



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
MATEMÁTICA-LICENCIATURA

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO AS OPERAÇÕES DE
ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL**

ELIANE SEVERINA DOS SANTOS

CARUARU
2017

ELIANE SEVERINA DOS SANTOS

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO AS OPERAÇÕES DE
ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Curso de Licenciatura em Matemática da
Universidade Federal de Pernambuco –
Campus Agreste, como pré-requisito parcial
para a obtenção do título de licenciada.

Orientador: Prof. Me. Paulo Roberto Câmara Sousa
Coorientadora: Prof. Me. Maria Lucivânia Souza dos Santos

CARUARU
2017

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Simone Xavier CRB/4 - 1242

S237r Santos, Eliane Severina dos.
Resolução de problemas envolvendo as operações de adição e subtração no ensino fundamental. / Eliane Severina dos Santos. – 2017
53f. il. : 30cm

Orientador: Paulo Roberto Câmara Sousa.
Coorientadora: Maria Lucivânia Souza dos Santos
Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Licenciatura em Matemática, 2017.
Inclui Referências.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Ensino fundamental. 3. Matemática – Problemas, exercícios, etc. I. Sousa, Paulo Roberto Câmara (Orientador). II. Santos, Maria Lucivânia Souza dos (Coorientadora). III. Título.

371.12 CDD (23. ed.)

UFPE (CAA 2017-348)

ELIANE SEVERINA DOS SANTOS

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO AS OPERAÇÕES DE
ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO NO ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao
Curso de Licenciatura em Matemática do Centro
Acadêmico do Agreste da Universidade Federal
de Pernambuco para a obtenção do grau/título de
bacharel/licenciado em Matemática.

Aprovado em: ___/___/_____.

BANCA EXAMINADORA

Prof^o. Me. Paulo Roberto Câmara Sousa (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^o. Dr. Edelweis José Tavares Barbosa (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^o. Me. Maria Lucivânia Souza dos Santos (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

DEDICATÓRIA

À minha família, meu bem maior, que sempre esteve ao meu lado, me apoiando, me dando forças e palavras de otimismo.

AGRADECIMENTOS

A Deus, minha fortaleza, aquele que me faz forte, que enche-me de vida, aquele que me faz superar todas as turbulências da vida, aquele que transforma dificuldade em oportunidade, aquele que sempre cuidou de mim, pois com ele, tudo posso.

Aos meus pais que acreditaram e me apoiaram tanto. Sem dúvida, responsáveis por eu estar concluindo mais uma etapa da minha vida. Agradeço aos meus irmãos, enfim, a toda minha família que me apoiaram de alguma forma.

Agradeço imensamente ao meu amor, Adriano Lourenço, que sempre me incentivou mesmo nos piores momentos, acreditando na minha capacidade, geralmente acreditava mais em mim, além do que eu mesma julgo ser capaz.

Aos meus/minhas amigos/as: Eduarda Cabral, Danilo Diniz e Fernanda Albuquerque a estes manifesto meu carinho e em especial a Fernanda a qual serei imensamente grata pelas palavras de apoio e de otimismo, sobretudo pela amizade construída que fizemos, é como costumamos dizer: da universidade para vida.

Ao professor Paulo Câmara, meu orientador, pelo compromisso assumido, pela seriedade, paciência e incentivo nesta produção acadêmica.

À professora Lucivânia Souza, minha Co Orientadora, pelo compromisso assumido, pela dedicação, e desempenho, sem dúvidas jamais esquecerei o quão importantes vocês são para mim, pois sem vocês não teria conseguido essa produção.

Enfim, a todos que de alguma forma contribuíram à minha formação.

A maior recompensa para o trabalho do homem não é o que ele ganha com isso, mas o que ele se torna com isso.
(John Ruskin)

RESUMO

O tema discutido nesse trabalho, envolvendo adição e subtração em resolução de problemas com alunos do ensino fundamental, surgiu a partir de reflexões acerca das dificuldades dos alunos ao se depararem com situações - problemas de matemática, dificuldades estas observadas na prática docente. Assim, a pesquisa teve como objetivo identificar e analisar as principais dificuldades de alunos do ensino fundamental em adição e subtração de números naturais, a partir de dois contextos de atividades: situações problemas e “contas secas” (exercícios). Participaram da nossa pesquisa uma turma com 36 alunos na resolução das situações problemas e 37 alunos na resolução das “contas secas” (exercícios) correspondente a uma turma do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pertencente à rede Pública Municipal, situada na Cidade de Cumaru - PE. A partir da análise das situações problemas e “contas secas” constatou-se que as maiorias dos alunos tiveram mais dificuldade na resolução dos problemas do que nos exercícios não contextualizados, evidenciando a dificuldade na compreensão e interpretação de situações contextualizadas, que exigem mais atenção e a busca de estratégias de resolução que vão além de fórmulas e regras prontas. Esses resultados apontam para a necessidade do professor trabalhar mais a resolução de problemas com seus alunos, por essa ser uma ferramenta de grande potencial no processo de desenvolvimento do pensar matemático.

PALAVRAS-CHAVE: Adição. Subtração. Resolução de Problemas. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

The subject discussed in this paper, involving addition and subtraction in solving problems with elementary students, came from reflections about the difficulties of the students when faced with a problem situations of mathematics, difficulties observed in the teaching practice. The aim of the research waste identify and analyze the main difficulties of elementary school students in adding and subtracting natural numbers from two contexts of activities: problem situations and "dry accounts" (exercises). The research participants are students of a municipal school in the city of Cumarú - PE. From the analysis of problem situations and "dry beads" it was observed that most of the students had more difficulty in solving problems than in dry accounts; evidencing the difficulty in understanding and interpreting contextualized situations that require more attention and strategies that go beyond ready-made formulas and rules. The results point tethered of the teacher to work harder to solve problems with his students, because thesis a tool of great potential in the development process of mathematical thinking.

KEYWORDS: Addition. Subtraction. Troubleshooting. Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-Questão 1 (A16)	31
Figura 2-Questão 1 (A23)	31
Figura 3-Questão 2 (A26)	32
Figura 4-Questão 3 (A8)	32
Figura 5-Questão 4 (A12)	33
Figura 6-Questão 5 (A11)	34
Figura 7-Questão 6 (A15)	35
Figura 8-Questão 7 (A21)	36
Figura 9-Questão 8 (A27)	36
Figura 10-Questão 8 (A30)	37
Figura 11-Questão 1 (A21)	39
Figura 12-Questão 2 (A2)	39
Figura 13-Questão 3(A14)	40
Figura 14-Questão 4 (A15)	40
Figura 15-Questão 5 (A6)	41
Figura 16-Questão 6 (A20)	41
Figura 17-Questão 7 (A32)	42
Figura 18-Questão 8 (A30)	42

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Percentual de acertos, erros e questões em branco (problemas).....38

Gráfico 2- Percentual de acertos, erros e questões em branco (exercícios)43

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Análise do Problema 1	30
Quadro 2- Análise do Problema 2	31
Quadro 3- Análise do Problema 3.....	32
Quadro 4- Análise do Problema 4	33
Quadro 5- Análise do Problema 5	33
Quadro 6- Análise do Problema 6	34
Quadro 7- Análise do Problema 7	35
Quadro 8- Análise do Problema 8	36
Quadro 9- Análise do Exercício 1	38
Quadro 10- Análise do Exercício 2	39
Quadro 11- Análise do Exercício 3	39
Quadro 12- Análise do Exercício 4	40
Quadro 13- Análise do Exercício 5	40
Quadro 14- Análise do Exercício 6	41
Quadro 15- Análise do Exercício 7.....	41
Quadro 16- Análise do Exercício 8	42

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

NCTM- Nacional Coucil of Teacheres of Mathematics

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	14
1.1. Objetivos.....	16
1.1.1. Objetivo Geral.....	16
1.1.2. Objetivos Específicos.....	16
2. REFERENCIAL TEÓRICO.....	17
2.1. Breve Histórico do sinal da Adição e Subtração.....	17
2.2. Dificuldades no Ensino da Matemática.....	18
2.3. A Resolução de Problemas no Ensino da Matemática.....	20
2.4. Etapas de resolução de problemas de George Polya.....	22
2.5. Operações de Adição e Subtração nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).....	25
3. METODOLOGIA.....	29
4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	30
4.1. Análise da Sequência de Problemas.....	30
4.2. Análise da Sequência de “Contas Secas” (Exercícios).....	38
4.3. Análise Comparativa Entre Problemas e “Contas Secas” (exercícios)...	43
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	45
REFERÊNCIAS.....	47
APÊNDICE A – SEQUÊNCIA DE PROBLEMAS.....	48
APÊNDICE B – SEQUÊNCIA DE “CONTAS SECAS” (EXERCÍCIOS).....	51

1. INTRODUÇÃO

A interação é algo muito importante na vida das pessoas, durante todo o processo de desenvolvimento de um ser. O indivíduo durante seu crescimento físico, psicológico social, começa a ter contatos com pessoas e situações diferentes. É nesse processo, que o aluno perceberá a existência de diversas etapas as quais deverão ser alcançadas, assim ele ficará apto para resolver determinados problemas que possam surgir em seu percurso, seja social ou na vida escolar. Assim, é necessário que o indivíduo esteja preparado fisicamente e psicologicamente, para que este possa organizar seus conhecimentos com entusiasmo e interesse. Essa é uma forma de que as dificuldades sejam amenizadas.

Embora os conhecimentos matemáticos estejam presentes nas mais variadas situações do dia a dia, muitos alunos apresentam dificuldades na sua aprendizagem. Entendemos então, enquanto os alunos levarem em consideração apenas o tempo e o conteúdo passado em sala de aula as dificuldades que apresentam nesses conteúdos, os problemas só tendem a crescer.

A discussão norteadora de nosso projeto concentra-se, nas dificuldades dos alunos em adição e subtração, especificamente ao depararem com situações problemas que envolvam essas operações. Sabemos que a técnica da operação de subtração (empréstimo) é menos usual nos raciocínios dedutivos, logo podemos ver que a maior dificuldade desta operação vem no costume que a própria sociedade elaborou durante sua formação. Para investigarmos o conhecimento, procuramos conhecer os procedimentos e estratégias mais utilizados pelos alunos dentro e fora da escola. Pois eles desde cedo lidam com situações que envolvam subtração. Adição é a operação mais natural na vida de uma criança, porque está presente nas experiências infantis desde muito cedo. Além disso, envolve situações como de “juntar” e “acrescentar” (TOLLEDO; TOLLEDO, 2009). Nessa mesma linha de pensamento, Iezzi, DOLCE E Machado (2013) afirmam que adição significa somar, juntar e acrescentar. Já para (Rufino, 2012), adição é utilizada quando queremos agrupar duas ou mais quantidades ou quando queremos acrescentar certa quantidade à outra.

Assim como na adição, a subtração também está associada à ideia e ações diferentes, sendo que muitos dos problemas nos quais se emprega a subtração estão ligados a situações de tirar, completar e comparar. Para Iezzi, Dolce e Machado (2013),

subtração significa tirar, diminuir e pode ser empregada para calcular: quanto sobrou; quanto já foi tirado; quanto falta; quanto a mais.

Através dessas observações podemos constatar onde e como os alunos mais erram, levando em consideração os caminhos que o aluno usa para resolver o desafio do enunciado, pois estes são importantes e devem ser considerados também, mesmo que esse caminho o leve ao erro. Pois como já dizia Luckesi (2002). “O erro não é fonte de castigo, mas suporte para o crescimento.”

O que mais me inquietou sobre a elaboração do tema desse trabalho foi justamente a curiosidade sobre como o aluno diante de um problema de adição e subtração, tentaria chegar à solução, mesmo com toda dificuldade imposta por ele e mais, a tentativa de conhecer e entender as influências e métodos utilizados pelos discentes nessa situação. Pois, a realidade da prática docente nos mostra que os alunos têm mais dificuldades diante de problemas que os façam pensar mais, problemas que exijam resoluções que vão além de fórmulas e regras prontas. Algumas vezes isto ocorre porque o aluno não está interessado em interpretar o texto, outras vezes por não saber interpretar o problema mesmo, pois dados mostram que 54% dos alunos de 8 anos não conseguem fazer cálculos e têm nível de escrita e leitura insuficiente. Então as maiorias dos alunos procuram resolver as questões, sem interpretar e entender do que o problema se trata. Sabemos que a resolução de um problema compreende quatro etapas: a compreensão, o estabelecimento, a execução de um plano e o retrospecto da resolução (POLYA, 1995). Mas de uma forma equivocada o aluno apenas se concentra na execução, infelizmente não obtendo resultados positivos. Diante disso, vemos a necessidade de conhecer mais as dificuldades que alunos no ensino fundamental apresentam em adição e subtração com números naturais.

A escolha deste tema visa também uma contribuição para instigar outras discussões e interesse por parte daqueles que acreditam no pleno desenvolvimento do aluno, tendo como princípio básico a resolução de problemas, visando contribuir para construção de novos conhecimentos.

Diante do exposto, apresentamos os objetivos, geral e específico, desta pesquisa.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo Geral

Identificar e analisar as principais dificuldades de alunos do ensino fundamental em adição e subtração de números naturais, a partir de dois contextos de atividades: situações problemas e exercícios não contextualizados.

1.1.2. Objetivos Específicos

- Identificar os erros dos alunos a partir de atividades desenvolvidas por eles.
- Analisar a relação entre o desempenho dos alunos nos problemas de adição e subtração.
- Comparar o índice de erros nas situações problemas e nas contas não contextualizadas “exercícios”.

O trabalho está organizado da seguinte forma: no **primeiro capítulo**, na introdução, trouxemos a delimitação do problema e contextualização do tema a ser tratado, além dos objetivos, geral e específico; No **segundo capítulo**, trouxemos um breve histórico da operação de adição e subtração; discutimos a operação do algoritmo da adição e subtração na sala de aula; apresentamos as dificuldades no processo ensino aprendizagem; no tópico seguinte trata-se da metodologia adequada para se trabalhar adição e subtração na resolução de problemas; em seguida, nos detemos na operação adição e subtração nos PCN; trouxemos também as etapas de resolução de problemas segundo George Polya; No **terceiro capítulo**, trouxemos a metodologia, o contexto em que nossa pesquisa foi inserida, as etapas de investigação e os critérios usados para analisar os dados colhidos pelos sujeitos participantes; O **quarto capítulo**, veremos a análise dos resultados. Iremos analisar as dificuldades enfrentadas pelos sujeitos da pesquisa nos exercícios propostos; Por fim, no **quinto capítulo**, apresentaremos a discussão dos resultados e concluindo com o **sexto capítulo** e algumas considerações finais.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. Breve histórico do sinal de adição e subtração

Segundo (Sônia Aparecida, 2015, p.10) O homem vem ao longo dos tempos utilizando símbolos para identificar ideias, quantidades, leis; vêm usando-os também, para a efetivação dos cálculos que se tornaram necessários à própria vida.

Então, há símbolos que são considerados numéricos, algébricos, aritméticos e geométricos, que denotam significados e conceitos de épocas por quais passaram.

Alguns dos símbolos que hoje utilizamos perfizeram um longo caminho até serem realmente aceitos como indicativos de situações operacionais dentro da Matemática. Tem-se, então, a “cruz”, que é utilizada hoje para representar uma adição; uma pequena barra na horizontal, para representar a subtração; dois pequenos traços na horizontal, para representar a igualdade; um “xis” e/ou um ponto para a multiplicação; e dois pontos separados por uma barra na horizontal e/ou apenas dois pontos, para a divisão.

Conforme Tahan (2000, p. 19), tem-se que:

O emprego regular do sinal de + (mais) aparece na Aritmética Comercial de João Widman d'Eger publicada em Leipzig em 1489. Os antigos matemáticos gregos, como se observa na obra de Diofanto, limitavam-se a indicar a adição justapondo as parcelas – sistema que ainda hoje adotamos quando queremos indicar a soma de um número inteiro com uma fração. Como sinal de operação mais usavam os algebristas italianos a letra P, inicial da palavra latina plus. (grifo do autor).

Há também o sinal que hoje entendemos como de subtração, que nada mais é que um pequeno traço usado na horizontal e muito indica dentro das operações matemáticas.

É interessante observar as diferentes formas por que passou o sinal de subtração e as diversas letras de que os matemáticos se utilizaram para indicar a diferença entre dois elementos. Na obra de Diofanto, entre as abreviaturas que constituíam a linguagem algébrica desse autor, encontra-se a letra grega Ψ indicando subtração. Essa letra era empregada pelo famoso geômetra de Alexandria como sinal de operação invertida e truncada. Para os hindus – como se encontra, na obra de Bhaskara – o sinal de subtração consistia num simples ponto colocado sob o coeficiente do termo que servia de subtraendo. A letra M – e, às vezes, também m – foi empregada, durante um longo período, para indicar a subtração, pelos algebristas italianos. Luca Pacioli, além de

empregar a letra m, colocava entre os termos da subtração a expressão DE, abreviatura de demptus. Aos alemães devemos a introdução do sinal – (menos), atribuído a Widman. Pensam alguns autores que o símbolo – (menos), tão vulgarizado e tão simples, corresponde a uma forma limite para a qual tenderia a letra m quando escrita rapidamente. Aliás, Viète – considerado como o fundador da Álgebra moderna – escrevia o sinal = entre duas quantidades quando queria indicar a diferença entre eles. (TAHAN, 2000, p. 34-35, grifo do autor).

2.2. Dificuldades no Ensino da Matemática

A aprendizagem sobre conhecimentos de matemática especificamente sobre o domínio de adição e subtração na sala de aula ou fora dela exige tempo, maturidade de pensamento e muita determinação, pois este conteúdo é amplo e exige certa capacidade de abstração. Com isto, vemos de fato alguns fatores que levam os alunos a terem dificuldades sobre esses algoritmos e principalmente quando se trata de resolução de problemas, neste caso a dificuldade é maior, pelo que percebemos durante todo processo deste trabalho. Mas não é só isso, acreditamos que a falta de insistência e de novos métodos e ainda mais, a falta de incentivo aumenta o índice de dificuldades dos alunos. Diante disso, certamente ele ficará perdido, e a resolução de problemas não terá muito significado para eles.

Perde o significado também porque na sala de aula não estamos preocupados com situações particulares, mas com regras gerais, que tendem a esvaziar o significado das situações. Perde o significado também porque o que interessa à professora não é esforço de resolução do problema pelo aluno, mas a aplicação de uma fórmula, de um algoritmo, de uma operação, predeterminada pelo capítulo em que o problema se insere ou pela série escolar que a criança frequenta. (CARRAHER; CARRAHER; SCHLIEMANN, 2006, p.22).

Dessa forma, as dificuldades acontecem devido a muitos fatores, entre eles: o aluno, o professor, a tarefa, o contexto, o nível de desenvolvimento do aluno, todos estes processos contribuem para o desenvolvimento do aluno, como já mencionados anteriormente. Devemos destacar a emoção envolvida nesse processo que varia ao longo do tempo de resolução, os alunos iniciam a tarefa com entusiasmo e com o passar do tempo, as reações positivas diminuem e as negativas aparecem, infelizmente.

Segundo SCOZ (1998), frente aos problemas de aprendizagem, quando se referem ao nível de sintomas, os professores nem sempre conseguem expressar-se com clareza, sendo que, algumas vezes, por falta de conhecimento, e outras pela complexidade dos problemas. Quando se referem ao nível dos obstáculos, os

professores relatam interferências funcionais, como ausência de orientação espacial e temporal, falta de coordenação motora; nas interferências sócias afetivas, as professoras enfatizam as relações familiares, pois com a indiferença dos pais, o aluno é muito carente afetivamente, apresentando falta de auto-estima.

Nesse sentido, constata que o professor precisa entender que o ensino de matemática tem que ser de acordo com a necessidade dos alunos, e ainda relacionado com seu dia a dia. E dentre as dificuldades também é que as maiorias deles não conseguem compreender as instruções e ou enunciados matemáticos, diante destes problemas acreditamos que o esforço e dedicação por parte dos envolvidos sejam necessários, pois é com a prática que se obtém resultados, desta forma os alunos irá sentir menos dificuldades de leitura e escrita antes de poderem resolver as questões que lhes são propostas.

Um dos aspectos fundamentais que dá início as mudanças educacionais e estimula as diferentes pesquisas em educação, é a busca incessante em desenvolver nos alunos a capacidade de aprender a aprender.

Em nenhum momento se secundaria o conhecimento vigente, que é sempre o ponto de partida para o conhecimento novo, como bem mostra à hermenêutica (filosofia que estuda a interpretação). Apenas é equívoco pretender que na escola se faça apenas repasse, ou que nela apenas se ensina e apenas se aprende. O desafio do processo educativo, em termos propedêuticos e instrumentais, é construir condições do aprender a aprender e do saber pensar. (DEMO, 1996, p.30)

Sabemos a importância na educação para que os alunos cresçam e obtenham resultados e habilidades que lhes sejam propostos, para estes proporcione-lhes novos conhecimentos através do seu próprio raciocínio.

Para que se construa uma sociedade com mais princípios, que direto ou indiretamente interfira no desenvolvimento dos indivíduos, afim de que se tornem pessoas mais críticas e criativas. Mesmo com toda diversidade é importante instigar os alunos, para que se tornem capazes de enfrentar novos desafios, situações diversificadas. Desta forma, estarão mais bem preparados para as possíveis mudanças culturais, tecnológicas e profissionais.

A sociedade moderna, todavia, exige um cidadão capaz de estar à sua frente, comandando o processo exponencial de inovação, não correndo atrás, como se fora sucata. Enfrentar desafios novos, avaliar os contextos sócio-históricos, filtrar informação, manter-se permanentemente em processo de formação são

responsabilidades inalienáveis para quem procura ser sujeito de sua própria história, não massa de manobra para sustentar privilégios alheios. (DEMO, 1996, p.32)

Desta forma, acreditamos que a metodologia adequada é importante para o entendimento de problemas, resolvendo problemas com mais satisfação, com situações interessantes que leve o aluno a pensar melhor e encontrar suas respostas com suas próprias conclusões.

2.3. A Resolução de Problemas no Ensino da Matemática

(*apud* Pozo; Echeverría, 1998, p. 15), define problema como “uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido ou direto que o leve a uma solução”, ou seja, um problema proposto só se torna realmente um problema se o indivíduo, para quem ele foi proposto, o encarar como tal e não dispuser de procedimentos que o leve a uma resposta de forma rápida e se precisar utilizar muitos recursos cognitivos para chegar a uma resposta.

[...] o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema, porque no processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisam desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las; o problema não é um exercício em que o aluno aplica de forma quase mecânica, uma fórmula, ou um processo operatório. (BRASIL, 1998, p.40).

Kantowski (1980) considera que um problema é uma situação com que uma pessoa se depara e para a realização da qual não tem um procedimento ou algoritmo que conduza à solução. Refere ainda que o que é problema para um indivíduo poderá ser exercício para outro ou ainda uma frustração para um terceiro. Neste caso, fica claro que uma mesma situação poderá representar níveis de dificuldades diferentes. Sabemos que um estudante poderá encarar um problema de modo diferente em determinadas situações, pois o que seria problema em um momento passará a ser um exercício em outro.

A *National Council of Teachers of Mathematics*– NCTM (1991) afirma que:

[...] um problema genuíno é uma situação em que, para o indivíduo ou para o grupo em questão, uma ou mais soluções apropriadas precisam ainda de ser encontradas. A situação deve ser suficientemente complicada para constituir um desafio, mas não tão complexa que surja como insolúvel. (NCTM, 1991, p. 11).

Resolver problemas é da própria natureza humana. Podemos caracterizar o homem como “o animal que resolve problemas”; seus dias são preenchidos com aspirações não imediatamente alcançáveis. A maior parte de nosso pensamento consciente é sobre problemas; quando não nos entregamos à simples contemplação, ou nossos pensamentos estão voltados para algum fim. (POLYA apud KRULIK; REYS, 1997).

A resolução de problemas é um dos assuntos mais abordados por pesquisadores na área de matemática. Isso se deve a dificuldade encontrada pelos alunos ao se depararem com esse tipo de atividades. Vasconcelos (2003) reuniu um conjunto com essas dificuldades. Daremos importância a três delas:

- A resolução de problemas de adição e subtração pelas crianças é fortemente influenciada pela estrutura semântica da situação – problema;
- A identificação da quantidade desconhecida num problema é umas das dificuldades na sua resolução (pois o elemento desconhecido pode se encontrar no estado inicial, na transformação ou no estado final);
- A tendência em separar representações quantitativas e representações simbólicas é apontada como obstáculos no ensino da matemática.

No caso da resolução de problemas, o objetivo maior não é a prática do cálculo aritmético, mas, sim, a compreensão da situação problema. Portanto, as atividades devem dar prioridade à identificação dos dados do problema e, principalmente, as relações entre esses dados (VASCONCELOS, 2003, p. 70).

Além desses conjuntos, Vasconcelos (2003), apontou as dificuldades dos alunos diante dos problemas de estruturas aditivas, surgem a partir da 1^o série (ou segundo ano) do Ensino Fundamental. Citaremos também alguns aspectos que Vasconcelos (2003) caracterizam o ensino deste conteúdo, são eles:

1. A ênfase excessiva no cálculo necessário para resolução;
2. O trabalho com “palavras chaves” como regra para que a criança identifique a operação a ser utilizada;
3. A não preocupação com a compreensão do enunciado do problema;
4. O fato de não procurar identificar e analisar as diferenças entre os diversos tipos de problemas.

Além do pensamento de Vasconcelos (2003), achamos importante ressaltar os demais fatores que também impossibilitam as dificuldades dos alunos em relação à matemática, especificamente sobre situações problemas, acreditamos que estão

vinculados ao processo de não gostar da disciplina, com isso a maioria dos alunos apresentam uma série de dificuldades na leitura, levando-os a não compreensão do texto, esse é um dos motivos que os leva a achar a matemática difícil, problemas com as séries anteriores, que já vem de uma deficiência não corrigida, infelizmente, como também, problemas familiares do tipo: os pais não se importarem com o desenvolvimento de seus filhos e isso não faz com que o aluno progrida, mas sim, atrapalha em seu desenvolvimento, além de outros problemas ligados a alimentação, entre outros. Para Brasil (2001, p. 49) “tradicionalmente, os problemas não têm desempenhado seu verdadeiro papel no ensino, pois, na melhor das hipóteses, são utilizados apenas como forma de conhecimentos adquiridos anteriormente pelos alunos.”

Por isso, a importância de trabalhar com situações reais, situações que o faça lembrarem fatos que possam tirar do próprio dia a dia, respeitando sempre o tempo e o limite de cada um, pois sabemos que as dificuldades variam de aluno para aluno e é interessante que os problemas devam fazer sentido para os alunos instigando sempre sua curiosidade. Desafiá-los é importante, mas é preciso ter cuidado no nível de dificuldade, pois ao invés de ajudar acaba causando expectativas negativas e isso é muito frustrante para o aluno.

2.4. Etapas de resolução de problemas de George Polya

George Polya (1897 – 1985) foi um dos matemáticos mais importantes do século XX. Nascido na Hungria, ele passou a maior parte do seu tempo pesquisando na universidade de Stanford nos Estados Unidos devido à situação política da Europa na época da Segunda Guerra Mundial. Pesquisaram em vários ramos da matemática, como probabilidade e equações diferenciais parciais; sua maior contribuição, no entanto, está relacionada à heurística de resolução de problemas matemáticos com várias publicações relacionadas ao assunto, em especial **HowTo Solve It** – que vendeu mais de um milhão de cópias - em 1957.

Polya é um dos matemáticos do século XX que considera a Matemática uma:

“[...] ciência observacional” na qual a observação e a analogia desempenham um papel fundamental; afirma também a semelhança do processo criativo na Matemática e nas ciências naturais. Ele foi o primeiro matemático a apresentar uma heurística de resolução de problemas específica para a matemática. Por isso, Polya representa uma referência no assunto, uma vez que suas ideias representam uma grande inovação em relação às ideias de resolução de problemas existentes até então. (RAMOS, MATEUS, et al., 2002).

Em seu livro, *A arte de resolver problemas*, Polya estabeleceu um método sistemático de resolução de problemas em quatro passos. São eles:

Primeira etapa: *compreensão do problema*

1º passo: Compreender o problema.

Nesta primeira etapa ele recomenda: *Procure entender o problema*. Com isto ele expressa a importância da compreensão do aluno, quais recursos usarei para chegar a uma solução?

A primeira parte consiste em compreender o problema. Para compreendermos um problema é preciso lê-lo com muita atenção. Durante a leitura do problema é procure encontrar respostas para as seguintes questões:

- a) qual é a incógnita? Quais são os dados?
- b) qual é a condição? A condição é suficiente para determinar a incógnita?

2º passo: Estabelecer um plano de resolução

Faça um esquema, um desenho ou um resumo da resolução do problema. Procure responder questões como:

- a) Quais ideias envolvidas neste problema?
- b) Você resolveu algum outro problema semelhante a este? Que estratégia utilizou?
- c) Que operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, etc.) é necessário fazer para solucionar este problema? Existe alguma fórmula, teorema, propriedade ou resultado que você conhece e que pode auxiliar na solução deste problema?

3º passo: Executar o plano

Esta é a etapa mais fácil do processo, pois já existe uma estratégia elaborada, basta colocá-la em prática para obter a solução do problema. Execute a estratégia com muito cuidado e faça os cálculos que forem necessários. Verifique cada passagem, comprove cada cálculo executado e observe se consegue mostrar que cada um deles está correto.

- a) ao executar o seu plano de resolução, comprove cada um dos passos. Pode ver claramente que o passo é correto? Pode demonstrá-lo? Visão retrospectiva
- b) por último, ter uma visão retrospectiva, realizando as seguintes perguntas.
- c) pode verificar o resultado? Pode verificar o raciocínio?
- d) pode obter o resultado de forma diferente? Pode vê-lo com apenas uma olhada? Você pode empregar o resultado ou o método em algum outro problema?

(POZO; ECHEVERRÍA, 1998, p. 23)

e) durante a resolução o ideal é fazer perguntas do tipo: existe alguma palavra, frase ou parte da proposição do problema que não entendo? Qual é a dificuldade do problema? Qual é a meta? Quais são os dados que estou usando como ponto de partida? Conheço algum problema similar?

4º passo: Análise da Solução obtida e elaboração da resposta

Verifique se as soluções obtidas satisfazem o problema, os argumentos utilizados e os resultados, refaça os cálculos. Não há mais soluções? Elabore, então, a resposta para o problema.

Segundo a heurística de Polya, quando temos um problema para resolver, devemos lê-lo atentamente e definir, em primeiro lugar, qual é a pergunta do problema. Podemos nos questionar: O que o problema quer saber? Em seguida, procuramos estabelecer quais são as informações que o problema fornece, ou seja, quais são os dados do problema.

No segundo passo, temos que estabelecer o plano de resolução, isto é, devemos determinar quais ideias das operações estão envolvidas no problema, pois, ao distinguirmos as ideias estabelecemos, também, quais contas chegarão ao problema. Neste passo, construímos a estratégia de resolução do problema.

Passamos, então, a executar o plano de resolução, isto é, realizamos, efetivamente, os cálculos, para, finalmente, verificar se as soluções obtidas satisfazem o problema e podermos, então, elaborar a resposta para o mesmo.

Veja um exemplo da aplicação da heurística de Polya:

Na escola de Priscila, 47 alunos foram transferidos para outra escola, ficando 870 alunos. Quantos alunos havia na escola de Priscila?

Pergunta: Quantos alunos havia na escola de Priscila?

Dados: 47 alunos foram transferidos e ficaram 870 alunos.

Ideia: Restaurar

Cálculo: $870+47=917$

Resposta: Na escola de Priscila há 917 alunos.

De acordo com Polya (1980) resolver um problema é encontrar uma saída da situação, é encontrar um caminho que lhe permita contornar um obstáculo, mas que não se encontra disponível de imediato. Combinando as definições podemos reter que a Resolução de Problemas é todo um conjunto de ações tomadas que nos permite resolver uma situação (problema). Através de uma revisão histórica sobre o papel da Resolução de Problemas no currículo escolar, Stanic e Kilpatrick afirmam que:

Problemas têm ocupado um lugar central nos currículos da Matemática escolar desde a Antiguidade, mas o mesmo não aconteceu com a Resolução de Problemas. Só recentemente os educadores matemáticos aceitaram a [sic] idéia de que o desenvolvimento de habilidades para a Resolução de Problemas merece especial atenção. (STANIC; KILPATRICK apud SHONFELD, 1992, p. 33).

Os conteúdos curriculares da matemática na escola revelam-se, hoje, como uma das maiores ferramentas de instrução, o aperfeiçoamento das capacidades intelectuais humanas.

2.5. Operações de Adição e Subtração nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN)

Dentre as obras selecionadas para esse trabalho, destacamos os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) de matemática do Ensino Fundamental-5º a 8º séries. Além de ressaltar importantes funções em diversas áreas do conhecimento.

Além disso, os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais) trazem os **significados da adição e subtração**. Diz que o estudo dos significados da adição e da subtração se inicia nos ciclos anteriores, o que se tem notado, em função da variedade e complexidade dos conceitos que integram esse tema, é que eles levam tempo para ser construídos e consolidados pelos alunos. Isso impõe um trabalho sistemático desse conteúdo ao longo dos terceiro e quarto ciclos, concomitante ao trabalho de sistematização da aprendizagem dos números naturais e da construção dos significados dos números inteiros, racionais e irracionais.

Assim, sugere-se que a adição e a subtração sejam desenvolvidas paralelamente por meio de situações-problema.

Os PCN colocam a resolução de problemas, como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, pode ser resumida nos seguintes princípios:

- A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
- O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;

- Aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferência, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na história da matemática;

- O aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tomam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações;

- A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou com aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se podem apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Nos PCN (1998) podemos ler:

Resolver um problema pressupõe que o aluno:

- Elabore um ou vários procedimentos de resolução (como, por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses);
- Compare seus resultados com os outros alunos;
- Valide seus procedimentos.

Resolver um problema não se resume em compreender o que foi proposto e em dar respostas aplicando procedimentos adequados. Aprender a dar uma resposta correta, que tenha sentido, pode ser suficiente para que ela seja aceita e até seja convincente, mas não é garantia de aprovação do conhecimento envolvido. Além disso, é necessário desenvolver habilidades que permitam pôr à prova os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos, para obter a solução. Nessa forma de trabalho, o valor da resposta correta cede lugar ao valor do processo de resolução.

O fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimento, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos.

Por isso, temos de propor situações nas quais a soma faça sentido, a subtração faça sentido e isso vale para as escolhas dados, não só para as contas. E vale também para o professor. Se ele vê os alunos errarem sem entender o processo que estão trilhando, todo o trabalho se perde, não funciona. (VERGNAUD, 1994, p.31).

De acordo com a citação acima, Sabemos que resolver um problema não se caracteriza em apenas compreender o que foi imposto pelo professor e nem tampouco dar respostas aplicando modos que supostamente achem adequados. É preciso além de conhecimentos, desenvolverem práticas. Ou seja, estudar para estar aptos a caminhos diferentes. Neste caso, o aluno sem dúvidas chegara à resposta correta sem precisar de tanto sofrimento. Mas para isso, o professor terá que traçar caminhos, desta forma, o aluno ficará aberto ao conhecimento, quando este se torna importante e interessante para ele, isto se torna difícil sem a ajuda de um mediador, pois ele não tem como entender sozinho. Nas palavras de Piaget (1976) “O afeto acelera o desenvolvimento das estruturas, no caso de interesse e necessidade e retarda quando a situação afetiva é obstáculo para o desenvolvimento intelectual”. Não que a afetividade explica a construção da inteligência, mas quando temos apoio e suporte, obviamente o conhecimento se torna mais eficaz e construtivo. Principalmente se os docentes estiverem interesse em desenvolver pesquisas e analisar as práticas ocorridas nas escolas em relação ao ensino da matemática.

Segundo os PCN, explicam que:

(...) O papel da matemática no ensino fundamental pela proposição de objetivos que evidenciam a importância de um aluno valorizá-la como instrumental para compreender o mundo à sua volta e de vê-la como área de conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. (BRASIL, 1998, p.15).

Retomando a citação acima, sem dúvida o espírito de investigação é primordial tanto para essa área quanto para outras, é importante que o professor não sege apenas um mero transmissor do conhecimento, além disso, é preciso deixar o aluno criar novas estratégias. Entendemos que um dos grandes objetivos ao que se está relacionado na resolução de problemas é fazer o aluno raciocinar, pois infelizmente os alunos trazem essas dificuldades de series anteriores. Diante disso, é importante que os professores desempenhem seu papel de formação, agindo com sabedoria e profissionalismo, pois sabemos que os alunos são diferentes no modo de pensar, de agir etc. Observamos que cada um tem seu tempo, suas dificuldades. Para isso, o professor deverá proporcionar determinados apoios para aqueles que apresentarem certas dificuldades, tanto na leitura quanto na interpretação do problema, explicando novas maneiras para que possibilitem ao aluno um entendimento melhor, desta forma será mais fácil o aluno entender o caminho e resolver seus problemas com mais facilidade.

Outro tópico interessante dos PCN pode ser observado quando lemos:

(...) a importância de o aluno desenvolver atitudes de segurança com relação à própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, de cultivar a auto-estima, de respeitar o trabalho dos colegas e de perseverar na busca de soluções. (BRASIL, 1998, p.15).

É importante que os professores de matemática, ajudem os alunos a perceberem que são capazes e que é primordial a confiança em si própria, assim, certamente sentir-se mais seguros ao se deparar com quaisquer problemas, contextualizado ou não contextualizado. Mesmo quando o aluno não conseguir resolver um determinado problema com certo grau de dificuldade, o professor necessariamente precisa saber lidar com essa situação, buscando estratégias que o faça retomar sua autoconfiança novamente, lembrando sempre de sua capacidade, para que ele não fique com sua auto-estima abalada e venha prejudicá-lo. Pois, segundo os PCN (1998) deixa claro que: A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciarem informações que estão o seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança.

É importante estudar e rever toda a discussão que envolve a resolução de problemas e seus obstáculos, por isso a importância de se situar sempre, até porque nos deparamos com novos desafios e isso é imprevisível, o que se faz repensar o modo como educamos nessas como já mencionado anteriormente. Pois isso nos proporcionará um estudo mais apurado das definições gerais e também à disciplina matemática, seus problemas e complexidades.

Ainda mais os PCN de (1998), diz que: Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la. Em muitos casos, os problemas usualmente apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, porque, via de regra, não existe um real desafio nem a necessidade de verificação para validar o processo de solução.

3. METODOLOGIA

Este trabalho tem um enfoque qualitativo de pesquisa, uma vez que é desenvolvido dentro da escola, no campo da prática docente, vivenciando uma intervenção junto aos alunos. A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares, pois “Lida e dá atenção às pessoas e às suas ideias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas.” (ARAÚJO; BORBA, 2004).

Para identificar as estratégias usadas pelos alunos na resolução de questões que envolvam adição e subtração, fez-se uso de duas sequências de questões, sendo uma delas composta apenas por problemas contextualizados com a realidade dos alunos e a outra sequência formada apenas por exercícios não contextualizados.

Participaram da nossa pesquisa uma turma com 36 alunos na resolução das situações problemas e 37 alunos na resolução dos exercícios, correspondente a uma turma do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pertencente à rede Pública Municipal, situada na Cidade de Cumaru - PE. E para identificarmos os alunos participantes desta pesquisa usaremos as correspondentes siglas: A1, A2, A3, A4, A5, etc., para melhor organização de nosso trabalho.

Juntamente com a sequência de problemas, os alunos foram questionados de forma oralmente de forma que utilizasse o passo a passo da resolução de problemas, proposto por George Polya: Você leu e compreendeu corretamente o problema? O que se pede no problema? Quais são os dados e as condições do problema? Qual é o seu plano para resolver o problema? Que estratégia você tentará desenvolver? Você se lembra de um problema semelhante que pode ajudá-lo a resolver este?

Após a aplicação das sequências, procedeu-se à análise dos dados, que teve como base os procedimentos de resolução de problemas de George Polya e as contribuições de Vasconcelos (2003) acerca das principais dificuldades dos alunos no conteúdo trabalhado.

4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

4.1. Análise da Sequências de Problemas

Neste tópico serão analisados e discutidos os resultados das situações problemas, sendo observadas as dificuldades encontradas pelos alunos e os erros cometidos pelos mesmos. É importante ressaltar que embora tenha sido frisado no momento da aplicação dos problemas que usassem o passo a passo da resolução de problemas proposto por George Polya, apenas alguns seguiram as etapas: compreendeu o problema, estabeleceu um plano de resolução, executou o plano e analisou a solução obtida.

Problema 1: *Durante o ano de 2017, uma equipe de futebol venceu 48 partidas, empatou 18 partidas e perdeu 6 partidas. Quantas partidas essa equipe disputou durante o ano de 2017?*

Quadro 1-Análise do Problema 1

TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Aditiva	$48 + 18 - 6 = ?$
Operação Aritmética	Adição e Subtração.
Resultados obtidos	30% dos alunos participantes acertaram, 62% dos alunos erraram e 8% deixaram em branco. Esse percentual indica que 22 alunos erraram o problema.
Análise dos Erros	Os 22 alunos que apresentaram erros foram organizados da seguinte forma: 16 alunos erraram no cálculo numérico e 6 alunos erraram o cálculo relacional, esses somaram tudo, errando completamente a questão. Eles não entenderam o que pedia o problema. Isso fica claro na figura 2 (abaixo), observamos que o aluno A23 errou a questão por não entender o que se pedia, mesmo sendo uma operação de adição, o aluno insistiu em apenas fazer uma soma e em seguida subtraiu. Podemos classificar esse tipo de erro como uma das dificuldades apontadas por Vasconcelos (2003): A resolução de problemas de adição e subtração pelas crianças é fortemente influenciada pela estrutura semântica da situação – problema. Já na figura 1 o aluno A16 desenvolveu corretamente o problema seguindo as etapas de resolução de problemas de George de Polya: compreendeu o problema, estabeleceu um plano de resolução, executou o plano e analisou a solução obtida.

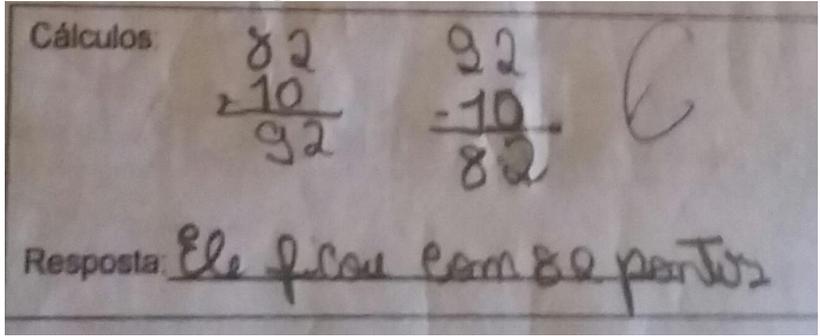
Recorte dos Alunos	<p>Figura 1 – Questão 1 (A16)</p> <p>Calcúlo: $\begin{array}{r} 248 \\ 38 \\ + 6 \\ \hline 72 \end{array}$ ✓</p> <p>Resposta <u>A equipe futebol venceu 72 partidas.</u></p> <p>Fonte: Recorte do Aluno (2017)</p>
	<p>Figura 2 – Questão 1 (A23)</p> <p>Calcúlo: $\begin{array}{r} 48 \\ + 18 \\ \hline 66 \end{array}$ $\begin{array}{r} 66 \\ - 6 \\ \hline 60 \end{array}$</p> <p>Resposta <u>Disputou 60 partidas.</u></p> <p>Fonte: Recorte do Aluno (2017)</p>

Fonte: Da Pesquisa (2017)

Problema 2: *No início de um jogo, Pedro tinha 82 pontos. Se durante o jogo, ele ganhou 10 pontos e, em seguida, perdeu 8 com quantos pontos ficou?*

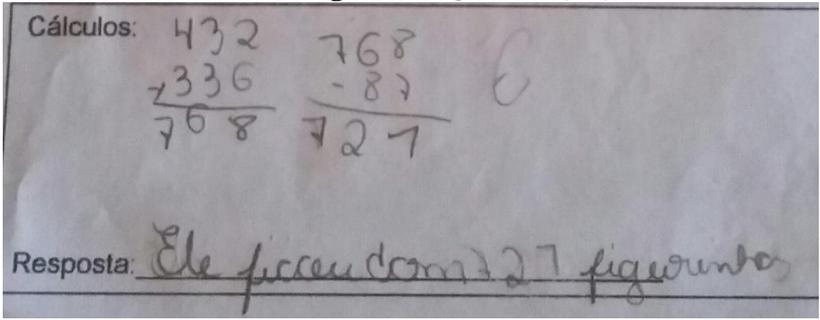
Quadro 2-Análise do Problema 2

TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Aditiva	$82 + 10 - 8 = ?$
Operação Aritmética	Adição e Subtração.
Resultados Obtidos	33% dos alunos participantes acertaram. 56% dos alunos erraram e 11% deixaram em branco. Esse percentual indica que 12 alunos erraram o problema.
Análise dos Erros	Os 12 alunos que apresentaram erros cometeram o mesmo erro que no problema anterior (problema 1). 7 dos doze erraram por falta de atenção nas operações, que foram realizadas de forma errada. Como podemos ver na figura 3 (abaixo). Porém, os outros 5 alunos cometeram erro no cálculo numérico. Pode-se dizer que os alunos tiveram a mesma dificuldade do problema 1, apontada por Vasconcelos (2003): A resolução de problemas de adição e subtração pelas crianças é fortemente influenciada pela estrutura semântica da situação – problema. Como podemos ver no exemplo abaixo, na figura 3 a questão se refere à quantidade de pontos que Pedro já tinha e em seguida ganhou mais 10 pontos e depois perdeu 8 pontos, logo se trata de um problema que envolve uma situação de soma e em seguida subtração, porém o aluno A26 tentou fazer o problema, mas não desenvolveu corretamente, subtraiu por 8 e

	não por 10, que seria o correto. Neste caso ele errou a questão por falta atenção na execução da operação.
Recorte dos Alunos	<p style="text-align: center;">Figura 3 – Questão 2 (A26)</p>  <p style="text-align: right;">Fonte: Recorte do Aluno (2017) Fonte: Da Pesquisa (2017)</p>

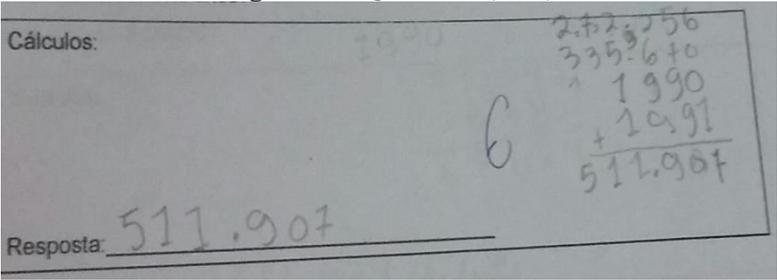
Problema 3: João comprou 432 figurinhas de Rafael e 336 de Vinícius. Depois deu 87 figurinhas a sua irmã. Com quantas figurinhas João ficou?

Quadro 3-Análise do Problema 3

TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Aditiva	$432 + 332 - 87 = ?$
Operação Aritmética	Adição e Subtração.
Resultados Obtidos	33% dos alunos participantes acertaram. 56% dos alunos erraram e 8% deixaram em branco. Esse percentual indica que 20 alunos erraram o problema.
Análise dos Erros	Estes 20 alunos que apresentaram erros foram organizados da seguinte forma: 16 alunos erraram no cálculo numérico e 4 alunos erraram tanto no cálculo numérico quanto no relacional, somando tudo, errando completamente a questão. Rescindindo na mesma dificuldade dos problemas anteriores, apontada por Vasconcelos (2003).
Recorte dos alunos	<p style="text-align: center;">Figura 4 – Questão 3(A8)</p>  <p style="text-align: right;">Fonte: Recorte do Aluno (2017) Fonte: Da Pesquisa (2017)</p>

Problema 4: Em 1990 o Brasil venceu para o exterior 272.256 e, em 1991, essa venda foi de 335.670 veículos. Quantos veículos o Brasil vendeu para o exterior nesses dois anos?

Quadro 4-Análise do Problema 4

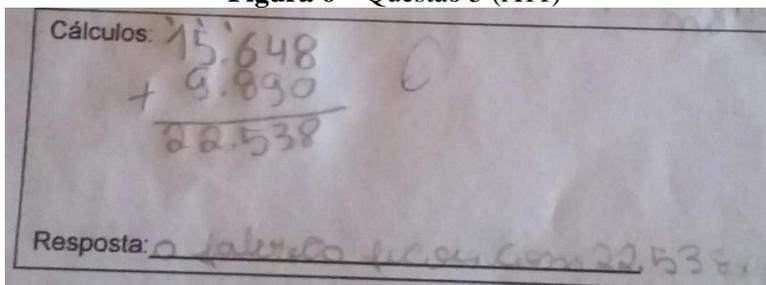
TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Aditiva	$272.252 + 335.670 = ?$
Operação Aritmética	Adição.
Resultados obtidos	52% dos alunos acertaram, 37% dos alunos erraram e 11% deixaram em branco. Esse percentual indica que 13 alunos erraram o problema.
Análise dos Erros	O erro foi exatamente no cálculo numérico, 13 alunos não demonstraram domínio nas operações de adição, o que comprova a dificuldade nesses problemas. Como podemos ver na figura 4 o aluno A12 errou diretamente no cálculo numérico. Segundo Vasconcelos (2003) A identificação da quantidade desconhecida num problema é umas das dificuldades na sua resolução (pois o elemento desconhecido pode se encontrar no estado inicial, na transformação ou no estado final).
Recorte dos Alunos	<p style="text-align: center;">Figura 5 – Questão 4 (A12)</p>  <p style="text-align: right;">Fonte: Recorte do aluno (2017)</p>

Fonte: Da Pesquisa (2017)

Problema 5: Uma fábrica, no final do ano de 2014, tinha 15.648 empregados. No início de 2015, em virtude de uma crise econômica, dispensou 9.890 funcionários. Com quantos funcionários à indústria ficou?

Quadro 5-Análise do Problema 5

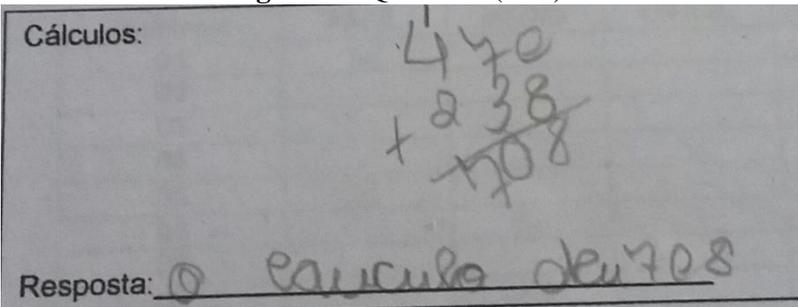
TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Aditiva	$15.648 - 9.890 = ?$
Operação Aritmética	Subtração.
Resultados Obtidos	39% dos alunos acertaram, 56% dos alunos erraram e 5% deixaram em branco. Esse percentual indica que 20 alunos erraram o problema.
Análise dos Erros	Os 20 alunos que apresentaram erro foram organizados da seguinte forma: 14 alunos erraram o cálculo na resolução do problema do algoritmo (cálculo numérico), 4 erraram o cálculo relacional, e 2 cometeram os dois tipos de erros. Este é um problema de subtração, trata-se de um problema direto e mesmo assim tivemos um índice de erro grande.

	Mais uma vez nos detenhamos às dificuldades apontadas por Vasconcelos (2003), a tendência em separar representações quantitativas e representações simbólicas é apontada como obstáculos no ensino da matemática. Uma vez que o problema sugere uma subtração e alguns alunos insistem em realizar adição e ainda errando no cálculo numérico, como já dito anteriormente. Podemos ver esse tipo de erro no exemplo abaixo (figura 6).
Recorte dos alunos	<p style="text-align: center;">Figura 6 – Questão 5 (A11)</p>  <p style="text-align: right;">Fonte: Recorte do Aluno (2017) Fonte: Da Pesquisa (2017)</p>

Problema 6: *O modelo A de um avião de certa companhia aérea pode transportar 470 passageiros e o modelo B pode transportar 238 passageiros. Quantos passageiros a mais o modelo A pode transportar a mais que o modelo B?*

Quadro 6-Análise do Problema 6

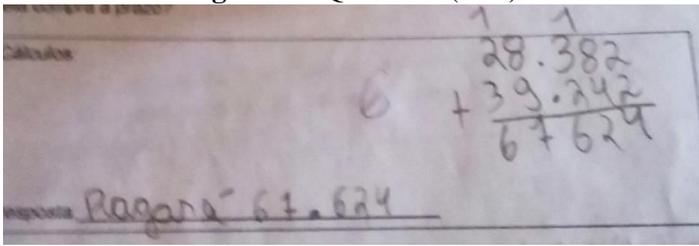
TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Aditiva	$470 - 238 = ?$
Operação Aritmética	Adição.
Resultados Obtidos	Este foi um dos problemas que os alunos mais erraram, embora seja um problema aparentemente simples, acreditamos que foi o contexto do problema que levou a tantos erros. 20% dos alunos acertaram, 72% dos alunos erraram e 8% deixaram em branco. Esse percentual indica que 26 alunos erraram o problema.
Análise dos Erros	Os 26 alunos que erraram nesse problema cometeram os seguintes erros: 14 alunos erraram no cálculo relacional, usaram a subtração em vez de realizar uma adição, errando completamente o problema, 5 erraram no cálculo numérico e os demais cometeram os dois tipos de erros. Diante das dificuldades acima, e para entendermos melhor os erros dos alunos nos detemos mais uma vez a dificuldade apontada por Vasconcelos (2003) que aponta: A resolução de problemas de adição e subtração pelas crianças é fortemente influenciada pela estrutura semântica da situação – problema. Verificando o erro da aluna A15 (figura 7) percebe-se que no momento de organizar o algoritmo para resolução, onde era para utilizar à operação de subtração, para resolvê-lo, a mesma emprega a adição.

Recorte dos alunos	Figura 7 – Questão 6 (A15)
	 <p>Cálculos:</p> $\begin{array}{r} 470 \\ + 238 \\ \hline 708 \end{array}$ <p>Resposta: <u>O cálculo de 708</u></p> <p style="text-align: right;">Fonte: Recorte do Aluno (2017) Fonte: Da Pesquisa (2017)</p>

Problema 7: À vista um automóvel custa 28.382 reais. À prazo o mesmo automóvel custa 39.242. A diferença entre o preço cobrado à vista e o preço à prazo é chamado de juros. Qual é a quantia que um cliente pagará de juros ao optar pela compra à prazo?

Quadro 7-Análise do Problema 7

TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Aditiva	$39.242 - 28.382 = ?$
Operação Aritmética	Subtração.
Resultados Obtidos	Neste problema os alunos também apresentaram dificuldade como pode ser comprovado no índice total de erros, em que 22 alunos erraram. 30% dos alunos acertaram o problema, enquanto 62% apresentaram erro e 8% deixaram em branco.
Análise dos Erros	O erro mais decorrente foi o do cálculo numérico, 17 alunos cometeram esse tipo de erro, 5 alunos erraram tanto no cálculo numérico quanto no cálculo relacional, ao invés de usar subtração usaram adição. Este problema em nossa opinião considerado o mais difícil no que diz respeito ao entendimento dos alunos participantes da pesquisa, pois se tratava da diferença entre o preço cobrado à vista e o preço cobrado à prazo. Além disso, ele faz referência a juros o que pode confundir ainda mais o raciocínio dos alunos. No exemplo abaixo (figura 8), os alunos errantes da questão 7, nos mostra o grau de dificuldade em montar e resolver esse tipo de questão. Vejamos o erro do aluno A21, ele não soube interpretar a questão, ele se equivocou, não prestou atenção, fez uma adição, errando completamente, pois o problema pedia a diferença entre o preço e o aluno, no entanto, fez uma soma. Então, podemos entender melhor esses erros tipo de erro pode ser fortemente explicado por Vasconcelos (2003) pelo fato de que a identificação da quantidade desconhecida num problema é umas das dificuldades na sua resolução (pois o elemento desconhecido pode se encontrar no estado inicial, na transformação ou no estado final).

Recorte dos alunos	<p style="text-align: center;">Figura 8 – Questão 7 (A21)</p>  <p style="text-align: right;">Fonte: Recorte do Aluno (2017) Fonte: Da Pesquisa (2017)</p>
--------------------	--

Problema 8: Um jardineiro recebeu um total de 876 flores: Dessas, 331 eram rosas, 122 eram margaridas e o restante eram cravos. Quantas eram cravos?

Quadro 8-Análise do Problema 8

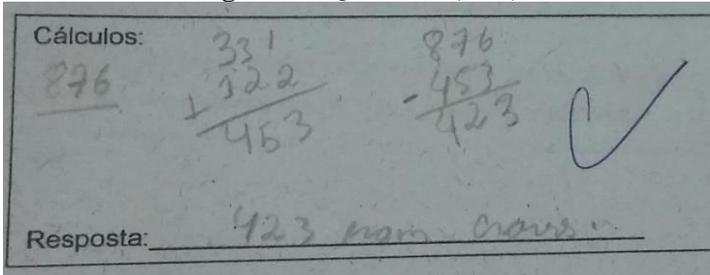
TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Aditiva	$876 - (331 + 122) = ?$
Operação Aritmética	Subtração e Adição.
Resultados obtidos	Nesse problema os alunos também apresentaram dificuldade como pode ser comprovado no índice de erro total, esse percentual indica que em que 22 alunos erraram. 30% dos alunos acertaram o problema, enquanto 62% apresentaram erro e 8% deixaram em branco.
Análise dos Erros	Destes 22 alunos que erraram, dividimos da seguinte forma: 19 alunos não entenderam que usava adição para primeira conta e em seguida com o resultado obtido apenas subtraia pelo total, cometendo assim, erro relacional e também erro no cálculo numérico. Os demais alunos cometeram apenas erro numérico. Analisando a resposta do aluno A27 (figura 5), constatamos que ele seguiu o processo de resolução das etapas da resolução de problema de George Polya. Já na figura 6 o aluno não seguiu essas etapas, porém acertou o cálculo numérico, mas realizou apenas uma adição, certamente não prestou atenção no enunciado. Essa dificuldade é apontada por Vasconcelos (2003): A resolução de problemas de adição e subtração pelas crianças é fortemente influenciada pela estrutura semântica da situação – problema.
Recorte dos Alunos	<p style="text-align: center;">Figura 9– Questão 8 (A27)</p>  <p style="text-align: right;">Fonte: Recorte do Aluno (2017)</p>

Figura 10 – Questão 8 (A30)

Cálculos:

$$\begin{array}{r} 876 \\ 331 \\ 122 \\ \hline 1329 \end{array}$$

Resposta: um 1.329 cruzeiros

Fonte: Recorte do Aluno (2017)

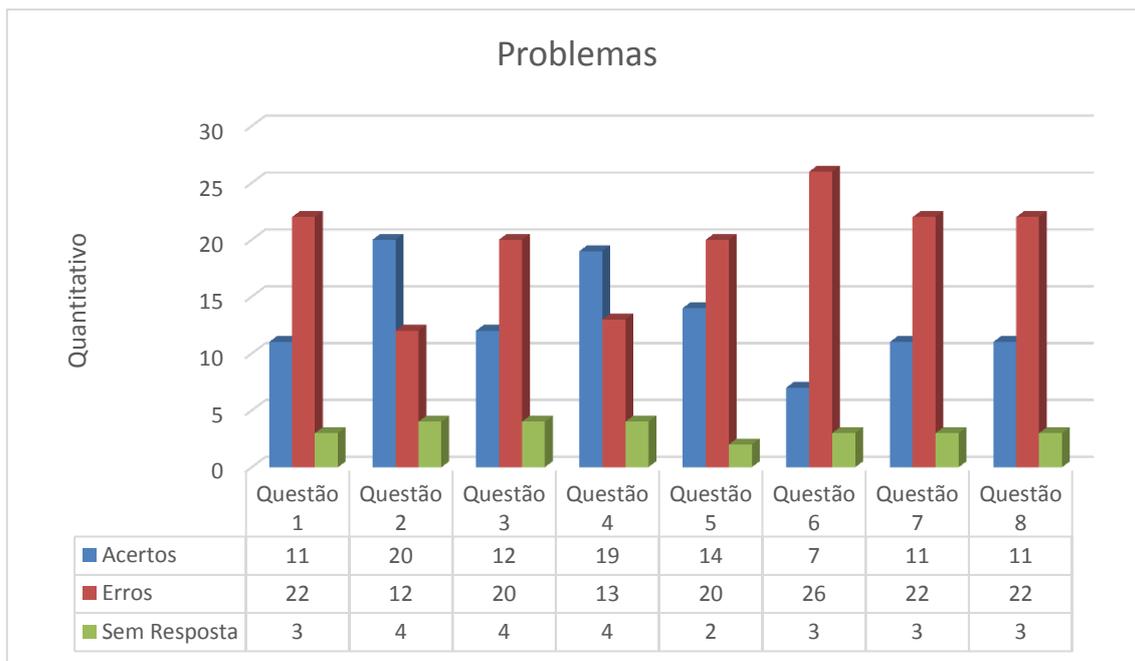
Fonte: Da Pesquisa (2017)

Diante da análise dos erros apresentados, é importante ressaltar a necessidade de se trabalhar em sala de aula com a resolução de problemas para minimizar as dificuldades citadas. Nos PCN (BRASIL, 1998) se defende a solução de problemas como um eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de matemática. A opção por organizar o trabalho pedagógico a partir da resolução de problemas “traz implícita a convicção de que os conhecimentos matemáticos ganham significados quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver estratégias de resolução problemas” (BRASIL, 1998, p. 40).

Além disso, resolver problemas sempre foi um desafio para alunos e professores, principalmente quando os alunos se deparam com problemas complexos. Então, é preciso que se realize um diagnóstico e identifique no aluno do 6º Ano ensino fundamental onde que estão estas deficiências e somente assim que podemos apresentar propostas que venham possibilitar mais compreensão e devemos salientar a importância de se trabalhar com metodologia que possibilite melhores resultados para os alunos.

O gráfico abaixo mostra o percentual de erros, acertos e questões deixadas em branco para uma melhor visualização e entendimento acerca das dificuldades dos alunos.

Gráfico 1-Percentual de acertos, erros e questões em branco (problemas).



Com o gráfico 1, pode-se ter uma visão mais precisa do quantitativo de erros cometidos pelos alunos. Desta forma, constatamos que as dificuldades encontradas, tanto na compreensão do problema quanto na execução, ocorrem na maioria das vezes por eles não dominarem os conceitos necessários que possibilitem a compreensão dos problemas de adição e subtração.

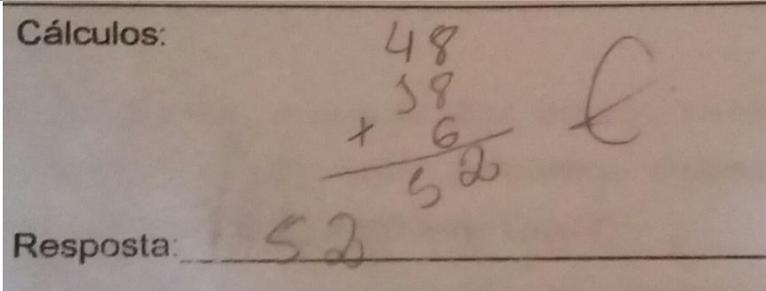
4.2. Análise da Sequências de “contas secas” (exercícios)

Discutiremos agora os resultados dos exercícios não contextualizados com exatamente 37alunos. Sendo observadas suas dificuldades acerca dos erros cometidos pelos sujeitos participantes.

Exercício 1: $48 + 18 + 6 =$

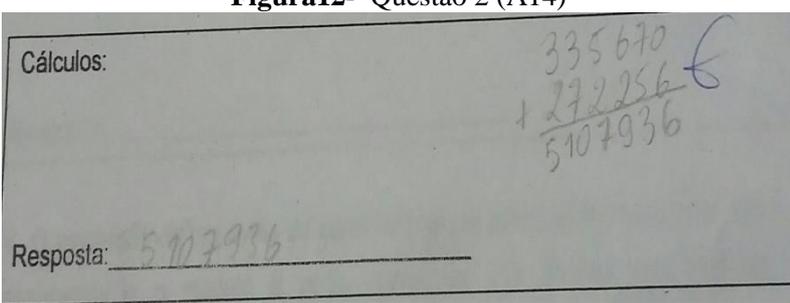
Quadro 9-Análise do Exercício 1

TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Aditiva	$48 + 18 + 6 = ?$
Operação Aritmética	Adição.
Resultados Obtidos	95% dos alunos acertaram e 5% apresentaram erro. Esse percentual indica que 2 alunos erram a conta.
Análise dos Erros	Os dois alunos erraram apenas no cálculo numérico.
Recorte dos alunos	Figura 11- Questão 1(21)

	<p>Cálculos:</p>  <p>Resposta: 52</p> <p>Fonte: Recorte do Aluno (2017)</p>
--	---

Fonte: Da Pesquisa (2017)

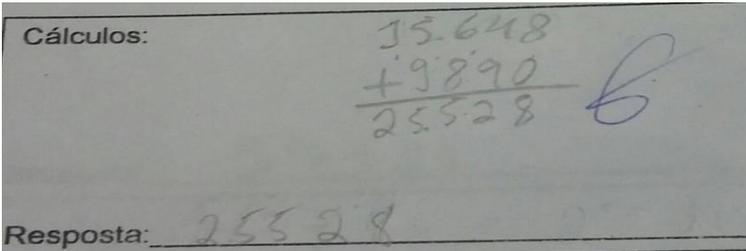
Exercício 2: $272.256 + 335.670 =$ **Quadro 10-**Análise do Exercício 2

TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Aditiva	$272.256 + 335.670 = ?$
Operação Aritmética	Adição.
Resultados Obtidos	87% dos alunos acertaram, 13% apresentaram erro. Esse percentual indica que 5 alunos erram a conta.
Análise dos Erros	Os cinco alunos cometeram erro no cálculo numérico.
Recorte dos alunos	<p>Figura 12- Questão 2 (A14)</p>  <p>Resposta: 5107936</p> <p>Fonte: Recorte do Aluno (2017)</p>

Fonte: Da Pesquisa (2017)

Exercício 3: $15.648 - 9.890 =$ **Quadro 11-**Análise do Exercício 3

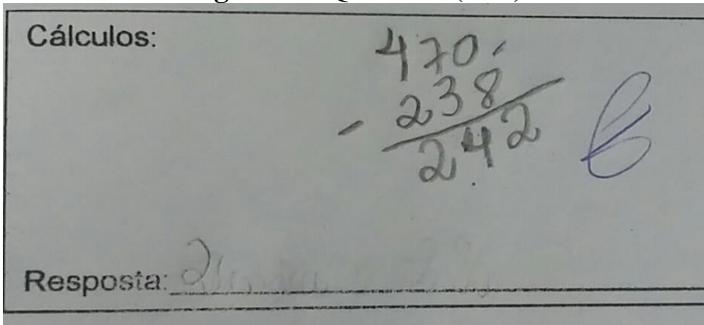
TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Aditiva	$15.648 - 9.890 = ?$
Operação Aritmética	Subtração.
Resultados Obtidos	84% dos alunos acertaram e 16% apresentaram erro. Esse percentual indica que 6 alunos erram a conta.
Análise dos Erros	Dos 6 alunos que erraram 5 deles cometeram erro numérico e, apenas 1 deles consistiu em resolver com adição, errando completamente a questão.

Recorte dos alunos	Figura 13- Questão 3 (14)
	 <p style="text-align: right;">Fonte: Recorte do Aluno (2017)</p>

Fonte: Da Pesquisa (2017)

Exercício 4: $470 - 238 =$

Quadro 12-Análise do Exercício 4

TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Aditiva	$470 - 238 = ?$
Operação Aritmética	Subtração.
Resultados Obtidos	Embora seja uma conta simples, mas os alunos sentiram dificuldade de interpretar. 22% alunos acertaram a questão, 12 % apresentaram erro e 5% deixaram em branco. Esse percentual indica que 12 alunos erram a conta.
Análise dos Erros	Os 12 alunos erraram no cálculo numérico.
Recorte dos alunos	Figura 14- Questão 4 (A15)
	 <p style="text-align: right;">Fonte: Recorte do Aluno (2017)</p>

Fonte: Da Pesquisa (2017)

Exercício 5: $82 + 10 - 8 =$

Quadro 13-Análise do Exercício 5

TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Aditiva	$82 + 10 - 8 = ?$
Operação Aritmética	Adição e Subtração.
Resultados Obtidos	72% acertaram a questão, 23% apresentaram erro e 5% deixaram em branco. Esse percentual nos mostra que 8 alunos erraram.
Análise dos Erros	A conta trata-se de uma adição e depois subtrai, porém 5 alunos consistia em fazer apenas um adição, os demais

	erraram no cálculo numérico.
Recorte dos alunos	<p style="text-align: center;">Figura 15- Questão 5 (A6)</p> <p style="text-align: right;">Fonte: Recorte do Aluno (2017)</p>

Fonte: Da Pesquisa (2017)

Exercício 6: $28.382 - 39242 =$

Quadro 14- Análise do Exercício 6

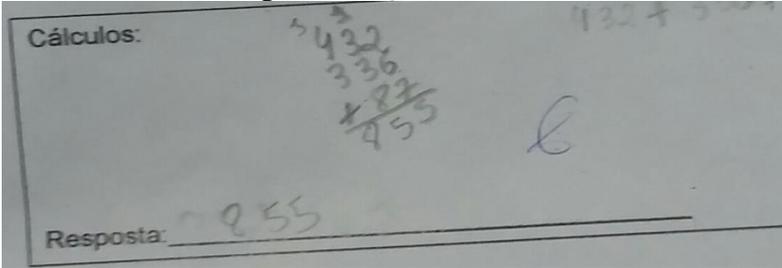
TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Aditiva	$28.382 - 39242 = ?$
Operação Aritmética	Subtração.
Resultados Obtidos	72% acertaram a questão, 23% apresentaram erro e 5% deixaram em branco. Esse percentual nos mostra que 8 alunos erraram.
Análise dos Erros	Os 8 alunos erraram no cálculo numérico.
Recorte dos alunos	<p style="text-align: center;">Figura 16- Questão 6 (A20)</p> <p style="text-align: right;">Fonte: Recorte do Aluno (2017)</p>

Fonte: Da Pesquisa (2017)

Exercício 7: $432 + 336 - 87 =$

Quadro 15- Análise do Exercício 7

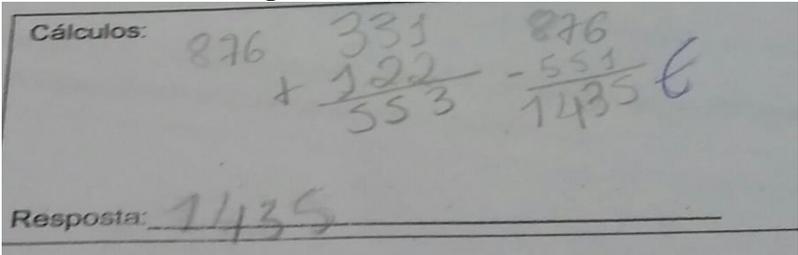
TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Aditiva	$32 + 336 - 87 = ?$
Operação Aritmética	Adição e Subtração.
Resultados Obtidos	68% acertaram a questão, mas 26% apresentaram erro e 5% deixaram em branco. Esse percentual nos mostra que 9 alunos erraram.

Análise dos Erros	Dos que erraram dividimos da seguinte forma: 3 erraram no momento da resolução do algoritmo (calculo numérico) e 6 cometeram erro relacional, porém, consistia em realizar apenas uma adição.
Recorte dos alunos	<p style="text-align: center;">Figura 17- Questão 7 (A32)</p>  <p style="text-align: right;">Fonte: Recorte do Aluno (2017)</p>

Fonte: Da Pesquisa (2017)

Exercício 8: $876 - (331 + 122) =$

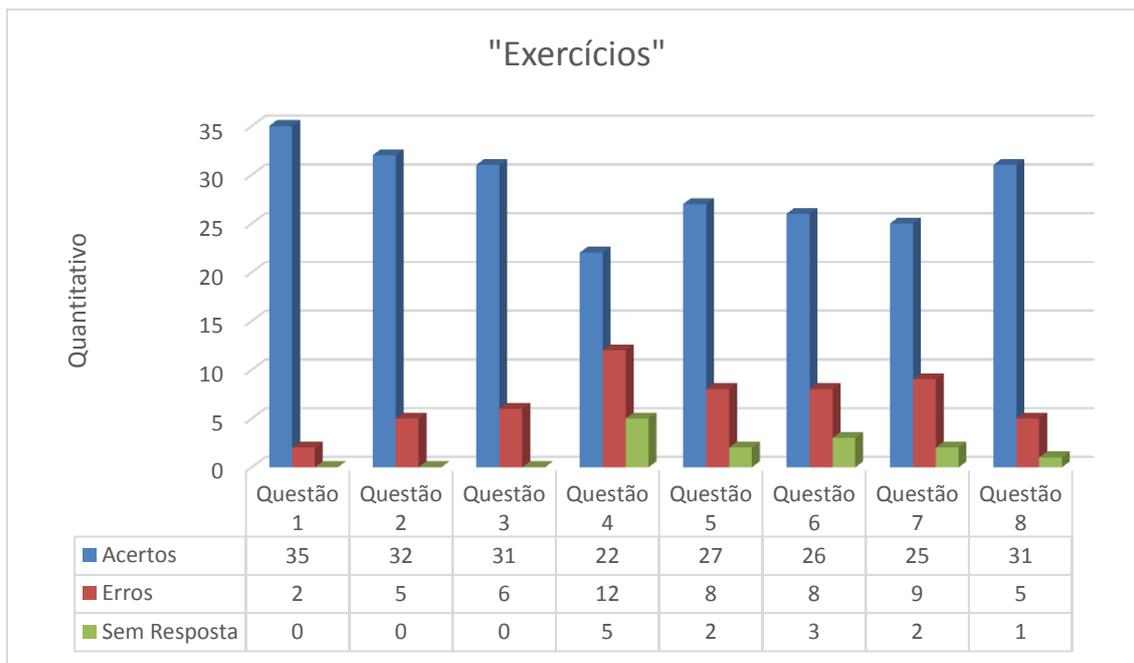
Quadro 16-Análise do Exercício 8

TÓPICOS	ANÁLISE
Estrutura Aditiva	$876 - (331 + 122) = ?$
Operação Aritmética	Adição e Subtração.
Resultados Obtidos	84% acertaram a questão, 12% apresentaram erro e 3% deixaram em branco. Esse percentual nos mostra que 5 alunos erraram.
Análise dos Erros	Os cinco alunos erraram no cálculo numérico.
Recorte dos alunos	<p style="text-align: center;">Figura 18-Questão 8 (A30)</p>  <p style="text-align: right;">Fonte: Recorte do Aluno (2017)</p>

Fonte: Da Pesquisa (2017)

No gráfico 2 estão organizados os dados já apresentados, no que diz respeito ao quantitativo de erros, acertos e questões deixadas sem resposta.

Gráfico 2- Percentual de acertos, erros e questões em branco (exercícios).



Como podemos ver no gráfico 2, nos exercícios não contextualizados, os alunos erraram bem menos, tiveram um bom desempenho, em comparação com as situações problemas. Assim, é preciso que os professores trabalhem mais em sala de aula situações desafiadoras para que os alunos tenham mais desempenho e tenham em mente que situações problemas podem favorecer o desenvolvimento do pensamento matemático do aluno.

4.3. Análise Comparativa Entre Problemas e “contas secas” (exercícios)

Observando-se os dados acima nos gráficos das situações-problemas, vê-se que o percentual médio de acertos nas contas secas foi bem menos que nas situações-problemas. Vale ressaltar que o percentual de questões em branco não foi muito significativa, indicando que houve empenho dos estudantes em solucionar as questões.

Tais resultados nos permitem dizer que os alunos apresentam grandes dificuldades em resolver problemas já que cada uma das contas era o cálculo necessário para resolver determinada situação. Infelizmente, a grande maioria dos participantes da pesquisa não demonstrou muita habilidade em resolver problemas, trazendo consigo grandes dificuldades em dominar o algoritmo da adição e da subtração e interpretar os problemas.

Diante disso, ressaltam-se a importância de se trabalhar mais problemas contextualizados em sala de aula. A aprendizagem contextualizada preconizada pelos PCN visa que o aluno aprenda a mobilizar competências para solucionar problemas com contextos apropriados, de maneira a ser capaz de transferir essa capacidade de resolução

de problemas para os contextos do mundo social e, especialmente, do mundo produtivo. Mais explicitamente a contextualização situa-se na perspectiva de formação de performances que serão avaliadas nos exames centralizados e nos processos de trabalho.

Observarmos que alguns alunos usaram o passo a passo de George Polya, esses obtiveram bons resultados, acertaram mais as questões. Compreender as ideias contidas no texto sem dúvidas poderá ajudar ao estudante a ter uma visão mais ampla, mais apurada tanto da matemática em si, quanto da questão proposta. As etapas de resolução de problemas propostas por George Polya podem ajudar bastante nas resoluções, pois com as etapas o aluno chegará ao resultado com mais segurança e com mais chances de acertar as questões.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo dessa pesquisa foi identificar as principais dificuldades de alunos do ensino fundamental em adição e subtração de números naturais e para alcançarmos nossos objetivos procuramos enfatizar dois contextos de atividades: situações problemas e exercícios.

Durante a aplicação dos problemas observou-se que os alunos não estão acostumados com esse tipo de problemas, tiveram uma grande dificuldade na interpretação destes, mesmo explicando e fazendo uso da leitura várias vezes, também tiveram muitos erros nas operações básicas (cálculo numérico e cálculo relacional).

No momento de resolver um problema, o aluno faz uma análise de seus conhecimentos matemáticos prévios, buscando e sua mente alguns problemas correlatos (POLYA, 2006) àquele novo problema, trata-se de um momento retrospectivo/introspectivo. Então, depois do aluno ler e tentar interpretar o problema, sem dúvidas as informações serão comparadas as que ele já possuía antes. No entanto, sabe-se que com a ausência desses conhecimentos, os alunos não terão muita vantagem na resolução de problemas, o que contribuirá para um mau desempenho e certamente terá atitudes negativas em relação à matemática de uma forma geral.

Nesse sentido, faz-se importante trabalhar desde cedo à resolução de problemas e a contextualização na sala de aula, pois isso pode contribuir na construção conhecimentos matemáticos, que por fazerem mais sentido para o aluno, o mesmo consiga utilizá-los em diversos contextos de atividades, e inclusive, em outros conteúdos matemáticos. Os PCN (BRASIL, 1998) corroboram com esse pensamento, pois foram elaborados com o objetivo de orientar as escolas a planejarem seus currículos, que possam prever situações em que os alunos tenham acesso aos conhecimentos socialmente elaborados e que são necessários ao exercer a cidadania, que eles consigam evidenciar a importância que a Matemática tem para compreender o mundo em sua volta, e também consigam perceber que esta área do conhecimento estimula a criatividade, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas.

Como suporte para a análise dos erros utilizou-se nesta pesquisa, as três principais dificuldades apontadas por Vasconcelos (2003) para categorizar as dificuldades encontradas pelos alunos nas resoluções e, diante dos resultados, observamos a grande dificuldade que os alunos têm ao se depararem com situações

problemas, porém, tiveram uma evolução considerável nos exercícios não contextualizados.

Assim, muitos foram os fatores observados, porém já citados anteriormente, que contribuem para que os alunos participantes dessa pesquisa venham a ter dificuldade em operações básicas de adição e subtração, principalmente em situações problemas. Acredita-se que esta pesquisa possa contribuir de forma reflexiva para instigar outras discussões que possam contribuir para um melhor rendimento dos alunos, não apenas em sala de aula, mas também fora dela. Espera-se, ainda, que esta pesquisa reflita na prática de professores de matemática, que esses possam trabalhar mais em sala de aula com situações problemas, contribuindo para o desenvolvimento de um pensamento matemático crítico.

REFERÊNCIAS

- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- BORBA, MARCELO DE CARVALHO; ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Autêntica Editora, 2004.
- CARRAHER, T; CARRAHER, D; SCHLIEMANN, A. L. **Na vida dez, na escola zero**. 14ed. São Paulo; Cortez, 2006.
- CARRAHER, T. N; SCHLIEMANN, A. D. Adição e subtração na escola; algoritmos ensinados e estratégias aprendidas. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, 64(146), 1983.
- D'AMBROSIO, U. **Educação - da teoria à prática**. Campinas: Papiros, 1996.
- DEMO, P. **Educação e qualidade**. Campinas: Papirus, 1996.
- FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à praticas educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 2001.
- IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e realidade: 6º ano**. 6º. Ed. São Paulo: Atual, 2013.
- KANTOWSKI, M. G. (1980). Some thoughts on teaching for problem solving. In R. E. Reys (Ed.), **Problem solving in school mathematics**. Reston, VA: NCTM, 1980.
- LUCHESE, C.C. **A avaliação da aprendizagem escolar**. São Paulo:Cortez,1995.
- NCTM (Nacional Coucil of Teacheres of Mathematics). (2008). **Princípios e normas para a matemática escolar** (2ª ed.). Lisboa: APMPaulo - Rio de Janeiro, HUCITEC-ABRASCO, 1992.
- PIAGET, J. **Equilibracão das Estruturas Cognitivas**. Trad. Marion M. S. Penna. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.
- POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro, Interciência, 1978.
- POZO, J. I.; ECHEVERRÍA, M. P. P. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (Org.) **A Solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Tradução Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: ARTMED, 1998.
- RUFINO, Hênio. **Nivelamento de matemática**. Brasília, 1ª edição. 2012.
- SCOZ, Beatriz. **Psicopedagogia e realidade escolar: o problema escolar e de aprendizagem**. 4ª ed. Petrópolis, RJ: Vozes. 1998.
- TAHAN, Malba. **Matemática Divertida e Curiosa**. 14ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2000.
- TOLEDO, Marília. TOLEDO, Mauro. **Didática da matemática: com a construção da matemática**. São Paulo: FTD, 1997.
- VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In Brun, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução Maria José Figueiredo. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p. 155-191.

APÊNDICE A – SEQUÊNCIA DE PROBLEMAS**UFPE - Centro Acadêmico do Agreste
Trabalho de Conclusão de Curso – TCC**

Caro (a) aluno (a), ao responder os problemas a seguir apresente os cálculos (ou explicações) e respostas nos respectivos espaços reservados. Você pode utilizar lápis ou caneta. Muito obrigada!

01. Durante o ano de 2017, uma equipe de futebol venceu 48 partidas, empatou 18 partidas e perdeu 6 partidas. Quantas partidas essa equipe disputou durante o ano de 2017?

Cálculos:

Resposta: _____

02. No início de um jogo, Pedro tinha 82 pontos. Se durante o jogo, ele ganhou 10 pontos e, em seguida, perdeu 8 com quantos pontos ficou?

Cálculos:

Resposta: _____

03. João comprou 432 figurinhas de Rafael e 336 de Vinícius. Depois deu 87 figurinhas a sua irmã. Com quantas figurinhas João ficou?

Cálculos:

Resposta: _____

04. Em 1990 o Brasil vendeu para o exterior 272.256 veículos e, em 1991, essa venda foi de 335.670 veículos. Quantos veículos o Brasil vendeu para o exterior nesses dois anos?

Cálculos:

Resposta: _____

05. Uma fabrica, no final de 2014, tinha 15.648 empregados. No inicio de 2015, em virtude de uma crise econômica, dispensou 9.890 funcionários. Com quantos funcionários a indústria ficou?

Cálculos:

Resposta: _____

06. O modelo A de um avião de certa companhia aérea pode transportar 470 passageiros e o modelo B pode transportar 238 passageiros. Quantos passageiros a mais o modelo A pode transportar a mais que o modelo B?

Cálculos:

Resposta: _____

07. À vista um automóvel custa 28.382 reais. À prazo o mesmo automóvel custa 39.242 reais. A *diferença* entre o preço cobrado à vista e o preço à prazo é chamada de juros. Qual é a quantia que um cliente pagará de juros ao optar pela compra à prazo?

Cálculos:

Resposta: _____

08. Um jardineiro recebeu um total de 876 flores: Dessas, 331 eram rosas, 122 eram margaridas e o restante eram cravos. Quantas eram cravos?

Cálculos:

Resposta: _____

NÍVEL DE DIFICULDADE DOS PROBLEMAS

Assinale com um **X** sua opinião em relação aos níveis de dificuldades dos problemas que acabou de resolver:

Problema	FÁCIL	MÉDIO	DIFÍCIL	MUIO DIFÍCIL
01				
02				
03				
04				
05				
06				
07				
08				

Obrigada!

APÊNDICE B – SEQUÊNCIA DE “CONTAS SECAS” (EXERCÍCIOS)**UFPE - Centro Acadêmico do Agreste
Trabalho de Conclusão de Curso – TCC**

*Caro (a) aluno (a), ao responder os problemas a seguir apresente os cálculos (ou explicações) e respostas nos respectivos espaços reservados. Você pode utilizar lápis ou caneta.
Muito obrigada!*

Calcule as contas:

01. $48 + 18 + 6 =$

Calculo:

Resposta _____

02. $272\ 256 + 335\ 670 =$

Calculo:

Resposta _____

03. $15\ 648 - 9\ 890 =$

Calculo:

Resposta _____

04. $470 - 238 =$

Calculo:

Resposta _____

05. $82 + 10 - 8 =$

Calculo:

Resposta _____

06. $28\,382 - 39\,242 =$

Calculo:

Resposta _____

07. $432 + 336 - 87 =$

Calculo:

Resposta _____

08. $876 - (331 + 122) =$

Calculo:

Resposta: _____

NÍVEL DE DIFICULDADE DAS CONTAS

Assinale com um **X** sua opinião em relação aos níveis de dificuldades das contas que acabou de resolver:

Problema	FÁCIL	MÉDIO	DIFÍCIL	MUIO DIFÍCIL
01				
02				
03				
04				
05				
06				
07				
08				

Obrigada!