



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

PAULO ULISSES DA SILVA

**EMPREGO DE OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA E DFC NO PROJETO DE SISTEMAS
DE CONTRAVENTAMENTO EM AMBIENTES URBANOS**

Caruaru
2022

PAULO ULISSES DA SILVA

**EMPREGO DE OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA E DFC NO PROJETO DE SISTEMAS
DE CONTRAVENTAMENTO EM AMBIENTES URBANOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito à obtenção do título de mestre em Engenharia Civil e Ambiental. Área de concentração: Estruturas e Materiais

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Bono

Caruaru

2022

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Paula Silva - CRB/4 - 1223

S586e Silva, Paulo Ulisses da.
Emprego de otimização topológica e DFC no projeto de sistemas de
contraventamento em ambientes urbanos. / Paulo Ulisses da Silva. – 2022.
176 f.; il.: 30 cm.

Orientador: Gustavo Bono.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Programa de
Pós- Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, 2022.
Inclui Referências.

1. Espaços topológicos. 2. Otimização estrutural. 3. Dinâmica de fluidos. 4.
Pressão do vento. 5. Software. 6. Métodos de gradiente conjugado. I. Bono,
Gustavo (Orientador). II. Título.

CDD 620 (23. ed.) UFPE (CAA 2022-046)

PAULO ULISSES DA SILVA

**EMPREGO DE OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA E DFC NO PROJETO DE SISTEMAS
DE CONTRAVENTAMENTO EM AMBIENTES URBANOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito à obtenção do título de mestre em Engenharia Civil e Ambiental. Área de concentração: Estruturas e Materiais

.

Aprovada em: 23/05/2022.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Gustavo Bono (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Alexandre Luis Braun (Examinador Externo)
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof. Dr. Felipe Schaedler de Almeida (Examinador Externo)
Universidade Federal do Rio Grande do Sul

AGRADECIMENTOS

A Deus, por capacitar-me a realizar este trabalho com toda minha capacidade, entendimento e dedicação.

Aos meus pais, Ulisses Alfredo da Silva Filho e Gildete Carneiro da Silva, que trabalharam duro e não mediram esforços para que seus filhos tivessem uma ótima educação acadêmica e humana. Ao meu irmão, Fábio Ulisses da Silva, por sempre incentivar a fazer o que gosto.

À minha noiva, Iane Mota Landim Leite, que sempre me apoiou em todos os momentos para que eu perseguisse meus objetivos e renovar minhas forças e trazer-me paz nos momentos mais difíceis; por contribuir imensamente na execução e correção deste trabalho.

À minha família pelo apoio e pelos momentos de descontração, especialmente ao meu afilhado Robston Ulisses e ao meu primo Vinícius Ulisses.

Ao professor Dr. Gustavo Bono, não somente pelo tempo e paciência dedicados ao discente e na correção dos trabalhos e artigos, mas pela grande amizade construída ao longo desses anos e descontração que favoreceram a minha formação pessoal e acadêmica. À professora Dra. Giuliana Bono por suas contribuições na minha vida acadêmica e profissional.

Aos meus colegas do PPGECAm pela imensa paciência em me ensinar a utilizar todos os programas necessários para a execução destes trabalhos e facilitar a minha curva de aprendizado. Este trabalho só se tornou possível com a ajuda destes gigantes do Laboratório de Engenharia Computacional (LECOM), Anderson Viana, Mateus Calebe e Letônio José. Pelo companheirismo e amizade da Fernanda Liberato, Marinaldo dos Santos, Denis Gomes e Bruno Lima. Aos funcionários da secretaria, Marcelo e Euclécia.

Aos amigos que fiz na cidade de Caruaru, Rhuan Felipe, Síllas Dias, Kattarinne Gomes, Elizabeth Rodrigues e Nathália Barros, que me fizeram sentir acolhido e em casa, deixando a minha estadia na cidade muito mais proveitosa.

Aos meus amigos que acompanharam todo o processo e sempre torceram pelo meu sucesso acadêmico, Gustavo Scarparo, Vanessa de Souza, Camila Viana, Caroline Moraes, Rayane Kely, Fernanda Mota e Suzana Leite.

Ao CENAPAD-SP, pela disponibilização de seu sistema na simulação de alguns dos casos da DFC.

“Se eu vi mais longe, foi por estar sobre ombros de gigantes.” (NEWTON, 1675, p. 1).

RESUMO

Um dos principais indicadores de crescimento de uma nação encontra-se no mercado da construção civil, pois este setor tem impacto em diversas áreas da cadeia produtiva. Grandes demandas em edificações habitacionais e comerciais são providas pelo crescimento vertical urbano. Edifícios tendem a ser cada vez mais altos e dessa forma, mais influenciados pelos carregamentos laterais. O combate ao esforço das cargas laterais é feito pelas estruturas de contraventamento. Além disso, no ambiente urbano as edificações são sujeitas aos efeitos de vizinhança, que modificam a configuração do escoamento e podem causar alterações nas cargas previstas em projeto. No presente trabalho, implementa-se o método de otimização topológica *Bidirectional Evolutionary Structural Optimization* (BESO) 3D para gerar sistemas de contraventamentos otimizados. Para resolução do sistema de equações lineares associado ao método, emprega-se o método dos gradientes conjugados com pré-condicionamento feito através do *multigrid* geométrico (MGCG). Para verificar como os principais parâmetros do BESO influenciam a solução ótima, é realizado um estudo paramétrico do código implementado. As cargas de vento que atuam nas edificações foram obtidas através do *software* livre e de código aberto, OpenFOAM, empregando a metodologia de turbulência baseado nas equações médias de Reynolds (RANS) no modelo de fechamento $\kappa - \varepsilon$ clássico. A análise considerou a inserção de vizinhança ao redor de uma edificação, variando-se sua altura e o espaçamento com relação ao prédio em análise com o intuito de determinar como a vizinhança pode influenciar a estrutura do sistema de contraventamento otimizado.

Palavras-chave: otimização topológica; BESO; dinâmica dos fluidos computacional; sistemas de contraventamento; OpenFOAM; MGCG.

ABSTRACT

One of the main growth indicators of a nation is found in the civil construction market, as this sector has an impact on several areas of the production chain. Great demands on residential and commercial buildings are provided by vertical urban growth. Buildings tend to be taller and therefore more influenced by lateral loads. The support of the lateral loads is done by the bracing structures. In addition, in the urban environment, buildings are subject to neighborhood effects, which modify the flow configuration and can cause changes in the loads foreseen in the project. In the present work, the topology optimization method Bidirectional Evolutionary Structural Optimization (BESO) 3D is implemented to generate optimized bracing systems. To solve the linear equations associated with the method, the conjugated gradient method is used with preconditioning done through the geometric multigrid (MGCG). To verify how the main BESO parameters influence the optimal solution, a parametric study of the implemented code is carried out. The wind loads acting on buildings were obtained using the free and open-source software, OpenFOAM, using a turbulence methodology based on Reynolds average equations (RANS), and for the closure model, the classical $\kappa - \varepsilon$. The analysis considered the insertion of a neighborhood around a building, varying the height and spacing with respect to the building under analysis to determine how the neighborhood can influence the structure of the optimized bracing system.

Keywords: topology optimization; BESO; computational fluid dynamics; bracing systems; OpenFOAM; MGCG.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Fotografia 1 –	Zona urbana de Balneário Camboriú – SC	25
Figura 1 –	Métodos de otimização estrutural	27
Figura 2 –	Sistemas de contraventamento aplicados em edificações: (a) Zhon Hong Tower, (b) Lotter Super Tower e (c) Longgang Tian'na na Cyber Park	31
Quadro 1 –	Principais sistemas de contraventamento	32
Figura 3 –	Representação da camada limite e seu efeito nos perfis de velocidade do vento	35
Figura 4 –	Efeitos da influência de vizinhança: (a) martelamento, (b) efeito Venturi e (c) efeito da turbulência de esteira	37
Figura 5 –	Configuração de escoamento em (a) $\theta = 0^\circ$ e (b) $\theta = 45^\circ$	38
Figura 6 –	Viga MBB otimizada através do código top99	42
Figura 7 –	Estrutura contínua resolvida com o método ESO	43
Figura 8 –	Problema do tabuleiro de xadrez	45
Figura 9 –	(a) Domínio de projeto para a viga engastada e suas soluções com (b) $p = 1$, (c) $p = 3$, (d) $p = 3$ em uma malha mais refinada	45
Figura 10 –	Problema da dependência de malha: (a) M1 e (b) M2	46
Figura 11 –	Filtro de sensibilidades que garante independência de malha	48
Figura 12 –	Aplicação de filtros de raios diferentes na mesma topologia otimizada: (a) $r_{\min} = 0$, (b) $r_{\min} = 1,25$, (c) $r_{\min} = 2,5$, (d) $r_{\min} = 5$.	48
Gráfico 1 –	Tempo relativo das etapas do método BESO	50
Figura 13 –	Comparação da viga MBB otimizada pelos métodos (a) SIMP e (b) BESO	53
Figura 14 –	Elementos que ponderam o α_j de um nó específico	57
Figura 15 –	Esquema de ponderação nodal das sensibilidades. O tamanho de escala $r_{\min}$ é a distância do centro do elemento até a circunferência	57
Figura 16 –	Viga engastada otimizada pelo método BESO: (a) domínio, (b) $f_v = 75\%$ e (c) $f_v = 50\%$	58
Fluxograma 1 –	Fluxograma básico do método BESO	61

Gráfico 2 –	Problema unidimensional em um domínio Ω^h e em um domínio Ω^{2h}	63
Figura 17 –	Restrição e prolongamento de uma malha de dimensões 32×32 empregando o ciclo V	63
Figura 18 –	Viga otimizada da Digital Building Technologies	67
Figura 19 –	Mapeamento das densidades na malha	68
Figura 20 –	Simetria nos planos x-y, x-z e y-z, respectivamente	69
Figura 21 –	Estrutura otimizada: (a) sem controle geométrico; (b) imposição de simetria; (c) imposição da repetição de padrões; (d) imposição de simetria e repetição de padrões	70
Figura 22 –	Otimização da viga engastada 2D com região vazia prescrita: (a) domínio, (b) resolução pelo método SERA e (c) resolução pelo método SIMP	71
Figura 23 –	Otimização da viga engastada 3D com região vazia prescrita: (a) domínio, (b) resolução pelo método SIMP	71
Figura 24 –	Otimização da viga L: (a) domínio, (b) resolução pelo método SIMP, (c) resolução pelo método BESO	72
Figura 25 –	Domínio de projeto para otimização de um sistema de contraventamento: (a) sem e (b) com a inclusão de elementos passivos	72
Figura 26 –	Mapeamento dos nós em uma malha de dimensões 4×2×1	74
Fluxograma 2 –	Etapa inicial do BESO	75
Fluxograma 3 –	Etapas de resolução do sistema matricial e otimização.	76
Fluxograma 4 –	Etapas do método dos gradientes conjugados MGCG	78
Figura 27 –	Domínio de projeto: (a) sem elementos passivos, (b) inclusão de elementos passivos no núcleo de material sólido e (c) detalhe da região passiva	80
Figura 28 –	Estrutura de caso no OpenFOAM	81
Figura 29 –	Domínio para o caso de um prédio isolado	84
Figura 30 –	Análise do prédio com urbanização ao seu redor: (a) vista superior, (b) domínio da simulação	85
Figura 31 –	Prédio isolado em uma malha de volumes finitos: (a) antes e (b) depois da aplicação do utilitário snappyHexMesh	87

Figura 32 –	a) Prédio com carregamento de pressão distribuído; (b) modelo de cargas adotado pelo autor	89
Figura 33 –	Viga MBB otimizada (a) antes e (b) depois do pós-processamento com o Top3DSTL	92
Figura 34 –	Viga MBB tridimensional	93
Quadro 2 –	Comparação dos resultados para diferentes resoluções de malha	95
Figura 35 –	Comparação da região central da estrutura final na malha M3: (a) BESO, (b) SIMP (PCG) e (c) SIMP (MGCG)	95
Gráfico 3 –	Comparativo da função objetivo no caso da viga MBB para as malhas M1, M2 e M3	96
Gráfico 4 –	Histórico da função objetivo e fração de volume para as malhas: (a) 60×10×10; (b) 120×20×20 e (c) 180×30×30	96
Quadro 3 –	Comparação dos resultados para diferentes resoluções de malha	97
Gráfico 5 –	Comparativo da função objetivo na viga MBB para diferentes frações de volume	98
Gráfico 6 –	Comparativo da função objetivo na viga MBB para diferentes frações de volume	99
Figura 36 –	Caso do cubo fixo na superfície	100
Figura 37 –	Comparativo dos refinamentos (a) M1, (b) M2 e (c) M3	100
Figura 38 –	Coeficientes médios de pressão em M1	101
Figura 39 –	Coeficientes médios de pressão em M2	101
Figura 40 –	Coeficientes médios de pressão em M3	101
Figura 41 –	Coeficientes médios de pressão segundo a base de dados da TPU	102
Figura 42 –	Coeficientes médios de pressão obtidos em ensaio de túnel de vento	102
Figura 43 –	Região de coleta dos dados para o gráfico linear dos coeficientes de pressão	103
Gráfico 7 –	Gráfico linear dos coeficientes de pressão	103
Figura 44 –	Configuração de escoamento no corte do plano x-z: (a) M1, (b) M2 e (c) M3	104

Figura 45 –	Vórtices ao redor do cubo	105
Figura 46 –	Detalhamento dos vórtices superior, de montante e de jusante	105
Figura 47 –	Configuração de escoamento no corte em uma altura $0,3H$ do plano x-y: (a) M1, (b) M2 e (c) M3	106
Figura 48 –	Vórtices ao redor do cubo: (a) modelo LES em um cubo reduzido com projeção dos vórtices na superfície em corte a altura de $1/3$ do cubo, (b) modelo LES em um cubo de escala real em vista superior	107
Figura 49 –	Comprimentos dos vórtices no exemplo do cubo em um corte no plano central x-z.	107
Figura 50 –	Ângulos de incidência: (a) 0 graus e (b) 90 graus; (c) orientação do prédio de análise (B) e o de interferência (A)	110
Figura 51 –	Coeficientes médios de pressão em (a) M1-0, (b) M2-0 e (c) M3-0 volumes	111
Figura 52 –	Curvas de C_p no ensaio em túnel de vento para os prédios adjacentes com $\theta = 0^\circ$	112
Figura 53 –	Coeficientes médios de pressão em (a) M1-90, (b) M2-90 e (c) M3-90	113
Figura 54 –	Curvas de C_p no ensaio em túnel de vento para os prédios adjacentes com $\theta = 90^\circ$	114
Figura 55 –	Configuração de escoamento no plano de simetria x-z com $\theta = 90^\circ$: (a) M1-90, (b) M2-90 e (c) M3-90	114
Figura 56 –	Configuração de escoamento no corte do plano x-y: (a) M1-90, (b) M2-90 e (c) M3-90	116
Figura 57 –	Configuração de escoamento ao redor de prédios CAARC nos planos x-z e x-y, respectivamente	116
Figura 58 –	Estrutura para o estudo paramétrico do BESO	119
Quadro 4 –	Variação dos parâmetros taxa evolucionária e fração de volume	120
Gráfico 8 –	Variação da taxa evolucionária e da fração de volume: (a) função objetivo, (b) tempo de processamento normalizado com relação ao caso C-2%-0.12-M2-2-4-4 e (c) número de iterações	121

Gráfico 9 –	Comparação da quantidade de iterações do método dos gradientes conjugados com a fração de volume em: (a) C-1%-0.12-M2-2-4-4, (b) C-2%-0.12-M2-2-4-4 e (c) C-5%-0.12-M2-2-4-4.	122
Quadro 5 –	Variação dos parâmetros raio do filtro de sensibilidades e resolução da malha	124
Gráfico 10 –	Variação gráfica do raio do filtro de sensibilidades e número de elementos: (a) função objetivo, (b) tempo de processamento adimensional com relação à C-2%-0.12-M2-2-4-4 e (c) número de iterações.	125
Figura 59 –	Problema da viga engastada para as malhas (a) M1 e (b) M3	126
Quadro 6 –	Variação do parâmetro fator de penalização	128
Gráfico 11 –	Variação gráfica do grau de penalização: (a) função objetivo, (b) tempo de processamento adimensional com relação à $p = 4$ e (c) número de iterações	129
Quadro 7 –	Variação dos parâmetros número de níveis multigrid e resolução do domínio	130
Gráfico 12 –	Tempo relativo de cada fase da etapa da resolução do sistema matricial	131
Gráfico 13 –	Variação gráfica dos níveis de malha do multigrid para o tempo de processamento adimensional com relação à C-2%-0.12-M2-2-4-4	132
Gráfico 14 –	Tempo das iterações internas do método dos gradientes conjugados com relação às iterações do BESO nas malhas: (a) M2, (b) M3 e (c) M4	134
Gráfico 15 –	Comparação das iterações internas do método dos gradientes conjugados na malha M2	135
Figura 60 –	Caso utilizado na análise do controle geométrico	136
Quadro 8 –	Resultados da análise dos parâmetros de controle geométrico	136
Quadro 9 –	Casos simulados para a vizinhança a uma distância $1L$ do prédio em análise	138
Figura 61 –	Definição do ângulo de incidência do vento	139
Quadro 10 –	Estruturas otimizadas para $d = 1L$ e $\theta = 0^\circ$	139

Quadro 11 –	Estruturas otimizadas para $d = 1L$ e $\theta = 30^\circ$	140
Figura 62 –	(a) Histórico da função objetivo para o caso C-3L-1L-30°, (b) estruturas parciais referentes aos pontos marcados no gráfico	141
Gráfico 16 –	Função objetivo para os dois ângulos de incidência do vento em $d = 1L$	143
Figura 63 –	Configuração de escoamento ao redor da edificação no caso C-Iso-0°	143
Figura 64 –	Linhas de fluxo nos casos: (a) C-5H-1H-0° e (b) C-5H-1H-30°.	144
Quadro 12 –	Casos simulados para a vizinhança a uma distância 2L do prédio em análise	145
Quadro 13 –	Estruturas otimizadas para $d = 2L$ e $\theta = 0^\circ$.	145
Quadro 14 –	Estruturas otimizadas para $d = 2L$ e $\theta = 30^\circ$.	146
Gráfico 17 –	Função objetivo para os dois ângulos de incidência do vento em $d = 2L$	147
Figura 65 –	Vista frontal da Configuração de escoamento para os casos: (a) C-3L-1L-0°, (b) C-3L-2L-0°, (c) C-3L-1L-30° e (d) C-3L-2L-30°	148
Figura 66 –	Vista posterior da Configuração de escoamento para os casos: (a) C-3L-1L-0°, (b) C-3L-2L-0°, (c) C-3L-1L-30° e (d) C-3L-2L-30°	148
Figura 67 –	Inclinação das diagonais superior e inferior dos sistemas de contraventamento	150
Gráfico 18 –	Variação da inclinação das barras diagonais das faces laterais nos sistemas de contraventamento para $\theta = 0^\circ$: (a) φ_1 e (b) φ_2 .	150
Figura 68 –	Campo de tensões em uma barra prismática sujeita à flexão.	151
Gráfico 19 –	Coeficiente M_y nos casos com $\theta = 0^\circ$.	152
Gráfico 20 –	Variação da inclinação das barras diagonais das faces laterais nos sistemas de contraventamento para $\theta = 30^\circ$: (a) φ_1 e (b) φ_2	153
Gráfico 21 –	Variação da inclinação das barras diagonais das faces de barlavento e sotavento nos sistemas de contraventamento para $\theta = 30^\circ$: (a) φ_1 e (b) φ_2 .	153
Gráfico 22 –	Coeficientes (a) C_{M_x} e (b) C_{M_y} nos casos com $\theta = 30^\circ$	154
Figura 69 –	Coeficientes de pressão médios nas faces de barlavento para os casos: (a) C-6L-2L-0° e (b) C-6L-2L-30°	155

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Condições nas faces de contorno do domínio do OpenFOAM	85
Tabela 2 –	Valores padrão usados na validação	94
Tabela 3 –	Comparação dos comprimentos de referência no escoamento ao redor do cubo	108
Tabela 4 –	Comparação entre os coeficientes aerodinâmicos para os casos simulados no OpenFOAM e TPU em $\theta = 0^\circ$.	112
Tabela 5 –	Comparação entre os coeficientes aerodinâmicos para os casos simulados no OpenFOAM e TPU em $\theta = 90^\circ$.	115
Tabela 6 –	Valores padrão para o estudo paramétrico do topBESOmgecg	119
Tabela 7 –	Valores padrão para o estudo de influência das edificações vizinhas	138
Tabela 8 –	Valores médios dos ângulos de contraventamento para $\theta = 0^\circ$	150
Tabela 9 –	Valores médios dos ângulos de contraventamento para $\theta = 30^\circ$	153

LISTA DE SIGLAS

ABL	<i>Atmospheric Boundary Layer</i> ou Camada limite atmosférica
AG	Algoritmos Genéticos
AESO	<i>Additive Evolutionary Structural Optimization</i>
BESO	<i>Bidirectional Evolutionary Structural Optimization</i>
CAARC	<i>Commonwealth Advisory Aeronautical Research Council</i>
CG	Método dos gradientes conjugados simples (sem pré-condicionador)
DFC	Dinâmica dos Fluidos Computacional
DOF	<i>Degree of freedom</i> ou Grau de liberdade
ESO	<i>Evolutionary Structural Optimization</i>
FEA	<i>Finite Element Analysis</i>
GAMG	<i>Geometric-Algebraic Multigrid Solver</i>
HITO	<i>High-efficiency isogeometric topology optimization</i>
IC	<i>Incomplete Cholesky</i> ou Cholesky incompleto
IR	<i>Inclusion ratio</i> ou razão de inclusão
LECOM	Laboratório de Engenharia Computacional
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
MEF	Método dos Elementos Finitos
MMA	<i>Method of Moving Asymptotes</i>
MBB	Messerschmitt-Bölkow-Blohm
MGCG	<i>Multigrid conjugate gradient method</i> ou método dos gradientes conjugados multigrid
OC	<i>Optimality Criteria</i>
OT	Otimização Topológica
PCG	<i>Preconjugated conditioned gradient method</i> ou método dos gradientes conjugados pré-condicionados
RAMP	<i>Rational Approximation of Material Properties</i>
RANS	<i>Reynolds Averaged Navier-Stokes</i>
RR	<i>Rejection ratio</i> ou razão de rejeição
RSM	<i>Reynolds Stress equation Model</i>
SAO	<i>Sequential Approximate Optimization</i>
SERA	<i>Sequential Element Rejection and Admission</i>

SIMP	<i>Solid Isotropic Material with Penalization</i>
SST	<i>Shear Stress Transport</i>
TPU	<i>Tokyo Polytechnic University</i> ou Universidade Politécnica de Tóquio
VPM	<i>Virtual Phase Method</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

$cg_{m\acute{a}x}$	Número máximo de iterações do método dos gradientes conjugados
cg_{tol}	Tolerância do método dos gradientes conjugados
$coord$	Matriz de coordenadas do centro dos elementos para o plano de simetria
d	Altura de deslocamento com relação ao solo
$d_{e,i}$	Localização espacial do centro de um elemento e ou i
$dist(e, i)$	Distância do centro do elemento e ao centro do elemento i
e	Vetor de erros no método multigrid
f	Vetor de forças
f_i	Forças de corpo de um fluido na direção i
f_v	Fração de volume
$f(r_{ij})$	Fator de ponderação para o filtro de sensibilidades do BESO
h_{ei}	Coeficientes do operador de ponderação linear do filtro de sensibilidades do método BESO
k	Matriz de rigidez de um elemento
l	Comprimento de referência para o coeficiente de momento
n_{elem}	Número total de elementos no domínio
$nelx$	Número total de elementos do domínio no eixo X
$nely$	Número total de elementos do domínio no eixo Y
$nelz$	Número total de elementos do domínio no eixo Z
n_l	Número de sub-malhas para o método multigrid
n_x, n_y, n_z	Número de repetições de uma geometria ao longo das direções x, y e z
p	Fator de penalização
p_1	Pressão na face da edificação
p_0	Pressão atmosférica
r	Vetor de resíduos no método multigrid
r_{ij}	Distância do centro do elemento i ao nó j
$r_{mín}$	Raio do filtro de sensibilidades
t	Tempo de escoamento de um fluido
u	Vetor de deslocamentos
u_c	Vetor de deslocamentos em uma malha grosseira do multigrid
u, v, w	Componentes x, y e z do vetor velocidade

u_{ref}	Velocidade de referência do vento
u^*	Velocidade de fricção
$\mathbf{v}$	Solução aproximada do vetor de deslocamentos
v_e	Média aritmética do volume dos elementos
w_0	Carga linearmente distribuída
$w(x_e)$	Função linear de ponderação dos elementos
x_e	Densidade de um elemento e
$\bar{x}_e$	Densidade ponderada da média aritmética dos elementos
x_{min}	Densidade de um elemento vazio
$x_{i,j,k}$	Componente espacial de um fluido nas direções i , j e k
z	Coordenada do solo
z_0	Rugosidade aerodinâmica
z_{ref}	Altura de referência do vento
$\mathbf{A}$	Matriz quadrada arbitrária
$AR_{m\acute{a}x}$	Índice máximo de admissão de elementos sólidos
C	Função objetivo, flexibilidade média
C_μ, C_1, C_2	Constantes empíricas para modelagem da ABL
C_p	Coeficiente médio de pressão adimensional
C_D	Coeficiente de arrasto adimensional
C_M	Coeficiente de momento adimensional
C_T	Coeficiente de torção adimensional
$\mathbf{D}$	Matriz diagonal da matriz de rigidez $\mathbf{K}$
E_0	Módulo de elasticidade de um elemento sólido
E_e	Módulo de elasticidade de um elemento e
E_{min}	Módulo de elasticidade de um elemento vazio
ER	<i>Evolutionary rate</i> ou taxa evolucionária
$\mathbf{F}$	Vetor de forças globais
F_D	Força de arrasto
$\mathbf{K}$	Matriz de rigidez global
$\mathbf{K}_c$	Operador de restrição do método multigrid
$\mathbf{H}_{ei}$	Matriz de preparação para o filtro de sensibilidades
L	Comprimento de referência de um fluido
L_{vs}	Comprimento do vórtice superior no cubo

L_{vj}	Comprimento do vórtice de jusante no cubo
L_z	Distância entre o ponto de aplicação de uma força e a base da edificação para o cálculo do coeficiente de momento
M	Quantidade de elementos que ponderam um nó para o esquema do filtro de sensibilidades
M_x, M_y	Coeficientes de momento nas direções x e y, respectivamente
N	Número de elementos na malha dentro do subdomínio Ω_i
N_{DOF}	Número de graus de liberdade
N_{node}	Número de nós na malha
$\mathbf{P}$	Operador linear de prolongamento
R	Raio do filtro para ponderação das sensibilidades
Re	Número de Reynolds
$\mathbf{S}$	Matriz de suavização do método multigrid
S_a	Área de referência para o coeficiente de momento
S_e	Comprimento de estagnação
T	Torque em torno do eixo longitudinal da edificação
$\bar{U}_{i,j}$	Componente de velocidade média nas direções i e j
U_∞	Velocidade de referência do escoamento
$\mathbf{U}$	Vetor de deslocamentos globais
V	Volume estrutural
V_{add}	Volume sólido adicionado em uma iteração
V_{del}	Volume sólido removido em uma iteração
V_{er}	Critério de parada para a restrição de volume
V_T	Volume total do domínio
X_e^j, Y_e^j e Z_e^j	Coordenadas no centro dos elementos no mapeamento para controle geométrico nas direções x, y e z
α_{add}^{th}	Número de sensibilidade superior que coordena a razão de admissão
α_{del}^{th}	Número de sensibilidade inferior que coordena a razão de rejeição
α_e	Número de sensibilidade elementar
α_j^n	Número de sensibilidade nodal
δ_{ij}	Componentes do delta de Kronecker
ϵ	Erro relativo entre iterações da função objetivo no BESO

ε	Dissipação da energia cinética turbulenta
κ	Energia cinética turbulenta
κ_0	Constante de von Kármán
λ	Fator de amortecimento para o método multigrid
μ	Viscosidade molecular
ν	Viscosidade cinemática de um fluido
ξ	Número de condicionamento da matriz
ρ	Massa específica de um fluido
$\bar{\rho}_e$	Fator de ponderação para o filtro
φ_1, φ_2	Ângulo de inclinação das diagonais superior e inferior
τ	Tolerância para o critério de parada da função objetivo
τ_{ij}	Componentes do tensor de Reynolds
ν	Coefficiente de Poisson
ψ	Coefficiente limitante no esquema de gradiente
ω	Dissipação específica da energia cinética turbulenta
$\Delta(e, i)$	Matriz das distâncias do centro do elemento e com o centro dos elementos i da vizinhança definida pelo raio do filtro de sensibilidades
Ω_i	Subdomínio de ponderação de sensibilidades para o esquema de filtro
Ω^h	Domínio refinado do método multigrid
Ω^{2h}	Domínio grosseiro abaixo de Ω^h do método multigrid
∇	Divergente
∇^2	Laplaciano

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	24
1.1	OBJETIVOS	29
1.1.1	Objetivo geral	29
1.1.2	Objetivos específicos	29
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	30
2.1	SISTEMA ESTRUTURAL DE CONTRAVENTAMENTO	30
2.2	CARGAS DE VENTO	33
2.2.1	Interferência da vizinhança nas cargas de vento	36
2.2.2	Modelos de turbulência	38
2.3	OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA	40
2.3.1	Método <i>Solid Isotropic Material with Penalization</i> (SIMP)	40
2.3.2	Método <i>Evolutionary Structural Optimization</i> (ESO)	43
2.4	DIFICULDADES NUMÉRICAS DA OT	44
2.4.1	Tabuleiro de xadrez	44
2.4.2	Densidades intermediárias	45
2.4.3	Dependência de malha e mínimos locais	46
2.5	FILTROS	46
2.6	RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES	49
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	52
3.1	MÉTODO BIDIRECTIONAL EVOLUTIONARY STRUCTURAL OPTIMIZATION (BESO)	52
3.1.1	Métodos “ <i>soft-kill</i> ” e “ <i>hard-kill</i> ”	53
3.1.2	Esquema de interpolação material	54
3.1.3	Análise de sensibilidade	55
3.1.4	Estabilização do processo evolucionário	55
3.1.5	Esquema de filtro	56
3.1.6	Adição e remoção de elementos	58
3.1.7	Critério de parada	60
3.1.8	Resumo do procedimento BESO	60
3.2	MÉTODO MULTIGRID GEOMÉTRICO	60
3.2.1	Conceitos preliminares do método multigrid	61

3.2.2	Método multigrid geométrico aplicado a problemas de OT	63
3.3	CONTROLE GEOMÉTRICO DOS RESULTADOS	66
3.3.1	Simetria	67
3.3.2	Repetição de padrões	69
3.3.3	Elementos passivos	71
4	METODOLOGIA	73
4.1	IMPLEMENTAÇÃO DO BESO 3D COM ESQUEMA MULTIGRID GEOMÉTRICO	73
4.1.1	Sub-rotina: operador de restrição	76
4.1.2	Sub-rotina: método dos gradientes conjugados <i>multigrid</i>	77
4.1.3	Sub-rotina: critério de otimalidade BESO	78
4.2	IMPOSIÇÃO GEOMÉTRICA DE SIMETRIA, REPETIÇÃO DE PADRÕES E ELEMENTOS PASSIVOS	79
4.3	CARGAS DE VENTO PELO OPENFOAM	80
4.3.1	Estrutura de caso	81
4.3.2	Condições da camada limite atmosférica	82
4.3.3	Domínio de simulação	84
4.3.4	Discretização da edificação através do <i>snappyHexMesh</i>	86
4.3.5	Determinação das forças atuando nas faces da edificação	88
4.3.6	Esquemas numéricos	90
4.4	RESULTADO	91
5	VALIDAÇÃO	93
5.1	VALIDAÇÃO DO <i>topBESOmgcg</i>	93
5.2	VALIDAÇÃO DO OPENFOAM	99
5.2.1	Escoamento ao redor de um cubo	100
5.2.2	Prédios adjacentes de dimensões de base × altura: 1×1×4	109
6	RESULTADOS E DISCUSSÃO	118
6.1	ESTUDO PARAMÉTRICO DO BESO	118
6.1.1	Influência dos parâmetros do BESO na otimização topológica	118
6.1.2	Análise da influência da taxa evolucionária e da fração de volume	119

6.1.3	Análise da influência do refinamento da malha e do raio do filtro de sensibilidades	123
6.1.4	Análise da influência do fator de penalização	127
6.1.5	Análise da influência da quantidade de malhas processadas pelo <i>multigrid</i>	130
6.1.6	Comparação do <i>multigrid</i> com outras formas de resolução matricial	132
6.1.7	Influência do controle geométrico dos resultados	135
6.2	ESTUDO DA INFLUÊNCIA DA VIZINHANÇA NO SISTEMA DE CONTRAVENTAMENTO DE UM EDIFÍCIO	137
6.2.1	Vizinhança com distanciamento $d = 1L$	138
6.2.2	Vizinhança com distanciamento $d = 2L$	144
6.2.3	Análise dos ângulos das barras diagonais	149
7	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	157
7.1	CONCLUSÕES SOBRE O MÉTODO BESO	157
7.2	CONCLUSÕES SOBRE OS SISTEMAS DE CONTRAVENTAMENTO	159
7.3	CONCLUSÕES SOBRE O OPENFOAM	159
7.4	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	160
	REFERÊNCIAS	161

1 INTRODUÇÃO

Em geral, o crescimento de nações é demonstrado por sua urbanização. De acordo com Kureski *et al.* (2008), a construção civil acarreta grandes investimentos que afetam diretamente toda a cadeia produtiva. Evidenciadas por fatores econômicos e sociais, as novas edificações tendem a ser cada vez mais altas (MITTAL *et al.* 2018).

Tal incremento em altura demanda edifícios mais esbeltos, tornando as cargas laterais mais relevantes. Estas forças podem ser oriundas tanto do vento quanto de atividade sísmica. De acordo com Hasançebi (2017), as forças laterais se acentuam de acordo com a altura da edificação, podendo até mesmo ser a principal carga a ser resistida pelo projeto estrutural.

Com o aumento da urbanização e a crescente demanda por moradia, projetar edificações com intuito de resistir às cargas laterais tornou-se um problema comum para engenheiros solucionarem. Um dos efeitos que pode ocorrer devido ao vento é desconforto dos usuários, que podem sentir o movimento da estrutura e inviabilizar o projeto, pois de acordo com Chapain e Aly (2019), a viabilidade econômica de edifícios altos está entrelaçada ao conforto dos usuários. Outro problema é a sobrecarga na estrutura, que pode acarretar falha catastrófica no sistema. Uma solução que pode ser adotada para o problema é aumentar a rigidez do sistema de vigas e pilares, criando uma edificação mais robusta. Porém, tal abordagem não é adequada, principalmente em edifícios mais altos devido ao alto custo associado aos elementos estruturais (MIJAR *et al.*, 1998).

A solução, que leva em conta a viabilidade econômica dos projetos, é a aplicação de sistemas de contraventamento no suporte das cargas laterais. De acordo com Simoncelli *et al.* (2020), este reforço na estrutura possui custo desprezível comparado com o restante da obra. O contraventamento amortece os efeitos das cargas laterais e atualmente possui larga utilização na indústria da construção civil (JAFARI E ALIPOUR, 2021). Para sua aplicação, faz-se necessário um estudo que analise a influência das cargas de vento nas faces da edificação.

Realizar uma análise da edificação isolada, entretanto, não é adequado. Locais com grande concentração de edificações causam importantes alterações no regime de escoamento, como por exemplo, na Fotografia 1, na qual mostra-se uma vista da cidade de Balneário Camboriú, Santa Catarina (Brasil), onde concentram-se alguns dos edifícios residenciais mais altos da América do Sul. Como edificações geralmente

não são corpos aerodinâmicos, seus vértices e arestas causam separação da camada limite, fazendo com que a jusante esteja sujeita à formação de vórtices e pressões negativas. Portanto, antes de projetar um sistema de contraventamento, é necessário quantificar as cargas de vento e os efeitos causados no escoamento pela vizinhança. Isto pode ser determinado de três maneiras: regras normativas (no caso do Brasil, é utilizada a NBR-6123), ensaios com modelos reduzidos em túneis de vento, e através da Dinâmica dos Fluidos Computacional (*Computational Fluid Dynamics* ou DFC).

Fotografia 1 – Zona urbana de Balneário Camboriú – SC.



Fonte: Página Viagens e caminhos¹, Prandi (2019).

Devido ao aumento da capacidade computacional e desenvolvimento dos métodos numéricos, a DFC tornou-se uma ferramenta de larga aplicação tanto na indústria, quanto na academia (SHEN *et al.*, 2020).

A difusão da DFC ocorreu por volta dos anos 80 e 90, quando os computadores permitiram a discretização de domínios tridimensionais em malhas não-estruturadas no cálculo de estruturas de aeronaves (NAKAHASHI, 2013). No trabalho de Blocken (2014), apresenta-se uma revisão dos últimos 50 anos no desenvolvimento da Engenharia de Vento Computacional, tal como as diversas aplicações da DFC, como ventilação natural, conforto de pedestres e usuários de edificações, entre outros.

Existem diversos *softwares* de DFC, entretanto, grande parte destes são proprietários, ou seja, possuem licença paga, limitando acesso aos códigos fonte para pesquisas empregadas nesta área. Uma das soluções é a utilização de *softwares* livres. A adoção destes programas apresenta algumas vantagens com relação a

¹ Disponível em: <<https://www.viagensecaminhos.com/2017/03/os-10-predios-mais-altos-do-brasil-balneario-camboriu-sc.html>>. Acesso em 24 de dezembro de 2019.

softwares proprietários, como o uso de licença gratuita e o código aberto que permite a expansão das funcionalidades para problemas específicos.

Para este trabalho, foi adotado o *software* livre e de código aberto OpenFOAM. O programa é escrito em linguagem C++ e conta com ferramentas de análise numérica para pré e pós-processamento de problemas. Por ser de código aberto, qualquer pessoa pode contribuir para o desenvolvimento do *software*. Como visto em Silva *et al.* (2015a) e Silva *et al.* (2015b), o OpenFOAM pode ser usado na análise das cargas do vento em edifícios com diversos modelos de turbulência.

O OpenFOAM é bastante utilizado nos âmbitos acadêmico e industrial para a resolução de problemas que envolvem dinâmica dos fluidos devido às ferramentas de pré-processamento, manipulação de malha, aquisição de dados e manipulação de malhas dinâmicas (JASAK, 2009). Algumas aplicações destas ferramentas podem ser conferidas em Yan *et al.* (2020), que calculam dispersão de sedimentos, e em Islam e Soares (2018), que determinam propriedades hidrodinâmicas de navios de carga, entre outros.

Existem, entretanto, algumas desvantagens no uso do OpenFOAM. Usuários novos do *software* geralmente encontram dificuldade com relação ao seu uso, tendo em vista que ele não possui interface gráfica. Somado a isto, sua utilização é atrelada ao uso de terminais de comando nos sistemas operacionais Linux e Windows. Além disso, o ajuste dos parâmetros é feito através da modificação de algumas linhas em arquivos separados em diretórios distintos. Todos estes fatores fazem com que a curva de aprendizado do OpenFOAM seja íngreme.

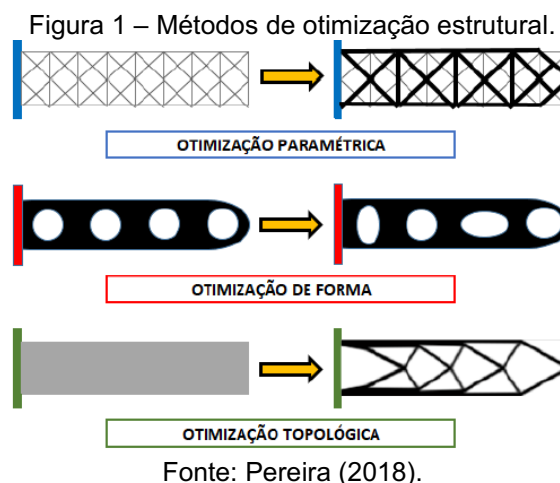
Com o advento de medidas que tornem o mercado da construção civil mais sustentável, é conveniente a utilização de técnicas que otimizem recursos naturais. No caso de estruturas, a otimização matemática ajuda a reduzir o volume de material empregado, sem que haja comprometimento das funções de resistência. Bendsøe e Sigmund (2003) citam três maneiras de realizar a otimização estrutural.

A primeira é a otimização paramétrica, cujo conceito é a não-alteração da forma ou da topologia da estrutura, mas sim de variáveis geométricas como largura, diâmetro dos elementos, espessura de barras, entre outros. O principal conceito na otimização paramétrica é que o modelo estrutural é conhecido a priori, sendo mantido fixo durante todo processo de otimização.

A segunda é a otimização de forma, que como o próprio nome sugere, consiste em encontrar a forma ótima para uma estrutura dentro de um domínio. Ou seja, a

geometria torna-se a variável de projeto, modificando a forma do contorno e a posição dos furos, mas sem alteração na conectividade dos elementos finitos que definem o domínio.

A terceira maneira e a mais geral, é a otimização topológica (OT). Ela consiste em encontrar a melhor distribuição de material ao longo de um domínio de projeto, com determinadas restrições. Sua principal diferença com relação a otimização de forma é que na OT pode-se mudar a distribuição de material no interior do domínio, portanto, se altera a conectividade do domínio discretizado. Por ser um dos objetos de estudo do trabalho, mais conceitos acerca da otimização topológica serão apresentados nos capítulos subsequentes. A Figura 1 apresenta uma comparação entre as três maneiras de otimização citadas.



É possível conciliar as técnicas de otimização com o cálculo do sistema de contraventamento, para guiar o projeto de uma estrutura com alto nível de eficiência para resistência dos carregamentos laterais. Na área de otimização topológica (OT), Pinho (2015) e Torres e Almeda (2013) realizaram estudos para otimizar o sistema de contraventamento de edificações empregando controle geométrico dos resultados, como a implementação de planos de simetria e repetição de padrões na estrutura.

Entretanto, grande parte dos estudos abrangendo a aplicação de controle geométrico não envolve a utilização de métodos discretos de OT. Logo, este trabalho propõe a utilização do método discreto *Bidirectional Evolutionary Structural Optimization* (BESO) com o controle de geometria dos resultados para obter uma estrutura que além de otimizada, apresente planos de simetria e repetição de padrões, com a finalidade de facilitar sua aplicação na construção civil.

A discretização de problemas tridimensionais por elementos finitos origina matrizes de rigidez de grandes dimensões, inviabilizando no BESO o uso de métodos diretos para a solução dos sistemas de equações lineares. Para contornar este problema, é conveniente o emprego de métodos iterativos. *Multigrids* geométricos e algébricos na otimização topológica mostram-se eficazes para problemas de elasticidade tridimensional (PEETZ E ELBANNA, 2021). Portanto, neste trabalho emprega-se um esquema de *multigrid* geométrico, baseado em Amir *et al.* (2014), na solução do sistema linear de equações.

Para as simulações DFC neste trabalho, discretiza-se a malha segundo o método dos volumes finitos na quadratura de Gauss padrão (*standard Gaussian finite volume integration*). A turbulência é modelada empregando a metodologia *Reynolds Average Navier-Stokes* (RANS) com o modelo de fechamento $\kappa - \varepsilon$ clássico. Os coeficientes de pressão médio C_p são mapeados em uma função de superfície e então convertidas em cargas pontuais aplicadas nos nós da malha. Por sua vez, o BESO trabalha com o método dos elementos finitos (MEF), com elementos trilineares de oito nós.

No âmbito do Laboratório de Engenharia Computacional (LECOM) da UFPE, foram desenvolvidos previamente trabalhos aplicados na otimização estrutural. A metodologia dos Algoritmos Genéticos (AG) para otimização de elementos estruturais de concreto armado foi empregada por Nascimento (2017) que realizou o dimensionamento de pilares segundo a norma NBR 6118:2014; por sua parte Bezerra (2017) e Monteiro (2019), o empregaram no dimensionamento de vigas; já Nunes (2018) empregou esta metodologia no dimensionamento de lajes nervuradas; e Correia (2020) verificou a confiabilidade das vigas de concreto armado otimizadas. No âmbito de estruturas metálicas, Cavalcanti Neto (2019) empregou AG na otimização do peso de estruturas metálicas treliçadas.

Na área da OT, Salvador (2018) realizou uma análise paramétrica considerando os critérios de resolução *Optimality Criteria* (OC), *Sequential Approximate Optimization* (SAO) e *Method of Moving Asymptotes* (MMA) para verificar a influência deles no método *Solid Isotropic Material with Penalization* (SIMP). Pereira (2018) empregou os métodos SIMP e BESO bidimensionais na otimização de estruturas de contraventamento do edifício *Commonwealth Advisory Aeronautical Research Council* (CAARC), (MELBOURNE, 1980) com cargas de vento obtidas pela NBR 6123:1988 e DFC. Já Silva (2021) empregou o método SIMP 3D para a

otimização de sistemas de contraventamento, com as cargas de vento obtidas pelo *software* OpenFOAM com os modelos de turbulência $\kappa - \varepsilon$ RNG e $\kappa - \omega$ SST.

1.1 OBJETIVOS

Neste item, são apresentados os objetivos do trabalho. O objetivo geral consiste no escopo de trabalho para esta dissertação. Já os objetivos específicos apresentam as etapas necessárias para que o objetivo geral seja alcançado.

1.1.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo principal realizar a otimização de sistemas de contraventamento de edifícios localizados em ambientes urbanos utilizando a metodologia de otimização topológica BESO e ferramentas da Dinâmica dos Fluidos Computacional.

1.1.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos podem ser resumidos nos seguintes pontos:

- Implementar o método de Otimização Topológica, BESO, para o caso de problemas em elasticidade linear tridimensional;
- Implementar o *multigrid* geométrico para acelerar a resolução do sistema matricial atrelado às iterações do método BESO;
- Analisar como os principais parâmetros da metodologia BESO influenciam na otimização topológica;
- Analisar como os principais parâmetros do método dos gradientes conjugados usando o *multigrid* como pré-condicionador influencia a otimização topológica.
- Realizar um estudo paramétrico analisando como as estruturas de contraventamento variam a geometria e energia de deformação em função da mudança da geometria das edificações vizinhas e do ângulo de incidência do escoamento.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, é apresentada a revisão bibliográfica para os temas que são abordados no trabalho em um contexto generalizado: sistema estrutural de contraventamento, engenharia do vento, otimização topológica e suas dificuldades, além da resolução de sistemas lineares. Assuntos específicos como o método BESO, o método *multigrid* geométrico e a aplicação da simetria e repetição de padrões são abordados no Capítulo 3.

2.1 SISTEMA ESTRUTURAL DE CONTRAVENTAMENTO

De forma geral, edifícios multipavimentados são projetados com vigas e pilares dispostos ortogonalmente entre si de forma que resistam principalmente às cargas verticais. Entretanto, Mijar *et al.* (1998) menciona que a esbeltez de uma edificação está diretamente relacionada à resistência das cargas laterais, como vento e excitação sísmica.

As cargas do vento ocasionam desvios torcionais e laterais no sistema estrutural global. Por se tratar de um carregamento dinâmico, a sua incidência pode levar a uma ampla gama de efeitos, como a formação de vórtices e resposta dinâmica que acarreta vibrações na estrutura (BEZABEH *et al.*, 2018). A formação de vórtices modifica a configuração de escoamento, o que pode gerar desconforto em pedestres. A resposta dinâmica pode causar desconforto aos usuários da edificação e até uma falha completa da estrutura.

Dessa forma, na etapa de projeto de uma edificação, deve-se levar em consideração os efeitos de interferência de vizinhança na concepção do sistema de contraventamento. No LECOM, foram desenvolvidos trabalhos que estudaram sistemas de contraventamento otimizados, como Pereira (2018) com os métodos SIMP e BESO em problemas 2D, e Silva (2021) com o método SIMP 3D. Tomei *et al.* (2018) citam que a eficiência de um sistema de contraventamento acompanha as tendências arquitetônicas, pois a complexidade visual de um sistema estrutural otimizado traz consigo a possibilidade de projetos com elevado padrão estético. A Figura 2 mostra sistemas de contraventamento do tipo *diagrids* que chamam a atenção do ponto de vista visual e ao mesmo tempo possuem elevada eficiência estrutural.

Figura 2 – Sistemas de contraventamento aplicados em edificações:
(a) Zhon Hong Tower, (b) Lotte Super Tower e (c) Longgang Tian'na Cyber Park.

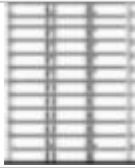
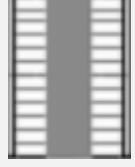
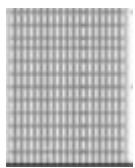
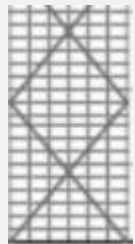
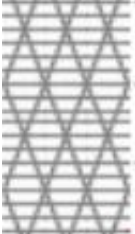
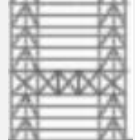


Fonte: Tomei *et al.* (2018).

O sistema de contraventamento adotado depende de diversos fatores, como paisagismo do local para que a edificação não seja desconexa com a vizinhança; a intensidade das cargas do vento e as proporções geométricas do projeto; poder econômico e a cultura local. Por conta disso, existem diversos tipos de contraventamento. No trabalho de Gunel e Ilgin (2007), apresenta-se uma classificação com seis tipos: (1) pórticos rígidos, que consistem em projetar os elementos base da estrutura e suas conexões mais rígidas; (2) paredes de cortante (*shear walls*), que consistem em acoplar paredes aos pórticos para incrementar a rigidez lateral e a resistência à torção; (3) sistemas de pórticos com *outrigger*, caracterizados por treliças horizontais ou paredes de cortante acopladas ao núcleo do sistema estrutural de um pórtico rígido; (4) sistemas de tubo perfurado, que consistem em pilares igualmente espaçados e conectados por vigas de grande altura; (5) treliças de cortante, que consistem em agrupar estes membros na parte externa da estrutura e cruzando-os geralmente a um ângulo de 45°; e (6) o sistema de tubos, que consiste em arranjar tubos metálicos igualmente espaçados, de forma que se encaixem em geometrias irregulares.

Em estudos mais recentes, Ali e Moon (2018) apresentam novos sistemas de contraventamento como o sistema *diagrid*, que além de mostrar-se muito eficiente possui um notável padrão estético, tornando-o bastante atraente. Outro tipo de estrutura que se popularizou em prédios altos são as treliças espaciais. Outros sistemas de estabilização consistem em modificações dos sistemas clássicos, como as mega colunas (*megatubes*) e os mega pórticos (*superframes*). Estes sistemas estruturais possuem vantagens e limitações, sendo apresentados no Quadro 1.

Quadro 1 – Principais sistemas de contraventamento

Tipo	Material	Número limite de pavimentos	Vantagens	Limitações	Aspecto visual
Pórtico rígido	Aço	30	-Flexibilidade no planejamento dos pavimentos; -Rápida construção no caso do aço; -Facilidade de modelagem no caso do concreto.	-Conexões metálicas caras pois são patenteadas; -Equipamento a prova de incêndio caro no caso do aço; -Construção lenta no caso do concreto	
	Concreto	20			
Parede de cortante (<i>shear walls</i>)	Alvenaria em concreto e barras de aço	40	-Alta resistência às cargas laterais	-A presença das <i>shear walls</i> torna o planejamento interno da edificação limitado.	
Pórticos com <i>outrigger</i>	Concreto ou aço com núcleo compósito	80	-Pilares conectados ao <i>outrigger</i> possuem alta resistência às cargas de momento; -Possibilidade de modificação.	-Podem obstruir pavimentos, interferindo na ocupabilidade e consequentemente no retorno econômico.	
Tubos perfurados	Aço	80	-Resiste ao carregamento lateral apenas pelas barras perimetrais, mantendo o sistema estrutural interno intacto.	-A vista externa dos usuários é limitada; -Alto cisalhamento nas barras tubulares.	
Sistema de tubos	Aço	110	-Alta resistência às cargas laterais, que são transformadas em carregamento axial nos membros tubulares; -Possui maior espaçamento entre os elementos.	-Em alguns locais específicos da edificação, o sistema de contraventamento irá obstruir a vista dos ocupantes.	
<i>Diagrids</i>	Aço	130	-Alta eficiência na resistência dos carregamentos laterais; -Possui alta aplicabilidade em estruturas esbeltas	-Alto custo construtivo associado.	
Mega colunas e mega pórticos	Aço	170	-São versáteis e possuem elevada eficiência estrutural	-O sistema estrutural externo pode depender do interno.	

Fonte: Adaptado de Ali e Moon (2018).

O principal ponto positivo da adoção do contraventamento em estruturas aporticadas é a eliminação de momentos nas ligações viga-pilar (FRANCA, 2003), contribuindo com o aumento de rigidez no sistema. Conclui-se que, como citado por Angelucci e Mollaioli (2017), o contraventamento contribui para a estabilidade de edifícios altos, conseguindo deixar o sistema mais rígido sem a necessidade de torná-lo mais robusto.

2.2 CARGAS DE VENTO

Existem diversas maneiras de determinar a influência do vento em uma estrutura. As regras normativas brasileiras sobre este assunto constituem a NBR-6123/1988, que sugere a determinação de forças devido à ação do vento baseada em velocidades características máximas medidas sobre 3 segundos, que podem ser excedidas em um período de retorno de 50 anos a uma altura de 10 metros sobre o nível do terreno em lugar aberto. A partir destas velocidades, são obtidas as pressões e forças causadas pelo vento através de equações empíricas que consideram os fatores topográficos, de rugosidade e estatísticos da região onde se deseja construir uma edificação.

As forças de vento que atuam em edificações podem ser classificadas como de superfície (de viscosidade e de pressão) e de massa (inércia e gravidade). Blessmann (2009) cita que as forças de gravidade podem ser desprezadas, fazendo com que as forças de inércia e viscosas sejam preponderantes. A relação entre as forças de inércia e viscosas é representada através do número de Reynolds (Re), que é expresso por:

$$Re = \frac{U_{\infty} L}{\nu} \quad (2.1)$$

onde U_{∞} e L são, respectivamente, a velocidade de escoamento e a dimensão do corpo em referência, e ν é a viscosidade cinemática do fluido. A relação indica que para escoamentos laminares (Re pequeno), as forças de viscosidade são preponderantes. Por outro lado, para escoamentos turbulentos (Re elevado), as forças de inércia são dominantes.

Apesar de fornecer uma boa estimativa, a norma NBR-6123 não contempla todas as situações possíveis. O vento é uma carga dinâmica, porém a norma dá mais

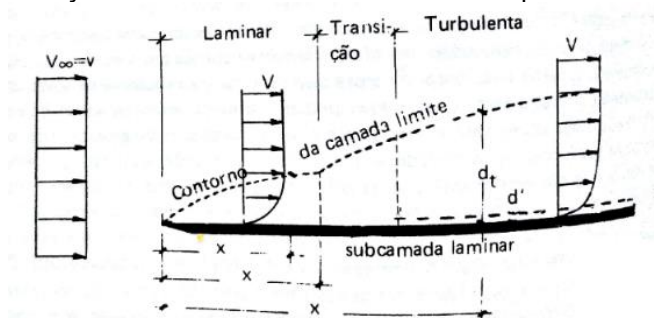
ênfase para a análise quase-estática. Efeitos de vizinhança nos coeficientes de pressão são mencionados no Anexo G da mesma norma, que sugere uma abordagem aproximada para calcular as modificações nos coeficientes de pressão em função da geometria das edificações e separação entre elas. Entretanto, também é mencionado que não é possível indicar valores de modo genérico e normativo para efeitos de vizinhança, sendo recomendada a utilização de ensaios em túnel de vento. Outro ponto importante é que vórtices gerados por vento cujo ângulo de incidência é diferente de 0° ou 90° com relação à fachada também podem provocar reações violentas em regiões de vértices e arestas das edificações (BLESSMANN, 2009), com risco de arrancar coberturas e telhados.

Portanto, é conveniente investigar como o escoamento do vento afeta a estrutura da edificação e, através da quantificação das cargas, projetar um sistema de contraventamento eficiente para resistir aos carregamentos laterais. Além da NBR-6123, existem outras duas maneiras de se realizar a previsão das cargas: ensaio em túneis de vento ou através da Dinâmica dos Fluidos Computacional (DFC).

Ensaio em túneis de vento em modelos reduzidos de estruturas possuem a grande vantagem de oferecer resultados acurados no que diz respeito às pressões atuantes nas fachadas (MOUSAAD *et al.* 2011). Blessmann (2009) realizou diversos ensaios em cúpulas e pavilhões industriais para determinar a intensidade da pressão de rajadas de vento em condições variadas. Observou-se que os efeitos do escoamento divergem em condições de regime laminar ou turbulento, evidenciando a importância do número de Reynolds.

É ressaltado em Blessmann (2011) a importância de serem colocadas as condições de contorno corretas, para que se obtenha o mesmo comportamento da atmosfera terrestre, que é turbulenta e possui um gradiente de velocidade referente à altura com relação ao solo. Para que se tenha uma boa representação do comportamento atmosférico em um ensaio em túnel de vento, deve-se também simular o efeito da camada limite. A Figura 3 ilustra que a altura da camada limite varia de acordo com o regime de escoamento.

Figura 3 – Representação da camada limite e seu efeito nos perfis de velocidade do vento.



Fonte: Blessmann (2011).

Entretanto, uma das desvantagens do ensaio em túnel de vento pode ser o alto custo atrelado ao experimento. Torna-se interessante, portanto, trabalhar em conjunto com simulações numéricas que utilizem a DFC. Segundo Montarezi e Blocken (2013), a DFC consegue reduzir o tempo e os custos de projeto consideravelmente. A combinação dos ensaios em túnel de vento com DFC tornam factível a determinação de cargas que são impossíveis de serem calculadas apenas com as normas, tornando-se uma poderosa ferramenta para projetos de contraventamento de estruturas.

O DFC consegue prover informações detalhadas em todo o domínio de projeto. Além da velocidade, é possível obter informações como coeficientes de pressão médios, temperatura, entre outros. Ljungskog *et al.* (2020) e Jenkinson *et al.* (2007) mostram que utilizando as condições de contorno corretas e uma malha adequada, os resultados obtidos em uma simulação DFC possuem boa acurácia e são satisfatórios quando comparados com os ensaios realizados em túneis de vento.

Entretanto, como apontado por Tian *et al.* (2018), a metodologia DFC possui limitações. A principal é a demanda computacional para simular ambientes detalhados. Muitas vezes, como notado por Ramponi e Blocken (2012), é necessário revisar a literatura em cada situação para verificar quais parâmetros são mais importantes para uma análise específica, evitando desperdício de tempo. Outro problema associado à DFC consiste na modelagem da turbulência, que devido a sua natureza caótica, permanece como um dos problemas da física clássica sem solução (EAMES E FLOR, 2011).

Na Engenharia Civil, além da previsão de cargas de vento em estruturas, as simulações DFC também são ferramentas na análise de

problemas da Engenharia do Vento, por exemplo: ventilação natural, energia eólica, dispersão de poluentes e conforto de pedestres. Outras aplicações na Engenharia Civil consistem na análise do comportamento complexo de sistemas aerodinâmicos na interação fluido-estrutura, pois, como visto em Demartino e Ricciardelli (2017), geometrias simples como paralelepípedos podem levar a comportamentos complexos do fluido que interage com o sólido.

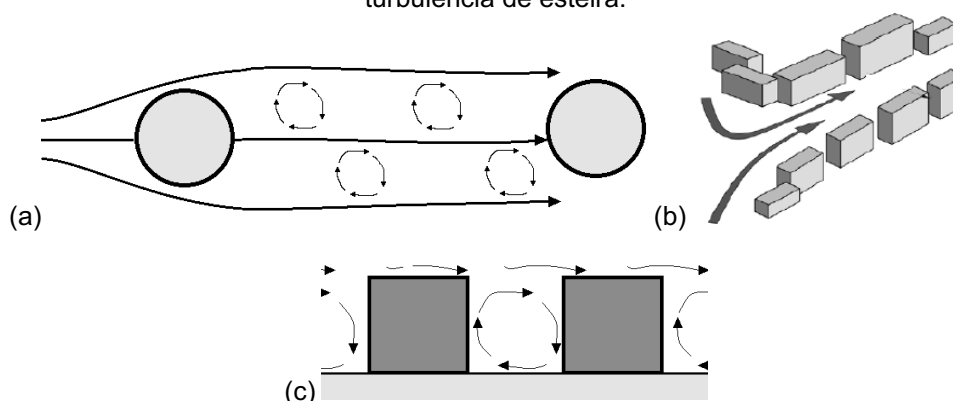
No âmbito do LECOM foram desenvolvidos trabalhos que empregam a DFC através do *software* OpenFOAM. Nascimento (2019) investigou a ventilação natural com os modelos de turbulência $\kappa - \varepsilon$, $\kappa - \omega$ e LES em um conjunto de edificações. Já Cavalcante (2019) empregou o modelo de turbulência $\kappa - \varepsilon$ RNG para estudar o escoamento ao redor de prédios paralelos com o intuito de analisar a locação de aerogeradores. Ambos os trabalhos mostraram que o OpenFOAM é uma poderosa ferramenta no estudo da Engenharia do Vento aplicados a problemas da Engenharia Civil.

2.2.1 Interferência da vizinhança nas cargas de vento

O desenvolvimento urbano torna a paisagem nas cidades cada vez mais complexa no que diz respeito à Engenharia de Vento e interações aerodinâmicas. A variação do escoamento pode levar a mudanças consideráveis nas cargas de vento em sistemas estruturais. A NBR-6123 cita que não é possível quantificar de modo normativo os efeitos de vizinhança, portanto este assunto tem sido cada vez mais pesquisado, levando em consideração fatores como a altura e posicionamento de edificações vizinhas, além do ângulo de incidência do vento. De acordo com Khanduri *et al.* (1998), a análise de edificações isoladas em regras normativas não prevê o aumento ou diminuição das forças que incidem nas faces de uma edificação. Alterações na paisagem urbana podem causar mudanças na direção de escoamento e nas condições de rugosidade do terreno. Portanto, o efeito de interferência deve ser devidamente analisado durante a fase de projeto.

Blessmann (2005) cita alguns fenômenos que podem ocorrer no escoamento devido a influência de vizinhança. O martelamento consiste na carga periódica gerada por vórtices de Kármán provenientes de uma ou mais edificações, que causam excitação periódica em edificações presentes na esteira de vento, podendo gerar resposta dinâmica nas estruturas. O efeito Venturi consiste na formação de um caminho preferencial para a aceleração do escoamento, alterando os coeficientes de pressão nas edificações no entorno. Já o efeito da turbulência de esteira ocorre em edificações alinhadas ao barlavento. Caso estejam significativamente próximas, os corpos à jusante são protegidos de uma rajada direta na face frontal, formando-se vórtices no espaço entre os corpos. Estes efeitos de vizinhança são apresentados na Figura 4.

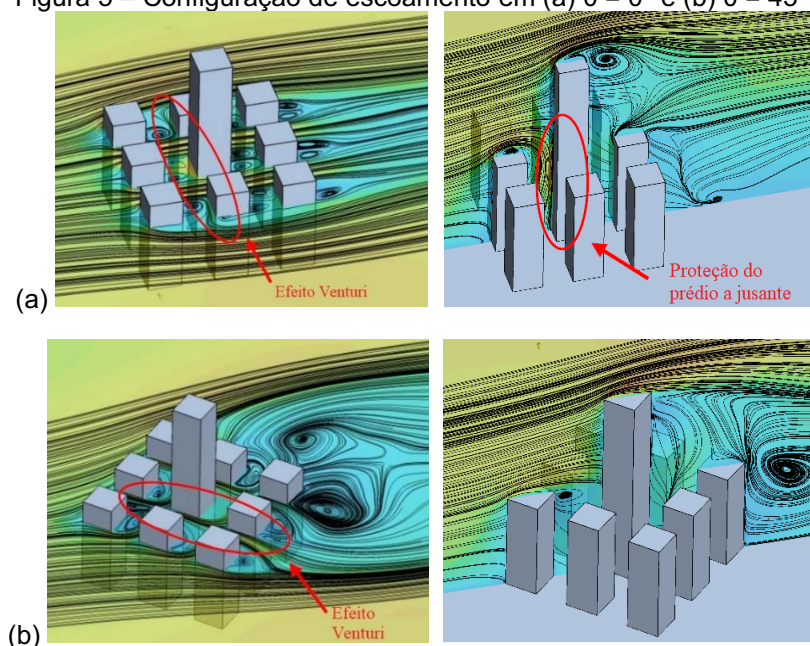
Figura 4 – Efeitos da influência de vizinhança: (a) martelamento, (b) efeito Venturi e (c) efeito da turbulência de esteira.



Fonte: O Autor (2022) e Carpeggianni *et al.* (2004).

Elshaer *et al.* (2017) mostra através de DFC como a vizinhança influencia os coeficientes de pressão nas fachadas dos edifícios. A mudança na topologia urbana apresenta forte influência nos coeficientes de pressão. À medida que a densidade de edificações aumenta, as pressões nas faces de prédios centrais são modificadas e os efeitos de vizinhança tornam-se mais presentes, gerando diferentes respostas no que diz respeito ao carregamento lateral. A Figura 5 mostra que em edificações muito próximas e com o ângulo de incidência a 0° , torna-se mais evidente o efeito de proteção na jusante quando comparado com o vento incidindo a 45° . Já o efeito Venturi muda de direção de acordo com o alinhamento da topologia urbana

Figura 5 – Configuração de escoamento em (a) $\theta = 0^\circ$ e (b) $\theta = 45^\circ$.



Fonte: Elshaer *et al.* (2017).

Outros estudos, como Elshaer *et al.* (2016), analisam o comportamento aerodinâmico do vento atmosférico em locais com alta concentração de prédios e Zhang e Gu (2008) mostram a influência que edificações próximas possuem nos coeficientes de pressão e evidenciam que a análise das cargas de vento deve levar em conta diversas configurações no que diz respeito ao ângulo de incidência do vento, distância e altura da vizinhança.

2.2.2 Modelos de turbulência

De acordo com Rhie e Chow (1983), em casos reais do vento o escoamento turbulento é comum de se verificar na natureza. Portanto, é conveniente adotar modelos matemáticos adequados para simular a turbulência do vento ao longo do tempo e espaço. Para determinar as condições de velocidade e pressão no escoamento do fluido, são usadas as equações de Navier-Stokes. Tais equações expressam a conservação de momento de fluidos em geral. São baseadas na segunda lei de Newton, levando em conta a viscosidade dos fluidos (SILVA-FREIRE *et al.* 2002).

A partir das equações de Navier-Stokes, modelos numéricos podem ser obtidos para avaliar o comportamento do fluido no tempo, como as modelagens do tipo *Reynolds Averaged Navier-Stokes* (RANS), que consistem em um conjunto de médias

temporais das equações de Navier-Stokes. Como são problemas não-lineares, as equações médias trazem consigo flutuações turbulentas da velocidade e da pressão, que produzem as tensões de Reynolds (ANDERSSON *et al.*, 2012). Considerando um fluido newtoniano incompressível e um escoamento estacionário, as equações RANS podem ser escritas na forma abaixo:

$$\rho \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \rho \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \rho f_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \left(\frac{\partial \bar{U}_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \right] + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.2)$$

Em que ρ é a massa específica do fluido, $\bar{U}_i$ e $\bar{U}_j$ são os componentes de velocidade média nas direções i e j , t é o tempo de escoamento, f_i são as forças de corpo na direção i , μ é a viscosidade molecular, δ_{ij} são componentes do delta de Kronecker e τ_{ij} são componentes do tensor de Reynolds, resultado das flutuações no escoamento.

Para solucionar as equações médias de Navier-Stokes, deve-se obter as flutuações do tensor de Reynolds. Diversos modelos são apresentados na literatura para resolver e analisar o comportamento do fluido em um determinado intervalo de tempo. Por exemplo, o modelo de fechamento $\kappa - \varepsilon$ apresenta uma descrição geral da turbulência através das equações de transporte da energia cinética turbulenta (κ) e da dissipação da energia cinética turbulenta (ε) (HANJALIC E LAUNDER, 1972). Já o modelo de fechamento $\kappa - \omega$ busca prever a turbulência através de equações diferenciais parciais baseadas em κ e na dissipação específica da energia cinética turbulenta (ω) (WILCOX, 2008).

Cada um dos modelos de turbulência possui limitações, havendo portanto restrições ao seu uso. Entretanto, para avaliar o comportamento do vento a redor de edificações, os modelos $\kappa - \varepsilon$ e $\kappa - \omega$ são comumente empregados e oferecem resultados satisfatórios em capturar os efeitos do escoamento, como visto em Balogh *et al.* (2012), Qi e Ishihara (2018) e Iishira *et al.* (2020). Alguns estudos sugerem a combinação dos dois modelos, destacando as vantagens de cada um, como é o caso dos modelos *Shear Stress Transport* (SST) (MENTER, 1994) e *Reynolds Stress equation Model* (RSM) (HANJALIC E LAUNDER, 2012). Um dos modelos comumente empregados em simulações é o *Large-Eddy Simulation* (LES) (SMAGORINSKY, 1963), cuja ideia é empregar um tipo de filtragem que decomponha em duas bandas o espectro de escalas do escoamento. A banda composta pelas maiores escalas seria calculada e a banda formada pelas menores escalas do espectro seria modelada

(DEARDORFF, 1970). Ainda assim, o modelo LES exige discretizações refinadas, tendo maior custo computacional comparado com os da metodologia RANS.

No presente trabalho, para avaliar a configuração de escoamento ao redor das edificações e determinação dos coeficientes médios de pressão nas fachadas, emprega-se o modelo de fechamento $\kappa - \varepsilon$ clássico.

2.3 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

Na Engenharia Estrutural, técnicas matemáticas podem ser aplicadas para minimizar ou maximizar propriedades que sejam interessantes para o projetista. Por exemplo, minimizar os deslocamentos ou as tensões de von Mises ou maximizar a rigidez global do sistema.

A otimização topológica de estruturas possui várias metodologias. Tyflopoulos *et al.* (2018) as classificam em quatro categorias: os métodos baseados em densidade (*density-based*), como o *Solid Isotropic Material with Penalization* (SIMP) e o *Rational Approximation of Material Properties* (RAMP); métodos baseados em elemento (*element-based*), como os métodos *level-set* e *phase field*; métodos discretos, como o *Evolutionary Structural Optimization* (ESO); e métodos combinados.

Neste tópico, são abordados os métodos SIMP e ESO, que possuem importante contexto histórico na OT. O método de estudo do trabalho, BESO, é abordado em mais detalhes no Capítulo 3.

2.3.1 Método *Solid Isotropic Material with Penalization* (SIMP)

O método SIMP está na classe de métodos baseados no gradiente e densidade do material (*density-based*). Sua característica é operar dentro de um domínio fixo de elementos finitos através da interpolação e penalização da densidade. De acordo com Deaton e Grandhi (2014), devido a sua simplicidade conceitual, o método SIMP tornou-se rapidamente aceito tanto no âmbito acadêmico como na aplicação em *softwares* comerciais.

Rozvany (2001) cita algumas vantagens da metodologia SIMP, por exemplo: boa eficiência computacional dependendo do tipo de elemento que é usado na análise, fácil ajuste da penalização e simplicidade conceitual. Entretanto, o mesmo autor também coloca algumas limitações para o método SIMP, como os problemas de

tabuleiro de xadrez, mínimos locais e densidades intermediárias, que são apresentados em tópicos posteriores.

A abordagem *density-based* consiste em penalizar a densidade (logo, também as propriedades mecânicas que dependem da densidade). O domínio do problema é discretizado em uma malha de elementos finitos, com cada elemento e possuindo um módulo de elasticidade E_e , que é descrito de acordo com a equação:

$$E_e(x_e) = E_0 x_e^p \quad (2.3)$$

sendo x_e a densidade, que assume valores entre 0 e 1. O fator de penalização, p , emprega-se para minimizar as densidades intermediárias, ou seja, as regiões que possuem difícil interpretação quanto a presença ou não de material no resultado. Esta região também se denomina escala de cinza em virtude de as densidades possuírem valores intermediários, sabendo que, a densidade com valor igual a 0 representa “vazio” e identifica-se com a cor branca, e densidade com valor igual a 1, “sólido”, representa-se com a cor preta. Desse modo, valores intermediários entre 0 e 1 não se classificam em nenhuma das opções mencionadas, dificultando, portanto, a interpretação dos resultados. E_0 representa o módulo de elasticidade do material sólido. Huang *et al.* (2010) e Nana *et al.* (2016) recomendam que, para evitar instabilidades numéricas, seja adotado um valor mínimo de x_e , da ordem de 10^{-3} ao invés de zero. A solução final para a topologia está diretamente ligada ao valor do expoente p . Conforme Bendsøe e Sigmund (2003), o valor recomendado para a penalização é $p = 3$.

Problemas de otimização matemática buscam minimizar (ou maximizar) uma função objetivo que pode estar sujeita a restrições. Para o método SIMP, costuma-se adotar a minimização da flexibilidade com restrição de volume. Na Equação 2.4, apresenta-se a definição formal do problema, sendo $C(x)$ a flexibilidade média, $\mathbf{u}$ o vetor de deslocamentos, $\mathbf{k}$ a matriz de rigidez do elemento, $\mathbf{f}$ o vetor de forças, x_e a densidade por elemento e $V(x)$, V_T e f_v são, respectivamente, o volume da estrutura, o volume total do domínio e a fração de volume.

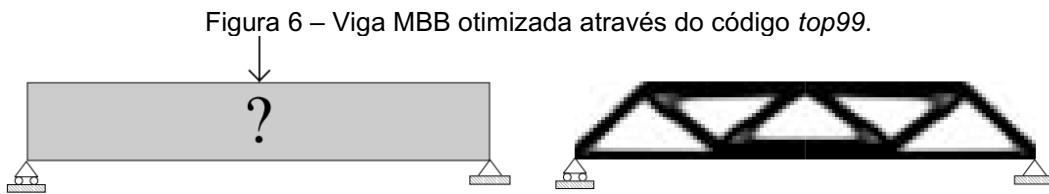
$$\begin{aligned}
&\text{minimizar} \quad C(x) = \mathbf{u}^T \mathbf{k} \mathbf{u} = \sum_{e=1}^{n_{elem}} (x_e)^p \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_e \mathbf{u}_e \\
&\text{sujeito a} \quad \frac{V(x)}{V_T} = f_v \\
&\quad \quad \quad \mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F} \\
&\quad \quad \quad 0 < x_{\min} \leq x_e \leq 1
\end{aligned} \tag{2.4}$$

A sensibilidade da função objetivo, de acordo com Bendsøe e Sigmund (2003), é expressa pela Equação 2.5. Constitui-se da derivada parcial da flexibilidade média pela densidade dos elementos da malha.

$$\frac{\partial C}{\partial x_e} = -p(x_e)^{p-1} \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_e \mathbf{u}_e \tag{2.5}$$

A formulação do SIMP é de fácil implementação. Da forma como foi apresentado, este método soluciona problemas de elasticidade linear. Porém, como visto em Bendsøe e Sigmund (2003), o SIMP pode ser estendido para outros tipos de problema. Outros tipos de restrição também podem ser aplicados ou combinados. Um exemplo comum é trocar a restrição de volume por uma restrição que impõe um limite superior na análise de tensões de von Mises (LIU *et al.*, 2018).

Um dos trabalhos de maior relevância para esta metodologia foi apresentado por Sigmund (2001). O autor implementou um código escrito em MATLAB de 99 linhas (*top99*), para problemas bidimensionais de elasticidade linear. Na Figura 6, apresenta-se o problema da viga MBB (Messerschmitt-Bölkow-Blohm) otimizada através deste código.



Fonte: Sigmund (2001).

Outros estudos relevantes para esta metodologia apresentam melhoras de desempenho no código de Sigmund (ANDREASSEN *et al.*, 2011) e a expansão para problemas de elasticidade tridimensional (LIU E TOVAR, 2014).

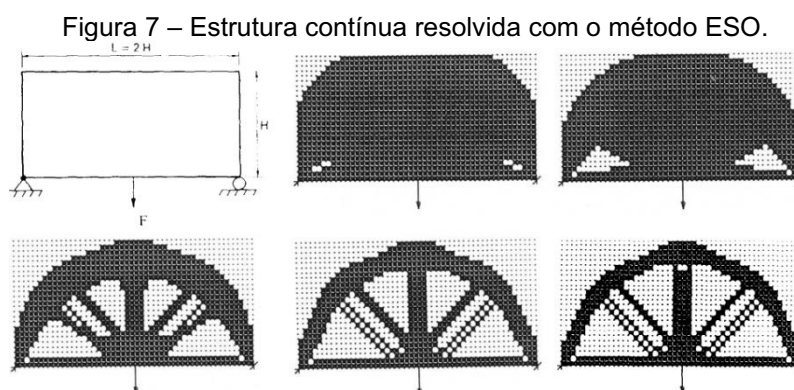
2.3.2 Método *Evolutionary Structural Optimization* (ESO)

Munk *et al.* (2015) afirmam que o método ESO foi desenvolvido alguns anos após o método SIMP como uma abordagem discreta deste. Enquanto o método SIMP é caracterizado pela abordagem por gradiente e análise da sensibilidade, o método ESO utiliza a ideia de “evolução”, comum em muitos casos da natureza (XIE E STEVEN, 1993).

A metodologia do ESO consiste primeiramente em discretizar a estrutura pelo Método dos Elementos Finitos (MEF). Após realizar análise do campo de tensões, elementos com os menores valores são gradualmente eliminados da estrutura. O processo é feito iterativamente até que o parâmetro de controle seja alcançado, sendo geralmente a fração de volume. Na aplicação do ESO, os elementos que possuem menores valores numéricos no campo de tensões são sistematicamente eliminados e apenas os elementos correspondentes às maiores solicitações de tensão permanecem na malha.

Antes de iniciar o procedimento ESO, deve-se definir a fração de volume (f_v), apresentada na Equação 2.4, que determina a porcentagem de material sólido na estrutura otimizada. Ao eliminar elementos com pequenos valores de tensão da malha, o volume total da estrutura decresce gradualmente até que se iguale a f_v . Quando tal limite é alcançado, o processo iterativo é concluído.

O primeiro estudo relevante a respeito do ESO foi o de Xie e Steven (1993). Os autores propuseram um procedimento simples, em que uma estrutura bidimensional contínua modelada usando o MEF tem seus elementos gradualmente removidos com solução final semelhante a uma estrutura de Michell, tal como apresentado na Figura 7.



Fonte: Xie e Steven (1993).

A metodologia ESO possui criticismo por parte da academia. Sigmund e Petersson (1998) citam a dificuldade de estender o conceito do ESO para outros problemas além da minimização da flexibilidade média. Já Zhou e Rozvany (2001) mostram que a solução final proposta pelo ESO pode gerar estruturas com valores de função objetivo maiores que o problema original. Rozvany (2009) mostra diversas limitações que o ESO apresenta quando comparado com outros métodos, por exemplo, o uso de critério heurístico e histórico de convergência caótico, tornando-o suscetível a instabilidades numéricas.

Devido a essas limitações foram propostos outros métodos discretos, como o AESO (*Additive Evolutionary Structural Optimization*) e BESO (*Bidirectional Evolutionary Structural Optimization*), sendo que o método ESO tornou-se mais restrito ao âmbito acadêmico, pois suas únicas vantagens são a fácil implementação e a simplicidade conceitual.

2.4 DIFICULDADES NUMÉRICAS DA OT

Neste tópico, são brevemente apresentadas as principais dificuldades encontradas pelos métodos de OT.

2.4.1 Tabuleiro de xadrez

Apesar de versátil, a discretização pelo MEF pode trazer alguns problemas de interpretação dos resultados. O mais comum entre eles é o problema do tabuleiro de xadrez (*checkerboard*). De acordo com Rozvany (2009), o erro é o resultado de extrapolação artificial da rigidez em elementos de quatro nós com contato apenas em seus vértices, no caso de elementos bidimensionais quadriláteros, e nas arestas no caso de elementos tridimensionais hexaédricos.

Na Figura 8, apresenta-se um exemplo de topologia otimizada sujeita ao tabuleiro de xadrez. Além do problema da rigidez numérica artificial, tal topologia possui difícil interpretação para a fabricação. Rozvany (2009) mostra que o problema do tabuleiro de xadrez pode ser resolvido com a utilização de elementos de alta ordem, porém esta abordagem pode acabar gerando esforço computacional desnecessário (LAMBÉ E CZEKANSKI, 2017). A forma mais comum de resolver o problema do tabuleiro de xadrez é através de filtros que controlam a geometria da estrutura.

Figura 8 – Problema do tabuleiro de xadrez.

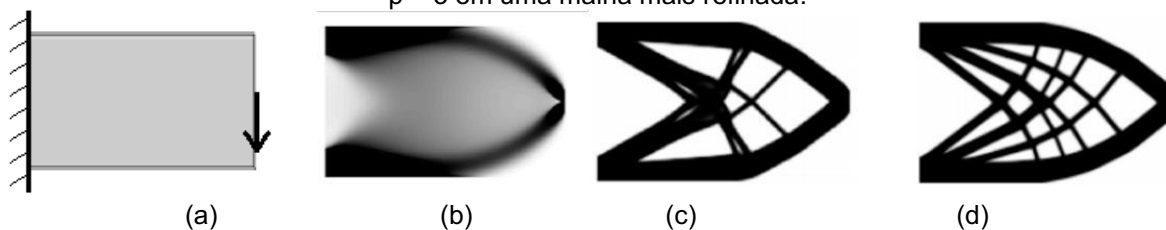


Fonte: Pereira (2018).

2.4.2 Densidades intermediárias

Este é um problema que ocorre em métodos *density-based*, como o SIMP. Abordagens discretas, como ESO, BESO e AESO são livres de densidades intermediárias, pois a variável x_e admite apenas os valores binários $x_{\min}$ e 1 para representar, respectivamente, material vazio e sólido.

O problema de densidades intermediárias ocorre na interface sólido-vazio. Por se tratar de um método de gradiente, existem regiões no domínio em que a densidade altera seu valor de $x_{\min}$ para 1. Esta transição pode ocorrer de forma suave (Figura 9b) ou abrupta (Figura 9c e 9d), dependendo do grau de penalização empregado.

Figura 9 – (a) Domínio de projeto para a viga engastada e suas soluções com (b) $p = 1$, (c) $p = 3$, (d) $p = 3$ em uma malha mais refinada.

Fonte: Xie e Steven (1993).

A presença de densidades intermediárias gera dificuldade de interpretação das topologias otimizadas, dificultando a fabricação das estruturas. Para contornar este problema, costuma-se interpretar densidades $x_e > 0,5$ como material sólido e $x_e \leq 0,5$ como vazio (LIU E TOVAR, 2014). Outra solução é vista em Rozvany (2001) e Costa Jr. e Alves (2003), que sugerem o emprego de material poroso nas regiões de densidade intermediária.

2.4.3 Dependência de malha e mínimos locais

Na Figura 10, ilustra-se o problema de dependência de malha na viga MBB. A malha (a) possui um total de 600 elementos (M1), enquanto a malha (b) possui 5400 elementos (M2). A solução para o mesmo problema em uma malha mais refinada levou a uma estrutura final mais detalhada.

Figura 10 – Problema da dependência de malha: (a) M1 e (b) M2.



Fonte: Sigmund e Petersson (1998).

Sigmund e Petersson (1998) dividem o problema de dependência de malha em duas categorias. Para a primeira classe, estão as estruturas que não conseguem atingir uma solução factível em uma malha grosseira, necessitando de uma mais refinada. A segunda classe consiste em estruturas cuja função objetivo (no caso, a flexibilidade média) possui vários mínimos locais no domínio de projeto.

De acordo com Zhang e Norato (2018), problemas de OT geralmente são não-convexos, ou seja, possuem múltiplos mínimos locais. A função objetivo da flexibilidade média caracteriza-se por sua planicidade (PETERSSON E SIGMUND, 1998), ou seja, gradientes pequenos em qualquer direção. Como boa parte das ferramentas de resolução numérica utiliza métodos de gradiente, estes podem convergir para pontos locais estacionários.

Para contornar as dificuldades numéricas associadas aos problemas de OT, sugere-se a adoção de filtros, que ponderam a sensibilidade da função objetivo ou a densidade dos elementos da malha. O tópico seguinte descreve-os com mais detalhes.

2.5 FILTROS

Em OT, a utilização de filtros tem como objetivo eliminar ou ao menos minimizar as instabilidades numéricas, como o tabuleiro de xadrez e mínimos locais. Tais problemas dificultam a interpretação das estruturas otimizadas na solução final. Os

filtros podem ser divididos em dois tipos: de densidade e de sensibilidade. De acordo com Sigmund (2007), o primeiro age diretamente em cada elemento da malha, modificando o valor da densidade para uma média ponderada com relação aos elementos da vizinhança. Já o segundo age após a solução pelo MEF, em que as sensibilidades são modificadas de acordo com a média aritmética na vizinhança de cada elemento finito.

No filtro define-se um raio, que circunda os elementos da vizinhança, que estabelece as dimensões do subdomínio ao qual haverá ponderação das densidades ou sensibilidades.

Em Bendsøe e Sigmund (2003), são detalhadas as equações para o filtro de densidades. O valor da densidade ponderada $\bar{x}_e$ é calculado através da média aritmética dos volumes dos elementos de vizinhança (v_i) multiplicados pela sua densidade individual x_i . A ponderação é feita através da função linear $w(d_i)$. O valor de ambos os índices é indicado por:

$$\begin{aligned}\bar{x}_e &= \frac{\sum_{i \in n_{elem}} w(d_i) v_i x_i}{\sum_{i \in n_{elem}} w(d_i) v_i} \\ w(x_i) &= r_{min} - \|d_e - d_i\|\end{aligned}\quad (2.6)$$

onde r_{min} é o raio do filtro, e as variáveis d_e e d_i denotam, respectivamente, a posição espacial do centro do elemento e e dos elementos de vizinhança i .

A inclusão deste filtro básico de densidades foi proposta primeiramente por Bruns e Tortorelli (2001). Entretanto, para obter uma forma mais suave da função ponderadora, foi sugerido por Bruns e Tortorelli (2003) modificar a função linear para uma função de distribuição gaussiana. A expressão pode ser conferida através da Equação 2.7. Sigmund (2007), entretanto, mostra que não há diferença significativa nas soluções obtidas com as diferentes funções.

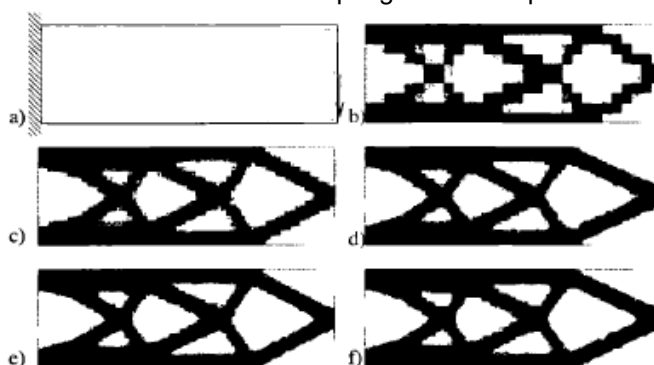
$$w(x_e) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\|d_i - d_e\|}{R/3} \right)^2} \quad (2.7)$$

O filtro de sensibilidades, apesar de ser heurístico e demandar mais tempo de processamento, mostra-se muito eficiente para garantir uma solução livre de instabilidades numéricas. Na Equação 2.8, apresenta-se a forma básica para o filtro de sensibilidades, vista em Sigmund (2007).

$$\frac{\widehat{\partial C}}{\partial x_e} = \frac{\sum_{i \in n_{elem}} w(d_i) x_i \frac{\partial C}{\partial x_i}}{x_e \sum_{i \in n_{elem}} w(d_i)} \quad (2.8)$$

Bendsøe e Sigmund (2003) ilustram o uso do filtro de sensibilidades no exemplo da viga engastada (ver Figura 11). Nota-se que, independentemente do refinamento da malha, a solução final é a mesma. Em (a) apresenta-se o domínio de projeto e a solução obtida com as malhas de: (b) 300, (c) 600, (d) 4.800, (e) 10.800 e (f) 19.200 elementos. Como todas as soluções convergem para o mesmo resultado a dificuldade numérica relacionada aos mínimos locais também é mitigada.

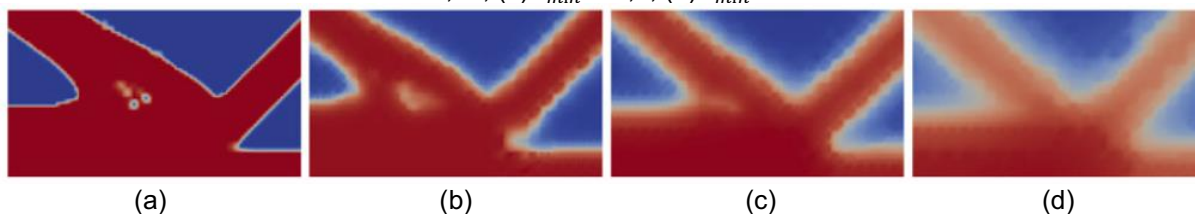
Figura 11 – Filtro de sensibilidades que garante independência de malha.



Fonte: Bendsøe e Sigmund (2003).

Os filtros também podem solucionar o problema da aparição de pequenos buracos que emergem dentro da região de material sólido, apesar de aumentarem a espessura da interface sólido-vazio (ver Figura 12), pois na transição entre material sólido e vazio, a média ponderada é feita utilizando os dois tipos de elementos.

Figura 12 – Aplicação de filtros de raios diferentes na mesma topologia otimizada: (a) $r_{min} = 0$, (b) $r_{min} = 1,25$, (c) $r_{min} = 2,5$, (d) $r_{min} = 5$.



Fonte: Lambé e Czekanski (2017).

Conclui-se que o emprego de filtros de densidade e sensibilidade mostra-se eficiente para evitar instabilidades numéricas na malha de elementos finitos na otimização topológica. Os resultados da literatura mostram que o seu uso garante soluções independentes de malha e livres de tabuleiros de xadrez.

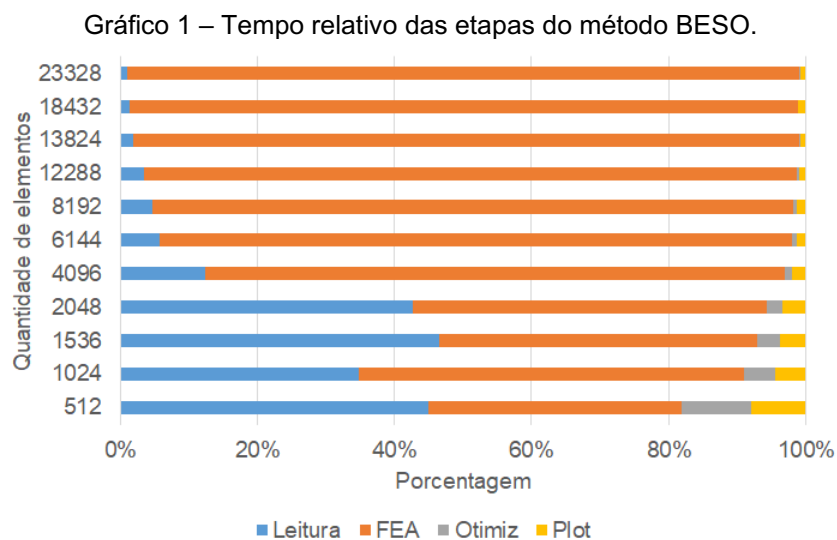
Na literatura, verifica-se outros tipos de filtro empregados na otimização topológica. Bourdin (2001) apresenta uma alternativa para o filtro de sensibilidades

empregando uma generalização através de uma integral de convolução. Lambé e Czekanski (2017) no estudo de adaptabilidade de malha na otimização topológica, empregam filtro de densidades do tipo Helmholtz. Neste caso, resolvem-se equações diferenciais ao longo do domínio de projeto, também abordado por Lazarov e Sigmund (2010). O uso de funções para resolver problemas relacionados ao filtro em OT também é verificado por Xu *et al.* (2009), que empregam funções de Heaviside em um esquema de filtro não-linear para preservação do volume da solução final do problema de OT. Sigmund (2007) cita que todos os filtros em OT tem como objetivo facilitar a interpretação das estruturas na solução final, eliminando instabilidades numéricas. O uso de filtros restringe a solução final, garantindo a convergência em resultados factíveis para aplicações práticas da OT.

2.6 RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES

No processo de otimização estrutural utilizando o MEF, é necessário resolver a equação de equilíbrio $Ku = f$. A solução desta equação por métodos diretos é computacionalmente custosa e, à medida em que se refina a malha, supera o tempo demandado em outras etapas da otimização (GOULD *et al.*, 2007).

No Gráfico 1, mostram-se os tempos relativos do programa BESO implementado pelo autor usando como método de resolução do sistema a solução direta no MATLAB através da razão A/b , em que A é a matriz que contém o sistema linear de equações e b o vetor solução do sistema. No gráfico, o termo “*Leitura*” refere-se à leitura dos dados de entrada, preparação das matrizes de rigidez e filtro de sensibilidades. “*FEA*” é a análise por elementos finitos, que consiste na resolução da equação de equilíbrio. “*Otimiz*” refere-se à aplicação do filtro de sensibilidades em cada iteração e à sub-rotina do critério de otimalidade BESO. Por fim, “*Plot*” é o tempo que leva para a estrutura ser plotada pelo MATLAB. O procedimento do código BESO implementado pelo autor é exposto em maiores detalhes nos capítulos 3 e 4 deste trabalho. Pode-se observar, que em malhas maiores que 4,1 mil elementos, a resolução do sistema matricial ocupa um tempo muito maior do processo iterativo.



A solução do problema considerando uma discretização de 23.328 elementos demandou um tempo de processamento de 47 minutos e um total de 112 iterações. Entretanto, 23 mil elementos ainda é uma malha grosseira para a maioria dos problemas 3D de OT. Portanto, conclui-se que a resolução do sistema de equações pelo método direto do MATLAB é ineficaz e custosa em termos de tempo de processamento.

Métodos diretos buscam a solução através de um único passo computacionalmente caro. Programas que usam desta abordagem são limitados pela memória RAM (FIALKO, 2015). Este fator é agravado em problemas de OT tridimensionais, cujas matrizes de rigidez são de ordem mais elevada e mais esparsas que em casos bidimensionais. A literatura sugere, portanto, o uso de solucionadores iterativos. Neste tipo de abordagem, em vez de resolver o sistema de forma direta em um único passo computacionalmente caro, utilizam-se vários passos para chegar em uma solução aproximada.

Wang *et al.* (2007) sugeriram a reutilização do espaço de busca em subespaços de Krylov. Amir *et al.* (2010) realizaram estudos com o método dos gradientes conjugados pré-condicionados (PCG) em problemas de elasticidade tridimensional. Tais estudos mostram que a utilização de solucionadores iterativos requisita menos memória que os métodos diretos, acelerando a resolução do problema.

O uso do PCG mostra-se bastante eficiente para solução de problemas tridimensionais de OT, dependendo do tipo de pré-condicionador que é adotado. Em

Amir e Sigmund (2011) apresenta-se uma comparação de uma resolução utilizando PCG e um método direto. Os autores resolvem o problema de minimização da flexibilidade pelo método SIMP. No estudo verifica-se que comparado com o método direto, o PCG foi aproximadamente de 12 vezes mais rápido para otimizar a flexibilidade média e 4 vezes mais rápido na inversão de forças. Entretanto, o uso do PCG possui limitações como a exigência da matriz ser positiva-definida e a escolha adequada de um pré-condicionador.

A escolha deste pré-condicionador é um dos desafios no emprego do PCG. Este é definido como uma matriz que preserva as características da matriz de rigidez original, não devendo ser computacionalmente cara para de forma que possa ser aplicado em uma solução direta.

Thedin (2014) compara os pré-condicionadores de Jacobi e IC (Cholesky incompleto) para resolver problemas de OT tridimensionais. No trabalho, verifica-se uma diferença expressiva na quantidade de iterações PCG para o mesmo problema, utilizando diferentes pré-condicionadores. O IC é aproximadamente 5 vezes menos custoso com relação à quantidade de iterações para convergir o problema. Apesar deste resultado, vale salientar que ele não é absoluto, e cada caso merece uma nova investigação para descobrir o tipo de pré-condicionador adequado. Neste trabalho, é adotado o esquema de PCG, tendo como pré-condicionador um esquema de multigrid geométrico, aprofundado no tópico 3.2.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção, é apresentada a fundamentação teórica dos principais pontos do trabalho: o método de otimização estrutural (BESO); o esquema *multigrid* proposto para reduzir o tempo de processamento e a imposição das restrições geométricas para simetria de planos e repetição de padrões. O emprego do método BESO para otimização de sistemas de contraventamento já foi estudado na esfera do LECOM por Pereira (2018), que utilizou tal metodologia em problemas bidimensionais e avaliou as cargas do vento através da norma NBR 6123 e DFC.

3.1 MÉTODO *BIDIRECTIONAL EVOLUTIONARY STRUCTURAL OPTIMIZATION* (BESO)

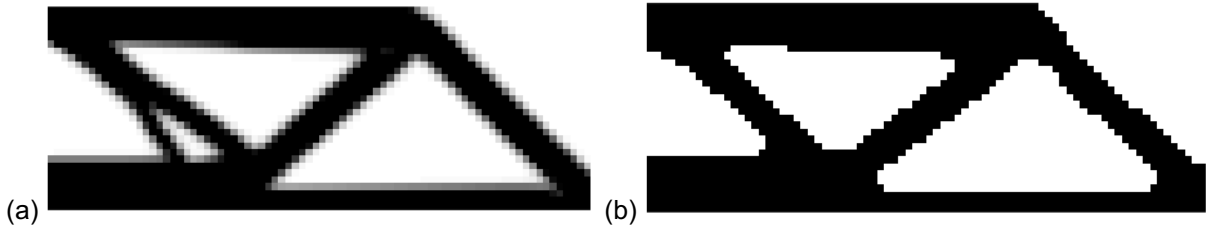
Em uma analogia ao método ESO, Querin *et al.* (2000a) apresentaram o método AESO (*Additive Evolutionary Structural Optimization*). Ao contrário do método ESO, que inicia o processo com o domínio completo de material e gradualmente remove os elementos da estrutura, o método AESO inicia a otimização em um domínio mínimo, onde elementos são adicionados à estrutura nas regiões de maior sensibilidade da função objetivo.

Por sua parte, o método BESO surgiu do interesse em uma metodologia que pudesse simultaneamente adicionar e remover elementos da malha de forma a contornar o criticismo acerca dos métodos discretos (YANG *et al.*, 1999; QUERIN *et al.*, 2000b). De acordo com a sensibilidade da função objetivo, os elementos sólidos podem ser removidos ou adicionados na malha. O controle de adição e remoção de elementos é feito por dois parâmetros não-relacionados: a razão de inclusão (IR) e a razão de rejeição (RR). A definição do problema pode ser conferida através da Equação 3.1:

$$\begin{aligned}
 \text{minimizar } C &= \frac{1}{2} \sum_{e=1}^{nele} (x_e)^p \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_e \mathbf{u}_e \\
 \text{sujeito a: } V(\mathbf{x}) &= f_v - \sum_{e=1}^{nelem} V_e x_e = 0 \\
 &\mathbf{KU} = \mathbf{F} \\
 &x_e = 0 \text{ ou } 1
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

em que C é a flexibilidade média da estrutura, F e U são, respectivamente os vetores de carga e deslocamento globais, K é a matriz de rigidez global, f_v é o volume prescrito (fração de volume), e n_{elem} é a quantidade de elementos na malha. A variável discreta binária x_e representa a densidade do elemento: 0 para o espaço vazio e 1 para região sólida. Na Figura 13, mostra-se a diferença com relação ao método contínuo, comparando a resolução da viga MBB através dos métodos SIMP e BESO. Nota-se que, enquanto a estrutura otimizada pelo método SIMP apresenta regiões cinza na interface sólido-vazio, o método BESO consegue gerar estruturas livres de densidades intermediárias.

Figura 13 – Comparação da viga MBB otimizada pelos métodos (a) SIMP e (b) BESO.



Fonte: O Autor (2022)

Os parâmetros IR e RR são controlados pelo número de sensibilidade elementar (α_e). A mudança na flexibilidade média quando um elemento é adicionado ou removido é igual a energia de deformação elementar (LOYOLA *et al.*, 2018). O número α_e é definido por esta variação, tal como mostrado na Equação 3.2:

$$\alpha_e^i = \Delta C_e = \frac{1}{2} \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_e \mathbf{u}_e \quad (3.2)$$

em que $\mathbf{u}_e$ é o vetor de deslocamento nodal do elemento e e $\mathbf{k}_e$ é a matriz de rigidez elementar. Portanto, para elementos vazios (que não possuem rigidez), α_e é nulo.

3.1.1 Métodos “*soft-kill*” e “*hard-kill*”

Segundo Huang e Xie (2010a), a remoção completa de um elemento, ou seja, tornar nula a densidade x_e como mostrado na Equação 3.1, pode resultar em dificuldades numéricas no problema. Xia *et al.* (2018) citam que é irracional quando uma variável de projeto é diretamente eliminada do problema. O método BESO que elimina diretamente os elementos sólidos da malha, é denominado “*hard-kill*”. Para contornar as dificuldades numéricas dos problemas, Huang e Xie (2010a) apresentam uma nova metodologia BESO utilizando um

esquema de interpolação e penalização de material baseado no método SIMP. A nova definição do problema altera a Equação 3.1, de forma que a variável discreta x_e assume os valores dispostos a seguir:

$$x_e = x_{\min} \text{ ou } 1 \quad (3.3)$$

em que $x_{\min}$ é um valor pequeno, comumente 10^{-3} (ZHAO, 2014; BI, TRAN e XIE, 2020). Desta forma, além de evitar singularidade numérica durante o processo iterativo, as variáveis de projeto não são diretamente eliminadas da malha (KELLY, 2015). Tal abordagem é chamada de “*soft-kill*”.

3.1.2 Esquema de interpolação material

Além de usar um valor mínimo para densidade, o método BESO *soft-kill* emprega um esquema de interpolação material, semelhante ao SIMP. Elementos com densidade mínima $x_{\min}$ também possui propriedades mecânicas, segundo o modelo físico. Entretanto, como representa a região vazia do domínio, tais propriedades devem ser desprezáveis. Portanto, o módulo de Young (E) é calculado através da interpolação material, apresentada na Equação 3.4, em que E_0 é o módulo de Young do material sólido, x é a densidade do elemento e , que assume os valores da Equação 3.3, e p é o expoente de penalização. O valor comumente adotado para p é de 3 (HUANG e XIE, 2010a; LIU *et al.*, 2017).

$$E(x_e) = E_0 x^p \quad (3.4)$$

Assim, elementos vazios na malha cuja densidade é igual ou menor a 10^{-3} terão suas propriedades mecânicas penalizadas com relação ao material sólido na ordem do grau de penalização, tornando as propriedades mecânicas do material vazio desprezíveis. A rigidez global (K) pode então ser montada a partir das matrizes de rigidez local (k_e) da maneira apresentada na Equação 3.5.

$$K = \sum_e x_e^p k_e^0 \quad (3.5)$$

3.1.3 Análise de sensibilidade

Com a inclusão do material de densidade mínima $x_{\min}$, é conveniente realizar uma nova análise para o número de sensibilidade. A análise de sensibilidade (procedimento para calcular os números de sensibilidade) pode ser feita, portanto, com a variação da flexibilidade com relação às variáveis de projeto:

$$\frac{dC}{dx_e} = \frac{1}{2} \frac{d\mathbf{f}^T}{dx_e} \mathbf{u} + \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \frac{d\mathbf{u}}{dx_e} \quad (3.6)$$

que após o desenvolvimento e aplicação do esquema de interpolação material apresenta-se na forma da Equação 3.7a. Os números de sensibilidade elementar α_e podem ser então calculados com o posicionamento relativo da análise de sensibilidade para um elemento individual (HUANG e XIE, 2010a), tal como é apresentado na Equação 3.7b.

$$\frac{\partial C}{\partial x_e} = \frac{1}{2} p x_e^{p-1} \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_e^0 \mathbf{u}_e \quad (3.7a)$$

$$\alpha_e = -\frac{1}{p} \frac{\partial C}{\partial x_e} = \begin{cases} \frac{1}{2} \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_e^0 \mathbf{u}_e & \text{em } x_e = 1 \\ \frac{x_{\min}^{p-1}}{2} \mathbf{u}_e^T \mathbf{k}_e^0 \mathbf{u}_e & \text{em } x_e = x_{\min} \end{cases} \quad (3.7b)$$

O critério para adição e remoção dos elementos sólidos na malha é feito a partir deste número de sensibilidade elementar (α_e).

3.1.4 Estabilização do processo evolucionário

A convergência do BESO depende dos parâmetros IR e RR. Tais coeficientes estão diretamente relacionados ao número α_e . Para melhorar a convergência do método, é recomendado aplicar um esquema de ponderação nos números de sensibilidade, que leve em conta a informação histórica de iterações anteriores (HUANG e XIE, 2011). Este procedimento, chamado de estabilização do processo evolucionário, é feito através da relação:

$$\alpha_e = \frac{\alpha_e^k + \alpha_e^{k-1}}{2} \quad (3.8)$$

em que k e $k-1$ representam, respectivamente, a iteração atual da otimização e a iteração anterior. A implementação no procedimento BESO garante

que o histórico de convergência seja mais ordenado, e que o processo evolucionário seja mais estável. Caso o procedimento não seja aplicado, o histórico da função objetivo apresenta saltos, dificultando a convergência para uma estrutura ótima. Huang e Xie (2010a) exemplificam isto através da análise de uma viga engastada-livre, comparando o histórico de convergência da função objetivo com e sem a aplicação deste procedimento. Além dos saltos no histórico, nota-se que a estrutura que não possui estabilização tende a formar geometrias não-ótimas e, portanto, mais flexíveis.

3.1.5 Esquema de filtro

O método BESO também se mostra suscetível a instabilidades numéricas, como o tabuleiro de xadrez, dependência de malha e mínimos locais. Um esquema de filtro pode ser adotado para contornar estes problemas.

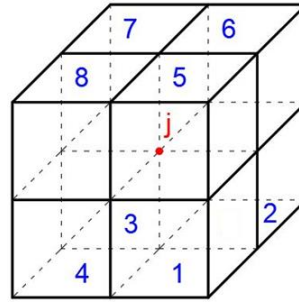
Na literatura existem diversos filtros para problemas de OT, como o filtro de densidades e sensibilidades usados no método SIMP (BENDSØE e SIGMUND, 2003), o filtro do tipo Helmholtz (LAMBÉ e CZEKANSKI, 2017), entre outros. Todos estes esquemas de filtro têm em comum o fato de serem puramente heurísticos. Entretanto, os resultados mostram a eficiência da adoção de filtros em problemas de OT. Neste trabalho, o esquema de filtro utilizado é o mesmo empregado por Zuo e Xie (2015), Huang e Xie (2007) e Meisam (2015) para o método BESO tridimensional.

No presente esquema, deve-se primeiramente definir os números de sensibilidade nodal (α_j). Estes coeficientes não carregam consigo qualquer significado físico, mas são usados para suavizar os números de sensibilidade elementar (α_i). O α_j é definido como a média ponderada do α_i dos elementos que estão conectados ao nó, conforme a Equação 3.9a e ilustrado na Figura 14. M é a quantidade de elementos que compartilham o nó j e w_i é o fator de peso do elemento i , calculado através da Equação 3.9b.

$$\alpha_j^n = \sum_{i=1}^M w_i \alpha_i^e \quad (3.9a)$$

$$w_{ij} = \frac{1}{M-1} \left(1 - \frac{r_{ij}}{\sum_{i=1}^M r_{ij}} \right) \quad (3.9b)$$

Figura 14 – Elementos que ponderam o α_j de um nó específico.



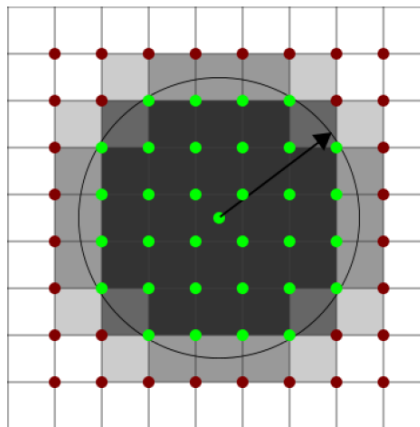
Fonte: O Autor (2022)

O termo r_{ij} é a distância do centro do elemento i ao nó j . Após o cálculo dos α_j , eles são convertidos para α_i suavizados através de projeções; ver Equação 3.10a. Este é o procedimento básico do filtro de sensibilidades aplicado ao método BESO. Deve-se definir um tamanho de escala para um subdomínio Ω_i localizado no centro do elemento da malha em análise, chamado raio do filtro ($r_{mín}$). Os nós localizados dentro de Ω_i são computados, contribuindo para gerar um número de sensibilidade melhorado para o elemento i , tal como ilustrado na Figura 15. Os nós de cor verde são computados para a sensibilidade do elemento no centro, ao contrário dos nós de cor vermelha.

$$\alpha_i = \frac{\sum_{j=1}^N f(r_{ij}) \alpha_j^n}{\sum_{j=1}^N f(r_{ij})} \quad (3.10a)$$

$$f(r_{ij}) = r_{mín} - r_{ij} \quad (3.10b)$$

Figura 15 – Esquema de ponderação nodal das sensibilidades. O tamanho de escala $r_{mín}$ é a distância do centro do elemento até a circunferência.



Fonte: Kelly (2015)

O termo N é a quantidade de nós dentro de Ω_i , enquanto $f(r_{ij})$ é um fator de ponderação. Este esquema de filtro consegue prevenir instabilidades numéricas como o tabuleiro de xadrez e dependência de malha.

3.1.6 Adição e remoção de elementos

No início do processo iterativo, deve-se informar a fração de volume (target volume ou *volume fraction*, f_v) que deseja para a estrutura. Tal parâmetro corresponde à porcentagem de material sólido em relação ao volume do domínio. Na Figura 16, ilustra-se a mesma estrutura otimizada pelo método BESO para frações de volume de 75% e 50%.

Figura 16 – Viga engastada otimizada pelo método BESO: (a) domínio, (b) $f_v = 75\%$ e (c) $f_v = 50\%$.



Fonte: O Autor (2022)

Outro parâmetro importante é a taxa evolucionária (*evolutionary rate*, ER). Esta constante também é definida antes da inicialização do processo iterativo. Seu valor consiste em uma porcentagem de volume sólido retirada a cada iteração. Valores tipicamente adotados para ER são 1%, 2% e 5% (KELLY, 2015). Para que elementos sejam adicionados ou removidos, o volume para a próxima etapa deve ser definido em cada iteração k . Este é definido por:

$$V_{k+1} = V_k(1 - ER) \quad (3.11)$$

em que k é a iteração corrente e V é o volume total de material sólido. A expressão é repetida até que a restrição de volume seja satisfeita, ou seja, o valor de f_v definido seja atingido. Também deve ser definido o parâmetro $AR_{m\acute{a}x}$ (índice de admissão máximo, em que geralmente emprega-se 1%), que limita o máximo de elementos que podem ser adicionados em uma iteração.

Durante o processo de otimização, a sensibilidade dos elementos é classificada em ordem decrescente. Existem várias formas de estabelecer as razões de rejeição e inclusão, como por exemplo, por uma tensão limite de von Mises (HUANG E XIE, 2007; KELLY, 2015; BIYIKLI E TO, 2015). Neste trabalho,

opta-se pela abordagem referente à análise de sensibilidade, comumente adotada no método *soft-kill* (HUANG E XIE, 2010a). De acordo com o valor de α_e , os elementos podem ser adicionados ou removidos. Neste tipo de análise, a razão de rejeição (RR) e a razão de inclusão (IR) são coordenadas por números de sensibilidade limites, α_{del}^{th} e α_{add}^{th} , respectivamente. Um elemento é removido da malha se a Equação 3.12a for verdadeira e elementos vazios são trocados para material sólido se a Equação 3.12b for verdadeira.

$$\alpha_e \leq \alpha_{del}^{th} \quad (3.12a)$$

$$\alpha_e > \alpha_{add}^{th} \quad (3.12b)$$

O procedimento para o cálculo dos números de sensibilidade limite segue três passos, descritos a seguir:

1. Adota-se primeiramente $\alpha_{del}^{th} = \alpha_{add}^{th} = \alpha^{th}$. O termo α^{th} é relacionado ao volume da próxima iteração. Por exemplo, se na próxima iteração (V_{k+1}) a malha apresentar 10 elementos sólidos, α^{th} será o valor de α_e do elemento da iteração atual (V_k) com a 10ª (décima) maior sensibilidade.
2. Calcula-se depois o índice de admissão (AR). Este parâmetro é calculado através da divisão do número de elementos adicionados em uma iteração pelo número total de elementos no domínio. Se $AR \leq AR_{m\acute{a}x}$, pula-se o passo 3. Se não, α_{del}^{th} e α_{add}^{th} são calculados como no passo 3.
3. α_{add}^{th} é calculado de forma que a quantidade de elementos adicionados seja igual a $AR_{m\acute{a}x}$ multiplicado pela quantidade de elementos no domínio (n_{elem});

$$\alpha_{add}^{th} \rightarrow V_{add} = AR_{m\acute{a}x} \cdot n_{elem} \quad (3.13)$$

Huang e Xie (2010a) citam que $AR_{m\acute{a}x}$ deve ser pequeno para não haver muitos elementos adicionados simultaneamente, porém não menor que 1% para não suprimir a capacidade de adição. Já α_{del}^{th} é calculado de forma que a Equação 3.14 seja verdadeira.

$$\alpha_{del}^{th} \rightarrow V_{del} = V_k - V_{k+1} + V_{add} \quad (3.14)$$

3.1.7 Critério de parada

Xia *et al.* (2019) apresentam a formulação matemática para o critério de parada da fração de volume, apresentado na equação a seguir.

$$V_{er} = \frac{|V_k - f_v|}{f_v} \leq 0,5\% \quad (3.15)$$

Tal critério garante que ao alcançar a fração de volume estabelecida, o volume de material sólido permaneça constante. A partir deste ponto, elementos são adicionados e removidos simultaneamente através dos critérios de adição e rejeição. Adota-se, portanto, um segundo critério de parada, referente ao histórico da função objetivo. Assim, quando a diferença relativa da flexibilidade média for menor que uma tolerância τ entre iterações distintas, o processo é encerrado.

Em cada iteração do método BESO, é salva a informação de seu histórico da função objetivo C . Assim que a fração de volume é alcançada, o seguinte critério deve ser satisfeito para encerrar o processo de otimização:

$$\epsilon = \frac{|\sum_{i=1}^N C_{k-i+1} - \sum_{i=1}^N C_{k-N-i+1}|}{\sum_{i=1}^N C_{k-i+1}} \leq \tau \quad (3.16)$$

em que ϵ é o erro relativo, τ é uma tolerância admissível, comumente adotada como 10^{-3} , k é a iteração corrente, e N é um número inteiro, que representa a quantidade de iterações comparadas no histórico. A quantidade de iterações comparadas segundo a equação é $2N$. Tipicamente, adota-se $N = 5$ (HUANG e XIE, 2010a). Quando este critério de parada é alcançado, o processo iterativo é interrompido e a solução final alcançada.

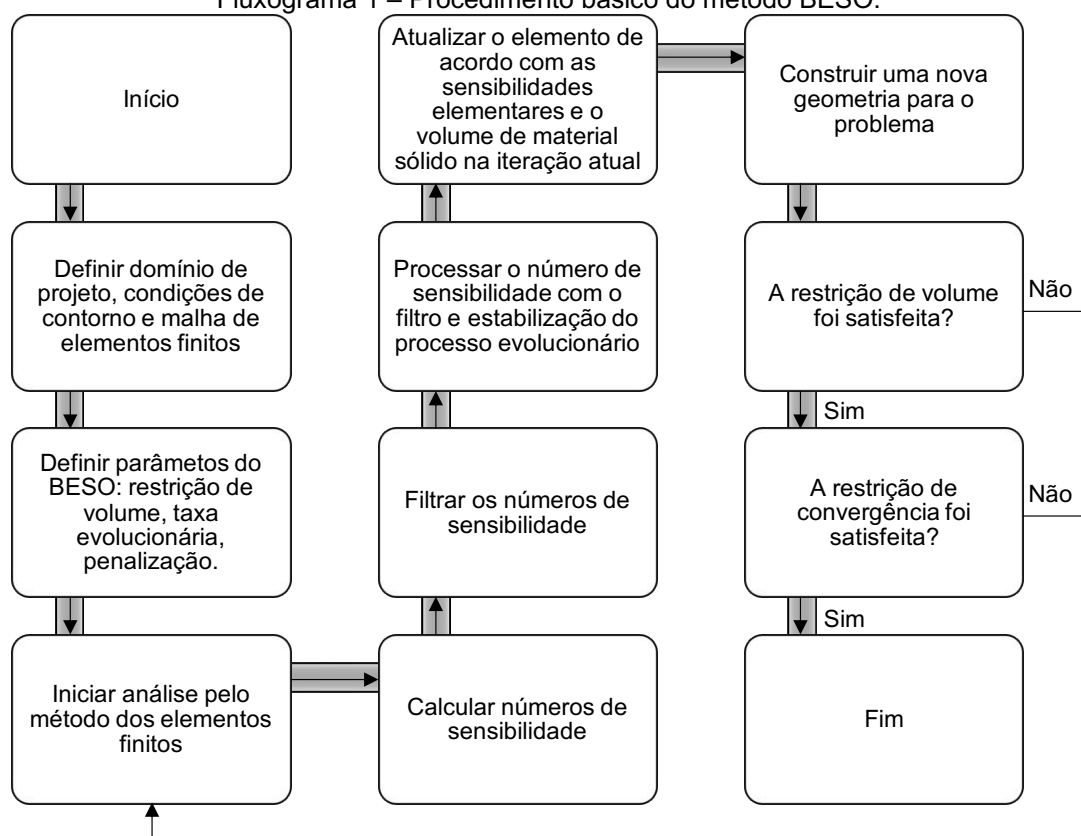
3.1.8 Resumo do procedimento BESO

Na Fluxograma 1, apresenta-se o fluxograma do processo de otimização do método BESO.

3.2 MÉTODO MULTIGRID GEOMÉTRICO

O esquema de multigrid implementado neste trabalho baseia-se no estudo de Amir *et al.* (2014). Os autores implementaram o método como um pré-condicionador

Fluxograma 1 – Procedimento básico do método BESO.



Fonte: O Autor (2022)

para resolver problemas de OT pelo método SIMP, cuja equação de equilíbrio $KU = F$ pode ser resolvida pelo método dos gradientes conjugados pré-condicionados (PCG). Neste tópico, são apresentados conceitos gerais sobre a classe de métodos multigrid e em seguida mostra-se o método implementado no trabalho.

3.2.1 Conceitos preliminares do método multigrid

Um método multigrid consiste em resolver o sistema de equações diferenciais através de múltiplas discretizações hierárquicas. Ao resolver problemas por métodos iterativos, o vetor erro e possui dois tipos de componentes: de alta frequência e de baixa frequência. Métodos de relaxação convencionais como Gauss-Seidel e Jacobi tem como função convergir todos os elementos do vetor erro para zero, sendo eficazes para eliminar os modos de erro de alta frequência, possuindo convergência lenta para modos de baixa frequência (PEREIRA, 2007).

Para conseguir eliminar também os modos de baixa frequência, pode-se optar pela resolução do problema refinado em malhas mais grosseiras. O multigrid consiste

em resolver o mesmo problema em múltiplos níveis de refinamento de malha, a fim de eliminar os modos de baixa frequência em malhas grosseiras e projetar a solução nas malhas mais refinadas (SAAD, 2003).

O multigrid possui grande aplicação em problemas que usem o Método dos Elementos Finitos, sendo um dos mais rápidos para resolução do sistema matricial (ZHU e CANGELLARIS, 2006). Hackbusch (2016) cita que o procedimento para os métodos multigrid possui duas etapas complementárias: o passo de suavização e o passo de correção da malha grosseira. Entre estas duas etapas, entretanto, existem outros passos que valem a pena destacar.

O primeiro passo é a própria suavização. Nesta etapa, são eliminados os erros de alta frequência. Para isto, pode ser utilizado algum método de relaxação como o método de Gauss-Seidel (WESSELING, 1992). Na etapa de suavização, é obtido o vetor de resíduo $\mathbf{r}$, que deve ser calculado na etapa seguinte. Pereira (2007) estabelece um procedimento para verificar a precisão matemática baseada no resíduo. Considera-se o sistema matricial:

$$\mathbf{A}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (3.16)$$

em que $\mathbf{A}$ é a matriz principal, $\mathbf{u}$ é o vetor de incógnitas que se deseja encontrar e $\mathbf{f}$ é um vetor de valores conhecidos. Deseja-se encontrar uma solução aproximada $\mathbf{v}$, na forma exposta abaixo.

$$\mathbf{e} = \mathbf{u} - \mathbf{v} \quad (3.17a)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{f} - \mathbf{A}\mathbf{v} \quad (3.17b)$$

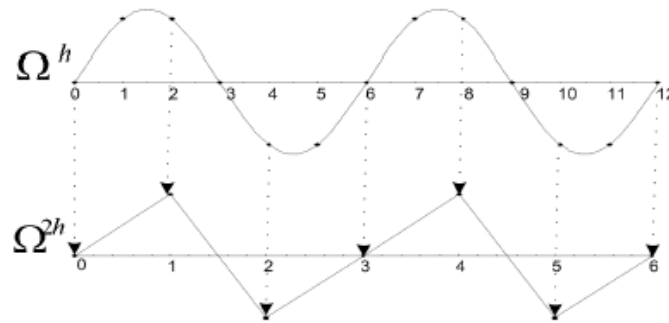
A variável $\mathbf{r}$ é o resíduo para investigar a qualidade da aproximação, pois os vetores $\mathbf{e}$ e $\mathbf{u}$ são desconhecidos. O resíduo pode ser estimado por meio da norma Euclidiana do vetor $\mathbf{r}$, definida por:

$$\|\mathbf{r}\|_2 = \sqrt{\left(\sum_{j=1}^n r_j^2\right)} \quad (3.18)$$

em que n é a quantidade de elementos no vetor resíduo.

Após computar o resíduo, o próximo passo é chamado de restrição. Nele, o erro residual é transportado para uma malha mais grosseira. Supõe-se um problema unidimensional em um domínio refinado Ω^h com uma quantidade de pontos n . No multigrid, o problema é movido para um domínio Ω^{2h} com $n/2$ pontos, tal como na Gráfico 2. A malha grosseira favorece a convergência do método estacionário.

Gráfico 2 – Problema unidimensional em um domínio Ω^h e em um domínio Ω^{2h} .

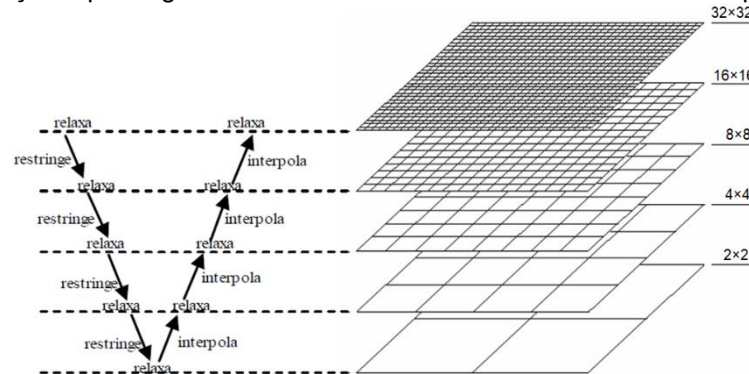


Fonte: Pereira (2007)

Após a fase de restrição, ocorre o prolongamento. Nesta etapa, o operador linear P interpola a solução da malha grosseira para a malha refinada (SUERO, 2010). Por fim, ocorre o passo de correção, em que a solução da malha grosseira prolongada é incorporada à malha mais refinada.

A aplicação recursiva em diversos níveis de refinamento de malha dá origem ao ciclo multigrid. A literatura apresenta diversos tipos de ciclos. Um dos mais comuns é o ciclo V, que é apresentado na Figura 17. Nele, há uma fase em que ocorrem apenas restrições. E, após a eliminação dos erros, o problema é interpolado de volta para a malha original.

Figura 17 – Restrição e prolongamento de uma malha de dimensões 32×32 empregando o ciclo V.



Fonte: Adaptado de Suero (2010)

3.2.2 Método multigrid geométrico aplicado a problemas de OT

Problemas de OT tridimensionais geralmente empregam malhas refinadas, que são associadas a matrizes de rigidez de grandes dimensões. Resolver um sistema matricial nesta escala ocasiona uma grande demanda computacional, dificultando o seu emprego em casos práticos. Amir *et al.* (2010) abordaram este tópico, sugerindo

a análise por métodos iterativos baseados em subespaços de Krylov. Amir e Sigmund (2011) e Amir *et al.* (2012) verificaram que o emprego do método dos gradientes conjugados pré-condicionados (*preconditioned conjugate gradient method* ou PCG) mostrou-se eficiente na redução do esforço computacional para problemas 3D. Tal abordagem também foi sugerida por Liu e Tovar (2014), para reduzir o tempo de processamento em malhas robustas.

Continuando o estudo baseado em subespaços de Krylov, Amir *et al.* (2014) empregam no método SIMP 3D um esquema de multigrid geométrico como pré-condicionador do PCG. A justificativa da aplicação deste método é que o método dos gradientes conjugados com multigrid (*multigrid conjugate gradient method* ou MGCG) mostram uma boa convergência e facilidade de escalar os problemas em computação paralela.

Na literatura, é possível encontrar diversas aplicações dos métodos multigrid na resolução de problemas de OT. Wang *et al.* (2020) utilizam um esquema denominado HITO (*high-efficiency isogeometric topology optimization*), que consiste em três estágios de resolução: malha multinível, MGCG e atualização local de malhas. Martin e Deierlen (2020) usam a estratégia do MGCG com uma modificação do método SIMP para realizar otimização topológica de estruturas sujeitas a vibrações em múltiplas ressonâncias naturais decorrentes de excitação sísmica. Yang e Li (2018) usam o MGCG combinado com o BESO 2D para resolver problemas com múltiplos materiais limitando a massa total no sistema. Já Frutos e Pérez (2018) empregam a metodologia ETO (*Evolutionary Topology Optimization*) para resolver problemas 2D de otimização topológica que levam em conta a incerteza das solicitações estruturais utilizando o multigrid ciclo V para solucionar os sistemas lineares associados.

No âmbito da Elasticidade 3D, Frutos e Pérez (2017) empregam o método ETO com o método dos gradientes conjugados associados ao ciclo V do multigrid geométrico com intuito de obter estruturas otimizadas que possam ser aplicadas em problemas reais com menor tempo de processamento. Visando a economia de material na manufatura aditiva e reduzir o tempo computacional, Wu *et al.* (2016) empregam o mesmo procedimento no método BESO 3D na otimização de forma e redução de volume em objetos sólidos.

Neste trabalho, é implementado um esquema MGCG com ciclo V. O problema de OT é resolvido em dois estágios: preparação e otimização. No estágio de

otimização, ocorre o procedimento básico de OT pelo método BESO apresentado na Seção 3.1. Para resolver o sistema de equações de equilíbrio $KU = F$, é utilizado o esquema multigrid.

Na fase de preparação, é calculada a matriz de prolongamento P através de interpolação básica de elementos finitos. Baseado na quantidade de elementos em cada dimensão (x, y e z) da malha, deve-se definir a quantidade de *grids* do problema. Por exemplo, em um problema de $120 \times 60 \times 60$ elementos, a quantidade de grids é 3, pois o máximo de malhas trabalhadas são 3: $120 \times 60 \times 60$, $60 \times 30 \times 30$ e $30 \times 15 \times 15$ elementos. Nesta fase de prolongamento, a solução em grids grosseiros é mapeada e representada por uma matriz esparsa de dimensões $n \times n_c$, em que n_c é a quantidade necessária de graus de liberdade para definir a solução no grid grosseiro.

A primeira etapa para resolução por multigrid consiste em executar as restrições, que mapeiam a solução do grid mais refinado para o grid grosseiro. O operador de restrição K_c , obtido através de projeções de Galerkin (AMIR *et al.*, 2014), é definido como a transposta da matriz de prolongamento P . Este operador é obtido através de interpolação padrão na malha menos refinada. Define-se então um conjunto de discretizações grosseiras e o sistema é resolvido recursivamente.

Após a resolução do *grid* mais grosseiro, a solução é transportada através de quatro equações. Na primeira, chamada de “pré-suavização”, a solução u na malha grosseira é amortecida pelo suavizador S :

$$u = u + S^{-1}(F - KU) \quad (3.19a)$$

$$S^{-1} = \lambda D^{-1} \quad (3.19b)$$

em que $\lambda = 0,6$ é um fator de amortecimento e D é a diagonal da matriz de rigidez K . Em seguida, a solução é transportada para a malha mais refinada imediatamente acima (por exemplo, se a malha mais grosseira é $30 \times 15 \times 15$, nesta fase a solução é transportada para a malha de $60 \times 30 \times 30$). Para isto, é resolvido o problema apresentado na Equação 3.21a e em seguida interpolado pela Equação 3.20b, conforme:

$$K_c u_c = P^T(f - Ku) \quad (3.20a)$$

$$u = u + Pu_c \quad (3.20b)$$

onde u_c é a solução do sistema linear no grid grosseiro. Após esta etapa, ocorre a “pós-suavização”, em que novamente u é submetido à Equação 3.20a. Assim, é obtido

o vetor solução para uma malha imediatamente superior, reiniciando o processo até alcançar a malha mais refinada.

O método dos gradientes conjugados é empregado para resolução de sistemas lineares baseados em matrizes positivo-definidas. Consiste em um método de otimização, que minimiza o funcional apresentado na Equação 3.21, requerendo uma multiplicação matricial por iteração. A taxa de convergência é apresentada pela Equação 3.22, em que k é a iteração corrente. O pré-condicionador $\mathbf{M}$ reduz o valor do número de condicionamento da matriz (ξ), de forma que $\xi(\mathbf{K}) \gg \xi(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K})$, acelerando a convergência do método.

$$F(\mathbf{u}) = \|\mathbf{K}\mathbf{u} - \mathbf{f}\| \quad (3.21)$$

$$\|u - u_k\|_{K^{-1}} \leq \|u - u_0\|_{K^{-1}} \left(\frac{\sqrt{\xi} - 1}{\sqrt{\xi} + 1} \right)^k \quad (3.22)$$

O operador $\mathbf{M}$ é substituído pelo operador $\mathbf{r}_k$, que é o resíduo do sistema para uma iteração k do PCG:

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{f} - \mathbf{K}\mathbf{u}_k \quad (3.23)$$

de forma que o algoritmo $\mathbf{u} = MG(\mathbf{u}, \mathbf{f}, \mathbf{K})$ então é trocado por $\mathbf{u} = MG(0, \mathbf{r}_k, \mathbf{K})$. Como é utilizado um suavizador de Jacobi, o pré-condicionador resultante é simétrico e possui equivalência espectral com $\mathbf{K}$ (VASSILEVSKI, 2008).

Conforme Amir *et al.* (2014), o critério de parada utiliza o resíduo ϵ indicado na Equação 3.24, que ao alcançar a tolerância pré-estabelecida (cg_{tol}), encerra a sub-rotina PCG e retorna o vetor solução $\mathbf{u}$.

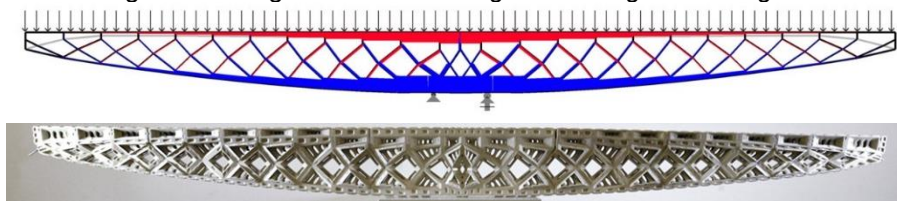
$$\epsilon = \frac{\|\mathbf{f} - \mathbf{K}\mathbf{u}_k\|}{\|\mathbf{f}\|} \leq cg_{tol} \quad (3.24)$$

Além de acelerar o processo iterativo do método BESO, o esquema multigrid permite o uso de malhas refinadas para a otimização das estruturas.

3.3 CONTROLE GEOMÉTRICO DOS RESULTADOS

A construção civil é um mercado em que se preza pela praticidade e aplicabilidade das soluções combinadas à economia de tempo e recurso. Sendo assim, geometrias fora do padrão como a apresentada pela Figura 18 podem ser impressas, entretanto possuem pouca aplicabilidade no mercado de trabalho.

Figura 18 – Viga otimizada da *Digital Building Technologies*.



Fonte: Página *3D Printed Reinforced Beam*², DBT (2020)

O emprego de estruturas otimizadas pela OT em problemas reais foi investigado por Zegard e Paulino (2015), que apresentam procedimentos para controlar a geometria final e facilitar sua impressão através de manufatura aditiva. Almeida *et al.* (2009) abordam este assunto, sugerindo impor restrições de geometria e controlar a distribuição de buracos nas topologias otimizadas. Aege *et al.* (2014) propõe um controle geométrico interativo baseado em visualização contínua da topologia durante o processo de otimização e monitoramento da aparição de buracos na geometria ótima.

Em Almeida *et al.* (2010) e Stromberg *et al.* (2011) a restrição de manufatura é imposta em sistemas estruturais de larga escala, como o contraventamento nas fachadas das edificações. Os autores implementaram restrições geométricas em planos de simetria e repetição de padrões, com intuito de facilitar a interpretação dos resultados e o emprego em problemas do mundo real.

3.3.1 Simetria

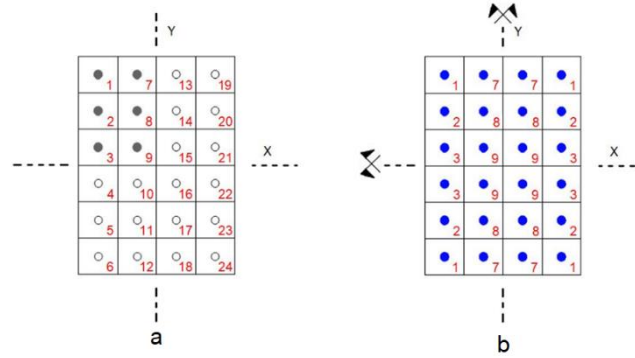
Um dos primeiros trabalhos no controle geométrico em uma estrutura otimizada por OT foi publicado por Zhou *et al.* (2002). No estudo, os autores impõem uma restrição de geometria radial, de maneira que o resultado seja uma estrutura otimizada com seção transversal constante. Ishii e Aomura (2004) obtiveram resultados semelhantes através do mapeamento longitudinal da malha de elementos finitos, agrupando-os em subconjuntos com as mesmas características.

Para aplicar o controle geométrico em estruturas da Engenharia Civil, opta-se pela adoção de planos de simetria. Almeida *et al.* (2010), realizam o mapeamento das densidades de elementos no método SIMP com respeito a um ou mais planos de

² Disponível em: <<https://dbt.arch.ethz.ch/project/3d-printed-reinforced-beam/>>. Acesso em 21 de agosto de 2020.

simetria da maneira apresentada na Figura 19 e seguindo a lógica apresentada na Equação 3.25.

Figura 19 – Mapeamento das densidades na malha.



Fonte: O Autor (2022)

$$\text{se } \begin{cases} X_e^j = X_e^i \\ Y_e^j = Y_e^i \\ Z_e^j = L_z - Z_e^i \end{cases} \quad \text{então } x_e^j = x_e^i \quad (3.25a)$$

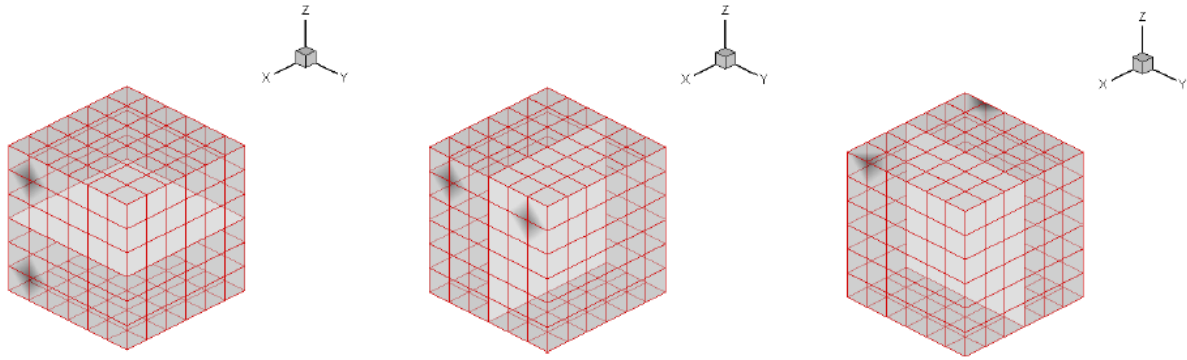
$$\text{se } \begin{cases} X_e^j = X_e^i \\ Y_e^j = L_y - Y_e^i \\ Z_e^j = Z_e^i \end{cases} \quad \text{então } x_e^j = x_e^i \quad (3.25b)$$

$$\text{se } \begin{cases} X_e^j = L_x - X_e^i \\ Y_e^j = Y_e^i \\ Z_e^j = Z_e^i \end{cases} \quad \text{então } x_e^j = x_e^i \quad (3.25c)$$

Os termos X_e^j , Y_e^j e Z_e^j são as coordenadas no centro de um elemento j , enquanto X_e^i , Y_e^i e Z_e^i são as coordenadas no centro de um elemento i . L_x , L_y e L_z são as dimensões da estrutura nas direções x , y e z , respectivamente. E por fim, x_e^j é a densidade de um elemento j , enquanto x_e^i é a densidade de um elemento i .

Com este mapeamento, é possível obter planos de simetria ao longo do domínio. Na Equação 3.25a, têm-se simetria com relação ao plano X-Y; na Equação 3.25b, simetria com relação ao plano X-Z; e na Equação 3.25c, simetria com relação ao plano Y-Z. Com estas condições atendidas, a densidade de elementos i e j simétricos terá o mesmo valor. Este conceito pode ser estendido para uma simetria com relação a vários planos. Na Figura 20, ilustram-se as três condições impostas pela Equação 3.25.

Figura 20 – Simetria nos planos x-y, x-z e y-z, respectivamente.



Fonte: Pinho (2015)

3.3.2 Repetição de padrões

Além da simetria, o controle geométrico dos resultados pode ser expandido para repetição de padrões. Neste processo, uma região do domínio é delimitada e repetida por todo o domínio na quantidade de vezes que seja necessária. As variáveis de projeto então são mapeadas no mesmo sistema de coordenadas empregado na Equação 3.25, e então repetidas subsequentemente. O mapeamento é através das equações a seguir.

$$\text{se } \begin{cases} X_e^j = X_e^i \\ Y_e^j = Y_e^i \\ Z_e^j = \frac{L_z}{n_z} + Z_e^i \end{cases} \text{ então } x_e^j = x_e^i \quad (3.26a)$$

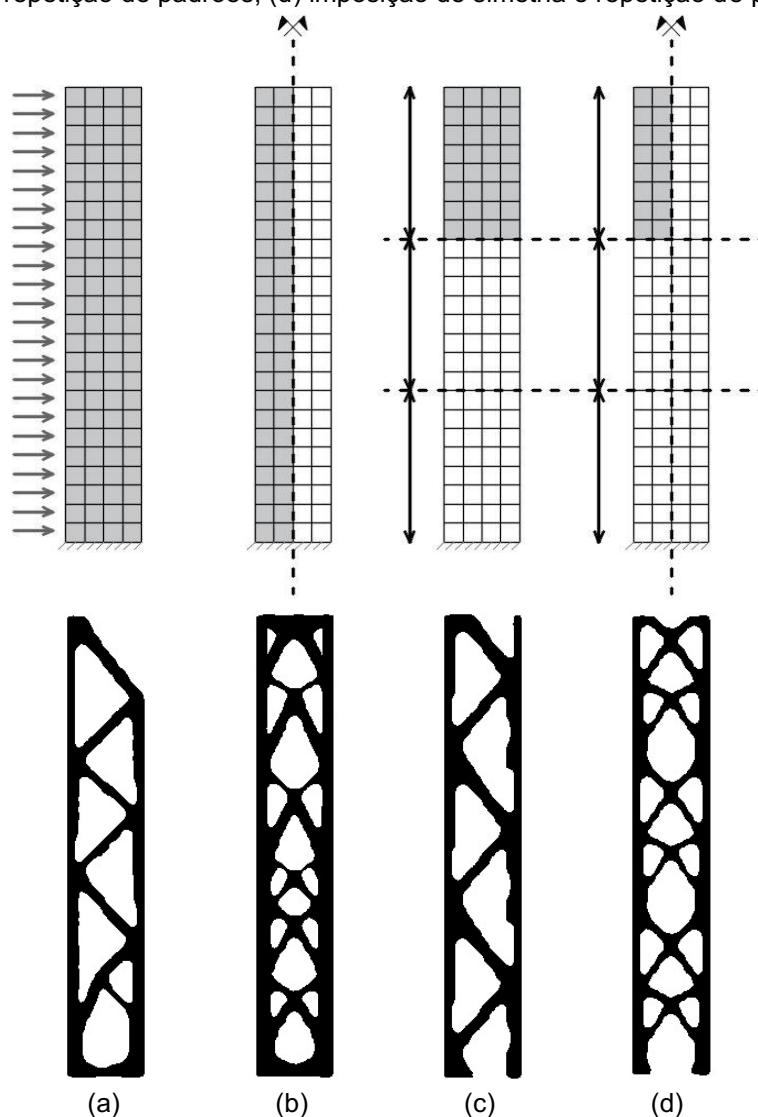
$$\text{se } \begin{cases} X_e^j = X_e^i \\ Y_e^j = \frac{L_y}{n_y} + Y_e^i \\ Z_e^j = Z_e^i \end{cases} \text{ então } x_e^j = x_e^i \quad (3.26b)$$

$$\text{se } \begin{cases} X_e^j = \frac{L_x}{n_x} + X_e^i \\ Y_e^j = Y_e^i \\ Z_e^j = Z_e^i \end{cases} \text{ então } x_e^j = x_e^i \quad (3.26c)$$

Os termos n_x , n_y e n_z são, respectivamente, a quantidade de vezes que se deseja repetir o padrão nas direções X, Y e Z. Seus valores devem ser divisores naturais de L_x , L_y e L_z . Este tipo de procedimento aparece em diversos estudos como por exemplo: Pinho (2015), que realiza otimização de estruturas de contraventamento de prédios altos utilizando a NBR-6123 com métodos de densidade. Stromberg *et al.* (2011) que avalia

estruturas de contraventamento com padrões repetidos com diminuição do tamanho da célula de repetição com respeito à altura. Stromberg *et al.* (2012) aplicam as restrições geométricas aliadas à combinação de vigas e pilares em estruturas 2D. Beghini *et al.* (2014) e Kazakis *et al.* (2017) investigam a aplicação do controle geométrico na interpretação em projetos práticos envolvendo sistemas de contraventamento. Todos estes estudos têm em comum o uso de métodos baseados em gradiente, como SIMP. A Figura 21 ilustra a geometria da estrutura com a imposição da simetria e a repetição de padrões.

Figura 21 – Estrutura otimizada: (a) sem controle geométrico; (b) imposição de simetria; (c) imposição da repetição de padrões; (d) imposição de simetria e repetição de padrões.



Fonte: O Autor (2022)

3.3.3 Elementos passivos

Além da simetria e repetição de padrões, certas regiões de uma estrutura podem estar associadas a outros tipos de restrição geométrica, que inibem a presença de material no local, como por exemplo a presença de instalações sanitárias dentro de estruturas de concreto. Clausen *et al.* (2014) citam que é comum o uso de regiões vazias prescritas em estruturas por razões funcionais ou de manufatura, portanto este tipo de restrição pode ser abordado pelas metodologias de OT. Na discretização em elementos finitos, tais regiões recebem o nome de elementos passivos.

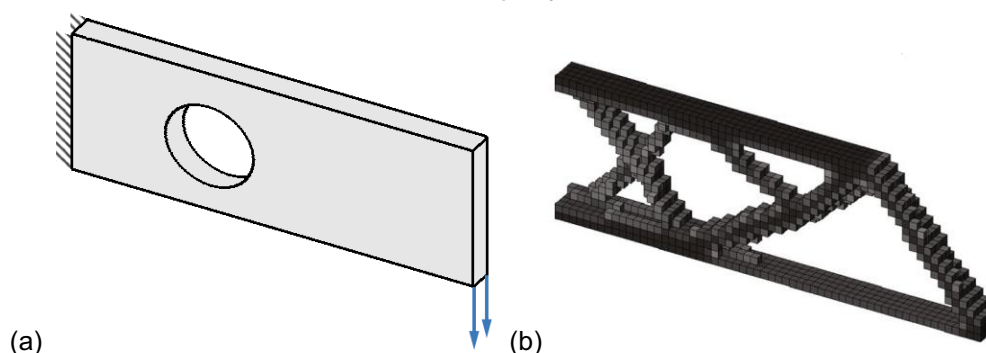
Diversos autores empregam elementos passivos nos códigos de OT. Loyola *et al.* (2018) mostram o emprego de elementos passivos no método discreto SERA para otimização de uma viga engastada com carga na extremidade. Andreassen *et al.* (2011) e Liu e Tovar (2014) mostram a solução para o mesmo problema utilizando o método SIMP em 2D e 3D, respectivamente. Já Yago *et al.* (2021) mostra o emprego de elementos passivos em diversos métodos tridimensionais para a otimização da viga em formato L. As Figuras 22-24 mostram como foram empregados os elementos passivos nesses casos.

Figura 22 – Otimização da viga engastada 2D com região vazia prescrita: (a) domínio, (b) resolução pelo método SERA e (c) resolução pelo método SIMP.



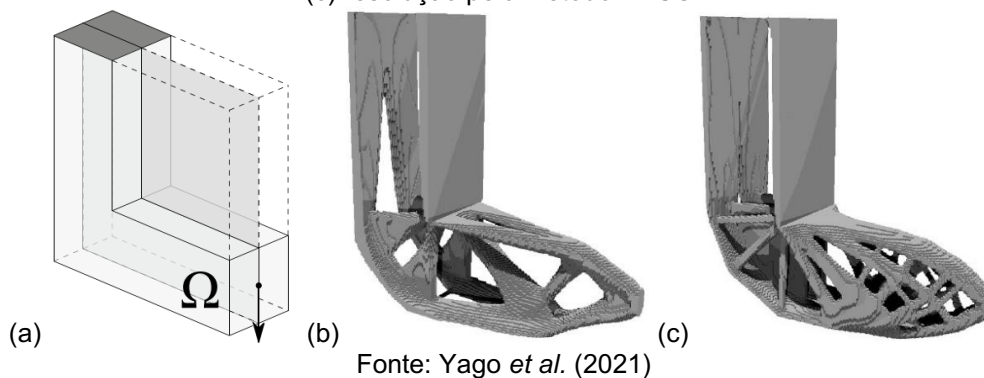
Fonte: Loyola *et al.* (2018) e Andreassen *et al.* (2011).

Figura 23 – Otimização da viga engastada 3D com região vazia prescrita: (a) domínio, (b) resolução pelo método SIMP.



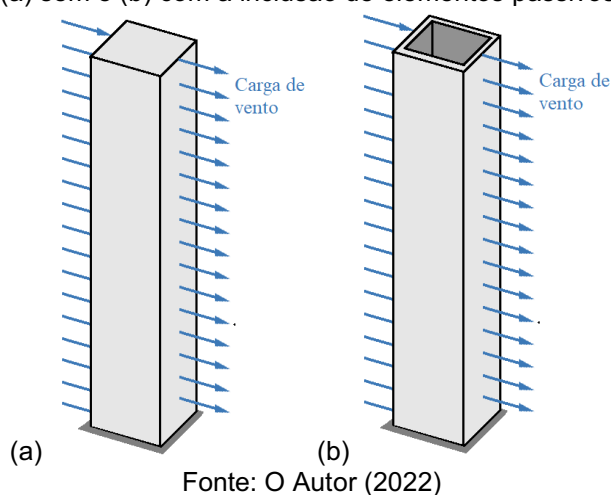
Fonte: Liu e Tovar (2014).

Figura 24 – Otimização da viga L: (a) domínio, (b) resolução pelo método SIMP, (c) resolução pelo método BESO.



Elementos passivos podem ser empregados na OT de sistemas de contraventamento, como visto em Stromberg *et al.* (2011) e Stromberg *et al.* (2012). Neste tipo de estrutura, os elementos são concentrados nas fachadas das edificações, sem interferir na área interna. Este comportamento pode ser empregado através da restrição do volume interno. Portanto, a otimização ocorre somente nos elementos sólidos nas fachadas, enquanto o volume interno permanece vazio durante o processo iterativo. A inclusão destes elementos para otimização de um sistema de contraventamento pode ser conferida na Figura 25.

Figura 25 – Domínio de projeto para otimização de um sistema de contraventamento: (a) sem e (b) com a inclusão de elementos passivos.



A imposição destes controles geométricos auxilia a interpretação da estrutura otimizada, fazendo com que o modelo conceitual possa ser projetado com mais facilidade em casos reais na construção civil.

4 METODOLOGIA

Este capítulo é dividido em três seções: implementação do método BESO para problemas de elasticidade linear tridimensionais; implementação do controle geométrico dos resultados e determinação das cargas de vento com o OpenFOAM.

4.1 IMPLEMENTAÇÃO DO BESO 3D COM ESQUEMA MULTIGRID GEOMÉTRICO

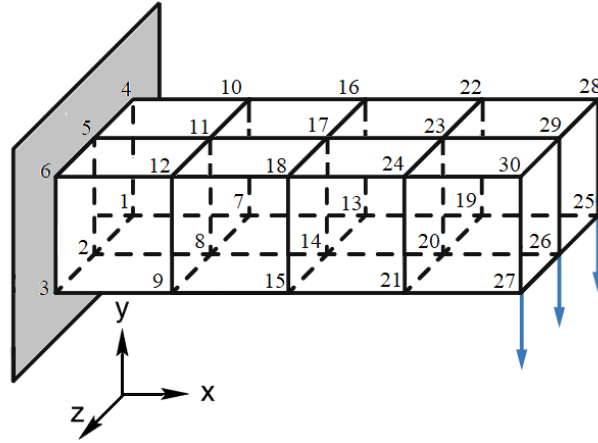
O código foi implementado no formato MATLAB e as simulações foram feitas na versão 2017b deste programa, podendo ser dividido em quatro etapas: inicial, resolução do sistema matricial, otimização e apresentação dos resultados. Ao longo do código principal, são chamadas diversas sub-rotinas, sendo que cada uma citada no texto será tratada individualmente. O programa inicia com a leitura dos dados de entrada. Alguns parâmetros possuem valores fixos baseados em Huang e Xie (2010a), Amir, Aege e Lazarov (2014) e Liu e Tovar (2014), e podem ser conferidos abaixo entre parênteses.

- Número de elementos nas três dimensões ($nelx, nely, nelz$);
- Taxa evolucionária (ER) e fração de volume (f_v);
- Índice de admissão máximo ($AR_{m\acute{a}x} = 1 \%$);
- Tamanho do raio do filtro ($r_{m\acute{i}n}$);
- Módulo de elasticidade do material sólido ($E_0 = 1$), módulo de elasticidade do material vazio ($E_{m\acute{i}n} = 10^{-3}$) e coeficiente de Poisson ($\nu = 0,30$);
- Tolerância do método BESO ($\tau = 10^{-3}$);
- Parâmetros para o procedimento multigrid: número de sub-malhas (n_l), tolerância do método dos gradientes conjugados ($cg_{tol} = 10^{-8}$) e número máximo de iterações ($cg_{m\acute{a}x} = 8000$).

A malha empregada nas simulações é estruturada com elementos hexaédricos trilineares. A partir de cada elemento, é montada a matriz de rigidez local ($\mathbf{k}_e$). Cada nó da malha está associado a três graus de liberdade de translação nos eixos globais x , y e z . A matriz de rigidez global ($\mathbf{K}$) determina-se a partir das matrizes de rigidez locais de acordo com o mapeamento dos nós apresentado na Figura 26. O vetor de carregamentos ($\mathbf{F}$) e os suportes são modificados de acordo com a estrutura

analisada. Após a leitura dos dados referentes à malha e ao vetor de cargas, chama-se a sub-rotina para o operador de restrição do método multigrid.

Figura 26 – Mapeamento dos nós em uma malha de dimensões 4×2×1.



Fonte: O Autor (2022)

Para a preparação do filtro de sensibilidades, em cada elemento da malha, verificam-se os elementos contidos no subdomínio Ω_i relacionado ao raio do filtro de sensibilidades $r_{\min}$. Através das coordenadas espaciais do sistema, é calculada a distância linear entre o centro de cada elemento e e os elementos i contidos em seus respectivos Ω_i através da equação 4.1, que são armazenadas como coeficientes na matriz das distâncias elementares $\Delta(e, i)$.

$$\text{dist}(e, i) = \sqrt{(X_e - X_i)^2 + (Y_e - Y_i)^2 + (Z_e - Z_i)^2} \quad (4.1)$$

O fator de ponderação linear H_{ei} verifica a influência que os elementos contidos em Ω_i terão na modificação da sensibilidade do elemento e , de forma que os mais próximos sejam mais influentes comparados com os que estão mais distantes no subdomínio. Os coeficientes de H_{ei} , denotados como h_{ei} , são calculados na forma da Equação 4.2,

$$h_{ei} = \max(0, r_{\min} - \text{dist}(e, i)) \quad (4.2)$$

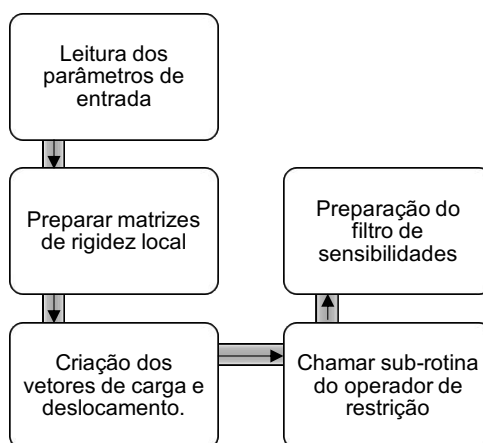
Recomenda-se que $r_{\min}$ seja escolhido em função da geometria do problema e das dimensões da malha, tal como sugerido em Sigmund (1997), Zuo e Xie (2015) e Xu *et al.* (2018). A modificação das sensibilidades é feita da seguinte maneira:

$$\left. \frac{\partial C}{\partial x_e} \right|_{k+1} = H_{ei} \frac{\left. \frac{\partial C}{\partial x_e} \right|_k}{\sum_i H_{ei}} \quad (4.3)$$

em que a derivada da função objetivo é o número de sensibilidade e k é a iteração corrente. No procedimento apresentado no Fluxograma 2, se resume os principais passos da etapa inicial do código.

A etapa seguinte consiste na resolução do sistema matricial. O vetor de densidades binárias do BESO é contabilizado nesta etapa, em conjunto com o volume inicial da estrutura. O processo iterativo pode ser então inicializado.

Fluxograma 2 – Etapa inicial do BESO.



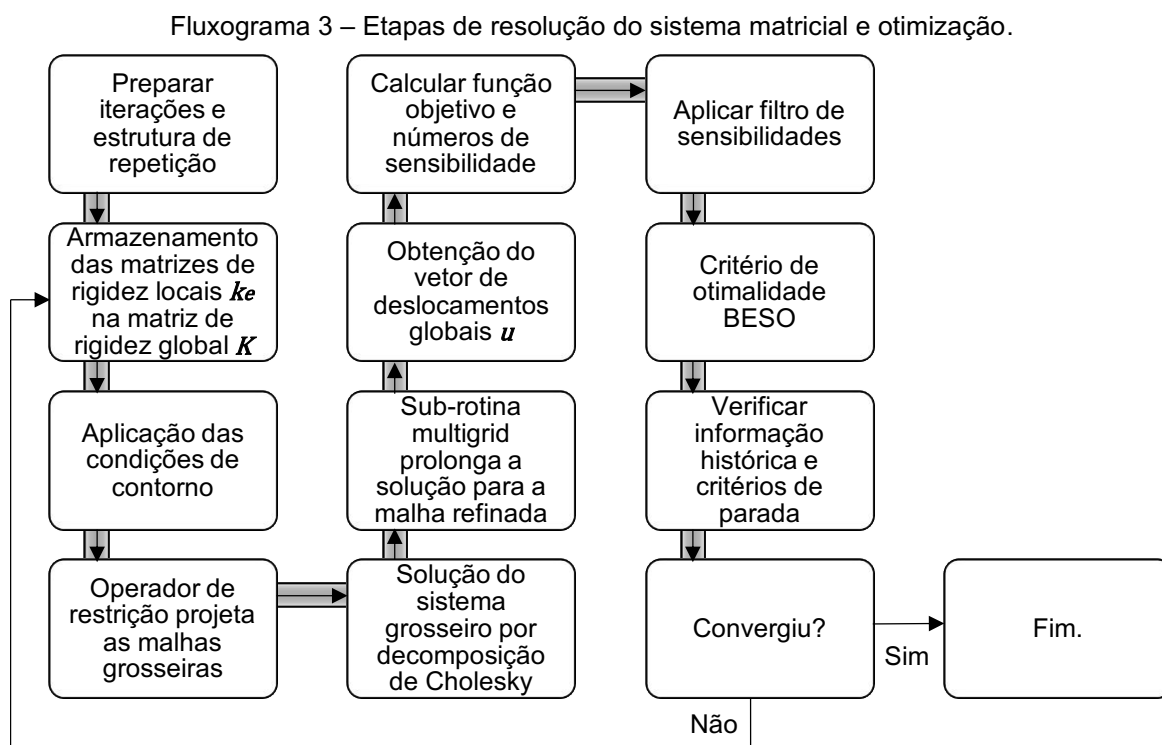
Fonte: O Autor (2022)

Na matriz de rigidez global, impõem-se as condições de contorno. Então o operador de restrição do multigrid realiza as projeções da malha refinada em malhas grosseiras. O sistema linear de equações na malha menos refinada é solucionado por decomposição de Cholesky e na sub-rotina do multigrid, a solução grosseira é então prolongada (interpolada) para a malha refinada, retornando o vetor de deslocamentos globais u .

A terceira etapa é a de otimização, em que é calculada a função objetivo Seu valor é armazenado em um arranjo, garantindo informação histórica para o critério de parada. Nesta etapa, também é calculada a sensibilidade dos elementos segundo a Equação 3.7. Em sequência, são aplicados o filtro de sensibilidades e a estabilização do processo evolucionário.

Com as novas sensibilidades, é chamada a sub-rotina do critério de adição e rejeição do BESO. Neste passo, são selecionados elementos para adição ou remoção da malha e, então, um novo design para a estrutura é formado. Finalmente, a função objetivo é comparada com sua informação histórica. Se o critério de parada da fração de volume e tolerância forem

atendidos, o programa continua para a próxima etapa. Se não forem atendidos, repete-se o processo até que as devidas tolerâncias sejam alcançadas. No Fluxograma 3, apresenta-se o procedimento com as etapas de resolução do sistema e otimização.



Fonte: O Autor (2022)

A última etapa é a apresentação dos resultados. A cada iteração, são salvas informações referentes à iteração corrente: função objetivo; volume da estrutura; informação histórica; quantidade de iterações necessárias para convergir o método dos gradientes conjugados e a tolerância. Ao final, quando o processo iterativo acaba, é apresentada e estrutura otimizada. O código desenvolvido recebeu o nome de *topBESOmgcg*.

4.1.1 Sub-rotina: operador de restrição

Esta sub-rotina determina as malhas grosseiras do método multigrid. Como esta operação é computacionalmente custosa, as novas malhas são construídas apenas uma vez e então reutilizadas em cada ciclo de otimização. O primeiro passo é mapear as variáveis e as distâncias entre os elementos da malha da estrutura. As

distâncias são divididas por 2 cada vez que se gera uma malha mais grosseira. O operador de restrição é obtido através da matriz transposta do operador de prolongamento, como descrito na equação a seguir.

$$\mathbf{K}_c = \mathbf{P}^T \mathbf{K} \mathbf{P} \quad (4.4)$$

Na etapa seguinte, os elementos são mapeados para que o problema seja resolvido nas malhas menos refinadas. Ao final, é obtida a matriz $\mathbf{P}_u$ que é utilizada pela sub-rotina a seguir.

4.1.2 Sub-rotina: método dos gradientes conjugados *multigrid*

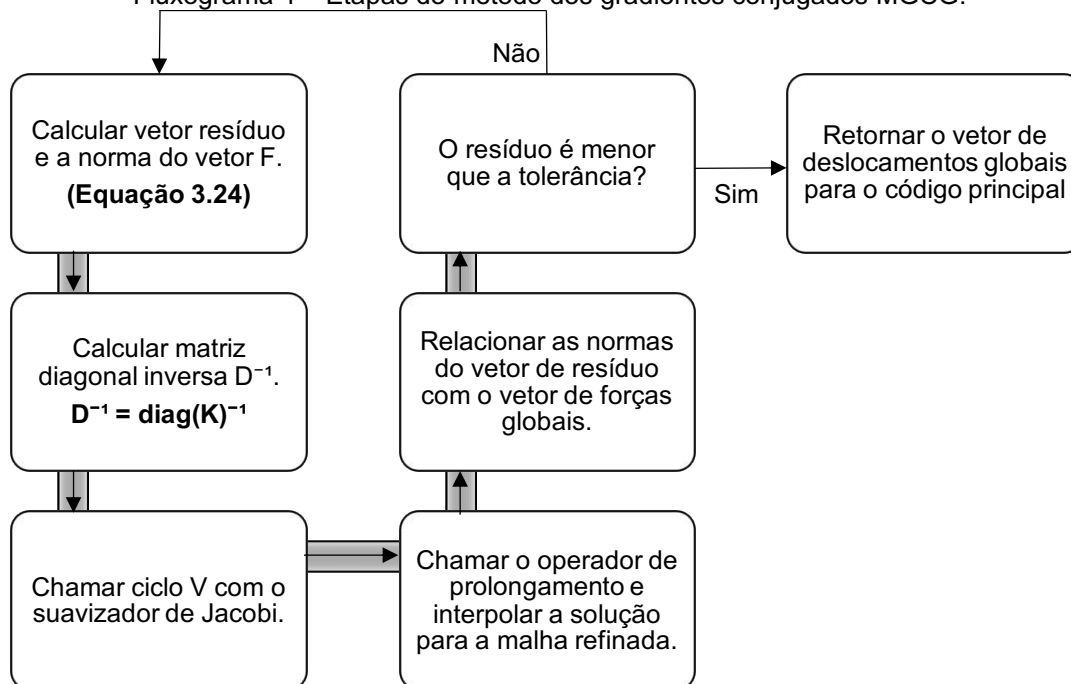
Nesta sub-rotina é resolvido o sistema de equações através do método dos gradientes conjugados, tendo como pré-condicionador o multigrid geométrico. Inicia-se com o cálculo do resíduo $\mathbf{r}_k$ e a norma do vetor $\mathbf{F}$. Então é determinada a matriz $\mathbf{D}^{-1}$ (matriz inversa dos coeficientes diagonais da matriz de rigidez), para que o suavizador de Jacobi possa ser aplicado.

Na próxima etapa, é aplicado o ciclo V. O suavizador de Jacobi é usado para amortecer as soluções nas malhas mais grosseiras, e então o operador de prolongamento $\mathbf{P}$ interpola a solução de volta para as malhas mais refinadas. O procedimento é baseado na quantidade de sub-malhas previamente definidas.

Depois de encerrar a etapa do ciclo V, é feita a comparação do vetor de forças globais $\mathbf{F}$ com o resíduo $\mathbf{r}_k$ através da Equação 4.5. Se rel_{res} for menor que a tolerância especificada para o método dos gradientes conjugados (cg_{tol}), então houve conversão e o vetor $\mathbf{U}$ na iteração MGCG retorna para o código principal como a solução do sistema matricial na iteração corrente do processo de otimização. Caso rel_{res} seja maior que cg_{tol} , então o método dos gradientes conjugados é iterado novamente até que o critério seja satisfeito. No Fluxograma 4, apresenta-se o procedimento resumido do MGCG.

$$rel_{res} = \frac{\|\mathbf{r}\|_2}{\|\mathbf{F}\|_2} \quad (4.5)$$

Fluxograma 4 – Etapas do método dos gradientes conjugados MGCG.



Fonte: O Autor (2022)

4.1.3 Sub-rotina: critério de otimalidade BESO

O programa principal chama esta sub-rotina depois de ter calculado a resolução do sistema matricial na iteração corrente. Nesta etapa, são escolhidos os elementos que devem ser removidos ou adicionados na estrutura. O código implementado, sempre inicia o processo de otimização considerando o domínio completo de forma a começar removendo os elementos.

Esta sub-rotina importa os dados de resolução da malha, fração de volume, vetor de variáveis de projeto x e as sensibilidades dos elementos. Define-se então na iteração corrente quais são a menor e a maior sensibilidade (α_{add} e α_{del}), respectivamente. Enquanto o volume total da estrutura não for igualado a fração de volume, os elementos de menor sensibilidade são eliminados. Quando a fração de volume é alcançada, verifica-se a sensibilidade dos elementos para remover em locais menos solicitados (menor sensibilidade) e adicionar próximo a locais mais solicitados (maior sensibilidade).

4.2 IMPOSIÇÃO GEOMÉTRICA DE SIMETRIA, REPETIÇÃO DE PADRÕES E ELEMENTOS PASSIVOS

Para impor as restrições geométricas na estrutura, é necessário acrescentar algumas linhas ao *topBESOm*gcg. Um novo parâmetro de entrada deve ser adicionado, n_z , que define quantas vezes uma mesma geometria pode se repetir ao longo da estrutura no eixo z, chamada de célula unitária.

Na primeira etapa deve-se mapear as coordenadas dos nós da malha e salvá-los em uma matriz *coord*(N_{node} , 3), em que N_{node} é o número de nós da malha. Neste passo, também são armazenados os valores máximos das coordenadas x, y e z. Após armazenados estes valores, é criada uma matriz de conexão para determinar a conectividade dos DOFs. Em seguida, são determinadas as coordenadas do centro dos elementos da malha em função das coordenadas dos nós.

Na segunda etapa, é realizada a repetição de padrões, onde os elementos são agrupados de acordo com a quantidade de células unitárias pré-definidas. Define-se em qual eixo deve ser realizada a repetição (no sistema de contraventamento, geralmente, a repetição ocorre ao longo da altura da edificação) e então ocorre a divisão das células unitárias. Os elementos dentro das células unitárias que compartilham a mesma posição são então agrupados para que recebam sempre as mesmas propriedades com relação a remoção/adição e número de sensibilidade.

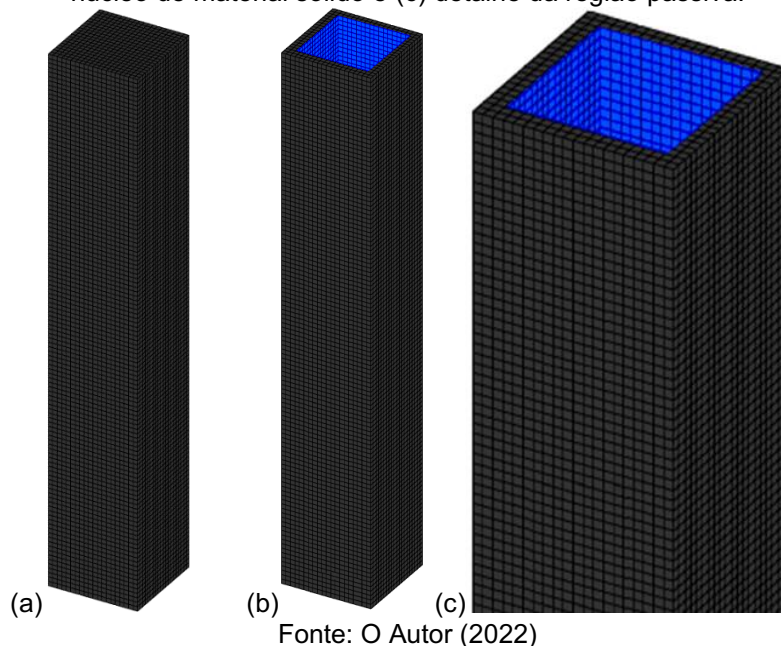
Na terceira etapa, ocorre a imposição da simetria com relação a um plano. Os elementos são mapeados com relação à distância que existe entre o centro do elemento e o plano de simetria. Elementos equidistantes do eixo de simetria são agrupados de forma que lhe sejam atribuídas as mesmas propriedades com relação à densidade e sensibilidades.

Por fim, ocorre a atualização das sensibilidades, calculando-se a média dos elementos que estão agrupados com relação aos seus números, e este valor é imposto na matriz de densidades elementares. Assim, quando a sub-rotina do critério de otimalidade BESO for chamada, a adição e remoção se estenderá para elementos simétricos e mapeados de acordo com a repetição de padrões.

A imposição de elementos passivos na estrutura é feita baseada na região vazia prescrita para um sistema de contraventamento, ou seja, no interior da edificação. Os elementos do núcleo do domínio são definidos como vazios na etapa inicial do código e o volume sólido fica agrupado nas fachadas, vide Figura 27. Os

elementos azuis indicam as faces internas do domínio. No exemplo mostrado, os elementos sólidos correspondem a 36 % dos elementos do domínio, restando 64% ocupada por elementos passivos.

Figura 27 – Domínio de projeto: (a) sem elementos passivos, (b) inclusão de elementos passivos no núcleo de material sólido e (c) detalhe da região passiva.



Outros trabalhos na área da OT com ênfase em sistemas de contraventamento utilizam deste procedimento para obter regiões específicas do domínio livres de material sólido, como Martin e Deirlein (2020), que estudaram a otimização levando em consideração a resposta dinâmica das estruturas; Li *et al.* (2021) que empregaram elementos passivos no método *virtual phase* (VPM) e Lee e Tovar (2014), que avaliaram a imposição de elementos passivos para OT de sistemas de contraventamento do tipo *outrigger*.

Para o método BESO 3D, os elementos do domínio da região central são previamente mapeados e definidos como vazios. Desta forma, eles não são analisados pelo critério de rejeição do BESO, acelerando o processo iterativo.

4.3 CARGAS DE VENTO PELO OPENFOAM

Para calcular a influência do vento em edificações, foi utilizado o software livre e de código aberto OpenFOAM (*Open Source Field Operation and Manipulation*) na

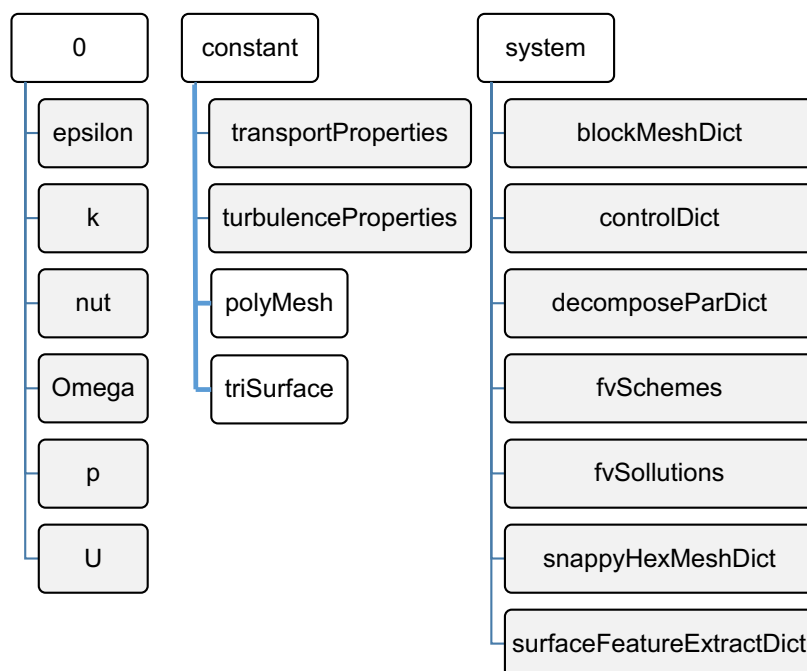
versão 6.0. Este software possui uma grande biblioteca-base que inclui diversas equações e procedimentos algébricos.

Nos tópicos a seguir, é apresentado como foram simulados os diversos casos analisados no trabalho e como as pressões nas faces foram convertidas para carregamentos pontuais para serem aplicados *no topBESOmgcg*.

4.3.1 Estrutura de caso

Para simular um caso no programa OpenFOAM, devem ser fornecidos arquivos dentro de diretórios específicos. São necessários pelo menos três diretórios: pasta 0, em que são armazenadas as condições de contorno; pasta *constant*, em que são armazenados os dados referentes à geometria do domínio, disposição dos volumes finitos, vértices e faces, regime de escoamento, viscosidade cinemática do fluido e modelo de turbulência adotado; e pasta *system*, em que são definidos parâmetros da simulação, como o tempo, funções, interpoladores e operadores que devem ser usados. Estes parâmetros são definidos antes da simulação e a estrutura de caso é apresentada na Figura 28.

Figura 28 – Estrutura de caso no OpenFOAM.



Fonte: O Autor (2022)

A pasta *0* possui arquivos que definem no instante $t = 0$ as seguintes variáveis: velocidade (U_∞), pressão (p), energia cinética turbulenta (κ), viscosidade turbulenta (ν), dissipação da energia cinética turbulenta, caso seja adotado o modelo de fechamento $\kappa - \varepsilon$, e dissipação específica da energia cinética turbulenta, caso seja adotado um modelo de fechamento $\kappa - \omega$, entre outros.

O diretório *constant* contém parâmetros que são mantidos constantes durante todo o tempo de simulação. O arquivo *transportProperties* define o valor da viscosidade cinemática. O *turbulenceProperties* contém informações do modelo de turbulência adotado. Além dos arquivos, o diretório conta com mais duas pastas: *polyMesh*, que armazena informações da geometria da malha, como posicionamento de vértices, tamanho das faces, conectividade dos volumes e propriedades no contorno do domínio e *triSurface*, que recebe informações a respeito da geometria de corpos que são inseridos dentro do domínio (como uma edificação, por exemplo).

Por fim, tem-se o diretório *system*, que contém as configurações da simulação. No arquivo *blockMeshDict* define-se o tamanho do domínio e a discretização inicial da malha uniforme. Já o *controlDict* contém os parâmetros que controlam o início e fim da simulação, tamanho do passo de tempo e como os dados devem ser armazenados. O arquivo *decomposeParDict* não é obrigatório, sendo utilizado somente quando deseja-se usar programação paralela. Nos dois arquivos *fvSchemes* e *fvSolutions* definem-se, respectivamente, os esquemas de discretização e os solucionadores. Por fim, o arquivo *surfaceFeatureExtractDict* insere no domínio de malha inicialmente estruturada um corpo tridimensional no formato *STL*. Então o arquivo *snappyHexMeshDict* coordena o número e a quantidade de volumes dos níveis de refinamento ao redor do objeto 3D.

4.3.2 Condições da camada limite atmosférica

Para simular as condições de camada limite atmosféricas foram seguidos os parâmetros apresentados por Hargreaves e Wright (2007) para realizar tal modelagem. O perfil do vento foi ajustado de maneira a ficar aproximado ao de Richards *et al.* (2002), que considera um domínio vazio, com terreno homogêneo, ar seco, rugosidade aerodinâmica invariável e um fluido newtoniano incompressível.

O OpenFOAM possui em sua biblioteca a classe de condições de contorno *atmBoundaryLayer*, que define condições a montante e jusante do domínio que simulem a camada limite atmosférica (ABL). Esta classe pode ser inserida nos arquivos U_∞ , ε , ω e κ . A imposição desta classe garante que o perfil de velocidade seja logarítmico.

As equações que definem a modelagem do *atmBoundaryLayer* podem ser consultadas na Guia do Usuário do OpenFOAM (OpenFOAM v6: User Guide³). Elas são válidas para a metodologia de simulação da turbulência RANS nos modelos de fechamento $\kappa - \varepsilon$ e $\kappa - \omega$. Para velocidade, emprega-se:

$$u = \frac{u^*}{\kappa_0} \ln \left(\frac{z - d + z_0}{z_0} \right) \quad v = w = 0 \quad (4.6)$$

onde u , v e w são os componentes do vetor velocidade, κ_0 é a constante de von Kármán (FOKEN, 2006), z é a coordenada acima do solo, z_0 é a rugosidade aerodinâmica, u^* é a velocidade de fricção e d é a altura de deslocamento com relação ao solo. Para a energia cinética turbulenta (κ), adota-se:

$$\kappa = \frac{(u^*)^2}{\sqrt{C_\mu}} \sqrt{C_1 \ln \left(\frac{z - d + z_0}{z_0} \right) + C_2} \quad (4.7)$$

em que C_μ , C_1 e C_2 são constantes empíricas, cujos valores podem ser consultados em Yang *et al.* (2009), que servem para ajustar a curva logarítmica de acordo com a ABL. Para a dissipação (ε) e a dissipação específica (ω) da energia cinética turbulenta, são apresentadas as seguintes expressões:

$$\varepsilon = \frac{(u^*)^3}{\kappa(z - d + z_0)} \sqrt{C_1 \ln \left(\frac{z - d + z_0}{z_0} \right) + C_2} \quad (4.8)$$

$$\omega = \frac{u^*}{\kappa \sqrt{C_\mu}} \cdot \frac{1}{z - d + z_0} \quad (4.9)$$

em que u^* é a velocidade de atrito, definida como:

$$u^* = \frac{u_{ref} \kappa}{\ln \left(\frac{z_{ref} + z_0}{z_0} \right)} \quad (4.10)$$

em que u_{ref} é a velocidade de referência do vento em uma altura de referência z_{ref} .

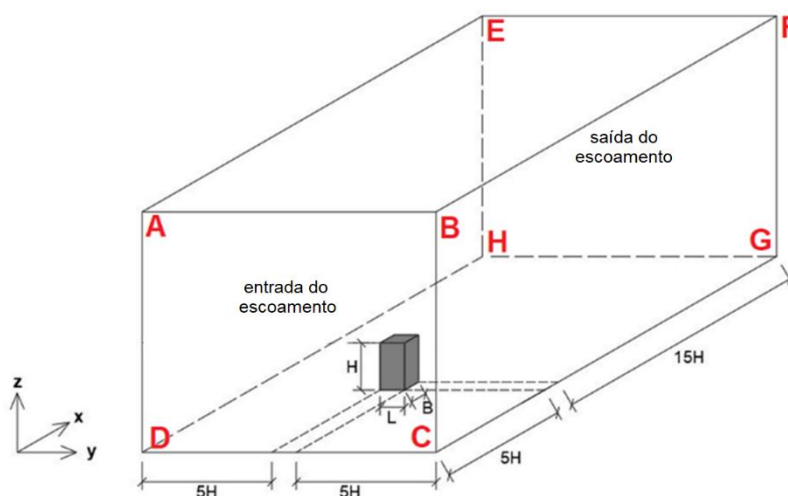
³ Disponível em: <<https://www.openfoam.com/documentation/guides/latest/doc/guide-bcs-inlet-atm-atmBoundaryLayer.html>>. Acesso em 21 de setembro de 2020.

4.3.3 Domínio de simulação

Para definir o domínio, foram seguidas as recomendações de Franke *et al.* (2004) e Tominaga *et al.* (2008). Tais estudos estabelecem diretrizes para que haja uma correta predição do escoamento ao redor de edificações tanto isoladas quanto para conjunto de edificações.

As diretrizes são baseadas em simulações com alto número de Reynolds (Re) e a metodologia RANS (*Reynolds-averaged Navier-Stokes*). A edificação de proporções $B:L:H$ (base:largura:altura), deve estar posicionada a uma distância de $5H$ da entrada do domínio (montante) e a $15H$ da saída (jusante). As laterais devem estar a uma distância de $5H$ da edificação, de forma a ter uma simetria com relação ao plano longitudinal central. A altura do domínio deve ser de $5H$ acima do topo da edificação em estudo. Na Figura 29, apresenta-se o domínio tomado como base.

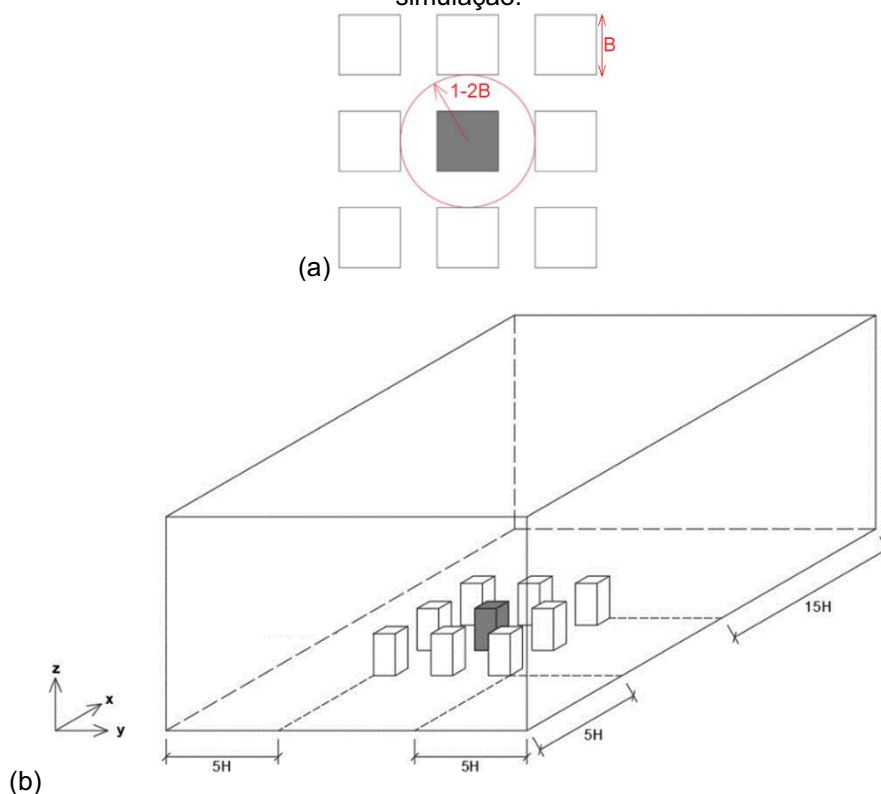
Figura 29 – Domínio para o caso de um prédio isolado.



Fonte: O Autor (2022)

A análise da influência das edificações vizinhas é feita segundo os modelos de Elshaer *et al.* (2016) e Elshaer *et al.* (2017). Considera-se o prédio em análise na mesma posição do caso isolado. Ao seu redor, insere-se a vizinhança que deve estar posicionada a uma distância $5H$ das faces laterais, montante e superior do domínio. Com relação à face de jusante, o conjunto deve estar posicionado a uma distância $15H$. Para este trabalho, consideram-se como vizinhança 8 edifícios equidistantes entre si e da edificação em análise. Varia-se a distância entre $1B$ e $2B$, em que B é a dimensão da base quadrada, como visto na Figura 30.

Figura 30 – Análise do prédio com urbanização ao seu redor: (a) vista superior, (b) domínio da simulação.



Fonte: O Autor (2022)

Para a simulação de um ambiente atmosférico natural, são aplicadas condições nas faces de contorno do domínio e nas edificações sujeitas à ação do vento. Na Tabela 1, apresentam-se as condições de contorno que foram implementadas no OpenFOAM, tomando como referência a Figura 29.

Tabela 1 – Condições nas faces de contorno do domínio do OpenFOAM

Face	Especificação	Tipo	ϵ	k	ν	p	U
ABCD	Entrada de escoamento	<i>patch</i>	<i>aBL</i>	<i>aBL</i>	<i>calculated</i>	<i>zG</i>	<i>aBL</i>
AEHD	Lateral esquerda	<i>sP</i>	<i>sP</i>	<i>sP</i>	<i>sP</i>	<i>sP</i>	<i>sP</i>
BFGC	Lateral direita	<i>sP</i>	<i>sP</i>	<i>sP</i>	<i>sP</i>	<i>sP</i>	<i>sP</i>
ABFE	Limite superior do domínio	<i>sP</i>	<i>sP</i>	<i>sP</i>	<i>sP</i>	<i>sP</i>	<i>sP</i>
CGHD	Limite inferior do domínio	<i>wall</i>	<i>wF</i>	<i>wF</i>	<i>wF</i>	<i>zG</i>	<i>nS</i>
EFGH	Saída de escoamento	<i>patch</i>	<i>uniform</i>	<i>uniform</i>	<i>calculated</i>	<i>uniform</i>	<i>pIOV</i>
Faces das edificações	Fachadas das edificações	<i>wall</i>	<i>wF</i>	<i>wF</i>	<i>wF</i>	<i>zG</i>	<i>nS</i>

Fonte: O Autor (2022).

As colunas *epsilon*, *k*, *nut*, *p*, e *U* são referentes aos arquivos contidos no diretório 0, tal como visto na estrutura de caso do OpenFOAM da Figura 28. O termo *patch* refere-se a uma condição genérica da face, que não contém informação geométrica ou topológica da malha. É comumente usada para entrada e saída de escoamento. A sigla *sP* refere-se *symmetryPlane*, dando a característica à face de plano de simetria. Os termos *wall* e *wF* aludem às funções de parede. Já a sigla *aBL* refere-se ao *atmBoundaryLayer*, para empregar condições atmosféricas na simulação. O termo *uniform* refere-se a uma condição uniforme na face, enquanto o termo *calculated* significa que os valores das variáveis foram definidos pelas condições de contorno. Já a sigla *zG* representa *zeroGradient*, uma condição de gradiente nulo referente à face e à malha interna, enquanto *pIOV* (*pressureInletOutletVelocity*) também é uma condição de gradiente nulo, mas para o campo de velocidades. Por fim, *nS* (*noSlip*) é a condição de contorno que fixa a velocidade em zero em contornos que tenham função de parede. Para modelar a turbulência, é usada a metodologia RANS no modelo de fechamento $\kappa - \varepsilon$ clássico.

Segundo Franke (2006) ao estudar-se edificações, o prédio em análise deve ser discretizado com um maior número de detalhes com relação ao restante do domínio. Com este fim, recorreu-se ao utilitário *snappyHexMesh* do OpenFOAM, que é detalhado no tópico subsequente.

4.3.4 Discretização da edificação através do *snappyHexMesh*

O utilitário *snappyHexMesh* adapta a malha de volumes finitos a um objeto tridimensional nos formatos *STL* ou *OBJ*. Ele é configurado através dos arquivos *snappyHexMeshDict* e *surfaceFeatureExtractDict* do diretório *system*. Seu procedimento consiste em importar um objeto tridimensional para dentro da malha estruturada de volumes finitos e adaptar o contorno, refinando a malha próxima à superfície do objeto.

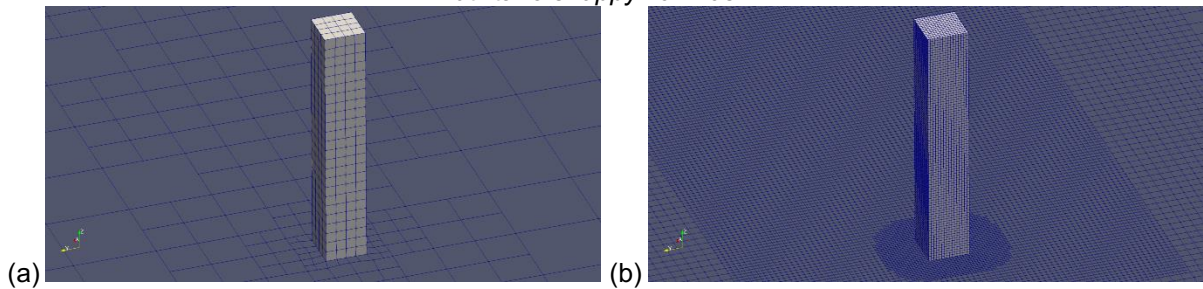
O arquivo *STL* ou *OBJ* deve ser colocado dentro da pasta *triSurface*, localizado no diretório *constant*. Os parâmetros do *snappyHexMeshDict* são:

- **geometry:** define a geometria *STL* que é importada pelo *surfaceFeatureExtractDict* e o nível de refinamento ao redor do objeto;
- **castellatedMeshControls:** define o nível de refinamento do corpo, número de volumes por refinamento e quantidade de camadas de refinamento;

- ***addLayersControls***: configura a transição entre os diferentes níveis de refinamento da malha.

Vale ressaltar que o utilitário *snappyHexMesh* precisa de uma malha base para que a malha refinada seja construída. O resultado é uma malha com diferentes níveis de refinamento próximos a região de interesse. Na Figura 31, mostra-se a diferença de antes e depois da aplicação do *snappyHexMesh* em um prédio de dimensões 1:1:6. Na primeira imagem, o domínio possui um total de 11.758 volumes. Já na segunda imagem, o domínio possui 1.139.854 volumes, dos quais aproximadamente 700 mil estão concentrados no prédio e a uma distância 2H do mesmo. Assim, o prédio em análise e sua vizinhança são analisados com uma malha adaptada e refinada, garantindo maior qualidade nos resultados.

Figura 31 – Prédio isolado em uma malha de volumes finitos: (a) antes e (b) depois da aplicação do utilitário *snappyHexMesh*.



Fonte: O Autor (2022)

No arquivo *controlDict* define-se o tempo total de simulação. Para todos os casos, foram simulados condições de vento atmosférico por 1200 segundos (ou 20 minutos). De acordo com Franke *et al.* (2004), para simulações RANS deve ser adotado o tempo mínimo de 10 min e máximo de 20 min para garantir regime permanente do escoamento na escala empregada ao problema.

Para avaliar a qualidade da malha na simulação de escoamentos turbulentos, utiliza-se o parâmetro y^+ , definido como a distância adimensionalizada entre a camada limite turbulenta e a função de parede (MOHOTTI *et al.*, 2019). Seu cálculo é feito através da equação:

$$y^+ = \frac{u^* y_P}{\nu} \quad (4.11)$$

em que u^* é a velocidade de fricção do fluido, y_P é a distância da parede à camada limite adjacente e ν é a viscosidade cinemática. Em Wilcox (2010), pode ser visto que

para uma correta simulação da turbulência, os valores de y^+ devem estar dentro dos seguintes intervalos:

- Subcamada viscosa: $0 < y^+ < 5$;
- Camada de transição: $5 < y^+ < 30$;
- Camada logarítmica: $30 < y^+ < 300$.

Valores entre 300 e 1000 podem ser aceitáveis para y^+ , desde que não ocupem mais do que 10% da área da superfície em função de parede e distante de zonas críticas do escoamento. Valores maiores que este limite não garantem uma boa simulação da turbulência nos modelos RANS.

4.3.5 Determinação das forças atuando nas faces da edificação

Como o intuito deste trabalho é estudar a variação das forças que incidem nas faces das edificações, os dados de maior importância são os de pressão. Através do *software* de pós-processamento ParaView 5.4.0, são obtidos os coeficientes médios de pressão (C_p), definidos pela seguinte equação:

$$C_p = \frac{p_1 - p_0}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} \quad (4.11)$$

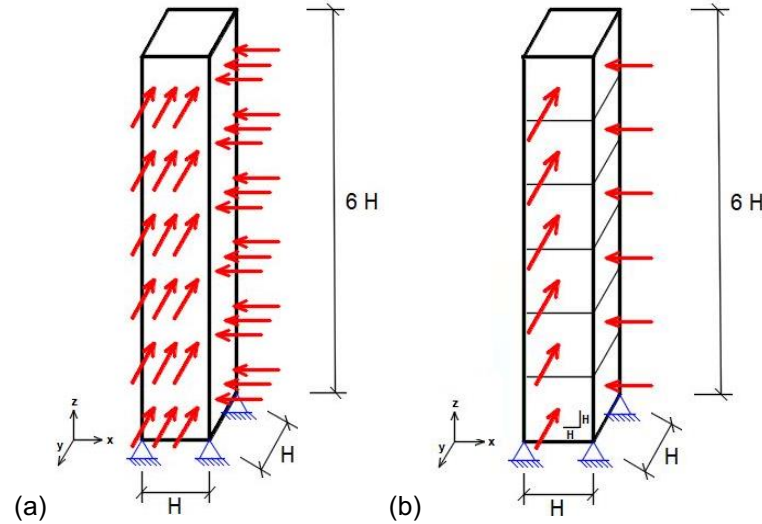
onde p_1 é a pressão absoluta em um determinado ponto da face, p_0 é a pressão atmosférica, ρ é a massa específica do ar atmosférico (1,225 kg/m³ ao nível do mar e temperatura ambiente de 15° C), e U_∞ é a velocidade não perturbada do vento. Desta forma, cada face da edificação apresenta uma nuvem de pontos com valores de C_p correspondentes a cada nó da malha. Estes valores são usados para aplicar as forças aos nós da estrutura a ser otimizada pelo BESO.

Como a discretização empregada no OpenFOAM é diferente da estrutura no BESO, o ajuste é realizado através das funções “*fit*” e “*linearinterp*” do MATLAB. O programa realiza uma interpolação ponto a ponto com os dados referentes aos coeficientes médios de pressão, que agora podem ser acessados através do mapeamento dos graus de liberdade empregado na análise do BESO.

Não é possível inserir as cargas em todos os nós das fachadas, uma vez que o elemento sólido conectado ao nó carregado não pode ser removido no método BESO. Portanto, optou-se por integrar as pressões na área da célula unitária e calcular uma carga pontual aplicada em um nó da célula, tal como mostrado na Figura 32. A

carga pontual P , definida então pela média dos valores de C_p na superfície aplica-se no centro de cada célula unitária.

Figura 32 – (a) Prédio com carregamento de pressão distribuído;
(b) modelo de cargas adotado pelo autor.



Fonte: O Autor (2022)

Para quantificar a intensidade do carregamento nas faces, são calculados os coeficientes aerodinâmicos de arrasto, momento e torção relação à base da edificação. O momento é calculado com relação aos eixos x e y . As cargas nas faces de barlavento e sotavento contribuem para o coeficiente M_x e as faces laterais contribuem para o coeficiente M_y , calculados pelas equações:

$$M_x = \sum F_y L_z \quad (4.12a)$$

$$M_y = \sum F_x L_z \quad (4.12b)$$

Em que F_y são as forças aplicadas nas faces de barlavento e sotavento, F_x são as forças aplicadas nas faces laterais e L_z é a distância entre a localização da força resultante das pressões e a base da edificação. Os valores são adimensionalizados de acordo com o comprimento e área de referência, respectivamente l e S_a , através das equações a seguir:

$$C_{M_i} = \frac{M_i}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 S_a l_a} \quad (4.13a)$$

$$C_M = \sqrt{C_{M_x}^2 + C_{M_y}^2} \quad (4.13b)$$

Em que M é o momento total no eixo, S_a é a área de referência (largura da base multiplicada pela altura da edificação) e l_a é o comprimento de referência (altura da edificação), como visto em Lu e Li (2022). C_M é o coeficiente de momento total adimensionalizado.

Já os coeficientes de arrasto e torção são apresentados pelas equações 4.14 e 4.15, respectivamente. Para o arrasto, F_D é a decomposição da força resultante do vento na direção do arrasto. No caso do coeficiente C_T , T é a torção ao longo do eixo vertical da edificação, S_b corresponde à área da base do edifício, enquanto o comprimento de referência l_b representa a dimensão da base H , perpendicular à direção de vento.

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 S_a} \quad (4.14)$$

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 S_b l_b} \quad (4.15)$$

4.3.6 Esquemas numéricos

Para a simulação numérica, adota-se o modelo de turbulência $\kappa - \varepsilon$ no arquivo *fvSchemes*, presente no diretório *system*. No arquivo definem-se todos os parâmetros e esquemas da simulação numérica.

De acordo com Dumbser *et al.* (2008), o método de integração de Gauss possui alta eficácia na discretização de um domínio em volumes finitos. Emprega-se, portanto, tal modelo na discretização dos casos simulados neste trabalho. O sub-dicionário *ddtSchemes* define como uma propriedade é integrada como uma função do tempo. Neste caso, empregou-se a função *steadyState* para igualar as derivadas temporais a zero de forma a obter a resposta permanente do escoamento.

Para o esquema dos termos de gradiente, o sub-dicionário *gradSchemes* indica as funções para discretização. Neste caso, empregou-se a diferenciação central através do termo *Gauss linear*. Esta condição limita o gradiente, garantindo que o valor extrapolado nas faces esteja restrito aos de células vizinhas. Neste caso, aplica-se um coeficiente limitante (ψ) ao esquema subadjacente que varia entre 0 (não aplicação da limitação) e 1 (aplicação da limitação). Nos casos do trabalho, emprega-se $\psi = 1$. Este esquema é empregado para monotonicidade e conservação, tal como

visto em Van Leer (1974), e aplicado na velocidade (U_∞), na energia cinética turbulenta (κ) e na dissipação da energia cinética turbulenta (ε).

Na avaliação do escoamento, tornam-se necessários esquemas numéricos para cálculo do divergente ($\nabla \cdot$) e do Laplaciano (∇^2). Ambos são abordados em sub-diretórios do arquivo *fvSchemes*, respectivamente *divSchemes* e *laplacianSchemes*. No divergente, incluem-se dois termos de advecção da velocidade e de natureza difusa. O esquema para o cálculo segue o modelo proposto por Warming e Beam (1976) através do modelo *Gauss linearUpwind*. Aplica-se o divergente com relação ao fluxo volumétrico (φ), velocidade, energia cinética turbulenta e dissipação da energia cinética turbulenta para representação dos termos de advecção. Já os termos laplacianos em *laplacianSchemes* são discretizados de acordo com o esquema de Gauss corrigido (*Gauss linear corrected*), caracterizado por uma interpolação linear de segunda ordem. Este modelo é adotado por Rákai *et al.* (2014) e Balogh, Parente e Benocci (2012), que avaliam simulações DFC em ambiente urbano.

Por fim, o arquivo *fvSolution* coordena os *solvers* empregados na resolução dos sistemas lineares. Neste trabalho, foi empregado para pressão o esquema GAMG (*geometric-algebraic multigrid solver*) nativo do OpenFOAM, como visto em Toja-Silva *et al.* (2015), que utiliza o *software* na simulação de vento em ambientes urbanos. Para o restante das variáveis, empregou-se o *solver* simétrico e suavizador de Gauss-Seidel. O manual do usuário do OpenFOAM recomenda a tolerância de 10^{-6} para estes solucionadores.

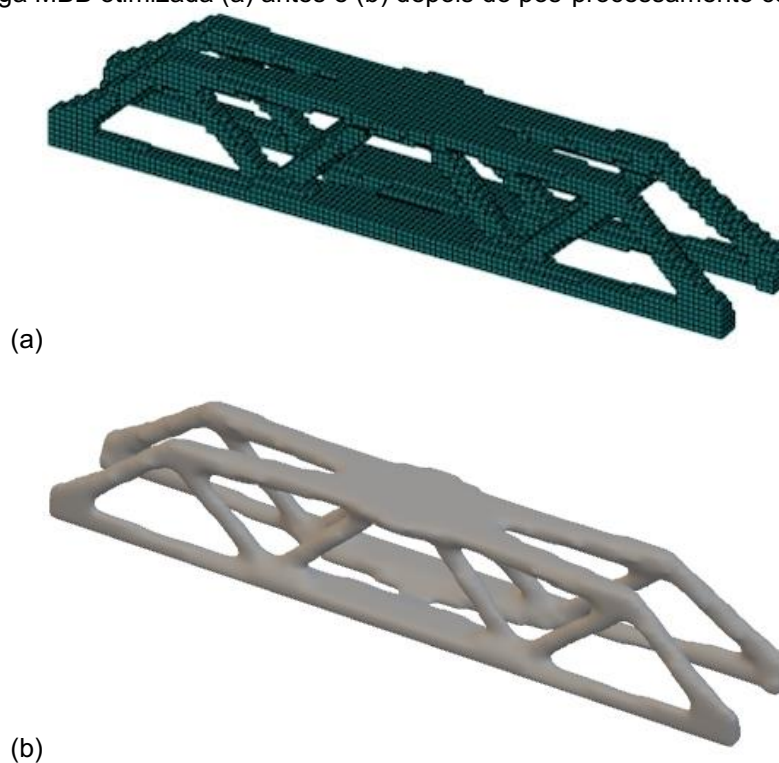
4.4 RESULTADO

Uma vez finalizado o processo de otimização o programa retorna os valores da iteração corrente, função objetivo, fração de volume, tempo de simulação e convergência do método dos gradientes conjugados. A solução é apresentada na Figura 33a. Entretanto, como mencionado por Zhu *et al.* (2021), estruturas otimizadas topologicamente geralmente possuem uma configuração geométrica complexa, dificultando sua manufatura. Torna-se necessário aplicar algum tipo de pós-processamento para facilitar a fabricação das estruturas. Costuma-se empregar manufatura aditiva na produção de estruturas da OT, fazendo com que os *softwares* de pós-processamento adaptem as soluções em tamanhos e formatos para utilização de impressoras 3D (PLOCHER e PANESAR, 2019). Tal tecnologia já é explorada no

mercado da construção civil, na fabricação de materiais metálicos e poliméricos, como visto em Paolini *et al.* (2019). Para facilitar a interpretação dos resultados e o processo de manufatura aditiva, foram aplicados nos resultados do BESO uma etapa de pós-processamento.

O *Engineering Design Research Laboratory*, coordenado pelo pesquisador Andres Tovar (LIU e TOVAR, 2014), disponibiliza no endereço eletrônico Top 3D App⁴ uma ferramenta de pós-processamento chamada *Top3DSTL*. Com ela, é possível converter os sólidos de OT gerados pelo MATLAB em objetos tridimensionais no formato STL, com vértices e contornos suavizados, facilitando a manufatura aditiva. O resultado da topologia suavizada é mostrado na Figura 40b.

Figura 33 – Viga MBB otimizada (a) antes e (b) depois do pós-processamento com o *Top3DSTL*.



Fonte: O Autor (2022)

⁴ Disponível em: <<https://www.top3d.app/>>. Acesso em 10 de dezembro de 2020.

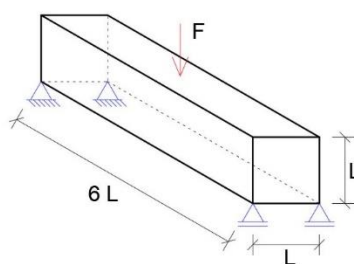
5 VALIDAÇÃO

Nesta seção, apresenta-se a verificação do programa desenvolvido *topBESOmgecg* e do OpenFOAM. São analisados exemplos *benchmark* e os resultados obtidos comparam-se com os dados na literatura. As simulações foram realizadas em computador com as seguintes especificações: processador Intel Core i5-4200U com dois núcleos de 1,60 GHz, 6 GB de memória RAM, sistema operacional Windows 10 Home 64 bits.

5.1 VALIDAÇÃO DO *topBESOmgecg*

Para a verificação do programa implementado emprega-se o problema da viga Messerschmitt-Bölkow-Blohm (MBB) 3D. O problema consiste em uma viga prismática de seção transversal quadrada com aresta L e comprimento total $6L$. Ela é simplesmente apoiada nos quatro vértices inferiores e possui uma carga unitária F aplicada no centro da viga. Na Figura 34, ilustra-se a viga MBB.

Figura 34 – Viga MBB tridimensional.



Fonte: O Autor (2022)

Os resultados obtidos com o programa comparam-se com dois códigos de OT baseados no método SIMP: Amir, Aege e Lazarov (2014) que resolve o problema adotando um esquema de *multigrid* geométrico; e Liu e Tovar (2014) que implementam uma expansão do código de Andreassen *et al.* (2011) para problemas de elasticidade tridimensional com o emprego do método dos gradientes conjugados para resolver problemas com malhas refinadas. O pré-condicionador sugerido pelos autores é o de Jacobi, que consiste em uma matriz que contenha somente os

elementos da diagonal principal da matriz de rigidez global K . Para ambos os programas se considera material sólido aos elementos com densidade $x_e \geq 0,50$.

Os parâmetros adotados nas simulações são apresentados na Tabela 2. No problema, define-se $E = 1$ Pa, $\nu = 0,30$, tolerância $\tau = 10^{-3}$ e a fração de volume $f_v = 0,25$. Os parâmetros da terceira coluna são aplicados nos dois códigos SIMP. Devido a diferença nas formulações do filtro de sensibilidades dos dois métodos, diferentes valores de $r_{\min}$ são empregados nos métodos SIMP e BESO. Para o número máximo de iterações na otimização do método SIMP, emprega-se o mesmo valor adotado por Amir *et al.* (2014). Já o valor de $cg_{\max}$ é adotado de Liu e Tovar (2014).

Tabela 2 – Valores padrão usados na validação.

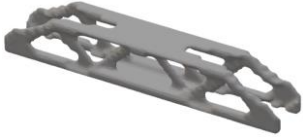
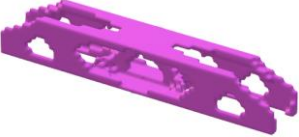
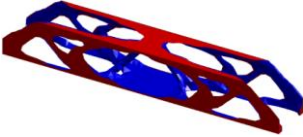
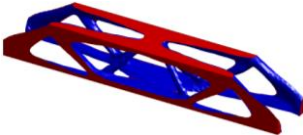
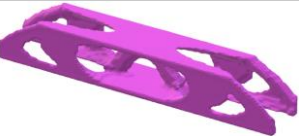
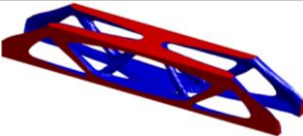
Parâmetro	Código BESO	Códigos SIMP
Taxa evolucionária (ER)	2 %	-
Raio do filtro ($r_{\min}$)	$\frac{9}{50}L$	$\frac{3}{20}L$
Fator de penalização (p)	4	3
Máximo de iterações na otimização	-	100
Iterações dos gradientes conjugados ($cg_{\max}$)	8000	8000

Fonte: O Autor (2022).

Para o estudo de independência de malha, consideram-se três níveis de refinamento das malhas com elementos hexaédricos: $60 \times 10 \times 10$ (M1), $120 \times 20 \times 20$ (M2) e $180 \times 30 \times 30$ (M3). As soluções obtidas podem ser conferidas no Quadro 2. Além da geometria final, também se mostra o valor da função objetivo (flexibilidade média, C em N·m) e o tempo de processamento adimensionalizado com relação ao caso M2/BESO (8 minutos e 39 segundos).

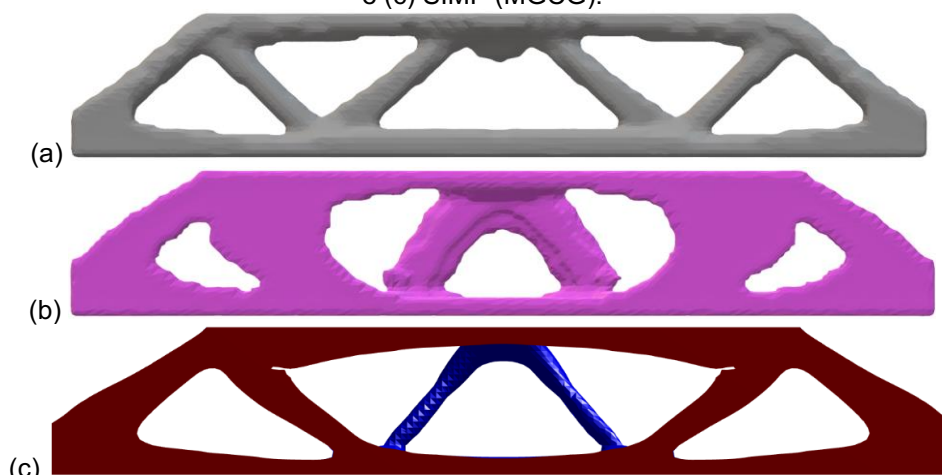
Percebe-se que nas três malhas a solução final permaneceu semelhante, independentemente do nível de refinamento. A estrutura final é similar aos resultados obtidos com o programa SIMP (MGCG), enquanto os resultados obtidos com o programa SIMP (PCG) diferem com relação a espessura e quantidade de barras, conforme pode ser visto em maior detalhe na Figura 35.

Quadro 2 – Comparação dos resultados para diferentes resoluções de malha

Resolução de Malha	BESO	Liu e Tovar (2014) SIMP (PCG)	Amir et al. (2014) SIMP (MGCG)
60×10×10 (M1)	 $C = 20,5728$ Tempo: 0,11	 $C = 28,7468$ Tempo: 1,04	 $C = 24,02$ Tempo: 0,22
120×20×20 (M2)	 $C = 11,6100$ Tempo: 1,00	 $C = 17,0492$ Tempo: 11,79	 $C = 16,49$ Tempo: 1,52
180×30×30 (M3)	 $C = 9,7938$ Tempo: 4,13	 $C = 13,4877$ Tempo: 62,67	 $C = 11,54$ Tempo: 4,30

Fonte: O Autor (2022).

Figura 35 – Comparação da região central da estrutura final na malha M3: (a) BESO, (b) SIMP (PCG) e (c) SIMP (MGCG).



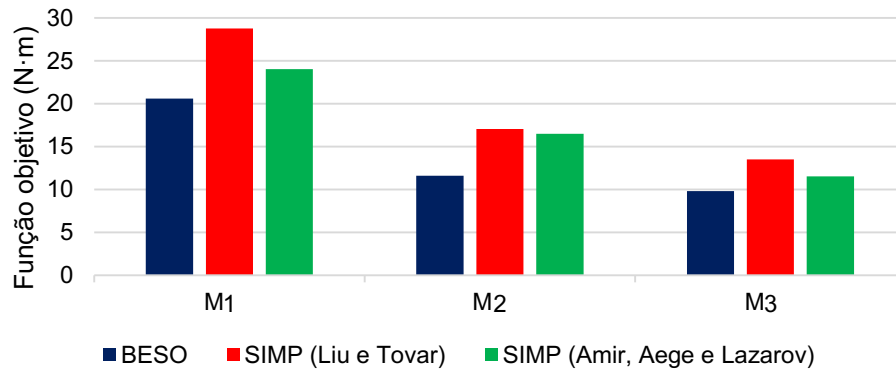
Fonte: O Autor (2022)

O tempo de processamento é notavelmente menor nos programas que usam o esquema *multigrid* geométrico para resolução do sistema matricial. Em média, o BESO convergiu para a solução final 14,4 vezes mais rápido que o SIMP (PCG) e 1,15 vez mais rápido que o SIMP (MGCG).

Nota-se que os valores da função objetivo assumem caráter assintótico à medida que se refina a malha, como apresenta-se no Gráfico 3. Comparado com as soluções do SIMP (PCG), as topologias obtidas com o método BESO tem valores de flexibilidade média 29,2 % menores. Já em comparação com os resultados do SIMP

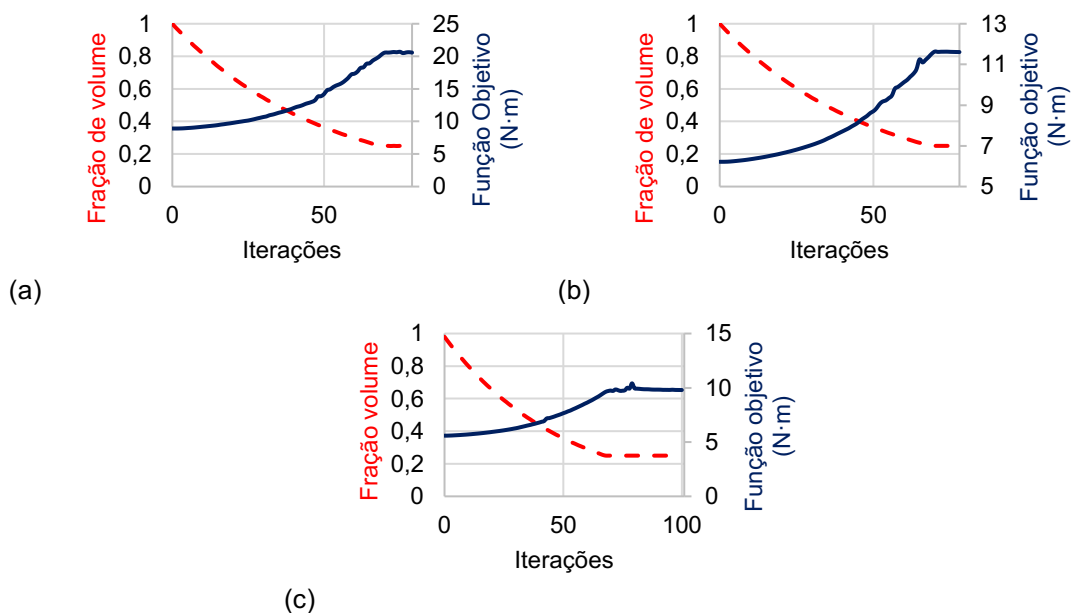
(MGCG), as soluções do BESO mostram-se 19,4 % menos flexíveis. Tal diferença ocorre devido à presença de elementos com densidades intermediárias nas soluções dos métodos SIMP, que possuem propriedades mecânicas penalizadas e, em consequência, aumentam o valor da função objetivo.

Gráfico 3 – Comparativo da função objetivo no caso da viga MBB para as malhas M1, M2 e M3.



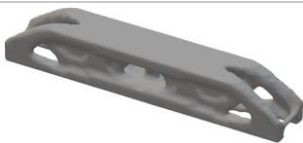
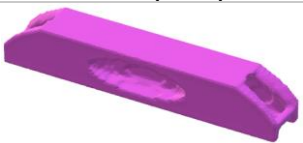
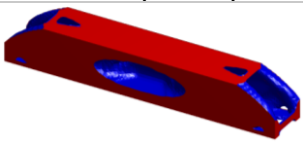
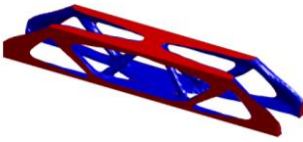
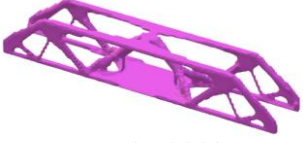
No Gráfico 4, apresenta-se uma comparação do histórico da função objetivo e da fração de volume para os três casos simulados pelo método BESO. Nota-se que nas primeiras iterações, quando a estrutura está com o domínio preenchido de material sólido, o valor da flexibilidade média é menor. Entretanto, com a gradativa remoção de material, a flexibilidade média aumenta e estabiliza-se ao alcançar a fração de volume pré-estabelecida (25 %).

Gráfico 4 – Histórico da função objetivo e fração de volume para as malhas: (a) 60×10×10; (b) 120×20×20 e (c) 180×30×30.



A seguir, mostra-se no Quadro 3 como o valor da fração de volume (f_v) influencia a topologia final, pois limita a quantidade de material disponível para a solução. A rigidez de uma estrutura é inversamente proporcional a este parâmetro, portanto frações de volume muito pequenas implicam altos valores de flexibilidade média, conforme apresenta-se para os valores de f_v iguais a 0,50, 0,25 e 0,10.

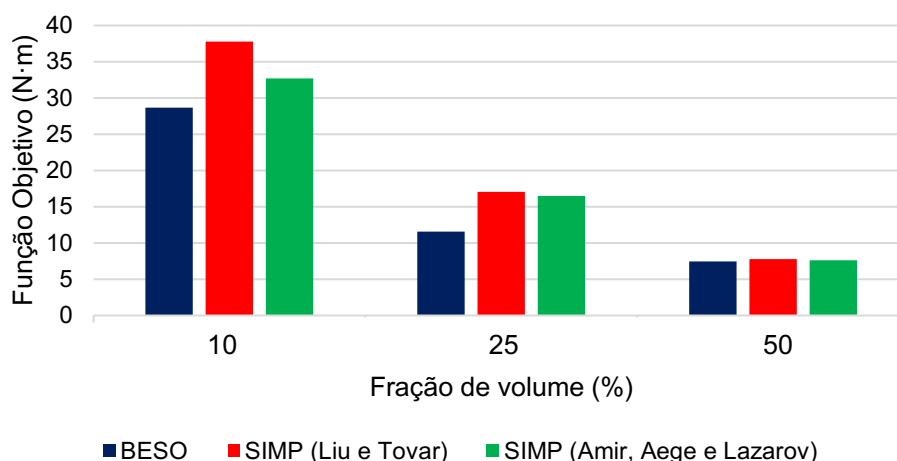
Quadro 3 – Comparação dos resultados para diferentes resoluções de malha

f_v	BESO	Liu e Tovar (2014) SIMP (PCG)	Amir et al. (2014) SIMP (MGCG)
0,50	 $C = 7,4376$ Tempo: 0,56	 $C = 7,8058$ Tempo: 6,33	 $C = 7,65$ Tempo: 1,27
0,25	 $C = 11,6100$ Tempo: 1,00	 $C = 17,0492$ Tempo: 11,79	 $C = 16,49$ Tempo: 1,52
0,10	 $C = 28,6550$ Tempo: 1,27	 $C = 37,8260$ Tempo: 17,46	 $C = 32,72$ Tempo: 1,56

Fonte: O Autor (2022).

Observa-se que as soluções obtidas com o método BESO apresentam uma boa semelhança com o método SIMP (MGCG), exceto para o caso com $f_v = 10 \%$ devido à falta de material na região superior do domínio no caso da última estrutura. As soluções apresentadas pelo método SIMP (PCG) mostram boa concordância com as estruturas obtidas com os outros códigos, porém, percebe-se que a espessura das barras da estrutura é maior. Além disso, para o caso $f_v = 10 \%$, percebe-se a presença de barras adicionais na solução apesar dos mesmos critérios terem sido adotados. Isto ocorre porque nos resultados do programa SIMP (PCG) mais elementos apresentaram densidade $x_e > 0,5$. Em média, o método BESO apresentou estruturas menos flexíveis: 31,4% comparado com o SIMP (PCG) e 19,2 % comparado com o SIMP (MGCG). No Gráfico 5, mostra-se uma comparação da função objetivo obtida com os três programas.

Gráfico 5 – Comparativo da função objetivo na viga MBB para diferentes frações de volume.



Fonte: O Autor (2022)

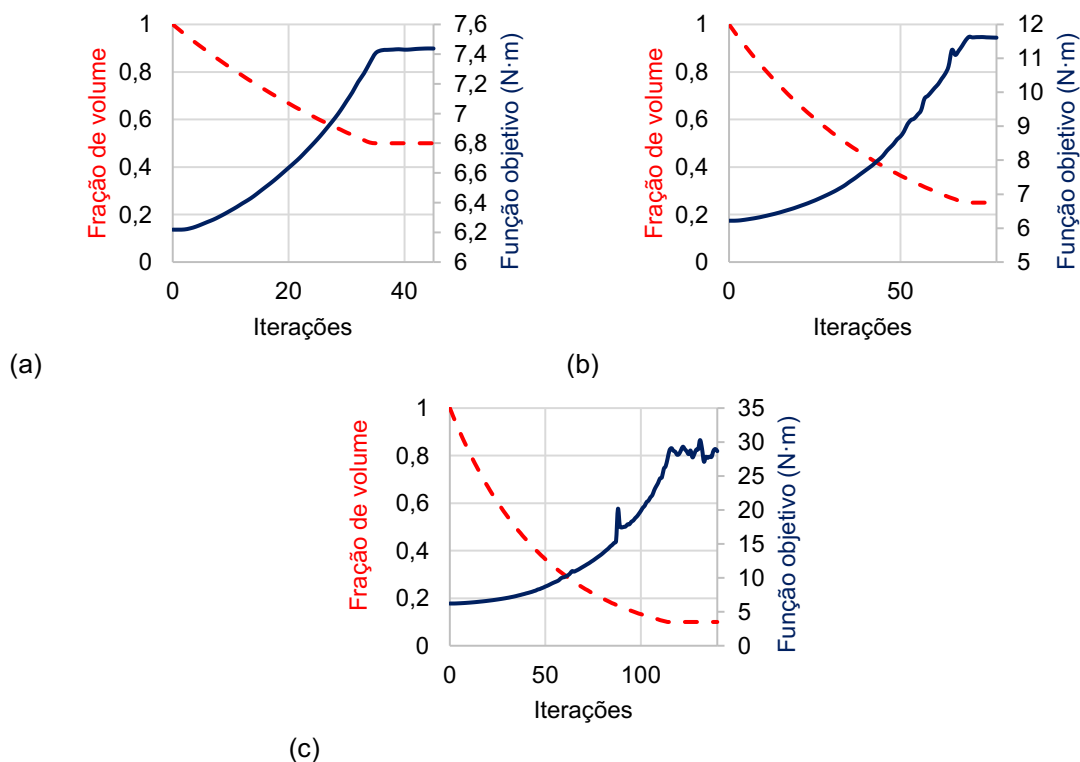
O tempo de processamento também foi menor com a metodologia BESO. Comparado com o método SIMP (PCG), o programa foi em média 12,6 vezes mais rápido. Em relação ao SIMP (MGCG), o BESO mostrou-se 1,54 vez mais rápido. Os resultados tornam evidente a funcionalidade do esquema *multigrid* em acelerar o processo iterativo e, por consequência, diminuir o tempo de processamento.

Na Gráfico 6, mostra-se o histórico da função objetivo para os três valores da fração de volume analisados. Pode-se observar que à medida que se retira material da estrutura, a convergência torna-se menos estável. Por exemplo, no caso de $f_v = 50\%$, o histórico não apresenta saltos ou regiões de instabilidade. Para o caso de $f_v = 25\%$, a convergência continua estável, porém, observam-se alguns saltos até alcançar o volume prescrito. Finalmente, para o menor valor de fração de volume analisado, $f_v = 10\%$, percebe-se um salto no valor da flexibilidade por volta da 80ª iteração. Ao atingir a restrição de volume, nota-se que há uma instabilidade no valor da função objetivo até que a tolerância seja alcançada. Isto ocorre porque à medida que se diminui o volume sólido, a estrutura torna-se mais sensível à remoção de elementos, pois há menos material para resistir ao carregamento.

Os resultados mostram que o programa implementado com a metodologia BESO conseguiu através do filtro de sensibilidades superar o problema de independência de malha e garantir ausência de padrões como o tabuleiro de xadrez. Além disso, apresenta valores de função objetivo e geometria semelhantes aos resultados obtidos com outras metodologias disponíveis em reconhecidos programas acadêmicos. O programa baseado no método BESO sempre apresenta menores

valores de flexibilidade média, pois ele não conta com densidades intermediárias, além de menores tempos de processamento.

Gráfico 6 – Comparativo da função objetivo na viga MBB para diferentes frações de volume: (a) $f_v = 0,50$, (b) $f_v = 0,25$ e (c) $f_v = 0,10$.



Fonte: O Autor (2022)

5.2 VALIDAÇÃO DO OPENFOAM

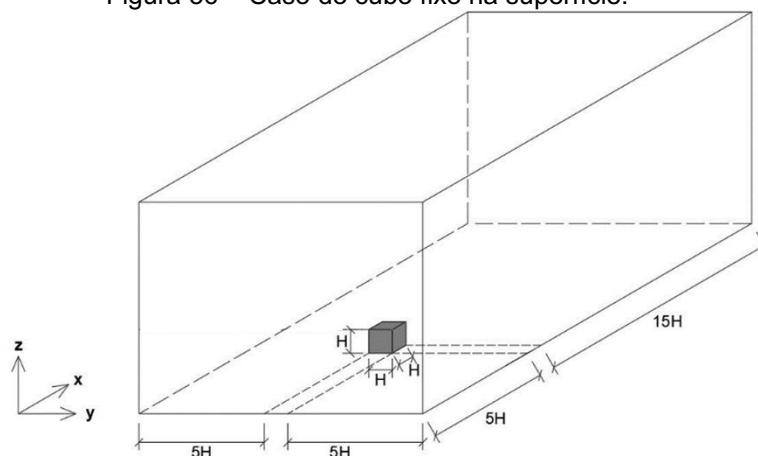
Para a validação do *software* OpenFOAM e dos esquemas adotados, empregam-se dois *benchmarks* envolvendo corpos prismáticos. Avaliam-se o cubo sobre uma superfície plana (MARTINUZZI E TROPEA, 1993) e dois prédios adjacentes com relação geométrica de $1 \times 1 \times 4$. Os resultados são apresentados considerando três níveis de refinamento da malha. Para a comparação adotam-se estudos numéricos de outros autores e de ensaios em túnel de vento da base de dados da *Tokyo Polytechnic University*⁵ (TPU). Em todas as simulações emprega-se o modelo de turbulência $\kappa - \varepsilon$.

⁵ Disponível em: <<http://www.wind.arch.t-kougei.ac.jp/system/eng/contents/code/tpu>>. Acesso em 15 de outubro de 2020.

5.2.1 Escoamento ao redor de um cubo

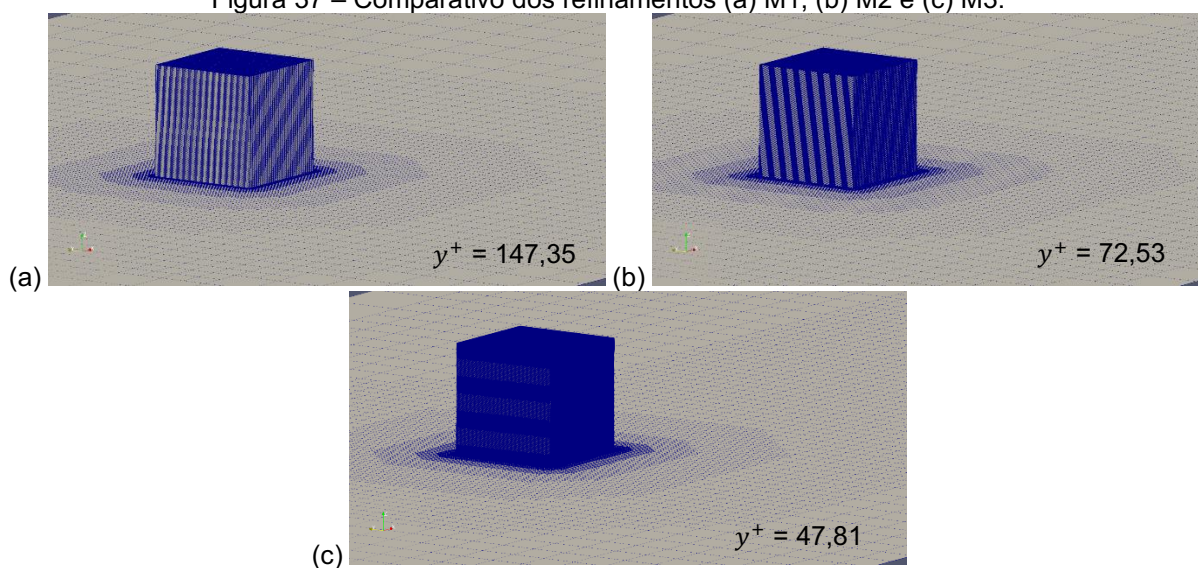
O domínio empregado para o estudo do escoamento ao redor do cubo de arestas unitárias apresenta-se na Figura 36. A altura total do domínio é $6H$ e o valor de Re é de 60.000. Segundo Gao e Chow (2005), apesar deste caso ser geometricamente simples, o escoamento é complexo devido à separação da camada limite. Para a simulação numérica foram considerados três níveis de refinamento: 1,5 milhão (M1), 318.758 (M2) e 1.842.553 (M3) volumes finitos, conforme a Figura 37, junto com os valores médios de y^+ . Nas Figuras 38 a 40, mostra-se a distribuição dos coeficientes médios de pressão (C_p) que atuam nas faces do cubo.

Figura 36 – Caso do cubo fixo na superfície.



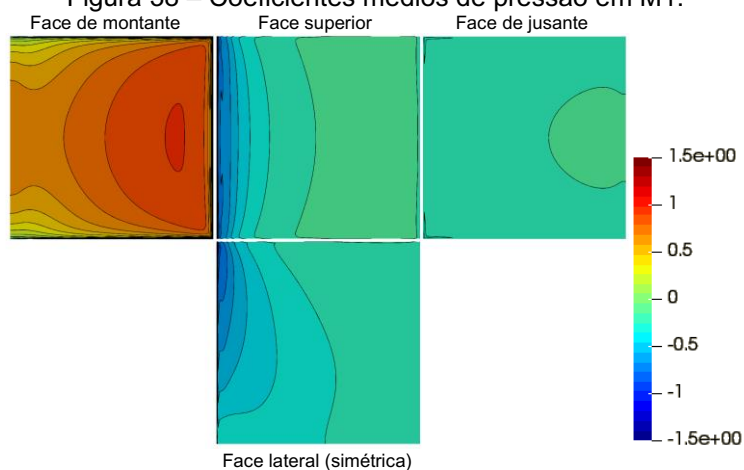
Fonte: O Autor (2022)

Figura 37 – Comparativo dos refinamentos (a) M1, (b) M2 e (c) M3.



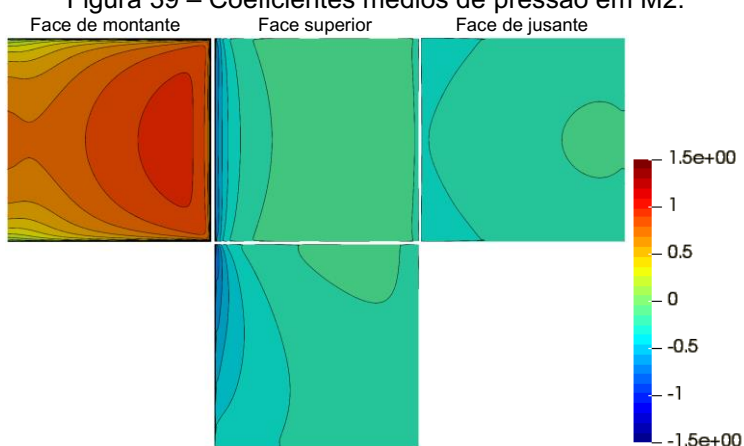
Fonte: O Autor (2022)

Figura 38 – Coeficientes médios de pressão em M1.



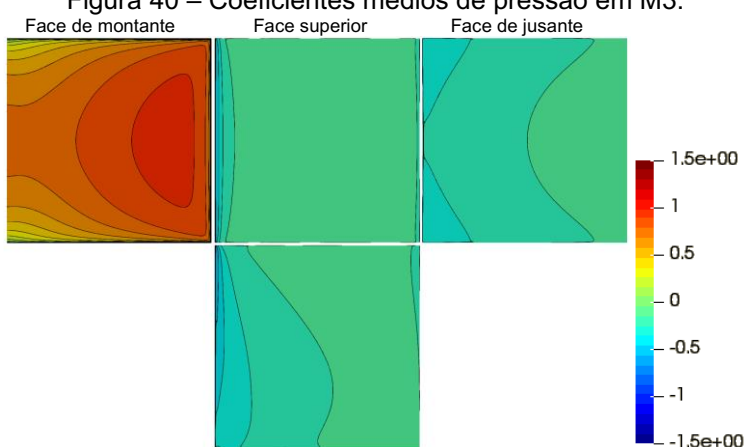
Fonte: O Autor (2022)

Figura 39 – Coeficientes médios de pressão em M2.



Fonte: O Autor (2022)

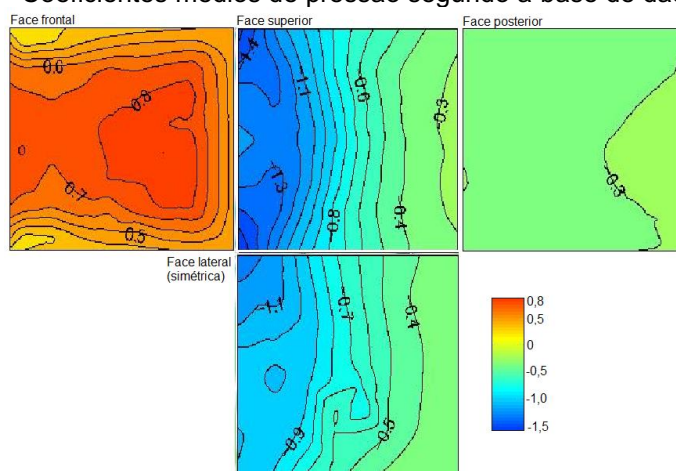
Figura 40 – Coeficientes médios de pressão em M3.



Fonte: O Autor (2022)

Na Figura 41, ilustra-se a distribuição dos coeficientes de pressão obtidos com ensaio em túnel de vento da TPU. Nota-se, que as curvas de C_p não apresentam simetria como as obtidas nos resultados numéricos.

Figura 41 – Coeficientes médios de pressão segundo a base de dados da TPU.

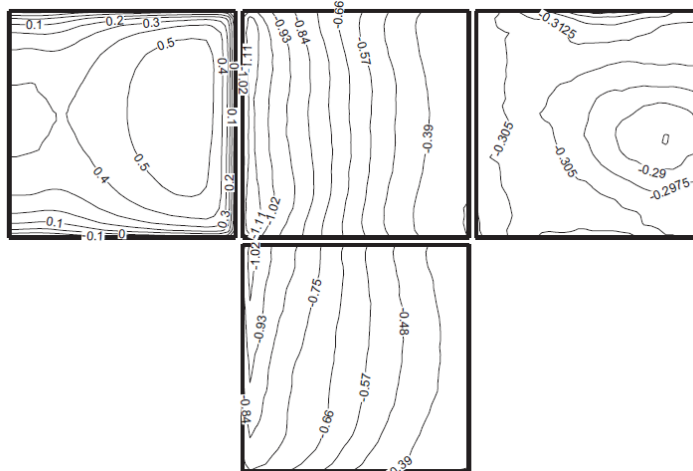


Fonte: Tokyo Polytechnic University (2020)

Essa assimetria na distribuição de C_p origina-se devido às perturbações do escoamento nos ensaios em modelos reais reduzidos e nas medições. Entretanto, o formato das curvas, junto com os valores apresentados de C_p mostram que os resultados do ensaio são condizentes com as simulações numéricas do OpenFOAM.

Lim *et al.* (2009) realizaram ensaios em um túnel de vento considerando um número de Reynolds $Re = 20.000$. O experimento tentou simular condições atmosféricas para uma camada limite representada no formato de uma curva logarítmica. Neste caso, apesar de ser um modelo real reduzido, as curvas apresentam uma melhor simetria conforme mostra-se na Figura 42. Além disso, o formato das curvas apresenta uma boa concordância com os resultados do OpenFOAM.

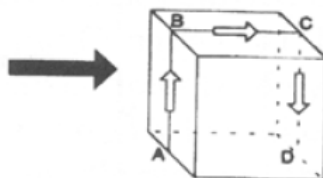
Figura 42 – Coeficientes médios de pressão obtidos em ensaio de túnel de vento.



Fonte: Lim *et al.* (2009)

Além da visualização das distribuições de pressões nas faces do cubo, também se analisa a distribuição do C_p no plano de simetria. Na Figura 43, mostra-se como foram coletados os dados sobre o cubo.

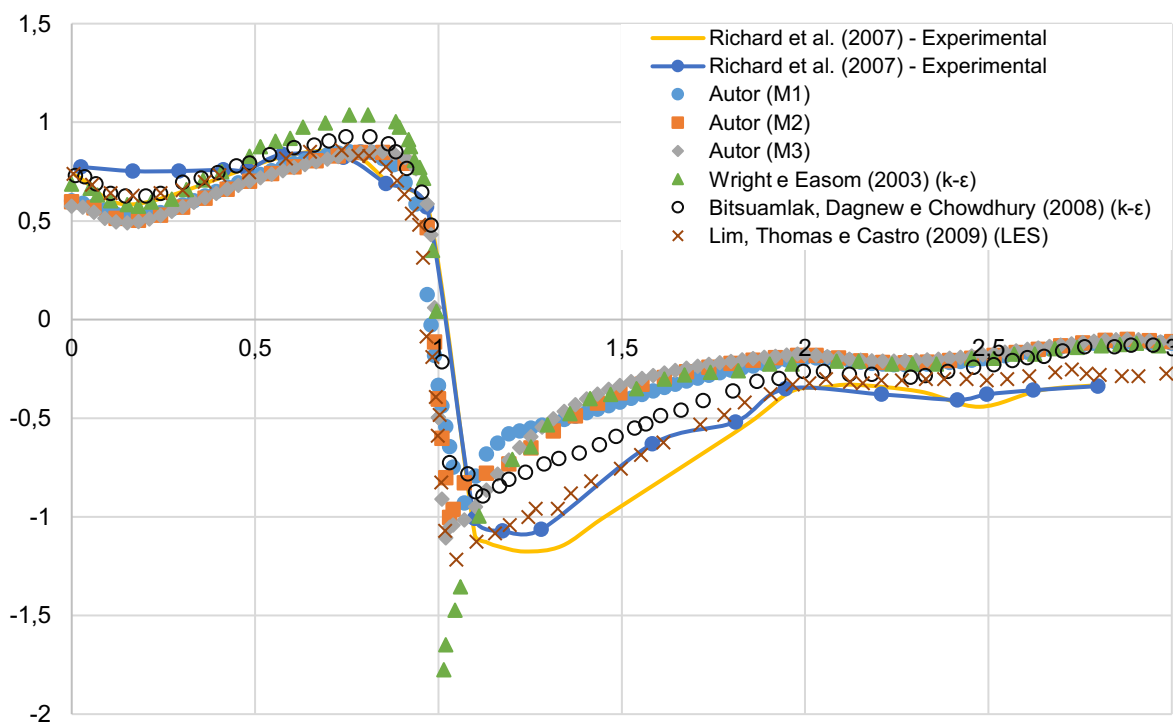
Figura 43 – Região de coleta dos dados para o gráfico linear dos coeficientes de pressão.



Fonte: O Lim, Thomas e Castro (2009)

Richards *et al.* (2007) realizaram ensaios experimentais em dois cubos. Um de proporções reduzidas e o outro de aresta de 6 m. O intuito foi avaliar possíveis diferenças nos valores de C_p em um modelo reduzido e em um modelo de proporções reais. Wright e Easom (2003) e Bitsuamlak *et al.* (2008) realizaram estudos numéricos empregando o mesmo modelo de turbulência ($\kappa - \varepsilon$) adotado neste trabalho. Por sua vez, Lim *et al.* (2009), empregam o modelo LES (*Large Eddy Simulation*). Os resultados de cada estudo são apresentados no Gráfico 7, em comparação com os dados das três simulações feitas no OpenFOAM.

Gráfico 7 – Gráfico linear dos coeficientes de pressão.

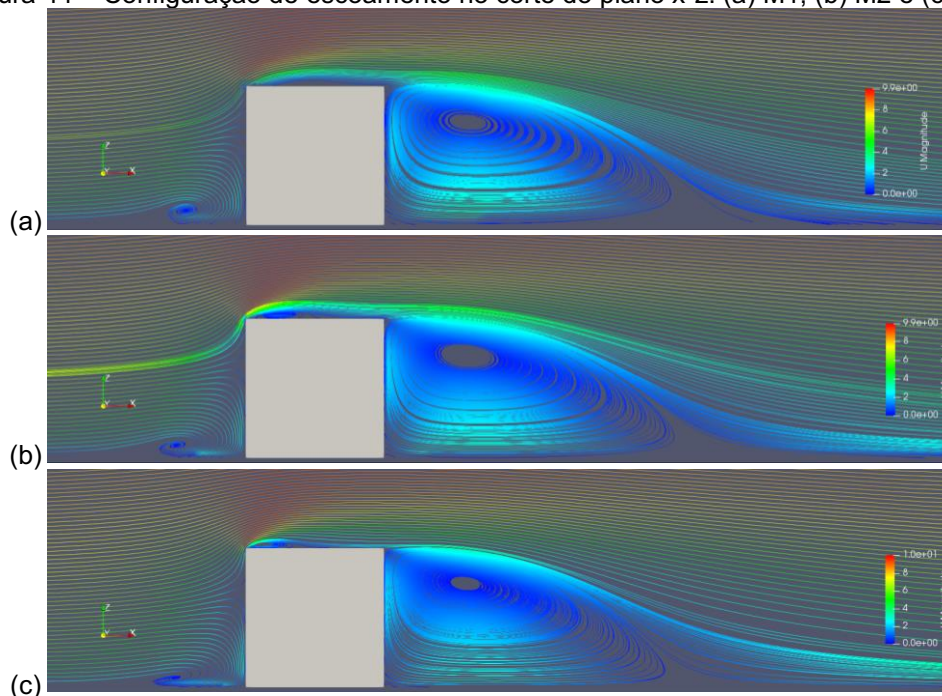


Fonte: O Autor (2022)

Pode-se observar algumas divergências entre os estudos apresentados, devido ao tipo de modelo empregado (experimental e numérico). Além disso, no caso das simulações numéricas, foram utilizados diferentes modelos de turbulência. Apesar das divergências, estas não se mostram significativas, pois os resultados obtidos no OpenFOAM nas três simulações acompanham as curvas da literatura, mostrando que o *software* consegue estimar de forma adequada os valores de C_p com o modelo $\kappa - \varepsilon$ clássico.

Além da verificação do C_p , é importante analisar a configuração de escoamento. Por conta disto, também se verificaram na literatura estudos referentes à formação de vórtices no montante, jusante e laterais do cubo, a fim de comparar a configuração de escoamento através das linhas de corrente. Na Figura 44, apresentam-se as linhas de corrente no plano de simetria x-z para as três configurações de malha. Pode-se notar a formação de dois pequenos vórtices a montante e acima da face superior, além de um grande vórtice a jusante.

Figura 44 – Configuração de escoamento no corte do plano x-z: (a) M1, (b) M2 e (c) M3.

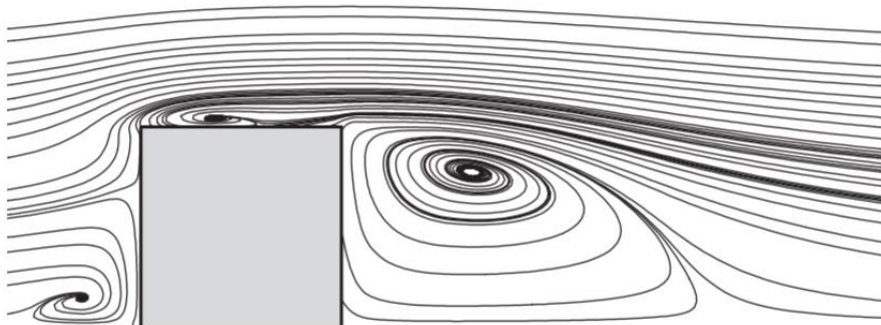


Fonte: O Autor (2022)

Gao e Chow (2005) estudaram o problema do cubo com um modelo de turbulência $\kappa - \varepsilon$ e $Re \cong 80.000$, tendo como foco os detalhes na separação e recolamento da camada limite. Alguns de seus resultados mostram a configuração de

escoamento a jusante do cubo, como pode ser visto na Figura 45. Nota-se que o vórtice à jusante possui tamanho e características semelhantes aos resultados obtidos com o OpenFOAM.

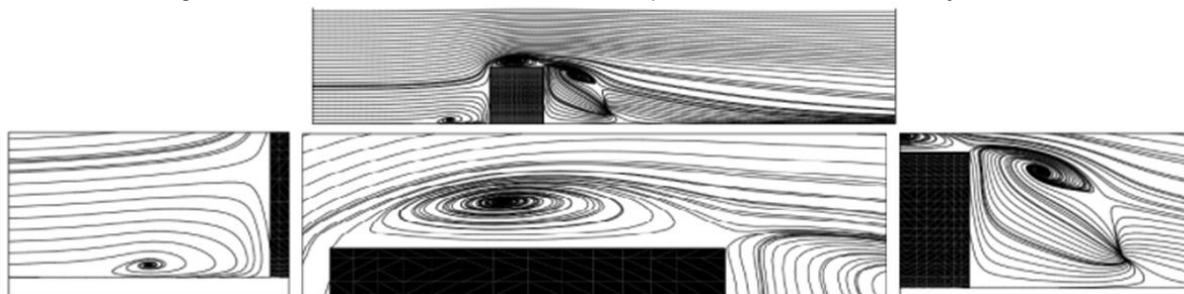
Figura 45 – Vórtices ao redor do cubo.



Fonte: Gao e Chow (2005)

Na Figura 46, apresentam-se os resultados obtidos por Krajnóvic e Davidson (2002) com o modelo de turbulência LES com $Re = 40000$. Os autores detalharam os vórtices formados no plano de simetria $x-z$. Com isso, é possível identificar uma grande semelhança com os resultados obtidos com o OpenFOAM. O perfil de escoamento de Gao e Chow (2005) apresenta um recolamento da camada limite de forma similar às malhas M1, M2 e M3. Apesar de Krainóvic e Davidson (2002) não terem recolamento na região superior, a quantidade é condizente com as simulações das malhas M2 e M3. Observa-se a formação de três vórtices localizados nas mesmas regiões: um a montante, outro na face superior, e o último a jusante do cubo.

Figura 46 – Detalhamento dos vórtices superior, de montante e de jusante.

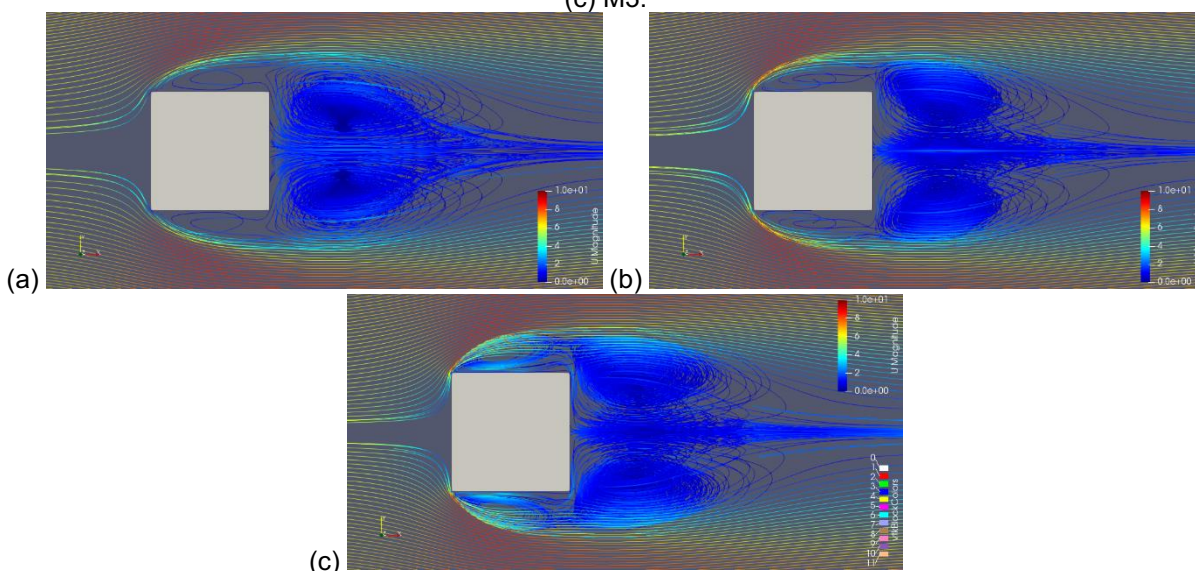


Fonte: Adaptado de Krajnóvic e Davidson (2002)

Na Figura 47, mostra-se a configuração do escoamento através das linhas de corrente para um corte no plano $x-y$. Plotou-se as linhas de corrente em todo o

domínio, e então foi feito um corte a uma altura de $0,3H$, com as três malhas analisadas no OpenFOAM. O aumento do refinamento torna possível a visualização dos pequenos vórtices que se formam nas laterais do cubo e dos grandes vórtices contra-rotativos que se formam a jusante.

Figura 47 – Configuração de escoamento no corte em uma altura $0,3H$ do plano x-y: (a) M1, (b) M2 e (c) M3.

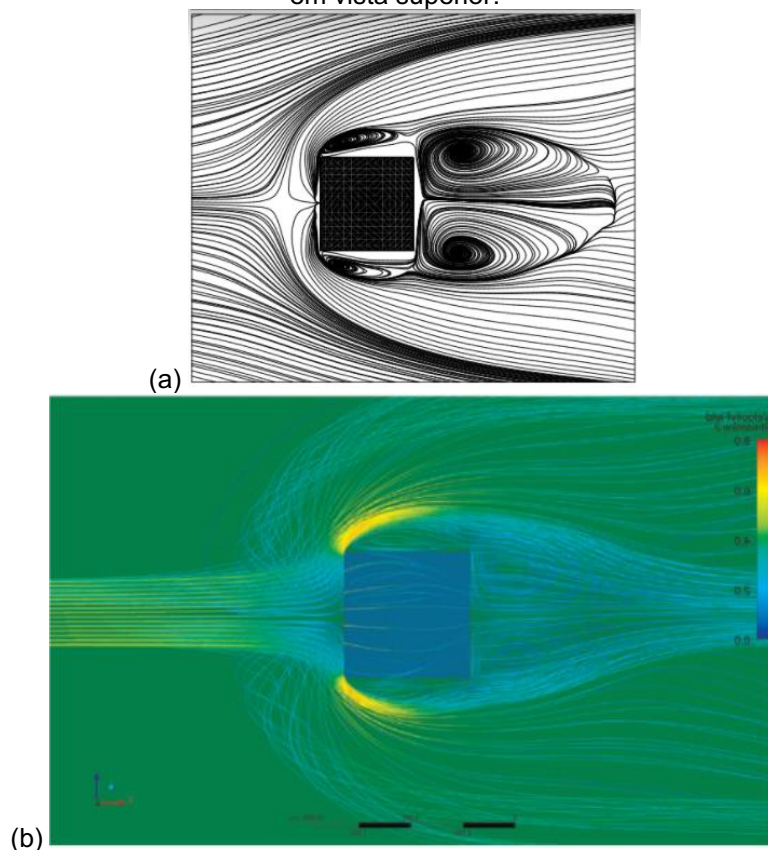


Fonte: O Autor (2022)

As duas primeiras malhas não conseguiram capturar em sua totalidade os efeitos da separação do escoamento nas laterais do cubo. Entretanto, na malha mais refinada, é nítida a aparição dos vórtices. Na Figura 48, mostram-se os resultados de Krajnović e Davidson (2002) e Richards e Norris (2015), que utilizaram um modelo de turbulência LES em um cubo de escala real (6 m de aresta). Nota-se nas duas figuras que a formação de quatro vórtices, com as mesmas configurações obtidas da simulação com OpenFOAM. Comparando com a literatura e com a base de dados da TPU, foi verificado que a simulações com OpenFOAM apresentaram uma boa concordância para os coeficientes de pressão médio.

Com relação à configuração de escoamento, Abohela *et al.* (2013) realizaram um estudo referente à locação de turbinas de vento em ambientes urbanos através da DFC. Para verificar os resultados, os autores reuniram dados referentes ao comprimento dos vórtices e recolamento da camada limite do escoamento ao

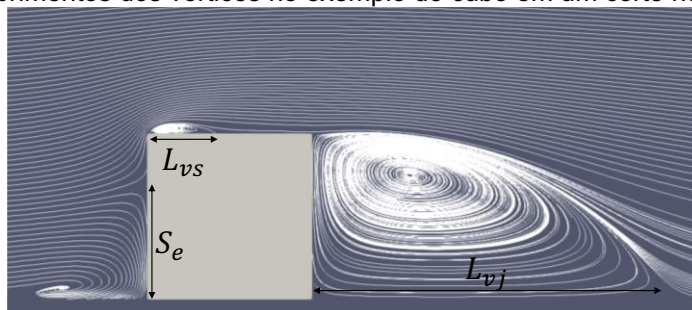
Figura 48 – Vórtices ao redor do cubo: (a) modelo LES em um cubo reduzido com projeção dos vórtices na superfície em corte a altura de 2/3 do cubo, (b) modelo LES em um cubo de escala real em vista superior.



Fonte: (a) Krajnović e Davidson (2002) e (b) Richards e Norris (2015).

redor de um cubo. Os comprimentos analisados são relacionados aos vórtices na superfície superior (L_{vs}) e de jusante do cubo (L_{vj}) e comprimento de estagnação (S_e). As medidas são ilustradas na Figura 49.

Figura 49 – Comprimentos dos vórtices no exemplo do cubo em um corte no plano central x-z.



Fonte: O Autor (2022)

Para verificar os resultados da configuração de escoamento, compara-se os resultados da literatura com os obtidos no OpenFOAM nas três malhas simuladas. Os resultados são apresentados na Tabela 3, em que H é a dimensão da aresta do cubo.

Tabela 3 – Comparação dos comprimentos de referência no escoamento ao redor do cubo.

Exemplo	Procedimento	S_e	L_{vj}	L_{vs}
Malha M1	DFC, modelo $\kappa - \varepsilon$ clássico	0,69H	2,25H	-
Malha M2	DFC, modelo $\kappa - \varepsilon$ clássico	0,68H	2,25H	0,53H
Malha M3	DFC, modelo $\kappa - \varepsilon$ clássico	0,67H	2,19H	0,52H
Richards, Hoxey e Short (2001)	Ensaio experimental em modelo de escala real	0,81H	1,60H	0,32H
Richards <i>et al.</i> (2007)	Ensaio em túnel de vento	0,81H	-	-
Castro e Robins (1977)	Ensaio em túnel de vento	0,85H	-	0,60H
Hölscher e Niemann (1998)	Média de 15 ensaios em túneis de vento	0,75H	-	-
Seeta Ratnam e Vengadesan (2008)	Simulação direta (sem modelo de turbulência)	0,60H	1,50H	0,50H
	DFC, modelo $\kappa - \varepsilon$ clássico	0,58H	2,20H	0,40H
	DFC, modelo $\kappa - \varepsilon$ com baixo Re	0,60H	2,30H	0,60H
	DFC, modelo $\kappa - \varepsilon$ não-linear	0,60H	2,00H	0,55H
	DFC, modelo $\kappa - \omega$ clássico	0,55H	2,20H	0,30H
	DFC, modelo $\kappa - \omega$ melhorado	0,60H	2,20H	0,50H
Rodi (1997)	DFC, modelo LES	-	-	0-0,84H
	DFC, modelo RANS	-	-	0-0,43H
Krajnović e Davidson (2002)	DFC, modelo LES	0,70H	1,38H	0,83H
Gao e Chow (2005)	DFC, modelo $\kappa - \varepsilon$ clássico	0,69H	2,02H	0,56H
Zhong, Zhang e Tamura (2019)	DFC, modelo $\kappa - \varepsilon$ clássico	0,68H	2,31H	-
	DFC, modelo $\kappa - \varepsilon$ RNG	0,70H	2,75H	-
	DFC, modelo $\kappa - \omega$ SST	0,64H	2,81H	-
	DFC, modelo $\kappa - \varepsilon$ RNG com <i>wall function</i>	0,66H	3,17H	-
	Experimental	1,04H	1,50H	-
Ju <i>et al.</i> (2018)	DFC, modelo IDDES	-	1,31H	0,30H
Abohela, Hamza e Dudek (2013)	DFC, modelo $\kappa - \varepsilon$ clássico	0,80H	1,60H	0,32H

Fonte: O Autor (2022).

Verifica-se que os exemplos simulados no OpenFOAM possuem boa concordância com a literatura nos comprimentos de referência do escoamento ao redor do cubo. A maior concordância ocorre nos comprimentos S_t e L_{vs} , com uma diferença média de, respectivamente, 2,53% e 1,39%. O comprimento do vórtice L_{vj} mostra boa concordância com os resultados da DFC nos modelos $\kappa - \varepsilon$ e $\kappa - \omega$, com uma diferença média de 5,30%, e uma concordância menor com os casos experimentais, evidenciando as limitações que o modelo de fechamento $\kappa - \varepsilon$ possui na configuração de escoamento comparado com os casos reais (ARIFF *et al.*, 2009).

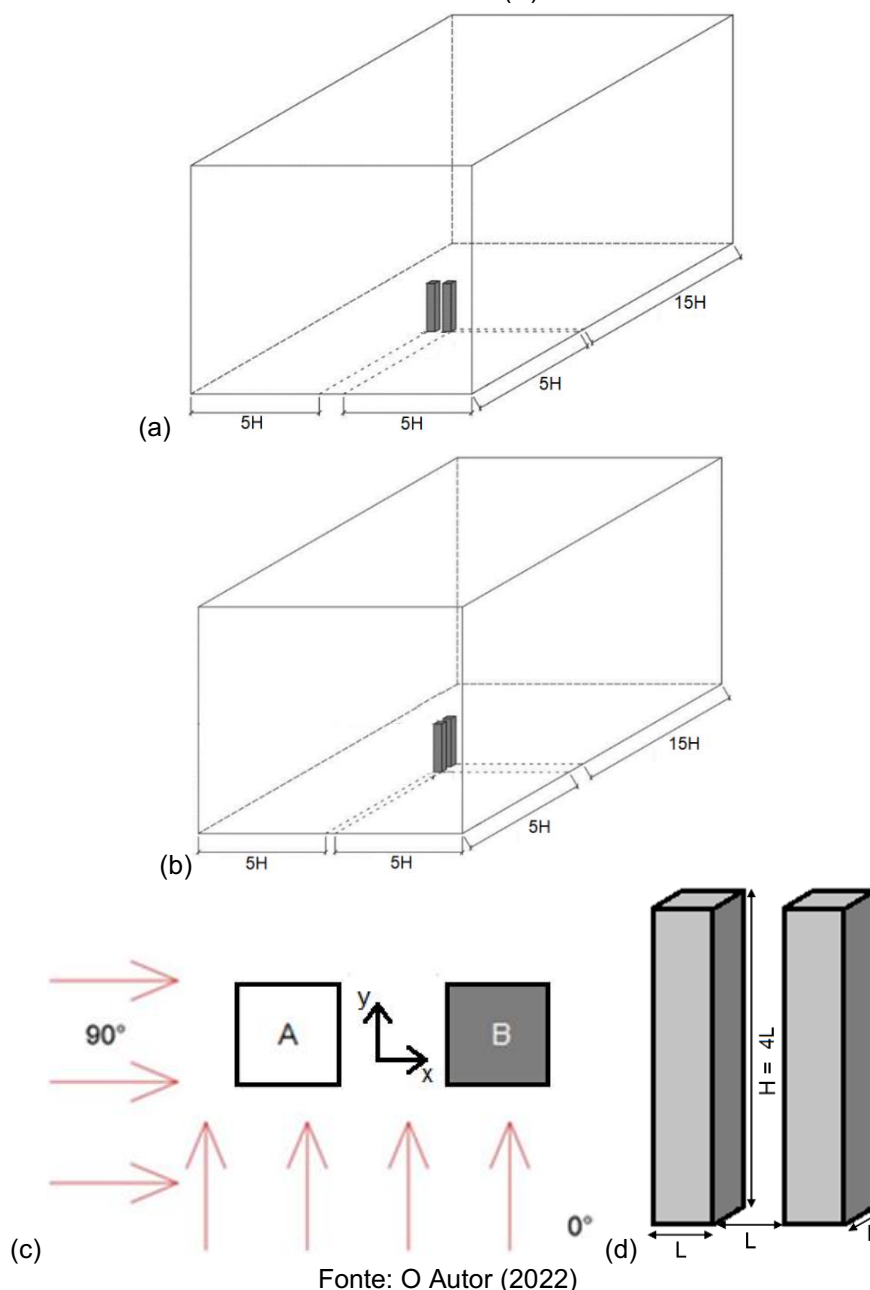
5.2.2 Prédios adjacentes de dimensões de base $\times$ altura: $1 \times 1 \times 4$

Nesta seção, apresenta-se o escoamento ao redor de dois edifícios adjacentes, de proporções $L \times L \times H$, em que $H = 4L$, e espaçados por uma distância L , sujeitos ao vento atmosférico. Esta configuração consiste na reprodução de um exemplo experimental da base de dados da TPU. Foram simulados dois ângulos de incidência: no primeiro os edifícios estão alinhados transversalmente ao escoamento, sendo referido como $\theta = 0^\circ$. No segundo, o vento incide em uma angulação $\theta = 90^\circ$ em relação ao anterior, como visto na Figura 50. A distância entre a face superior do domínio e as edificações é de $5H$. Para realizar a verificação, são analisados somente os valores de C_p referentes à edificação B. A base de dados da TPU utiliza o coeficiente experimental $\alpha = 0,27$ para a camada limite e $Re = 150.000$.

Utilizam-se as condições empregadas na base de dados da TPU para a simulação: $U_\infty = 8,2$ m/s, massa específica do ar $\rho = 1,225$ kg/m³, área e comprimento de referência empregados em C_M e C_D são, respectivamente, $S_a = 70 \times 280$ mm e $l_a = 280$ mm. Para calcular C_T , emprega-se $S_b = 70 \times 70$ mm e $l_b = 70$ mm. Na Figura 51, apresentam-se os resultados dos coeficientes médios de pressão referentes ao ângulo de incidência $\theta = 0^\circ$. As três malhas empregadas têm 521.622 (M1-0), 1.295.936 (M2-0) e 3.274.428 (M3-0) volumes finitos. Nota-se que a medida em que se aumenta a resolução da malha, a escala de C_p apresenta valores negativos mais baixos. Isto ocorre porque ao diminuir o tamanho dos volumes da malha próximo à edificação, é possível simular com mais detalhes os efeitos de pressão nas fachadas.

Nota-se que a edificação A causa interferência nos valores de C_p da edificação B, visualizada através da assimetria da superfície de pressões.

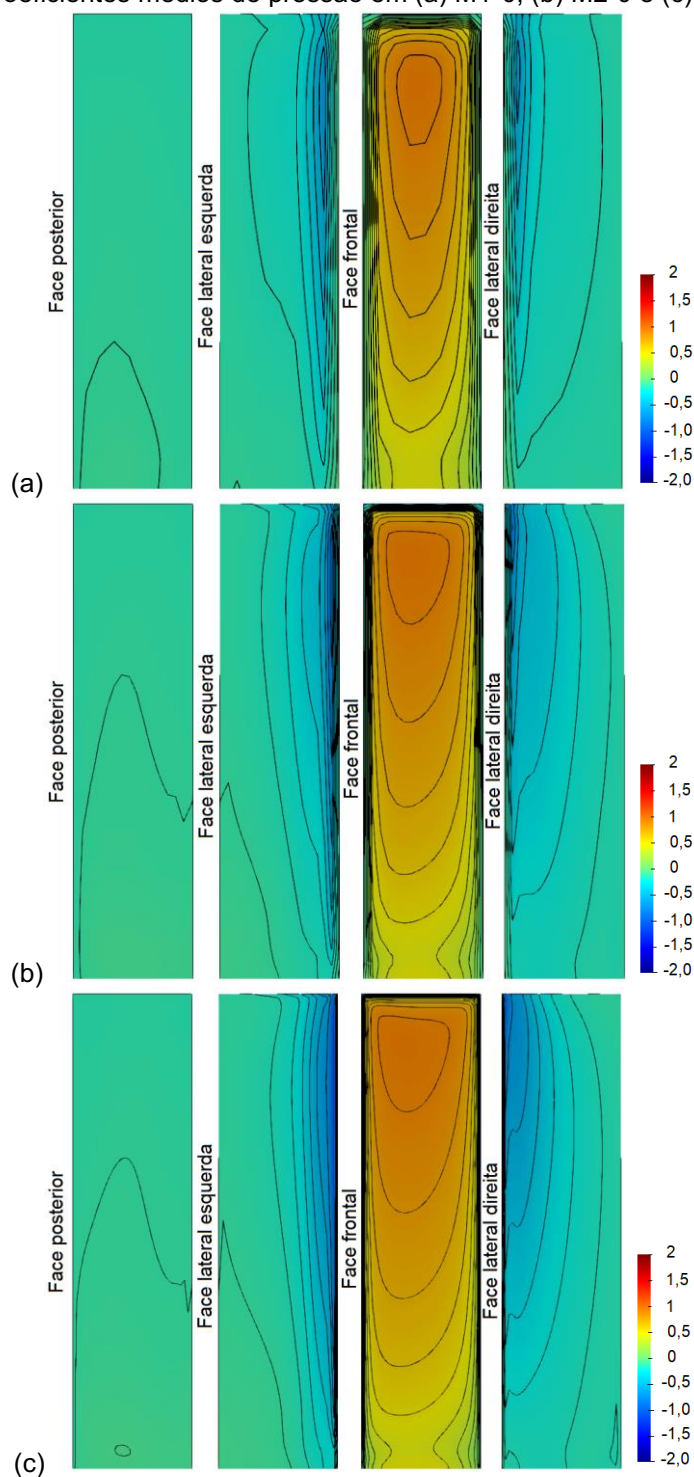
Figura 50 – Ângulos de incidência: (a) 0° e (b) 90° ; (c) orientação do prédio de análise (B) e o de interferência (A).



Fonte: O Autor (2022)

A Figura 52 ilustra as curvas de C_p neste exemplo segundo a base de dados do TPU. Comparando com os resultados do OpenFOAM, percebe-se que há boa concordância na escala das pressões e nas curvas que representam os valores de C_p . As faces frontais apresentam pressões positivas com assimetria, enquanto o restante apresenta pressões negativas ou próximas de zero.

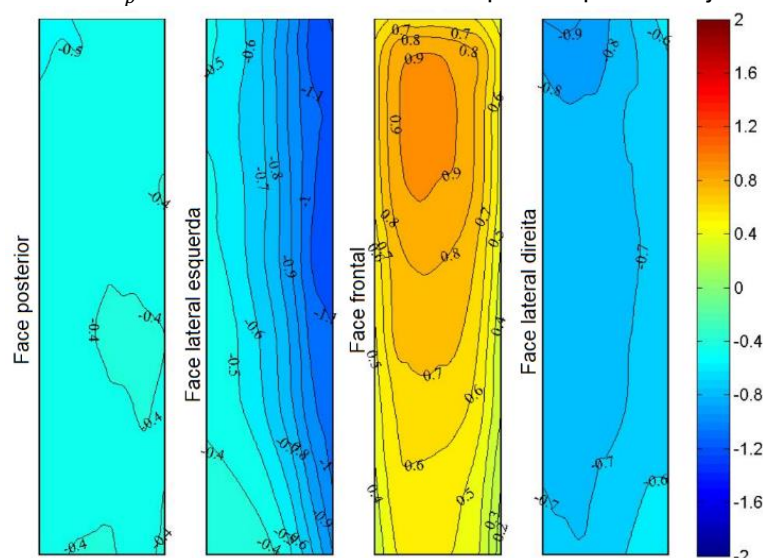
Figura 51 – Coeficientes médios de pressão em (a) M1-0, (b) M2-0 e (c) M3-0 volumes



Fonte: O Autor (2022)

Para quantificar a diferença média entre os casos simulados no OpenFOAM e o benchmark da TPU, calculam-se os coeficientes de arrasto, momento e torção, respectivamente C_M , C_D e C_T , com relação à base das edificações para as três malhas. Os resultados são apresentados na Tabela 4. Na última coluna mostra-se a diferença relativa do valor de C_M comparado com o caso experimental da TPU.

Figura 52 – Curvas de C_p no ensaio em túnel de vento para os prédios adjacentes com $\theta = 0^\circ$.



Fonte: Tokyo Polytechnic University (2020).

Tabela 4 – Comparação entre os coeficientes aerodinâmicos para os casos simulados no OpenFOAM e TPU em $\theta = 0^\circ$.

Caso	C_D	C_M	C_T	Diferença TPU C_D	Diferença TPU C_M	Diferença TPU C_T
M1	0,9875	0,5423	0,2341	6,54 %	2,94 %	15,32 %
M2	0,9899	0,5430	0,2302	6,31 %	2,81 %	13,40 %
M3	0,9991	0,5431	0,2299	5,44 %	2,79 %	13,25 %
TPU	1,0566	0,5587	0,2030	-	-	-

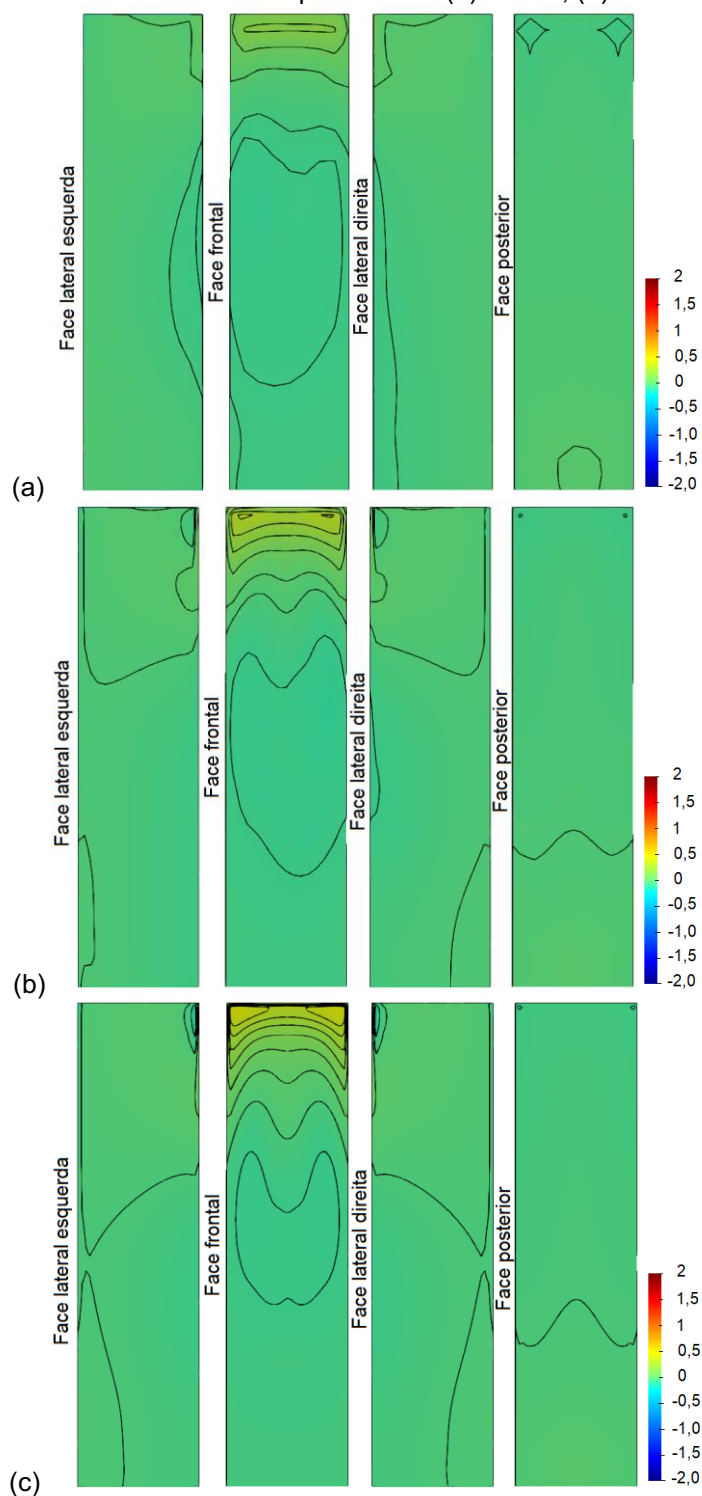
Fonte: O Autor (2022).

Os valores dos coeficientes aerodinâmicos da TPU foram obtidos através do mapeamento de pontos e cargas disponibilizados na plataforma em formato *.mat*. Os dados então foram importados ao MATLAB, e interpolados ponto a ponto a fim de se obter a superfície de pressões e os valores de C_D , C_M e C_T .

Os resultados mostram que os valores dos coeficientes de pressão do *benchmark* da TPU possuem boa concordância com os casos simulados no OpenFOAM. Os valores do coeficiente C_T mostram-se mais sensíveis pois levam em consideração as quatro faces da edificação. Os casos de C_M e C_D mostraram maior concordância apresentando um comportamento assintótico com relação ao resultado experimental, pois a diferença relativa com relação aos casos da TPU mostra-se cada vez menores à medida que um maior refinamento de malha é aplicado na simulação.

Os valores dos coeficientes de pressão no ângulo de incidência $\theta = 90^\circ$ podem ser conferidos na Figura 53. Neste caso, as resoluções de malha empregadas foram de 506.656 (M1-90), 1.254.072 (M2-90) e 3.401.403 (M3-90) volumes finitos.

Figura 53 – Coeficientes médios de pressão em (a) M1-90, (b) M2-90 e (c) M3-90.

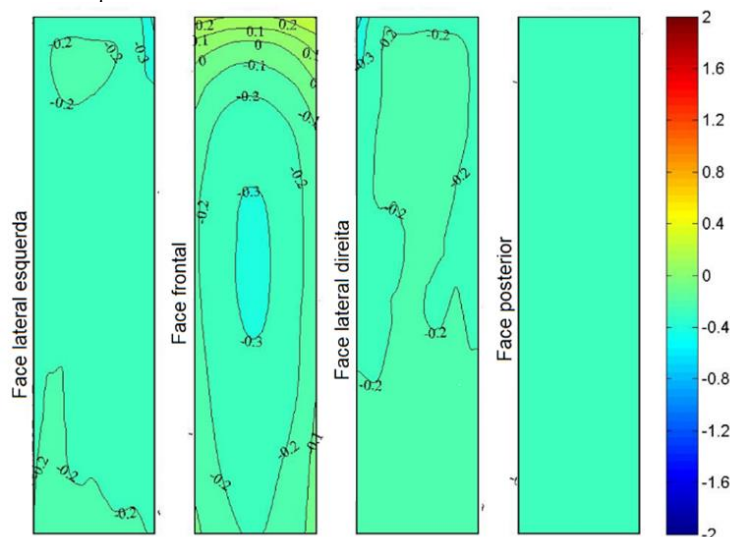


Fonte: O Autor (2022)

Adotando novamente a base de dados do TPU, na Figura 54, nota-se que há similaridades nas linhas de contorno e no gradiente de C_p na face frontal quando comparado com os resultados numéricos. Os resultados do OpenFOAM mostram que há uma pequena região de pressão positiva na parte superior da face frontal. Isto

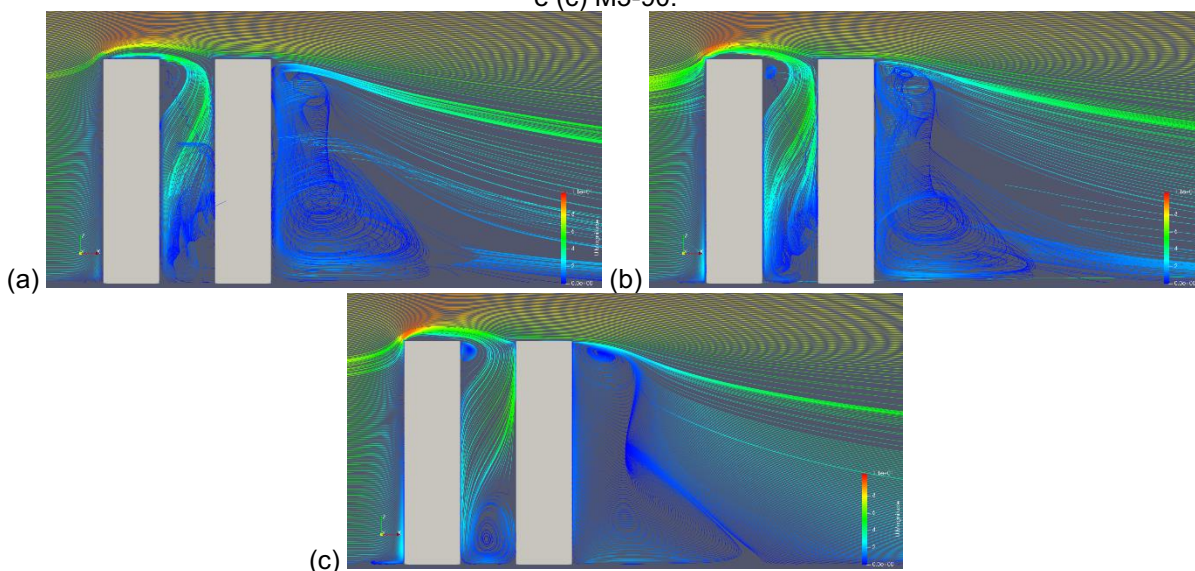
acontece porque a separação do escoamento na edificação A incide diretamente neste local, como observado na Figura 55. As outras faces apresentam pressões negativas próximas dentro do intervalo $(-0.3, -0.1)$.

Figura 54 – Curvas de C_p no ensaio em túnel de vento para os prédios adjacentes com $\theta = 90^\circ$.



Fonte: Tokyo Polytechnic University (2020).

Figura 55 – Configuração de escoamento no plano de simetria x-z com $\theta = 90^\circ$: (a) M1-90, (b) M2-90 e (c) M3-90.



Fonte: O Autor (2022)

Verifica-se que nos exemplos simulados, mesmo nas malhas mais grosseiras há uma boa concordância no gradiente de pressão e na localização das isolinhas. Os coeficientes de momento das três malhas são comparados com o resultado experimental da TPU na Tabela 5. Os valores dos coeficientes aerodinâmicos da TPU

foram obtidos através do mapeamento de pontos e cargas disponibilizados na página da base de dados, tal como o caso anterior.

Tabela 5 – Comparação entre os coeficientes aerodinâmicos para os casos simulados no OpenFOAM e TPU em $\theta = 90^\circ$.

Caso	C_D	C_M	C_T	Diferença TPU C_D	Diferença TPU C_M
M1	0,1367	0,0860	-0,0001	39,49 %	9,69 %
M2	0,1111	0,0801	-0,0001	13,37 %	2,17 %
M3	0,1011	0,0799	0	3,16 %	1,91 %
TPU	0,0980	0,0784	-0,0061	-	-

Fonte: O Autor (2022).

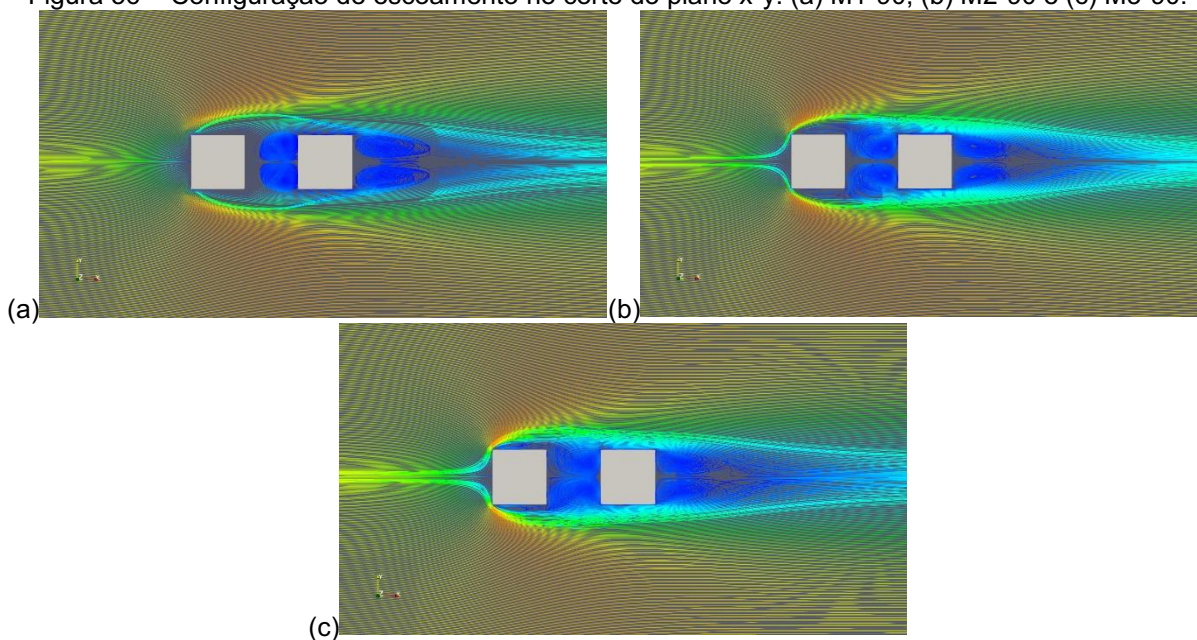
Observa-se que o coeficiente de arrasto possui uma diferença expressiva na malha menos refinada do sistema, com uma diferença de 39,49 %. Entretanto, com o refinamento da malha, observa-se o mesmo comportamento assintótico nos valores de C_D vistos nos casos em que $\theta = 0^\circ$. Na malha mais refinada, a diferença relativa com relação aos dados da TPU é de 3,16 %. O coeficiente C_M apresenta também maior diferença na malha menos refinada, chegando à diferença de 1,91 % em M3. No caso do coeficiente C_T , não é apresentada a diferença relativa com relação aos dados experimentais, pois devido à simetria de cargas, todos os valores mostram-se próximos a zero.

Ao comparar os resultados de $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 90^\circ$ do OpenFOAM com a base de dados da TPU, nota-se similaridade nas distribuições de pressões nas três resoluções simuladas. Pela escala de cores, é possível verificar que o intervalo de C_p nas faces da edificação B apresenta boa concordância com os resultados experimentais dos ensaios da TPU. As isolinhas possuem concordância principalmente nas faces frontais. Nota-se que no ângulo de incidência $\theta = 0^\circ$ apresenta valores positivos na face frontal e valores negativos nas demais. Em $\theta = 90^\circ$, por outro lado, os valores de C_p são negativos ou próximos de zero com exceção para a região no topo da face frontal. Conclui-se que o modelo de turbulência empregado e as condições de contorno aplicadas conseguem simular de forma satisfatória os valores de C_p .

A configuração de escoamento apresentada nas Figuras 55 e 56 mostram, respectivamente, as linhas de corrente no plano x-z de simetria e em uma vista com corte na altura $H/2$, as quais podem ser comparadas com os resultados obtidos por Dagnew, Bitsuamalk e Merrick (2009). Os autores realizaram um estudo

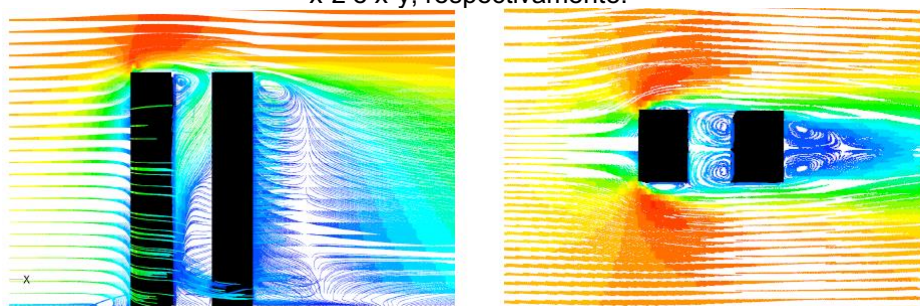
numérico com o ângulo de incidência $\theta = 90^\circ$ em edificações do modelo *Commonwealth Advisory Aeronautical Research Council* (CAARC) (MELBOURNE, 1980), usando as metodologias LES e RANS. Apesar das dimensões ($L \times 0,67L \times 1,5H$) não serem as mesmas dos casos simulados no presente estudo, a topologia do escoamento mostra-se semelhante nas duas vistas (ver Figura 57). Neste caso, foi utilizado o modelo de turbulência LES.

Figura 56 – Configuração de escoamento no corte do plano x-y: (a) M1-90, (b) M2-90 e (c) M3-90.



Fonte: O Autor (2022)

Figura 57 – Configuração de escoamento ao redor de prédios CAARC nos planos x-z e x-y, respectivamente.



Fonte: Dagnew, Bitsuamalk e Merrick (2009)

Observa-se na vista lateral a formação de um pequeno vórtice a jusante do prédio A e um grande vórtice à jusante do prédio em análise B, tal como nos resultados obtidos com o OpenFOAM. A configuração de escoamento no espaço entre os prédios também mostra boa concordância. Já na vista superior, pode-se verificar a formação de seis vórtices: dois à jusante de cada uma das edificações e dois pequenos que se

formam ao redor do prédio A. Tais vórtices também foram capturados eficientemente com a simulação realizadas neste trabalho.

Em função dos resultados mostrados, pode-se concluir que os modelos e parâmetros adotados neste trabalho conseguiram reproduzir de forma satisfatória os resultados apresentados na literatura e na base de dados experimentais da TPU. Foram usados dados de ensaios experimentais em túneis de vento e numéricos com mais de um modelo de turbulência, para certificar-se que o programa simularia adequadamente os principais parâmetros do escoamento. Entretanto, deve-se destacar que a configuração de escoamento com o modelo de fechamento $\kappa - \varepsilon$ apresenta limitações em capturar efeitos de menor escala, especialmente em malhas menos refinadas, conforme observado em Larsson *et al.* (2011).

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, apresentam-se os principais resultados do trabalho e a discussão acerca dele. O capítulo, divide-se em dois tópicos: estudo paramétrico, em que são analisados os principais parâmetros do método BESO, e resultados para sistemas de contraventamento otimizados baseados nas cargas de vento obtidas pelo OpenFOAM.

Em todos os exemplos analisados o módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson adotados são, respectivamente, $E = 1$ e $\nu = 0,30$. As análises efetuadas levam em conta um comportamento linear-elástico da estrutura. As simulações foram realizadas em computador pessoal, com as seguintes especificações: processador Intel Core i5-4200U com dois núcleos de 1,60 GHz; 6 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 10 Home 64 bits.

6.1 ESTUDO PARAMÉTRICO DO BESO

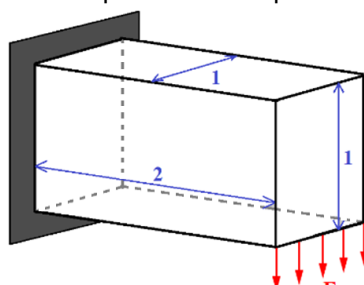
Neste tópico, são apresentados os resultados da influência dos principais parâmetros do método BESO e *multigrid* na otimização topológica. Também são contempladas a comparação entre os métodos de resolução matricial e uma análise acerca da influência do controle geométrico nas soluções finais.

6.1.1 Influência dos parâmetros do BESO na otimização topológica

Os principais parâmetros do código são: taxa evolucionária (ER), fração de volume (f_v), número de elementos da malha (n_{elem}), raio do filtro de sensibilidade (r_{min}), fator de penalização (p), e a quantidade de níveis empregados no *multigrid* (n_l). Os exemplos neste subtópico foram analisados considerando uma viga engastada com carga distribuída $w_0 = 1$ kN/m na aresta inferior da extremidade livre, com proporções $2 \times 1 \times 1$ (Figura 58). Está mesma viga também foi empregada por Wallin *et al.* (2020) e Yago *et al.* (2021) para análise de parâmetros da otimização topológica.

Em cada subtópico, são variados um ou dois parâmetros do programa *topBESOmgcg*, enquanto o restante mante-se fixo nas simulações. Na Tabela 4, apresentam-se os valores padrão adotados para cada um dos parâmetros na análise. Adota-se o valor $p = 4$ em função dos resultados que são apresentados no item 6.1.4. Os casos simulados são identificados da forma: C-ER- f_v -Malha- r_{min} - p - n_l . Ou seja, para identificar um caso simulado com os parâmetros da Tabela 4, identifica-se o mesmo com C-2%-0.12-M2-2-4-4.

Figura 58 – Estrutura para o estudo paramétrico do BESO.



Fonte: O Autor (2022)

Tabela 6 – Valores padrão para o estudo paramétrico do *topBESOmgcg*.

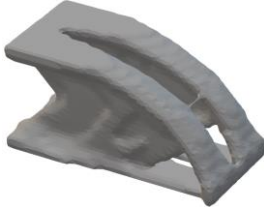
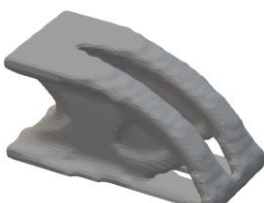
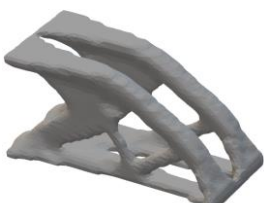
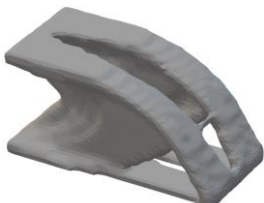
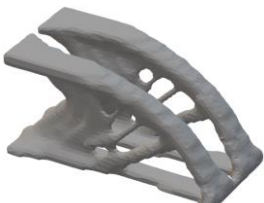
Parâmetro	Valor
ER	2 %
f_v	0,12
n_{elem}	27.658 elementos (48×24×24)
r_{min}	2,0
p	4
n_l	4

Fonte: O Autor (2022).

6.1.2 Análise da influência da taxa evolucionária e da fração de volume

Os valores adotados para analisar ER são de 1%, 2% e 5% (HUANG E XIE, 2010a). Já para a análise de f_v , empregam-se 0,30, 0,20 e 0,12. Tais valores são comumente adotados na literatura, como visto em Kumar e Suresh (2021) e Smit *et al.* (2021), entre outros. No Quadro 4, apresentam-se os resultados em função da variação destes parâmetros. Comparam-se a geometria da estrutura otimizada, o valor da função objetivo, o tempo de processamento adimensionalizado com relação ao caso C-2%-0.12-M2-2-4-4 (9 minutos e 48 segundos), e a quantidade de iterações da otimização.

Quadro 4 – Variação dos parâmetros taxa evolucionária e fração de volume.

ER	$f_v = 0,30$		$f_v = 0,20$		$f_v = 0,12$	
1%						
						
	C	1270,9	C	1947,3	C	3420,8
	Tempo:	0,85	Tempo:	1,29	Tempo:	1,69
2%						
						
	C	1264,7	C	1943,4	C	3420,3
	Tempo:	0,48	Tempo:	0,76	Tempo:	1,00
5%						
						
	C	1289,5	C	1953,7	C	3441,1
	Tempo:	0,27	Tempo:	0,32	Tempo:	0,63
	Iterações:	44	Iterações:	58	Iterações:	61

Fonte: O Autor (2022).

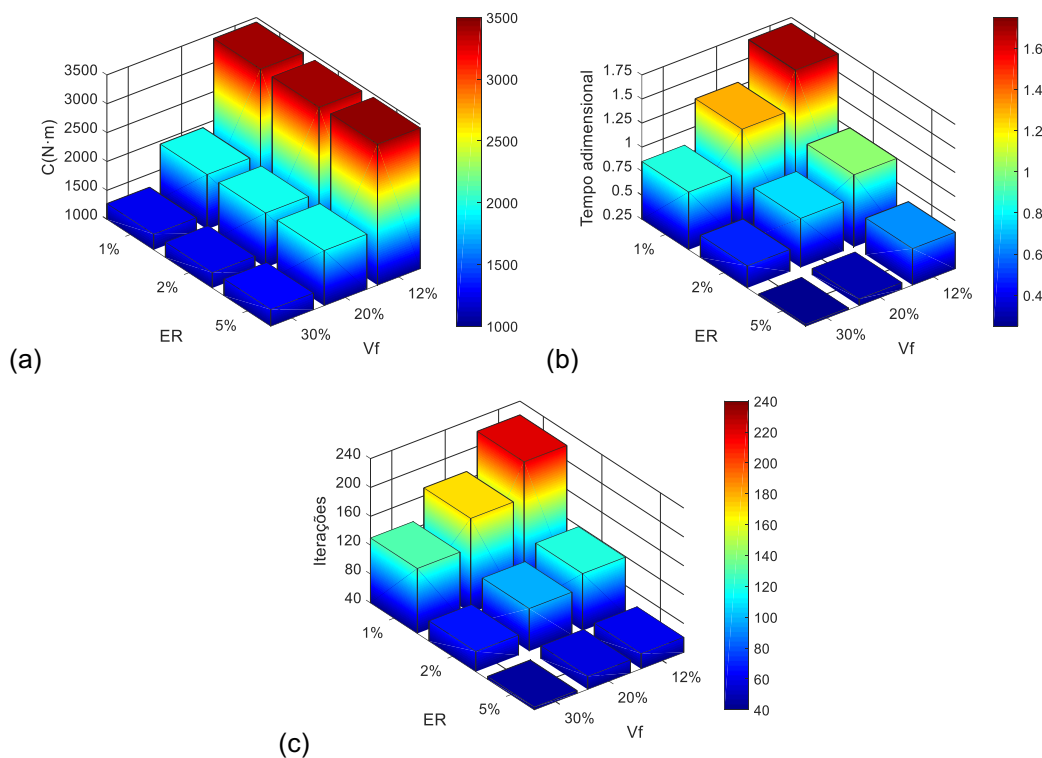
Nota-se uma variação expressiva no valor da função objetivo entre as diferentes frações de volume. Tomando como base o maior valor de fração de volume ($f_v = 0,30$), o valor de C aumenta em média 52,8 % para $f_v = 0,20$ e 169 % para $f_v = 0,12$. Isto ocorre pois à medida que se diminui o valor da f_v , mais material é removido do domínio sólido. Como a deflexão da estrutura é inversamente proporcional à

quantidade de material, os deslocamentos nos nós da malha são maiores, aumentando o valor da função objetivo.

Percebe-se que os três valores adotados para as taxas evolucionárias, não influenciam significativamente a função objetivo. Em média, $ER = 2\%$ apresenta os menores valores, com uma diferença de $0,16\%$ com relação à $ER = 1\%$ e $0,85\%$ com relação à $ER = 5\%$. Entretanto, nota-se que o tempo de processamento e a quantidade de iterações aumentam expressivamente para os menores valores de ER . A taxa evolucionária diz respeito à quantidade de material removida por iteração. Portanto, para valores pequenos de ER , mais iterações são necessárias para satisfazer a condição de volume prescrita.

Para $ER = 5\%$, os resultados são obtidos mais rapidamente. Entretanto, remover grandes quantidade de material pode resultar em zonas de descontinuidade, como pode-se ver no caso C-5%-0.12-M2-2-4-4. No Gráfico 8, apresenta-se a variação dos parâmetros avaliados na forma de gráfico de barras.

Gráfico 8 – Variação da taxa evolucionária e da fração de volume: (a) função objetivo, (b) tempo de processamento normalizado com relação ao caso C-2%-0.12-M2-2-4-4 e (c) número de iterações.



Fonte: O Autor (2022)

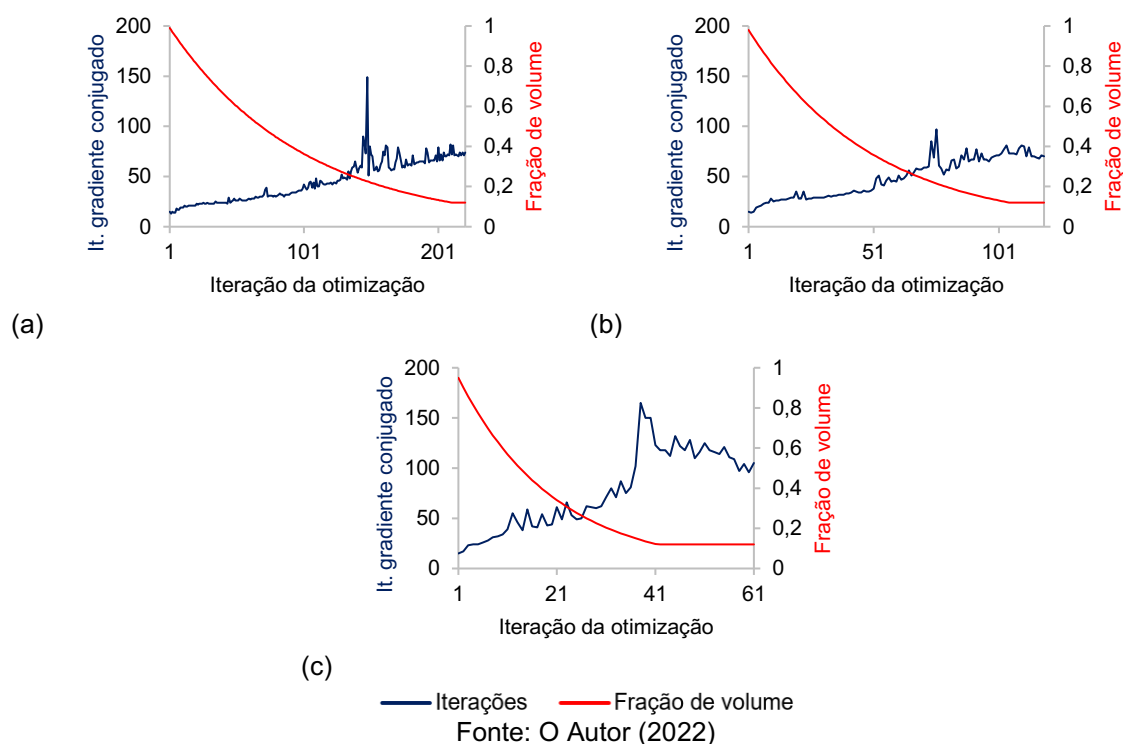
Como era esperado, observa-se que o valor da fração de volume exerce mais influência na função objetivo que a taxa evolucionária, com aumento expressivo de C

à medida que se diminui f_v . Com relação à quantidade de iterações e tempo de processamento, percebe-se que estas variáveis aumentam significativamente com a diminuição dos dois parâmetros, chegando ao máximo em C-1%-0.12-M2-2-4-4.

À medida que se remove elementos sólidos do domínio, maior é a quantidade de termos da matriz de densidades com valores próximos de zero, fazendo com que a mesma se torne cada vez menos bem condicionada a cada iteração. Saad (2003) mostra que métodos dos gradientes conjugados pré-condicionados são efetivos na solução de sistemas lineares esparsos. Entretanto, quanto menor é o condicionamento do sistema, mais iterações dos gradientes conjugados são necessárias para convergir a solução do sistema linear de equações.

No Gráfico 9, mostra-se a variação do número de iterações dos gradientes conjugados e o valor da fração de volume em função das iterações do método BESO para os casos com $f_v = 0,12$. É possível constatar que à medida que se removem elementos sólidos do domínio, mais iterações dos gradientes conjugados são necessárias para resolver o sistema linear. Para as taxas evolucionárias 1%, 2% e 5% têm-se, respectivamente, 10.010, 5.814 e 4.733 iterações totais dos gradientes conjugados.

Gráfico 9 – Comparação da quantidade de iterações do método dos gradientes conjugados com a fração de volume em: (a) C-1%-0.12-M2-2-4-4, (b) C-2%-0.12-M2-2-4-4 e (c) C-5%-0.12-M2-2-4-4.



6.1.3 Análise da influência do refinamento da malha e do raio do filtro de sensibilidades

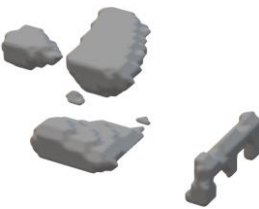
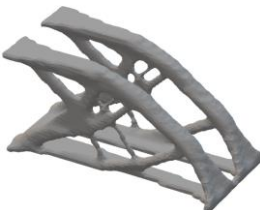
O refinamento da malha (n_{elem}) refere-se à quantidade de elementos finitos empregados na discretização do domínio do problema. Já o filtro de sensibilidades refere-se ao controle geométrico para prevenir instabilidades numéricas como tabuleiro de xadrez, mínimos locais e dependência de malha. O subdomínio de aplicação do filtro possui dimensão esférica de raio r_{min} .

Amir *et al.* (2014) e Ferrari e Sigmund (2021), que utilizam o *multigrid* geométrico para resolução de estruturas através do método SIMP, empregam para o problema da viga uma discretização de $48 \times 24 \times 24$ ($n_{elem} = 27.648$). Kumar e Suresh (2021) empregam para a discretização do problema uma malha de dimensões $40 \times 20 \times 20$ ($n_{elem} = 16.000$). Peetz e Elbanna (2021), resolvem o problema considerando uma discretização de $64 \times 32 \times 32$ ($n_{elem} = 65.536$) e fazendo uso de pré-condicionadores e dos *multigrid* geométrico e algébrico.

Fazendo uma revisão na literatura com relação à influência do raio do filtro de sensibilidades no método BESO para o problema tridimensional da viga, observa-se que ele varia entre os autores. Por exemplo, Zuo e Xie (2015), implementam o método em linguagem Python e analisaram a viga engastada empregando uma malha de $48 \times 24 \times 24$ e raio do filtro, $r_{min} = 4,0$. Yago *et al.* (2021), compararam vários métodos de OT empregando $r_{min} = 3,0$ para o método BESO. Huang e Xie (2007) avaliaram vários parâmetros no método BESO, dentre eles o filtro de sensibilidades. Nos exemplos simulados por estes autores, são empregados valores entre 1,5 e 3,0 para r_{min} .

Baseado nos valores da literatura, realizou-se o estudo paramétrico levando em conta a variação de r_{min} e n_{elem} . As malhas adotadas identificam-se como M1 = $40 \times 20 \times 20$, M2 = $48 \times 24 \times 24$ e M3 = $64 \times 32 \times 32$. Para r_{min} , emprega-se os valores 2,0, 3,0 e 4,0. No Quadro 5, mostram-se as estruturas otimizadas, o valor da flexibilidade, o tempo de processamento adimensionalizado e o número de iterações. O tempo de processamento foi adimensionalizado com relação ao caso C-2%-0.12-M2-2-4-4.

Quadro 5 – Variação dos parâmetros raio do filtro de sensibilidades e resolução da malha.

Malha	$r_{min} = 2,0$		$r_{min} = 3,0$		$r_{min} = 4,0$	
M1						
						
	C	3034,0	C	3182,2	C	$1,818 \cdot 10^{11}$
	Tempo:	0,49	Tempo:	0,44	Tempo:	2,45
M2						
						
	C	3420,3	C	3659,2	C	4048,3
	Tempo:	1,00	Tempo:	0,89	Tempo:	0,93
M3						
						
	C	4263,3	C	4451,3	C	4735,3
	Tempo:	2,87	Tempo:	2,17	Tempo:	2,33
	Iterações:	128	Iterações:	118	Iterações:	124

Fonte: O Autor (2022).

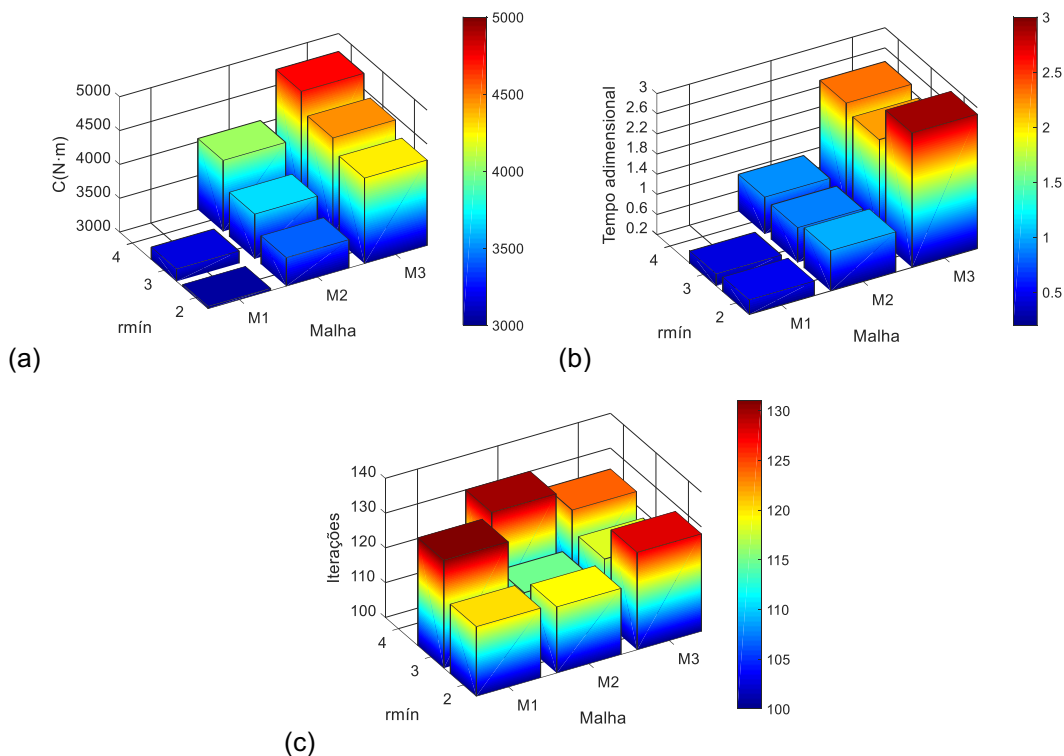
Analisando a influência que o parâmetro r_{min} possui na topologia final, pode-se observar que à medida que se aumenta o raio do filtro, diminui-se a quantidade de barras da estrutura. Do ponto de vista da manufatura aditiva, uma estrutura menos detalhada é mais fácil de ser interpretada e fabricada. Entretanto, a função objetivo

crece, deixando-a mais flexível. Todavia, a estrutura C-2%-0.12-M1-4-4-4 não convergiu para uma solução factível. Mais detalhes acerca da mesma são discutidos posteriormente.

Com o aumento do refinamento da malha, caso $r_{\min}$ seja mantido constante, a solução final difere de um caso para o outro. Para que se obtenha sempre uma estrutura independente da malha, deve-se alterar o raio do filtro. Sigmund (1997) menciona que para garantir independência de malha, o filtro deve ser mantido fixo com relação à geometria do problema. Ou seja, ao mudar as dimensões da estrutura, o valor do filtro deve ser alterado. Portanto, à medida que a malha do domínio é refinada, deve-se modificar proporcionalmente o valor de $r_{\min}$.

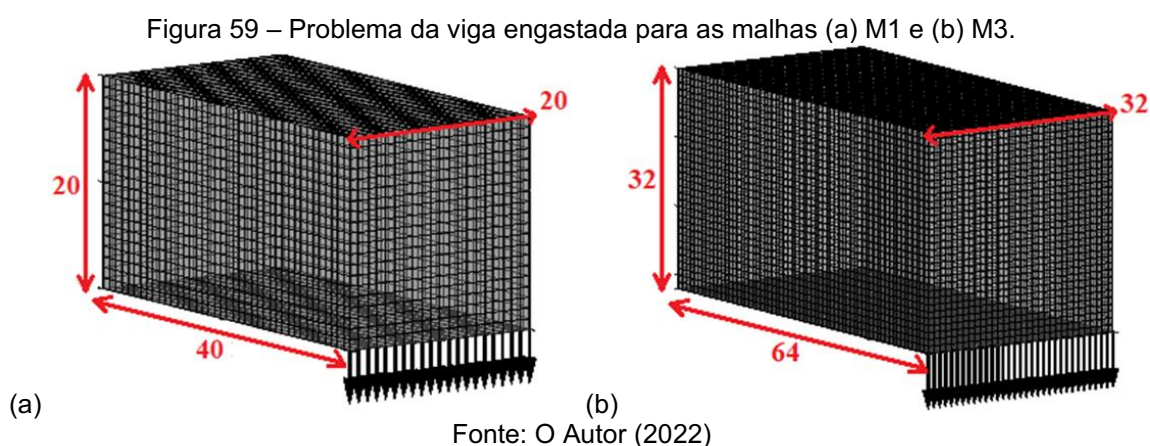
No Gráfico 10, apresenta-se o valor da função objetivo, o tempo de processamento adimensionalizado e o número de iteração em função dos parâmetros n_{elem} e $r_{\min}$. O caso C-2%-0.12-M1-4-4-4 não foi representado por não atender os critérios de convergência.

Gráfico 10 – Variação gráfica do raio do filtro de sensibilidades e número de elementos: (a) função objetivo, (b) tempo de processamento adimensional com relação à C-2%-0.12-M2-2-4-4 e (c) número de iterações.



Fonte: O Autor (2022)

Observa-se um aumento da função objetivo à medida que a malha é refinada. Isto ocorre em razão das diferentes forças resultantes em cada discretização. Em M1 a estrutura possui 40 unidades de comprimento, enquanto M3 possui 64 unidades de comprimento. Além disso, em M1 a carga é distribuída em 21 nós, resultando em uma força total $F = 21$ N. Por outro lado, em M3 a carga é distribuída em 33 nós, totalizando $F = 33$ N. Desta forma, os esforços internos tornam-se maiores com o aumento da resolução do problema, aumentando o valor da função objetivo. Na Figura 59, mostra-se uma comparação entre as malhas M1 e M3.



O Gráfico 10b mostra que em malhas refinadas, o tempo de processamento é maior. A razão disto é que a ordem das matrizes de rigidez é proporcional ao número de graus de liberdade, portanto, aumenta o esforço computacional e o tempo necessário para resolver o problema.

No caso C-2%-0.12-M1-4-4-4 obtém-se uma estrutura não-factível. A causa disto está no valor do raio do filtro, que é incompatível com o nível de refinamento empregado em M1. Quanto maior é o valor de r_{min} , mais elementos são agregados na ponderação das sensibilidades. A consequência disto é que vários elementos na malha possuirão sensibilidades próximas. Os critérios de adição e rejeição de elementos do BESO levam em conta a sensibilidade elementar. Caso existam vários elementos com a mesma sensibilidade, o processo iterativo torna-se instável e divergente. Huang e Xie (2010a) citam esta como uma das desvantagens do BESO *soft-kill* comparado com métodos *hard-kill*, pois nestes os elementos vazios são diretamente eliminados, evitando este tipo de instabilidade numérica. Os autores citam que para malhas com poucos elementos, o raio do filtro não deve ser maior que 3 vezes o tamanho do elemento.

No Gráfico 10b, percebe-se que o parâmetro $r_{\min}$ não exerce influência significativa no tempo de processamento em malhas mais grosseiras, exceto no caso em que a solução foi divergente. Entretanto, à medida que se refina o sistema, quanto menor o valor de $r_{\min}$, maior é o tempo necessário para concluir a simulação. O caso C-2%-0.12-M3-2-4-4 demandou o maior tempo computacional dos casos avaliados, sendo 24,4 % mais lento que C-2%-0.12-M3-3-4-4 e 18,8 % mais lento ao comparar com C-2%-0.12-M3-4-4-4. Isto se deve à forma de como as densidades discretas são armazenadas nas matrizes. Para pequenos raios de filtro, Reumers *et al.* (2019) cita que o sistema pode torna-se mal condicionado. Portanto, são necessárias mais iterações dos gradientes conjugados para solucionar o sistema matricial a cada iteração.

Por fim, no Gráfico 10c, não se observa nenhuma tendência dos parâmetros $r_{\min}$ e n_{elem} com relação à quantidade de iterações nos casos analisados. Portanto, não foi encontrado com estes casos, nenhuma evidência que os parâmetros $r_{\min}$ e n_{elem} possuam alguma influência significativa na quantidade de iterações do método BESO.

6.1.4 Análise da influência do fator de penalização

O fator de penalização (p) é utilizado no esquema de interpolação material do método BESO. Huang e Xie (2010b), que realizam uma avaliação do método BESO através dos parâmetros algorítmicos e comparam os resultados com outros métodos da literatura, citam que o fator de penalização deve ser $p \geq 1,5$. Os autores também mencionam que a partir de certo valor, os resultados deixam de ser influenciados pelo fator de penalização. Isto ocorre pois quando p tende ao infinito, a metodologia *soft-kill* tende a tornar-se *hard-kill*, pois as sensibilidades dos elementos vazios tornam-se muito pequenas. Na literatura, costuma-se empregar $p = 3$, vide Lee e Xie (2021) e Zuo e Xie (2015), entre outros.

Neste subtópico, são avaliados seis parâmetros diferentes para o fator de penalização. Empregam-se $p = 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0$ e $5,0$, de forma a verificar a partir de que valor o fator de penalização deixa de exercer influência na solução final. Os resultados podem ser conferidos no Quadro 6. O tempo de processamento é normalizado com relação à C-2%-0.12-M2-2-4-4.

Verifica-se que a solução final é similar em todos os casos, apresentando barras diagonais seguindo o mesmo padrão. Este resultado apresenta boa concordância com os estudos de Huang e Xie (2008) e Huang e Xie (2011), que mostram que o valor de p , caso seja maior ou igual à 1,5, não acarreta mudança significativa na geometria da solução. Os mesmos autores citam que p possui influência mínima também para a energia de deformação. Apesar disso, nota-se em $p = 1,5$; 2,0 e 3,0 que uma das barras superiores se divide em duas.

Quadro 6 – Variação do parâmetro fator de penalização.

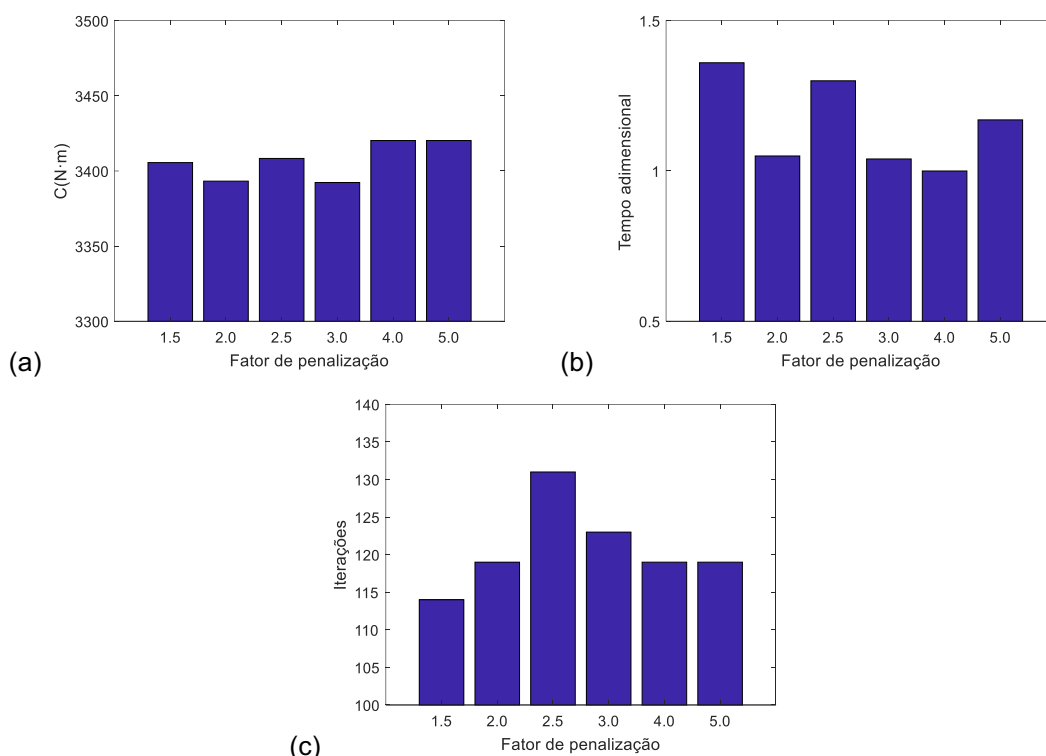
$p = 1,5$		$p = 2,0$		$p = 2,5$	
					
					
C	3405,6	C	3393,2	C	3408,3
Tempo:	1,36	Tempo:	1,05	Tempo:	1,30
Iterações:	114	Iterações:	119	Iterações:	131
$p = 3,0$		$p = 4,0$		$p = 5,0$	
					
					
C	3392,3	C	3420,3	C	3420,3
Tempo:	1,04	Tempo:	1,00	Tempo:	1,17
Iterações:	123	Iterações:	119	Iterações:	119

Fonte: O Autor (2022).

Como é possível observar no Gráfico 11, há pouca influência nos valores de função objetivo ao variar o fator de penalização, apresentando uma média de 3406,674 N·m e desvio padrão de 11,259 N·m (0,33 %). A quantidade de iterações mostra-se crescente entre de 1,5 e 2,5. No entanto, em $p = 3,0$,

este número diminui. A partir de $p = 4,0$ o número torna-se constante, mostrando que deste valor em diante, não há mudanças significativas no processo iterativo.

Gráfico 11 – Variação gráfica do grau de penalização: (a) função objetivo, (b) tempo de processamento adimensional com relação à $p = 4$ e (c) número de iterações.



Fonte: O Autor (2022)

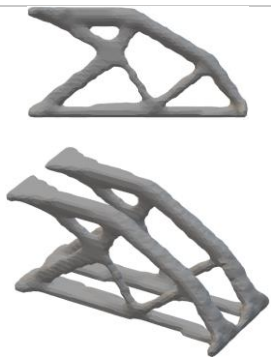
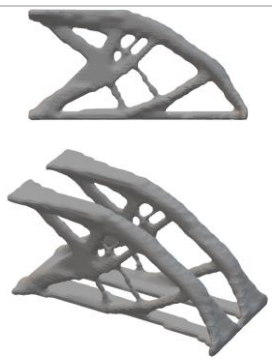
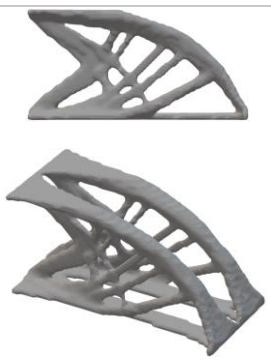
O tempo de processamento, por outro lado, é influenciado por esta variação. Em $p = 1,5$ e $p = 2,5$, as soluções finais levaram mais tempo para a convergência. Em média, estes resultados levaram um tempo 1,33 vezes maior para concluir o procedimento do método BESO quando comparados com $p = 4$, que apresentou o menor tempo de processamento. Huang e Xie (2011) comparam o histórico da função objetivo e a geometria final em diferentes exemplos da metodologia BESO *soft-kill* com $p = 5$ e do método *hard-kill* ($p = \infty$), e concluem que não há diferença expressiva entre os resultados. O caso $p = 5$ apresentou resultados iguais à $p = 4$, apesar de ter demorado 1,17 vezes mais no processo iterativo. A penalização $p = 5$, seria conforme citado por Huang e Xie (2010), como o valor a partir do qual as soluções ótimas deixam de ser influenciadas pela penalização para o presente caso.

6.1.5 Análise da influência da quantidade de malhas processadas pelo *multigrid*

Neste subtópico, são avaliadas a variação da quantidade de malhas processadas pelo *multigrid*. Como visto em Suero *et al.* (2012), que emprega *multigrid* algébrico para solucionar equações que envolvem difusão de calor, diversos parâmetros podem ser avaliados para investigar o tempo de processamento, dentre eles a quantidade de níveis de malha do *multigrid* (n_l). Baseado em Oliveira, Franco e Pinto (2018), que realizam uma análise paramétrica do *multigrid* geométrico para resolver problemas de difusão de calor, realiza-se uma comparação de n_l com relação ao nível de refinamento do domínio.

Para avaliar este parâmetro, são empregadas as malhas: M2 = 48×24×24, M3 = 64×32×32 e M4 = 80×40×40. Os resultados podem ser conferidos no Quadro 7. Conforme empregado nos itens anteriores os exemplos identificam-se como C-ER- f_v -Malha- r_{min} - p - n_l . O tempo de processamento foi adimensionalizado com relação ao caso C-2%-0.12-M2-2-4-4, equivalente às análises anteriores.

Quadro 7 – Variação dos parâmetros número de níveis *multigrid* e resolução do domínio.

n_l	M2		M3		M4	
						
2	C	3420,3	C	4263,3	C	5179,6
	Tempo:	0,94	Tempo:	2,94	Tempo:	11,32
	Iterações:	119	Iterações:	128	Iterações:	123
3	C	3420,3	C	4263,3	C	5179,6
	Tempo:	0,90	Tempo:	2,50	Tempo:	5,52
	Iterações:	119	Iterações:	128	Iterações:	123
4	C	3420,3	C	4263,3	C	5179,6
	Tempo:	1,00	Tempo:	2,87	Tempo:	6,27
	Iterações:	119	Iterações:	128	Iterações:	123

Fonte: O Autor (2022).

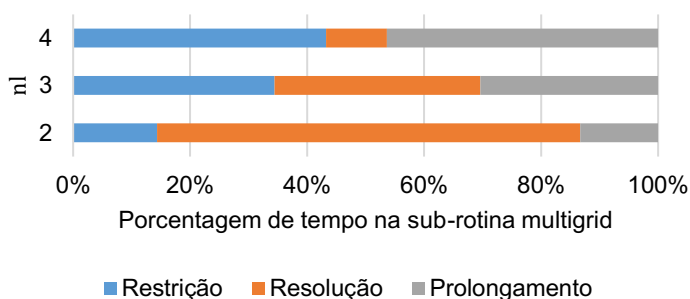
Pode-se observar que a quantidade de níveis *multigrid* não causa alterações no valor da função objetivo e na quantidade de iterações. Ou seja, mesmo

com a variação de n_l , o sistema matricial é solucionado da mesma forma em todas as iterações do método BESO. Entretanto, o tempo de simulação variou para cada malha e quantidade de níveis empregados. Ressalta-se que o procedimento do *multigrid* geométrico é dividido nas fases de restrição (em que o sistema é transformado nas malhas mais grosseiras), resolução e prolongamento (em que a solução é interpolada até a malha mais refinada).

As simulações que empregaram $n_l = 3$ obtiveram o menor tempo de processamento. C-2%-0.12-M2-2-4-3 mostrou-se mais rápido que C-2%-0.12-M2-2-4-2 e C-2%-0.12-M2-2-4-4 em 4,4 % e 11,1 %, respectivamente. Já C-2%-0.12-M3-2-4-3 concluiu a simulação 17,6 % mais rápido comparado com o caso C-2%-0.12-M3-2-4-2 e 14,8 % em relação a C-2%-0.12-M3-2-4-4. Por fim, C-2%-0.12-M4-2-4-3 demandou 2,05 vezes menos tempo que C-2%-0.12-M4-2-4-2 e 13,6 % mais rápido do que C-2%-0.12-M4-2-4-4.

Nas malhas que empregaram $n_l = 2$, o maior tempo foi gasto na resolução do sistema matricial mais grosseiro, enquanto as fases de restrição e prolongamento ocuparam um tempo menor. Entretanto, ao aumentar a quantidade de malhas, reduz-se o tempo empregado na resolução do sistema mais grosseiro e incrementa-se o tempo dedicado às fases de restrição e interpolação, tal como mostra-se na Gráfico 12 que descreve o tempo relativo consumido em cada fase do ciclo V para a malha M3.

Gráfico 12 – Tempo relativo de cada fase da etapa da resolução do sistema matricial.

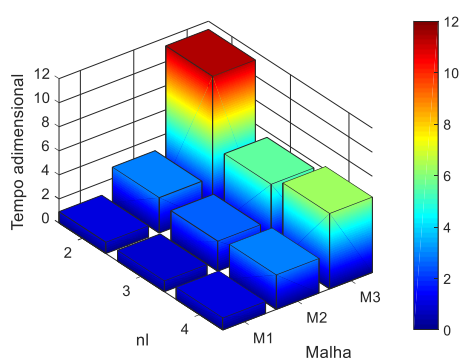


Fonte: O Autor (2022)

A razão disto é o procedimento de cálculo do *multigrid* geométrico no ciclo V. Por exemplo, na malha M4 ($80 \times 40 \times 40$) com $n_l = 2$, resolve-se o sistema no nível $40 \times 20 \times 20$ e em seguida interpola-se o resultado de volta.

Entretanto, se $n_l = 4$, o sistema é resolvido no nível $10 \times 5 \times 5$ e em seguida interpolado recursivamente até a malha mais refinada. Resolver o sistema no nível $40 \times 20 \times 20$ é computacionalmente mais caro e, portanto, mais demorado que em $10 \times 5 \times 5$. Entretanto, caso sejam empregados muitos níveis *multigrid* para resolução do sistema, mais tempo é gasto durante as fases de restrição e prolongamento. No Gráfico 13, mostra-se uma comparação dos tempos adimensionais em função do nível de refinamento da malha e da quantidade de níveis de malha do *multigrid*.

Gráfico 13 – Variação gráfica dos níveis de malha do *multigrid* para o tempo de processamento adimensional com relação à C-2%-0.12-M2-2-4-4.



Fonte: O Autor (2022)

Os resultados mostram-se de acordo com a literatura. Pinto e Marchi (2006) mostram que ao aumentar a quantidade de níveis empregados no *multigrid*, o tempo de processamento diminui até certo ponto. A partir de então, o tempo para concluir a simulação mantém-se estável ou aumenta. Eles citam que existe uma quantidade ótima de níveis que pode ser empregada e a mesma é aproximadamente igual à quantidade máxima de níveis *multigrid* possíveis em uma malha. Suero *et al.* (2012) e Oliveira, Franca e Pinto (2018) chegaram a conclusões semelhantes, embora não houve aumento significativo de tempo nos resultados destes autores após ultrapassarem o valor de n_l ótimo.

6.1.6 Comparação do *multigrid* com outras formas de resolução matricial

Peetz e Elbanna (2021) realizaram um estudo paramétrico comparando pré-condicionadores do *multigrid* geométrico e algébrico na solução de problemas

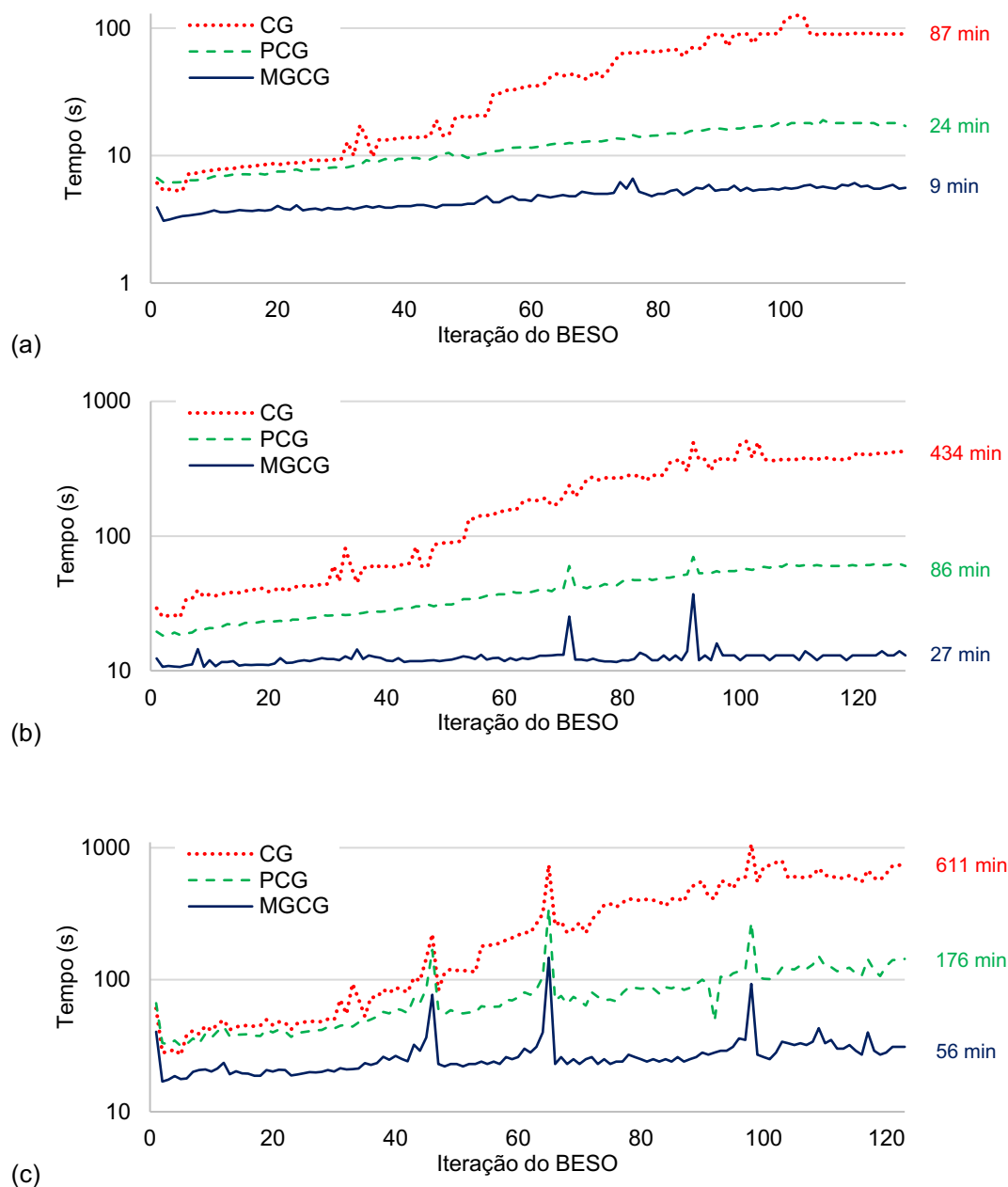
de otimização topológica. Dentre os parâmetros avaliados, os autores verificam o tempo das iterações internas dos gradientes conjugados pelas iterações da otimização. Baseado neste estudo, buscou-se comparar o método *multigrid* empregado neste trabalho com outras formas de solução matricial para problemas tridimensionais de OT. Liu e Tovar (2014) propõem que para problemas com malhas refinadas, utilize-se a função nativa do MATLAB para os gradientes conjugados. Os autores propõem a utilização do pré-condicionador que corresponde aos elementos da diagonal principal da matriz de rigidez. Amir e Sigmund (2011) e Amir *et al.* (2012) investigaram este tema, propondo soluções para a resolução de problemas de OT em malhas refinadas. Uma das sugestões dos autores é o uso de subespaços de Krylov, gradientes conjugados pré-condicionados e suas aplicações em métodos *multigrid*.

Neste tópico, analisa-se o tempo de processamento e o número de iterações internas dos gradientes conjugados em função do número de iterações do método BESO. São testadas três maneiras de solucionar o sistema linear: gradientes conjugados sem pré-condicionador (CG); gradientes conjugados pré-condicionados (PCG), que usa o pré-condicionador proposto por Liu e Tovar (2014), e os gradientes conjugados pré-condicionado com o *multigrid* geométrico (MGCG) empregando $n_l = 3$.

No Gráfico 14, compara-se o tempo da iteração interna dos gradientes conjugados com relação à iteração corrente do método BESO para os três níveis de refinamento empregados no subtópico anterior, M2, M3 e M4. Ao final dos gráficos, é apresentado o tempo total de simulação.

Percebe-se, que sempre o MGCG converge na solução do sistema em menos tempo comparado aos outros métodos. Nas simulações, foram adotadas a mesma tolerância para os gradientes conjugados: $cg_{tol} = 10^{-8}$ com a quantidade de iterações limitada à $cg_{máx} = 8000$. Comparando com o PCG, o tempo gasto foi em média 2,97 vezes maior. Já em comparação ao CG, o processamento levou em média 12,44 vezes mais tempo. A razão disto é que sem o pré-condicionador, são necessárias muitas iterações do gradiente conjugado para convergir a solução do sistema matricial, evidenciando que esta abordagem não é factível em problemas com malhas refinadas.

Gráfico 14 – Tempo das iterações internas do método dos gradientes conjugados com relação às iterações do BESO nas malhas: (a) M2, (b) M3 e (c) M4.

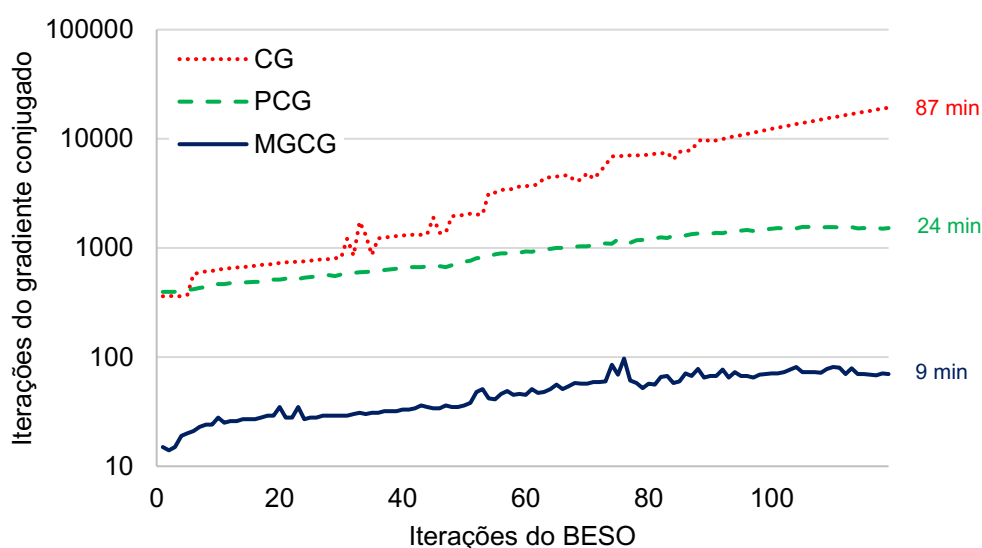


Fonte: O Autor (2022)

Ao inserir o pré-condicionador usado por Liu e Tovar (2014), o tempo de processamento apresenta significativa melhora, com tempo de simulação em média 75,4 % menor. Porém, apesar de ser mais eficiente que os gradientes conjugados simples, o PCG consome muito tempo computacional devido à quantidade de iterações necessárias para convergir o sistema. Na Gráfico 15, compara-se a quantidade de iterações internas dos gradientes conjugados para cada iteração do BESO na malha M2. No final de cada gráfico, é apresentado o tempo total de simulação.

Conclui-se que em problemas de OT tridimensionais o método do gradiente conjugado simples é bastante limitado e não-factível devido ao fato das matrizes de rigidez serem muito esparsas. Utilizando o pré-condicionador de coeficientes diagonais, houve uma significativa melhora, mas o tempo de processamento ainda continua considerável para aplicações práticas de OT. O MGCG, por outro lado, consegue eliminar os erros da solução com poucas iterações, refletindo no menor tempo de processamento entre os métodos analisados.

Gráfico 15 – Comparação das iterações internas do método dos gradientes conjugados na malha M2.



Fonte: O Autor (2022)

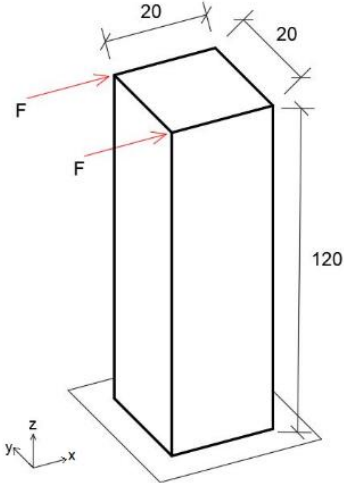
6.1.7 Influência do controle geométrico dos resultados

São adotadas três maneiras de controlar a solução final do método BESO: inclusão de elementos passivos, imposição de simetria e repetição dos padrões. Para verificar como cada um destes altera os resultados da topologia otimizada, foram realizadas cinco simulações para a estrutura da Figura 60, com $F = 1$ N, considerando as seguintes condições:

- Caso 1: Sem controle geométrico;
- Caso 2: Inclusão de elementos passivos no centro da estrutura;
- Caso 3: Inclusão de elementos passivos e imposição de simetria no plano y-z;
- Caso 4: Inclusão de elementos passivos e repetição de padrões;
- Caso 5: Todos os controles geométricos simultaneamente.

Os resultados são mostrados no Quadro 8. A estrutura foi discretizada com uma malha de dimensões 20×20×120 e os principais parâmetros foram $r_{min} = 2,5$ e $V_f = 20\%$. O tempo de processamento foi adimensionalizado com relação ao Caso 1 (11 minutos e 48 segundos).

Figura 60 – Caso utilizado na análise do controle geométrico.



Fonte: O Autor (2022)

Quadro 8 - Resultados da análise dos parâmetros de controle geométrico.

Sem controle geométrico (Caso 1)		Inclusão de elementos passivos (Caso 2)		Elementos passivos e simetria (Caso 3)		Elementos passivos e repetição (Caso 4)		Controle total da geometria (Caso 5)	
									
C (N·m)	181,5	182,1		183,4		201,4		202,9	
Iter.	89	42		38		39		38	
Tempo	1,00	0,60		0,48		0,52		0,48	

Fonte: O Autor (2022).

A estrutura do Caso 1 possui o menor valor da função objetivo. Sendo assim, é a que possui maior rigidez. Nota-se, entretanto, que sem controle geométrico, elementos estruturais emergem na região central, dificultando a interpretação para aplicação em projetos. Ao inserir os elementos passivos na estrutura, a função

objetivo aumenta 0,34 %. O tempo de processamento por outro lado, diminui em 40%. Isto ocorre, devido à inclusão de elementos passivos no volume central tornando desnecessária a análise estrutural e aplicação do critério BESO de adição e remoção nos mesmos.

Comparado com o Caso 1, o Caso 3 apresentou um valor de função objetivo 1,05 % maior. A imposição de simetria causou uma mudança significativa na geometria da estrutura. As barras na face externa formam cruzamentos semelhantes aos sistemas de contraventamento. Comparado com o Caso 1, houve uma diminuição em 52 % no tempo de processamento.

No Caso 4, observa-se um aumento de 11% na função objetivo em comparação com o Caso 1, enquanto o tempo de processamento foi 48 % menor. No Caso 5, são aplicados todos os controles geométricos simultaneamente. A função objetivo obtida é 11,8 % maior que o Caso 1, tornando-a a solução menos rígida entre todos os resultados avaliados. Apesar da menor rigidez, a estrutura do Caso 5 apresenta uma geometria que pode ser interpretada e aplicada em um sistema de contraventamento tradicional. O tempo de processamento para esta estrutura foi 52 % menor que no primeiro caso.

A repetição de padrões e a imposição de simetria configuram uma topologia que é semelhante aos principais sistemas de contraventamento vistos no Capítulo 2, com membros cruzados repetindo-se ao longo da fachada da estrutura. Portanto, apesar de não ser a solução mais rígida para o problema, conclui-se que o controle geométrico favorece a interpretação dos resultados e consequentemente sua aplicação em estruturas reais.

6.2 ESTUDO DA INFLUÊNCIA DA VIZINHANÇA NO SISTEMA DE CONTRAVENTAMENTO DE UM EDIFÍCIO

Neste tópico analisa-se a influência que edificações vizinhas tem no sistema de contraventamento, comparando a geometria da estrutura, função objetivo e ângulo das barras do sistema estrutural. Os casos são separados de acordo com a altura (h) e distanciamento (d) da vizinhança do prédio em estudo. Os outros parâmetros analisados no tópico anterior são mantidos constantes, e apresentados na Tabela 5. Em todos os casos, são aplicados controles geométricos: simetria entre os planos $x-z$ e $y-z$, repetição de um padrão geométrico (célula unitária) 6 vezes ao longo do eixo z ,

e elementos passivos no núcleo do domínio com relação aos planos, como indicado na Figura 27. Todos os prédios em análise possuem proporções $L \times L \times 6L$, em que $L = 20$ m. Em média, os casos simulados no OpenFOAM empregaram aproximadamente 3,7 milhões de volumes finitos. Os esquemas numéricos foram especificados no subtópico 4.3.5. O modelo de turbulência utilizado é o $\kappa - \varepsilon$ clássico e considera-se um número de Reynolds igual a 24000.

Tabela 7 – Valores padrão para o estudo de influência das edificações vizinhas.

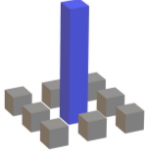
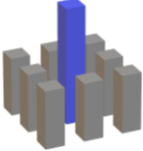
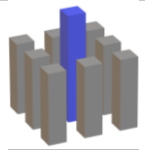
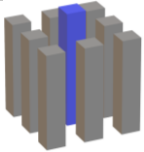
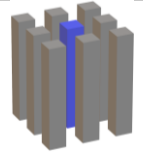
Parâmetro	Valor
ER	2 %
f_v	0,15
n_{elem}	48.000 elementos (20×20×120)
r_{min}	2,25
p	4
n_l	3

Fonte: O Autor (2022).

6.2.1 Vizinhança com distanciamento $d = 1L$

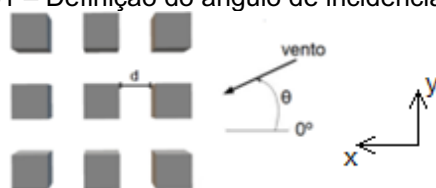
Os casos simulados no OpenFOAM são apresentados no Quadro 9. O edifício em análise está caracterizado pela cor azul. Cada caso foi simulado considerando dois ângulos de incidência: $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 30^\circ$ com relação ao plano de fachada, tal como é mostrado pela Figura 61. A cada exemplo individual identifica-se como C- h - d - θ . Por exemplo, para um caso que se emprega altura de vizinhança 3L, distanciamento 1L e $\theta = 30^\circ$, refere-se como C-3L-1L- 30° . Para a edificação isolada, utiliza-se C-Iso- θ .

Quadro 9 – Casos simulados para a vizinhança a uma distância 1L do prédio em análise.

Vizinhança de altura 1L (C-1L-1L)	Vizinhança de altura 2L (C-2L-1L)	Vizinhança de altura 3L (C-3L-1L)
		
Vizinhança de altura 4L (C-4L-1L)	Vizinhança de altura 5L (C-5L-1L)	Vizinhança de altura 6L (C-6L-1L)
		

Fonte: O Autor (2022).

Figura 61 – Definição do ângulo de incidência do vento.



Fonte: O Autor (2022)

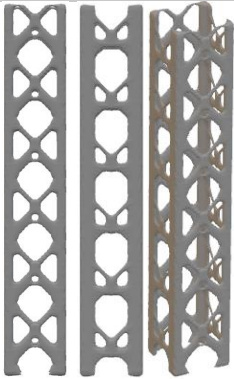
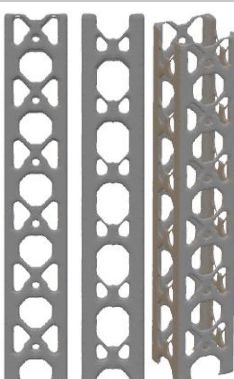
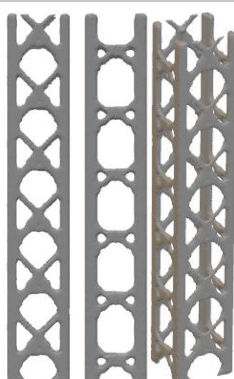
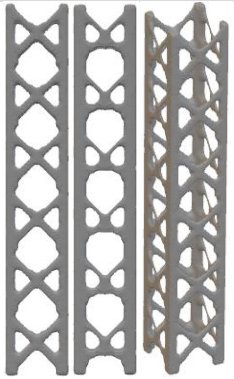
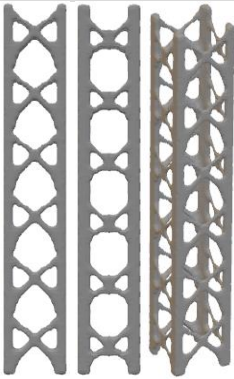
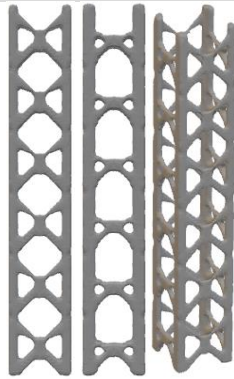
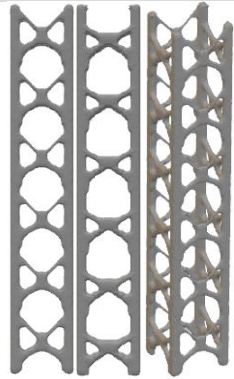
Os resultados considerando o vento com ângulo de incidência $\theta = 0^\circ$ são apresentados no Quadro 10, juntamente com o valor da função objetivo, tempo de processamento (adimensionalizado com relação ao caso C-Iso-0°, 8 minutos e 9 segundos), número de iterações e coeficientes de momento C_{M_y} . Já no Quadro 11, apresentam-se os resultados considerando o ângulo de incidência do vento $\theta = 30^\circ$

Quadro 10 – Estruturas otimizadas para $d = 1L$ e $\theta = 0^\circ$.

Modelo	C-Iso-0°	C-1L-1L-0°	C-2L-1L-0°
faces laterais (simétricas) barlavento e sotavento (simetria) Vista em perspectiva			
C (N·m)	1449,2	1366,8	1268,1
Tempo de processam.	1,00	1,42	1,07
Iterações do BESO	52	53	53
C_{M_y}	0,8272	0,8002	0,7483
C-3L-1L-0°	C-4L-1L-0°	C-5L-1L-0°	C-6L-1L-0°
930,94	518,55	122,37	$1,960 \times 10^{-4}$
1,07	0,97	1,28	1,12
55	54	61	52
0,6383	0,4647	0,2127	0

Fonte: O Autor (2022).

Quadro 11 – Estruturas otimizadas para $d = 1L$ e $\theta = 30^\circ$.

Modelo	C-Iso-30°	C-1L-1L-30°	C-2L-1L-30°
faces laterais (simétricas) barlavento e sotavento (simetria) Vista em perspectiva			
C (N·m)	1555,8	1450,2	1381,1
Tempo de processam.	1,35	1,45	3,45
Iterações do BESO	53	53	71
C_{M_x}	0,4351	0,3917	0,3350
C_{M_y}	0,8108	0,7533	0,7434
C-3L-1L-30°	C-4L-1L-30°	C-5L-1L-30°	C-6L-1L-30°
			
1205,9	707,75	298,53	107,39
4,90	1,98	1,82	3,44
110	55	57	52
0,3617	0,2955	0,2390	0,1762
0,6509	0,4821	0,2994	0,1776

Fonte: O Autor (2022).

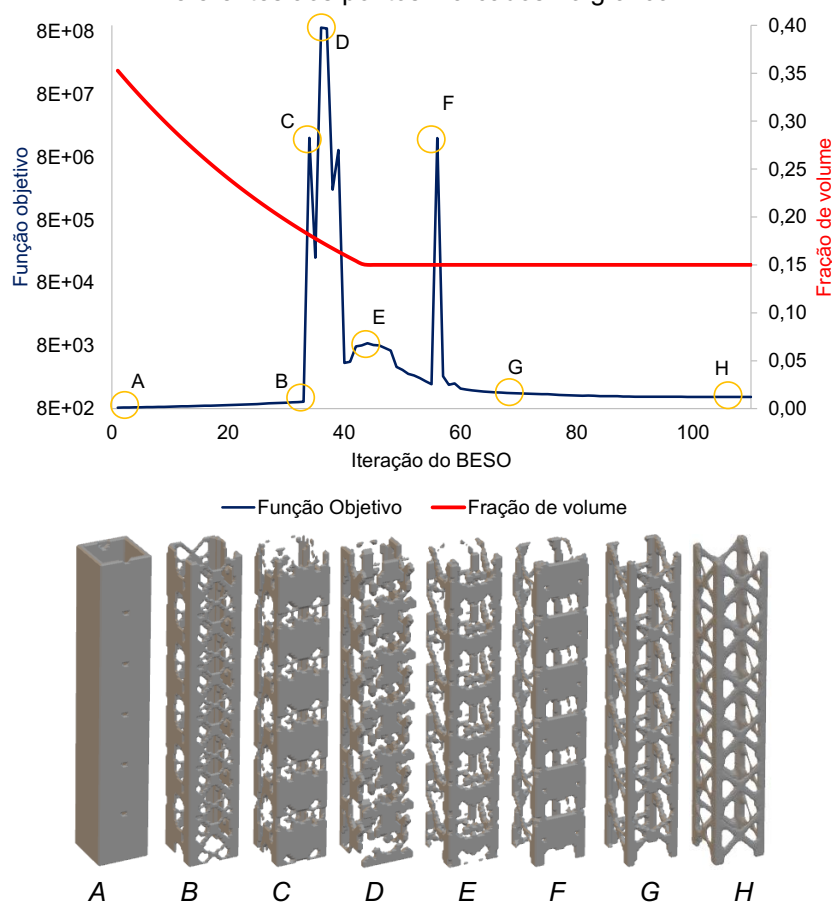
Os coeficientes C_{M_x} não são apresentados no Quadro 10, pois devido à simetria de cargas em todos os casos com ângulo de incidência $\theta = 0^\circ$, o coeficiente possui valor nulo. O tempo de processamento e a quantidade de iterações do método BESO são calculados do instante em que a simulação inicia até que os dois critérios de convergência sejam alcançados.

Pode se observar que o caso C-6L-1L-0° apresenta o menor valor da função objetivo, devido aos baixos valores de C_p nas faces da edificação em estudo. Isto acontece, devido à presença das edificações na parte frontal. Por sua vez, o caso C-1L-1L-0° possui maior inclinação das barras laterais devido ao aumento de velocidade

no escoamento causado pelas edificações de montante. Nesta altura, os prédios vizinhos não têm altura suficiente para proteger a edificação central, fazendo com que o escoamento nesta altura atinja maiores velocidades.

Pelos dados, é possível inferir que são necessárias aproximadamente 55,5 iterações para atender aos critérios de convergência. A média é de 54 iterações para $\theta = 0^\circ$, com desvio padrão de 5,37 %, e 57 iterações para $\theta = 30^\circ$ e desvio padrão de 11,1 %. A exceção é o caso C-3L-1L-30°, em que foram necessárias 110 iterações até a convergência. Isso aconteceu devido a que no processo de otimização alguns elementos essenciais para a estabilidade da estrutura foram removidos, causando instabilidade e saltos no histórico da função objetivo, tal como mostra-se na Figura 62a. Na Figura 62b, apresentam-se as topologias em cada um dos pontos marcados no gráfico.

Figura 62 – (a) Histórico da função objetivo para o caso C-3L-1L-30°, (b) estruturas parciais referentes aos pontos marcados no gráfico.



Fonte: O Autor (2022)

Analisando as figuras, pode observar que no ponto B, o critério BESO removeu alguns elementos que, apesar de terem baixo número de sensibilidade, são essenciais

para a estabilidade estrutural fazendo com que a função objetivo apresente saltos em seu histórico, oscilando entre valores da ordem de 10^3 a 10^8 .

Ao atingir o valor da restrição de volume ($V_f = 0,15$), o volume sólido da estrutura torna-se constante até o final do processo iterativo. Enquanto não há perda de material sólido, o critério de remoção do BESO foca em remover os elementos sólidos flutuantes vistos nas estruturas D e E , que possuem a menor sensibilidade. Simultaneamente, o critério de adição insere material nos locais onde há maior sensibilidade de forma a deixar o processo estável e convergente. Nota-se que da estrutura G em diante, a topologia do material tende novamente à forma convencional de membros cruzados do sistema de contraventamento. Isso mostra que mesmo quando o processo iterativo torna-se instável, é possível retornar à convergência depois de satisfazer a restrição de volume.

Outra observação que pode ser feita a partir dos Quadros 10 e 11 é quanto ao tempo de processamento em $\theta = 30^\circ$, que é em média aproximadamente 2,32 vezes mais lento comparado com $\theta = 0^\circ$. Tal diferença ocorre por conta da disposição das cargas em cada problema. Para $\theta = 0^\circ$, as forças nas faces laterais são simétricas, fazendo com que as forças resultantes sejam uma combinação das faces de barlavento e sotavento. Já para $\theta = 30^\circ$, não há simetria de cargas, portanto a resultante é uma combinação das forças atuando nas quatro faces. O efeito é visto no tempo de processamento, que são maiores nos casos que empregam $\theta = 30^\circ$.

Conforme pode ser observado, as faces laterais formam cruzamentos similares aos principais sistemas de contraventamento debatidos no item 2.1. Posteriormente, é apresentada uma análise com relação aos ângulos dos cruzamentos, de modo a investigar se a altura da vizinhança os influencia

O valor da função objetivo apresenta uma tendência de redução para os dois ângulos de incidência do vento à medida em que a vizinhança cresce em altura ao redor do prédio em análise. No Gráfico 16, ilustra-se graficamente estas mudanças nos dois casos analisados. Nota-se que o valor de C para $\theta = 30^\circ$ possuindo em média valores de função objetivo 10,35 % maiores em comparação para o ângulo nulo. Por exemplo, para o caso de $\theta = 0^\circ$, o vento incide diretamente na face de barlavento, gerando pressões positivas. Já a sotavento, devido ao efeito de formação de vórtices

por conta do desprendimento da camada limite (ver Figura 63), são formadas pressões negativas. Para $\theta = 30^\circ$, entretanto, não há simetria em nenhum dos planos do sistema. Portanto, nestes casos a estrutura resultante é mais solicitada do que em $\theta = 0^\circ$.

Gráfico 16 – Função objetivo para os dois ângulos de incidência do vento em $d = 1L$.

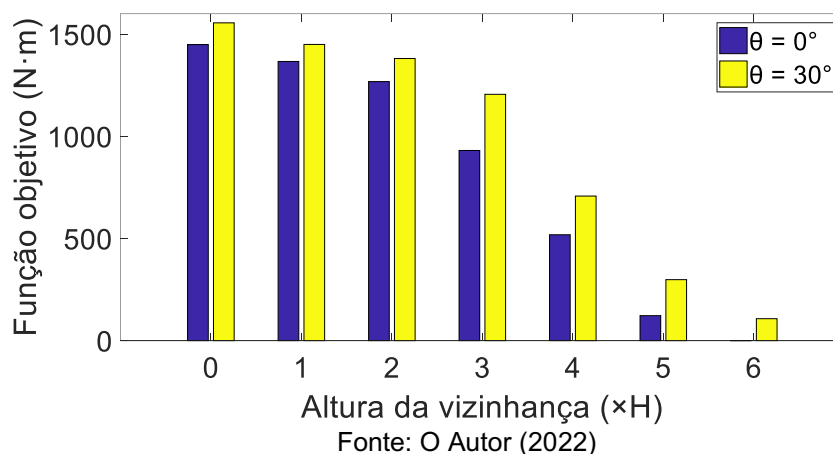
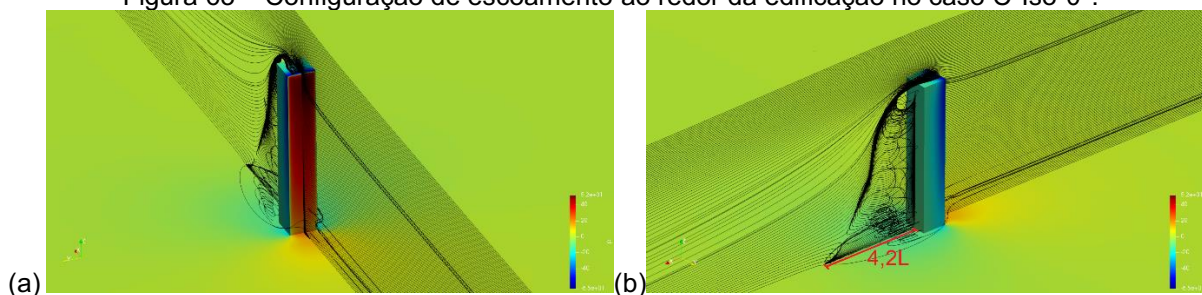
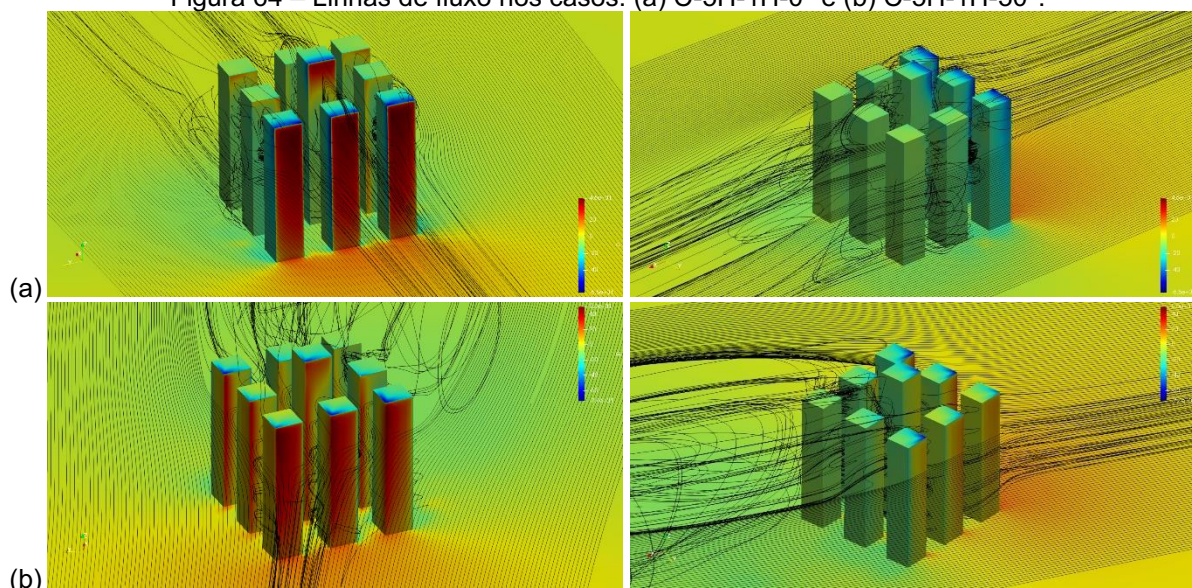


Figura 63 – Configuração de escoamento ao redor da edificação no caso C-Iso-0°.



Nos casos C-Iso, o desprendimento da camada limite origina uma região de separação de aproximadamente $4,2L$ com relação à face de sotavento. Entretanto, com a adição de edificações que causam interferência no escoamento do vento, o desprendimento da camada limite ocorre à montante devido ao edifício em estudo estar na esteira. Como consequência, vórtices se formam no espaço entre a vizinhança e a edificação em análise pelo efeito da turbulência de esteira, gerando pressões negativas na face de barlavento, como pode ser visto na Figura 64. Portanto, os prédios circundantes impedem parcialmente que a carga de vento atue diretamente nas faces da edificação central nos dois ângulos de incidência.

Figura 64 – Linhas de fluxo nos casos: (a) C-5H-1H-0° e (b) C-5H-1H-30°.



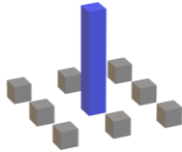
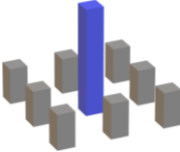
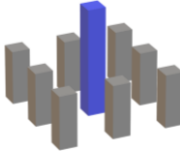
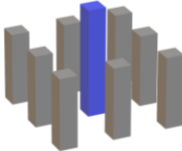
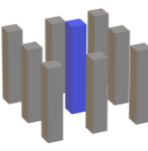
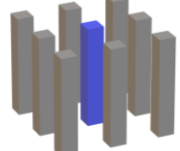
Fonte: O Autor (2022)

Logo, à medida que a altura de vizinhança h aumenta, a estrutura passa a ser menos solicitada, como é visto nos valores de função objetivo apresentados no Gráfico 16. Isto fica evidente ao analisar o caso C-6L-1L-0°. A vizinhança de mesma altura impede que o vento atue diretamente nas faces da edificação, diminuindo a solicitação estrutural para um valor próximo a zero, como pode ser conferido no valor de C para este caso ($1,960 \times 10^{-4}$). Como consequência, as sensibilidades elementares neste sistema possuem valores próximos. Portanto, o método BESO convergiu para um resultado não-factível do ponto de vista da construção civil. A solução final consiste em um sólido que se repete devido ao controle geométrico.

6.2.2 Vizinhança com distanciamento $d = 2L$

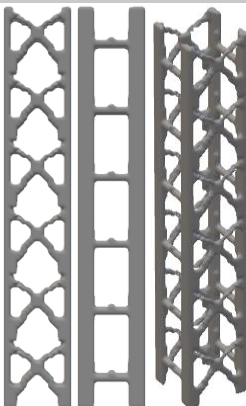
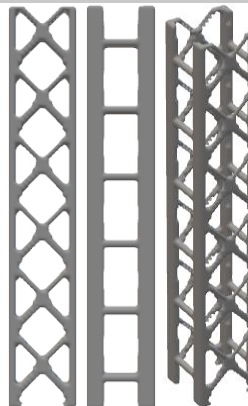
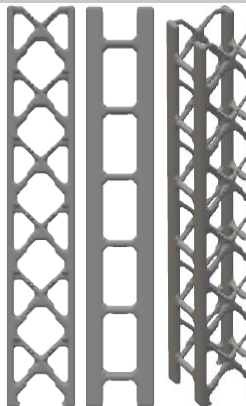
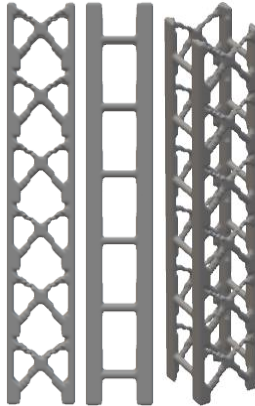
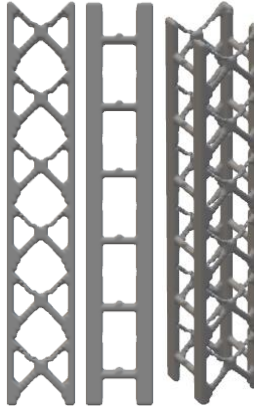
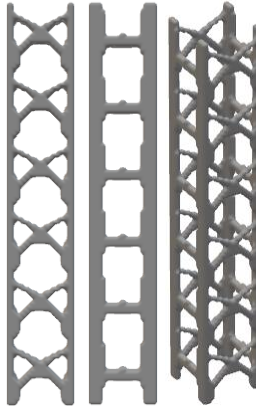
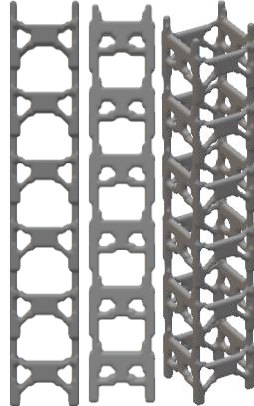
Neste item apresentam-se os resultados considerando um distanciamento $d = 2L$ na vizinhança com relação ao prédio em análise. Nas simulações foram aplicadas as mesmas condições e ângulos de incidência empregados no tópico anterior. No Quadro 12, apresentam-se os casos simulados no OpenFOAM. Os resultados obtidos com o código BESO para os ângulos de incidência do vento $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 30^\circ$ são, respectivamente, apresentados nos Quadros 13 e 14. O tempo de processamento foi adimensionalizado com relação ao caso C-Iso-0°.

Quadro 12 – Casos simulados para a vizinhança a uma distância 2L do prédio em análise.

Vizinhança de altura 1L (C-1L-2L)	Vizinhança de altura 2L (C-2L-2L)	Vizinhança de altura 3L (C-3L-2L)
		
Vizinhança de altura 4L (C-4L-2L)	Vizinhança de altura 5L (C-5L-2L)	Vizinhança de altura 6L (C-6L-2L)
		

Fonte: O Autor (2022).

Quadro 13 – Estruturas otimizadas para $d = 2L$ e $\theta = 0^\circ$.

Modelo	C-Iso-0°	C-1L-2L-0°	C-2L-2L-0°
faces laterais (simétricas) barlavento e sotavento (simetria) Vista em perspectiva			
C (N·m)	1449,2	1361,0	1219,5
Tempo de processam.	1,00	1,17	1,13
Iterações do BESO	52	60	60
M_y (kN·m)	0,8272	0,7931	0,7413
C-3L-2L-0°	C-4L-2L-0°	C-5L-2L-0°	C-6L-2L-0°
			
931,08	538,68	163,22	15,33
1,40	1,29	1,24	1,11
56	52	53	56
0,6362	0,4725	0,2549	0,0550

Fonte: O Autor (2022).

Quadro 14 – Estruturas otimizadas para $d = 2L$ e $\theta = 30^\circ$.

Modelo		C-Iso-30°	C-1L-2L-30°	C-2L-2L-30°
faces laterais (simétricas) barlavento e sotavento (simetria) Vista em perspectiva				
C (N·m)		1555,7813	1391,2252	1279,5791
Tempo de processam.		1,35	1,67	3,36
Iterações do BESO		53	55	58
M_x (kN·m)		0,4351	0,3440	0,3185
M_y (kN·m)		0,8108	0,7796	0,7519
C-3L-2L-30°		C-4L-2L-30°	C-5L-2L-30°	C-6L-2L-30°
faces laterais (simétricas) barlavento e sotavento (simetria) Vista em perspectiva				
1091,4634		821,3669	574,9198	530,3069
2,42		2,29	3,27	3,20
58		57	64	58
0,2832		0,2476	0,2127	0,2365
0,6917		0,5956	0,4959	0,4897

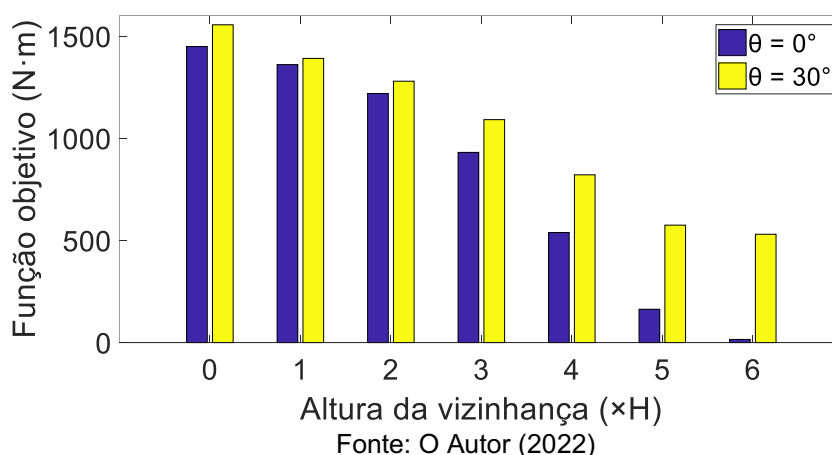
Fonte: O Autor (2022).

Em média, as simulações levaram 56 iterações para atingir os critérios de convergência, com um desvio padrão de 5,76 %, em $\theta = 0^\circ$. Para $\theta = 30^\circ$, a média foi de 58 iterações com desvio padrão de 5,48 %. Isto mostra que não há diferença expressiva entre os casos analisados. Estes resultados mostram concordância com as simulações empregadas com $d = 1L$. Entretanto, há uma diferença notável no tempo. Enquanto para as simulações com ângulo de incidência do vento $\theta = 0^\circ$ a média de tempo foi de 582 segundos e desvio padrão de 10,25 %, em $\theta = 30^\circ$ a média

foi de 1226 segundos com desvio padrão de 29,64 %. Portanto, quanto ao tempo de processamento houve um aumento de 2,1 vezes ao comparar $\theta = 30^\circ$ com $\theta = 0^\circ$. Tal diferença dá-se por conta da maior quantidade de iterações internas nos gradientes conjugados, repetindo o comportamento visto nos casos de distanciamento $d = 1L$.

Na Figura 86, ilustra-se os valores da função objetivo em função da altura da vizinhança para os dois ângulos de incidência do vento. Conforme também havia sido observado para $d = 1H$, ver Gráfico 17, o valor da função objetivo diminui com o aumento da altura das edificações vizinhas.

Gráfico 17 – Função objetivo para os dois ângulos de incidência do vento em $d = 2L$.

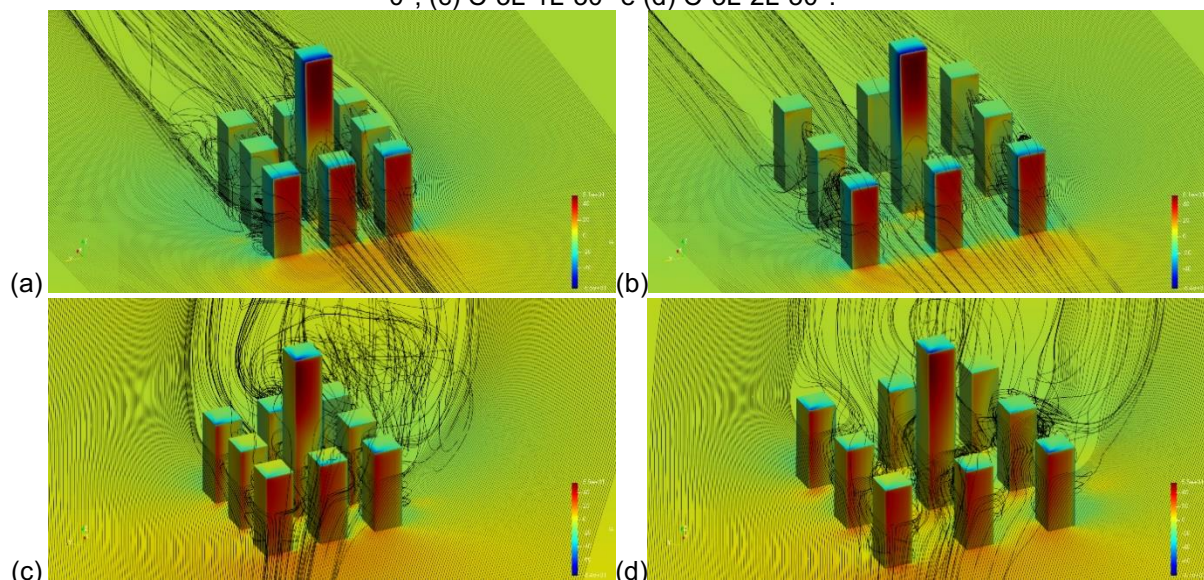


Verifica-se também que o aumento de vizinhança entre os casos C-5L-2L-30° e C-6L-2L-30° causa uma variação de 7,76 % na função objetivo, fazendo com que os valores sejam mais próximos ao comparar com o restante das simulações, que possuem uma média de 1034,943 N·m e desvio padrão de 36,03%. Isso mostra que o aumento de vizinhança passa a ter menos influência nos valores de C_p quando a altura do prédio em análise e a vizinhança são equivalentes.

A diminuição do valor de C nos casos simulados com $d = 2L$ ocorre em uma razão menor que nos casos $d = 1L$. Comparando o valor da função objetivo para os dois casos, $d = 2L$ apresentou valores 4,54 % maiores em média. Os casos mais extremos ocorrem nas alturas de vizinhança $h = 5L$ e $6L$ que empregam $\theta = 30^\circ$. Ao comparar C-5L-1L-30° e C-5L-2L-30°, nota-se que o segundo possui função objetivo 1,93 vezes maior. Já o caso C-6L-2L-30° possui o mesmo parâmetro 4,93 vezes maior ao comparar com C-6L-1L-30°.

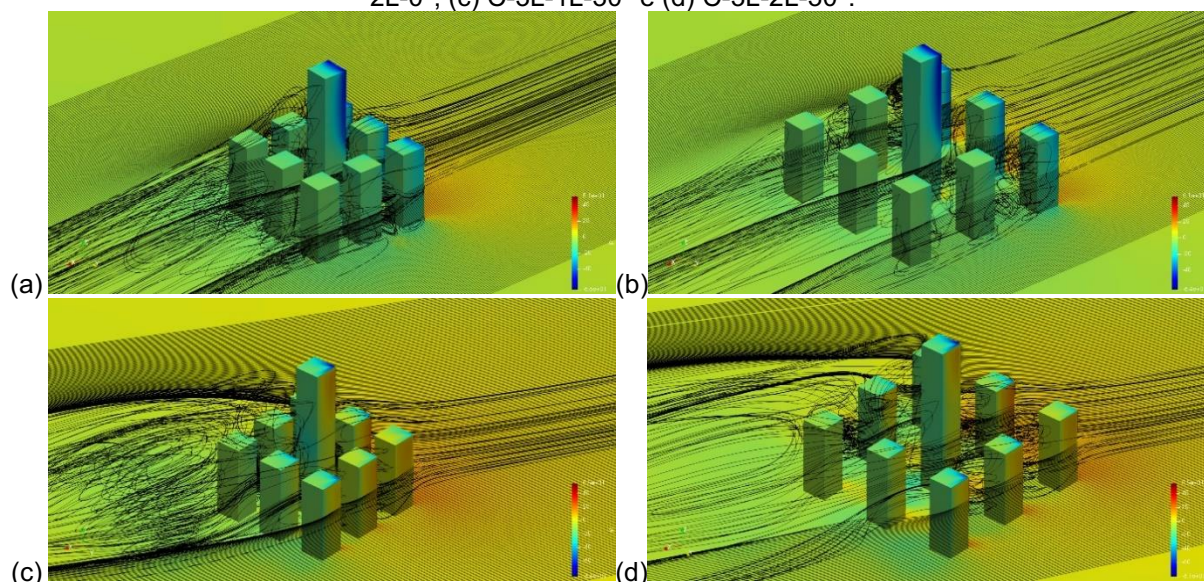
Para investigar esta diferença, compara-se a topologia do escoamento nos casos em que $h = 3L$ para os dois ângulos de incidência do vento, nas Figura 65 e 66.

Figura 65 – Vista frontal da configuração de escoamento para os casos: (a) C-3L-1L-0°, (b) C-3L-2L-0°, (c) C-3L-1L-30° e (d) C-3L-2L-30°.



Fonte: O Autor (2022)

Figura 66 – Vista posterior da configuração de escoamento para os casos: (a) C-3L-1L-0°, (b) C-3L-2L-0°, (c) C-3L-1L-30° e (d) C-3L-2L-30°.



Fonte: O Autor (2022)

Percebe-se que nos casos em que a vizinhança é mais próxima da edificação central, ela é protegida parcialmente dos efeitos da incidência direta do vento na fachada. Entretanto, ao aumentar a distância entre os prédios, este efeito reduz sua influência. Estes resultados mostram similaridades com os apresentados de Elshaer

et al. (2017), que estudou os efeitos da vizinhança nos coeficientes de pressão e configuração de escoamento em edificações, e de Zhang e Gu (2008), que analisaram os efeitos de vizinhança nos coeficientes de pressão médios de edificações próximas.

Os resultados do BESO mostram que a vizinhança e o ângulo de incidência do vento possuem influência nos resultados para um projeto de contraventamento otimizado. A situação menos solicitada ocorre quando o escoamento incide na edificação diretamente nas fachadas, ou seja, nos casos em que $\theta = 0^\circ$. Entretanto, em situações diferentes desta, devido ao efeito da incidência direta em mais faces da edificação, a solicitação estrutural é incrementada, variando o valor da função objetivo. Comparado com $\theta = 0^\circ$, as estruturas simuladas nas cargas de $\theta = 30^\circ$ possuem valores para flexibilidade média 23,1 % maiores.

Com relação à vizinhança, verifica-se que esta pode proteger parcialmente uma edificação da incidência direta do vento. Por conta disto, ao aumentar a altura h das edificações vizinhas a função objetivo tende a diminuir, pois o vento deixa de incidir diretamente na edificação central. Entretanto, ao aumentar a distância d entre as edificações, o escoamento pode fluir mais facilmente dentro do conjunto, diminuindo a proteção e dessa forma aumentando a solicitação estrutural. O fato da solicitação estrutural crescer ao aumentar a distância entre os prédios do conjunto mostra-se em concordância com os resultados de Irwin e Stanton (2016), que compararam os momentos fletores x e y em edificações com várias configurações de vizinhança através de ensaios de túnel de vento. Foi verificado pelos autores que edificações muito próximas ao prédio analisado geram proteção contra a incidência direta do vento. Ao aumentar o espaçamento, entretanto, diminui-se o fator de proteção e aumenta-se os momentos fletores solicitantes. A configuração de escoamento e os coeficientes de momento nos casos avaliados mostra concordância com os estudos de Elshaer *et al.* (2016) e Elshaer *et al.* (2017), que avaliaram a influência do distanciamento da vizinhança e a altura dela em edificações altas.

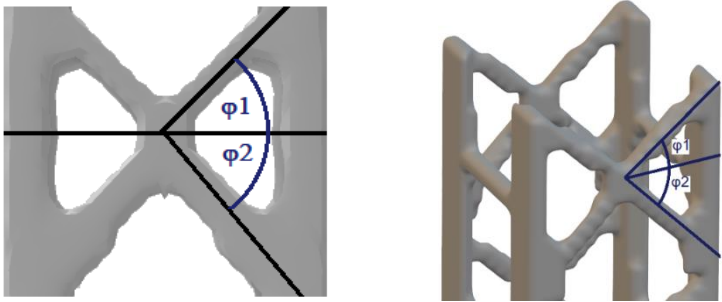
6.2.3 Análise dos ângulos das barras diagonais

As estruturas de contraventamento otimizadas apresentaram um padrão de cruzamento ao longo das faces laterais no caso do ângulo de incidência $\theta = 0^\circ$ e em todas as faces no caso de $\theta = 30^\circ$. Nota-se que os ângulos nestes cruzamentos

mudam de acordo com a altura da vizinhança h e distância das edificações vizinhas d . Por isto, neste item é feita uma análise acerca dos ângulos das barras diagonais.

Como as estruturas possuem imposição geométrica de simetria, buscou-se avaliar a angulação das barras nas faces laterais e de barlavento. Na Figura 67, apresentam-se as definições dos ângulos φ_1 e φ_2 , que representam a inclinação das diagonais superior e inferior, respectivamente.

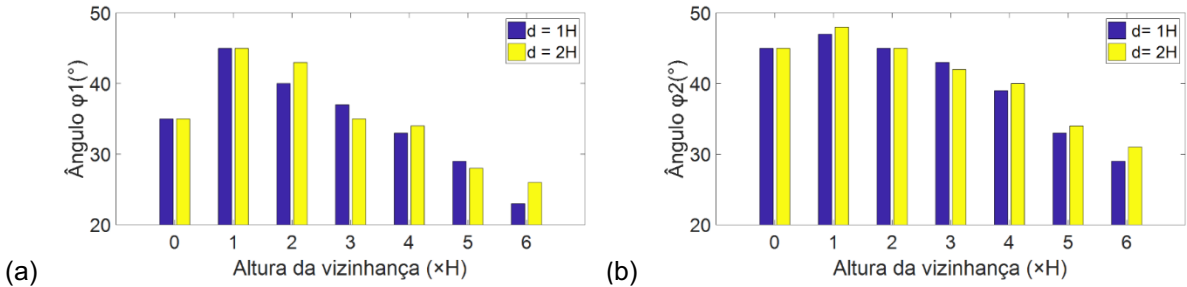
Figura 67 – Inclinação das diagonais superior e inferior dos sistemas de contraventamento.



Fonte: O Autor (2022)

Nas simulações com $\theta = 0^\circ$, devido ao carregamento, as faces de barlavento e sotavento não apresentaram tal padrão geométrico. A análise, portanto, foi feita somente nas faces laterais. As ilustrações do Gráfico 18 mostram como os ângulos φ_1 e φ_2 comportam-se com relação à altura e à distância da vizinhança nesta configuração. Na Tabela 8, mostra-se os valores médios para φ_1 e φ_2 para as duas distâncias d , tal como a diferença média entre os casos avaliados.

Gráfico 18 – Variação da inclinação das barras diagonais das faces laterais nos sistemas de contraventamento para $\theta = 0^\circ$: (a) φ_1 e (b) φ_2 .



Fonte: O Autor (2022)

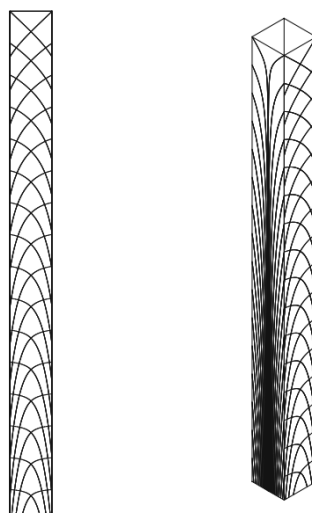
Tabela 8 – Valores médios dos ângulos de contraventamento para $\theta = 0^\circ$.

Ângulo	$d = 1L$	$d = 2L$	Diferença média	Diferença relativa
φ_1 médio	34,57°	35,14°	0,57°	1,63 %
φ_2 médio	40,14°	40,71°	0,57°	1,40 %

Fonte: O Autor (2022).

Em Zalewski e Zablocki (2002), é realizada uma análise da geometria de edificações altas e seus sistemas de contraventamento. Os autores notam as similaridades com as estruturas de Michell, em que as barras possuem direções coincidentes com às trajetórias das tensões principais. Stromberg *et al.* (2011) realiza um estudo de otimização topológica em edificações esbeltas com o método SIMP utilizando a restrição geométrica de repetição de padrões com redução gradativa da célula unitária para que a inclinação entre as barras possa mudar a cada pavimento. Os autores mostraram que a solução final apresenta a mesma forma de barras cruzadas obtidos com o método BESO, que seguem trajetórias similares às direções principais de tensão em um sólido prismático (ver Figura 68).

Figura 68 – Campo de tensões em uma barra prismática sujeita à flexão.



Fonte: Stromberg *et al.* (2011)

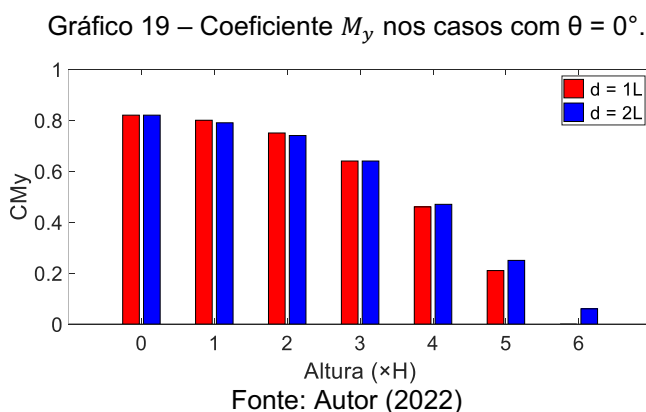
Quando expostos à incidência frontal ($\theta = 0^\circ$), as barras diagonais próximas ao topo possuem inclinação aproximada de 45° , enquanto as próximas à base possuem ângulos maiores.

Na Tabela 8, pode se verificar que em geral, as barras dos casos $d = 2L$ possuem ângulos maiores com uma diferença relativa de 1,63 % nas barras diagonais superiores e 1,40% nas inferiores. Ou seja, o aumento da distância da vizinhança teve como consequência o aumento médio na inclinação das barras laterais. Nota-se também que as diagonais inferiores geralmente são maiores que as superiores, com uma diferença média de $5,57^\circ$.

Zegard e Paulino (2014), mostraram através do método GRAND (*ground structure analysis and design*) que as estruturas otimizadas topologicamente possuem

mais material sólido nas regiões que coincidem com as trajetórias das tensões principais. Zegard *et al.* (2014) avaliaram configurações ótimas para sistemas de contraventamento baseados em treliças espaciais. Os autores verificam que a otimização topológica com restrição de tensão é uma ferramenta valiosa no que diz respeito à análise preliminar neste tipo de estrutura, pois é possível otimizar a quantidade e a localização do material. Zhang, Paulino e Ramos (2017), que fazem um estudo de OT com múltiplos materiais, mostra que as tensões principais de Cauchy possuem relação com a topologia otimizada. Nos resultados, os autores utilizam estruturas sujeitas a cargas laterais de forma a garantir um sistema de contraventamento otimizado.

Portanto, a mudança nos ângulos φ_1 e φ_2 está diretamente relacionada à trajetória das tensões principais que atuam na estrutura. Em $\theta = 0^\circ$, toda o sistema é solicitado à flexão e cisalhamento. No entanto, à medida que a altura da vizinhança ao redor da edificação central aumenta, a carga aerodinâmica sobre a edificação se reduz. No Gráfico 19, mostra-se a solicitação de momento através do coeficiente M_y em função da altura dos casos com ângulo de incidência 0° .



A diminuição do momento ocorre pois com o crescimento da altura da vizinhança, as cargas que atuam nos pavimentos inferiores diminuem drasticamente. Como os coeficientes M_x em todos esses casos são nulos, as tensões ficam cada vez mais dependentes das cargas que atuam nos pavimentos superiores. A consequência disto é que a solicitação à flexão e ao cisalhamento diminui, fazendo com que o campo de tensões principais possua trajetórias cada vez menos íngremes. Como consequência, a inclinação das barras laterais no sistema de contraventamento também diminui.

Nos Gráficos 20 e 21, mostra-se as inclinações das barras diagonais (φ_1 e φ_2) para as faces laterais e as faces de barlavento e sotavento para $\theta = 30^\circ$. Percebe-se que não existe um comportamento definido para os ângulos nas barras diagonais nestes casos. Na Tabela 9, apresentam-se os valores médios para os ângulos φ_1 e φ_2 levando em consideração a distância d e as diferentes faces. Apesar do caso C-3L-2L-30° não ter formado cruzamento entre barras, pode ser observada uma inclinação em suas extremidades. Neste caso, a inclinação nestas extremidades foi considerada para a medida de φ_1 e φ_2 .

Gráfico 20 – Variação da inclinação das barras diagonais das faces laterais nos sistemas de contraventamento para $\theta = 30^\circ$: (a) φ_1 e (b) φ_2 .

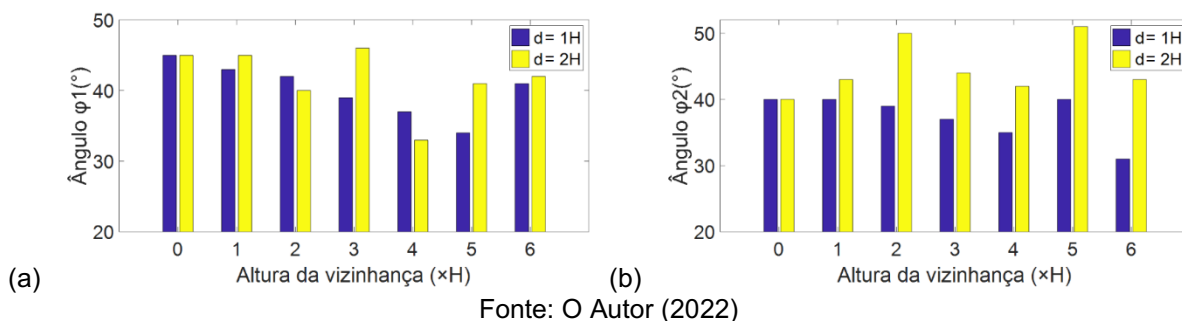


Gráfico 21 – Variação da inclinação das barras diagonais das faces de barlavento e sotavento nos sistemas de contraventamento para $\theta = 30^\circ$: (a) φ_1 e (b) φ_2 .

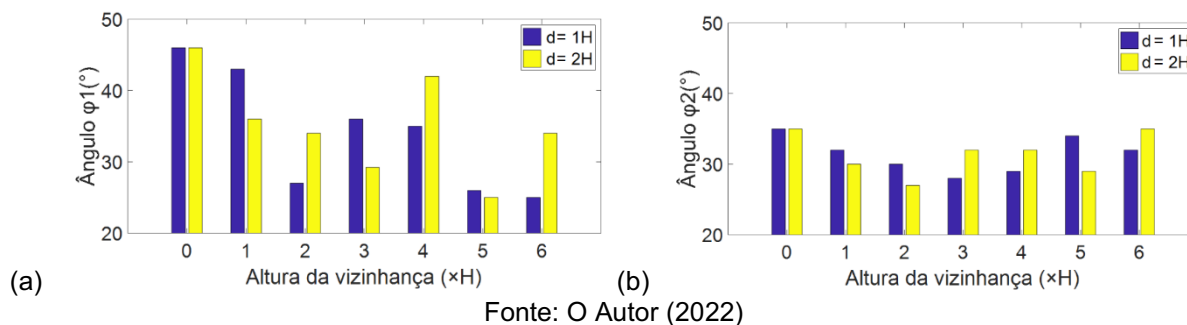


Tabela 9 – Valores médios dos ângulos de contraventamento para $\theta = 30^\circ$.

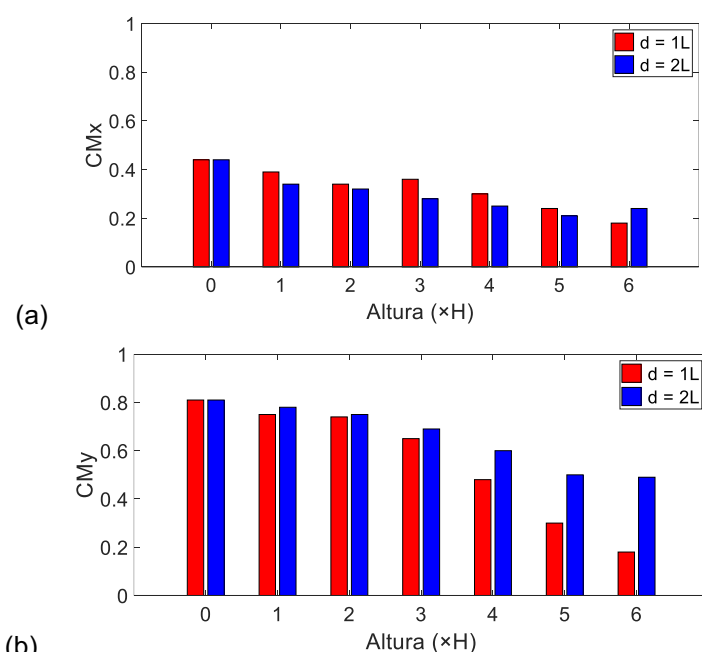
Ângulo	$d = 1L$	$d = 2L$	Diferença média	Diferença relativa
φ_1 médio (faces laterais)	40,14°	41,71°	1,57°	3,77 %
φ_2 médio (faces laterais)	37,43°	44,71°	7,28°	16,29 %
φ_1 médio (barlavento/sotavento)	34°	35,14°	1,14°	3,25 %
φ_2 médio (barlavento/sotavento)	31,43°	31,43°	0°	0 %

Fonte: O Autor (2022).

Verifica-se que ao aumentar a distância da vizinhança, os valores dos ângulos das barras aumentam, similar ao que foi visto em $\theta = 0^\circ$. Pode-se inferir que ao aumentar a distância e, portanto, diminuir o fator de proteção da edificação central, as barras laterais aumentam suas inclinações devido ao acréscimo dos ângulos das tensões principais. A única exceção ocorreu para o valor de φ_2 médio nas faces de barlavento e sotavento, que possuem o mesmo ângulo médio. Entretanto, ao contrário dos casos com ângulo de incidência $\theta = 0^\circ$, não há uma tendência de queda à medida em que se aumenta a altura da vizinhança.

A razão para isso encontra-se nas diferentes distribuições de pressão em cada caso. Nas Figuras 65 e 66, que apresentam as configurações de escoamento, pode-se notar que o vento com uma incidência de $\theta = 30^\circ$ apresenta um fluxo mais complexo. Além disso, devido ao efeito Venturi, que aumenta a velocidade do escoamento, as cargas aerodinâmicas crescem na base da edificação. Portanto, mesmo ao aumentar a distância da vizinhança, parte do escoamento incide diretamente nas duas faces da edificação central. Pode-se verificar que em todos os casos de incidência $\theta = 0^\circ$ obtiveram coeficiente de momento M_x nulo, fazendo com que as solicitações ocorram somente em um dos eixos. Em $\theta = 30^\circ$, pode-se observar o comportamento dos coeficientes M_x e M_y no Gráfico 22.

Gráfico 22 – Coeficientes (a) C_{M_x} e (b) C_{M_y} nos casos com $\theta = 30^\circ$.

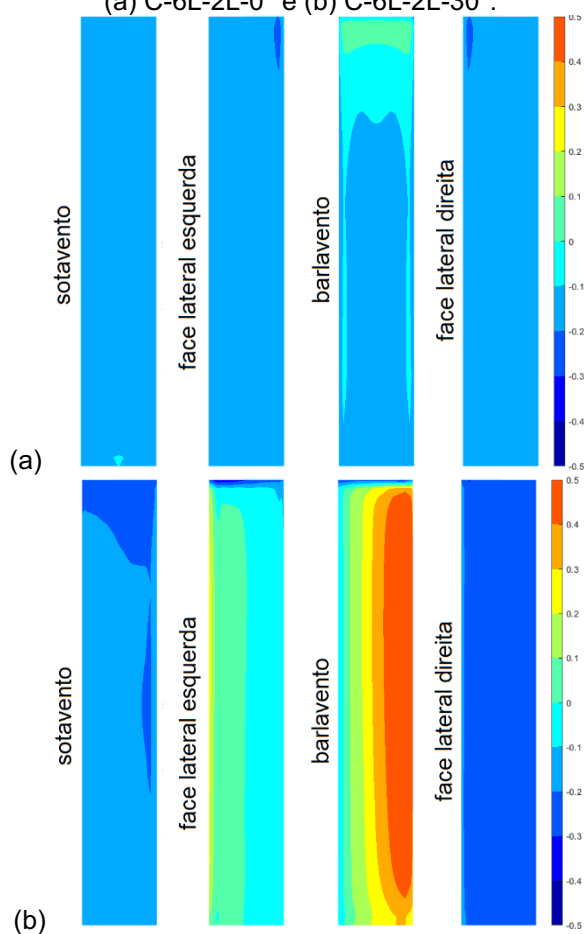


Fonte: Autor (2022)

Os coeficientes indicam que em qualquer altura da vizinhança, há solicitação de momento atuando na estrutura nas duas direções e, como consequência, não há diminuição dos ângulos relacionados às trajetórias das tensões principais pois em todos os casos existe solicitação à flexão e ao cisalhamento. Percebe-se que, apesar de haver uma tendência de queda na solicitação à flexão em C_{M_x} , esta não é acentuada como em C_{M_y} .

Na Figura 69, mostra-se uma comparação dos coeficientes de pressão médio nas faces de barlavento para os casos C-6L-2L-0° e C-6L-2L-30°. Nota-se que no caso com $\theta = 30^\circ$, apesar da vizinhança estar à mesma altura da edificação central, pressões positivas surgem ao longo de toda a face de barlavento, modificando totalmente a distribuição de pressão em comparação com o caso $\theta = 0^\circ$.

Figura 69 – Coeficientes de pressão médios nas faces de barlavento para os casos: (a) C-6L-2L-0° e (b) C-6L-2L-30°.



Fonte: O Autor (2022)

Pelas figuras, é possível observar que enquanto o caso C-6L-2L-0° possui valores de C_p próximos à zero em todas as faces, o caso C-6L-2L-30° apresenta valores que variam de -0,3 a 0,5. Tal comportamento não é exclusivo dos casos com altura de vizinhança $h = 6L$, mas repete-se em todas as configurações de h avaliadas. Devido à maior complexidade do escoamento nos casos com ângulo de incidência $\theta = 30^\circ$, a edificação central nestes casos permanece solicitada à flexão e ao cisalhamento.

7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresentou a implementação do método de otimização topológica BESO para problemas de elasticidade tridimensional, aplicando o método *multigrid* geométrico como pré-condicionador dos gradientes conjugados para resolução do sistema de equações lineares. Em um primeiro momento, foi feito um estudo paramétrico para avaliar como os principais parâmetros do método BESO influenciam na topologia otimizada, função objetivo, tempo de processamento e quantidade de iterações. Já na segunda etapa, estudou-se a influência da altura e do distanciamento da vizinhança em um sistema de contraventamento de uma edificação otimizado por OT.

Para o estudo paramétrico adotou-se o problema da viga engastada com carga distribuída na aresta inferior. Foram avaliados os seguintes parâmetros do método BESO: taxa evolucionária (ER), fração de volume (f_v), resolução da malha (n_{elem}), raio do filtro de sensibilidades (r_{min}), grau de penalização (p) e a quantidade de níveis do *multigrid* (n_l). Já para o estudo das estruturas de contraventamento, analisem-se uma distribuição de nove edificações, distribuídas numa matriz 3×3 com diferentes configurações de vizinhança e com os ângulos de incidência $\theta = 0^\circ$ e 30° . A edificação analisada está no centro e considera um prédio de proporções $L:L:H$, em que $L = 20$ m e $H = 120$ m. A altura da vizinhança variou de $h = 0L$ até $6L$. Para o distanciamento entre as edificações d , foram avaliadas duas possibilidades: $d = 1L$ e $2L$. Todos os casos foram simulados no *software* OpenFOAM, com a turbulência modelada segundo a metodologia RANS e modelo de fechamento $\kappa - \varepsilon$ clássico. Os valores de pressão determinados nas faces da edificação foram exportados como dados de entrada para o programa de otimização topológica BESO implementado no ambiente MATLAB.

Este capítulo divide-se em tópicos, apresentando conclusões e considerações para cada um dos objetos de estudo abordados ao longo do trabalho.

7.1 CONCLUSÕES SOBRE O MÉTODO BESO

O primeiro desafio do trabalho foi a expansão do código BESO implementado por Pereira (2018) para resolver problemas de elasticidade tridimensional, tendo em vista que o original é bidimensional.

O emprego de método direto na solução de sistemas lineares mostrou-se não-factível em malhas refinadas. Por conta disso, adotou-se o esquema dos gradientes conjugados, utilizando o método multigrid geométrico como pré-condicionador, que se mostra eficiente na redução do tempo de processamento nos métodos de OT. Na análise paramétrica do BESO, três itens foram avaliados: a função objetivo (flexibilidade média), tempo de processamento e a quantidade de iterações. As conclusões que podem ser tiradas do estudo são:

- ER possui maior influência na quantidade de iterações e no tempo de processamento, pois ao diminuir o valor deste parâmetro, mais iterações são necessárias para atingir a restrição de volume.
- f_v possui influência nos três itens avaliados, pois ao diminuir a quantidade de material, mais iterações são necessárias e maior é a flexibilidade média.
- conforme esperado, o n_{elem} influencia no tempo de processamento, já que malhas refinadas são associadas a matrizes de grandes dimensões e, portanto, demandam mais tempo de resolução.
- O filtro de sensibilidades empregado garante que as soluções otimizadas possuam independência de malha, desde que o valor de r_{min} seja uma função da resolução dela. Entretanto, grandes valores de r_{min} podem causar instabilidade.
- Foi verificado que a partir de $p = 4$, tal parâmetro deixa de exercer influência significativa na função objetivo e na topologia da solução.
- n_l influencia o tempo de processamento. A resolução pelo método *multigrid* divide-se nas fases de restrição (I), resolução do sistema mais grosseiro (II) e prolongamento (III). Conclui-se que o a quantidade de sub-malhas no multigrid não deve ser muito pequena, para que o sistema mais grosseiro possa ser rapidamente resolvido por métodos diretos, e não deve ser muito grande de forma que as etapas I e III demandem muito tempo de processamento, determinando-se um valor ótimo $n_l = 3$.
- Dentre os métodos de resolução matricial avaliados (método dos gradientes conjugados: sem pré-condicionamento; com a matriz jacobiana; e o método do multigrid geométrico como pré-condicionadores), o multigrid geométrico consumiu menos tempo de processamento.

7.2 CONCLUSÕES SOBRE OS SISTEMAS DE CONTRAVENTAMENTO

O comportamento do vento pode se tornar bastante complexo na região urbana, e isto reflete diretamente no sistema de contraventamento usado para resistir a estes carregamentos.

Os casos que consideraram prédio isolado mostraram valores de funções objetivo mais altas, evidenciando que sem a vizinhança protegendo a edificação central, o mesmo tem um maior valor de flexibilidade média.

As faces das estruturas otimizadas apresentaram geometrias próximas aos sistemas de contraventamento apresentados no Quadro 1 do Capítulo 2. Os resultados obtidos apresentam configurações similar às encontradas na literatura, em que as barras laterais seguem as trajetórias das direções principais das tensões. Os ângulos das barras diagonais das estruturas de contraventamento definidos como φ_1 e φ_2 diminuem à medida que a vizinhança cresce de altura ao redor da edificação central para os casos de $\theta = 0^\circ$, pois ocorre a redução da solicitação para flexão e cisalhamento. Essa tendência, não foi observada para $\theta = 30^\circ$, mostrando que neste ângulo de incidência, a proteção por conta da vizinhança é menos eficiente.

As principais conclusões sobre os sistemas de contraventamento são:

- Um prédio isolado sofre maior influência direta do vento, já que as edificações vizinhas influenciam nas solicitações, devido à proteção parcial do prédio central.
- Quanto maior é a distância da vizinhança com relação à edificação em análise, menor é a proteção contra a incidência do escoamento, aumentando o valor da função objetivo.
- Em geral, o valor da função objetivo nos casos de $\theta = 30^\circ$ é maior do que nos casos simulados com $\theta = 0^\circ$, devido à complexa configuração do escoamento.

7.3 CONCLUSÕES SOBRE O OPENFOAM

A geração das malhas de volumes finitos foi feita através do próprio OpenFOAM. Para capturar os efeitos do escoamento e garantir boa concordância com a literatura, maiores níveis de refinamento da malha foram empregados nas regiões próximas ao conjunto de edificações através da ferramenta *snappyHexMesh*.

A turbulência foi modelada empregando o modelo $\kappa - \varepsilon$ padrão. Para realizar a verificação, foram utilizados dois exemplos *benchmark*: o cubo em uma superfície

plana, e um caso experimental da TPU, consistindo em dois prédios adjacentes de proporções 1:1:4 com os ângulos de incidência $\theta = 0^\circ$ e 90° .

A distribuição de pressão no primeiro caso apresentou boa concordância com os resultados dados na literatura, tanto para estudos experimentais em túnel de vento como para estudos numéricos com diversos modelos de turbulência. A configuração de escoamento também mostrou boa semelhança ao ser comparada com diversos estudos experimentais e numéricos. Já no caso dos prédios adjacentes, observou-se uma boa concordância nos valores dos coeficientes aerodinâmicos quando comparado com os resultados da TPU.

Concluiu-se que os parâmetros empregados no OpenFOAM geraram resultados que exibiram boa concordância com os resultados experimentais e numéricos da literatura, mostrando que o conjunto OT+DFC é uma poderosa ferramenta para guiar projetos otimizados de sistemas de contraventamento.

7.4 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste tópico, são propostas algumas sugestões para futuros trabalhos.

Analisar o emprego de sub-rotinas mais eficientes associadas à resolução de sistemas lineares em bibliotecas desenvolvidas em C++ ou Fortran (FERRARI e SIGMUND, 2020) na metodologia BESO.

Outra sugestão é empregar diferentes condições de vizinhança, por exemplo: edificações de diferentes alturas e formas. Também pode-se variar o distanciamento entre os prédios, adotando diferentes espaçamentos ou modelar uma configuração real de edificações.

Com relação à simulação do escoamento, poderia ser empregada alguma outra metodologia para modelar a turbulência, por exemplo: DES (*Detached Eddy Simulation*) ou LES (*Large Eddy Simulation*).

Por fim, pode-se implementar a metodologia BESO no OpenFOAM. O MATLAB é uma ferramenta muito versátil e difundida, mas por ser uma linguagem interpretada apresenta limitações com relação ao uso de memória, resultando em longos tempos de processamento. O OpenFOAM pode ser empregado em problemas da mecânica do contínuo em geral, portanto a implementação do método BESO pode ser feita no programa. Desta forma, será possível combinar as etapas do processo em um único *software*.

REFERÊNCIAS

- ABOHELA, I., HAMZA, N., DUDEK, S. Effect of roof shape, wind direction, building height and urban configuration on the energy yield and positioning of roof mounted wind turbines. **Renewable Energy**, v. 50, p. 1106-1118, 2013.
- AEGE, N., AMIR, O., CLAUSEN, A., HADAR, L., MAIER, D., SONDERGAARD, A. Advanced topology optimization methods for conceptual architectural design. In: **Advances in Architectural Geometry** 2014, p. 159-179, 2014.
- ALI, M.M., MOON, K.S. Advances in structural systems for tall buildings: emerging developments for contemporary urban giants. **Buildings**, v. 8, n. 8, 104, 2018.
- ALMEIDA, S.R.M., PAULINO, G.H., SILVA, E.C.N. A simple and effective inverse projection scheme for void distribution control in topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 39, n. 4, p. 359-371, 2009.
- ALMEIDA, S.R.M., PAULINO, G.H., SILVA, E.C.N. Layout and material gradation in topology optimization of functionally graded structures: a global-local approach. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 42, n. 6, p. 855-868, 2010.
- AMIR, O., AEGE, N., LAZAROV, B.S. On multigrid-CG for efficient topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 49, p. 815-829, 2014.
- AMIR, O., SIGMUND, O. On reducing computational effort in topology optimization: how far can we go?. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 44, p. 25-29, 2011.
- AMIR, O., SIGMUND, O., LAZAROV, B.S., SCHEVENELS, M. Efficient reanalysis techniques for robust topology optimization. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 245, p. 217-231, 2012.
- AMIR, O., STOLPE, M., SIGMUND, O. Efficient use of iterative solvers in nested topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 42, p. 55-72, 2010.
- ANDERSSON, B., ANDERSSON, R., HAKANSSON, L., MORTERSEN, M., SUDIYO, R., VAN WACHEM, B. **Computational Fluid Dynamics**, Cambridge University Press, 2012.
- ANDREASSEN, E., SIGMUND, O., CLAUSEN, A., SCHEVENELS, M., LAZAROV, B.S. Efficient topology optimization in Matlab using 88 lines of code. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 43, p. 1-16, 2011.
- ANGELUCCI, G., MOLLAIOLI, F. Diagrid structural systems for tall buildings: changing pattern configuration through topological assessments. **The Structural Design of Tall and Special Buildings**, v. 26, e1396, 2017.

ARIFF, M., SALIM, M., CHEAH, S.C. Wall y^+ Approach for Dealing with Turbulent Flows over a surface mounted cube: Part 2 – High Reynolds Number. In: **Seventh International Conference on CFD in the Mineral and Process Industries, CSRIO**, 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123**: Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.

BALOGH, M., PARENTE, A., BENOCCHI, C. RANS simulation of ABL flow over complex terrains applying an Enhanced $k-\epsilon$ model and wall function formulation: Implementation and comparison for fluent and OpenFOAM. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 104-106, p. 360-368, 2012.

BEGHINI, L. L., BEGHINI, A., KATZ, N., BAKER, W. F., & PAULINO, G. H. Connecting architecture and engineering through structural topology optimization. **Engineering Structures**, v. 59, p. 716–726, 2014.

BENDSØE, M.P., SIGMUND, O. **Topology optimization: theory, methods and applications**. Springer, Berlim, 2003.

BEZABEH, M.A., GAIROLA, A., BITSUAMLAK, G.T., POPOVSKI, M., TESHAMARIAM, S. Structural performance of multi-story mass-timber buildings under tornado-like wind field. **Engineering Structures**, v. 177, p. 519-539, 2018.

BEZERRA, L.A. **Emprego de algoritmos genéticos para otimização de vigas de concreto armado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2017.

BI, M., TRAN, P., XIE, Y.M. Topology optimization of 3D continuum structures under geometric self-supporting constraint. **Additive Manufacturing** (no prelo), 2020.

BITSUAMLAK, G.T., DAGNEW, A.K., CHOWDHURY, A.G. Computational blockage and wind simulator proximity effects assessment for a new full-scale test facility. In: **4th International Conference**, Advances on Wind and Structures, 2008, Jeju, Coréia do Sul.

BIYIKLI, E., TO, A.C. Proportional Topology Optimization: A New Non-Sensitivity Method for Solving Stress Constrained and Minimum Compliance Problems and Its Implementation in MATLAB. **PLoS ONE**, v. 10, n. 12, 2015.

BLESSMANN, J. **Ação do vento em telhados**. 2^a ed. Editora da UFRGS, Porto Alegre, 2009.

BLESSMANN, J. **Aerodinâmica das construções**. 3^a ed. Editora da UFRGS, Porto Alegre, 2011.

BLESSMANN, J. **Introdução ao estudo das ações dinâmicas do vento**. 2ª ed. Editora da UFRGS, Porto Alegre, 2005.

BLOCKEN, B. 50 years of Computational Wind Engineering: Past, present and future. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 129, p. 69-102, 2014.

BOURDIN, B. Filters in topology optimization. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 50, n. 9, p. 2143-2158, 2001.

BRUNS, T.E., TORTORELLI, D.A. Topology optimization of non-linear elastic structures and compliant mechanisms. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 190, n. 26, p. 3443-3459, 2001.

BRUNS, T.E., TORTORELLI, D.A. An element removal and reintroduction strategy for the topology optimization of structures and compliant mechanisms. **International Journal of Numerical Methods in Engineering**, v. 57, n. 10, p. 1413-1430, 2003.

CARPEGGIANI, E. A., LOREDO-SOUZA, A.M., NÚÑEZ, G.J.Z., PALUCH, M.J. Determinação dos efeitos estáticos de torção em edifícios altos de concreto armado devidos à ação do vento. In: **Congresso Brasileiro de Concreto**, 47, 2005. Olinda, PE.

CASTRO, I.P., ROBINS, A.G. The flow around a surface-mounted cube in uniform and turbulent streams. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 79, p. 307-335, 1977.

CAVALCANTE, M.C.A.D. **Influência da geometria da edificação na aerodinâmica de sistemas eólicos integrados utilizando OpenFOAM**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019.

CAVALCANTI NETO, I.T. **Otimização do peso de estruturas treliçadas metálicas utilizando algoritmos genéticos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019.

CHAPAIN, S., ALY, A.M. Vibration attenuation in high-rise buildings to achieve system-level performance under multiple hazards. **Engineering Structures**, v. 197, 109352, 2019.

CLAUSEN, A., AEGE, N., SIGMUND, O. Topology optimization with flexible void area. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 50, n. 6, p. 927-943, 2014.

CORREIA, R.S. **Avaliação da confiabilidade de vigas otimizadas de concreto armado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2020.

COSTA JR., J.C.A., ALVES, M.K. Layout optimization with h-adaptivity of structures. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 58, p. 83-102, 2003.

DAGNEW, A.K., BITSUAMALK, G.T., MERRICK, R. Computational evaluation of wind pressures on tall buildings. In: **11th Americas Conference on Wind Engineering**, 2009, San Juan, Porto Rico.

DBT. **3D Printed Reinforced Beam**. Disponível em: <https://dbt.arch.ethz.ch/project/3d-printed-reinforced-beam/>. Acesso em 21 de agosto de 2020.

DEARDOFF., J. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large Reynolds numbers. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 41, n. 2., p. 453-480, 1970.

DEATON, J.D., GRANDHI, R.V. A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization: post 2000. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 49, n. 1, p. 1-38, 2014.

DEMARTINO, C., RICCIARDELLI, F. Aerodynamics of nominally circular cylinders: a review of experimental results for civil engineering applications. **Engineering Structures**, v. 137, p. 76-114, 2017.

DUMBSER, M., ENAUX, C., TORO, E.F. Finite volume schemes of very high order or accuracy for stiff hyperbolic balance laws. **Journal of Computational Physics**, v. 227, n. 8, p. 3971-4001, 2008.

EAMES, I., FLOR, J.B. New developments in understanding interfacial processes in turbulent flows. **Philosophical Transactions of the Royal Society**, v. 369, p. 702-705, 2011.

ELSHAER, A., ABOSHOHA, H., BITSUAMLAK, G., DAMATTY, A.E., DAGNEW, A. LES evaluation of wind-induced responses for an isolated and a surrounded tall building. **Engineering Structures**, v. 115, p. 179-195, 2016.

ELSHAER, A., GAIROLA, A., ADAMEK, K., BITSUAMLAK, G. Variations in wind load on tall buildings due to urban development. **Sustainable Cities and Society**, v. 34, 2017.

FERRARI, F., SIGMUND, O. A new generation 99 line MATLAB code for compliance topology optimization and its extension to 3D. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 62, p. 2211-2228, 2020.

FIALKO, S. Parallel direct solver for solving systems of linear equations resulting from finite element method on multi-core desktops and workstations. **Computers & Mathematics with Applications**, v. 70, n. 12, p. 2968-2987, 2015.

FOKEN, T. 50 years of the Monin-Obukhov similarity theory. **Boundary-Layer Meteorology**, v. 199, p. 431-447, 2006.

FRANKE, J. Recommendations of the COST action C14 on the use of CFD in predicting pedestrian wind environment. In: **The Fourth International Symposium on Computational Wind Engineering**, 2006, Yokohama, Japão.

FRANKE, J., HIRSCH, C., JENSEN, A.G., KRÜS, H.W., SCHATZMANN, M., WESTBURY, P.S., MILES, S.D., WISSE, J.A., WRIGHT, N.G. Recommendations on the use of CFD in wind engineering. In: **Proceedings of the International Conference on Urban Wind Engineering and Building Aerodynamics**, 2004, Sint-Genesius-Rode, Bélgica.

FRANCA, M.P.A. **Estudo da eficiência dos contraventamentos treliçados em edifícios com estrutura de aço**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2003.

FRUTOS, J.M., PÉREZ, D.H. Evolutionary topology optimization of continuum structures under uncertainty using sensitivity analysis and smooth boundary representation. **Computers & Structures**, v. 205, p. 15-27, 2018.

FRUTOS, J.M., PÉREZ, D.H. GPU acceleration for evolutionary topology optimization of continuum structures using isosurfaces. **Computers & Structures**, v. 182, p. 119-136, 2017.

GAO, Y., CHOW, W.K. Numerical studies on air flow around a cube. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 93, p. 115-135, 2005.

GOULD, N.I., SCOTT, J.A., HU, Y. A numerical evaluation of sparse direct solvers for the solution of large sparse symmetric linear systems of equations. **ACM Transactions on Mathematical Solvers (TOMS)**, v. 33, n. 2, 2007.

GUNEL, M.H., ILGIN, H.E. A proposal for the classification of structural systems of tall buildings. **Building and Environment**, v. 42, n. 7, p. 2667-2675, 2007.

HACKBUSCH, W. **Iterative Solution of Large Sparse Systems of Equations**. 2^a ed. Suíça. Springer, 2016.

HANJALIC, K., LAUNDER, B. A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows. **Journal of Fluids Mechanics**, v. 52, n. 4, p. 609-638, 1972.

HANJALIC, K., LAUNDER, B. **Modelling Turbulence in Engineering and the Environment, Second-Moment Routes to Closure**. Cambridge University Press, 2012.

HARGREAVES, D.M., WRIGHT, N.G. On the use of the k- ϵ model in commercial CFD software to model the neutral atmospheric boundary layer. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 95, n. 5, p. 355-369, 2007.

HASANÇEBİ, O. Cost efficiency analyses of steel frameworks for economical design of multi-storey buildings. **Journal of Construction Steel Research**, v. 128, p. 380-396, 2017.

HÖLSCHER, N., NIEMANN, H.J. Towards quality assurance for wind tunnel tests: a comparative testing program of the Windtechnologische Gesellschaft. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 74-76, p. 599-608, 1998.

HUANG, X., XIE, Y.M. Bi-directional evolutionary topology optimization for continuum structures with or multiple materials. **Computational Mechanics**, v. 43, n. 3, p. 393-401, 2008.

HUANG, X., XIE, Y.M. Convergent and mesh-independent solutions for the bi-directional evolutionary structural optimization method. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 43, p. 1039-1049, 2007.

HUANG, X., XIE, Y.M. **Evolutionary topology optimization of continuum structures**. 1^a ed. New Delhi, India. Wiley, 2010a.

HUANG, X., XIE, Y.M. A further review of ESO type methods for topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 41, n. 5, p. 671-683, 2010b.

HUANG, X., XIE, Y.M. Evolutionary topology optimization of continuum structures including design-dependent self-weight loads. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 47, n. 8, p. 942-948, 2011.

HUANG, X., ZUO, Z.H., XIE, Y.M. Evolutionary topological optimization of vibrating continuum structures for natural frequencies. **Computers & Structures**, v. 88, p. 357-364, 2010.

ISHIHARA, T., QIAN, G., QI, Y. Numerical study of turbulent flow fields in urban areas using modified κ - ϵ model and large eddy simulation. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 206, 104333, 2020.

ISHII, K., AOMURA, S. Topology optimization for the extruded three-dimensional structure with constant cross section. **JSME International Journal**, v. 47, n. 2, p. 198-206, 2004.

IRWIN, P., STANTON, J. Risk analysis of wind loading including future changes in surrounding buildings. In: **CSCE**, Ontario, Londres, 2016.

ISLAM, H., SOARES, C.G. Estimation of hydrodynamic derivatives of a container ship using PMM simulation in OpenFOAM. **Ocean Engineering**, v. 164, p. 414-425, 2018.

JAFARI, M., ALIPOUR, A. Methodologies to mitigate wind-induced vibration of tall buildings: A state-of-the-art review. **Journal of Building Engineering**, v. 33, 101582, 2021.

JASAK, H. OpenFOAM: open source CFD in research and industry. **International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering**, v. 1, n. 2, p. 89-94, 2009.

JENKINSON, P., HILL, R., LUTMAN, E., ARNOTT, A., PARKER, T.G. Poster 5 Inter-comparison of CFD, wind tunnel and Gaussian plume models for estimating dispersion from a complex industrial site. **Developments in Environmental Science**, v. 6, p. 742-743, 2007.

JU, H., XUAN, H.B., KWOK, K.C.S., ZHANG, Y., YU, Y. Study of wind flow over a 6 m cube using improved delayed detached Eddy simulation. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 179, p. 463-474, 2018.

KAZAKIS, G., KANELLOPOULOS, I., SOTIROPOULOS, S., LAGAROS, N. D. Topology optimization aided structural design: Interpretation, computational aspects and 3D printing. **Heliyon**, v. 3, n. 10, 2017.

KELLY, L. **Reducing Design Time: The impact of evolutionary structural optimisation on structural trade studies during preliminary design**. Tese (Doctor of Philosophy) – University of Southampton, Reino Unido, 2015.

KHANDURI, A.C., STATHOPOULOS, T., BÉDARD, C. Wind-induced interference effects on buildings – a review of the state-of-the-art. **Engineering Structures**, v. 20, n. 7, p. 617-630, 1998.

KRAJNÓVIC, S., DAVIDSON, L. Large-eddy simulation of the flow around a bluff body. **AIAA Journal**, v. 40, p. 927-936, 2002.

KUMAR, T., SURESH. K. Direct Lagrange multiplier updates in topology optimization revisited. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 63, p. 1563-1578, 2021.

KURESKI, R., RODRIGUES, R.L., MORETTO, A.C., SESSO FILHO, U.A., HARDT, L.P.A. O macrossetor da construção civil na economia brasileira em 2004. **Ambiente Construído**, v. 8, n. 1, p. 7-19, 2008.

LAMBÉ, A.B., CZEKANSKI, A. Topology optimization using a continuous density field and adaptive mesh refinement. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 113, n. 3, p. 357-373, 2017.

LARSSON, I.A.S., LINDMARK, E.M., LUNDSTRÖM, T.S., NATHAN, G.J. Secondary Flow in Semi Circular Ducts. **Journal of Fluid Engineering**, v. 133, no. 10, p. 101206-101214, 2011.

LAZAROV, B.S., SIGMUND, O. Filters in topology optimization based on Helmholtz-type differential equations. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 86, n. 6, p. 765-781, 2010.

LEE, S., TOVAR, A. Outrigger placement in tall buildings using topology optimization. **Engineering Structures**, v. 74, p. 122-129, 2014.

LEE, T.U., XIE, Y.M. Simultaneously optimizing supports and topology in structural design. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 197, 103633, 2021.

LI, H., LI, H., GAO, L., LI, J., LI, P., YANG. Y. Topology optimization of arbitrary-shape multi-phase structure with structured meshes based on a virtual phase method. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 387, 114138, 2021.

LIM, H.C., THOMAS, T.G., CASTRO, I.P. Flow around a cube in a turbulent boundary layer: LES and experiment. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 97, p. 96-109, 2009.

LIU, B., HUANG, X., HUANG, C., SUN, G., YAN, X., LI, G. Topological design of structures under dynamic periodic loads. **Engineering Structures**, v. 142, p. 128-136, 2017.

LIU, K. TOVAR, A. An efficient 3D topology optimization code written in Matlab. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 50, p. 1175-1196, 2014.

LIU, H., YANG, D., HAO, P., ZHU, X. Isogeometric analysis based topology optimization design with global stress constraint. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 342, p. 625-652, 2018.

LJUNGSKOG, E., SEBBEN, S., BRONIEWICZ, A. Inclusion of the physical wind tunnel in vehicle CFD simulations for improved prediction quality. **Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics**, v. 197, 2020.

LOYOLA, R.A., QUERIN, O.M., JIMÉNEZ, A.G., GORDOA, C.A. A sequential element rejection and admission (SERA) topology optimization code written in Matlab. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 58, n. 1, p. 1297-1310, 2018.

LU, B., LI, Q.S. Investigation of the effects of wind veering and low-level jet on wind loads of super high-rise buildings by large eddy simulations. **Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics**, v. 227, 105056, 2022.

MARTIN, A., DEIERLEIN, G.G. Structural topology optimization of tall buildings for dynamic seismic excitation using modal decomposition. **Engineering Structures**, v. 216, 110717, 2020.

MARTINUZZI, R., TROPEA, C. The flow around surface-mounted, prismatic obstacles placed in a fully developed channel flow. **Journal of Fluids Engineering**, v. 115, n. 1, p. 85-92, 1993.

MEISAM, A. **Evolutionary topology optimization of continuum structures using X-FEM and isovalues of structural performance**. Tese (Doctor of Philosophy) – University of Nottingham, Reino Unido, 2015.

MELBOUNRE, W.H. Comparison of the measurements on the CAARC standard tall building model in simulated model wind flows. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 6, n. 1, p. 73-88, 1980.

MENTER, F.R. Two-equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. **AIAA Journal**, v. 32, n. 8, p. 1598-1605, 1994.

MIJAR, A.R., SWAN, C.C., ARORA, J.S., KOSAKA, I. Continuum topology optimization for concept design of frame bracing systems. **Journal of Structural Engineering**, v. 124, n. 5, p. 541-550, 1998.

MITTAL, H., SHARMA, A., GAIROLA, A. A review on the study of urban wind at the pedestrian level around buildings. **Journal of Building Engineering**, v. 18, p. 154-163, 2018.

MOHOTTI, D., WIJESOORIYA, K., DIAS-DA-COSTA, D. Comparison of Reynolds Averaging Navier-Stokes (RANS) turbulent models in predicting wind pressure on tall buildings. **Journal of Building Engineering**, v. 21, p. 1-17, 2019.

MONTAREZI, H., BLOCKEN, B. CFD simulation of wind-induced pressure coefficients on buildings with and without balconies: validation and sensitivity analysis. **Building and Environment**, v. 60, p. 137-149, 2013.

MONTEIRO, J.M.A. **Dimensionamento otimizado de vigas em pórticos planos de concreto armado utilizando algoritmos genéticos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019.

MOUSAAD, A., ZASSO, A., RESTA, F. Dynamics and control of high-rise buildings under multidirectional wind loads. **Smart Materials Research**, v. 20, p. 1-15, 2011.

MUNK, D.J., VIO, G.A., STEVEN, G.P. Topology and shape optimization methods using evolutionary algorithms: a review. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 52, n. 1, p. 613-631, 2015.

NAKAHASHI, K. Aeronautical CFD in the age of Petaflops-scale computing: From unstructured to Cartesian meshes. **European Journal of Mechanics B/Fluids**, v. 40, p. 75-86, 2013.

NANA, A., CUILLIÈRE, J.C., FRANCOIS, V. Towards adaptive topology optimization. **Advances in Engineering Software**, v. 100, n. 2, p. 290-307, 2016

NASCIMENTO, A.V. **Estudo da ventilação em edifícios através da engenharia do vento computacional com uso do software OpenFOAM**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2019.

NASCIMENTO, K.M.B. **Dimensionamento otimizado de pilares de concreto armado utilizando algoritmos genéticos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2017.

NEWTON, I. Letter from Sir Isaac Newton to Robert Hooke. **Historical Society of Pennsylvania**, 1675.

NUNES, J.P.A. **Otimização de lajes nervuradas de concreto utilizando algoritmo genético**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2018.

OLIVEIRA, F., FRANCO, S.R., PINTO, M.A.V. Effect of the multigrid parameters in a 3D heat diffusion equation. **International Journal of Applied Mechanics and Engineering**, v. 23, n. 1, p. 213-221, 2018.

OpenFOAM: User Guide. **atmBoundaryLayer**. Disponível em: <https://www.openfoam.com/documentation/guides/latest/doc/guide-bcs-inlet-atm-atmBoundaryLayer.html>. Acesso em 21 de setembro de 2020.

PAOLINI, A., KOLLMANNSSBERGER, S., RANK, E. Additive manufacturing in construction: A review on processes, applications and digital planning methods. **Additive Manufacturing**, v. 30, 100894, 2019.

PEETZ, D., ELBANNA, A. On the use of multigrid preconditioners for topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 63, p. 835-853, 2021.

PEREIRA, F.H. **O Método Multigrid Algébrico na resolução de sistemas lineares oriundos do Método dos Elementos Finitos**. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

PEREIRA, R.E.L. **Otimização topológica de sistemas de contraventamento em edificações considerando os efeitos do vento**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2018.

PETERSSON, J., SIGMUND, O. Slope constrained topology optimization. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 41, p. 1417-1434, 1998.

PLOCHER, J., PANESAR, A. Review on design and structural optimisation in additive manufacturing: towards next-generation lightweight structures. **Materials & Design**, v. 183, 108164, 2019.

PINTO, M.A.V., MARCHI, C.H. Efeito de parâmetros do método multigrid CS e FAZ sobre o tempo de CPU para a equação de Laplace bidimensional. In: **11th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering**, 2006, Curitiba, Brasil.

PINHO, F.A.X.C. **Métodos de densidade em otimização de topologia aplicados a subsistemas de edifícios**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2015.

PRANDI, J. **Os 10 prédios mais altos do Brasil**. Disponível em: <https://www.viagensecaminhos.com/2017/03/os-10-predios-mais-altos-do-brasil-balneario-camboriu-sc.html>. Acesso em 24 de dezembro de 2019.

QI, U., ISHIHARA, T. Numerical study of turbulent flow fields around of a row of trees and na isolated building by using modified κ - ϵ model and LES model. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 177, p. 293-305, 2018.

QUERIN, O.M., STEVEN, G.P., XIE, Y.M. Evolutionary Structural Optimisation by an Additive Algorithm. **Finite Elements Analysis and Design**, v. 34, p. 291-308, 2000a.

QUERIN, O.M., YOUNG, V., STEVEN, G.P., XIE, Y.M. Computational Efficiency and Validation of Bi-Directional Evolutionary Structural Optimization. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v.189, p. 559-573, 2000b.

RÁKAI, A., KRISFÓF, G., FRANKE, J. Sensitivity analysis of microscale obstacle resolving models for an idealized Central European city center, Michel-Stadt. **Idojaras**, v. 118, n. 1, p. 53-77, 2014.

RAMPONI, R., BLOCKEN, B. CFD simulation of cross-ventilation for a generic isolated building: impact of computational parameters. **Building and Environment**, v. 53, p. 34-48, 2012.

REUMERS, P., VAN HOORICKX, C., SCHEVENELS, M., LOMBAERT, G. Density filtering regularization of finite element model updating problems. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 128, p. 282-294, 2019.

RHIE, C., CHOW, L. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. **AIAA Journal**, v. 21, n. 1, p. 1525-1532, 1983.

RICHARDS, P.J., HOXEY, R.P., CONNELL, B.D., LANDER, D.P. Wind-tunnel modelling of the Silsoe Cube. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 95, p. 1384-1399, 2007.

RICHARDS, P.J., HOXEY, R.P., SHORT, L.J. Wind pressures on a 6 m cube. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 89, p. 1553-1564, 2001.

RICHARDS, P., NORRIS, S. LES modelling of unsteady flow around the Silsoe cube. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 144, p. 70-78, 2015.

RICHARDS, P.J., QUINN, A.D., PARKER, S. A 6 m cube in an atmospheric boundary layer flow –Part 2. Computational solutions. **Wind and Structures**, v. 5, n. 2, p. 177-192, 2002.

RODI, W. Comparison of LES and RANS calculations of the flow around bluff bodies. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 69-71, p. 55-75, 1997.

ROZVANY, G.I.N. Aims, scope, methods, history and unified terminology of computer-aided topology optimization in structural mechanics. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 21, p. 90-108, 2001.

ROZVANY, G.I.N. A critical review of established methods of structural topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 37, p. 217-237, 2009.

SAAD, Y. **Iterative Methods for Sparse Linear Systems**. 2^a ed, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2003.

SALVADOR, S.M.B. **Estudo do efeito dos parâmetros algorítmicos nos critérios de resolução OC, SÃO e MMA em problemas tridimensionais com o método de**

otimização SIMP. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2018.

SEETA, R.G., VENGADESAN, S. Performance of two equation turbulence models for prediction of flow and heat transfer over a wall mounted cube. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 51, p. 2834-2846, 2008.

SHEN, R., JIAO, Z., PARKER, T., SUN, Y., WANG, Q. Recent application of Computational Fluid Dynamics (CFD) in process safety and loss prevention: A review. **Journal of Loss Prevention in the Process Industries**, v. 67, 104252, 2020.

SIGMUND, O. A 99 line topology optimization code written in Matlab. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 21, p. 120-127, 2001.

SIGMUND, O. Morphology-based black and white filters for topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 33, n. 4, p. 401-424, 2007.

SIGMUND, O. On the design of compliant mechanisms using topology optimization. **Mechanics of Structures and Machines**, v. 25, n. 4, p. 493-524, 1997.

SIGMUND, O., PETERSSON, J. Numerical instability in topology optimization: a survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 16, p. 68-75, 1998.

SILVA, F.T., PERALTA, C., GARCIA, O.L., NAVARRO, J., CRUZ, I. Effect of roof-mounted solar panels on the wind energy exploitation on high-rise buildings. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 145, p. 123-138, 2015a.

SILVA, F.T., PERALTA, C., GARCIA, O.L., NAVARRO, J., CRUZ, I. Roof region dependent wind potential assessment with different RANS turbulence models. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 142, p. 258-271, 2015b.

SILVA, L.J. **Otimização topológica de edifícios considerando a influência das cargas de vento**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2021.

SILVA-FREIRE, A.P., MENUT, P.P.M., SU, J. **Turbulência: Anais da I Escola de Primavera em Transição e Turbulência**. ABCM – Associação Brasileira de Ciências Mecânicas, Rio de Janeiro, v. 1, 292 p., 2002

SIMONCELLI, M., TAGLIAFIERRO, B., MONTUORI, R. Recent development on the seismic devices for steel storage structures. **Thin-Walled Structures**, v. 155, 106827, 2020.

SMAGORINSKY, J. General circulation experiments with the primitive equations. **Monthly Weather Review**, v. 91, n. 3, p. 99-164, 1963.

SMIT, T., AEGER, N., FERGUSON, S., HELGASON, B. Topology optimization using PETSc: a Python wrapper and extended functionality. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, 2021.

STROMBERG, L.L., BEGHINI, A., BAKER, W.F., PAULINO, G.H. Application of layout and topology optimization using pattern gradation for the conceptual design of buildings. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 43, p. 165-180, 2011.

STROMBERG, L.L., BEGHINI, A., BAKER, W.F., PAULINO, G.H. Topology optimization for braced frames: Combining continuum and beam/column elements. **Engineering Structures**, v. 37, p. 106-124, 2012.

SUERO, R. **Otimização de parâmetros do método multigrid algébrico para problemas difusos bidimensionais**. Tese (Doutorado em Ciências) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2010.

SUERO, R., PINTO, M.A.V., MARCHI, C.H., ARAKI, L.K., ALVES, A.C. Analysis of algebraic multigrid parameters for two-dimensional steady-state heat diffusion equations. **Applied Mathematical Modelling**, v. 36, p. 2996-3006, 2012.

THEDIN, R.S. **Topology Optimization using Polyhedral Meshes**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.

TIAN, W., HAN, X., ZUO, W., SOHN, M.D. Building energy simulation coupled with CFD for indoor environment: A critical review and recent applications. **Energy and Buildings**, v. 165, p. 184-199, 2018.

TOJA-SILVA, F., PERALTA, C., LOPEZ-GARCIA, O., NAVARRO, J., CRUZ, I. Roof region dependent wind potential assessment with different RANS turbulence models. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 142, p. 258-271, 2015.

TOKYO POLYTECHNIC UNIVERSITY. **TPU Aerodynamic Database**. Disponível em: <http://www.wind.arch.t-kougei.ac.jp/system/eng/contents/code/tpu>. Acesso em 14 de outubro de 2020.

TOMEI, V., IMBIMBO, M., MELE, E. Optimization of structural patterns for tall buildings: the case of diagrid. **Engineering Structures**, v. 171, n. 1, p. 280-297, 2018.

TOMINAGA, Y., MOCHIDA, A., YOSHIE, R., KATAOKA, H., NOZU, T., MASARU, Y., SHIRASAWA, T. AIJ guidelines for practical applications of CFD to pedestrian wind environment around buildings. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 96, p. 1749-1761, 2008.

Top 3D App. Disponível em: <https://www.top3d.app>. Acesso em 10 de dezembro de 2020.

TORRES, I.A., ALMEIDA, S.R.M. On conceptual design of buildings based on topology optimization techniques. In: **XXXIV CILAMCE – Proceedings of the XXXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**, 2013, Pirenópolis, Brasil.

TYFLOPOULOS, E., FLEM, D.T., STEINERT, M., OLSEN, A. State of the art of generative design and topology optimization and potential research needs. In: **Proceedings of NordDesign**, 2018, Linköping, Suécia.

VAN LEER, B. Towards the ultimate conservative difference scheme. II. Monotonicity and conservation combined in a second-order scheme. **Journal of Computational Physics**, v. 14, n. 4, p. 361-370, 1974.

VASSILEVSKI, P.S. **Multilevel block factorization preconditioners: matrix-based analysis and algorithms for solving finite element equations**. Springer, Nova York, 2008.

WALLIN, M., IVARSSON, N., AMIR, O., TORTORELLI, D. Consistent boundary conditions for PDE filter regularization in topology optimization. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 62, p. 1299-1311, 2020.

WANG, S. STURLER, E., PAULINO, G.H. Large-scale topology optimization using preconditioned Krylov subspace methods with recycling. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 69, p. 2441-2468, 2007.

WANG, Y., LIAO, Z., YE, M., ZHANG, Y., LI, W., XIA, Z. An efficient isogeometric topology optimization using multilevel mesh, MCGG and local-update strategy. **Advances in Engineering Software**, v. 139, 102733, 2020.

WARMING, R.F., BEAM, M. Upwind Second-Order Difference Schemes and Applications in Aerodynamic Flows. **AIAA Journal**, v. 14, n. 9, p. 1241-1249, 1976.

WESSELING, P. **An introduction to multigrid methods**. Chichester, Reino Unido. Wiley, 1992.

WILCOX, D.C. Formulation of the k- ω Turbulence Model Revisited. **AIAA Journal**, v. 46, p. 2823-2838, 2008.

WILCOX, D.C. **Turbulence Modeling for CFD**, DCW Industries Inc., 2010.

WRIGHT, N.G., EASOM, G.J. Non-linear κ - ϵ turbulence model results for flow over a building at full-scale. **Applied Mathematical Modelling**, v. 27, n. 12, p. 1013-1033, 2003.

WU, J., DICK, C., WESTERMANN, R. A system for high-resolution topology optimization. **IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics**, v. 22, n. 3, p. 1195-1208, 2016.

XIA, Q., SHI, T., XIA, L. Stable hole nucleation in level set based topology optimization by using the material removal scheme of BESO. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 343, p. 438-452, 2019.

XIA, L., XIA, Q., HUANG, X., XIE, Y. Bi-directional Evolutionary Structural Optimization on Advanced Structures and Materials: A Comprehensive Review. **Archives of Computational Methods in Engineering**, v. 25, p. 437-478, 2018.

XIE, Y.M., STEVEN, G.P. A simple evolutionary procedure for structural optimisation. **Computers & Structures**, v. 49, n. 1, p. 885-896, 1993.

XU, S., CAI, Y., CHENG, G. Volume preserving nonlinear density filter based on Heaviside functions. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 41, n. 4, p. 495-505, 2009.

XU, B., HAN, Y.S., ZHAO, L., XIE, Y.M. Topology optimization of continuum structures for natural frequencies considering casting constraints. **Engineering Optimization**, v. 51, n. 6, p. 941-960, 2018.

YAGO, D., CANTE, J., LLOBERAS-VALLS, O., OLIVER, J. Topology optimization methods for 3D structural problems: a comparative study. **Archives of Computational Methods in Engineering**, Open Access, 2021.

YANG, X., LI, M. Discrete multi-material topology optimization under total mass constraint. **Computer-Aided Design**, v. 102, p. 182-192, 2018.

YANG, X.Y., XIE, Y.M., STEVEN, G.P., QUERIN, O.M. Bidirectional Evolutionary Method for Stiffness Optimization. **American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal**, v. 37, n. 11, p. 1483-1488, 1999.

YAN, X., MOHAMMADIAN, A., RENNIE, C.D. Numerical modeling of local scour due to submerged wall jets using a strict vertex-based, terrain conformal, moving-mesh technique in OpenFOAM. **International Journal of Sediment Research**, In Press, 2020.

YANG, Y., GU, M., CHEN, S., JIN, X. New inflow boundary conditions for modelling the neutral equilibrium atmospheric boundary layer in computational wind engineering. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 97, n. 2, p. 88-95, 2009.

ZALEWSKI, W., ZABLOCKI, W. Engineering inspirations in shaping of tall buildings. In: **Lightweight structures in civil engineering**, Proceedings of the international symposium, 2002, Varsóvia, Polónia.

ZEGARD, T., BAKER, W.F., MAZUREK, A., PAULINO, G.H. Geometrical aspects of lateral bracing systems: where should the optimal bracing point be?. **Journal of Structural Engineering**, v. 140, n. 9, 04014063, 2014.

ZEGARD, T., PAULINO, G.H. GRAND – Ground structure based topology optimization for arbitrary 2D domains using MATLAB. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 50, n. 5, p. 861-882, 2014.

ZEGARD, T., PAULINO, G.H. Bridging topology optimization and additive manufacturing. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 53, n. 1, p. 175-192, 2015.

ZHANG, A., GU, M. Wind tunnel tests and numerical simulations of wind pressures on buildings in staggered arrangement. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 96, n. 10, p. 2067-2079, 2008.

ZHANG, S., NORATO, J.A. Finding better local optima in topology optimization via tunneling. In: **International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference**, 2018, Québec, Canadá.

ZHANG, S., PAULINO, G.H., RAMOS JR., A.S. Multi-material topology optimization with multiple volume constraints: a general approach applied to ground structures with material nonlinearity. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 57, n. 1, p. 161-182, 2017.

ZHAO, F. A nodal variable ESO (BESO) method for structural topology optimization. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 86, p. 34-40, 2014.

ZHONG, W., ZHANG, T., TAMURA, T. CFD Simulation of Convective Heat Transfer on Vernacular Sustainable Architecture: Validation and Application of Methodology. **Sustainability**, v. 11, 4231, 2019.

ZHOU, M., FLEURY, R., SHYY, Y.K., THOMAS, H., BRENNAN, J.M. Progress in topology optimization with manufacturing constraints. In: **Proceedings of the 9th AIAA MDO conference**. AIAA-2 002, p. 4988-4901, 2002.

ZHOU, M., ROZVANY, G.I.N. On the validity of ESO type methods in topology optimization. **Structural Multidisciplinary Optimization**, v. 21, n. 1, p. 80-83, 2001.

ZHU, J., ZHOU, H., WANG, C., ZHOU, L., YUAN, S., ZHANG, W. A review of topology optimization for additive manufacturing: status and challenges. **Chinese Journal of Aeronautics**, v. 34, n. 1, p. 91-110, 2021.

ZHU, Y., CANGELLARIS, A.C. **Multigrid Finite Element Methods for Eletromagnetic Field Modeling**. Nova Jersey, EUA. Wiley, 2006

ZUO, H.Z., XIE, Y.M. A simple and compact Python code for complex 3D topology optimization. **Advances in Engineering Software**, v. 85, p. 1-11, 2015.