



Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Tecnologia e Geociências
Departamento de Engenharia Mecânica

João Paulo Rodrigues de Andrade

**Aplicação do método Multinível Algébrico
Dinâmico Não Uniforme (NU-ADM) no escoamento
composicional em reservatórios de petróleo**

Recife

2022

João Paulo Rodrigues de Andrade

Aplicação do método Multinível Algébrico Dinâmico Não Uniforme (NU-ADM) no escoamento composicional em reservatórios de petróleo

Trabalho de conclusão de curso apresentado junto à Universidade Federal de Pernambuco, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Tecnologia e Geociências
Departamento de Engenharia Mecânica

Orientador: Darlan Karlo Elisiário de Carvalho

Recife
2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Andrade, João Paulo Rodrigues de.

Aplicação do método Multinível Algébrico Dinâmico Não Uniforme (NU-ADM) no escoamento composicional em reservatórios de petróleo / João Paulo Rodrigues de Andrade. - Recife, 2022.

85 p. : il., tab.

Orientador(a): Darlan Karlo Elisiário de Carvalho

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, Engenharia Mecânica - Bacharelado, 2022.

1. Simulação em reservatórios de petróleo. 2. Método Multinível Algébrico Dinâmico Não Uniforme. 3. Simulação composicional. 4. Método Multiescala. I. Carvalho, Darlan Karlo Elisiário de. (Orientação). II. Título.

620 CDD (22.ed.)

João Paulo Rodrigues de Andrade

Aplicação do método Multinível Algébrico Dinâmico Não Uniforme (NU-ADM) no escoamento composicional em reservatórios de petróleo

Trabalho de conclusão de curso apresentado junto à Universidade Federal de Pernambuco, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Trabalho aprovado. Recife, 03 de Novembro de 2022:

Darlan Karlo Elisiário de Carvalho
Orientador

Professor
Paulo Roberto Maciel Lyra

Professor
Alessandro Romário Echevarria Antunes

Recife
2022

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu orientador Darlan Karlo pelos ensinamentos, pela oportunidade de fazer parte do grupo de pesquisa PADMEC, pela paciência e pela dedicação ao longo desse projeto.

Ao professor Paulo Lyra por acompanhar o projeto de perto, sempre sugerindo melhorias nas reuniões do grupo de pesquisa.

Ao José Cícero, desenvolvedor do método NU-ADM e à Maria Eduarda Galindo, desenvolvedora do código do modelo composicional no grupo de pesquisa, por participarem diretamente da construção do projeto, realizando melhorias nos códigos a fim de melhorar o acoplamento entre os mesmos.

Ao aluno Gabriel Lúcio pela participação no projeto com a manipulação dos dados e também do código.

Aos alunos Ricardo Lira e Arthur Castiel por compartilharem seus conhecimentos e pela paciência em ensinar ao longo da pesquisa.

Aos membros do grupo de pesquisa PADMEC, do qual todos citados anteriormente fazem parte, por compartilharem seus conhecimentos nas reuniões do grupo.

A minha esposa, Angela Holanda, por sempre me incentivar e me apoiar.

A minha mãe, Maria de Fátima, e a minha família pelo suporte e apoio durante minha trajetória.

RESUMO

A exploração do petróleo é uma atividade que envolve a captação de grandes investimentos com altos riscos financeiros e por esse motivo é essencial predizer o comportamento de um campo ou reservatório por meio da simulação numérica, tendo uma aproximação dos ganhos e uma previsão dos riscos envolvidos, visto que essa indústria tem alto impacto financeiro e ambiental. Os hidrocarbonetos são recuperados inicialmente pelo método de recuperação primária, quando o reservatório tem energia suficiente para impulsionar os fluidos para a superfície. Quando a pressão diminui recorre-se aos métodos de recuperação secundária, nos quais um fluido é injetado a fim de varrer a fase óleo do reservatório. Quando não é mais possível recuperar hidrocarbonetos utilizando os métodos de recuperação primária e secundária, recorre-se aos métodos de recuperação terciária, onde o deslocamento do óleo ocorre pela redução da sua viscosidade, das forças capilares ou da tensão superficial. Esses métodos avançados de recuperação exigem uma modelagem mais complexa, como o modelo composicional, que considera o transporte dos componentes pelas fases presentes. Um dos problemas em simulação em reservatórios de petróleo é o tempo que se leva para obter os resultados. Mesmo atualmente com os supercomputadores com alta capacidade de processamento, problemas com grande quantidade de variáveis podem inviabilizar a simulação, a exemplo de modelos complexos como o composicional, o que aumenta significativamente o número de variáveis. O que geralmente é feito é empregar o método *Upscaling*, homogeneizando as propriedades e levando as informações para a escala grossa, porém nesse processo há perda de informação. Alternativamente, existe o método Multinível Algébrico Dinâmico Não uniforme (NU-ADM) que faz uso dos operadores Multiescala (prolongamento e restrição) para resolver a solução na escala grossa e posteriormente devolver a solução para a escala fina com a vantagem de ter uma malha aninhada com vários níveis, permitindo uma solução mais precisa em regiões que tenham alguma física importante como naquelas próximas aos poços onde se tem um alto gradiente de pressão. Esse trabalho faz uso do método NU-ADM na modelagem do escoamento composicional utilizando o modelo IMPEC (*Implici Pressure Explicit Composition*), com aproximação das propriedades associadas às superfícies do volume de controle pelo método *Upwind* de primeira ordem e aproximação do fluxo pelo método TPFA (*Two Point Flux Approximation*). A pressão é resolvida utilizando o método de Richardson e as composições são resolvidas explicitamente na escala fina, calculando o fluxo localmente a fim de garantir conservação de massa. A qualidade da solução obtida do método proposto foi aferida por meio da comparação com a solução obtida diretamente na malha fina.

Palavras-chave: Simulação em reservatórios de petróleo, Método Multinível Algébrico Dinâmico Não Uniforme, Simulação composicional, Método Multiescala.

ABSTRACT

Oil exploration is an activity that involves raising of large investments with high financial risks and for this reason it is essential to predict the behavior of a field or reservoir through numerical simulation, having an approximation of the gains and an anticipation of the risks involved, since this industry has a high financial and environmental impact. Hydrocarbons are initially recovered by the primary recovery method, when the reservoir has enough energy to propel the fluids to the surface. When the pressure drops, secondary recovery methods are used, where a fluid is injected to sweep the oil phase from the reservoir. When hydrocarbons can no longer be recovered using primary and secondary recovery methods, tertiary recovery methods are used, where the displacement of the oil occurs by reducing its viscosity, capillary forces, or surface tension. These advanced recovery methods require more complex modeling such as compositional modeling, which considers the transport of components through the phases present. One of the problems in oil reservoir simulation is the time it takes to obtain the results. Even today with supercomputers with high processing power, problems with a large number of variables can make the simulation unfeasible, such as complex models like the compositional model, which significantly increases the number of variables. What is usually done is to employ the upscaling method, homogenizing the properties and taking the information to the coarse scale, but in this process there is a loss of information. Alternatively, there is the Non Uniform Dynamic Algebraic Method (NU-ADM) that makes use of the Multiscale operators (prolongation and restriction) to solve the solution at the coarse scale and then return the solution to the fine scale with the advantage of having a nested mesh with several levels, allowing a more accurate solution in regions that have some important physics such as those near the wells where there is a high pressure gradient. This work makes use of the NU-ADM method in compositional flow modeling using the IMPEC (Implicit Pressure Explicit Composition) model with approximation of the properties by the first order Upwind method and approximation of the flow by the TPFA (Two Point Flux Approximation) method. The pressure is solved using the Richardson method and the compositions are solved explicitly at the fine scale, calculating the flow locally in order to ensure conservation of mass. The comparison with the solution obtained from the proposed method was performed with the solution obtained directly from the fine mesh.

Keywords: Oil Reservoir Simulation, Non Uniform Algebraic Dynamic Multilevel Method, Compositional Simulation, Multiscale Method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Experimento de Henry Darcy.	18
Figura 2 – Curva de permeabilidade relativa para água e óleo.	20
Figura 3 – Volume de controle.	21
Figura 4 – Exemplos de malhas computacionais.	23
Figura 5 – Exemplo de um stencil unidimensional.	34
Figura 6 – Representação das condições de contorno do domínio Ω	36
Figura 7 – Estratégia IMPEC	37
Figura 8 – Exemplos de Métodos de transferência de escala.	39
Figura 9 – Malhas fina e grossa primal.	39
Figura 10 – Malha grossa dual.	40
Figura 11 – Representação das matrizes \underline{T}^f , \underline{M} e $\underline{\tilde{M}}$	43
Figura 12 – Transferência de escala no método multinível.	44
Figura 13 – Representação dos conjuntos Ω^l , Π^l e Γ^l	44
Figura 14 – Malha ADM não uniforme	46
Figura 15 – Valores das funções de base para o vértice x_1	49
Figura 16 – Localização das prescrições.	52
Figura 17 – Malha dual para $Cr = 7$	52
Figura 18 – Malha dual para $Cr = 5$	53
Figura 19 – Tempos de simulação.	54
Figura 20 – Curvas de produção e Log de base 10 do erro relativo das mesmas.	55
Figura 21 – Volumes Ativos.	56
Figura 22 – Malha NU-ADM para o vpi de 0,365.	57
Figura 23 – Resultados com $Cr=64$ sem atualizar as funções de base.	59
Figura 24 – Resultados com $Cr=64$ atualizando as funções de base.	60
Figura 25 – Tempos de simulação com $Cr=64$	61
Figura 26 – Resultados com $Cr=16$ sem atualizar as funções de base.	62
Figura 27 – Resultados com $Cr=16$ atualizando as funções de base.	63
Figura 28 – Tempos de simulação com $Cr=16$	64
Figura 29 – Resultados com $Cr=100$ sem atualizar as funções de base.	65
Figura 30 – Resultados com $Cr=100$ atualizando as funções de base.	66
Figura 31 – Tempos de simulação com $Cr=100$	67
Figura 32 – Log de base 10 do erro relativo dos gráficos de produção.	68
Figura 33 – Resultados com $Cr=20$ sem atualizar as funções de base.	70
Figura 34 – Resultados com $Cr=20$ atualizando as funções de base.	71
Figura 35 – Tempos de simulação com $Cr=20$	72
Figura 36 – Resultados com $Cr=50$ sem atualizar as funções de base.	73
Figura 37 – Resultados com $Cr=50$ atualizando as funções de base.	74

Figura 38 – Tempos de simulação com Cr=50.	75
Figura 39 – Resultados com Cr=100 sem atualizar as funções de base.	76
Figura 40 – Resultados com Cr=100 atualizando as funções de base.	77
Figura 41 – Tempos de simulação com Cr=100.	78
Figura 42 – Log de base 10 do erro relativo dos gráficos de produção.	79

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Caracterização das permeabilidades da rocha.	19
Tabela 2 – Dados do Problema 1.	51
Tabela 3 – Dados do Problema 2.	58
Tabela 4 – Dados do Problema 3	69

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADM	<i>Algebraic Dynamic Multilevel</i>
AMS	<i>Algebraic Multiscale Solver</i>
NU-ADM	<i>Non Uniform Algebraic Dynamic Multilevel</i>
EOS	<i>Equations Of State</i>
IMPEC	<i>Implicit Pressure Explicit Composition</i>
MsFV	<i>Multiscale Finite Volume</i>
PADMEC	Processamento de Alto Desempenho em Mecânica Computacional
TPFA	<i>Two Point Flux Approximation</i>
FOU	<i>First Order Upwind</i>
MPFA	<i>Multi-Point Flux Approximation</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Organização do trabalho	15
2	OBJETIVOS	16
2.1	Objetivo Geral	16
2.2	Objetivos Específicos	16
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
3.1	Propriedades da Rocha	17
3.1.1	Porosidade	17
3.1.2	Permeabilidade e Lei de Darcy	17
3.1.2.1	<i>Permeabilidade relativa</i>	19
3.2	Equação da conservação de massa	20
3.3	Método dos volumes Finitos	22
3.4	Escoamento Composicional	24
3.4.1	Modelo matemático	24
3.4.2	Equação da pressão	26
3.4.3	Equações de Estado	27
3.4.4	Propriedades Físicas	28
3.4.4.1	<i>Fração Molar Global</i>	28
3.4.4.2	<i>Densidade Molar</i>	29
3.4.4.3	<i>Densidade mássica</i>	29
3.4.4.4	<i>Saturação</i>	29
3.4.4.5	<i>Permeabilidade relativa</i>	30
3.4.4.6	<i>Viscosidade</i>	30
3.4.5	Cálculo de Flash	31
3.4.6	Cálculo de Estabilidade	32
3.4.7	Equação discreta da pressão	34
3.4.8	Equação discreta do fluxo	35
3.5	Condições iniciais e de contorno	36
3.5.1	Estratégia IMPEC	36
3.6	Método multiescala	38
3.7	Método multinível algébrico dinâmico	44
3.8	Método multinível não uniforme	45
4	METODOLOGIA	47
4.1	Softwares utilizados	47
4.2	Seleção dos níveis	47
4.3	Operador de prolongamento	48
4.4	Atualização das funções de base	49

4.5	Método de solução da pressão e das composições	49
5	RESULTADOS	51
5.1	Problema 1: Escoamento bidimensional bifásico (água e óleo)	51
5.2	Problema 2: Escoamento unidimensional trifásico	58
5.3	Problema 3: Escoamento unidimensional bifásico (óleo e gás)	69
6	CONCLUSÕES	80
	REFERÊNCIAS	81

1 INTRODUÇÃO

Estudos apontam um aumento de 50-60% no crescimento da demanda global de energia até 2030, e, uma vez que petróleo e gás são as principais fontes para atender a essa necessidade, a indústria terá que aumentar a oferta desses combustíveis para atender essa demanda, o que leva as empresas a precisarem aumentar a produção e também encontrar maneiras inovadoras na recuperação de hidrocarbonetos, para que possamos manter um equilíbrio de mercado (HAIDER, 2020). Além disso, a exploração de petróleo e gás é uma atividade que envolve a captação de grandes investimentos com altos riscos financeiros, por isso é essencial poder prever o comportamento de um campo ou reservatório, por meio da simulação numérica, tendo uma aproximação das curvas de produção e antecipação dos riscos envolvidos, visto que essa indústria tem alto impacto financeiro e ambiental.

Segundo Rosa, Carvalho e Xavier (2006) um simulador numérico permite obter informações sobre o desempenho de um campo ou reservatório submetidos a vários cenários de produção, possibilitando encontrar condições ótimas para se extrair petróleo desse campo ou reservatório. Sendo assim, é de extrema importância conhecer, a priori, a influência que as modificações nas variáveis (como vazão e pressão dos poços) exercem sobre o domínio antes de realizar essa mudança no cenário real.

Pode-se dizer que a recuperação de hidrocarbonetos em meios porosos ocorre em 3 fases: recuperação primária, secundária e terciária. Na recuperação primária, o reservatório tem a energia necessária para impulsionar o fluido para a superfície naturalmente (CONTRERAS, 2012). Na recuperação secundária, quando a pressão no reservatório não é suficiente para manter a produção, se faz necessário injetar outro fluido para aumentar a pressão, varrendo o óleo na direção dos poços produtores (CONTRERAS, 2017). Já nos métodos de recuperação terciária, ou avançada (*Enhanced Oil Recovery - EOR*), o deslocamento do óleo ocorre pela redução da sua viscosidade, das forças capilares ou da tensão superficial, sendo classificados em quatro categorias: químicos, miscíveis, térmicos e microbiológicos (SILVA, 2014). Devido a complexidade desses métodos, se faz necessária a aplicação de modelos mais acurados de simulação como o composicional, que consiste na modelagem do transporte dos componentes pelas fases.

Um dos grandes problemas em simulação de reservatórios de petróleo é o tempo que se leva para obter os resultados, mesmo atualmente com os supercomputadores de alta capacidade de processamento, problemas com grande quantidade de variáveis podem inviabilizar a simulação (ZHOU, 2010). Num reservatório típico existe em torno de $10^6 - 10^9$ células (volumes) no domínio computacional e levando-se em conta o modelo do escoamento empregado a quantidade de graus de liberdade do problema aumentam ainda mais (SOUZA et al., 2022). Modelos composicionais envolvem cálculos complexos, como aqueles empregados na estabilidade de fases, e uma grande quantidade de variáveis, o que aumenta ainda mais o custo computacional.

Diante disso, para viabilizar este tipo de simulação, são aplicadas técnicas de transferência de escala. Ou seja, são empregados métodos que levam as informações fornecidas pelo geólogo, de uma escala refinada e detalhada (malha fina), para uma escala mais grossa, onde as propriedades da rocha e dos fluidos são de alguma maneira homogeneizadas, levando em consideração também a física do problema, de maneira que haja uma boa representação da escala original.

Algumas das técnicas empregadas para transferência de escala são *Upscaling* e a Multi-escala. A principal diferença entre estas é que no *Upscaling* os dados da simulação são obtidos diretamente da escala grossa, enquanto que na Multiescala, após a simulação na escala grossa, as informações obtidas são devolvidas para a escala fina através de operadores (Restrição e Prolongamento) responsáveis pela transferência de informações de uma escala para a outra (BARBOSA, 2017). No entanto, com a diminuição da quantidade de dados, obtida por algum método de engrossamento, a representatividade do problema na nova escala fica mais distante daquela do problema original, principalmente nas regiões de alta heterogeneidade (DEMÉTRIO FILHO, 2009). Sendo assim, qualquer que seja o método de transferência de escala, os valores obtidos são soluções aproximadas, devido a perda de informação inerente ao método.

A fim de contornar o problema da acurácia da solução, foi desenvolvido o método Multinível Algébrico Dinâmico (ADM - *Algebraic Dynamic Multilevel*) (SANTOS, 2019; CUSINI; KRUIJSDIJK; HAJIBEYGI, 2016), que nada mais é do que o Método de Volumes Finitos Multiescala (MsFVM - *Multiscale Finite Volume Method*) com os níveis aninhados na mesma malha, permitindo assim que a solução que é devolvida para a malha fina seja precisa em regiões que apresentem algum fenômeno físico importante, como na região próxima aos poços, onde o gradiente de pressão é elevado ou na região da frente de propagação de diferentes fases.

No método ADM, a região selecionada para ser mantida na malha fina, é estendida a todo o volume da malha grossa que contém essa região, ou seja, todo o volume da malha grossa que contém essa região selecionada, por algum critério de escolha, será mantido na malha fina. Com o objetivo de reduzir os graus de liberdade na malha ADM, foi desenvolvido por Santos et al. (2020) o método ADM não uniforme, onde agora o volume da malha grossa não precisa ser inteiramente mantido na malha fina quando alguma região dentro do mesmo necessita estar no menor nível.

Sendo assim, esse trabalho tem o objetivo de desenvolver um simulador que aplique o método NU-ADM no escoamento composicional, utilizando a formulação IMPEC (*Implicit Pressure Explicit Composition*) (FERNANDES, 2014) em malhas estruturadas 1D e 2D. O método empregado na aproximação do fluxo nas faces é o TPFA (*Two Point Flux Approximation*), ou aproximação por dois pontos, com interpolação das propriedades dos fluidos nas faces pelo método *Upwind* de primeira ordem (FOU - *First Order Upwind*) (GALINDO, 2021). Com isso é esperado que se tenha um menor custo computacional nesse tipo de simulação.

A principal contribuição desse trabalho foi o acoplamento entre o código do método

ADM não uniforme (desenvolvido para o escoamento bifásico) com o do modelo composicional, ambos desenvolvidos por integrantes do grupo PADMEC (Processamento de Alto Desempenho em Mecânica Computacional), onde o autor fez as devidas modificações necessárias, utilizando o método proposto para calcular o campo de pressão e a velocidade.

1.1 Organização do trabalho

Além da introdução, este trabalho está dividido nos seguintes capítulos:

- O capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica a respeito do modelo composicional utilizado e o método NU-ADM;
- No capítulo 3 é explanada a metodologia empregada nas simulações realizadas;
- No capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos das simulações;
- No capítulo 5 são apresentadas as conclusões a respeito do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

Desenvolver uma biblioteca na linguagem Python que realize a transferência de escala, aplicando o método ADM não uniforme (NU-ADM) em modelos que lidam com escoamento composicional.

2.2 Objetivos Específicos

- Aplicar o método NU-ADM no modelo composicional IMPEC
- Comparar a solução da malha fina com a obtida por meio do método NU-ADM

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 Propriedades da Rocha

3.1.1 Porosidade

A porosidade ϕ é um valor adimensional definida como a porcentagem de espaço vazio da rocha (CHIERICI, 1994):

$$\phi = \frac{V_p}{V_b} \quad (1)$$

onde $V_b = V_p + V_r$ é o volume total (ou *bulk volume*), sendo V_r o volume ocupado pela rocha e V_p o volume poroso. De acordo com Rosa, Carvalho e Xavier (2006) a porosidade é subdividida em 4 tipos:

Absoluta: Razão entre o total de vazios e o volume total da rocha

Efetiva: São os espaços vazios interconectados, permitindo fluxo no meio poroso

Primária: É aquela que foi desenvolvida durante a deposição do material sedimentar

Secundária: Resultante de processos geológicos posteriores a sedimentação como o surgimento de fraturas

3.1.2 Permeabilidade e Lei de Darcy

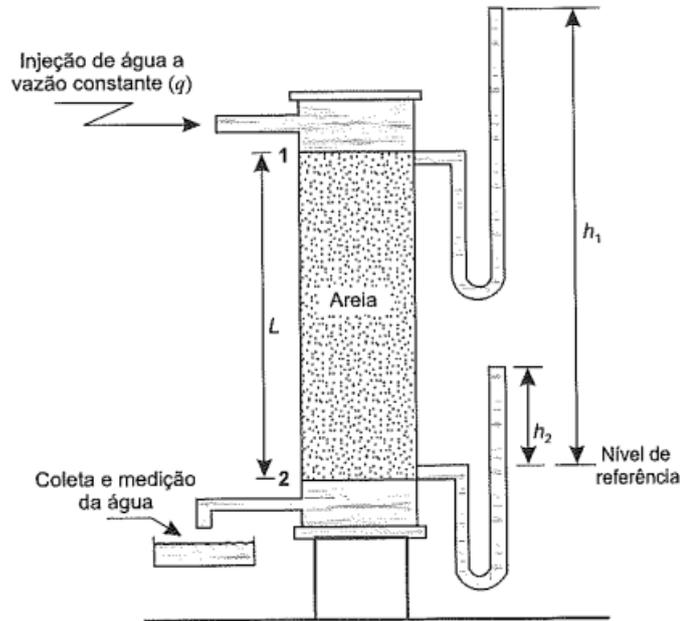
Segundo Rosa, Carvalho e Xavier (2006) a permeabilidade é para o engenheiro de reservatório a propriedade mais importante, pois a distribuição da mesma determina o fluxo ao longo do reservatório. A permeabilidade pode ser definida como a facilidade com que o fluido escoar através do meio poroso (CONTRERAS, 2012). Esta medida é análoga a condutividade térmica, que mede a facilidade com que o fluxo de calor atravessa um determinado meio. Para fins matemáticos, a permeabilidade $\underline{\underline{K}}$ é um tensor, que se apresenta em 3D como segue abaixo:

$$\underline{\underline{K}} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix} \quad (2)$$

A maioria dos simuladores de fluxo em meios porosos adotam a permeabilidade com termos apenas na diagonal principal, ou seja $K_{xy} = K_{xz} = K_{yx} = K_{yz} = K_{zx} = K_{zy} = 0$. Quando os valores do tensor diagonal são iguais, ele é dito isotrópico. Quando ao menos um valor difere dos outros, ele é dito anisotrópico.

Esta propriedade foi modelada pelo francês Henry Darcy, que por meio do seu experimento, desenvolveu uma lei para o fluxo de fluidos em meios porosos.

Figura 1 – Experimento de Henry Darcy.



Fonte: (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006).

O equipamento do experimento consiste em um cilindro de ferro contendo areia não consolidada mantida entre duas telas permeáveis. Manômetros são conectados no cilindro imediatamente acima e abaixo da camada de areia. Ao fluir água através do cilindro, Darcy estabeleceu que, para qualquer vazão, a velocidade do fluxo é diretamente proporcional à diferença nas alturas manométricas (DAKE, 1983):

$$v = K \frac{h_1 - h_2}{L}, \quad (3)$$

onde a constante K varia com o tipo de material colocado entre as telas e também de acordo com o tipo de fluido. Na sua forma generalizada, a lei de Darcy para a velocidade de fluidos em meios porosos pode ser dada por:

$$\vec{v} = -\frac{K}{\mu} (\vec{\nabla} p - \rho g \vec{\nabla} D), \quad (4)$$

onde μ , ρ , P e D são a viscosidade, densidade, pressão e altura do fluido, com sentido positivo orientado de cima para baixo e g é a aceleração do campo gravitacional. Fazendo a análise dimensional da equação (4), é possível verificar que \underline{K} tem unidade de área. No SI é o m^2 , porém a unidade comumente utilizada na indústria de petróleo e gás é o darcy que corresponde a $0,986923 \mu m^2$, ou mais precisamente o milidarcy (md), cujo valores comumente encontrados podem variar de 0.1 a 1000 md (AMORIM, 2009). A Tabela 1 mostra alguns valores de permeabilidades e suas caracterizações.

Tabela 1 – Caracterização das permeabilidades da rocha.

Classificação	Intervalos de Permeabilidade [<i>md</i>]
Muito baixa	1 – 15
Baixa	15 – 20
Intermediária	50 – 250
Alta	250 – 1000
Muito alta	maior que 1000

Fonte: Adaptado de (CHEN; HUAN; MA, 2006)

3.1.2.1 Permeabilidade relativa

Quando se tem mais de uma fase (α) no modelo adotado, é necessário introduzir a permeabilidade relativa de cada fase (kr_α) na equação (4), que varia com a saturação da fase molhante. Essa medida é mensurada em laboratório para cada tipo de rocha, com valores entre 0 e 1, sendo definida como (FANCHI, 2005):

$$kr = \frac{k_{ef}}{K_{abs}}, \quad (5)$$

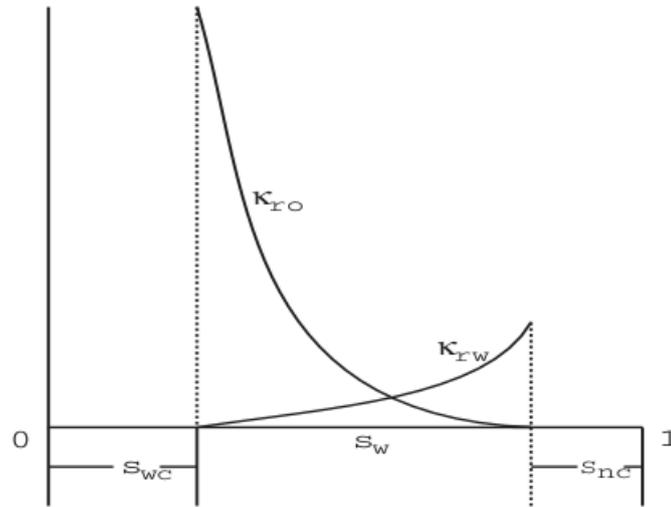
onde k_{ef} é a permeabilidade efetiva, que mede a facilidade com que um fluido na presença de outros, e K_{abs} a permeabilidade absoluta, i.e. intrínseca da rocha. As equações (6) e (7) apresentam o modelo de Brooks-Corey (BROOKS; COREY, 1964) das curvas de permeabilidade relativa considerando as fases óleo e água ($\alpha = w, o$)

$$kr_w = kr_{w,max}(S_e)^{e_w}, \quad kr_o = kr_{o,max}(1 - S_e)^{e_o}, \quad (6)$$

$$S_e = \frac{S_w - S_{wc}}{1 - S_{wc} - S_{nc}}, \quad (7)$$

onde $kr_{w,max}$ e $kr_{o,max}$ são os valores máximos da permeabilidade efetiva da água e do óleo respectivamente, assumindo valores que variam de 0 a 1, n_w e n_o são parâmetros que dependem do tipo de fluido considerado e S_e é a saturação normalizada, no qual S_w é a saturação de água, S_{wc} é a saturação irreduzível de água e S_{nc} a saturação residual de óleo (SOUZA, 2015) A saturação irreduzível de água define o valor final da saturação para que a água pare de escoar num processo de drenagem, nesse valor de saturação, suas permeabilidades efetiva e relativa são nulas. A saturação residual de óleo define o valor para que o óleo pare de escoar num processo de embebedimento, fazendo com que suas permeabilidades efetivas e relativas sejam nulas (ROSA; CARVALHO; XAVIER, 2006). Na Figura 2 está ilustrada uma curva de permeabilidade relativa que surge da interação da água e do óleo com a rocha.

Figura 2 – Curva de permeabilidade relativa para água e óleo.



Fonte: (CHEN; HUAN; MA, 2006)

Adicionando a permeabilidade relativa na equação (4) e definindo a mobilidade de cada fase ($\lambda_\alpha = kr_\alpha/\mu_\alpha$) a velocidade de cada fase é definida como:

$$\vec{v}_\alpha = -\lambda_\alpha \underline{K} \left(\vec{\nabla} p_\alpha - \rho_\alpha g \vec{D} \right). \quad (8)$$

3.2 Equação da conservação de massa

O princípio da conservação, em outras palavras, diz que o acúmulo de qualquer propriedade (energia, massa ou momento) dentro de um volume de controle, é a diferença entre a quantidade desta propriedade que entra e que sai nesse volume, somada a algum termo fonte se existir.

Considerando o volume elementar ilustrado pela Figura 3 com tamanho $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ e centroide (x_1, y_1, z_1) , o fluxo de massa é dado por $\rho \vec{v}$, onde v_x, v_y, v_z representam as componentes da velocidade de Darcy nas direções cartesianas. A massa que entra pela face $y_1 - \frac{\Delta y}{2}$ é:

$$(\rho v_y)_{x_1, y_1 - \frac{\Delta y}{2}, z_1} \Delta x \Delta z, \quad (9)$$

e a massa que sai na face $y_1 + \frac{\Delta y}{2}$ é:

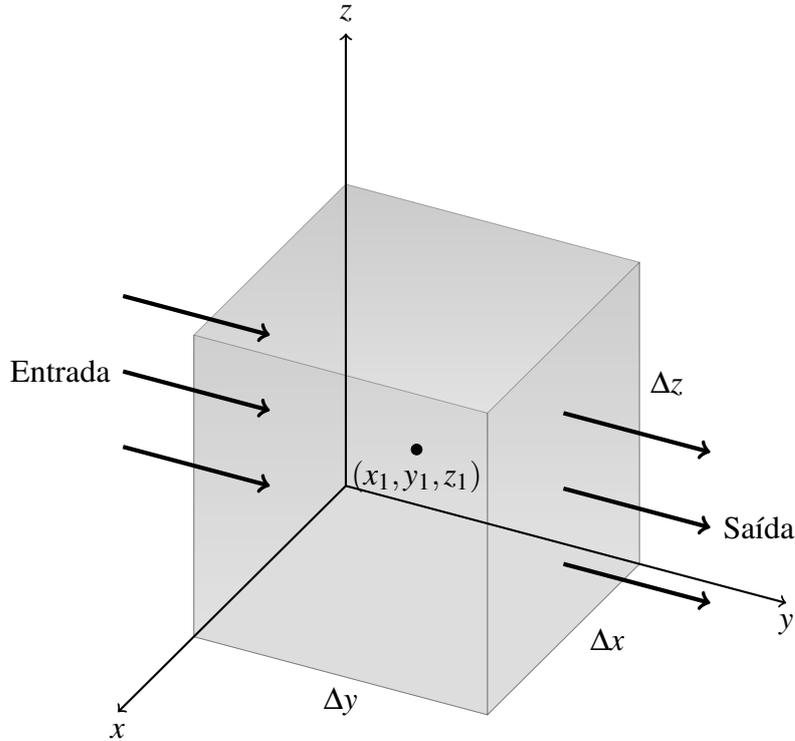
$$(\rho v_y)_{x_1, y_1 + \frac{\Delta y}{2}, z_1} \Delta x \Delta z. \quad (10)$$

De forma análoga, para as outras direções temos:

$$(\rho v_x)_{x_1 + \frac{\Delta x}{2}, y_1, z_1} \Delta y \Delta z, \quad (\rho v_x)_{x_1 - \frac{\Delta x}{2}, y_1, z_1} \Delta y \Delta z, \quad (11)$$

$$(\rho v_z)_{x_1, y_1, z_1 + \frac{\Delta z}{2}} \Delta x \Delta y, \quad (\rho v_z)_{x_1, y_1, z_1 - \frac{\Delta z}{2}} \Delta x \Delta y. \quad (12)$$

Figura 3 – Volume de controle.



Fonte: Elaborado pelo autor

A taxa de acumulação de massa no volume de controle $V = \Delta x \Delta y \Delta z$ é dada por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z. \quad (13)$$

A massa que entra ou sai devido ao termo fonte ou sumidouro $Q \left[\frac{Kg}{m^3 s} \right]$ é:

$$-Q \Delta x \Delta y \Delta z. \quad (14)$$

Fazendo o balanço de massa dentro do volume de controle, chega-se à:

$$\begin{aligned} & \left[(\rho v_x)_{x_1 - \frac{\Delta x}{2}, y_1, z_1} - (\rho v_x)_{x_1 + \frac{\Delta x}{2}, y_1, z_1} \right] \Delta y \Delta z \\ & + \left[(\rho v_y)_{x_1, y_1 - \frac{\Delta y}{2}, z_1} - (\rho v_y)_{x_1, y_1 + \frac{\Delta y}{2}, z_1} \right] \Delta x \Delta z \\ & + \left[(\rho v_z)_{x_1, y_1, z_1 - \frac{\Delta z}{2}} - (\rho v_z)_{x_1, y_1, z_1 + \frac{\Delta z}{2}} \right] \Delta x \Delta y \\ & = \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} - Q \right] \Delta x \Delta y \Delta z. \end{aligned} \quad (15)$$

Dividindo a equação (15) por $\Delta x \Delta y \Delta z$ chega-se à:

$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{(\rho v_x)_{x1-\frac{\Delta x}{2},y1,z1} - (\rho v_x)_{x1+\frac{\Delta x}{2},y1,z1}}{\Delta x} \right] \\
 + & \left[\frac{(\rho v_y)_{x1,y1-\frac{\Delta y}{2},z1} - (\rho v_y)_{x1,y1+\frac{\Delta y}{2},z1}}{\Delta y} \right] \\
 + & \left[\frac{(\rho v_z)_{x1,y1,z1+\frac{\Delta z}{2}} - (\rho v_z)_{x1,y1,z1-\frac{\Delta z}{2}}}{\Delta z} \right] \\
 & = \frac{\partial \rho}{\partial t} - Q.
 \end{aligned} \tag{16}$$

Quando $\Delta x \rightarrow 0$:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\rho v_x)_{x1-\frac{\Delta x}{2},y1,z1} - (\rho v_x)_{x1+\frac{\Delta x}{2},y1,z1}}{\Delta x} = -\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x}. \tag{17}$$

Sendo o operador divergente ($\nabla \cdot$) de um campo vetorial \vec{u} como segue abaixo (TEIXEIRA, 2011):

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}, \tag{18}$$

é possível, a partir da equação (16), chegar a equação da conservação:

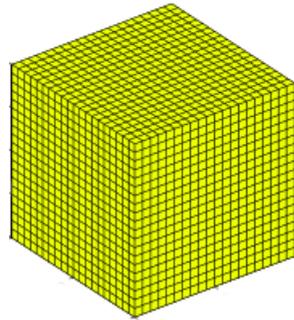
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) + Q. \tag{19}$$

3.3 Método dos volumes Finitos

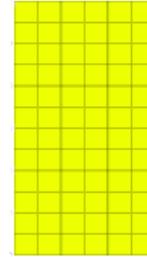
Quando não é possível obter a solução analítica, recorre-se a métodos numéricos para obter uma solução aproximada. Sendo assim o primeiro passo, após modelar a geometria do domínio (meio contínuo), é discretizá-lo numa malha, composta por vários elementos com suas propriedades definidas (domínio discreto). Uma malha (ou *mesh*) é descrita pela forma das células que a compõe e pela topologia, que informa como as células estão conectadas (LIE, 2019). Por exemplo, em 2D as células são polígonos conectados por arestas, já em 3D as células são poliedros conectados por superfícies (ou faces).

A Figura 4 ilustra exemplos de malhas computacionais, onde na Figura 4a tem-se uma malha formada por hexaedros conectados por retângulos e na Figura 4b uma malha formada por retângulos conectados por arestas. As malhas podem ainda ser caracterizadas como não estruturadas, quando os elementos não seguem um padrão definido. As Figuras 4c e 4d ilustram malhas não estruturadas em 3D e 2D respectivamente.

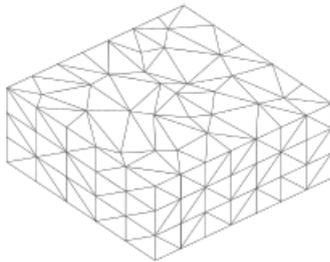
Figura 4 – Exemplos de malhas computacionais.



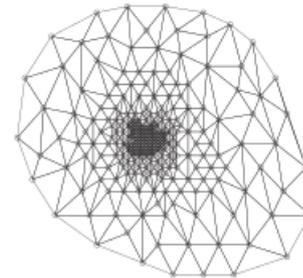
(a) 3D estruturada



(b) 2D estruturada



(c) 3D não estruturada



(d) 2D não estruturada

Fonte: (LIE, 2019).

Para aplicar o método dos volumes finitos é necessário obter a forma integral da equação da continuidade. Para isso integra-se a equação (19) no volume V :

$$\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \int_V -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) dV + \int_V Q dV, \quad (20)$$

e aplicando o teorema da divergência de Gauss na segunda integral de (20) obtemos:

$$\int_V -\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) dV = \int_{\Gamma_V} -\rho \vec{v} \cdot \vec{n} d\Gamma_V, \quad (21)$$

onde Γ_V é a superfície fechada que define V e $\vec{n} = A\hat{n}$ é o vetor área normal que aponta para fora dessa superfície, sendo \hat{n} o versor de \vec{n} e A seu módulo, correspondente ao valor da área da superfície. A segunda integral da equação (21) nada mais é que um somatório do integrando sob a superfície Γ_V para obter a equação na forma discreta, resultando em (SOUZA, 2015):

$$\int_{\Gamma_V} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} d\Gamma_V = \sum_{L \in \Gamma_V} \rho \vec{v} \cdot \vec{n}, \quad (22)$$

sendo L ($L \in \Gamma_V$) uma face que pertence ao conjunto de faces que compõem Γ_V . Como se pode ver, (15) é (20) aplicada em volumes computacionais hexaédricos. Após integrar a equação (20)

e substituir a segunda integral pela equação (22) obtem-se a equação

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} V = \sum_{L \in \Gamma_V} \rho \vec{v} \cdot \vec{n} + QV, \quad (23)$$

que é aplicada a todos os volumes (V) da malha computacional, chegando-se a equação global para domínio inteiro, onde \vec{v} é dada pela eq. (8).

3.4 Escoamento Composicional

Nessa sessão será explanado o modelo utilizado para a simulação do escoamento composicional utilizando a estratégia IMPEC (GALINDO, 2021). Para esse modelo foram feitas as seguintes simplificações:

- Escoamento isotérmico;
- Equilíbrio termodinâmico local entre as fases;
- Ausência do termo de pressão capilar;
- Ausência do termo de gravidade;
- A velocidade é dada pela Lei de Darcy;
- O componente água é imiscível;
- O meio está totalmente saturado;
- Rocha pouco compressível;
- Não há reação química entre os fluidos;
- Não há interação entre rocha e fluido;
- Não há o fenômeno de dispersão;
- A viscosidade da fase água é constante;
- São consideradas 3 fases: água, óleo e gás.

3.4.1 Modelo matemático

O modelo matemático é definido pela equação do balanço molar, dada por (LIMA, 2017):

$$\frac{1}{V_b} \frac{\partial n_k}{\partial t} = \sum_{\alpha}^{N_{\alpha}} \vec{\nabla} \cdot (x_{k\alpha} \xi_{\alpha} \vec{v}_{\alpha}) + \frac{q_k}{V_b}, \quad (24)$$

onde

$$n_k = \phi \sum_{\alpha}^{N_{\alpha}} \xi_{\alpha} S_{\alpha} x_{k\alpha}, \quad (25)$$

pela igualdade da fugacidade dos componentes nas fases óleo e gás afim de garantir equilíbrio termodinâmico:

$$f_{ko} = f_{kg}, \quad k = 1, \dots, N_c, \quad (26)$$

e pelas equações de restrição das saturações e das frações molares dos componentes:

$$\sum_{\alpha}^{N_{\alpha}} S_{\alpha} = 1, \quad \sum_k^{N_c} x_{ko} = 1, \quad \sum_k^{N_c} x_{kg} = 1, \quad (27)$$

sendo

- n_k = número de mols do componente k ;
- t [s] = tempo;
- $x_{k\alpha}$ = fração molar do componente k na fase α ;
- $\xi_{\alpha} \left[\frac{mol}{m^3} \right]$ = densidade molar da fase α ;
- $q_k \left[\frac{mol}{s} \right]$ = termo fonte do componente k ;
- N_{α} = número de fases;
- N_c = número de componentes hidrocarbonetos;
- S_{α} = Saturação da fase α .

As equações (24), (26) e (27) definem $N_c + 1$ equações para o balanço molar, $N_c(N_{\alpha} - 2)$ equações para a restrição das fugacidades dos componentes nas fases óleo e gás, $N_{\alpha} - 1$ equações de restrição das frações molares e uma equação de restrição da saturação (GALINDO, 2021). O equilíbrio termodinâmico entre as fases é garantido realizando os cálculos do teste de estabilidade, onde é verificado se haverá mais de uma fase (óleo e gás), e o de flash, se houver duas fases compostas por hidrocarbonetos, para obter as frações molares dos componentes e das fases. O cálculo das permeabilidades relativas, utilizadas na eq. (8), é realizado utilizando o modelo de Brooks-Corey. As propriedades dos fluidos são definidas por meio da equação de estado de Peng-Robinson e suas viscosidades segundo Lohrenz, Bray e Clark (1964).

3.4.2 Equação da pressão

A equação da pressão é obtida igualando o volume poroso e o volume total do fluido (ACS; DOLESCHALL; FARKAS, 1985; FERNANDES et al., 2014):

$$V_p(P) = V_t(P, n_1, n_2, \dots, n_{N_c+1}), \quad (28)$$

onde N_c é o número de componentes hidrocarbonetos. Derivando a eq. (28) com relação ao tempo:

$$\frac{\partial V_p}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial V_t}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t} + \sum_k^{N_c+1} \left(\frac{\partial V_t}{\partial n_k} \right)_P \frac{\partial n_k}{\partial t}. \quad (29)$$

Da eq. (1) temos:

$$V_p = \phi V_b, \quad (30)$$

e tomando a porosidade como função da pressão temos (FERNANDES, 2014):

$$\phi = \phi^0 [1 + c_f(P - P_f)], \quad (31)$$

onde ϕ^0 é a porosidade na pressão de referência P_f e c_f a compressibilidade da rocha. Derivando o volume poroso com relação a pressão temos:

$$\frac{\partial V_p}{\partial P} = V_b \phi^0 c_f. \quad (32)$$

Substituindo (32) em (29) temos:

$$V_b \phi^0 c_f \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial V_t}{\partial P} \frac{\partial P}{\partial t} + \sum_k^{N_c+1} \left(\frac{\partial V_t}{\partial n_k} \right)_P \frac{\partial n_k}{\partial t}, \quad (33)$$

Substituindo $\frac{\partial n_k}{\partial t}$ de (24) em (33) temos a equação da pressão (GALINDO; CARVALHO, 2020):

$$\left(\phi^0 c_f - \frac{1}{V_b} \frac{\partial V_t}{\partial P} \right) \frac{\partial P}{\partial t} = \sum_k^{N_c+1} \left(\frac{\partial V_t}{\partial n_k} \right)_P \left[\sum_{\alpha}^{N_{\alpha}} \vec{\nabla} \cdot (x_{k\alpha} \xi_{\alpha} \vec{v}_{\alpha}) + \frac{q_k}{V_b} \right], \quad (34)$$

como a fase água é imiscível às outras fases e não há hidrocarbonetos dissolvidos na mesma, a composição do componente água nas fases óleo e gás é zero ($x_{wo} = x_{wg} = 0$). Assim como a composição dos componentes hidrocarbonetos na fase água é zero ($x_{kw} = 0, k = 1, \dots, N_c$). Os procedimentos para o cálculo de $\frac{\partial V_t}{\partial P}$ e $\frac{\partial V_t}{\partial n_k}$ são encontrados em (FERNANDES, 2014)

3.4.3 Equações de Estado

As equações de estado são utilizadas para relacionar pressão, temperatura e volume de um fluido, quando são conhecidos pelo menos duas dessas variáveis, ficando a outra como incógnita. As principais equações de estado utilizadas em simulação de reservatórios de petróleo para modelagem de fluxo de hidrocarbonetos são (CHEN, 2007):

- Peng-Robinson
- Redlich-Kwong
- Soave-Redlich-Kwong

Nesse trabalho foi adotada a equação de estado de Peng e Robinson (1976), dada por:

$$P_\alpha = \frac{RT}{v_\alpha - b_\alpha} - \frac{a_\alpha}{v_\alpha(v_\alpha + b_\alpha) + b_\alpha(v_\alpha - b_\alpha)}, \quad (35)$$

onde $R = 8,314 \left[\frac{J}{mol} \right]$ é a constante universal dos gases e $v_\alpha \left[\frac{m^3}{mol} \right]$ o volume molar da fase α . Os parâmetros a_α e b_α são dados por:

$$a_\alpha = \sum_{k_1}^{N_c} \sum_{k_2}^{N_c} x_{k_1\alpha} x_{k_2\alpha} (1 - \kappa_{k_1 k_2}) \sqrt{a_{k_1} a_{k_2}}, \quad (36)$$

$$b_\alpha = \sum_k^{N_c} x_{k\alpha} b_k, \quad (37)$$

sendo κ o coeficiente de interação binária entre os componentes k_1 e k_2 . Os termos a_k e b_k são:

$$a_k = \Omega_a \alpha_k \frac{R^2 T_{ck}^2}{P_{ck}}, \quad (38)$$

$$b_k = \Omega_b \frac{R T_{ck}}{P_{ck}}, \quad (39)$$

sendo T_{ck} e P_{ck} a temperatura crítica e a pressão crítica do componente k , e:

$$\Omega_a = 0,45724, \quad \Omega_b = 0,077796, \quad (40)$$

$$\alpha_k = \left(1 - \gamma_k \left[1 - \sqrt{\frac{T}{T_{ck}}} \right] \right)^2, \quad (41)$$

$$\gamma_k = \begin{cases} 0,37464 + 1,5423\omega_k - 0,26992\omega_k^2 & \text{se } \omega_k \leq 0,49 \\ 0,379642 + 1,48503\omega_k - 0,164423\omega_k^2 + 0,016666\omega_k^3 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

onde ω_k é o fator acêntrico do componente k . Introduzindo o fator de compressibilidade:

$$Z_\alpha = \frac{P_\alpha v_\alpha}{RT}, \quad (42)$$

a equação (35) pode ser expressa como:

$$Z_\alpha^3 - (1 - B_\alpha)Z_\alpha^2 + (A_\alpha - 2B_\alpha - 3B_\alpha^2)Z_\alpha - (A_\alpha B_\alpha - B_\alpha^2 - B_\alpha^3) = 0, \quad (43)$$

onde

$$A_\alpha = \frac{a_\alpha P_\alpha}{R^2 T^2}, \quad B_\alpha = \frac{b_\alpha P_\alpha}{RT}. \quad (44)$$

O método de solução para o fator de compressibilidade e da escolha das raízes de (43) podem ser encontrados em Chen (2007), Chen, Huan e Ma (2006) e Soprano (2013).

A fugacidade ($f_{k\alpha}$) é uma medida da quantidade que um fluido desvia-se do comportamento de gás ideal (SOPRANO, 2013), dada por

$$f_{k\alpha} = P_\alpha x_{k\alpha} \varphi_{k\alpha}, \quad k = 1, \dots, N_c, \quad j = o, g, \quad (45)$$

que pode ser calculada por meio do coeficiente de fugacidade ($\varphi_{k\alpha}$) (CHEN; HUAN; MA, 2006):

$$\begin{aligned} \ln(\varphi_{k_1\alpha}) = & \frac{b_{k_1}}{b_\alpha} (Z_\alpha - 1) - \ln(Z_\alpha - B_\alpha) \\ & - \frac{A_\alpha}{2\sqrt{2}B_\alpha} \left(\frac{2}{a_\alpha} \sum_{k_2}^{N_c} x_{k_2\alpha} (1 - \kappa_{k_1 k_2}) \sqrt{a_{k_1} a_{k_2}} - \frac{b_{k_1}}{b_\alpha} \right) \ln \left(\frac{Z_\alpha + \left[\frac{1 + \sqrt{2}}{2} \right] B_\alpha}{Z_\alpha - \left[\frac{1 - \sqrt{2}}{2} \right] B_\alpha} \right), \end{aligned} \quad (46)$$

3.4.4 Propriedades Físicas

3.4.4.1 Fração Molar Global

O número de mols total da mistura é:

$$n = \sum_k^{N_c+1} n_k. \quad (47)$$

A fração molar global de cada componente na mistura é:

$$z_k = \frac{n_k}{n}, \quad (48)$$

o que leva a:

$$\sum_k^{N_c+1} z_k = 1. \quad (49)$$

3.4.4.2 Densidade Molar

A densidade molar de cada fase é dada por:

$$\xi_{\alpha} = \frac{P}{Z_{\alpha}RT}, \quad j = o, g. \quad (50)$$

Para a fase água, assume-se que sua densidade molar varia linearmente com a pressão, considerando a mesma levemente compressível (GALINDO, 2021). Dessa forma, sua densidade molar pode ser calculada pela seguinte equação

$$\xi_w = \xi_w^0 [1 + C_w (P - P_w^0)], \quad (51)$$

sendo ξ_w^0 a densidade molar da fase água em uma pressão de referência P_w^0 e C_w sua compressibilidade.

3.4.4.3 Densidade mássica

As densidades mássicas das fases óleo e gás são calculadas da seguinte maneira

$$\rho_{\alpha} = \sum_k^{N_c} x_{k\alpha} W_k, \quad j = o, g, \quad (52)$$

onde W_k é o peso molecular do componente k . Como nesse trabalho é considerado que só existe o componente água na fase água, sua densidade mássica é dada por

$$\rho_w = \xi_w W_w. \quad (53)$$

3.4.4.4 Saturação

A saturação de uma fase é definida como a fração do volume poroso que a mesma ocupa. Sendo assim, a saturação da fase água é dada por

$$S_w = \frac{n_w V_w}{V_p}. \quad (54)$$

Com S_w pode-se obter as saturações das outras fases por meio de

$$S_{\alpha} = (1 - S_w) \frac{\Upsilon_{\alpha}/\xi_{\alpha}}{\sum_{\alpha} \Upsilon_{\alpha}/\xi_{\alpha}}, \quad j = 1, \dots, N_{\alpha} - 2, \quad (55)$$

sendo Υ_{α} a fração molar da fase α . A saturação da última fase é dada pela equação de restrição das saturações das fases $\left(\sum_{\alpha} S_{\alpha} = 1 \right)$.

3.4.4.5 Permeabilidade relativa

O modelo utilizado nesse trabalho para as permeabilidades relativas das fases é o de Corey, que são dadas por

$$k_{rw} = k_{rw}^0 \left(\frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{wr} - S_{orw} - S_{gr}} \right)^{e_w}, \quad (56)$$

$$k_{ro} = k_{ro}^0 \left(\frac{S_o - S_{wr}}{1 - S_{wr} - S_{orw} - S_{gr}} \right)^{e_o}, \quad (57)$$

$$k_{rg} = k_{rg}^0 \left(\frac{S_g - S_{wr}}{1 - S_{wr} - S_{orw} - S_{gr}} \right)^{e_g}, \quad (58)$$

sendo $k_{r\alpha}^0$ a permeabilidade máxima da fase α e e_j o expoente da equação. S_{wr} , S_{or} e S_{gr} são as saturações residuais das fases água, óleo e gás e S_{orw} a saturação residual da fase óleo na fase água. Os parâmetros citados acima são definidos pelo usuário.

3.4.4.6 Viscosidade

A viscosidade da fase água é um parâmetro de entrada e é mantida constante ao longo da simulação. Já o cálculo das viscosidades das fases óleo e gás é feito segundo Lohrenz, Bray e Clark (1964). Inicialmente calcula-se a viscosidade de cada componente a baixa pressão (μ_k^* [cp]):

$$\mu_k^* = \begin{cases} 34(10^{-5}) \frac{T_{rk}^{0.94}}{\zeta_k} & \text{se } T_{rk} < 1.5 \\ 17.78(10^{-5}) \frac{(4.58T_{rk} - 1.67)^{5/8}}{\zeta_k} & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (59)$$

onde

$$T_{rk} = \frac{T}{T_{ck}}, \quad \zeta_k = \frac{T_{ck}^{1/6}}{W_k^{1/2} P_{ck}^{2/3}}, \quad (60)$$

Os valores de pressão e temperatura em (60) são dados em *atm* e *K* respectivamente. A viscosidade da fase a baixa pressão é:

$$\mu_\alpha^* = \frac{\sum_k^{N_c} x_{k\alpha} \mu_k^* W_k^{1/2}}{\sum_k^{N_c} x_{k\alpha} W_k^{1/2}}. \quad (61)$$

Definindo a densidade reduzida da fase como

$$\xi_{r\alpha} = \frac{\xi_\alpha}{\xi_{c\alpha}}, \quad (62)$$

onde

$$\xi_{c\alpha} = \frac{1}{\sum_k^{N_c} x_{k\alpha} v_{ck}}, \quad (63)$$

obtemos a viscosidade da fase (μ_α), que é dada por:

$$\begin{aligned} [(\mu_\alpha - \mu_\alpha^*)\eta_\alpha + 10^{-4}]^{1/4} = & 0.1023 + 0.023364\xi_{r\alpha} + 0.058533\xi_{r\alpha}^2 \\ & - 0.40758\xi_{r\alpha}^3 + 0.0093324\xi_{r\alpha}^4, \end{aligned} \quad (64)$$

onde

$$\eta_\alpha = \frac{\left(\sum_k^{N_c} x_{k\alpha} T_{ck}\right)^{1/6}}{\left(\sum_k^{N_c} x_{k\alpha} W_k\right)^{1/2} \left(\sum_k^{N_c} x_{k\alpha} P_{ck}\right)^{2/3}}. \quad (65)$$

3.4.5 Cálculo de Flash

A rotina de flash isotérmica vai definir a fração molar de cada fase e as frações molares dos componentes nas fases gás e óleo (x_{ko} e x_{kg}) uma vez determinados os valores de pressão, temperatura e frações molares globais de cada componente. Esta etapa é uma parte crucial em simuladores de fluxo em reservatórios que envolvem cálculos com equação de estado (SOPRANO, 2013).

Tomando como V e L as frações molares de gás e óleo, respectivamente, e sabendo que:

$$n = n_g + n_o, \quad (66)$$

$$nz_k = n_g x_{kg} + n_o x_{ko}, \quad (67)$$

$$V = \frac{n_g}{n}, \quad L = \frac{n_o}{n}, \quad (68)$$

chega-se à

$$z_k = Lx_{ko} + Vx_{kg}, \quad (69)$$

$$L + V = 1, \quad (70)$$

o que leva a

$$z_k = Vx_{kg} + (1 - V)x_{ko}. \quad (71)$$

A partir das equações de restrição das frações molares (27), chega-se a:

$$\sum_k x_{kg} - x_{ko} = 0. \quad (72)$$

Definindo o coeficiente de equilíbrio K_k como:

$$K_k = \frac{x_{kg}}{x_{ko}}, \quad (73)$$

é possível chegar a equação de Rachford-Rice

$$\sum_k \frac{z_k(K_k - 1)}{1 + V(K_k - 1)} = 0, \quad (74)$$

A equação (74) é resolvida para V , e as frações molares dos componentes nas fases são calculadas por:

$$x_{ko} = \frac{z_k}{V(K_k - 1) + 1}, \quad x_{kg} = \frac{z_k K_k}{V(K_k - 1) + 1}. \quad (75)$$

O método de solução das equações acima, conhecido como procedimento de Rachford e Rice (1952), consiste em determinar as frações molares dos componentes nas fases depois de resolver a eq. (74) por meio de algum método iterativo (SOPRANO, 2013). Neste trabalho, o cálculo da rotina de flash foi feito pelo método das substituições sucessivas (CHEN, 2007), atualizando o valor de K_k até a convergência.

Uma estimativa inicial para K_k pode ser dado pela equação empírica de Wilson (1968):

$$K_k = \frac{P}{P_{ck}} \exp \left(5.3727(1 + \omega_k) \left[1 - \frac{T_{ck}}{T} \right] \right). \quad (76)$$

O método iterativo descrito acima pode não convergir para a solução correta sendo necessário realizar o teste de estabilidade de fase antes de começar a rotina do flash.

3.4.6 Cálculo de Estabilidade

O cálculo de estabilidade tem o objetivo de encontrar as condições que garantem que os fluidos estão em equilíbrio. Para esse fim é necessário minimizar a energia livre de Gibbs, garantindo igualdade entre os potenciais químicos dos componentes, e, conseqüentemente, das fugacidades de cada componente em cada fase (DANESH, 1998).

O procedimento utilizado nesse trabalho foi proposto por Michelsen (1982) que é baseado no critério do plano tangente à curva da energia livre de Gibbs da mistura. Esse procedimento, para uma dada mistura, consiste em:

1. Traçar o plano tangente à curva da energia livre de Gibbs no ponto da composição original;
2. Procura-se por uma segunda fase que possa existir na mistura dada, de composição distinta, na qual o plano tangente nessa composição é paralelo ao plano traçado no passo 1;
3. Se o segundo plano, para todas as possíveis composições, estiver abaixo do primeiro, a mistura original é estável, o que significa que o estado monofásico minimiza a energia livre de Gibbs daquele sistema. Caso contrário aquele sistema se encontra na zona bifásica e o procedimento de flash deve ser realizado.

A distância entre dois planos tangentes é igual a diferença entre os potenciais químicos de cada componente:

$$\mu_k^y - \mu_k^x = c, \quad (77)$$

onde c é a distância entre os planos tangentes e μ_k^y o potencial químico do componente k na fase y . Se a mistura x é estável, $c \geq 0$ para todas as possíveis composições de y . Sabendo que o potencial químico é definido por

$$\mu_k - \mu_k^0 = RT \ln \frac{f_k}{f_k^0}, \quad (78)$$

onde μ_k^0 e f_k^0 são o potencial químico e a fugacidade do componente k num estado de referência e $f_k = P x_k \phi_k$, substituindo (78) em (77) temos

$$RT [\ln (P y_k \phi_k^{\alpha_1}) - \ln (P x_k \phi_k^{\alpha_2})] = c, \quad (79)$$

onde y_k e x_k são as composições da mistura a ser encontrada α_1 e a fornecida α_2 . Definindo uma nova variável Y_k como

$$Y_k = y_k \exp\left(-\frac{c}{RT}\right), \quad (80)$$

onde

$$y_k = \frac{Y_k}{\sum_k Y_k}, \quad (81)$$

chega-se a

$$\ln Y_k + \ln \phi_k^{\alpha_1} - \ln x_k - \ln \phi_k^{\alpha_2} = 0. \quad (82)$$

O procedimento para a solução de (82) pode ser encontrado em (GALINDO, 2021). Uma vantagem adicional da aplicação do cálculo de estabilidade é que mesmo quando o sistema não é estável, os valores das constantes de equilíbrio encontrados (K_k) fornecem uma estimativa inicial apropriada para o cálculo do flash, principalmente quando o sistema se encontra próximo do ponto crítico (DANESH, 1998).

3.4.7 Equação discreta da pressão

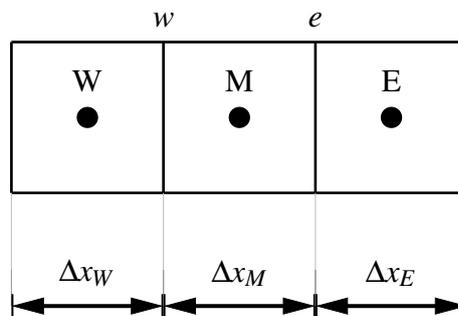
Aqui será explanada a obtenção da pressão para uma malha tridimensional com volumes apenas em uma direção como mostrado na Figura 5, utilizando o método TPFA. Para as outras direções a extensão é direta. Sem perda de generalidade, integrando a equação da pressão (34) no espaço e no tempo e substituindo (4) em (34) temos

$$\begin{aligned} & \left(V_b \phi^0 c_f - \frac{\partial V_t}{\partial P} \right)_M^n (P_M^{n+1} - P_M^n) = \\ & \Delta t \sum_k^{N_c+1} \left(\frac{\partial V_t}{\partial n_k} \right)_M^n \sum_{\alpha}^{N_{\alpha}} \{ (x_{k\alpha}^n \xi_{\alpha}^n \lambda_{\alpha}^n T_x)_e (P_E^{n+1} - P_M^{n+1}) \\ & - (x_{k\alpha}^n \xi_{\alpha}^n \lambda_{\alpha}^n T_x)_w (P_M^{n+1} - P_W^{n+1}) \} + \Delta t q_{kM}, \end{aligned} \quad (83)$$

onde T_{x_e} é a transmissibilidade avaliada na face e , dada por

$$T_{x_e} = \frac{2\Delta y \Delta z}{\left(\frac{\Delta x}{K_{xx}} \right)_E + \left(\frac{\Delta x}{K_{xx}} \right)_M}. \quad (84)$$

Figura 5 – Exemplo de um stencil unidimensional.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Nesse trabalho, as propriedades dos fluidos na face são aproximadas por meio da média ponderada do volume poroso dos volumes que compartilham a mesma face, conforme mostra a equação (85) para a densidade da fase avaliada na face e (GALINDO, 2021).

$$\rho_{\alpha_e} = \frac{V_{pM}}{V_{pM} + V_{pE}} \rho_{\alpha_M} + \frac{V_{pE}}{V_{pM} + V_{pE}} \rho_{\alpha_E}. \quad (85)$$

Aplicando a equação (83) a todos volumes da malha computacional, obtemos o sistema linear da eq. (86), que é resolvido para determinar o campo de pressão \mathbf{P}^f a partir da matriz transmissibilidade \underline{T}^f e do termo fonte \mathbf{q}^f , obtidos da malha computacional.

$$\underline{T}^f \mathbf{P}^f = \mathbf{q}^f. \quad (86)$$

3.4.8 Equação discreta do fluxo

Uma vez calculado o campo de pressão, o fluxo total através da face e é dado por

$$F_{t_e} = - \sum_{\alpha}^{N_{\alpha}} [(\lambda_{\alpha} T_x)_e (P_E - P_M)], \quad (87)$$

Uma vez definido o fluxo total, é necessário ainda definir o fluxo de cada fase na face e

$$F_{\alpha_e} = f_{r\alpha} F_{t_e}, \quad j = 1, \dots, N_{\alpha}, \quad (88)$$

sendo f_{rj} o fluxo fracionário da fase α definido como

$$f_{r\alpha} = \frac{\lambda_{\alpha}}{\sum_{\alpha} \lambda_{\alpha}}. \quad (89)$$

A mobilidade de cada fase na face e é aproximada segundo o método *Upwind* de primeira ordem, de acordo com o sinal do valor do fluxo total F_{t_e} segundo a eq. (90).

$$\begin{cases} \text{Se } F_{t_e} \geq 0, & \lambda_{\alpha_e} = \lambda_{\alpha_M}, \\ \text{Caso contrário,} & \lambda_{\alpha_e} = \lambda_{\alpha_E}. \end{cases} \quad (90)$$

O fluxo de cada componente é então dado por

$$F_{k_e} = \sum_k^{N_c} (x_{k\alpha} \xi_{\alpha} F_{\alpha_e}), \quad (91)$$

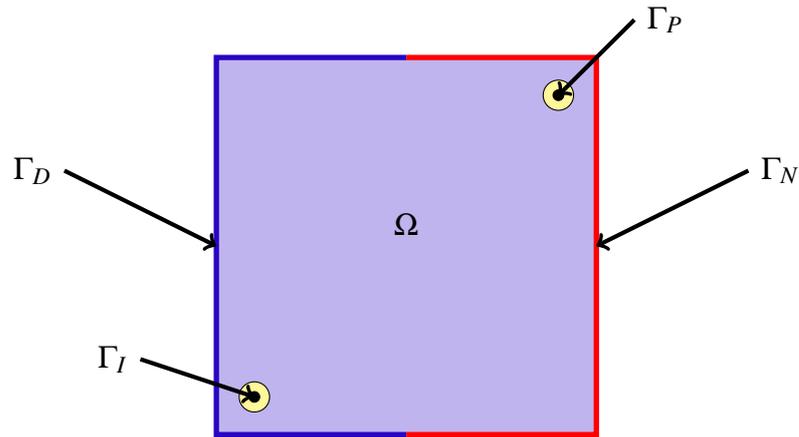
3.5 Condições iniciais e de contorno

Para que o problema do escoamento esteja bem definido é necessário impor as condições de contorno e iniciais adequadas:

$$\begin{aligned}
 p(\vec{x}, t) &= g_D \text{ em } \Gamma_D \times [0, T], \\
 \vec{v} \cdot \vec{n} &= g_N \text{ em } \Gamma_N \times [0, T], \\
 p(\vec{x}, t) &= g_I \text{ ou } \vec{v} \cdot \vec{n} = q_k \text{ em } \Gamma_I \times [0, T], \\
 p(\vec{x}, t) &= g_P \text{ ou } \vec{v} \cdot \vec{n} = q_k \text{ em } \Gamma_P \times [0, T],
 \end{aligned} \tag{92}$$

$$\begin{aligned}
 S_j(x, t = 0) &= \bar{S}_j, \\
 z_k(x, t = 0) &= \bar{z}_k, \\
 P(x, t = 0) &= \bar{P},
 \end{aligned} \tag{93}$$

Figura 6 – Representação das condições de contorno do domínio Ω .



Fonte: Adaptado de (BARBOSA, 2017).

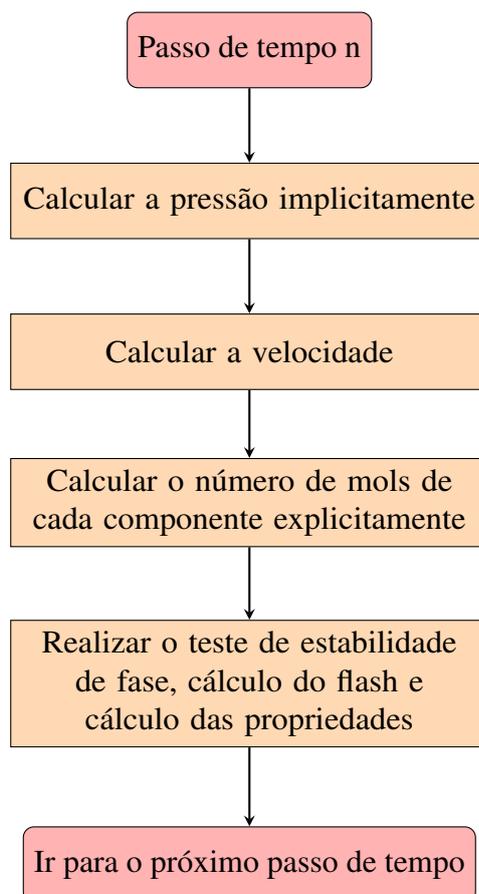
onde Γ_D , Γ_N , Γ_I e Γ_P (ilustrados na Figura 6) representam os contornos de Dirichlet, Neumann, poços injetores e poços produtores, \vec{n} é o vetor área normal, z_k é a fração molar global do componente k e \bar{S}_j , \bar{z}_k e \bar{P} são as prescrições iniciais de saturação, fração molar global e pressão.

3.5.1 Estratégia IMPEC

A estratégia de solução IMPEC (*IMplicit Pressure Explicit Composition*), que será adotada nesse trabalho, consiste em resolver primeiro o campo de pressão implicitamente e em seguida, com o campo de pressão fixado, calcular as velocidades para atualização das composições explicitamente (Figura 7), respeitando as limitações no passo de tempo (equações (94) a (97)), a fim de garantir estabilidade (FERNANDES, 2014; ACS; DOLESCHALL; FARKAS, 1985).

$$\Delta t_P^{n+1} = \Delta t^n \frac{\Delta P_{lim}}{|\Delta P|_{max}}, \tag{94}$$

Figura 7 – Estratégia IMPEC



Fonte: Adaptado de (FERNANDES, 2014)

$$\Delta t_S^{n+1} = \Delta t^n \frac{\Delta S_{lim}}{|\Delta S|_{max}}, \quad (95)$$

$$\Delta t_n^{n+1} = \Delta t^n \frac{\Delta n_{lim}}{|\Delta n|_{max}}, \quad (96)$$

$$\Delta t_V^{n+1} = \Delta t^n \frac{\Delta V_{lim}}{|\Delta V|_{max}}, \quad (97)$$

onde:

$$|\Delta P|_{max} = \max(|\Delta P|), \quad (98)$$

$$|\Delta S|_{max} = \max(|\Delta S|_j), \quad (99)$$

$$|\Delta n|_{max} = \max(|\Delta n|_k), \quad (100)$$

$$|\Delta V|_{max} = \max(|\Delta V|), \quad (101)$$

e as variações para cada volume da malha computacional é calculado por:

$$|\Delta P| = \frac{|P^{n+1} - P^n|}{P^{n+1}}, \quad (102)$$

$$|\Delta S_j| = |S_j^{n+1} - S_j^n|, \quad (103)$$

$$|\Delta n| = \frac{|n_k^{n+1} - n_k^n|}{n_k^{n+1}}, \quad (104)$$

$$|\Delta V| = \frac{|V_b^{n+1} - V_p^{n+1}|}{V_p^{n+1}}. \quad (105)$$

Finalmente o passo de tempo é obtido por

$$\Delta t^{n+1} = \min(\Delta t_P, \Delta t_S, \Delta t_n, \Delta t_V). \quad (106)$$

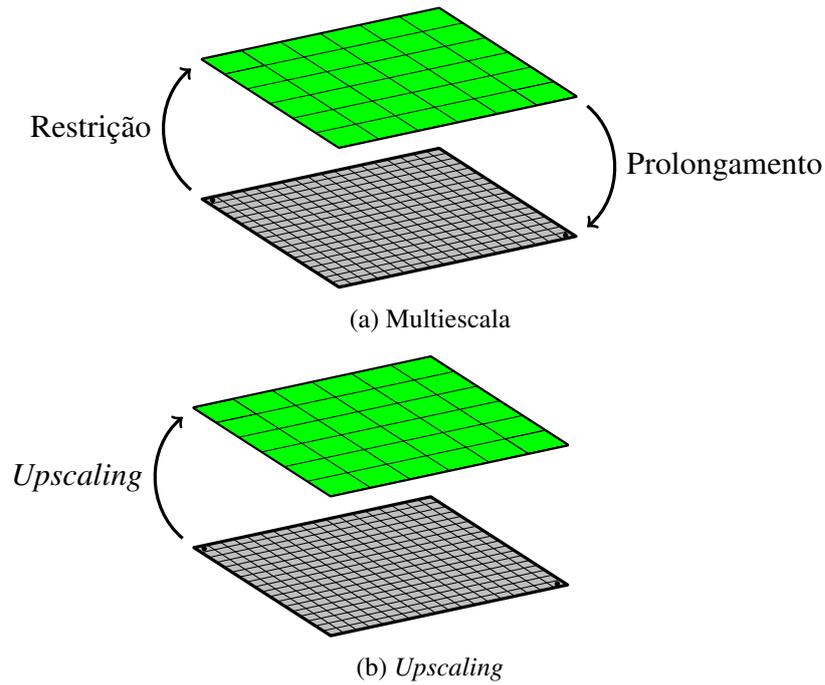
Os parâmetros ΔP_{lim} , ΔS_{lim} , Δn_{lim} e ΔV_{lim} são ajustados a fim de obter o melhor passo de tempo para cada simulação (FERNANDES, 2014). Além disso, o passo de tempo deve respeitar a condição limite de CFL (Courant-Friedrichs-Lewy), definido em Galindo (2021)

3.6 Método multiescala

Desenvolvido por Jenny, Lee e Tchelepi (2003), o método de volumes finitos multiescala aproxima a solução da escala fina. Para desenvolver o método é necessário construir duas malhas adicionais: as malhas grossas primal e dual. A malha grossa primal é construída agrupando os volumes da malha fina (primeira malha computacional que discretiza o domínio contínuo) de acordo com uma razão de engrossamento (*Cr*: *coarse ratio*) adequada, que é definida como a razão entre a quantidade dos volumes da malha fina (*fine mesh*) e da malha grossa (*coarse mesh*) num dos sentidos cartesianos. Nas variantes deste método, é necessário construir dois operadores: o operador de prolongamento e o operador de restrição, a fim de obter as equações na escala grossa a partir das equações da escala fina através de operações algébricas simples. Em seguida, resolvem-se as variáveis na escala mais grossa e, posteriormente, é possível reconstruir a solução na escala fina (ZHOU, 2010).

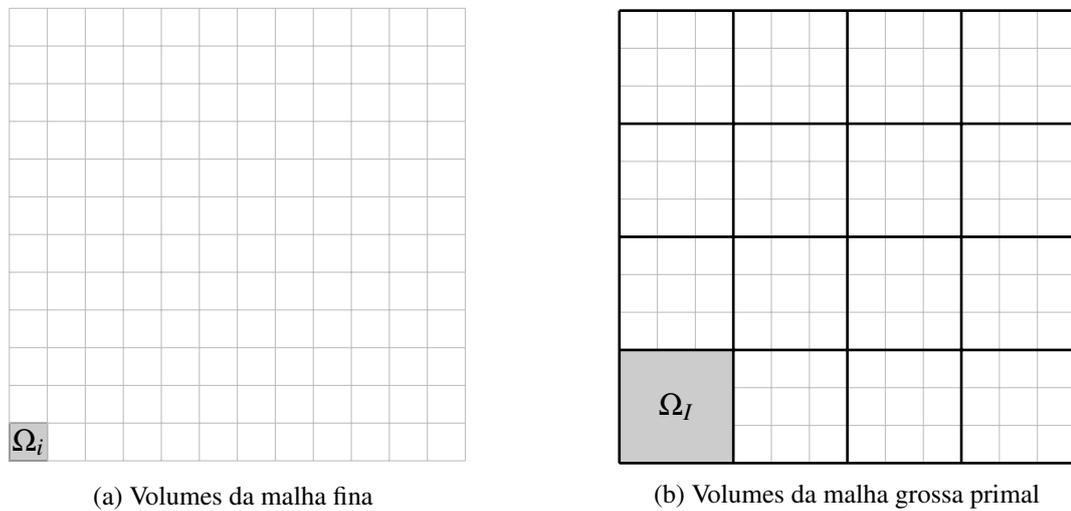
Como se pode ver na Figura 8, o método multiescala, após obter a solução na escala grossa, permite devolver a informação para a escala fina, ao passo que no *Upscaling* isso não é efetuado. A Figura 9 mostra como obter a malha grossa a partir de uma razão de engrossamento de 3 nas direções cartesianas ($Cr_x = Cr_y = 12/4 = 3$), sendo Ω_i o volume da malha fina e Ω_I o volume da malha grossa primal.

Figura 8 – Exemplos de Métodos de transferência de escala.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 9 – Malhas fina e grossa primal.

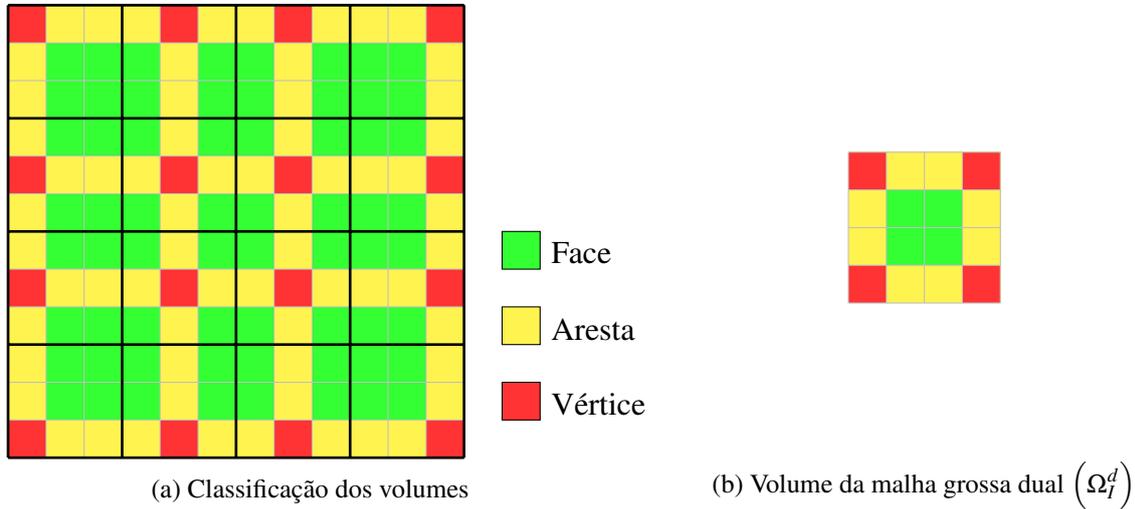


Fonte: Elaborado pelo autor.

Para obter os volumes da malha grossa dual, primeiro definimos os seus vértices, que são os volumes da malha fina localizados no centroide dos volumes da malha grossa primal. Interligando os vértices da malha grossa dual, obtemos os volumes classificados como arestas (*edges*) e completando o espaço entre os volumes de aresta, obtêm-se os volumes de face. Em 3D existe ainda outra classificação, os volumes internos, que são obtidos completando o espaço entre os volumes de face. Nesse trabalho os vértices que estão nos volumes da malha grossa localizados no contorno, são deslocados para a extremidade, seguindo o método proposto por

Barbosa (2017) que melhora a qualidade do operador de prolongamento e consequentemente o campo de pressão. A Figura 10 ilustra o procedimento de obtenção da malha grossa dual e da classificação *wirebasket* (WANG, 2015).

Figura 10 – Malha grossa dual.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na literatura existem vários métodos de obter o operador de prolongamento, dentre eles: o *Restriction-Smoothed Basis Method* (MØYNER; TCHELEPI, 2017; MØYNER; LIE, 2016; SOUZA, 2018), o geométrico (JENNY; LEE; TCHELEPI, 2003; BARBOSA et al., 2018) e o algébrico AMS (*Algebraic Multiscale Solver*) (WANG, 2015), que foi adotado nesse trabalho.

O Operador de Prolongamento (OP) é responsável por realizar o *downscaling* das informações da malha grossa, e é encontrado a partir do cálculo das funções de base ϕ_i^I . Entende-se por ϕ_i^I a influência volume Ω_I sob o volume Ω_i , dado por (ZHOU; TCHELEPI, 2012; WANG; HAJIBEYGI; TCHELEPI, 2014):

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot (\lambda_T \underline{K} \vec{\nabla} \phi_i^I) = 0 & \text{em } \Omega_I^d \\ \vec{\nabla}_{\parallel} \cdot (\lambda_T \underline{K} \vec{\nabla} \phi_i^I)_{\parallel} = 0 & \text{em } \partial\Omega_I^d \\ \phi_i^I(x^k) = \delta_{Ik}, \end{cases} \quad (107)$$

onde $\partial\Omega_I^d$ é o contorno do volume dual Ω_I^d , \parallel indica a componente tangencial do fluxo em $\partial\Omega_I^d$, x^k é o volume que é vértice da malha grossa dual e δ_{Ik} é o delta de Kronecker aplicado em x^k . Para resolver (107), nesse trabalho, foram adotadas as condições de contorno reduzidas (RBC — *Reduced Boundary Conditions*) (SOUZA, 2018), desacoplando os problemas e a fim de capturar melhor a influência das mobilidades das fases e da permeabilidade no escoamento (MAZLUMI; MOSHARAF-DEHKORDI; DEJAM, 2021).

O operador de restrição utilizado nesse trabalho, que é responsável por realizar o *Upscaling* das informações, é o operador clássico de volumes finitos, que informa quais são os

volumes da malha fina contidos nos volumes da malha grossa, definido por (TENE; KOBALSI; HAJIBEYGI, 2016):

$$\underline{\underline{OR}} = \begin{cases} 1 & \text{se } \Omega_i \in \Omega_I \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}. \quad (108)$$

Com o objetivo de contabilizar a influência dos termos fonte ou sumidouro da malha fina, calcula-se as funções de correção (ϕ_i^*), resolvendo os seguintes problemas locais (WANG, 2012):

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot (\lambda_T \underline{\underline{K}} \vec{\nabla} \phi_i^*) = q & \text{em } \Omega_I^d \\ \vec{\nabla}_{\parallel} \cdot (\lambda_T \underline{\underline{K}} \vec{\nabla} \phi_i^*)_{\parallel} = q & \text{em } \partial\Omega_I^d \\ \phi_i^*(x^k) = 0, \end{cases} \quad (109)$$

onde ϕ_i^* é a função de correção do volume da malha grossa dual Ω_I^d . Então a solução aproximada da pressão na malha fina é dada por:

$$\mathbf{P}^f \approx \mathbf{P}' = \sum_i^{N^f} \left[\sum_I^{N^c} \phi_i^I P_I^c + \phi_i^* \right] \quad (110)$$

onde P_I^c é a pressão dos volumes da escala grossa, \mathbf{P}^f o vetor de pressão da malha fina, \mathbf{P}' o vetor de pressão multiescala, N^f o número de volumes da malha fina e N^c o número de volumes da malha grossa primal.

Uma vez definidas as classes de volumes na malha dual e a matriz de transmissibilidade da malha fina ($\underline{\underline{T}}^f$), o sistema é reordenado para o ordenamento *wirebasket* (WANG, 2015) por meio de uma matriz de permutação ($\underline{\underline{G}}$):

$$\underline{\underline{M}} = \underline{\underline{G}} \underline{\underline{T}}^f \underline{\underline{G}}^T = \begin{bmatrix} M_{ff} & M_{fe} & 0 \\ M_{ef} & M_{ee} & M_{ev} \\ 0 & M_{ve} & M_{vv} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \underline{\underline{G}} \mathbf{q}^f = \begin{bmatrix} q_f \\ q_e \\ q_v \end{bmatrix}, \quad (111)$$

resultando no sistema reordenado:

$$\underline{\underline{M}} \mathbf{P}^{fw} = \mathbf{b}, \quad (112)$$

sendo $\mathbf{P}^{fw} = [P_f P_e P_v]^T$ o vetor de pressão da malha fina reordenado, f, e e v a classificação dos volumes em face, aresta e vértice, de acordo com a malha dual. A matriz $\underline{\underline{M}}$ é esparsa e possui muitos elementos nulos devido à aplicação do método TPFA para aproximar o fluxo entre os volumes da malha fina. Para verificar a esparsidade das matrizes empregadas no método multiescala em malhas não estruturadas veja Künze, Lunati e Lee (2013). Entende-se por M_{ef} a influência dos volumes classificados como aresta (*edge*) no balanço de massa dos volumes

classificados como face (MAGRI, 2015), essa mesma lógica é usada nas demais submatrizes da equação (111). Após aplicar as condições de contorno na malha dual para obter as funções de base, e fazendo $M_{ef} = 0$, $M_{ve} = 0$, $M_{vv} = \underline{\underline{T}}^c$, chegamos ao novo sistema de equações com menor quantidade de elementos não nulos na matriz dos coeficientes:

$$\underline{\underline{M}}\mathbf{P}' = \mathbf{b}', \quad (113)$$

sendo

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} M_{ff} & M_{fe} & 0 \\ 0 & \tilde{M}_{ee} & M_{ev} \\ 0 & 0 & \underline{\underline{T}}^c \end{bmatrix}, \quad (114)$$

onde

$$\tilde{M}_{ee} = M_{ee} + \text{diag} \left(\sum_e M_{ef} \right), \quad (115)$$

$\underline{\underline{T}}^c$ é a matriz de transmissibilidade na escala grossa e \mathbf{b}' é o vetor dos termos independentes modificados (MAGRI, 2015; WANG, 2015). A Figura 11 mostra a diferença na esparsidade entre as matrizes $\underline{\underline{T}}^f$, $\underline{\underline{M}}$ e $\underline{\underline{M}}$. De (113) temos:

$$\begin{bmatrix} M_{ff} & M_{fe} & 0 \\ 0 & \tilde{M}_{ee} & M_{ev} \\ 0 & 0 & \underline{\underline{T}}^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P'_f \\ P'_e \\ P'_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_f \\ \mathbf{b}'_e \\ \mathbf{R}^c \end{bmatrix}, \quad (116)$$

o que leva a

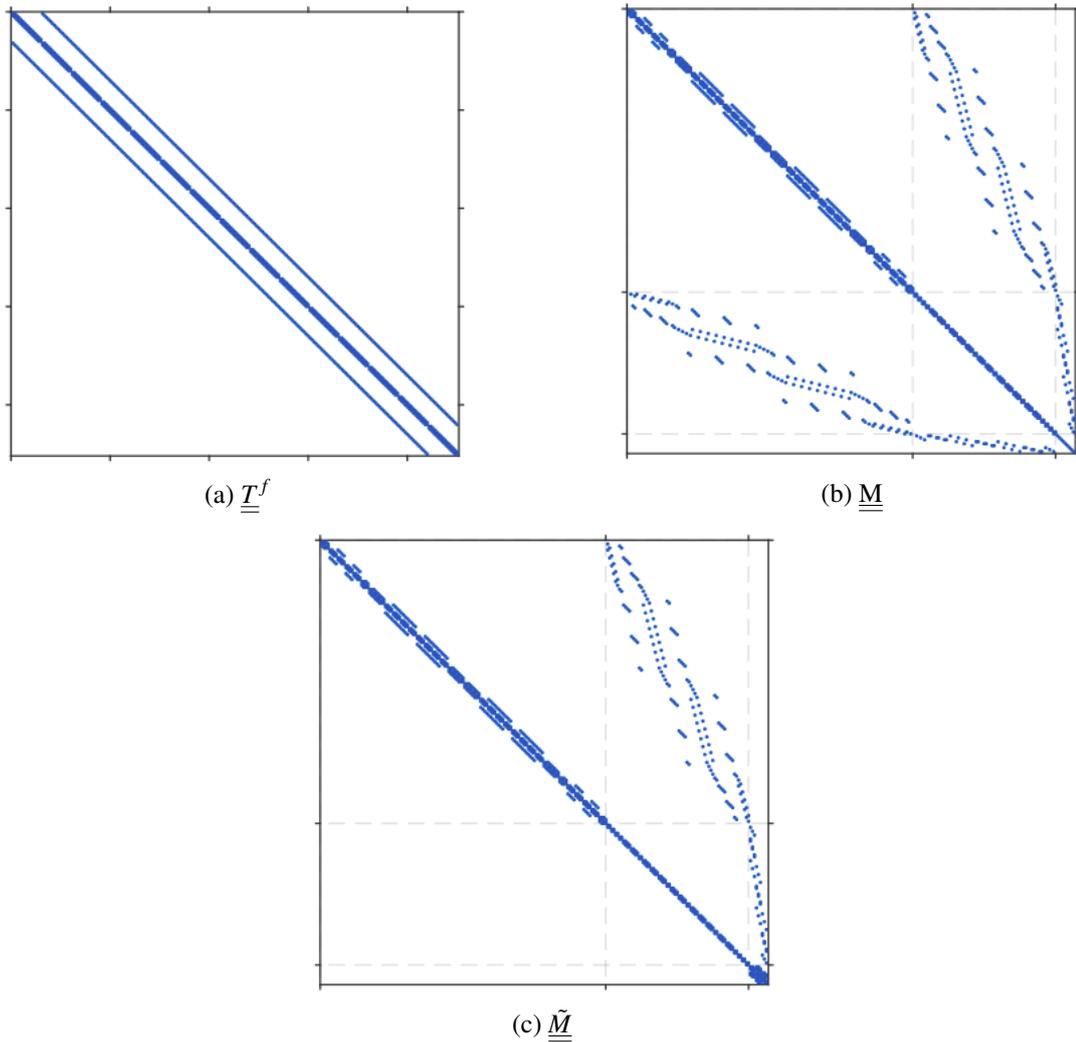
$$\begin{aligned} \underline{\underline{T}}^c P'_v &= \mathbf{R}^c, \\ \tilde{M}_{ee} P'_e + M_{ev} P'_v &= \mathbf{b}'_e, \\ M_{ff} P'_f + M_{fe} P'_e &= \mathbf{b}_f, \end{aligned} \quad (117)$$

sendo \mathbf{R}^c o termo fonte na escala grossa. Depois de algumas manipulações algébricas, é possível chegar a

$$\mathbf{P}' = \underline{\underline{OPP}}^c + \underline{\underline{Cb}}', \quad (118)$$

onde

$$\underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} M_{ff}^{-1} & -M_{ff}^{-1}M_{fe}M_{ee}^{-1} & 0 \\ 0 & M_{ee}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{\underline{OP}} = \begin{bmatrix} M_{ff}^{-1}M_{fe}\tilde{M}_{ee}^{-1}M_{ev} \\ -\tilde{M}_{ee}^{-1}M_{ev} \\ I_{vv} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}^c = P'_v, \quad (119)$$

Figura 11 – Representação das matrizes \underline{T}^f , \underline{M} e $\underline{\tilde{M}}$.

Fonte: (MAGRI, 2015)

sendo $\underline{C}\mathbf{b}'$ as funções de correção e I_{vv} a matriz identidade com dimensão correspondente a quantidade de vértices.

Substituindo \mathbf{P}' no lugar de \mathbf{P}^{fw} em (112) e aplicando o operador de restrição, temos:

$$\underline{OR} \underline{M} (\underline{OPP}^c + \underline{C}\mathbf{b}') = \underline{OR}\mathbf{b} \rightarrow \underline{OR} \underline{M} \underline{OPP}^c = \underline{OR} [\mathbf{b} - \underline{M} \underline{C}\mathbf{b}'] \rightarrow \underline{T}^c \mathbf{P}^c = \mathbf{R}^c, \quad (120)$$

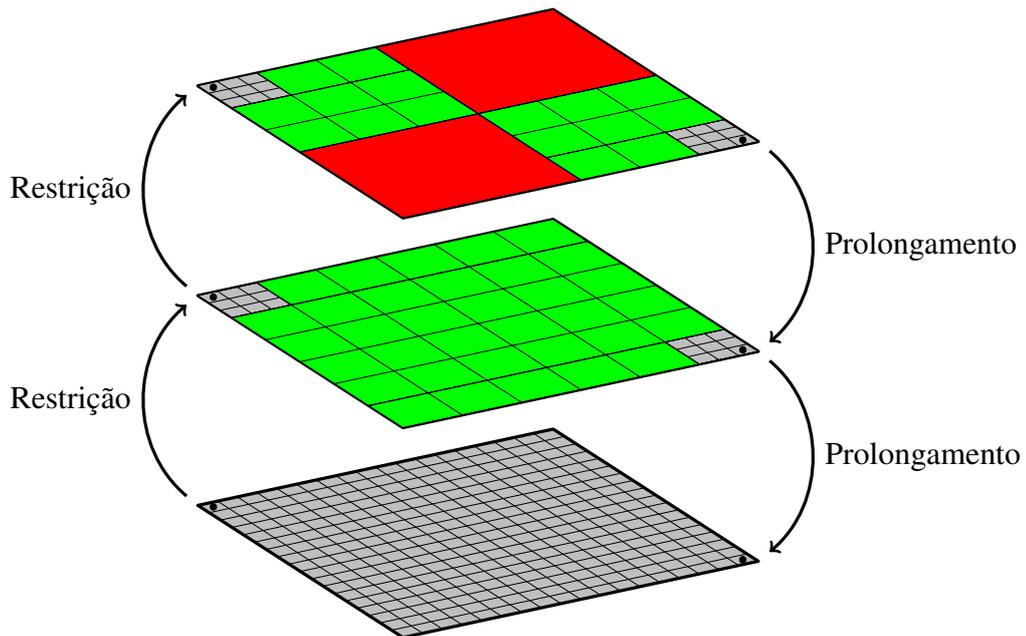
sendo $\underline{T}^c = \underline{OR} \underline{M} \underline{OP}$ e $\mathbf{R}^c = \underline{OR} [\mathbf{b} - \underline{M} \underline{C}\mathbf{b}']$. Resolvendo o sistema da escala grossa, $\mathbf{P}^c = (\underline{T}^c)^{-1} \mathbf{R}^c$, obtemos finalmente \mathbf{P}' por meio de (118).

A pressão multiescala, apesar de aproximar \mathbf{P}^f , garante conservação do fluxo apenas entre os volumes da malha grossa. Portanto, para conservar o fluxo na escala fina, é necessário calcular um campo de pressão intermediário, impondo fluxo prescrito no contorno dos volumes da malha grossa e pressão prescrita nos vértices da malha grossa dual, para maiores detalhes verificar Møyner e Lie (2014), Wang (2015). Com esse campo de pressão intermediário calcula-se o fluxo localmente nos volumes da malha grossa primal.

3.7 Método multinível algébrico dinâmico

O Método ADM (CUSINI et al., 2018) permite obter a aproximação da pressão a partir de vários níveis de engrossamento, deixando na escala de melhor resolução as regiões que apresentam alguma física importante, como em regiões próximas às condições de contorno que apresentam altos gradientes de pressão e em regiões que apresentam alto contraste de permeabilidade.

Figura 12 – Transferência de escala no método multinível.

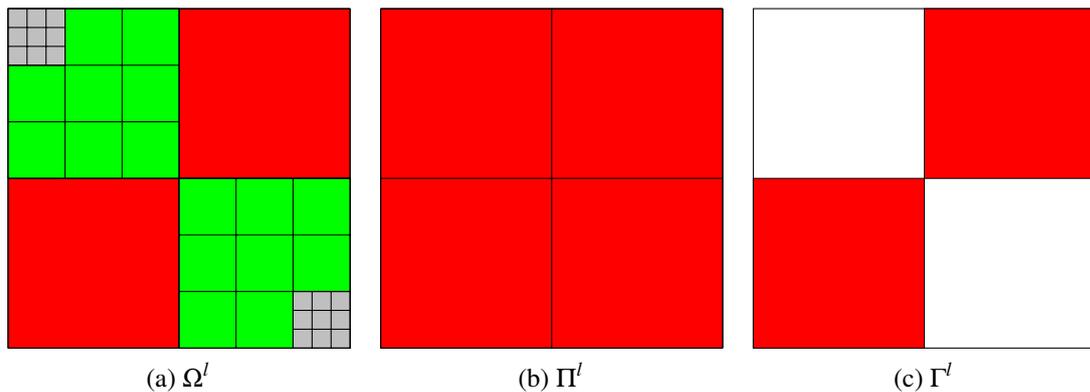


Fonte: Elaborado pelo autor

Para a aplicação desse método é preciso definir os seguintes conjuntos (Figura 13):

- Π^l : conjunto de todos os volumes do nível l .

Figura 13 – Representação dos conjuntos Ω^l , Π^l e Γ^l .



Fonte: Elaborado pelo autor

- Ω^l : conjunto dos volumes da malha ADM do nível l .
- Γ^l : $\Omega^l \cap \Pi^l$.
- $\hat{\Pi}^l$: conjunto dos volumes que são vértices da malha dual no nível l

A transferência de escala para o nível superior é feita entre os níveis $l - 1$ e l até chegar no último nível, como mostra a Figura 12 de modo que os operadores ADM são construídos da seguinte forma (CUSINI; KRUIJSDIJK; HAJIBEYGI, 2016):

$$(\underline{\hat{O}P})_{l-1}^l(i, j) = \begin{cases} (\underline{OP})_{l-1}^l(i, j) & \text{se a célula } i \in \Gamma^{l-1} \text{ e a célula } j \in \hat{\Pi}^l \\ \delta_{ij} & \text{caso contrário,} \end{cases} \quad (121)$$

$$(\underline{\hat{O}R})_l^{l-1}(i, j) = \begin{cases} (\underline{OR})_l^{l-1}(i, j) & \text{se a célula } i \in \Gamma^l \text{ e a célula } j \in \Gamma^{l-1} \\ \delta_{ij} & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (122)$$

entende-se por i o volume Ω_i , j o volume Ω_j , $\underline{\hat{O}R}$ e $\underline{\hat{O}P}$ os operadores de restrição e prolongamento multinível. Sendo assim \mathbf{P}^f é aproximado por \mathbf{P}^{ADM} aplicando os operadores na ordem, de acordo com os níveis de engrossamento como na equação (123), desprezando as funções de correção:

$$(\underline{\hat{O}R})_l^{l-1} \dots (\underline{\hat{O}R})_1^0 \underline{T}^f (\underline{\hat{O}P})_{l-1}^l \dots (\underline{\hat{O}P})_0^1 \mathbf{P}^{ADM} = (\underline{\hat{O}R})_l^{l-1} \dots (\underline{\hat{O}R})_1^0 \mathbf{q}^f, \quad (123)$$

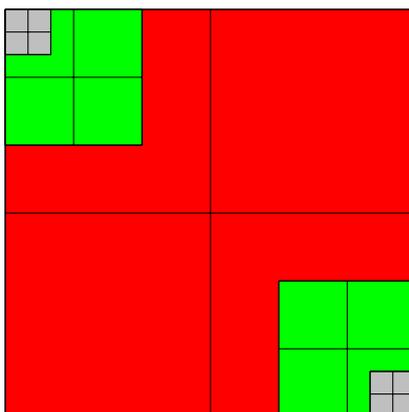
sendo o nível 0 a malha fina.

3.8 Método multinível não uniforme

Como se pode observar na Figura 13a, no método ADM tradicional, os volumes que não são engrossados devem estar agrupados de forma que preencham totalmente o volume da malha grossa imediatamente superior do qual fazem parte. A fim de diminuir a quantidade de volumes na malha ADM, foi desenvolvido por Santos et al. (2022) o método ADM não uniforme (NU-ADM), permitindo que os volumes não engrossados não estejam necessariamente agrupados de acordo com o volume da malha grossa, reduzindo o sistema linear (123).

A Figura 14 ilustra esse procedimento. Note que, nem todos os volumes do nível inferior que fazem parte de um volume do nível superior precisam estar necessariamente refinados e o procedimento para obtenção da solução aproximada é exatamente igual aos passos descritos nas equações (121) a (123).

Figura 14 – Malha ADM não uniforme



Fonte: Elaborado pelo autor

4 METODOLOGIA

4.1 Softwares utilizados

A linguagem de programação utilizada para desenvolver a biblioteca com o método descrito nesse trabalho foi a linguagem python. Devido a gratuidade, fácil aprendizado e disponibilidade de bibliotecas para computação científica como *Numpy*, que utiliza a estrutura de dados *array*, e *Scipy*, que permite utilizar operações com matrizes esparsas (característica de sistemas lineares obtidos em simulação computacional), o grupo de pesquisa PADMEC optou por adotar essa linguagem. *Python* possui ainda o *garbage collector* que limpa a memória de tempos em tempos, removendo automaticamente variáveis que não estão mais sendo utilizadas, o que torna desnecessário criar algoritmos para realizar esse processo. Para a criação e gerenciamento de malhas foram utilizados os *softwares Gmsh* e o *pymoab*, que é um *wrapper* do MOAB, uma biblioteca escrita em C para criação e gerenciamento de malhas.

Ainda no contexto de manipulação de dados da malha, foi utilizada a biblioteca IMPRESS, idealizada pelo aluno Artur Castiel e desenvolvida em conjunto com outros membros do grupo, para facilitar a utilização da biblioteca *pymoab*, a fim de normatizar a estrutura de dados utilizada no grupo, preprocessar os dados da malha e facilitar a visualização de dados no arquivo de saída (.vtk), interpretado pelo software VISIT, um programa de visualização iterativa de código aberto e com ferramentas de análise gráfica para fins científicos. A fim de facilitar a instalação dessas bibliotecas, o grupo optou por adotar o software *Docker*, que funciona como uma máquina virtual só que utilizando o conceito de *containers*. A imagem do *Docker* utilizada nesse trabalho foi desenvolvida pelo aluno Felipe Cumarú, membro do grupo de pesquisa PADMEC. Para o versionamento do código, o grupo utiliza o software *git*, que permite também o desenvolvimento em equipe.

O algoritmo do escoamento composicional foi desenvolvido por Galindo (2021), no mesmo ambiente do *docker* citado acima. Já o algoritmo do método multinível foi inicialmente desenvolvido para ser aplicado ao escoamento bifásico (água-óleo) por Santos et al. (2020). A adaptação entre os dois códigos foi desenvolvida de maneira que a interferência entre os mesmos seja mínima, permitindo também o avanço individual. O *solver* proposto por esse trabalho utiliza a matriz de transmissibilidade e o termo fonte da escala fina para obter o campo de pressão e a velocidade NU-ADM, para posteriormente serem utilizados no cálculo do número de mols e das propriedades dos fluidos.

4.2 Seleção dos níveis

Como o método NU-ADM ainda não foi desenvolvido para mais de um nível de engrossamento, nesse trabalho só haverá 1 nível de engrossamento, ou seja, haverá dois níveis na malha NU-ADM: o nível 0 e o nível 1.

Para a seleção dos níveis serão adotadas as seguintes estratégias:

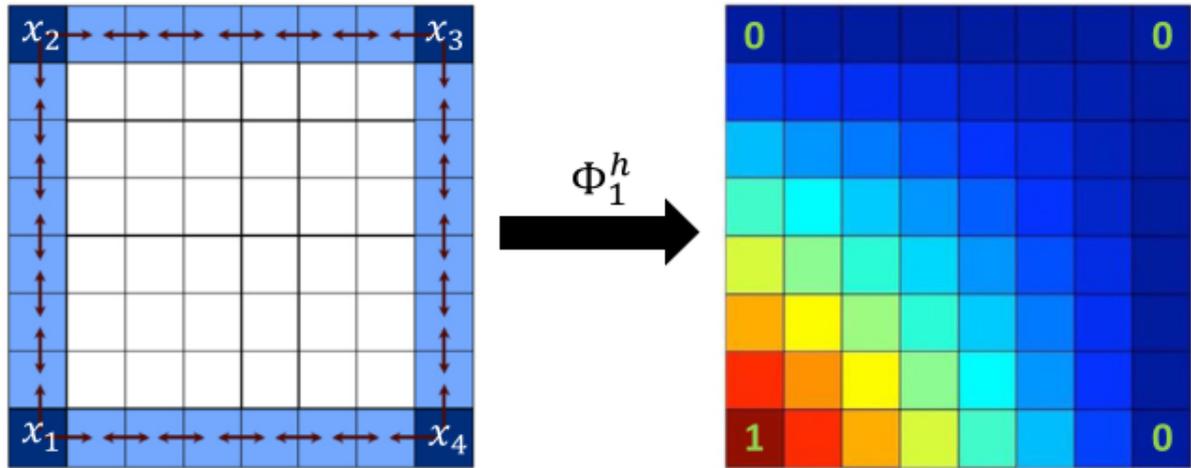
1. Os volumes da malha grossa que possuírem algum volume com valores prescritos de vazão ou pressão, serão mantidos inteiramente no menor nível, ou seja, na malha fina, a fim de capturar melhor os gradientes de pressão nessa região.
2. Será definido um valor limite (ΔS_{lim}) pelo usuário para o qual será calculada a variação de saturação das fases (ΔS) entre os volumes da malha fina adjacentes por face. Caso essa variação de saturação ultrapasse o valor definido pelo usuário, ambos volumes serão mantidos na malha fina. A menos que seja citado no problema, o valor para ΔS_{lim} é de 0,1.
3. Em alguns passos de tempo pode acontecer de algum volume da malha fina apresentar o número de mols negativo, com valor próximo de zero, de um determinado componente devido a precisão adotada para o valor de tolerância para o campo de pressão. Nessa situação, esse volume e seus vizinhos são mantidos na malha fina para o próximo passo de tempo e o número de mols é mantido como zero, sendo atualizado no próximo passo de tempo.

4.3 Operador de prolongamento

O operador de prolongamento AMS foi construído utilizando apenas as propriedades geométricas, da rocha (permeabilidade) e a mobilidade. Essa escolha foi baseada em Tene, Wang e Hajibeygi (2015), onde os autores propõem várias maneiras de calcular as funções de base, considerando ou não os termos de compressibilidade e acumulação. Com essa escolha, as funções de base somam até atingir a unidade.

A Figura 15 ilustra os valores das funções de base em relação ao vértice x_1 , e da mesma forma, as funções de base são calculadas para x_2 , x_3 e x_4 . Como se pode observar, os valores estão limitados entre 0 e 1. Além disso, os valores que estão entre dois vértices com valor 0 também é 0, significando que o vértice x_1 não influencia essa região com valor 0.

Tomando como base a Figura 10a, as funções de base podem ser calculadas no domínio inteiro de uma só vez ou calculadas em cada volume da malha dual separadamente. Nesse trabalho optou-se por calcular em cada volume da malha dual separadamente pois futuramente o código será paralelizado. Com essa metodologia, os volumes da malha dual são subdivididos apenas no início da simulação, e como se pode observar, os valores das funções de base são recalculados nos volumes que são definidos como *edge* (em amarelo na Figura 10a)

Figura 15 – Valores das funções de base para o vértice x_1 .

Fonte: (HAJIBEYGI et al., 2020)

4.4 Atualização das funções de base

As funções de base são atualizadas segundo (ZHOU, 2010), utilizando um valor determinado pelo usuário ε para verificar a variação da mobilidade de cada fase entre dois passos de tempo consecutivos ($n - 1$ e n), segundo a seguinte equação:

$$\frac{1}{1 + \varepsilon} < \frac{\lambda_{\alpha}^n}{\lambda_{\alpha}^{n-1}} < 1 + \varepsilon \quad (124)$$

Caso a variação da mobilidade ultrapasse os limites da equação (124), as funções de base do volume da malha dual, que contém algum volume da malha fina que ultrapassou os limites, são atualizadas, de modo que a atualização é realizada localmente, como já foi explanado.

4.5 Método de solução da pressão e das composições

O cálculo da pressão é realizada de acordo com Zhou e Tchelepi (2012), utilizando o *solver* de Richardson, onde o resíduo é iterado na escala grossa a fim de reduzir os erros de baixa frequência e na escala fina para reduzir os erros de alta frequência, até que se chegue a uma tolerância definida pelo usuário. Esse método foi escolhido por causa da acurácia necessária para o campo de pressão, devido às mudanças de fase que ocorrem ao longo da simulação. Nas iterações intermediárias, o operador de restrição NU-ADM escolhido é igual ao operador de prolongamento NU-ADM transposto (WANG, 2015).

A solução explícita do transporte é resolvida na malha fina, e, como é de suma importância que o campo de pressão seja conservativo, na última iteração utiliza-se o operador de restrição de volumes finitos, dessa maneira é possível ter um campo de velocidades que seja conservativo na escala grossa. Como o domínio é desacoplado para obter o campo de pressão NU-ADM, o fluxo entre os volumes da escala grossa é utilizado como condição de contorno para o cálculo

local da velocidade, assim como no método Multiescala tradicional, garantindo que o fluxo seja conservativo também na escala fina.

5 RESULTADOS

5.1 Problema 1: Escoamento bidimensional bifásico (água e óleo)

Este problema consiste num escoamento bidimensional com 1 componente hidrocarboneto na fase óleo. A dimensão dos volumes é de 0,00762m nas direções x e y. A malha possui 80x80 volumes com pressão (P) prescrita no volume do canto inferior direito de 13,79MPa e com vazão (Q) prescrita de injeção de água de $3,277 \times 10^{-8} m^3/s$ no volume do canto superior esquerdo (ver Figura 16). O campo de permeabilidade é homogêneo no valor de $4,934610^{-13} m^2$. O CFL adotado é de 0.9

Tabela 2 – Dados do Problema 1.

S_{orw}	0,35
S_{wr}	0,2
k_{rw}^0	0,2
k_{row}^0	1
e_w	2
e_{ow}	2

(a) Permeabilidade relativa

Pressão inicial	13,79MPa
S_w^0	0,2
ϕ	0,2
T	288,7K

(b) Condições Iniciais

Massa molar [g/mol]	142,276
T_c [K]	619,27
P_c [MPa]	2,109
Acentricidade	0,489
V_c [$m^3/mol \times 10^{-4}$]	6,03

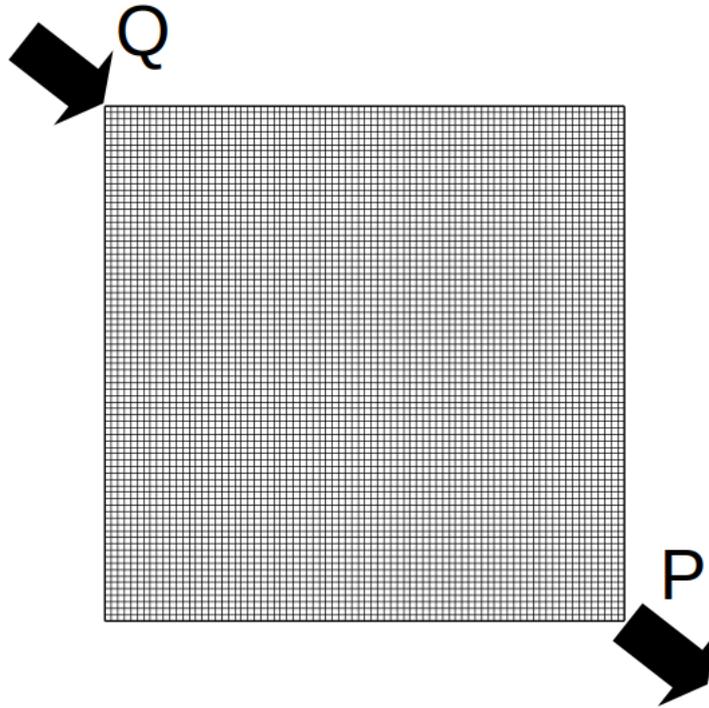
(c) Dados do componente hidrocarboneto

Elaborado pelo autor

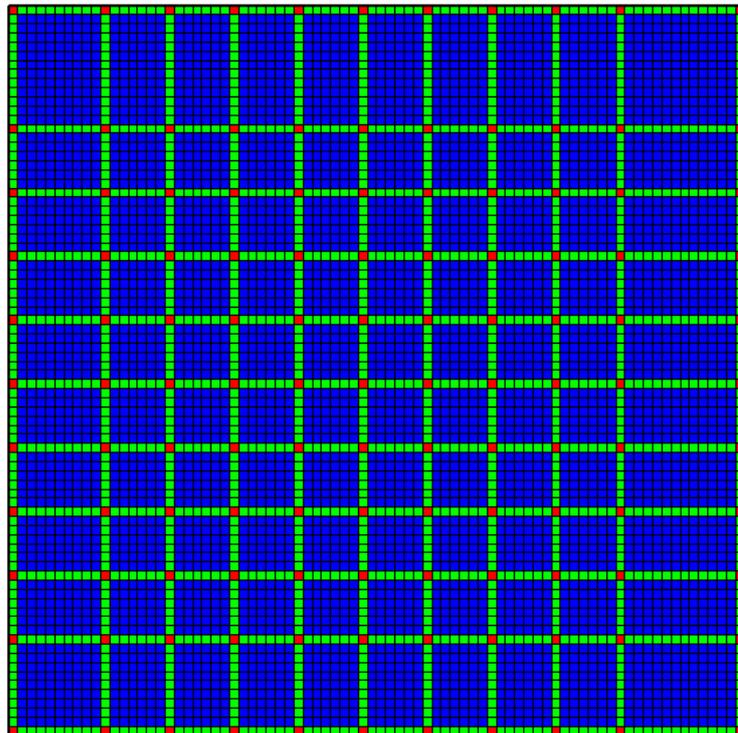
Os dados referentes a permeabilidade relativa (Modelo de Brooks-Corey) 1, condições iniciais e propriedades do componente se encontram na Tabela 2. As razões de engrossamento utilizadas foram de 7 e 5 nas direções cartesianas e não houve atualização das funções de base para esse problema. As Figuras 17 e 18 ilustram a diferença entre as malhas grossas duas com as razões de engrossamento utilizadas. Quando os volumes da malha fina, localizados nas extremidades, não comportam a quantidade exata de volumes para a dada razão de engrossamento, esses volumes da malha fina são mantidos nos volumes da malha grossa adjacente.

Para esse problema os tempos de simulação utilizando o método NU-ADM foram praticamente iguais para as duas razões de engrossamento (Figura 19) com ambos acima do tempo de solução da malha fina, devido à maneira de implementação do fluxo local, onde é

Figura 16 – Localização das prescrições.

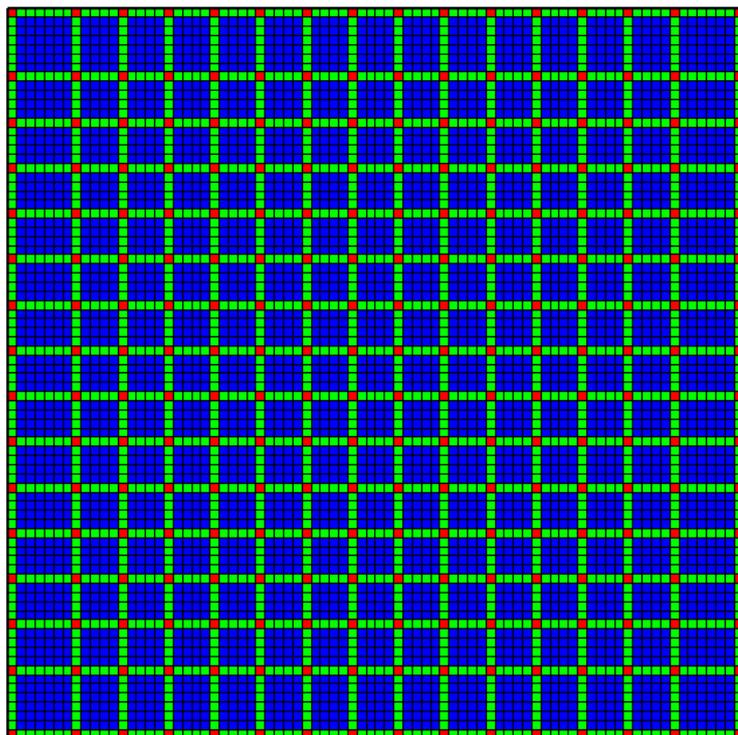


Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 17 – Malha dual para $Cr = 7$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 18 – Malha dual para Cr = 5.

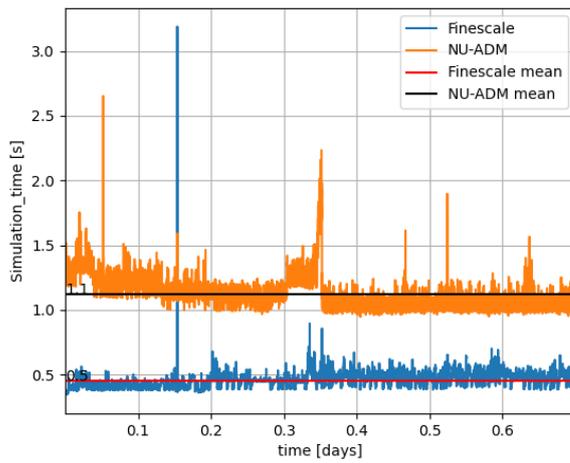


Fonte: Elaborado pelo autor.

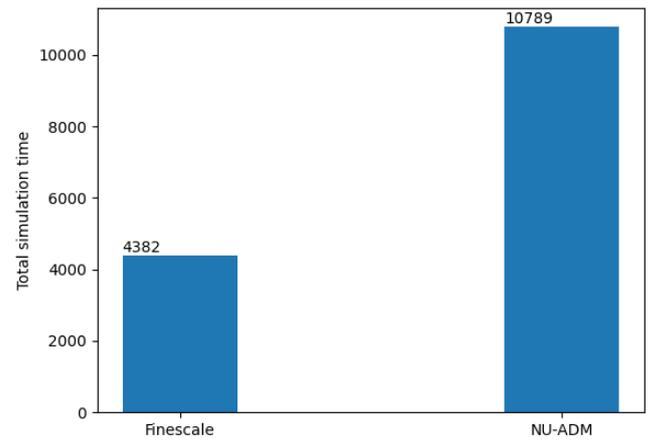
necessário realizar um loop em cada volume da malha grossa para obter os resultados do campo de velocidade. As curvas de produção de óleo ficaram bem próximas da curva de produção obtida na malha fina (Figura 20). A Figura 21 mostra os volumes ativos, onde houve uma pequena diferença na quantidade máxima de volumes na malha NU-ADM devido apenas a razão de engrossamento.

Para ilustrar como ocorre o refinamento da malha NU-ADM no v_{pi} (volume poroso injetado) de 0,365, a Figura 22 ilustra os volumes que permanecem no nível 0 (na malha fina), onde os mesmos acompanham a frente de saturação de acordo com o valor de ΔS_{lim} .

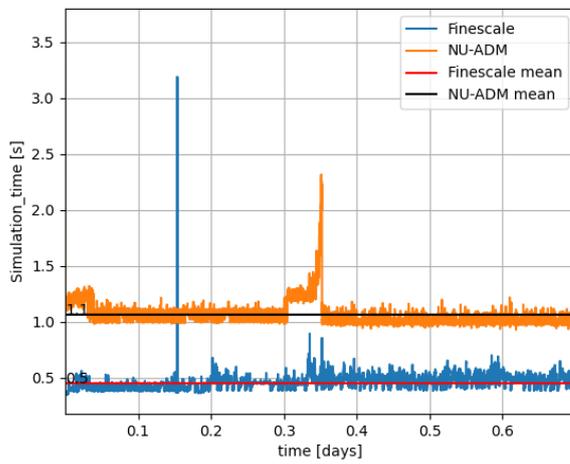
Figura 19 – Tempos de simulação.



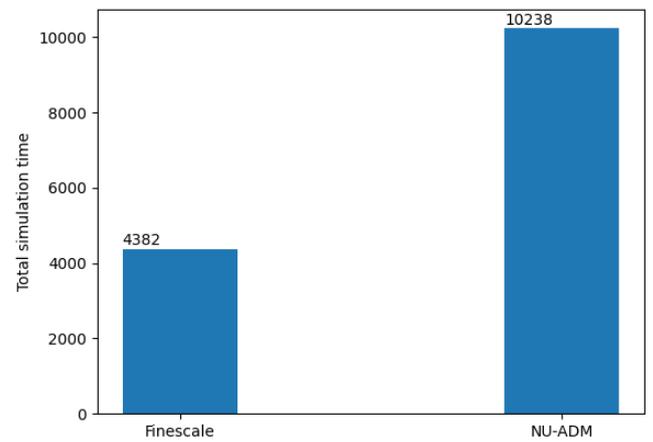
(a) Tempo de simulação Cr=7.



(b) Tempo total de simulação Cr=7.



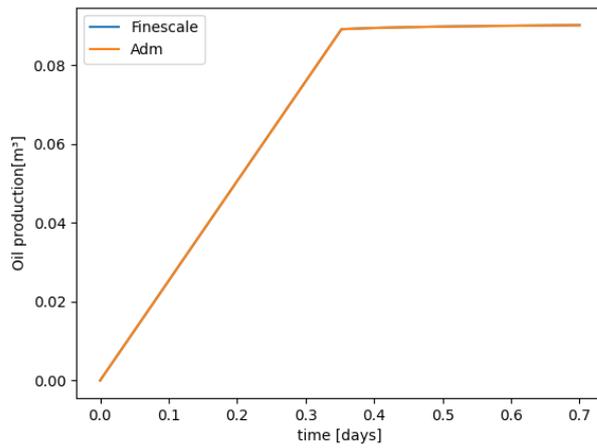
(c) Tempo de simulação Cr=5.



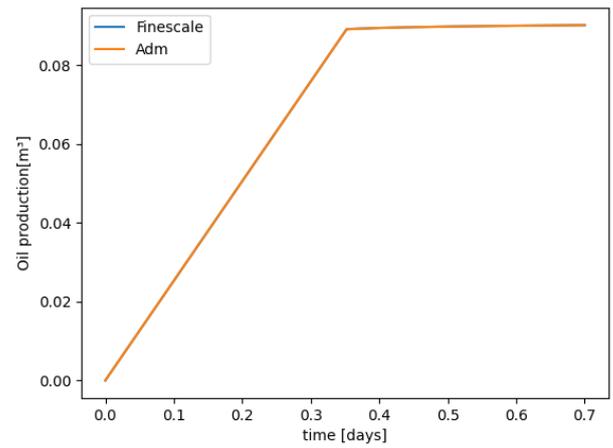
(d) Tempo total de simulação Cr=5.

Fonte: Elaborado pelo autor.

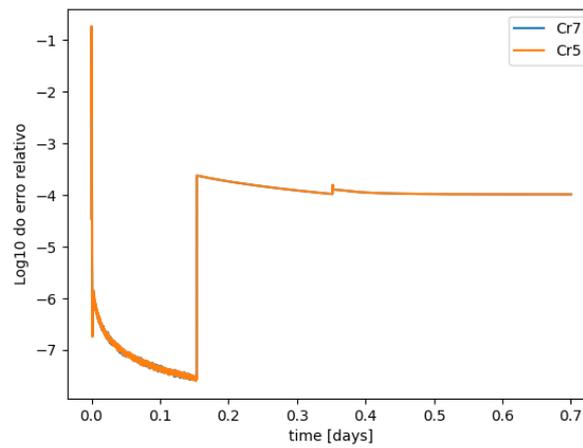
Figura 20 – Curvas de produção e Log de base 10 do erro relativo das mesmas.



(a) Cr=7.



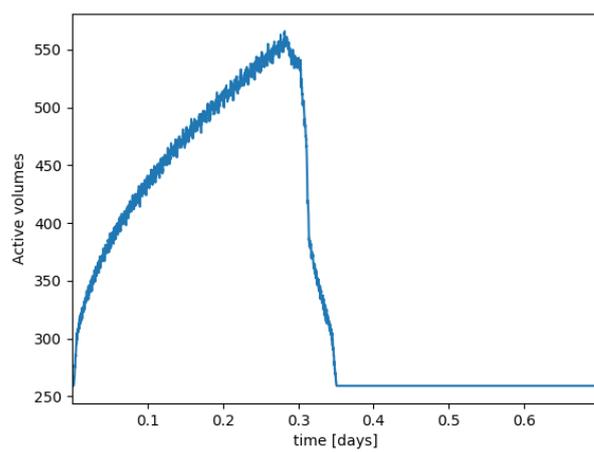
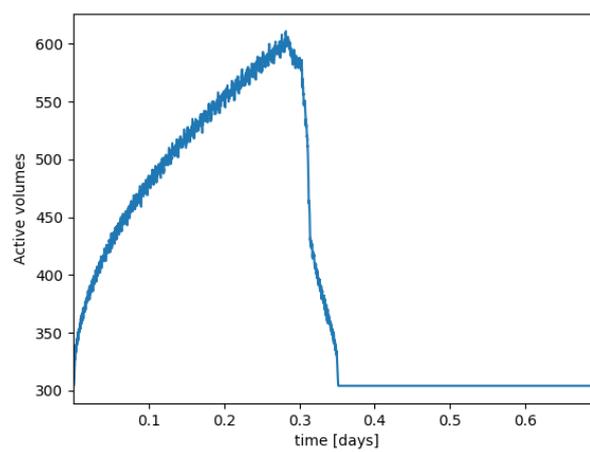
(b) Cr=5.



(c) Log10 do erro relativo

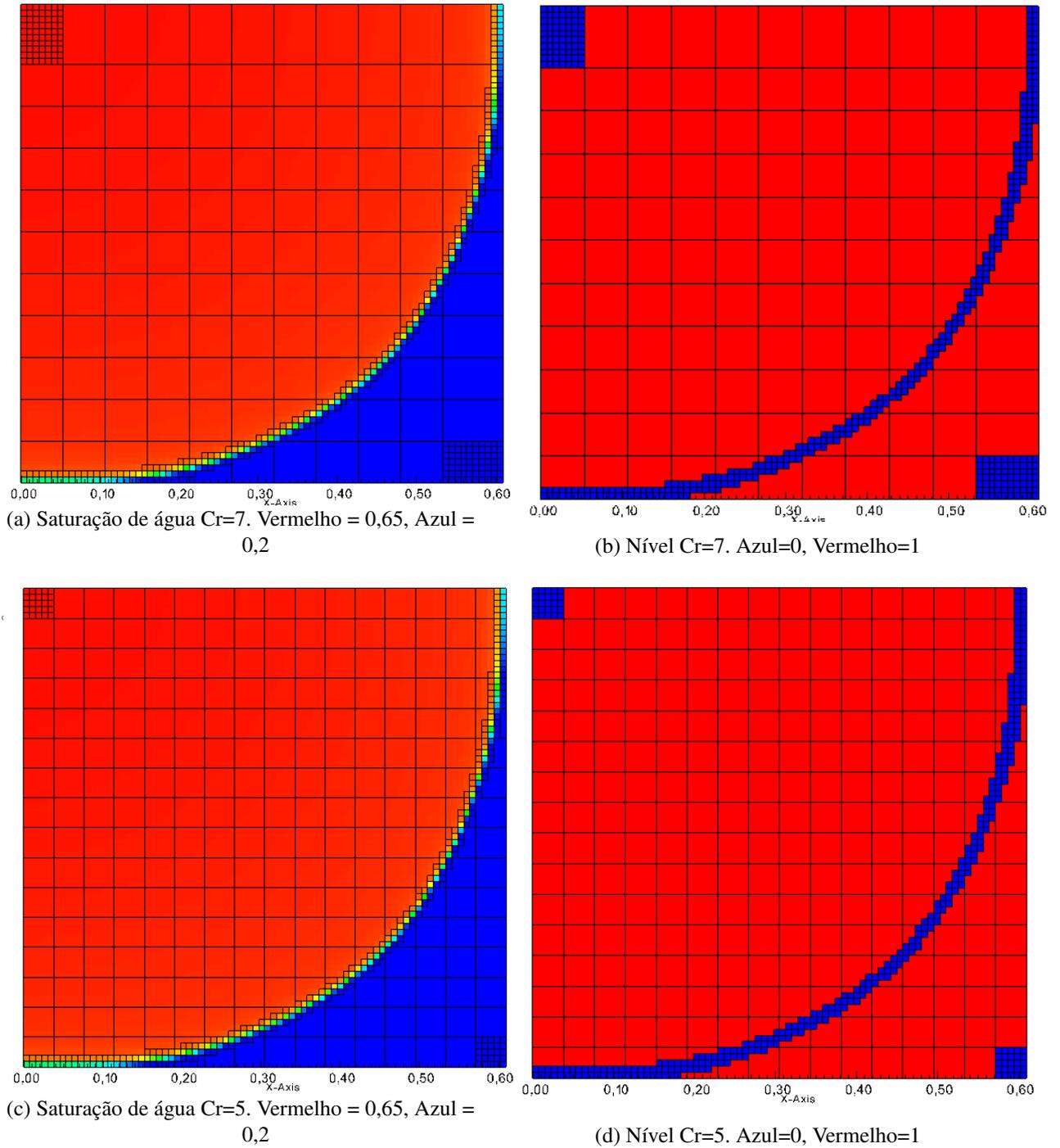
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 21 – Volumes Ativos.

(a) $Cr=7$.(b) $Cr=5$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 22 – Malha NU-ADM para o vpi de 0,365.



Fonte: Elaborado pelo autor.

5.2 Problema 2: Escoamento unidimensional trifásico

Este problema (retirado de Galindo (2021)) consiste num escoamento 1D com 6 componentes hidrocarbonetos e com três fases (água, óleo e gás). A malha possui 512 volumes com dimensão de $5,334375m$ de cada volume na direção x . Há vazão prescrita de injeção de água no primeiro volume de $4.1377 \times 10^{-4} m^3/s$ e pressão prescrita no último volume da malha de $8,96MPa$. O coeficiente de interação binária entre os componentes é zero e o campo de permeabilidade é homogêneo no valor de $10^{-14} m^2$. Os dados referentes a permeabilidade relativa, condições iniciais e propriedades dos componentes se encontram na Tabela 3 O CFL utilizado é de 0.5.

Tabela 3 – Dados do Problema 2.

S_{org}	0
S_{orw}	0,1
S_{gr}	0
S_{wr}	0,3
k_{rg}^0	0,9
k_{rw}^0	0,4
k_{row}^0	0,9
k_{rog}^0	0,9
e_w	2
e_{og}	2
e_{ow}	2
e_g	2

(a) Permeabilidade relativa

Pressão inicial	10,34MPa
S_w^0	0,3
ϕ	0,35
T	344,25K
Composição inicial	
C1	0,5
C2	0,03
C3	0,07
C4	0,2
C5	0,15
C6	0,05

(b) Condições Iniciais

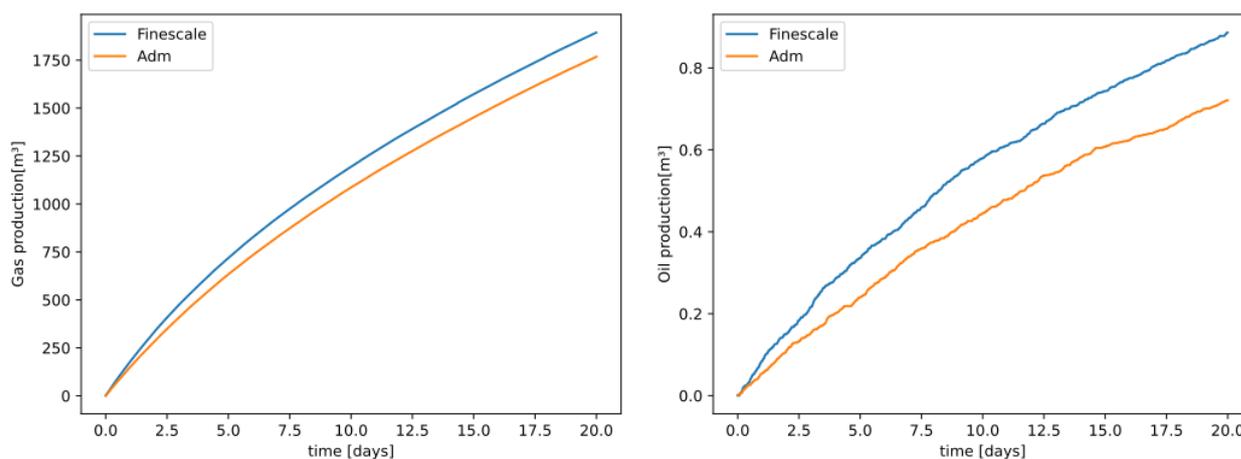
	C1	C2	C3	C4	C5	C6
Massa molar [g/mol]	16,042	44,1	86,178	142,276	212,41	282,5
T_c [K]	190,6	369,8	507,4	617,6	708	768
P_c [MPa]	4,6	4,24	2,96	2,11	1,47	1,17
Acentricidade	0,008	0,152	0,299	0,489	0,685	0,912
V_c [$m^3/mol \times 10^{-4}$]	0,99	2,03	3,7	6,03	8,95	16,9

(c) Dados dos componentes

Elaborado pelo autor

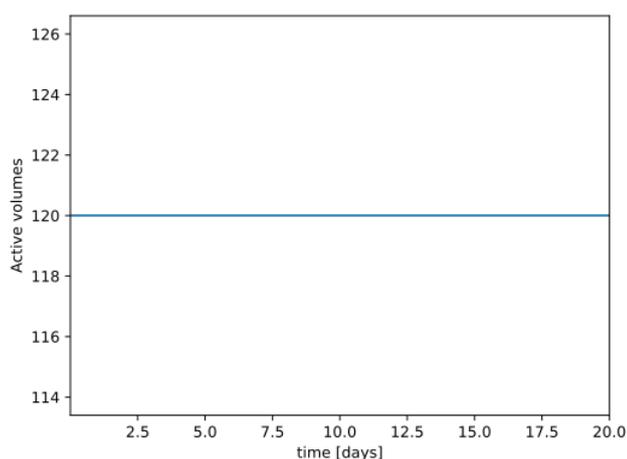
As Figuras 23 e 24 ilustram os dados obtidos da simulação referente à razão de engrossamento de 64 na direção do escoamento sem atualizar e atualizando os valores das funções de base respectivamente, com os tempos de simulação mostrados na Figura 25.

Figura 23 – Resultados com Cr=64 sem atualizar as funções de base.



(a) Produção de gás

(b) Produção de óleo



(c) Volumes ativos

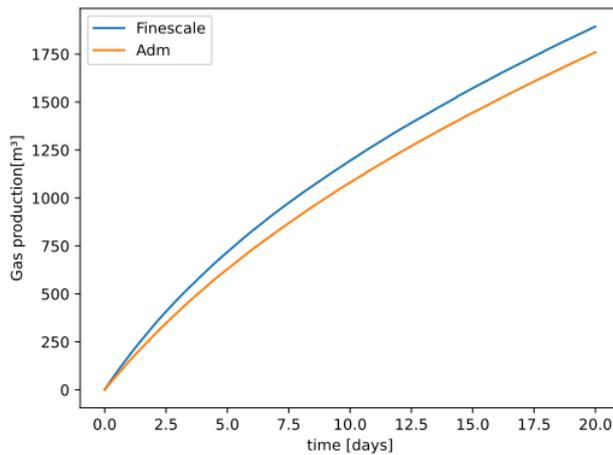
Fonte: Elaborado pelo autor.

Como se pode observar nas Figuras 23 e 24, os gráficos de produção de não sofreram alterações significativas, independentemente de atualizar ou não as funções de base. Já no gráfico de produção de óleo, o método NU-ADM, com atualização das funções de base, se aproximou um pouco mais da curva obtida diretamente na malha fina, como era de se esperar, já que em praticamente todas as simulações as funções de base foram atualizadas em todos os volumes da malha fina, o que aumenta a acurácia e o custo computacional.

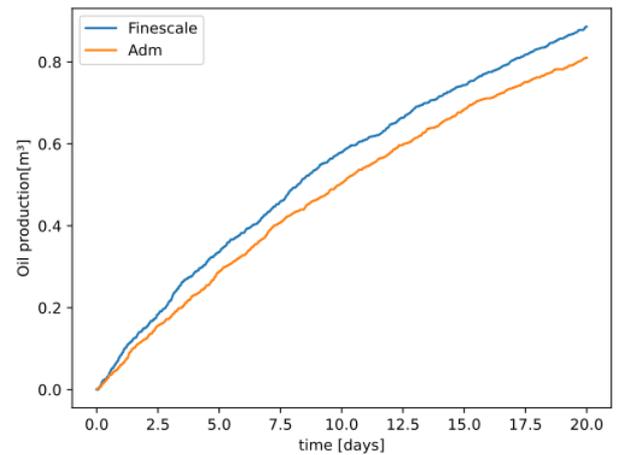
O mesmo problema foi também simulado com razões de engrossamento de 16 e 100. Os respectivos resultados se encontram nas Figuras 26 a 31.

Dos resultados obtidos, a simulação que utilizou a razão de engrossamento de 64 foi a que apresentou o melhor desempenho, quando se compara o compromisso entre tempo de

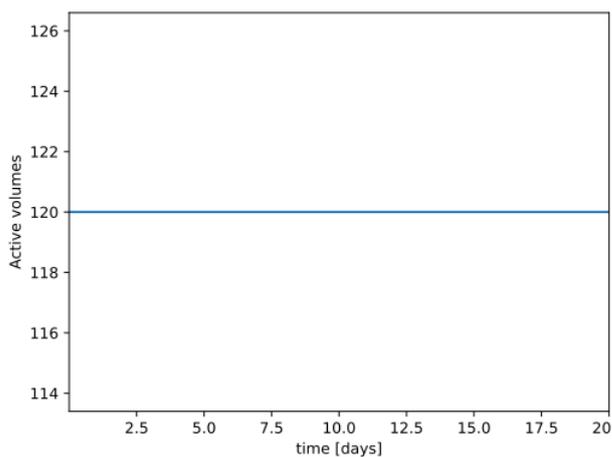
Figura 24 – Resultados com Cr=64 atualizando as funções de base.



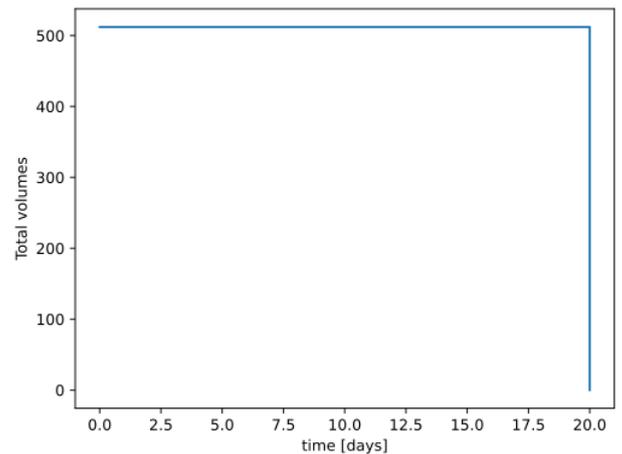
(a) Produção de gás



(b) Produção de óleo



(c) Volumes ativos

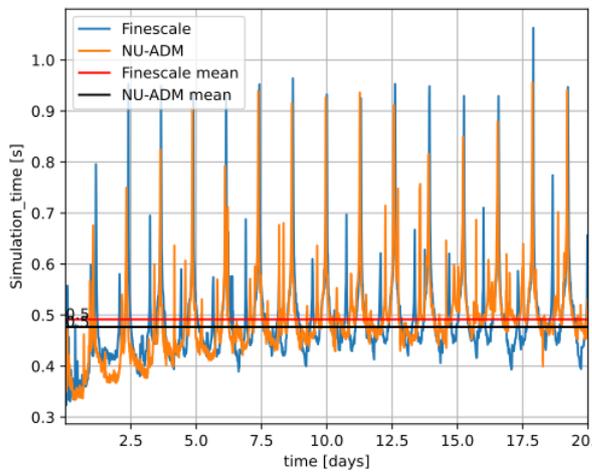


(d) Quantidade de volumes para atualizar as funções de base

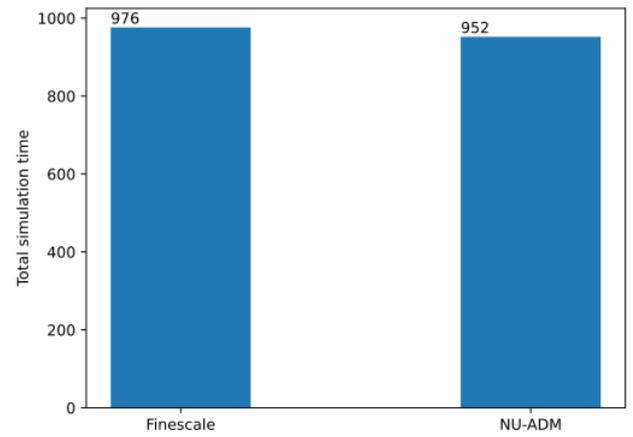
Fonte: Elaborado pelo autor.

simulação e acurácia. Quando comparado com a razão de engrossamento de 100, o tempo de simulação com razão de engrossamento de 64, mesmo atualizando as funções de base, obteve curvas de produção um pouco mais próximas daquelas obtidas da simulação diretamente na malha fina, com menor tempo. Já para a razão de engrossamento de 16 não houve mudanças significativas nos gráficos de produção, atualizando ou não as funções de base. A Figura 32, que ilustra o log de base 10 do erro relativo, sem atualizar e atualizando as funções de base, mostra que não houve mudanças significativas entre os dois métodos e que o erro relativo da razão de engrossamento de 64 ficou abaixo das outras duas quando se atualiza as funções de base. Os tempos de simulação, em geral, ficaram acima do tempo de simulação na malha fina devido ao cálculo serial do fluxo em cada volume da malha primal e utilização de bibliotecas de alto nível

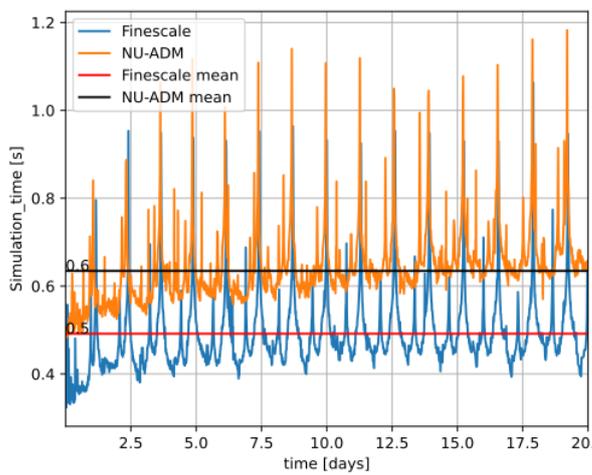
Figura 25 – Tempos de simulação com Cr=64.



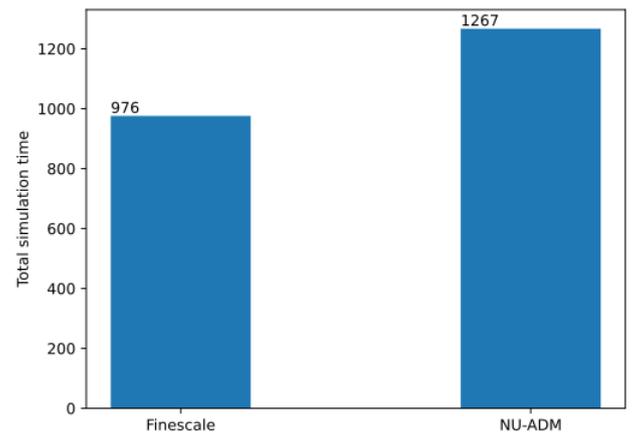
(a) Tempo de simulação sem atualizar as funções de base



(b) Tempo total de simulação sem atualizar as funções de base



(c) Tempo de simulação atualizando as funções de base

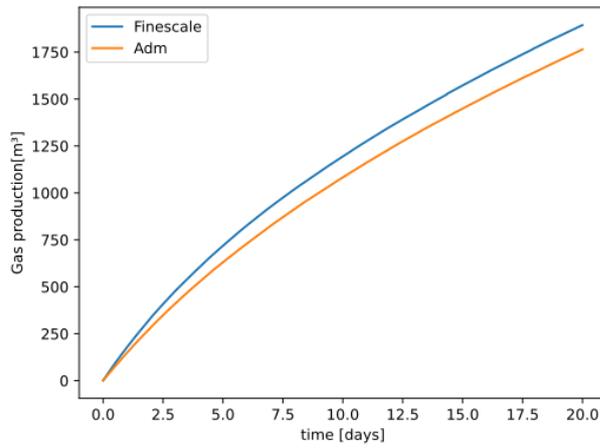


(d) Tempo total de simulação atualizando as funções de base

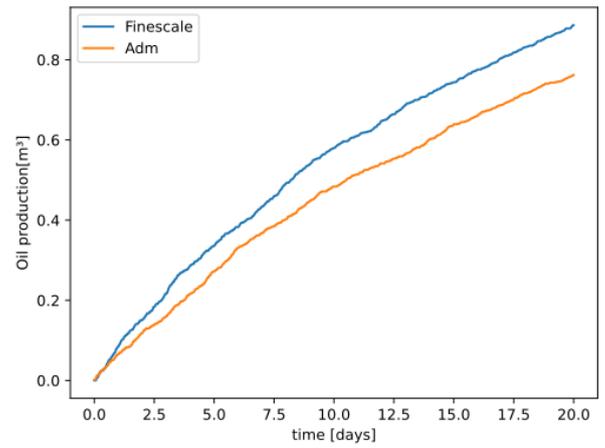
Fonte: Elaborado pelo autor.

para manipulação dos dados.

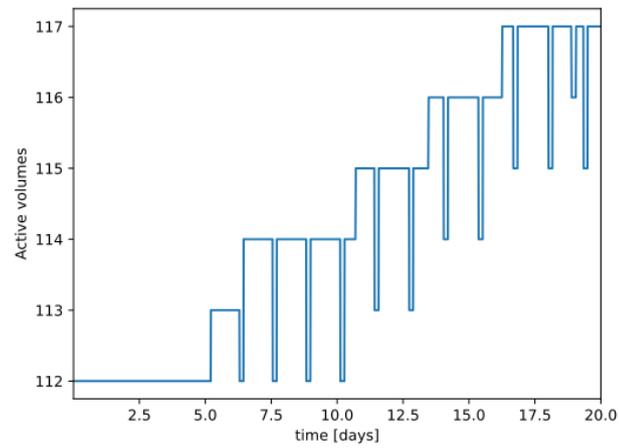
Figura 26 – Resultados com Cr=16 sem atualizar as funções de base.



(a) Produção de gás



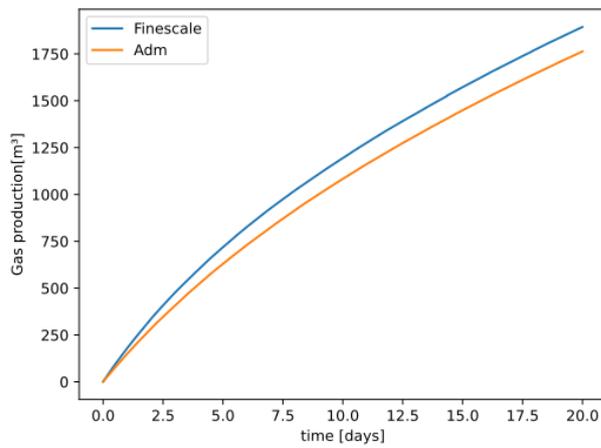
(b) Produção de óleo



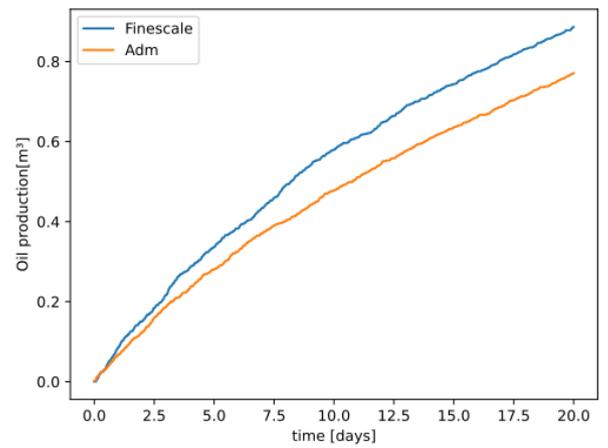
(c) Volumes ativos

Fonte: Elaborado pelo autor.

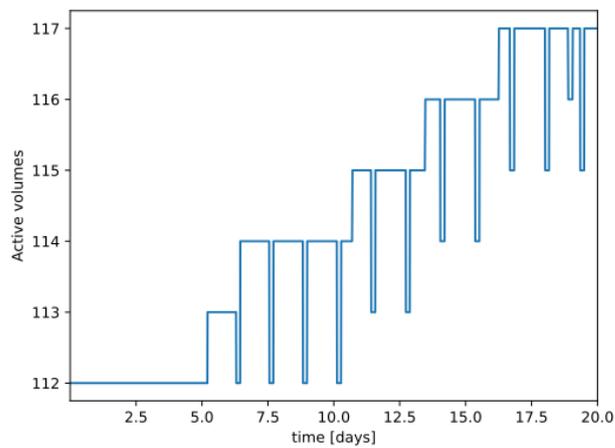
Figura 27 – Resultados com $Cr=16$ atualizando as funções de base.



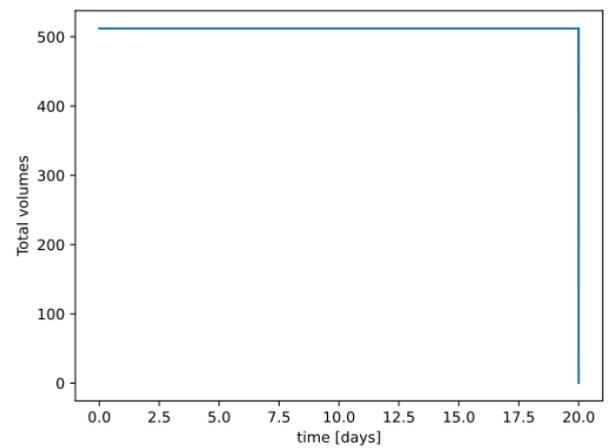
(a) Produção de gás



(b) Produção de óleo

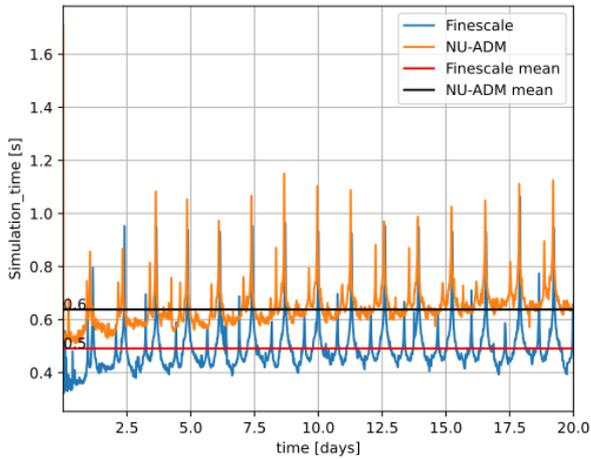


(c) Volumes ativos

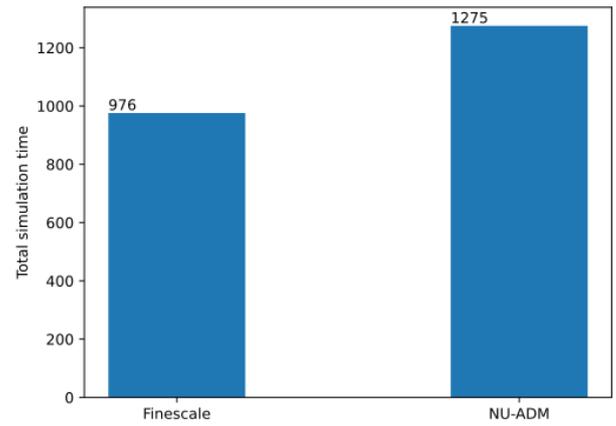


(d) Quantidade de volumes para atualizar as funções de base

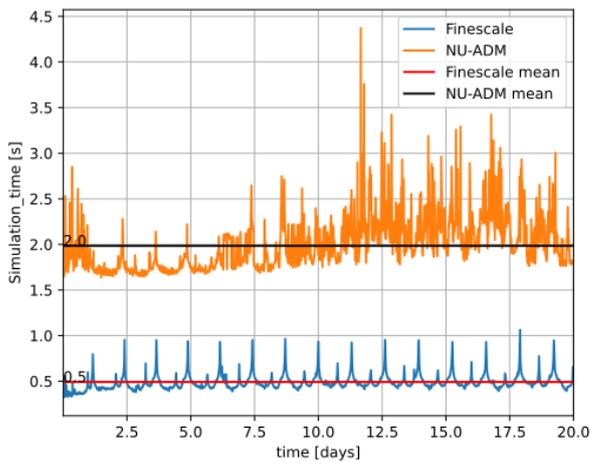
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 28 – Tempos de simulação com $Cr=16$.

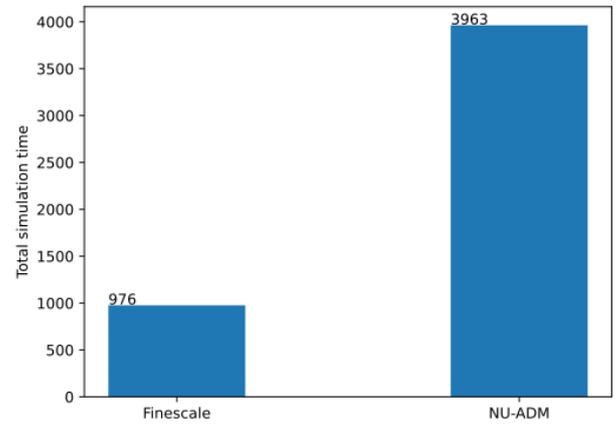
(a) Tempo de simulação sem atualizar as funções de base



(b) Tempo total de simulação sem atualizar as funções de base



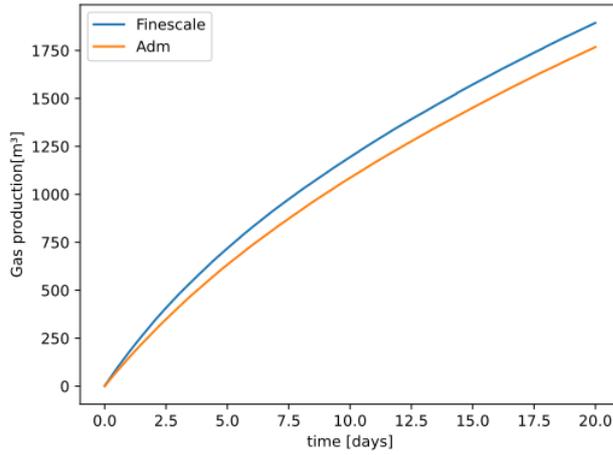
(c) Tempo de simulação atualizando as funções de base



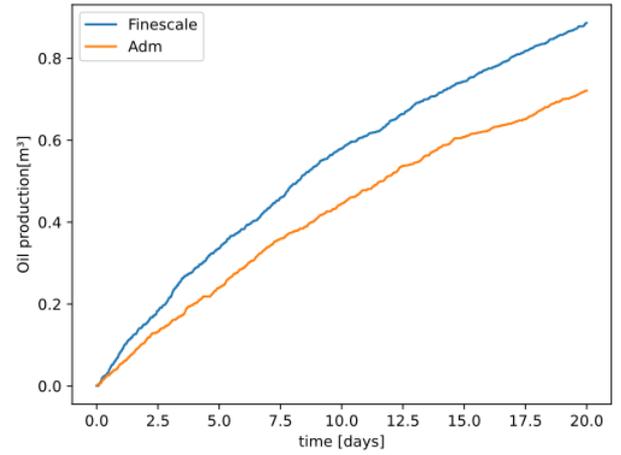
(d) Tempo total de simulação atualizando as funções de base

Fonte: Elaborado pelo autor.

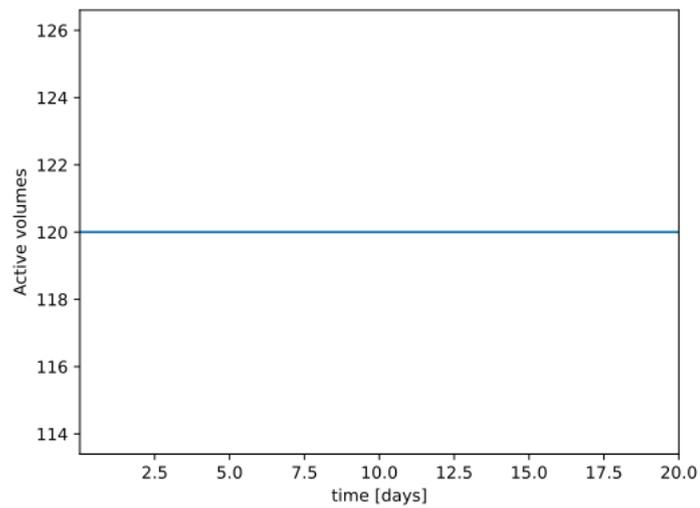
Figura 29 – Resultados com $Cr=100$ sem atualizar as funções de base.



(a) Produção de gás



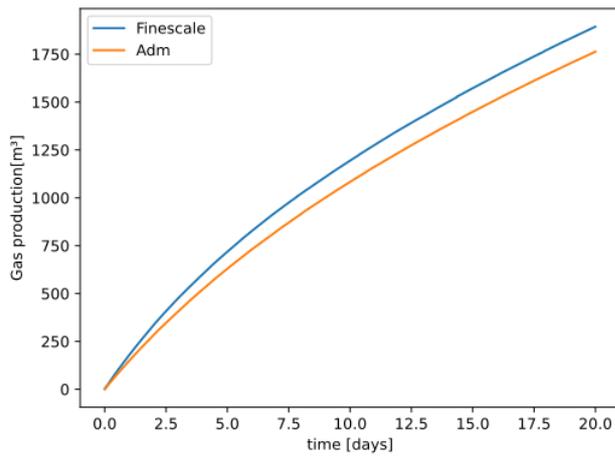
(b) Produção de óleo



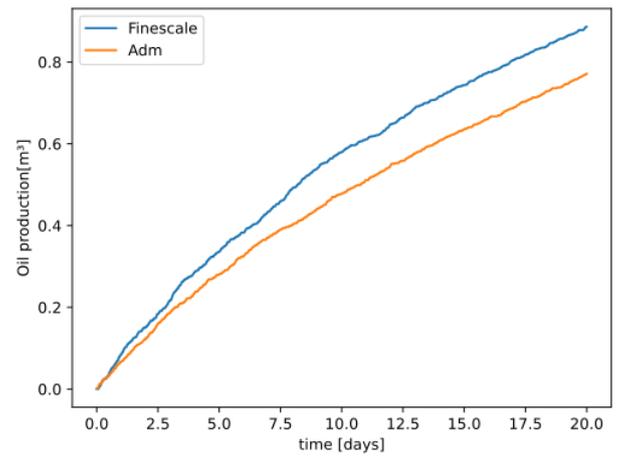
(c) Volumes ativos

Fonte: Elaborado pelo autor.

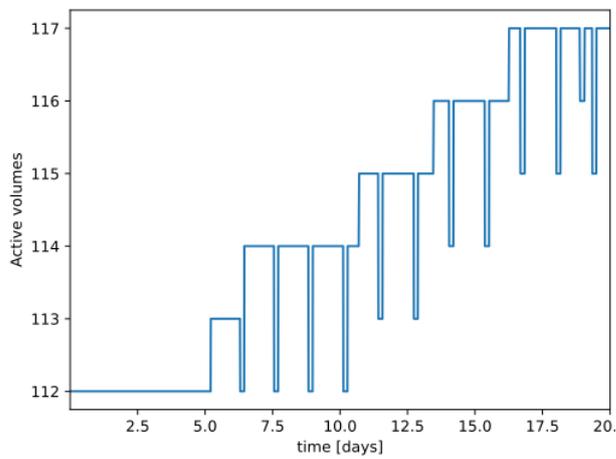
Figura 30 – Resultados com $Cr=100$ atualizando as funções de base.



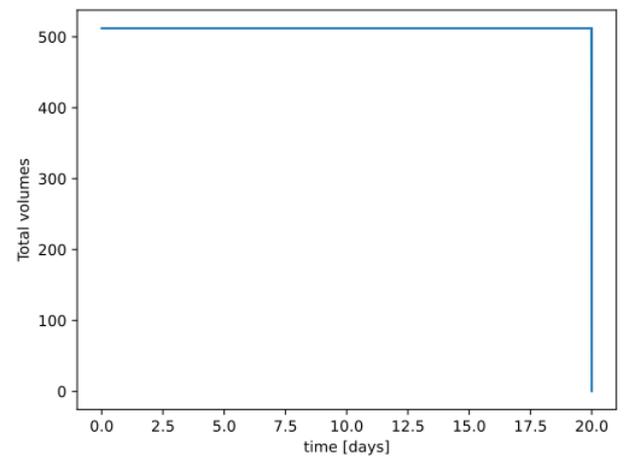
(a) Produção de gás



(b) Produção de óleo

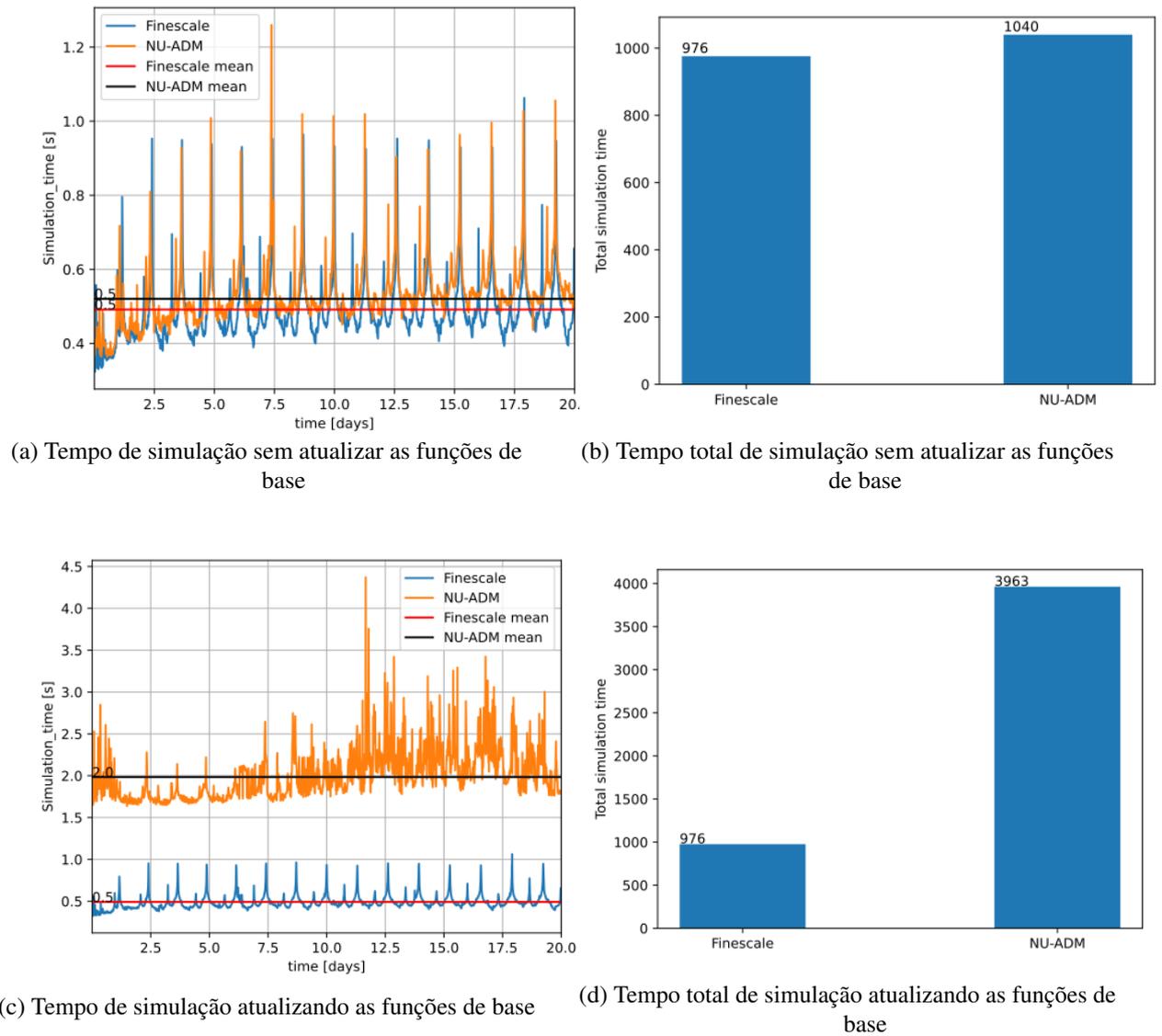


(c) Volumes ativos



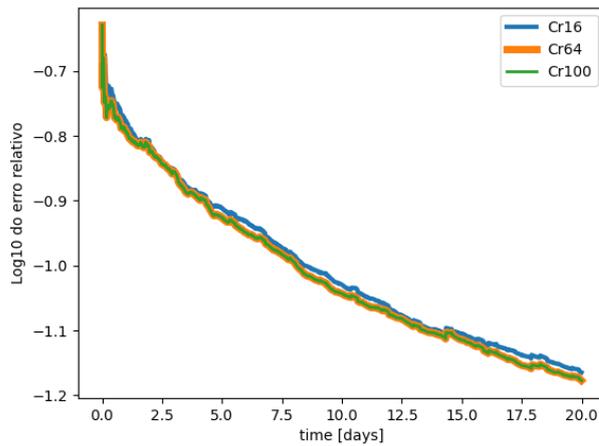
(d) Quantidade de volumes para atualizar as funções de base

Fonte: Elaborado pelo autor.

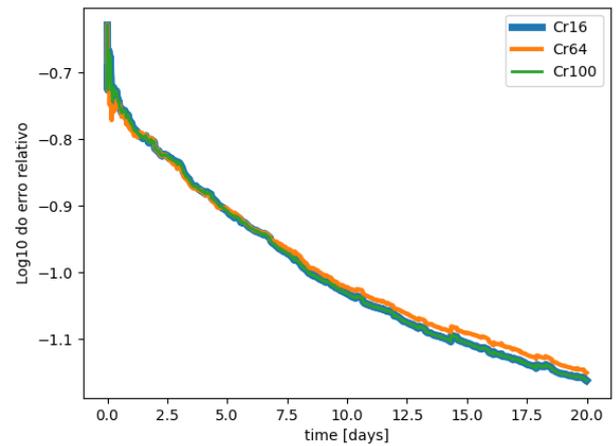
Figura 31 – Tempos de simulação com $Cr=100$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

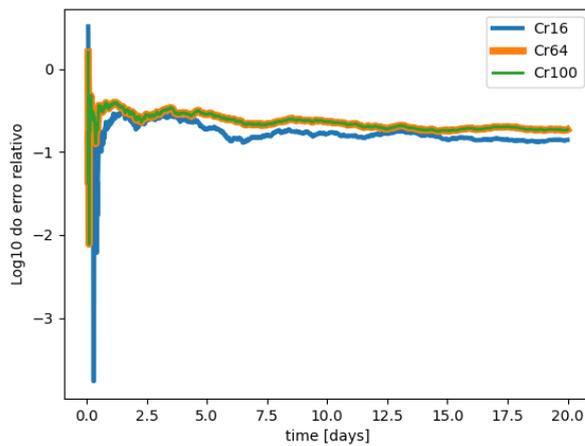
Figura 32 – Log de base 10 do erro relativo dos gráficos de produção.



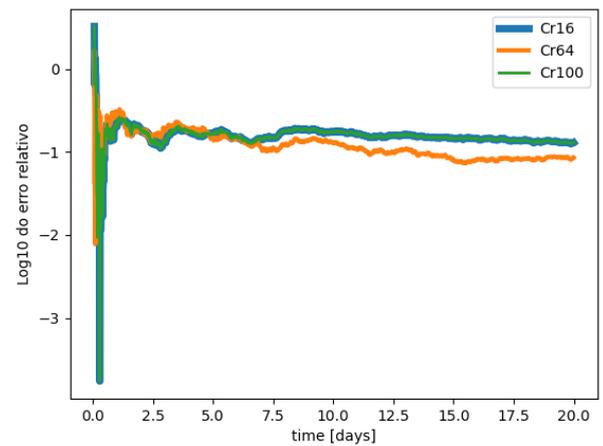
(a) Produção de gás sem atualizar as funções de base.



(b) Produção de gás atualizando as funções de base.



(c) Produção de óleo sem atualizar as funções de base.



(d) Produção de óleo atualizando as funções de base.

Fonte: Elaborado pelo autor.

5.3 Problema 3: Escoamento unidimensional bifásico (óleo e gás)

Este problema consiste num escoamento 1D com 3 componentes hidrocarbonetos e com duas fases (óleo e gás). A malha possui 5.000 volumes com pressão prescrita no primeiro volume de $7MPa$ e composição prescrita de injeção de 0,9 do componente C1 e 0,1 do componente C2. No último volume da malha há pressão prescrita de $6MPa$. O coeficiente de interação binária entre os componentes é zero e a dimensão dos volumes na direção x é de $0,01m$. O campo de permeabilidade é homogêneo no valor de $10^{-15}m^2$. Os dados referentes a permeabilidade relativa, condições iniciais e dados dos componentes se encontram na Tabela 4. O CFL adotado é de 0.9.

Tabela 4 – Dados do Problema 3

S_{org}	0
S_{gr}	0
k_{rg}^0	1
k_{ro}^0	1.0
e_o	1.0
e_g	1

(a) Permeabilidade relativa

Pressão inicial	6,9MPa
S_w^0	0
ϕ	0,2
T	311K
Composição inicial	
C1	0
C2	0,25
C3	0,75

(b) Condições Iniciais

	C1	C2	C3
Massa molar [g/mol]	16,043	30,07	44,096
T_c [K]	190,56	305,32	369,83
P_c [MPa]	4,6	4,873	4,248
Acentricidade	0,0115	0,0995	0,1523
V_c [m ³ /mol × 10 ⁻⁴]	0,98598	1,455	2

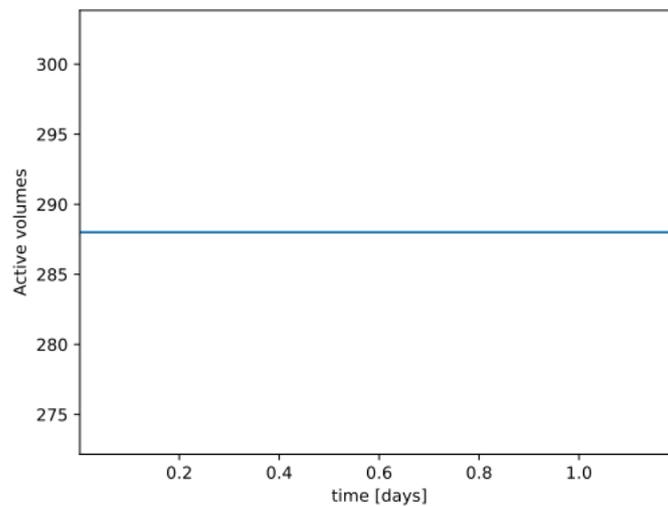
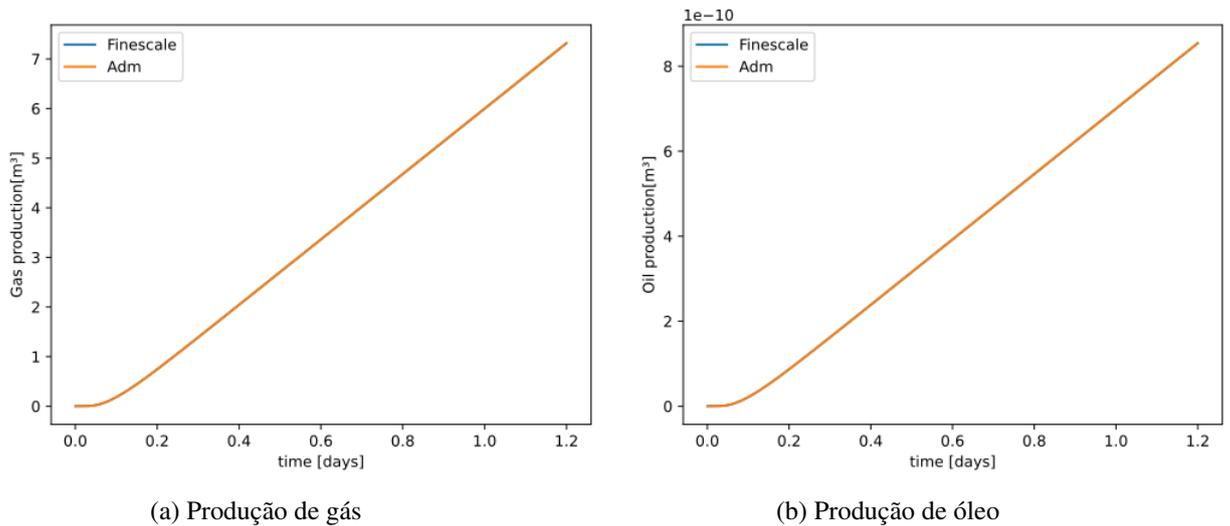
(c) Dados dos componentes

Elaborado pelo autor

Os resultados foram obtidos simulando o problema na malha fina e na malha NU-ADM com 3 razões de engrossamento: 20 (Figuras 33 a 35), 50 (Figuras 36 a 38) e 100 (Figuras 39 a 41). De acordo com os gráficos de produção acumulada de gás e óleo, em todas as razões de engrossamento, o fato de atualizar as funções de base não alterou a acurácia e a razão que apresentou o menor tempo de simulação foi $Cr=100$, quando feita a atualização das funções de base. Isso acontece devido à quantidade de volumes da malha grossa dual para calcular as funções de base, que é menor nessa razão de engrossamento. Vale ressaltar que não há adaptação da malha dual. A Figura 42, que mostra o comportamento do log de base 10 do erro relativo ao longo

do tempo para os gráficos de produção, onde todos os gráficos apresentaram comportamento semelhante, indica que a atualização das funções de base não alterou significativamente a acurácia do método

Figura 33 – Resultados com $Cr=20$ sem atualizar as funções de base.

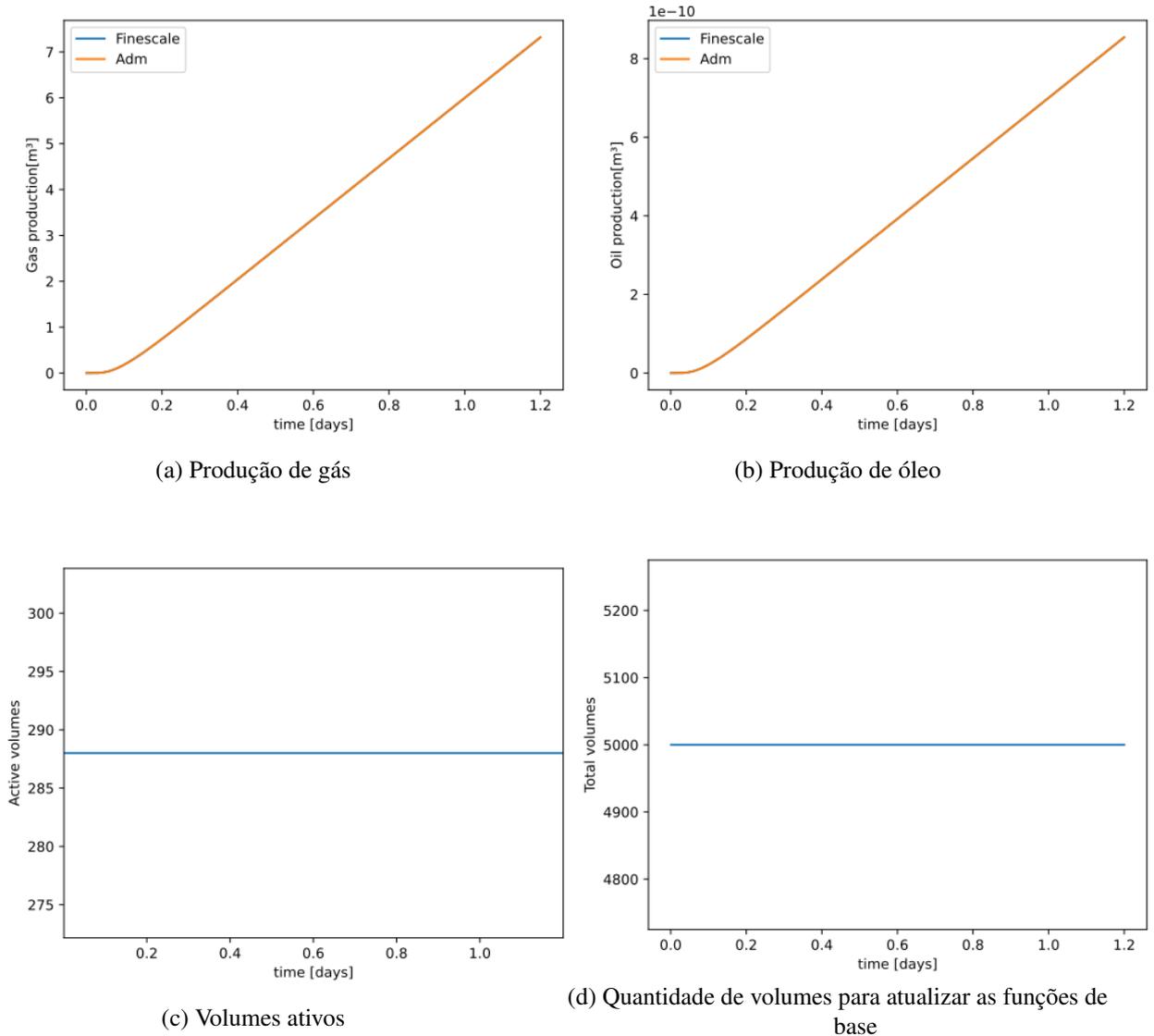


Fonte: Elaborado pelo autor.

A razão de engrossamento que apresentou o melhor desempenho foi a de 50, obtendo a mesma acurácia com o menor tempo de simulação, sem atualizar as funções de base. Das figuras que apresentam os tempos de simulação (Figuras 35, 38 e 41), pode-se notar que apesar de o tempo médio de simulação utilizando o método NU-ADM ser maior que o tempo de simulação da malha fina, o tempo total de simulação NU-ADM é menor. Isso ocorre porque as simulações têm passos de tempo diferentes, ou seja, os gráficos do tempo de simulação NU-ADM, onde o

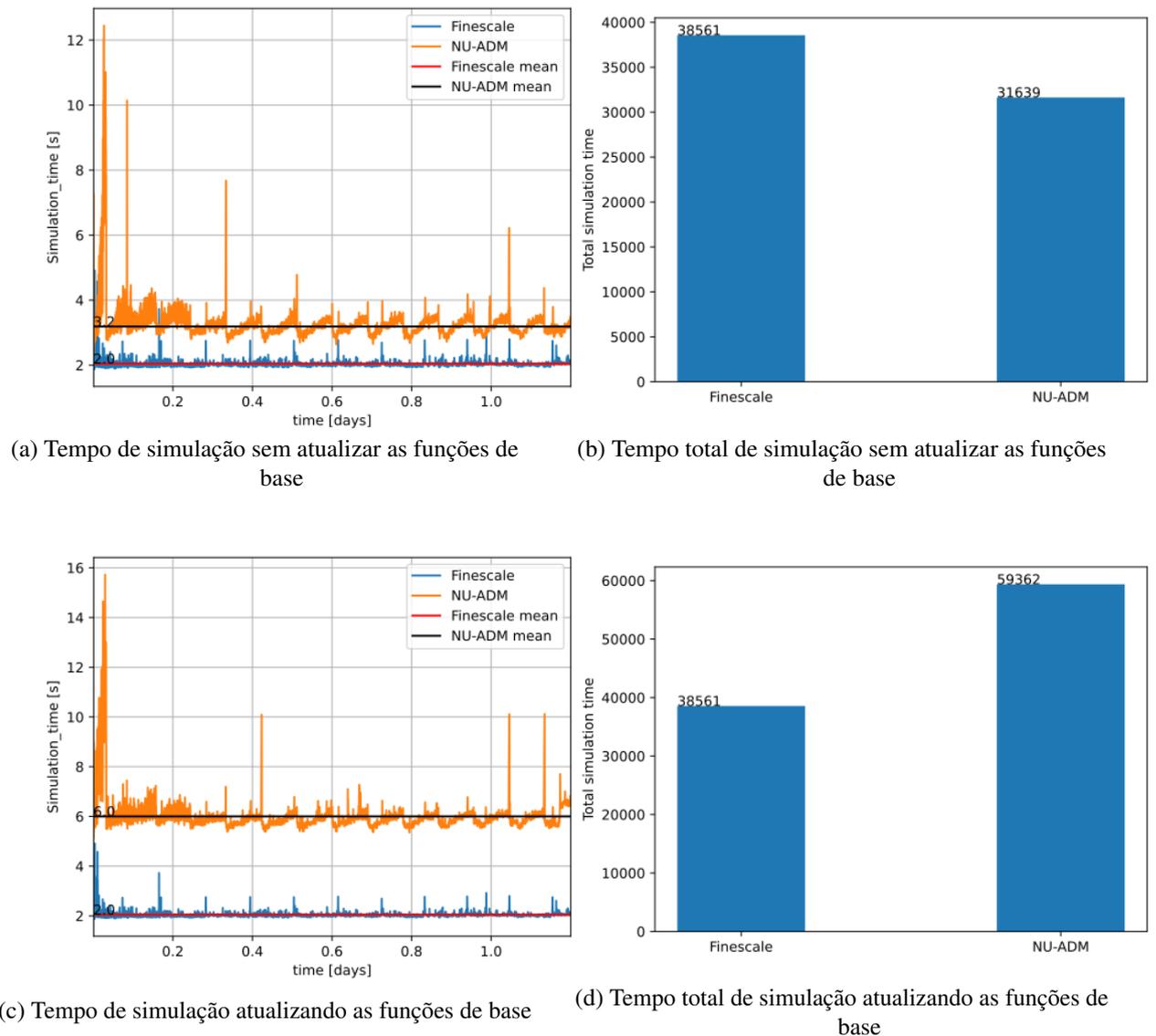
tempo total do método NU-ADM é menor que o da malha fina, são menos densos, apresentando menor quantidade de pontos.

Figura 34 – Resultados com $Cr=20$ atualizando as funções de base.



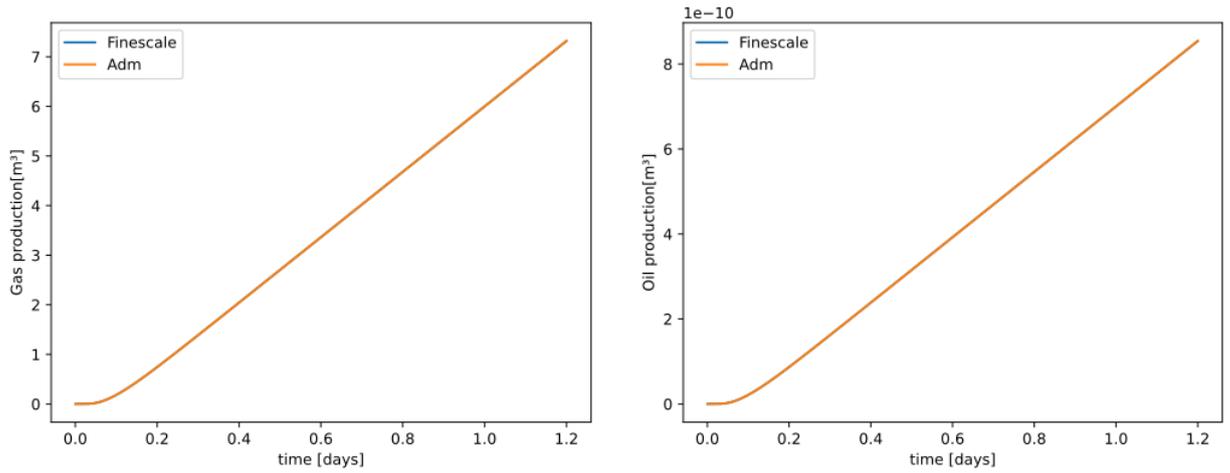
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 35 – Tempos de simulação com Cr=20.



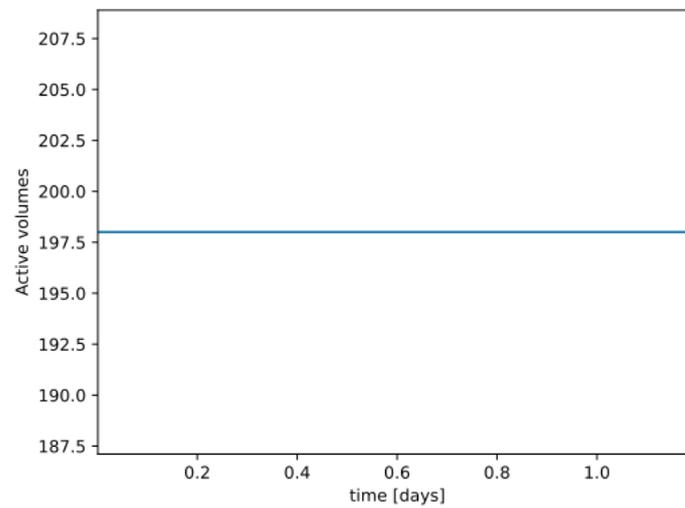
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 36 – Resultados com $Cr=50$ sem atualizar as funções de base.



(a) Produção de gás

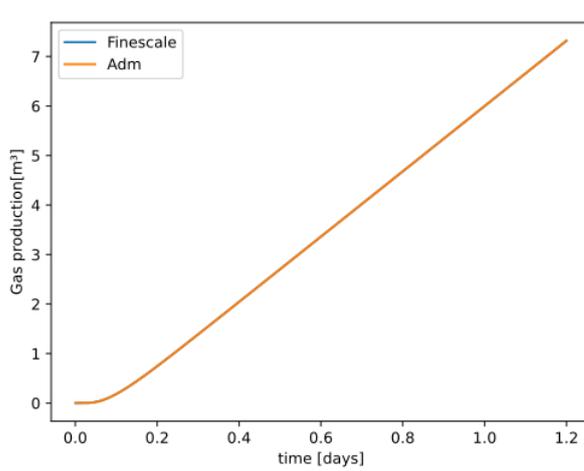
(b) Produção de óleo



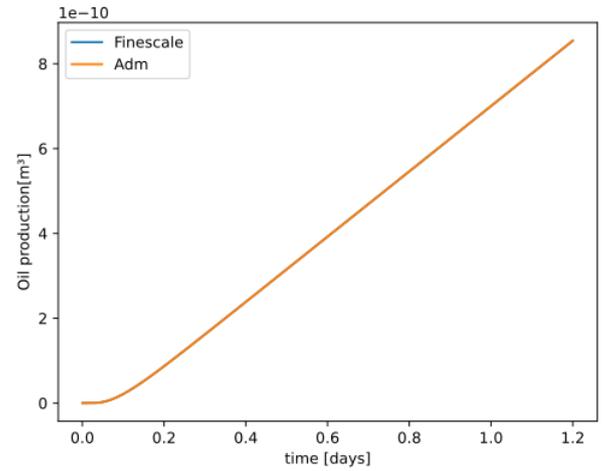
(c) Volumes ativos

Fonte: Elaborado pelo autor.

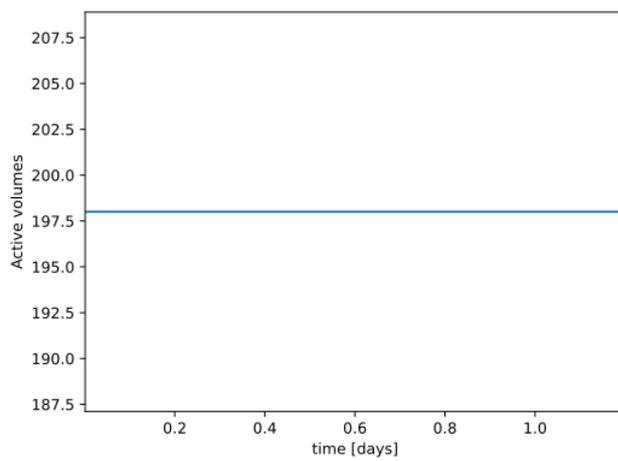
Figura 37 – Resultados com Cr=50 atualizando as funções de base.



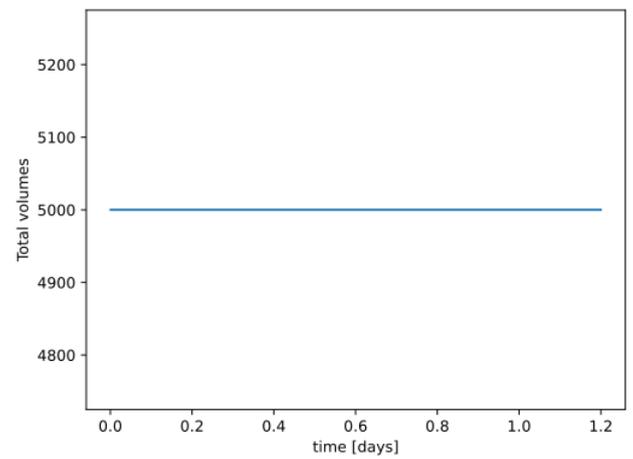
(a) Produção de gás



(b) Produção de óleo

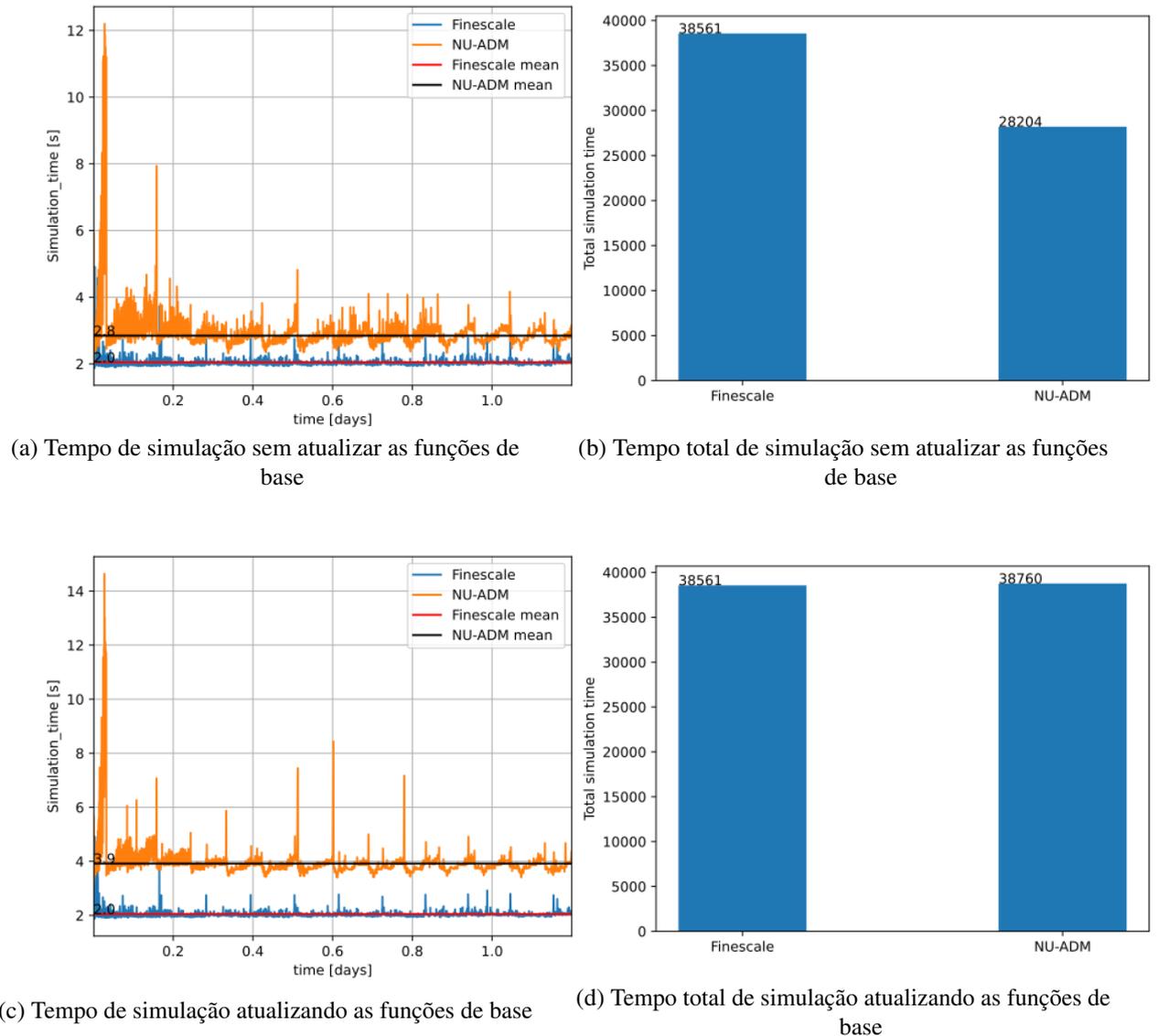


(c) Volumes ativos

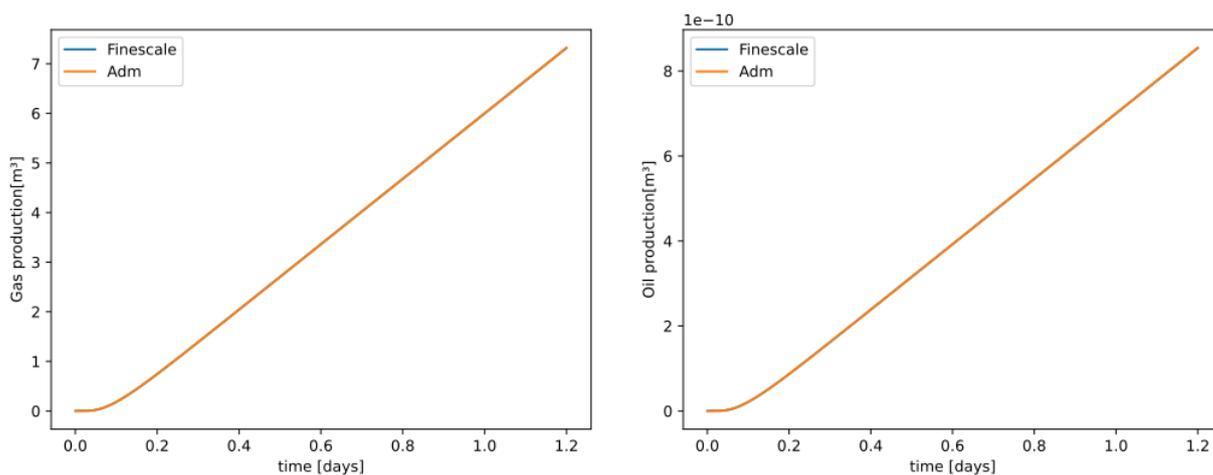


(d) Quantidade de volumes para atualizar as funções de base

Fonte: Elaborado pelo autor.

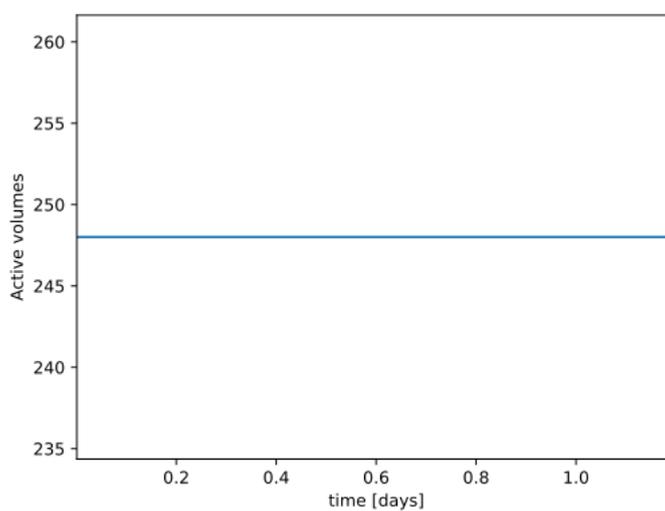
Figura 38 – Tempos de simulação com $Cr=50$.

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 39 – Resultados com $Cr=100$ sem atualizar as funções de base.

(a) Produção de gás

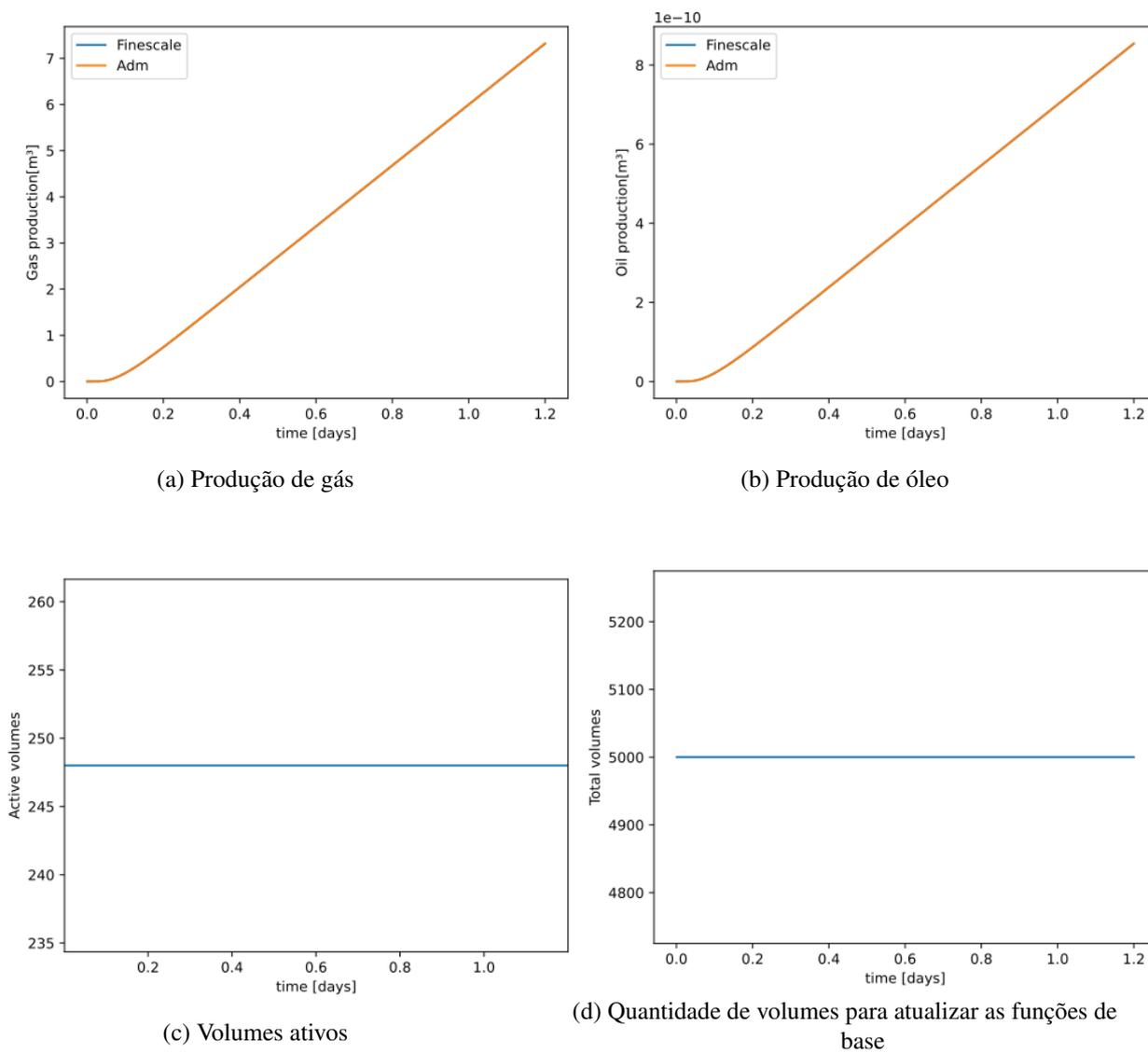
(b) Produção de óleo



(c) Volumes ativos

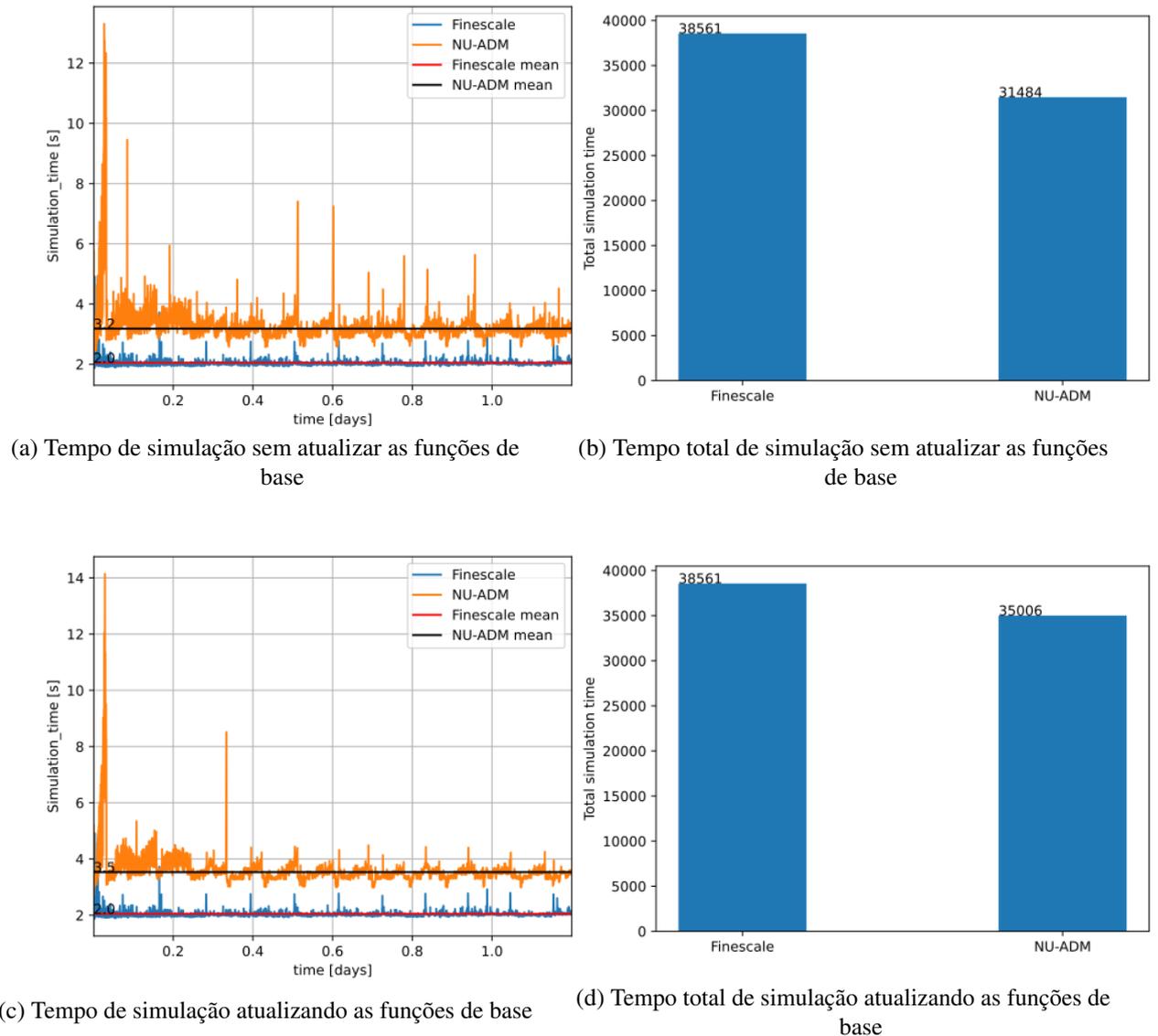
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 40 – Resultados com $Cr=100$ atualizando as funções de base.



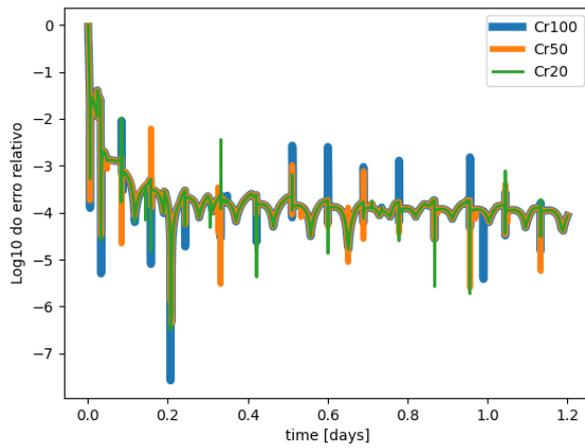
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 41 – Tempos de simulação com Cr=100.

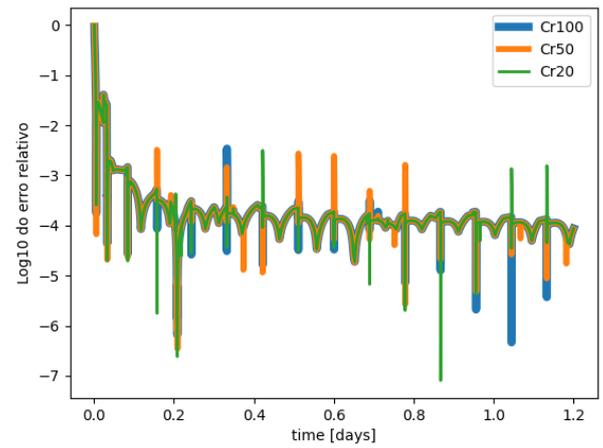


Fonte: Elaborado pelo autor.

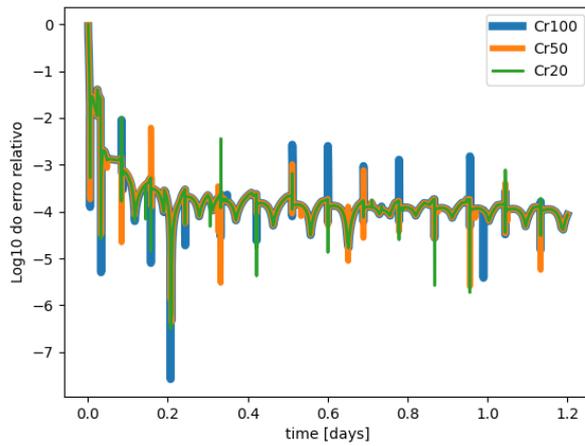
Figura 42 – Log de base 10 do erro relativo dos gráficos de produção.



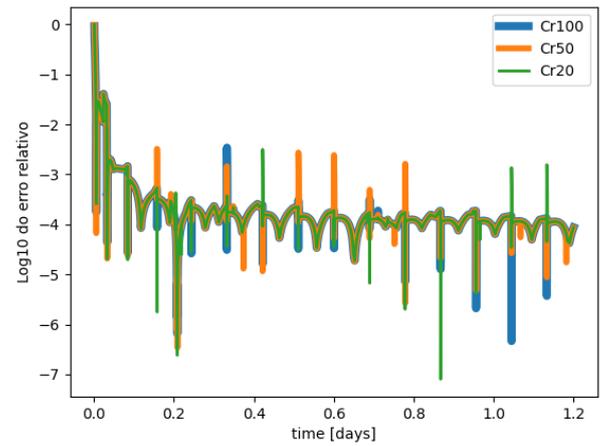
(a) Produção de gás sem atualizar as funções de base.



(b) Produção de gás atualizando as funções de base.



(c) Produção de óleo sem atualizar as funções de base.



(d) Produção de óleo atualizando as funções de base.

Fonte: Elaborado pelo autor.

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi desenvolvido um simulador numérico escrito na linguagem Python para modelagem e simulação do escoamento composicional em reservatórios de petróleo utilizando o método NU-ADM. Para esse fim, foi utilizada a formulação IMPEC, onde o fluxo entre os volumes foi aproximado pelo método TPFA e as propriedades dos fluidos nas faces foram interpoladas utilizando o método *Upwind* de primeira ordem. O código foi desenvolvido realizando o acoplamento entre os códigos do método NU-ADM, desenvolvido recentemente para o escoamento bifásico, e do modelo composicional, ambos desenvolvidos no grupo de pesquisa do qual o autor faz parte. A aplicação do método NU-ADM se deu para obter o campo de pressão a partir das informações da escala fina (matriz de transmissibilidade e termo fonte), utilizando o *solver* de Richardson, e a velocidade na escala fina, calculada localmente em cada volume da malha grossa primal.

Para a verificar a acurácia do método NU-ADM e os tempos de simulação, foram utilizados um exemplo bidimensional bifásico e dois unidimensionais sendo um trifásico e o outro bifásico (óleo e gás), todos sendo simulados em modo serial. No primeiro exemplo, com apenas um componente na fase óleo, foi possível observar como se comporta o refinamento da malha NU-ADM na frente de saturação de acordo com ΔS_{lim} e que a solução NU-ADM se aproxima da solução obtida diretamente na malha fina.

Nos exemplos unidimensionais (um com 6 componentes hidrocarbonetos e o outro com três) foram verificados a acurácia do método NU-ADM e os tempos de simulação com diferentes razões de engrossamento. No primeiro notou-se uma melhor *performance* com a razão de engrossamento intermediária, onde o fato de atualizar as funções de base melhorou a solução, aproximando mais da solução da malha fina, enquanto que, não atualizar as funções de base resultou numa solução com menor acurácia porém com um tempo de simulação menor que o da escala fina. Já no segundo exemplo, em todas razões de engrossamento, a solução NU-ADM foi próxima a da malha fina, onde o fato de atualizar as funções de base não influenciou significativamente na acurácia, mas apenas no tempo de simulação.

São apontadas como sugestões para trabalhos futuros:

- Incluir os efeitos da gravidade e da capilaridade;
- Adicionar outros níveis de engrossamento;
- Implementar o método NU-ADM em outras estratégias de solução (como os métodos sequencial implícito ou totalmente implícito);
- Implementar o método NU-ADM em malhas não estruturadas, utilizando o método MPFA (*Multi-Point Flux Approximation*) de aproximação do fluxo;
- Realizar o cálculo das funções de base e do fluxo de forma paralela.

REFERÊNCIAS

- ACS, G.; DOLESCHALL, S.; FARKAS, E. General purpose compositional model. **Society of Petroleum Engineers Journal**, Society of Petroleum Engineers (SPE), v. 25, n. 04, p. 543–553, aug 1985.
- AMORIM, E. P. dos S. **Ajuste Automático de Histórico em Reservatórios de Petróleo utilizando o Método TSVD**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Juiz de Fora, 2009.
- BARBOSA, L. M. C. **Formulações Multiescala Localmente Conservativas para a Simulação de Reservatórios de Petróleo Muito Heterogêneos e Anisotrópicos**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, fev. 2017.
- BARBOSA, L. M. C.; ANTUNES, A. R. E.; LYRA, P. R. M.; CARVALHO, D. K. E. An iterative modified multiscale control volume method for the simulation of highly heterogeneous porous media flow. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, Springer Nature, v. 40, n. 2, jan 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007%2Fs40430-017-0929-z>>.
- BROOKS, R. H.; COREY, A. T. Hydraulic properties of porous media. **Hydraulic Paper No. 3**, 1964.
- CHEN, Z. **Reservoir Simulation: Mathematical Techniques in Oil Recovery (CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics)**. [S.l.]: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007. ISBN 0898716721.
- CHEN, Z.; HUAN, G.; MA, Y. **Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media (Computational Science and Engineering)**. [S.l.]: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006. ISBN 0898716063.
- CHIERICI, G. L. **Principles of Petroleum Reservoir Engineering**. Springer Berlin Heidelberg, 1994. v. 1. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007%2F978-3-662-02964-0>>.
- CONTRERAS, F. R. L. **Um Método de Volumes Finitos Centrado na Célula para a Simulação de Escoamentos Bifásicos em Reservatórios de Petróleo Heterogêneos e Anisotrópicos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2012.
- CONTRERAS, F. R. L. **Método de Volumes Finitos Robustos para a Simulação de Escoamentos Bifásicos de Água e Óleo em Reservatórios de Petróleo**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Pernambuco, 2017.
- CUSINI, M.; FRYER, B.; KRUIJSDIJK, C. van; HAJIBEYGI, H. Algebraic dynamic multilevel method for compositional flow in heterogeneous porous media. **Journal of Computational Physics**, Elsevier BV, v. 354, p. 593–612, feb 2018.
- CUSINI, M.; KRUIJSDIJK, C. van; HAJIBEYGI, H. Algebraic dynamic multilevel (ADM) method for fully implicit simulations of multiphase flow in porous media. **Journal of Computational Physics**, Elsevier BV, v. 314, p. 60–79, jun 2016.
- DAKE, L. **Fundamentals of Reservoir Engineering, Volume 8 (Developments in Petroleum Science)**. London, England: Elsevier Science, 1983. ISBN 9780444418302.

DANESH, A. **PVT and phase behaviour of petroleum reservoir fluids: Volume 47**. London, England: Elsevier Science, 1998. (Developments in petroleum science).

DEMÉTRIO FILHO, d. S. M. **Utilização de métodos de transferência de escala na simulação de recuperação de hidrocarbonetos com aplicação de computação distribuída**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, jun. 2009.

FANCHI, J. R. **Principles of Applied Reservoir Simulation**. [S.l.]: Gulf Professional Publishing, 2005. ISBN 0750679336.

FERNANDES, B. R. B. **Implicit and Semi-Implicit Techniques for the Compositional Petroleum Reservoir Simulation Based on Volume Balance**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Ceará, 2014.

FERNANDES, B. R. B.; VARAVEL, A.; MARCONDES, F.; SEPEHRNOORI, K. COMPARISON OF TWO TIME-STEPPING METHODS FOR COMPOSITIONAL RESERVOIR SIMULATION. In: **Proceedings of 10th World Congress on Computational Mechanics**. Editora Edgard Blücher, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.5151/2Fmeceng-wccm2012-18202>>.

GALINDO, M. E. S.; CARVALHO, D. K. E. Numerical simulation of multiphase and multicomponent fluid flow in petroleum reservoirs using an impec compositional formulation and a second order muscl type finite volume method. In: **Proceedings of the XLI Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**. , 2020.

GALINDO M. E. S. **Simulação Numérica do Escoamento Composicional em Reservatórios de Petróleo Utilizando uma Formulação IMPEC e o Método MUSCL**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2021.

HAIDER, W. H. Estimates of Total Oil & Gas Reserves in The World, Future of Oil and Gas Companies and SMART Investments by E & P Companies in Renewable Energy Sources for Future Energy Needs. In: **Day 1 Mon, January 13, 2020**. IPTC, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.2523/2Fiptc-19729-ms>>.

HAJIBEYGI, H.; OLIVARES, M. B.; HOSSEINIMEHR, M.; POP, S.; WHEELER, M. A benchmark study of the multiscale and homogenization methods for fully implicit multiphase flow simulations. **Advances in Water Resources**, Elsevier BV, v. 143, p. 103674, sep 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/2Fj.advwatres.2020.103674>>.

IMPRESS. **Intuitive Multilevel Preprocessor for Smart Simulation**. Disponível em <https://github.com/padmec-reservoir/impres>. Acessado em 24 de Outubro de 2022.

JENNY, P.; LEE, S.; TCHELEPI, H. Multi-scale finite-volume method for elliptic problems in subsurface flow simulation. **Journal of Computational Physics**, Elsevier BV, v. 187, n. 1, p. 47–67, may 2003. Disponível em: <[https://doi.org/10.1016/s0021-9991\(03\)00075-5](https://doi.org/10.1016/s0021-9991(03)00075-5)>.

KÜNZE, R.; LUNATI, I.; LEE, S. H. A multilevel multiscale finite-volume method. **Journal of Computational Physics**, Elsevier BV, v. 255, p. 502–520, dec 2013. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jcp.2013.08.042>>.

LIE, K.-A. **An Introduction to Reservoir Simulation Using MATLAB/GNU Octave**. Cambridge University Press, 2019. Disponível em: <<https://doi.org/10.1017/2F9781108591416>>.

LIMA, I. da C. M. **Simulação de Reservatórios de Petróleo em Paralelo Utilizando Malhas Não Estruturadas 2D e 3D**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.

LOHRENZ, J.; BRAY, B. G.; CLARK, C. R. Calculating viscosities of reservoir fluids from their compositions. **Journal of Petroleum Technology**, Society of Petroleum Engineers (SPE), v. 16, n. 10, p. 1171–1176, oct 1964. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118%2F915-pa>>.

MAGRI, V. A. P. **Pré-Condicionador Multiescala Algébrico Aplicado à Simulação de Reservatórios de Petróleo**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, set. 2015.

MAZLUMI, F.; MOSHARAF-DEHKORDI, M.; DEJAM, M. Simulation of two-phase incompressible fluid flow in highly heterogeneous porous media by considering localization assumption in multiscale finite volume method. **Applied Mathematics and Computation**, Elsevier BV, v. 390, p. 125649, feb 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016%2Fj.amc.2020.125649>>.

MICHELSEN, M. L. The isothermal flash problem. part i. stability. **Fluid Phase Equilibria**, Elsevier BV, v. 9, n. 1, p. 1–19, dec 1982. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016%2F0378-3812%2882%2985001-2>>.

MOAB. **Mesh oriented data base**. Disponível em <https://bitbucket.org/fathomteam/moab/src/master/>. Acessado em 13 de Outubro de 2022.

MØYNER, O.; LIE, K. A multiscale restriction-smoothed basis method for high contrast porous media represented on unstructured grids. **Journal of Computational Physics**, Elsevier BV, v. 304, p. 46–71, jan 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016%2Fj.jcp.2015.10.010>>.

MØYNER, O.; LIE, K.-A. A multiscale two-point flux-approximation method. **Journal of Computational Physics**, Elsevier BV, v. 275, p. 273–293, oct 2014.

MØYNER, O.; TCHELEPI, H. A multiscale restriction-smoothed basis method for compositional models. In: . **Day 3 Wed, February 22, 2017**. [S.l.]: SPE, 2017.

PENG, D.-Y.; ROBINSON, D. B. A new two-constant equation of state. **Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals**, American Chemical Society (ACS), v. 15, n. 1, p. 59–64, feb 1976. Disponível em: <<https://doi.org/10.1021%2Fi160057a011>>.

RACHFORD, H.; RICE, J. Procedure for use of electronic digital computers in calculating flash vaporization hydrocarbon equilibrium. **Journal of Petroleum Technology**, Society of Petroleum Engineers (SPE), v. 4, n. 10, p. 19–3, oct 1952. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118%2F952327-g>>.

ROSA, A. J.; CARVALHO, R. de S.; XAVIER, J. A. D. **Engenharia de Reservatórios de Petróleo**. [S.l.]: Interciência, 2006. ISBN 85-7193-135-6.

SANTOS, J. C. A. **Um Método Multiescala e Multinível algébrico dinâmico (ADM) para Simulação Tridimensional de Escoamentos Água-Óleo em Reservatórios de Petróleo muito Heterogêneos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2019.

SANTOS, J. C. A. dos; ANDRADE, J. P. R. de; SOUZA, A. C. R. de; FILHO, R. J. M. de L.; CARVALHO, D. K. E. de; LYRA, P. R. M. An adaptive algebraic dynamic multilevel (a-adm) and multiscale method with enriched basis functions for the simulation of two-phase flows in highly heterogeneous petroleum reservoirs. In: . **Proceedings of the XLI Ibero-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**. Foz do Iguaçu, 2020.

SANTOS, J. C. A. dos; LYRA, P. R. M.; ANDRADE, J. P. R. de; SOUZA, A. C. R. de; FILHO, R. J. M. de L.; CARVALHO, D. K. E. de. An algebraic dynamic multilevel and multiscale method with non-uniform mesh resolution and adaptive algebraic multiscale solver operator for the simulation of two-phase flows in highly heterogeneous petroleum reservoirs. **Journal of Computational Physics**, Elsevier BV, p. 111174, mar 2022.

SILVA, M. do Socorro Bezerra da. **Estudo Paramétrico da injeção de polímeros em reservatórios de petróleo**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014.

SOPRANO, A. B. **Estudo e Implementação de um Modelo Composicional para a Simulação de Reservatórios de Petróleo**. Dissertação (mathesis) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013.

SOUZA, A. C. R.; CARVALHO, D. K. E.; SANTOS, J. C. A.; WILLMERSDORF, R. B.; LYRA, P. R. M.; EDWARDS, M. G. An algebraic multiscale solver for the simulation of two-phase flow in heterogeneous and anisotropic porous media using general unstructured grids (AMS-U). **Appl. Math. Model.**, Elsevier BV, v. 103, p. 792–823, mar. 2022.

SOUZA, A. C. R. de. **A MsCV framework using a non-orthodox MPFA-D for the simulation of two-phase flows on truly unstructured grids**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco, 2018.

SOUZA, M. R. A. **Simulação Numérica de Escoamento Bifásico em Reservatórios de Petróleo Heterogêneos e Anisotrópicos Utilizando um Método de Volumes Finitos “Verdadeiramente” Multidimensional com Aproximação de Alta Ordem**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Pernambuco, set. 2015.

TEIXEIRA, G. M. **Métodos numéricos para a solução de escoamentos bifásicos de fluidos incompressíveis em meios porosos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Juiz de Fora, 2011.

ṬENE, M.; KOBASI, M. S. A.; HAJIBEYGI, H. Algebraic multiscale method for flow in heterogeneous porous media with embedded discrete fractures (f-AMS). **Journal of Computational Physics**, Elsevier BV, v. 321, p. 819–845, sep 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jcp.2016.06.012>>.

ṬENE, M.; WANG, Y.; HAJIBEYGI, H. Adaptive algebraic multiscale solver for compressible flow in heterogeneous porous media. **Journal of Computational Physics**, Elsevier BV, v. 300, p. 679–694, nov 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.jcp.2015.08.009>>.

VISIT. **Scalable, Open Source Visualization and Data Analysis from Laptop to LCF**. Disponível em <https://visit-dav.github.io/visit-website/index.html>. Acessado em 15 de Outubro de 2022.

WANG, Y. **Algebraic Multiscale Linear Solver for Heterogeneous Elliptic Problems**. Dissertação (Mestrado) — Stanford University, 2012.

WANG, Y. **Algebraic Multiscale Solver for Flow Problems in Heterogeneous Porous Media**. Tese (Doutorado) — Stanford University, dez. 2015.

WANG, Y.; HAJIBEYGI, H.; TCHELEPI, H. A. Algebraic multiscale solver for flow in heterogeneous porous media. **Journal of Computational Physics**, Elsevier BV, v. 259, p. 284–303, feb 2014.

WILSON, G. A modified redlich-kwong eos, application to general physical data calculations. **American Institute of Chemical Engineers 65th National Meeting**, 1968.

ZHOU, H. **Algebraic Multiscale Finite-Volume Methods for Reservoir Simulation**. Tese (Doutorado) — Stanford University, May 2010.

ZHOU, H.; TCHELEPI, H. A. Two-stage algebraic multiscale linear solver for highly heterogeneous reservoir models. **SPE Journal**, Society of Petroleum Engineers (SPE), v. 17, n. 02, p. 523–539, jun 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.2118/141473-pa>>.