



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ELETRÔNICA E SISTEMAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

EDMAR SOARES DA SILVA

**UMA NOVA ABORDAGEM DE IMAGEAMENTO EM RADARES DE
ABERTURA SINTÉTICA BASEADA NA TRANSFORMADA FRACIONÁRIA DE
FOURIER**

Recife

2021

EDMAR SOARES DA SILVA

**UMA NOVA ABORDAGEM DE IMAGEAMENTO EM RADARES DE
ABERTURA SINTÉTICA BASEADA NA TRANSFORMADA FRACIONÁRIA DE
FOURIER**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Comunicações

Orientador: Prof. Dr. Juliano Bandeira Lima

Recife

2021

Catálogo na fonte:
Bibliotecária Sandra Maria Neri Santiago, CRB-4 / 1267

S586n Silva, Edmar Soares da.
Uma nova abordagem de imageamento em radares de abertura sintética baseada na transformada fracionária de Fourier / Edmar Soares da Silva. – 2021.
102 f.: il., figs., tabs., siglas.

Orientador: Prof. Dr. Juliano Bandeira Lima.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Recife, 2021.
Inclui referências e anexo.

1. Engenharia elétrica. 2. Sensoriamento remoto. 3. Radar de abertura sintética. 4. Compressão de pulso. 5. Transformada fracionária de Fourier. I. Lima, Juliano Bandeira (Orientador). II. Título.

UFPE

621.3 CDD (22. ed.) BCTG/2021-153

EDMAR SOARES DA SILVA

**UMA NOVA ABORDAGEM DE IMAGEAMENTO EM RADARES DE
ABERTURA SINTÉTICA BASEADA NA TRANSFORMADA FRACIONÁRIA DE
FOURIER**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, como requisito parcial para obtenção do título de mestre em Engenharia Elétrica. Área de concentração: Comunicações

Aprovada em: 18/02/2021.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Juliano Bandeira Lima (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Ricardo Menezes Campello de Souza (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. José Rodrigues de Oliveira Neto (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço o Prof. Juliano Bandeira pelos anos de excelente orientação e oportunidades científicas concedidas que me levaram a evoluir como pesquisador e como pessoa. Também o Prof. Ricardo Campello pelas excelentes aulas e conversas pelos corredores do CTG que me fizeram ter certeza de lutar pelo departamento e prosseguir na carreira acadêmica.

Agradeço o Prof. Daniel Filgueiras, o Prof. Gilson Jr. e o Prof. Hermano Cabral por embarcarem nas minhas ideias e projetos, contribuindo para minha formação como engenheiro e líder de equipe, habilidades que me auxiliaram na progressão da minha pesquisa. Também o Prof. José Rodrigues Neto que esteve sempre disponível para sanar quaisquer dúvidas que tive durante a elaboração deste trabalho.

Aos meus pais Everaldo e Amineide, além do meu irmão Heitor pelos esforços contínuos em prover minha educação e por apoiarem às minhas decisões quanto ao meu futuro profissional. Graças a eles que eu tenho a chance de estar cursando uma pós-graduação com dedicação exclusiva.

Aos meus amigos Gabriel e Túlio, agradeço pelas conversas, debates e disponibilidade de ferramentas que me auxiliaram no desenvolvimento deste trabalho. Ademais, reconheço as palavras de incentivo que ambos proferiram nos momentos em que estava em dificuldades ou cansado.

Agradeço à Aline, minha namorada, por ter me apoiado nos momentos mais difíceis e sempre ter me incentivado com todo amor do mundo a continuar desbravando o caminho do conhecimento.

Finalmente, agradeço Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte financeiro a este trabalho.

RESUMO

O sensoriamento remoto tem sido empregado em aplicações civis e militares como vigilância, identificação de alvos, cartografia, monitoramento de desastres naturais, mapeamento para a agricultura, entre outras. Uma das ferramentas usadas para tais aplicações é o imageamento de uma região por radares de abertura sintética (do inglês *synthetic aperture radar* - SAR). Esse tipo de radar possui vantagens frente a outros métodos de imageamento, como a operação sob quaisquer condições climáticas ou em qualquer momento do dia. A estratégia mais utilizada para obter uma imagem a partir de dados SAR é utilizar um algoritmo por compressão intrapulso por filtro casado, especificamente o algoritmo *range Doppler*. O surgimento de outras técnicas de processamento de sinais possibilita o emprego de novas alternativas para compressão de pulso sem a necessidade de projetar um filtro, dentre elas a transformada fracionária de Fourier (TFrF). Neste trabalho, introduz-se um algoritmo derivado do *range Doppler* com o uso da TFrF de modo a eliminar a necessidade da inserção de parâmetros de funcionamento do radar para a formação de imagens. Para tanto, foi utilizada a minimização da norma- ℓ_1 do sinal no domínio fracionário como métrica para a obtenção da máxima compressão de pulso. São levantadas as soluções analíticas de cada passo do algoritmo proposto e também simuladas em *software* duas situações de imageamento distintas. O algoritmo proposto obteve imagens com boa focalização nos cenários considerados. Além do mais, obteve resultados quantitativos próximos para compressão de pulso quando comparado a outro método baseado na TFrF. Por fim, o estudo também propiciou uma ampliação de conhecimentos na área de processamento de sinais para sensoriamento remoto.

Palavras-chave: sensoriamento remoto; radar de abertura sintética; compressão de pulso; transformada fracionária de Fourier.

ABSTRACT

Remote sensing has been used in civil and military applications such as surveillance, target identification, cartography, monitoring of natural disasters, mapping of agricultural zones, among others. One of the tools used for such applications is the imaging of a region by synthetic aperture radar. This type of radar has advantages over other imaging methods, such as operating under any climatic conditions or at any time of the day. The most used strategy to obtain an image from SAR data is to use an algorithm for intrapulse compression by matched filter, specifically the range Doppler algorithm. The emergence of others signal processing techniques enables the use of new alternatives to pulse compression without the need to design a filter, among them the fractional Fourier transform (FrFT). This work introduces an algorithm derived from range Doppler with the use of the FrFT in order to eliminate the need to insert radar operating parameters for image formation. For this purpose, the minimization of the norm- ℓ_1 of the signal in the fractional domain was used as a metric to obtain the maximum pulse compression. The analytical solutions for each step of the proposed algorithm are obtained and two different imaging situations are simulated in software. The proposed algorithm obtained images with good focus on the scenarios considered. Furthermore, it obtained close quantitative results for pulse compression when compared to another method based on FrFT. Finally, the study also provided an expansion of knowledge in the area of signal processing for remote sensing.

Keywords: remote sensing; synthetic aperture radar; pulse compression; fractional Fourier transform.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Telemobiloscópio.	19
Figura 2 – Magnetron desenvolvido por Sir John Randall, Harry Boot e James Sayers.	20
Figura 3 – Carl Atwood Wiley.	25
Figura 4 – Radar de abertura sintética aeroembarcado mapeando uma região em modo <i>stripmap</i>	29
Figura 5 – Aquisição de dados de um radar de abertura sintética montado em uma plataforma aérea.	33
Figura 6 – Comprimento total da abertura sintética L_s para um radar imageando um alvo pontual.	36
Figura 7 – Melhores comprimentos de onda para cada tipo de ambiente.	37
Figura 8 – Ondas e intervalos de frequência usadas pelo radar.	38
Figura 9 – Pulso de radar de $\tau_r = 1 \mu s$ de duração interceptando dois alvos distantes um do outro 100 m (1).	40
Figura 10 – Pulso de radar de $\tau_r = 1 \mu s$ de duração interceptando dois alvos distantes um do outro 100 m (2).	41
Figura 11 – Pulso de radar de $\tau_r = 1 \mu s$ de duração interceptando dois alvos distantes um do outro 100 m (3).	41
Figura 12 – Pulso de radar de $\tau_r = 1 \mu s$ de duração interceptando dois alvos distantes um do outro 200 m (1).	41
Figura 13 – Pulso de radar de $\tau_r = 1 \mu s$ de duração interceptando dois alvos distantes um do outro 200 m (2).	42
Figura 14 – Pulso de radar de $\tau_r = 1 \mu s$ de duração interceptando dois alvos distantes um do outro 200 m (3).	42

Figura 15 – Gráfico de (2.20) para $a = 0.5$, $T = 5$, $T_0 = 0$ e $f = 10^5$. Vê-se, considerando os pontos marcados, que a largura do lóbulo principal vale aproximadamente 0,8.	46
Figura 16 – Picos de respostas ao filtro casado para dois alvos distintos segundo o critério de Rayleigh.	50
Figura 17 – Rotação de um sinal LFM no plano tempo-frequência por meio da TFrF.	53
Figura 18 – Interpretação geométrica da TFrFT de parâmetro α de um sinal LFM de taxa a	57
Figura 19 – Equipe da MDA.	59
Figura 20 – Desenhos do satélite SeaSat-1.	60
Figura 21 – Diagrama de blocos do processamento digital de dados	61
Figura 22 – Primeira imagem produzida pelo SeaSat-1.	62
Figura 23 – Representação do <i>footprint</i> do feixe na superfície terrestre proveniente de um radar embarcado.	63
Figura 24 – Representação do sinal bruto captado pelo radar.	63
Figura 25 – Representação da matriz de dados brutos de um SAR para um alvo: amostras em alcance x amostras em azimute.	65
Figura 26 – Como a TF “observa” a guia do sinal. A TF em uma célula é representada pela linha pontilhada.	66
Figura 27 – Fluxograma do algoritmo <i>range Doppler</i>	74
Figura 28 – Fluxograma do algoritmo FrRDA-RwD.	79
Figura 29 – Matriz de dados brutos: amostras em alcance x amostras em azimute.	85
Figura 30 – Dados produzidos pelo algoritmo PFrRDA para 1 alvo pontual.	86
Figura 31 – Dados produzidos pelo algoritmo PFrRDA para 9 alvos pontuais.	88
Figura 32 – Dados produzidos pelo algoritmo FrRDA-RwD para 1 alvo pontual.	89
Figura 33 – Dados produzidos pelo algoritmo FrRDA-RwD para 9 alvos pontuais.	90

Figura 34 – Imagem final para 1 alvo produzida pelo algoritmo PFrRDA.	101
Figura 35 – Imagem final para 1 alvo produzida pelo algoritmo FrRDA-RwD. . .	101
Figura 36 – Imagem final para 1 alvo produzida pelo algoritmo PFrRDA.	102
Figura 37 – Imagem final para 1 alvo produzida pelo algoritmo FrRDA-RwD. . .	102

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores arbitrários de parâmetros para comparação de aberturas. . .	36
Tabela 2 – Bandas de frequência para um radar e principais aplicações de acordo com a denominação da OTAN.	38
Tabela 3 – Comparação entre métodos para cálculo da TFrDF.	56
Tabela 4 – Características do radar de abertura sintética simulado para imageamento de alvos pontuais.	84

LISTA DE SIGLAS

ATRAN	Automatic terrain recognition and navigation
FOPEN	Foliage penetration
FrRDA-RwD	Fractional range Doppler algorithm - raw data
IEEE	Institute of electrical and electronics engineers
JPL NR	Jet propulsion laboratory
LFM	Linear frequency modulation
MDA	MacDonald, Dettwiler and Associates Ltd
MNM	Minimum norm method
MTI	Moving target indication
OTAN	Organização do tratado da Atlântico norte
PRF	Pulse repetition frequency
POSP	Principle of stationary phase
RCM	Range cell migration
RCS	Radar cross section
RDA	Range Doppler algorithm
SAR	Synthetic aperture radar
SBrT	Simpósio brasileiro de telecomunicações e processamento de sinais
SNR	Signal-to-noise ratio
SPECAN	Spectral Analysis
TDF	Transformada discreta de Fourier
TF	Transformada de Fourier
TFrDF	Transformada fracionária discreta de Fourier
TFrF	Transformada fracionária de Fourier
TIF	Transformada inversa de Fourier

LISTA DE SÍMBOLOS

λ	Comprimento de onda associado a frequência de operação do radar.
k	Constante de Boltzmann.
R	Distância entre o alvo e o transmissor/receptor.
τ_r	Duração do pico transmitido pelo radar.
F_r	Frequência de repetição dos pulsos transmitidos pelo radar.
G_r	Ganho do receptor.
G_t	Ganho do transmissor.
P_t	Potência de pico transmitida.
ρ_{rg}	Projeção da resolução de alcance no solo.
σ	RCS do alvo.
T_s	do sistema.
L	Termo geral de perdas.
V_r	Velocidade da plataforma.
c	Velocidade da luz no meio.
B_t	Largura de banda do sinal emitido pelo radar.
F_n	Figura de ruído do receptor.
θ_{sq}	Ângulo de obliquidade.
$P_{r_{sar}}$	Alcance para um alvo pontual.
$\Delta_{a'}$	Abertura real.
θ_l	Ângulo de visada.
$\theta_{a'}$	Largura de feixe de azimute para a antena.
A	Comprimento da largura de feixe da antena.
L_s	Abertura sintética.
θ_{az}	Resolução de azimute.
T	Largura ou duração de um pulso de sinal do tipo LFM.

ΔR	Distância de separação detectada pela antena do radar.
u_e	Função que descreve o pulso de radar com certa duração de tempo.
d^2	Diferença quadrática.
M	Autocorrelação.
f	Frequência
a	Taxa de mudança no tempo.
T_0	Início da duração de um pulso.
x_i	Sinal de entrada do receptor do radar.
n_i	Ruído de entrada.
n_o	Ruído de saída.
h	Filtro casado.
x_o	Sinal filtrado.
P_n	Potência média do ruído.
\mathbb{E}	Esperança de um sinal.
P_s	Potência de pico instantânea do sinal de saída.
\mathcal{F}	TF de uma função.
N_0	Densidade espectral de potência.
K_e	Constante complexa arbitrária.
H	TF do filtro.
N_i	TF do ruído de entrada.
S_i	TF do sinal de entrada.
N_o	TF do ruído de saída.
S_o	TF do sinal de saída.
F_α	TFrF de uma função.
u	Parâmetro de frequência de uma TFrF.
α, β e γ	Ângulos de rotação para TFrF.
K_α	Núcleo da TFrF

j	Unidade imaginária.
n	Inteiro arbitrário.
δ	Função impulso.
P	Operador paridade.
I	Operador identidade.
ϕ'	Frequência instantânea.
δf	Resolução em frequência.
δt	Resolução em tempo.
N	Número de amostras.
F_s	Frequência de amostragem.
$\hat{\alpha}_{ot}$	Ângulo ótimo de rotação. Sinal SAR em banda base.
s_0	Sinal SAR em banda base.
A_0	Constante complexa relacionada a fatores físicos de reflexão do alvo.
w_a, w_r	Envoltórias retangulares.
η	Tempo de azimute.
τ	Tempo de alcance.
f_0	Frequência da portadora.
k_r	Taxa de modulação de frequência do sinal emitido.
A_1	Constante em que surge termo de fase.
S_{2d}	TF sobre o azimute.
A_2	Constante.
W_a	Envelope do espectro de frequências de azimute.
$f_{\eta c}$	Frequência do centroide Doppler.
θ_a	Fase do sinal após a TF.
D_{2d}	Fator de raiz quadrada.
S_{rd}	TIF sobre o alcance.
K_m	Taxa de modulação de frequência para o alcance.

R_{rd}	Migração de célula em alcance.
σ'	Coeficiente de espalhamento de retorno do terreno.
ζ'	Imagem complexa.
g	Filtro casado para alcance.
p_r	Envelope com formato sinc.
s_{rc}	Compressão sobre o alcance.
K_a	Razão de modulação de frequência.
S_1	TF sobre o azimute no RDA.
S_2	Sinal livre do RCM no RDA.
h_{az}	Filtro casado para a compressão sobre o azimute no RDA.
H_{az}	TF do filtro casado para a compressão sobre o azimute no RDA.
S_3	Sinal comprimido em azimute no RDA.
S_4	Sinal da imagem produzida pelo RDA.
p_a	Amplitude da resposta ao impulso do envelope do azimute.
α_i	Ângulo de busca inicial.
α_f	Ângulo de busca final.
$1/\lambda$	Passo de iteração.
$\Delta\alpha$	Intervalo de busca.
ϵ	Sensibilidade da busca.
s_1	TF sobre alcance no FrRDA-RwD.
K'_a	Razão de modulação linear do sinal para azimute.
s_2	TFRF sobre o azimute no FrRDA-RwD.
v	Variável fracionária para o azimute.
s_3	TIF sobre o alcance no FrRDA-RwD.
s_4	TFRF sobre o alcance no FrRDA-RwD.
U_f	Variável fracionária para o alcance.
s_5	Sinal da imagem produzida pelo FrRDA-RwD.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	OBJETIVOS	22
1.2	METODOLOGIA	22
1.3	ESTRUTURA DO DOCUMENTO E CONTRIBUIÇÕES	23
2	RADAR DE ABERTURA SINTÉTICA	25
2.1	FUNDAMENTOS - SAR	28
2.1.1	Modos de operação	28
2.1.1.1	<i>Stripmap SAR</i>	29
2.1.2	Equações de radar	30
2.1.2.1	<i>Radar tradicional</i>	30
2.1.2.2	<i>Radar SAR</i>	31
2.1.3	Geometria de uma cena SAR	32
2.1.4	Equação do alcance	34
2.1.5	Abertura sintética	35
2.2	SINAL DE UM RADAR DO TIPO SAR	36
2.2.1	Bandas de frequência de um radar	37
2.2.1.1	<i>Sinal LFM e compressão de pulso por filtro casado</i>	39
2.2.2	Sinal de interesse	43
2.2.3	Compressão intrapulso: filtro casado	45
2.3	TRANSFORMADA FRACIONÁRIA DE FOURIER	51
2.3.1	Compressão de pulso por TFrF	55
3	IMAGEAMENTO SAR	59
3.1	ANÁLISE DE SINAIS SAR	62
3.1.1	Espectro de um sinal SAR no caso geral	64
3.1.1.1	<i>Transformada de Fourier sobre o alcance</i>	66

3.1.1.2	<i>Transformada de Fourier sobre o azimute</i>	68
3.1.1.3	<i>Transformada inversa de Fourier sobre o alcance</i>	69
3.1.1.4	<i>Migração de célula em alcance</i>	70
3.2	IMAGEAMENTO SAR POR COMPRESSÃO DE PULSO	71
3.2.1	Algoritmo <i>range Doppler</i>	72
3.2.1.1	<i>Compressão sobre o alcance</i>	73
3.2.1.2	<i>Transformada de Fourier sobre o azimute</i>	75
3.2.1.3	<i>Correção de migração de célula em alcance</i>	76
3.2.1.4	<i>Compressão sobre o azimute</i>	77
3.2.1.5	<i>Transformada inversa de Fourier sobre o azimute</i>	77
3.3	FRRDA-RWD - ALGORITMO RANGE DOPPLER MODIFICADO	78
3.3.1	Transformada de Fourier sobre o alcance	80
3.3.2	Transformada fracionária de Fourier sobre o azimute	81
3.3.3	Transformada inversa de Fourier sobre o alcance	82
3.3.4	Transformada fracionária de Fourier sobre o alcance	82
3.3.5	Mapeamento no tempo de alcance e mapeamento de azimute	83
4	RESULTADOS	84
4.1	ALGORITMO PFRRDA	85
4.1.1	1 alvo	85
4.1.2	9 alvos	87
4.2	ALGORITMO FRRDA-RWD	87
4.2.1	1 alvo	87
4.2.2	9 alvos	87
4.3	ANÁLISE COMPARATIVA	91
5	CONCLUSÕES	92
	REFERÊNCIAS	93

ANEXO A – IMAGENS PRODUZIDAS PELOS ALGORIT-	
MOS	101

1 INTRODUÇÃO

O radar, acrônimo do inglês para *Radio Detection and Ranging*, é um aparelho que permite detectar objetos e inferir as distâncias desses para a antena de transmissão/-recepção. Para tanto, ondas eletromagnéticas são emitidas pela antena de transmissão e em seguida são refletidas pelo alvo. As ondas refletidas são captadas pela recepção e cálculos de tempo são realizados para o caminho percorrido para determinar a localização do alvo. O primeiro sistema reconhecido como um radar foi patenteado por Christian Hülsmeyer em abril de 1904, o chamado telemobiloscópio (ilustrado na Figura 1). Esse aparelho fazia parte de um aparato anti-colisão para navios (SWORDS, 1986).

Figura 1 – Telemobiloscópio.



Fonte: O autor (2021). Adaptado de (MUSEUM, 2021).

A 2ª Guerra Mundial foi o principal motor para o desenvolvimento do radar. George Orwell uma vez disse que a história é escrita pelos vencedores, dessa forma os principais nomes por trás desse progresso fazem parte do bloco dos aliados. A guerra estava iminente nos anos de 1930 e o Reino Unido estava preocupado com a vulnerabilidade de sofrer ataques aéreos, principalmente em Londres. Exercícios de guerra foram realizados em 1934, ratificando essa possibilidade. Isso ocasionou uma pressão política para o surgimento de métodos de detecção de aeronaves inimigas. O principal fruto

dessa pressão por parte do governo e estado maior das forças armadas britânicos foi a invenção do magnetron, ilustrado na Figura 2, creditada aos físicos pesquisadores da Universidade de Birmingham¹ Sir John Randall, Harry Boot e James Sayers. O aparelho foi cedido, dentro da chamada missão Tizard, para o *MIT Radiation Laboratory*², que em 5 anos de existência criou mais de 100 variações de sistemas de radar (SWORDS, 1986). Novos radares apareceram para caças noturnos, aeronaves anti-submarinas e até mesmo os menores navios de escolta, de modo que, no final da guerra, praticamente todos os radares aliados eram baseados em um magnetron (WIKIPEDIA, 2021).

Figura 2 – Magnetron desenvolvido por Sir John Randall, Harry Boot e James Sayers.



Fonte: O autor (2021). Adaptado de (FANNE, 2016).

Após o fim da guerra, outras propriedades das ondas eletromagnéticas foram aproveitadas a fim de se obterem outras informações sobre os alvos. Dentre essas outras informações está a possibilidade de formação da imagem do alvo por meio do radar de abertura sintética. O radar de abertura sintética (do inglês *synthetic aperture radar* - SAR) é um tipo de radar de imagem que recebe ecos de banda larga em diferentes posições por meio do movimento relativo entre a plataforma de carregamento e o

¹ <<https://www.birmingham.ac.uk/index.aspx>>

² <<https://www.ll.mit.edu/about/history/mit-radiation-laboratory>>

alvo. Radares desse tipo abrangem aplicações militares (reconhecimento e vigilância), civis (monitoramento de desastres, estimativa de rendimento agrícola, mapeamento) e científicas (pesquisa oceanográfica, pesquisa florestal), podendo estar instalados em aviões, satélites, drones e mísseis (LU, 2019). Países com histórico recente de desenvolvimento de tecnologia eletrônica, como China (CASSAR), Índia (RISAT 2BR1) e África do Sul (SASAR) - membros do bloco BRICS - já possuem radares de abertura sintética desenvolvidos domesticamente (KRAMER, 2002).

Uma questão chave em um radar do tipo SAR é o algoritmo para a formação de imagens. O algoritmo mais tradicional - o *range Doppler* - utiliza a transformada de Fourier (TF) durante a etapa de compressão de pulso (CUMMING; WONG, 2005), entretanto outras transformadas podem ser utilizadas para essa finalidade. Uma das candidatas é a transformada fracionária de Fourier (TFrF). Em (CLEMENTE; SORAGHAN, 2012), é apresentada uma variação do *range Doppler* e os resultados confirmam que esses métodos de processamento de SAR baseados na transformada fracionária fornecem resolução aprimorada. Em (EL-MASHED et al., 2013), o perfil de refletividade obtido pelo esquema proposto com o uso da TFrF demonstra um desempenho superior ao clássico que faz uso da TF. Dessa forma, pode-se comprovar o benefício no uso da TFrF como instrumento para o processamento de sinais SAR para algoritmos provenientes de uma abordagem *range Doppler*. Esses dois trabalhos, entretanto, ainda lidam com alguns desvios, como a migração de célula em alcance (do inglês *range cell migration* - RCM), do modo tradicional, além de necessitarem dos parâmetros de funcionamento do radar como variáveis de entrada, não explorando totalmente a capacidade de análise de um sinal SAR pela TFrF. Diante do exposto, enxerga-se a possibilidade para o desenvolvimento de novos algoritmos de imageamento.

1.1 OBJETIVOS

O trabalho possui um objetivo geral e objetivos específicos. Esses serão apresentados à seguir.

Objetivo geral:

O objetivo geral deste trabalho é elaborar um algoritmo de imageamento não-paramétrico para radares de abertura sintética.

Objetivos específicos:

Os objetivos específicos desta proposta são:

1. Entender o processo de formação de uma imagem por um radar de abertura sintética;
2. Empregar a transformada fracionária de Fourier (TFrF) na compressão de pulso;
3. Estender o uso da transformada fracionária de Fourier na correção da migração de célula em alcance;
4. Realizar simulações de imageamento empregando o algoritmo proposto.

1.2 METODOLOGIA

A fim de alcançar os objetivos mencionados na Seção 1.1, o roteiro de execução do trabalho se divide nas etapas sumarizadas a seguir.

- ETAPA 1 - Na fase inicial do projeto, revisa-se sistematicamente a literatura sobre conceitos e métodos de imageamento por meio de radar de abertura sintética. São consultados os principais livros da área e repositórios de artigos científicos como o *ScienceDirect*³ e o *IEEExplore*⁴.
- ETAPA 2 - Nesta etapa, resolve-se analiticamente o algoritmo, tendo por base o princípio da fase estacionária, proposto sobre um modelo de sinais para alvos pontuais.
- ETAPA 3 - Para a execução desta etapa, implementa-se e simula-se em MATLAB™ o algoritmo desenvolvido.
- ETAPA 4 - Na etapa final, os resultados obtidos pelo algoritmo proposto são comparados com o método baseado na TFrF proposto em (EL-MASHED et al., 2013).

1.3 ESTRUTURA DO DOCUMENTO E CONTRIBUIÇÕES

O documento está estruturado da seguinte forma:

- No Capítulo 2, são apresentados os principais conceitos envolvendo a operação e processamento de sinais de um radar de abertura sintética, destacando-se os métodos de compressão de pulso por filtro casado e pela transformada fracionária de Fourier.
- No Capítulo 3, é apresentado o espectro de um sinal SAR no caso geral, explicado o processo de formação de imagens, descrito o algoritmo *range Doppler* e detalhado o método proposto neste trabalho.

³ <<https://www.sciencedirect.com/>>

⁴ <<https://ieeexplore.ieee.org/Xplore/home.jsp>>

- No Capítulo 4, são exibidos os resultados obtidos por simulação do algoritmo proposto e comparados aos de outro método baseado na TFrF.
- No Capítulo 5, são revisitadas de forma sumária as principais contribuições do trabalho, elencados possíveis desdobramentos desta dissertação em trabalhos futuros e listadas as publicações relacionadas às investigações realizadas.
- No Apêndice A, são expostas as imagens finais obtidas na etapa de simulação para permitir uma melhor comparação visual.

2 RADAR DE ABERTURA SINTÉTICA

O principal nome por trás do radar de abertura sintética é o de Carl Atwood Wiley (30 de dezembro de 1918 - 21 de abril de 1985), que ganhou reconhecimento do IEEE com um prêmio de pioneiro dado por essa instituição em 1985 (IEEE, 1985). Descrito como um “gênio excêntrico que liderou um time de cientistas, engenheiros e matemáticos loucos” (LASSWELL, 2005), Carl A. Wiley, ilustrado na Figura 3, foi contratado em 1949 pela *Goodyear Aircraft Company*¹ em Akron para dar prosseguimento às descobertas feitas no *Wright Field Laboratory*² no campo de orientação por radar (WILEY, 1985). O projeto foi nomeado então como sistema de orientação ATRAN (do inglês, *Automatic terrain recognition and navigation*) da *Goodyear*.

Figura 3 – Carl Atwood Wiley.



Fonte: O autor (2021). Adaptado de (MYRICK et al., 2021).

O ATRAN começou a ser desenvolvido por Wiley e parceiros em 1950, na planta de Litchfield, com a finalidade de prover orientação ao míssil de cruzeiro Mace sob quaisquer condições climáticas ou horárias (LASSWELL, 2005). Dessa forma o sistema deveria possuir uma grande resolução, mesmo acoplado a pequenas antenas. Para

¹ Hoje, absorvida pela *Lockheed Martin* <<https://www.lockheedmartin.com/en-us/index.html/>>

² Localizado atualmente na *Wright-Patterson Air Force Base* <<https://www.wpafb.af.mil/>>

tanto, um *design* conjunto foi elaborado em 1951, com base nos desvios Doppler de alvos estacionários observados por Wiley nos tempos de *Wright Field* (WILEY, 1985).

Em 1952, em laboratório, com base no *hardware* disponível na época, a equipe de Wiley já testava o primeiro SAR operacional do mundo, o que valeu uma carta de congratulações do Vice-Presidente de Engenharia da *Goodyear Aircraft* na época, Karl Arnstein (WILEY, 1985). As primeiras imagens utilizando o princípio SAR foram produzidas em 15 de abril de 1953, derivadas de um segundo simulador (WILEY, 1985). No mesmo ano, Wiley deixou a *Goodyear* para fundar a própria empresa, a *Wiley Electronics*, mas tornou-se consultor na *Goodyear* em 1954. A patente, em nome de Carl A. Wiley, para o radar SAR foi aplicada em 1954, sob o título de "*pulsed Doppler radar methods and apparatus*", entretanto ele ficou impedido pelo escritório de patentes dos Estados Unidos de publicar qualquer artigo sobre SAR até novembro de 1964 (WILEY, 1985).

Mesmo sem o comando de Wiley, a *Goodyear* continuou na década de 1960 a desenvolver sistemas SAR, muito impulsionado pelo governo norte-americano. Existia a necessidade desse governo de uma prova concreta do funcionamento de um radar embarcado em uma aeronave que pudesse formar imagens em tempo real a fim de proporcionar informações de localização para os pilotos. Essa precisão resultou no programa *Quick Check*, um radar SAR instalado no bombardeiro supersônico *Convair B-58 Hustler*. A operação foi um sucesso, possibilitando a entrada de um radar SAR contruído pela *Goodyear* para o programa secreto do bombardeiro espião *SR-71 Blackbird*. Em 1964, um *SR-71* voou com um SAR *Goodyear* chamado *KP-1*, que possuía uma resolução de cerca de 9 m, um feito incrível levando em conta que o avião atingia velocidades de três vezes a do som e operava a 24.000 m de altitude. Na década seguinte, o radar dessa aeronave tornou-se mais sofisticado, com resolução de cerca de 1,5 m e processamento digital de sinais. A radar SAR do *SR-71* foi o *ASARS-1*, com resolução de 30 cm, encerrando a relação entre a *Goodyear* e o *Blackbird* (LASSWELL,

2005).

No dias atuais, os radares de abertura sintética aerotransportados vão além da produção de imagens para localização ou monitoramento de áreas de interesse militar. Como destacado no Capítulo 1, podem ser aplicados em estudos geológicos, em monitoramento de desastres ambientais e acompanhamento de plantações. Para tanto, são destacadas as tecnologias de indicação de alvos móveis (do inglês, *moving target indication* - MTI) (ENDER; KLEMM, 1989; LASSWELL, 2005), SAR de penetração em folhagem - FOPEN SAR (do inglês, *foliage penetration*) (ALLEN; Jauregui; Hoff, 1995; LASSWELL, 2005) e de penetração no solo - GPR SAR (do inglês, *ground penetrating radar*) (RESSLER et al., 1995).

*Airbus Defense and Space*³ (com sede em Ottobrunn, Alemanha), *Israel Aerospace Industries* (com sede em Lida, Israel), *Lockheed Martin Corporation* que adquiriu a antiga *Goodyear Aircraft Company* (com sede em Bethesda, Estados Unidos da América), *Northrop Grumman*⁴ (com sede em Falls Church, Estados Unidos da América) e *Thales*⁵ (com sede em Neuilly-sur-Seine, França) são as principais empresas fabricantes de sistemas SAR, em um mercado crescente devido a necessidade de países do Oriente Médio, China e Índia que cada vez mais investem em defesa e sensoriamento remoto (TOP..., 2017).

Inicialmente, a unidade de processamento de um SAR baseava-se em óptica. Um conjunto de *lasers* e lentes obtinha a TF bidimensional em tempo real dos dados coletados para posterior gravação em filmes. Um sistema óptico obtinha uma imagem muito bem focada, mas precisava estar constantemente alinhado, tarefa difícil de ser automatizada nas primeiras missões envolvendo o uso do SAR. O desenvolvimento da microeletrônica possibilitou a composição e aplicação de algoritmos e processadores digitais, permitindo a difusão dessa tecnologia de radar.

³ <<https://www.airbus.com/space.html>>

⁴ <<https://www.northropgrumman.com/>>

⁵ <<https://www.thalesgroup.com/en>>

Os principais motivos para o amplo uso do SAR pela comunidade de sensoriamento remoto são elencados a seguir (LU, 2019):

- A operação se dá da mesma forma em condições de claridade e escuridão.
- As ondas eletromagnéticas dentro das faixas de frequência utilizadas pelo radar sofrem nenhuma ou pequena deterioração quando expostas a um céu nublado ou chuvoso.
- A discriminação de características superficiais de materiais é melhor, se comparado a um sensor óptico.

Para o entendimento da operação de um SAR no escopo de sensoriamento remoto, é necessária a apresentação de conceitos básicos de um radar desse tipo. Neste capítulo serão introduzidas, de forma simplificada, noções relacionados à operação de um radar SAR.

2.1 FUNDAMENTOS - SAR

Nesta seção serão abordados fundamentos relacionados aos modos de operação, resolução, geometria de uma cena (composta pelo radar embarcado em uma plataforma em movimento e um alvo) além de conceitos de abertura. As propriedades de um sinal proveniente de um sistema SAR serão discutidas na próxima seção.

2.1.1 Modos de operação

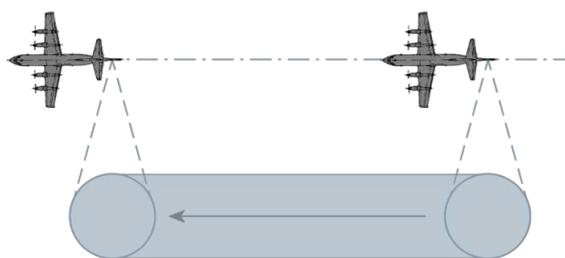
Um radar de abertura sintética pode operar de diferentes modos, dentre os quais se encontram os seguintes (CUMMING; WONG, 2005): *Stripmap SAR*, *ScanSAR*, *Spotlight SAR*, *Inverse SAR*, *Bistatic SAR* e *Interferomic SAR*.

Será descrito apenas o modo de operação *Stripmap SAR*, uma vez que esse será o do objeto de estudo da dissertação.

2.1.1.1 *Stripmap SAR*

No modo *Stripmap SAR*, a posição da antena de emissão e recepção de sinais é mantida constante enquanto a plataforma se desloca. Dessa forma, o feixe varre a trajetória em velocidade aproximadamente uniforme. A imagem formada é limitada apenas pelo tempo de operação do radar na região de estudo (CUMMING; WONG, 2005). Um exemplo de operação desse modo pode ser visto na Figura 4, na qual um radar mapeia constantemente uma faixa paralela à plataforma em que está embarcado.

Figura 4 – Radar de abertura sintética aeroembarcado mapeando uma região em modo *stripmap*.



Fonte: O autor (2021). Adaptado de (WOLFF, 2020b).

As vantagens de utilização desse modo frente aos outros são listadas a seguir (CUMMING; WONG, 2005):

- Não necessita de nenhum aparato mecânico ou eletrônico para controlar a direção do feixe da antena.
- A trajetória de voo retilínea associada a operação em *Stripmap SAR* fornece uma maximização da área varrida pelo radar.

2.1.2 Equações de radar

Duas equações importantes para compreensão de um sistema de radar, bem como para a concepção desse, são a equação de alcance para um alvo pontual e a razão sinal ruído (*signal-to-noise ratio* (SNR)) na saída. A primeira estima a potência na entrada do receptor para um alvo de determinada seção transversal (no inglês *cross section*) (MATHWORKS, 2020). A segunda compara o nível entre o sinal desejado e o nível de ruído de fundo (GRAGIDO et al., 2013).

2.1.2.1 Radar tradicional

Para um radar tradicional de antena isotrópica com receptor e transmissor localizados na mesma antena, a equação de alcance para um alvo pontual P_r é dada por (MATHWORKS, 2020)

$$P_r = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 R^4 L}, \quad (2.1)$$

em que

- P_t é a potência de pico transmitida.
- G_t é o ganho do transmissor.
- G_r é o ganho do receptor.
- λ é o comprimento de onda associado a frequência de operação do radar.
- σ é o RCS (do inglês *radar cross section*) do alvo.
- R é a distância entre o alvo e o transmissor/receptor.
- L é o termo geral de perdas.

Além disso, tem-se (MATHWORKS, 2020)

$$\text{SNR} = \frac{P_t \tau_r G_t G_r \lambda^2 \sigma}{(4\pi)^3 k T_s R^4 L}, \quad (2.2)$$

em que

- τ_r é a duração do pico transmitido pelo radar.
- k é a constante de Boltzmann.
- T_s é a temperatura do sistema.

2.1.2.2 Radar SAR

Para um sistema SAR com mesmo ganho do transmissor e receptor, a equação de alcance para um alvo pontual $P_{r_{sar}}$ é (LU, 2019)

$$P_{r_{sar}} = \frac{P_t G^2 \lambda_r^3 F_r \rho_{rg}}{2(4\pi)^3 R^3 V_r} \frac{1}{L}, \quad (2.3)$$

em que

- F_r é a frequência de repetição dos pulsos transmitidos pelo radar (PRF).
- ρ_{rg} é a projeção da resolução de alcance no solo.
- V_r é a velocidade da plataforma.

Quanto ao SNR de um SAR, pode-se atribuir duas equações: uma para um alvo discreto e outra para a desordem (no inglês *clutter*) do radar. A desordem representa ecos indesejados. Dentro do escopo da dissertação, será apresentada apenas o SNR para um alvo discreto, isto é (CUMMING; WONG, 2005)

$$\text{SNR}_{sar} = \frac{P_t \tau_r F_r G^2 \lambda^3 \sigma c}{256 \pi^3 k T_s R^3 B_t F_n v_s \rho_{rg}} \frac{1}{L}, \quad (2.4)$$

em que

- c é a velocidade da luz no meio.
- B_t é a largura de banda do sinal transmitido.
- F_n é a figura de ruído do receptor.

A principal diferença entre (2.2) e (2.4) está na proporcionalidade à distância do sistema de radar ao alvo. Enquanto em um sistema tradicional o SNR é proporcional a $1/R^4$, um SAR é proporcional a $1/R^3$. O fator de $1/R^4$ está relacionado a energia espalhada com um fator de $1/R^2$ na transmissão e recepção. Em um processador SAR, há a integração dessa energia, resultando no termo de proporcionalidade $1/R^3$ (CUMMING; WONG, 2005).

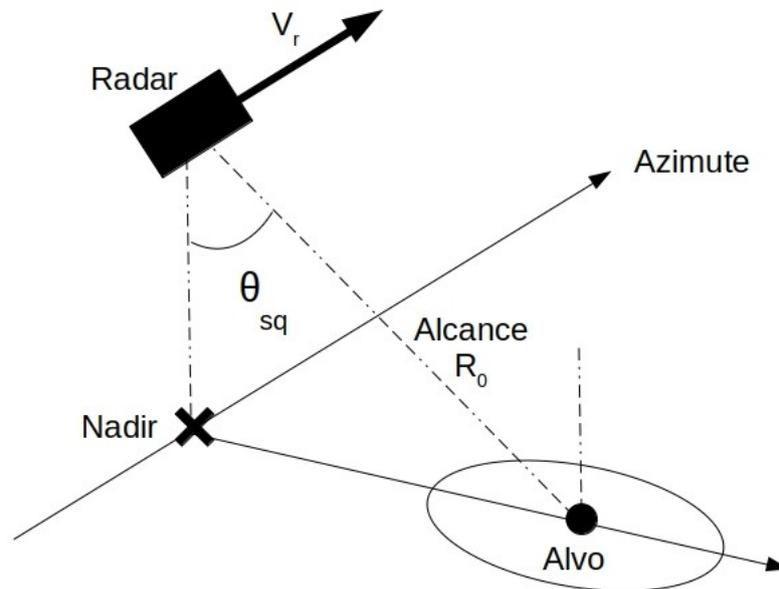
2.1.3 Geometria de uma cena SAR

Alguns termos são usados para a descrição da geometria de uma cena envolvendo a operação de um radar de abertura sintética. Essa cena está ilustrada na Figura 5, na qual um alvo pontual é iluminado lateralmente por um SAR embarcado em uma plataforma.

De acordo com (CUMMING; WONG, 2005), pode-se citar para um SAR operando em *stripmap*:

- **Alvo** é o ponto hipotético na superfície da Terra imageado pelo sistema SAR. Mesmo esse sistema imageando uma área, será considerado o caso de um alvo pontual.
- **Nadir** é o ponto na superfície da Terra diretamente abaixo do sensor.

Figura 5 – Aquisição de dados de um radar de abertura sintética montado em uma plataforma aérea.



Fonte: O autor (2021). Adaptado de (WOLFF, 2020b).

- **Velocidade da plataforma** é a velocidade \vec{V}_r da plataforma ao longo da trajetória de voo. Para o caso de um sistema montado em uma aeronave, \vec{V}_r será a velocidade relativa dessa com relação à Terra.
- **Azimute** é a direção alinhada à \vec{V}_r .
- **Plano de zero Doppler** é o plano perpendicular à \vec{V}_r contendo o sensor. A intersecção desse plano com a superfície terrestre é chamada de linha zero Doppler.
- **Alcance** de abordagem mais próxima é a distância mínima R_0 do radar ao alvo. Nessa situação, a linha zero Doppler cruza o alvo.
- **Tempo de zero Doppler** é o tempo de abordagem mais próxima, dada uma origem temporal arbitrária.

- **Alcance**

- No espaço de sinais - O espaço de sinais possui duas dimensões e contém os dados do radar. O alcance definido nesse espaço é a distância medida da antena do radar ao alvo no solo. No caso de um ângulo de obliquidade zero, o alcance no espaço de sinais torna-se ortogonal ao azimute.
- No espaço da imagem - O espaço da imagem também é bidimensional, mas contém dados processados do espaço de sinais. O alcance nesse contexto, sempre perpendicular ao eixo de azimute, é o da imagem registrada ao azimute de abordagem mais próxima.

- **Ângulo de obliquidade** é o ângulo θ_{sq} formado entre \vec{R} e o plano de zero Doppler.

2.1.4 Equação do alcance

Por conta do movimento da plataforma, o alcance \vec{R} varia com o tempo de azimute η . É chamada a equação de alcance a relação matemática que descreve a evolução de \vec{R} em η . Um modelo para o caso de um sistema SAR ser montado em uma aeronave é descrito pela seguinte equação (CUMMING; WONG, 2005):

$$R^2(\eta) = R_0^2 + (V_r\eta)^2. \quad (2.5)$$

Para tanto, utiliza-se a geometria descrita na Figura 5, considerando o caminho descrito pela aeronave como localmente reto, além da Terra localmente plana e estática. Tanto a modulação em fase do sinal quanto a migração da célula em alcance são consequências diretas das mudanças apresentadas em (2.5). Essas discussões serão apresentadas posteriormente neste trabalho.

2.1.5 Abertura sintética

O uso de uma abertura sintética em um radar passa pela necessidade de uma alta resolução em azimute. Essa pode ser definida, segundo (RIZZATO, 2012), como a medida de separação mais curta entre dois alvos em uma linha de azimute. Para um radar de abertura real $\Delta_{a'}$, tem-se

$$\Delta_{a'} = \frac{R_0}{\cos \theta_l} \theta_{a'} \approx \frac{R_0}{\cos \theta_l} \frac{\lambda}{A}, \quad (2.6)$$

em que

- θ_l é o ângulo de visada, indicado na Figura 5.
- $\theta_{a'}$ é a largura de feixe de azimute para a antena que pode ser aproximado para $\frac{\lambda}{A}$.
- A é o comprimento da largura de feixe da antena.

A abertura sintética L_s de um radar SAR é definida como o comprimento do azimute delimitado pelo feixe principal do radar na superfície terrestre (RIZZATO, 2012):

$$L_s = R_0 \theta_{a'} \approx R_0 \frac{\lambda}{A}. \quad (2.7)$$

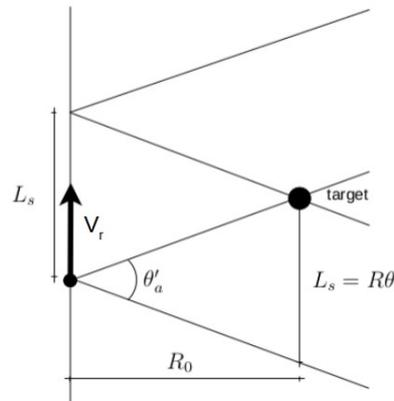
A Figura 6 ilustra a abertura sintética delimitada a um comprimento L_s produzida por um radar em movimento.

A resolução de azimute θ_{az} para um radar de abertura sintética é dada por (RIZZATO, 2012)

$$\theta_{az} = R_0 \theta_s = R_0 \frac{\lambda}{2L_s} = R_0 \frac{A}{2R_0} = \frac{A}{2}, \quad (2.8)$$

em que θ_s representa o similar à $\theta_{a'}$ para o radar de abertura sintética. Considerando um caso hipotético de um radar com parâmetros expostos na Tabela 1, a resolução

Figura 6 – Comprimento total da abertura sintética L_s para um radar imageando um alvo pontual.



Fonte: O autor (2021). Adaptado de (RIZZATO, 2012).

em azimute de um radar de abertura real tem o valor aproximado de $\theta_{a'} = 21,2$ m. O mesmos parâmetros em um sistema SAR resulta em uma resolução $\theta_{az} = 2$ m.

Tabela 1 – Valores arbitrários de parâmetros para comparação de aberturas.

Parâmetro	Valor do parâmetro
R_0	1000 m
λ	30 mm
A	2 m
θ_l	45°

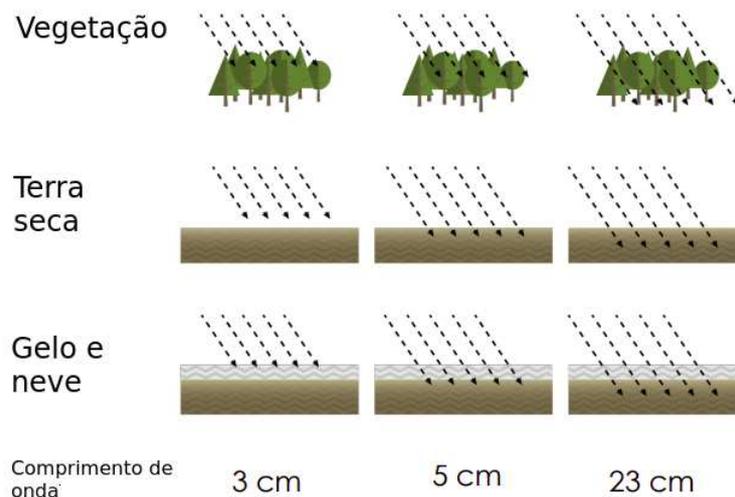
Fonte: O autor (2021).

2.2 SINAL DE UM RADAR DO TIPO SAR

A operação de um radar é baseada na propriedade de reflexão de ondas eletromagnéticas. A escolha da banda de frequência de funcionamento, bem como da forma de onda associada dependem das características desejáveis para o sistema. Por exemplo, o comprimento de onda está associado diretamente ao poder de penetração. Um com-

primento maior é desejável em ambientes com copas de árvores (PODEST, 2017). A Figura 7 ilustra a escolha de alguns comprimentos de ondas associados aos ambientes.

Figura 7 – Melhores comprimentos de onda para cada tipo de ambiente.



Fonte: O autor 2021. Adaptado de (PODEST, 2017).

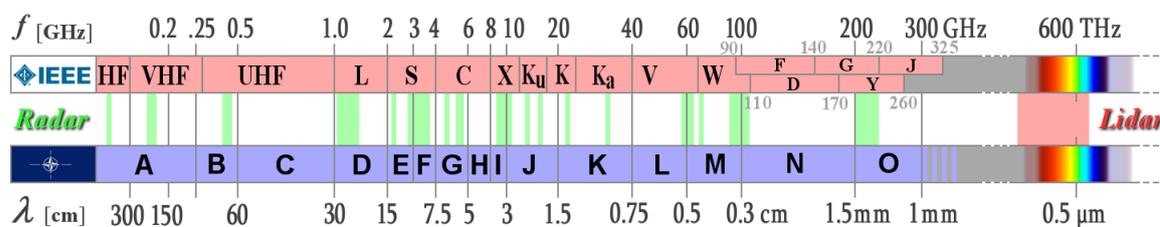
Além do mais, é interessante citar que a extensão mínima da antena do sistema é inversamente proporcional à frequência, questão delicada para radares montados em aeronaves. O alcance igualmente sofre influência da escolha desse último parâmetro. Por fim, um radar também possui limitações de potência por conta dos circuitos eletrônicos e interferências atmosféricas (PARKER, 2017). Dessa forma, mostra-se a importância do campo de estudo dos sinais para uma operação dentro de requisitos propostos para um dado radar SAR.

2.2.1 Bandas de frequência de um radar

Atualmente, dois padrões de bandas de frequência são aplicados tanto em radares civis quanto militares. O primeiro é normatizado pelo IEEE - *521-1984 IEEE Standard Letter Designations for Radar-Frequency Bands* (IEEE, 2003), enquanto o segundo por

um consórcio envolvendo União Europeia, OTAN e Estados Unidos da América (TEAM, 2019). A Figura 8 mostra os dois padrões com as denominações associadas a cada faixa de frequência ou comprimento de onda.

Figura 8 – Ondas e intervalos de frequência usadas pelo radar.



Fonte: O autor 2021. Adaptado de (WOLFF, 2020a).

A Tabela 2 descreve as principais bandas e aplicações, de acordo com a denominação da OTAN.

Tabela 2 – Bandas de frequência para um radar e principais aplicações de acordo com a denominação da OTAN.

Parâmetro	Valor do parâmetro
A/B	Radares <i>over the horizon</i>
C	Radares FOPEN
D	Radares de vigilância de rotas aéreas
E/F	Radares especiais de vigilância em aeroportos
G	Radares de batalha para curto/médio alcance
I/J	Radares SAR e de navegação marítima
K	Radares de movimento de superfície
M	Radares automotivos
N	<i>Scanners</i> corporais

Fonte: O autor (2021). Adaptado de (WOLFF, 2020a).

2.2.1.1 Sinal LFM e compressão de pulso por filtro casado

Como explicado no Capítulo 1, a operação de um radar consiste na emissão de um sinal no sentido de um alvo. O sinal atinge o alvo e então é refletido na forma de um eco e a potência desse depende das propriedades de reflexão, além das características do canal de transmissão. A relação de potência do sinal emitido e eco recebido é descrita em (2.2) e (2.4), sendo a última específica para um SAR.

Um requisito importante em um sistema de radar é a capacidade desse distinguir dois alvos próximos na dimensão de alcance. Essa característica é chamada resolução de alcance.

Para dois alvos distintos, a distância ΔR de separação detectada pela antena do radar é dada por

$$\Delta R = \frac{c(t_2 - t_1)}{2}, \quad (2.9)$$

em que t_1 e t_2 são os tempos necessários para a onda emitida pelo radar viajar em direção aos alvos e retornar após a reflexão. Sem perda de generalidade, definindo $\tau_r = t_2 - t_1$ como a largura ou duração de um pulso de sinal do tipo LFM (do inglês *linear frequency modulation*) do radar para que ocorra a detecção de dois alvos distintos separados por uma distância ΔR , tem-se que (HARRISON, 2019)

$$\Delta R \propto \tau_r, \quad (2.10)$$

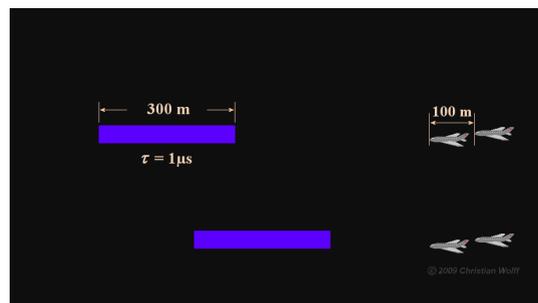
$$\propto \frac{1}{B_t}, \quad (2.11)$$

em que B_t representa a largura de banda do sinal emitido pelo radar. A razão inversamente proporcional entre a largura de um sinal nos domínios do tempo e da frequência pode ser provado pelo princípio da incerteza para análise de sinais (HOGAN, 2007).

Dessa forma, para uma maior resolução em alcance (menor ΔR), é necessário diminuir a duração do sinal conforme explicitado em (2.11). Entretanto, a redução de τ_r acarreta a diminuição da potência média do sinal, levando à degradação do desempenho do radar, uma vez que, para a focalização de um alvo, um radar necessita transmitir uma onda de longa potência

As Figuras 9, 10 e 11 mostram uma situação hipotética em que um sinal de $\tau_r = 1 \mu s$ é enviado e intercepta dois alvos que estão a uma distância $\Delta R = 100 \text{ m}$. O sinal transmitido está colorido em azul escuro e o eco em ciano. Na Figura 10, a distância entre os dois alvos não é suficiente para que o eco do alvo mais distante do emissor não interfira no eco do alvo mais próximo. Como consequência direta disso, há a sobreposição dos dois ecos, cenário ilustrado na Figura 11. Assim, após o processamento, revelar-se-á apenas um alvo.

Figura 9 – Pulso de radar de $\tau_r = 1 \mu s$ de duração interceptando dois alvos distantes um do outro 100 m (1).

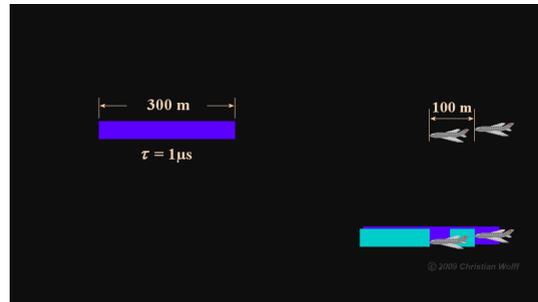


Fonte: O autor (2021). Adaptado de (WOLFF, 2009).

As Figuras 12, 13 e 14 mostram o mesmo emissor, mas inserido em outro caso. Nesse, os alvos agora estão a uma distância um do outro de $\Delta R = 200 \text{ m}$. A maior distância entre os alvos permitiu que os ecos de cada alvo não se justapassem. Essa cena revelará dois alvos.

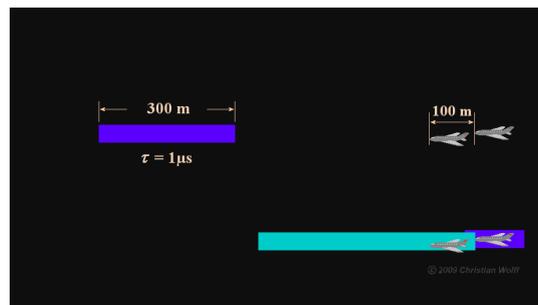
Em (2.9) é revelado que, para o caso citado anteriormente, a resolução de alcance é $\Delta R = 150 \text{ m}$. Para os dois alvos distantes 100 m, a solução seria a redução de τ_r ou

Figura 10 – Pulso de radar de $\tau_r = 1 \mu\text{s}$ de duração interceptando dois alvos distantes um do outro 100 m (2).



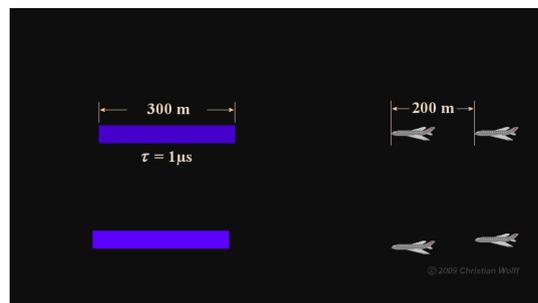
Fonte: O autor (2021). Adaptado de (WOLFF, 2009).

Figura 11 – Pulso de radar de $\tau_r = 1 \mu\text{s}$ de duração interceptando dois alvos distantes um do outro 100 m (3).



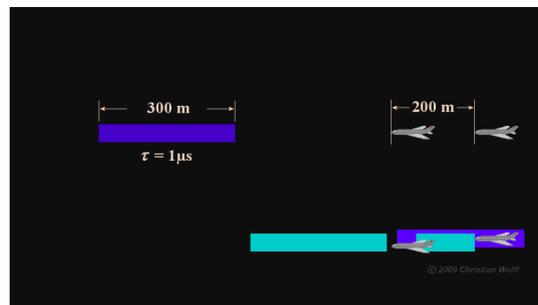
Fonte: O autor (2021). Adaptado de (WOLFF, 2009).

Figura 12 – Pulso de radar de $\tau_r = 1 \mu\text{s}$ de duração interceptando dois alvos distantes um do outro 200 m (1).



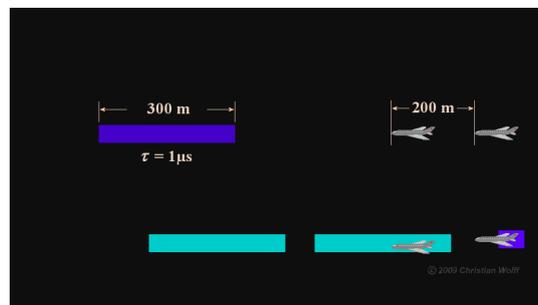
Fonte: O autor (2021). Adaptado de (WOLFF, 2009).

Figura 13 – Pulso de radar de $\tau_r = 1 \mu\text{s}$ de duração interceptando dois alvos distantes um do outro 200 m (2).



Fonte: O autor (2021). Adaptado de (WOLFF, 2009).

Figura 14 – Pulso de radar de $\tau_r = 1 \text{ s}$ de duração interceptando dois alvos distantes um do outro 200 m (3).



Fonte: O autor (2021). Adaptado de (WOLFF, 2009).

o aumento de B_t (visto em (2.10) e em (2.11)), porém esse recurso vai de encontro ao descrito em (2.4). Um aumento de banda B_t fornece ao mesmo tempo uma resolução em alcance mais fina, mas um decréscimo no SNR.

Uma técnica utilizada pelos cientistas e engenheiros desde a 2ª grande guerra para estabelecer um compromisso entre a potência necessária para não degradar o sinal de um radar e resolução em alcance é a compressão de pulso, mais especificamente a do tipo intrapulso (RICHARDS et al., 2010). A compressão consiste no aumento da largura de banda do sinal, e além da intrapulso, pode ser de outros três tipos: super-resolução, interpulso e de banda ultra-larga (HARRISON, 2019):

- **Compressão intrapulso:** consiste no aumento da largura de banda instantânea

por uma modulação de fase ou frequência do sinal transmitido. O sinal modulado é então inserido em um filtro casado para produzir a largura de banda requerida.

- **Super-resolução:** consiste no uso da matriz de covariância do sinal recebido.
- **Compressão interpulso:** consiste na variação da frequência da portadora de pulsos transmitidos sucessivamente para um aumento da largura de banda instantânea.
- **Banda ultra-larga:** consiste na transmissão de pulsos extremamente próximos, mas acaba necessitando de *hardware* sofisticado para transmissão e recepção dos sinais.

2.2.2 Sinal de interesse

Considere $u_e(t)$ como uma função que descreve o pulso de duração τ_r segundos a ser escolhido de forma que obedeça as condições explicitadas no parágrafo anterior. Considere, também, dois alvos que refletem o sinal segundo (FITCH; BURRUS, 1988)

$$r_1(t) = \sigma_1 u_e(t - \tau_{r1}), \quad (2.12)$$

$$r_2(t) = \sigma_2 u_e(t - \tau_{r2}). \quad (2.13)$$

O objetivo do problema proposto é determinar $u_e(t)$ que seja dessemelhante para $r_1 \neq r_2$ em $\tau_{r1} \neq \tau_{r2}$. Uma métrica que pode ser utilizada para mensurar o grau de dessemelhança é a diferença quadrática

$$d^2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} [r_1(t) - r_2(t)]^2 dt \quad (2.14)$$

Sinais similares possuíram baixa diferença quadrática. Portanto, pode-se atribuir a tarefa de definir $u_e(t)$ como um problema de maximização de $d^2(t)$. Substituindo (2.12) e (2.13) em (2.14),

$$\begin{aligned} d^2(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} [r_1(t) - r_2(t)]^2 dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} [\sigma_1 u_e(t - \tau_{r1}) - \sigma_2 u_e(t - \tau_{r2})]^2 dt \\ &= -2\sigma_1\sigma_2 \int_{-\infty}^{\infty} [u_e(t - \tau_{r1})u_e(t - \tau_{r2})]^2 dt, \end{aligned} \quad (2.15)$$

como σ_1 e σ_2 não são características de $u_e(t)$, (2.15) pode ser tratada como um problema de minimização do termo $M(\tau_{r1}, \tau_{r2})$ para $\tau_{r1} \neq \tau_{r2}$, isto é,

$$M(\tau_{r1}, \tau_{r2}) = \int_{-\infty}^{\infty} [u_e(t - \tau_{r1})u_e(t - \tau_{r2})]^2 dt. \quad (2.16)$$

Fazendo $\tau_r = \tau_{r1} - \tau_{r2}$ em (2.16), tem-se

$$M(\tau_r) = \int u_e(t)u_e(t + \tau_r) d\tau_r. \quad (2.17)$$

Os limites da integral estão compreendidos em um período para sinais periódicos e para todos os valores permitidos em um sinal finito.

$M(\tau_r)$ determina a autocorrelação de $u_e(t)$. Funções do tipo $e^{j2\pi(ft + \frac{1}{2}at^2)}$ possuem autocorrelações de banda larga na frequência. A primeira derivada da fase dessa função mostra uma variação linear da frequência, com início em f e taxa de mudança no tempo a . Por esse motivos são chamadas de sinais de frequência modulada linearmente (LFM). Então essas funções tornam-se candidatas a $u_e(t)$.

Para sinais complexos, a autocorrelação será definida como

$$M(\tau_r) = \int u_e^*(t)u_e(t + \tau_r) dt. \quad (2.18)$$

Assim, a autocorrelação $A(\tau_r)$ de $e^{j2\pi(ft + \frac{1}{2}at^2)}$

$$\begin{aligned}
M(\tau_r) &= \int e^{-j2\pi(f t + \frac{1}{2} a t^2)} e^{j2\pi(f(t+\tau_r) + \frac{1}{2} a(t+\tau_r)^2)} dt \\
&= e^{j2\pi(f\tau_r + \frac{1}{2} a\tau_r^2)} \int e^{j2\pi a\tau_r t} dt.
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Considerando um pulso de duração T e com início em T_0 , a autocorrelação $M(\tau_r)$ obtida por meio de (2.19) corresponder a

$$M(\tau_r) = e^{j2\pi\tau_r(f + a(T_0 + \frac{1}{2}T))} \frac{\sin \pi a\tau_r(T - |\tau_r|)}{\pi a\tau_r}, \quad -T \leq \tau_r \leq T. \tag{2.20}$$

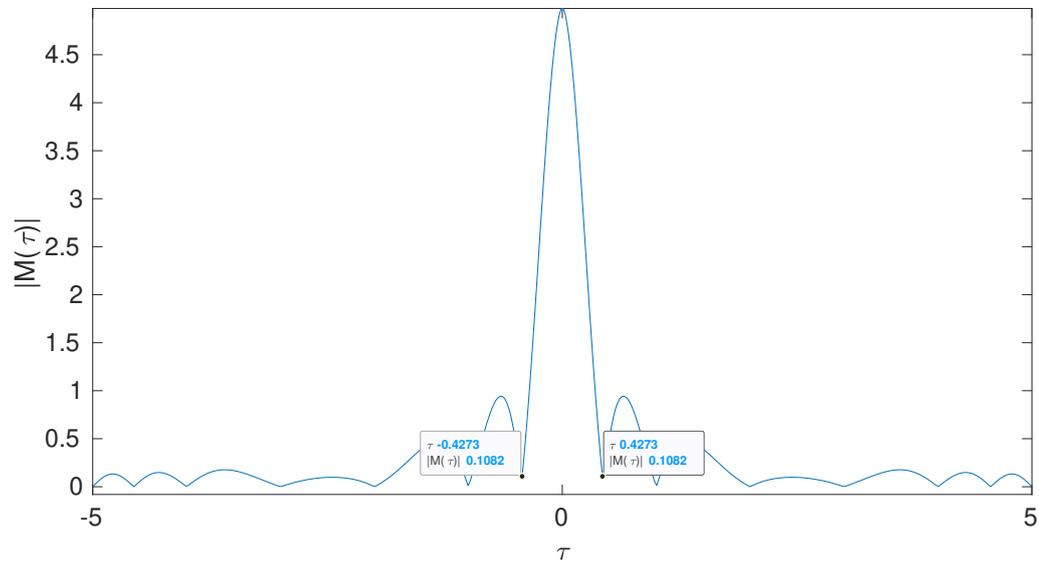
Como pode ser visualizado na Figura 15, a largura do lóbulo principal da autocorrelação é da ordem de $2/aT$. O lóbulo principal de (2.20) pode ser estreitado com o aumento de aT (o produto entre a e T corresponde à largura de banda do sinal), ou seja, a largura do lóbulo principal da função de autocorrelação para sinais LFM vai se aproximando da nulidade com o aumento de banda. Além disso, há uma queda abrupta do pico para região nula. Esse comportamento permite a distinção de ecos em $\tau_{r1} \neq \tau_{r2}$. Ratifica-se assim que o aumento de banda resulta em uma resolução de alcance mais fina. O sinal LFM tornou-se o escolhido $u_e(t)$ para a compressão de pulso.

2.2.3 Compressão intrapulso: filtro casado

O filtro casado é uma técnica de compressão intrapulso e o primeiro termo é assim chamado por conta da resposta ao impulso do filtro ser casada com o sinal transmitido. Foi nomeado inicialmente como um filtro North pela primeira vez em (NORTH, 1943) e depois republicado em (NORTH, 1963). É um filtro linear ótimo que maximiza o SNR na presença de um ruído aleatório aditivo (HARRISON, 2019).

Considere o sinal de entrada do receptor do radar como $x_i(t)$ (HARRISON, 2019)

Figura 15 – Gráfico de (2.20) para $a = 0.5$, $T = 5$, $T_0 = 0$ e $f = 10^5$. Vê-se, considerando os pontos marcados, que a largura do lóbulo principal vale aproximadamente 0,8.



Fonte: O autor (2021).

$$x_i(t) = s_i(t) + n_i(t), \quad (2.21)$$

em que $s_i(t)$ é o sinal de entrada e $n_i(t)$ representa o ruído de entrada. O sinal de entrada

$$s_i(t) = s(t - t_0), \quad (2.22)$$

representa a versão do sinal transmitido pelo radar atrasado de um tempo t_0 . Dado um filtro casado linear $h(t)$, o sinal filtrado $x_o(t)$ será

$$x_o(t) = s_o(t) + n_o(t), \quad (2.23)$$

em que

$$s_o(t) = s(t - t_0) * h(t), \quad (2.24)$$

$$n_o(t) = n_i(t) * h(t). \quad (2.25)$$

Os ruídos de entrada e saída são assumidos como aleatórios e a potência do ruído de saída P_n estacionária é definida como

$$P_n = \mathbb{E} \{ |n_o(t)|^2 \}, \quad (2.26)$$

em que $\mathbb{E} \{x\}$ representa a esperança de x . A potência de pico instantânea do sinal de saída é

$$P_s = |s_o(t_0)|^2. \quad (2.27)$$

Dessa forma, a SNR estabelecida por (2.26) e (2.27)

$$\text{SNR} = \frac{P_s}{P_n} = \frac{|s_o(t_0)|^2}{\mathbb{E} \{ |n_o(t)|^2 \}}. \quad (2.28)$$

No domínio da frequência, sendo $\mathcal{F}\{x\}$ TF de x ,

$$H(f) = \mathcal{F}\{h(t)\}, \quad (2.29)$$

$$S_i(f) = \mathcal{F}\{s_i(t)\}, \quad (2.30)$$

$$S_o(f) = \mathcal{F}\{s_o(t)\}, S_o(f) = H(f)S_i(f). \quad (2.31)$$

As TF's para os ruídos de entrada e saída devem ser calculadas com base no valor esperado, uma vez que são processos aleatórios, ou seja,

$$N_i(f) = \mathcal{F} \{ \mathbb{E} [n_i(t + \tau_r)n_i^*(t)] \}, \quad (2.32)$$

$$N_o(f) = \mathcal{F} \{ \mathbb{E} [n_o(t + \tau_r)n_o^*(t)] \}, \quad (2.33)$$

e

$$N_o(f) = |H(f)|^2 N_i(f), \quad (2.34)$$

em que (2.34) representa a densidade espectral de potência. A potência média do ruído é determinada por

$$P_n = \int_{-\infty}^{\infty} N_o(f) df = \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 N_i(f) df. \quad (2.35)$$

A potência de pico instantânea dada em (2.27) pode então ser representada por

$$P_s = \left| \mathcal{F}^{-1} \{S_0(f)\} \Big|_{t=t_0} \right|^2 = \left| \int_{-\infty}^{\infty} S_i(f) H(f) e^{j2\pi f t_0} df \right|^2. \quad (2.36)$$

Dessa forma, a expressão para a SNR pode ser calculada por

$$\text{SNR} = \frac{P_s}{P_n} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} S_i(f) H(f) e^{j2\pi f t_0} df \right|^2}{\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 N_i(f) df}. \quad (2.37)$$

Para $n_i(t)$ classificado como um ruído branco com densidade espectral de potência calculada por $\kappa T_s F_r G$, a SNR será

$$\text{SNR} = \frac{P_s}{P_n} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{\infty} S_i(f) H(f) e^{j2\pi f t_0} df \right|^2}{k T_0 F G \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df}. \quad (2.38)$$

A desigualdade de Cauchy-Schwarz pode ser usada para maximizar a SNR (RYP-KEMA, 2019). Para isso, antes, é válido destacar a expressão da desigualdade

$$\left| \int_a^b X(f) Y(f) df \right|^2 \leq \left(\int_a^b |X(f)|^2 df \right) \left(\int_a^b |Y(f)|^2 df \right), \quad (2.39)$$

em que a igualdade ocorre quando $X(f) = K_e Y^*(f)$, em que K_e é uma constante complexa arbitrária. Assim, relacionando (2.39) a (2.38),

$$\text{SNR} \leq \frac{\left(\int_a^b |S_i(f)|^2 df \right) \left(\int_a^b |H(f)|^2 df \right)}{k T_0 F G \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df} \leq \frac{\int_a^b |S_i(f)|^2 df}{k T_0 F G}. \quad (2.40)$$

Da desigualdade de Cauchy-Schwarz, o filtro $H(f)$ deve assumir a forma

$$H(f) = K_e S_i^*(f) e^{-j2\pi f t_0}, \quad (2.41)$$

para que seja atingido o limite superior da SNR. A resposta ao impulso do filtro $h(t)$ é dada por

$$\begin{aligned} h(t) &= \mathcal{F}^{-1} \left\{ K_e S_i^*(f) e^{-j2\pi f t_0} \right\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} K_e S_i^*(f) e^{-j2\pi f t_0} e^{j2\pi f t} df = K_e s_i^*(t_0 - t). \end{aligned} \quad (2.42)$$

Como pode ser visto em (2.42), $h(t)$ é uma versão conjugada, deslocada e invertida temporalmente do sinal transmitido $s(t)$.

Um grau de medida para a compressão de um sinal é a razão de compressão, dada pelo tamanho original do sinal dividido pela largura de 3 dB do pulso comprimido (CUMMING; WONG, 2005). Por sua vez, essa figura de mérito, também chamada de produto tempo-largura de banda, é uma medida que representa o crescimento da SNR na saída do filtro casado comparado à entrada. Para sinais LFM, o produto tempo-largura de banda pode assumir valores acima de 100.000 (HARRISON, 2019).

Seja $x_o(t) = s_o(t)$, em que (CUMMING; WONG, 2005)

$$s(t) = \text{rect} \left(\frac{t}{T} \right) \exp \left\{ j\pi K (t)^2 \right\}, \quad (2.43)$$

em que K é uma constante e T representa a duração do pulso do sinal LFM. Assim, considerando que o sinal s_r foi recebido no receptor após um atraso t_0 ,

$$s_r(t) = \text{rect} \left(\frac{t - t_0}{T} \right) \exp \left\{ j\pi K (t - t_0)^2 \right\}. \quad (2.44)$$

O filtro casado $h(t)$ para a compressão do sinal expresso em (2.44) com $t_0 = 0$ é descrito por

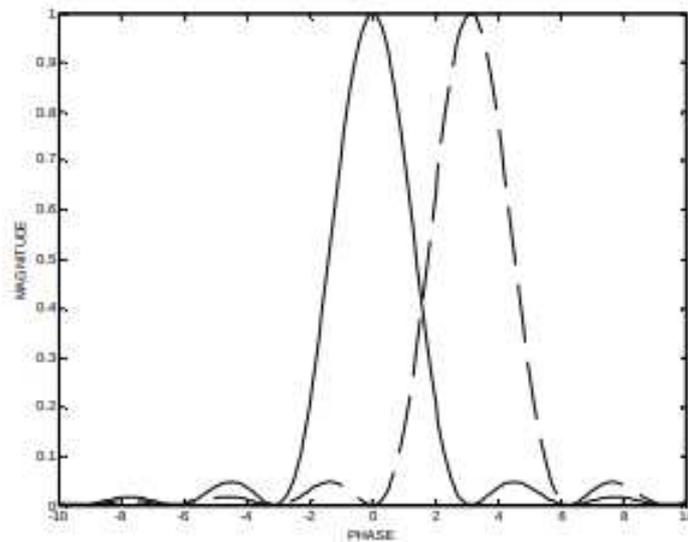
$$\begin{aligned}
 h(t) &= \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \exp\{-j\pi k(-t)^2\} \\
 &= \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \exp\{-j\pi kt^2\}.
 \end{aligned}
 \tag{2.45}$$

Fazendo $s_r(t) = s(t - t_0)$, e de acordo com (2.24), para um produto tempo-largura de banda ≥ 100 ,

$$x_o(t) \approx T \text{sinc}(KT(t - t_0)). \tag{2.46}$$

Ainda na compressão de pulso, dentro do chamado critério de Rayleigh, dois alvos são distinguíveis quando o pico da resposta ao filtro casado de um começa a cair no primeiro nulo do segundo alvo, conforme ilustrado na Figura 16. Essa característica revelada no gráfico mostra que não há “competição” entre os picos referentes a cada alvo (FLORES; OCHOA; THOMAS, 2004).

Figura 16 – Picos de respostas ao filtro casado para dois alvos distintos segundo o critério de Rayleigh.



Fonte: O autor (2021). Adaptado de (FLORES; OCHOA; THOMAS, 2004).

2.3 TRANSFORMADA FRACIONÁRIA DE FOURIER

A TF decompõe um sinal temporal no domínio da frequência. Entretanto não demonstra eficiência na análise de sinais não-estacionários, uma vez que não atinge uma resolução local fina em tempo e em frequência. Para isso, são necessárias outras ferramentas como a transformada de Fourier de curta duração, transformada de Gabor e a transformada fracionária de Fourier (ZHANG et al., 2017).

A transformada fracionária de Fourier (TFRF) é uma generalização da TF e possibilita que um sinal seja transformado para um domínio intermediário entre tempo e frequência (ALMEIDA, 1994). Dentre as principais contribuições para o desenvolvimento dessa ferramenta, podem ser mencionadas as seguintes (ZHANG et al., 2017):

- As primeiras definições foram propostas (WIENER, 1929; CONDON, 1937).
- O termo transformada fracionária de Fourier foi proposto formalmente (NAMIAS, 1980).
- O parâmetro de rotação α foi relacionado à TFRF (ALMEIDA, 1994).
- O conceito de filtragem no domínio fracionário (OZAKTAS et al., 1994).
- Foi mostrado que a TFRF é uma variação da TF e forma deduzidas propriedades por meio dessa relação (ZAYED, 1996).
- Foi proposta uma transformada fracionária discreta de Fourier (TFRDF) por meio de projeções ortogonais (PEI; YEH; TSENG, 1999).
- Foi definida a transformada fracionária de Fourier sobre corpos finitos (LIMA; CAMPELLO DE SOUZA, 2010; LIMA; CAMPELLO DE SOUZA, 2012).

Quanto aos campos de estudo que podem se beneficiar da TFRF, podem ser elencados os seguintes (ZHANG et al., 2017):

- Comunicações (DENG et al., 2014; CUI; WANG, 2014).
- Criptografia (LIMA; NOVAES, 2014; ELHOSANY et al., 2012).
- Radiologia (BENNETT et al., 2006; KUMARI; THANUSHKODI, 2013).
- Sensoriamento remoto (ELGAMEL; SORAGHAN, 2011; MEI; CHENLEI; SHUQING, 2013).
- Processamento de imagens (GUO; LIU; LIUCORA, 2011; SHARMA; MITTAL, 2013).
- Reconhecimento de padrões (GUAN et al., 2012; AJMERA; HOLAMBE, 2013).

Para um valor real de α , a TFrF de uma função $x(t)$, denotada por F_α , é definida como (OZAKTAS; KUTAY, 2001; ZHANG et al., 2017)

$$F_\alpha(x) = F_\alpha(u) = \int_{-\infty}^{\infty} K_\alpha(t, u)x(t)dt, \quad (2.47)$$

em que u refere-se à frequência, t ao tempo e K_α é o núcleo da transformada e é definido como

$$K_\alpha(t, u) = \begin{cases} \sqrt{1 - j \cot \alpha} \\ \times \exp(j\pi(t^2 \cot \alpha - 2ut \csc \alpha + u^2 \cot \alpha)), \\ \delta(t + u), \\ \delta(t - u), \end{cases} \quad \text{para } \alpha = \begin{cases} \neq n\pi, \\ = (2n + 1)\pi, \\ = 2n\pi. \end{cases} \quad (2.48)$$

em que j é a unidade imaginária, n é um inteiro arbitrário e δ é a função impulso.

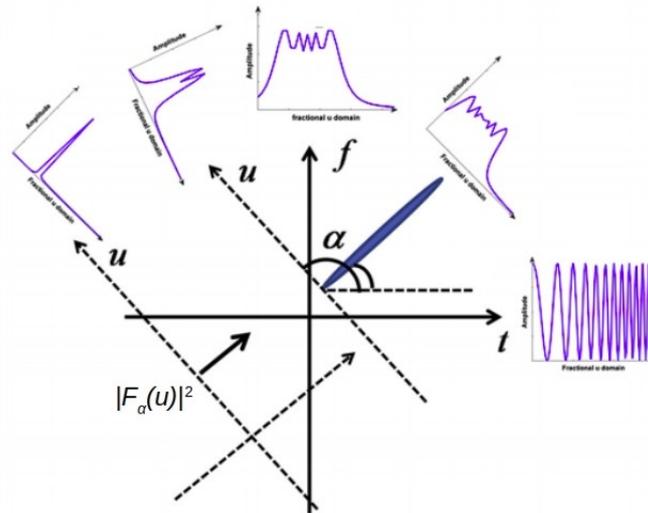
A transformada fracionária inversa de Fourier, por sua vez, é dada por

$$x(t) = F_{-\alpha}^{-1} = \int_{-\infty}^{\infty} K_{-\alpha}(t, u)F_\alpha(u)du. \quad (2.49)$$

A TFrF pode ser interpretada como uma rotação do sinal em sentido anti-horário no plano tempo-frequência por um ângulo α . Para um desses ângulos, o sinal é representado na forma mais compacta. Nessa forma, a energia/potência espectral é a mais

esparsa possível (SERBES, 2017). A Figura 17 mostra a rotação de um sinal LFM em diversos ângulos até a obtenção da forma mais compacta.

Figura 17 – Rotação de um sinal LFM no plano tempo-frequência por meio da TFrF.



Fonte: Oautor (2021). Adaptado de (TU et al., 2011).

Em (SERBES, 2017), é proposto um método que utiliza a norma- ℓ_1 como medida de representação mais compacta chamado *Minimum norm method* (MNM). O ângulo $\hat{\alpha}_{ot}$ para a TFrF $F_\alpha(u)$ que leva o sinal à representação mais compacta é calculado por

$$\hat{\alpha}_{ot} = \operatorname{argmin}_{\alpha} \|F_\alpha(u)\|_1. \quad (2.50)$$

Pode-se utilizar diversos algoritmos de otimização para a resolução de (2.50). Em (SERBES, 2017), é utilizado um método proposto por (ZHENG; SHI, 2009).

Muitas das propriedades da TFrF possuem uma correspondência às propriedades da TF. Dentre essas propriedades, as seguintes são destacadas (ZHANG et al., 2017):

1. Aditividade:

$$F_{\alpha+\beta} = F_\alpha F_\beta, \quad (2.51)$$

em que α e β são parâmetros de rotação.

2. Linearidade:

$$F_\alpha \left(\sum_i b_i f_i(t) \right) = \left(\sum_i b_i F_\alpha(t) \right), \quad (2.52)$$

em que b representa um coeficiente e i um índice.

3. Ordem inteira:

Quando α é equivalente a um inteiro k , a TFrF de ordem α é equivalente a TF aplicada k vezes, isto é,

$$F_k = (TF)^k, \quad (2.53)$$

e

$$\begin{aligned} F_2 &= P, \\ F_3 &= TF_{-1}, \\ F_4 &= TF_0 = I, \end{aligned} \quad (2.54)$$

em que P representa o operador paridade, I o operador identidade e TF a transformada de Fourier.

4. Periodicidade:

$$F_\alpha = F_{\alpha \pmod{4}}. \quad (2.55)$$

5. Invertibilidade:

$$(F_\alpha)_{-1} = F_{-\alpha}. \quad (2.56)$$

6. Comutatividade:

$$F_\alpha F_\beta = F_\beta F_\alpha, \quad (2.57)$$

para quaisquer α e β reais.

7. Associatividade:

$$F_\alpha(F_\beta F_\gamma) = (F_\alpha F_\beta)F_\gamma. \quad (2.58)$$

8. Teorema de Parseval:

$$\int G_{\alpha}(u)F_{\alpha}^{*}(u)du = \int G(u)F^{*}(u)du, \text{ em que}$$

$$G_{\alpha}(u) = F_{\beta}(u). \quad (2.59)$$

9. Reversão no tempo:

$$F_{\alpha}P = PF_{\alpha}. \quad (2.60)$$

Pode-se citar três abordagens para o cálculo da transformada fracionária de Fourier (TFrF) (ZHANG et al., 2017):

- Ponderação (SHIH, 1995; SANTHANAM; MCCLELLAN, 1996).
- Amostragem (OZAKTAS et al., 1996).
- Matrizes geradoras por autovetores (PEI; YEH, 1997).

A Tabela 3 compara os três métodos quanto à aditividade de índices, aproximação à TFrF, redução à transformada discreta de Fourier (TDF) quando a ordem é levada à unidade, complexidade aritmética e forma fechada (TAO; ZHANG; WANG, 2008; KRISHNA, 2012; ZHANG et al., 2017; DE OLIVEIRA NETO; LIMA, 2017). A escolha do método de cálculo pode ser feita com base nessas características.

2.3.1 Compressão de pulso por TFrF

Como dito na Seção 2.3, aplicada sob a condição de ângulo ótimo, a TFrF concentra de forma máxima a energia do sinal. Esse fato pode então ser usado para a compressão de pulso de um sinal do tipo LFM, em que a razão de modulação linear de frequência é casada com o ângulo ótimo (CAPUS; BROWN, 2003).

Tabela 3 – Comparação entre métodos para cálculo da TFrDF.

	Ponderação	Amostragem	Matrizes geradoras por autovetores
Unidade	✓	X	✓
Aditividade	✓	X	✓
Aproximação	X	✓	✓
Redução	✓	✓	✓
Complexidade aritmética	$O(N \log N)$	$O(N \log N)$	$O(N^2)$
Forma fechada	✓	✓	✓

Fonte: O autor (2021). Adaptado de (TAO; ZHANG; WANG, 2008; KRISHNA, 2012; ZHANG et al., 2017; DE OLIVEIRA NETO; LIMA, 2017).

Para um sinal LFM do tipo $e^{j(at^2+bt+c)}$, o processo de casamento pode ser visto geometricamente como o exposto na Figura 18, na qual a frequência instantânea, $\phi' = 2at + b$, é representada por uma equação de reta obtida pela derivação da fase do sinal e uma rotação α leva um dos eixos (domínio) a ser paralelo ao da frequência instantânea. A integração no plano tempo-frequência para uma TFrF de ordem α produz uma representação do sinal no domínio definido no eixo u_α .

Pelo gráfico da Figura 18 percebe-se que (CAPUS; BROWN, 2003)

$$\hat{\alpha}_{ot} = -\frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{1}{2a}\right). \quad (2.61)$$

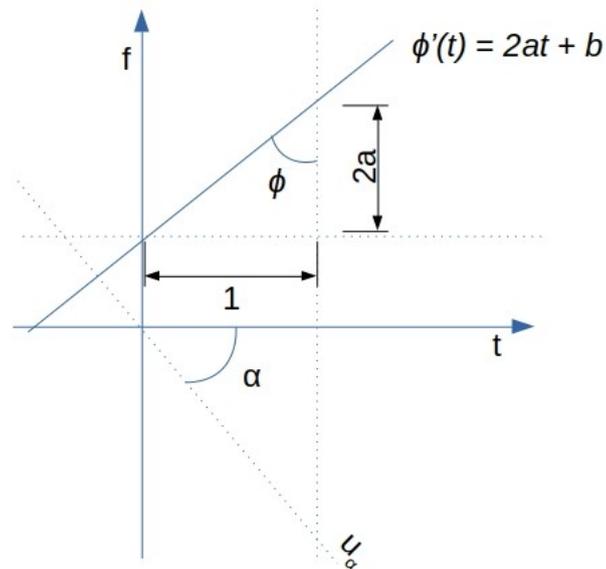
Para um sinal discreto, com tempo medido em segundos e frequência em Hertz, (2.61) torna-se

$$\hat{\alpha}_{ot} = -\frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{\delta f / \delta t}{2a}\right), \quad (2.62)$$

em que

- $\delta f = f_s/N$ é a resolução em frequência.
- $\delta t = 1/f_s$ é a resolução no tempo.
- f_s é a frequência de amostragem.

Figura 18 – Interpretação geométrica da TFrFT de parâmetro α de um sinal LFM de taxa a .



Fonte: O autor (2021). Adaptado de (CAPUS; BROWN, 2003).

- N é o número de amostras.

Assim

$$\hat{\alpha}_{ot} = -\frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{f_s^2/N}{2a}\right). \quad (2.63)$$

Dado um sinal LFM (HANBALI; KASTANTIN, 2017)

$$x(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \exp(j\pi Kt^2), \quad (2.64)$$

a TFrF $F_\alpha(u)$ do sinal $x(t)$ é dada por

$$F_\alpha(u) = \int_{-\infty}^{\infty} K_\alpha(t, u)x(t)dt. \quad (2.65)$$

Considerando o caso de $\hat{\alpha}_{ot}$

$$F_{\hat{\alpha}_{ot}}(u) = A_{\alpha} T \frac{\sin(u\pi T \csc \hat{\alpha}_{ot})}{(u\pi T \csc \hat{\alpha}_{ot})}. \quad (2.66)$$

Para um sinal com produto tempo-largura de banda ≥ 100

$$|F_{\hat{\alpha}_{ot}}(u)| \approx T \operatorname{sinc}(KTu), \quad (2.67)$$

que possui a mesma forma de (2.46).

3 IMAGEAMENTO SAR

O grande marco para o processamento digital de sinais provenientes de radares de abertura sintética ocorreu em 1978, no Canadá. O fato é reconhecido pelo IEEE com o prêmio *Milestone IEEE in Electrical Engineering and Computing* oferecido em 2014 aos membros da *MacDonald, Dettwiler and Associates Ltd* (MDA). A equipe da MDA foi a primeira a processar digitalmente dados de um SAR com a finalidade de formar uma imagem. O time composto por John Bennett, Ian Cumming, Ron Fielden, Wayne Fung, Pete McConnell, Robert Orth, Pietro Widmer, Doug Seymour e Robert Deane (presentes na Figura 19) contrariou as expectativas da época. Era esperado que o processamento digital dos sinais provenientes do satélite SeaSat-1 fosse desenvolvido por uma equipe da NASA, mais precisamente do *Jet propulsion laboratory* (JPL), mas a pequena equipe da MDA, além de desenvolver antes da JPL o algoritmo para tal finalidade, desenvolveu mais outros dois. Três dos quatro algoritmos mais importantes para o processamento digital de sinais para SAR foram criados pelos pesquisadores da MDA (MICHELSON; AGHDAM, 2015).

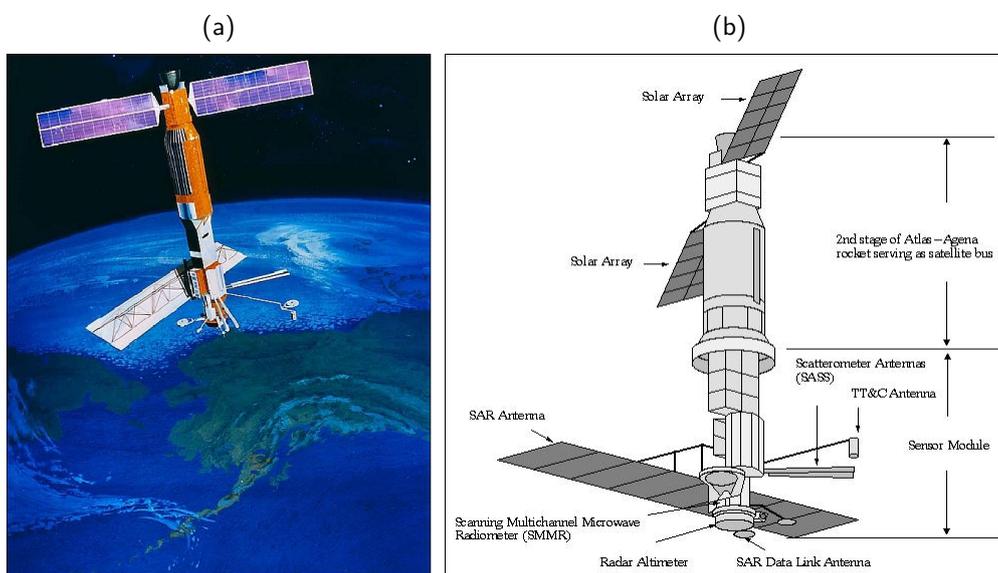
Figura 19 – Equipe da MDA reunida em novembro de 1978 (a) e no recebimento do prêmio em setembro de 2014 (b).



Fonte: O autor (2021). Adaptado de (MICHELSON; AGHDAM, 2015).

O SeaSat-1 (ilustrado na Figura 20) foi lançado para o espaço no dia 26 de junho de 1978 da base de Vandenberg na Califórnia e operou até uma falha no sistema de potência no dia 8 de outubro do mesmo ano. Mesmo com pouco tempo de missão se tornou importante por contar com o primeiro SAR em um satélite para uso civil. O radar embarcado possuía uma massa de 147 kg e consumia 216 W, podendo ser operado por 10 min a cada volta completa dentro da órbita do satélite. Produziu cerca de 60 h de dados brutos de zonas costeiras, ondas e geleiras no oceano. Cerca de 85% desses dados foram processados óticamente, como de costume na época (ESA, 2020).

Figura 20 – Desenhos do satélite SeaSat-1: versão artística (a) e versão esquemática (b).

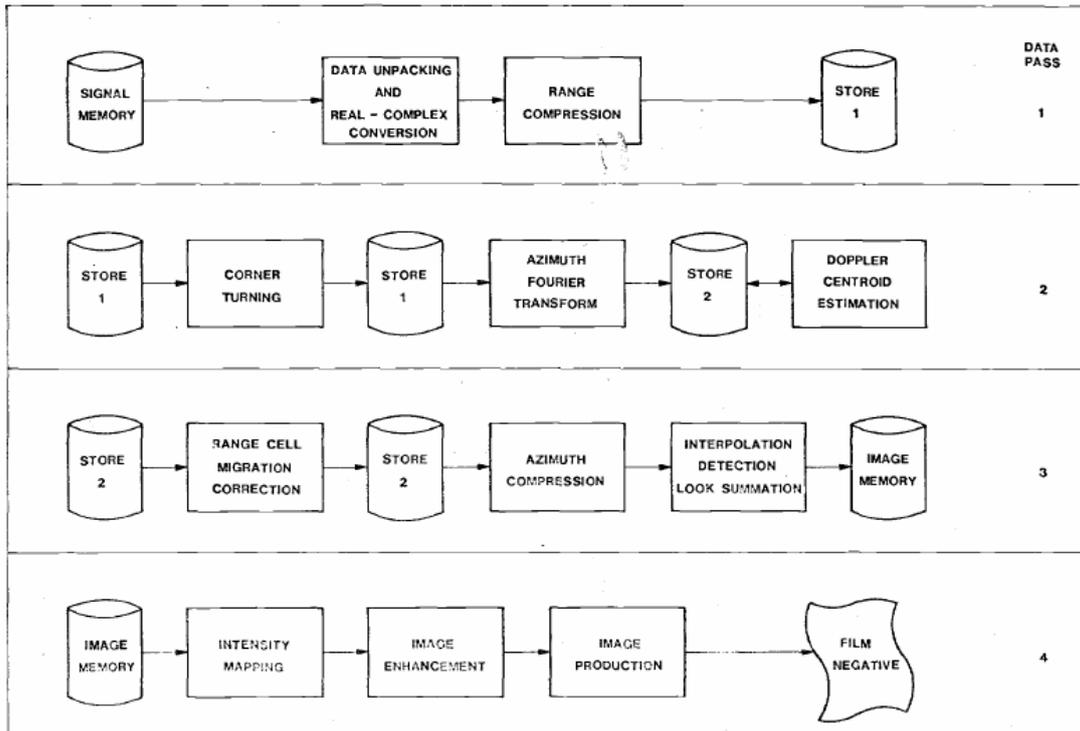


Fonte: O autor (2021). Adaptado de (ESA, 2020).

Mesmo obtendo sucesso, as técnicas óticas de processamento possuíam limitações que o do tipo digital poderia contornar: alcance dinâmico limitado e resolução dos vídeos de gravação, difusão da luz em um sistema ótico, dificuldade em obter um foco automático e inabilidade de lidar com artefatos nos dados (BENNETT; CUMMING, 1979). O algoritmo proposto pela MDA e empregado no SeaSat-1 está ilustrado na Figura 21. O principal problema enfrentado, na época, para o projeto do processador digital

foi o fenômeno da migração de célula em alcance (do inglês, *range cell migration - RCM*) (BENNETT; CUMMING, 1979), mas que foi contornado, possibilitando a publicação e divulgação da primeira imagem produzida pelo algoritmo proposto (CUMMING; BENNETT, 1979) e exposta na Figura 22.

Figura 21 – Diagrama de blocos do processamento digital de dados.



Fonte: O autor (2021). Adaptado de (CUMMING; BENNETT, 1979).

Figura 22 – Primeira imagem produzida pelo SeaSat-1.



Fonte: O autor (2021). Adaptado de (CUMMING; BENNETT, 1979).

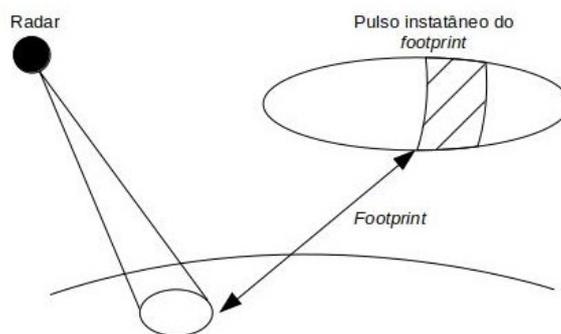
3.1 ANÁLISE DE SINAIS SAR

Antes da imagem ser formada por um determinado algoritmo, um radar de abertura sintética coleta uma grande quantidade de dados em duas dimensões temporais: tempo rápido ou alcance, tempo lento ou azimute (CUMMING; BENNETT, 1979). O processamento, por motivos de eficiência, acontece no domínio de *range Doppler* ou na frequência nas duas dimensões. O primeiro domínio se refere às expressões que são retiradas no tempo para o alcance e frequência para o azimute (CUMMING; WONG, 2005).

A captura de dados para um único alvo pontual contém uma contribuição de várias reflexões do solo representada pela área de *footprint* representada pela Figura 23.

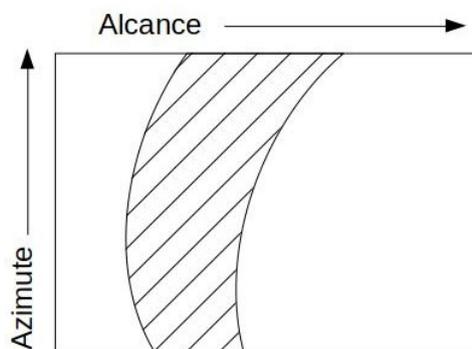
A representação do sinal desse alvo sofrerá um espalhamento no domínio temporal, como está ilustrada na Figura 24. A mesma imagem mostra como a resposta em alcance de um alvo pontual varia com o azimute, o que é conhecido como fenômeno de RCM (CUMMING; BENNETT, 1979).

Figura 23 – Representação do *footprint* do feixe na superfície terrestre proveniente de um radar embarcado.



Fonte: O autor (2021). Adaptado de (CUMMING; BENNETT, 1979).

Figura 24 – Representação do sinal bruto captado pelo radar.



Fonte: O autor (2021). Adaptado de (CUMMING; BENNETT, 1979).

A natureza do sinal refletido por um alvo consiste de sinais LFM nas direções de alcance e azimute (desde que o pulso transmitido em alcance seja desse tipo). O mais importante para a questão de processamento desses sinais para a formação de imagens

é que a resposta em cada dimensão pode ser desacoplada da outra por conta da diferença das escalas temporais de cada sinal LFM e para ângulos de obliquidade baixos, o domínio *range Doppler* pode ser encontrado por uma TF do sinal em azimute. De modo qualitativo essa natureza pode ser explicada pelo movimento da plataforma que embarca o radar e pelo tipo de sinal emitido (CUMMING; BENNETT, 1979; CUMMING; WONG, 2005). Para ângulos de obliquidade maiores, uma análise qualitativa do espectro se faz necessária para a obtenção das relações essenciais para algoritmos de imageamento à partir de um sinal representado em *range Doppler* (CUMMING; WONG, 2005).

Para uma plataforma que se movimenta com uma velocidade uniforme em azimute, considerando o momento no qual o radar emite um sinal de única frequência, o sinal recebido exibe um desvio dessa frequência baseado no efeito Doppler. A variação dessa frequência é proporcional à variação do alcance entre o alvo e o radar, e para o caso citado, é linear com o tempo. Dessa forma, o sinal recebido, para o azimute, é do tipo LFM. Quanto ao alcance, o sinal emitido, considerando o caso de uma geometria de visada lateral, é do tipo LFM. Dessa forma, uma vez que a frequência de repetição de pulso é muito maior do que a velocidade da plataforma, o sinal recebido de um alvo pontual continua a ser LFM. Essa diferença explica o motivo dos sinais de cada dimensão serem desacoplados (CUMMING; BENNETT, 1979).

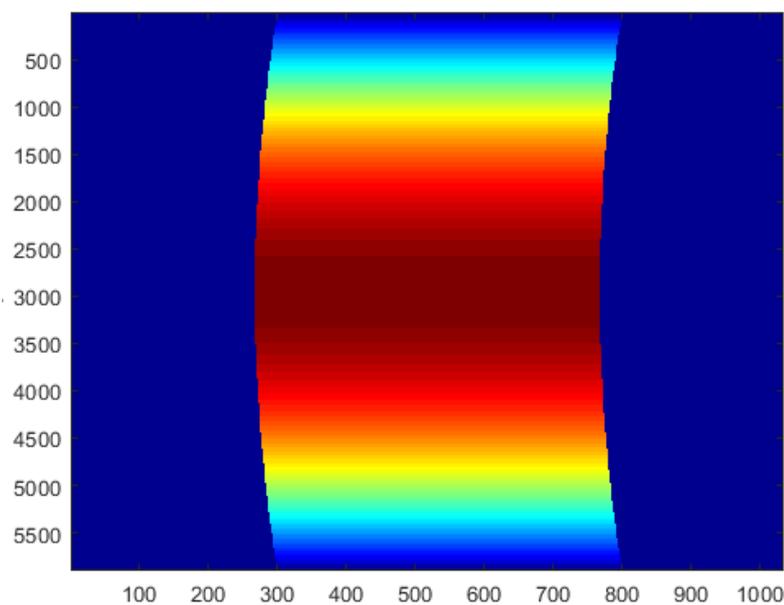
3.1.1 Espectro de um sinal SAR no caso geral

A derivação do sinal para o domínio *range Doppler* no caso geral (sem fazer considerações sobre o ângulo de obliquidade) é mais complexa do que apenas realizar uma TF sobre o azimute. Isso se deve a um acoplamento cruzado entre os sinais brutos no alcance e no azimute provocado pelo RCM (CUMMING; WONG, 2005).

A Figura 25 mostra a forma desses dados brutos em alcance e azimute, a curvatura

representa o RCM. Para um determinado alcance, existe uma diferença de fase entre as células para cada azimute que se torna maior com o aumento do RCM. Essa diferença de fase é ainda somada aquela encontrada na demodulação do sinal, afetando a taxa de modulação da frequência em azimute. Em (JIN; WU, 1984), esse acoplamento é reconhecido e é apresentado um modo para a obtenção do espectro em *range Doppler* via a TF do azimute; mas para isso é utilizada uma versão aproximada da equação de alcance (2.5).

Figura 25 – Representação da matriz de dados brutos de um SAR para um alvo: alcance, amostras x azimute, amostras.



Fonte: O autor (2021).

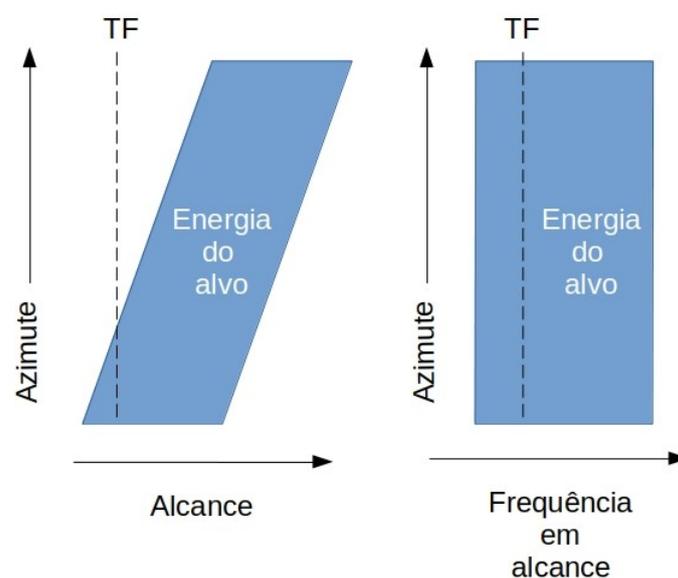
Um outro método para obter o espectro consiste em manter a forma hiperbólica da equação de alcance. Para tanto são necessários três passos (RANEY, 1992; CUMMING; WONG, 2005):

1. TF sobre o alcance.
2. TF sobre o azimute.

3. Transformada inversa de Fourier (TIF) sobre o alcance.

A função da TF em alcance é de espalhar a energia nessa dimensão independente do azimute, acabando com a assimetria dos dados no sinal. Dessa forma é possível aplicar um método para a resolução da TF (CUMMING; WONG, 2005) como mostrado na Figura 26.

Figura 26 – Como a TF “observa” a energia do sinal. A TF em uma célula é representada pela linha pontilhada.



Fonte: O autor (2021). Adaptado de (CUMMING; WONG, 2005).

3.1.1.1 Transformada de Fourier sobre o alcance

Seja o sinal $s_0(\tau, \eta)$ em banda base¹ refletido por um alvo pontual dado por (CUMMING; WONG, 2005)

¹ Banda base refere-se à faixa de frequência original de um sinal de transmissão antes de ser convertido ou modulado para uma faixa de frequência diferente (TECHLIB, 2006)

$$s_0(\tau, \eta) = A_0 w_r \left(\tau - \frac{2R(\eta)}{c} \right) w_a(\eta - \eta_c) \exp \left(-j4\pi f_0 \frac{R(\eta)}{c} \right) \times \exp \left\{ j\pi K_r \left(\tau - \frac{2R(\eta)}{c} \right)^2 \right\}, \quad (3.1)$$

em que

- A_0 representa uma constante complexa relacionada a fatores físicos de reflexão do alvo.
- w_r e w_a são envoltórias retangulares.
- η é o tempo lento ou tempo de azimute.
- τ é o tempo rápido ou tempo de alcance.
- f_0 é a frequência da portadora.
- k_r é a taxa de modulação de frequência do sinal emitido.

A TF sobre o alcance $S_0(f_\tau, \eta)$ do sinal $s_0(\tau, \eta)$ é dada por

$$S_0(f_\tau, \eta) = \int_{-\infty}^{\infty} s_0(\tau, \eta) \exp \{ -j2\pi f_\tau \tau \} d\tau. \quad (3.2)$$

A resolução de (3.2) pode ser obtida pelo princípio da fase estacionária (do inglês, *principle of stationary phase* - POSP) (CUMMING; WONG, 2005; PAPOULIS, 2018; SKOLNIK, 1990; CURLANDER; MCDONOUGH, 1991). Aplicando o POSP a (3.2), tem-se

$$S_0(f_\tau, \eta) = A_0 A_1 w_r \left(\frac{f_\tau}{K_r} \right) w_a(\eta - \eta_c) \exp \left\{ -j \frac{4\pi(f_0 + f_\tau R(\eta))}{c} \right\} \times \exp \left\{ -j \frac{\pi f_\tau^2}{K_r} \right\}, \quad (3.3)$$

em que A_1 é uma constante na qual surge um termo de fase de $\pm\pi/4$, mas que não importa para as análises seguintes.

3.1.1.2 Transformada de Fourier sobre o azimute

A TF $S_{2d}(f_\tau, f_\tau)$ do sinal representado em (3.3) é dada por (CUMMING; WONG, 2005)

$$S_{2d}(f_\tau, f_\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_0(f_\tau, \eta) \exp\{-j2\pi f_\tau \eta\} d\eta. \quad (3.4)$$

A solução de (3.4) calculada por meio do POSP é

$$S_{2d}(f_\tau, f_\tau) = A_0 A_1 A_2 w_r \left(\frac{f_\tau}{K_r} \right) W_a(f_\eta - f_{\eta_c}) \exp\{j\theta_a(f_\eta, f_\tau)\}, \quad (3.5)$$

em que A_2 é uma constante, W_a é um envelope do espectro de frequências de azimute centrado na frequência do centroide Doppler f_{η_c} e θ_a é a fase do sinal após a TF. O envelope W_a é dado por

$$W_a(f_\eta) = w_a \left(\frac{-cR_0 f_\eta}{2(f_0 + f_\tau) V_r^2 \sqrt{1 - \frac{c^2 f_\eta^2}{4V_r^2 (f_0 + f_\tau)^2}}} \right), \quad (3.6)$$

em que V_r é a velocidade da plataforma e o ângulo de fase θ_a , tem-se

$$\begin{aligned} \theta_a(f_\tau, f_\eta) &= -\frac{4\pi R_0 (f_0 + f_\tau)}{c \sqrt{1 - \frac{c^2 f_\eta^2}{4V_r^2 (f_0 + f_\tau)^2}}} + \frac{\pi c R_0 f_\eta^2}{(f_0 + f_\tau) V_r^2 \sqrt{1 - \frac{c^2 f_\eta^2}{4V_r^2 (f_0 + f_\tau)^2}}} \\ &\quad - \frac{\pi f_\tau^2}{K_r} \\ &= -\frac{4\pi R_0 (f_0 + f_\tau)}{c} \sqrt{1 - \frac{c^2 f_\eta^2}{4V_r^2 (f_0 + f_\tau)^2}} - \frac{\pi f_\tau^2}{K_r}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

A relação entre tempo e frequência de azimute é descrita por

$$f_\eta = -\frac{2V_r^2 (f_0 + f_\tau) \eta}{c \sqrt{R_0^2 + V_r^2 \eta^2}}. \quad (3.8)$$

De (3.7) pode ser retirado o chamado fator de raiz quadrada $D_{2d}(f_\tau, f_\eta, V_r)$ dado por

$$D_{2d}(f_\tau, f_\eta, V_r) = \sqrt{1 - \frac{c^2 f_\eta^2}{4V_r^2 (f_0 + f_\tau)^2}}. \quad (3.9)$$

Substituindo (3.8) em (3.9), tem-se

$$D_{2d}(f_\tau, f_\eta, V_r) = \sqrt{1 - \frac{V_r^2 \eta^2}{R^2(\eta)}}. \quad (3.10)$$

A igualdade (3.10) é uma interpretação geométrica do fator de raiz quadrada. Também representa o cosseno do ângulo de obliquidade θ_{sq} no tempo de azimute. Como o fator de migração de célula pode ser representado por $R_0 / \cos \theta_{sq}$, $D_{2d}(f_\tau, f_\eta, V_r)$ é chamado de fator de migração no domínio de frequência de azimute e frequência de alcance.

3.1.1.3 Transformada inversa de Fourier sobre o alcance

Para, finalmente, representar o sinal SAR no domínio *range Doppler*, é necessário realizar a TIF sobre (3.5) (CUMMING; WONG, 2005) assim,

$$S_{rd}(\tau, f_\eta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{2d}(f_\tau, f_\eta) \exp\{j2\pi f_\tau \tau\} df_\tau, \quad (3.11)$$

que possui como solução

$$\begin{aligned} S_{rd}(\tau, f_\eta) = & A_0 A_1 A_2 A_3 w_r \left\{ \frac{1}{1 - K_r Z} \left[\tau - \frac{2R_0}{cD(f_\eta, V_r)} \right] \right\} \\ & \times W_a(f_\eta - f_{\tau_c}) \exp \left\{ -j \frac{4\pi R_0 D(f_\eta, V_r) f_0}{c} \right\} \\ & \times \exp \left\{ j\pi K_m \left[\tau - \frac{2R_0}{cD(f_\eta, V_r)} \right]^2 \right\}, \end{aligned} \quad (3.12)$$

em que A_3 é uma constante e K_m é uma nova taxa de modulação de frequência para o alcance. A relação entre K_r e K_m é dada por

$$K_m = \frac{K_r}{1 - K_r Z}, \quad (3.13)$$

para

$$Z(R_0, f_\eta) = \frac{cR_0 f_\eta^2}{2V_r^2 f_0^3 D^3(f_\eta, V_r)}, \quad (3.14)$$

e

$$D^2(f_\eta, V_r) = 1 - \frac{c^2 f_\eta^2}{4V_r^2 f_0^2}. \quad (3.15)$$

O termo dentro dos colchetes no envelope do alcance w_r em (3.12) representa o deslocamento de RCM. A primeira exponencial, para a mesma equação, é a modulação em azimute causada pela migração e a segunda a modulação em alcance (CUMMING; WONG, 2005). Vale enfatizar que a solução encontrada em (3.12) não é exata, uma vez que utiliza uma aproximação descrita em (SMITH, 1991).

3.1.1.4 Migração de célula em alcance

A expressão para migração de célula em alcance $R_{rd}(f_\eta)$ no domínio de *range Doppler* é retirada de (3.12) (CUMMING; WONG, 2005), sendo expressa por

$$R_{rd}(f_\eta) = \frac{R_0}{\sqrt{1 - \frac{c^2 f_\eta^2}{4V_r^2 f_0^2}}} = \frac{R_0}{D(f_\eta, V_r)}, \quad (3.16)$$

em que $D(f_\eta, V_r)$ é chamado de fator de migração de célula para esse domínio.

3.2 IMAGEAMENTO SAR POR COMPRESSÃO DE PULSO

Antes da exposição de qualquer algoritmo de imageamento para radares de abertura sintética, é válido apresentar, mesmo que de forma resumida, como ocorre a conversão de um cenário físico em uma imagem. Essa relação é descrita em (GOIS et al., 2004). Nesse trabalho, um algoritmo de imageamento é descrito como uma forma de comprimir os dados “espalhados” de um sinal pontual a uma forma de um alvo pontual isolado. O procedimento que efetua esse processamento é uma descrição operacional da função de Green inversa do radar.

Considerando a junção dos vários alvos pontuais isolados formadores de uma cena, a imagem obtida pelo radar é um mapeamento do coeficiente de espalhamento de retorno (σ') do terreno. Esse mapa é obtido por meio da chamada imagem complexa (ζ'), que por sua vez, é calculada por meio de relações entre os dados de tensão produzidos pelo radar na fase de recepção e a função de Green inversa do sistema, sendo a função direta a resposta ao impulso. E dentro de certas condições (como na Seção 2.2.2), a função de Green inversa do radar pode ser equivalente à compressão de pulso. Como o coeficiente σ' é parâmetro de duas dimensões, alcance e azimute, um algoritmo de imageamento consiste em uma correlação bidimensional. Cada correlação é efetuada com uma réplica do sinal que seria obtida se um alvo isolado estivesse sendo observado pelo radar. Operação equivalente a duas compressões de pulso (GOIS et al., 2004). Dentre os principais algoritmos baseados em compressão estão aqueles três criados pela MDA citados no início deste capítulo: o *chirp scaling*, o SPECAN e o algoritmo *range Doppler*.

O *chirp scaling*, inicialmente, foi desenvolvido por duas equipes isoladas, sem que uma tivesse conhecimento do que a outra estava fazendo (CUMMING; WONG, 2005). Além do time no MDA (CUMMING; WONG; RANEY, 1992), um da agência espacial da Alemanha a DLR, apresentou um trabalho na mesma conferência no ano de

1992 (RUNGE; BAMLER, 1992). Após o fato, as duas equipes trabalharam em conjunto para o aprimoramento do *chirp scaling*, resultando em um método híbrido, que processa os sinais tanto no domínio de *range Doppler* quanto no domínio de frequência para alcance e azimute, e que elimina a necessidade de interpolação para a correção de migração de célula (RANEY et al., 1994).

O SPECAN, que vem do inglês *Spectral Analysis*, mesmo que desenvolvido na MDA, só foi apresentado em (SACK; ITO; CUMMING, 1985). É um algoritmo robusto a possíveis variações na taxa de modulação do sinal *chirp* recebido pelo radar. Apresenta uma nova forma de compressão de pulso em azimute em uma operação denominada *deramping* e correção de migração de célula de alcance por ajustes lineares. Produz imagens de qualidade inferior se comparado ao algoritmo *range Doppler* e *chirp scaling* (CUMMING; WONG, 2005).

3.2.1 Algoritmo *range Doppler*

O *range Doppler Algorithm* (RDA) foi o primeiro algoritmo implementado para processamento digital de sinais de um radar SAR com o propósito de produzir uma imagem. Continua sendo um dos algoritmos mais utilizados para tal finalidade, possuindo como trunfo a simplicidade de operações em uma dimensão. Tem o nome de *range Doppler* por conta da correção de migração de célula em alcance acontecer nesse domínio, diferente do que acontece no *chirp scaling* ou SPECAN (CUMMING; WONG, 2005).

Alvos mapeados em um mesmo alcance e diferentes azimutes possuem energia na mesma localização quando levados ao domínio da frequência para a segunda dimensão citada, ou seja, levado ao *range Doppler*. Dessa forma, o processo de correção da migração de célula em alcance de um alvo corrige para os demais no mesmo alcance. A versão básica do RDA assume a condição de pequeno ângulo de obliquidade, dessa

forma podem ser desconsideradas possíveis distorções provocadas por ângulos maiores (CUMMING; WONG, 2005; CUMMING; BENNETT, 1979). A partir deste ponto, o RDA será tratado como a versão básica. O caso geral pode ser visto em (JIN; WU, 1984).

A implementação do RDA é realizada em cinco passos descritos nos blocos da Figura 27 (CUMMING; WONG, 2005; CUMMING; BENNETT, 1979).

3.2.1.1 Compressão sobre o alcance

Seja a matriz de dados brutos descrita em (3.1) pela seguinte expressão

$$s_0(\tau, \eta) = A_0 w_r \left(\tau - \frac{2R(\eta)}{c} \right) w_a(\eta - \eta_c) \exp \left(-j4\pi f_0 \frac{R(\eta)}{c} \right) \times \exp \left\{ j\pi K_r \left(\tau - \frac{2R(\eta)}{c} \right)^2 \right\}, \quad (3.17)$$

em que $R(\eta)$ descreve o alcance instantâneo entre o radar e o alvo, expresso por

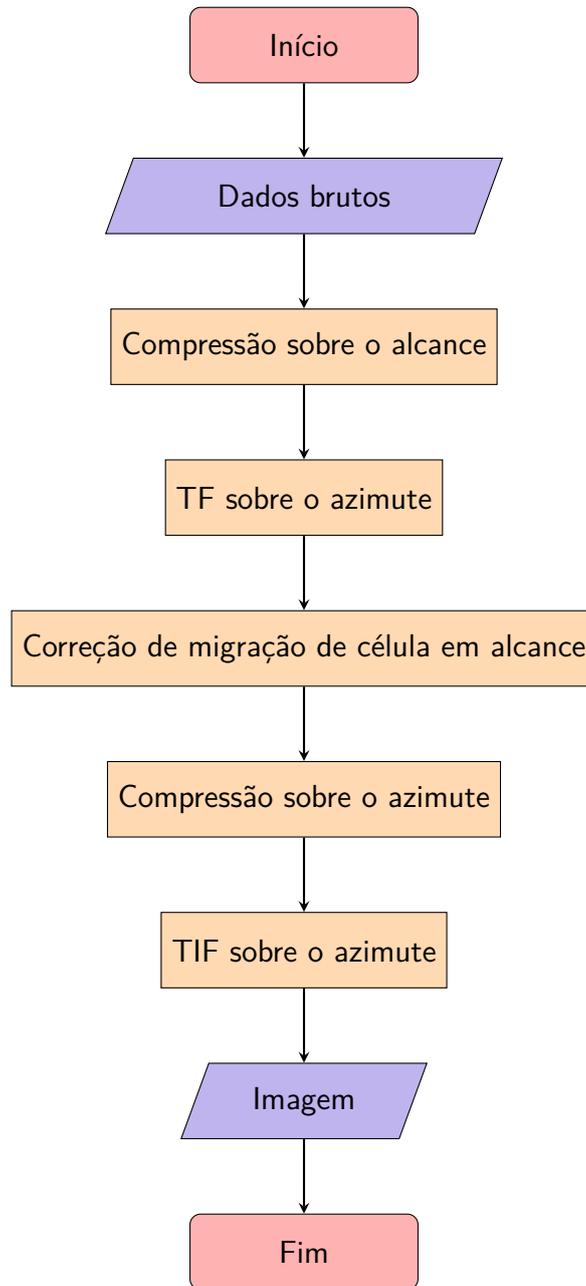
$$R(\eta) = \sqrt{R_0^2 + V_r^2 \eta^2}. \quad (3.18)$$

A compressão sobre alcance, representada por $s_{rc}(\tau, \eta)$, é calculada como a convolução temporal entre $s_0(\tau, \eta)$ e o filtro casado para alcance $g(f_\tau)$ pela expressão

$$s_{rc}(\tau, \eta) = s_0(\tau, \eta) * g(f_\tau). \quad (3.19)$$

Entretanto, a operação, por motivos de complexidade, acontece no domínio da frequência. Assim, (3.19) torna-se (CUMMING; WONG, 2005)

$$s_{rc}(\tau, \eta) = \mathcal{F}_\tau^{-1} \{ S_0(f_\tau, \eta) G(f_\tau) \} = A_0 p_r \left[\tau - \frac{2R(\eta)}{c} \right] w_a(\eta - \eta_c) \exp \left\{ -j4\pi f_0 \frac{R(\eta)}{c} \right\}, \quad (3.20)$$

Figura 27 – Fluxograma do algoritmo *range Doppler*.

Fonte: O autor (2021).

em que p_r é o envelope do pulso comprimido ou a TIF de $W_r(f_\tau)$. O fator A_0 representa o ganho global, incluindo o coeficiente de espalhamento do alvo. A migração de célula

em alcance surge no fator $p_r[\tau - 2R(\eta)/c]$, gerado pela variação do parâmetro de azimute $R(\eta)$. É possível observar que o terceiro e o quarto fatores de (3.20) não são afetados pela compressão em alcance, uma vez que representam ganho e fase de azimute, respectivamente.

3.2.1.2 Transformada de Fourier sobre o azimute

Caso a abertura do radar não seja muito grande, (3.18) pode ser aproximada para (CUMMING; WONG, 2005)

$$\begin{aligned} R(\eta) &= \sqrt{R_0^2 + V_r^2 \eta^2} \\ &\approx R_0 + \frac{V_r^2 \eta^2}{2R_0}, \end{aligned} \quad (3.21)$$

considerando $R_0 \gg V_r \eta$. Agora, o sinal de (3.20) pode ser representado como

$$\begin{aligned} s_{rc}(\tau, \eta) &\approx A_0 p_r \left[\tau - \frac{2R(\eta)}{c} \right] w_a(\eta - \eta_c) \exp \left\{ -j \frac{4\pi f_0 R_0}{c} \right\} \\ &\times \exp \left\{ -j \pi \frac{2V_r^2}{\lambda R_0} \eta^2 \right\}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

A segunda exponencial em (3.22) é função de η^2 . Dessa forma, o sinal $s_{rc}(\tau, \eta)$ possui características LFM, com razão de modulação de frequência K_a dada por

$$K_a \approx \frac{2V_r^2}{\lambda R_0}. \quad (3.23)$$

Por meio da aplicação do POSP em (3.22) para a TF sobre o azimute, é encontrada a relação

$$f_\eta = -K_a \eta \quad (3.24)$$

entre o tempo η e a frequência f_η . A TF de $s_{rc}(\tau, \eta)$ é expressa por

$$\begin{aligned}
S_1(\tau, f_\eta) &= \mathcal{F}_\eta\{s_{rc}(\tau, \eta)\} \\
&= A_0 p_r \left[\tau - \frac{2R_{rd}(f_\eta)}{c} \right] W_a(f_\eta - f_{\eta_c}) \\
&\times \exp \left\{ -j \frac{4\pi f_0 R_0}{c} \right\} \exp \left\{ j\pi \frac{f_\eta^2}{K_a} \right\}. \tag{3.25}
\end{aligned}$$

A primeira exponencial em (3.25) traduz uma informação de fase do alvo que pode ser aplicada em interferometria, mas não é relevante quanto a intensidade da imagem. A segunda, uma característica LFM em f_η . O envelope que contém a migração de célula em alcance, agora expressa a informação no domínio de *range Doppler* $R_{rd}(f_\eta)$. Combinando (3.21), (3.23) e (3.24), a migração de célula é representada como

$$\begin{aligned}
R_{rd}(f_\eta) &\approx R_0 + \frac{V_r^2}{2R_0} \left(\frac{f_\eta}{K_a} \right)^2 \\
&= R_0 + \frac{\lambda^2 R_0 f_\eta^2}{8V_r^2}. \tag{3.26}
\end{aligned}$$

3.2.1.3 Correção de migração de célula em alcance

De (3.26), percebe-se que a quantidade total de migração de célula em alcance que deve ser corrigida é dada por

$$\Delta R(f_\eta) = \frac{\lambda^2 R_0 f_\eta^2}{8V_r^2}. \tag{3.27}$$

Um dos modos de corrigir o $\Delta R(f_\eta)$ é por meio de uma operação de interpolação no alcance no domínio de *range Doppler*. Assumindo que a interpolação seja aplicada, então o sinal torna-se (CUMMING; WONG, 2005)

$$S_2(\tau, f_\eta) = A_0 p_r \left(\tau - \frac{2R_0}{c} \right) W_a(f_\eta - f_{\eta_c}) \exp \left\{ -j \frac{4\pi f_0 R_0}{c} \right\} \exp \left\{ j\pi \frac{f_\eta^2}{K_a} \right\}, \tag{3.28}$$

em que o envelope p_r torna-se independente de η , eliminando assim a migração de célula em alcance.

3.2.1.4 Compressão sobre o azimute

Para os dados serem focados em azimute, o sinal $S_2(\tau, f_\eta)$ é multiplicado na frequência pelo filtro casado $h_{az}(\eta)$, sendo $H_{az}(f_{eta})$ representado por (CUMMING; WONG, 2005)

$$H_{az}(f_\eta) = \exp \left\{ -j\pi \frac{f_\eta^2}{K_a} \right\}, \quad (3.29)$$

em que o filtro é o complexo conjugado da segunda exponencial de (3.28). A compressão é calculada por

$$\begin{aligned} S_3(\tau, f_\eta) &= S_2(\tau, f_\eta) H_{az}(f_\eta) \\ &= A_0 p_r \left(\tau - \frac{2R_0}{c} \right) W_a(f_\eta - f_{\eta c}) \exp \left\{ -j \frac{4\pi f_0 R_0}{c} \right\}. \end{aligned} \quad (3.30)$$

3.2.1.5 Transformada inversa de Fourier sobre o azimute

A imagem será formada após uma TIF do sinal $S_3(\tau, f_\eta)$ (CUMMING; WONG, 2005) expressa como

$$\begin{aligned} S_4(\tau, f_\eta) &= \mathcal{F}_\eta^{-1} \{ S_3(\tau, f_\eta) \} \\ &= A_0 p_r \left(\tau - \frac{2R_0}{c} \right) p_a(\eta) \\ &\times \exp \left\{ -j \frac{4\pi f_0 R_0}{c} \right\} \exp \{ j 2\pi f_{\eta c} \eta \}, \end{aligned} \quad (3.31)$$

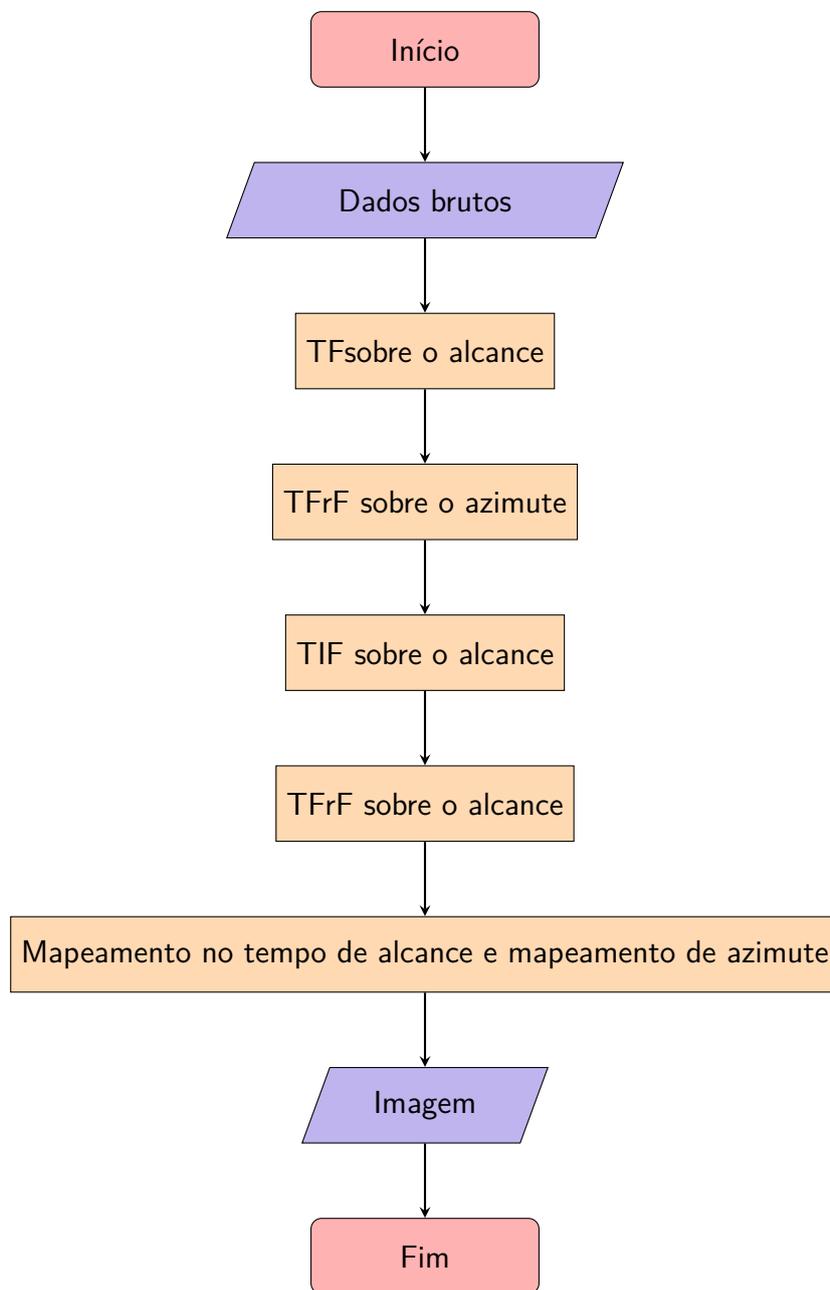
em que p_a é a amplitude da resposta ao impulso do envelope do azimute semelhante a p_r e com formato de um sinc.

3.3 FRRDA-RWD - ALGORITMO RANGE DOPPLER MODIFICADO

Mesmo sendo um dos algoritmos mais empregados, o RDA apresenta alguns problemas. Dentre esses, pode-se mencionar o alto custo computacional para obter maior precisão na correção da migração de célula em alcance (CUMMING; WONG, 2005). Outro problema se dá pelo uso do POSP como forma de calcular a saída de cada filtro, levando a uma aproximação das saídas e não a uma função sinc exata (RAEI; MODARRES-HASHEMI; SHANKAR, 2019). Uma forma de contornar esses problemas é o uso da TFrF para a compressão de pulso como relatado na Seção 2.3.1. Além disso, como mostrado em (RAEI; MODARRES-HASHEMI; SHANKAR, 2019), há a possibilidade de eliminar o RCM na mesma etapa de compressão, graças a uma modificação do RDA. Entretanto, esse algoritmo modificado ainda necessita da inserção de parâmetros como a velocidade de plataforma que embarca o SAR. Esta dissertação apresenta uma evolução do método proposto em (RAEI; MODARRES-HASHEMI; SHANKAR, 2019): um algoritmo que não necessita de parâmetros de operação do radar para produzir imagens chamado *Fractional range Doppler algorithm - raw data* (FrRDA-RwD).

O FrRDA-RwD pode ser dividido na sequência de operações ilustradas na Figura 28. Para não utilizar nenhum parâmetro de funcionamento do radar, a compressão via TFrF ocorre em conjunto com o algoritmo de minimização citado na Seção 2.3.1. O pseudocódigo do algoritmo está presente no **Algoritmo 1**.

Figura 28 – Fluxograma do algoritmo FrRDA-RwD.



Fonte: O autor (2021).

Algoritmo 1 Busca pelo ângulo ótimo da TFrF

```

1:  $\alpha_{\text{inicial}} = \alpha_i$ 
2:  $\alpha_{\text{final}} = \alpha_f$ 
3:  $\Delta\alpha = \Delta\alpha_i$ 
4: while 1 do
5:   for  $\alpha = \alpha_{\text{inicial}}$  do to  $\alpha_{\text{final}}$  step  $\Delta\alpha$  do
6:     Calcule  $J(\alpha)$  por (3.32)
7:   end for
8:    $\hat{\alpha}_{\text{ot}} = \operatorname{argmin}_{\alpha} J(\alpha)$ 
9:    $\alpha_{\text{inicial}} = \max\{\alpha_i, \hat{\alpha}_{\text{ot}} - 0,5\Delta\alpha\}$ 
10:   $\alpha_{\text{final}} = \min\{\alpha_f, \hat{\alpha}_{\text{ot}} + 0,5\Delta\alpha\}$ 
11:  if  $\Delta\alpha < \varepsilon$  then
12:    return  $\hat{\alpha}_{\text{ot}}$ 
13:  end if
14:   $\Delta\alpha = \Delta\alpha \times \lambda_i$ 
15: end while

```

Fonte: O autor (2021). Adaptado de (SERBES, 2017)

em que

$$J(\alpha) = \|F_{\alpha}(u)\|_1 \quad (3.32)$$

e

- $[\alpha_i, \alpha_f]$ é o intervalo de busca do ângulo ótimo.
- $\Delta\alpha$ é o passo de iteração.
- $1/\lambda_i$ é o novo intervalo de busca.
- ε é a sensibilidade da busca ($0 < \varepsilon \ll 1$)

3.3.1 Transformada de Fourier sobre o alcance

Seja

$$\begin{aligned}
s_0(\tau, \eta) &= A_0 w_r \left(\tau - \frac{2R(\eta)}{c} \right) w_a(\eta - \eta_c) \exp \left(-j4\pi f_0 \frac{R(\eta)}{c} \right) \\
&\times \exp \left\{ j\pi K_r \left(\tau - \frac{2R(\eta)}{c} \right)^2 \right\}
\end{aligned} \tag{3.33}$$

a matriz de dados brutos descrita por (3.1). Aplicando a TF sobre o alcance no sinal de (3.33) (RAEI; MODARRES-HASHEMI; SHANKAR, 2019; SILVA; DE OLIVEIRA NETO; LIMA, 2020), tem-se

$$\begin{aligned}
s_1(f_\tau, \eta) &= A_0 \omega_r \left(\frac{f_\tau}{K_r} \right) \omega_a(\eta - \eta_0) \exp \left(-j\pi \frac{f_\tau^2}{K_r} \right) \\
&\times \exp \left\{ -j4\pi (f_0 + f_\tau) \frac{R_0}{c} \right\} \\
&\times \exp \left\{ -j \frac{2\pi v^2}{R_0 c} (f_0 + f_\tau) (\eta - \eta_c)^2 \right\},
\end{aligned} \tag{3.34}$$

em que os subscritos r e a em T_r , T_a , K_r e K_a são relacionados, respectivamente, ao alcance e ao azimute. A razão K_a' de modulação linear do sinal para azimute é dada por

$$K_a' = -\frac{2\pi v^2 (f_0 + f_\tau)}{cR_0} = -\frac{2\pi f_0 V_r^2}{cR_0} - \frac{2\pi f_\tau V_r^2}{cR_0}. \tag{3.35}$$

3.3.2 Transformada fracionária de Fourier sobre o azimute

A taxa apresentada em (3.35) é composta por dois termos, sendo que o segundo, isto é, $K_{\text{RCM}} = \frac{2\pi f_\tau V_r^2}{cR_0}$ representa a consequência do RCM. Assim, o cálculo da TFrF com o ângulo ótimo $\alpha_{\text{ot}} = \beta \approx -\arctan \left(\frac{1}{2\pi K_a'} \right)$ (uma vez que a exatidão depende da busca) obtido pela otimização na norma- ℓ_1 comprime o pulso em azimute ao mesmo tempo que elimina o RCM. Efetuada a operação (RAEI; MODARRES-HASHEMI; SHANKAR, 2019; SILVA; DE OLIVEIRA NETO; LIMA, 2020), tem-se

$$\begin{aligned}
s_2(f_\tau, v) = & A_2 \omega_r \left(\frac{f_\tau}{K_r} \right) \text{sinc} \left\{ \frac{T_a}{2\pi \sin \beta} (v - \eta_c \cos \beta) \right\} \\
& \times \exp \left\{ -j4\pi (f_0 + f_\tau) \frac{R_0}{c} \right\} \exp \left(-j\pi \frac{f_\tau^2}{K_r} \right),
\end{aligned} \tag{3.36}$$

em que v denota a variável fracionária para o azimute.

3.3.3 Transformada inversa de Fourier sobre o alcance

o sinal $s_2(f_\tau, v)$ está representado no domínio das frequências de alcance pelo domínio fracionário de máxima compactação do azimute. Para a compressão em alcance, é preciso que o sinal esteja no domínio do tempo nessa direção. Desse modo, é empregada uma TIF, o que leva a (RAEI; MODARRES-HASHEMI; SHANKAR, 2019; SILVA; DE OLIVEIRA NETO; LIMA, 2020)

$$\begin{aligned}
s_3(\tau, v) = & A_2 \omega_r \left(\tau - \frac{2R_0}{c} \right) \text{sinc} \left\{ \frac{T_a}{2\pi \sin \beta} (v - \eta_0 \cos \beta) \right\} \\
& \times \exp \left(-j4\pi f_0 \frac{R_0}{c} \right) \exp \left\{ j\pi K_r \left(\tau - \frac{2R_0}{c} \right)^2 \right\}.
\end{aligned} \tag{3.37}$$

3.3.4 Transformada fracionária de Fourier sobre o alcance

Para o sinal $s_0(\tau, \eta)$ ser comprimido em alcance, computa-se a TFrF de $s_3(\tau, v)$ sobre essa dimensão da mesma forma que na Seção 3.3.2 (RAEI; MODARRES-HASHEMI; SHANKAR, 2019; SILVA; DE OLIVEIRA NETO; LIMA, 2020), assim

$$\begin{aligned}
s_4(u_f, v) = & A_3 \text{sinc} \left\{ \frac{T_r}{2\pi \sin(\alpha)} \left(u_f - \frac{2R_0}{c} \cos(\alpha) \right) \right\} \\
& \times \text{sinc} \left\{ \frac{T_a}{2\pi \sin(\beta)} (v - \eta_0 \cos(\beta)) \right\} \exp \left(-j4\pi f_0 \frac{R_0}{c} \right),
\end{aligned} \tag{3.38}$$

em que u_f denota a variável fracionária para o alcance. Para esse caso, o ângulo ótimo é descrito por $\alpha_{ot} = \alpha \approx -\arctan\left(\frac{1}{2\pi K_r}\right)$.

3.3.5 Mapeamento no tempo de alcance e mapeamento de azimute

O sinal S_4 está comprimido tanto em alcance quanto em azimute. A última etapa do algoritmo visa realizar o mapeamento $u_f \mapsto \cos(\alpha)$ e $v \mapsto \cos(\beta)$, em que α representa o ângulo ótimo da compressão em alcance e β o da compressão em azimute; disso, obtém-se (RAEI; MODARRES-HASHEMI; SHANKAR, 2019; SILVA; DE OLIVEIRA NETO; LIMA, 2020)

$$s_5(\tau, \eta) = A_3 \text{sinc} \left\{ T_r K_r \left(\tau - \frac{2R_0}{c} \right) \right\} \text{sinc} \{ T_a K'_a (\eta - \eta_0) \} \times \exp \left(-j4\pi f_0 \frac{R_0}{c} \right). \quad (3.39)$$

O resultado apresentado em (3.39) se assemelha à (3.31) proveniente do RDA com os dois envelopes em forma de sinc e termos de fase.

4 RESULTADOS

Para a validação do método de imageamento proposto neste trabalho, decidiu-se simular tanto o algoritmo presente em (RAEI; MODARRES-HASHEMI; SHANKAR, 2019), chamado de PFrRDA, quanto o FrRDA-RwD para geração de comparações entre esses dois mecanismos. Os ensaios foram realizados em MATLAB™ em uma mesma máquina com as seguintes configurações:

- Processador: Intel®. Core™ i9-7920X.
- Memória RAM: 64 GB DDR4-2666MHz.

Para a cena simulada, os parâmetros de funcionamento do radar foram os presentes na Tabela 4 e duas situações foram consideradas quanto aos alvos:

- 1 alvo pontual com coeficiente de refletividade unitário.
- 9 alvos pontuais dispostos em uma grade 3x3 com coeficientes de refletividade unitário.

Tabela 4 – Características do radar de abertura sintética simulado para imageamento de alvos pontuais.

Parâmetro	Valor
Frequência de repetição de pulso	600 Hz
Velocidade da plataforma	200 m/s
Frequência da portadora	4,5 GHz
Comprimento da antena	60 cm
Distância inicial para o alvo	20 km
Duração do pulso	2,5 μ s
Largura de banda	1 GHz

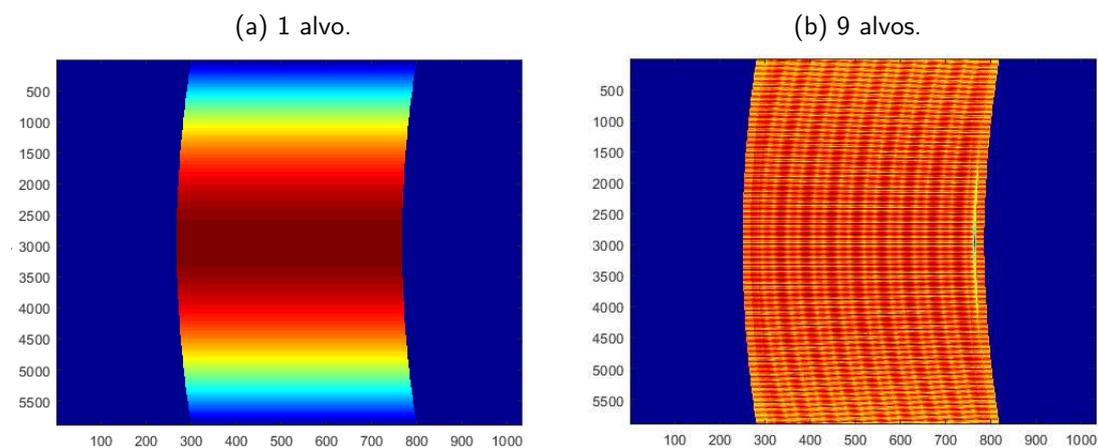
Fonte: O autor (2021). Adaptado de (RAEI; MODARRES-HASHEMI; SHANKAR, 2019).

O método para o cálculo da TFrDF escolhido foi o proposto em (OZAKTAS et al., 1996). Esse é consolidado na literatura e se enquadra nas características solicitadas para a simulação (baixa complexidade aritmética e aproximação à TFrF).

4.1 ALGORITMO PFRRDA

O primeiro procedimento realizado foi a geração das matrizes de dados brutos que servem de entradas para o algoritmo (com as seguintes dimensões: (5903×1034)). Essas matrizes são baseadas em (3.17) e podem ser visualizadas nas Figuras 29a e 29b. Vale ressaltar a migração de célula em alcance revelada na forma parabólica na qual o sinal é representado.

Figura 29 – Matriz de dados brutos: amostras em alcance x amostras em azimuth.



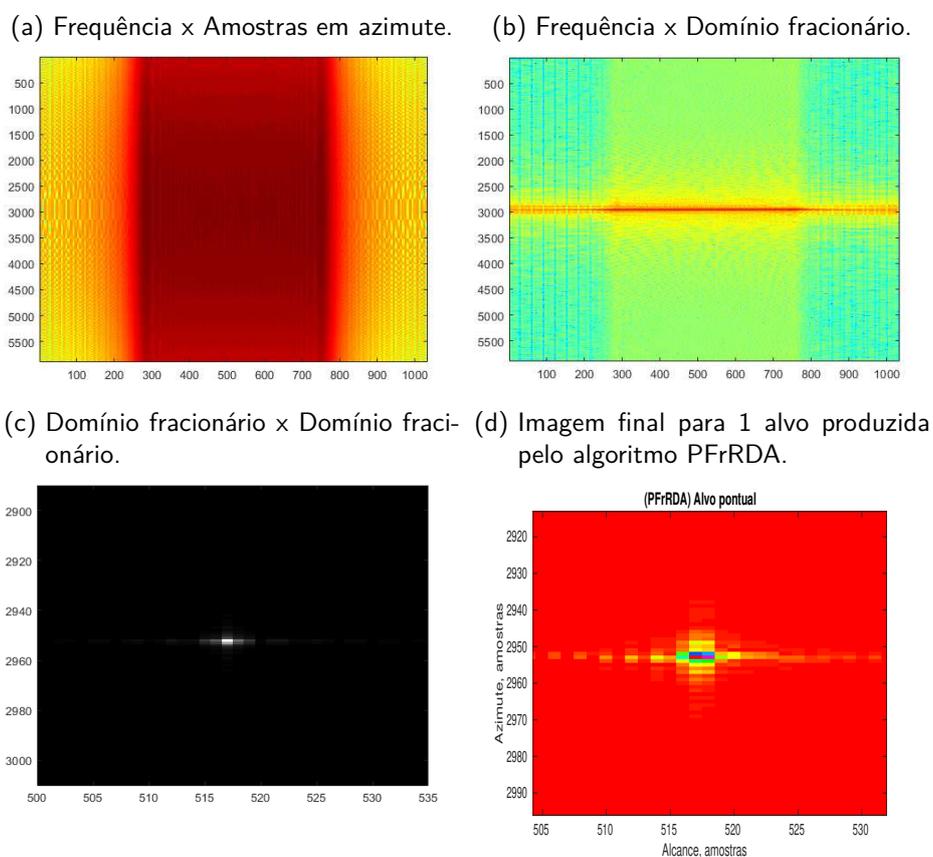
Fonte: O autor (2021).

4.1.1 1 alvo

A primeira etapa consistiu na TF sobre o alcance, produzindo como resultado os dados que são representados em imagem pela Figura 30a. Na Figura 30b, ocorre a

compressão em azimute e eliminação da migração de célula em alcance por meio da TFrF com ângulo ótimo teórico calculado pelos parâmetros de funcionamento do radar presentes na Tabela 4: frequência da portadora, velocidade da plataforma e distância inicial para o alvo. Para a compressão em alcance, calculou-se a TFrF para um ângulo ótimo dependente da largura de banda e duração do pulso do radar, produzindo a Figura 30c. Após a etapa de mapeamento, a saída do algoritmo é um alvo bem focalizado, ilustrado na Figura 30d.

Figura 30 – Dados produzidos pelo algoritmo PFrRDA para 1 alvo pontual.



Fonte: O autor (2021).

4.1.2 9 alvos

Da mesma forma que o realizado na Seção 4.1.1, a cena com 9 alvos produziu em cada etapa os dados representados na Figuras 31a, 31b e 31c, respectivamente. A imagem de saída, após mapeamento, é representada pela Figura 31d.

4.2 ALGORITMO FRRDA-RWD

As mesmas matrizes citadas na Seção 4.1 foram utilizadas como entradas para imageamento por meio do algoritmo FrRDA-RwD. Entretanto, para os cálculos das TFrF's, não há a necessidade da inserção dos parâmetros de operação do radar simulado.

4.2.1 1 alvo

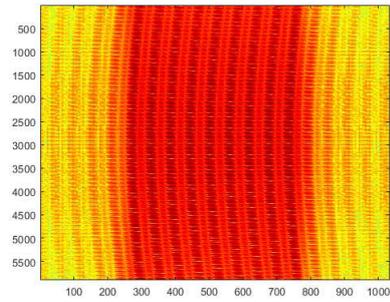
As saídas para cada uma das etapas do FrRDA-RwD estão presentes nas Figuras 32a, 32b, 32c e 32d.

4.2.2 9 alvos

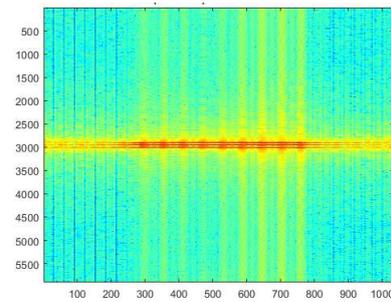
As saídas para cada uma das etapas do FrRDA-RwD estão presentes nas Figuras 33a, 33b, 33c e 33d.

Figura 31 – Dados produzidos pelo algoritmo PFrRDA para 9 alvos pontuais.

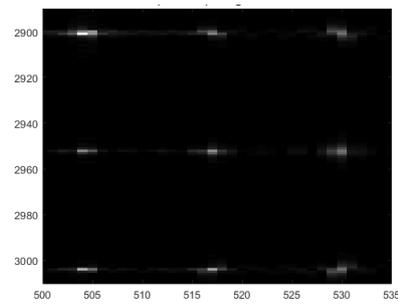
(a) Freqüência x Amostras em azimute.



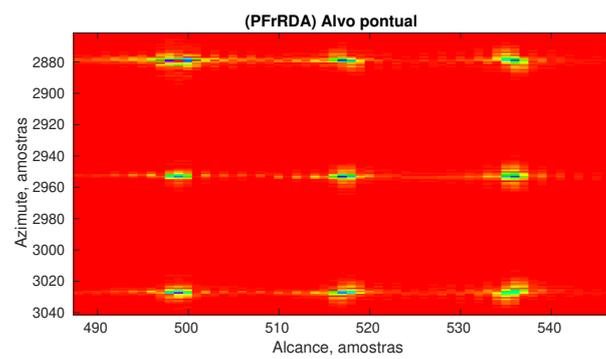
(b) Freqüência x Domínio fracionário.



(c) Domínio fracionário x Domínio fracionário.



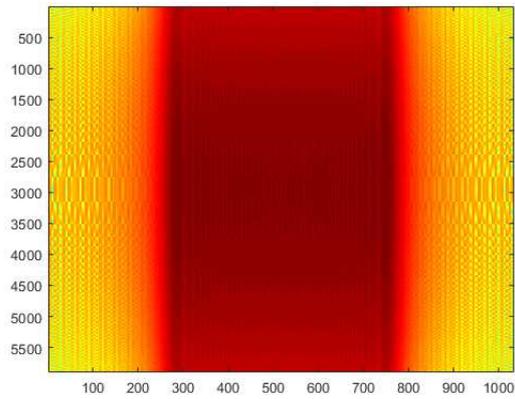
(d) Imagem final para 9 alvos produzida pelo algoritmo PFrRDA.



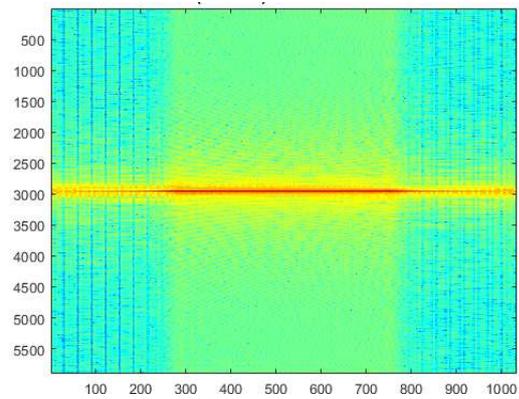
Fonte: O autor (2021).

Figura 32 – Dados produzidos pelo algoritmo FrRDA-RwD para 1 alvo pontual.

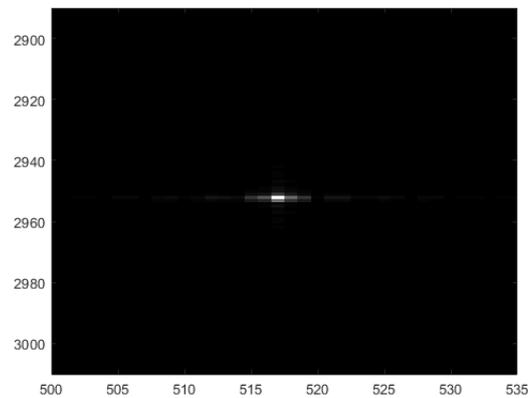
(a) Frequência x Amostras em azimute.



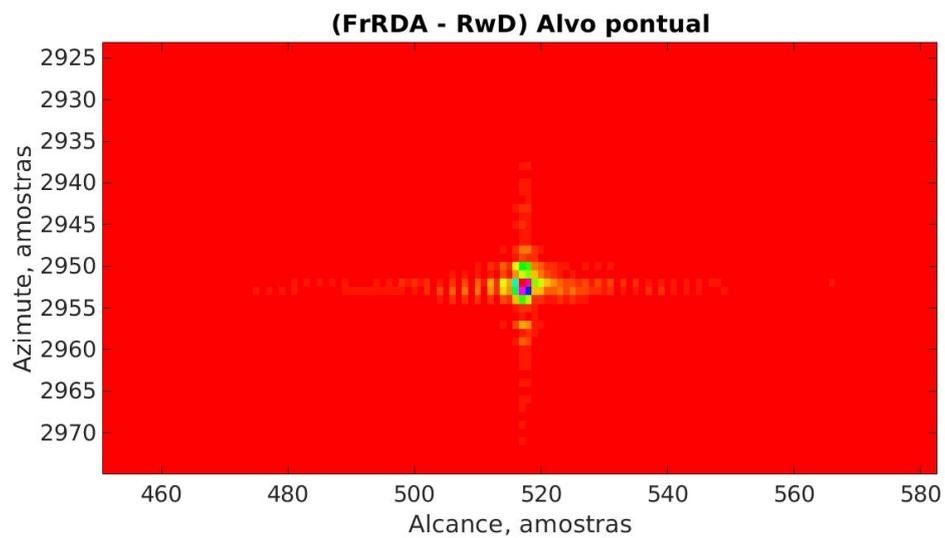
(b) Frequência x Domínio fracionário.



(c) Domínio fracionário x Domínio fracionário.



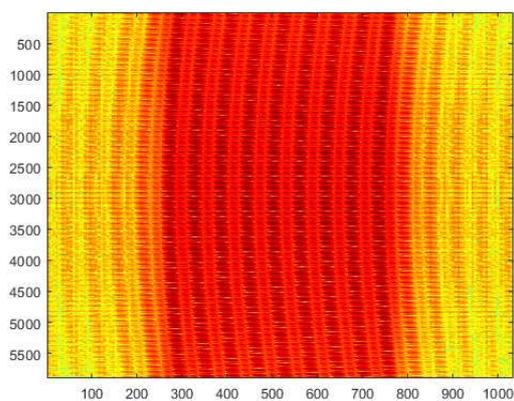
(d) Imagem final para 1 alvo produzida pelo algoritmo PFrRDA.



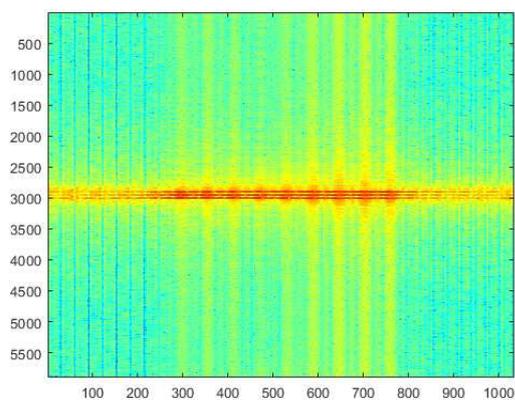
Fonte: O autor (2021).

Figura 33 – Dados produzidos pelo algoritmo FrRDA-RwD para 9 alvos pontuais.

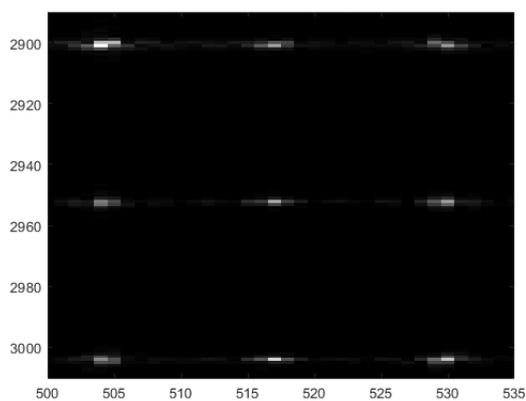
(a) Frequência x Amostras em azimute.



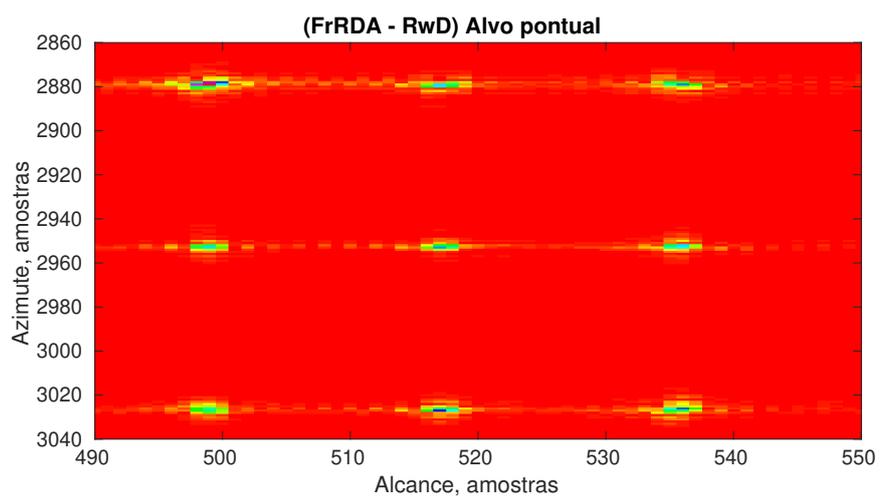
(b) Frequência x Domínio fracionário.



(c) Domínio fracionário x Domínio fracionário.



(d) Imagem final para 9 alvos produzida pelo algoritmo PFrRDA.



Fonte: O autor (2021).

4.3 ANÁLISE COMPARATIVA

Como a finalidade do algoritmo é produzir uma imagem, decidiu-se comparar os resultados obtidos qualitativamente e quantitativamente. Sob a ótica qualitativa, o aspecto mais importante, é a focalização dos alvos. Como visto nas Figuras 34, 35, 36 e 37 presentes no Apêndice A, o algoritmo FrRDA-RwD produziu imagens bem focalizadas para os dois cenários simulados. Além disso, as localizações dos alvos estão bem próximas se verificadas com aquelas produzidas nas simulações baseadas no PFrRDA.

Por fim, de modo quantitativo, computou-se o erro quadrático médio entre os ângulos previstos teoricamente no algoritmo PFrRDA e aqueles encontrados pela minimização no FrRDA-RwD. No cenário de 1 alvo pontual, para as transformadas em azimute, o erro é da ordem de 10^{-6} , enquanto no alcance, de 10^{-4} . Dessa forma, os ângulos teóricos e determinados pelo FrRDA-RwD são aproximadamente iguais. No cenário de 9 alvos, em azimute, o erro é da ordem de 10^{-5} e, em alcance, 10^{-3} . Novamente, para essa simulação, os ângulos teóricos utilizados no PFrRDA e os determinados pela otimização no algoritmo FrRDA-RwD são aproximadamente iguais.

5 CONCLUSÕES

No presente trabalho, foi introduzido o algoritmo FrRDA-RwD, que possibilita a formação de imagens a partir de dados de radar de abertura sintética sem a necessidade de incluir como entrada parâmetros de operação do radar como velocidade de plataforma ou frequência de repetição de pulso. A abordagem adotada usufrui da capacidade de representação compacta dos sinais LFM em domínios fracionários ótimos obtidos pela minimizações das normas- ℓ_1 das transformadas fracionárias de Fourier dos dados brutos captados pelo SAR.

Espera-se, no futuro, verificar a capacidade do método produzir imagens perante incertezas na captação de dados pelo radar como variações na velocidade e na trajetória da plataforma (WU et al., 2003; GUO et al., 2017). Além disso, propõe-se a:

- Aplicar o algoritmo FrRDA-RwD no contexto de indicação de alvos móveis terrestres.
- Utilizar transformadas de complexidade aritmética reduzida (DE OLIVEIRA NETO; LIMA, 2017) durante as etapas de cálculos.

Por fim, este trabalho resultou em uma publicação no XXXVIII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais (SBrT 2020) (SILVA; DE OLIVEIRA NETO; LIMA, 2020).

REFERÊNCIAS

- AJMERA, P. K.; HOLAMBE, R. S. Fractional Fourier transform based features for speaker recognition using support vector machine. *Computers & Electrical Engineering*, Elsevier, v. 39, n. 2, p. 550–557, 2013.
- ALLEN, M. R.; Jauregui, J. M.; Hoff, L. E. FOPEN-SAR detection by direct use of simple scattering physics. In: *Proceedings International Radar Conference*. [S.l.: s.n.], 1995. p. 152–157.
- ALMEIDA, L. B. The fractional Fourier transform and time-frequency representations. *IEEE Transactions on Signal Processing*, v. 42, n. 11, p. 3084–3091, 1994.
- BENNETT, J.; CUMMING, I. A digital processor for the production of seasat synthetic aperture radar imagery. In: . [S.l.: s.n.], 1979.
- BENNETT, M. J.; MCLAUGHLIN, S.; ANDERSON, T.; MCDICKEN, N. The use of the fractional Fourier transform with coded excitation in ultrasound imaging. *IEEE transactions on biomedical engineering*, IEEE, v. 53, n. 4, p. 754–756, 2006.
- CAPUS, C.; BROWN, K. Short-time fractional Fourier methods for the time-frequency representation of chirp signals. *The Journal of the Acoustical Society of America*, Acoustical Society of America, v. 113, n. 6, p. 3253–3263, 2003.
- CLEMENTE, C.; SORAGHAN, J. J. Range doppler and chirp scaling processing of synthetic aperture radar data using the fractional Fourier transform. *IET Signal Processing*, IET, v. 6, n. 5, p. 503–510, 2012.
- CONDON, E. Immersion of the Fourier transform in a continuous group of functional transformations. *Proceedings of the National academy of Sciences of the United States of America*, National Academy of Sciences, v. 23, n. 3, p. 158, 1937.
- CUI, Y.; WANG, J. Wideband LFM interference suppression based on fractional Fourier transform and projection techniques. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, Springer, v. 33, n. 2, p. 613–627, 2014.
- CUMMING, I.; BENNETT, J. Digital processing of Seasat SAR data. In: *ICASSP*. [S.l.: s.n.], 1979.
- CUMMING, I.; WONG, F.; RANEY, K. A SAR processing algorithm with no interpolation. In: *International Geoscience and Remote Sensing Symposium*. [S.l.: s.n.], 1992. v. 1, p. 376–379.

CUMMING, I. G.; WONG, F. H. Digital processing of synthetic aperture radar data. *Artech house*, v. 1, n. 3, 2005.

CURLANDER, J.; MCDONOUGH, R. Synthetic aperture radar: Systems and signal processing. In: . [S.l.: s.n.], 1991.

DE OLIVEIRA NETO, J. R.; LIMA, J. B. Discrete fractional Fourier transforms based on closed-form Hermite–gaussian-like dft eigenvectors. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 65, n. 23, p. 6171–6184, 2017.

DENG, L.; CHENG, M.; WANG, X.; LI, H.; TANG, M.; FU, S.; SHUM, P.; LIU, D. Secure OFDM-PON system based on chaos and fractional Fourier transform techniques. *Journal of Lightwave Technology*, IEEE, v. 32, n. 15, p. 2629–2635, 2014.

EL-MASHED, M.; ZAHRAN, O.; DESSOUKY, M. I.; EL-KORDY, M.; EL-SAMIE, F. E. A. Synthetic aperture radar imaging with fractional Fourier transform and channel equalization. *Digital Signal Processing*, Elsevier, v. 23, n. 1, p. 151–175, 2013.

ELGAMEL, S. A.; SORAGHAN, J. Enhanced monopulse tracking radar using optimum fractional Fourier transform. *IET radar, sonar & navigation*, IET, v. 5, n. 1, p. 74–82, 2011.

ELHOSANY, H. M.; HOSSIN, H. E.; KAZEMIAN, H. B.; FARAGALLAH, O. S. C9. chaotic encryption of images in the fractional Fourier transform domain using different modes of operation. In: *2012 29th National Radio Science Conference (NRSC)*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 223–235.

ENDER, J.; KLEMM, R. Airborne MTI via digital filtering. *IEE Proceedings F - Radar and Signal Processing*, v. 136, n. 1, p. 22–28, 1989.

ESA. *SeaSat - eoPortal Directory - Satellite Missions*. 2020. <<https://earth.esa.int/web/eoportal/satellite-missions/s/seasat>>. (Acessado em 20/12/2020).

FANNE, E. *File:R&B Magnetron.jpg - Wikimedia Commons*. 2016. <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:R%26B_Magnetron.jpg>. (Acessado em 12/01/2021).

FITCH, J.; BURRUS, C. *Synthetic aperture radar*. Springer-Verlag, 1988. ISBN 9780387966656. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=I3ZTAAAAMAAJ>>.

FLORES, B. C.; OCHOA, H. A.; THOMAS, G. Resolution issues in the analysis of radar signals via Fourier approaches. In: *Radar Sensor Technology VIII and Passive*

Millimeter-Wave Imaging Technology VII. [S.I.]: International Society for Optics and Photonics, 2004. v. 5410, p. 53–63.

GOIS, A. d. S. et al. Processador sar em tempo real para geração de imagens digitais. [sn], 2004.

GRAGIDO, W.; PIRC, J.; SELBY, N.; MOLINA, D. Signal-to-noise ratio. In: *Blackhatonomics*. Elsevier, 2013. p. 45–55. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/b978-1-59-749740-4.00004-6>>.

GUAN, J.; CHEN, X.-L.; HUANG, Y.; HE, Y. Adaptive fractional Fourier transform-based detection algorithm for moving target in heavy sea clutter. *IET Radar, Sonar & Navigation*, IET, v. 6, n. 5, p. 389–401, 2012.

GUO, Q.; LIU, Z.; LIUCORA, S. Image watermarking algorithm based on fractional Fourier transform and random phase encoding. *Optics Communications*, Elsevier, v. 284, n. 16-17, p. 3918–3923, 2011.

GUO, Y.; LIU, Q.-H.; ZHONG, B.; YANG, X. Efficient SAR raw data simulation including trajectory deviations and antenna pointing errors. *Progress In Electromagnetics Research*, EMW Publishing, v. 72, p. 111–128, 2017.

HANBALI, S. B. S.; KASTANTIN, R. Automatic modulation classification of LFM and polyphase-coded radar signals. *Radioengineering*, v. 26, n. 4, p. 1118–1125, 2017.

HARRISON, L. A. A. *Introduction to Radar Using Python and MATLAB*. [S.I.]: Artech House, 2019.

HOGAN, J. A. *Time–Frequency and Time–Scale Methods: Adaptive Decompositions, Uncertainty Principles, and Sampling*. [S.I.]: Springer Science & Business Media, 2007.

IEEE. 1985 pioneer award. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-21, n. 3, p. 437–439, 1985.

IEEE. Ieee standard letter designations for radar-frequency bands. *IEEE Std 521-2002 (Revision of IEEE Std 521-1984)*, p. 1–10, 2003.

JIN, M.; WU, C. A SAR correlation algorithm which accommodates large-range migration. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, GE-22, p. 592–597, 1984.

KRAMER, H. J. *Observation of the Earth and its Environment: Survey of Missions and Sensors*. [S.I.]: Springer Science & Business Media, 2002.

- KRISHNA, B. T. Fractional Fourier transform: a survey. In: *Proceedings of the international conference on advances in computing, communications and informatics*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 751–757.
- KUMARI, P. V.; THANUSHKODI, K. A secure fast 2d—discrete fractional Fourier transform based medical image compression using hybrid encoding technique. In: IEEE. *2013 international conference on current trends in engineering and technology (ICCTET)*. [S.l.], 2013. p. 1–7.
- LASSWELL, S. W. History of SAR at Lockheed Martin (previously Goodyear Aerospace). In: *Radar Sensor Technology IX*. International Society for Optics and Photonics, 2005. v. 5788, p. 1–12. Disponível em: <<https://bit.ly/3o0fuDj>>.
- LIMA, J. B.; CAMPELLO DE SOUZA, R. M. The fractional Fourier transform over finite fields. *Signal Processing*, Elsevier, v. 92, n. 2, p. 465–476, 2012.
- LIMA, J. B.; CAMPELLO DE SOUZA, R. M. de. The finite field fractional Fourier transform. In: IEEE. *2010 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*. [S.l.], 2010. p. 3670–3673.
- LIMA, J. B.; NOVAES, L. Image encryption based on the fractional Fourier transform over finite fields. *Signal Processing*, Elsevier, v. 94, p. 521–530, 2014.
- LU, J. *Design Technology of Synthetic Aperture Radar*. [S.l.]: Wiley Online Library, 2019.
- MATHWORKS. *SNR estimate from radar equation - MATLAB radareqsnr*. 2020. <<https://www.mathworks.com/help/phased/ref/radareqsnr.html>>. (Acessado em 07/05/2020).
- MEI, L.; CHENLEI, L.; SHUQING, Z. Joint space-time–frequency method based on fractional Fourier transform to estimate moving target parameters for multistatic synthetic aperture radar. *IET Signal Processing*, IET, v. 7, n. 1, p. 71–80, 2013.
- MICHELSON, D. G.; AGHDAM, A. First digital processing of satellite-based radar data – IEEE Milestone. In: . [S.l.: s.n.], 2015.
- MUSEUM, D. *Deutsches Museum: Marine Technology*. 2021. <<https://www.deutsches-museum.de/en/exhibitions/transport/marine-navigation/marine-technology/>>. (Acessado em 11/01/2021).
- MYRICK, A.; HUGHEY, S.; RENTON, A.; ZAKARIA, N. S. *An Interactive Radar Demonstration for Children*. 2021. <https://www.egr.msu.edu/classes/ece480/capstone/spring12/group05/docs/presentations/TechLecture_Team5.pdf>. (Acessado em 04/01/2021).

NAMIAS, V. The fractional order Fourier transform and its application to quantum mechanics. *IMA Journal of Applied Mathematics*, Oxford University Press, v. 25, n. 3, p. 241–265, 1980.

NORTH, D. O. *An Analysis of the factors which determine signal/noise discrimination in pulsed-carrier systems*. Pinceton, NJ, 1943.

NORTH, D. O. An analysis of the factors which determine signal/noise discrimination in pulsed-carrier systems. *Proceedings of the IEEE*, v. 51, n. 7, p. 1016–1027, 1963.

OZAKTAS, H. M.; ARIKAN, O.; KUTAY, M. A.; BOZDAGT, G. Digital computation of the fractional Fourier transform. *IEEE Transactions on signal processing*, IEEE, v. 44, n. 9, p. 2141–2150, 1996.

OZAKTAS, H. M.; BARSHAN, B.; ONURAL, L.; MENDLOVIC, D. Filtering in fractional Fourier domains and their relation to chirp transforms. In: IEEE. *Proceedings of MELECON'94. Mediterranean Electrotechnical Conference*. [S.l.], 1994. p. 77–79.

OZAKTAS, H. M.; KUTAY, M. A. The fractional Fourier transform. In: IEEE. *2001 European Control Conference (ECC)*. [S.l.], 2001. p. 1477–1483.

PAPOULIS, A. *Signal Analysis*. Reprint edição. Mineola, New York: Dover Publications Inc., 2018. ISBN 978-0-486-82382-9.

PARKER, M. Chapter 18 - radar basics. In: PARKER, M. (Ed.). *Digital Signal Processing 101 (Second Edition)*. Second edition. Newnes, 2017. p. 231 – 240. ISBN 978-0-12-811453-7. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780128114537000184>>.

PEI, S.-C.; YEH, M.-H. Improved discrete fractional Fourier transform. *Optics letters*, Optical Society of America, v. 22, n. 14, p. 1047–1049, 1997.

PEI, S.-C.; YEH, M.-H.; TSENG, C.-C. Discrete fractional Fourier transform based on orthogonal projections. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 47, n. 5, p. 1335–1348, 1999.

PODEST, E. *Basics of Synthetic Aperture Radar (SAR)*. 2017. <https://arset.gsfc.nasa.gov/sites/default/files/water/Brazil_2017/Day1/S1P2.pdf>. (Acessado em 24/05/2020).

RAEI, E.; MODARRES-HASHEMI, M.; SHANKAR, M. B. Range cell migration correction by fractional Fourier transform in synthetic aperture radars. *2019 20th International Radar Symposium (IRS)*, p. 1–10, 2019.

- RANEY, R. A new and fundamental Fourier transform pair. [*Proceedings*] *IGARSS '92 International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, v. 1, p. 106–107, 1992.
- RANEY, R. K.; RUNGE, H.; BAMLER, R.; CUMMING, I. G.; WONG, F. H. Precision SAR processing using chirp scaling. *IEEE Transactions on geoscience and remote sensing*, IEEE, v. 32, n. 4, p. 786–799, 1994.
- RESSLER, M.; HAPP, L.; NGUYEN, L.; TON, T.; BENNETT, M. The army research laboratory ultra-wide band testbed radars. In: *Proceedings International Radar Conference*. [S.l.: s.n.], 1995. p. 686–691.
- RICHARDS, M. A.; SCHEER, J.; HOLM, W. A.; MELVIN, W. L. *Principles of modern radar*. [S.l.]: Citeseer, 2010.
- RIZZATO, D. *Techniques for ground moving target detection and velocity estimation with multi-channel Synthetic Aperture Radars (SAR)*. Dissertação (Mestrado) — Università Degli Studi di Padova, Italia, 2012.
- RUNGE, H.; BAMLER, R. A novel high precision SAR focussing algorithm based on chirp scaling. In: IEEE. [*Proceedings*] *IGARSS'92 International Geoscience and Remote Sensing Symposium*. [S.l.], 1992. v. 1, p. 372–375.
- RYPKEMA, N. R. A straightforward derivation of the matched filter. OSF Preprints, 2019.
- SACK, M.; ITO, M.; CUMMING, I. Application of efficient linear FM matched filtering algorithms to synthetic aperture radar processing. In: IET. *IEE Proceedings F (Communications, Radar and Signal Processing)*. [S.l.], 1985. v. 132, n. 1, p. 45–57.
- SANTHANAM, B.; MCCLELLAN, J. H. The discrete rotational Fourier transform. *IEEE Transactions on Signal Processing*, IEEE, v. 44, n. 4, p. 994–998, 1996.
- SERBES, A. Compact fractional fourier domains. *IEEE Signal Processing Letters*, IEEE, v. 24, n. 4, p. 427–431, 2017.
- SHARMA, K.; MITTAL, P. Investigations on use of fractional Fourier transform for image restoration in the Wiener and geometric mean filters. In: *International Conference on Communication and Electronics System Design*. [S.l.]: International Society for Optics and Photonics, 2013. v. 8760, p. 87601R.
- SHIH, C.-C. Fractionalization of Fourier transform. *Optics communications*, Elsevier, v. 118, n. 5-6, p. 495–498, 1995.

- SILVA, E. S. da; DE OLIVEIRA NETO, J. R.; LIMA, J. B. FrRDA-RwD: Uma proposta de imageamento SAR baseada na transformada fracionária de Fourier. In: *Anais de XXXVIII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações e Processamento de Sinais*. Sociedade Brasileira de Telecomunicações, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.14209/sbrt.2020.1570661408>>.
- SKOLNIK, M. I. *Radar handbook*. [S.l.]: McGraw-Hill Professional, 1990.
- SMITH, A. A new approach to range-doppler SAR processing. *International Journal of Remote Sensing*, v. 12, p. 235–251, 1991.
- SWORDS, S. S. Technical history of the beginnings of radar. In: . [S.l.]: Institution of Electrical Engineers, 1986.
- TAO, R.; ZHANG, F.; WANG, Y. Research progress on discretization of fractional Fourier transform. *Science in China Series F: Information Sciences*, Springer, v. 51, n. 7, p. 859, 2008.
- TEAM, E. *NATO Frequency Bands - everything RF*. 2019. <<https://www.everythingrf.com/community/nato-frequency-bands>>. (Acessado em 24/05/2020).
- TECHLIB. *Definição de banda base*. 2006. <<https://techlib.wiki/definition/baseband.html>>. (Acessado em 12/01/2021).
- TOP 5 Vendors in the Global Synthetic Aperture Radar Market from 2017-2021: Technavio. 2017. Disponível em: <<https://bwnews.pr/2MfibDS>>.
- TU, T.; XIN, Y.; GAO, X.; GAO, S. Chirp-modulated visual evoked potential as a generalization of steady state visual evoked potential. *Journal of neural engineering*, IOP Publishing, v. 9, n. 1, p. 016008, 2011.
- WIENER, N. Hermitian polynomials and Fourier analysis. *Journal of Mathematics and Physics*, Wiley Online Library, v. 8, n. 1-4, p. 70–73, 1929.
- WIKIPEDIA. *Cavity magnetron - Wikipedia*. 2021. <https://en.wikipedia.org/wiki/Cavity_magnetron#cite_note-tricks-4>. (Acessado em 11/01/2021).
- WILEY, C. A. Synthetic aperture radars. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, AES-21, n. 3, p. 440–443, maio 1985. ISSN 1557-9603.
- WOLFF, C. *Range Resolution - Radartutorial*. 2009. <<https://www.radartutorial.eu/01.basics/Range%20Resolution.en.html>>. (Acessado em 20/06/2020).
- WOLFF, C. *Noções básicas de radar - Ondas e Intervalos de Frequência*. 2020. <<https://www.radartutorial.eu/07.waves/wa04.pt.html>>. (Acessado em 24/05/2020).

WOLFF, C. *Radartutorial.eu*. 2020. <<https://www.radartutorial.eu/20.airborne/ab08.en.html>>. (Acessado em 07/05/2020).

WU, R.; GU, K.; LI, J.; BRADLEY, M.; HABERSAT, J.; MAKSYMONKO, G. Propagation velocity uncertainty on GPR SAR processing. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, IEEE, v. 39, n. 3, p. 849–861, 2003.

ZAYED, A. I. On the relationship between the Fourier and fractional Fourier transforms. *IEEE signal processing letters*, IEEE, v. 3, n. 12, p. 310–311, 1996.

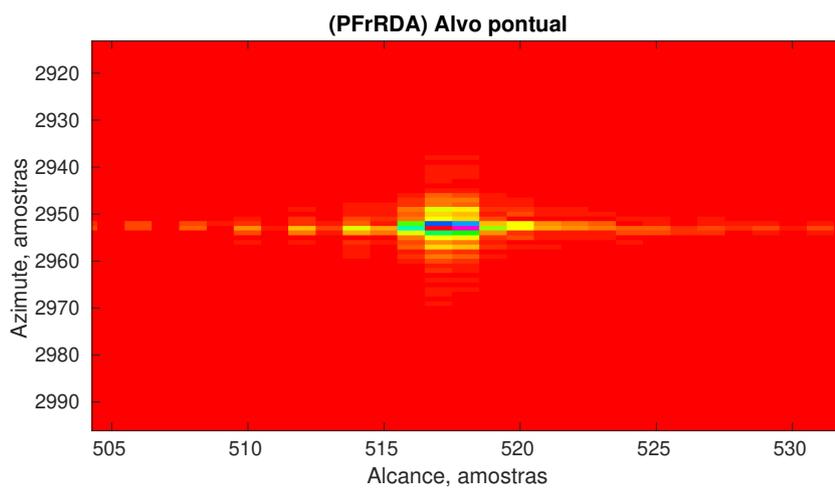
ZHANG, Y.; WANG, S.; YANG, J.-F.; ZHANG, Z.; PHILLIPS, P.; SUN, P.; YAN, J. A comprehensive survey on fractional Fourier transform. *Fundamenta Informaticae*, IOS press, v. 151, n. 1-4, p. 1–48, 2017.

ZHENG, L.; SHI, D. Maximum amplitude method for estimating compact fractional Fourier domain. *IEEE Signal Processing Letters*, IEEE, v. 17, n. 3, p. 293–296, 2009.

ANEXO A – IMAGENS PRODUZIDAS PELOS ALGORITMOS

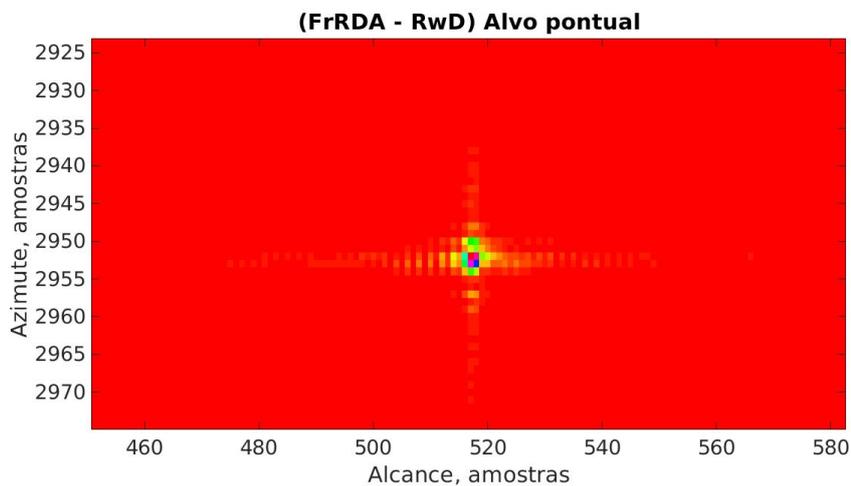
1 ALVO

Figura 34 – Imagem final para 1 alvo produzida pelo algoritmo PFrRDA.



Fonte: O autor (2021).

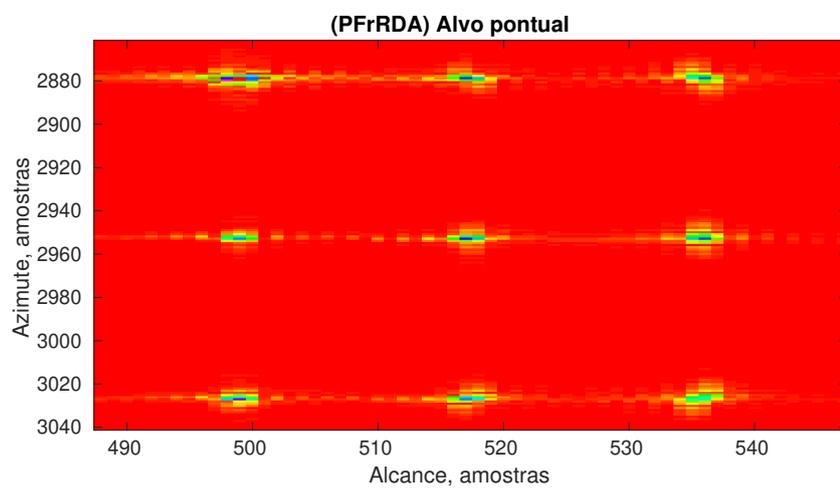
Figura 35 – Imagem final para 1 alvo produzida pelo algoritmo FrRDA-RwD.



Fonte: O autor (2021).

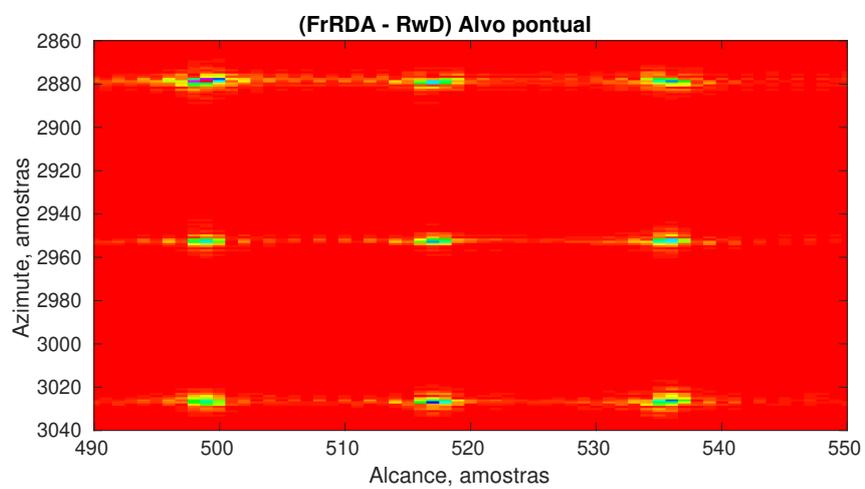
9 ALVOS

Figura 36 – Imagem final para 9 alvos produzida pelo algoritmo PFrRDA.



Fonte: O autor (2021).

Figura 37 – Imagem final para 9 alvos produzida pelo algoritmo FrRDA-RwD.



Fonte: O autor (2021).