



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIAS E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

MATEUS RATTES LIMA DA MOTTA

**CÁLCULO DOS FATORES DE INTENSIDADE DE TENSÃO DE TRINCAS
SEMIELÍPTICAS INTERNAS EM VASOS DE PRESSÃO DE PAREDE ESPESSA**

Recife

2018



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIAS E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

MATEUS RATTES LIMA DA MOTTA

**CÁLCULO DOS FATORES DE INTENSIDADE DE TENSÃO DE TRINCAS
SEMIELÍPTICAS INTERNAS EM VASOS DE PRESSÃO DE PAREDE ESPESSA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Departamento de Engenharia Mecânica da
Universidade Federal de Pernambuco como
requisito parcial para a obtenção do título de
Engenheiro Mecânico.

Orientador: Jorge Palma Carrasco

Recife

2018

Catálogo na fonte
Bibliotecária Maria Luiza de Moura Ferreira, CRB-4 / 1469

- M921c Motta, Mateus Rattes Lima da.
Cálculo dos fatores de intensidade de tensão de trincas semi-elípticas internas em vasos de pressão de parede espessa / Mateus Rattes Lima da Motta - 2018.
87 folhas, il., tabs., abr., sigl. e símb.
- Orientador: Prof. Dr. Jorge Palma Carrasco.
- TCC (Graduação) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Departamento de Graduação em Engenharia Mecânica, 2018.
Inclui Referências e Anexos.
1. Engenharia Mecânica. 2. Mecânica da fratura. 3. Trincas semi-elípticas. 4. Fatores de intensidade de tensão. 5. Vasos de pressão de parede espessa. 6. Método dos elementos finitos. I. Carrasco, Jorge Palma (Orientador). II. Título.

UFPE

621 CDD (22. ed.)

BCTG/2018-471

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que contribuíram para a minha formação.

Em especial, agradeço à minha família.

À minha mãe, Conceição, pelo carinho e suporte que sempre me deu, me ensinando desde cedo os valores que levarei comigo.

Ao meu pai, Flávio, por sempre me guiar pelos caminhos corretos, incentivando o estudo, o trabalho e a honestidade.

À minha irmã, Melina, pelo apoio nos momentos em que precisei e por compartilhar sentimentos e memórias de irmão.

Aos meus avós, Irma e Mateus, por sempre estarem presentes na minha vida, fazendo tudo o possível para ajudar durante dificuldades.

À minha namorada, Rafaella, por me apoiar em todos os momentos e me acompanhar nos últimos anos de faculdade, compartilhando as alegrias e angústias da caminhada.

Agradeço, por fim, ao meu orientador, Jorge Carrasco, pela oportunidade que me ofereceu, e pela paciência que teve desde as fases iniciais do trabalho.

RESUMO

Vasos de pressão são equipamentos de alto custo extensivamente utilizados na indústria para armazenamento e processamento de substâncias. Mesmo seguindo normas que regulam o projeto e a fabricação desses vasos, como a ASME B&PVC, defeitos gerados no processo de fabricação ou em serviço podem ocorrer no material do vaso, comprometendo a sua integridade mecânica. Por essa razão, existem normas que fornecem procedimentos baseados na Mecânica da Fratura para avaliar e determinar a aceitabilidade desses defeitos. A Mecânica da Fratura representa, portanto, uma ferramenta importante na análise da integridade estrutural de equipamentos industriais críticos. Em termos práticos, o objetivo dessa ferramenta é obter um parâmetro que caracterize a gravidade do defeito analisado. Um dos parâmetros que podem ser utilizados é o Fator de Intensidade de Tensões (FIT). A maioria dos defeitos tipo trinca reais pode ser modelada pela geometria de uma elipse ou semi elipse, e o problema de calcular os FITs dessas trincas em configurações complexas pode ser abordado com auxílio do Método dos Elementos Finitos (MEF). No presente trabalho, os FITs do Modo I de carregamento de trincas semi-elípticas internas orientadas longitudinalmente em vasos de pressão cilíndricos de parede espessa são calculados de forma analítica e computacional, com simulações via *software* de Elementos Finitos. Os cálculos analíticos são realizados utilizando dois conjuntos de equações obtidos da literatura específica. Ao final, verifica-se que os resultados dos caminhos analítico e computacional possuem comportamento semelhante. Verifica-se, também, que os valores dos resultados computacionais associados aos vasos com razão $R/t = 4$ apresentam diferenças consideráveis (erros relativos entre 11,84% e 25,59%) com relação aos valores das equações. Já para $R/t = 10$, essas diferenças são menores, com erros relativos entre 3,75% e 15,38%.

Palavras-chave: Mecânica da fratura. Trincas semi-elípticas. Fatores de intensidade de tensão. Vasos de pressão de parede espessa. Método dos elementos finitos.

ABSTRACT

Pressure vessels are equipment with elevated cost and extensively used in the industry for storage and processing of substances. Even following standards which regulate the design and construction of vessels, such as the ASME Boiler and Pressure Vessel Code, flaws generated by the manufacturing process or during service can occur in the material, compromising its structural integrity. Because of this, there are standards that provide Fracture Mechanics based procedures to assess and determine the acceptability of such flaws. Fracture Mechanics therefore represents an important tool for the analysis of structural integrity of critical industrial equipment. In practical terms, the aim of this tool is to evaluate a parameter which characterizes the gravity of the analyzed flaw. One of the parameters used with this purpose is the Stress Intensity Factor (SIF). Most crack-like flaws encountered in practice can be modeled by the geometry of an ellipse or semi-ellipse, in the case of a surface crack, and the problem of calculating the SIFs of these cracks in complex configurations may be approached with aid from the Finite Element Method (FEM). In the present work, the Mode I SIFs of semi-elliptical internal cracks, oriented longitudinally in thick-walled cylindrical pressure vessels are calculated using an analytical approach and a computational one, which employs simulations with a Finite Element Method software. The analytical calculations are carried with two sets of equations obtained in literature. At the end, it is verified that the analytical and computational results exhibit similar behavior. It is also verified that the absolute values of the computational results associated with $R/t = 4$ present substantial differences (errors ranging from 11,84% to 25,59%) with respect to the values from the equations. As for $R/t = 10$, these differences are smaller, with errors ranging from 3,75% to 15,38%.

Keywords: Fracture mechanics. Semi-elliptical cracks. Stress intensity factors. Thick-walled pressure vessels. Finite element method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Exemplos de vasos de pressão (a) cilíndricos e (b) esféricos.	19
Figura 2 - Diferentes tipos de vasos de pressão.	20
Figura 3 - Alguns tipos de tampos de vasos de pressão.	20
Figura 4 - Trinca considerada para a abordagem energética de Griffith.	27
Figura 5 - Tipos de carregamento que uma trinca pode sofrer.	28
Figura 6 - Geometria da ponta da trinca e parâmetros geométricos.	30
Figura 7 - Geometria da casca cilíndrica considerada.	31
Figura 8 - Geometria de trinca semi-elíptica interna na parede de casca cilíndrica.	32
Figura 9 - Distribuição de tensões na espessura de um vaso de pressão de parede espessa.	34
Figura 10 - Trinca no plano e contorno Γ , englobando a ponta da trinca.	36
Figura 11 - Elementos Quarter Point triangulares na ponta de uma trinca.	38
Figura 12 - Detalhe dos Elementos Quarter Point quadriláteros e triangulares.	38
Figura 13 - Elementos Quarter Point tridimensionais.	39
Figura 14 - Coordenadas locais na ponta de uma trinca tridimensional.	40
Figura 15 - Região da frente de uma trinca no plano e contorno particionado na malha gerada.	41
Figura 16 - Metodologia empregada para o trabalho.	42
Figura 17 - Metodologia para realização das simulações computacionais.	45
Figura 18 - Malha com elementos tetraédricos da casca cilíndrica.	46
Figura 19 - Parâmetros da malha da trinca.	47
Figura 20 - Malha da trinca. (a) corte da casca cilíndrica. (b) vista aproximada na região de transição de malha. (c) vista aproximada na malha da trinca.	47
Figura 21 - Condições de contorno e respectivas superfícies de aplicação: suportes fixos nas extremidades e pressão interna de 5MPa na superfície interna, como exemplo.	48
Figura 22 - Fator de correção F de trincas semi-elípticas com $a/c = 0,2$ calculados pelas Equações de Newman e Raju.	49
Figura 23 - Efeito de transição do valor máximo de KI com a variação da razão a/c	50
Figura 24 - FITs adimensionais do ponto A calculados com a equação de Newman e Raju para $R/t = 4$	51
Figura 25 - FITs adimensionais do ponto B calculados com a equação de Newman e Raju para $R/t = 4$	51
Figura 26 - FITs adimensionais do ponto A calculados com as equações de Zheng et al. para $R/t = 4$	52
Figura 27 - FITs adimensionais do ponto B calculados com as equações de Zheng et al. para $R/t = 4$	53
Figura 28 - Vaso após solução e distribuição de tensões. $R/t = 10$. Marcadores indicam valores locais de tensão.	54
Figura 29 - Parte interna do vaso. Marcador vermelho indica ponto de máxima tensão.	55
Figura 30 - Trinca no Modo I de carregamento. Marcador vermelho indica ponto de máxima tensão.	55
Figura 31 - Fatores de Intensidade de Tensão ao longo da frente da trinca.	56
Figura 32 - FITs calculados pelo ANSYS. $R/t = 4$, $a/c = 0,4$, $a/t = 0,6$	56
Figura 33 - FITs calculados com a Equação de Newman e Raju para $a/c = 0,2$. (a) Trinca 1 (b) Trinca 2 (c) Trinca 3 (d) Trinca 4.	57
Figura 34 - FITs calculados com a Equação de Newman e Raju para $a/c = 0,4$. (a) Trinca 5 (b) Trinca 6 (c) Trinca 7 (d) Trinca 8.	58
Figura 35 - FITs calculados com a Equação de Newman e Raju para $a/c = 0,6$. (a) Trinca 9 (b) Trinca 10 (c) Trinca 11 (d) Trinca 12.	58
Figura 36 - FITs calculados com a Equação de Newman e Raju para $a/c = 0,8$. (a) Trinca 13 (b) Trinca 14 (c) Trinca 15 (d) Trinca 16.	59
Figura 37 - FITs do ponto A de trincas com razões $a/c = 0,2$; $0,4$; $0,6$ e $0,8$ no Vaso 1 calculados com as Equações de Zheng et al.	60
Figura 38 - FITs do ponto B de trincas com razões $a/c = 0,2$; $0,4$; $0,6$ e $0,8$ no Vaso 1 calculados com as Equações de Zheng et al.	60
Figura 39 - FITs calculados com o ANSYS para $a/c = 0,2$. (a) Trinca 1 (b) Trinca 2 (c) Trinca 3 (d) Trinca 4.	61
Figura 40 - FITs calculados com o ANSYS para $a/c = 0,4$. (a) Trinca 5 (b) Trinca 6 (c) Trinca 7 (d) Trinca 8.	62
Figura 41 - FITs calculados com o ANSYS para $a/c = 0,6$. (a) Trinca 9 (b) Trinca 10 (c) Trinca 11 (d) Trinca 12.	62

Figura 42 - FITs calculados com o ANSYS para $a/c = 0,8$. (a) Trinca 13 (b) Trinca 14 (c) Trinca 15 (d) Trinca 16.....	63
Figura 43 - FITs adimensionais do ponto A das trincas do Vaso 1.	64
Figura 44 - FITs adimensionais do ponto B das trincas do Vaso 1.	64
Figura 45 - FITs calculados com a equação de Newman e Raju para $a/c = 0,2$. (a) Trinca 17 (b) Trinca 18 (c) Trinca 19.	67
Figura 46 - FITs calculados com a equação de Newman e Raju para $a/c = 0,4$. (a) Trinca 20 (b) Trinca 21 (c) Trinca 22.	67
Figura 47 - FITs calculados com a equação de Newman e Raju para $a/c = 1$. (a) Trinca 23 (b) Trinca 24 (c) Trinca 25.	68
Figura 48 - FITs do ponto A das Trincas 17-25 calculados com as equações de Zheng et al.	69
Figura 49 - FITs do ponto B das Trincas 17-25 calculados com as equações de Zheng et al.	69
Figura 50 - FITs calculados com o ANSYS para $a/c = 0,2$. (a) Trinca 17 (b) Trinca 18 (c) Trinca 19.	70
Figura 51 - FITs calculados com o ANSYS para $a/c = 0,4$. (a) Trinca 20 (b) Trinca 21 (c) Trinca 22.	70
Figura 52 - FITs calculados com o ANSYS para $a/c = 1$. (a) Trinca 23 (b) Trinca 24 (c) Trinca 25.	71
Figura 53 - FITs adimensionais do ponto A das trincas do Vaso 2.	72
Figura 54 - FITs adimensionais do ponto B das trincas do Vaso 2.	72

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Descrição geral dos acidentes estudados por Challenger et al. (1995).....	23
Quadro 2 - Informações complementares dos acidentes estudados por Challenger et al. (1995).....	24

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Características relevantes dos vasos de pressão e cargas atuantes.	43
Tabela 2 - Informações das trincas do Vaso 1.	43
Tabela 3 - Informações das trincas do Vaso 2.	43
Tabela 4 - Propriedades mecânicas do aço estrutural do ANSYS.	46
Tabela 5 - FITs adimensionais do ponto A, YA , das Trincas 1-16.	65
Tabela 6 - FITs adimensionais do ponto B, YB , das Trincas 1-16.	66
Tabela 7 - FITs adimensionais do ponto A, YA , das Trincas 17-25.	73
Tabela 8 - FITs adimensionais do ponto B, YB , das Trincas 17-25.	73
Tabela 9 - Erros relativos entre resultados computacionais e analíticos.	74
Tabela 10 - Erros relativos entre resultados analíticos.	75

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ASME	<i>American Society of Mechanical Engineers</i>
BS	<i>British Standard</i>
B&PVC	<i>Boiler and Pressure Vessel Code</i>
FEM	<i>Finite Element Method</i>
FFS	<i>Fitness For Service</i>
FIT	Fator de Intensidade de Tensões
MEF	Método dos Elementos Finitos
MF	Mecânica da Fratura
MFLE	Mecânica da Fratura Linear Elástica
MFEP	Mecânica da Fratura Elasto-Plástica
SIF	<i>Stress Intensity Factor</i>
VP	Vaso de Pressão

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Profundidade de uma trinca
a/c	Razão de Aspecto da trinca semi-elíptica
a/t	Profundidade Relativa da trinca semi-elíptica em um VP
A_s	Área superficial de uma trinca
A_t	Área projetada de uma trinca
B	Espessura de um sólido
c	Semieixo menor da trinca semi-elíptica
E	Módulo de Elasticidade de um material
F	Fator de correção de Newman e Raju (1980)
F_0, F_1	FITs de referência no ponto B para campos de tensão uniforme e linear na espessura do VP
G	Módulo de Cisalhamento do material
\mathcal{G}	Força Motriz de Trincamento ou Taxa de Liberação de Energia
\mathcal{G}_c	Força Motriz de Trincamento crítica
\mathcal{G}_I	Força Motriz de Trincamento ou Taxa de Liberação de Energia no Modo I
J	Integral J
$J^{(e)}$	Integral J calculada no trecho do contorno de um único elemento da malha
k	Parâmetro que caracteriza as condições de uma trinca
k_c	Valor crítico do parâmetro que caracteriza as condições de uma trinca
K	Fator de Intensidade de Tensão (FIT)
K_I, K_{II}, K_{III}	Fator de Intensidade de Tensões nos Modos I, II e III, respectivamente
K_c	Fator de Intensidade de Tensões crítico em EPT
K_{IC}	Fator de Intensidade de Tensões crítico no Modo I em EPD
$m(x, a)$	Função Peso (<i>weight function</i>)
$m_A(x, a)$	Função Peso associada ao ponto A da trinca semi-elíptica
$m_B(x, a)$	Função Peso associada ao ponto B da trinca semi-elíptica
$M_{i,(A,B)}$	Coefficientes dependentes de FITs de referência, $i = 1,2,3$.
N_e	Número de subdivisões do contorno da Integral J
p	Pressão interna de um vaso de pressão

Q	Fator de Forma aproximado da trinca elíptica
r	Coordenada radial de um sistema de coordenadas cilíndrico
R	Raio interno de um vaso de pressão
R_o	Raio externo de um vaso de pressão
t	Espessura da parede de um vaso de pressão
\vec{T}	Vetor de Tensões de tração na direção normal ao contorno da Integral J
\vec{u}	Vetor de deslocamentos
u, v, w	Deslocamentos verdadeiros na região próxima da frente da trinca
u', v', w'	Deslocamentos aproximados na região próxima da frente da trinca
U	Energia total de um sólido
U_o	Energia do sólido livre de trincas
U_t	Decréscimo de energia devido à presença de uma trinca
U_γ	Energia superficial associada às faces de uma trinca
w_d	Densidade de energia de deformação
Y	Fator de Intensidade de Tensão adimensional
Y_A	Fator de Intensidade de Tensão adimensional do ponto A da trinca semi-elíptica
Y_B	Fator de Intensidade de Tensão adimensional do ponto B da trinca semi-elíptica
Y_0, Y_1	FITs de referência no ponto A para campos de tensão uniforme e linear na espessura do VP
Y^*	Fator de correção geométrico do FIT
γ_s	Densidade superficial de energia associada a uma trinca
Γ	Contorno tomado para cálculo da Integral J
$\Gamma^{(e)}$	Trecho do contorno para cálculo da Integral J de um único elemento da malha
θ	Coordenada angular de um sistema de coordenadas cilíndrico
ν	Coefficiente de Poisson
σ_c	Tensão circunferencial atuando na parede de um vaso de pressão
σ_f	Tensão mínima que levará à fratura de um material
σ_L	Tensão longitudinal atuando na parede de um vaso de pressão
σ_o	Tensão remota, ou que atuaria no material sem a presença de uma trinca
ϕ	Coordenada angular da trinca semi-elíptica

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Objetivos	18
1.1.1	Objetivo Geral	18
1.1.2	Objetivos Específicos	18
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
2.1	Vasos de Pressão	19
2.1.1	Formas Típicas de Vasos de Pressão	19
2.1.2	Tensões em Vasos de Pressão	21
2.1.3	Falhas em Vasos de Pressão	22
2.2	Mecânica da Fratura	25
2.2.1	A Mecânica da Fratura Linear Elástica	26
2.2.2	Abordagem Energética da Propagação de Trincas	26
2.2.3	A Força Motriz de Trincamento G	28
2.2.4	O Fator de Intensidade de Tensões	28
2.2.5	Trincas Semi-elípticas em Vasos de Pressão	31
2.2.5.1	<i>Newman e Raju (1980)</i>	32
2.2.5.2	<i>Zheng et al. (1995, 1997)</i>	33
2.2.6	A Mecânica da Fratura Elasto-Plástica	35
2.2.6.1	<i>A Integral J</i>	35
2.3	O Método dos Elementos Finitos	36
2.3.1	O Método dos Elementos Finitos na Mecânica da Fratura	37
2.3.2	Elementos Utilizados para Simulações de Fratura	38
2.3.3.1	<i>Método dos Deslocamentos</i>	39
2.3.3.2	<i>Cálculo da Integral J pelo MEF</i>	40
3	METODOLOGIA	42
3.1	Cálculos Analíticos	44
3.2	Simulações Computacionais	45
3.2.1	Propriedades do Material	45
3.2.2	Malha	46
3.2.3	Condições de Contorno	47
3.2.4	Solução	48
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	49
4.1	Validação dos Cálculos Analíticos	49
4.1.1	Equação de Newman e Raju (1980)	49

4.1.2	Equações de Zheng <i>et al.</i> (1995, 1997).....	52
4.2	Resultados Computacionais e Comparação com Resultados Analíticos	53
4.2.1	Vaso 1 – $R/t = 4$	57
4.2.1.1	Equação de Newman e Raju	57
4.2.1.2	Equações de Zheng <i>et al.</i>	59
4.2.1.3	Simulações Computacionais	61
4.2.1.4	Comparação	63
4.2.2	Vaso 2 – $R/t = 10$	66
4.2.2.1	Equação de Newman e Raju	66
4.2.2.2	Equações de Zheng <i>et al.</i>	68
4.2.2.3	Simulações Computacionais	69
4.2.2.4	Comparação	71
5	CONCLUSÕES	77
6	TRABALHOS FUTUROS.....	78
	REFERÊNCIAS	79
	ANEXO A – SOLUÇÕES COMPLETAS DE <i>KIA</i> e <i>KIB</i> DE ZHENG ET AL. (1995, 1997).....	82
	ANEXO B – TABELA DE METTU ET AL. (1992).....	85
	ANEXO C – RESULTADOS DE NEWMAN E RAJU (1980)	86
	ANEXO D – RESULTADOS DE ZHENG ET AL. (1995).....	87

1 INTRODUÇÃO

Vasos de pressão (VP) são muito utilizados na indústria para armazenar fluidos a pressões diferentes da pressão atmosférica local. São equipamentos de alto custo, podem armazenar fluidos perigosos e geralmente são submetidos a altas solicitações mecânicas e condições severas de operação. Essas características traduzem grande risco de perda material e humana. Portanto, vasos de pressão devem ser projetados e construídos de acordo com normas internacionalmente reconhecidas como a americana ASME *Boiler and Pressure Vessel Code* (B&PVC), a britânica *British Standard* (BS) 5500, entre outras. No entanto, mesmo seguindo as regras desses códigos, defeitos provocados pelos processos de fabricação podem ocorrer no material do vaso, comprometendo a sua integridade mecânica.

Um aspecto comum à maioria dos acidentes recentes envolvendo VPs e tubulações é o local de origem dos defeitos que levaram à falha: cordão de solda e zonas termicamente afetadas (ZTA) pelo processo de soldagem. Estudos mostram que essas regiões são mais suscetíveis à formação e ao crescimento de trincas, representando pontos críticos da estrutura. Isso ocorre, pois, a aplicação de elevada energia térmica na junta soldada resulta em heterogeneidades mecânicas e metalúrgicas no material (KHATTAK *et al.*, 2016).

No trabalho de Challenger *et al.* (1995), foi realizado o estudo de oito falhas que ocorreram na indústria, na segunda metade do século XX, envolvendo fratura em vasos de pressão. Os defeitos do tipo trinca considerados iniciadores das falhas foram caracterizados e avaliados segundo a norma BS 7910 (até então chamada PD 6493). Sete dos oito acidentes estudados foram ligados a trincas superficiais, que são as mais comuns em estruturas de engenharia.

A maioria das trincas reais pode ser modelada pela geometria de uma elipse e, por isso, as trincas elípticas e semi-elípticas receberam muita atenção de pesquisadores, como Kobayashi *et al.* (1974), Newman e Raju (1980, 1984) e, Zheng *et al.* (1995, 1997) e, mais recentemente, Atroshchenko (2010), que trabalharam para a obtenção dos Fatores de Intensidade de Tensão (FIT) dessas trincas utilizando métodos computacionais e matemáticos.

O FIT é o parâmetro central da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) e determina o nível das tensões nas proximidades da ponta de uma trinca presente em uma estrutura de material com comportamento linear elástico submetido a uma condição particular de carregamento. Valores exatos desse parâmetro requerem a solução exata do problema de

Elasticidade específico para a estrutura trincada. Na maioria dos casos, essa solução é muito difícil ou quase impossível de se obter, sendo necessário recorrer a um método alternativo (CHAN *et al.*, 1970).

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um método numérico utilizado para a solução de problemas formulados em termos de equações diferenciais parciais e condições de contorno, como geralmente são os problemas de engenharia. O MEF pode ser empregado com o objetivo de calcular os FITs em configurações geométricas e condições de contorno e de carregamento relativamente complexas, para as quais não existem soluções exatas simples.

No presente trabalho, os FITs de trincas semi-elípticas internas em vasos de pressão cilíndricos de parede espessa com diferentes razões raio interno/espessura R/t , são calculados por duas abordagens: (1) cálculos analíticos com expressões dadas na literatura, e (2) simulações computacionais utilizando o *software* ANSYS® comercial de Elementos Finitos.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

Calcular o Fator de Intensidade de Tensões de trincas semi-elípticas internas em vasos de pressão de parede espessa através de equações analíticas e via simulação computacional em *software* de Elementos Finitos.

1.1.2 Objetivos Específicos

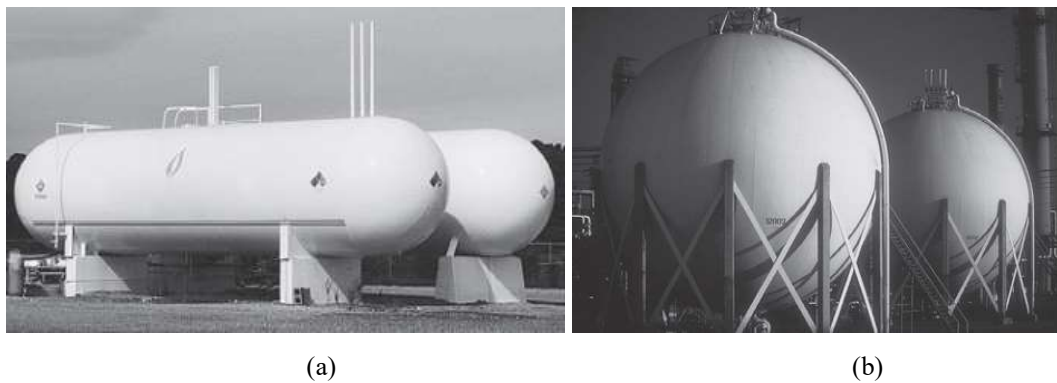
- Selecionar da literatura científica as expressões analíticas para o cálculo do FIT em trincas semi-elípticas internas;
- Verificar a aplicabilidade das equações escolhidas para avaliação de trincas em vasos de pressão de parede espessa;
- Calcular analiticamente os FIT para diferentes razões raio interno/espessura da parede do vaso;
- Calcular os FIT para diferentes razões raio interno/espessura da parede do vaso via simulação numérica com *software* de Elementos Finitos;
- Organizar e confrontar os resultados obtidos;
- Validar a metodologia computacional empregada.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Vasos de Pressão

Vaso de pressão é todo recipiente estanque, de qualquer tipo, dimensão, formato e com qualquer finalidade, capaz de conter um fluido pressurizado (TELLES, 2007). Podem ser classificados como: Não Sujeitos a Chama e Sujeitos a Chama. Dentre os Não Sujeitos a Chama, destacamos: trocadores de calor, torres de destilação de petróleo, reatores, vasos de armazenamento, etc. Já os classificados como Sujeitos a Chama são os fornos e as caldeiras. A Figura 1 mostra exemplos típicos de vasos de pressão.

Figura 1 - Exemplos de vasos de pressão (a) cilíndricos e (b) esféricos.



Fonte: Adaptado de Beer *et al.* (2011).

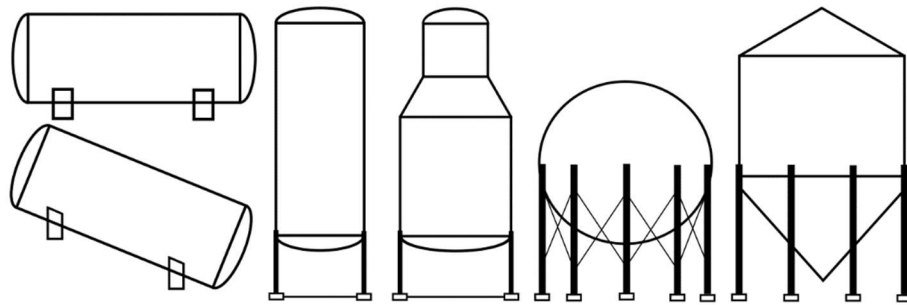
2.1.1 Formas Típicas de Vasos de Pressão

As paredes dos vasos de pressão são compostas do casco (*shell*) e dos tampos (*heads*). A maioria dos vasos de pressão tem o casco em uma das três formas mais básicas: cilíndrica, cônica ou esférica. Podem existir, também, combinações dessas formas. Com relação à posição, podemos ter vasos verticais, horizontais ou inclinados. Na Figura 2 podemos ver diferentes formas e posições de vasos de pressão.

As dimensões que caracterizam um vaso de pressão são o diâmetro interno e o comprimento entre tangentes. O diâmetro interno é o diâmetro medido pela face interna da parede e aplica-se a qualquer forma de vaso. O comprimento entre tangentes aplica-se somente a vasos com corpos cilíndricos ou cilíndricos compostos e é o comprimento total do corpo cilíndrico, ou a soma dos comprimentos dos corpos cilíndricos e cônicos sucessivos. As linhas

que limitam o comprimento entre tangentes são as linhas traçadas na tangência entre o corpo cilíndrico e os tampos de fechamento. (TELLES, 2007)

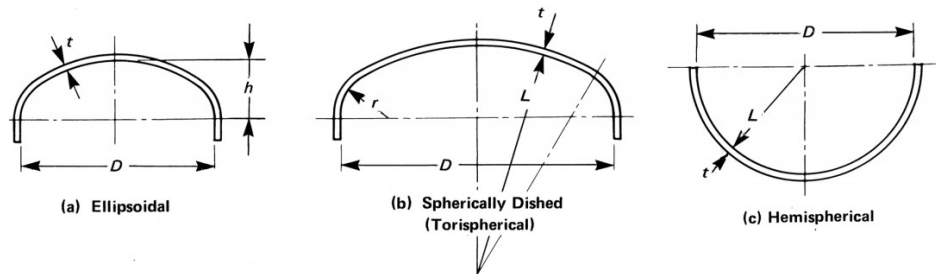
Figura 2 - Diferentes tipos de vasos de pressão.



Fonte: Adaptado de Telles (2007).

Os tampos são as peças de fechamento dos cascos cilíndricos. Eles podem ter vários formatos, sendo os mais comuns o elíptico, torisférico, hemisférico, entre outros. As geometrias dos três formatos citados são mostradas na Figura 3.

Figura 3 - Alguns tipos de tampos de vasos de pressão.



Fonte: ASME 2015 *Boiler and Pressure Vessel Code, Section VIII, Division 1* (2015).

Todo vaso de pressão precisa ter algum tipo de abertura, e aberturas representam locais com elevado grau de concentração de tensões, efeito que também é verificado na região de concordância entre as geometrias do casco e dos tampos. Acessórios como anéis de reforço, reforços de aberturas, suportes e flanges são soldados ao vaso, formando ZTAs. As próprias chapas de aço que compõem o costado são soldadas umas às outras. Vasos de pressão apresentam, portanto, muitas regiões com descontinuidades geométricas e metalúrgicas em sua estrutura.

2.1.2 Tensões em Vasos de Pressão

Para analisarmos as tensões em vasos de pressão devemos primeiramente determinar as solicitações que serão consideradas. Segundo Bednar (1986), as cargas principais a serem consideradas no projeto de vasos de pressão são:

- Pressão interna ou externa;
- Peso do vaso e do fluido contido;
- Cargas eólicas;
- Cargas sísmicas;
- Cargas térmicas;
- Cargas devidas a tubulações;
- Cargas de impacto;
- Cargas cíclicas.

Para um vaso cilíndrico com raio interno R , espessura t , sob pressão interna p , em que a relação $R/t \geq 10$ é cumprida, as tensões circunferencial e longitudinal são dadas por:

$$\sigma_c = \frac{pR}{t} \quad (1)$$

$$\sigma_L = \frac{pR}{2t} \quad (2)$$

$$\sigma_c = 2\sigma_L \quad (3)$$

Como não temos tensões cisalhantes, as tensões circunferencial e longitudinal são as tensões principais primária e secundária, respectivamente.

Se a espessura é comparável ao raio interno do casco ($R/t < 10$), as tensões não podem ser consideradas uniformes na espessura e as Equações (1) e (2) não são aplicáveis. Nesse caso devem ser usadas equações para cascas grossas, chamadas equações de Lamé. As tensões circunferencial e longitudinal têm a forma:

$$\sigma_c = \frac{pR^2}{(R_o^2 - R^2)} \left\{ 1 + \left(\frac{R_o}{r} \right)^2 \right\} \quad (4)$$

$$\sigma_L = \frac{pR^2}{(R_o^2 - R^2)} \quad (5)$$

Logo:

$$\sigma_c = \sigma_L \left\{ 1 + \left(\frac{R_o}{r} \right)^2 \right\} \quad (6)$$

Onde R_o e R são os raios externo e interno, respectivamente, e r é a coordenada radial ($R \leq r \leq R_o$). Assim como no caso onde $R/t > 10$, a tensão circunferencial é a tensão crítica.

2.1.3 Falhas em Vasos de Pressão

O potencial oferecido pelo vapor foi a força motriz da Primeira Revolução Industrial no século XVIII. Com essa nova tecnologia, explosões de caldeiras tornaram-se comuns e os mecanismos de falha associados não eram entendidos. A engenharia e a produção de caldeiras ultrapassaram a ciência que determinava a segurança no projeto e na operação. A taxa de acidentes envolvendo caldeiras continuou a crescer até que duas grandes explosões no início do século XX deram início ao movimento para a criação da primeira edição do *Boiler Code* da ASME que evoluiu continuamente e hoje é chamado de *Boiler and Pressure Vessel Code* (THOMSON, 2015).

Vasos de pressão ainda representam grande potencial de perda material e humana, mas as normas de fabricação e de segurança objetivam a minimização da probabilidade de falha desses equipamentos. Eles fazem parte de uma classe de componentes que requer alto nível de integridade, devido aos perigos associados a muitos processos industriais combinados a um alto custo de fabricação. As falhas desses equipamentos têm potencial para causar muitos danos à planta, levando a explosões e incêndios. Muitas dessas falhas são causadas por fratura frágil, caso no qual a energia armazenada pode levar à fragmentação do vaso e a partes sendo lançadas a altas velocidades (CHALLENGER *et al.*, 1995).

Vários estudos mostraram que trincas foram encontradas em diferentes posições da solda com diferentes orientações, como trincas centrais no cordão de solda (CS), transversais e micro trincas no CS e na ZTA subjacentes (KHATTAK *et al.*, 2016).

Para se ter uma visão das falhas que ocorrem na indústria e dos defeitos iniciadores, foi feita uma síntese do trabalho de CHALLENGER (1995). O Quadro 1 é uma tradução livre adaptada do quadro mostrado pelo autor e apresenta informações gerais sobre as falhas. Já o Quadro 2, fornece as seguintes informações: equipamento que falhou, tipo, local e dimensões do defeito (quando aplicável).

Destaca-se que todos os defeitos estavam localizados em regiões soldadas ou termicamente afetadas. Além disso, verifica-se a ocorrência de processos como Corrosão Sob

Tensão (*Stress Corrosion Cracking*, SCC), Fratura Assistida por Hidrogênio (*Hydrogen Assisted Cracking*, HAC) e fluência. Metade das falhas estudadas ocorreu durante o teste hidrostático e apenas uma delas ocorreu em condição de operação menos severa que a condição normal de operação.

Quadro 1 - Descrição geral dos acidentes estudados por Challenger *et al.* (1995).

N	FALHA	DEFEITO INICIADOR	CAUSAS DA FALHA	CONDIÇÃO DE OPERAÇÃO NO MOMENTO DA FALHA
1	VP Exxon - Port Jerome (1981)	Trincas no casco do VP na raiz da solda de acessório	Tensões residuais na solda e fragilização	<i>Standby</i> - 75% da pressão de operação a temperatura ambiente
2	Absorvedor de amina da Union Oil (1984)	<i>Hydrogen Assisted Cracking</i> (HAC) na ZTA de solda de reparo	Fragilização por hidrogênio e tensões residuais	Operação Normal (ON)
3	Torre vertical de refinaria (1981)	Trinca originada por fragilização a frio em solda transversal - crescimento da trinca por fluência	Tensões residuais altas e baixa Tenacidade à Fratura dos materiais da junta soldada na temperatura do Teste Hidrostático	Teste Hidrostático (TH)
4	Resfriador de amônia da Typpi Oil (1970)	Defeito de fabricação estendido por <i>Stress Corrosion Cracking</i> (SCC)	Tratamento Térmico (TT) pós soldagem insuficiente. Tensões residuais altas e baixa Tenacidade à Fratura	ON
5	Caldeira da Cockenzie (1966)	Trinca na solda de um bocal presente antes de TT pós soldagem - origem desconhecida	Grande defeito iniciador em concentrador de tensão	TH
6	John Thompson (1965)	Trinca originada por efeito de hidrogênio na ZTA	TT pós soldagem insuficiente - tensões residuais altas e baixa Tenacidade à Fratura	TH
7	Robert Jenkins (1970)	Trinca originada por fragilização a quente estendida por HAC sob altas tensões residuais	Baixa Tenacidade à Fratura e altas tensões	TH
8	<i>Catchpot</i> de amônia (1982)	Trincas originadas por efeito de hidrogênio em solda do tipo fillet na parede interna de VP	Tenacidade à Fratura muito baixa	Em serviço

Fonte: Adaptado de Challenger *et al.* (1995).

Quadro 2 - Informações complementares dos acidentes estudados por Challenger *et al.* (1995).

N	EQUIPAMENTO	TIPO DE DEFEITO	LOCAL DO DEFEITO	DIMENSÕES DO DEFEITO
1	VP Esférico - 20 anos	Trinca superficial	Solda de um acessório	Profundidade (a): 3mm Comprimento (2c): não conhecido
2	Torre cilíndrica	Trinca superficial que se tornou passante	Solda de reparo nas paredes do VP	2c: 800mm
3	Torre cilíndrica	Trinca superficial	Solda entre tampo e poço de dreno na vase do VP	a: 38mm 2c: 51mm
4	Trocador de calor	Trinca superficial interna	Solda do tampo forjado do trocador de calor	a: 5mm 2c: 70mm
5	Caldeira	Trinca superficial interna	Próximo a uma abertura e a um acessório soldado	a: 89mm 2c: 330mm
6	VP de paredes grossas	Trincas pequenas, transversais e <i>embedded</i>	ZTA de uma união soldada	a: 8,3mm 2c: 9,5mm
7	VP cilíndrico de paredes finas	Trinca superficial externa	Solda de um acessório	a: 12,2mm 2c: 114,3mm
8	VP cilíndrico de paredes grossas - 16 anos	Trincas superficiais	<i>Toe</i> de solda tipo <i>fillet</i> na parede interna do VP	a: 4mm 2c: 30-40mm

Fonte: Criado pelo autor baseado em Challenger *et al.* (1995).

2.2 Mecânica da Fratura

A Segunda Guerra Mundial representa um momento na história no qual a falta de entendimento de mecanismos de fratura levou a falhas notáveis em estruturas. No começo da Guerra, os Estados Unidos forneciam navios e aviões à Grã-Bretanha. Henry Kaiser, engenheiro que trabalhou na construção da Barragem Hoover, nos EUA, ajudou a desenvolver um procedimento revolucionário para a produção de navios de forma rápida. Esses navios, que ficaram conhecidos como navios Liberty, tinham o casco inteiramente soldado, em contraste ao método tradicional da época, que utilizava rebites.

Em 1943 um dos navios partiu-se completamente em dois enquanto navegava entre a Sibéria e o Alasca. Muitos outros também sofreram algum tipo de fratura e cerca de 10 deles também partiram ao meio. Investigações identificaram as causas das falhas e correções foram realizadas aos navios remanescentes para prevenir fraturas mais sérias. O episódio dos navios Liberty levou um grupo de pesquisadores do *Naval Research Laboratory*, em Washington, a estudar o problema da fratura de forma mais aprofundada. Assim deu-se início aos estudos da Mecânica da Fratura (ANDERSON, 2005).

A Mecânica da Fratura (MF) possibilita o entendimento do comportamento de materiais que apresentam defeitos do tipo trinca e baseia-se em três variáveis: carregamento, características do material e características do defeito existente. A Resistência dos Materiais, baseada na Teoria da Elasticidade, considera somente duas dessas variáveis: o carregamento e as características do material livre de defeitos. A variável adicional presente na análise da MF representa a possibilidade de obtenção de resultados mais realistas com relação à falha dos materiais.

A Mecânica da Fratura é dividida em duas áreas:

- Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE);
- Mecânica da Fratura Elasto-plástica (MFEP).

As duas áreas, de um modo geral, preocupam-se quem avaliar um parâmetro (k) que caracteriza as condições do defeito, e compará-lo a um valor crítico (k_c) que representa a resistência à fratura do material, ou a Tenacidade à Fratura. Assim, o critério de falha na MF é dado por:

$$k \geq k_c \quad (7)$$

2.2.1 A Mecânica da Fratura Linear Elástica

A MFLE aplica-se quando os materiais estudados são frágeis ou apresentam plastificação em pequena escala na ponta da trinca antes da fratura. Desde 1960, teorias da MF foram desenvolvidas para considerar vários tipos de comportamento não linear dos materiais (plasticidade e viscoelasticidade, por exemplo), assim como efeitos dinâmicos. Todos os resultados mais recentes, no entanto, são extensões da Mecânica da Fratura Linear Elástica. Portanto, apesar da restrição de aplicabilidade, a MFLE é essencial para o entendimento dos conceitos mais avançados da Mecânica da Fratura (ANDERSON, 2005).

2.2.2 Abordagem Energética da Propagação de Trincas

Griffith em 1920 reconheceu que para ocorrer um incremento no tamanho da trinca, o decréscimo na energia potencial elástica do sólido devido à destruição das ligações atômicas deve ser pelo menos igual à energia necessária para a criação de novas superfícies da trinca. Expressamos a energia total do sólido como

$$U = U_o + U_t + U_\gamma \quad (8)$$

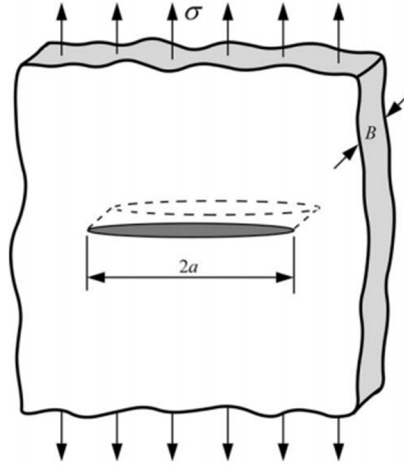
Onde o U_o representa a energia do sólido sem a presença da trinca, U_γ representa a energia de superfície associada às superfícies da trinca e U_t representa o decréscimo de energia ocasionado pela ‘introdução’ da trinca e é dado por

$$U_t = -\frac{\pi a^2 \sigma^2 B}{E} \beta \quad (9)$$

Onde $\beta = 1$ para Estado Plano de Tensões (EPT) ou $\beta = 1 - \nu^2$ para Estado Plano de Deformações e ν é o coeficiente de Poisson.

Desejamos obter a variação da energia total causada por um incremento no tamanho da trinca mostrada na Figura 4.

Figura 4 - Trinca considerada para a abordagem energética de Griffith.



Fonte: Anderson (2005).

Derivamos com relação à área da trinca (área projetada $A_t = 2aB$, que é a metade da área de superfície A_s)

$$\frac{\partial U}{\partial A_t} = \frac{\partial U_t}{\partial A_t} + \frac{\partial U_\gamma}{\partial A_t} \quad (10)$$

E como $A_t = 2aB$, ficamos com

$$\frac{\partial U}{\partial A_t} = \frac{1}{2B} \frac{\partial}{\partial a} \left(-\frac{\pi a^2 \sigma^2 B}{E} \beta \right) + \frac{1}{2B} \frac{\partial}{\partial a} (4aB\gamma_s) = -\frac{\pi a \sigma^2}{E} \beta + 2\gamma_s \quad (11)$$

Onde γ_s é a densidade superficial de energia associada à trinca.

No caso limite, ou seja, em que o aumento do tamanho da trinca ocorre sob condições de equilíbrio, a energia total do sólido não varia com o aumento do tamanho da trinca e a equação anterior resulta em

$$\frac{\pi a \sigma^2}{E} \beta = 2\gamma_s \quad (12)$$

A tensão mínima que causará fratura σ_f é dada por

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2\gamma_s E}{\pi a \beta}} \quad (13)$$

A equação obtida por Griffith é válida somente para materiais frágeis. Irwin e Orowan de forma independente modificaram a equação de Griffith adicionando um termo que representa o comportamento plástico de materiais dúcteis.

2.2.3 A Força Motriz de Trincamento \mathcal{G}

Irwin, em 1956, propôs uma abordagem ao problema da fratura similar à de Griffith. Ele definiu o parâmetro \mathcal{G} , a Taxa de Liberação de Energia, que pode ser entendida como a energia disponível para um incremento no tamanho da trinca

$$\mathcal{G} = -\frac{dU_t}{dA_t} \quad (14)$$

$$\mathcal{G} = \frac{\sigma^2 \pi a}{E} \beta \quad (15)$$

Como \mathcal{G} é uma derivada de um potencial, também é chamado de Força Motriz de Trincamento.

Na situação de equilíbrio tratada anteriormente, no qual temos o crescimento da trinca, \mathcal{G} atinge um valor crítico \mathcal{G}_c , que é uma medida, em termos energéticos, da resistência à fratura do material, e é dado por

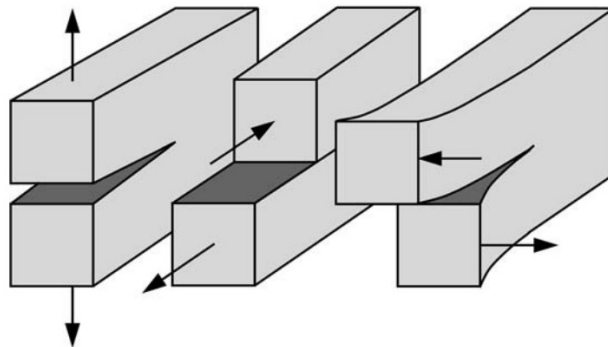
$$\mathcal{G}_c = 2\gamma_s \quad (16)$$

2.2.4 O Fator de Intensidade de Tensões

A aplicação da Mecânica da Fratura consiste em computar parâmetros de interesse para a análise de estruturas trincadas. Na Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE), o parâmetro utilizado é o Fator de Intensidade de Tensões, K .

Existem três possíveis modos de carregamento que uma trinca pode sofrer, mostrados na Figura 5.

Figura 5 - Tipos de carregamento que uma trinca pode sofrer.



Fonte: Adaptado de Anderson (2005).

O modo I é chamado também de modo de abertura e é o que recebe maior atenção na literatura. Os modos II e III são chamados de modo de cisalhamento no plano e fora do plano, respectivamente. Em casos de carregamentos combinados, devem ser considerados todos os modos de carregamento envolvidos e os campos de tensão são obtidos com a sobreposição das soluções correspondentes a cada modo. No caso especial de uma trinca oblíqua, por exemplo, os modos de carregamento associados são o modo I e o modo II.

Na MFLE, aos modos I, II e III, correspondem os Fatores de Intensidade de Tensão K_I , K_{II} e K_{III} , respectivamente.

O campo de tensões nas proximidades da ponta de uma trinca afiada sob Modo I de carregamento em uma placa infinita de material linear elástico (Figura 6), desprezando termos de ordem superior, é dado por

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (17)$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \quad (18)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \quad (19)$$

$$\sigma_{zz} = \begin{cases} 0, & \text{para EPT} \\ \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) = \frac{2\nu K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), & \text{para EPD} \end{cases} \quad (20)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (21)$$

Com

$$K_I = \sigma_o \sqrt{\pi a} \quad (22)$$

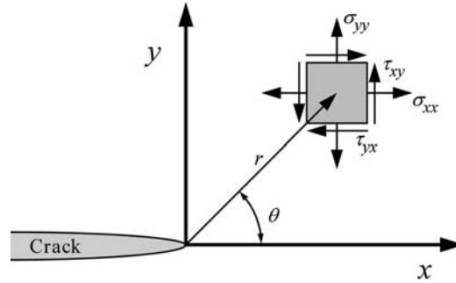
Onde agora σ_o é a tensão remota e a é o tamanho da trinca.

O FIT é, portanto, um parâmetro que descreve o nível, a intensidade, das tensões nas proximidades da ponta da trinca, podendo ser expresso na forma

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{yy}(r, \theta = 0) \quad (23)$$

Westergaard (1939), Irwin, Sneddon e Williams foram alguns dos primeiros a publicar essas soluções. Detalhamento a respeito da formulação dos problemas de contorno da MF pode ser encontrado em Pastoukhov (1995) e Perez (2004).

Figura 6 - Geometria da ponta da trinca e parâmetros geométricos.



Fonte: Anderson (2005).

Por causa do termo $1/\sqrt{r}$ presente nas expressões acima, quando tomamos o limite $r \rightarrow 0$, ou seja, nos aproximamos da ponta da trinca, as tensões tendem a valores infinitos, independentemente da tensão remota atuante. Essa é uma particularidade semelhante à encontrada por Inglis.

O critério de falha da Eq. (7) na MFLE é estabelecido quando definimos $k = K$, o Fator de Intensidade de Tensões, e $k_C = K_C$ (em Estado Plano de Tensões) ou $k_C = K_{IC}$ (em Estado Plano de Deformações), a medida tensional da Tenacidade à Fratura do material, obtida a partir de experimentos.

Aqui podemos obter uma relação de extrema importância para a MF entre G e K . Observando as expressões que definem esses dois parâmetros, Equações (15) e (22), obtemos

$$G_I = \frac{K_I^2}{E} \beta \quad (24)$$

Apesar do caso restrito para o qual essa expressão foi obtida (trinca afiada em placa infinita), Irwin demonstrou que ela se aplica a qualquer configuração (ANDERSON, 2005).

Para o cálculo do FIT considerando as dimensões finitas do sólido, utiliza-se um fator geométrico Y^* que é dado na literatura para diferentes configurações, nos dando

$$K_I = Y^* \sigma_o \sqrt{\pi a} \quad (25)$$

Quando temos trincas semi-elípticas e geometrias mais complexas, como as de um VP, mais fatores de correção devem ser empregados.

Como a Força Motriz de Trincamento é uma quantidade escalar, quando os três modos de carregamento estão presentes, as contribuições de cada modo são aditivas e ficamos com

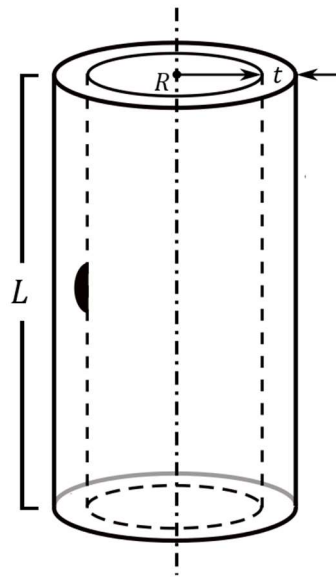
$$\mathcal{G} = \frac{K_I^2}{E} \beta + \frac{K_{II}^2}{E} \beta + \frac{K_{III}^2}{2G} \quad (26)$$

Onde G é o Módulo de Cisalhamento do material.

2.2.5 Trincas Semi-elípticas em Vasos de Pressão

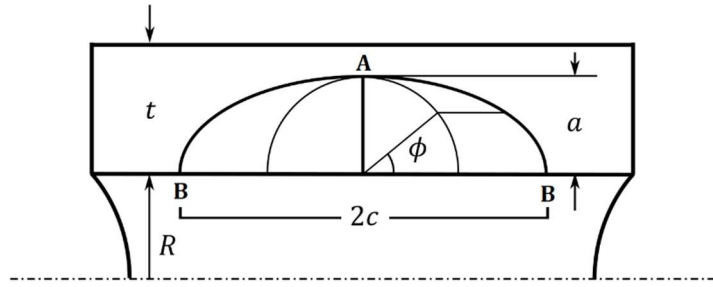
Trincas superficiais são as mais comuns em estruturas reais de engenharia e podem ser modeladas pela geometria de uma meia elipse. O modelo considerado para a estimativa dos FITs de trincas em VPs cilíndricos é o de uma casca cilíndrica pressurizada de raio interno R e espessura t (Figura 7). Os dois conjuntos de equações que serão utilizados para o cálculo dos FITs no Modo I de carregamento dessas trincas, localizadas na superfície interna de cascas cilíndricas (Figura 8) serão apresentados aqui com uma síntese dos trabalhos de Newman e Raju (1980) e de Zheng *et al.* (1995, 1997).

Figura 7 - Geometria da casca cilíndrica considerada.



Fonte: Adaptado de Chen e Pan (2013).

Figura 8 - Geometria de trinca semielíptica interna na parede de casca cilíndrica.



Fonte: Adaptado de Zheng *et al.* (1995).

2.2.5.1 Newman e Raju (1980)

Newman e Raju (1980) propuseram a seguinte expressão para o cálculo dos FITs ao longo da frente da trinca:

$$K_I = \frac{pR}{t} \sqrt{\frac{\pi a}{Q}} F\left(\frac{a}{c}, \frac{a}{t}, \frac{R}{t}, \phi\right) \quad (27)$$

Onde Q é o fator de forma para a trinca elíptica, dado em forma aproximada por:

$$Q = 1 + 1,464 \left(\frac{a}{c}\right)^{1,65} \quad (28)$$

As razões a/c e a/t são chamadas de razão de aspecto e profundidade relativa, respectivamente. Em conjunto com a razão entre o raio interno e a espessura da casca cilíndrica, R/t , a configuração do problema é completamente determinada.

E F é o fator de correção, dependente das características geométricas da trinca, de algumas dimensões da casca cilíndrica, e do ângulo ϕ , obtido com auxílio do Método dos Elementos Finitos e procedimentos de ajuste de curvas:

$$F = 0,97 \left[M_1 + M_2 \left(\frac{a}{t}\right)^2 + M_3 \left(\frac{a}{t}\right)^4 \right] g f_\phi f_c \quad (29a)$$

$$M_1 = 1,13 - 0,09 \frac{a}{c} \quad (29b)$$

$$M_2 = -0,54 + \frac{0,89}{0,2 + \frac{a}{c}} \quad (29c)$$

$$M_3 = 0,5 - \frac{1}{0,65 + \frac{a}{c}} + 14 \left(1 - \frac{a}{c}\right)^{24} \quad (29d)$$

$$g = 1 + \left[0,1 + 0,35 \left(\frac{a}{t}\right)^2 \right] (1 - \sin \phi)^2 \quad (29e)$$

$$f_\phi = \left[\sin^2 \phi + \left(\frac{a}{c} \right)^2 \cos^2 \phi \right]^{\frac{1}{4}} \quad (29f)$$

$$f_c = \left[\frac{R_o^2 + R^2}{R_o^2 - R^2} + 1 - 0,5 \sqrt{\frac{a}{t}} \right] \frac{t}{R} \quad (29g)$$

Essa solução nos dá o FIT ao longo de toda a frente da trinca (de $\phi = 0$ a $\phi = \pi$).

2.2.5.2 Zheng et al. (1995, 1997)

Utilizando o método da função peso (*weight function method*), os autores obtiveram a solução dos FITs em cascas cilíndricas com razão $R/t = 4$ **somente**. O método consiste em integrar o produto $\sigma(x)m(x, a)$ ao longo da profundidade da trinca, onde $\sigma(x)$ é a distribuição de tensões sobre o plano da trinca e $m(x, a)$ é a chamada função peso (FP), que é definida para cada configuração de trinca. Assim, temos:

$$K_I = \int_0^a \sigma(x)m(x, a) dx \quad (30)$$

Glinka e Shen (1991a) obtiveram a forma geral da FP para o ponto mais profundo (A) e para o ponto superficial (B) de uma trinca semi-elíptica.

$$m_A(x, a) = \frac{2}{\sqrt{2\pi(a-x)}} \left[1 + M_{1A} \left(1 - \frac{x}{a} \right)^{\frac{1}{2}} + M_{2A} \left(1 - \frac{x}{a} \right)^1 + M_{3A} \left(1 - \frac{x}{a} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (31)$$

$$m_B(x, a) = \frac{2}{\sqrt{2\pi x}} \left[1 + M_{1B} \left(\frac{x}{a} \right)^{\frac{1}{2}} + M_{2B} \left(\frac{x}{a} \right)^1 + M_{3B} \left(\frac{x}{a} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (32)$$

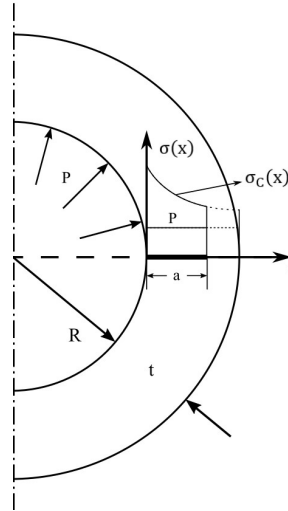
Os fatores $M_{i(A,B)}$ adequados são mostrados no Apêndice A. Aqui será omitido o detalhamento a respeito do procedimento necessário para obtê-los, sendo possível consultar Shen e Glinka (1991b) para melhor entendimento.

A solução de interesse deve considerar a distribuição de tensões circunferencial na parede de VPs parede espessa (solução de Lamé), levando em conta a pressão interna atuando nas faces da trinca (Figura 9):

$$\sigma(x) = \sigma_c(x) = P \left\{ 1 + \frac{R^2}{(2R+t)t} \left[1 + \left(\frac{R+t}{R+x} \right)^2 \right] \right\}, \quad R \leq x < R+a \quad (33)$$

Essa expressão pode ser obtida diretamente da Eq. (4) explicitando $R_o = R + t$, fazendo a substituição $r = R + x$ e somando o termo referente à pressão atuando nas faces da trinca.

Figura 9 - Distribuição de tensões na espessura de um vaso de pressão de parede espessa.



Fonte: Adaptado de Zheng *et al.* (1995).

Note que as funções $m_A(x, a)$ e $m_B(x, a)$ carregam a informação da configuração geométrica da trinca (no sólido mais simples: uma placa plana) e a distribuição de tensões introduz a informação referente à configuração geométrica do sólido de base.

Combinando essa distribuição de tensões com as FPs, e integrando segundo a Eq. (30), é possível chegar a (ZHENG *et al.*, 1995, 1997):

$$\frac{K_{I,A}}{P\sqrt{\pi a/Q}} = Y_A = \frac{\sqrt{2Q}}{\pi} [AM_{1A} + BM_{2A} + CM_{3A} + D] \quad (34)$$

$$\frac{K_{I,B}}{P\sqrt{\pi a/Q}} = Y_B = \frac{2\sqrt{Q}}{\pi} [AM_{1B} + GM_{2B} + HM_{3B} + I] \quad (35)$$

Onde, novamente, Q é o fator de forma da trinca elíptica (Eq. 28) e A, B, C, D, G, H e I são dados em termos dos parâmetros geométricos da configuração da trinca e também podem ser encontrados no Anexo A.

É importante destacar que a solução completa é válida somente para a $R/t = 4$. Isso é devido ao fato de que os termos que compõem os fatores $M_{i(A,B)}$ representam ajustes dos dados de uma tabela de Mettu *et al.* (1992) (mostrada no Anexo B) para $R/t = 4$ somente. Os coeficientes A, B, C, D, G, H e I , por sua vez, são resultados da integração em x , tomando os $M_{i(A,B)}$ como constantes.

Os mesmos autores publicaram outro trabalho, em 1997, no qual empregaram o mesmo método para obter o K_I de trincas em cascas cilíndricas com $R/t = 2$, utilizando os fatores M_i adequados. O título desta seção faz referência a ambos os trabalhos pois as equações do Anexo

A usadas para o cálculo dos $M_{i(A,B)}$ são as do trabalho de 1995 (adequadas para $R/t = 4$), enquanto que as equações para o cálculo de A, B, C, D, G, H e I , são as do trabalho de 1997.

Isso foi feito por conta de dificuldades encontradas com a solução completa dada no artigo de 1995. Nota-se que não há um problema em fazer isso, pois os termos resultantes da integração segundo a Eq. (28), devem possuir a mesma forma (para um mesmo $\sigma(x)$), independentemente da razão R/t escolhida para realizar o ajuste dos dados de referência. Isso não implica, no entanto, que estes termos não dependam de R/t , como pode ser visto no Anexo A.

2.2.6 A Mecânica da Fratura Elasto-Plástica

A MFEP, aplicável quando materiais apresentam deformações plásticas em grande escala na frente da ponta da trinca, tem a Integral J e o CTOD (δ), como parâmetros principais. Ambos descrevem as condições na ponta da trinca e podem ser usados como critério de fratura. Valores críticos desses parâmetros representam medidas da Tenacidade à Fratura do material (ANDERSON, 2005).

Os limites de aplicabilidade de J e δ , e, portanto, da MFEP, são muito menos restritivos do que os da MFLE (ANDERSON, 2005). Apresentaremos somente a Integral J, por possuir papel importante na obtenção do Fator de Intensidade de Tensões de forma computacional.

2.2.6.1 A Integral J

Rice (1968) introduziu a Integral J como um parâmetro da Mecânica da Fratura, que é de grande importância para a disciplina. Ele mostrou que o valor numérico dessa integral de contorno é igual à Taxa de Liberação de Energia (ou Força Motriz de Trincamento) em um material de comportamento elástico não linear contendo uma trinca. De forma semelhante ao caso da MFLE, temos:

$$\mathcal{J} = -\frac{dU_t}{dA_t} \quad (36)$$

É possível mostrar que \mathcal{J} nada mais é do que uma generalização da Força Motriz de Trincamento. Logo, no regime linear elástico, temos:

$$\mathcal{J} = \mathcal{G} \quad (37)$$

Portanto, para uma combinação entre os três Modos de carregamento:

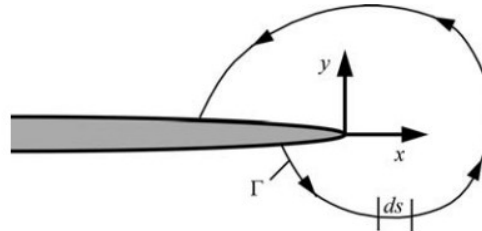
$$\mathcal{J} = \frac{K_I^2}{E} \beta + \frac{K_{II}^2}{E} \beta + \frac{K_{III}^2}{2G} \quad (38)$$

Considerando uma trinca no plano (Figura 10), \mathcal{J} na forma integral é dado como:

$$\mathcal{J} = \int_{\Gamma} \left[w_d dy - \vec{T} \cdot \frac{\partial \vec{u}}{\partial x} ds \right] \quad (39)$$

Onde Γ é um contorno arbitrário que engloba a ponta da trinca, w_d é a densidade de energia de deformação, \vec{T} é o vetor de tensões de tração na direção normal ao contorno, \vec{u} é o vetor de deslocamento, e ds é o elemento infinitesimal de comprimento na direção do contorno em cada ponto do mesmo.

Figura 10 - Trinca no plano e contorno Γ , englobando a ponta da trinca.



Fonte: Anderson (2005).

Rice mostrou também que o valor de \mathcal{J} é independente do caminho de integração em torno da trinca e, portanto, se trata de uma integral independente de trajetória (*path independent integral*). Essa característica implica em \mathcal{J} ser nula para qualquer contorno Γ fechado.

2.3 O Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos é um método numérico utilizado para resolver problemas de física e engenharia, que são geralmente formulados em termos de equações diferenciais parciais. O método consiste em discretizar o domínio contínuo da solução do problema, *i.e.*, subdividi-lo em um número finito de partes menores, chamados elementos finitos, e resolver as equações em todos esses elementos, para obter uma solução aproximada do problema global, ou contínuo. O processo de discretização do problema transforma a equação diferencial parcial original em um sistema de equações algébricas que, operacionalmente, são mais simples de se resolver.

Algumas áreas de aplicação do método são: análise estrutural, mecânica dos fluidos, transmissão de calor e eletromagnetismo. Na análise estrutural, onde os temas deste trabalho se enquadram, o objetivo do MEF é a obtenção de deslocamentos, tensões e deformações que ocorrem nos sólidos em resposta às solicitações. O domínio nesse caso é a geometria da estrutura e a discretização é realizada no espaço, gerando a malha.

Até onde se tem conhecimento, o método data do ano de 1943, quando o matemático Courant publicou um artigo sobre a análise de torção utilizando um método que hoje é conhecido como o MEF (HOLLAND, 1974). De forma geral, os matemáticos desenvolveram técnicas de discretização aplicáveis a equações diferenciais como o método das diferenças finitas, técnicas aproximadas para determinar o estacionário de funcionais específicos, entre outras. Já os engenheiros que trabalharam no desenvolvimento do método, abordaram os problemas de forma mais intuitiva, criando analogias entre elementos discretos e partes finitas de um domínio contínuo. O MEF em sua forma atual é o resultado de muitos anos de trabalho de estudiosos de ambas as áreas.

Na Mecânica dos Sólidos, Hrenikoff (1941), McHenry (1943), Southwell (1946) e Newmark (1949) mostraram, na década de 1940, que boas soluções para problemas num meio elástico contínuo podiam ser obtidas substituindo pequenas partes do contínuo por um conjunto finito de barras elásticas simples. Foi da analogia dos engenheiros que o termo ‘elemento finito’ surgiu, sendo Clough o primeiro a usá-lo. Hoje as abordagens “dos matemáticos” e “dos engenheiros” estão completamente conciliadas (ZIENKIEWICZ, 2005).

2.3.1 O Método dos Elementos Finitos na Mecânica da Fratura

De um ponto de vista prático, a MFLE funciona da seguinte forma. Para uma determinada trinca, e um modo de carregamento, um Fator de Intensidade de Tensões teórico é calculado. Para o material em questão, o valor crítico do FIT (K_{IC}) é determinado por experimentos. Se o FIT calculado for menor que o K_{IC} , com uma margem de segurança, o defeito é aceitável, caso contrário, algo deve ser feito para evitar a falha (CHAN *et al.*, 1970).

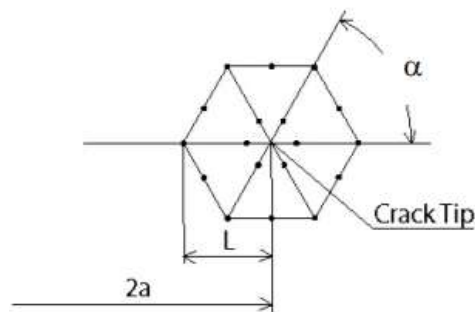
Valores exatos do FIT requerem a solução exata do problema de Elasticidade formulado para a estrutura trincada. Na maioria dos casos, essa solução é muito difícil ou quase impossível de se obter (CHAN *et al.*, 1970). Com isso, fica evidente que se faz necessário o uso de um método numérico para estimar o parâmetro, e o MEF é um dos métodos que podem ser usados com esse objetivo.

2.3.2 Elementos Utilizados para Simulações de Fratura

É importante destacar que, por ser uma região crítica, devem ser utilizados elementos específicos na ponta da trinca, ao realizar uma simulação de fratura linear elástica. Esses elementos devem possibilitar que seja introduzida a singularidade $1/\sqrt{r}$ na ponta da trinca, característica dos campos de tensão da MF. Um deles é o elemento *Quarter Point* (*Quarter Point Element*, QPE), mostrado na Figura 11, que é o mais usado, devido à sua simplicidade e bons resultados (STAMENKOVIC, 2006).

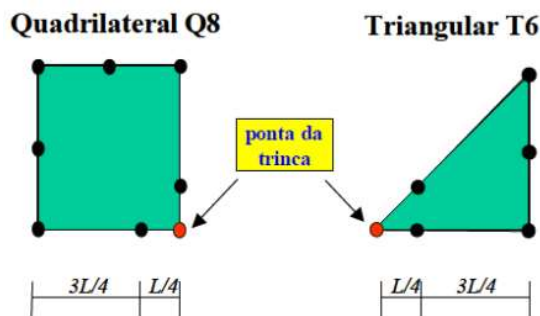
Os QPE são elementos isoparamétricos que tiveram os nós intermediários deslocados para um ponto cuja distância do nó posicionado na ponta da trinca é de $1/4$ do lado do elemento, como mostra a Figura 12. Henshell (1975) mostrou que a singularidade $\frac{1}{\sqrt{r}}$ ocorre nesses elementos e que eles permitem a obtenção da intensidade de tensões na ponta de uma trinca. Eles podem ser quadrilaterais ou triangulares.

Figura 11 - Elementos Quarter Point triangulares na ponta de uma trinca.



Fonte: Stamenkovic (2006).

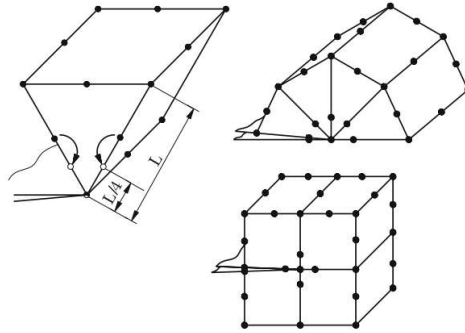
Figura 12- Detalhe dos Elementos *Quarter Point* quadrilaterais e triangulares.



Fonte: Silva (2017).

Além dos elementos planos mostrados, temos os elementos *Quarter Point* Tridimensionais, que são obtidos naturalmente estendendo-se o conceito do QPE 2D para problemas de trincas 3D. Isso é feito expandindo os elementos 2D ao longo da frente da trinca (KUNA, 2013). A Figura 13 mostra diferentes QPE tridimensionais.

Figura 13 - Elementos Quarter Point tridimensionais.



Fonte: Kuna (2013).

2.3.3 Cálculo do Fator de Intensidade de Tensões através do MEF

Utilizando os elementos adequados para o emprego do MEF voltado para o fenômeno da fratura, o FIT pode ser calculado por diferentes técnicas como, por exemplo, o Método dos Deslocamentos e também através do cálculo da Integral J.

2.3.3.1 Método dos Deslocamentos

O Método dos Deslocamentos pode ser utilizado para estimar o FIT em uma análise linear elástica através dos deslocamentos nodais nas regiões próximas à ponta da trinca. Os deslocamentos verdadeiros na ponta de uma trinca presente em um material elástico, desprezando termos de ordem superior, são dados por (ANSYS Inc., 1999)

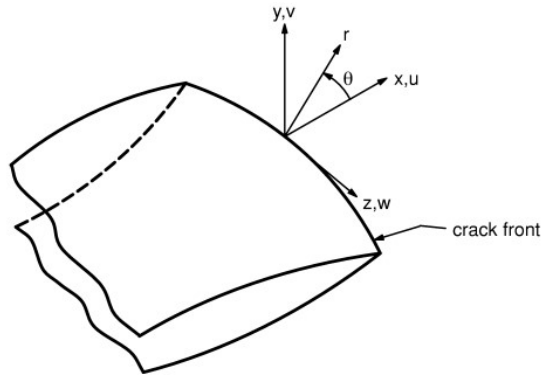
$$u = \frac{K_I}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left((2\kappa - 1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left((2\kappa + 3) \sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (40a)$$

$$v = \frac{K_I}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left((2\kappa - 1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{4G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left((2\kappa + 3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (40b)$$

$$w = 2 \frac{K_{III}}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (40c)$$

Onde u , v e w são os deslocamentos reais nas direções x , y e z , respectivamente, G é o módulo de cisalhamento do material e $\kappa = 3 - 4\nu$ para EPD e $\kappa = \frac{3-\nu}{1+\nu}$ para EPT. A Figura 14 mostra os sistemas de coordenadas cartesiano e cilíndrico considerados.

Figura 14 - Coordenadas locais na ponta de uma trinca tridimensional.



Fonte: ANSYS Inc. (2004).

A partir das Eqs. (40), podemos estimar K_I , K_{II} e K_{III} como:

$$\begin{bmatrix} K_I \\ K_{II} \\ K_{III} \end{bmatrix} = \frac{E}{1+\nu} \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\kappa+1} v'(r, \pi) \\ \frac{1}{\kappa+1} u'(r, \pi) \\ \frac{1}{4} w'(r, \pi) \end{bmatrix} \quad (41)$$

Onde u' , v' e w' são os deslocamentos aproximados dos nós da malha na região da ponta da trinca, calculados com a aplicação do MEF.

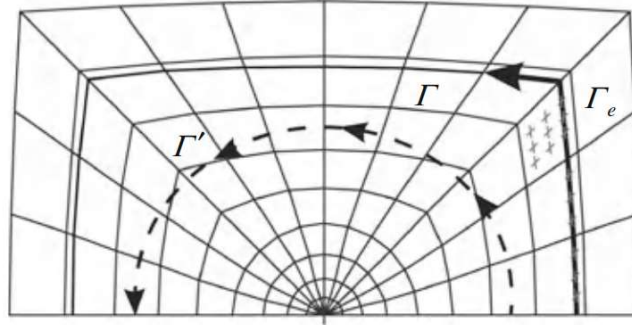
2.3.3.2 Cálculo da Integral J pelo MEF

No caso de uma geometria discretizada, o contorno Γ é particionado em pequenos trechos Γ_e (Figura 15). O método mais comum consiste em posicionar Γ de forma que ele passe por nós da malha do sólido. Isso proporciona uma vantagem visto que os deslocamentos e as tensões aproximados geralmente são conhecidos nesses pontos, como resultado da aplicação do MEF, nos dando maior precisão no resultado final. A Integral J será, portanto:

$$\mathcal{J} = \sum_{e=1}^{N_e} \mathcal{J}^{(e)} \quad (42)$$

Onde o sobrescrito (*e*) indica o cálculo da integral no trecho Γ_e e N_e é o número de subdivisões do contorno Γ .

Figura 15 - Região da frente de uma trinca no plano e contorno particionado na malha gerada.



Fonte: Kuna (2013).

Com o valor de \mathcal{J} , utilizamos as Eqs. (24) e (37) para obter o FIT do Modo I de carregamento:

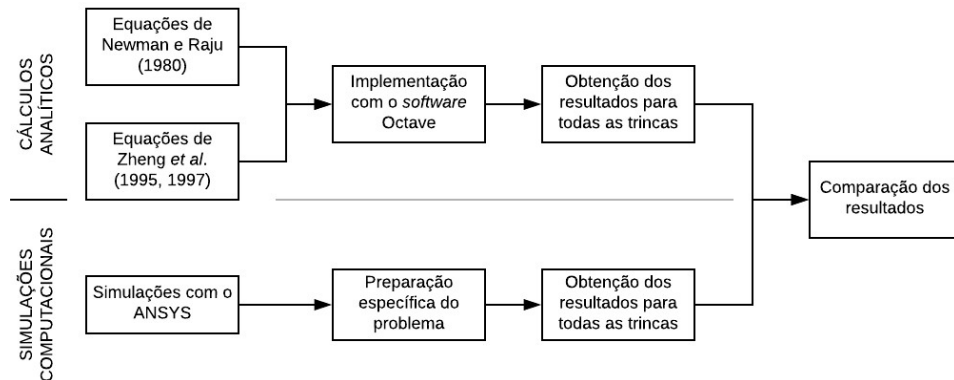
$$K_I = \sqrt{\mathcal{J}E/\beta} \quad (43)$$

Para trincas em sólidos tridimensionais, o cálculo de \mathcal{J} deve ser adequadamente generalizado para o caso 3D. Kikuchi *et al.* (1979) apresentam uma forma de realizar essa generalização focando em trincas superficiais semielípticas em vasos de pressão.

3 METODOLOGIA

O fluxograma da Figura 16 apresenta uma visão geral da metodologia que será empregada.

Figura 16 - Metodologia empregada para o trabalho.



Fonte: Criado pelo autor.

O procedimento utilizado, via cálculos analíticos ou simulação computacional, para calcular o Fator de Intensidade de Tensões de trincas internas semielípticas presentes em vasos de pressão de parede espessa, requer que sejam definidas previamente:

- Características geométricas do vaso de pressão.
- Cargas que serão consideradas nos cálculos analíticos e nas simulações.
- Características geométricas e localização da trinca na parede do vaso.

Serão simulados dois vasos de pressão de mesmo comprimento e diâmetro interno, com espessura de parede diferente. Nas simulações serão representados por cascas cilíndricas com raios internos e espessuras correspondentes, submetidas às mesmas cargas, com as extremidades fixas. O comprimento longitudinal dos vasos não é relevante para o cálculo dos FITs.

Como carga atuante, será considerada somente a pressão interna, que é uma simplificação da situação real, na qual temos diversas cargas atuando sobre o vaso, mas é adequada para os objetivos do presente estudo. A consideração das outras cargas destacadas por Bednar (1986), como cargas eólicas e cargas térmicas, por exemplo, devem ser consideradas num estudo maior dos defeitos de um vaso de pressão.

A Tabela 1 apresenta as informações dos vasos.

Tabela 1 - Características relevantes dos vasos de pressão e cargas atuantes.

Vaso	Raio Interno (mm)	Espessura (mm)	R/t	Carga Atuante
1	1000	250	4	Pressão Interna de 5 MPa
2	1000	100	10	Pressão Interna de 5 MPa

Fonte: Criado pelo autor.

Todas as trincas serão posicionadas à meia distância longitudinal do vaso. Serão simuladas 16 trincas no Vaso 1, e 9 trincas no Vaso 2. As características geométricas das trincas do Vaso 1 e do Vaso 2 são mostradas nas Tabelas 2 e 3, respectivamente.

Tabela 2 - Informações das trincas do Vaso 1.

Trinca	a/c	a/t	a (mm)	c (mm)	Trinca	a/c	a/t	a (mm)	c(mm)
1	0,2	0,2	50	250	9	0,6	0,2	50	83.333
2	0,2	0,4	100	500	10	0,6	0,4	100	166.667
3	0,2	0,6	150	750	11	0,6	0,6	150	250
4	0,2	0,8	200	1000	12	0,6	0,8	200	333.333
5	0,4	0,2	50	125	13	0,8	0,2	50	62.5
6	0,4	0,4	100	250	14	0,8	0,4	100	125
7	0,4	0,6	150	375	15	0,8	0,6	150	187.5
8	0,4	0,8	200	500	16	0,8	0,8	200	250

Fonte: Criado pelo autor.

Tabela 3 - Informações das trincas do Vaso 2.

Trinca	a/c	a/t	a (mm)	c (mm)
17	0,2	0,2	20	100
18	0,2	0,5	50	250
19	0,2	0,8	80	400
20	0,4	0,2	20	50
21	0,4	0,5	50	125
22	0,4	0,8	80	200
23	1,0	0,2	20	20
24	1,0	0,5	50	50
25	1,0	0,8	80	50

Fonte: Criado pelo autor.

No caso do Vaso 1, as razões a/c e a/t foram escolhidas entre 0 e 1 de forma a obter um conjunto uniformemente distribuído de pontos para criação de curvas comparativas de resultados, como é feito nos trabalhos de Zheng *et al.* (1995, 1997).

Já no caso do Vaso 2, há um outro motivo para os valores escolhidos das razões. Não podemos usar as mesmas equações para os termos Y_0 , Y_1 , F_0 e F_1 dos $M_{i(A,B)}$ (fornecidas no Anexo A) da solução de Zheng *et al.*, pois elas são ajustes dos dados da tabela de Mettu *et al.* (1992) para a razão $R/t = 4$ somente. Podemos, no entanto, utilizar as Equações (34) e (35), com os $Y_{0,1}$ e $F_{0,1}$ tomados diretamente dessa tabela (encontrada no Anexo B) para as razões a/c e a/t nela contidas.

Não foram consideradas trincas com $a/t = 0$ e $a/t = 1$, que representam as situações limite: uma trinca com profundidade desprezível com relação à espessura, e uma trinca que se tornou uma passante, respectivamente. Da forma que as simulações são estruturadas nesse trabalho, no primeiro caso, o *software* assumiria que não há uma trinca, e no segundo, teríamos problemas relacionados à malha.

Algumas trincas possuem o valor de semieixo maior, c , bastante elevado. No caso das Trincas 3 e 4, destacadas, temos comprimentos longitudinais $2c$ de 1,5m e 2m, respectivamente. Notamos que a maior das trincas reais estudadas por Challenger *et al.* (1995) (Quadro 2) possuía 800mm de comprimento longitudinal total, numa análise pós-falha. Por esse motivo, os FITs das Trincas 3 e 4 serão calculados somente com o intuito de construir a amostra uniforme de resultados.

3.1 Cálculos Analíticos

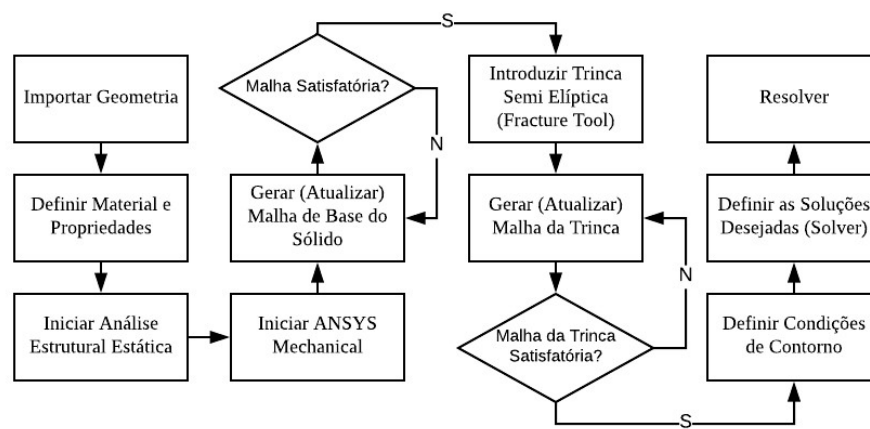
Para os cálculos analíticos, optou-se por trabalhar com o Octave, um *software* gratuito desenvolvido principalmente para computação matemática. A linguagem Octave une as vantagens de comandos que flexibilizam operações envolvendo vetores e matrizes de dados, e das ferramentas para criação de gráficos que atendem às necessidades do presente trabalho.

As rotinas criadas com o Octave (não contidas neste documento) possibilitaram o cálculo dos FITs de um grande número de trincas em um tempo hábil, permitindo, também, a reunião e armazenamento dos dados de todas as fontes de resultados.

3.2 Simulações Computacionais

Para as simulações computacionais foi escolhido o *software* comercial ANSYS versão estudantil, dado que o mesmo possui o Módulo de Fratura, que não é o caso de todos os *softwares* de análise estrutural. A metodologia empregada para a obtenção de resultados do problema específico está descrita no fluxograma da Figura 17.

Figura 17 – Metodologia para realização das simulações computacionais.



Fonte: Criado pelo autor.

3.2.1 Propriedades do Material

Não foram considerados aspectos relacionados ao material utilizado, visto que as equações para K_I utilizadas – Eqs. (27), (34) e (35) – levam em conta somente as geometrias do casco e da trinca. Os trabalhos originais nem mesmo fazem referência ao material utilizado.

O material empregado foi o Aço Estrutural padrão do ANSYS, cujas propriedades mecânicas estão listadas na Tabela 4, abaixo. O valor da Tenacidade à Fratura não é fornecido.

Tabela 4 - Propriedades mecânicas do aço estrutural do ANSYS.

PROPRIEDADE (SÍMBOLO)	VALOR	UN.
Módulo de Young (E)	200	GPa
Módulo de Cisalhamento (G)	76,9	GPa
Módulo Volumétrico (K)	166,67	GPa
Limite de Escoamento a Tração (σ_{YS})	250	MPa
Limite de Escoamento a Compressão (σ_{YS}^c)	250	MPa
Limite de Resistência à Tração (σ_U)	460	MPa
Coefficiente de Poisson (ν)	0,3	-

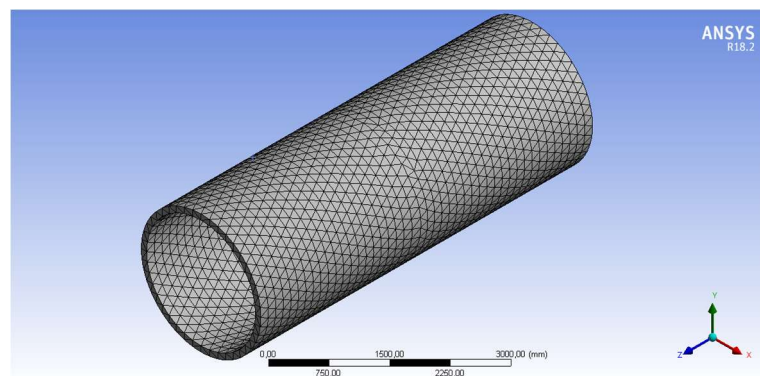
Fonte: Criado pelo autor.

3.2.2 Malha

Primeiramente, a malha do sólido deve ser gerada. Ela é tratada de forma independente da malha da trinca. A malha do sólido foi gerada utilizando elementos tetraédricos e o tamanho desses elementos foi escolhido de forma que a mudança de tamanho dos elementos do sólido para os elementos da trinca se desse de forma suave. Existem ferramentas que permitem a adequação da malha no que diz respeito à questão de transição do tamanho dos elementos. Com a definição do tipo e do tamanho dos elementos, a malha inicial é gerada.

A Figura 18 mostra a malha tetraédrica gerada para um dos casos estudados.

Figura 18 - Malha com elementos tetraédricos da casca cilíndrica.

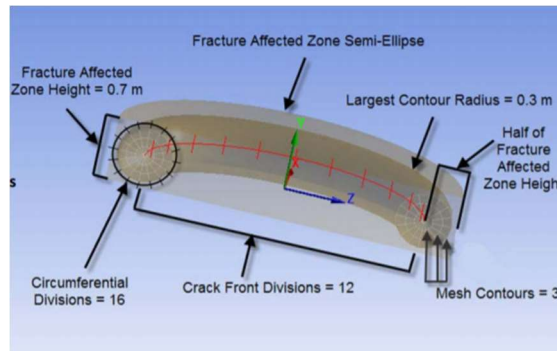


Fonte: Criado pelo autor utilizando o *software* ANSYS.

Na sequência, é gerada a malha da trinca, utilizando a ferramenta *Semi-Elliptical Crack* do ANSYS, que requer somente que sejam inseridos os parâmetros geométricos da trinca (semieixos maior e menor) e alguns parâmetros de malha. Os parâmetros de malha são definidos

na Figura 19. O *software* emprega elementos voltados para análise de fratura nas regiões necessárias de forma automática.

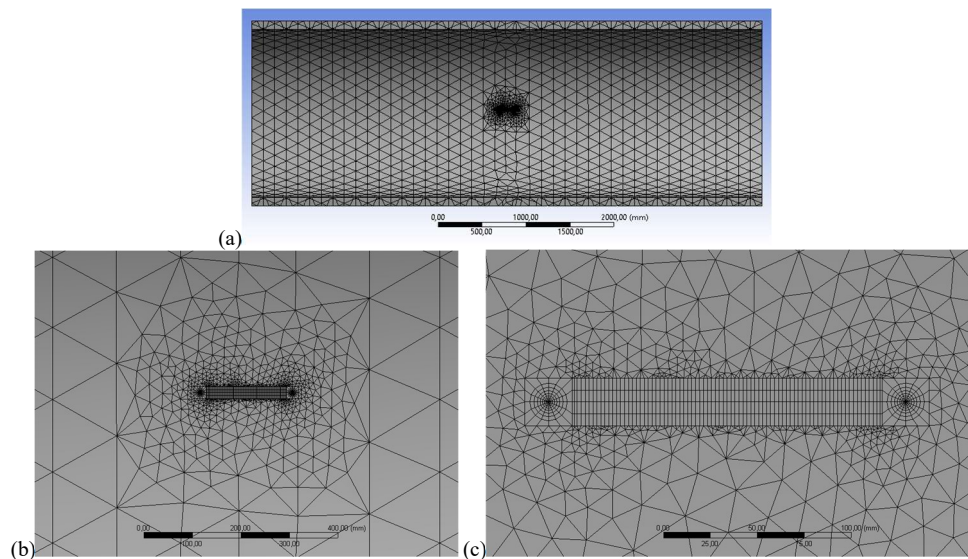
Figura 19 - Parâmetros da malha da trinca.



Fonte: Fracture Mechanics Using Workbench v14.5 (2018).

Ao final do processo de geração, obtém-se uma malha como a mostrada na Figura 20.

Figura 20 - Malha da trinca. (a) corte da casca cilíndrica. (b) vista aproximada na região de transição de malha. (c) vista aproximada na malha da trinca.

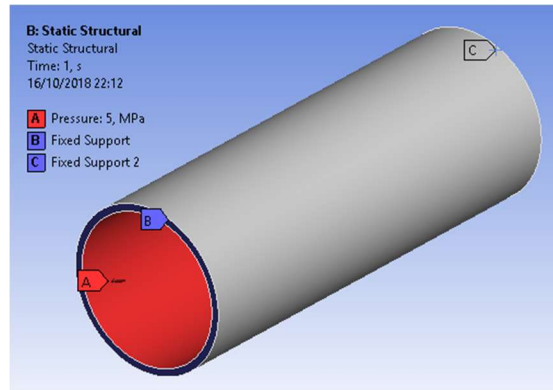


Fonte: Criado pelo autor utilizando o *software* ANSYS.

3.2.3 Condições de Contorno

As condições de contorno do problema são: extremidades fixas e pressão interna. A Figura 21 mostra o sólido com as condições impostas e uma legenda indicando as superfícies de aplicação.

Figura 21 - Condições de contorno e respectivas superfícies de aplicação: suportes fixos nas extremidades e pressão interna de 5MPa na superfície interna, como exemplo.



Fonte: Criado pelo autor utilizando o *software* ANSYS.

3.2.4 Solução

Por fim, determina-se as respostas que o programa deve obter. O ANSYS nos permite calcular o FIT dos três modos de carregamento, a Integral J, e outros parâmetros como o T Stress e a Integral C, que são utilizados em aplicações mais específicas. Solicitamos somente o cálculo dos Fatores de Intensidade de Tensão do Modo I de carregamento (SIFS [K1]).

Ao findar do tempo necessário para a solução, podemos visualizar o corpo deformado e verificar as tensões, deformações e deslocamentos em todo sólido, e os FITs ao longo da frente da trinca semi-elíptica.

Em alguns casos, dependendo da configuração geométrica da parede do vaso e da trinca, fez-se necessário realizar um refino adicional da malha em torno da região da trinca, com o objetivo de possibilitar a geração da malha, ou eliminar irregularidades excessivas nos resultados.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Primeiramente serão apresentados resultados de forma a validar a implementação das equações. Na sequência, serão apresentados os resultados específicos, analíticos e computacionais das trincas dos Vasos 1 e 2. Por fim, será possível verificar como os resultados computacionais obtidos com a metodologia empregada se relacionam com os resultados analíticos, para os casos específicos.

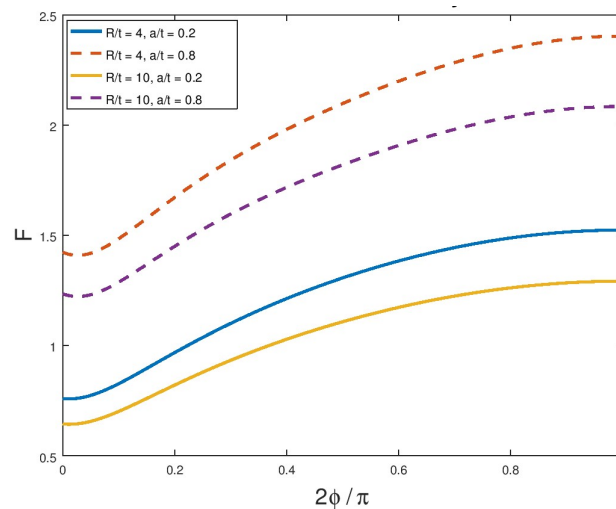
4.1 Validação dos Cálculos Analíticos

Aqui serão apresentados resultados da abordagem analítica, comparando-os com os resultados publicados pelos autores, mostrados nos Anexos C e D, com o objetivo de validar a implementação das equações.

4.1.1 Equação de Newman e Raju (1980)

A Figura 22 mostra o fator de correção F de trincas com $a/c = 0,2$. Lembramos que a expressão para o cálculo de F , a Eq. (27), representa um ajuste dos resultados obtidos pelos autores, mostrados no Anexo C para comparação.

Figura 22 - Fator de correção F de trincas semi-elípticas com $a/c = 0,2$ calculados pelas Equações de Newman e Raju.

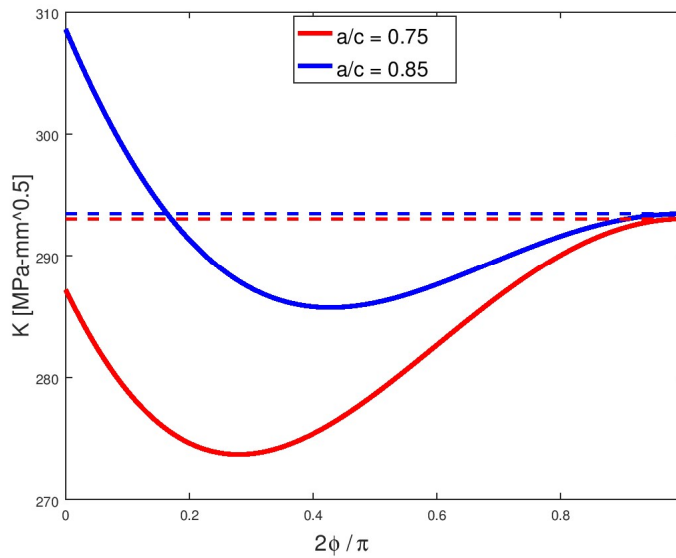


Fonte: Criado pelo autor.

Essas curvas são sempre simétricas e, por isso, podem ser mostradas no intervalo $0 < \phi < \pi$, também.

Um fenômeno que deve ser destacado é o da transição do ponto da frente da trinca com valor máximo de K_I . Ele pode ser o ponto central (A, $\phi = \pi/2$) ou o ponto superficial (B, $\phi = 0, \pi$), dependendo da razão a/c da trinca. A Figura 23 ilustra esse efeito em detalhe: para $a/c = 0,75$, o ponto crítico está em $2\phi/\pi = 1$; e para $a/c = 0,85$, o ponto crítico passou a se encontrar em $2\phi/\pi = 0$.

Figura 23 - Efeito de transição do valor máximo de K_I com a variação da razão a/c .



Fonte: Criado pelo autor.

Destaca-se que essa transição não ocorre de forma ‘contínua’, isto é, o ponto de máximo não se desloca continuamente ao longo da frente da trinca do ponto A ao ponto B. O que ocorre, na verdade, é que a curva se modifica continuamente até o momento em que, subitamente, K_{IB} se torna maior que K_{IA} .

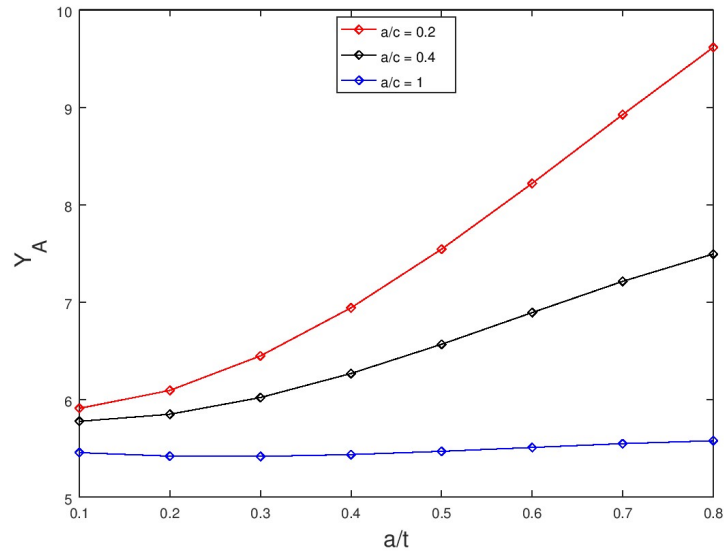
Podemos apresentar dados de múltiplas trincas em dois gráficos, um para o ponto A e outro para o ponto B, tomando somente os FITs adimensionais nesses pontos:

$$\frac{K_{IA}}{p\sqrt{\pi a/Q}} = Y_A = \frac{R}{t} F\left(\phi = \frac{\pi}{2}\right) \quad (44)$$

$$\frac{K_{IB}}{p\sqrt{\pi a/Q}} = Y_B = \frac{R}{t} F(\phi = 0) \quad (45)$$

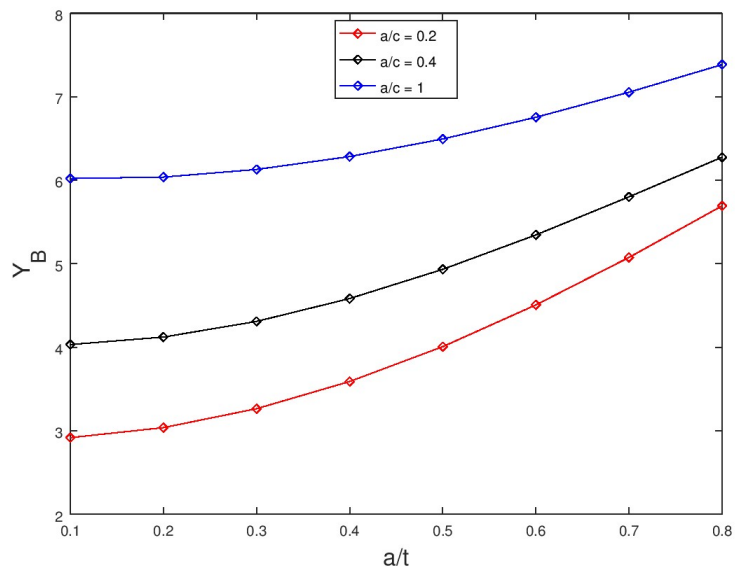
Essa definição do FIT adimensional é para concordar com a definição utilizada com o outro conjunto de equações empregado no trabalho. Os gráficos das Figuras 24 e 25 mostram a variação do FIT adimensional nos pontos A e B, em função da profundidade relativa a/t , para trincas com $a/c = 0,2; 0,4$ e 1 , obtidos com a equação de Newman e Raju.

Figura 24 - FITs adimensionais do ponto A calculados com a equação de Newman e Raju para $R/t = 4$.



Fonte: Criado pelo autor.

Figura 25 - FITs adimensionais do ponto B calculados com a equação de Newman e Raju para $R/t = 4$.



Fonte: Criado pelo autor.

Vale notar que cada ponto dessas curvas representa um valor (Y_A ou Y_B) associado a uma trinca distinta (diferentes a/c e a/t), em contraste às curvas em função da coordenada angular, nas quais todos os valores de uma curva são referentes a uma única trinca.

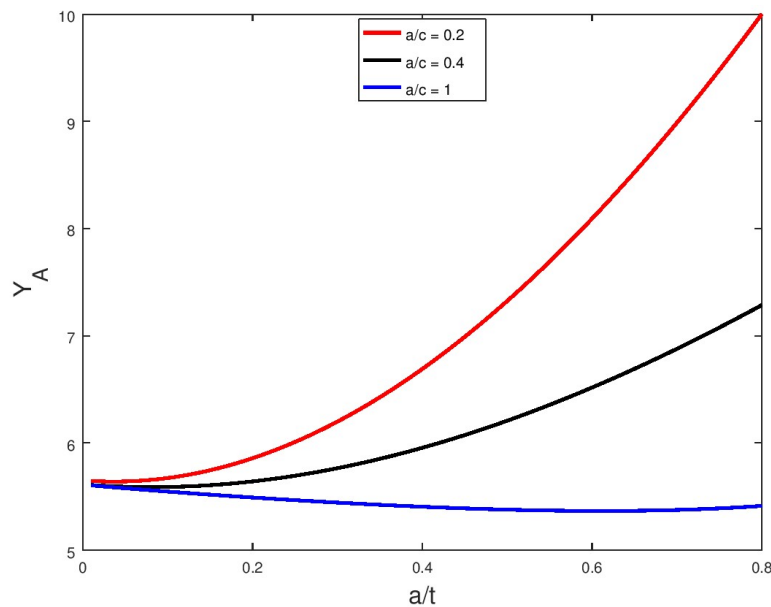
Quando desejarmos sintetizar informações de várias trincas, usaremos esse tipo de disposição visual de resultados.

Com esse tipo de gráfico, o efeito de transição não é imediatamente verificável. Podemos visualizar o efeito da seguinte forma: tomando um valor de a/t , digamos, $a/t = 0,5$: para $a/c = 0,2$ temos $Y_A > Y_B$; para $a/c = 0,4$ temos $Y_A > Y_B$; agora, para $a/c = 1$ temos $Y_A < Y_B$. A transição ocorre, portanto, entre $a/c = 0,4$ e $a/c = 1$. É claro que necessitaríamos de mais dados para ter uma melhor estimativa da razão na qual o efeito ocorre.

4.1.2 Equações de Zheng *et al.* (1995, 1997)

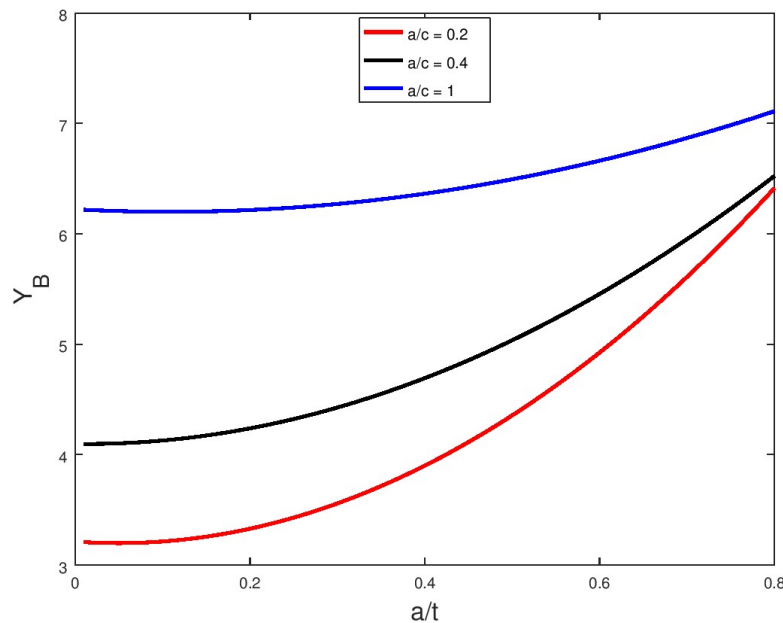
Utilizando as Equações (34) e (35) de Zheng *et al.*, com os termos dados no Anexo A, podemos plotar Y_A e Y_B , obtendo curvas como as mostradas nas Figuras 26 e 27, respectivamente. Essas equações nos dão uma curva contínua.

Figura 26 - FITs adimensionais do ponto A calculados com as equações de Zheng *et al.* para $R/t = 4$.



Fonte: Criado pelo autor.

Figura 27 - FITs adimensionais do ponto B calculados com as equações de Zheng *et al.* para $R/t = 4$.



Fonte: Criado pelo autor.

Nota-se, imediatamente, a semelhança com as Figuras 24 e 25, o que indica que as duas equações estão em correspondência. O efeito da transição é verificado da mesma forma nas Figuras 26 e 27: comparando os valores para um a/t fixo com a/c aumentando.

Os gráficos de Zheng *et al.* (1995) para mesma configuração de vaso e para os mesmos a/c são mostrados no Anexo D.

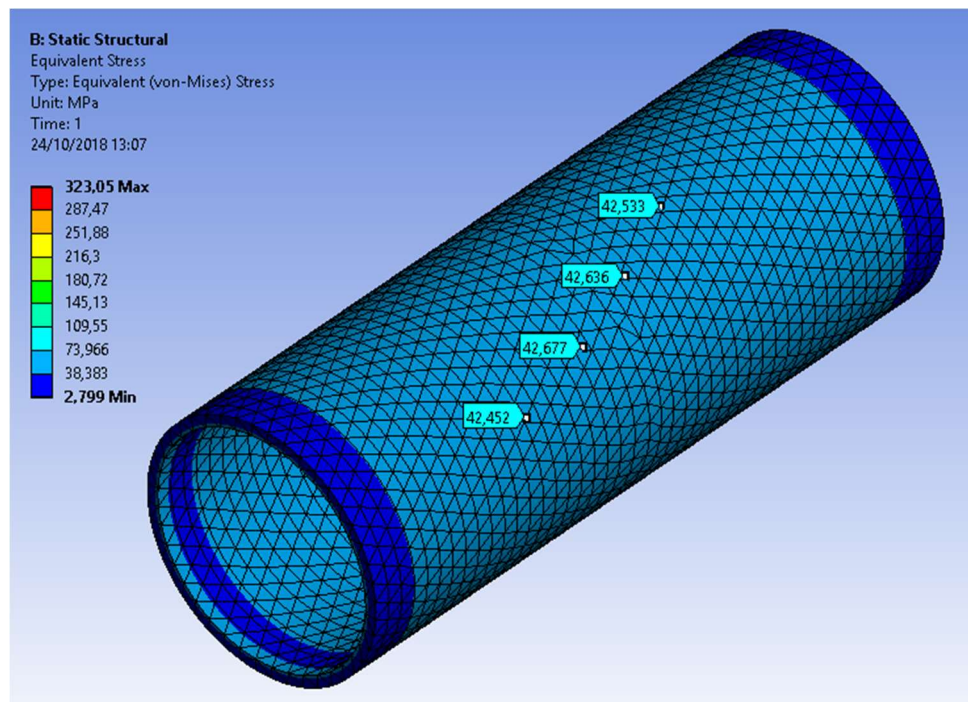
4.2 Resultados Computacionais e Comparação com Resultados Analíticos

As simulações para todos os casos específicos foram realizadas representando o vaso por uma casca cilíndrica de parede espessa, com as mesmas características geométricas do vaso. Em todos os casos, foram utilizados cerca de 75.000 elementos e 200.000 nós. As condições de contorno empregadas em todos os casos foram: pressão aplicada na parede interna do vaso, e extremidades fixas.

A ferramenta *Semi-Elliptical Crack*, utilizada para a introdução das trincas, é uma opção *default*, que não proporciona muita liberdade no que diz respeito ao tipo e número de elementos da malha e, inclusive, realiza mudanças em certos parâmetros quando é necessário para se chegar a uma solução.

A Figura 28 mostra o vaso de pressão sob ação da pressão interna de após o tempo de solução do ANSYS de um caso de exemplo, e distribuição de tensões (tensão equivalente de Von Mises).

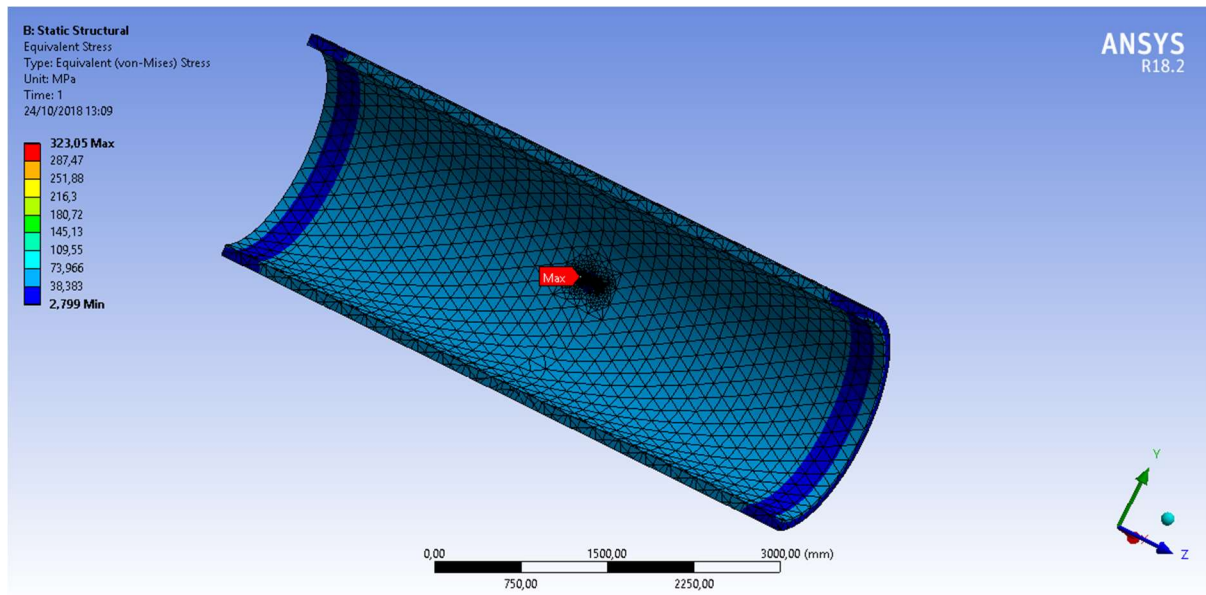
Figura 28 - Vaso após solução e distribuição de tensões. $R/t = 10$. Marcadores indicam valores locais de tensão.



Fonte: Criado pelo autor utilizando o *software* ANSYS.

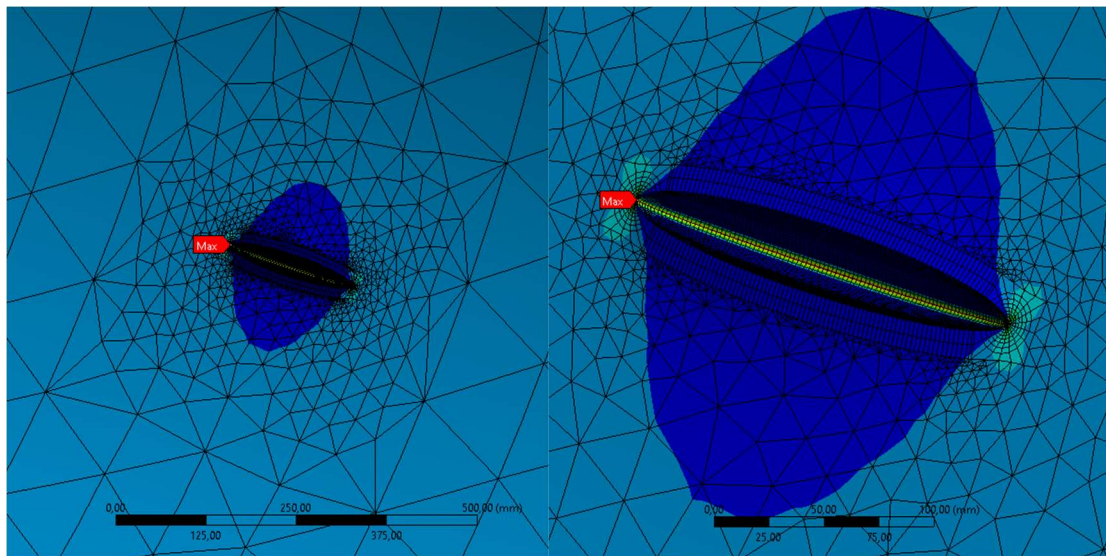
Notamos que ao longo de praticamente toda a extensão da casca, a tensão se encontra em níveis baixos. A região de tensões elevadas é, como esperado, a região da trinca, como pode ser visto na Figura 29. A Figura 30 mostra a trinca aberta sob o carregamento imposto e a Figura 31 mostra os valores do FIT na frente da trinca.

Figura 29 - Parte interna do vaso. Marcador vermelho indica ponto de máxima tensão.



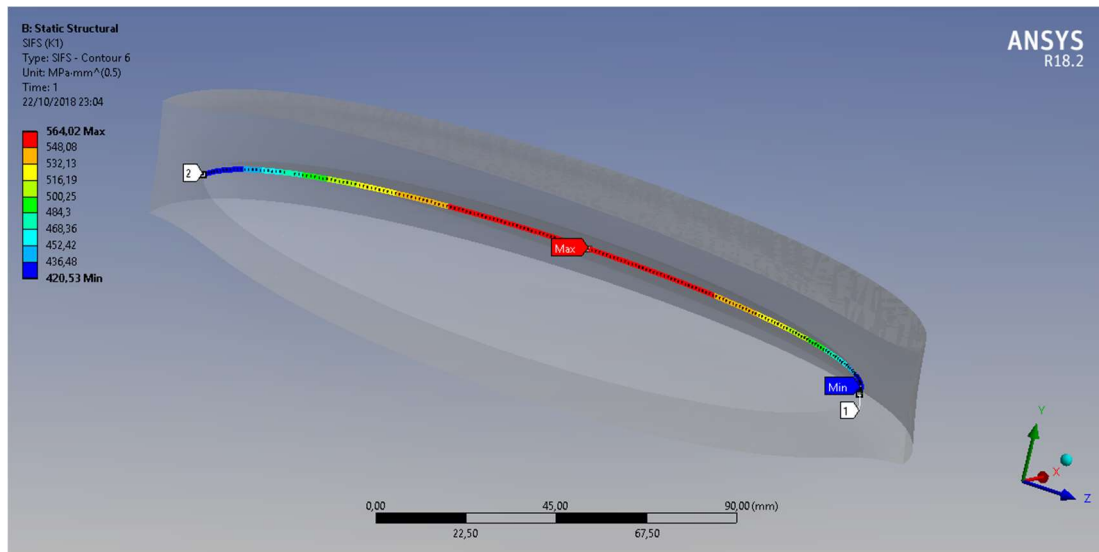
Fonte: Criado pelo autor.

Figura 30 - Trinca no Modo I de carregamento. Marcador vermelho indica ponto de máxima tensão.



Fonte: Criado pelo autor utilizando o *software* ANSYS.

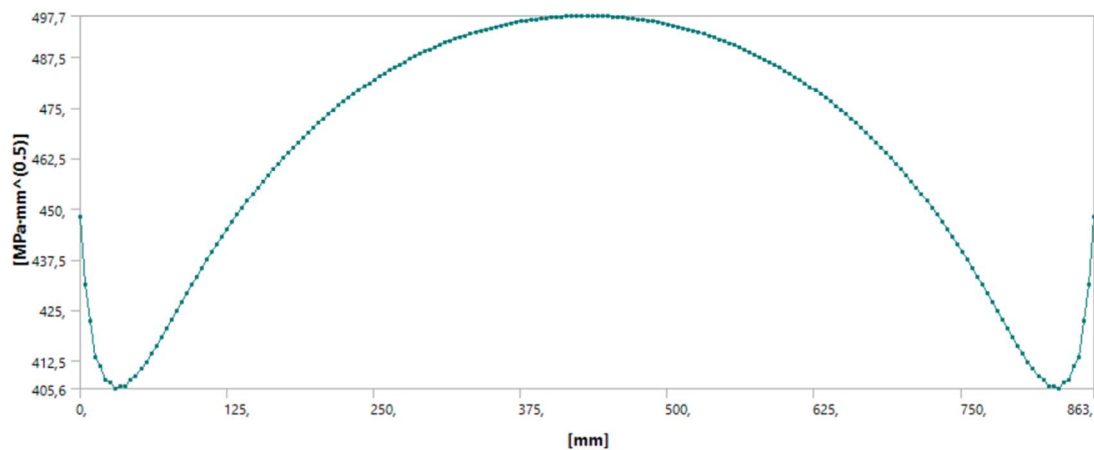
Figura 31 - Fatores de Intensidade de Tensão ao longo da frente da trinca.



Fonte: Criado pelo autor utilizando o *software* ANSYS.

Os FITs podem ser visualizados em um gráfico criado automaticamente, que apresenta os valores em função do comprimento ao longo da frente da trinca (iniciando no ponto 1 da trinca e indo até o ponto 2, na Figura 31), e não em função da coordenada angular da semi-ellipse. A Figura 32 mostra o gráfico gerado pelo *software* para o caso $R/t = 4$, $a/c = 0,4$ e $a/t = 0,6$.

Figura 32 - FITs calculados pelo ANSYS. $R/t = 4$, $a/c = 0,4$, $a/t = 0,6$.



Fonte: Gerado pelo *software* ANSYS.

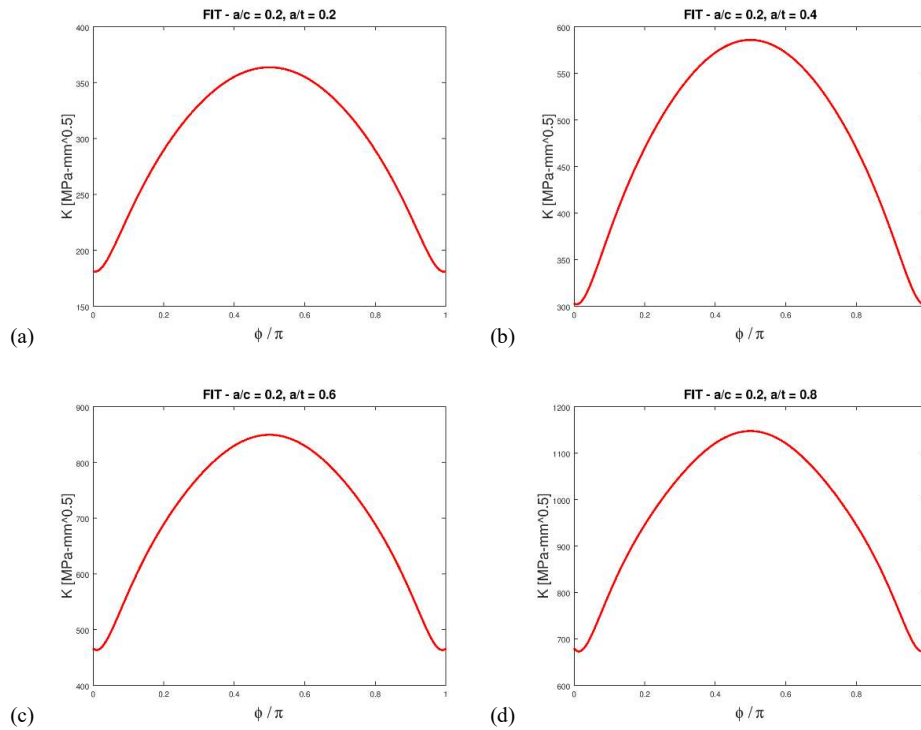
A seguir mostramos os resultados das abordagens analítica e computacional, obtidos para as Trincas 1-25.

4.2.1 Vaso 1 – $R/t = 4$

4.2.1.1 Equação de Newman e Raju

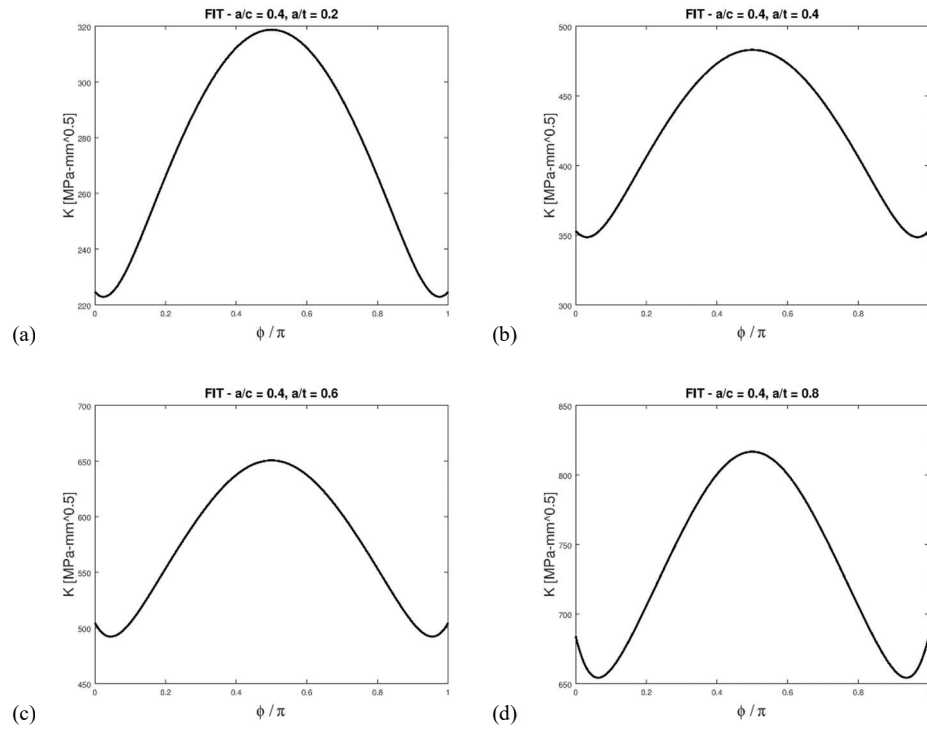
Com a Eq. (27), obtemos os FITs em função da coordenada angular para as Trincas 1-16, mostrados nas Figuras 33, 34, 35 e 36.

Figura 33 - FITs calculados com a Equação de Newman e Raju para $a/c = 0,2$. (a) Trinca 1 (b) Trinca 2 (c) Trinca 3 (d) Trinca 4.



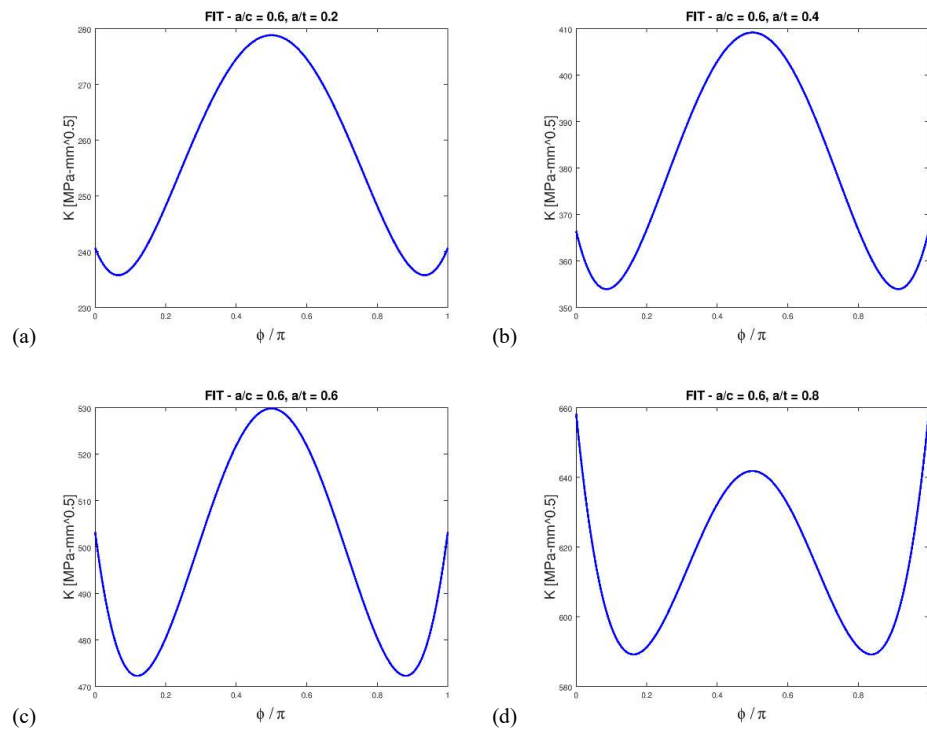
Fonte: Criado pelo autor.

Figura 34 - FITs calculados com a Equação de Newman e Raju para $a/c = 0,4$. (a) Trinca 5 (b) Trinca 6 (c) Trinca 7 (d) Trinca 8.



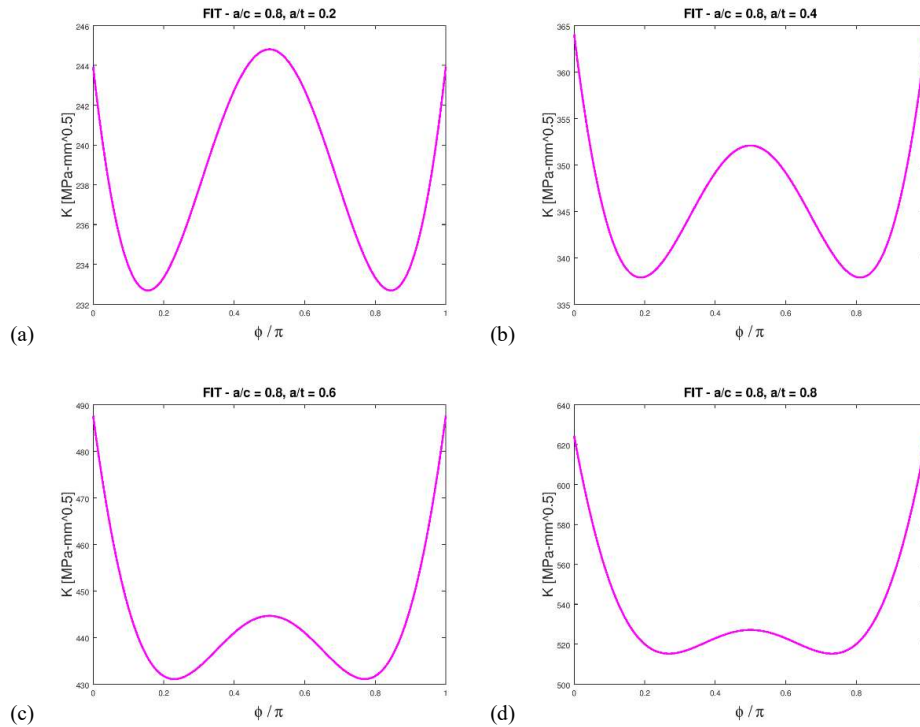
Fonte: Criado pelo autor.

Figura 35 - FITs calculados com a Equação de Newman e Raju para $a/c = 0,6$. (a) Trinca 9 (b) Trinca 10 (c) Trinca 11 (d) Trinca 12.



Fonte: Criado pelo autor.

Figura 36 - FITs calculados com a Equação de Newman e Raju para $a/c = 0,8$. (a) Trinca 13 (b) Trinca 14 (c) Trinca 15 (d) Trinca 16.

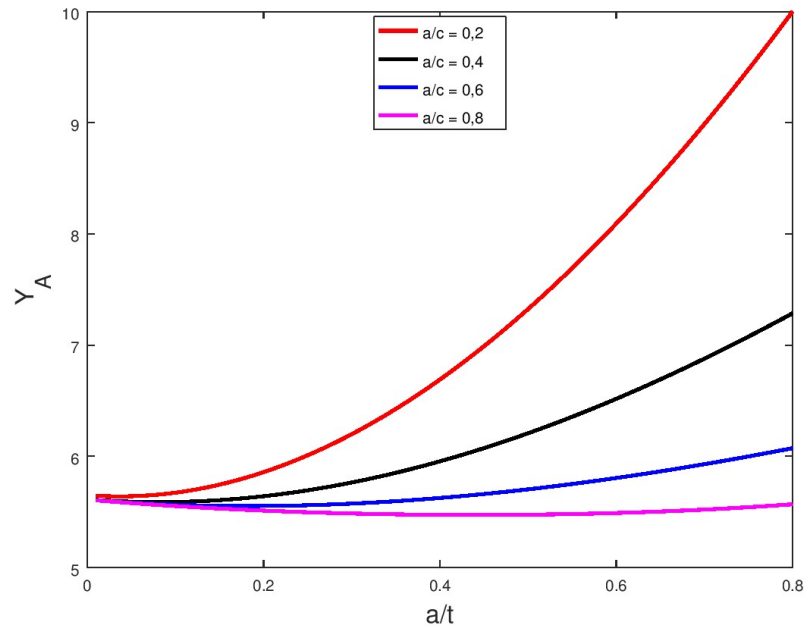


Fonte: Criado pelo autor.

4.2.1.2 Equações de Zheng et al.

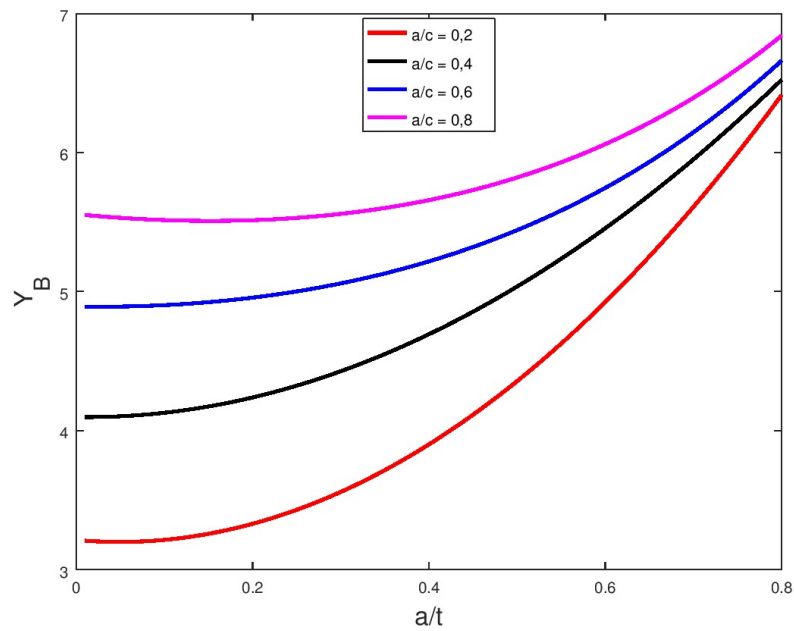
Agora, com as Equações (31) e (32), obtemos os FITs do ponto A e B, respectivamente, de trincas com $a/c = 0,2; 0,4; 0,6$ e $0,8$, no Vaso 1 ($R/t = 4$) para todas as razões a/t entre 0 e 0,8, mostrados nas Figuras 37 e 38. Os pontos específicos das Trincas 1-16 estão contidos nestas curvas contínuas nos a/t correspondentes.

Figura 37 - FITs do ponto A de trincas com razões $a/c = 0,2; 0,4; 0,6$ e $0,8$ no Vaso 1 calculados com as Equações de Zheng *et al.*



Fonte: Criado pelo autor.

Figura 38 - FITs do ponto B de trincas com razões $a/c = 0,2; 0,4; 0,6$ e $0,8$ no Vaso 1 calculados com as Equações de Zheng *et al.*

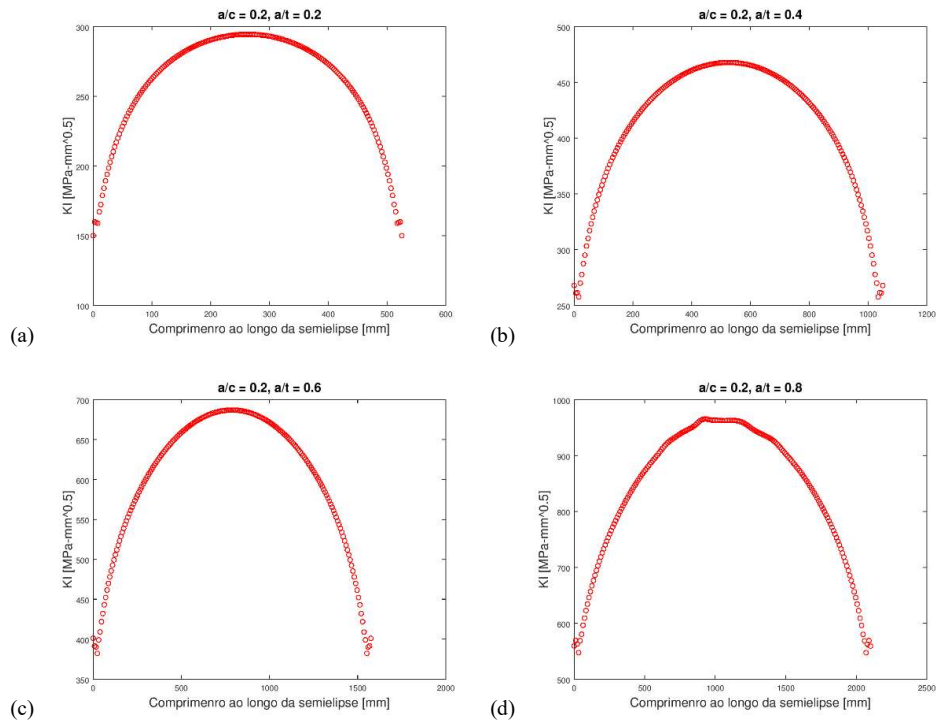


Fonte: Criado pelo autor.

4.2.1.3 Simulações Computacionais

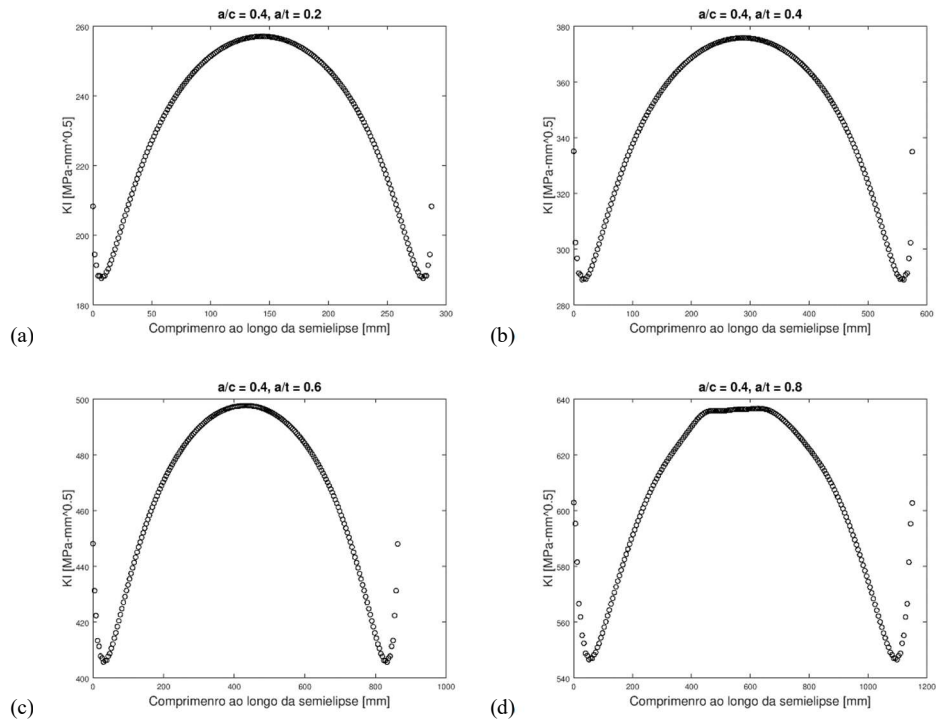
As Figuras 39, 40, 41 e 42 mostram os resultados obtidos com as simulações das Trincas 1-16.

Figura 39 - FITs calculados com o ANSYS para $a/c = 0,2$. (a) Trinca 1 (b) Trinca 2 (c) Trinca 3 (d) Trinca 4.



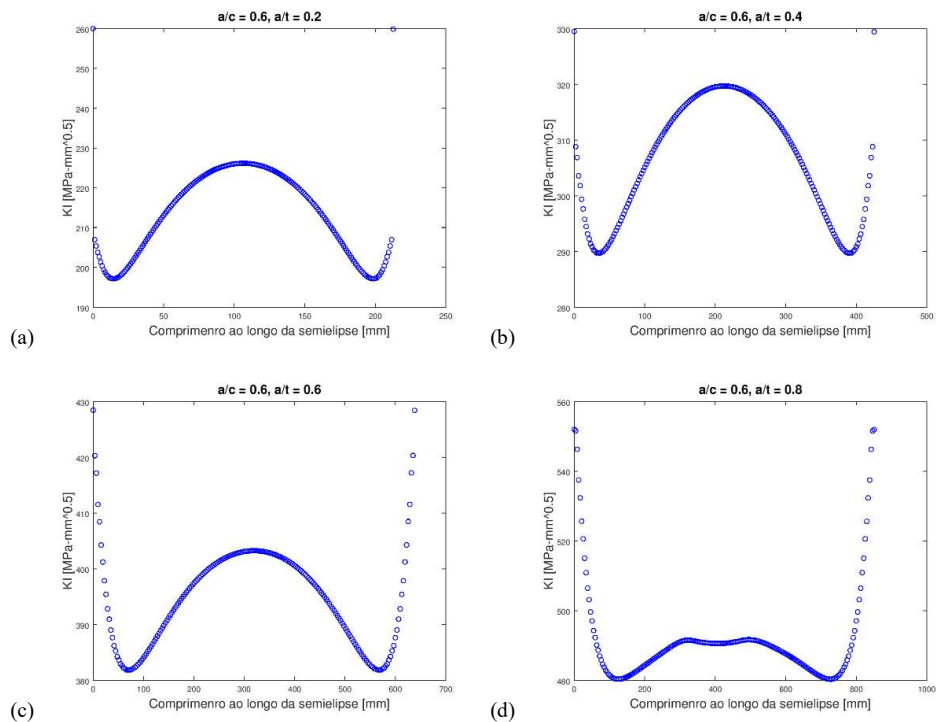
Fonte: Criado pelo autor.

Figura 40 - FITs calculados com o ANSYS para $a/c = 0,4$. (a) Trinca 5 (b) Trinca 6 (c) Trinca 7 (d) Trinca 8.



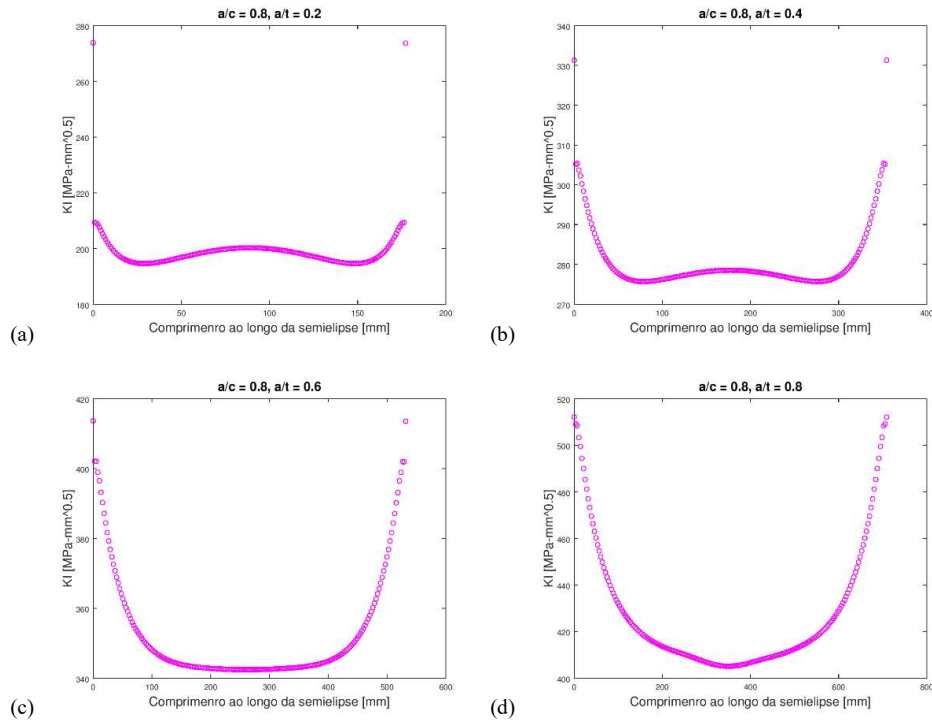
Fonte: Criado pelo autor.

Figura 41 - FITs calculados com o ANSYS para $a/c = 0,6$. (a) Trinca 9 (b) Trinca 10 (c) Trinca 11 (d) Trinca 12.



Fonte: Criado pelo autor.

Figura 42 - FITs calculados com o ANSYS para $a/c = 0,8$. (a) Trinca 13 (b) Trinca 14 (c) Trinca 15 (d) Trinca 16.



Fonte: Criado pelo autor.

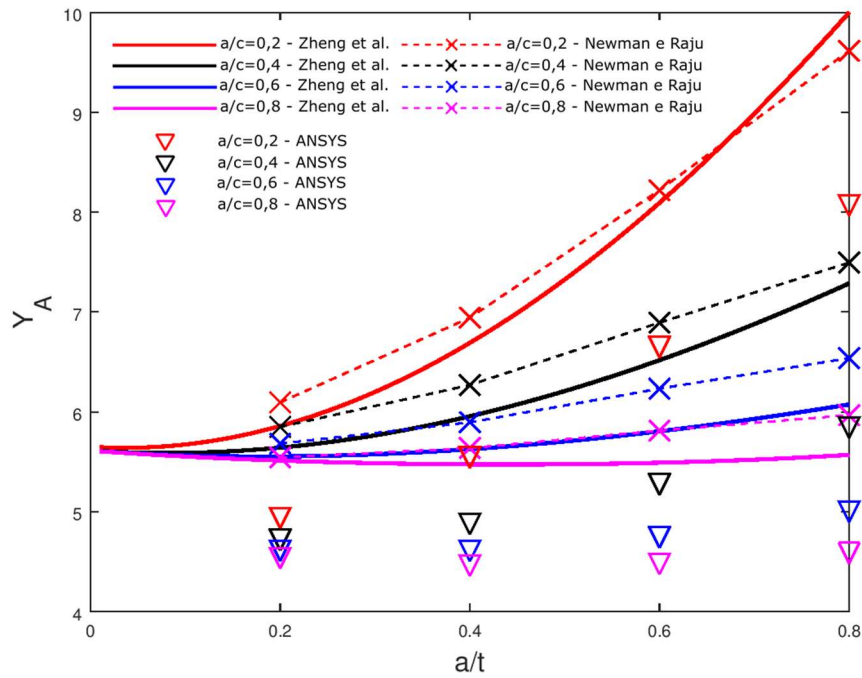
Nota-se que em alguns casos temos assimetrias e irregularidades, razão pela qual foram apresentados os gráficos para todo o comprimento da semi-ellipse.

No caso das Trincas 6, 9, 10, 13, 14 e 15, os valores extremos diferem em muito dos valores vizinhos. Não foi possível explicar a razão de isso acontecer. Assumiremos que se trata de uma questão numérica e desconsideraremos esses valores.

4.2.1.4 Comparação

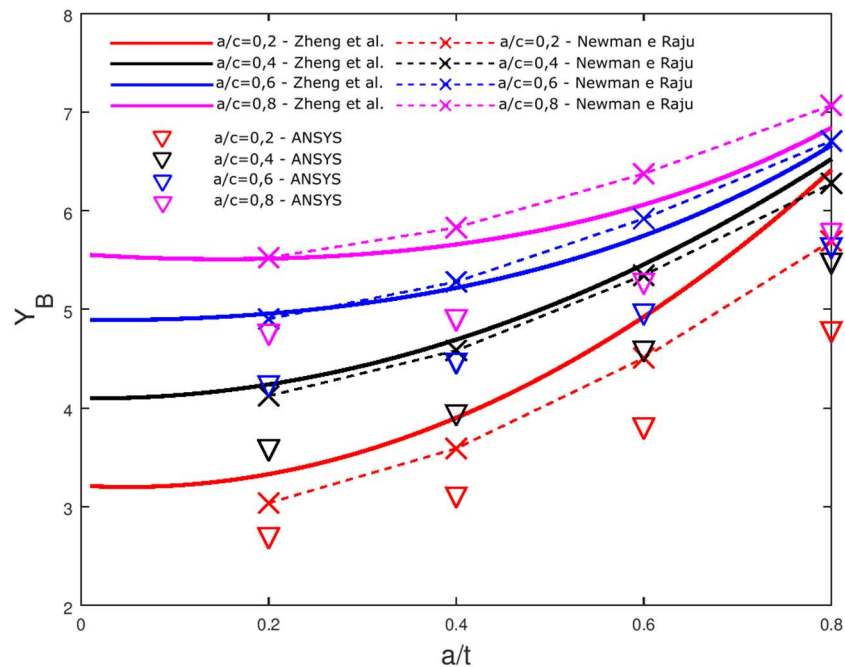
Tomando somente os FITs adimensionais dos pontos A e B, obtidos pela divisão de K_{IA} e K_{IB} de cada trinca pelo fator $P\sqrt{\pi a/Q}$ correspondente, podemos sobrepor os resultados e chegar uma comparação mais clara. As Figuras 43 e 44 mostram o comparativo final dos resultados.

Figura 43 - FITs adimensionais do ponto A das trincas do Vaso 1.



Fonte: Criado pelo autor.

Figura 44 - FITs adimensionais do ponto B das trincas do Vaso 1.



Fonte: Criado pelo autor.

O comportamento das curvas resultantes é muito semelhante. No entanto, todos os resultados das simulações estão consideravelmente abaixo dos resultados de ambas as equações utilizadas. Isso indica, num primeiro momento, que os resultados computacionais são menos

conservativos, possivelmente representando situações mais próximas do real, para as configurações consideradas. No entanto, deve-se ter um melhor entendimento das aproximações feitas pelo *software* para determinar o motivo dessas diferenças. As Tabelas 5 e 6 mostram os valores numéricos dos pontos associados às Trincas 1-16 das Figuras 43 e 44.

Tabela 5 - FITs adimensionais do ponto A, Y_A , das Trincas 1-16.

Trinca	Newman e Raju	Zheng <i>et al.</i>	ANSYS
1	6,09	5,86	4,94
2	6,94	6,69	5,54
3	8,22	8,09	6,65
4	9,61	9,99	8,07
5	5,85	5,64	4,72
6	6,27	5,95	4,88
7	6,89	6,52	5,27
8	7,49	7,29	5,84
9	5,68	5,55	4,61
10	5,89	5,63	4,61
11	6,23	5,80	4,74
12	6,54	6,07	4,99
13	5,54	5,51	4,53
14	5,64	5,47	4,46
15	5,81	5,49	4,48
16	5,97	5,57	4,59

Fonte: Criado pelo autor.

Tabela 6 - FITs adimensionais do ponto B, Y_B , das Trincas 1-16.

Trinca	Newman e Raju	Zheng <i>et al.</i>	ANSYS
1	3,04	3,33	2,68
2	3,59	3,90	3,09
3	4,51	4,92	3,79
4	5,69	6,41	4,77
5	4,12	4,24	3,57
6	4,58	4,69	3,92
7	5,34	5,45	4,57
8	6,28	6,52	5,46
9	4,90	4,96	4,22
10	5,28	5,22	4,45
11	5,92	5,74	4,94
12	6,70	6,66	5,62
13	5,52	5,51	4,74
14	5,83	5,66	4,88
15	6,37	6,06	5,26
16	7,07	6,84	5,76

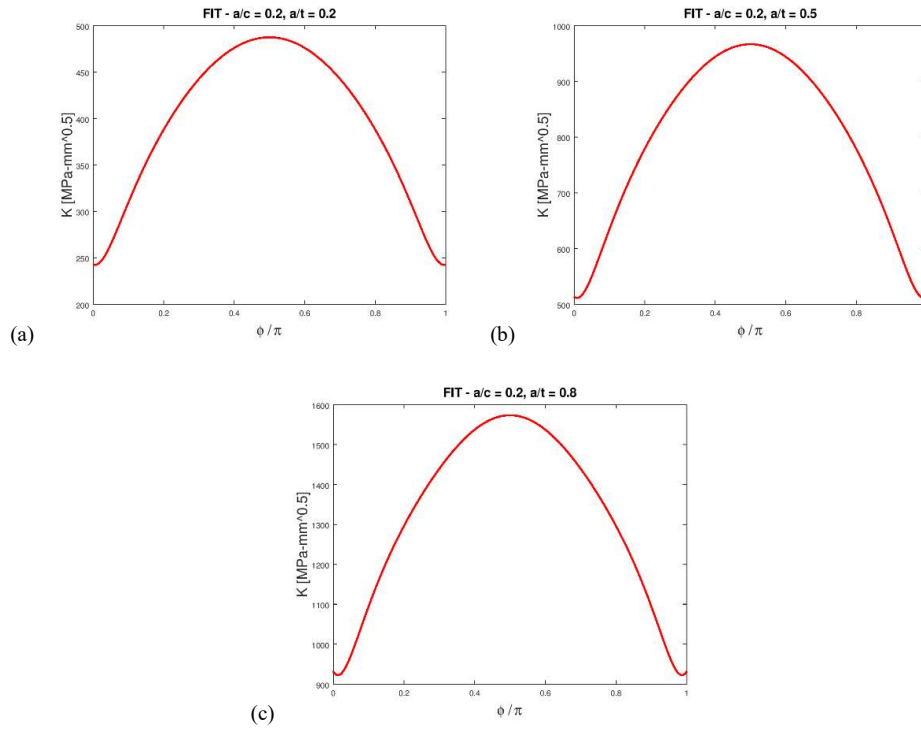
Fonte: Criado pelo autor.

4.2.2 Vaso 2 – $R/t = 10$

4.2.2.1 Equação de Newman e Raju

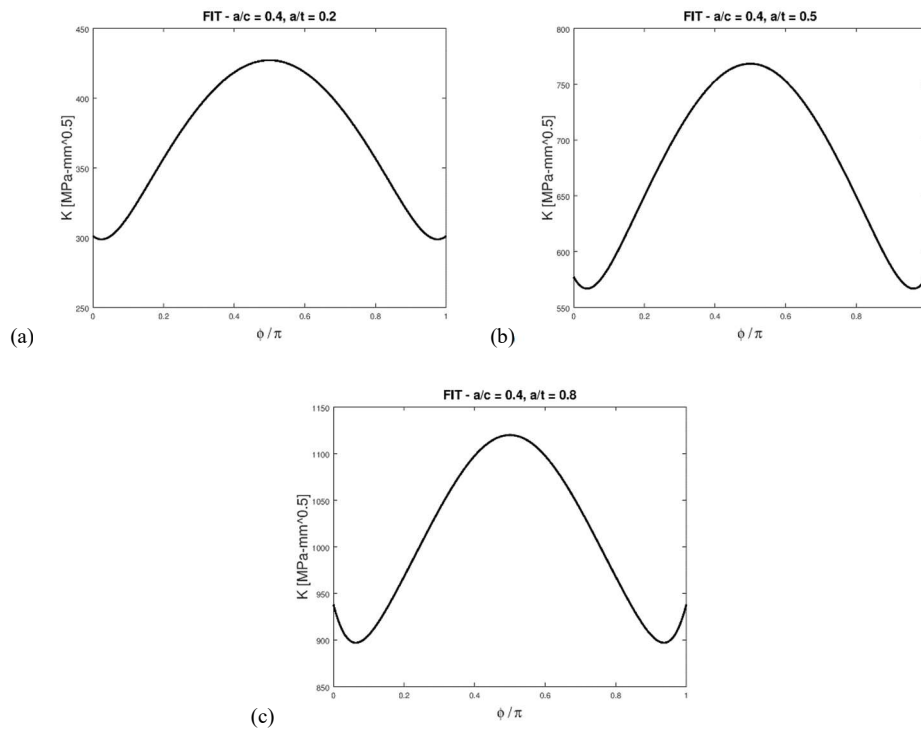
As Figuras 45, 46 e 47 mostram os gráficos obtidos com a equação de Newman e Raju para as mesmas trincas.

Figura 45 - FITs calculados com a equação de Newman e Raju para $a/c = 0,2$. (a) Trinca 17 (b) Trinca 18 (c) Trinca 19.



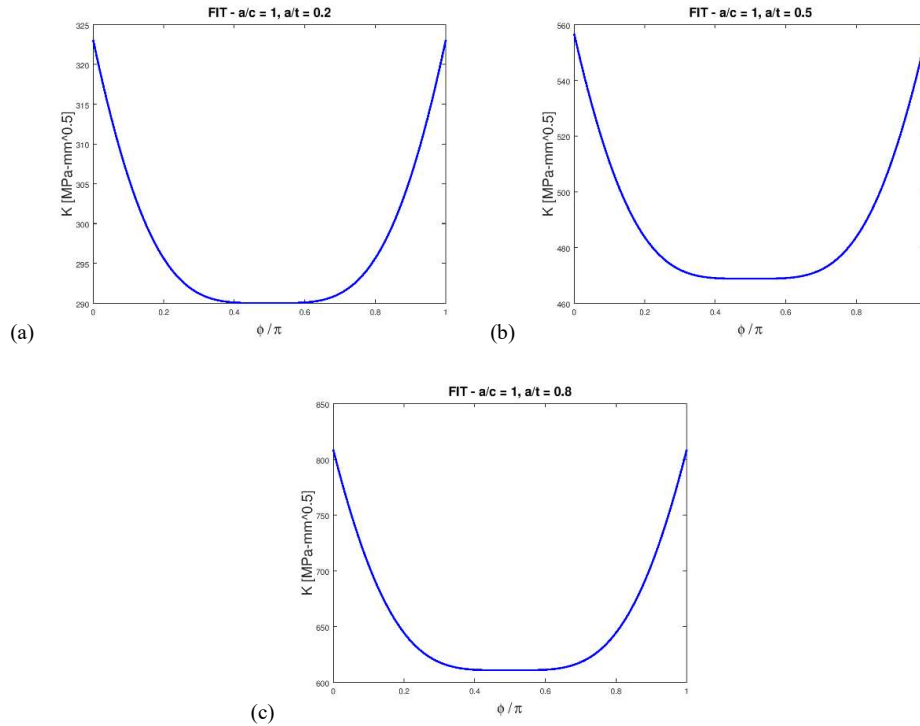
Fonte: Criado pelo autor.

Figura 46 - FITs calculados com a equação de Newman e Raju para $a/c = 0,4$. (a) Trinca 20 (b) Trinca 21 (c) Trinca 22.



Fonte: Criado pelo autor.

Figura 47 - FITs calculados com a equação de Newman e Raju para $a/c = 1$. (a) Trinca 23 (b) Trinca 24 (c) Trinca 25.

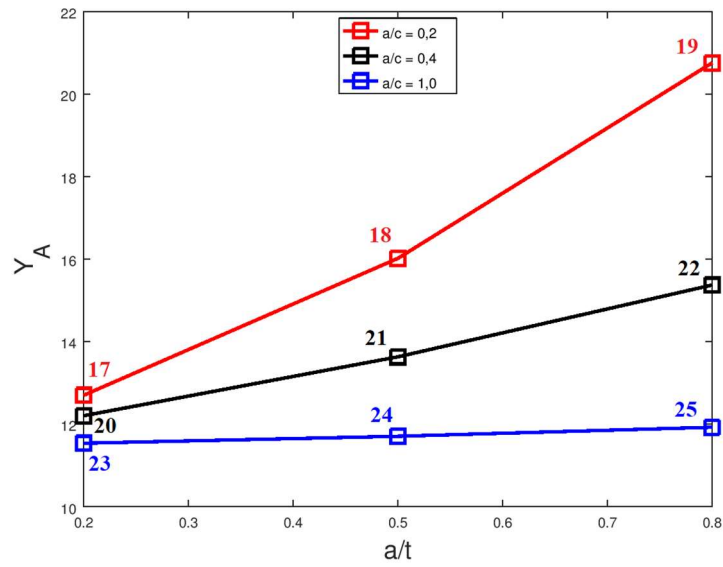


Fonte: Criado pelo autor.

4.2.2.2 Equações de Zheng *et al.*

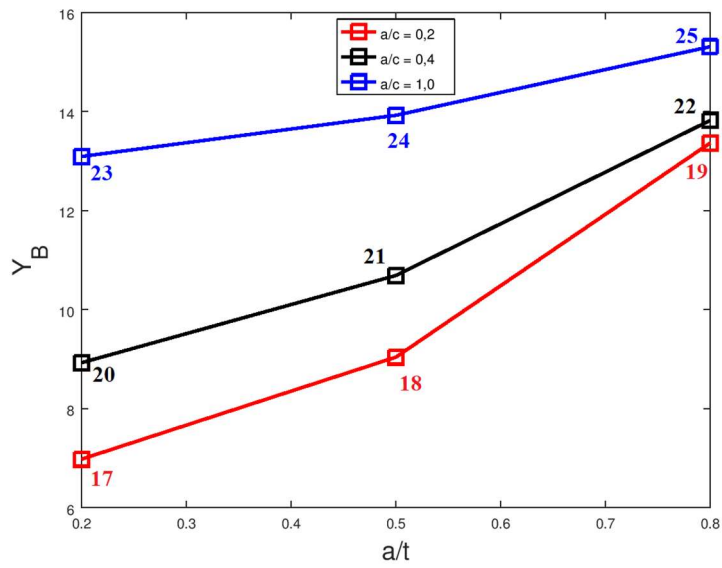
Agora, utilizando as equações de Zheng *et al.*, com atenção ao que foi dito anteriormente com relação aos valores de Y_0 , Y_1 , F_0 e F_1 , obtemos os FITs dos pontos A e B das trincas 17-25, mostrados nas Figuras 48 e 49.

Figura 48 - FITs do ponto A das Trincas 17-25 calculados com as equações de Zheng *et al.*



Fonte: Criado pelo autor.

Figura 49 - FITs do ponto B das Trincas 17-25 calculados com as equações de Zheng *et al.*

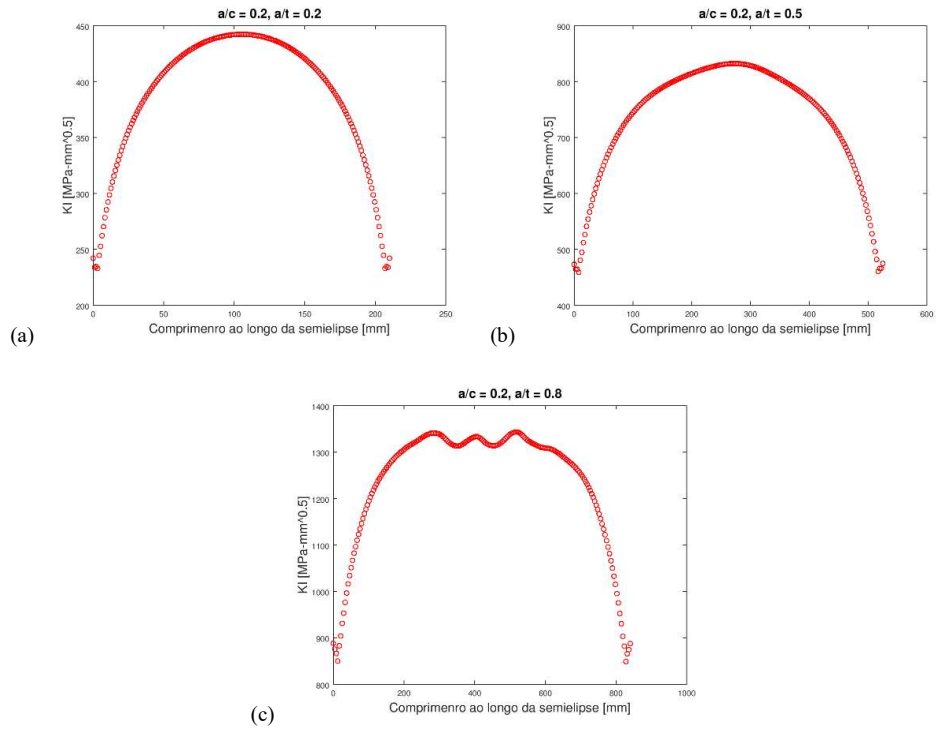


Fonte: Criado pelo autor.

4.2.2.3 Simulações Computacionais

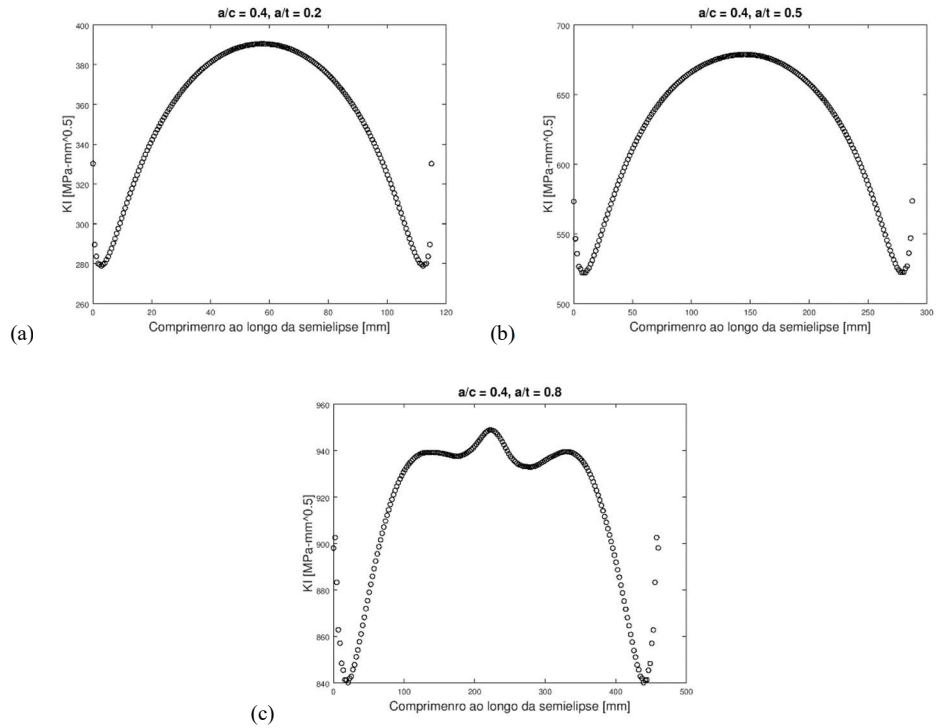
As Figuras 50, 51 e 52 mostram os resultados das simulações das Trincas 17-25.

Figura 50 - FITs calculados com o ANSYS para $a/c = 0,2$. (a) Trinca 17 (b) Trinca 18 (c) Trinca 19.



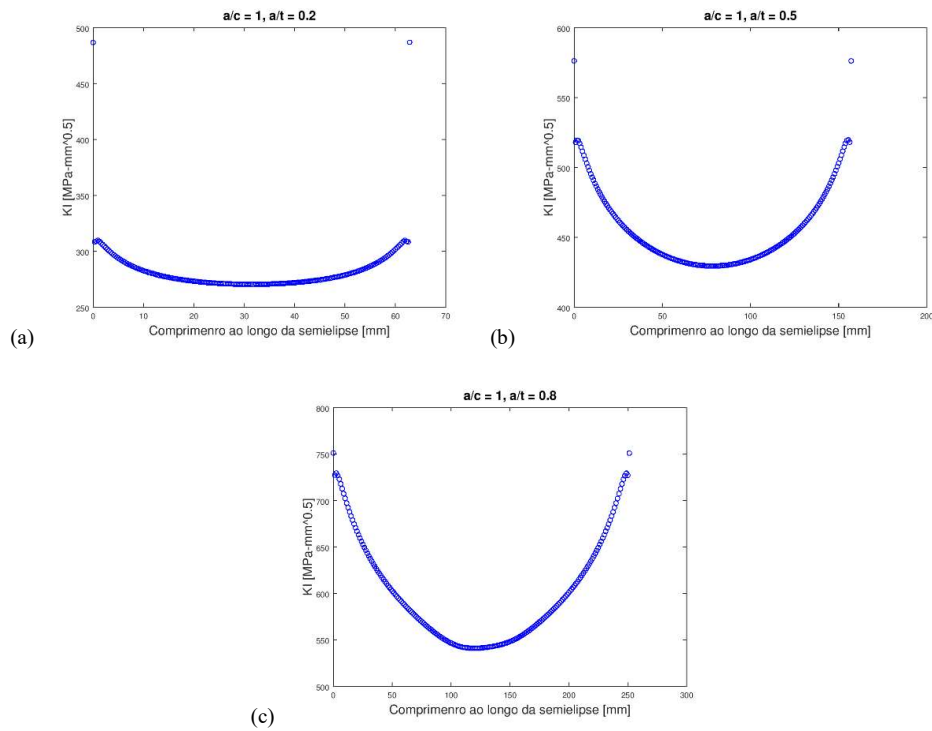
Fonte: Criado pelo autor.

Figura 51 - FITs calculados com o ANSYS para $a/c = 0,4$. (a) Trinca 20 (b) Trinca 21 (c) Trinca 22.



Fonte: Criado pelo autor.

Figura 52 - FITs calculados com o ANSYS para $a/c = 1$. (a) Trinca 23 (b) Trinca 24 (c) Trinca 25.



Fonte: Criado pelo autor.

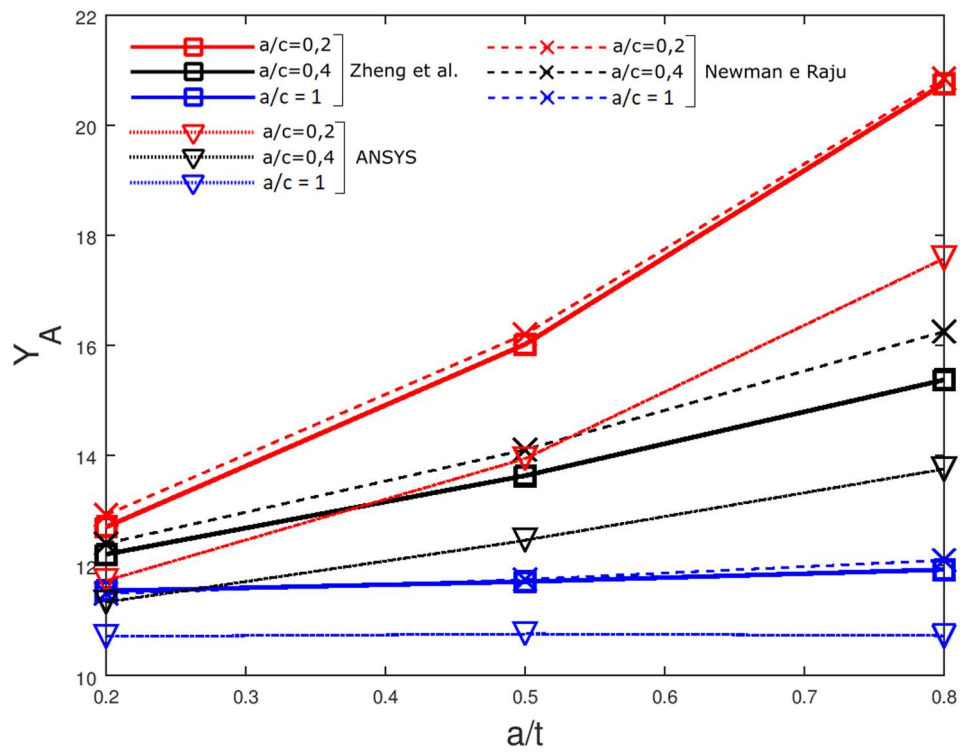
Notamos algumas irregularidades mais acentuadas nos gráficos das Trincas 3 e 6. Não foi possível eliminá-las com refinamento adicional da malha.

Novamente, os pontos extremos que se distanciaram muito dos pontos vizinhos, serão desconsiderados. Isso ocorreu com as Trincas 20, 23 e 24.

4.2.2.4 Comparação

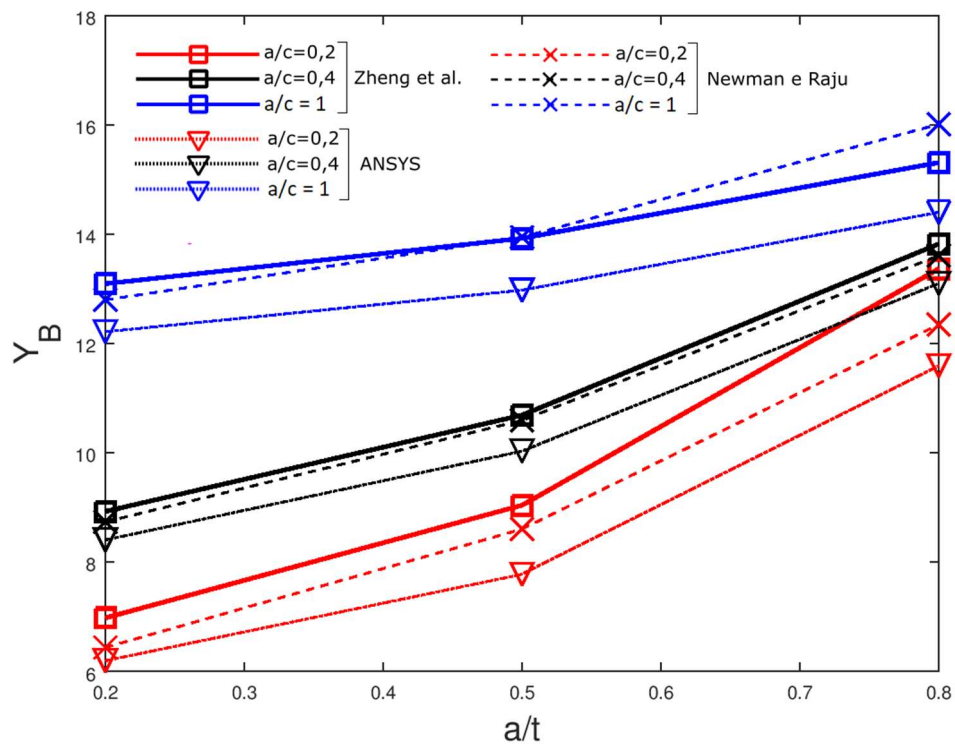
Tomando agora os FITs adimensionais dos pontos A e B, obtidos pela divisão dos FITs de K_{IA} e K_{IB} pelo fator $P\sqrt{\pi a/Q}$ correspondente, podemos sobrepor os resultados e chegar a uma comparação mais clara. As Figuras 53 e 54 mostram o comparativo final dos resultados.

Figura 53 - FITs adimensionais do ponto A das trincas do Vaso 2.



Fonte: Criado pelo autor.

Figura 54 - FITs adimensionais do ponto B das trincas do Vaso 2.



Fonte: Criado pelo autor.

Nota-se, claramente, que todas as curvas associadas às mesmas razões a/c (curvas de mesma cor), obtidas pelas equações e pelas simulações têm comportamentos muito semelhantes. Os dois conjuntos equações empregados concordam muito bem. Novamente é possível verificar que os resultados das simulações apresentam magnitudes que se distanciam dos resultados analíticos, mas essa diferença é menor que a verificada no caso do Vaso 1.

As Tabelas 7 e 8 mostram os valores numéricos dos pontos associados às Trincas 17-25 das Figuras 53 e 54.

Tabela 7 - FITs adimensionais do ponto A, Y_A , das Trincas 17-25.

Trinca	Newman e Raju	Zheng <i>et al.</i>	ANSYS
17	12,92	12,7	11,72
18	16,2	16,02	13,94
19	20,85	20,76	17,58
20	12,4	12,2	11,33
21	14,1	13,63	12,46
22	16,25	15,37	13,75
23	11,49	11,54	10,71
24	11,74	11,7	10,76
25	12,1	11,92	10,72

Fonte: Criado pelo autor.

Tabela 8 - FITs adimensionais do ponto B, Y_B , das Trincas 17-25.

Trinca	Newman e Raju	Zheng <i>et al.</i>	ANSYS
17	6,44	6,98	6,19
18	8,6	9,04	7,78
19	12,34	13,36	11,6
20	8,73	8,93	8,4
21	10,59	10,69	10,03
22	13,61	13,82	13,1
23	12,8	13,09	12,21
24	13,94	13,92	12,97
25	16,01	15,31	14,4

Fonte: Criado pelo autor.

Resultados da literatura foram reproduzidos com êxito, e o objetivo de validar a implementação das equações foi cumprido. Foi verificado que as simulações conseguem

mostrar a transição do ponto de máximo K_I , prevista pela equação de Newman e Raju. Na sequência, resultados computacionais foram apresentados para as diversas configurações de trinca estudadas. Adicionalmente, parte das equações de Zheng *et al.* (1995, 1997) foi utilizada em conjunto com dados numéricos da tabela de Mettu *et al.* (1992) para obter os FITs de trincas semi-elípticas internas em um VP com $R/t = 10$, submetido à tensão circunferencial de Lamé.

As Tabelas 9 e 10 mostram os erros relativos entre os resultados computacionais e analíticos. Esses erros foram calculados da seguinte forma:

$$err = \frac{|Y_{A,B}(analítico) - Y_{A,B}(computacional)|}{Y_{A,B}(analítico)} \times 100\% \quad (45)$$

Tabela 9 - Erros relativos entre resultados computacionais e analíticos.

Trinca	R/t	ANSYS - Newman e Raju		ANSYS - Zheng <i>et al.</i>	
		YA	YB	YA	YB
1	4	18,88%	11,84%	15,70%	19,52%
2	4	20,17%	13,93%	17,19%	20,77%
3	4	19,10%	15,96%	17,80%	22,97%
4	4	16,02%	16,17%	19,22%	25,59%
5	4	19,32%	13,35%	16,31%	15,80%
6	4	22,17%	14,41%	17,98%	16,42%
7	4	23,51%	14,42%	19,17%	16,15%
8	4	22,03%	13,06%	19,89%	16,26%
9	4	18,84%	13,88%	16,94%	14,92%
10	4	21,73%	15,72%	18,12%	14,75%
11	4	23,92%	16,55%	18,28%	13,94%
12	4	23,70%	16,12%	17,79%	15,62%
13	4	18,23%	14,13%	17,79%	13,97%
14	4	20,92%	16,30%	18,46%	13,78%
15	4	22,89%	17,43%	18,40%	13,20%
16	4	23,12%	18,53%	17,59%	15,79%
17	10	9,29%	3,88%	7,72%	11,32%
18	10	13,95%	9,53%	12,98%	13,94%
19	10	15,68%	6,00%	15,32%	13,17%
20	10	8,63%	3,78%	7,13%	5,94%
21	10	11,63%	5,29%	8,58%	6,17%
22	10	15,38%	3,75%	10,54%	5,21%
23	10	6,79%	4,61%	7,19%	6,72%
24	10	8,35%	6,96%	8,03%	6,82%
25	10	11,40%	10,06%	10,07%	5,94%

Fonte: Criado pelo autor.

Essa tabela confirma a informação visual: os erros associados ao Vaso 1, são bastante superiores aos erros associados ao Vaso 2. O erro máximo (destacado) é de 25,59%, associado ao ponto superficial da Trinca 4 (Vaso 1), entre os resultados do ANSYS e das equações de Zheng *et al.*

A Tabela 10, por sua vez, mostra os erros relativos entre os resultados analíticos.

Tabela 10 - Erros relativos entre resultados analíticos.

Trinca	Y _A	Y _B
1	3,78%	9,54%
2	3,60%	8,64%
3	1,58%	9,09%
4	3,95%	12,65%
5	3,59%	2,91%
6	5,10%	2,40%
7	5,37%	2,06%
8	2,67%	3,82%
9	2,29%	1,22%
10	4,41%	1,14%
11	6,90%	3,04%
12	7,19%	0,60%
13	0,54%	0,18%
14	3,01%	2,92%
15	5,51%	4,87%
16	6,70%	3,25%
17	1,70%	8,39%
18	1,11%	5,12%
19	0,43%	8,27%
20	1,61%	2,29%
21	3,33%	0,94%
22	5,42%	1,54%
23	0,44%	2,27%
24	0,34%	0,14%
25	1,49%	4,37%

Fonte: Criado pelo autor.

Nota-se erros baixos, como é o caso das Trincas 13 e 24, que possuem erros abaixo de 1% tanto para Y_A como para Y_B . O maior erro é de 12,65%, associado ao valor de Y_B da Trinca 4.

Com relação aos resultados computacionais, reitera-se que o Método dos Elementos Finitos é uma ferramenta poderosa, encontrando inúmeras aplicações em muitas áreas da engenharia. No entanto, essa ferramenta deve ser sempre utilizada com cautela, principalmente quando a experiência é pouca.

A interpretação de resultados computacionais é sempre um ponto delicado de qualquer estudo, não sendo diferente no caso deste trabalho. Com o estudo que precedeu a execução do trabalho, não foi possível encontrar informações que descrevessem de forma simples e acessível, como o ANSYS calcula o FIT. Com isso, considera-se que uma análise mais cuidadosa deve ser feita para entender os pontos que podem ter motivado as diferenças verificadas.

A concordância entre os resultados analíticos é esperada, visto que tanto os resultados de Newman e Raju, como a técnica das Funções Peso, estão presentes em inúmeros trabalhos da literatura da Mecânica da Fratura desde que foram desenvolvidos.

Destaca-se que a Norma BS 7910 (2013), empregada para avaliação de integridade de estruturas trincadas, utiliza em seus cálculos, termos da equação de Newman e Raju (com modificações em certos casos) para a estimativa dos FITs dos defeitos analisados em vasos de pressão, e também em outras geometrias. Adicionalmente, décadas após as publicações, os trabalhos são referenciados em inúmeras outras pesquisas, como fonte consolidada de resultados.

Por outro lado, a técnica das Funções Peso, que nos fornece um conjunto de equações drasticamente mais trabalhoso de se implementar, possui uma vantagem muito importante. A equação de Newman e Raju aqui utilizada, mais simples e compacta, contempla somente o efeito da pressão interna atuando no vaso. É possível, em princípio, utilizando as Funções Peso, obter os FITs dos pontos críticos da trinca para qualquer distribuição de tensões, descrita por funções matemáticas conhecidas, que represente uma situação física real. Nabavi e Shahani (2006, 2007), por exemplo, utilizam o método para obter os FITs de trincas semi-elípticas em vasos de pressão submetidos a tensões térmicas, que influenciam em muito a operação de equipamentos industriais.

5 CONCLUSÕES

Os Fatores de Intensidade de Tensão para o Modo I de carregamento de trincas semi-elípticas internas orientadas longitudinalmente em vasos de pressão de parede espessa com razão $R/t = 4$ e 10, foram calculados utilizando:

- (i) simulações computacionais via MEF com o ANSYS;
- (ii) a equação de Newman e Raju (1980);
- (iii) as equações de Zheng *et al.* (1995, 1997).

No total, foram estudadas 25 trincas. Dezesesseis delas contidas no Vaso de Pressão 1, com razão $R/t = 4$, e as outras nove contidas no Vaso de Pressão 2, com razão $R/t = 10$. Ambos os vasos com um interno de 1000mm e submetidos a uma pressão interna de 5MPa.

É importante destacar que as equações empregadas não são encontradas na literatura clássica de Mecânica da Fratura e foram desenvolvidas por métodos distintos: a equação de Newman e Raju (1980) veio de ajustes diretos de resultados do MEF, enquanto as equações de Zheng *et al.* (1995, 1997) são obtidas com o emprego da técnica matemática das Funções Peso da Mecânica da Fratura, que utiliza resultados do MEF como dados de referência. Com isso em mente, há uma motivação adicional para a comparação realizada.

Com a análise dos resultados finais, é verificado que:

- As equações selecionadas e as simulações computacionais dão resultados com comportamento muito semelhante;
- Os resultados analíticos dos dois conjuntos de equações utilizados concordam muito bem entre si;
- Os resultados das simulações possuem valores absolutos inferiores e apresentam diferenças notáveis em relação aos resultados analíticos, com erros relativos em torno de 17% para o Vaso 1, e 9% para o Vaso 2. No caso do Vaso 1 ($R/t = 4$), temos o erro máximo de 25,59%.

6 TRABALHOS FUTUROS

Trabalhos futuros recomendados na área são:

- Realizar comparações semelhantes utilizando a ferramenta *Pre-Meshed Crack* do ANSYS, e verificar quais as diferenças com os resultados atuais;
- Validar os resultados obtidos neste trabalho para o vaso com $R/t = 10$;
- Realizar o ajuste dos dados de Mettu *et al.* (1992) para $R/t = 10$, para se obter uma solução completa de K_{IA} e K_{IB} em cascas cilíndricas com essa razão entre o raio interno e espessura;
- Utilizar as Funções Peso para estudar o efeito de cargas de outra natureza, como cargas térmicas e as originadas de momentos fletores, sobre os Fatores de Intensidade de Tensão de trincas semi-elípticas;
- Considerar os Fatores de Concentração de Tensões associados às irregularidades geométricas encontradas em vasos de pressão reais;
- Estudar trincas em orientações diferentes da longitudinal como, por exemplo, trincas transversais e oblíquas;
- Estudar trincas com razão de aspecto maior que 1 ($a/c > 1$);
- Realizar uma comparação com procedimentos de normas FFS, como a BS 7910.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, T. L. **Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications**. Taylor and Francis Group. Third Edition, 2005.
- ANSYS Inc., **Theory Reference, Release 5.6**. Eleventh Edition, 1999.
- ASME, **2015 Boiler and Pressure Vessel Code**, Section VIII, Division 1, 2015.
- ATROSHCHENKO, E. **Stress Intensity Factors for Elliptical and Semi-Elliptical cracks subjected to an arbitrary mode I loading**. Waterloo, 2010.
- BEDNAR, H. H. **Pressure Vessel Design Handbook**. Krieger Publishing Company, Second Edition, 1986.
- BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R.; DEWOLF, J. T.; MAZUREK, D. F. **Mecânica dos Materiais**, AMGH Editora Ltda., Quinta Edição, 2011.
- BS 7910:2013. **Guide to Methods for Assessing the Acceptability of Flaws in Metallic Structures**, British Standard Institution, 2013.
- CHALLENGER, N. V.; PHAAL, R.; GARWOOD, S. J. Fracture Mechanics Assessment of Industrial Pressure Vessel Failures. **Int. J. Pres. Ves. & Piping**, v. 61, p. 433-456, 1995.
- CHAN, S. K.; TUBA, I. S.; WILSON, W. K. ON THE FINITE ELEMENT METHOD IN LINEAR FRACTURE MECHANICS. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 2, p. 1-17, 1970.
- CHEN, J.; PAN, H. Stress intensity factor of semi-elliptical surface crack in a cylinder with hoop wrapped composite layer, **Int. J. Pres. Ves. & Piping**, v. 110, p. 77-81, 2013.
- GLINKA, G.; SHEN, G. Universal features of weight functions for cracks in mode I. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 40, p. 1135-1146, 1991a.
- HENSHELL, R. D.; SHAW, K. G. Crack tip finite elements are unnecessary. **Int. J. Num. Meth. Engng.**, v. 9, p. 495-507, 1975.
- HOLLAND, I. Fundamentals of the Finite Element Method. **Computers & Structures**, v. 4, p. 3-15, Pergamon Press, 1974.
- HRENIKOFF, A. Solution of problems in elasticity by the framework method. **J. Appl. Mech.**, ASME, V. A8, P.169–175, 1941.
- KIKUCHI, M.; MIYAMOTO, H.; SAKAGUCHI, Y. Evaluation of three-dimensional J-integral of semi-elliptical surface crack in pressure vessel. 5th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Paper G7/2, 1979.

- KHATTAK, M. A.; MUKHTAR, A.; AZAM KHAN, K. Common Root Causes of Pressure Vessel Failures: A Review. **Journal of Advanced Research in Applied Mechanics**, v. 21, n. 1, p. 22-37, 2016.
- KOBAYASHI, A. S.; ENETANYA, A. N.; SHAH, R. C. Stress Intensity Factors for Elliptical Cracks. **Interim Technical Report prepared for presentation at the Conference on the Prospects of Advanced Fracture Mechanics**. 1974.
- KUNA, M. **Finite Elements in Fracture Mechanics – Theory – Numerics – Applications**, Springer, Dordrecht, 2013.
- MCHENRY, D. A lattice analogy for the solution of plane stress problems. **J. Inst. Civ. Eng.**, v. 21, p. 59–82, 1943.
- METTU, S. R.; RAJU, I. S.; FORMAN, R. G. Stress Intensity Factors for Part-Through Surface Cracks in Hollow Cylinders, **NASA Technical Memorandum – Structures and Mechanics Division**, 1992.
- NEWMAN, J. C.; RAJU, I. S. Stress-Intensity Factors for Internal Surface Cracks in Cylindrical Pressure Vessels. **Journal of Pressure Vessel Technology**, v. 201, p. 342-346, 1980.
- NEWMAN, J. C.; RAJU, I. S. Stress Intensity Factor Equations for Cracks in Three-Dimensional Finite Bodies Subjected to Tension and Bending Loads. **NASA Technical Memorandum**, 1984.
- NEWMARK, N. M. Numerical methods of analysis in bars, plates and elastic bodies. In L.E. Grinter, editor, **Numerical Methods in Analysis in Engineering**. Macmillan, New York, 1949.
- PASTOUKHOV, V. A.; VOORWALD, H. J. C. **Introdução à Mecânica da Integridade Estrutural**. São Paulo: Editora da Universidade Estadual Paulista, 1995.
- PEREZ, N. **Fracture Mechanics**. Kluwer Academic Publishers, Boston, 2004.
- RICE, J. R. A Path Independent Integral and the Aproximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks. **Journal of Applied Mechanics**, v. 35, p. 379-386, 1968.
- SHAHANI, A. R; NABAVI, S. M. Closed form stress intensity factors for a semi-elliptical crack in a thick-walled cylinder under thermal stress. **International Journal of Fatigue**, v. 28, p. 926-933, 2006.

SHAHANI, A. R; NABAVI, S. M. Transient thermal stress intensity factors for an internal longitudinal semi-elliptical crack in a thick-walled cylinder. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 74, p. 2585-2602, 2007.

SHEN, G.; GLINKA, G. Determination of weight functions from reference stress intensity factors. **Theor. and Appl. Fracture Mech**, v. 15, p. 237-245, 1991.

SILVA, L. C. da. **Avaliação de Integridade Estrutural de Risers Rígidos Contendo Trincas Através da Abordagem FAD com Base na Norma BS 7910 e Simulações Computacionais**. Recife: Editora Universitária UFPE, 2017.

SOUTHWELL, R. V. **Relaxation Methods in Theoretical Physics**. Clarendon Press, Oxford, 1st edition, 1946.

STAMENKOVIC, D. Determination of Fracture Mechanics Parameters using FEM and J-Integral Approach. **Proceedings of the 2nd WSEAS Int. Conference on Applied and Theoretical Mechanics**. Veneza, Itália, 2006.

TELLES, P. C. S. **Vasos de Pressão**, Rio de Janeiro: Editora LTC. Segunda Edição, 2007.

THOMSON, J. R. **High Integrity Systems and Safety Management in Hazardous Industries**, Elsevier Butterworth-Heinemann, 2015.

WESTERGAARD, H. M. Bearing Pressures and Cracks. **Journal of Applied Mechanics**, v. 6, p. A49-23, 1939.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L.; ZHU, J. Z. **The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals**. Elsevier Butterworth-Heinemann, Sixth Edition, Oxford, 2005.

ZHENG, X. J.; GLINKA, G.; DUBEY, R. N. Calculation of stress intensity factors for semielliptical cracks in a thick-wall cylinder. **Int. J. Pres. Ves. & Piping**, v. 62, p. 249-258, 1995.

ZHENG, X. J.; KICIAK, A.; GLINKA, G. WEIGHT FUNCTIONS AND STRESS INTENSITY FACTORS FOR INTERNAL SURFACE SEMI-ELLIPTICAL CRACK IN THICK-WALLED CYLINDER. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 58, p. 207-221, 1997.

https://caesai.com/sites/default/files/fracture_wb145_CAEA_0.pdf, 1 imagem, colorida, acesso em 27/11/2018 às 11:32.

ANEXO A – SOLUÇÕES COMPLETAS DE K_{IA} e K_{IB} DE ZHENG ET AL. (1995, 1997)

$$\frac{K_{I,A}}{P\sqrt{\pi a/Q}} = Y_A = \frac{\sqrt{2Q}}{\pi} [AM_{1A} + BM_{2A} + CM_{3A} + D] \quad (A1)$$

$$\frac{K_{I,B}}{P\sqrt{\pi a/Q}} = Y_B = \frac{2\sqrt{Q}}{\pi} [AM_{1B} + GM_{2B} + HM_{3B} + I] \quad (A2)$$

Onde:

$$M_{1A} = \frac{2\pi}{\sqrt{2Q}} (-Y_0 + 3Y_1) - \frac{24}{5} \quad (A3)$$

$$M_{2A} = 3 \quad (A4)$$

$$M_{3A} = \frac{6\pi}{\sqrt{2Q}} (Y_0 - 2Y_1) + \frac{8}{5} \quad (A5)$$

$$M_{1B} = \frac{3\pi}{\sqrt{Q}} (2F_0 - 5F_1) - 8 \quad (A6)$$

$$M_{2B} = \frac{15\pi}{\sqrt{Q}} (-F_0 + 3F_1) + 15 \quad (A7)$$

$$M_{3B} = \frac{3\pi}{\sqrt{Q}} (3F_0 - 10F_1) - 8 \quad (A8)$$

Os Y e F , por sua vez, têm a forma:

$$Y_0 = B_0 + B_1 \left(\frac{a}{t}\right) + B_2 \left(\frac{a}{t}\right)^2 + B_3 \left(\frac{a}{t}\right)^4 \quad (A9)$$

$$Y_1 = A_0 + A_1 \left(\frac{a}{t}\right) + A_2 \left(\frac{a}{t}\right)^2 + A_3 \left(\frac{a}{t}\right)^4 \quad (A10)$$

$$F_0 = \left[C_0 + C_1 \left(\frac{a}{t}\right) + C_2 \left(\frac{a}{t}\right)^2 + C_3 \left(\frac{a}{t}\right)^4 \right] \frac{a}{c} \quad (A11)$$

$$F_1 = \left[D_0 + D_1 \left(\frac{a}{t}\right) + D_2 \left(\frac{a}{t}\right)^2 + D_3 \left(\frac{a}{t}\right)^4 \right] \frac{a}{c} \quad (A12)$$

Com

$$A_0 = -5,944e^{-0,012(a/c)} + 6,594 \quad (A13)$$

$$A_1 = -0,436e^{-8,663(a/c)} - 0,136 \quad (A14)$$

$$A_2 = 0,787e^{-4,562(a/c)} + 0,269 \quad (A15)$$

$$A_3 = -1,538e^{0,0434(a/c)} + 1,552 \quad (A16)$$

$$B_0 = 0,0998e^{-13,15(a/c)} + 1,010 \quad (A17)$$

$$B_1 = 0,366e^{-31,17(a/c)} + 0,055 \quad (A18)$$

$$B_2 = 3,269e^{-3,859(a/c)} - 0,057 \quad (A19)$$

$$B_3 = 0,061e^{1,354(a/c)} - 0,149 \quad (A20)$$

$$C_0 = 5,566 - 19,583 \left(\frac{a}{c}\right) + 37,335 \left(\frac{a}{c}\right)^2 - 33,705 \left(\frac{a}{c}\right)^3 + 11,507 \left(\frac{a}{c}\right)^4 \quad (A21)$$

$$C_1 = -1,75 + 9,514 \left(\frac{a}{c}\right) - 16,618 \left(\frac{a}{c}\right)^2 + 10,44 \left(\frac{a}{c}\right)^3 - 1,616 \left(\frac{a}{c}\right)^4 \quad (A22)$$

$$C_2 = 12,497 - 49,067 \left(\frac{a}{c}\right) + 72,59 \left(\frac{a}{c}\right)^2 - 45,216 \left(\frac{a}{c}\right)^3 + 9,55 \left(\frac{a}{c}\right)^4 \quad (A23)$$

$$C_3 = -3,486 - 29,49 \left(\frac{a}{c}\right) + 83,789 \left(\frac{a}{c}\right)^2 - 93,289 \left(\frac{a}{c}\right)^3 + 35,507 \left(\frac{a}{c}\right)^4 \quad (A24)$$

$$D_0 = 0,486 - 0,879 \left(\frac{a}{c}\right) + 1,161 \left(\frac{a}{c}\right)^2 - 0,793 \left(\frac{a}{c}\right)^3 + 0,212 \left(\frac{a}{c}\right)^4 \quad (A25)$$

$$D_1 = -0,533 + 2,626 \left(\frac{a}{c}\right) - 3,412 \left(\frac{a}{c}\right)^2 + 0,999 \left(\frac{a}{c}\right)^3 + 0,333 \left(\frac{a}{c}\right)^4 \quad (A26)$$

$$D_2 = 4,166 - 15,985 \left(\frac{a}{c}\right) + 22,358 \left(\frac{a}{c}\right)^2 - 12,235 \left(\frac{a}{c}\right)^3 + 1,826 \left(\frac{a}{c}\right)^4 \quad (A27)$$

$$D_3 = 0,569 - 6,605 \left(\frac{a}{c}\right) + 21,548 \left(\frac{a}{c}\right)^2 - 26,37 \left(\frac{a}{c}\right)^3 + 10,853 \left(\frac{a}{c}\right)^4 \quad (A28)$$

Os termos resultantes da integração em x , que multiplicam os $M_{i,(A,B)}$ são:

$$A = \frac{F}{(R/t)u} + E \quad (A29)$$

$$B = -\frac{Fw}{2(a/t)^{3/2}u^{1/2}} + \frac{F \ln(R/t)}{2(a/t)^{3/2}u^{1/2}} + \frac{F}{(a/t)(R/t)} + \frac{2}{3}E \quad (A30)$$

$$C = -\frac{F \ln(u)}{(a/t)^2} + \frac{F}{(a/t)(R/t)} + \frac{F \ln(R/t)}{(a/t)^2} + \frac{1}{2}E \quad (A31)$$

$$D = \frac{Fw}{2u^{3/2}(a/t)^{1/2}} + \frac{F}{(R/t)u} - \frac{F \ln(R/t)}{2u^{3/2}(a/t)^{1/2}} + 2E \quad (A32)$$

$$G = \frac{F \arctan[(a/R)^{1/2}]}{(a/t)^{3/2}(R/t)^{1/2}} - \frac{F}{(a/t)u} + \frac{2}{3}E \quad (A33)$$

$$H = -\frac{F}{(a/t)u} + \frac{F \ln(1 + a/R)}{(a/t)^2} + \frac{E}{2} \quad (\text{A34})$$

$$I = \frac{F \arctan[(a/R)^{1/2}]}{(a/t)^{1/2}(R/t)^{3/2}} + \frac{F}{(R/t)u} + 2E \quad (\text{A35})$$

Onde:

$$E = 1 + \frac{(R/t)^2}{1 + 2R/t} \quad (\text{A36})$$

$$F = \frac{(R/t)^2(1 + R/t)^2}{1 + 2R/t} \quad (\text{A37})$$

$$w = \ln[u + (a/t) + 2u^{1/2}(a/t)^{1/2}] \quad (\text{A38})$$

$$u = (R/t) + (a/t) \quad (\text{A39})$$

ANEXO B – TABELA DE METTU ET AL. (1992)

Tabela B – Fatores de correção dos FITs de trincas semielípticas em cascas cilíndricas submetidas a distribuições de tensão constante e linear.

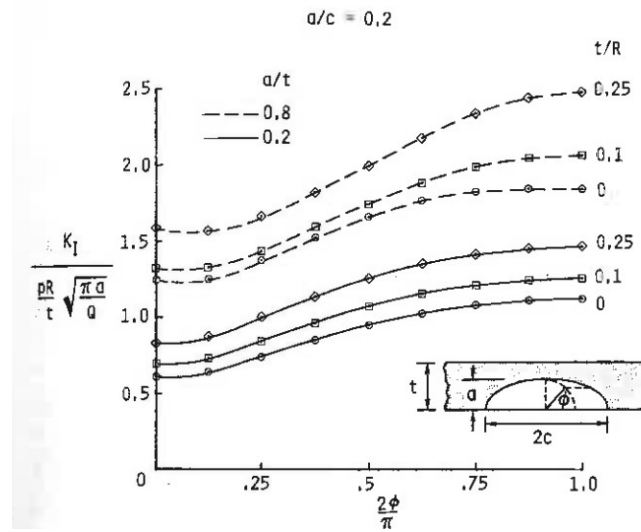
TABLE 1–SIF Correction Factors F_p for Internal Cracks

$a/t \rightarrow 0$ R/t	$a/c = 0.2$					$a/c = 0.4$					$a/c = 1.0$				
	.2	.5	.8	1.0	0	.2	.5	.8	1.0	0	.2	.5	.8	1.0	'
c-tip, Uniform Loading($n = 0$)															
1.0	0.608	0.615	0.871	1.554	2.277	0.740	0.745	0.916	1.334	1.752	1.044	1.080	1.116	1.132	1.131
2.0	0.600	0.614	0.817	1.300	1.783	0.730	0.760	0.919	1.231	1.519	1.132	1.113	1.155	1.286	1.416
4.0	0.577	0.606	0.797	1.201	1.586	0.737	0.770	0.924	1.219	1.487	1.119	1.128	1.191	1.316	1.428
10.0	0.579	0.607	0.791	1.179	1.548	0.733	0.777	0.936	1.219	1.469	1.114	1.140	1.219	1.348	1.456
300.0	0.582	0.613	0.790	1.148	1.482	0.721	0.782	0.946	1.201	1.413	1.133	1.154	1.239	1.389	1.520
c-tip, Linear Loading($n = 1.0$)															
1.0	0.083	0.085	0.171	0.363	0.544	0.112	0.119	0.181	0.307	0.421	0.169	0.182	0.200	0.218	0.229
2.0	0.078	0.083	0.150	0.291	0.421	0.072	0.122	0.197	0.271	0.317	0.192	0.190	0.207	0.247	0.285
4.0	0.070	0.079	0.141	0.262	0.370	0.110	0.123	0.174	0.263	0.339	0.188	0.194	0.214	0.248	0.277
10.0	0.070	0.079	0.138	0.253	0.356	0.109	0.125	0.176	0.259	0.328	0.187	0.197	0.221	0.255	0.282
300.0	0.068	0.081	0.138	0.239	0.328	0.103	0.127	0.180	0.253	0.310	0.189	0.201	0.227	0.265	0.294
a-tip, Uniform Loading($n = 0$)															
1.0	1.076	1.056	1.395	2.530	3.846	1.051	1.011	1.149	1.600	2.087	0.992	0.987	1.010	1.070	1.128
2.0	1.049	1.091	1.384	2.059	2.739	1.075	1.045	1.160	1.510	1.876	1.037	1.003	1.023	1.129	1.242
4.0	1.003	1.097	1.405	1.959	2.461	1.024	1.057	1.193	1.443	1.665	1.005	1.009	1.041	1.105	1.162
10.0	0.973	1.115	1.427	1.872	2.230	0.992	1.072	1.217	1.393	1.521	0.994	1.015	1.050	1.090	1.118
300.0	0.936	1.145	1.459	1.774	1.974	0.982	1.095	1.244	1.370	1.438	1.002	1.026	1.058	1.085	1.099
a-tip, Linear Loading($n = 1.0$)															
1.0	0.693	0.647	0.767	1.174	1.615	0.689	0.646	0.694	0.889	1.093	0.704	0.701	0.709	0.730	0.750
2.0	0.673	0.661	0.764	1.033	1.301	0.674	0.659	0.710	0.854	0.995	0.732	0.707	0.714	0.774	0.840
4.0	0.649	0.666	0.776	0.996	1.197	0.668	0.666	0.715	0.828	0.934	0.720	0.713	0.726	0.768	0.810
10.0	0.635	0.673	0.783	0.960	1.108	0.656	0.672	0.723	0.806	0.875	0.715	0.715	0.729	0.760	0.788
300.0	0.620	0.681	0.790	0.917	1.008	0.651	0.677	0.727	0.791	0.838	0.716	0.715	0.726	0.751	0.775

Fonte: Mettu *et al.* (1992).

ANEXO C – RESULTADOS DE NEWMAN E RAJU (1980)

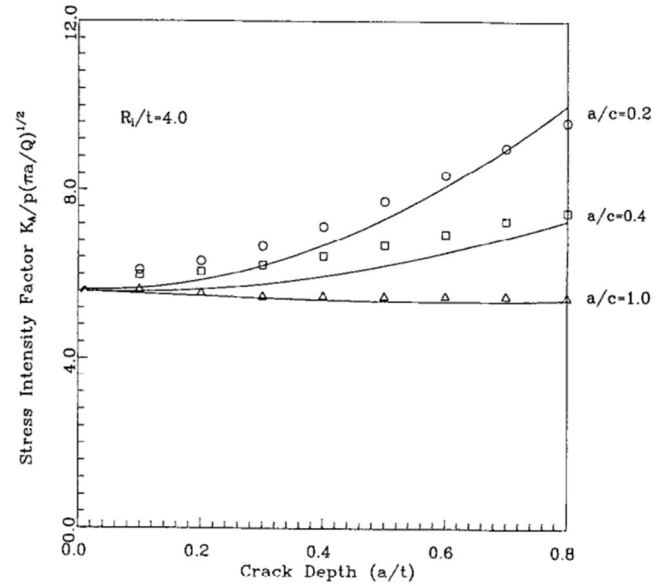
Figura C1 – Fatores de correção F para trincas com $a/c = 0,2$.



Fonte: Newman e Raju (1980).

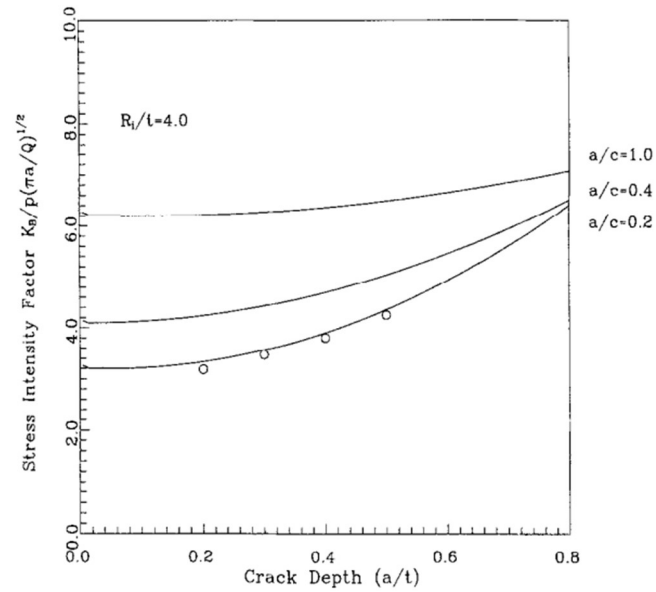
ANEXO D – RESULTADOS DE ZHENG ET AL. (1995)

Figura D1 – FITs adimensionais do ponto A. $R/t = 4$.



Fonte: Zheng *et al.*, 1995.

Figura D2 - FITs adimensionais do ponto B. $R/t = 4$.



Fonte: Zheng *et al.* (1995).