



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
NÚCLEO DE FORMAÇÃO DOCENTE
CURSO MATEMÁTICA-LICENCIATURA

PATRÍCIA DO NASCIMENTO SILVA

**O ENSINO DA MATEMÁTICA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: o
problema como alicerce e dirigente da aprendizagem**

Caruaru

2022

PATRÍCIA DO NASCIMENTO SILVA

O ENSINO DA MATEMÁTICA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: o problema como alicerce e dirigente da aprendizagem

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito para a obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Área de concentração: Ensino (Matemática)

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Simone Moura Queiroz

Caruaru

2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Silva, Patricia do Nascimento.

O ensino da Matemática por meio da Resolução de Problemas: o problema como alicerce e dirigente da aprendizagem / Patricia do Nascimento Silva. - Caruaru, 2022.

61 : il., tab.

Orientador(a): Simone Moura Queiroz

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de Pernambuco, Centro Acadêmico do Agreste, Matemática - Licenciatura, 2022.

1. Educação matemática. 2. Resolução de Problemas. 3. Metodologia. 4. Análise Combinatória.. I. Queiroz, Simone Moura . (Orientação). II. Título.

510 CDD (22.ed.)

PATRÍCIA DO NASCIMENTO SILVA

O ENSINO DA MATEMÁTICA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: o problema como alicerce e dirigente da aprendizagem

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito para a obtenção do grau de Licenciada em Matemática.

Aprovada em: 08/11/2022.

BANCA EXAMINADORA

Simone Moura Queiroz

Prof.^a Dr.^a Simone Moura Queiroz (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco

Cristiane de Arimatéa Rocha

Prof.^a Dr.^a Cristiane de Arimatéa Rocha (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Luana Rafaela da Silva Costa

Prof.^a Ma. Luana Rafaela da Silva Costa (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico este trabalho a minha mãe Maria Aparecida, meu filho João Davi, minhas amigas e colegas de curso, Maria Luana, Jéssica Cristina, Thays Oliveira e Allana Larissa e aos meus familiares que de alguma forma me apoiaram e auxiliaram durante a minha jornada. Obrigada por toda força, incentivo e risadas, agradeço principalmente por acreditarem, as vezes mais do que eu, que chegar até aqui seria possível.

AGRADECIMENTOS

Agradecer significa: “Demonstrar gratidão; oferecer graças; reconhecer um bem feito por outra pessoa”. Neste momento eu tenho tanto a agradecer e a reconhecer por tudo que me aconteceu durante toda a minha formação docente, por cada pessoa, cada sorriso sincero, cada palavra e incentivo e por todo o acolhimento que recebi, sem o qual, certamente, eu não teria chegado até aqui.

Agradeço, principalmente, a Deus por ter me direcionado até aqui, por ter me dado sustento e determinação para trilhar esse caminho cheio de obstáculos e incertezas e, ainda assim não ter me permitido desistir.

Agradeço a minha mãe por cuidar do meu filho tantas e quantas vezes foram precisas para que continuasse a sonhar. Agradeço ao meu filho, fonte da minha maior inspiração, por quem eu sempre seguir em frente mesmo quando tinha a impressão de que não suportaria.

Agradeço a cada pessoa que passou por minha vida durante estes mais de cinco anos e, colegas e professores, carrego dentro de mim um pouco de cada um. Sou imensamente grata por ter feito parte da turma de 2017.2 que com toda certeza fez história dentro da UFPE/CAA.

Aos laços de amizades que construir com meus colegas de turma foram, sem sombra de dúvidas, umas das motivações que me fizeram prosseguir e chegar até aqui. Tive a imensa sorte de trilhar este caminho ao lado de pessoas extremamente inteligentes e acolhedoras que se alegravam com as conquistas uma das outras.

Agradeço, especialmente, as minhas colegas que sonharam junto comigo e me ajudaram, inspiraram e acolheram. Luana, Thays, Jéssica e Allana, cada uma tem participação direta na minha formação, gratidão por absolutamente tudo. Agradeço também aos meus colegas, Henrique, Miguel, Thaize, e Elifas, obrigada por todo conhecimento e experiências compartilhadas.

Sou eternamente grata à minha orientadora Simone, para mim e para tantas outras pessoas, fonte de inspiração, sinônimo de força, dedicação e empatia. Essa, que desde do primeiros momentos mostrou-se uma pessoa admirável em todos os aspectos possíveis. grata por ter aceito o meu convite para me guiado antes e durante a construção do tão ansiado e assustador TCC.

Além de me orientar foi também a fonte de inspiração para o tema do meu trabalho, que foi pensado após as experiências enriquecedoras que tive durante suas aulas, em especial, das disciplinas eletivas Resolução de Problemas e Tendências Educacionais.

Sou grata e as professoras Cristiane e Luana por se disponibilizarem a fazer parte desse momento único e tão significativo em minha vida e por trazerem suas preciosas contribuições ao aprimoramento dessa pesquisa.

Sou imensamente grata a todos/as que se efetivaram parte dessa conquista, de maneira direta ou indireta. Gratidão por cada detalhe, especialmente por terem me dado a honra de estar junto a vocês e vivenciar momentos excepcionais dos quais nunca esquecerei. Meu mais sincero e profundo obrigada! Desejo do mais profundo do meu ser que tenhamos nossos sonhos realizados e que continuemos firmes e fortes na busca por evolução e prosperidade e, espero ainda, que tenhamos muito sucesso enquanto profissionais da educação.

RESUMO

Este trabalho trata-se de uma pesquisa de natureza básica com abordagem qualitativa, do tipo estudo de caso, cujo objetivo é identificar as principais contribuições que a Resolução de Problemas oferece durante o processo de ensino-aprendizagem da análise combinatória de uma turma do 2º ano do ensino médio de uma escola de Caruaru - PE. A investigação, fundamenta-se no princípio de que a Resolução de Problemas pode proporcionar aos alunos a oportunidade de articular, emitir, testar e buscar solucionar problemas desafiadores que exigem uma dose significativa de empenho, sendo instigados a refletir sobre seus conhecimentos. Dessa forma estabelecemos como problema de pesquisa: Quais as principais contribuições que a Resolução de Problemas, oferece durante o processo de ensino-aprendizagem da análise combinatória? A importância da pesquisa encontra-se na possibilidade de poder fornecer material que sugestione a consideração e a inclusão de métodos de ensino que busquem trazer significado ao ensino da matemática. Metodologicamente, optamos por utilizar um questionário para a produção de dados, direcionado aos estudantes do 2º ano. A argumentação teórica que respalda nossa análise está amparada no trabalho de autores que trabalham a metodologia de Resolução de Problemas como: Polya (1978), Van de Walle (2009), Onuchic (1999), Onuchic e Allevato (2011), além de Queiroz e Lins (2011), Queiroz (2014), dentre outros. Findando a análise de dados, percebemos que os estudantes buscaram, de forma consciente, interpretar os problemas e estruturar os conhecimentos na busca de uma solução que lhes parecesse correta. Assim, acredita-se que em um ambiente corriqueiro a metodologia Resolução de Problemas, aliadas à outras tendências, pode sim ser utilizada de maneira eficiente ao longo de todo o processo de desenvolvimento cognitivo do aluno.

Palavras-chave: Educação matemática. Resolução de Problemas. Metodologia. Análise Combinatória.

ABSTRACT

This work is a basic research with qualitative approach, case study type, whose objective is to identify the main contributions that Problem Solving offers during the teaching-learning process of combinatorial analysis in a class of 2nd year of high school in a school in Caruaru - PE. The research is based on the principle that Problem Solving can provide students with the opportunity to articulate, issue, test and seek solutions to challenging problems that require a significant amount of commitment, being instigated to reflect on their knowledge. Thus, we established as a research problem: What are the main contributions that Problem Solving offers during the teaching-learning process of combinatorial analysis? The importance of this research lies in the possibility of providing material that suggests the consideration and inclusion of teaching methods that seek to bring meaning to the teaching of mathematics. Methodologically, we chose to use a questionnaire for data production, directed to 2nd grade students. The theoretical argumentation that supports our analysis is supported by the work of authors who work with Problem Solving methodology, such as: Polya (1978), Van de Walle (2009), Onuchic (1999), Onuchic and Allevato (2011), besides Queiroz and Lins (2011), Queiroz (2014), among others. Concluding the data analysis, we noticed that the students consciously sought to interpret the problems and structure their knowledge in the search for a solution that seemed correct to them. Thus, it is believed that in an ordinary environment Problem Solving methodology, allied with other trends, can indeed be used efficiently throughout the student's cognitive development process.

Keywords: Mathematics education. Problem solving. Methodology. Combinatorial analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	– Registro da resposta do aluno A7 do problema 5	50
Figura 2	– Registro da resposta do aluno A5 do problema 6	51
Figura 3	– Registro da resposta do aluno A3 do problema 7	52
Figura 4	– Registro da resposta do aluno A2 do problema 8	53
Figura 5	– Registro da resposta do aluno A7 do problema 8	54
Figura 6	– Registro da resposta do aluno A2 do problema 9	55

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Questionário	43
Quadro 2 – Pergunta 2	46
Quadro 3 – Pergunta 3	47
Quadro 4 – Pergunta 4	48
Quadro 5 – Pergunta 5	49
Quadro 6 – Pergunta 6	50
Quadro 7 – Pergunta 7	52
Quadro 8 – Pergunta 8	53
Quadro 9 – Pergunta 9	54

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	OBJETIVOS	16
2.1	GERAL	16
2.2	ESPECÍFICOS	16
3	RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA	17
3.1	O QUE DISSERTAM OS DOCUMENTOS OFICIAIS EM RELAÇÃO AO ENSINO E A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA	17
3.2	SITUAÇÃO PROBLEMA	20
3.3	PAPEL DO PROFESSOR	22
3.4	CONSTRUÇÃO E SIGNIFICAÇÃO DO CONHECIMENTO	24
4	ANÁLISE COMBINATÓRIA	26
4.1	TRABALHOS SOBRE ANÁLISE COMBINATÓRIA	28
4.1.1	A análise combinatória, raciocínio lógico e a resolução de problemas	29
4.1.2	A utilização do princípio fundamental da contagem para a resolução de problemas combinatórios no 2º ano do ensino médio	31
4.1.3	Princípio fundamental da contagem: conhecimentos de professores de matemática sobre seu uso na resolução de situações combinatórias	32
4.1.4	Análise combinatória e resolução de problemas: uma experiência em um contexto de estágio supervisionado	36
5	METODOLOGIA DA PESQUISA	39
5.1	NATUREZA DA PESQUISA	39
5.2	CONTEXTO DA PESQUISA	41
5.3	TÉCNICA DE PRODUÇÃO DE DADOS	41
5.4	TÉCNICA DE ANÁLISE DE DADOS	44
5.5	PERFIL DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA	45
6	APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DE DADOS	46
6.1	BLOCO 1: PROBLEMAS 2, 3 E 4	46
6.2	BLOCO 2: PROBLEMAS 5, 6, 7, 8 e 9	49
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	57
	REFERÊNCIAS	59

1 INTRODUÇÃO

Adotar a metodologia de ensino de Resolução de Problemas como ponto de partida e norteador do trabalho docente, pode ser uma das alternativas para desmistificar a matemática com foco no repasse de técnicas padrões, operantes e algorítmicas para dar ênfase ao pensamento matemático crítico envolto no entendimento dos conhecimentos matemáticos, definições e propriedades adquiridas ao longo do processo de resolução.

Nesse contexto, é preciso encarar a Resolução de Problemas como um caminho próspero, criativo e produtivo nas aulas de Matemática. Eleger o problema como ponto de partida, significa fornecer autonomia aos alunos, deixá-los serem guiados por seus instintos e, antes de apresentar aos alunos técnicas padrões, faz-se necessário permitir que estes entendam o problema, organizem seus pensamentos, formulem concepções e, por fim, solidifiquem os conceitos existentes (ROMANATTO, 2012).

A Resolução de Problemas deve ser encarada como método inovador e eficaz que pode ser utilizada para iniciar a atividade na sala de aula cuja as respostas são desconhecidas a princípio. Os problemas que serão apresentados devem ser desafiadores e necessitem de diferentes etapas para sua resolução, não pode tratar-se de uma questão direta que necessite apenas do emprego de métodos padrões e fórmulas para resolvê-los.

Van de Walle (2009, p. 57), afirma que: “Em outras palavras, os estudantes devem resolver problemas não para aplicar matemática, mas para aprender nova matemática”.

Quando os alunos se ocupam de tarefas bem escolhidas baseadas na resolução de problemas e se concentram nos métodos de resolução, o que resulta são novas compreensões da matemática embutida na tarefa. Enquanto os estudantes estão ativamente procurando relações, analisando padrões, descobrindo que métodos funcionam e quais não funcionam e justificando resultados ou avaliando e desafiando os raciocínios dos outros, eles estão necessária e favoravelmente se engajando em um pensamento reflexivo sobre as ideias envolvidas. (VAN DE WALLE, 2009, p. 57).

Conforme Carvalho (1994), apontado por Queiroz e Lins (2011), algumas vezes a matemática é descrita de maneira distorcida sendo resumidamente vista como sinônimo de números e algoritmos realizados entre eles. E aqueles que compartilham deste pensamento, acreditam ainda que para ser apontado como um bom matemático, é preciso estar apto a realizar operações de maneira rápida e hábil.

Ainda de acordo com Carvalho (1994), embora haja pessoas com estas habilidades, não podemos resumir a matemática e toda sua complexidade ao emprego de métodos numéricos,

vai muito além disso, o importante é buscar refletir a respeito das informações e, enfim, pensar matematicamente, procurar entender o significado dos conteúdos, representações e propriedades matemáticas.

Segundo Queiroz e Lins (2011), é comum que na matemática, por vezes se tenha a ideia deturpada de que, se o aluno consegue reproduzir de maneira fiel determinado exercício, logo após a exposição de alguns exemplos pelo professor, considera-se que este aprendeu o conteúdo. Nesse sentido a aprendizagem não passaria da mera reprodução de métodos, sem que haja ao menos uma preocupação com o significado do processo de resolução empregado.

De acordo com Chacón, (2003), citado por Queiroz e Lins (2011) a disciplina passa a transmitir os conteúdos prontos de maneira mecânica e repetitiva, sem que haja uma preocupação com a construção do conhecimento. Assim, dedica-se principalmente a obtenção de conceitos. E segundo Freire (2001), também trazido pelas autoras citadas anteriormente, esta obtenção de conceitos prontos provavelmente não irá desenvolver conhecimento significativo, haja vista que, este é concebido por meio do desejo natural do homem de buscar compreender o princípio do conhecimento, vontade essa que é uma grande fonte produtora de conhecimento.

A Resolução de Problemas orienta o aluno a separar os problemas em partes, uma vez que, ao se deparar com uma situação problema, o aluno deve sempre buscar identificar e separar os dados que julgue essenciais para a resolução, interpretar as circunstâncias apresentadas e, enfim, escolher a melhor maneira para resolver o problema, esta escolha diz muito a respeito do aluno, pois vai depender dos seus conhecimentos matemáticos (POLYA, 1995).

De acordo com Queiroz (2014, p. 5): “Mesmo que não esteja executando-o constantemente, quando se depara com situações semelhantes pode recordar-se deste, ou caso isto não ocorra, pode recordar-se do caminho que trilhou até chegar a sua solução”. Ou seja, a pessoa vai construindo uma reserva de diferentes possibilidades de resolução que servirão para solucionar problemas futuros, ou até mesmo conseguir resolver aquele tão temido problema guardado na gaveta, por medo de tentar ou falta de possibilidade.

Uma das características mais fascinantes e atrativas que justificam uma pesquisa a respeito deste tema, é o fato desta metodologia proporcionar aos alunos a oportunidade de articular, emitir, testar e buscar solucionar problemas desafiadores que exigem uma dose significativa de empenho, desta forma, sendo instigados a refletir sobre seus conhecimentos. No meio acadêmico pode vir a ser encarado como um caminho possível a ser trabalhado e pesquisado por futuros professores, assim como para professores em pleno exercício, no intuito de acrescentar à prática docente, visando contribuir significativamente em direção a uma

formação integral de estudantes, desenvolvendo nestes a capacidade de resolver problemas diversos e argumentar matemática e objetivamente.

Segundo Polya (1995, p. 3): “Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os”. Desta forma, a ato de solucionar problemas não quer dizer somente respondê-los, é preciso empregar sobre eles uma análise ponderada que instigue nossa forma de raciocinar, de pensar, nossa curiosidade e conhecimentos adquiridos.

[...] resolução de um problema matemático, não se reduz a encontrar uma resposta, mas envolvem uma diversidade de práticas, sendo elas: lingüísticas, psicológicas e conceituais, relacionados à Matemática. Pois, os alunos diante da resolução de problemas são conduzidos por hipóteses, analogias e metáforas, que estão sujeitas aos conceitos que ele possui, podendo leva-lo a uma reestruturação de seu campo conceitual (QUEIROZ, 2014, p. 7 - 8).

Portanto, a presente pesquisa, de natureza básica do tipo estudo de caso, possui cunho qualitativo e buscou, por meio de uma breve discussão a respeito da Resolução de Problemas enquanto metodologia de ensino, explorar e tentar perceber os eventos decorridos em seu caráter subjetivo, ao considerarmos o “problema” como agente orientador da prática docente. Analisando esta metodologia como estratégia eficiente a ser trabalhada em sala de aula, observar como alunos do segundo ano se portam mediante uma atividade que parte desta metodologia, como buscaram, associaram, escolheram e analisaram os diferentes caminhos utilizados para trabalhar a análise combinatória.

Por meio deste estudo, buscou-se apurar resultados que permitissem averiguar se existiam elementos suficientes para responder a seguinte questão problema: Quais as principais contribuições que a Resolução de Problemas, oferece durante o processo de ensino-aprendizagem da análise combinatória em uma turma do 2º ano do ensino médio de uma escola de Caruaru - PE?

Para isto, optou-se por utilizar como instrumento técnico de produção de dados um questionário, direcionados aos estudantes do 2º ano do ensino médio, e esses foram analisados de modo subjetivo e qualitativo.

A pesquisa está estruturada em capítulos, a partir dos quais, procuramos apresentar de forma sequenciada a teoria a respeito do tema em estudo. Este primeiro capítulo, a introdução, tem por objetivo realizar a apresentação do tema, bem como revelar as motivações que nos conduziram a pesquisar nesse campo.

No capítulo seguinte, apresentamos o nosso objetivo geral e os específicos projetados no propósito de responder ao nosso problema de pesquisa.

O terceiro capítulo, apresenta a primeira parte da fundamentação teórica que deu suporte principal a pesquisa: Resolução de Problemas enquanto metodologia para o ensino da matemática. Este capítulo foi dividido em quatro momentos onde, a princípio, procuramos refletir acerca das concepções e ponderações apropriadas sobre o ensino e aprendizagem de matemática em documentos oficiais, e posteriormente buscamos conceituar o que seria considerado um problema, qual o papel do professor ao adotar a metodologia da Resolução de Problemas e qual a sua contribuição para a significação do ensino da matemática.

O quarto capítulo contém a segunda parte da fundamentação: Análise Combinatória. Dividido em duas etapas onde procuramos, de início, discorrer sobre a análise combinatória no que se refere a abordagem permanente de problemas que desenvolvam o raciocínio combinatório ao longo de toda a educação básica. E, para finalizarmos a fundamentação teórica, analisamos os resultados finais de trabalhos de pesquisas a respeito da análise combinatória, trabalhada com a Resolução de Problemas como ferramenta de aperfeiçoamento ou como metodologia, desejando tomar conhecimento do que os pesquisadores estão discutindo sobre a metodologia.

No capítulo cinco, apresentamos os rumos metodológicos trilhados pela pesquisa. Nele revelamos o tipo de pesquisa, nosso público-alvo e o método utilizado para a produção dos dados. Logo em seguida, no capítulo seis, efetuamos a apresentação, a análise e a discussão desses dados agregando-os com a teoria presente em nosso aporte teórico.

Finalmente, no sétimo e último capítulo, trazemos nossas considerações finais quanto a todo o trabalho executado e reafirmamos nossa vontade pela continuidade de pesquisas que almejem aperfeiçoar, em qualquer sentido que seja, o ensino e a aprendizagem de matemática.

2 OBJETIVOS

2.1 GERAL

Identificar as principais contribuições que a Resolução de Problemas oferece durante o processo de ensino-aprendizagem da análise combinatória em uma turma do 2º ano do ensino médio de uma escola de Caruaru – PE.

2.2 ESPECÍFICOS

- Investigar como alunos do 2º ano demonstram o conhecimento a respeito da análise combinatória através da Resolução de Problemas;
- Analisar a compreensão, o caminho utilizado e a justificativa para resolver os problemas propostos;
- Investigar o papel do professor diante do método resolução de problemas;

3 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA

Para introduzirmos as discussões teóricas tratadas neste trabalho, dividimos a fundamentação teórica em duas seções onde procuramos trazer as concepções e ponderações apropriadas às nossas duas categorias principais: a Resolução de Problemas como metodologia de ensino e a análise combinatória.

Nesta primeira seção, daremos início a uma reflexão sobre: o que dissertam os documentos oficiais no que tange o ensino e a aprendizagem matemática; o que é um problema, como caracterizá-lo e identificá-lo; qual o papel do professor neste processo quando se adota a Resolução de Problemas como metodologia; e por fim, considerando a Resolução de Problemas como principal estratégia de ensino, analisaremos quais as principais contribuições ao processo de construção e significação do conhecimento matemático.

3.1 O QUE DISSERTAM OS DOCUMENTOS OFICIAIS EM RELAÇÃO AO ENSINO E A APRENDIZAGEM MATEMÁTICA

Para iniciarmos a nossa pesquisa é preciso, antes de tudo, pensar sobre o que os documentos oficiais discorrem sobre o ensino da matemática, considerando que um dos objetivos desta pesquisa é buscar perceber um dos métodos de ensino, defendido e utilizado por professores e pesquisadores matemáticos, a Resolução de Problemas. Com esse fim, tentamos trazer algumas concepções apresentadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN) e na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) quanto ao ensino e a aprendizagem matemática, aos deveres docentes, ao aluno ativo e sobre as pretensões curriculares.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) são textos cujo propósito é acrescentar e aprofundar as discussões acerca do sistema educacional brasileiro. Reflexões que contornem não somente os estabelecimentos de ensino, mas também os pais ou responsáveis, poder público e a sociedade em geral, com o objetivo de provocar renovações significativas nas diferentes etapas e níveis dos processos educativos (BRASIL, 1998). Os PCN, no que se refere à metodologia da Resolução de Problemas, afirmam que:

[...] na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da

Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança. (BRASIL, 1998, p. 39).

Para tal, é necessário que os educadores permitam e possibilitem que os alunos se engajem no trabalho proposto, cuja solução não é conhecida a princípio e na procura pela resposta, para que os alunos tenham a oportunidade de expandir seus conhecimentos quanto a teoria e métodos matemáticos.

Outro documento orientador do planejamento e prática docente são as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN). Segundo a organização “Todos Pela Educação”, o documento é composto por um agrupamento de normas de caráter obrigatório válido em todo território nacional, em todos os locais e sistemas oficiais de ensino (TODOS PELA EDUCAÇÃO, 2018).

Tais Diretrizes apresentam discussões relevantes a respeito das referências que os Itinerários Formativos devem percorrer baseando-se, também, em outros documentos normativos que orientam a educação, como a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) e nas diferentes modalidades, etapas e níveis de ensino. Tratam-se de normas obrigatórias direcionadas a educação básica que buscam direcionar o planejamento curricular dos sistemas de ensino e suas respectivas instituições. (BRASIL, 2013).

Apresentam uma interpretação de educação que não deve mais se basear em alunos susceptíveis, assim como, em instituições apartadas da cooperação das famílias e da comunidade escolar e local. É necessário atentar-se para uma educação integral que se preocupa, entre outros aspectos, com desenvolvimento intelectual, social, psicológico e emocional dos alunos, e para tal, pretende considerar o aluno como parte efetiva e protagonista do processo de ensino e aprendizagem, considerando, inclusive, o contexto político, econômico e social ao qual este está posto. (BRASIL, 2013).

Pensando sobre esse novo tipo de aluno que se deseja formar, podemos considerar, entre outras formas de ensino contextualizadas, a metodologia Resolução de Problemas como um caminho virtuoso a preparar o aluno para atuar e modificar o contexto ao qual está introduzido. Para tal, é preciso escolher e utilizar problemas que sejam capazes de preparar o aluno para o exercício integral dos direitos e deveres e para o mundo contemporâneo. Portanto de acordo com as DNC:

[...] o conjunto de atividades docentes vem ampliando o seu raio de atuação, pois, além do domínio do conhecimento específico, são solicitadas atividades pluridisciplinares que antecedem a regência e a sucedem ou a permeiam. As atividades de integração com a comunidade são as que mais o desafiam. (BRASIL, 2013, p. 59).

Entretanto, as DCN não especificam e/ou determinam, de forma absoluta, como deve ser feita essa incorporação destas atividades, trazendo apenas uma concepção geral. Sendo assim, cabe aos docentes, aos sistemas de ensino e as suas instituições, em conjunto com a comunidade escolar e considerando as especificidades locais e regionais, pensar, elaborar e pôr em prática, as estratégias de ensino, dentre elas a Resolução de Problemas, e objetos de estudo que tornem possível este ideal de educação.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento que foi criado posteriormente as DCN, e assim como este, também tem o objetivo de orientar a estruturação dos conteúdos curriculares da educação básica. Os documentos são complementares e, juntos, buscam dar estrutura e sugerir metodologias de ensino para o desenvolvimento de competências e habilidades dos alunos. Uma das competências gerais, a sétima, pretendidas que o aluno desenvolva durante o ensino básico é:

Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta. (BRASIL, 2018, p. 9).

A educação matemática é imprescindível para isso e, por possui infinitas aplicabilidades no mundo contemporâneo, deve ser vista como umas das formas, essenciais, de preparar as pessoas para o desempenho da cidadania e para portarem-se como indivíduos críticos e conhecedores de seus direitos e responsabilidades sociais. (BRASIL, 2018).

O documento defende uma formação continuada que tem início desde os primeiros anos da educação básica, sendo os conhecimentos desenvolvidos e aprimorados a cada etapa. Segundo a BNCC (BRASIL, 2018, p. 471), é durante a etapa final do ensino básico que os alunos necessitam; “[...] consolidar os conhecimentos desenvolvidos na etapa anterior e agregar novos, ampliando o leque de recursos para resolver problemas mais complexos, que exijam maior reflexão e abstração.”

Para tal, os educandos devem ser estimulados, por meio de processos mais complexos e bem elaborados de raciocínio e compreensão, para que se tornem capazes de desenvolver modos de pensar que os levem a resolver problemas matemáticos em contextos diferentes, de maneira autônoma e consciente, utilizando os artifícios matemáticos que lhes forem pertinentes. (BRASIL, 2018).

Para que esses propósitos se concretizem nessa área, os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados. (BRASIL, 2018, p. 529).

Ainda, segundo a BNCC (BRASIL, 2018), o desenvolvimento das habilidades matemáticas, consideradas como indispensáveis para uma formação de qualidade e para a compreensão e atuação no mundo está diretamente ligada a modos distintos de organização e estruturação da aquisição destes saberes, que servem como pilar para o estudo e resolução das situações corriqueiras da matemática e de todas as áreas de conhecimento. (BRASIL, 2018).

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, *objeto e estratégia* para a aprendizagem [...]. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. (BRASIL, 2018, p. 266, grifo nosso).

Assim, conclui-se que, de acordo com a BNCC, a Resolução de Problemas pode ser utilizada como método direcionado e pensado para a introdução e ensino de conteúdos matemáticos específicos, ou como objeto de prática e aperfeiçoamento de habilidades e competências necessárias em cada fase e etapa do processo de ensino e aprendizagem.

3.2 SITUAÇÃO PROBLEMA

Existem diferentes definições e concepções a respeito do que seria considerado uma situação problema, aqui trazemos alguns pontos de vista apresentados por diferentes pesquisadores e educadores matemáticos que acreditam ser o problema um dos fatores desencadeadores da atividade matemática dentro e fora da sala de aula.

De acordo com orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1998), no processo de ensino e aprendizagem, o problema apresentado é o mobilizador da atividade, esta característica trata-se apenas de uma das possibilidades permitidas pelo problema. Serve como meio para abordar distintas definições, concepções e apontamentos sobre os conteúdos e os mais variados princípios matemáticos, pelos quais é possível aferir e

analisar hipóteses, afim de antecipar implicações a respeito de uma determinada teoria.

Em outras palavras, o problema é aplicado no intuito de impulsionar o estudante a empregar seus conhecimentos e buscar novos, para formular uma ou mais de uma hipótese de resolução e testa-las com a intenção de verificar sua legitimidade. Então, os PCN (BRASIL, 1998), expõem alguns princípios que devem ser seguidos e entendidos como maneira de organizar a resolução de problemas, enquanto metodologia de ensino, e base coordenadora do processo de ensino e aprendizagem, no que se refere a diferença entre problema e exercício apresentam o seguinte princípio:

O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada. (BRASIL, 1998, p. 40).

Entende-se com isso que, exercício difere do problema à medida que frequentemente serve para a memorização de técnicas operacionais e não exige muita interpretação. Assim, apenas prática e repetição dificilmente induzirá os alunos recorrerem a campos conceituais e muito menos a realizar ligações com diferentes áreas de conhecimento, fazendo com que estes foquem na memorização de regras e formulas básicas e prontas, deixando buscar entender o princípio do conhecimento (ROMANATTO, 2012).

Em contrapartida, o problema necessita de uma procura consciente, é algo que se deseja fazer, pensar e realizar um conjunto de ações direcionadas para obter um resultado e durante esta procura desenvolver ideias, trocar de estratégia até construir uma solução que nos seja útil. (ROMANATTO, 2012).

Em complemento, Onuchic (1999, p. 204) aponta que: “A verdadeira força da resolução de problemas requer um amplo repertório de conhecimento, não se restringindo às particularidades técnicas e aos conceitos, mas estendendo-se às relações entre eles e os princípios fundamentais que os unifica.” Assim:

O problema não pode ser tratado como um caso isolado. A matemática precisa ser ensinada como matemática e não como acessório subordinado a seus campos de aplicação. Isso pede uma atenção continuada à sua natureza interna e a seus princípios organizados, assim como a seus usos e aplicações. (ONUCHIC, 1999, p. 204 - 205).

Dessa forma, o ensino da matemática por meio da resolução de problemas significa assumi-lo como o passo inicial, as situações problemas construídas e abordadas durante o

processo são apenas o começo do ensino e aprendizagem de um eixo da matemática, o problema deve conter características específicas acerca do tópico abordado, no intuito de trazer para a sala de aula as aplicações dos conceitos matemáticos que se associem a outros ramos da matemática, bem como, a outras áreas de conhecimento, tornando estes problemas corriqueiros e com isso atribuindo significado ao ensino destes conceitos.

Nem sempre encontrar a solução se trata do mais importante, por vezes as tentativas agregam mais ao aluno, haja vista que, durante estas tentativas, o aluno elabora, desenvolve e investiga de maneira ativa e significativa (ONUCHIC, 1999). Logo, os conceitos e princípios matemáticos tornam-se mais compreensíveis para os estudantes uma vez que: “[...] algumas vezes, o caminho que o levou à solução do problema é mais marcante que o procedimento final deste, devido às constantes visitas que se faz aos problemas correlatos” (QUEIROZ, 2011, p. 5).

Ter um problema é sinônimo de uma procura desejada e racional por alguma operação ou conjunto de ações que serão utilizadas para se alcançar o objetivo de solucionar algo que a princípio não contém solução (POLYA, 1995). Um problema trata-se de uma atividade/exercício em que os alunos não possuem normas de resolução pré-determinadas ou fórmulas memorizadas, há a necessidade de escolher um caminho, diz muito a respeito das características individuais de cada pessoa, não há um único caminho ou método de resolução. (VAN DE WALLE, 2009).

3.3 PAPEL DO PROFESSOR

Ao empregar-se o método de Resolução de Problemas no ensino de matemática, muito se fala em conceder autonomia ao aluno, deixar que este use a sua imaginação, expresse sua personalidade em todas as etapas de resolução: interpretação, seleção de dados essenciais, escolha do caminho, resolução e verificação. Em meio a tudo isso, qual é o papel do professor? O que esse pode e deve fazer para auxiliar e mediar esta atividade? Seu trabalho é o de somente validar ou não as respostas encontradas?

Acredita-se que o papel do professor é de extrema importância dado que este deve acompanhar e conduzir a busca de soluções, coordenar e mediar discussões entre soluções distintas, reconhecer e estimar caminhos divergentes que conduzem à mesma solução, validando-os ou evidenciando situações em que o raciocínio/método pensado pode não funcionar (ROMANATTO, 2012).

Polya (1995), pontua que o docente tem a responsabilidade de ajudar o aluno da forma

mais natural possível, é importante valorizar as particularidades, buscar enxergar e interpretar o problema mediante visão deste, bem como buscar entender seu pensar. Esta mediação não é nada simples por necessitar de tempo para planejamento, prática adquirida e doação. Apesar de não ser simples nem rápido, é um investimento que gera bons resultados ao trabalho docente e incorpora bastante ao desenvolvimento das capacidades/habilidades dos alunos. Nesse sentido, corrobora Van de Walle (2009, p. 59):

Não há dúvida de que ensinar por resolução de problemas é difícil. As tarefas devem ser planejadas ou selecionadas a cada dia e a compreensão atual dos alunos e as necessidades curriculares devem ser levadas em consideração. Em geral, é difícil planejar com muita antecedência. Se você adotar um livro de ensino tradicional, será necessário fazer modificações. Contudo, há boas razões para prosseguir neste esforço.

A resolução de problemas matemáticos prende a atenção dos alunos, fornece significado as ideias iniciais e integram-se aos conceitos existentes. As atividades devem ser pensadas e propostas de maneira a envolver o aluno, esse por sua vez tem a opção de refletir e desenvolver o pensar matemático e, não somente, aceitá-la ou rejeitá-la passivamente, deve procurar entender o sentido da matemática empregada (VAN DE WALLE, 2009).

O aluno precisa obter vivência por meio da prática, porém, caso não seja orientado e auxiliado, pode ser que não obtenha nenhum avanço, o professor deve saber dosar a ajuda, essa não pode ser demasiada, mas sim suficiente para garantir o protagonismo do aluno na resolução (POLYA, 1995).

É preciso analisar as respostas individualmente, mas também estudar as soluções coletivamente, comparar e tentar dar um parecer construtivo, que mantenha o aluno em um caminho já prospero ou desvie esse de um percurso que não gerará resultados satisfatórios, de forma a contribuir com a evolução deste. É ainda, papel do professor condensar, estruturar, formalizar os conceitos, ideias, princípios e procedimentos matemáticos identificados nos problemas, neste cenário é dever do professor indagar, instigar e problematizar as situações e respostas (ROMANATTO, 2012).

Ou seja, fazer com que os alunos, através de perguntas direcionadas e questionamentos pontuais, desenvolvam a capacidade de argumentar, justificar e defender suas respostas de maneira sólida e convincente. “Há dois objetivos que o professor pode ter em vista ao dirigir a seus alunos uma indagação ou uma sugestão [...]: primeiro, auxiliá-lo a resolver o problema que lhe é apresentado; segundo, desenvolver no estudante a capacidade de resolver futuros problemas por si próprio” (POLYA, 1995, p. 2).

3.4 CONSTRUÇÃO E SIGNIFICAÇÃO DO CONHECIMENTO

Mais importante que encontrar a resposta correta é compreender o processo utilizado e desenvolver a capacidade de avaliar os conceitos e argumentos utilizados para encontrar a solução. Esse método faz com que conhecimentos matemáticos e de outras áreas sejam alinhados e ponderados conforme a conveniência.

Segundo Van De Walle (2009), ensino através da Resolução de Problemas contribui muito ao processo de construção do pensar matemático do aluno, posto que, considera a personalidade e as particularidades dos alunos. Defende-se que estes não estão programados para, receber e aceitar instruções de maneira inativa, assim como o conhecimento pronto e inquestionável, como se coubesse aos alunos se adaptar ao modo de explicar do professor, seja ele qual for, sem que seja ao menos considerado as limitações e a realidade em que está inserido cada aluno, como se fosse possível que todos pensassem e aprendessem da mesma forma e ao mesmo tempo. Nesse sentido, o autor afirma que:

É improvável que as crianças que ficam esperando que o professor lhes apresente as regras, resolvam problemas para os quais não foram fornecidos os métodos de solução. Ao separar o ensino da resolução de problemas e do confronto com as ideias, a aprendizagem matemática fica separada do fazer matemática. Isso simplesmente não faz sentido algum (VAN DE WALLE, 2009, p. 58).

Souza (2016, p. 1) pontua: “Entendemos que o conhecimento matemático é fruto de um processo de evolução do homem. Sua origem constitui-se a partir de uma coleção de regras isoladas, decorrentes da experiência e diretamente conectadas com a vida diária”. Ou seja, não é possível desconsiderar as vivências de cada um, e a Resolução de Problemas busca destacar exatamente as características individuais, tentando trazê-las para o entendimento coletivo e garantindo o significado das regras, princípios e aplicabilidade da Matemática.

Em razão do que foi discutido até então, compreende-se que, quando corretamente utilizada, a estratégia de ensino Resolução de Problemas contribui tanto na desmitificação da matemática como sinônimo de números, operações e memorização de fórmulas, quanto para construção e apropriação do pensamento e conhecimento matemático significativo.

Mediante o exposto, entende-se que os alunos são incentivados e têm sua curiosidade aguçada pelo fato de se sentirem desafiados e estimulados a superar os seus próprios obstáculos, bem como, aqueles que lhe são impostos em sala de aula, e ainda, quando corretamente agenciados estes tornam-se capazes de feitos que superam, por vezes, as habilidades desejadas.

Como explicita Van de Walle (2009, p. 58): “Ao resolver o problema ou fazer a atividade, os alunos devem estar preocupados principalmente em dar significado à matemática envolvida e, assim, desenvolver sua compreensão sobre essas ideias”.

4 ANÁLISE COMBINATÓRIA

A segunda seção foi dividida em dois momentos onde começamos discorrendo sobre a análise combinatória no que diz respeito a abordagem de problemas que desenvolvam o raciocínio combinatório ao longo de toda a educação básica. Trazemos, para isso, discussões referentes a sua importância e posteriormente, para finalizar, analisamos quatro trabalhos retirados do Google Acadêmico¹ sobre a análise combinatória trabalhada por meio da Resolução de Problemas, adotada como instrumento ou método, aspirando tomar conhecimento do que os pesquisadores estão discutindo sobre a metodologia.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), os diferentes problemas de análise combinatória devem ser trabalhados desde os anos iniciais do ensino fundamental com os estudantes, não para que haja uma padronização logo de início, mas sim, para que sejam abordadas situações que envolvam separação, seleção e/ou contagem de variados elementos. De acordo com Pessoa e Borba (2009), o que se vê é a introdução de problemas que desenvolvem o argumento combinatório somente nos anos finais do ensino médio, enquanto que, nos anos iniciais do ensino fundamental são apresentados problemas do tipo produto cartesiano. As autoras pontuam ainda que:

Na escola, os alunos, sobretudo os do Ensino Médio, nível em que a maior parte desses tipos de problemas é trabalhada formalmente, podem errar na resolução de problemas de raciocínio combinatório, por seguirem pistas semânticas. Eles podem, muitas vezes orientados por palavras-chave, buscar descobrir qual tipo de fórmula deve ser usada para resolver o problema: combinação, arranjo ou permutação. Alunos de anos escolares anteriores não têm conhecimento dessas fórmulas e, portanto, não poderão recorrer a elas para solucionar os problemas (PESSOA; BORBA, 2009, p. 117).

A luz dos estudos de Vergnaud (1986), citado por Pessoa e Borba (2009), acredita-se que o raciocínio combinatório tem início antes mesmo do ensino formal deste conteúdo, devido a experiências vivenciadas dentro e fora da sala de aula nas quais a utilização do pensamento combinatório é exigida de maneira explícita ou implícita. No dia a dia, de forma corriqueira, os alunos são colocados em situações nas quais são necessárias a sondagem de possibilidades, de combinações e resultados possíveis, tanto na matemática, quanto em outras áreas de conhecimento.

¹ O Google Acadêmico é uma ferramenta gratuita do Google, que tem como função realizar buscas de relatórios para revistas científicas, artigos, livros digitais, e muitos outros conteúdos capazes de conceder um fundamento teórico ou referencial.

De acordo com Rocha (2011), é importante lembrar que as várias maneiras de estruturar e solucionar problemas combinatórios, levarão a técnicas de resolução que poderão e deverão ser utilizadas não somente na análise combinatória, mas também, na aquisição de métodos padronizados de resolução de problemas. Nesse sentido, torna-se relevante conhecer os alunos, suas limitações e habilidades para que o raciocínio combinatório seja desenvolvido plenamente e utilizado em situações variadas.

É importante analisar como os alunos pensam sobre problemas desta área da Matemática, quais são as suas dificuldades, facilidades, estratégias de resolução e conhecimentos anteriores à instrução específica, e, especialmente, observar como se dá o desenvolvimento desse raciocínio ao longo dos anos de escolarização. (PESSOA; BORBA, 2009, p. 108 - 109).

Dentre os métodos de contagem utilizados para resolver os problemas de análise combinatória está o Princípio Fundamental da Contagem – PFC, arranjo, combinação e permutação. Tais métodos permitem estimar a quantidade de componentes de um grupamento, estando estes componentes agrupados perante circunstâncias específicas. Neste sentido ratifica Barboza (2020, p. 7):

A depender das possibilidades de combinação entre os elementos desse conjunto (ou dos grupos formados) os problemas de contagem podem ser classificados em Princípio de Contagem, Arranjo, Permutação ou Combinação. Esses problemas modelam uma gama de situações práticas tais como: em processos na indústria, em computação gráfica e em problemas matemáticos em abertos.

Assim, Barboza (2020, p. 7) cita a Análise Combinatória como sendo: “[...] um ramo da Matemática [...] definida como uma série de procedimentos que possibilita a construção de subconjuntos formados por um número finito de elementos de um conjunto dado, a partir de certas características definidas.” Entretanto é preciso ter cuidado, a respeito de como este ramo da matemática é abordado nos diferentes níveis do ensino, para que este ensino não se limite ao repasse e reprodução de técnicas algorítmicas e fórmulas de resolução, de modo que não venha a reduzir o aprendizado possível.

[...] os livros didáticos, nos diferentes níveis e subáreas de conhecimento relatadas à matemática, muitas vezes apresentam esses conceitos tão somente a partir de “fórmulas-aplicação”, em detrimento da análise dos padrões que levam à solução do problema de contagem. Essa abordagem superficial pode gerar lacunas na compreensão do leitor (aluno/pesquisador) e, conseqüentemente, restringir o debate, o desenvolvimento e a análise de novos

algoritmos/ métodos que possam melhorar processos nessas áreas. (BARBOZA, 2020, p. 7).

Isto posto, é preciso que o ensino de qualquer conteúdo matemático, no caso a Análise Combinatória, seja direcionado a preparar os alunos para o dia a dia, para que sejam capazes de aplicar os conhecimentos teóricos obtidos ao longo do ensino básico, na realidade da qual fazem parte. Mais do que fazer cálculos, os estudantes precisam analisar criteriosamente as situações ao seu entorno e serem capazes de tomar decisões críticas e direcionadas para a solução de problemas reais.

A pergunta que paira é: qual seria o momento ideal para direcionar e nortear o aluno para tal? De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), é durante o ensino fundamental que o aluno precisa ser estimulado a desenvolver as competências de pensar criticamente, caracterizar, simbolizar, transmitir e justificar matematicamente, para então, tornarem-se aptos a desenvolver estratégias que conduzam a resolução problemas de diferentes contextos e empregar todo conhecimento teórico na prática.

Assim, no que se refere ao ensino da análise combinatória, é preciso ter um olhar atento para os anos finais do ensino fundamental, visto que: “A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental” (BNCC, BRASIL, 2018, p. 265). E, conseqüentemente, esmiuçado e concretizado durante o ensino médio, desde que bem trabalhado pelos docentes.

Ou seja, é durante esse período, compreendido entre o final do ensino fundamental e no decorrer de todo ensino médio, que o ensino da Combinatória se torna mais explícito e direcionado no currículo e nos materiais didáticos utilizados, permitindo que os alunos “[...] desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações” (BNCC, BRASIL, 2018, p. 265).

4.1 TRABALHOS SOBRE ANÁLISE COMBINATÓRIA

O objetivo desta seção é facilitar a compreensão de como se constrói o argumento combinatório durante o ensino básico e, além disso, de apresentar um possível método de abordagem do conteúdo. Como também, investigar conhecimentos específicos que podem facilitar a generalização de fórmulas e técnicas de ensino e aprendizagem eficientes utilizadas para desenvolver o pensamento combinatório. Com esse intuito, serão apresentadas adiante partes das considerações finais de quatro pesquisas realizadas por professores e estudantes de

licenciatura que buscaram entender como se dá o ensino e a aprendizagem da Análise Combinatória por meio da Resolução de Problemas, seja esta, utilizada como objeto ou estratégia de ensino.

De acordo com Rocha (2011), é comum que professores de matemática defendam, frequentemente, o quão desafiador e proativo é trabalhar situações que ensinam análise combinatória, posto que, instiga a participação e competição dos alunos nas atividades pedagógicas, desenvolvem o raciocínio lógico e a capacidade de argumentar matematicamente.

Entretanto, segundo a autora supracitada, poucas são as pesquisas direcionadas que buscam relacionar a formação de professores ao ensino da análise combinatória, especificamente na parte do conteúdo que é estudado ao longo do ensino fundamental, anos iniciais e finais. “[...] pesquisas apontaram dificuldades dos professores e de futuros professores na resolução desses problemas e na explicitação de práticas relativas ao ensino desse conteúdo [...]” (ROCHA, 2011, p. 75).

Rocha (2011) constatou também a escassez de trabalhos que debatam a forma como os problemas de análise combinatória são separados e introduzidos nas diferentes etapas do ensino básico regular, sobretudo daqueles que se dedicam a averiguar: “[...] as dificuldades dos professores de diferentes formações no tratamento desses problemas e na avaliação de erros dos alunos, ou seja, quais elementos do ensino e aprendizagem de combinatória são valorizados por esses professores” (ROCHA, 2011, p. 75).

Segundo Rocha (2011), os estudos acerca do ensino-aprendizagem da análise combinatória, tem seguido caminhos diferentes. À vista disto, buscando apresentar uma visão completa, a seguir, são expostos os seguintes trabalhos de pesquisa que envolvem as técnicas de contagem da análise combinatória trabalhadas por meio da resolução de problemas: (1) Análise Combinatória, raciocínio lógico e a resolução de problemas; (2) A utilização do Princípio Fundamental da Contagem para a resolução de problemas combinatórios no 2º ano do ensino médio; (3) Princípio Fundamental da contagem: conhecimentos de professores de matemática sobre seu uso na resolução de situações combinatórias; (4) Análise Combinatória e Resolução de Problemas: uma experiência em um contexto de estágio supervisionado.

4.1.1 A análise combinatória, raciocínio lógico e a resolução de problemas

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2018), a análise e tratamento de dados necessitam que a introdução de conceitos matemáticos seja feita de forma contextualizada, situações que façam parte do dia a dia das pessoas, para que então, os estudantes possam desenvolver a

capacidade de selecionar, estruturar, simbolizar, traduzir e estudar informações apresentadas em diferentes cenários. Para que assim, tornem-se capazes de: “[...] fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas” (BRASIL, 2018, p. 274).

Mediante esta pesquisa, Lima (2013) buscou compreender a forma com que o aluno se relaciona com o método de ensino Resolução de Problemas, além de observar prováveis progressões advindas da mesma, sob a justificativa de que a promoção do raciocínio combinatório precisa relacionar a teoria à prática por meio de problemas contextualizados. Partindo da concepção de que é preciso “fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas”, a autora escolheu problemas com o objetivo de motivar perguntas e a escolha de caminhos de resolução distintos e desconhecidos.

Para o desenvolvimento da pesquisa foram escolhidas questões com níveis de dificuldade distintas, classificados nos níveis I (ensino fundamental – anos iniciais) e II (ensino fundamental – anos finais), que abordassem combinatória ou raciocínio lógico, a maioria delas, foram retiradas do Banco de Questões da OBMEP. A análise do material foi feita baseada na teoria Polya (1995), bem como, nos trabalhos de Onuchic e Zuffi (2007), González (1998; 2005), D’Ambrosio (2008), Piaget e Inhelder (1976) e Roque (2006), dentre outros.

Após a seleção e análise criteriosa do material a autora concluiu que é provável “[...] obter um retorno significativo ao trabalhar a análise combinatória através da resolução de problemas [...]” (LIMA, 2013, p. 37). Observou-se ainda, que a atividade proposta desencadeou a curiosidade dos estudantes, no entanto, à medida que o nível das questões crescia o interesse diminuía, uma forma de reverter a situação foi fazer questionamentos direcionados que pudessem auxiliá-los, de alguma maneira, a encontrar caminhos que lhes fossem úteis para a resolução dos problemas.

Percebeu-se ainda, avanços consideráveis, que embora parecessem pequenos eram muito significativos para a proposta e para o a construção do conhecimento de cada um. Além de chegar a uma solução, no decorrer da atividade os alunos passaram a desenvolver justificativas para suas escolhas, ao se questionarem a respeito da validade e consequências das restrições impostas em algumas questões, demonstrando estarem compreendendo o método de contagem.

A autora acredita também que, a atividade pode ter sido aplicada de modo prematuro ou ainda que é possível que a estrutura disponibilizada tenha dificultado o retorno de resultados superiores. Talvez, depois de trabalhar um tempo maior com a metodologia, utilizando problemas aparentemente mais fáceis, a atividade pudesse ser aplicada novamente, outra sugestão apresentada foi envolver um número maior de professores na dinâmica, para que, de

alguma forma, os grupos tivessem sido melhores orientados.

Acredita-se ainda, que pode ter faltado um direcionamento mais concreto, após a compreensão de como as soluções estavam sendo encaminhadas, era preciso intervir com indagações pontuais a respeito da estratégia e das justificativas apresentadas, tudo isso demandava tempo, e talvez este não tenha sido suficiente para tal.

Ainda assim, a maioria das respostas foram consideradas positivas, os alunos além de conseguirem resolver as questões foram capazes de explicar as respostas. Estes também mostraram não se preocupar em ter um modelo de resolução padronizado, assim como pretende o método de resolução de problemas, os estudantes se preocuparam em encontrar meios lógicos de responderem, a partir da interpretação e estruturação que fizeram dos problemas.

A partir das respostas de um questionário, no qual os alunos puderam opinar a respeito da proposta, foi possível saber que gostaram de trabalhar com a metodologia, ainda que considerassem os problemas difíceis, sentiram-se satisfeitos em conseguirem encontrar as respostas. Os mesmos conseguiram superar a maioria das dificuldades encontradas ao longo do caminho, alguns ainda mostraram que compreender a importância do problema vai além de encontrar a resposta, está em trabalhar todo o processo de resolução incluindo a revisão da resposta encontrada.

Concluiu-se, portanto, que a prática empregada contribuiu para analisar como o aluno se porta quando colocado, diante de situações que necessitam da análise combinatória sem dispor de fórmulas e definições. Sendo este submetido a utilizar apenas o raciocínio lógico direcionado pelo professor, demonstrando a importância de associar um sentido matemático às etapas de resolução, para então, procurar interpretar os dados antes de aplicar as fórmulas e procedimentos de contagem.

4.1.2 A utilização do princípio fundamental da contagem para a resolução de problemas combinatórios no 2º ano do ensino médio

É necessário que os alunos interajam com seus colegas e professores e que se tornem aptos a explorar, representar e explicar matematicamente as soluções encontradas desenvolvendo assim as habilidades que envolvem o pensamento crítico. O objetivo deste trabalho foi demonstrar que é viável trabalhar com a análise combinatória, de maneira significativa, partindo do pressuposto de que:

[...] é possível trabalhar esse conteúdo de maneira agradável e compreensível, usando outros recursos que permitam não só que os alunos participem

ativamente da aula, mas também que desenvolvam noções e conceitos que os ajudarão na compreensão desse conteúdo. A partir da utilização de materiais concretos e do tema sustentabilidade, o objetivo foi favorecer para resolução de problemas (NASCIMENTO, 2017, p. 9).

Segundo o autor, a análise dos dados obtidos foi realizada por meio da comparação entre o que se objetivava e o conhecimento aparentemente adquirido pelos estudantes durante a prática em sala de aula.

As questões foram trabalhadas numa turma do 2º ano do ensino médio e o conteúdo abordado foi princípio fundamental da contagem: princípio multiplicativo. O objetivo do autor era favorecer a compreensão do princípio fundamental da contagem (PFC) para resolução de problemas, por meio da utilização de materiais lúdicos, abordando questões contextualizadas, cujo tema principal foi sustentabilidade.

De acordo com o autor, de maneira geral, pode-se dizer que o objetivo foi alcançado, uma vez que, percebeu-se uma melhoria na compreensão e absorção dos problemas de contagem que envolviam o PFC. Vale salientar também, que alguns alunos já possuíam o domínio de alguns conceitos, enquanto que algumas habilidades de percepção e raciocínio lógico se desenvolveram durante a atividade proposta.

É importante ressaltar ainda que, o autor atribui o sucesso desta, e de qualquer outra atividade, seja de pesquisa ou não, a um planejamento estruturado, no qual: “[...] todas as atividades devem ser bem planejadas e exploradas todas as situações, no intuito de fazer com que os alunos participem durante todo o processo investigativo” (NASCIMENTO, 2017, p. 47).

Com relação a utilização de materiais concretos e lúdicos o autor afirma exercer um papel importante no processo de ensino-aprendizagem, dado que, segundo Smole (2007), citado por Nascimento (2017), é provável que perceber que, durante a atividade na qual se utiliza estes materiais, os alunos desenvolvem a habilidade de estruturar e absorver conhecimento empregado. Assim, através da utilização de materiais palpáveis, como os jogos, confirmou-se a problemática levantada inicialmente pelo autor, de que esses materiais colaboram significativamente para a resolução de problemas de contagem.

4.1.3 Princípio fundamental da contagem: conhecimentos de professores de matemática sobre seu uso na resolução de situações combinatórias

Por meio desta pesquisa, Lima (2015), procurou-se investigar os conhecimentos de professores da Educação Básica sobre como o Princípio Fundamental da Contagem (PFC), também conhecido como princípio multiplicativo, pode ser usado na resolução de variados

problemas combinatórios e na construção das fórmulas da Análise Combinatória.

Sob a justificativa, deste ser um princípio relevante no ensino de combinatória e como o mesmo favorece a resolução dos diferentes tipos de situações combinatórias.

Para alcançar o objetivo principal que é investigar conhecimentos de professores sobre o Princípio Fundamental da Contagem (PFC) na resolução de problemas combinatórios e na construção de fórmulas. Lima (2015) buscou conhecer, a princípio, a estrutura dos saberes mobilizados pelos professores ao refletirem acerca dos diversos tipos de situações combinatórias, as respostas apresentadas pelos alunos, as sugestões curriculares relacionadas à Combinatória e ao ensino deste conteúdo.

Isso tornou-se possível, devido a uma investigação que intencionava saber se os professores reconheciam a importância do PFC na resolução de problemas combinatórios de diferentes naturezas, por acreditar: “[...] que o conhecimento de como aplicar o PFC a distintas situações é um ponto de partida importante para o sucesso do ensino da Combinatória, não sendo o único conhecimento necessário, mas um conhecimento indispensável” (LIMA, 2015, p. 121).

Esta primeira etapa da pesquisa teve como sujeitos professores de matemática que lecionavam nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio e, também, estudantes que estavam cursando o terceiro ano do Ensino Médio.

Durante a análise das respostas dadas pelos alunos, “[...] observou-se que os professores do Ensino Médio melhor reconhecem o uso do PFC, quando comparados com os professores do Ensino Fundamental” (LIMA, 2015, p. 121). Possivelmente, de acordo com a autora por possuírem mais experiência de ensino do conteúdo de combinatória, ou seja, o ensino recorrente do conteúdo oportunizar a expansão dos conhecimentos sobre o mesmo.

Outra percepção da autora é a de que, os professores do ensino médio possuem um reconhecimento do PFC muito superior ao dos alunos desta etapa do ensino básico, isso pode significar que talvez estes não estejam salientando a importância e versatilidade deste princípio junto aos alunos. A autora levanta o seguinte questionamento: “[...] como os professores do Ensino Médio reconhecem e utilizam adequadamente o PFC em distintas situações combinatórias, mas os alunos deste nível de ensino não evidenciam desempenho semelhante?” (LIMA, 2015, p. 121).

Uma possível explicação, seja a de que os professores não venham destacando o suficiente o PFC e/ou não seja visto pelos os alunos como um caminho que pode resolver diversas situações combinatórias.

Após a discussão dos resultados desta primeira parte, Lima (2015) sugere que os

docentes destaquem com maior frequência e com uma riqueza maior de detalhes a versatilidade e aplicabilidade do PFC. Ou seja, como este princípio é útil na resolução de problemas combinatórias e como serve de alicerce para determinar as fórmulas empregadas nos problemas de contagem da análise combinatória, perante o argumento de que, assim, os estudantes desenvolverão um domínio maior na hora de utilizá-lo, seja qual for a natureza, nível e tipo de problema, além de conseguirem deduzir as fórmulas, caso necessário.

A segunda etapa da pesquisa, priorizou identificar “[...] como os professores usam esta estratégia e quais conhecimentos eles mobilizam ao avaliarem situações combinatórias resolvidas por estudantes com o uso do PFC e ao discutirem o ensino da Combinatória.” (LIMA, 2015, p. 122). Para tal, foi feita uma adaptação dos tipos de conhecimentos sugeridos por Ball, Thames e Phelps (2008), fundamentando-se neles, foi viável perceber as diferentes maneiras de aplicar o PFC na resolução de problemas combinatórios e como este encontra-se relacionado as fórmulas da combinatória.

A investigação do conhecimento, por parte dos professores, foi dividida em dois grupos, o primeiro com ênfase no conhecimento a respeito do conteúdo, que se divide em *comum*, *especializado e horizontal*, e o segundo com destaque para o conhecimento pedagógico, ou seja, as percepções do aluno, a forma de ensino do professor e as orientações do currículo, acerca do PFC.

Mostrando assim, que o ideal é que o professor detenha domínio tanto teórico, que diz respeito as regras, propriedades, operações e demonstrações, quanto pedagógico, que refere-se as estratégias, princípios, técnicas, e métodos de ensino, para que o processo de ensino aprendizagem possa ser o mais proveitoso e satisfatório possível para ambas as partes.

De acordo com a autora, acerca do conhecimento teórico, que se subdivide em conhecimentos comum, especializado e horizontal do PFC, é necessário que o professor o compreenda e o utilize em contextos diferentes, assim como, pode utilizar o raciocínio lógico e a intuição para chegar até o PFC e posteriormente as fórmulas da combinatória.

Em relação ao conhecimento pedagógico, que refere-se aos conhecimentos do aluno, de ensino e do currículo, é preciso buscar entender o conhecimento prévio do aluno, qual é a melhor maneira de introduzir o conteúdo para cada turma, considerando suas especificidades e quais as recomendações do currículo a respeito do conteúdo, ou seja, como o PFC encontra-se no currículo.

Ao analisar as respostas dos professores, foi possível identificar o domínio e a utilização de diferentes tipos de conhecimentos, estes demonstraram possuir conhecimentos variados, embora não tenham deixado claro a forma de relacioná-los.

Como por exemplo, como relacionar o princípio multiplicativo com as fórmulas da combinatória, o que responde a um dos objetivos deste trabalho que era: “[...] investigar se os professores relacionam o PFC com os procedimentos formais da Combinatória e, se a partir dessa relação explicitam se eles constroem as fórmulas usadas na resolução dos diferentes tipos de problemas combinatórios” (LIMA, 2015, p. 123).

De acordo com a autora, a medida em que os professores admitem que o PFC é uma opção viável para a resolução de problemas combinatórios, estão indicando o *conhecimento comum*, não especializado e pessoal do professor do conteúdo.

No que diz respeito ao *conhecimento especializado do PFC*, o qual foi mais utilizado pelos professores pesquisados, tornou-se perceptível ao passo que os entrevistados classificavam os problemas de acordo com por suas nomenclaturas, como sendo problemas de arranjo, combinação, permutação e produto cartesiano, apontando particularidades de cada tipo de problema.

A autora entendeu que ainda não é nítido aos professores a relação existente entre o PFC e as fórmulas da combinatória e o quanto isto poderia ajudá-los no processo de ensino e aprendizagem deste conteúdo. O conhecimento horizontal foi identificado à medida que os professores entrevistados defendem que a análise combinatória pode ser trabalhada desde o início do ensino básico e que, de forma gradativa, o ensino pode se firmar fazendo com que o desenvolvimento do raciocínio combinatório seja estimulado ao decorrer de toda a educação básica.

Outro objetivo da autora, ao realizar esta pesquisa, era: “[...] examinar que conhecimentos os professores mobilizam ao avaliarem resoluções de alunos de problemas combinatórios usando, ou não, o PFC”. A respeito disto, os professores apontavam o *conhecimento do PFC e do aluno*, conforme indicavam os erros, qual seria a estratégia, multiplicação, correta para resolver o problema e ao enfatizarem a falta de interpretação de alguns a respeito da situação apresentada.

A respeito do *conhecimento do PFC e do ensino*, os professores indicavam como opção para resolver os problemas a árvore de possibilidades, apesar de não explicarem a relação existente entre esta tática e outras técnicas, como por exemplo quadro de possibilidades e fórmulas. Os professores defenderam também a aplicação de problemas considerados mais fáceis, com quantidades menores que podem ser listadas facilmente, para que gradualmente os estudantes possam desenvolver seu raciocínio combinatório e ultrapassar suas limitações.

Com relação ao *conhecimento do PFC e currículo*, o intuito era investigar que saberes curriculares os professores utilizavam para ensinar o conteúdo de análise combinatória,

especialmente para o ensino e utilização do PFC.

De forma indireta, os professores demonstraram possuir conhecimento acerca das questões curriculares que fazem parte dos livros didáticos direcionados ao ensino básico. Diante dessa percepção, a autora propõe que os professores aprofundem o conhecimento recomendado e indicado nos currículos quanto ao ensino da combinatória, “[...] para que possam modelar o ensino de acordo com as necessidades de seus estudantes e possam, assim, contribuir com o desenvolvimento do raciocínio combinatório de seus alunos.” (LIMA, 2015, p. 125).

A autora conclui que, através dos resultados desta pesquisa demais investigações podem ser efetuadas como, por exemplo, uma ação com professores “[...] enfatizando o conhecimento do conteúdo da Combinatória e o conhecimento pedagógico da Combinatória com o uso do PFC como estratégia válida para resolução de problemas combinatórios condicionais e não-condicionais.” (LIMA, 2015, p. 125). Pesquisas que almejem acrescentar a formação constante de professores, no início e ao longo de toda a carreira, no que tange o conhecimento relativos ao princípio fundamental da contagem.

Por fim, chegou-se à conclusão de que os conhecimentos dos professores, no que se refere ao PFC, certamente servirão como uma das pilastras de sustentação para um processo de ensino-aprendizagem da combinatória de qualidade, desde que busquem, constantemente, aprimorar seus conhecimentos, assim como, se munir de métodos eficientes de ensino e atualizar-se de questões presentes no currículo.

4.1.4 Análise combinatória e resolução de problemas: uma experiência em um contexto de estágio supervisionado

Nesta seção apresentamos algumas conclusões obtidas a partir de uma experiência, vivenciada e relatada por alunos de licenciatura em Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL), que ocorreu junto a alunos do segundo ano do ensino médio onde foi desenvolvida uma oficina matemática durante o período do estágio supervisionado. O conteúdo trabalhado foi: Análise Combinatória trabalhada por meio da metodologia Resolução de Problemas.

Segundo os autores, o objetivo deste trabalho foi descrever a experiência vivenciada enquanto futuros professores, cujo o tema se encontra supracitado como título deste subcapítulo, além das conclusões que estes obtiveram ao trabalhar a Análise combinatória através da Resolução de Problemas. Trabalhar o conteúdo matemático escolhido por meio da Resolução de Problemas permitiu que os estudantes buscassem empregar conhecimentos

anteriores e diferentes não se limitando a aplicação e reprodução de regras e fórmulas (RODRIGUES; DALLA; TEIXEIRA, 2013).

Além disso: “[...] contribuiu para que eles se comunicassem entre si e com os futuros professores para apresentar suas ideias, discuti-las e argumentar a respeito visando à resolução dos problemas” (RODRIGUES; DALLA; TEIXEIRA, 2013, p. 225). O que certamente, segundo os autores, favoreceu o ensino e aprendizagem matemática durante as etapas do processo.

Os participantes da experiência, de modo geral, se mostraram entusiasmados e participativos, se esforçaram para concluí-la e ainda mais para esclarecer o argumento e raciocínio empregues em cada solução obtida. Ficou nítido ainda, tanto por meio da atividade escrita, quanto pelas discussões do conteúdo e da atividade, que a metodologia empregada colaborou significativamente para o entendimento dos conceitos essenciais do conteúdo. (RODRIGUES; DALLA; TEIXEIRA, 2013).

Os autores relatam também, que precisaram ser mais atentos e precisos na orientação durante a etapa de sistematização de conceitos e dedução de fórmulas para que os alunos não acabassem encontrando as soluções de forma isolada e sem conexões com os conceitos ou sem vivenciar e entender as etapas do processo de resolução de problemas.

Foi preciso citar exemplos numéricos, permitindo que eles participassem ativamente das discussões a respeito das perguntas e possíveis respostas e fazer questionamentos pontuais e direcionados para conduzir os alunos às respostas conscientes.

As soluções apresentadas por alguns deles poderiam ser utilizadas para a generalização e sistematização dos métodos de contagem: arranjo, combinação e permutação. A experiência contribuiu de maneira significativa para a formação dos futuros professores (dois primeiros autores deste artigo), pois: “[...] oportunizou uma nova visão a respeito da Análise Combinatória, já que os mesmos apontaram, antes da realização deste trabalho, que também possuíam dificuldades na compreensão dos conceitos envolvidos neste conteúdo.” (RODRIGUES; DALLA; TEIXEIRA, 2013, p. 226).

Ainda de acordo com os autores deste trabalho, a escrita deste relato, corroborou para que houvesse um entendimento matemático do conteúdo, desde o planejamento até o desenvolvimento da oficina. “[...] além de refletirem a respeito de aspectos didáticos e pedagógicos da abordagem do conteúdo, já que o mesmo deveria ser abordado de forma diferente de como seria em uma aula na perspectiva tradicional de ensino.” (RODRIGUES; DALLA; TEIXEIRA, 2013, p. 226).

Isto posto, Rodrigues, Dalla e Teixeira (2013) concluem que durante a formação inicial dos professores devem haver oportunidades de participarem e/ou desenvolver projetos nos quais se tem a oportunidade de trabalhar diferentes metodologias e abordagem de conteúdos na sala de aula. Como por exemplo nos estágios supervisionados, e tem tantos outros projetos existentes e possíveis ao longo da formação, nos quais de alguma forma os estudantes de licenciatura possam adquirir algum conhecimento válido que possa lhe servir e direcionar no futuro exercício da docência.

5 METODOLOGIA DA PESQUISA

5.1 NATUREZA DA PESQUISA

Este trabalho refere-se a uma pesquisa que possui natureza básica e deseja conceber por meio de informações recentes, conhecimento útil para a educação matemática. Teve como finalidade apurar resultados que permitissem averiguar se existiam componentes suficientes para responder quais as principais contribuições que a Resolução de Problemas oferece durante o processo de ensino-aprendizagem da análise combinatória para alunos do 2º ano do ensino médio de uma escola de Caruaru – PE.

Respalhada pelas concepções de diferentes pesquisadores e educadores matemáticos a respeito da metodologia, explorada e discutida no domínio acadêmico, utilizamo-nos de uma pesquisa de abordagem qualitativa, dado que não se limita a teoria estatística para verificar e/ou elencar os dados obtidos Zanella (2006). Ou seja, preocupasse mais em identificar todos os fatores que levaram ou influenciaram os resultados, portanto: "Preocupa-se em conhecer a realidade segundo a perspectiva dos sujeitos participantes da pesquisa, sem medir ou utilizar elementos estatísticos para análise dos dados." (ZANELLA, 2006, p. 99).

O método qualitativo é adotado pois não se deseja quantificar algo, as proporções, quantidades e profundidades revelam-se no decorrer do processo de recolha e estudo e informações. Neste sentido:

[...] o processo de coleta de dados dá-se simultaneamente com a análise de dados, o que a difere da pesquisa quantitativa, na qual, em um momento, os dados são coletados e, em outro, são analisados. Na qualitativa, não existem dois momentos distintos, o processo é interativo, integrado (ZANELLA 2006, p. 102).

Além disso, a pesquisa vigente pretendeu observar e tentar perceber os eventos ocorridos em caráter subjetivo por meio de uma pesquisa descritiva. Pois, de acordo com Gil (2008), pode-se afirmar que procuramos descrever como a utilização da Resolução de Problemas, enquanto método de ensino, pode contribuir para o ensino e, conseqüentemente, na aprendizagem da análise combinatória, visando compreender as relações entre essas variáveis.

As pesquisas deste tipo têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis. São inúmeros os estudos que podem ser classificados sob este título e uma de suas características mais significativas

está na utilização de técnicas padronizadas de coleta de dados. (GIL, 2008, p. 28).

Sendo assim, a investigação teve como objetivo perceber e explicar a interação que ocorreu durante o processo, buscando descrever diferentes pontos, como por exemplo, a contribuição, desempenho e condutas dos participantes. Desejou ainda, indicar e distinguir necessidades, dificuldades e pontos fortes que pudessem acrescentar ao processo de ensino-aprendizagem da matemática.

A produção desse estudo iniciou-se com a revisão literária realizada em livros, dissertações e artigos publicados em periódicos, bem como em documentos oficiais norteadores da educação matemática no Brasil a fim entender como a metodologia da Resolução de Problemas é posta no contexto acadêmico.

A segunda parte da consulta bibliográfica foi concebida a partir de buscas por Teses e Dissertações que trazem a Resolução de Problemas, a fim de tomar conhecimento do que os pesquisadores estão refletindo acerca do tema. A busca foi realizada no site “Google Acadêmico” e foram adotados como critérios de escolha: pesquisas realizadas que buscaram trabalhar a Análise Combinatória trabalhada por meio da metodologia, entendendo que este é o objeto de nosso estudo.

Dentre todos, destacamos apenas quatro trabalhos, os quais apresentam uma perspectiva mais semelhante da que estamos analisando, ou seja, a Resolução de problemas como uma metodologia facilitadora e eficiente para a prática docente.

Essa busca nos possibilitou a construção dos dados que utilizamos como referência para a produção do questionário e posterior análise do caso dos estudantes do segundo ano de uma escola estadual de Caruaru-PE.

Para a realização de uma pesquisa, é importante que se conheça bem os procedimentos e táticas que darão início e desenvolvimento a pesquisa (ZANELLA, 2006). Para mais, é importante refletir sobre o contexto geral no qual os participantes encontram-se, bem como sobre os aspectos possam e/ou devem influenciar de maneira direta ou indireta nos resultados. Dito isto, exibiremos em seguida algumas informações a respeito do campo de pesquisa, como também, dos participantes.

5.2 CONTEXTO DA PESQUISA

Para a produção de dados da pesquisa, entendendo que nosso campo é a matemática ensinada no ensino básico, estabelecemos como público-alvo estudantes do segundo ano do ensino médio.

A escolha dessa amostra se deu, a princípio, pelo fato do conteúdo ser abordado de maneira mais profunda nos últimos três anos do ensino básico. Outro ponto decisivo para a escolha foi o fato de a turma ter participado do Programa de Residência Pedagógica (PRP)², através do qual foram estabelecido contato entre alunos e a pesquisadora.

O Residência Pedagógica é ofertado àqueles que já concluíram pelo menos a metade do curso, melhor dizendo, ao menos 50% do curso concluído. O programa oferece aos estudantes das licenciaturas a possibilidade de aproximação com seu campo de atuação, seja por meio de observações das aulas ou do desenvolvimento de práticas para assessorar os professores.

A pesquisa foi realizada com um total de trinta alunos com idade entre dezesseis e dezoito anos de idade. Por se tratar de uma pesquisa científica e por razões éticas, suas identidades foram preservadas. Onde adotamos como nomenclatura de identificação e distinção dos participantes a letra A (representando “aluno”) seguida de um número natural em ordem crescente. Essa terminologia foi pensada somente com o intuito de nomear os/as participantes.

5.3 TÉCNICA DE PRODUÇÃO DE DADOS

Como especificado antes, optamos como técnica para a coleta de dados em campo o questionário. De acordo com Severino (2007) o questionário pode ser entendido como um agrupamento de problemas estruturados de forma sistemática e vinculadas, que são direcionadas para a coleta de informações quanto aos sujeitos investigados, no intuito de descobrir os conhecimentos dos mesmos acerca do tema pesquisado. À vista disso, o autor afirma que:

As questões devem ser pertinentes ao objeto e claramente formuladas, de modo a serem bem compreendidas pelos sujeitos. As questões devem ser objetivas, de modo a suscitar respostas igualmente objetivas, evitando provocar dúvidas, ambiguidades e respostas lacônicas (SEVERINO, 2007, p. 125).

² O programa faz parte da política nacional de formação de professores do Ministério da Educação (MEC), financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (CAPES).

Dentre as vantagens mais relevantes do emprego do questionário como artifício para a aquisição de dados da pesquisa são apontadas por Zanella (2006, p. 117):

[...] rapidez, maior alcance geográfico e em número de pessoas, reduzido custo com profissionais para coleta de dados, liberdade nas respostas e respostas uniformes. A maior desvantagem desse instrumento de coleta de dados está no número de questionários que retornam ao pesquisador. Da mesma forma, existe dificuldade com respondentes analfabetos, com a falta de compreensão de alguns participantes, já que não existe entrevistador conduzindo o instrumento.

Optamos por essa técnica por garantir o anonimato. E, além de tudo, conta-se com o registro escrito das respostas, o que nos possibilitou a catalogação das respostas para a análise dos aspectos.

O questionário utilizado nesta pesquisa teve sua estrutura pensada da seguinte forma: As 4 primeiras questões, introdutórias são subjetivas e buscam explicar aos alunos do que se trata a pesquisa, além de procurar entender um pouco mais sobre a relação dos alunos com a matemática e com a análise combinatória, enquanto que as últimas 5 questões, também abertas, envolvem a noção de contagem, pensamento combinatório e agrupamento de elementos.

As últimas cinco questões foram pensadas e construídas com base nos problemas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas – OBMEP, pelo fato de serem questões contextualizadas que visam verificar o aprendizado dos alunos a partir da segunda fase do ensino fundamental II até o final do ensino básico.

A OBMEP é um projeto nacional proposto desde 2005, voltado às escolas públicas e privadas brasileiras, no intuito de aprimorar a qualidade da educação em particular do ensino da matemática, além de detectar talentos nesta área de conhecimento. É um programa desenvolvido com recursos do Ministério da Educação (MEC) junto ao Ministério da Ciência, Tecnologia e inovações (MCTI), e executado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) com o suporte da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM). (OBMEP, 2021)

Segundo o regulamento da OBMEP (2021), este projeto foi gerado na intenção de estimular o estudo da matemática e objetiva, especificamente:

Estimular e promover o estudo da Matemática no Brasil; Contribuir para a melhoria da qualidade da educação básica, possibilitando que um maior número de alunos brasileiros possa ter acesso a material didático de qualidade; Promover a difusão da cultura matemática; identificar jovens talentos e incentivar seu ingresso em universidades, nas áreas científicas e tecnológicas; Incentivar o aperfeiçoamento dos professores das escolas públicas, contribuindo para a sua valorização profissional; contribuir para a integração

das escolas brasileiras com as universidades públicas, com os institutos de pesquisa e com as sociedades científicas; e promover a inclusão social por meio da difusão do conhecimento.” (OBMEP, 2021, p. 1 - 2)

De acordo com as normas do projeto, o seu público-alvo são estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental até último o ano do Ensino Médio. Podendo participar do projeto as escolas públicas municipais, estaduais e federais, e escolas privadas no Brasil adequadamente inscritas no MEC, assim como aos respectivos professores, escolas e secretarias de educação, todos situados em território brasileiro.

As perguntas apresentadas a seguir foram, as cinco primeiras, pensadas para buscar compreender o sujeito individualmente e qual a sua relação com a matemática e o conteúdo, e as cinco últimas, retiradas e adaptadas a partir das atividades dos portais da OBMEP, seguindo uma sequência com relação ao nível de dificuldade. Os problemas utilizam os números para abordar a noção de contagem, ordenação e codificação.

A seguir (Quadro 1), apresentamos a atividade proposta para trabalhar a análise combinatória por meio da resolução de problemas:

Quadro 1 – Questionário

Idade:

Gênero: M () F ()

Olá! Precisamos da sua ajuda para a realização desta pesquisa, que tem como objetivo analisar a eficácia da metodologia de ensino Resolução de Problemas no ensino-aprendizagem da análise combinatória. As respostas fornecidas serão de extrema importância para a conclusão deste trabalho e conseqüentemente para a educação matemática. Não existe resposta certa ou errada, apenas sua importante opinião. Garantimos ainda a confidencialidade das respostas.

- 1- Você aceita participar desta pesquisa?
- 2- Você gosta de matemática? Justifique sua resposta.
- 3- Você já estudou o conteúdo e/ou resolveu problemas matemáticos sobre análise combinatória? Se a resposta for sim, cite algum método de contagem que você conhece.
- 4- Você considera os problemas de análise combinatória difíceis? justifique sua resposta.
- 5- De quantas formas podemos dispor 5 pessoas em uma fila indiana (pessoas ou coisas colocadas uma atrás da outra)? Justifique sua resposta.
- 6- Com os algarismos 0, 2, 4 e 7, calcule a quantidade de números que podemos formar com 2 algarismos distintos. Explique como você chegou no resultado.
- 7- Escreva todas as possíveis senhas com três dígitos distintos que podem ser formadas utilizando os algarismos 1, 2 e 3. Como você chegou no resultado?
- 8- Quantos são os números pares existentes, de três algarismos? Explique o que você pensou para responder esta questão.

9- O técnico de uma equipe de vôlei precisa montar uma equipe titular para disputar um amistoso. Um time titular é composto por 6 jogadores, repartidos nas posições de: levantador, líbero, ponta esquerda e ponta direita, central e oposto. As quatro primeiras posições já foram definidas, entretanto o técnico ainda precisará escolher 1 entre 5 jogadores para ocupar a posição de central e 1 entre outros 3, para a posição de oposto. De quantas maneiras distintas ele poderá montar a equipe titular?

Fonte: Adaptação da OBMEP (2021).

A estrutura de questões abertas, foi pensada para que os alunos buscassem realmente respondê-las de forma subjetiva e para que o objetivo desta pesquisa fosse alcançado por meio da análise das respostas conscientes, por isso ao final de cada pergunta foi deixado um espaço para que explicassem e justificassem a estratégia pensada, o raciocínio, o critério e a argumentação para a solução encontrada.

Tal estratégia trouxe informações que foram primordiais para que conseguíssemos dar continuidade a pesquisa e, portanto, analisar o desenvolvimento da aprendizagem do conteúdo por meio da resolução de problemas. Adiante, serão expostos os procedimentos metodológicos que deram desenvolvimento a pesquisa.

5.4 TÉCNICA DE ANÁLISE DE DADOS

Esse momento se direcionou a análise ponderada das respostas dadas pelos estudantes ao questionário. Para tal propósito, nos baseamos na técnica de análise de conteúdo de Gil (2008). “A análise tem como objetivo organizar e resumir os dados de forma tal que possibilitem o fornecimento de respostas ao problema proposto para a investigação.” (GIL, 2008, p.156).

Além disso, buscou-se compreender os dados de tal maneira que fosse possível identificar os significados mais profundos das respostas, o que só é possível por meio da ligação entre as respostas obtidas e as discussões e proposições feitas anteriormente com a revisão bibliográfica. (GIL, 2008).

É importante frisar que o intuito desta pesquisa não é o de estabelecer generalizações quanto ao método de ensino, mas sim tentar encontrar nestes estudantes participantes aspectos que nos levem a intuir que a utilização da metodologia pode ser considerada um caminho vantajoso para ser trabalhada em sala de aula.

5.5 PERFIL DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA

Além dos aspectos gerais acerca do contexto que podem ou não influenciar a pesquisa, é importante apresentarmos as características gerais dos participantes. Dentre estas podemos citar as seguintes variáveis: quantidade de discentes participantes da pesquisa, idade e gênero.

O objetivo da referida caracterização é trazer ao leitor maior compreensão do perfil do nosso grupo de pesquisados. A pesquisa foi realizada por um total de 30 alunos, treze do gênero masculino e 17 do gênero feminino, com idade entre 16 e 18 anos.

6 APRESENTAÇÃO, ANÁLISE E DISCUSSÃO DE DADOS

Neste momento, damos início a análise das respostas obtidas na nossa investigação organizada em dois blocos e em todos tentamos relacionar as respostas com as discussões apresentadas na fundamentação teórica. Após a produção e estruturação dos dados, foram realizadas reflexões, fundamentadas em obras de alguns autores de referência, dentre eles, Polya (1995) e Van de Walle (2009), sobre os impactos gerados no processo de ensino-aprendizagem.

Segundo Morais (1999) é a análise dos dados coletados que levam a uma descrição organizada e estruturada, auxiliam a ressignificação do que se deseja comunicar, levando a um entendimento de seus significados que perpassam uma simples leitura.

Os dados foram produzidos por intermédio de registros escritos nos questionários. Para melhorar a compreensão, estruturamos a análise em dois blocos de problemas: no primeiro, criamos quadros para registrar as respostas e as respectivas justificativas dos alunos referentes aos problemas 2, 3 e 4, as respostas e explicações semelhantes foram colocadas uma única vez; no segundo, abordamos os 5 últimos cinco problemas escolhidas especificamente para verificar as vantagens e desvantagens da metodologia resolução de problemas.

6.1 BLOCO 1: PROBLEMAS 2, 3 e 4

A primeira pergunta do questionário indagou aos estudantes se aceitavam participar da pesquisa, onde todos os 30 alunos (100%) responderam que “sim”.

Exibimos no quadro a seguir a pergunta 2, algumas das respostas recebidas e suas devidas justificativas.

Quadro 2 – Respostas da questão 2

Pergunta 2 – Você gosta de matemática? Justifique sua resposta.
respostas dos alunos
A1: Não, têm muitas fórmulas e operações e é preciso utilizar muitas fórmulas para chegar a uma resposta.
A3: Sim, desde pequena me identifico com a área de exatas, gosto de chegar a um resultado concreto.
A5: Sim, acho uma coisa fascinante, mas que eu não entendo muito, porém isso é a beleza dela, ela é exata e complicada.
A7: Sim, pois gosto de números e contas.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

O intuito desta pergunta foi entender de maneira superficial a relação dos estudantes com a matemática. Dos trinta alunos, treze responderam que “sim” e justificaram falando de maneira indireta que se trata de uma ciência exata e concreta. Treze alunos responderam que “não”, justificando, de maneira geral, tratar-se de uma disciplina complicada, repleta de fórmulas e que envolve muitos cálculos e operações numéricas. Os outros quatro, disseram gostar mais ou menos, a depender do conteúdo, como afirma o aluno A14: *“depende do assunto. Pois as vezes tenho muita dificuldade”*

É interessante perceber também que os alunos A1 quanto o A7, apesar de opinarem de forma oposta a respeito de gostar ou não de matemática, acreditam que o ensino da matemática se trata basicamente da resolução de contas. Não percebendo o contexto maior, a essencialidade da matemática no mundo, ou seja, é preciso levar os alunos a resolver problemas que ultrapassem a mera aplicação de algoritmos, e os levem a entender uma matemática que faça sentido (VAN DE WALLE, 2009).

É preciso pensar numa matemática que não objetive a mera reprodução de métodos operatórios sem qualquer interesse em se compreender o processo. É preciso pensar a respeito dos efeitos que esse tipo de abordagem pode ocasionar na aprendizagem dos alunos e usar essas reflexões para nortear a prática docente. (QUEIROZ, LINS, 2011).

Exibimos no próximo quadro à pergunta 2, algumas das respostas recebidas e suas devidas justificativas.

Quadro 3 – Respostas da questão 3

Pergunta 3 – Você já estudou o conteúdo e/ou resolveu problemas matemáticos sobre análise combinatória? Se a resposta for sim, cite algum método de contagem que você conhece
respostas dos alunos
A1: Eu já estudei e resolvi, só não me lembro de tudo.
A2: Sim. O método da multiplicação ou o da árvore.
A4: Arranjo, combinação, princípio fundamental da contagem, permutação.
A9: Sim. É mais questão de lógica.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Esta questão foi concebida para tentar compreender o conhecimento prévio dos alunos em relação ao conteúdo trabalhado nas cinco últimas questões. 24 alunos afirmaram já haver estudado o conteúdo, embora, uma boa parte, não soubessem ou não se recordassem de nenhum método de contagem, 3 disseram não conhecer o conteúdo e 3 não responderam. Ainda assim,

dos alunos que disseram conhecer a análise combinatória, a maioria conseguiu citar alguns métodos como os apresentados no quadro acima, e o citado com mais frequência foi a permutação.

Talvez a permutação seja o método mais citado e/ou lembrado devido ao fato de não prescindir de uma variedade de regras. O aluno não precisa memorizar fórmulas grandes, e utilizasse apenas o raciocínio lógico quando se escolhe este método de contagem, o que ressalta a aversão dos estudantes as tão temidas fórmulas sem sentido e explicação. (QUEIROZ, LINS, 2011).

Quadro 4 – Respostas da questão 4

Pergunta 4 – Você considera os problemas de análise combinatória difíceis? justifique sua resposta
respostas dos alunos
A3: Um pouco. Requer muito raciocínio lógico.
A5: Não muito, apenas saber como usar a lógica.
A10: Sim, tudo de matemática é difícil.
A28: Não. Por ser usado a lógica.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Essa pergunta está diretamente relacionada a anterior e foi pensada com o mesmo objetivo. O que nos chamou atenção foi a justificativa que mais se repetiu entre os pesquisados. Mas de 80% dos participantes (25 alunos), afirmando achar difíceis ou não os problemas de combinatória, ressaltou ser preciso o emprego do “raciocínio lógico” para resolvê-los, embora não tenham deixado claro que “lógica” seria essa.

Acreditamos que os alunos se referem, de forma indireta, ao pensar matemático baseado em fatos concretos, verídicos e que possam ser explicados logicamente. Por isso que trabalhar situações que ensinam análise combinatória desenvolve entre outras características, o raciocínio lógico e a capacidade de argumentar matematicamente (ROCHA, 2011).

Ou seja, o mais importante é o caminho, e o que este diz a respeito de cada aluno, se esse conseguiu explicar seu pensamento após refletir sobre todas as possibilidades possíveis, é sair da zona de conforto e olhar para o que está ao redor.

Nesse sentido, as duas últimas questões (3 e 4) objetivaram conhecer um pouco dos alunos, suas limitações e habilidades quanto ao raciocínio combinatório. Pois, de acordo com a justificativa de alguns alunos a matemática refere-se à “operacionalização de números e contas” e quando se deparam com situações em que é preciso enxergar além dos números acabam por

travarem diante da exigência da utilização do raciocínio matemático lógico mediante a justificativa, dentre outras, de que é muito difícil ou para poucos privilegiados.

6.2 BLOCO 2: PROBLEMAS 5, 6, 7, 8 e 9

Neste bloco optamos por utilizar os quadros apenas para apresentar as perguntas. Na análise de cada questão foi levando em consideração os diferentes tipos de resoluções apresentadas, lembrando que assim como nas 4 primeiras, perguntas, as respostas e justificativas parecidas foram agrupadas e apresentadas uma só vez, seguida de registros feitos pelos alunos em cada tentativa de resolução e justificativa das suas respostas.

Em todos estes problemas, os estudantes precisariam, utilizar formas de contagens da análise combinatória ou tentar elencar as possibilidades, trabalhar apenas com números naturais, criar estratégias para relacionar os objetos, teriam de utilizar a noção de posicionamento, ordenação, relatividade e de números pares. Precisariam, também, se ater as condições impostas, para então interpretar a questão e traçar uma estratégia de resolução, escolhendo qual método de contagem utilizaram. A seguir apresentaremos a questão cinco.

Quadro 5 – Pergunta 5

De quantas formas podemos dispor 5 pessoas em uma fila indiana (pessoas ou coisas colocadas uma atrás da outra)? Justifique sua resposta.

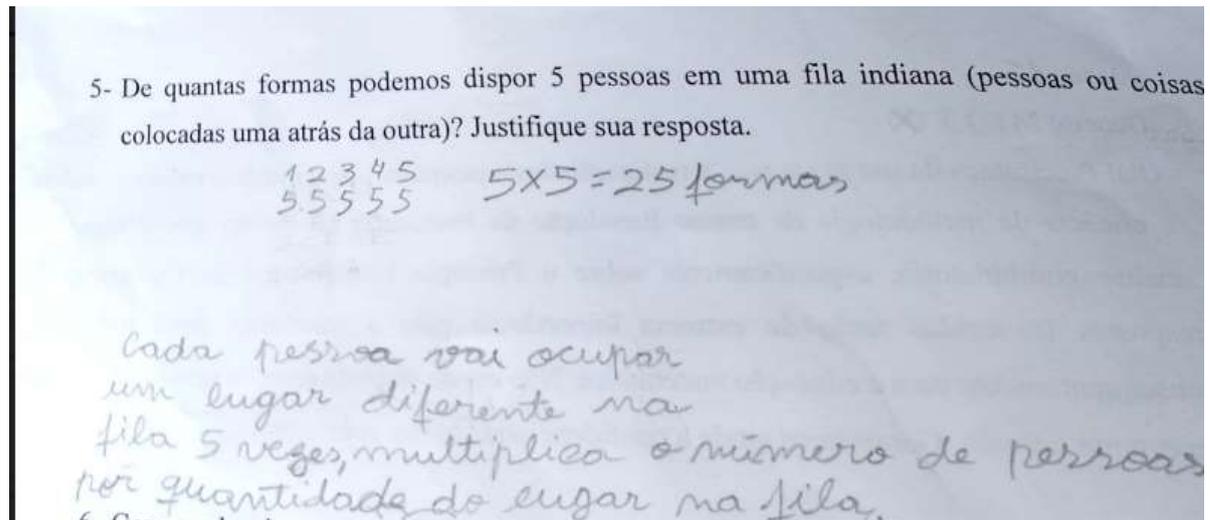
Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Dentre as resoluções apresentadas conseguimos identificar três grupos de respostas, 7 alunos responderam que eram de 5 formas diferentes, embora não tenham explicado o motivo da resposta. Uma possível explicação para a resposta é a de que os alunos associaram a o total de elementos a quantidades de formas diferentes de permuta- lós ou ainda como se esses estivessem movimentando apenas uma pessoa entres as diferentes posições.

Outros 14 de alunos chegaram à conclusão de que haviam 25 formas diferentes de formar a fila. Neste segundo grupo percebeu-se que eles buscaram analisar as possibilidades existentes, entenderam que as pessoas poderiam permutar por todos os cinco lugares, no entanto não conseguiram perceber que além disso, era preciso pensar na posição dos outros, que poderia variar 4 vezes em relação a uma pessoa fixa a um único lugar.

Abaixo será apresentado o registro do pensamento escrito do aluno A7 (Figura 1).

Figura 1 – Registro da resposta do aluno A7 do Problema 5



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

A outra resposta, apresentada por 7 alunos, foi a de que existiam 120 formas diferentes e os outros 2 disseram não saber. Embora essa seja a resposta correta, o que nos chamou atenção foi o fato deles não justificarem o método de contagem empregada, apenas alguns citaram o nome do método, segundo afirma o aluno A6: “*resolvi pelo método da permutação.*” Isso pode significar que o aluno lembra da fórmula empregada, porém não sabem justificar a sua utilização ou que para ele a fórmula por si própria já é a justificativa ou ainda que, para esse aluno, a fórmula já é auto- explicativa.

Nestes últimos dois grupos de resultados (25 e 120 formas diferentes) pode-se dizer que os alunos precisaram, interpretar, pensar nas possibilidades e escolher a estratégia que iriam empregar para resolver, alguns até conseguiram justificar o pensamento empregado. Além de, avaliar as condições apresentadas e se decidirem com base nos seus conhecimentos matemáticos. (POLYA, 1995).

E, embora alguns não tenham conseguido encontrar a resposta certa, o mais relevante é que os estudantes empregaram algum tipo de análise, organizaram e desenvolveram ativamente os conhecimentos na busca da solução. (ONUCHIC, 1999).

Dando continuidade, exibiremos a sexta questão e sua respectiva análise.

Quadro 6 – Pergunta 6

Com os algarismos 0, 2, 4 e 7, calcule a quantidade de números que podemos formar com 2 algarismos distintos. Explique como você chegou no resultado.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

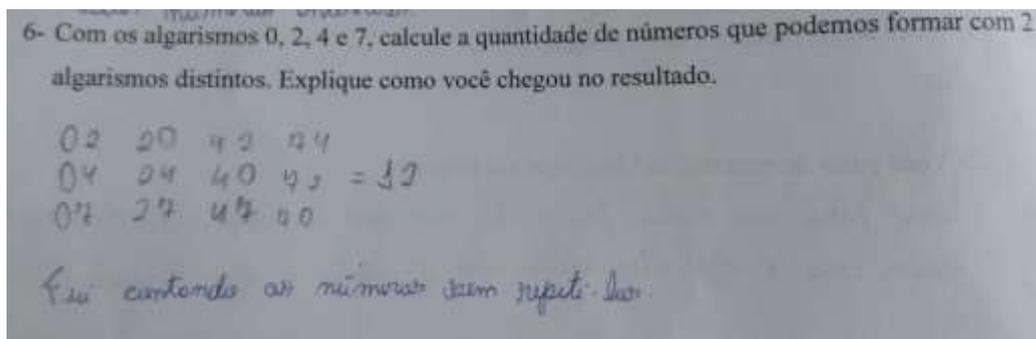
Para resolver esta questão eles precisariam se ater a restrição implícita de que o primeiro algarismo não poderia ser zero e que os números poderiam ser iguais. Ao analisarmos esta questão encontramos duas respostas diferentes apresentadas pelos estudantes.

Dentre os participantes da pesquisa, 15 alunos responderam que era possível formar 12 números diferentes e a outra resposta mais frequente, apresentada por 5 alunos, foi a de que poderiam ser formados 9 números distintos o restante dos estudantes não respondeu ou tentou elencar e permutar os algarismos entre si. Alguns optaram por resolver a questão por meio do método da permutação, mas a grande maioria, cerca de 90% dos que responderam, preferiu elencar as possibilidades.

Ao examinarmos as respostas do grupo 1 (que responderam: 9 algarismos) percebemos que estes entenderam a condição de que o primeiro algarismo não poderia ser zero, além de terem levado em consideração que os números não poderiam se repetir.

Abaixo exibiremos o registro da resposta do aluno A5 (figura 2).

Figura 2 - Registro da resposta do aluno A5 do Problema 6



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

O registro acima foi a resposta apresentada pelo grupo 2 (que responderam: 12 algarismos), e mesmo aqueles que usaram a permutação para resolver seguiram o mesmo raciocínio, dado que disseram existir quatro possibilidades para o primeiro algarismo e três para o segundo. Ou seja, esse grupo considerou o zero como possibilidade para a posição da dezena.

Assim, a utilização da metodologia Resolução de Problemas proporciona ao professor ou ao avaliador a chance de entender o raciocínio utilizado, elencar os pontos fortes e fracos, e pensar na melhor forma de intervir para que o aluno possa superar suas dificuldades.

O aluno adquiri experiência por meio da prática, no entanto, caso este não seja bem direcionado, pode ser que não desenvolva completamente suas habilidades, o professor deve saber dosar a ajuda, essa não pode ser excessiva, mais sim suficiente para assegurar o protagonismo do aluno na resolução (POLYA, 1995).

Ao se pensar a respeito das particularidades de cada aluno, podemos considerar a metodologia Resolução de Problemas é uma estratégia de ensino eficiente. Pois, agrega diretamente ao processo de construção do pensar matemático do aluno e conseqüentemente a interpretação do professor a respeito deste pensar. (VAN DE WALLE. 2009).

Continuando a análise, segue abaixo o problema 7.

Quadro 7 – pergunta 7

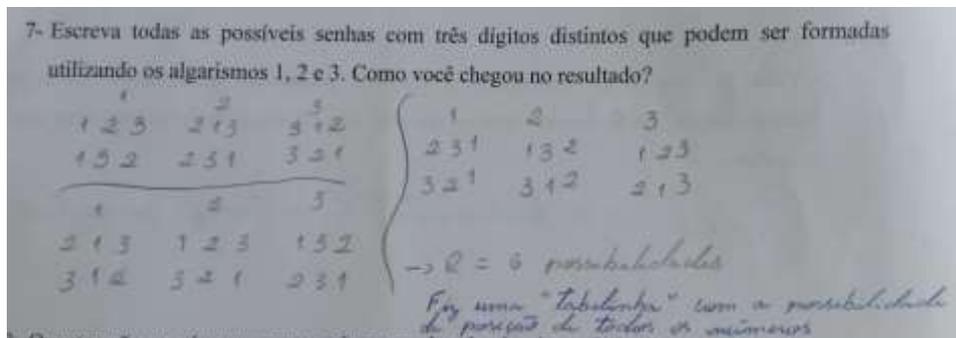
Escreva todas as possíveis senhas com três dígitos distintos que podem ser formadas utilizando os algarismos 1, 2 e 3. Como você chegou no resultado?

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Este problema foi o que mais obteve respostas corretas, quase 100% dos pesquisados responderam e acertaram, alguns utilizaram a permutação e respeitaram a condição de que os números deveriam ser distintos. Todos os, 29 alunos, que responderam esta questão optaram por enumerar a quantidade de senhas ao invés de utilizar fórmulas.

Abaixo será apresentado a resposta e a justificativa do aluno A3 (Figura 3).

Figura 3 – Registro da resposta do aluno A3 do Problema 7



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Após analisar o problema e compreender as condições o aluno catalogou todas as possibilidades. E na escolha da estratégia de resolução o aluno, provavelmente, também pensou na facilidade de testar a resposta encontrada.

É possível notar que esse repetiu as combinações por três vezes alternando a coluna formadas por algarismos iguais em cada agrupamento, no primeiro ocupando a primeira coluna, e assim sucessivamente, provavelmente, no intuito de verificar a legitimidade da resposta. (BRASIL, 1998).

Continuando, apresentaremos abaixo o problema 7.

Quadro 8 – pergunta 8

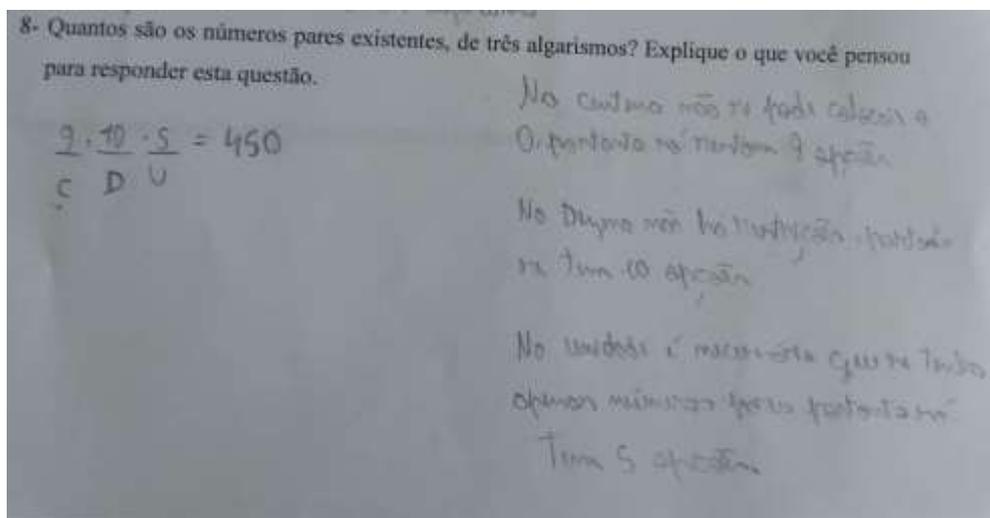
Quantos são os números pares existentes, de três algarismos? Explique o que você pensou para responder esta questão.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

O oitavo problema, a princípio, parece simples e direto, no entanto possui algumas condições, implícitas e explícitas, que devem ser respeitadas na resolução. Era preciso olhar para cada posição, centena, dezena e unidade e entender que nem todos os algarismos podem ocupar algumas das posições.

Segue abaixo a resolução do problema 8 do aluno A2 (figura 4).

Figura 4 – Registro da resposta do aluno A2 do Problema 8



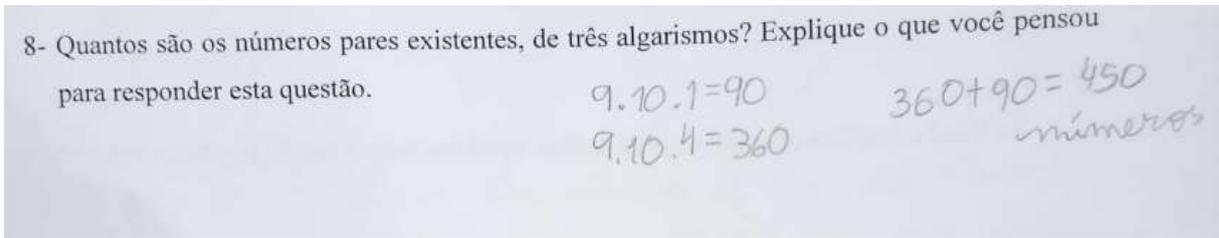
Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Na justificativa dada para a resposta do problema, o aluno A2 apresenta uma análise separada de cada posição do número. Ele analisou e entendeu que o zero não pode ocupar a posição da centena, que para a dezena não existe restrições e que para o número ser par precisa terminar com um algarismo par, ou seja, 0, 2, 4, 6 e 8.

Este aluno desenvolveu um pensamento articulado e consciente na sua resolução. Interpretou de maneira correta as condições e utilizou conhecimentos de outros eixos da matemática.

Tudo que foi citado anteriormente sugere que a resolução de problema envolve os alunos e este buscam empregar significado as ideias iniciais e articular os conceitos existentes. (VAN DE WALLE. 2009).

A segunda forma mais utilizada para responder esta questão que nos chamou bastante atenção será exibida abaixo (figura 5):

Figura 5 – Registro da resposta do aluno A7 do Problema 8

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Outra parcela dos alunos também chegou à conclusão de que existiam 450 números pares de três algarismos, no entanto o cálculo foi feito de forma parcelada e depois somado, como apresentado na imagem acima.

O que confirma outra vantagem da metodologia empregada pois, na resolução de problemas, o aluno busca por “[...] relações, analisando padrões, descobrindo que métodos funcionam e quais não funcionam e justificando resultados ou avaliando e desafiando os raciocínios dos outros, eles estão necessária e favoravelmente se engajando em um pensamento reflexivo sobre as ideias envolvidas.” (VAN DEWALLE, 2009, p. 57).

Uma explicação possível para as operações de adição separadas é a de que estes alunos possam ter ficado em dúvida se o zero é um número par e se poderia ser considerado para a posição da unidade, por isso no cálculo consideraram um número a parte, fora do grupo de 5 algarismos citados anteriormente. O que confirma novamente que umas das maiores vantagens de utilizar o método vai além de encontrar a resposta correta, o importante é analisar o caminho escolhido e o quanto este pode agregar a construção do conhecimento. (ONUCHIC, 1999).

Para finalizarmos a análise do questionário, apresentaremos adiante o problema nove.

Quadro 9 – pergunta 9

O técnico de uma equipe de vôlei precisa montar uma equipe titular para disputar um amistoso. Um time titular é composto por 6 jogadores, repartidos nas posições de: levantador, líbero, ponta esquerda e ponta direita, central e oposto. As quatro primeiras posições já foram definidas, entretanto o técnico ainda precisará escolher 1 entre 5 jogadores para ocupar a posição de central e 1 entre outros 3, para a posição de oposto. De quantas maneiras distintas ele poderá montar a equipe titular?

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

A nona questão é a mais extensa, possui muitos detalhes e informações. Assim como nos problemas anteriores dois tipos de resolução foram predominantes, 12 alunos apenas somaram a quantidade de jogadores das posições, confundindo as variáveis (posições com jogadores). E

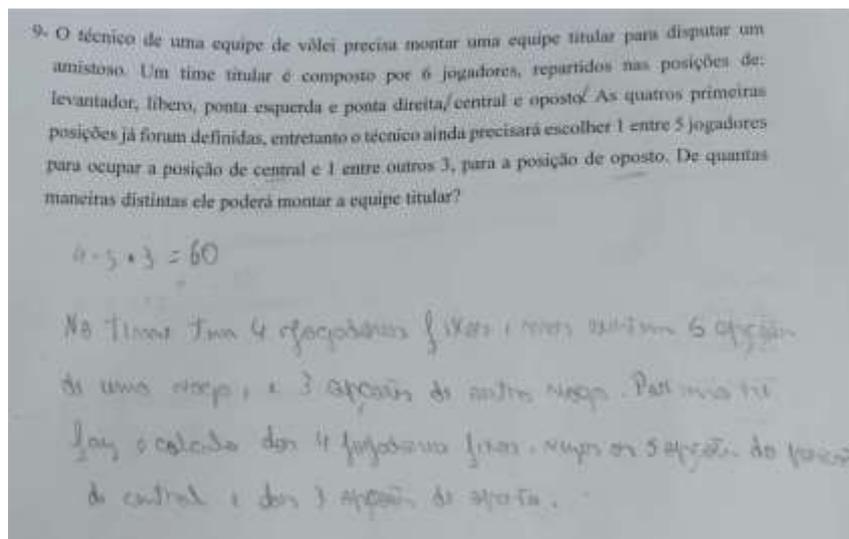
além de realizar a soma ($4+5+3 = 12$), afirmaram que “existiam 8 maneiras diferentes de formar o time.”

Talvez, ao analisar a questão, estes consideraram a variável posição com jogadores, e fixaram o número quatro, somando a quantidade que jogadores disponíveis para as posições inocupadas. Indicando que estes alunos não sabem em qual momento se deve empregar a soma ou a multiplicação.

Apenas 4 alunos entenderam que todas as posições tinham que ser ocupas ao mesmo tempo para formar o time. Assim, esses multiplicaram as opções dadas para cada posição que faltava, no entanto também confundiram as posições já ocupadas com a quantidade de jogadores que deveria ocupar uma única posição.

Abaixo exibiremos o registro da resposta do aluno A2 (figura 6).

Figura 6 – Registro da resposta do aluno A2 do Problema 9



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

É possível perceber que o nesta questão o aluno supracitado fez uma interpretação coerente dos dados fornecidos, havendo apenas um equívoco quanto aos elementos que estavam sendo relacionados. Ainda assim, é admissível afirmar que este aluno demonstrou um raciocínio combinatório coeso e conseguiu separar e ligar as informações pertinentes.

O nono problema foi o que menos obteve resposta, talvez por ser mais ampla e por trazer muitas informações ao mesmo tempo. Podemos concluir que a maioria dos alunos recuam ao encontra problemas contextualizadas ou extensos, e para trabalhar o receio destes estudantes a metodologia Resolução de Problemas é uma estratégia pertinente, através da qual pode ser trabalhada a ideia de que um “problema” de fato não é um exercício em que o aluno aplica automaticamente um conjunto de fórmulas e operações. Já que, conforme citado pelo PCN de

matemática: “[...] Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada.” (BRASIL, 1998, p.40).

Com base nas considerações anteriores, podemos afirmar que a metodologia despertou o senso crítico dos estudantes, que buscaram, de maneira consciente, analisar o problema e estrutura o pensamento a respeito dos conceitos matemáticos envolvidos. Os resultados analisados nesta pesquisa vão ao encontro do que diz POLYA (1995), que o método de resolver problemas pode sim ser visto como técnica eficiente para o desenvolvimento do raciocínio matemático, haja vista que, de modo geral, os estudantes demonstraram o desejo de buscar racionalmente por algum procedimento ou conjunto de operações para solucionar o que era proposto.

Logo, acreditamos que, através dessa proposta de ensino, os estudantes tiveram a oportunidade de desenvolver questionamentos, estimular o raciocínio e legitimar suas respostas, viabilizando uma construção de conhecimento matemático que ultrapassa a repetição de técnicas prontas previamente mostrado pelo professor.

Findada a discussão dos resultados produzidos por meio do questionário, nos dispusemos a conclusão do trabalho, na qual compomos as principais considerações a respeito da pesquisa realizada.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve início devido a nossa vontade em analisar a metodologia de ensino de Resolução de Problemas como um método eficiente para introduzir a atividade, ajudar a aperfeiçoar as qualidades e superar os limites dos alunos e, além de, direcionar o trabalho docente. Todo o caminho percorrido até aqui foi pensado no intuito de responder o objetivo principal da melhor forma possível.

A reflexão teórica realizada no decorrer da pesquisa se decompõe em dois momentos centrais: a conceituação da Resolução de problemas na qualidade de método de ensino, onde pudemos agregar ao nosso estudo as reflexões fundamentais a respeito do tema, levantadas nas bibliografias, assim como compreender como a temática é abordada nos documentos oficiais de orientação do ensino e aprendizagem do país; e para finalizar buscamos material teórico que nos permitisse entender como vem sendo vista e abordada a metodologia na prática e quais os resultados apresentados em contexto geral, uma vez que a prática docente exige uma variedade de estratégias dado que, devido a mudança constante de cenário, as adaptações são inevitáveis e acrescentam benefícios ilimitados ao processo de ensino-aprendizagem.

O caminho traçado nos fez pensar a respeito da complexidade da prática docente, e como o caminho percorrido por professores e estudantes é incerto e mutável. No qual não cabe a ideia de professor reprodutor de um único modelo de ensino que não considere as diferenças e singularidades existentes. O ensino da matemática poderia ser direcionado a desenvolver o potencial máximo de cada estudante, a prepará-lo não só para o mundo do trabalho, mas também para o exercício dos direitos e deveres.

E ainda, precisa voltar-se para mudar a visão generalizada dos alunos a respeito da matemática como ciência focada no repasse de técnicas formais e generalizadas, e passar a dar destaque ao desenvolvimento do pensamento matemático lógico.

Assim, conseguimos identificar que por meio da atividade aplicada os alunos conseguiram pensar e apresentar os conhecimentos a respeito da análise combinatória, à medida que estes conseguiram trazer à tona as técnicas de contagem. Além disso, sempre que possível optaram por utilizar o raciocínio lógico, deixando de lado as fórmulas, o que sugere que estes procuraram interligar os diferentes conhecimentos desenvolvidos ao longo dos anos.

A partir da análise das respostas, pudemos identificar e compreender o raciocínio empregado na resolução. À medida que eles procuravam justificar a resolução faziam ligações entre conhecimentos distintos, estruturar, verificar e validar o pensamento. Permitiu que os

estudantes refletissem acerca das diferentes possibilidades e buscassem solucionar o problema coerentemente.

Assim, esta metodologia aliada a outras estratégias pode sim acrescentar a construção do conhecimento por parte dos alunos, e estes, quando bem direcionados são levados a desenvolver habilidades e competências pretendidas pelos documentos oficiais que buscam orientar o processo de ensino.

Para tal, é preciso que durante a formação e ao longo da prática docente os professores procurem conhecer não apenas esse método, mais todas as tendências de ensino já utilizadas ou ainda em pesquisa, com o objetivo de se tornarem mais preparados para atuar e fazer a diferença.

Para concluir o nosso estudo, entendemos ser relevante pontuar que a investigação não tem aqui. Visamos, a partir deste trabalho, viabilizar análise para os futuros docentes, bem como para aqueles já atuantes e inspirar novas pesquisas que almeje a junção do aluno ao processo contínuo de construção cognitiva. Entendo que só por meio destes estudos e reflexões poderemos fazer a diferença na educação e no futuro dos estudantes.

REFERÊNCIAS

LIMA, A. P. B.; BORBA, R.; DE SOUZA, R. E. **Reconhecendo o princípio fundamental da contagem como estratégia na resolução de problemas combinatórios**. Educação Matemática Pesquisa, v. 17, n. 4, p. 694-714, 2015.

BARBOZA, M. O. **técnicas de contagem para a resolução de problemas de análise combinatória envolvendo soma de produtos**. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática**. 1ª a 4ª série. Brasília: Secretaria de Ensino Fundamental, 1997.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica**. Brasília: MEC/SEB/DICEI, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CARVALHO, D. L. **Metodologia do ensino da matemática**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1994. (Coleção Magistério).

CHACÓN, I. M. G. **Matemática Emocional – os afetos na aprendizagem matemática**. Tradução de D. V. Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2003.

DE SOUZA, Emília Isabel Rabelo; MAGINA, Sandra Maria Pinto. **Estrutura multiplicativa: o tipo de situação-problema que o professor dos anos finais do ensino fundamental elabora**. Matemática: Ciência e Aplicações, p. 86, 2016.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 2001.

GERHARDT, T. E.; SILVEIRA, D. T. **Métodos de pesquisa**. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. Editora Atlas SA, 2008.

LIMA, F. A. **Análise combinatória, raciocínio lógico e a resolução de problemas**. 2013.

LIMA, E.; CARVALHO, P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. (2006). **Temas e problemas elementares**. Sociedade Brasileira de Matemática - SBM, 12 ed. Rio de Janeiro.

LIMA, A. P. B.; BORBA, R.; DE SOUZA, R. E. **Reconhecendo o Princípio Fundamental da Contagem como estratégia na resolução de problemas combinatórios recognizing the fundamental counting principle as a strategy in the resolution of combinatorial problems**. Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, v. 17, n. 4, p. 694-714, 2015.

LIMA, A. P. B. **Princípio Fundamental da Contagem: conhecimentos de professores de Matemática sobre seu uso na resolução de situações Combinatórias**. 2015. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco.

MAXIMINIANO, Antônio Cesar Amaru. **Fundamentos de Administração: manual compacto para as disciplinas TGA e introdução à administração**. São Paulo: Atlas, 2009.

MORAES, R. **Análise de conteúdo**. Revista Educação, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32, 1999.

NASCIMENTO, C. S. **A utilização do princípio fundamental da contagem para a resolução de problemas combinatórios no 2º ano do ensino médio**. 2018.

OBMEP, **Apresentação**. Disponível em: www.obmep.org.br/apresentação. Acesso em: 27 de março de 2022.

OBMEP, **Regulamento 2021**. Disponível em: www.obmep.org.br/regulamento. Acesso em 27 de março de 2022.

OBMEP, **Banco de questões**. Disponível em: www.obmep.org.br/bancodequestões. Acesso em 10 de abril de 2022.

OBMEP, **Portal clubes de matemática**. Disponível em: www.obmep.org.br/portclubesdematematica. Acesso em 10 de abril de 2022.

OBMEP, **Portal da OBMEP**. Disponível em: www.obmep.org.br/portaldaoemep. Acesso em 10 de abril de 2022.

O que são e para que servem as diretrizes curriculares? **Todos Pela Educação**, 2018. Disponível em: <https://todospelaeducacao.org.br/noticias/o-que-sao-e-para-que-servem-as-diretrizes-curriculares/#:~:text=As%20Diretrizes%20Curriculares%20Nacionais%20s%C3%A3o,avalia%C3%A7%C3%A3o%20de%20suas%20propostas%20pedag%C3%B3gicas.> Acesso em: 6 abr. 2022.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, p. 199-218, 1999.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. Bolema-Mathematics Education Bulletin, p. 73-98, 2011.

Pessoa, C., & Borba, R. (2009). **Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série**. *Zetetike*, 17(1). <https://doi.org/10.20396/zet.v17i31.8646726>

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

QUEIROZ, S. M. **Procedimentos teóricos para a resolução de problemas matemáticos**.

Educon, Aracaju, Volume 08, n. 01, p.2-9, 2014.

QUEIROZ, S.; LINS, M. **A Aprendizagem de Matemática por Alunos Adolescentes na Modalidade Educação de Jovens e Adultos: analisando as dificuldades na resolução de problemas de estrutura aditiva.** Boletim de Educação Matemática, v. 24, n. 38, p. 75-96, 2011.

ROCHA, C. A. **Formação docente e o ensino de problemas combinatórios: diversos olhares, diferentes conhecimentos.** 2011. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Pernambuco.

RODRIGUES, P.; DALLA, A.; TEIXEIRA, B. R. **Análise Combinatória e Resolução de Problemas: uma experiência em um contexto de Estágio Supervisionado.** Revista Paranaense de Educação Matemática, v. 2, n. 2, p. 203-229, 2013.

ROMANATTO, M. C. **Resolução de problemas nas aulas de Matemática.** Revista Eletrônica de Educação, v. 6, n. 1, p. 299-311, 2012.

SEVERINO, A. J. 1941 - **Metodologia do Trabalho Científico** / Antônio Joaquim Severino. - 23. Ed. Ver. E atual. - São Paulo: Cortez, 2007.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental-: Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula.** Penso Editora, 2009.

VERGNAUD, G. **Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas.** *Análise Psicológica*, n. 1, p. 75-90, 1986.

ZANELLA, L. C. H. **Metodologia da pesquisa.** Florianópolis: SEAD/UFSC, 2006.