovalores_M_uu_TMD^(-1/2))*autovetores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenada(:,i);
end
fprintf('Os deslocamentos dos modos nas respectivas frequências são:')
ma_TMD =
[zeros(1,Numero_de_modos_particionado);ma_TMD(1:numero_de_segmentos,:)]
figure(6)
plot(ma,plotagem)
ylabel('Cota (m)')
legend('Modo 1','Modo 2','Modo 3','Modo 4')
grid
figure(7)
plot(ma_TMD,plotagem)
ylabel('Cota (m)')
legend('Modo 1','Modo 2','Modo 3','Modo 4','Modo 5')
grid
figure(8)
plot(autovalores_Dinamica_inversa_K_u_ordenado,razao_de_amortecimento)
title('Razão de amortecimento')
ylabel('Razão de amortecimento')
xlabel('w (rad/s)')
grid
figure(9)
hold on
plot(autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenado,razao_de_amortecimento_TMD)
plot(autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenado,razao_de_amortecimento_TMD,'or')
hold off
title('Razão de amortecimento com o TMD')
ylabel('Razão de amortecimento')
xlabel('w (rad/s)')

```

```

legend('Razão de amortecimento com o TMD')
grid
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD_real;
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD
Matriz_de_estados = [zeros(numero_de_segmentos),eye(numero_de_segmentos);-
inv(M_uu)*K_u,-inv(M_uu)*Matriz_de_amortecimento_transversal];
Matriz_de_entradas =
[zeros(numero_de_segmentos);inv(M_uu)*eye(numero_de_segmentos)];
Matriz_de_estados_TMD =
[zeros(numero_de_segmentos+1),eye(numero_de_segmentos+1);-
inv(M_uu_TMD)*K_u_TMD,-
inv(M_uu_TMD)*Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD];
Matriz_de_entradas_TMD =
[zeros(numero_de_segmentos+1);inv(M_uu_TMD)*eye(numero_de_segmentos+1)];
[autovetores_matriz_de_estados,autovalores_matriz_de_estados] =
eig(Matriz_de_estados);
[autovetores_matriz_de_estados_TMD,autovalores_matriz_de_estados_TMD] =
eig(Matriz_de_estados_TMD);
Matriz_de_estados_diagonalizada =
inv(autovetores_matriz_de_estados)*Matriz_de_estados*autovetores_matriz_de_
estados;
Matriz_de_estados_TMD_diagonalizada =
inv(autovetores_matriz_de_estados_TMD)*Matriz_de_estados_TMD*autovetores_ma
trix_de_estados_TMD;
Matriz_de_entradas_transformada =
inv(autovetores_matriz_de_estados)*Matriz_de_entradas;
Matriz_de_entradas_TMD_transformada =
inv(autovetores_matriz_de_estados_TMD)*Matriz_de_entradas_TMD;
forças_transformada = Matriz_de_entradas_transformada*vetor_de_forças_u;
forças_transformada_TMD =
Matriz_de_entradas_TMD_transformada*vetor_de_forças_u_TMD;
x_t0 = zeros(2*numero_de_segmentos,1);
x_t0_TMD = zeros(2*(numero_de_segmentos+1),1);
x_t0_z = inv(autovetores_matriz_de_estados)*x_t0;
x_t0_TMD_z = inv(autovetores_matriz_de_estados_TMD)*x_t0_TMD;
t0 = 0;
for i = 1 : numero_de_segmentos
    w(i) = autovalores_Dinamica_inversa_K_u_ordenado(1);
end
for i = 1 : 2*numero_de_segmentos
    y = autovalores_matriz_de_estados(i,i);
    c(i) = 0;
    for j = 1 : numero_de_segmentos
        c(i) = c(i) + forças_transformada(i,1)*(-w(j)*cos(w(j)*t0) -
y*sin(w(j)*t0))/(w(j)^2+y^2);
    end
    c(i) = exp(-y*t0)*(x_t0_z(i,1) - c(i));
end
for i = 1 : numero_de_segmentos
    w_TMD(i) = autovalores_Dinamica_inversa_K_u_ordenado(1);
end
w_TMD = [w_TMD,0];
for i = 1 : 2*(numero_de_segmentos+1)
    y = autovalores_matriz_de_estados_TMD(i,i);
    c_TMD(i) = 0;
    for j = 1 : numero_de_segmentos + 1
        c_TMD(i) = c_TMD(i) + forças_transformada_TMD(i,1)*(-
w_TMD(j)*cos(w_TMD(j)*t0) - y*sin(w_TMD(j)*t0))/(w_TMD(j)^2+y^2);
    end
    c_TMD(i) = exp(-y*t0)*(x_t0_TMD_z(i,1) - c_TMD(i));
end
end

```

```

Delta_t = 0.1;
T = 100;
tf = 5;
for i = 1 : T/Delta_t
    for j = 1 : 2*(numero_de_segmentos)
        b = 0;
        for k = 1 : 2*(numero_de_segmentos)
            a = 0;
            y = autovalores_matriz_de_estados(k,k);
            for h = 1 : numero_de_segmentos
                a = a + exp(-y*Delta_t*(i-1))*forcas_transformada(k,1)*(-
w(h)*cos(w(h)*Delta_t*(i-1)) - y*sin(w(h)*Delta_t*(i-1)))/(w(h)^2+y^2);
            end
            b = b + autovetores_matriz_de_estados(j,k)*exp(y*Delta_t*(i-
1))*(a+c(k))/numero_de_segmentos;
        end
        Deslocamentos(i,j) = b;
    end
    tempo(i) = Delta_t*(i-1);
end
figure(10)
plot(tempo,real(Deslocamentos(:,numero_de_segmentos)))
ylabel('Deslocamento (m)')
xlabel('Tempo (s)')
grid
axis([0,100,-8,8])
figure(11)
plot(tempo,real(Deslocamentos(:,2*numero_de_segmentos)))
ylabel('Velocidade (m/s)')
xlabel('Tempo (s)')
grid
Deslocamentos_transiente = Deslocamentos(1:tf/Delta_t+1,:);
x_t0 = Deslocamentos_transiente(tf/Delta_t+1,:);
x_t0_z = inv(autovetores_matriz_de_estados)*x_t0;
for i = 1 : 2*numero_de_segmentos
    y = autovalores_matriz_de_estados(i,i);
    c(i) = exp(-y*t0)*(x_t0_z(i,1));
end
for i = tf/Delta_t+2 : T/Delta_t
    for j = 1 : 2*(numero_de_segmentos)
        b = 0;
        for k = 1 : 2*(numero_de_segmentos)

            a = 0;
            y = autovalores_matriz_de_estados(k,k);

            b = b + autovetores_matriz_de_estados(j,k)*exp(y*Delta_t*(i-
tf/Delta_t-2))*(a+c(k));
        end
        Deslocamentos_transiente(i,j) = b;
    end
end
for i = 1 : T/Delta_t
    for j = 1 : 2*(numero_de_segmentos+1)
        b = 0;
        for k = 1 : 2*(numero_de_segmentos+1)
            a = 0;
            y = autovalores_matriz_de_estados_TMD(k,k);
            for w = 1 : numero_de_segmentos+1

```

```

        a = a + exp(-y*Delta_t*(i-
1))*forças_transformada_TMD(k,1)*(-w_TMD(w)*cos(w_TMD(w)*Delta_t*(i-1)) -
y*sin(w_TMD(w)*Delta_t*(i-1)))/(w_TMD(w)^2+y^2);
    end
    b = b +
autovetores_matriz_de_estados_TMD(j,k)*exp(y*Delta_t*(i-
1))*(a+c_TMD(k))/numero_de_segmentos;
    end
    Deslocamentos_TMD(i,j) = b;
end
end
Deslocamentos_transiente_TMD = Deslocamentos_TMD(1:tf/Delta_t+1,:);
x_t0_TMD = Deslocamentos_transiente_TMD(tf/Delta_t+1,:);
x_t0_TMD_z = inv(autovetores_matriz_de_estados_TMD)*x_t0_TMD;
for i = 1 : 2*(numero_de_segmentos+1)

    y = autovalores_matriz_de_estados_TMD(i,i);

    c_TMD(i) = exp(-y*t0)*(x_t0_TMD_z(i,1));
end
for i = tf/Delta_t+2 : T/Delta_t
    for j = 1 : 2*(numero_de_segmentos+1)
        b = 0;
        for k = 1 : 2*(numero_de_segmentos+1)
            a = 0;
            y = autovalores_matriz_de_estados_TMD(k,k);
            b = b +
autovetores_matriz_de_estados_TMD(j,k)*exp(y*Delta_t*(i-tf/Delta_t-
2))*(a+c_TMD(k));
        end
        Deslocamentos_transiente_TMD(i,j) = b;
    end
end
soma = 0;
soma_TMD = 0;
soma_TMD2 = 0;
for i = 1 : T/Delta_t
    soma = soma + Deslocamentos(i,numero_de_segmentos)^2;
    soma_TMD = soma_TMD + Deslocamentos_TMD(i,numero_de_segmentos)^2;
    soma_TMD2 = soma_TMD2 + Deslocamentos_TMD(i,numero_de_segmentos+1)^2;
end
maximo = sort(real(Deslocamentos(:,numero_de_segmentos)'));
maximo = maximo(T/Delta_t)
soma = sqrt(soma/(T/Delta_t))
maximo_TMD = sort(real(Deslocamentos_TMD(:,numero_de_segmentos)'));
maximo_TMD = maximo_TMD(T/Delta_t)
soma_TMD = sqrt(soma_TMD/(T/Delta_t))
soma_TMD2 = sqrt(soma_TMD2/(T/Delta_t))
soma_TMD/soma
soma_TMD2/soma_TMD
soma_transiente = 0;
soma_TMD_transiente = 0;
for i = 1 : T/Delta_t
    soma_transiente = soma_transiente +
Deslocamentos_transiente(i,numero_de_segmentos)^2;
    soma_TMD_transiente = soma_TMD_transiente +
Deslocamentos_transiente_TMD(i,numero_de_segmentos)^2;
end
maximo_transiente =
sort(real(Deslocamentos_transiente(:,numero_de_segmentos)'));
maximo_transiente = maximo_transiente(T/Delta_t)

```

```

soma_transiente = sqrt(soma_transiente/(T/Delta_t))
maximo_TMD_transiente =
sort(real(Deslocamentos_transiente_TMD(:,numero_de_segmentos)));
maximo_TMD_transiente = maximo_TMD_transiente(T/Delta_t)
soma_TMD_transiente = sqrt(soma_TMD_transiente/(20/Delta_t))
figure(12)
plot(tempo,real(Deslocamentos_TMD(:,numero_de_segmentos)))
ylabel('Deslocamento (m)')
xlabel('Tempo (s)')
grid
figure(13)
plot(tempo,real(Deslocamentos_TMD(:,2*numero_de_segmentos)))
ylabel('Velocidade (m/s)')
xlabel('Tempo (s)')
axis([0,100,-.5,.5])
grid
figure(14)
plot(tempo,real(Deslocamentos_TMD(:,numero_de_segmentos)),tempo,real(Deslocamentos(:,numero_de_segmentos)))
ylabel('Deslocamento (m)')
xlabel('Tempo (s)')
legend('Deslocamento com absorvedor','Deslocamento sem absorvedor')
axis([0,50,-6,6])
grid
figure(15)
plot(tempo,real(Deslocamentos_TMD(:,numero_de_segmentos+1)))
ylabel('Deslocamento TMD (m)')
xlabel('Tempo (s)')
grid
figure(16)
plot(tempo,Deslocamentos_transiente(:,numero_de_segmentos))
ylabel('Deslocamento (m)')
xlabel('Tempo (s)')
grid
figure(17)
plot(tempo,Deslocamentos_transiente_TMD(:,numero_de_segmentos))
ylabel('Deslocamento (m)')
xlabel('Tempo (s)')
axis([0,75,-.3,.301])
grid
figure(18)
plot(tempo,Deslocamentos_transiente_TMD(:,numero_de_segmentos),tempo,Deslocamentos_transiente(:,numero_de_segmentos))
ylabel('Deslocamento (m)')
xlabel('Tempo (s)')
legend('Deslocamento com absorvedor','Deslocamento sem absorvedor')
axis([0,50,-0.6,0.601])
grid
figure(19)
plot(tempo,Deslocamentos_transiente_TMD(:,numero_de_segmentos+1))
ylabel('Deslocamento TMD (m)')
xlabel('Tempo (s)')
axis([0,25,-0.6,0.601])
grid
for i = 1 : T/Delta_t
    figure(19)
    plot([0,real(Deslocamentos(i,1:numero_de_segmentos))],plotagem)
    title('Comportamento da torre sem controle (ação atuante durante toda análise)')
    ylabel('Cota (m)')
    xlabel('Deslocamento (m)')

```

```

axis([-6,6,0,120])
drawnow
end
for i = 1 : T/Delta_t
figure(20)
plot([0,real(Deslocamentos_TMD(i,1:numero_de_segmentos))],plotagem)
title('Comportamento da torre com controle (ação atuante durante toda
análise)')
ylabel('Cota (m)')
xlabel('Deslocamento (m)')
axis([-1,1,0,120])
drawnow
end
%Estudo paramétrico da razão de massa do TMD
razao_inicial = 1/100;
delta_razao = 0.1/100;
razao_final = 20/100;
for contador = 1 : (razao_final-razao_inicial)/delta_razao
Razao = razao_inicial + delta_razao*(contador-1);%Razão entre a massa do
absorvedor e a massa da estrutura.
Massa_do_absorvedor = Razao*Massa_total_da_estrutura;%Massa do absorvedor
de vibração (kg).
razao_primeiro_mod0 = Massa_do_absorvedor/massa_primeiro_mod0;
f_primeiro_mod0 = 1/(1 + razao_primeiro_mod0);
Rigidez_do_absorvedor =
f_primeiro_mod0^2*rigidez_primeiro_mod0*razao_primeiro_mod0;
razao_entre_amortecimentos =
sqrt(3*razao_primeiro_mod0/(8*(1+razao_primeiro_mod0)^3));
amortecimento_critico =
2*Massa_do_absorvedor*autovalores_Dinamica_inversa_K_u_ordenado(1);
Amortecimento_do_absorvedor =
razao_entre_amortecimentos*amortecimento_critico;
%Matriz de rigidez com a introdução do TMD
K_u_TMD =
[K_u,zeros(numero_de_segmentos,1);zeros(1,numero_de_segmentos+1)];
K_u_TMD(numero_de_segmentos+1,numero_de_segmentos+1) =
Rigidez_do_absorvedor;
K_u_TMD(numero_de_segmentos+1,numero_de_segmentos) = -
Rigidez_do_absorvedor;
K_u_TMD(numero_de_segmentos,numero_de_segmentos+1) = -
Rigidez_do_absorvedor;
K_u_TMD(numero_de_segmentos,numero_de_segmentos) =
K_u_TMD(numero_de_segmentos,numero_de_segmentos) + Rigidez_do_absorvedor;
%Matriz de massa com a introdução do TMD
M_uu_TMD =
[M_uu,zeros(numero_de_segmentos,1);zeros(1,numero_de_segmentos+1)];
M_uu_TMD(numero_de_segmentos+1,numero_de_segmentos+1) =
1.05*Massa_do_absorvedor;
%Frequências para os graus transversais com o TMD
[autovetores_M_uu_TMD,autovalores_M_uu_TMD] = eig(M_uu_TMD);
Dinamica_inversa_K_u_TMD = (autovalores_M_uu_TMD^(-
1/2))*(autovetores_M_uu_TMD')*K_u_TMD*autovetores_M_uu_TMD*(autovalores_M_u
u_TMD^(-1/2));
[autovetores_Dinamica_inversa_K_u_TMD,autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD]
= eig(Dinamica_inversa_K_u_TMD);
autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD = eig(Dinamica_inversa_K_u_TMD);
[autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenado,I_TMD] =
sort(autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD);
for i = 1 : numero_de_segmentos+1
autovetores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenada(:,i) =
autovetores_Dinamica_inversa_K_u_TMD(:,I_TMD(i));

```

```

end
autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenado =
sqrt(autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenado);
E_0_TMD =
Amortecimento_do_absorvedor/(2*autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenado(1)*Massa_do_absorvedor);
E_4_TMD =
Amortecimento_do_absorvedor/(2*autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenado(5)*Massa_do_absorvedor);
a_TMD =
2*inv([1/autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenado(1),autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenado(1);1/autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenado(5),autovalores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenado(5)])*[E_0_TMD;E_4_TMD];
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD =
a_TMD(1,1)*M_uu_TMD+a_TMD(2,1)*K_u_TMD;
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD_q =
autovetores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenada'*(autovalores_M_uu_TMD^(-1/2))*autovetores_M_uu_TMD'*Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD*autovetores_M_uu_TMD*(autovalores_M_uu_TMD^(-1/2))*autovetores_Dinamica_inversa_K_u_TMD_ordenada;
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD_real =
[Matriz_de_amortecimento_transversal,zeros(numero_de_segmentos,1);zeros(1,numero_de_segmentos+1)];
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD_real(numero_de_segmentos+1,numero_de_segmentos+1) = Amortecimento_do_absorvedor;
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD_real(numero_de_segmentos,numero_de_segmentos+1) = -Amortecimento_do_absorvedor;
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD_real(numero_de_segmentos+1,numero_de_segmentos) = -Amortecimento_do_absorvedor;
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD_real(numero_de_segmentos,numero_de_segmentos) =
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD_real(numero_de_segmentos,numero_de_segmentos) + Amortecimento_do_absorvedor;
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD_real;
Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD;
Matriz_de_estados = [zeros(numero_de_segmentos),eye(numero_de_segmentos);-inv(M_uu)*K_u,-inv(M_uu)*Matriz_de_amortecimento_transversal];
Matriz_de_entradas =
[zeros(numero_de_segmentos);inv(M_uu)*eye(numero_de_segmentos)];
Matriz_de_estados_TMD =
[zeros(numero_de_segmentos+1),eye(numero_de_segmentos+1);-inv(M_uu_TMD)*K_u_TMD,-inv(M_uu_TMD)*Matriz_de_amortecimento_transversal_TMD];
Matriz_de_entradas_TMD =
[zeros(numero_de_segmentos+1);inv(M_uu_TMD)*eye(numero_de_segmentos+1)];
[autovetores_matriz_de_estados,autovalores_matriz_de_estados] =
eig(Matriz_de_estados);
[autovetores_matriz_de_estados_TMD,autovalores_matriz_de_estados_TMD] =
eig(Matriz_de_estados_TMD);
Matriz_de_estados_diagonalizada =
inv(autovetores_matriz_de_estados)*Matriz_de_estados*autovetores_matriz_de_estados;
Matriz_de_estados_TMD_diagonalizada =
inv(autovetores_matriz_de_estados_TMD)*Matriz_de_estados_TMD*autovetores_matriz_de_estados_TMD;
Matriz_de_entradas_transformada =
inv(autovetores_matriz_de_estados)*Matriz_de_entradas;
Matriz_de_entradas_TMD_transformada =
inv(autovetores_matriz_de_estados_TMD)*Matriz_de_entradas_TMD;
forcas_transformada = Matriz_de_entradas_transformada*vetor_de_forcas_u;

```

```

forcas_transformada_TMD =
Matriz_de_entradas_TMD_transformada*vetor_de_forcas_u_TMD;
x_t0 = zeros(2*numero_de_segmentos,1);
x_t0_TMD = zeros(2*(numero_de_segmentos+1),1);
x_t0_z = inv(autovalores_matriz_de_estados)*x_t0;
x_t0_TMD_z = inv(autovalores_matriz_de_estados_TMD)*x_t0_TMD;
for i = 1 : 2*(numero_de_segmentos+1)
    y = autovalores_matriz_de_estados_TMD(i,i);
    c_TMD(i) = 0;
    for j = 1 : numero_de_segmentos + 1
        c_TMD(i) = c_TMD(i) + forcas_transformada_TMD(i,1)*(-
w_TMD(j)*cos(w_TMD(j)*t0) - y*sin(w_TMD(j)*t0))/(w_TMD(j)^2+y^2);
    end
    c_TMD(i) = exp(-y*t0)*(x_t0_TMD_z(i,1) - c_TMD(i));
end
for i = 1 : T/Delta_t
    for j = 1 : 2*(numero_de_segmentos+1)
        b = 0;
        for k = 1 : 2*(numero_de_segmentos+1)
            a = 0;
            y = autovalores_matriz_de_estados_TMD(k,k);
            for w = 1 : numero_de_segmentos+1
                a = a + exp(-y*Delta_t*(i-
1))*forcas_transformada_TMD(k,1)*(-w_TMD(w)*cos(w_TMD(w)*Delta_t*(i-1)) -
y*sin(w_TMD(w)*Delta_t*(i-1)))/(w_TMD(w)^2+y^2);
            end
            b = b +
autovetores_matriz_de_estados_TMD(j,k)*exp(y*Delta_t*(i-
1))*(a+c_TMD(k))/numero_de_segmentos;
        end
        Deslocamentos_TMD(i,j) = b;
    end
end
grafico_f(contador) = f_primeiro_modos;
grafico_mi(contador) = razao_primeiro_modos;
grafico_rigidez(contador) = Rigidez_do_absorvedor;
grafico_amortecimento(contador) = Amortecimento_do_absorvedor;
soma_TMD = 0;
soma_TMD2 = 0;
for i = 1 : T/Delta_t
    soma_TMD = soma_TMD + Deslocamentos_TMD(i,numero_de_segmentos)^2;
    soma_TMD2 = soma_TMD2 + Deslocamentos_TMD(i,numero_de_segmentos+1)^2;
end
soma_TMD = sqrt(soma_TMD/(T/Delta_t));
soma_TMD2 = sqrt(soma_TMD2/(T/Delta_t));
grafico_razao_deslocamento(contador) = soma_TMD/soma;
grafico_razao_TMD(contador) = soma_TMD2/soma_TMD;
plotagem(contador) = Razao;
end
figure(21)
hold on
plot(plotagem,grafico_f,plotagem,grafico_mi)
hold off
xlabel('Razão das massas')
legend('Razão das frequências angulares','Razão das massas modais')
grid
figure(22)
plot(plotagem,grafico_rigidez)
title('Rigidez do absorvedor')
ylabel('Rigidez do absorvedor (N/m)')
xlabel('Razão das massas')

```

```

legend('Rigidez do absorvedor')
grid
figure(23)
plot(plotagem,grafico_amortecimento)
title('Amortecimento do absorvedor')
ylabel('Amortecimento do absorvedor (kg/s)')
xlabel('Razão de massas')
legend('Amortecimento do absorvedor')
grid
figure(24)
plot(plotagem,grafico_razao_deslocamento)
title('Razão entre os valores eficazes dos deslocamentos controlado e sem
controle do topo da torre')
ylabel('Desl. Contr/Desl. Sem Contr. (RMS)')
xlabel('Razão das massas')
grid
figure(25)
plot(plotagem,grafico_razao_TMD)
title('Razão entre os valores eficazes de deslocamentos do absorvedor e
deslocamento controlado do topo da torre')
ylabel('Desl. TMD/Desl. Topo Contr. (RMS)')
xlabel('Razão das massas')
grid

```

A.2) FUNÇÕES AUXILIARES

```

function k = rigidez(coeficiente_de_cisalhamento,E,G,es,l,di,df)
if di == df %Seção constante.
    A = pi*es*di;%Área da seção;
    I = pi*((di+es)^4-(di-es)^4)/64;%Inércia seção.
    J = 2*I;%Inércia polar de inércia.
    %Matriz de rigidez para seção constante
    k = [E*A/l,      0,      0,      0,      -E*A/l,      0,
0,      0 ;
        0,      12*E*I/l^3,      6*E*I/l^2,      0,      0,      -12*E*I/l^3,
6*E*I/l^2,      0 ;
        0,      6*E*I/l^2,      4*E*I/l,      0,      0,      -6*E*I/l^2,
2*E*I/l,      0 ;
        0,      0,      0,      0,      G*J/l,      0,      0,
0,      -G*J/l;
        -E*A/l,      0,      0,      0,      0,      E*A/l,      0,
0,      0 ;
        0,      -12*E*I/l^3,      -6*E*I/l^2,      0,      0,      12*E*I/l^3,      -
6*E*I/l^2,      0 ;
        0,      6*E*I/l^2,      2*E*I/l,      0,      0,      -6*E*I/l^2,
4*E*I/l,      0 ;
        0,      0,      0,      0,      -G*J/l,      0,      0,
0,      G*J/l];
else %Seção variável
    k1 = zeros(8);%Matriz de rigidez local 8x8 inicializada com zeros.
    %Coeficientes axiais
    k1(1,1) = pi*E*es*(di-df)/(l*log(di/df));
    k1(1,5) = -k1(1,1);
    k1(5,1) = k1(1,5);
    k1(5,5) = k1(1,1);
    %Coeficientes flexionais
    a = di;
    b = (di-df)/l;
    c = a^2+es^2;
    d = (a/(b*l^2)+b/a-2/l)/(b*c/a-a*b);

```

```

f = (1-d*c)/a;
e = (d*b^2-1/l^2)/b;
raiz = sqrt(4*b^2*c-4*a^2*b^2);
f11 = (8/(pi*E*es))*(d*(log(a-b*l) - log(a))/(-b) + 2*f*(atan((2*b^2*1-
2*a*b)/raiz)-atan(-2*a*b/raiz))/raiz + e*(log(b^2*1^2-
2*a*b*1+c)/(2*b^2)+2*a*b*atan((2*b^2*1-2*a*b)/raiz)/(b^2*raiz) -
log(c)/(2*b^2) - 2*a*b*atan((-2*a*b)/raiz)/(b^2*raiz))) +
coeficiente_de_cisalhamento*log(di/df)/(G*pi*es*1*(di-df));
d = (a/(b*l^2)-1/l)/(b*c/a-a*b);
f = -d*c/a;
e = (d*b^2-1/l^2)/b;
raiz = sqrt(4*b^2*c-4*a^2*b^2);
f12 = (8/(pi*E*es))*(d*(log(a-b*l) - log(a))/(-b) + 2*f*(atan((2*b^2*1-
2*a*b)/raiz)-atan(-2*a*b/raiz))/raiz + e*(log(b^2*1^2-
2*a*b*1+c)/(2*b^2)+2*a*b*atan((2*b^2*1-2*a*b)/raiz)/(b^2*raiz) -
log(c)/(2*b^2) - 2*a*b*atan((-2*a*b)/raiz)/(b^2*raiz))) +
coeficiente_de_cisalhamento*log(di/df)/(G*pi*es*1*(di-df));
d = (a/(b*l^2))/(b*c/a-a*b);
f = -d*c/a;
e = (d*b^2-1/l^2)/b;
raiz = sqrt(4*b^2*c-4*a^2*b^2);
f22 = (8/(pi*E*es))*(d*(log(a-b*l) - log(a))/(-b) + 2*f*(atan((2*b^2*1-
2*a*b)/raiz)-atan(-2*a*b/raiz))/raiz + e*(log(b^2*1^2-
2*a*b*1+c)/(2*b^2)+2*a*b*atan((2*b^2*1-2*a*b)/raiz)/(b^2*raiz) -
log(c)/(2*b^2) - 2*a*b*atan((-2*a*b)/raiz)/(b^2*raiz))) +
coeficiente_de_cisalhamento*log(di/df)/(G*pi*es*1*(di-df));
k1(3,3) = f22/(f11*f22-f12^2);
k1(7,3) = -f12/(f11*f22-f12^2);
k1(3,7) = k1(7,3);
k1(7,7) = f11/(f11*f22-f12^2);
k1(2,3) = (k1(3,3) + k1(7,3))/l;
k1(3,2) = k1(2,3);
k1(6,3) = -k1(2,3);
k1(3,6) = k1(6,3);
k1(2,7) = (k1(3,7)+k1(7,7))/l;
k1(7,2) = k1(2,7);
k1(6,7) = -k1(2,7);
k1(7,6) = k1(6,7);
k1(2,2) = (k1(2,3)+k1(2,7))/l;
k1(6,2) = -k1(2,2);
k1(2,6) = k1(6,2);
k1(6,6) = k1(2,2);
%coeficientes torcionais
d = b/(b*c-a^2*b);
f = (1-d*c)/a;
e = d*b;
raiz = sqrt(4*b^2*c-4*a^2*b^2);
k1(4,4) = (4/(pi*G*es))*(d*(log(a-b*l) - log(a))/(-b) +
2*f*(atan((2*b^2*1-2*a*b)/raiz)-atan(-2*a*b/raiz))/raiz + e*(log(b^2*1^2-
2*a*b*1+c)/(2*b^2)+2*a*b*atan((2*b^2*1-2*a*b)/raiz)/(b^2*raiz) -
log(c)/(2*b^2) - 2*a*b*atan((-2*a*b)/raiz)/(b^2*raiz)));
k1(4,4) = (k1(4,4))^(-1);
k1(4,8) = -k1(4,4);
k1(8,4) = k1(4,8);
k1(8,8) = k1(4,4);
k = k1;%Retorno da matriz de rigidez da barra.
end
end

function m = massa(p,es,l,di,df)
a = di;

```

```

b = (di - df)/l;
k = zeros(8);
%Coeficientes referentes aos graus de liberdade axiais
k(1,1) = p*pi*es*(a*l/3 - b*l^2/12);
k(1,5) = p*pi*es*(a*l/6-b*l^2/12);
k(5,1) = k(1,5);
k(5,5) = p*pi*es*(a*l/3-b*l^2/4);
%Coeficientes referentes aos graus de liberdade flexionais
k(2,2) = p*pi*es*(13*a*l-3*b*l^2)/35;
k(2,3) = p*pi*es*(22*a*l^2-7*b*l^3)/420;
k(3,2) = k(2,3);
k(2,6) = p*pi*es*(18*a*l-9*b*l^2)/140;
k(6,2) = k(2,6);
k(2,7) = -p*pi*es*(13*a*l^2-6*b*l^3)/420;
k(7,2) = k(2,7);
k(3,3) = p*pi*es*(8*a*l^3-3*b*l^4)/840;
k(3,6) = p*pi*es*(13*a*l^2-7*b*l^3)/420;
k(6,3) = k(3,6);
k(3,7) = -p*pi*es*(2*a*l^3-b*l^4)/280;
k(7,3) = k(3,7);
k(6,6) = p*pi*es*(13*a*l-10*b*l^2)/35;
k(6,7) = -p*pi*es*(22*a*l^2-15*b*l^3)/420;
k(7,6) = k(6,7);
k(7,7) = p*pi*es*(8*a*l^3-5*b*l^4)/840;
%Coeficientes referentes aos graus de liberdade torcionais
k(4,4) = p*pi*es*(20*a^3*l-15*a^2*b*l^2+6*a*b^2*l^3+20*a*es^2*l-b^3*l^4-
5*b*es^2*l^2)/240;
k(4,8) = p*pi*es*l*(2*a-b*l)*(5*a^2-5*a*b*l+2*b^2*l^2+5*es^2)/240;
k(8,4) = k(4,8);
k(8,8) = p*pi*es*(20*a^3*l-45*a^2*b*l^2+36*a*b^2*l^3+20*a*es^2*l-
10*b^3*l^4-15*b*es^2*l^2)/240;
m = k;%Retorno da matriz de massa da barra.
end

```

```

function keg = geometrica(a,b,l)
k = zeros(8);
%Coeficientes referentes aos graus de liberdade axiais
k(1,1) = (a*l-b*l^2/2)/l^2;
k(1,5) = -k(1,1);
k(5,1) = k(1,5);
k(5,5) = k(1,1);
%Coeficientes referentes aos graus de liberdade flexionais
k(2,2) = 6*a/(5*l) - 3*b/5;
k(2,3) = a/10 - b*l/10;
k(3,2) = k(2,3);
k(2,6) = 3*b/5 - 6*a/(5*l);
k(6,2) = k(2,6);
k(2,7) = a/10;
k(7,2) = k(2,7);
k(3,3) = (4*a*l-b*l^2)/30;
k(3,6) = b*l/10 - a/10;
k(6,3) = k(3,6);
k(3,7) = -(2*a*l-b*l^2)/60;
k(7,3) = k(3,7);
k(6,6) = 6*a/(5*l) - 3*b/5;
k(6,7) = -a/10;
k(7,6) = k(6,7);
k(7,7) = (4*a*l - 3*b*l^2)/30;
keg = k;%Retorno da matriz geométrica da barra.
end

```

```

function k = rig(coeficiente_de_cisalhamento,E,G,es,l,di,df)
a = di;
b = (di-df)/l;
c = a^2+es^2;
d = (a/(b*l^2)+b/a-2/l)/(b*c/a-a*b);
f = (1-d*c)/a;
e = (d*b^2-1/l^2)/b;
raiz = sqrt(4*b^2*c-4*a^2*b^2);
f11 = (8/(pi*E*es))*(d*(log(a-b*l) - log(a))/(-b) + 2*f*(atan((2*b^2*l-
2*a*b)/raiz)-atan(-2*a*b/raiz))/raiz + e*(log(b^2*l^2-
2*a*b*l+c)/(2*b^2)+2*a*b*atan((2*b^2*l-2*a*b)/raiz)/(b^2*raiz) -
log(c)/(2*b^2) - 2*a*b*atan((-2*a*b)/raiz)/(b^2*raiz))) +
coeficiente_de_cisalhamento*log(di/df)/(G*pi*es*l*(di-df));
d = (a/(b*l^2)-1/l)/(b*c/a-a*b);
f = -d*c/a;
e = (d*b^2-1/l^2)/b;
raiz = sqrt(4*b^2*c-4*a^2*b^2);
f12 = (8/(pi*E*es))*(d*(log(a-b*l) - log(a))/(-b) + 2*f*(atan((2*b^2*l-
2*a*b)/raiz)-atan(-2*a*b/raiz))/raiz + e*(log(b^2*l^2-
2*a*b*l+c)/(2*b^2)+2*a*b*atan((2*b^2*l-2*a*b)/raiz)/(b^2*raiz) -
log(c)/(2*b^2) - 2*a*b*atan((-2*a*b)/raiz)/(b^2*raiz))) +
coeficiente_de_cisalhamento*log(di/df)/(G*pi*es*l*(di-df));
d = (a/(b*l^2))/(b*c/a-a*b);
f = -d*c/a;
e = (d*b^2-1/l^2)/b;
raiz = sqrt(4*b^2*c-4*a^2*b^2);
f22 = (8/(pi*E*es))*(d*(log(a-b*l) - log(a))/(-b) + 2*f*(atan((2*b^2*l-
2*a*b)/raiz)-atan(-2*a*b/raiz))/raiz + e*(log(b^2*l^2-
2*a*b*l+c)/(2*b^2)+2*a*b*atan((2*b^2*l-2*a*b)/raiz)/(b^2*raiz) -
log(c)/(2*b^2) - 2*a*b*atan((-2*a*b)/raiz)/(b^2*raiz))) +
coeficiente_de_cisalhamento*log(di/df)/(G*pi*es*l*(di-df));
k1(1,1) = f22/(f11*f22-f12^2);
k1(1,2) = -f12/(f11*f22-f12^2);
k1(2,1) = k1(1,2);
k1(2,2) = f11/(f11*f22-f12^2);
k = k1;
end

function [vf_0,vi_0,f1_0,f2_0] =
dados(vp10,v0,p_ar,alfa,ca,di,df,l,es,E,G,k,i)
a = di + es;
b = (di - df)/l;
c = ca*p_ar*(v0 - vp10)^2/(2*10^(2*alfa));
delta = l*(i - 1);
vf_0 = (c/l)*((a*(1+delta)^(2*alfa+2)/(2*alfa+2) -
a*delta*(1+delta)^(2*alfa+1)/(2*alfa+1) - b*(1+delta)^(2*alfa+3)/(2*alfa+3)
+ 2*b*delta*(1+delta)^(2*alfa+2)/(2*alfa+2) -
b*delta^2*(1+delta)^(2*alfa+1)/(2*alfa+1) -
(a*(delta)^(2*alfa+2)/(2*alfa+2) - a*delta*(delta)^(2*alfa+1)/(2*alfa+1) -
b*(delta)^(2*alfa+3)/(2*alfa+3) + 2*b*delta*(delta)^(2*alfa+2)/(2*alfa+2) -
b*delta^2*(delta)^(2*alfa+1)/(2*alfa+1)));
vi_0 = (c)*((a*(1+delta)^(2*alfa+1)/(2*alfa+1) -
b*(1+delta)^(2*alfa+2)/(2*alfa+2) +
b*delta*(1+delta)^(2*alfa+1)/(2*alfa+1) - (a*(delta)^(2*alfa+1)/(2*alfa+1)
- b*(delta)^(2*alfa+2)/(2*alfa+2) + b*delta*(delta)^(2*alfa+1)/(2*alfa+1))
- vf_0;
soma1 = 0;
soma2 = 0;
N = 10^4;
for j = 1 : N
    if j == 1

```

```

    [p,q] = f((j-1)*l/N,vi_0,E,G,c,di,df,l,delta,alfa,a,b,es,k);
    soma1 = soma1 + p;
    soma2 = soma2 + q;
else
    if rem(j,2) == 0
        [p,q] = f((j-1)*l/N,vi_0,E,G,c,di,df,l,delta,alfa,a,b,es,k);
        soma1 = soma1 + 4*p;
        soma2 = soma2 + 4*q;
    else
        if rem(j,2) == 1
            [p,q] = f((j-
1)*l/N,vi_0,E,G,c,di,df,l,delta,alfa,a,b,es,k);
            soma1 = soma1 + 2*p;
            soma2 = soma2 + 2*q;
        end
    end
end
end
end
end
[p,q] = f(l,vi_0,E,G,c,di,df,l,delta,alfa,a,b,es,k);
soma1 = soma1 + p;
soma2 = soma2 + q;
f1_0 = soma1*(l/N)/3;
f2_0 = soma2*(l/N)/3;
end

function [f10,f20] = f(x,vi0,E,G,c,di,df,l,delta,alfa,a,b,es,k)
d = di - (di - df)*x/l;
I = pi*((d+es)^4-(d-es)^4)/64;
A = pi*es*d;
m = (c)*((a*(x+delta)^(2*alfa+2)/(2*alfa+2) -
a*delta*(x+delta)^(2*alfa+1)/(2*alfa+1) - b*(x+delta)^(2*alfa+3)/(2*alfa+3)
+ 2*b*delta*(x+delta)^(2*alfa+2)/(2*alfa+2) -
b*delta^2*(x+delta)^(2*alfa+1)/(2*alfa+1) -
(a*(delta)^(2*alfa+2)/(2*alfa+2) - a*delta*(delta)^(2*alfa+1)/(2*alfa+1) -
b*(delta)^(2*alfa+3)/(2*alfa+3) + 2*b*delta*(delta)^(2*alfa+2)/(2*alfa+2) -
b*delta^2*(delta)^(2*alfa+1)/(2*alfa+1)));
v = (c)*((a*(x+delta)^(2*alfa+1)/(2*alfa+1) -
b*(x+delta)^(2*alfa+2)/(2*alfa+2) +
b*delta*(x+delta)^(2*alfa+1)/(2*alfa+1) - (a*(delta)^(2*alfa+1)/(2*alfa+1)
- b*(delta)^(2*alfa+2)/(2*alfa+2) +
b*delta*(delta)^(2*alfa+1)/(2*alfa+1)));
f10 = (x/l - 1)*(vi0*x - m)/(E*I) + k*(1/l)*(vi0 - v)/(G*A);
f20 = (x/l)*(vi0*x - m)/(E*I) + k*(1/l)*(vi0 - v)/(G*A);
end

clc
format long
clear all
velocidade_do_vento = 35;
expoente_do_perfil = 0.2;
v10m = 0.69*velocidade_do_vento;
ca = 0.6;%Coeficiente de arrasto da torre tubular
p_ar = 1.225; %
diametro_base = 6.5;%Diâmetro da base da torre (m).
diametro_topo = 3.5;%Diâmetro do topo da torre (m).
comprimento = 120
delta = 0.1;
polegada = 0.0254;%Uma polegada em metros (m).
espessura_1 = polegada*2;%Espessura do primeiro trecho da torre (m).
espessura_2 = polegada*(1+3/4);%Espessura do segundo trecho da torre (m).

```

```

espessura_3 = polegada*(1+5/8);%Espessura do terceiro trecho da torre (m).
espessura_4 = polegada*(1+1/2);%Espessura do quarto trecho da torre (m).
espessura_5 = polegada*(1+1/4);
for i = 1 : 120/delta + 1
    x(i) = (i-1)*delta;
    di = diametro_base - (diametro_base - diametro_topo)*x(i)/comprimento;
    if x(i) <= 30
        es = espessura_1;
    else
        if x(i)<= 45
            es = espessura_2
        else
            if x(i) <= 60
                es = espessura_3;
            else
                if x(i) <= 90
                    es = espessura_4
                else
                    es = espessura_5;
                end
            end
        end
    end
    y(i) =
    (p_ar/2)*(velocidade_do_vento*(x(i)/10)^expoente_do_perfil)^2*(1-
    0.69)^2*ca*(di+es);
end
plot(y,x)
grid
ylabel('z (m)')
xlabel('q_l_i_n_e_a_r (N/m)')

```