



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO**  
**CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**  
**CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**MATEUS HERÁCLITO BUARQUE BERNARDO**

**PROJETO DE LIGAÇÕES DE VIGAS PRÉ-MOLDADAS DE PONTES BI  
APOIADAS COM CONTINUIDADE POSTERIOR**

RECIFE, 2017

MATEUS HERÁCLITO BUARQUE BERNARDO

**PROJETO DE LIGAÇÕES DE VIGAS PRÉ-MOLDADAS DE PONTES BI  
APOIADAS COM CONTINUIDADE POSTERIOR**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado por Mateus Heráclito Buarque Bernardo ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco como dos requisitos para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Área de concentração: Estruturas

Orientador: Prof. Dr. ÉZIO DA ROCHA ARAÚJO

RECIFE, 2017

Catálogo na fonte

Bibliotecária: Rosineide Mesquita Gonçalves Luz / CRB4-1361 (BCTG)

B518p Bernardo, Mateus Heráclito Buarque.

Projeto de ligações de vigas pré-moldadas de pontes bi apoiadas com continuidade posterior / Mateus Heráclito Buarque Bernardo – Recife, 2017.

77 f.: il., fig. tab.

Orientador: Prof. Dr. Ézio da Rocha Araújo.

TCC (Graduação) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Departamento de Engenharia Civil, 2017.

Inclui referências e anexos.

1. Engenharia Civil. 2. Pontes Integrais. 3. Continuidade posterior. 4. Vigas pré-moldadas protendidas. I. Araújo, Ézio da Rocha (Orientador). II. Título.



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL  
COORDENAÇÃO DO CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

## ATA DA DEFESA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO PARA CONCESSÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO CIVIL

CANDIDATO(S): 1 – Mateus Heráclito Buarque Bernardo  
2 –

### BANCA EXAMINADORA:

Orientador: Ézio da Rocha Araújo

Examinador 1: MAURÍCIO FERNANDO PINHO

Examinador 2: LILIANE DE ALLAN FONSECA

### TÍTULO DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO:

PROJETO DE LIGAÇÕES DE VIGAS PRÉ-MOLDADAS DE  
PONTES BI-ARCADEADAS COM CONTINUIDADE POSTERIOR

LOCAL: Centro de Tecnologia e Geociências – UFPE, Recife/PE.

DATA: 24/07/2017 HORÁRIO DE INÍCIO: 17:30h

Em sessão pública, após exposição de cerca de 30 minutos, o(s) candidato(s) foi (foram) arguido(s) oralmente pelos membros da banca com NOTA: 10 (deixar 'Exame Final', quando for o caso).

1) () **aprovado(s)** (nota  $\geq 7,0$ ), pois foi demonstrado suficiência de conhecimento e capacidade de sistematização no tema da monografia e o texto do trabalho aceito.

As revisões observadas pela banca examinadora deverão ser corrigidas e verificadas pelo orientador no prazo máximo de 30 dias (o verso da folha da ata poderá ser utilizado para pontuar revisões).

O trabalho com nota no seguinte intervalo,  $3,0 \leq \text{nota} < 7,0$ , será reapresentado, gerando-se uma nota ata; sendo o trabalho aprovado na reapresentação, o aluno será considerado **aprovado com exame final**.

2) ( ) **reprovado(s)**. (nota  $< 3,0$ )

Na forma regulamentar foi lavrada a presente ata que é assinada pelos membros da banca e pelo(s) candidato(s).

Recife 24 de Julho de 2017.

Orientador: .....

Avaliador 1: .....

Avaliador 2: .....

Candidato 1: .....

Candidato 2: .....

Coordenação do Curso de Engenharia Civil-Dcivil  
Rua Acadêmico Hélio Ramos s/nº, Cidade Universitária, Recife-PE CEP: 50740-530.  
Fones: (081)2126.8220/8221 Fone/fax: (081)2126.8219.

## **AGRADECIMENTO**

Aos meus pais, Carol e João Bernardo, por estarem sempre por perto, me apoiando nas horas fáceis e difíceis, por todas as oportunidades que me deram e que continuam me dando, pelo amor e pela confiança que sempre demonstraram.

Aos meus queridos amigos, pelos momentos, pelas alegrias, e por estarem sempre juntos e pronto para ajudar. Um agradecimento especial à Josenaldo e Taianne, que me acompanharam durante todo o curso, sempre acreditando na minha capacidade e me apoiando de maneira única.

Ao Professor Ézio da Rocha Araújo, pelos valiosos conhecimentos transmitidos, pelo apoio ao longo deste trabalho e pela ajuda na escolha do tema desta dissertação.

## RESUMO

O uso de vigas pré-moldadas protendidas simplesmente apoiadas para construção de pontes e viadutos cresceu bastante nos últimos tempos, esse aumento é devido ao maior controle de qualidade, otimização no reuso de fôrmas, diminuição do tempo da obra, eliminação de cimbramento, entre outros. Porém, essa maneira de construção está sofrendo com o mau funcionamento, falta de manutenção e altos custos para substituição das juntas de dilatação. Uma solução para este problema é eliminação das juntas com a utilização do conceito de pontes integrais, promovendo a continuidade das vigas, do tabuleiro ou de toda seção transversal. Assim, além de eliminar as juntas de dilatação a continuidade aumenta a qualidade das pistas de rolamento, promovendo conforto para os motoristas, melhora a estética, apresenta melhor redistribuição de momentos. Esse trabalho pretende estudar um dos principais conceitos associados às modernas pontes integrais, qual seja o projeto, o detalhamento e construção da continuidade das vigas pré-moldadas, protendidas, e bi apoiadas, com continuidade posterior.

**Palavras-Chave:** Pontes Integrais. Continuidade Posterior. Vigas Pré-moldadas Protendidas.

## **ABSTRACT**

The use of simple span prestressed precast girders for the construction of bridges has grown considerably, this increase is due to the greater quality control, optimization in the reuse of forms, reduction of the construction time, elimination of temporary supports, etc. However, this manner of construction is suffering from malfunction, lack of maintenance and high costs for replacement of expansion joints. A solution to this problem is elimination of joints using the concept of integral bridges, promoting the continuity of the beams, the deck or the full cross section. Thus, in addition to eliminating expansion joints continuity increases the quality of the riding, improves aesthetics of the bridge, presents better moments redistribution, etc. This work intends to study one of the main concepts associated to the modern integral bridges, design, detailing and construction of precast, prestressed and simple span beams made continuous.

**Keywords:** Integral Bridges. Simple Span Made Continuous. *Precast/Prestressed Girders.*

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 – Mudança do sistema estrutural devido a continuidade posterior. ....	12
Figura 2.2 – Estado de deterioração das juntas da ponte Ebey Slough Bridge, Washington, EUA. (foto WSDOT).....	13
Figura 2.3 - Substituição de juntas da Ebey Slough Bridge, Washington, EUA. (foto WSDOT) .....	14
Figura 3.1 - Ponte de Trajano em Chaves, Portugal.....	15
Figura 3.2 – Foto de 1995, da primeira ponte integral dos Estados Unidos, Teens Run Bridge 1938.....	16
Figura 3.3 – Kingsport Bridge, Tennessee, EUA. Ponte mais extensa construída com vigas pré-moldadas protendidas. ....	17
Figura 3.4 – Detalhe da continuidade proposta pelo Estado do Colorado. (Item 1) .....	18
Figura 3.5 - Detalhe da continuidade proposta pelo Estado de Massachusetts. (Item 3) .....	19
Figura 3.6 – Detalhe da continuidade pelo Estado de Illinois. (Item 1) .....	19
Figura 3.7 – Detalhe da continuidade pelos Estados de Utah (a, item 2) e Ohio (b, item 1) ...	20
Figura 3.8 – Detalhe da continuidade sobre o pilar utilizada no Canadá. ....	20
Figura 3.9 – Island Drive Bridge, maior ponte integral do Canadá.....	21
Figura 3.10 – Detalhes de continuidades sobre o pilar adotadas no Reino Unido. ....	22
Figura 3.11 – Continuidade adotada no Japão (Crossbeam). ....	23
Figura 3.12 – Continuidade adotada no Japão (Expansion-absorving).....	23
Figura 3.13 – Gillies Street Bridge, Austrália (Connal, 2003). ....	24
Figura 3.14 – Continuidade na laje sobre pilares intermediários, Austrália (Connal, 2003). ..	24
Figura 4.1 - Elementos pré-fabricados utilizados em tabuleiros de pontes: a) aduelas pré-fabricadas; b) vigas pré-fabricadas. ....	26
Figura 4.2 – Desenho esquemático, (a) sem laje de continuidade (b) com laje de continuidade (Lima, Nelson. PINIWEB 2003) .....	27
Figura 4.3 – Laje de continuidade ligando vãos isolados (Sousa, Carlos. FEUP 2004) .....	28
Figura 4.4 – Ponte em viga pré-moldada com continuidade na viga. ....	29

Figura 4.5 – Momentos fletores devidos ao impedimento das rotações: (a) esquema estrutural; (b) fluência; (c) retração diferencial (Pinho, 2011, adaptado de PRITCHARD, 1992). .....	30
Figura 4.6 – Continuidade com armaduras passivas (Pinho, 2011) .....	31
Figura 4.7 - Diferentes configurações geométricas para a ligação entre vigas pré-fabricadas.	32
Figura 4.8 - Soluções mais utilizadas para emendar a armadura inferior. (a) dobra em cotovelo; (b) dobra em laço; (c) ligação soldada. (Sousa, Carlos. FEUP 2004) .....	33
Figura 4.10 – Continuidade com pós-tensão em toda extensão da ponte (a) detalhe no apoio intermediário; (b) detalhe da viga pré-moldada. Yverdon, Suíça. (Pinho, 2011, FIP, 1990)...	37
Figura 4.11 – Continuidade através de pós tensão na região do apoio. (Pinho, 2011).....	38
Figura 5.1 – Efeito de expansão térmica em uma ponte integral. (PINHO, 2011).....	40
Figura 5.2 – Deslocamentos e momentos de restrição de à retração diferencial em pontes integrais construídas com vigas pré-moldadas e laje moldada no local. (PINHO, 2011) .....	40
Figura 5.3 - Deslocamentos e momentos de restrição devidos à fluência em pontes integrais construídas com vigas pré-moldadas protendidas e laje moldada no local. (PINHO, 2011) ...	41
Figura 7.1 – Variação do momento de continuidade de acordo com a idade da viga no momento da continuidade.....	43
Figura A.1 – Detalhe da protensão, (a) na seção intermediária e (b) na seção inicial/final da viga. ....	53
Figura A.2 – Resultado da análise do momento de continuidade devido a retração diferencial no FTOOL. ....	74
Figura A.3 – Regiões de radiação solar nos EUA .....	74
Figura A.4 – Variação de temperatura positivo na seção composta.....	75
Figura A.6 – Variação de temperatura positivo na seção composta da ponte (a) geral; (b) dividida em seções.....	75
Figura A.6 - Resultado da análise do momento de continuidade devido à variação de temperatura no FTOOL. ....	77

## TABELAS

Tabela 7.1 – Resumo dos momentos de continuidades .....	43
Tabela A.1 – Temperaturas base das regiões .....	75
Tabela A.2 – Cálculo do momento inicial de continuidade devido à variação de temperatura..... .....	76

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>1.1</b>	<b>Justificativa e motivação .....</b>	<b>11</b>
<b>1.2</b>	<b>Objetivos gerais e específicos.....</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>CONTINUIDADE POSTERIOR DAS SUPERESTRUTURAS DE VÃO ISOLADO.....</b>	<b>12</b>
<b>2.1</b>	<b>Vantagens da eliminação das juntas estruturais? .....</b>	<b>13</b>
<b>3</b>	<b>HISTÓRICO .....</b>	<b>15</b>
<b>3.1</b>	<b>Prática Corrente .....</b>	<b>17</b>
3.1.1	Estados Unidos da América.....	17
3.1.2	Canadá .....	20
3.1.3	Reino Unido.....	21
3.1.4	Japão .....	22
3.1.5	Austrália .....	23
<b>4</b>	<b>TIPOLOGIA DA CONTINUIDADE POSTERIOR NAS SUPERESTRUTURAS COM VIGAS ISOLADAS DE CONCRETO PRÉ-MOLDADO PROTENDIDO..</b>	<b>25</b>
<b>4.1</b>	<b>Considerações iniciais.....</b>	<b>25</b>
<b>4.2</b>	<b>Lajes de continuidade.....</b>	<b>26</b>
<b>4.3</b>	<b>Continuidade na viga .....</b>	<b>28</b>
4.3.1	Com armadura passiva.....	30
4.3.2	Com pós-tensão .....	37
<b>5</b>	<b>EFEITOS DA TEMPERATURA, RETRAÇÃO E FLUÊNCIA NA CONTINUIDADE. ....</b>	<b>39</b>
<b>5.1</b>	<b>Temperatura .....</b>	<b>39</b>
<b>5.2</b>	<b>Retração.....</b>	<b>40</b>
<b>5.3</b>	<b>Fluência. ....</b>	<b>41</b>
<b>6</b>	<b>CUSTO DAS PONTES SEM JUNTAS .....</b>	<b>42</b>
<b>7</b>	<b>ESTUDO DE CASO .....</b>	<b>42</b>
<b>8.</b>	<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>44</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>45</b>
	<b>ANEXO A.....</b>	<b>48</b>

# **1 INTRODUÇÃO**

## **1.1 Justificativa e motivação**

A utilização de elementos pré-moldados para a construção de vigas de pontes pode ser feita através de segmentos denominados aduelas ou através de vigas inteiras. O primeiro processo normalmente é economicamente viável para pontes de grandes vãos devido ao elevado custo dos equipamentos utilizados para movimentação das aduelas. As vigas pré-moldadas inteiras geralmente são utilizadas para vãos de até 40 metros por limitação dos equipamentos de transporte e movimentação. A utilização de juntas de movimentação, em pontes e viadutos construídos por meio de vigas pré-moldadas com lajes concretadas no local, foi uma alternativa de aproximar a estrutura real a um modelo teórico de análise estrutural mais simples, vão isostáticos. Porém, esta simplificação acarreta em custos de manutenção elevados, desconforto aos condutores dos veículos e em casos extremos, onde não houve cuidados periódicos nas juntas, degradação da estrutura. Como solução para esses problemas, diversos países europeus e os Estados Unidos, estudam há mais de 30 anos a continuidade estrutural das vigas pré-moldadas. Uma solução vantajosa com relação a manutenção, comportamento estrutural e qualidade estética, porém, mais exigente e rigorosa na fase de análise estrutural e construção. Neste trabalho são abordadas as pontes de vigas pré-moldadas protendidas executadas com o tamanho do vão e emendadas nos apoios.

## **1.2 Objetivos gerais e específicos**

Este trabalho objetiva construir e estudar os tipos de conexões e seus sistemas associados, adotados comumente para a consecução de pontes integrais, perfazendo uma coleção sistemática dessas soluções, estudando-as analiticamente, e comparando sua eficiência. De forma específica, podemos enumerar:

1. Classificar os tipos de soluções de continuidade e seus sistemas associados;
2. Analisar os detalhes sobre o ponto de vista de segurança aos estados limites de ruptura e funcionalidade, criando ou aperfeiçoando modelos de análise;
3. Analisar os sistemas sobre o ponto de vista de custos e durabilidade da obra;
4. Identificar os melhores métodos e produzir um relatório afirmativo.

Espera-se que tal documento possa ser melhorado e divulgado contribuindo assim para o desenvolvimento de pontes integrais.

## 2 CONTINUIDADE POSTERIOR DAS SUPERESTRUTURAS DE VÃO ISOLADO

As pontes, de forma geral, são construídas com juntas de movimentação para acomodar os esforços que são induzidos ao tabuleiro pela variação de temperatura, deformações lentas, aceleração e frenagem. Porém, ao longo dos anos notou-se que essas juntas são a principal causa da redução de vida útil da ponte e para solucionar esse problema o conceito de ponte integral começou a ser adotado em vários locais do mundo.

Pontes integrais são aquelas que, além de não possuírem juntas de movimentação, apresentam ligação monolítica entre os elementos da superestrutura e infraestrutura. Para esse conceito ser implantado nas pontes de vigas pré-moldadas deve ser realizada a continuidade posterior.

Continuidade posterior é o nome dado a mudança do sistema estrutural devido ao processo construtivo. No caso das pontes de vigas pré-moldadas protendidas, na fase inicial da construção, são colocadas sobre os apoios formando um sistema bi apoiado isolados em cada vão. Em seguida, quando é realizada a ligação das peças de vãos adjacentes, podendo esta ser feita apenas na laje ou na totalidade da seção transversal (viga e laje), a estrutura passa a apresentar homogeneidade ao longo de seu comprimento, tornando-se uma estrutura contínua. Esta mudança do sistema estrutural pode ser vista na Figura 2.1.

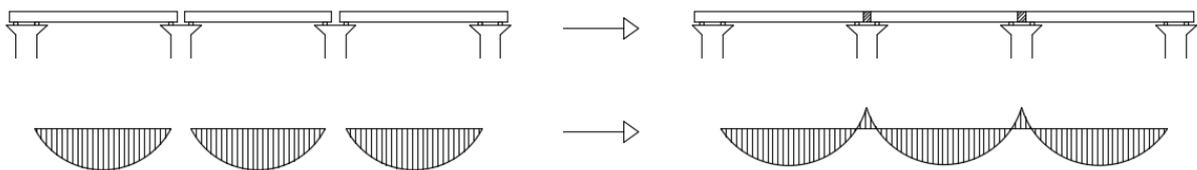


Figura 2.1 – Mudança do sistema estrutural devido a continuidade posterior.

## 2.1 Vantagens da eliminação das juntas estruturais

Segundo Pritchard (1992), o Department of Transport (DTp) do Reino Unido em 1989 realizou um levantamento em 200 pontes para identificar os fatores que contribuíam para a durabilidade inadequada das estruturas das pontes. O relatório indicou que a infiltração nas juntas contribuía mais do que qualquer outro fator para a redução da vida útil da ponte.

A infiltração ocorre devido a um mal funcionamento da junta, que pode ser ocasionado pela má execução, movimentação da estrutura, intempéries e por forças resultantes do tráfego de veículos. Como as juntas estão expostas a vários fatores de degradação é necessária interrupção do tráfego para manutenção periódicas e até mesmo substituição, além da recuperação dos danos estruturais relacionados a ela, acarretando em custos elevados para os órgãos responsáveis e estresse para os condutores.

Segundo um estudo realizado por BURKE (1989), os danos causados pelas juntas na estrutura, chegam a ser maiores do que os danos das tensões secundárias que elas têm a função de evitar. Assim, uma das principais vantagens da realização da continuidade posterior, é a eliminação das juntas, que, a longo prazo, reduz os custos da obra, sendo o fator que teve a maior influência na busca pela utilização do conceito de pontes integrais.



Figura 2.2 – Estado de deterioração das juntas da ponte Ebey Slough Bridge, Washington, EUA. (foto WSDOT)

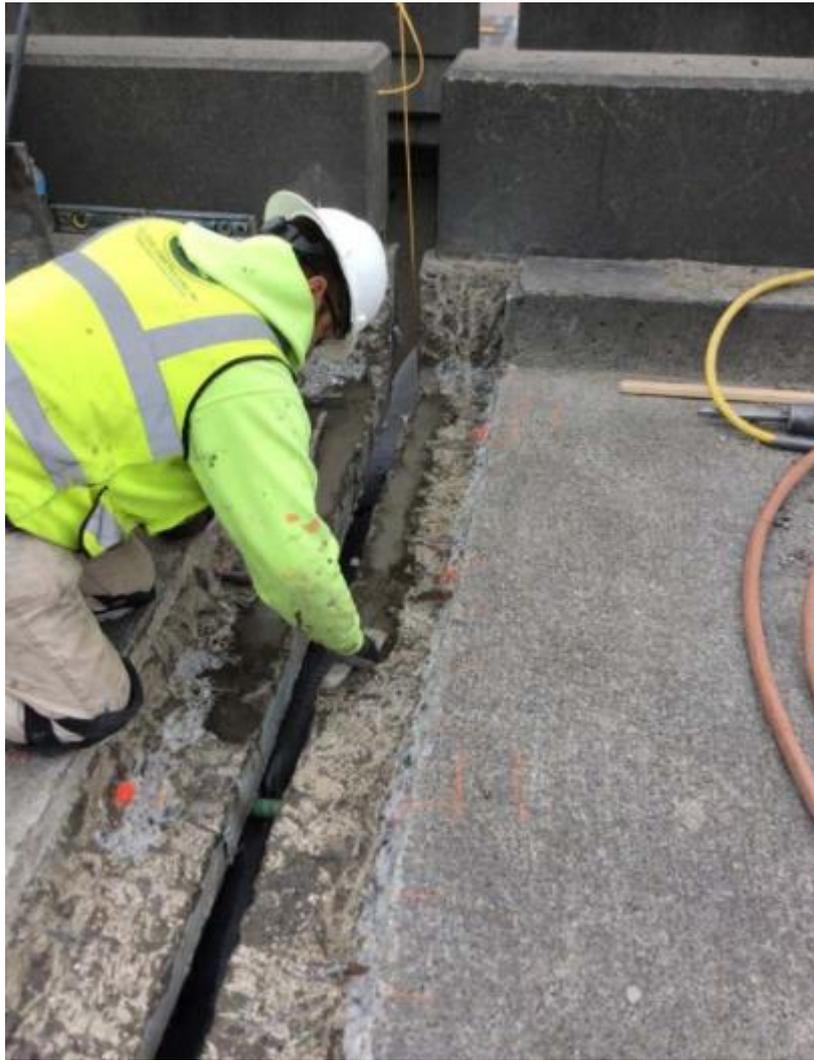


Figura 2.3 - Substituição de juntas da Ebey Slough Bridge, Washington, EUA. (foto WSDOT)

Com a continuidade, a estrutura torna-se monolítica apresentando uma maior capacidade de redistribuição de esforços no estado limite último. A ponte também apresenta uma melhora estética, pois as vigas pré-moldadas apresentam maior esbeltes. Outra vantagem observada é o conforto para os condutores, uma vez que a eliminação das juntas torna a pista de rolamento mais uniforme.

Devido a essas vantagens, a eliminação das juntas estruturais, através da continuidade posterior de vigas pré-moldadas protendidas, vêm sendo a solução adotada por diversos países. Aqui no Brasil, essa prática ainda está pouco difundida.

### 3 HISTÓRICO

As pontes integrais vêm sendo construídas através dos séculos e já eram amplamente utilizadas no Império Romano na construção de pontes em arcos. Muitas dessas pontes, encontram-se ainda hoje, em perfeito estado de uso.



Figura 3.1 - Ponte de Trajano em Chaves, Portugal

As pontes em arcos ou em pórticos apesar de serem ótimos exemplos de pontes integrais, devido ao método de construção, normalmente não possuem juntas, se distanciando do modelo de construção de pontes atual, vigas retas com múltiplos vãos.

Antigamente, as distâncias a serem vencidas não eram muito grandes e os materiais utilizados apresentavam coeficiente de dilatação linear relativamente baixo. Mas, com o passar do tempo e o desenvolvimento de novas tecnologias, tornou-se possível vencer vãos maiores, gerando a necessidade de acomodação dos movimentos causados por esse aumento da extensão das pontes, conduzindo a utilização de juntas de dilatação para acomodar melhor esses movimentos.

Segundo *Burke, Jr* (2009), o departamento de rodovias de Ohio, em 1930, foi o primeiro a utilizar a continuidade para as pontes de múltiplos vãos, apesar que ainda eram existentes as juntas nas extremidades, entre o encontro e a superestrutura. Em 1938, a eliminação das juntas sobre os encontros da ponte foi realizada com a construção da Teens Run Bridge próximo a Eureka em Gallia County, Ohio, tornando-se a primeira ponte integral dos Estados Unidos.



Figura 3.2 – Foto de 1995, da primeira ponte integral dos Estados Unidos, Teens Run Bridge 1938.

Nos Estados Unidos desde a década de 60 as pontes em vigas pré-moldadas protendidas são construídas com continuidade estrutural entre os vãos. Desde então, diversos sistemas de conexão têm sido utilizados e praticamente todos os departamentos de transportes dos estados americanos utilizam este procedimento na suas pontes pré-moldadas (HASTAK, et al, 2003). A Kingsport Bridge, construída em 1980, localizada no estado americano do Tennessee é a ponte mais extensa construída com vigas pré-moldadas protendidas. A ponte é dupla, possuiu 820 metros distribuída ao longo de 29 vãos, com juntas apenas nas extremidades, entre os encontros e a superestrutura. Um levantamento, realizado 20 anos após a construção da ponte, por Burdette et al. (2003) constatou que o estado da obra era muito bom.



Figura 3.3 – Kingsport Bridge, Tennessee, EUA. Ponte mais extensa construída com vigas pré-moldadas protendidas.

### 3.1 Prática Corrente

Com o sucesso das pontes integrais, outros departamentos dos Estados Unidos e, até mesmo outros países como Canadá (década de 60), Reino Unido (década de 90), Japão (em 1996) e Coreia do Sul (2002), após dimensionar os danos e custos causados pelas juntas de expansão em suas pontes bi apoiadas, passaram a adotar a continuidade em suas pontes.

#### 3.1.1 Estados Unidos da América

Neste país o conceito de pontes integrais já é bastante consolidado e com suas vantagens comprovadas, sendo adotado por grande parte dos Departamentos de Transporte Estaduais (DOT). Inicialmente era realizado de forma empírica e com simples processos de análise com o objetivo de eliminar a juntas e seus problemas associados. Nos EUA, cada DOT é responsável pelas políticas de transporte do seu Estado, englobando planejamento projeto, construção e manutenção. Assim, cada departamento possuiu sua forma de proceder com a continuidade, variando os aspectos considerados em projeto, design e detalhamento. Uma pesquisa realizada em 2004 pela *Federal Highway Administration* (FHWA) mostra que 72% dos órgãos rodoviários consideram os efeitos da variação de temperatura, 44% consideram os efeitos da fluência e apenas 33% atentam para os efeitos da retração, o que reforça a individualidade de cada órgão estadual.

Um estudo realizado pela *University of Maryland* nos anos 2000, enviou cartas a todos os 50 Departamentos de Transporte pedindo que eles enviassem seus desenhos padrões da região sobre os pilares. Apenas 27 estados responderam com vários tipos de aproximação da continuidade sobre os pilares. Através desse estudo também foi possível dividir em 4 categorias os tipos de continuidades adotadas por cada DOT. Os itens estão em ordem de popularidade entre os estados americanos.

- 1- Usam a continuidade das vigas para resistir às sobre cargas e peso próprio, além de possuir capacidade de resistir à momentos positivos;
- 2- Usam a continuidade das vigas para resistir às sobre cargas e peso próprio, porém não possuem capacidade de resistir à momentos positivos;
- 3- Não possuem padrões de continuidade e não projetam a continuidade para suportar a sobre carga.
- 4- Usam apenas a laje de pavimento para a continuidade;

Abaixo observa-se alguns dos desenhos padrões pedidos no estudo sobre a continuidade e enviado pelos Departamentos de Transportes:

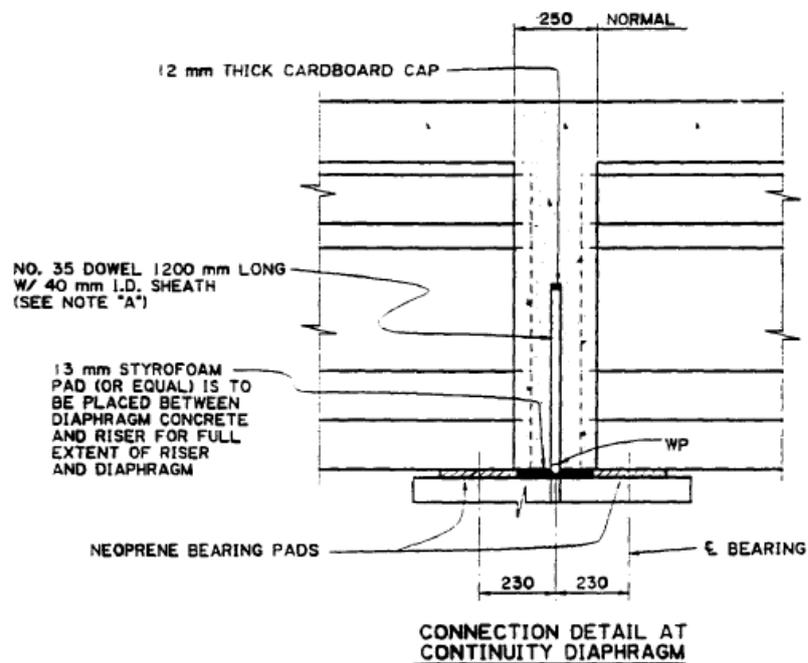


Figura 3.4 – Detalhe da continuidade proposta pelo Estado do Colorado. (Item 1)

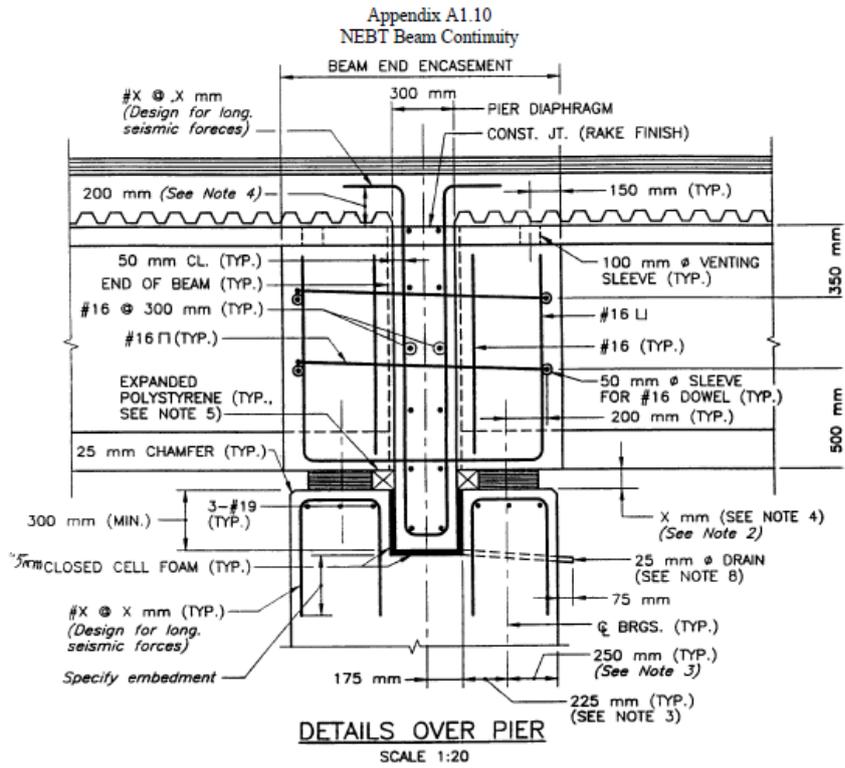


Figura 3.5 - Detalhe da continuidade proposta pelo Estado de Massachusetts. (Item 3)

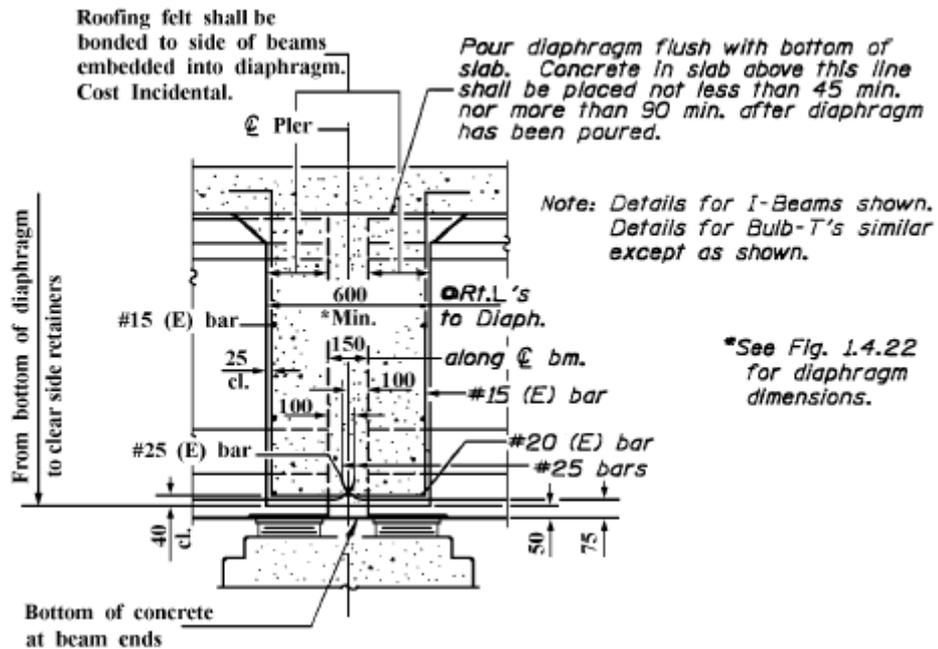


Figura 3.6 – Detalhe da continuidade pelo Estado de Illinois. (Item 1)

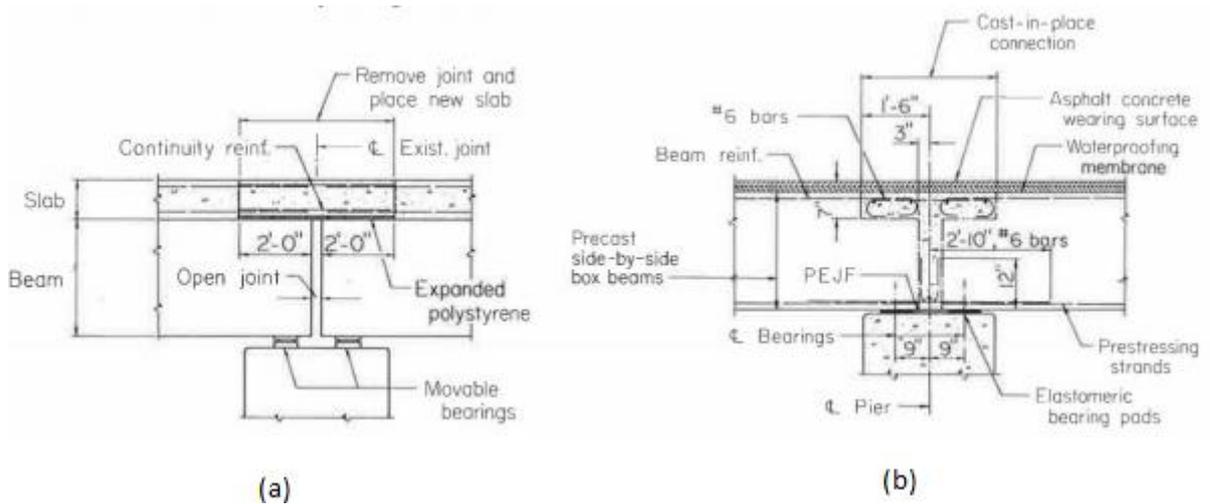


Figura 3.7 – Detalhe da continuidade pelos Estados de Utah (a, item 2) e Ohio (b, item 1)

### 3.1.2 Canadá

Como mencionado anteriormente o Canadá começou a utilizar pontes de encontros integrais na década de 60, tendo um grande aumento do uso na década de 90 devido à publicação de um relatório, em 1993, pelo Ministério do Transportes da Província de Ontário, com procedimentos para elaboração de projetos e construções deste tipo de pontes. Nesse país a continuidade é comumente feita apenas na laje.

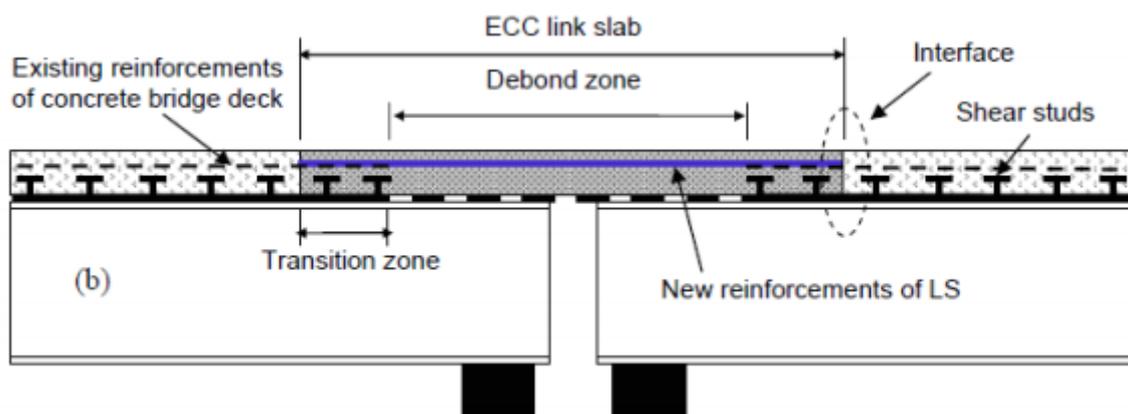


Figura 3.8 – Detalhe da continuidade sobre o pilar utilizada no Canadá.

Com um comprimento total de 234 metros, Island Drive Bridge é a maior ponte de encontro integrais do Canadá.



Figura 3.9 – Island Drive Bridge, maior ponte integral do Canadá.

### 3.1.3 Reino Unido

Devido a expansão da sua malha rodoviária várias pontes foram desenvolvidas para vencer os obstáculos, todas essas pontes foram feitas com vigas pré-moldadas em vãos simplesmente apoiados, para agilizar e facilitar a construção e a análise. Com o passar do tempo, os altos custos de manutenção das pontes por causa das juntas de expansão e os resultados obtidos pelos americanos a *Highways Agency* passou a adotar a continuidade posterior em suas pontes. Tornou-se assim, o primeiro país europeu com a utilização dessa concepção de sistema estrutural.

Em função dos danos observados nas pontes bi apoiadas, foi realizado um relatório pelo Department of Transport (DTp) e pelo Transport and Road Research Laboratory (TRRL) com possíveis soluções de continuidade para as pontes pré-moldadas. Algumas dessas soluções estão mostradas abaixo.

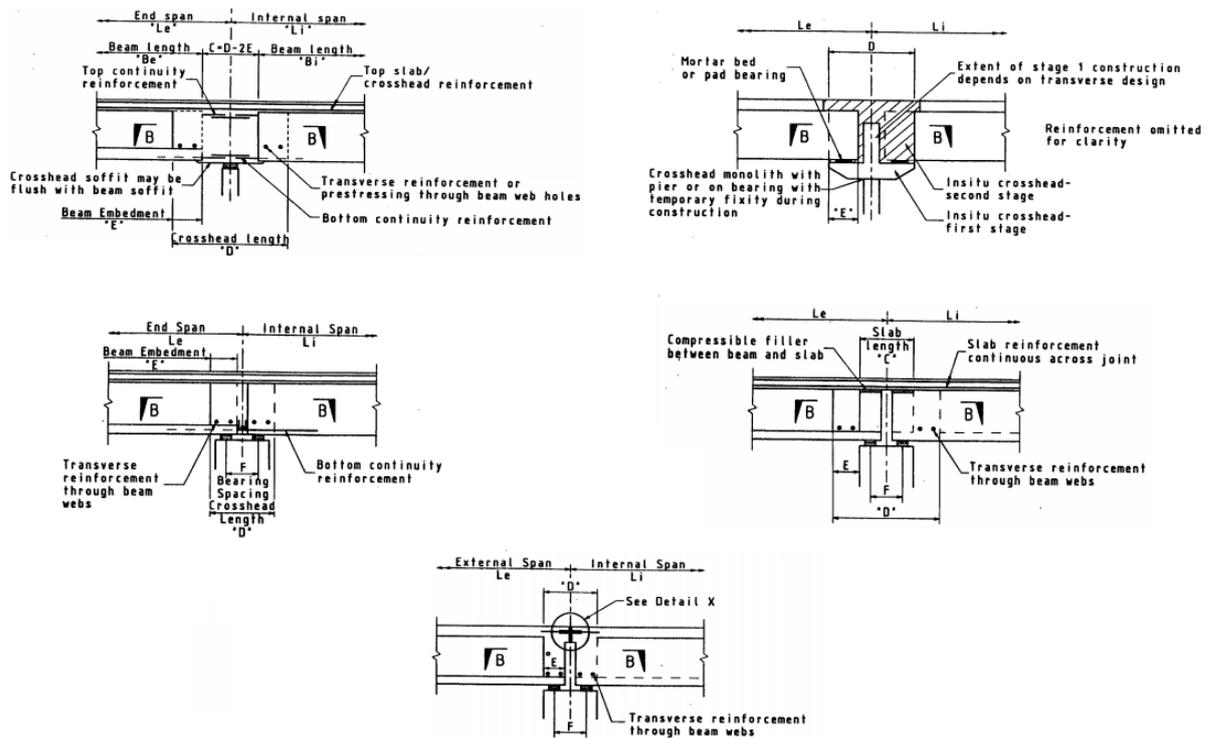


Figura 3.10 – Detalhes de continuidades sobre o pilar adotadas no Reino Unido.

### 3.1.4 Japão

Após a segunda guerra mundial, o Japão passou por um período de rápido crescimento de suas redes viárias e os números de pontes aumentou largamente. Porém, essas pontes foram executadas em simples vãos com dispositivos de expansão. Entretanto, com o tempo notou-se os danos causados por esses dispositivos e durante as últimas décadas as autoridades públicas japonesas fizeram bastante esforço para desenvolver métodos de construção de pontes que eliminassem as juntas de expansão. Abaixo estão alguns exemplos de continuidade proposta pelos órgãos públicos japoneses.

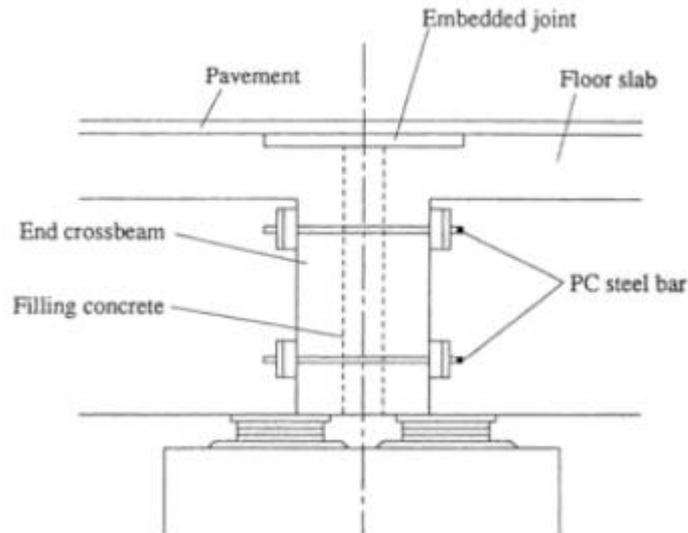


Figura 3.11 – Continuidade adotada no Japão (Crossbeam).

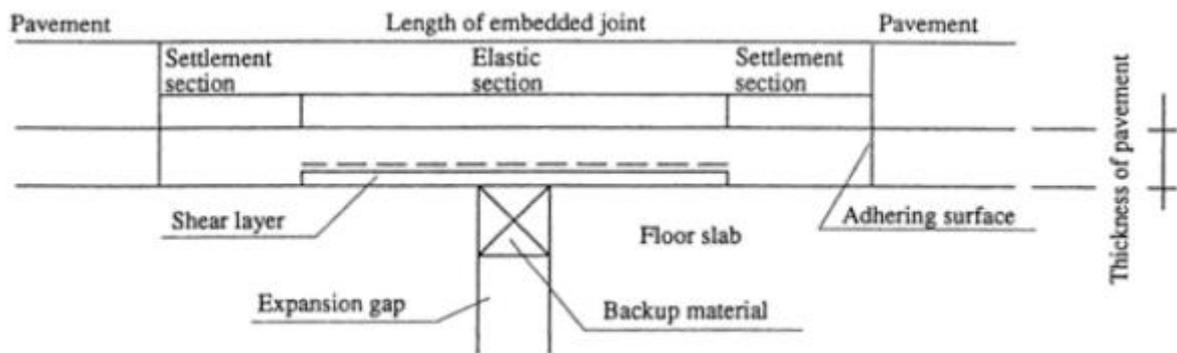


Figura 3.12 – Continuidade adotada no Japão (Expansion-absorbing)

### 3.1.5 Austrália

Os projetos de pontes integrais desenvolvidos na Austrália são fortemente baseados nos projetos adotados nos Estados Unidos e por países europeus. Isso se deve ao fato de que as rodovias australianas raramente presenciam neve e o uso de sal para descongelamento não é necessário, tornando o ataque às juntas de dilatação menos agressivos. Mesmo assim, os conceitos integrais foram adotados, vistos seus ótimos resultados. Um ótimo exemplo de ponte integral neste país é a Gillies Street Bridge, construída em 1995, é uma ponte de porte médio com 2 vãos de 29,5m e contínua sobre o pilar central.



Figura 3.13 – Gillies Street Bridge, Austrália (Connal, 2003).

A prática usual neste país é minimizar o uso de juntas de expansão adotando a prática da continuidade através da laje.

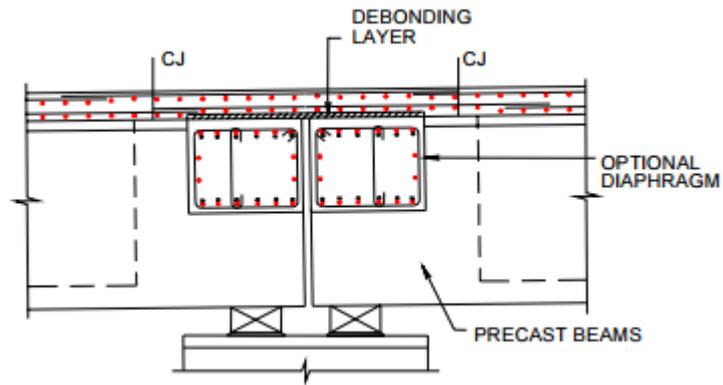


Figura 3.14 – Continuidade na laje sobre pilares intermediários, Austrália (Connal, 2003).

## **4 TIPOLOGIA DA CONTINUIDADE POSTERIOR NAS SUPERESTRUTURA COM VIGAS ISOLADAS DE CONCRETO PRÉ-MOLDADO PROTENDIDO**

### **4.1 Considerações iniciais**

Nos projetos de construção, em geral, e de pontes, em particular, há que seguir quatro princípios fundamentais: segurança, funcionalidade, economia e elegância.

As vigas pré-fabricadas ou pré-moldadas, além da economia, trazem vantagens evidentes em termos de qualidade de execução, pois trata-se de uma produção realizada em fábrica ou em condições especiais no canteiro. Seu uso em pontes ou viadutos é essencial devido à extensão da obra e à repetitividade. Em situações urbanas ou sobre águas, têm vantagem com relação a diminuição de escoramento durante a construção e o prazo de execução. O grande problema desse tipo de obra são as juntas de dilatação, que acabam comprometendo sua funcionalidade, e cuja solução é dada pela continuidade, abrangendo assim os quatro princípios fundamentais.

O uso de elementos pré-moldados para construção de pontes pode ser realizado através de aduelas ou de vigas inteiras. No primeiro caso, a estrutura é executada em segmentos denominados aduelas, onde as peças avançam em balanço sucessivos, simetricamente, a partir de um pilar suporte até preencher a totalidade do vão. No caso das vigas inteiras, denominadas longarinas, são produzidas no canteiro ou em fábricas e transportadas até a sua posição, onde em seguida serão erguidas e colocada em sua disposição final, sobre os apoios, através de um dos vários métodos disponíveis (treliças de lançamento, guindastes, etc..). Normalmente as longarinas são utilizadas para vãos até 40 metros por limitação dos elementos de movimentação, caso o vão seja maior que 40 metros, deverá ser feita emendas nas vigas e estas serão colocadas inicialmente em apoios provisórios. O interesse deste trabalho está nas vigas pré-moldadas protendidas executadas com o tamanho do vão e com continuidade sobre os pilares intermediários.



Figura 4.1 - Elementos pré-fabricados utilizados em tabuleiros de pontes: a) aduelas pré-fabricadas; b) vigas pré-fabricadas.

## 4.2 Lajes de continuidade

Uma solução para evitar o uso das juntas de dilatação é o prolongamento da laje do tabuleiro na região sobre a travessa dos apoios, por meio da concretagem de uma laje de continuidade. As vigas pré-fabricadas são colocadas sobre os apoios e em seguida é concretada a laje do tabuleiro que é, portanto, o único elemento que estabelece a continuidade. Esta ligação garante uma superfície de rolamento contínua, porém a ponte funciona estruturalmente como se ainda estivesse simplesmente apoiado entre os vãos (estrutura isostática), isso se deve à reduzida rigidez da laje de continuidade, não permitindo a formação de momentos fletores significativos na seção do apoio.

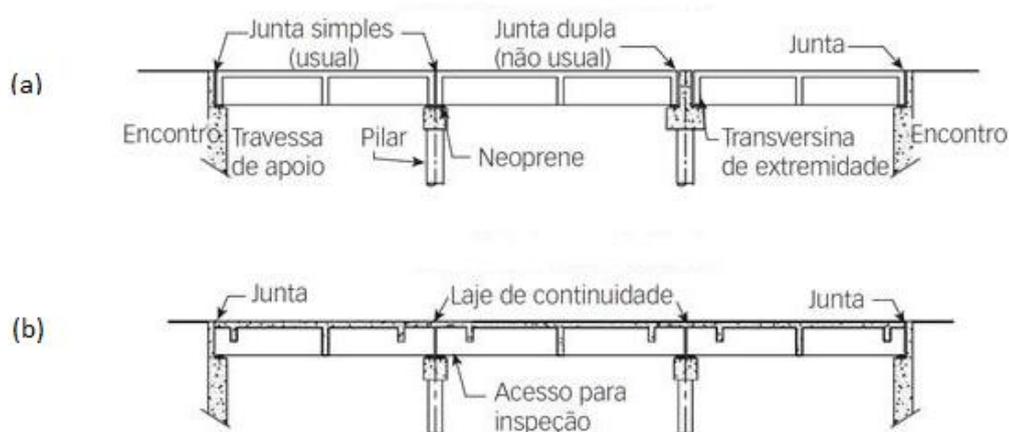


Figura 4.2 – Desenho esquemático, (a) sem laje de continuidade (b) com laje de continuidade (Lima, Nelson. PINIWEB 2003)

A continuidade só funciona para efeitos de cálculos dos esforços horizontais, longitudinais e transversais, que atuam no tabuleiro formados após a sua execução. A laje de continuidade é armada em uma só direção, a direção longitudinal da ponte, e considerada como engastada nos tabuleiros dos dois vãos adjacentes a ela. Assim, o dimensionamento da armadura da laje de continuidade é realizado obtendo os momentos fletores que solicitam suas seções de engastamento quando ela é submetida às rotações e aos recalques que as extremidades dos vãos adjacentes sofrem sob ação das sobrecargas permanentes (pavimentação, guarda-rodas, guarda-corpo) e cargas variáveis (trem tipo, temperatura, fluência e retração).

Para que as deformações impostas à laje de continuidade, devido a rotação por flexão da seção do apoio das vigas, não originem esforços muito elevados, a laje tem sua espessura reduzida e separada das vigas até uma determinada distância das suas extremidades.

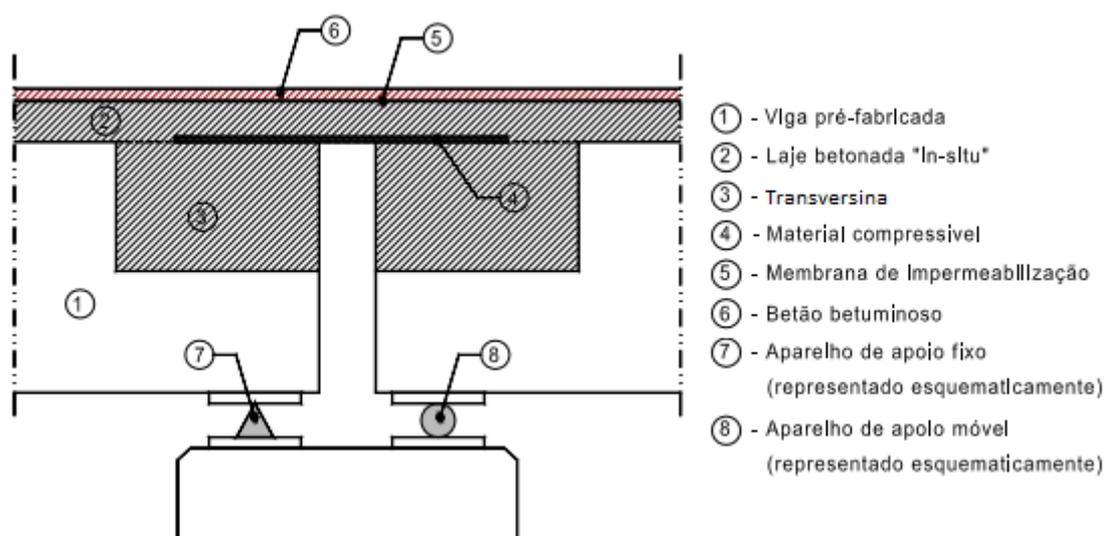


Figura 4.3 – Laje de continuidade ligando vãos isolados (Sousa, Carlos. FEUP 2004)

Muitos autores e projetistas divergem suas opiniões em relação a adoção ou não da laje de continuidade. Segundo Kumar, 1994, esta é a melhor alternativa em função da sua simplicidade e baixo custo. Porém, outros projetistas entendem que estes fatores não justificam o não uso da continuidade na viga. Segundo Menn (1986), não é garantida a solução dos problemas de durabilidade, uma vez que a membrana de impermeabilização pode ser deteriorada, e a fina laje de continuidade pode ter problemas de fissuração dando origem à penetração da água e agentes químicos. Essa divergência de opiniões faz com que o uso desse método seja pequeno nos Estados Unidos e elevado em países europeus e no Brasil.

### 4.3 Continuidade na viga

Outra forma de promover a continuidade estrutural consiste na ligação entre vigas pré-fabricadas na zona do apoio. Esta solução é bastante utilizada nos Estados Unidos, tendo seu início na década de 60, e em 1980 já era correntemente adotada pela maioria dos DOTs.

As vantagens desta técnica não se limitam ao melhor desempenho em termos de durabilidade. A opção pela continuidade estrutural conduz, normalmente, a um conjunto de vantagens, estruturais, estéticas e económicas (Reis 1999). Dessas vantagens podemos observar:

- 1- Maior capacidade de redistribuição dos esforços no estado limite último e melhoramento do comportamento da estrutura sob as ações sísmica;
- 2- Redução do momento positivo no vão, podendo apresentar maior esbelteza;
- 3- Redução dos custos de manutenção e possibilidade de redução nos consumos de materiais, uma vez que, a viga transversina pode estar embutida na espessura do tabuleiro e os pilares podem ser simplificados eliminando os capiteis de apoio das vigas (Uso de apoios provisórios);
- 4- Permite maiores vãos ou distância entre os apoios.
- 5- Uniformidade na pista de rolamento.



Figura 4.4 – Ponte em viga pré-moldada com continuidade na viga.

No entanto, a aplicação desta técnica apresenta maiores dificuldades no processo de execução da obra, implicando em aumento no tempo de construção, principalmente se for utilizada a protensão no dispositivo de continuidade, pois é necessário mais fases construtivas e pessoal especializado.

A fase de projeto, também, apresenta uma maior complexidade. Segundo Pinho (2011), as pontes em vigas pré-moldadas com continuidade são estruturas construídas em etapas e a sequência de execução e as mudanças no sistema estrutural devem ser levadas em conta na avaliação dos esforços e dimensionamento. Também existe uma mudança na seção transversal, primeiramente tem-se vigas isoladas e em seguida a seção é constituída pela viga pré-fabricada associada à laje, dando origem a uma evolução, ao longo do tempo, do estado de tensão instalado nas peças.

Se as vigas fossem simplesmente apoiadas seriam originadas rotações na seção do apoio devido à fluência da protensão, à fluência do peso próprio e à retração diferencial entre a viga pré-moldada e a laje. Em consequência da continuidade, não existirá rotações relativas entre as extremidades das vigas e, por isso, serão desenvolvidos na estrutura, ao longo do tempo, momentos fletores positivos devido à protensão e negativos devidos ao peso próprio e à retração diferencial entre laje e vigas.

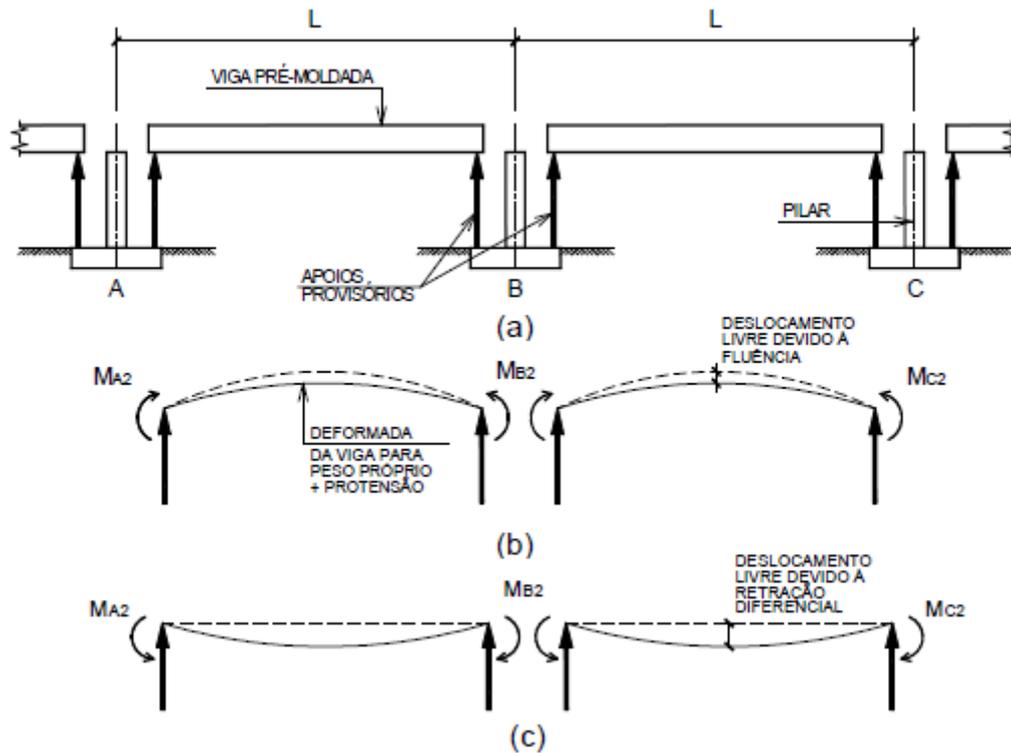


Figura 4.5 – Momentos fletores devidos ao impedimento das rotações: (a) esquema estrutural; (b) fluência; (c) retração diferencial (Pinho, 2011, adaptado de PRITCHARD, 1992).

#### 4.3.1 Com armadura passiva

A continuidade é realizada através do prolongamento da armadura positiva e da armadura da alma das vigas pré-moldadas sobre a região do apoio intermediário.

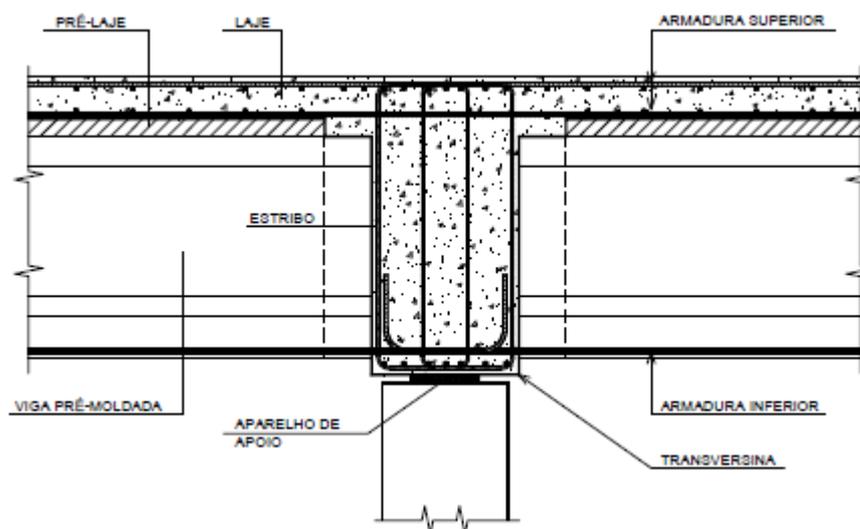


Figura 4.6 – Continuidade com armaduras passivas (Pinho, 2011)

Esta maneira de continuidade da viga pré-moldada é referida por diversos autores como a mais simples e mais popular para a construção de tabuleiros contínuos de médio vão. Assim, vários estudos e trabalhos de investigação já foram realizados para desenvolvimento desta técnica, principalmente nos Estados Unidos.

Após posicionar as vigas em sua disposição final, em cima de apoios provisórios, ou não, colocam-se as armaduras da transversina e da laje e inicia-se o processo de concretagem que pode ser realizada de 3 maneiras diferentes, (1) concretagem do diafragma antes da laje, (2) concretagem da laje antes do diafragma ou (3) concretagem simultânea da laje e diafragma, cada uma apresentando suas vantagens e desvantagens.

- 1- A continuidade é estabelecida antes do peso da laje, assim o peso da laje aumenta o momento fletor negativo nos apoios e diminui o momento positivo no vão se comparado com as outras maneiras;
- 2- Minimiza os efeitos do calor de hidratação libertado após a concretagem da laje;
- 3- Concretagem mais simples.

Abaixo podemos observar diversas formas geométricas da continuidade sobre o pilar, sendo a figura 4.7-f a solução mais usual nos Estados Unidos, onde as vigas pré-moldadas são montadas sobre aparelhos de apoio definitivos, sendo posteriormente realizada a concretagem da

transversina. Esta duplicação de apoios faz com que exista continuidade de momentos fletores entre o tabuleiro e a infraestrutura.

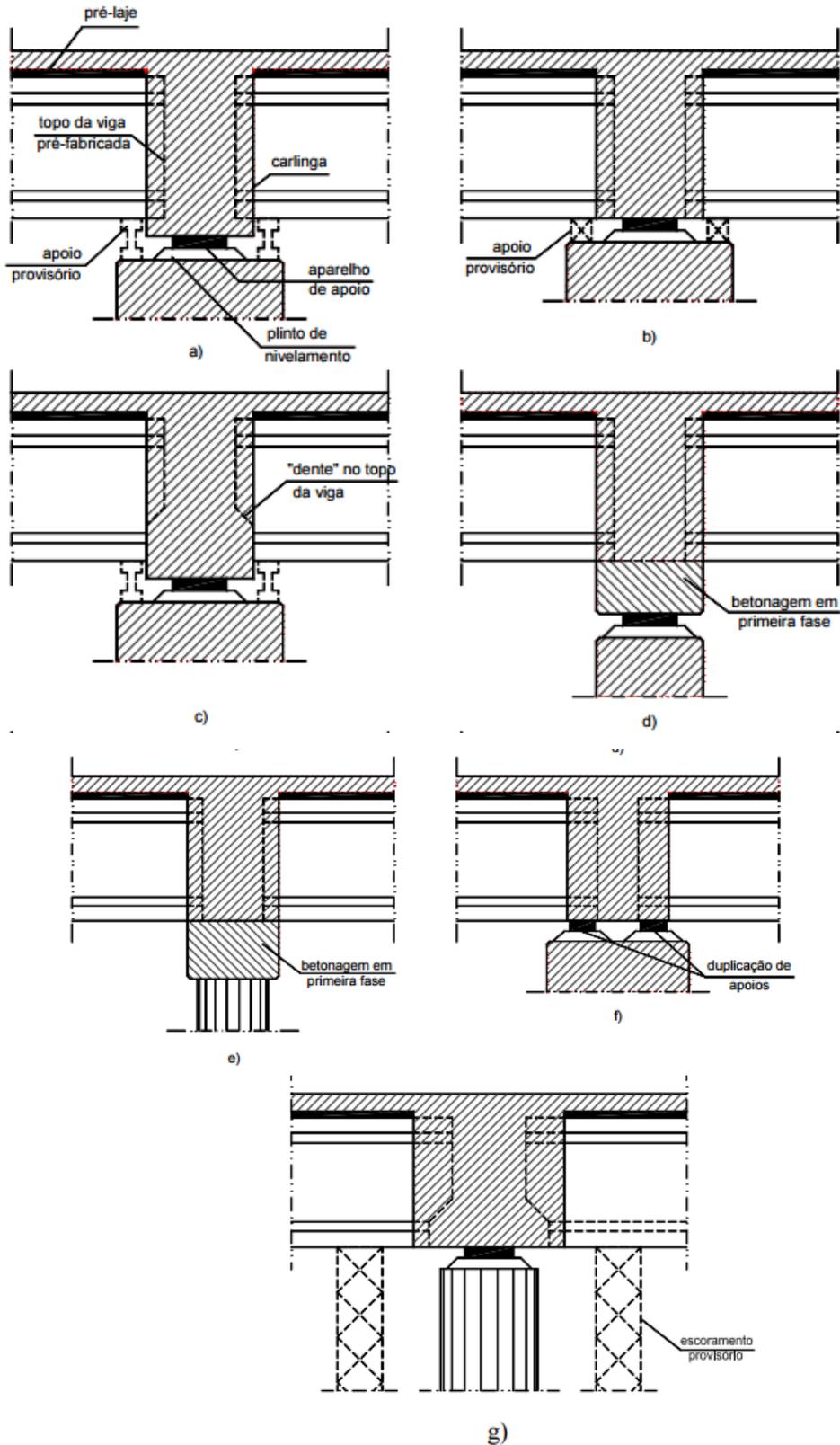


Figura 4.7 - Diferentes configurações geométricas para a ligação entre vigas pré-fabricadas.

Além das diversas geometrias que a continuidade pode ter, existem várias formas de realizar o prolongamento das armaduras longitudinais positivas das vigas sobre o diafragma, que também podem ser chamadas de armaduras de continuidade para momentos positivos. O uso dessas armaduras tem como principais funções controlar o aparecimento de fissuras devido ao momento fletor positivo nesse local devido às deformações causadas pela variação de temperatura, fluência da protensão e sobrecarga rodoviária; resistir ao esforço axial instalado no tabuleiro; maior resistência ao esforço cortante na junta de concretagem; garantia da resistência em ELU, em relação ao efeito conjunto do esforço transversal e do momento fletor positivo.

Essas armaduras devem ser colocadas de modo que exista distância suficiente entre as vigas pré-fabricadas para realizar a emenda e são defasadas para que não haja colisão entre elas. Abaixo podemos observar algumas das mais usuais armaduras de continuidade para momentos positivos adotadas pelos projetistas.

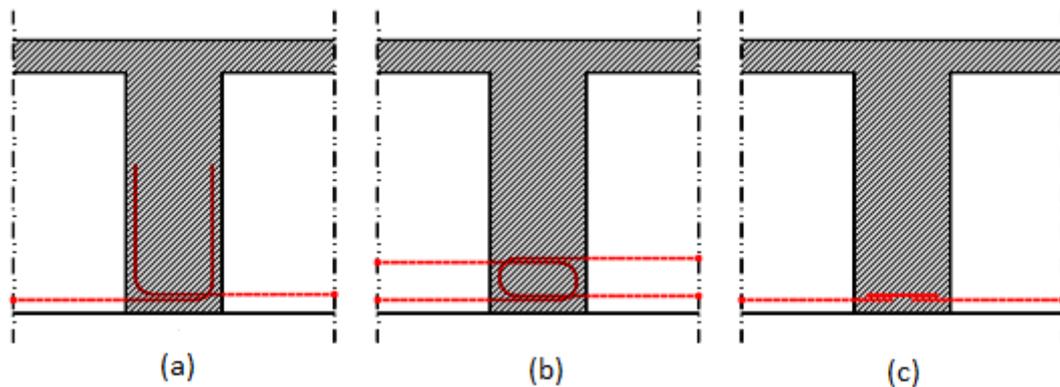


Figura 4.8 - Soluções mais utilizadas para emendar a armadura inferior. (a) dobra em cotovelo; (b) dobra em laço; (c) ligação soldada. (Sousa, Carlos. FEUP 2004)

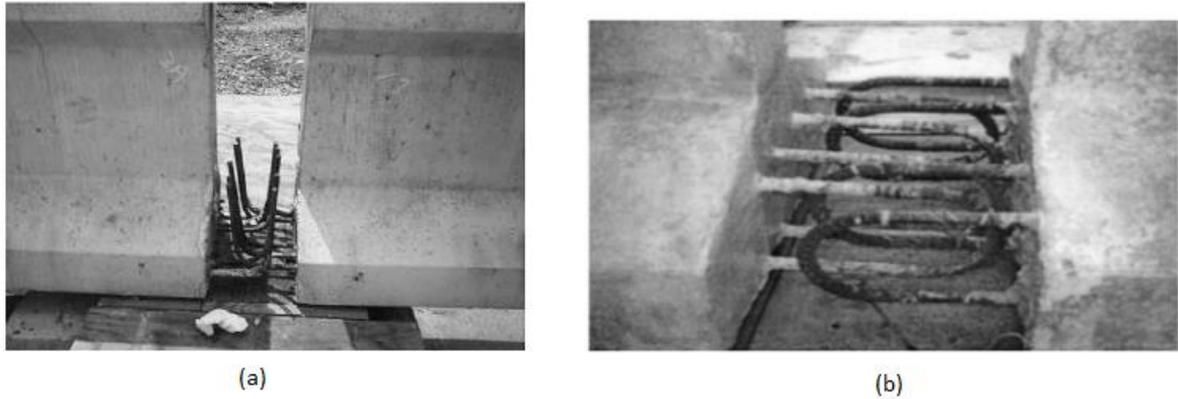


Figura 4.9 – Armadura positiva de continuidade (a) em cotovelo; (b) dobra em laço.

Diversos métodos e estudos foram desenvolvidos para dimensionamento das armaduras positivas de continuidade. Os Estados Unidos sendo o primeiro a usar largamente este método de construção passou a desenvolver técnicas para quantização desses esforços na região do apoio e possível dimensionamento. Porém podemos observar que os resultados foram bastante divergentes e contraditórios.

A *Portland Cement Association* (PCA), na década de 60, foi a primeira a desenvolver experimentos sobre o assunto e em 1969 publicou o “*Método da PCA*” um roteiro de pontes pré-moldadas protendida com continuidade que se tornou padrão nos EUA e até hoje é utilizado. A publicação mostra como calcular os esforços que se desenvolvem nos apoios internos devido a fluência e retração.

$$M_s = \varepsilon_s E_b A_b \left( e'_{2} + \frac{t}{2} \right)$$

$$M_r = (M_C - M_{DL})(1 - e^{-\phi}) - M_s \left( \frac{1 - e^{-\phi}}{\phi} \right) + M_{LL}$$

onde:

$M_s$  = momento básico de retração;

$\varepsilon_s$  = deformação diferencial de retração;

$E_b$  = módulo de elasticidade da laje;

$A_b$  = área da seção transversal do tabuleiro;

$e'_{2}$  = distância do centroide da seção composta ao topo da viga;

$t$  = espessura da laje;

$M_r$  = momento final devido à restrição das deformações;

$M_C$  = momento de restrição devido à fluência da protensão;

$M_{DL}$  = momento de restrição devido à fluência da carga permanente;

$M_{LL}$  = momento positivo devido à carga móvel com impacto;

$\phi$  = coeficiente de fluência (obtido de ábaco).

Anos depois, o *National Cooperative Research Program* (NCHRP) em seu relatório 519 (MILLER et al., 2004), através de estudos numéricos e experimentais concluiu que a fissuração devida ao momento positivo não afeta a continuidade e que a armadura positiva deve ser dimensionada para um momento de  $1,2 M_{cr}$ , onde  $M_{cr}$  corresponde ao momento de fissuração para a seção composta da viga, adotando-se a resistência do concreto da transversina. O estudo mostra que armaduras dimensionadas para momentos maiores que  $1,2 M_{cr}$  não são eficientes e congestionam a região do diafragma dificultando a concretagem. Esse valor do momento foi comprovado por outros estudiosos e é especificado pela "*American Association of State Highway and Transportation Officials*" (AASHTO) como o momento positivo para determinar a armadura da ligação de continuidade.

$$\phi M_n = 1,2 M_{cr} \quad (\phi = 0,9)$$

$$M_n = A_{ps} f_{ps} \left( d_p - \frac{a}{2} \right) + A_s f_s \left( d_s - \frac{a}{2} \right)$$

onde:

$A_{ps}$  = área da armadura de protensão;

$f_{ps}$  = tensão do aço de protensão;

$d_p$  = distância da fibra comprimida extrema ao centroide da armadura de protensão;

$a$  = profundidade do bloco comprimido;

$A_s$  = área da armadura passiva;

$f_s$  = tensão da armadura passiva;

$d_s$  = distância da fibra comprimida extrema ao centroide da armadura passiva.

Podemos observar que também houveram resultados contraditórios, como no Relatório 322 (OESTERLE et al., 1982) do NCHRP, onde indica através de um estudo analítico que a adoção da armadura positiva contribui com o aumento do momento positivo do vão além de não apresentar nenhuma eficiência contra o aparecimento de fissuras na parte inferior da continuidade independente da armadura adotada, esses dois fatores somado às dificuldades construtivas fizeram com que esse relatório não recomendasse o uso de armadura positiva na região da continuidade.

Dependendo da idade da protensão no momento da realização da continuidade entre as vigas, o momento fletor no vão é pouco modificado, uma vez que as restrições nos apoios reduzem o ganho obtido pela continuidade. Mas, a armadura positiva apresenta papel fundamental na limitação das aberturas de fissuras devido ao momento positivo. Também deve ser usada para garantir uma armadura mínima de tração ancorada na região dos apoios e para a resistência ao cortante na seção da junta de concretagem entre a viga pré-moldada e a transversina.

Sendo assim, as recomendações do Relatório 322 quanto a não utilização das armaduras positivas não foram seguidas.

Algumas conclusões apresentadas no relatório 519 foram de grande importância para o aperfeiçoamento do uso das continuidades e vieram a modificar profundamente o item que trata de vigas pré-moldadas de concreto com continuidade da LFRD Bridge Design Specifications de 2007. Dentre as conclusões do relatório podemos destacar as seguintes:

- 1 – Para vigas onde a continuidade é estabelecida com uma idade igual ou superior a 90 dias os momentos diferidos devidos à restrição nos apoios podem ser desprezados e adotadas a armação mínima (o prazo deve estar estabelecido no contrato da obra);
- 2 – A ligação deve ser dimensionada para um momento positivo mínimo correspondente a  $1,2M_{cr}$ ;
- 3 – A ligação entre duas vigas pré-moldadas pode ser considerada totalmente efetiva se a tensão na face inferior da transversina de ligação for de compressão para uma combinação de carregamento englobando: cargas permanentes, recalques, fluência, retração, 50% da carga móvel e gradiente de temperatura. Neste caso o contrato da obra também deve especificar que a continuidade seja estabelecida com uma idade mínima de 90 dias;
- 4 – É altamente recomendável que a continuidade seja estabelecida para vigas com idade mínima de 28 dias;
- 5- São permitidas três opções para ligação: armação passiva convencional ancorada na viga e na transversina, pontas de cordoalhas das vigas ancoradas na transversina ou outro tipo de ligação com eficiência comprovada através de análise e ensaios e aprovada pelo órgão proprietário.

#### 4.3.2 Com pós-tensão

A utilização de pós-tensão na zona de continuidade foi uma solução encontrada quando se deseja vencer vãos maiores e impedir o aparecimento de fissura na fibra superior da laje. Dessa forma, a continuidade pode ser realizada ao longo de toda extensão da ponte ou apenas na zona do apoio.

No caso de ser realizada em toda a ponte, os cabos de continuidade são colocados nas bainhas deixada nas vigas e são protendidas após a concretagem da laje e da transversina. Esse método, possibilita um melhor controle das tensões sobre os apoios e possui a vantagem de protender todo o conjunto da estrutura. A armação para momentos positivos sobre a zona de apoio continua sendo realizada pelas armaduras passivas. Para pontes com muitos vãos, onde a perda da protensão por atrito é maior, recomenda-se o uso da pós-tensão por trechos.

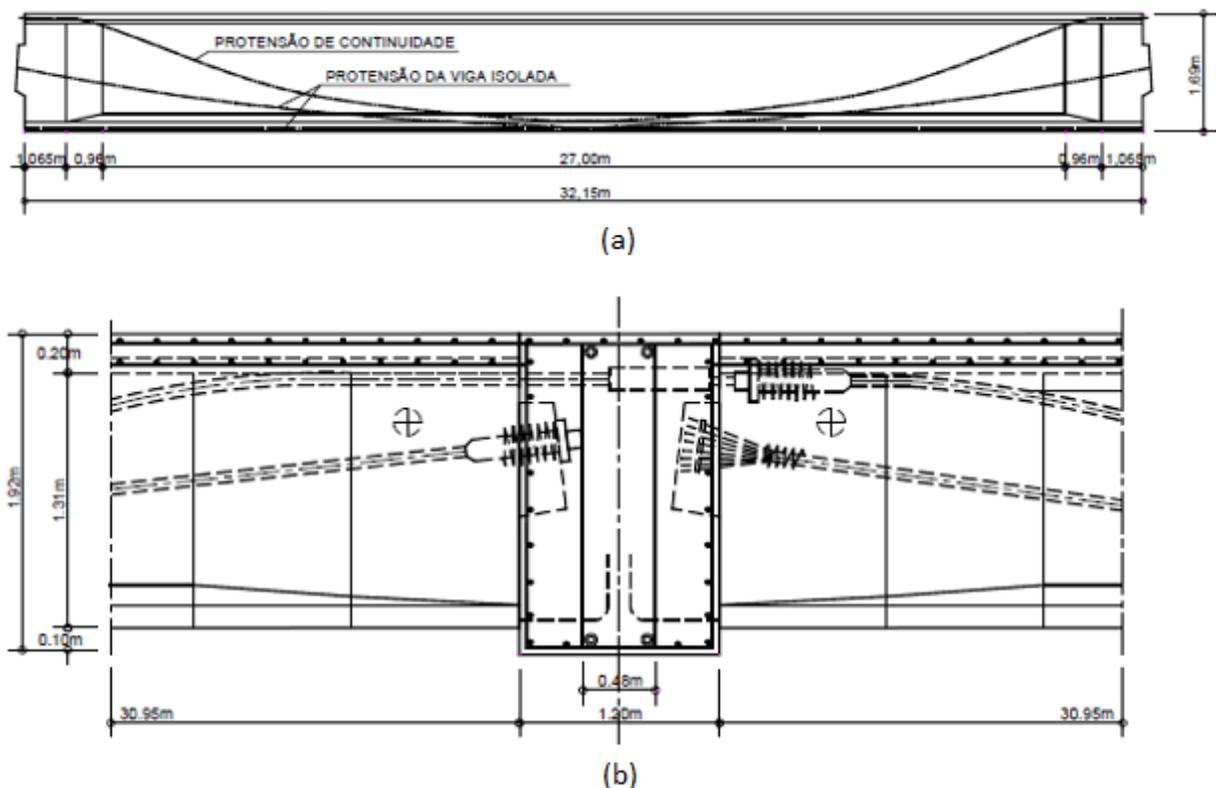


Figura 4.10 – Continuidade com pós-tensão em toda extensão da ponte (a) detalhe no apoio intermediário; (b) detalhe da viga pré-moldada. Yverdon, Suíça. (Pinho, 2011, FIP, 1990).

Para o caso de pós-tensão usada apenas na região do apoio podem ser realizados através de cabos ou barras dispostos na laje moldada no local, deve-se escolher adequadamente e ter atenção com a pequena espessura da laje e o espaço de ancoragem. O uso desse processo é mais adequado que o método anterior quando a viga pré-moldada tem alma com espessura muito reduzida para instalação dos cabos.

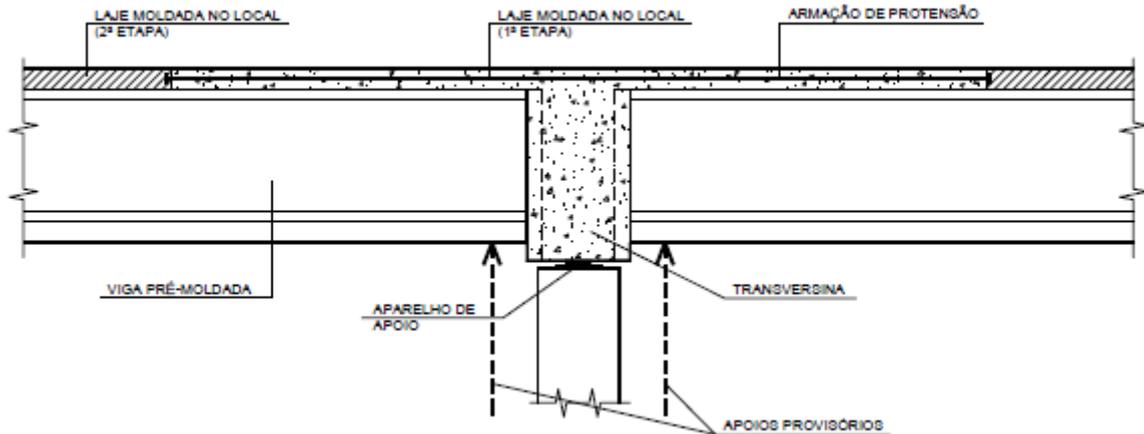


Figura 4.11 – Continuidade através de pós tensão na região do apoio. (Pinho, 2011)

Independentemente do método de pós-tensão adotado, é necessário prever os espaços para que o maquinário responsável pela realização da protensão consiga ser posicionado corretamente.

## **5 EFEITOS DA TEMPERATURA, RETRAÇÃO E FLUÊNCIA NA CONTINUIDADE.**

Em pontes de vigas simplesmente apoiada, a distribuição de forças e momentos gerados por deformações lentas quase não existe. O mesmo não ocorre quando é realizada a continuidade das vigas, a ponte torna-se hiperestática após a cura da laje. Como resultado, qualquer deformação lenta que ocorrer após a cura da laje, será impedida de deformar livremente e irá induzir forças e momentos na zona da continuidade. Do mesmo modo os efeitos da temperatura induzem forças e momentos devido à restrição de movimento e devem ser considerados no dimensionamento.

### **5.1 Temperatura**

De toda radiação solar que chega na superfície de uma ponte, parte é absorvida e outra parte é refletida de volta à atmosfera. A energia absorvida gera calor na superfície e em consequência o aumento da temperatura da laje. A variação de temperatura depende da geometria, localização e orientação da ponte, condições climáticas e propriedades térmicas dos materiais expostos. Os efeitos térmicos são causados tanto pela variação diária quanto pelas variações sazonais.

As propriedades contribuintes dos materiais para a variação da temperatura são a condutividade, densidade, absorção e calor específico. Esta variação de temperatura ocorre quando a parte superior está exposta a radiação solar e absorve calor rapidamente, o mesmo não ocorre para a parte central e inferior e devido à má condutividade térmica do concreto o calor não é transferido rapidamente para essas partes. Dessa forma, são gerados momentos positivos devidos às restrições quando a parte superior está mais quente que as partes inferiores e momentos negativos no caso contrário.

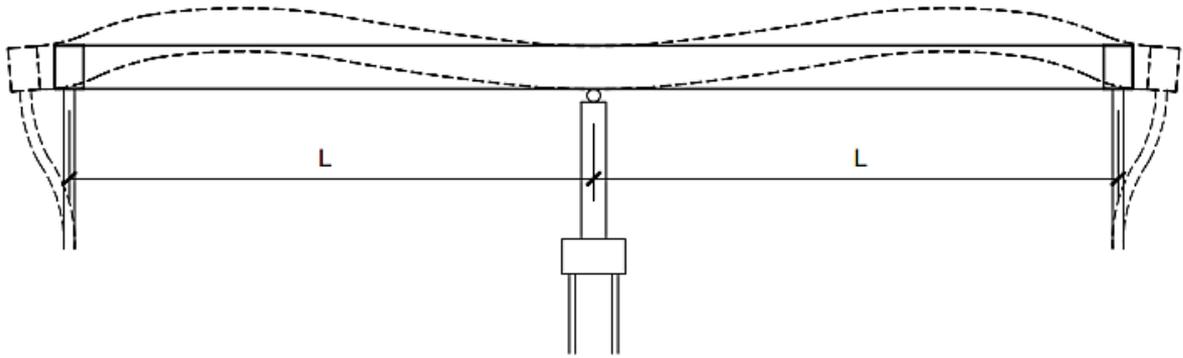


Figura 5.1 – Efeito de expansão térmica em uma ponte integral. (PINHO, 2011)

## 5.2 Retração

Retração é a redução do volume de concreto devido à perda de umidade. Sendo fortemente influenciada pelas características e proporções dos agregados, umidade do local, fator água/cimento, tipo de cura, relação volume total e área exposta, entre outros. No caso das pontes, normalmente as vigas são pré-moldadas e a maior parte de sua retração já ocorreu antes da colocação do tabuleiro de concreto. Devido a diferença de idade e do tipo de concreto ocorre uma retração diferencial entre a viga e o tabuleiro. Dessa forma, a viga tende a restringir a retração do tabuleiro causando, normalmente, uma deflexão para baixo (flecha), mas caso seja realizada a continuidade da viga suas rotações sobre os apoios intermediários serão restringidas, causando momento fletores negativos na seção diafragma.

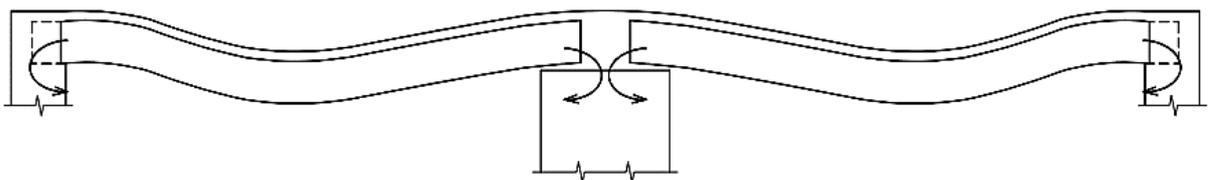


Figura 5.2 – Deslocamentos e momentos de restrição de à retração diferencial em pontes integrais construídas com vigas pré-moldadas e laje moldada no local. (PINHO, 2011)

### 5.3 Fluência

A fluência no concreto ocorre devido às tensões constantes da protensão e do peso próprio e carga permanente. Sendo fortemente influenciada pela magnitude e duração da aplicação da carga, idade do concreto quando aplicada a carga e temperatura do concreto.

O centro da força de protensão está, normalmente, abaixo da linha neutra da seção fazendo com que a viga sofra uma deflexão para cima (camber) devido à excentricidade da força. O camber da viga, normalmente, tende a aumentar devido à fluência do concreto sobre a ação contínua da força excêntrica. Quando é realizada a continuidade, a rotação das vigas sobre os apoios intermediários é restringida, causando momentos fletores positivos na seção do diafragma.

A fluência devido ao peso próprio e à carga permanente resulta em momentos fletores negativos na seção do diafragma, se opondo à fluência da protensão. A idade da realização da continuidade tem uma grande importância para determinar a magnitude dessas duas forças contrárias.

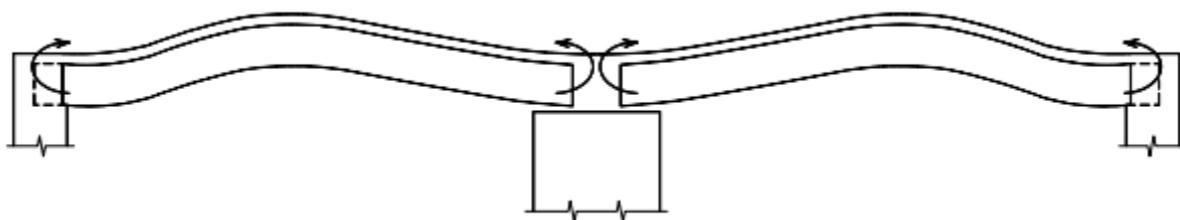


Figura 5.3 - Deslocamentos e momentos de restrição devidos à fluência em pontes integrais construídas com vigas pré-moldadas protendidas e laje moldada no local. (PINHO, 2011)

## 6 CUSTO DAS PONTES SEM JUNTAS

As pontes sem juntas apresentam uma significativa economia de custos comparada com as tradicionais pontes com juntas de expansão. A maior parte dos componentes das pontes com e sem juntas são similares, a grande diferença está na concepção do projeto e na manutenção das juntas. Para a ponte com continuidade, deve haver uma maior atenção na fase de projetos pois o desenvolvimento dos momentos na estrutura é mais complexo, fazendo com que o custo inicial seja um pouco mais alto. Porém, esse valor inicial é quase insignificante se comparado com o valor gasto na manutenção das juntas de dilatação e os danos causados na estrutura por seu mau funcionamento, sendo necessária troca das juntas mais ou menos a cada 10 anos.

## 7 ESTUDO DE CASO

Para compreendermos melhor o desenvolvimento dos momentos com a continuidade, foi realizado esse estudo de caso. O estudo consiste em dimensionar a quantidade de armadura positiva necessária para suportar os esforços que irão surgir com a realização da continuidade no apoio central de uma ponte de vigas protendidas pré-moldadas de 2 vãos, localizada no estado de Nebraska nos EUA. Como o tempo de aplicação da continuidade apresenta uma grande influência no desenvolvimento dos momentos, a continuidade e a concretagem do tabuleiro foi realizada com as vigas em idades de 7, 28, 42, 60, 90, 120 dias e um caso onde a concretagem do tabuleiro foi realizada após a continuidade também é mostrado. Abaixo, através da Tabela 7.1 é possível observar o desenvolvimento desses momentos. A carga móvel não foi computada no estudo, uma vez que, a ponte apresenta apenas 2 vãos e sua computação nos cálculos apenas diminuiria o momento positivo.

O anexo A consta todos os dados utilizados assim como o passo a passo para o dimensionamento.

Os resultados da análise apresentados na Tabela 7.1, mostra que quando o tabuleiro é concretado junto com o diafragma quando a viga possuiu mais de 90 dias a magnitude dos momentos positivos de continuidade são relativamente baixos comparado com quando o tabuleiro e o diafragma são concretados em idades mais baixas.

Quando a continuidade é adquirida antes da concretagem do tabuleiro quase não existe momento positivo, assim prevenindo a aparição de fissuras na zona inferior do diafragma. Porém, é necessário a colocação de armaduras negativas no diafragma para prevenir a fissuração da parte superior e possíveis infiltrações.

Momento de continuidade (kNm)	CASO 1 (7 dias)	CASO 2 (28 dias)	CASO 3 (42 dias)	CASO 4 (60 dias)	CASO 5 (90 dias)	CASO 6 (120 dias)	CASO 7
Momento de continuidade devido ao peso da viga	-800,0	-584,7	-491,9	-408,4	-318,3	-260,8	-584,7
Momento de continuidade devido à protensão	2692,2	1967,7	1655,4	1374,3	1071,3	877,7	1967,7
Momento de continuidade devido ao peso do tabuleiro	-1181,8	-878,2	-740,3	-617,2	-482,6	-395,6	-1641,4
Momento de continuidade devido à temperatura	784,1	784,1	784,1	784,1	784,1	784,1	784,1
Momento de continuidade devido à retração do tabuleiro	-538,5	-538,5	-538,5	-538,5	-538,5	-538,5	-538,5
Momento de continuidade devido ao peso da barreira +revestimento	-275,6	-275,6	-275,6	-275,6	-275,6	-275,6	-275,6
Momento de continuidade total	680,4	474,8	393,2	318,7	240,4	191,3	-288,4

Tabela 7.1 – Resumo dos momentos de continuidades.

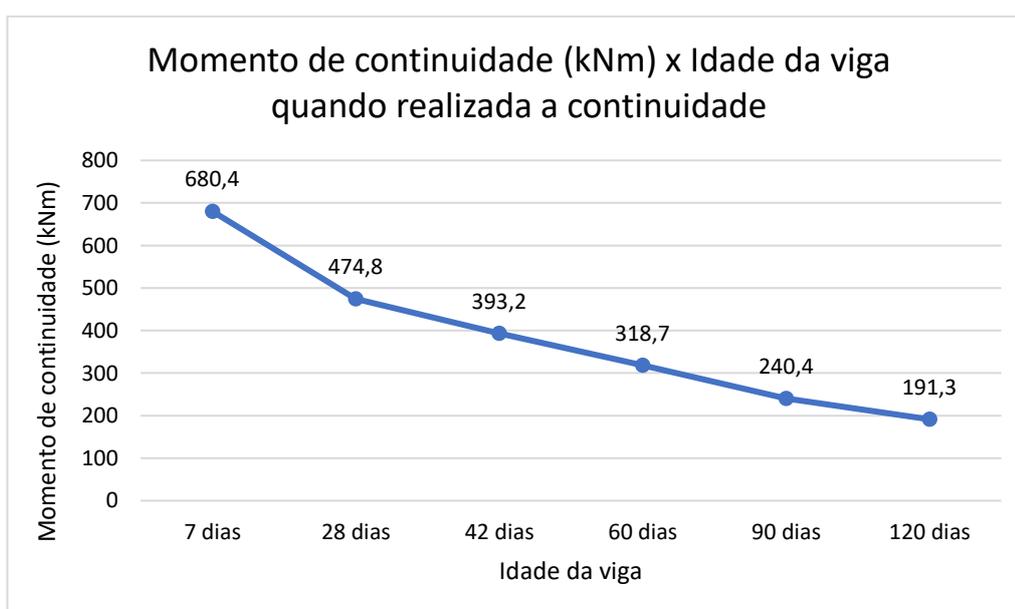


Figura 7.1 – Variação do momento de continuidade de acordo com a idade da viga no momento da continuidade.

## 8. CONCLUSÃO

Após toda a discussão, podemos concluir que o uso da continuidade é uma ótima solução para resolver os problemas das atuais pontes com juntas de expansão e já vem sendo utilizada em larga escala em países desenvolvidos.

A idade da viga no momento em que a continuidade é estabelecida apresenta grande importância para quantificar os momentos positivos de continuidade. O momento positivo diminui com o aumento da idade da viga.

A concretagem simultânea do tabuleiro e diafragma aumenta o momento positivo de continuidade, enquanto que a realização da continuidade e em sequência realizada a concretagem do tabuleiro acarreta em momentos positivos pequenos ou nulos.

A fluência da protensão é a maior contribuinte para o momento positivo de continuidade.

A variação de temperatura apresenta grande significado nos momentos computados devendo sempre ser considerada na análise.

Sendo assim, o mais recomendado realizar a continuidade ao longo de toda a seção transversal e que a concretagem seja realizada em conjunto, diafragma e tabuleiro, para evitar momentos negativos elevados e possíveis fissurações na pista de rolamento que possibilitam entrada de água e acabariam gerando os mesmos danos de uma junta de expansão.

A continuidade não deve ser realizada com a viga em baixa idade, sendo recomendado esperar 90 dias para concretagem do tabuleiro e do diafragma, pois desse modo os momentos positivos de continuidade não serão tão elevados, evitando a possível fissuração da zona inferior do diafragma, mesmo que essa não apresente comprometimento da estrutura.

A AASHTO especifica que o momento positivo de continuidade seja calculado com o momento de fissuração  $1,2M_{cr}$  e com idade da viga no mínimo 90 dias. Porém, o uso do momento de fissuração gera um superdimensionamento na armadura sendo mais recomendado utilizar o máximo momento positivo de continuidade no diafragma, como foi realizado no estudo de caso.

## REFERÊNCIAS

AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS - AASHTO. *LRFD Bridge Design Specifications*, Washington DC, 2007.

ALEX, A. *Volume-Change Restraining Effects in Continuous Precast/Prestressed Bridge Girders*, Civil Engineering Theses, Dissertations, and Student Research. University of Nebraska-Lincoln, 2016.

AL-OMAISHI N.; TADROS M.K.; SEGUIRANT S.J. *Elasticity Modulus, Shrinkage, And Creep Of High-Strength Concrete As Adopted By Aashto. PCI Journal*, 2009

ARSOY, S. et al. *The Behavior of Integral Abutment Bridges*, Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, 1999.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 7187: Projeto de Pontes de Concreto Armado e de Concreto Protendido – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8681: Ações e Segurança nas Estruturas – Procedimento*. Rio de Janeiro, 2003.

PRITCHARD, B.P.; SMITH, A.J. *Investigation of methods of achieving continuity in composite concrete bridge decks*. Transport and Road Research Laboratory Department of Transport Contractor Report 247, 1991.

BURKE, M.P., Jr. *NCHRP Synthesis of Highway Practice 141: Bridge Deck Joints*. Transportation Research Board, Washington, D.C., 1989.

BURKE, M.P., Jr. *Integral and Semi-integral Bridges*. Wiley Blackwell, Oxford, 2009.

CONNAL, J. *Integral Abutment Bridges - Australian and US Practice*. Austroads 5th Bridge Conference, Hobart, Australia, 2004.

Fu, C.C.; P.E.; KUDSI T. *Study Report Survey and Design Of Simple Span Precast Concrete Girders Made Continuous*, University of Maryland, 2000.

COMISU, C.C. *Integral Abutments and Jointless Bridges*, Buletinul Institutului Politehnic Din Iasi, 2005.

CORREIA, J.F. *Pontes Integrais – Estado da Arte*. Dissertação de mestrado, Área: Departamental de Engenharia Civil, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, 2015.

HAMBL, Y. E. C. *Bridge Deck Behaviour*, Span Press, New York, 1991.

TAKANO, H. *Study on Jointless Bridge Construction in Japan*, 1994.

ILES, D.C. *Integral Bridges in the UK*, In: International Workshop on the Bridges with Integral Abutments, Luleå, 2006.

LIMA, N. A. *Lajes de continuidade evitam inconvenientes das juntas de dilatação em obras de arte - A importância dessas estruturas nos tabuleiros das pontes com vigas pré-moldadas*. Artigo Técnico, Edição 27, Infraestrutura Urbana, 2013.

LIZ, J.T. *Puentes Integrales*, Fhecor Ingenieros Consultores, Madrid, [200?].

Ho, E.; Lukashenko J. *Link Slab Deck Joints*. Annual Conference of the Transportation Association of Canada Edmonton, Alberta, 2011.

MOTHE, R. N. *Partial Continuity In Prestressed Concrete Girder Bridges With Jointless Decks*. B.E., Osmania University, India, 1999. December 2006.

NATIONAL ACADEMIES OF SCIENCES, ENGINEERING, AND MEDICINE. *Design Guide for Bridges for Service Life*. Washington, DC: The National Academies Press, 2013.

PINHO, F. P. *Pontes Integrais – aspectos de projeto e construção, dissertação de mestrado*, Departamento de Engenharia Civil da UFPE, 2011.

SOUZA, C.F.F. *Continuidade Estrutural em Tabuleiro de Pontes Construídos com Vigas Pré-fabricadas. Soluções com Ligação em Betão Armado*. Dissertação de mestrado, Portos: Faculdade de Engenharia da Universidade de Porto, 2004.

WASSERMAN, E.P. *Integral Abutment Bridges (Practices in United States)*, In: 1st US- Italy Seismic Bridge Workshop, Pavia, 2007.

Zhuang Y.; Chen B.; Briseghella B.; Xue J. *Design and Practice of Jointless Bridges in China*. Fuzhou University, [200?].

## ANEXO A

Exemplo de cálculo dos momentos de continuidade para uma ponte de dois vãos

### Caso 1: Tabuleiro concretado 7 dias após a concretagem da viga:

#### Dados da Ponte:

Largura	15,240 m (50 ft)
Comprimento	2 vãos x 27,432 m (90 ft) =54,864 m (180 ft)
Inclinação	0 graus
Viga usada	NU 900
Espaçamento entre vigas	3,048 m (10 ft)
Fck viga (0 dias)	37,9 MPa (5,5 ksi)
Fck viga (28 dias)	55,2 MPa (8,0 ksi)
Protensão da viga	40 - 0,6'' cabos de relaxamento baixo
Espessura do tabuleiro	0,229 m (9 in)
Fck do tabuleiro (28 dias)	27,6 MPa (4 ksi)
Carga do guarda rodas e revest.	0,96 kN/m <sup>2</sup> (20 psf)
Carga móvel	
Umidade relativa	70 %
Liberação da protensão (t <sub>i</sub> )	1 dia
Concretagem do tabuleiro e diafragma (t <sub>d</sub> )	7 dias
Idade final da viga (t)	20000 dias

**Propriedades da seção da viga:**

Momento de inércia	0,458 m <sup>4</sup> (111444 in <sup>4</sup> )
Área	0,419 m <sup>2</sup> (649 in <sup>2</sup> )
Altura	0,900 m (35,43 in)
Distância centroide-base inferior	0,409 m (16,10 in)
Peso da viga	9,863 kN/m (0,676 k/ft)
Base inferior	0,97 m ( 38,4 in)

**Módulos de elasticidade:**

Da viga inicial	30400 MPa (4406 ksi)
Da viga no momento da concretagem do tabuleiro	36600 MPa (5314 ksi)
Do tabuleiro aos 28 dias	24900 MPa (3607 ksi)

**Cálculo dos coeficientes de fluência ( $\Psi$ ) e retração ( $\epsilon$ ), segundo a AASHTO:**

Coeficientes de fluência

$$\Psi(t, t_i) = 1,90 * k_{td} * k_f * k_{hc} * t_i^{-0,118}$$

$$k_{td} = \frac{t}{(61 - 4 * f_c + t)}$$

$$k_f = \frac{5}{1 + f_c}$$

$$k_{hc} = 1,56 - 0,008 * H$$

$$k_s = 1,45 - 0,13(V/S) \geq 1,0$$

Coeficientes de retração

$$\varepsilon(t, t_i) = 0,00048 * k_s * k_{hs} * k_f * k_{td}$$

$$k_{hc} = 2,00 - 0,014 * H$$

Onde:

t = idade final da viga em dias;

t<sub>i</sub> = liberação da protensão em dias;

f<sub>c</sub> = fck do concreto no momento da protensão;

H = umidade relativa em %;

V/S = relação volume/área superficial;

Os outros termos, k<sub>s</sub>, k<sub>f</sub> e k<sub>td</sub>, para o coeficiente de retração são calculados de forma análoga aos termos dos coeficientes de fluência.

Resultado dos coeficientes de fluência da viga:

$$\Psi(20000,1) = 1,526$$

$$\Psi(7,1) = 0,204$$

$$\Psi(20000,7) = 1,213$$

Resultado do coeficiente de fluência do tabuleiro:

$$\Psi(20000,7) = 2,126$$

Resultado dos coeficientes de retração da viga:

$$\varepsilon(20000,1) = 0,000393$$

$$\varepsilon(7,1) = 0,000053$$

$$\varepsilon(20000,7) = 0,00341$$

Resultado do coeficiente de retração do tabuleiro:

$$\varepsilon(20000,7) = 0,000274$$

Determinar os multiplicadores devido à fluência para a protensão e peso da viga ( $\delta_1$ ) e do peso do tabuleiro ( $\delta_2$ ). Para isso é necessário calcular os módulos de elasticidade efetivos:

Módulo de elasticidade efetivo ajustado para a idade que o concreto foi submetido ao momento de restrição introduzida gradualmente desde o tempo de colocação do tabuleiro até o tempo final, t.

$$E_{ctv}^*(20000,7) = \frac{E_c(td)}{1 + 0,7 * \Psi(20000,7)} = \frac{5314}{1 + 0,7 * 1,213} = 2873 \text{ ksi (20 GPa)}$$

Módulo de elasticidade efetivo ajustado para a idade que o concreto é submetido a estresse constante introduzido em  $t_i$ , com fluência determinada no período (t- $t_d$ ).

$$E_{ctc}^*(20000,1) = \frac{E_c(t_i)}{\Psi(20000,1) - \Psi(20000,7)} = \frac{4406}{1,526 - 0,204} = 3333 \text{ ksi (23 GPa)}$$

Módulo de elasticidade efetivo ajustado para o concreto da viga devido ao peso do tabuleiro:

$$E_{cd} = \frac{E_c(td)}{1 + 1,0 * \Psi(20000,7)} = \frac{5314}{1 + 1,0 * 1,213} = 2,401 \text{ ksi (17 GPa)}$$

Multiplicadores:

$$\delta_1 = \frac{E_{ctv}^*}{E_{ctc}^*} = \frac{2873}{3333} = 0,862$$

$$\delta_2 = \frac{E_{cd}}{E_{ctc}^*} = \frac{2401}{3333} = 0,720$$

Somente cargas aplicadas antes da continuidade podem causar momentos de continuidade devido à fluência. Essas cargas, normalmente, são peso próprio da viga, protensão e peso do tabuleiro. A influência de cada carga é quantizada separadamente e o momento total de continuidade é calculo por superposição.

Cálculo dos momentos fletores no apoio intermediário:

Devido ao peso próprio da viga ( $M_v$ )

$$M_v = \frac{wl^2}{8} = \frac{9,865 * 27,432^2}{8} = 928,1 \text{ kNm (684,5 kipft)}$$

w: peso próprio da viga: 9,865 kN/m (0,676 k/ft)

l: comprimento do vão: 27,432 m (90 ft)

Devido ao peso próprio do tabuleiro ( $M_t$ )

$$M_t = \frac{ql^2}{8} = \frac{17,45 * 27,432^2}{8} = 1641,4 \text{ kNm (1215,0 kipft)}$$

q: peso do tabuleiro:  $3,048 * 0,229 * 25 = 17,45$  kN/m (1,20 k/ft)

l: comprimento do vão: 27,432 m (90 ft)

Devido ao peso guarda corpo e revestimento ( $M_{gr}$ )

$$M_{gr} = \frac{grl^2}{8} = \frac{2,93 * 27,432^2}{8} = 275,6 \text{ kNm (203,3 kipft)}$$

gr: peso do guarda corpo e revestimento:  $(0,96) * 3,048 = 2,93$  kN/m (0,20 k/ft)

l: comprimento do vão: 27,432 m (90 ft)

Devido à protensão (Mp)

$$M_p = \frac{3P}{4} * [2 * e_e + (1 + \alpha) * (e_c - e_e)]$$

$$M_p = \frac{3 * 1581}{4} * \frac{[2 * 10,9 + (1 + 0,1) * (12,4 - 10,9)]}{12} = 2303,6 \text{ kipft} (3123,3 \text{ kNm})$$

$$e_e = 16,1 - (10 * 9,55 + 30 * 3,7) / 40 = 10,9 \text{ in} (276,9 \text{ mm})$$

$$e_c = 16,1 - 3,7 = 12,4 \text{ in} (315,0 \text{ mm})$$

$$P: 90\% \text{ da força de protensão} = 1581,9 \text{ kips} (7036,6 \text{ kN})$$

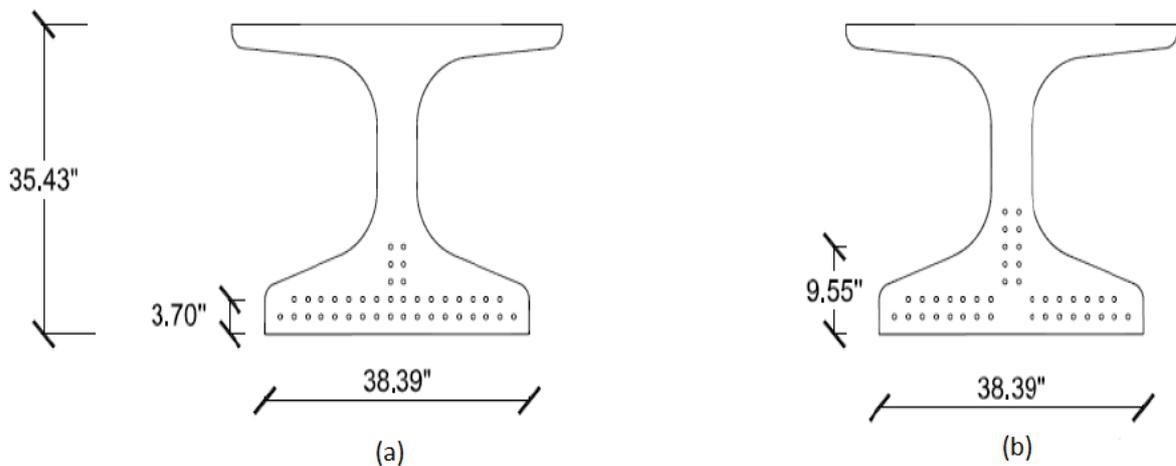


Figura A.1 – Detalhe da protensão, (a) na seção intermediária e (b) na seção inicial/final da viga.

Determinar os momentos de continuidade (Mc):

Momento de continuidade devido à fluência do peso próprio da viga

$$M_{cv} = \delta_1 * M_v = 0,862 * (-928,1) = -800,0 \text{ kNm} (-590,0 \text{ kipft})$$

Momento de continuidade devido à fluência da protensão

$$M_{cp} = \delta_1 * M_p = 0,862 * 3123,3 = 2692,2 \text{ kNm (1985,7 kipft)}$$

Momento de continuidade devido à fluência do tabuleiro

$$M_{ct} = \delta_2 * M_t = 0,720 * (-1641,4) = -1181,8 \text{ kNm (-874,8 kipft)}$$

Momento de continuidade total:

Momento de continuidade do peso da viga	- 800,0 kNm
Momento de continuidade da protensão	2692,2 kNm
Momento de continuidade do tabuleiro	- 1181,8 kNm
Momento de continuidade da temperatura	784,1 kNm
Momento de continuidade da retração diferencial	- 538,5 kNm
Momento de continuidade do peso GC+Rev	- 275,6 kNm
Momento de continuidade total	684,4 kNm

### Armação do diafragma

$$\mu = \frac{M_d}{b * d^2 * \sigma_{cd}} = \frac{1,4 * 684,4}{1000 * 0,97 * 1,08^2 * 0,85 * \frac{27,6}{1,4}} = 0,0505$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2 * \mu} = 1 - \sqrt{1 - 2 * 0,0505} = 0,0518$$

$$A_s = \omega * b * d * \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} = 0,0518 * 0,97 * 1,08 * \frac{16,75}{\frac{500}{1,15}} * 10^6$$

$$A_s = 2095 \text{ mm}^2 = 3,25 \text{ in}^2$$

**Caso 2: Tabuleiro concretado 28 dias após a concretagem da viga:**

Umidade relativa	70 %
Liberação da protensão ( $t_i$ )	1 dia
Concretagem do tabuleiro e diafragma ( $t_d$ )	28 dias
Idade final da viga ( $t$ )	20000 dias

Resultado dos coeficientes de fluência da viga:

$$\Psi(20000,1) = 1,526$$

$$\Psi(28,1) = 0,626$$

$$\Psi(20000,28) = 1,030$$

Resultado do coeficiente de fluência do tabuleiro:

$$\Psi(20000,28) = 2,126$$

Resultado dos coeficientes de retração da viga:

$$\varepsilon(20000,1) = 0,000393$$

$$\varepsilon(28,1) = 0,000161$$

$$\varepsilon(20000,28) = 0,00232$$

Resultado do coeficiente de retração do tabuleiro:

$$\varepsilon(20000,28) = 0,000274$$

$$E_{ctv}^*(20000,28) = \frac{E_c(td)}{1 + 0,7 * \Psi(20000,28)} = \frac{5314}{1 + 0,7 * 1,030} = 3088 \text{ ksi (21 GPa)}$$

$$E_{ctc}^*(20000,1) = \frac{E_c(t_i)}{\Psi(20000,1) - \Psi(20000,28)} = \frac{4406}{1,526 - 0,626} = 4896 \text{ ksi (34 GPa)}$$

$$E_{cd} = \frac{E_c(td)}{1 + 1,0 * \Psi(20000,28)} = \frac{5314}{1 + 1,0 * 1,030} = 2618 \text{ ksi (18 GPa)}$$

Multiplicadores:

$$\delta_1 = \frac{E_{ctv}^*}{E_{ctc}^*} = \frac{3088}{4896} = 0,630$$

$$\delta_2 = \frac{E_{cd}}{E_{ctc}^*} = \frac{2616}{4896} = 0,535$$

Devido ao peso próprio da viga ( $M_v$ )

$$M_v = \frac{wl^2}{8} = \frac{9,865 * 27,432^2}{8} = 928,1 \text{ kNm (684,5 kipft)}$$

Devido ao peso próprio do tabuleiro ( $M_t$ )

$$M_t = \frac{ql^2}{8} = \frac{17,45 * 27,432^2}{8} = 1641,4 \text{ kNm (1215,0 kipft)}$$

Devido ao peso guarda corpo e revestimento ( $M_{gr}$ )

$$M_{gr} = \frac{grl^2}{8} = \frac{2,93 * 27,432^2}{8} = 275,6 \text{ kNm (203,3 kipft)}$$

Devido à protensão ( $M_p$ )

$$M_p = \frac{3 * 1581}{4} * \frac{[2 * 10,9 + (1 + 0,1) * (12,4 - 10,9)]}{12} = 2303,6 \text{ kipft (3123,3 kNm)}$$

Determinar os momentos de continuidade ( $M_c$ ):

Momento de continuidade devido à fluência do peso próprio da viga

$$M_{cv} = \delta_1 * M_v = 0,630 * (-928,1) = -584,7 \text{ kNm}$$

Momento de continuidade devido à fluência da protensão

$$M_{cp} = \delta 1 * M_p = 0,630 * 3123,3 = 1967,7 \text{ kNm}$$

Momento de continuidade devido à fluência do tabuleiro

$$M_{ct} = \delta 2 * M_t = 0,535 * (-1641,4) = -878,2 \text{ kNm}$$

Momento de continuidade total:

Momento de continuidade do peso da viga	- 584,7 kNm
Momento de continuidade da protensão	1967,7 kNm
Momento de continuidade do tabuleiro	- 878,2 kNm
Momento de continuidade da temperatura	784,1 kNm
Momento de continuidade da retração diferencial	- 538,5 kNm
Momento de continuidade do peso GC+Rev	- 275,6 kNm
Momento de continuidade total	474,8 kNm

### Armação do diafragma

$$\mu = \frac{M_d}{b * d^2 * \sigma_{cd}} = \frac{1,4 * 474,8}{1000 * 0,97 * 1,08^2 * 0,85 * \frac{27,6}{1,4}} = 0,0351$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2 * \mu} = 1 - \sqrt{1 - 2 * 0,0351} = 0,0357$$

$$A_s = \omega * b * d * \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} = 0,0357 * 0,97 * 1,08 * \frac{16,75}{\frac{500}{1,15}} * 10^6$$

$$A_s = 1441 \text{ mm}^2 = 2,23 \text{ in}^2$$

**Caso 3: Tabuleiro concretado 42 dias após a concretagem da viga:**

Umidade relativa	70 %
Liberação da protensão ( $t_i$ )	1 dia
Concretagem do tabuleiro e diafragma ( $t_d$ )	42 dias
Idade final da viga ( $t$ )	20000 dias

Resultado dos coeficientes de fluência da viga:

$$\Psi(20000,1) = 1,526$$

$$\Psi(42,1) = 0,784$$

$$\Psi(20000,42) = 0,982$$

Resultado do coeficiente de fluência do tabuleiro:

$$\Psi(20000,42) = 2,126$$

Resultado dos coeficientes de retração da viga:

$$\varepsilon(20000,1) = 0,000393$$

$$\varepsilon(42,1) = 0,000202$$

$$\varepsilon(20000,42) = 0,00191$$

Resultado do coeficiente de retração do tabuleiro:

$$\varepsilon(20000,42) = 0,000274$$

$$E_{ctv}^*(20000,42) = \frac{E_c(td)}{1 + 0,7 * \Psi(20000,42)} = \frac{5314}{1 + 0,7 * 0,982} = 3149 \text{ ksi (22 GPa)}$$

$$E_{ctc}^*(20000,1) = \frac{E_c(t_i)}{\Psi(20000,1) - \Psi(20000,42)} = \frac{4406}{1,526 - 0,784} = 5938 \text{ ksi (41 GPa)}$$

$$E_{cd} = \frac{E_c(td)}{1 + 1,0 * \Psi(20000,42)} = \frac{5314}{1 + 1,0 * 0,982} = 2681 \text{ ksi (18 GPa)}$$

Multiplicadores:

$$\delta_1 = \frac{E_{ctv}^*}{E_{ctc}^*} = \frac{3149}{5938} = 0,530$$

$$\delta_2 = \frac{E_{cd}}{E_{ctc}^*} = \frac{2681}{5938} = 0,451$$

Devido ao peso próprio da viga ( $M_v$ )

$$M_v = \frac{wl^2}{8} = \frac{9,865 * 27,432^2}{8} = 928,1 \text{ kNm (684,5 kipft)}$$

Devido ao peso próprio do tabuleiro ( $M_t$ )

$$M_t = \frac{ql^2}{8} = \frac{17,45 * 27,432^2}{8} = 1641,4 \text{ kNm (1215,0 kipft)}$$

Devido ao peso guarda corpo e revestimento ( $M_{gr}$ )

$$M_{gr} = \frac{grl^2}{8} = \frac{2,93 * 27,432^2}{8} = 275,6 \text{ kNm (203,3 kipft)}$$

Devido à protensão ( $M_p$ )

$$M_p = \frac{3 * 1581}{4} * \frac{[2 * 10,9 + (1 + 0,1) * (12,4 - 10,9)]}{12} = 2303,6 \text{ kipft (3123,3 kNm)}$$

Determinar os momentos de continuidade ( $M_c$ ):

Momento de continuidade devido à fluência do peso próprio da viga

$$M_{cv} = \delta_1 * M_v = 0,530 * (-928,1) = -491,9 \text{ kNm}$$

Momento de continuidade devido à fluência da protensão

$$M_{cp} = \delta 1 * M_p = 0,530 * 3123,3 = 1655,4 \text{ kNm}$$

Momento de continuidade devido à fluência do tabuleiro

$$M_{ct} = \delta 2 * M_t = 0,451 * (-1641,4) = -740,3 \text{ kNm}$$

Momento de continuidade total:

Momento de continuidade do peso da viga	- 491,9 kNm
Momento de continuidade da protensão	1655,4 kNm
Momento de continuidade do tabuleiro	- 740,3 kNm
Momento de continuidade da temperatura	784,1 kNm
Momento de continuidade da retração diferencial	- 538,5 kNm
Momento de continuidade do peso GC+Rev	- 275,6 kNm
Momento de continuidade total	393,2 kNm

### Armação do diafragma

$$\mu = \frac{M_d}{b * d^2 * \sigma_{cd}} = \frac{1,4 * 393,2}{1000 * 0,97 * 1,08^2 * 0,85 * \frac{27,6}{1,4}} = 0,0290$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2 * \mu} = 1 - \sqrt{1 - 2 * 0,0290} = 0,0295$$

$$A_s = \omega * b * d * \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} = 0,0295 * 0,97 * 1,08 * \frac{16,75}{\frac{500}{1,15}} * 10^6$$

$$A_s = 1190 \text{ mm}^2 = 1,84 \text{ in}^2$$

**Caso 4: Tabuleiro concretado 60 dias após a concretagem da viga:**

Umidade relativa	70 %
Liberação da protensão ( $t_i$ )	1 dia
Concretagem do tabuleiro e diafragma ( $t_d$ )	60 dias
Idade final da viga ( $t$ )	20000 dias

Resultado dos coeficientes de fluência da viga:

$$\Psi(20000,1) = 1,526$$

$$\Psi(60,1) = 0,921$$

$$\Psi(20000,60) = 0,941$$

Resultado do coeficiente de fluência do tabuleiro:

$$\Psi(20000,60) = 2,126$$

Resultado dos coeficientes de retração da viga:

$$\varepsilon(20000,1) = 0,000393$$

$$\varepsilon(60,1) = 0,000237$$

$$\varepsilon(20000,60) = 0,00156$$

Resultado do coeficiente de retração do tabuleiro:

$$\varepsilon(20000,60) = 0,000274$$

$$E_{ctv}^*(20000,60) = \frac{E_c(td)}{1 + 0,7 * \Psi(20000,60)} = \frac{5314}{1 + 0,7 * 0,941} = 3204 \text{ ksi (22 GPa)}$$

$$E_{ctc}^*(20000,1) = \frac{E_c(t_i)}{\Psi(20000,1) - \Psi(20000,60)} = \frac{4406}{1,526 - 0,921} = 7283 \text{ ksi (50 GPa)}$$

$$E_{cd} = \frac{E_c(td)}{1 + 1,0 * \Psi(20000,60)} = \frac{5314}{1 + 1,0 * 0,941} = 2738 \text{ ksi (19 GPa)}$$

Multiplicadores:

$$\delta_1 = \frac{E_{ctv}^*}{E_{ctc}^*} = \frac{3204}{7283} = 0,440$$

$$\delta_2 = \frac{E_{cd}}{E_{ctc}^*} = \frac{2738}{7283} = 0,376$$

Devido ao peso próprio da viga ( $M_v$ )

$$M_v = \frac{wl^2}{8} = \frac{9,865 * 27,432^2}{8} = 928,1 \text{ kNm (684,5 kipft)}$$

Devido ao peso próprio do tabuleiro ( $M_t$ )

$$M_t = \frac{ql^2}{8} = \frac{17,45 * 27,432^2}{8} = 1641,4 \text{ kNm (1215,0 kipft)}$$

Devido ao peso guarda corpo e revestimento ( $M_{gr}$ )

$$M_{gr} = \frac{grl^2}{8} = \frac{2,93 * 27,432^2}{8} = 275,6 \text{ kNm (203,3 kipft)}$$

Devido à protensão ( $M_p$ )

$$M_p = \frac{3 * 1581}{4} * \frac{[2 * 10,9 + (1 + 0,1) * (12,4 - 10,9)]}{12} = 2303,6 \text{ kipft (3123,3 kNm)}$$

Determinar os momentos de continuidade ( $M_c$ ):

Momento de continuidade devido à fluência do peso próprio da viga

$$M_{cv} = \delta_1 * M_v = 0,440 * (-928,1) = -408,4 \text{ kNm}$$

Momento de continuidade devido à fluência da protensão

$$M_{cp} = \delta 1 * M_p = 0,440 * 3123,3 = 1374,3 \text{ kNm}$$

Momento de continuidade devido à fluência do tabuleiro

$$M_{ct} = \delta 2 * M_t = 0,376 * (-1641,4) = -617,2 \text{ kNm}$$

Momento de continuidade total:

Momento de continuidade do peso da viga	- 408,4 kNm
Momento de continuidade da protensão	1374,3 kNm
Momento de continuidade do tabuleiro	- 617,2 kNm
Momento de continuidade da temperatura	784,1 kNm
Momento de continuidade da retração diferencial	- 538,5 kNm
Momento de continuidade do peso GC+Rev	- 275,6 kNm

Momento de continuidade total \_\_\_\_\_ 318,7 kNm

### Armação do diafragma

$$\mu = \frac{M_d}{b * d^2 * \sigma_{cd}} = \frac{1,4 * 393,2}{1000 * 0,97 * 1,08^2 * 0,85 * \frac{27,6}{1,4}} = 0,0235$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2 * \mu} = 1 - \sqrt{1 - 2 * 0,0235} = 0,0238$$

$$A_s = \omega * b * d * \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} = 0,0238 * 0,97 * 1,08 * \frac{16,75}{\frac{500}{1,15}} * 10^6$$

$$A_s = 962 \text{ mm}^2 = 1,49 \text{ in}^2$$

**Caso 5: Tabuleiro concretado 90 dias após a concretagem da viga:**

Umidade relativa	70 %
Liberação da protensão ( $t_i$ )	1 dia
Concretagem do tabuleiro e diafragma ( $t_d$ )	90 dias
Idade final da viga ( $t$ )	20000 dias

Resultado dos coeficientes de fluência da viga:

$$\Psi(20000,1) = 1,526$$

$$\Psi(90,1) = 1,063$$

$$\Psi(20000,90) = 0,897$$

Resultado do coeficiente de fluência do tabuleiro:

$$\Psi(20000,90) = 2,126$$

Resultado dos coeficientes de retração da viga:

$$\varepsilon(20000,1) = 0,000393$$

$$\varepsilon(90,1) = 0,000274$$

$$\varepsilon(20000,90) = 0,00119$$

Resultado do coeficiente de retração do tabuleiro:

$$\varepsilon(20000,90) = 0,000274$$

$$E_{ctv}^*(20000,90) = \frac{E_c(td)}{1 + 0,7 * \Psi(20000,90)} = \frac{5314}{1 + 0,7 * 0,897} = 3264 \text{ ksi (23 GPa)}$$

$$E_{ctc}^*(20000,1) = \frac{E_c(t_i)}{\Psi(20000,1) - \Psi(20000,90)} = \frac{4406}{1,526 - 1,063} = 9516 \text{ ksi (66 GPa)}$$

$$E_{cd} = \frac{E_c(td)}{1 + 1,0 * \Psi(20000,90)} = \frac{5314}{1 + 1,0 * 0,897} = 2801 \text{ ksi (19 GPa)}$$

Multiplicadores:

$$\delta_1 = \frac{E_{ctv}^*}{E_{ctc}^*} = \frac{3264}{9516} = 0,343$$

$$\delta_2 = \frac{E_{cd}}{E_{ctc}^*} = \frac{2801}{9516} = 0,294$$

Devido ao peso próprio da viga ( $M_v$ )

$$M_v = \frac{wl^2}{8} = \frac{9,865 * 27,432^2}{8} = 928,1 \text{ kNm (684,5 kipft)}$$

Devido ao peso próprio do tabuleiro ( $M_t$ )

$$M_t = \frac{ql^2}{8} = \frac{17,45 * 27,432^2}{8} = 1641,4 \text{ kNm (1215,0 kipft)}$$

Devido ao peso guarda corpo e revestimento ( $M_{gr}$ )

$$M_{gr} = \frac{grl^2}{8} = \frac{2,93 * 27,432^2}{8} = 275,6 \text{ kNm (203,3 kipft)}$$

Devido à protensão ( $M_p$ )

$$M_p = \frac{3 * 1581}{4} * \frac{[2 * 10,9 + (1 + 0,1) * (12,4 - 10,9)]}{12} = 2303,6 \text{ kipft (3123,3 kNm)}$$

Determinar os momentos de continuidade ( $M_c$ ):

Momento de continuidade devido à fluência do peso próprio da viga

$$M_{cv} = \delta_1 * M_v = 0,343 * (-928,1) = -318,3 \text{ kNm}$$

Momento de continuidade devido à fluência da protensão

$$M_{cp} = \delta 1 * M_p = 0,343 * 3123,3 = 1071,3 \text{ kNm}$$

Momento de continuidade devido à fluência do tabuleiro

$$M_{ct} = \delta 2 * M_t = 0,294 * (-1641,4) = -482,6 \text{ kNm}$$

Momento de continuidade total:

Momento de continuidade do peso da viga	- 318,3 kNm
Momento de continuidade da protensão	1071,3 kNm
Momento de continuidade do tabuleiro	- 482,6 kNm
Momento de continuidade da temperatura	784,1 kNm
Momento de continuidade da retração diferencial	- 538,5 kNm
Momento de continuidade do peso GC+Rev	- 275,6 kNm
Momento de continuidade total	235,0 kNm

### Armação do diafragma

$$\mu = \frac{M_d}{b * d^2 * \sigma_{cd}} = \frac{1,4 * 393,2}{1000 * 0,97 * 1,08^2 * 0,85 * \frac{27,6}{1,4}} = 0,0174$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2 * \mu} = 1 - \sqrt{1 - 2 * 0,0174} = 0,0175$$

$$A_s = \omega * b * d * \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} = 0,0175 * 0,97 * 1,08 * \frac{16,75}{\frac{500}{1,15}} * 10^6$$

$$A_s = 707 \text{ mm}^2 = 1,10 \text{ in}^2$$

**Caso 6: Tabuleiro concretado 120 dias após a concretagem da viga:**

Umidade relativa	70 %
Liberação da protensão ( $t_i$ )	1 dia
Concretagem do tabuleiro e diafragma ( $t_d$ )	120 dias
Idade final da viga ( $t$ )	20000 dias

Resultado dos coeficientes de fluência da viga:

$$\Psi(20000,1) = 1,526$$

$$\Psi(120,1) = 1,152$$

$$\Psi(20000,120) = 0,868$$

Resultado do coeficiente de fluência do tabuleiro:

$$\Psi(20000,120) = 2,126$$

Resultado dos coeficientes de retração da viga:

$$\varepsilon(20000,1) = 0,000393$$

$$\varepsilon(120,1) = 0,000297$$

$$\varepsilon(20000,120) = 0,0097$$

Resultado do coeficiente de retração do tabuleiro:

$$\varepsilon(20000,120) = 0,000274$$

$$E_{ctv}^*(20000,120) = \frac{E_c(td)}{1 + 0,7 * \Psi(20000,120)} = \frac{5314}{1 + 0,7 * 0,868} = 3306 \text{ ksi (23 GPa)}$$

$$E_{ctc}^*(20000,1) = \frac{E_c(t_i)}{\Psi(20000,1) - \Psi(20000,120)} = \frac{4406}{1,526 - 1,152} = 11781 \text{ ksi (81 GPa)}$$

$$E_{cd} = \frac{E_c(td)}{1 + 1,0 * \Psi(20000,120)} = \frac{5314}{1 + 1,0 * 0,868} = 2845 \text{ ksi (20 GPa)}$$

Multiplicadores:

$$\delta_1 = \frac{E_{ctv}^*}{E_{ctc}^*} = \frac{3306}{11781} = 0,281$$

$$\delta_2 = \frac{E_{cd}}{E_{ctc}^*} = \frac{2845}{11781} = 0,241$$

Devido ao peso próprio da viga ( $M_v$ )

$$M_v = \frac{wl^2}{8} = \frac{9,865 * 27,432^2}{8} = 928,1 \text{ kNm (684,5 kipft)}$$

Devido ao peso próprio do tabuleiro ( $M_t$ )

$$M_t = \frac{ql^2}{8} = \frac{17,45 * 27,432^2}{8} = 1641,4 \text{ kNm (1215,0 kipft)}$$

Devido ao peso guarda corpo e revestimento ( $M_{gr}$ )

$$M_{gr} = \frac{grl^2}{8} = \frac{2,93 * 27,432^2}{8} = 275,6 \text{ kNm (203,3 kipft)}$$

Devido à protensão ( $M_p$ )

$$M_p = \frac{3 * 1581}{4} * \frac{[2 * 10,9 + (1 + 0,1) * (12,4 - 10,9)]}{12} = 2303,6 \text{ kipft (3123,3 kNm)}$$

Determinar os momentos de continuidade ( $M_c$ ):

Momento de continuidade devido à fluência do peso próprio da viga

$$M_{cv} = \delta_1 * M_v = 0,281 * (-928,1) = -260,8 \text{ kNm}$$

Momento de continuidade devido à fluência da protensão

$$M_{cp} = \delta_1 * M_p = 0,281 * 3123,3 = 877,7 \text{ kNm}$$

Momento de continuidade devido à fluência do tabuleiro

$$M_{ct} = \delta_2 * M_t = 0,241 * (-1641,4) = -395,6 \text{ kNm}$$

Momento de continuidade total:

Momento de continuidade do peso da viga	- 260,8 kNm
Momento de continuidade da protensão	877,7 kNm
Momento de continuidade do tabuleiro	- 395,6 kNm
Momento de continuidade da temperatura	784,1 kNm
Momento de continuidade da retração diferencial	- 538,5 kNm
Momento de continuidade do peso GC+Rev	- 275,6 kNm

Momento de continuidade total \_\_\_\_\_ 191,3 kNm

### Armação do diafragma

$$\mu = \frac{M_d}{b * d^2 * \sigma_{cd}} = \frac{1,4 * 393,2}{1000 * 0,97 * 1,08^2 * 0,85 * \frac{27,6}{1,4}} = 0,0141$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2 * \mu} = 1 - \sqrt{1 - 2 * 0,0141} = 0,0142$$

$$A_s = \omega * b * d * \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} = 0,0142 * 0,97 * 1,08 * \frac{16,75}{\frac{500}{1,15}} * 10^6$$

$$A_s = 574 \text{ mm}^2 = 0,89 \text{ in}^2$$

**Caso 7: Tabuleiro concretado após a continuidade:**

Umidade relativa	70 %
Liberação da protensão ( $t_i$ )	1 dia
Concretagem do tabuleiro e diafragma ( $t_d$ )	28 dias
Idade final da viga ( $t$ )	20000 dias

Resultado dos coeficientes de fluência da viga:

$$\Psi(20000,1) = 1,526$$

$$\Psi(28,1) = 0,626$$

$$\Psi(20000,28) = 1,030$$

Resultado do coeficiente de fluência do tabuleiro:

$$\Psi(20000,28) = 2,126$$

Resultado dos coeficientes de retração da viga:

$$\varepsilon(20000,1) = 0,000393$$

$$\varepsilon(28,1) = 0,000161$$

$$\varepsilon(20000,28) = 0,00232$$

Resultado do coeficiente de retração do tabuleiro:

$$\varepsilon(20000,28) = 0,000274$$

$$E_{ctv}^*(20000,28) = \frac{E_c(td)}{1 + 0,7 * \Psi(20000,28)} = \frac{5314}{1 + 0,7 * 1,030} = 3088 \text{ ksi (21 GPa)}$$

$$E_{ctc}^*(20000,1) = \frac{E_c(t_i)}{\Psi(20000,1) - \Psi(20000,28)} = \frac{4406}{1,526 - 0,626} = 4896 \text{ ksi (34 GPa)}$$

$$E_{cd} = \frac{E_c(td)}{1 + 1,0 * \Psi(20000,28)} = \frac{5314}{1 + 1,0 * 1,030} = 2618 \text{ ksi (18 GPa)}$$

Multiplicadores:

$$\delta_1 = \frac{E_{ctv}^*}{E_{ctc}^*} = \frac{3088}{4896} = 0,630$$

$$\delta_2 = \frac{E_{cd}}{E_{ctc}^*} = \frac{2616}{4896} = 0,535$$

Devido ao peso próprio da viga ( $M_v$ )

$$M_v = \frac{wl^2}{8} = \frac{9,865 * 27,432^2}{8} = 928,1 \text{ kNm (684,5 kipft)}$$

Devido ao peso próprio do tabuleiro ( $M_t$ )

$$M_t = \frac{ql^2}{8} = \frac{17,45 * 27,432^2}{8} = 1641,4 \text{ kNm (1215,0 kipft)}$$

Devido ao peso guarda corpo e revestimento ( $M_{gr}$ )

$$M_{gr} = \frac{grl^2}{8} = \frac{2,93 * 27,432^2}{8} = 275,6 \text{ kNm (203,3 kipft)}$$

Devido à protensão ( $M_p$ )

$$M_p = \frac{3 * 1581}{4} * \frac{[2 * 10,9 + (1 + 0,1) * (12,4 - 10,9)]}{12} = 2303,6 \text{ kipft (3123,3 kNm)}$$

Determinar os momentos de continuidade ( $M_c$ ):

Momento de continuidade devido à fluência do peso próprio da viga

$$M_{cv} = \delta_1 * M_v = 0,630 * (-928,1) = -584,7 \text{ kNm}$$

Momento de continuidade devido à fluência da protensão

$$M_{cp} = \delta_1 * M_p = 0,630 * 3123,3 = 1967,7 \text{ kNm}$$

Momento de continuidade devido à fluência do tabuleiro

$$M_{ct} = M_t = (-1641,4) = -1641,4 \text{ kNm}$$

Momento de continuidade total:

Momento de continuidade do peso da viga	- 584,7 kNm
Momento de continuidade da protensão	1967,7 kNm
Momento de continuidade do tabuleiro	- 1641,4 kNm
Momento de continuidade da temperatura	784,1 kNm
Momento de continuidade da retração diferencial	- 538,5 kNm
Momento de continuidade do peso GC+Rev	- 275,6 kNm
Momento de continuidade total	-288,9 kNm

### **Armação do diafragma**

Armação não necessária.

## Cálculo do momento de continuidade causado pela retração diferencial

Propriedades da seção composta (viga + tabuleiro)

Módulo de Elasticidade da viga	36600 MPa (5314 ksi)
Módulo de Elasticidade do tabuleiro – Ecd	24900 MPa (3607 ksi)
Razão dos módulos de elasticidade	$3607/5314 = 0,68$
Espaçamento entre vigas	3,048 m (120 in)
Tamanho do tabuleiro ajustado	$3,048 * 0,68 = 2,073$ m (81,6 in)
Espessura do tabuleiro – h	0,229 m (9 in)
Área do tabuleiro – Ad	0,697 m <sup>2</sup> (1080 in <sup>2</sup> )
Área do tabuleiro ajustado	0,474 m <sup>2</sup> (734,4 in <sup>2</sup> )
Altura total da seção composta	1,13 m (44,43 in)
Momento de inércia da seção composta	0,1452 m <sup>4</sup> (348943 in <sup>4</sup> )
Distância do centroide para a fibra superior – Cs	0,341 m (13,44 in)
Coefficiente de retração do tabuleiro – $\epsilon_s$	0,000274
Força de compressão devido à retração (força atuante no meio do tabuleiro)	$F = \epsilon_s * Ad * Ecd$ $F = 0,000274 * 0,697 * 24900$ $F = 4755$ kN (1067 kip)
Momento causado pela retração	$Mr = F * (Cs - h/2)$ $Mr = 4755 * (0,341 - 0,229/2)$ $Mr = 1077$ kNm (954 kipft)

O momento calculado acima é aplicado no fim das vigas para determinar o momento de continuidade no apoio intermediário. Para isso foi utilizado o software (FTOOL) com as propriedades da seção calculada acima.

## RESULTADOS DO FTOOL

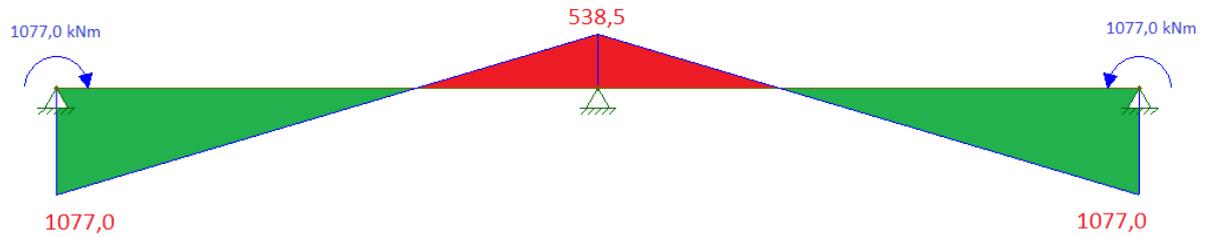


Figura A.2 – Resultado da análise do momento de continuidade devido a retração diferencial no FTOOL.

Momento total de continuidade devido à retração: - 538,5 kNm (- 397,2 kipft)

### Cálculo do momento de continuidade causado pela variação de temperatura

A análise do gradiente térmico será realizada de acordo com as especificações da AASHTO. Para isso deve-se localizar a região da ponte da figura A.3 para ser possível obtermos o gradiente de temperatura base na Tabela A.1. A ponte está localizada no estado de Nebraska nos EUA, enquadrando-se na região 2 com temperaturas  $T_1 = 46^\circ \text{F}$ ,  $T_2 = 12^\circ \text{F}$  e  $T_3 = 0$ . O valor A, na figura A.4 é de 12 in para estruturas de concreto com mais de 16 in de altura.



Figura A.3 – Regiões de radiação solar nos EUA

Zone	$T_1$ (°F)	$T_2$ (°F)
1	54	14
2	46	12
3	41	11
4	38	9

Tabela A.1 – Temperaturas base das regiões

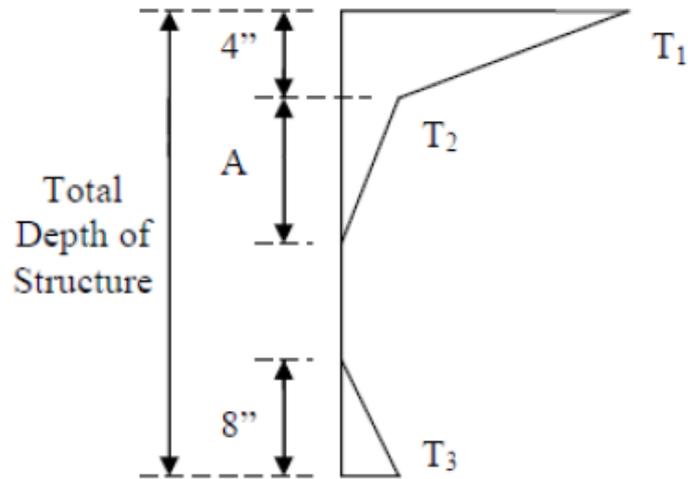


Figura A.4 – Variação de temperatura positivo na seção composta

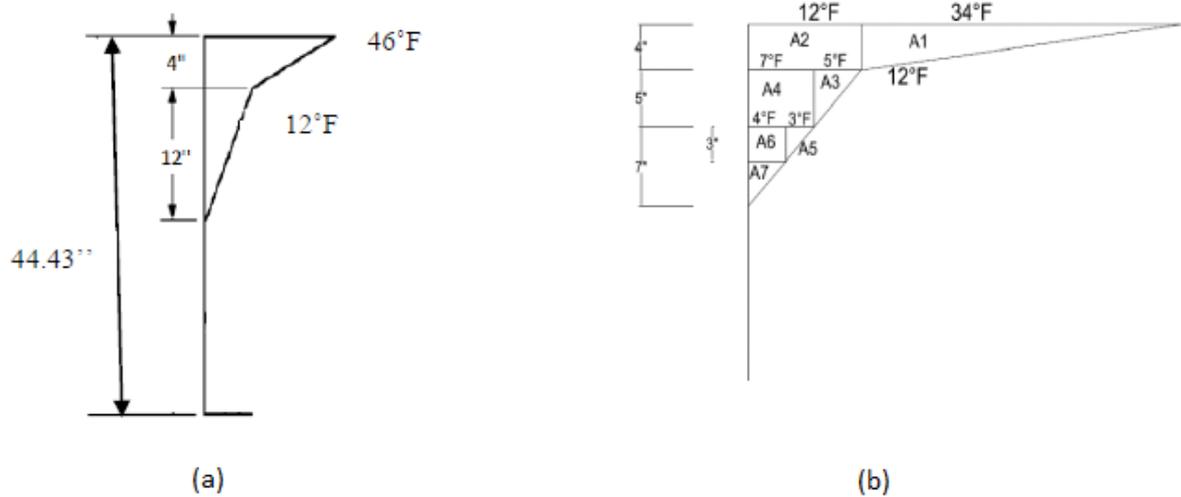


Figura A.6 – Variação de temperatura positivo na seção composta da ponte (a) geral; (b) dividida em seções.

## Propriedades

Coefficiente de expansão linear	$10,8 \times 10^{-6} \text{ m/m}^\circ\text{C}$ ( $6 \times 10^{-6} \text{ in/in } ^\circ\text{F}$ )
Módulo de Elasticidade	$E = 33 * w_c^{1,5} * \sqrt{f'c} = (33 * 150^{1,5} * \sqrt{8000})/1000$ $E = 5422,45 \text{ ksi}$ ( $37386,5 \text{ MPa}$ )
Altura total da seção composta	1,13 m (44,43 in)
Momento de inércia da seção composta	$0,1452 \text{ m}^4$ ( $348943 \text{ in}^4$ )
Distância do centroide para a fibra superior	0,341 m (13,44 in)
Tamanho do tabuleiro ajustado	$3,048 * 0,68 = 2,073 \text{ m}$ (81,6 in)

Número da seção	Módulo de Elasticidade (ksi)	Largura da seção (in)	Variação de Temp.	Profundidade de seção (in)	Força (kip)	Dist. do centro da seção até o centroide (in)	MOMENTO (kip-in)
A1	5422	81,6	17	4	180,53	12,11	2185,60
A2	5422	81,6	12	4	127,43	11,44	1457,82
A3	5422	81,6	2,5	5	33,19	7,77	257,96
A4	5422	81,6	7	5	92,92	6,94	644,86
A5	5422	48,2	1,5	3	7,06	3,44	24,28
A6	5422	48,2	4	3	18,82	2,94	55,33
A7	5422	5,9	2	4	1,54	0,11	0,16
Total=							4626,00

Tabela A.2 – Cálculo do momento inicial de continuidade devido à variação de temperatura

Momento inicial de continuidade devido à temperatura:

$$M_t = 4626,0 \text{ kip-in} = 385,5 \text{ kip-ft} \text{ (522,7 kNm)}$$

O momento calculado acima é aplicado no fim das vigas para determinar o momento de continuidade total no apoio intermediário. Para isso foi utilizado o software (FTOOL) com as propriedades da seção calculada acima e em seguida realizada a superposição dos momentos encontrados para obter o momento total de continuidade devido à temperatura.

## RESULTADOS DO FTOOL

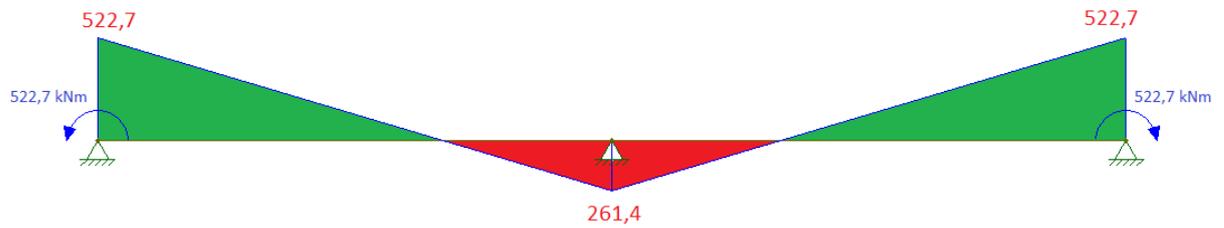


Figura A.6 - Resultado da análise do momento de continuidade devido à variação de temperatura no FTOOL.

Momento total de continuidade devido à variação de temperatura:

$$261,4 + 522,7 = 784,1 \text{ kNm} \quad (192,8 + 385,5 = 578,3 \text{ kipft})$$