



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

JOSÉ MATHEUS DOMINGOS DE LIRA ANDRADE

ANÁLISE COMPUTACIONAL DO FLUXO ATRAVÉS DO BOCAL DE FOGUETE

Recife

2022

JOSÉ MATHEUS DOMINGOS DE LIRA ANDRADE

ANÁLISE COMPUTACIONAL DO FLUXO ATRAVÉS DO BOCAL DE FOGUETE

Monografia submetida ao Departamento de Engenharia Mecânica, da Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, para conclusão do curso de Graduação em Engenharia Mecânica

Orientador(a): MARCUS COSTA DE ARAÚJO

Recife

2022

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do programa de geração automática do SIB/UFPE

Andrade, José Matheus Domingos de Lira.

Análise computacional do fluxo através de bocal de foguete / José
Matheus Domingos de Lira Andrade. - Recife, 2022.
48p : il., tab.

Orientador(a): Marcus Costa de Araújo

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade Federal de
Pernambuco, Centro de Tecnologia e Geociências, Engenharia Mecânica -
Bacharelado, 2022.

1. Foguetes. 2. Bocais de foguete. 3. Termodinâmica dos foguetes. 4.
Simulação. 5. Fluido-dinâmica computacional. I. Araújo, Marcus Costa de.
(Orientação). II. Título.

620 CDD (22.ed.)

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiro à minha mãe, Maria Helena por todo seu esforço e zelo em minha criação, buscando sempre dar-me as melhores condições e oportunidades possíveis.

Agradeço à minha noiva, Mariana pelo seu apoio, companheirismo, parceria, e por me estimular a ser sempre alguém melhor.

Agradeço à Rafael Sivini pelas oportunidades, apoio e suporte na reta final da graduação.

Por fim, agradeço também aos Professores por todo o conteúdo, experiência e conhecimentos passados.

“A falha é o centro da engenharia. Todo cálculo que um engenheiro realiza é um cálculo de falha. Engenharia de sucesso é entender como as coisas quebram ou falham.”
(Autor: Henry Petroski)

RESUMO

Embora usados de forma limitada desde o século 10 d.C., os foguetes e a ciência por trás de seu funcionamento só foi realmente compreendida no século 20, quando seu desenvolvimento foi acelerado, culminando na corrida espacial e na era moderna, onde satélites lançados por foguetes são vitais para o funcionamento da sociedade. Devido a sua complexidade e baixas tolerâncias de fabricação, o desenvolvimento dos foguetes é extremamente caro, visto que mesmo modificações simples no *design* podem causar efeitos em cascata em seu funcionamento, e por isso precisam ser extensivamente testadas. O avanço das simulações computacionais, com uma crescente capacidade de incluir cada vez mais fatores nas análises oferece, portanto, uma oportunidade única: simular os efeitos decorrentes de modificações geométricas ou paramétricas do foguete, analisando seu impacto no veículo como um todo, reduzindo drasticamente a necessidade de fabricação de protótipos. Este trabalho busca, portanto, aplicar as simulações no estudo dos bocais, sua geometria e seus parâmetros, como temperatura e pressão de combustão, avaliando o comportamento do fluxo dos gases de exaustão com a variação destes e comparar os resultados obtidos com a literatura.

Palavras-chaves: foguetes, bocais de foguete, termodinâmica dos foguetes, simulação, fluido-dinâmica computacional.

ABSTRACT

Although in limited use since the 10th century AD, rockets and the science behind how they work was only really understood in the 20th century, when their development accelerated, culminating in the space race and the modern era, where satellites launched by rockets are vital to the functioning of society. Due to their complexity and low manufacturing tolerances, rocket development is extremely expensive, as even simple modifications to the design can cause cascading effects on their operation, and therefore need to be extensively tested. The advancement of computer simulations, with an increasing ability to include more and more factors in the analysis therefore offers a unique opportunity: simulate the effects resulting from geometric or parametric modifications of the rocket, analyzing their impact on the vehicle as a whole, drastically reducing the need to manufacture prototypes. This work seeks, therefore, to apply simulations to the study of nozzles, their geometry and their parameters, such as combustion temperature and pressure, evaluating how the exhaust gas flow behaves with variation of those parameters and comparing the results with what is expected from literature.

Key-words: rockets, rocket nozzles, rocket thermodynamics, simulation, computational fluid dynamics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ilustração da Eolípila.	12
Figura 2 – Funcionamento básico de um foguete de combustível líquido.	16
Figura 3 – Variação da velocidade final do foguete a partir da razão de massa e da velocidade de exaustão.	17
Figura 4 – Variação da velocidade de exaustão com a variação da razão de pressão.	19
Figura 5 – Geometria interna de um foguete.	21
Figura 6 – Geometria usada na maior parte deste trabalho.	28
Figura 7 – Malha usada na maior parte deste trabalho.	28
Figura 8 – Condições de contorno usadas neste trabalho.	28
Figura 9 – Contorno de número de Mach para a malha A.	30
Figura 10 – Contorno de número de Mach para a malha C.	31
Figura 11 – Contorno de número de Mach para a malha F.	31
Figura 12 – Contorno de número de Mach para o Caso A.	32
Figura 13 – Contorno de número de Mach para o Caso B.	33
Figura 14 – Contorno de número de Mach para o Caso C.	33
Figura 15 – Contorno temperaturas para o caso A.	34
Figura 16 – Contorno de número de Mach para o Caso E.	35
Figura 17 – Contorno de temperaturas para o Caso E.	35
Figura 18 – Gráfico de temperatura ao longo do bocal para o estudo 3.	36
Figura 19 – Contorno de número de Mach para o Caso A.	37
Figura 20 – Contorno de número de Mach para o Caso B.	38
Figura 21 – Contorno de número de Mach para o Caso C.	38
Figura 22 – Contorno de número de Mach para o Caso D.	39
Figura 23 – Contorno de número de Mach para o Caso A.	40
Figura 24 – Contorno de número de Mach para o Caso B.	41
Figura 25 – Contorno de número de Mach para o Caso C.	41
Figura 26 – Contorno de número de Mach para o Caso D.	42
Figura 27 – Tipos de <i>shock</i> durante o desligamento de um motor LE-7.	42
Figura 28 – Gráfico de número de Mach ao longo do eixo central do bocal.	43
Figura 29 – Contorno de número de Mach para o Caso A.	44
Figura 30 – Contorno de número de Mach para o Caso B.	45
Figura 31 – Contorno de número de Mach para o Caso C.	45
Figura 32 – Contorno de número de Mach para o Caso D.	46
Figura 33 – Contorno de número de Mach para o Caso E.	46

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Testes de convergência de malha	30
Tabela 2 – Testes de diâmetro hidráulico	32
Tabela 3 – Testes de temperatura da câmara de combustão	34
Tabela 4 – Testes de modelo de viscosidade	37
Tabela 5 – Testes de massa molar e pressão de combustão	40
Tabela 6 – Testes de geometria	44

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

NASA	Agência Espacial Norte-americana
JAXA	Agência Espacial Japonesa
CO ₂	Dióxido de carbono
CH ₄	Metano

LISTA DE SÍMBOLOS

V_e	Velocidade de exaustão	m/s
M_i	Massa inicial do foguete com o propelente	kg
C_p	Calor específico à pressão constante	J/kgK
T_c	Temperatura da câmara de combustão	K
T_e	Temperatura na exaustão do bocal	K
K	Razão entre os calores específicos	
R	Constante universal dos gases ideais	$J/molK$
M_0	Massa molar do propelente	g/mol
P_e	Pressão na exaustão do bocal	kPa
P_c	Pressão da câmara de combustão	kPa
A_e	Área de exaustão do bocal	m^2
I_{sp}	Impulso específico	s
A_t	Área da garganta	m^2
β	Meio-ângulo do bocal convergente	$^\circ$
θ	Meio-ângulo do bocal divergente	$^\circ$
a_0	velocidade do som de um fluido	m/s
$M_\#$	Número de Mach	
ϵ	Coeficiente de expansão do bocal	
L^*	Comprimento de mistura	m

SUMÁRIO

1	Introdução	12
1.1	Objetivos	14
1.2	Organização do presente trabalho	14
2	Fundamentação Teórica	16
2.1	Funcionamento Básico dos foguetes	16
2.2	Termodinâmica dos foguetes	17
2.2.1	<i>Velocidade de exaustão</i>	17
2.2.2	<i>Impulso</i>	19
2.2.3	<i>Impulso específico</i>	20
2.2.4	<i>Fluxo de massa</i>	20
2.3	Geometria do bocal	21
2.3.1	<i>Fluxo supersônico e número de Mach</i>	22
2.3.2	<i>Coeficiente de expansão do bocal</i>	22
2.3.3	<i>Determinação da geometria de um bocal cônico</i>	23
2.3.4	<i>Bocal de sino</i>	24
3	Revisão bibliográfica	25
4	Metodologia	27
5	Resultados e discussões	30
5.1	Estudo 1: Convergência de malha	30
5.2	Estudo 2: Influência do diâmetro hidráulico	32
5.3	Estudo 3: Influência da temperatura de entrada	34
5.4	Estudo 4: Influência do modelo de viscosidade	36
5.5	Estudo 5: Influência da massa molar e pressão de combustão	40
5.6	Estudo 6: Influência da geometria	43
6	Conclusões	47
	Referências Bibliográficas	48

1 INTRODUÇÃO

Os foguetes podem ter seu funcionamento resumido na terceira lei de Newton: ao expelir um gás em alta velocidade, o foguete é acelerado na direção oposta ao jato, e por isso são também chamados de "máquinas de reação". Um dos primeiros registros de uma máquina seguindo esse princípio foi a Eolípila, criada pelo Inventor grego Heron de Alexandria, no século 1 a.C., consistindo de um reservatório de água conectada a uma esfera com dois tubos de saída em sentidos contrários, por onde o vapor resultante do aquecimento da água era expelido, fazendo a esfera girar em torno de um eixo (TAYLOR, 2009).

Figura 1 – Ilustração da Eolípila.



Fonte: Taylor (2009)

Os primeiros foguetes foram criados na China, propelidos através da pólvora e inicialmente usados como fogos de artifício, embora sua data de origem seja contestada. O primeiro relato confiável sobre a fabricação de pólvora veio de um livro Taoista do século 9 d.C., e a partir do século subsequente os foguetes passaram a ser amplamente utilizados como arma de guerra na China. Na Europa, os foguetes viram seu primeiro uso no século 14. Nos séculos 17 e 18, a teoria por trás do funcionamento destas

máquinas foi explorada por cientistas como Isaac Newton, Leonhard Euler e Daniel Bernoulli. O século 19 viu essa maior compreensão acerca de seu funcionamento aplicada à utilização de foguetes nos diversos conflitos da época, incluindo as guerras Napoleônicas e a guerra Russo-Turca de 1877-1878 (TAYLOR, 2009).

Foi no século 20 que a ciência de foguetes moderna se estabeleceu, a partir do trabalho de Konstantin Tsiolkovsky, um professor de matemática russo, que escreveu sobre viagens espaciais, satélites artificiais, velocidade de escape e até mesmo derivou a chamada "Equação do foguete", que será mais explorada neste trabalho (TURNER, 2009). A influência de Tsiolkovsky resultou no aumento explosivo do interesse sobre o tema, especialmente na Rússia, Alemanha e Estados Unidos. Em 1931, o primeiro foguete de combustível líquido foi lançado na Alemanha, e dois anos depois, um foguete com motores à combustível sólido e líquido foi lançado na Rússia. Em 1937, as diversas sociedades de foguetes alemãs foram tomadas pelo governo, acelerando o passo do desenvolvimento aplicado ao uso militar, incluindo sistemas de orientação. Após a segunda guerra mundial, muitos dos cientistas alemães foram alistados pelos Estados Unidos e União Soviética, e o desenvolvimento de foguetes precisos e poderosos foi um ponto chave da guerra fria e da corrida espacial. Em 1957 o primeiro satélite artificial foi lançado, e em novembro do mesmo ano a cadela Laika, a bordo do satélite *Sputnik* foi o primeiro animal a ir para o espaço. Vários satélites foram lançados pelos soviéticos e americanos, realizando experimentos científicos e necessitando de foguetes cada vez mais poderosos. Em 1961, o primeiro homem, Yuri Gagarin, foi ao espaço, e em 1969, a agência espacial americana, NASA, levou o homem à lua (TAYLOR, 2009).

Os foguetes são vitais para a sociedade moderna, responsáveis por lançar diversos satélites de comunicação, geolocalização, monitoramento climático, assim como diversos satélites militares. O foco do desenvolvimento está não mais em foguetes mais potentes, e sim mais eficientes, buscando um custo de lançamento cada vez menor, bem como a capacidade de reutilização dos veículos. Como máquinas altamente complexas, os foguetes têm um custo de desenvolvimento, fabricação e operação bastante elevado, com tolerâncias de fabricação extremamente apertadas e margens de erro praticamente inexistentes. Um dos principais fatores de custo está na necessidade de testar fisicamente os protótipos a cada modificação no projeto, buscando garantir que fatores não previstos nos modelos matemáticos não resultem em um foguete instável ou falho.

As simulações computacionais, cada vez mais poderosas e capazes de avaliar mais fatores são, assim, uma ferramenta muito útil no desenvolvimento dos foguetes. A agência espacial Japonesa, JAXA, já as usa para desenvolver soluções e melhorias para os

seus veículos (TAKEISHI *et al.*, 2017), evitando a necessidade de construir dezenas de protótipos durante a resolução de algum problema apresentado. Desta forma, as simulações podem ser usadas para avaliar os efeitos da variação de parâmetros de funcionamento, da geometria e do combustível usado.

1.1 Objetivos

O objetivo geral do presente trabalho é desenvolver o conhecimento teórico necessário para realizar simulações computacionais acerca dos motores de foguetes, seus parâmetros de funcionamento, geometria e critérios de performance. Além disso, busca-se comparar o resultados encontrados com aqueles esperados a partir da teoria e de outros trabalhos da área.

Objetivos específicos

Como objetivos específicos, pode-se citar:

- Desenvolver o conhecimento sobre os foguetes, seu funcionamento, parâmetros influentes como temperatura e pressão, e sua geometria.
- Elaborar metodologia para simulação computacional de fluxo supersônico, incluindo parâmetros de malha, superfícies de controle, e os efeitos das propriedades termodinâmicas do fluido.
- Comparar resultados obtidos através das simulações com os esperados a partir da teoria, tanto quantitativamente para parâmetros como o número de Mach, quanto qualitativamente, como o comportamento dos gradientes de velocidade e pressão.

1.2 Organização do presente trabalho

Além deste capítulo introdutório, esta monografia é composta por mais 5 capítulos, descritos a seguir.

- No Capítulo 2 é apresentada uma fundamentação teórica a respeito do funcionamento dos foguetes, sua termodinâmica e geometria;
- No Capítulo 3 é apresentada uma revisão da literatura com relação ao uso de simulações computacionais de foguetes, assim como seu desenvolvimento técnico e influências da geometria sobre o fluxo dos gases de exaustão;

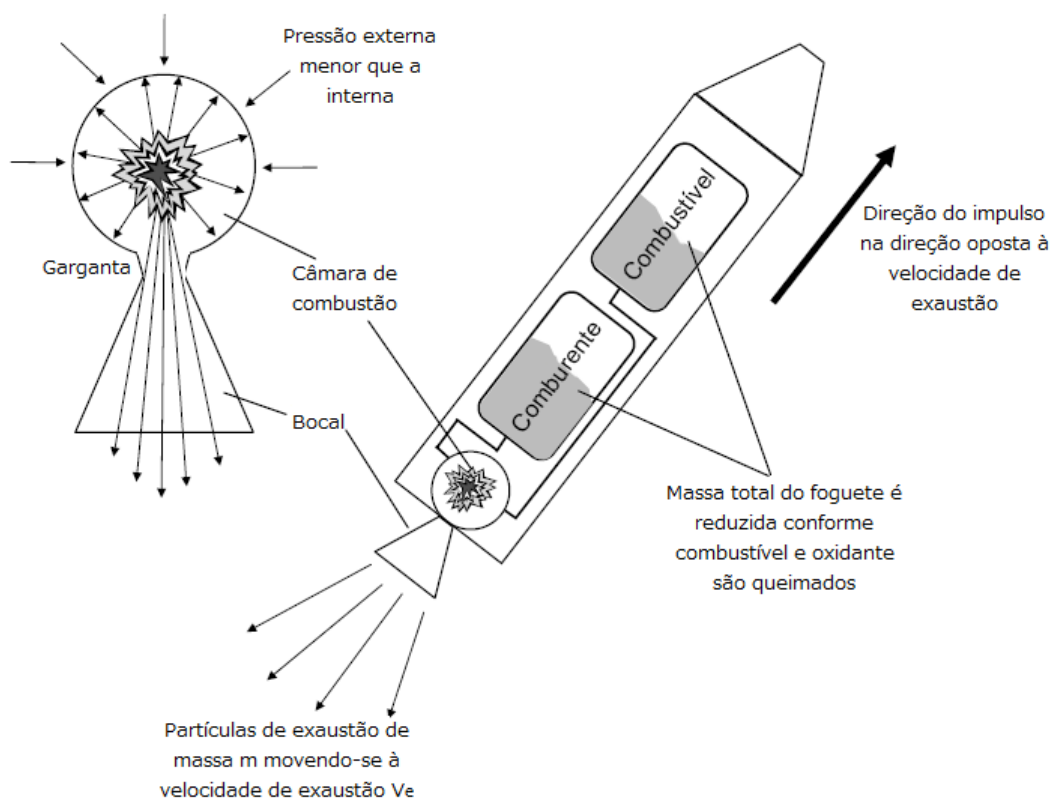
- O Capítulo 4 exibe a metodologia adotada para a execução deste trabalho;
- No Capítulo 5 são exibidos os resultados obtidos a partir das abordagens tratadas no Capítulo 4;
- No Capítulo 6 são apresentadas as conclusões extraídas do presente trabalho e apontadas sugestões para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Funcionamento Básico dos foguetes

O funcionamento dos foguetes pode ser visto, de forma simplificada, como aquele de uma máquina de reação, onde o momento da exaustão de um jato de gás gera uma força reativa no foguete, na direção contrária àquela do jato (TURNER, 2009). O jato de gás é resultado de uma queima, na câmara de combustão, entre um combustível, geralmente hidrogênio líquido ou querosene, com um oxidante, geralmente oxigênio líquido, para os foguetes de combustível líquido, relevantes para este trabalho. Os gases provenientes dessa queima são então acelerados e expandidos através do bocal, sendo a força proveniente desta expansão a responsável por acelerar o foguete. A Figura 2 ilustra o funcionamento básico.

Figura 2 – Funcionamento básico de um foguete de combustível líquido..



Fonte: Taylor (2009)

A partir da terceira lei de Newton é possível definir a força de aceleração, diretamente proporcional ao fluxo de massa e sua velocidade de exaustão, também chamada de impulso. A velocidade de exaustão do jato depende do tipo de combustível usado, das condições termodinâmicas da câmara de combustão e da geometria do bocal, sendo

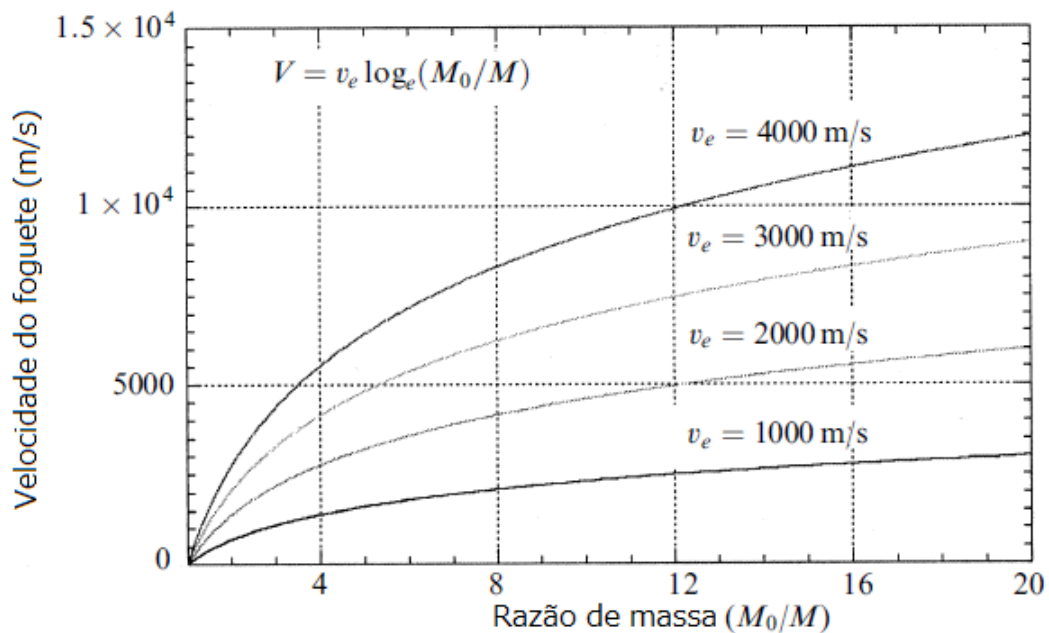
assim relativamente invariável. Assim, faz-se necessário um alto fluxo de massa para obter um impulso útil para a propulsão, implicando no fato que a massa de um foguete varia significativamente durante seu voo (TAYLOR, 2009).

Com base nisso, o matemático russo Tsiolkovsky publicou, em 1903, a equação conhecida como "Equação do foguete", derivada a partir da segunda lei de Newton (TURNER, 2009):

$$V = V_e \ln\left(\frac{M_i}{M}\right) \quad (2.1)$$

onde V_e é a velocidade de exaustão dos gases, M_i é a massa inicial do foguete, ou seja, a massa do equipamento junto com a massa do combustível, e M é a massa do foguete sem combustível. Definindo R como a razão de massa entre M_i e M , pode-se afirmar que a velocidade final de um foguete depende apenas dessa razão e da velocidade de exaustão dos gases, independentemente do impulso, ou seja, da aceleração.

Figura 3 – Variação da velocidade final do foguete a partir da razão de massa e da velocidade de exaustão.



Fonte: Turner (2009)

2.2 Termodinâmica dos foguetes

2.2.1 Velocidade de exaustão

Como visto na seção anterior, a velocidade de exaustão dos gases V_e é o principal parâmetro de um foguete, e além de determinar a velocidade final do veículo, exerce

também grande influência sobre o impulso do mesmo. Esta depende, principalmente, das propriedades moleculares e químicas do propelente, assim como da taxa de expansão do bocal e da contra-pressão gerada pela presença ou não de pressão atmosférica (TURNER, 2009).

Partindo das suposições de escoamento isentrópico, regime permanente e considerando que todo o fornecimento de calor aos gases ocorre na câmara de combustão, é possível realizar o balanço de energia entre a saída da câmara de combustão e a saída do bocal, obtendo a seguinte equação (TURNER, 2009):

$$V_e^2 = 2C_p T_c \left(1 - \frac{T_e}{T_c}\right)$$

onde C_p é o calor específico à pressão constante, T_c é a temperatura do gás na câmara de combustão e T_e é a temperatura do gás na saída do bocal. Considerando os gases de exaustão como gás ideal, temos:

$$C_p = \frac{K}{K-1} \frac{R}{M_0}$$

e

$$\frac{T_e}{T_c} = \left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{K-1}{K}}$$

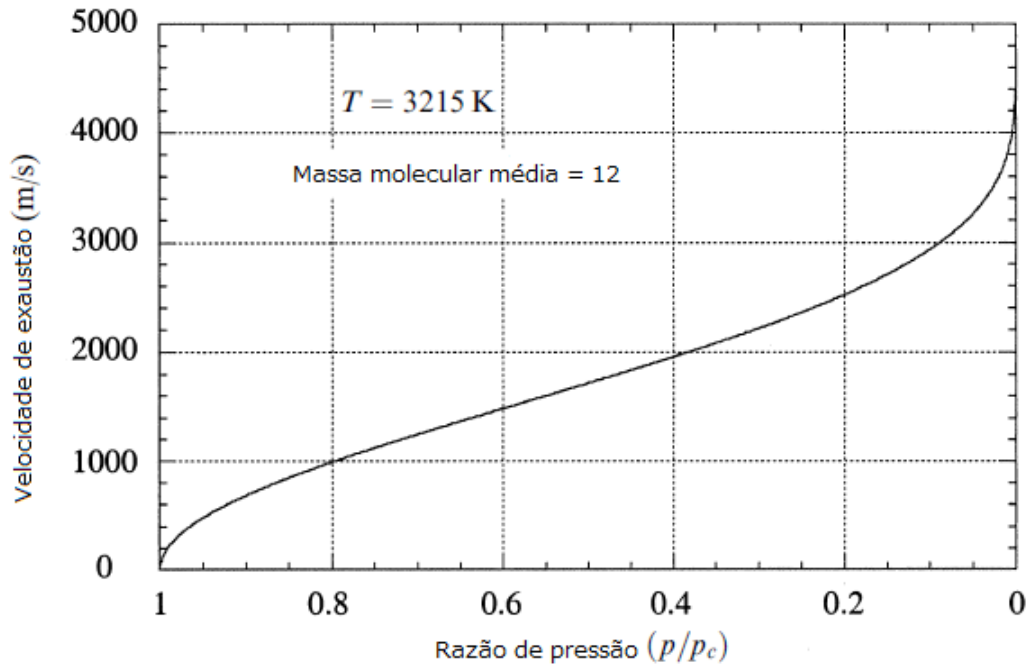
onde K é a razão entre os calores específicos à pressão e volume constantes, R é a constante universal dos gases, M_0 é a massa molar do propelente, P_e é a pressão na saída do bocal e P_c é a pressão na saída da câmara de combustão.

Substituindo essas duas equações na equação inicial obtêm-se a equação completa para a velocidade de exaustão dos gases, explicitando que a mesma depende apenas das propriedades moleculares e das características da câmara de exaustão e do bocal:

$$V_e = \sqrt{\frac{2K}{K-1} \frac{RT_c}{M_0} \left(1 - \left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{K-1}{K}}\right)} \quad (2.2)$$

A Figura 4 mostra como a velocidade de exaustão dos gases varia com a variação da razão de pressão, mantendo a temperatura da câmara de combustão e a massa molar constantes. É nítido que quanto menor a pressão de saída, mais eficiente será o foguete, ou seja, um foguete projetado e otimizado para propulsão no vácuo atingirá

Figura 4 – Variação da velocidade de exaustão com a variação da razão de pressão.



Fonte: Turner (2009)

uma maior velocidade final, todos os outros fatores mantendo-se iguais, do que um foguete otimizado para propulsão atmosférica.

2.2.2 Impulso

Como citado anteriormente, impulso é a força efetiva de propulsão do foguete, gerada pela reação dos gases de exaustão com as paredes do bocal, estando diretamente ligado à aceleração do foguete e, conseqüentemente, apresenta vital importância para qualquer lançamento realizado em um planeta, visto que o impulso deve ser maior que a força decorrente da gravidade para um lançamento vertical. Derivando a equação do momento linear e considerando a conservação do momento entre o foguete e seu propelente liberado, obtém-se a seguinte equação (TAYLOR, 2009):

$$F = m \frac{dV_e}{dt} + V_e \frac{dm}{dt}$$

onde F é o impulso gerado, m é a massa do foguete e V_e a velocidade de exaustão dos gases. O segundo termo depois da igualdade é facilmente quantificado, visto que a variação da massa do foguete no tempo é um parâmetro de design ligado ao acelerador do mesmo, enquanto que o primeiro termo tem a ver não com a velocidade de exaustão em si, e sim com a aceleração do propelente do repouso até a velocidade de exaustão. Para quantificar esse termo, usa-se a relação entre força e pressão:

$$F = PA$$

onde P é uma pressão e A uma área. Aplicando essa equação na saída do bocal do foguete, obtém-se:

$$F_{bocal} = (P_e - P_o)A_e$$

onde P_e é a pressão de exaustão, P_o é a pressão externa ao bocal e A_e é a área da superfície da saída do bocal. Substituindo essa equação na equação anterior, encontra-se a equação do impulso:

$$F_{impulso} = V_e \frac{dm}{dt} + (P_e - P_o)A_e \quad (2.3)$$

2.2.3 Impulso específico

A fim de estabelecer um parâmetro global de eficiência para comparar foguetes diferentes, bem como, historicamente, evitar problemas de conversão de unidades do sistema imperial ao sistema S.I., criou-se o conceito de impulso específico, ou I_{sp} , que pode ser obtido a partir da seguinte equação (TURNER, 2009):

$$I_{sp} = \frac{V_e}{g} \quad (2.4)$$

onde g é a aceleração devido à gravidade. Como a unidade de V_e é m/s , e g é m/s^2 , a unidade de I_{sp} torna-se segundos. Efetivamente, o impulso específico representa o quão eficiente o motor é em aplicar ΔV ao foguete. Alternativamente, também pode ser considerado como o tempo, em segundos, que um foguete consegue desenvolver impulso igual ao peso total do propelente sob aceleração de uma gravidade terrestre.

Alguns valores existentes de I_{sp} são: $363s$ para os motores principais da *Space Shuttle*; $269s$ para *Boosters* de combustível sólido e $3100s$ para o motor de íons *NSTAR* (TAYLOR, 2009).

2.2.4 Fluxo de massa

O fluxo de massa é um parâmetro vital para o dimensionamento de um foguete, visto que atua diretamente sobre o impulso, e pode ser determinado a partir das condições da câmara de combustão e do bocal. Como o fluxo de massa é igual em todo

o comprimento do bocal, dada a conservação da massa, o mesmo pode ser definido como (TURNER, 2009):

$$\frac{dm}{dt} = \rho v A$$

onde v , ρ e A são, respectivamente, a velocidade, densidade e área em cada seção do bocal. A partir das expressões para a velocidade de exaustão e para a densidade dos gases, obtém-se a expressão para o fluxo de massa em função dos parâmetros do foguete (TURNER, 2009):

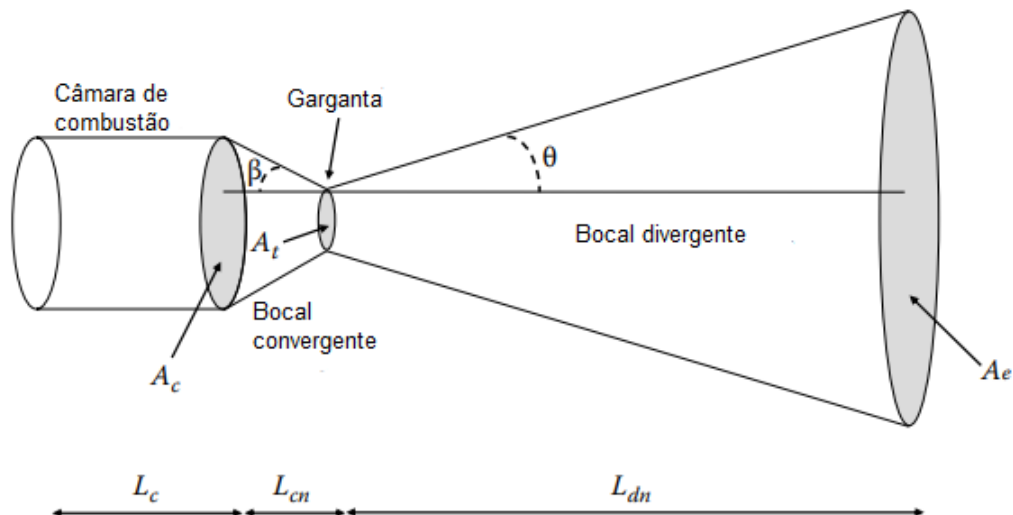
$$\frac{dm}{dt} = P_c A_t \sqrt{K \left(\frac{2}{K+1} \right)^{\frac{K+1}{K-1}} \frac{M_0}{RT_c}} \quad (2.5)$$

Onde A_t é a menor área do bocal, chamada de "garganta", e os outros parâmetros já são conhecidos no escopo deste trabalho.

2.3 Geometria do bocal

Em termos gerais, a geometria interna de um foguete segue o seguinte arranjo: uma câmara de combustão cilíndrica conectada a um bocal convergente, causando um aumento da pressão e velocidade dos gases até uma região denominada "garganta", onde a área de passagem dos gases é a menor de todo o foguete. A partir da garganta, o fluxo dos gases passa a ser supersônico, e devido ao fato que a velocidade de um fluxo supersônico aumenta com o aumento da área, continua a ser acelerado em um bocal divergente até sua saída, atingindo a velocidade de exaustão V_e (TAYLOR, 2009).

Figura 5 – Geometria interna de um foguete.



Fonte: Taylor (2009)

A Figura 5 mostra a geometria interna de um foguete, nesse caso com um bocal cônico, onde A_c e L_c são, respectivamente, a área transversal e o comprimento da câmara de combustão, β é o meio-ângulo do bocal convergente, L_{cn} é o comprimento do bocal convergente, A_t é a área da garganta, θ é o meio-ângulo do bocal divergente, L_{dn} seu comprimento e A_e é a área de exaustão do bocal.

2.3.1 Fluxo supersônico e número de Mach

O fluxo supersônico apresenta características peculiares, que podem ser analisadas tratando-o como um fluxo isentrópico. O primeiro conceito relevante para essa análise é o velocidade do som para um fluido, a_0 , dada pela seguinte equação (TAYLOR, 2009):

$$a_0 = \sqrt{KRT}$$

onde T é a temperatura em *Kelvin*. A partir desta velocidade e da velocidade do fluido, pode-se obter o número de Mach:

$$M_{\#} = \frac{v}{a_0} \quad (2.6)$$

onde v é a velocidade do fluido a cada ponto.

Partindo das suposições da continuidade, fluxo isentrópico e conservação do momento para o fluxo de gás, obtém-se uma equação que descreve o fluxo de gás através do bocal:

$$(1 - M_{\#}^2) \frac{dv}{v} = - \frac{dA}{A} \quad (2.7)$$

onde v e A referem-se a, respectivamente, velocidade e a área a cada ponto ao longo do comprimento do bocal. A partir dessa equação pode-se notar que quando $M_{\#} < 1$, a velocidade do fluxo aumenta com a redução da área, enquanto que para $M_{\#} > 1$, a velocidade aumenta com o aumento da área.

2.3.2 Coeficiente de expansão do bocal

Um outro parâmetro importante para a determinação da geometria do bocal é o coeficiente de expansão do bocal, que é a relação entre as áreas da saída e da garganta de um bocal (TAYLOR, 2009):

$$\epsilon = \frac{A_e}{A_t}$$

As áreas A_e e A_t podem ser encontradas através da equação (TAYLOR, 2009):

$$A = \frac{\dot{m}}{P_c \sqrt{\frac{2K}{K-1} \frac{M_0}{RT_c} \left(\frac{P}{P_c}\right)^{\frac{2}{K}} \left(1 - \left(\frac{P}{P_c}\right)^{\frac{K-1}{K}}\right)}} \quad (2.8)$$

onde a área da garganta será o ponto mínimo dessa equação, permitindo a definição de A_t e A_e que, substituindo na equação do coeficiente de expansão e simplificando, têm-se (TAYLOR, 2009):

$$\epsilon = \sqrt{\frac{K \left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{K+1}{K-1}}}{\left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{2}{K}} \left(1 - \left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{K-1}{K}}\right)}} \quad (2.9)$$

2.3.3 Determinação da geometria de um bocal cônico

Segundo Taylor (2009), o meio-ângulo de divergência θ tem valores ótimos entre 12° e 18° , sendo 15° o valor comumente adotado. Dessa forma, o comprimento do bocal divergente, L_{dn} , pode ser tido como:

$$L_{dn} = \sqrt{\frac{A_e}{\pi}} \frac{1}{\tan(\theta)} \quad (2.10)$$

Também segundo Taylor (2009), o meio-ângulo de convergência β ideal é de 60° . Além disso, é notado que a área da seção da câmara de combustão (A_c) deve ser, no mínimo, 3 vezes maior que a área da garganta (A_t). Com base nessas considerações, o comprimento da seção convergente L_{cn} pode ser dado como:

$$L_{cn} = \sqrt{\frac{A_c}{\pi}} \frac{1}{\tan(\beta)} = \sqrt{\frac{3A_t}{\pi}} \frac{1}{\tan(\beta)} \quad (2.11)$$

Embora teoricamente seja possível simplesmente conectar as seções convergente e divergente de forma direta através da garganta, tal projeto seria dotado de um canto vivo na seção da garganta, resultando em forte disrupção no fluxo supersônico saindo da garganta e, conseqüentemente, mal-funcionamento do motor do foguete. Dessa

forma, a fim de evitar este problema, a região da garganta passa a ter uma curvatura suave (TAYLOR, 2009).

Já o dimensionamento da câmara de combustão é feito de forma a garantir que o combustível e o oxidante sejam misturados e reagidos. Esse comprimento é chamado de "comprimento de mistura" L^* , que depende do combustível e do oxidante usados, e geralmente tem valores definidos entre $0,5 \leq L^* \leq 1,5$. A equação para L_c pode ser tomada como (TAYLOR, 2009):

$$L_c = \frac{A_t L^*}{\pi r_c^2} \quad (2.12)$$

A partir das equações vistas nesta seção, bem como a consideração acima, é possível definir a geometria completa de um bocal cônico de foguete, que será usada para as simulações realizadas neste trabalho.

2.3.4 Bocal de sino

O bocal cônico, dotado de projeto e construção relativamente simples, dependendo do coeficiente de expansão usado, sofre com problemas de excesso de peso devido ao comprimento demasiadamente longo. Aumentar o meio-ângulo de divergência, apesar de inicialmente parecer uma solução simples, vai resultar em um crescente problema de divergência do fluxo de exaustão, reduzindo a eficiência do foguete (KHARE; SAHA, 2021).

Os bocais de sino têm um formato curvo em sua seção divergente, sendo assim capazes de obter um mesmo fator de expansão com menor comprimento, e, consequentemente massa. Alternativamente, um bocal de sino consegue atingir valores de impulso pelo menos 1% maiores para uma mesma massa de bocal (FARLEY; CAMPBELL, 1960). Dessa forma, faz-se necessário avaliar se o aumento das complexidades de projeto e construção é compensado pelos benefícios de performance.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Farley e Campbell (1960) fazem uma comparação experimental entre quatro diferentes bocais de foguetes, sendo três deles com geometria de bocal de sino e o outro um bocal cônico, analisando diferentes relações de expansão e determinando que os bocais de sino podem atingir um impulso até 1% maior quando comparados com um bocal cônico de mesma massa.

Takeishi *et al.* (2017) detalha o uso de simulações numéricas computacionais no desenvolvimento dos motores de foguete da família LE-7, onde as mesmas foram usadas para testar os efeitos decorrentes de diferentes modificações na geometria do bocal, além de propor uma técnica para realização de experimentos de teste de combustão usando CO₂ aquecido de forma que sua relação de calores específicos seja equivalente àquela dos gases de combustão. Através desta técnica, a visualização e medição do fluxo de CO₂ através do bocal podem ser usadas para validar os resultados das simulações computacionais.

French *et al.* (2020) faz simulações de fluxo reativo de um motor queimando CH₄ com oxigênio líquido, comparando os resultados obtidos através do *software* comercial *ANSYS FLUENT*, o *software* proprietário *CIRA*, e os resultados de experimento, encontrando uma excelente concordância dos resultados das simulações com as medições do experimento.

Baloni *et al.* (2017) faz uma análise computacional de bocais de sino, gerando a geometria ideal a partir dos parâmetros desejados, incluindo o número de *Mach*, raio da garganta e calor específico. A geometria 2D então é importada para o *software* *ANSYS FLUENT* e a simulação é feita para diferentes condições de temperatura do fluxo e de contrapressão, comparando os resultados obtidos com os esperados, obtidos analiticamente. Concluiu-se que os resultados da simulação foram satisfatórios e concordantes com o fluxo esperado, prevendo corretamente a presença e características de diferentes tipos de *shock*, apesar da localização dos mesmos nas simulações discordar do estudo analítico.

Khare e Saha (2021) trazem uma extensa revisão do desenvolvimento dos bocais de foguete nos últimos 75 anos. Para efeitos do presente trabalho, maior importância foi dada aos bocais ideal, cônico e de Laval. Os bocais cônicos são, devido à sua simplicidade de fabricação e projeto, os mais comuns historicamente, apesar de apresentarem performance comprometida pelo fato do fluxo de exaustão não ser perpendicular ao

bocal (KHARE; SAHA, 2021). Os bocais de sino foram desenvolvidos para solucionar o problema do fluxo divergente inerente aos bocais cônicos, determinando um contorno para a parede do bocal que minimizam a divergência do fluxo (KHARE; SAHA, 2021).

Antunes (2016) faz uma compreensiva revisão do Programa Espacial Brasileiro e sua história, desde suas origens, a partir de interesses militares e científicos sobretudo para lançamento de satélites, até suas atuais dificuldades, incluindo falta de organização e interesse governamental. Fala também sobre os centros espaciais do país, notando que o centro espacial de Alcântara foi desenvolvido visando possibilitar lançamento de satélites, o que seria impossível na base então existente de "Barreira do inferno", no estado do Rio Grande do Norte.

4 METODOLOGIA

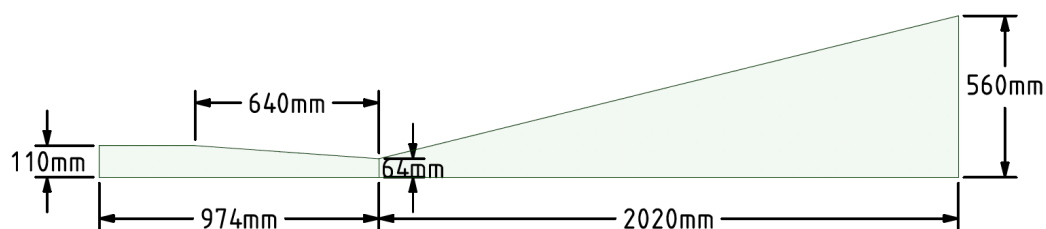
Visando analisar o comportamento do fluxo ao longo do bocal, serão realizadas simulações usando *software* de análise fluido-dinâmica computacional, que funciona através do "método dos volumes finitos", este uma formulação especial do chamado "método das diferenças finitas". O método consiste em dividir um volume a ser analisado em um número finito de volumes menores, integrar as equações que governam o fluxo em todos esses volumes, converter as equações integrais em um sistema de equações algébricas e por fim solucioná-las através de métodos iterativos (VERSTEEG; MALASEKERA, 2007). Importante notar que *software* usado neste trabalho foi a versão de estudante do *ANSYS 2018*, o que implica em algumas limitações de uso, sendo a mais relevante para este trabalho um número máximo de 512 mil elementos para as malhas.

Para a realização das simulações, primeiro foram determinados os parâmetros básicos do foguete com base em um já existente, definindo a geometria do bocal a partir de Taylor (2009), composta de uma seção cilíndrica referente à câmara de combustão, uma seção convergente com ângulação suave e uma seção divergente com meio-ângulo de divergência de 13.8° , com as medidas mostradas na Figura 6, construindo-a no *software ANSYS SpaceClaim*. Como a geometria de um foguete é simétrica em torno de seu eixo, apenas uma meia-seção da mesma foi construída no *SpaceClaim*. Após isso foi gerada a malha, mostrada na Figura 7, inserindo-a, junto com as condições de contorno, no *ANSYS Fluent*, iniciando assim o processo de simulação. Este mesmo procedimento foi repetido para todos os estudos de caso presentes neste trabalho. O principal parâmetro avaliado durante as análises foi o número de Mach ao longo do fluido, devido à sua importância para a performance do foguete.

Os principais parâmetros do *software* usados nas simulações foram: *solver* baseado em densidade, visto que o fluxo é compressível; regime permanente; equação da energia ativada; formulação implícita; discretização espacial *Second Order Upwind* para o fluxo, energia cinética de turbulência e taxa de dissipação específica. Além disso, o fluido teve sua densidade alterada de "constante" para a formulação de gás-ideal para considerar os efeitos da compressibilidade.

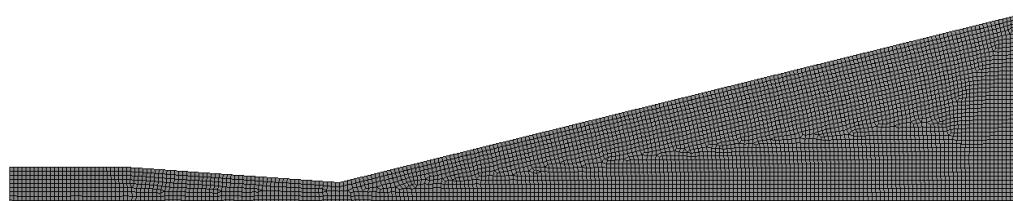
A Figura 8 mostra as "superfícies" de contorno da geometria, com as seguintes condições de contorno dentro do programa: A entrada da câmara de combustão recebe a pressão de entrada, a saída do bocal recebe pressão atmosférica, as paredes do bocal recebem condição de parede sem escorregamento, e o eixo de simetria é

Figura 6 – Geometria usada na maior parte deste trabalho.



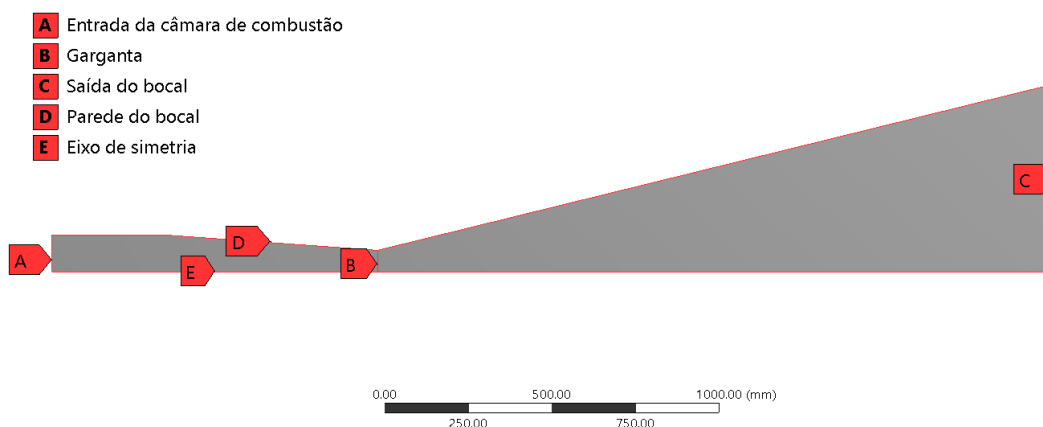
Fonte: Próprio autor

Figura 7 – Malha usada na maior parte deste trabalho.



Fonte: Próprio autor

Figura 8 – Condições de contorno usadas neste trabalho.



Fonte: Próprio autor

marcado como tal para o programa, enquanto a garganta não tem nenhuma condição associada, estando presente apenas para referência.

Buscando obter um conhecimento compreensivo acerca do tema, foram realizados os seguintes estudos de caso:

- Estudo de convergência de malha, onde buscou-se avaliar o quão refinada a malha precisa ser para entregar resultados consistentes;

- Estudo da influência do diâmetro hidráulico, onde buscou-se avaliar a influência deste parâmetro nos resultados, mantida a geometria do bocal;
- Estudo da influência da temperatura de entrada, avaliando o comportamento do fluxo e das distribuições de temperatura ao longo do bocal;
- Estudo da influência dos modelos de viscosidade, avaliando principalmente a necessidade de usar um modelo de turbulência para as condições avaliadas neste trabalho;
- Estudo da influência da variação da pressão e combustível de entrada, estudando o comportamento da geometria estudada neste trabalho ao receber diferentes condições de contorno e de massa molar;
- Estudo da influência da geometria do bocal, variando o meio-ângulo de divergência do bocal e avaliando seu efeito no número de Mach médio, bem como sobre o comportamento geral do fluxo.

Os resultados obtidos em cada um dos estudos de caso serão expostos e discutidos no Capítulo 5, comparando o número de Mach máximo em cada caso, bem como quaisquer outros parâmetros julgados relevantes.

Para realização das simulações foi usado um notebook com as seguintes configurações de *hardware*: Intel(R) Core(TM) i7-9750H, com 16GB de memória RAM. O sistema operacional foi o *Windows 11*.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

5.1 Estudo 1: Convergência de malha

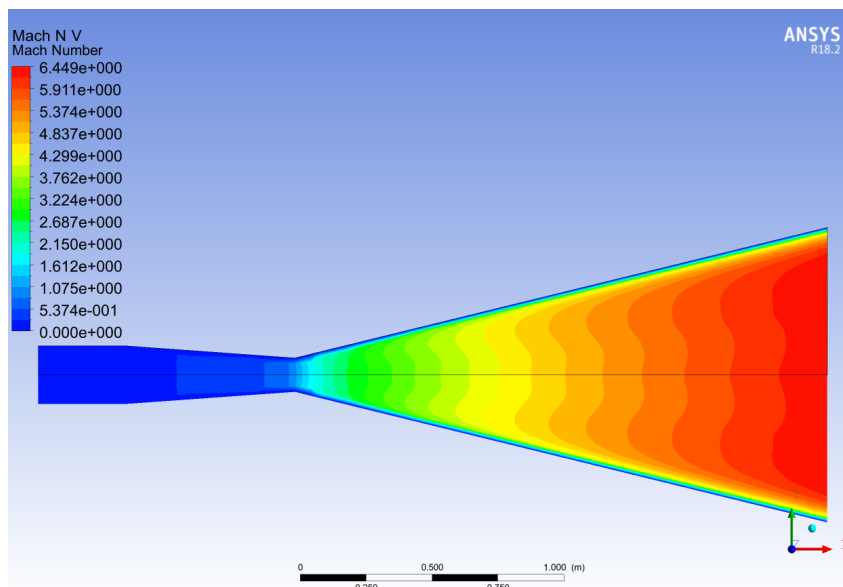
Um passo importante para a fluido-dinâmica computacional é a realização de testes de convergência, onde a malha é refinada, ou seja, o tamanho dos elementos é reduzido, e o resultado avaliado. Quando o resultado obtido não varia de forma significativa com o aumento do número de elementos da malha, pode-se dizer que a malha está satisfatória. Para esse primeiro estudo o fluido foi considerado como ar e tratado como gás ideal, e as condições de contorno foram: $P_c = 20MPa$, $P_e = 101325Pa$, $T_c = 3500K$. Além disso, foi considerado o modelo de viscosidade $K_\omega SST$ com as opções padrão do programa, e diâmetro hidráulico igual ao respectivo diâmetro da entrada/saída. A Tabela 1 relaciona as malhas com seus respectivos números de elementos e o número de Mach máximo atingido.

Tabela 1 – Testes de convergência de malha

Malha	Nº de elementos	Número de Mach
A	1838	6.44
B	3255	6.43
C	5052	6.46
D	8968	6.50
E	20185	6.53
F	80591	6.57

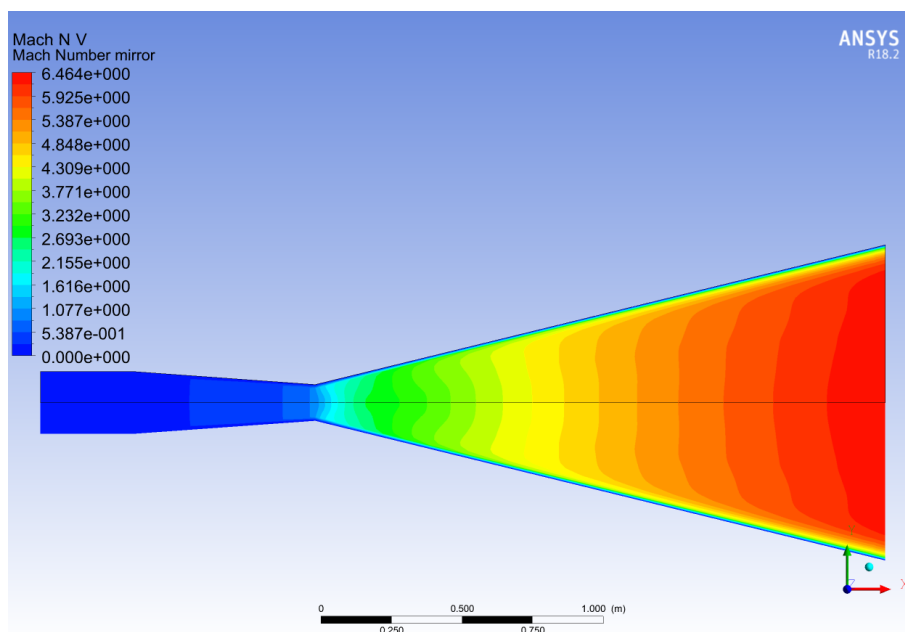
Fonte: Próprio autor

Figura 9 – Contorno de número de Mach para a malha A.



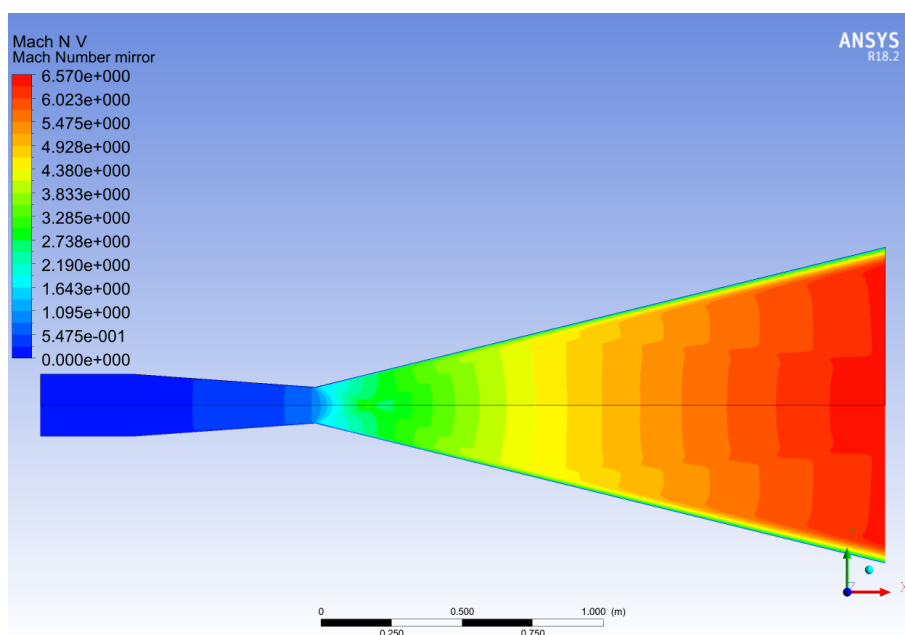
Fonte: Próprio autor

Figura 10 – Contorno de número de Mach para a malha C.



Fonte: Próprio autor

Figura 11 – Contorno de número de Mach para a malha F.



Fonte: Próprio autor

As Figuras 9, 10 e 11 mostram os perfis de velocidade do fluxo ao longo do bocal para algumas das malhas. Como pode-se notar, o número de Mach varia 2% entre a malha A e a malha F, apesar do número de elementos ser 43.84 vezes maior. Assim, a malha C, exibida na Figura 10 foi escolhida para ser usada nos futuros testes, visto que o aumento no tempo computacional ao usar malhas mais refinadas não traz mudanças significativas nos resultados.

5.2 Estudo 2: Influência do diâmetro hidráulico

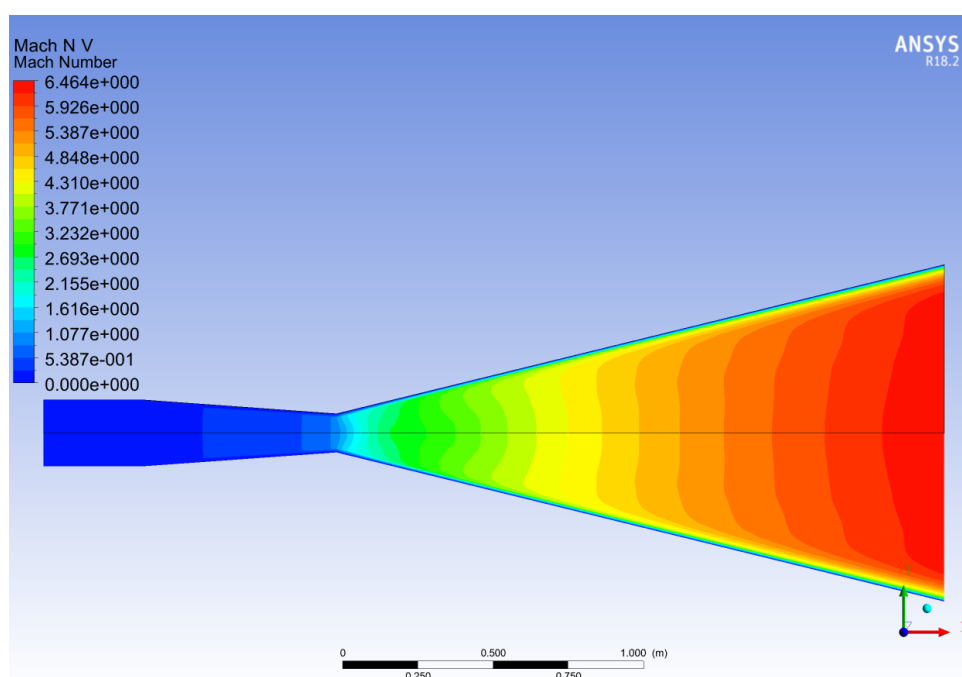
O segundo estudo buscou avaliar a influência do parâmetro "diâmetro hidráulico" nos resultados das simulações, visto não haver tempo hábil para realização de um estudo mais profundo sobre o mesmo. Dessa forma, foram analisados 3 casos, com seus respectivos diâmetros exibidos na Tabela 2, variando apenas os diâmetros hidráulicos de entrada e saída dentro do programa, com todos os outros parâmetros da simulação, bem como a geometria do bocal iguais aos do estudo anterior.

Tabela 2 – Testes de diâmetro hidráulico

Caso	DH na entrada (m)	DH na saída (m)	Número de Mach
A	0.22	1.12	6.464
B	0.11	0.56	6.464
C	0.01	0.01	6.465

Fonte: Próprio autor

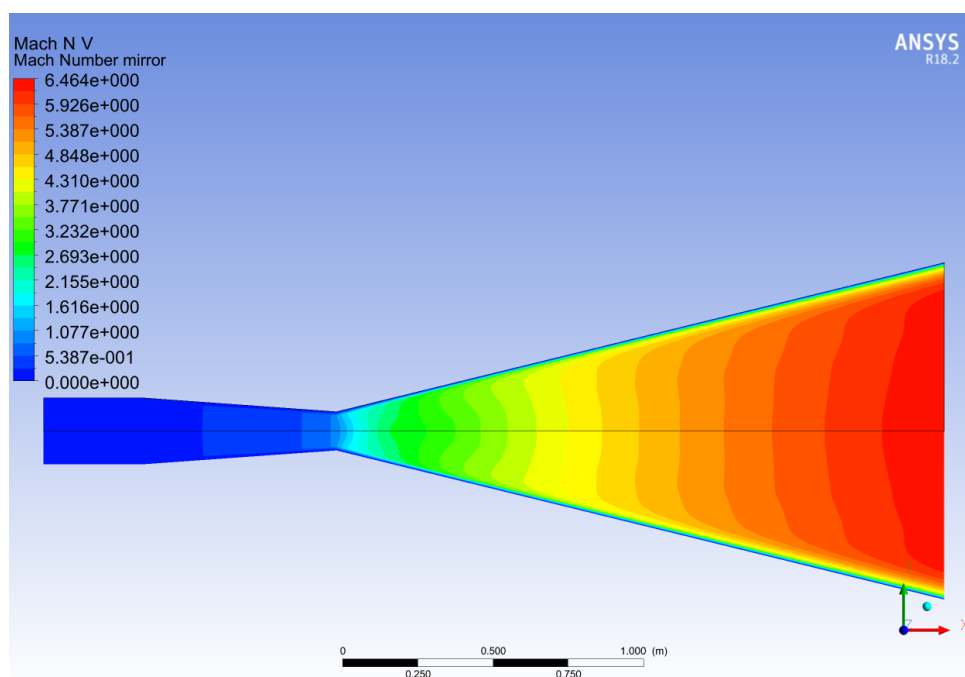
Figura 12 – Contorno de número de Mach para o Caso A.



Fonte: Próprio autor

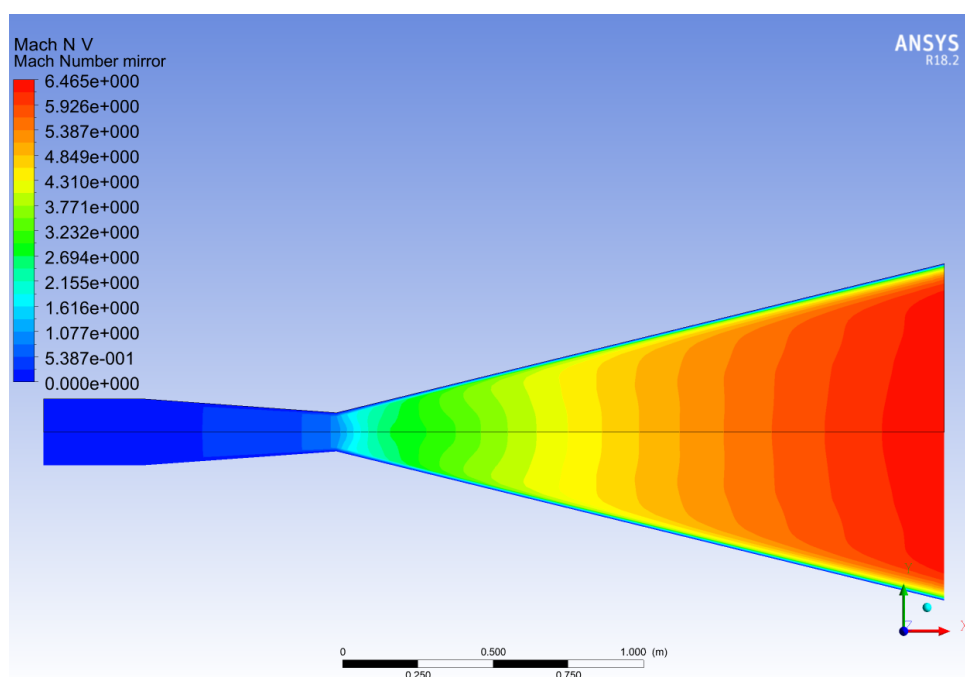
Como pode-se notar a partir da Tabela 2 e das Figuras 12, 13 e 14, nem o número de Mach máximo nem seus contornos ao longo do bocal sofreram mudanças significativas, indicando assim que o efeito do diâmetro hidráulico sobre o fluxo é desprezível para este estudo, desde que mantida a geometria. Dessa forma, para os estudos subsequentes foram adotados os diâmetros do caso B da Tabela 2.

Figura 13 – Contorno de número de Mach para o Caso B.



Fonte: Próprio autor

Figura 14 – Contorno de número de Mach para o Caso C.



Fonte: Próprio autor

5.3 Estudo 3: Influência da temperatura de entrada

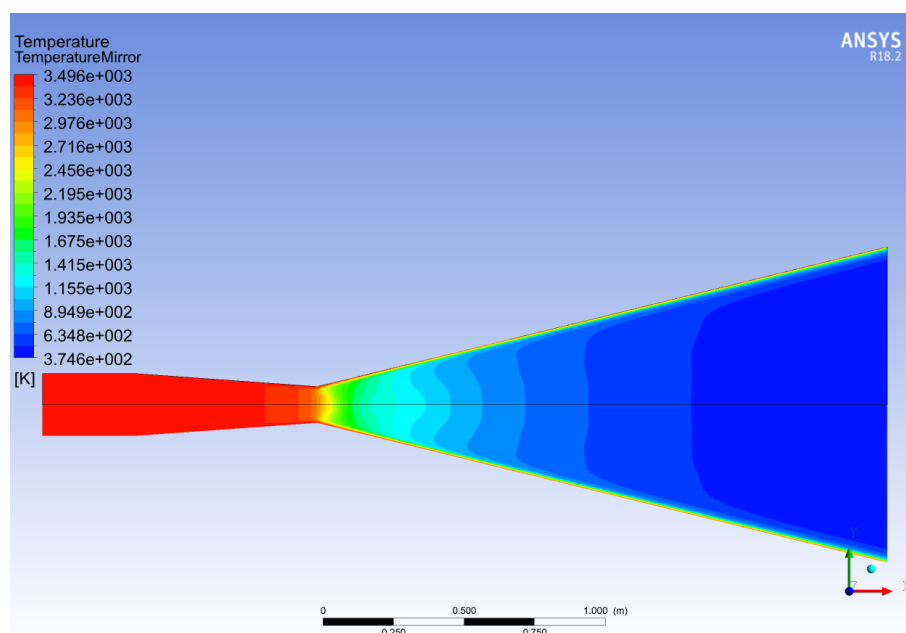
O terceiro estudo realizado buscou analisar como o fluxo se comporta conforme a temperatura de combustão T_c varia. Todos os outros parâmetros se mantiveram conforme discutido nas seções anteriores. Para isso, foram simulados 5 casos, reduzindo a temperatura T_c a cada um deles. A Tabela 3 detalha a temperatura de entrada e o número de Mach máximo para cada caso. A Figura 13 mostra os contornos de número de Mach para o caso A deste estudo, enquanto as Figuras 15, 16 e 17 mostram, respectivamente, os contornos de temperatura para o caso A e os contornos de número de Mach e de temperatura para o caso E. Além disso, a Figura 18 mostra o gráfico com a distribuição de temperatura ao longo do eixo central do bocal.

Tabela 3 – Testes de temperatura da câmara de combustão

Caso	T_c (K)	Número de Mach
A	3500	6.464
B	2700	6.464
C	1900	6.475
D	1100	6.479
E	300	6.486

Fonte: Próprio autor

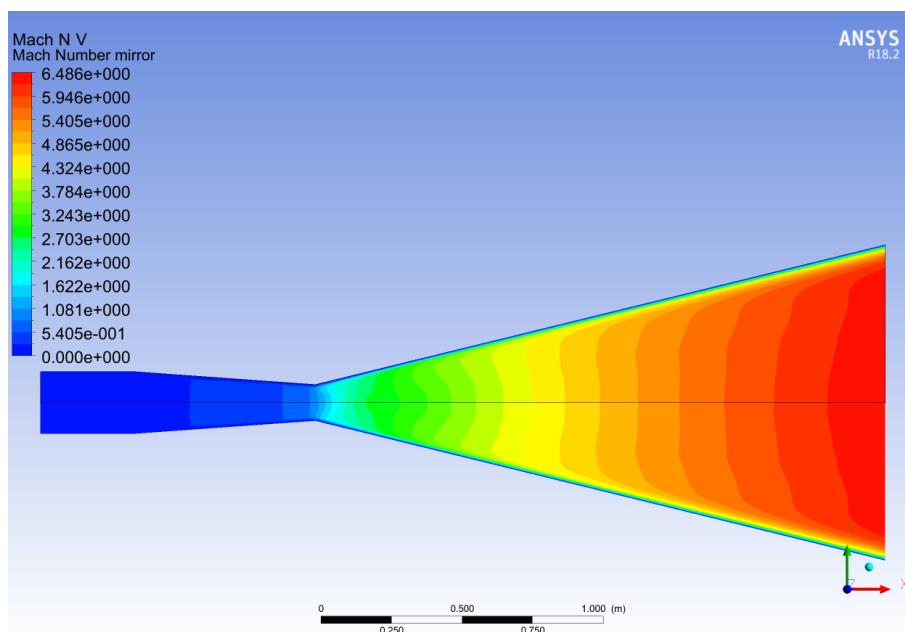
Figura 15 – Contorno de temperaturas para o caso A.



Fonte: Próprio autor

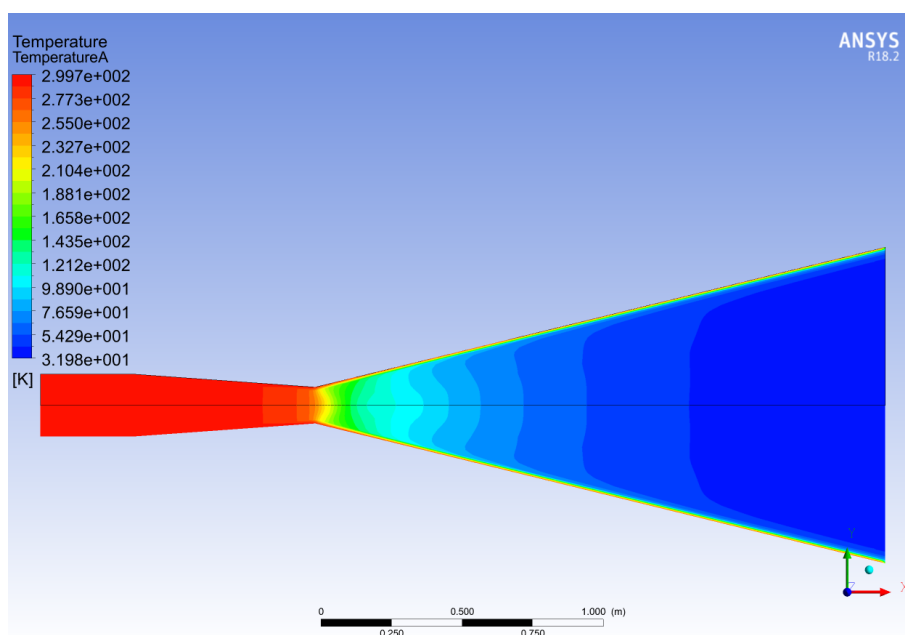
Como pode-se notar a partir da Tabela 3, o número de Mach aumenta levemente com a redução da temperatura, enquanto o comportamento do fluxo ao longo do bocal permanece inalterado, como pode ser visto nas Figuras 13 e 16, o que está

Figura 16 – Contorno de número de Mach para o Caso E.



Fonte: Próprio autor

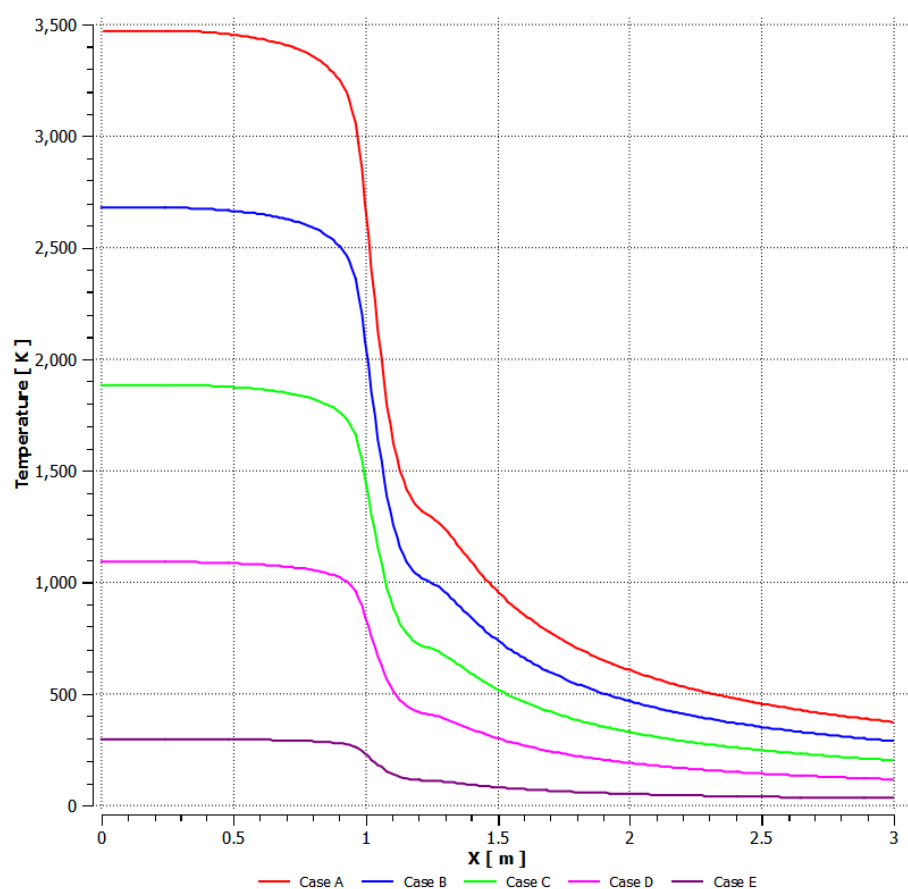
Figura 17 – Contorno de temperaturas para o Caso E.



Fonte: Próprio autor

de acordo com o resultado esperado, já que apesar da velocidade do fluido cair com a redução da temperatura, sua velocidade do som também cai, mantendo assim o número de Mach aproximadamente igual. Já as Figuras 15 e 17 mostram que apesar das temperaturas mudarem drasticamente, sua distribuição ao longo do bocal segue praticamente inalterada, o que é corroborado pelas curvas da figura 18, que apesar de dotadas de valores diferentes seguem um mesmo formato, o que mais uma vez condiz

Figura 18 – Gráfico de temperatura ao longo do bocal para o estudo 3.



Fonte: Próprio autor

com os resultados esperados, visto que não foi considerada transferência de calor do fluxo para o meio (exceto aquela decorrente da própria exaustão dos gases).

5.4 Estudo 4: Influência do modelo de viscosidade

O estudo 4 buscou analisar o efeito dos diferentes modelos de viscosidade disponíveis no software sobre os resultados. Os estudos anteriores foram realizados usando o modelo $K_{\omega}SST$, visto que esse foi o modelo usado na maior parte da literatura encontrada. A Tabela 4 detalha cada caso, modelo de viscosidade e número de Mach máximo resultante.

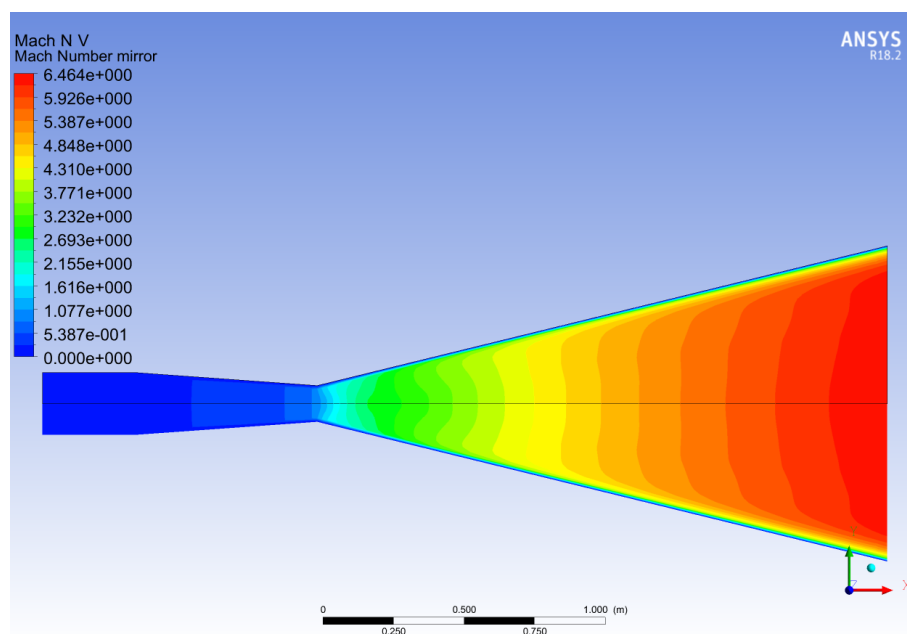
Como pode-se notar a partir das Figuras 19, 20, 21 e 22, o comportamento do fluxo, com exceção do caso Invíscido, não varia significativamente com o modelo de viscosidade. O caso invíscido, ao considerar o fluido com viscosidade praticamente nula, elimina completamente os efeitos de parede, o que explica o aumento do número de Mach deste. Os casos A e C apresentam resultados muito parecidos, sendo assim ambos adequados para as simulações. O caso D, considerando fluxo laminar, apre-

Tabela 4 – Testes de modelo de viscosidade

Caso	Modelo de viscosidade	Número de Mach
A	$K_{\omega} SST$	6.464
B	Invíscido	6.583
C	K_{ϵ}	6.462
D	Laminar	6.497

Fonte: Próprio autor

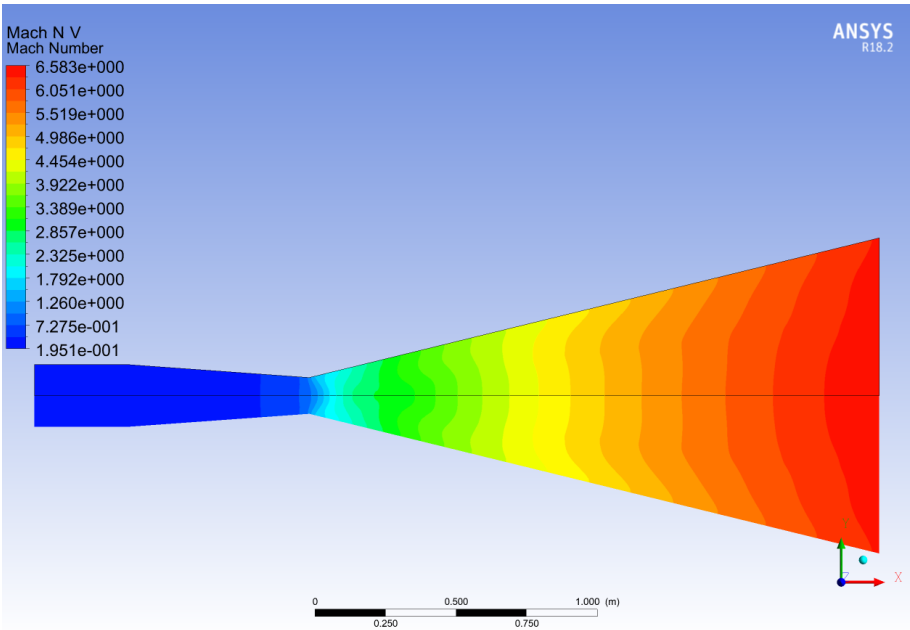
Figura 19 – Contorno de número de Mach para o Caso A.



Fonte: Próprio autor

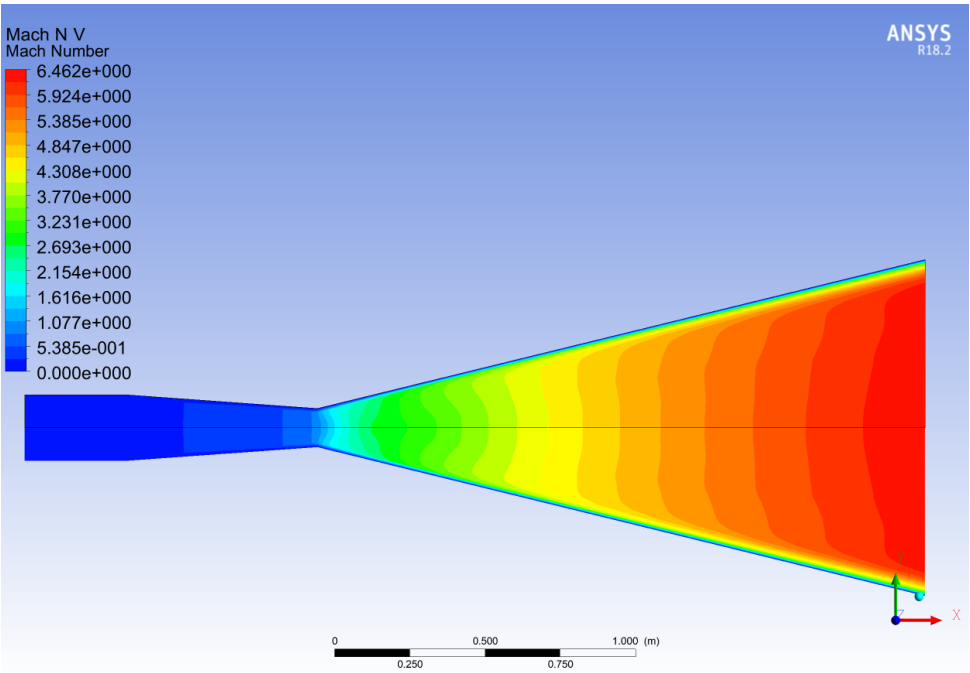
senta resultados bem próximos aos casos A e C (diferença de 0.47%), indicando que adotar um modelo de turbulência não traz nenhum incremento que justifique o custo computacional associado para o caso aqui estudado.

Figura 20 – Contorno de número de Mach para o Caso B.



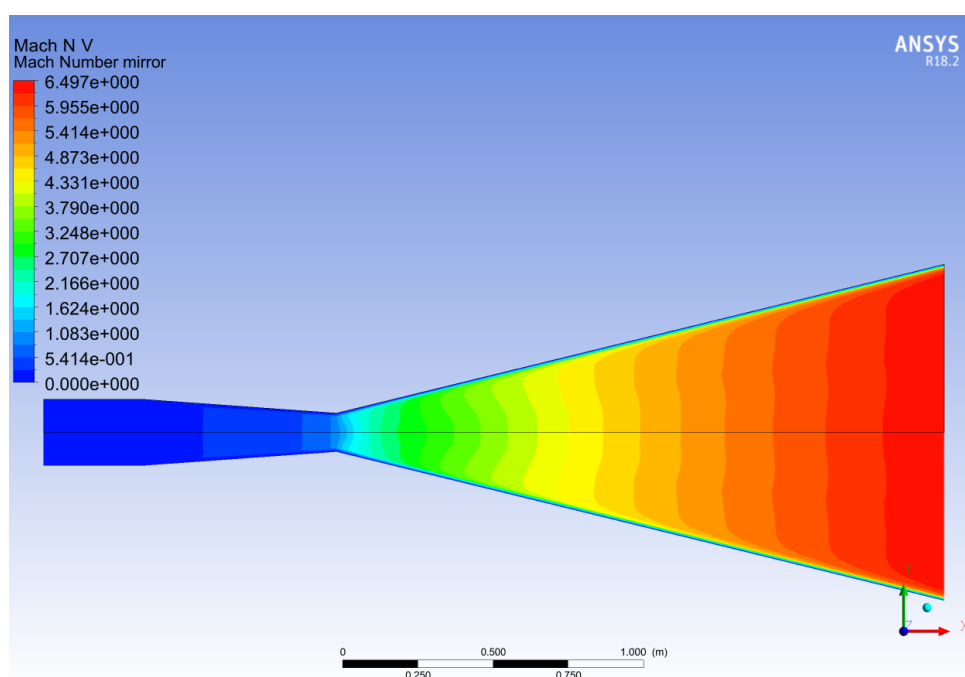
Fonte: Próprio autor

Figura 21 – Contorno de número de Mach para o Caso C.



Fonte: Próprio autor

Figura 22 – Contorno de número de Mach para o Caso D.



Fonte: Próprio autor

5.5 Estudo 5: Influência da massa molar e pressão de combustão

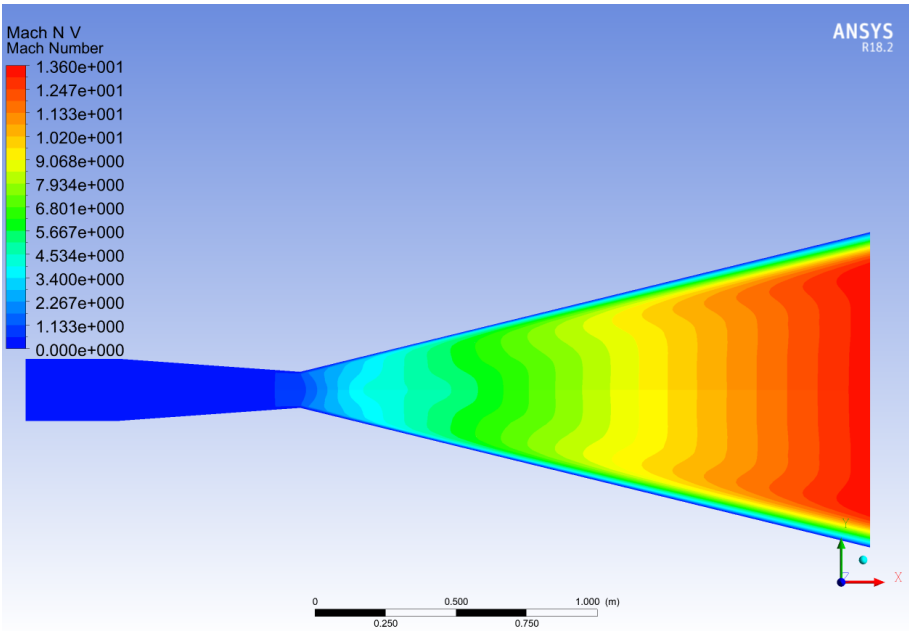
Enquanto os estudos anteriores envolveram muito mais parâmetros de simulação, o estudo 5 buscou avaliar o efeito da escolha do combustível e da pressão de combustão sobre o fluxo. A geometria manteve-se a mesma dos estudos anteriores, baseada nos motores principais da *Space Shuttle*. Cada caso avaliado nesse estudo teve como base um motor de foguete existente, aplicando a massa molar dos produtos de combustão esperados e a pressão da câmara de combustão sobre a geometria citada. Assim, esse estudo não avalia a performance de diferentes foguetes, e sim a influência de seus parâmetros (P_c e M_0) sobre o fluxo através da geometria já usada nos estudos anteriores. A Tabela 5 mostra os parâmetros, o número de Mach máximo obtido e de qual foguete os dados para cada caso avaliado foram retirados.

Tabela 5 – Testes de massa molar e pressão de combustão

Caso	M_0	P_c (Mpa)	Número de Mach	Origem
A	18	20	13.60	RS-25 <i>Space shuttle</i>
B	30.48	9.7	6.181	<i>SpaceX Merlin</i>
C	30.48	30	6.203	<i>SpaceX Raptor</i>
D	30.48	5.44	—	<i>Soyuz RD-108</i>

Fonte: Próprio autor

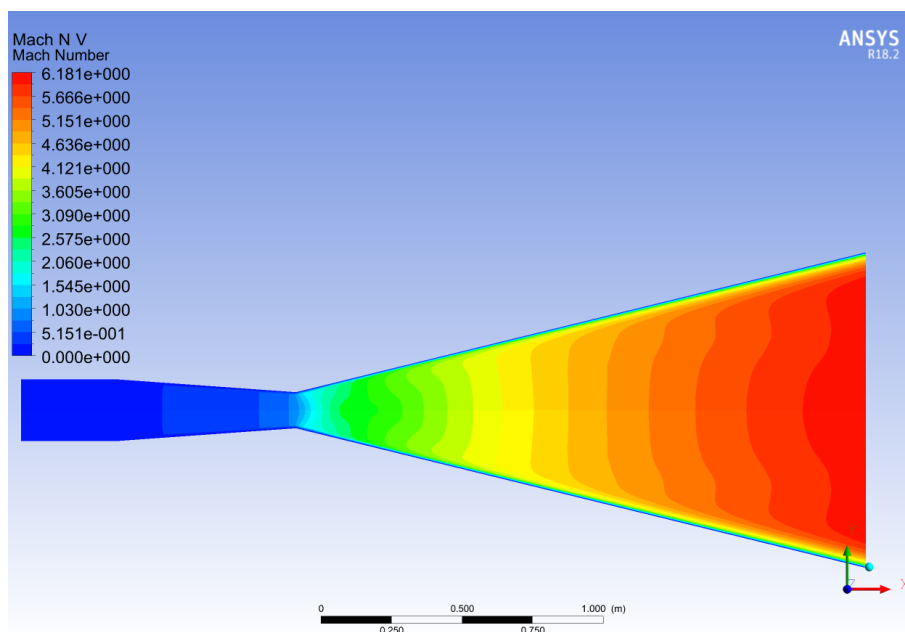
Figura 23 – Contorno de número de Mach para o Caso A.



Fonte: Próprio autor

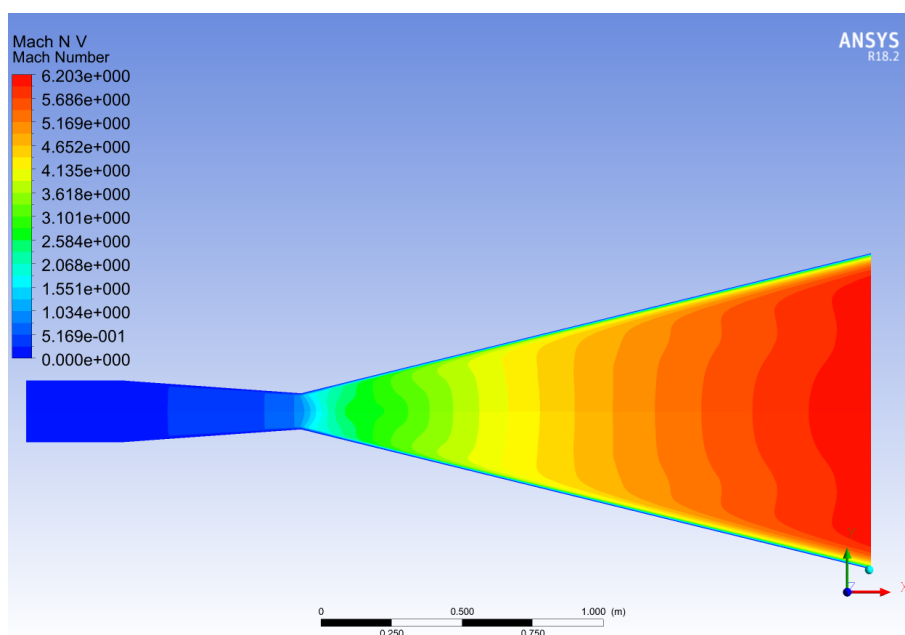
Como pode-se notar a partir das Figuras 23, 24 e 25 o perfil de velocidades do fluxo bem como o número de Mach máximo atingido varia fortemente com a massa molar dos gases de combustão enquanto o efeito da pressão é bastante reduzido,

Figura 24 – Contorno de número de Mach para o Caso B.



Fonte: Próprio autor

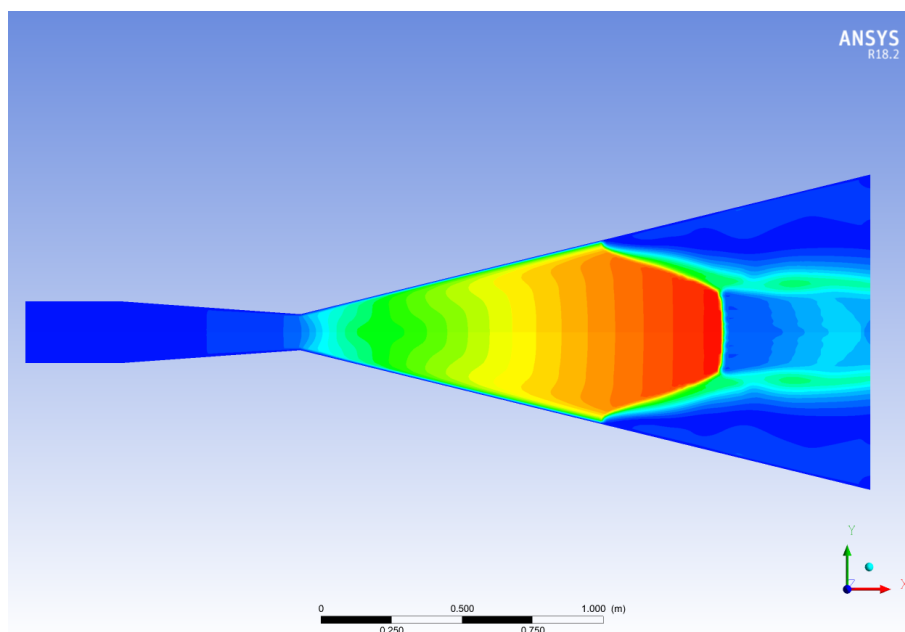
Figura 25 – Contorno de número de Mach para o Caso C.



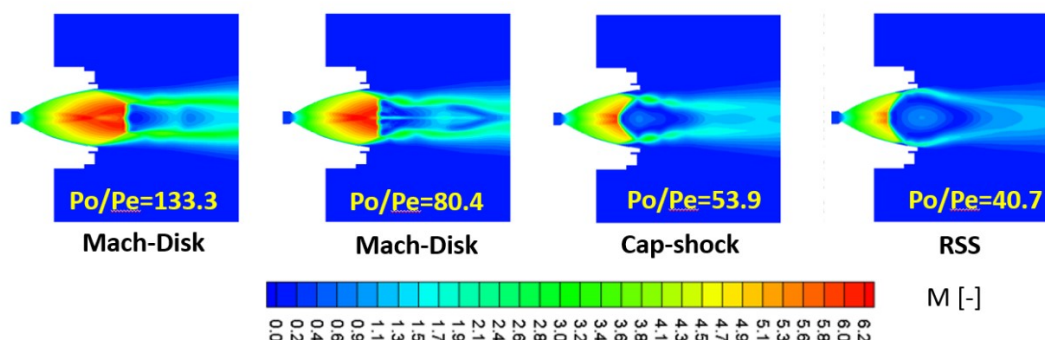
Fonte: Próprio autor

resultado que é corroborado pelo fato das curvas para os casos B e C estarem quase que completamente sobrepostas no gráfico mostrado na Figura 28. Tal comportamento está de acordo com o esperado, visto que para aproveitar os ganhos gerados por uma uma pressão de combustão mais alta é necessário alterar a geometria do bocal. Também é interessante notar que, ainda a partir da Figura 28, a massa molar aparenta não influenciar no número de Mach até a região da garganta, e a curva para o caso

Figura 26 – Contorno de número de Mach para o Caso D.

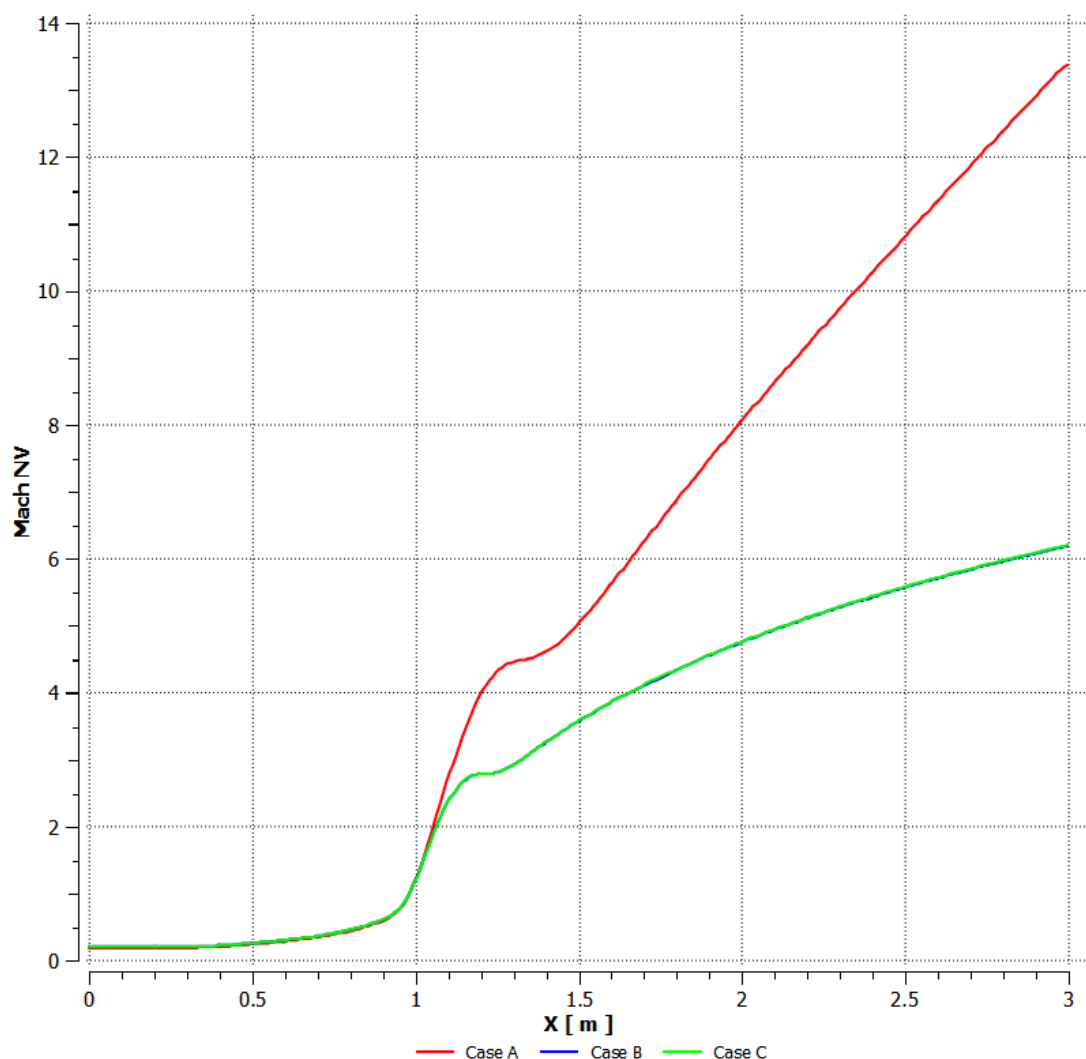


Fonte: Próprio autor

Figura 27 – Tipos de *shock* durante o desligamento de um motor LE-7.Fonte: Takeishi *et al.* (2017)

A só diverge das curvas dos casos B e C ao entrar na seção divergente do bocal. Já a Figura 26 apresentou resultados interessantes, onde o fluxo sofreu *shock* e colapso, mostrando assim que a de pressão de entrada do caso D não é suficiente para desenvolver o fluxo supersônico nessa geometria. Além disso, o formato do *shock* está de acordo com o esperado pela literatura, o que indica que as simulações são sim adequadas para identificar a ocorrência de *shock*, como visto em Takeishi *et al.* (2017) e mostrado na Figura 27.

Figura 28 – Gráfico de número de Mach ao longo do eixo central do bocal.



Fonte: Próprio autor

5.6 Estudo 6: Influência da geometria

O último estudo realizado neste trabalho foi o da influência da geometria do bocal sobre o fluxo. Para tal, foi variado o meio-ângulo de divergência do bocal θ , partindo de $\theta = 30^\circ$ até $\theta = 10^\circ$. Também foi incluída a geometria usada nos estudos anteriores como caso base, com um meio-ângulo $\theta = 13.8^\circ$. Além disso, para este estudo foi considerado o número de Mach médio na saída do bocal, e não seu valor máximo, o que tornou-se necessário devido à grande variação dos contornos de número de Mach em cada caso. A Tabela 6 detalha cada caso e seus parâmetros e resultados associados. Todas as simulações consideraram hidrogênio líquido como combustível.

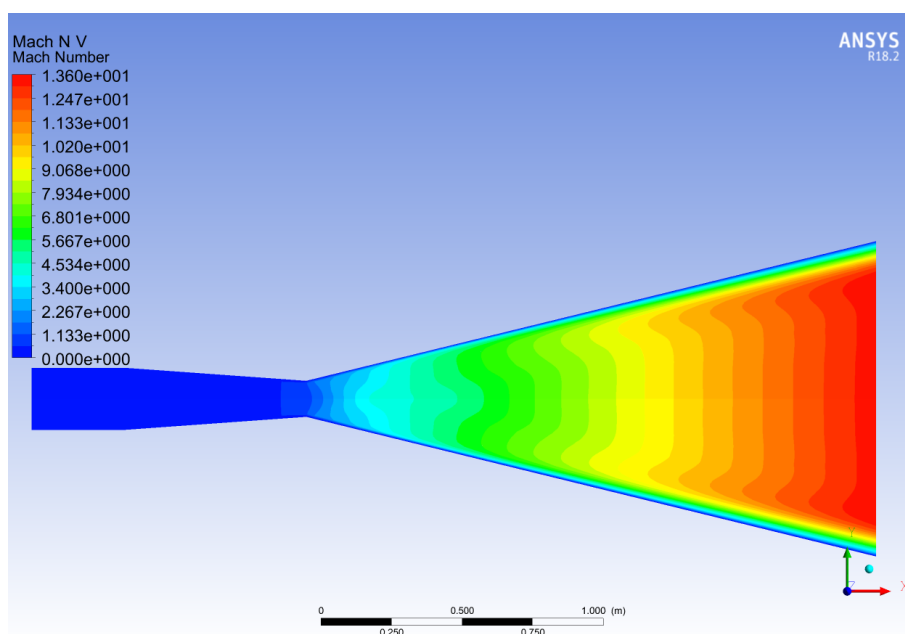
O fluxo resultante de cada caso está mostrado nas Figuras 29, 30, 31, 32 e 33, comportando-se dentro do esperado pela literatura, visto que quanto maior o meio-

Tabela 6 – Testes de geometria

Caso	θ	Número de Mach médio
A	13.8°	11.61
B	30°	9.623
C	20°	10.398
D	15°	11.679
E	10°	11.162

Fonte: Próprio autor

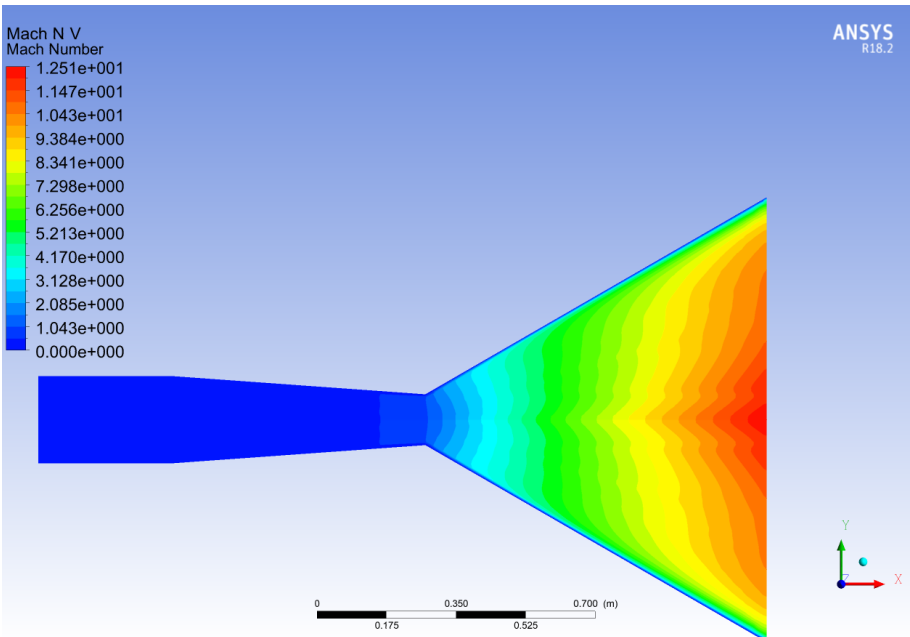
Figura 29 – Contorno de número de Mach para o Caso A.



Fonte: Próprio autor

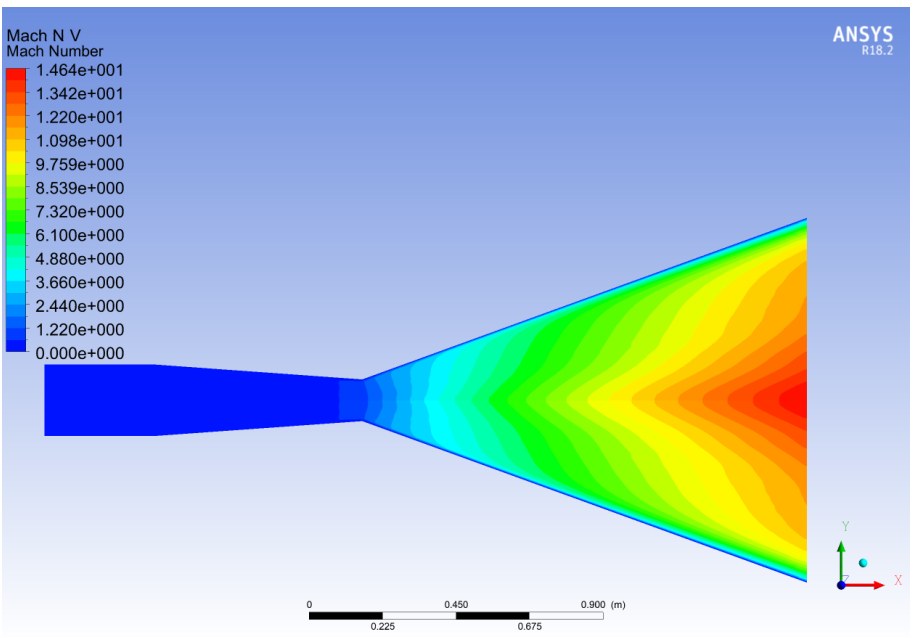
ângulo θ menos desenvolvido o fluxo se torna, e maior a variação do número de Mach na saída do bocal, consequentemente reduzindo o número de Mach médio. Os casos A e E apresentaram número de Mach médio menor que o do caso D, comportamento diferente do esperado, mas que pode ser explicado pelo aumento das perdas por atrito, visto que a área superficial aumenta.

Figura 30 – Contorno de número de Mach para o Caso B.



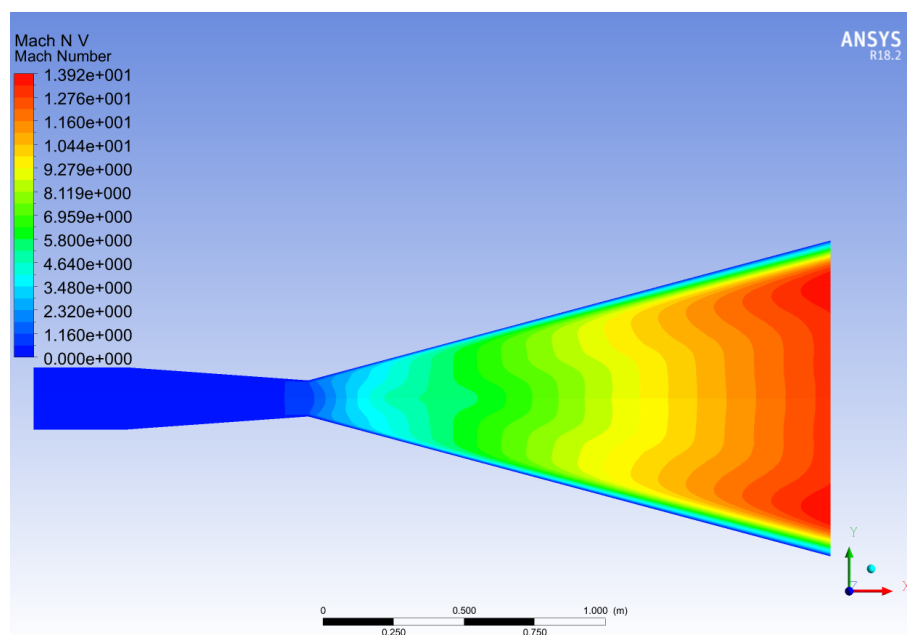
Fonte: Próprio autor

Figura 31 – Contorno de número de Mach para o Caso C.



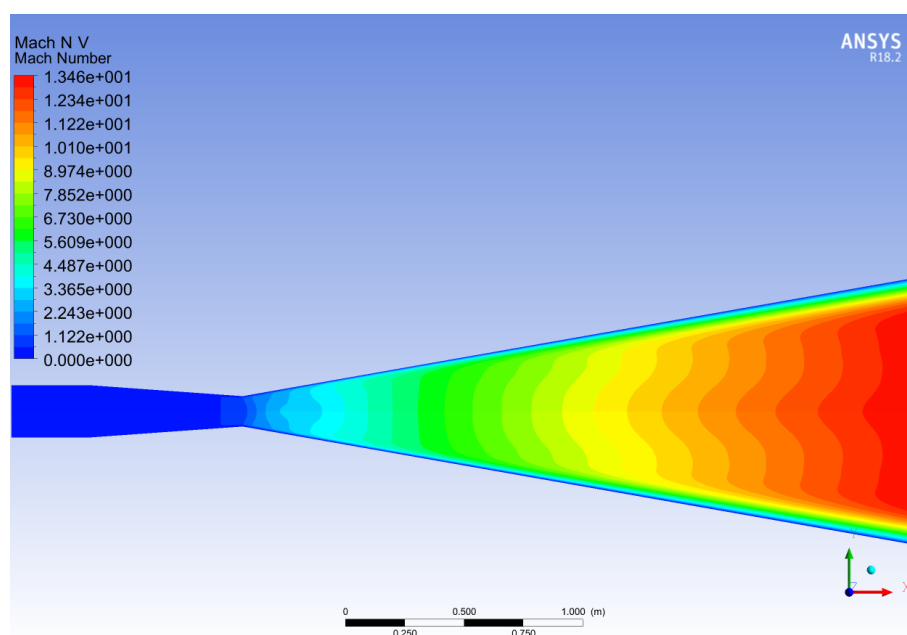
Fonte: Próprio autor

Figura 32 – Contorno de número de Mach para o Caso D.



Fonte: Próprio autor

Figura 33 – Contorno de número de Mach para o Caso E.



Fonte: Próprio autor

6 CONCLUSÕES

As simulações mostraram-se, em geral, capazes de capturar as características gerais do fluxo supersônico através do bocal, apresentando boa concordância com os resultados esperados a partir da literatura. As mesmas mostraram-se especialmente úteis para avaliar os efeitos da variação de pressão de combustão, combustível e geometria do foguete, sendo capazes até mesmo de identificar a existência de *shock* caso as condições não sejam favoráveis. Também foi identificado que mesmo o modelo de viscosidade laminar apresenta bons resultados para foguetes simulados em suas condições de projeto, visto que nestes o fluxo tende a ser laminar.

Além disso, a utilização de geometria plana 2D, onde apenas metade da seção transversal do bocal é representada, mostrou-se capaz de entregar bons resultados através de simulações axi-simétricas com baixo tempo computacional, visto que o número de elementos na malha é muito inferior comparado com uma malha 3D que represente o bocal em sua totalidade.

Apesar do comportamento geral do número de Mach ter sido capturado, em alguns casos (como o da Figura 23) o formato da distribuição interna fugiu um pouco do esperado, que seria um formato parabólico. Uma das possíveis soluções pode estar na adoção de malha não-uniforme, refinada nas regiões relevantes. Esse estudo fica aqui registrado como sugestão para trabalhos futuros.

Um outro estudo interessante a ser realizado seria incluir o meio em torno do foguete na da simulação, tornando assim possível estudar o fluxo após a saída do bocal, avaliando seu comportamento.

Por fim, enquanto neste trabalho, por se tratar de um estudo inicial, foi avaliado principalmente o número de Mach, a análise poderia ser expandida para vários outros parâmetros importantes do foguete, principalmente impulso, pressão de exaustão e fluxo de massa. Para tal, torna-se necessário fazer um estudo aprofundado das características do gás de exaustão, sobretudo sua composição, densidade e razão de calores específicos, esta variando com a temperatura para o caso de gases não ideais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANTUNES, E. V. *A evolução histórica do Programa Espacial Brasileiro*. 2016. Anais eletrônicos do 15º Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia.
- BALONI, B. D.; KUMAR, S. P.; CHANNIWALA, S. A. *Computational Analysis of Bell Nozzles*. 2017. Proceedings of the 4th International Conference of Fluid Flow, Heat and Mass Transfer.
- FARLEY, J. M.; CAMPBELL, C. E. *Performance of several method-of-characteristics exhaust nozzles*. 1960. NASA TN D-293.
- FRENCH, A.; CUTRONE, L.; SCHETTINO, A.; MARINI, M.; BATTISTA, F.; NATALE, P. Reactive flow simulations for a lox/ch4 rocket engine. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, v. 92, n. 9, p. 1339 – 1344, 2020.
- KHARE, S.; SAHA, U. K. Rocket nozzles: 75 years of research and development. *Sādhanā*, v. 46, 2021.
- TAKEISHI, K.; ISHIZAKA, K.; OKAMOTO, J.; WATANABE, Y. Rocket engine high-enthalpy flow simulation using heated CO₂/sub gas to verify the development of a rocket nozzle and combustion tests. *Journal of Physics: Conference Series*, v. 821, 2017.
- TAYLOR, T. S. *Introduction to Rocket Science and Engineering*. USA: CRC Press, 2009.
- TURNER, M. J. L. *Rocket and Spacecraft Propulsion*. 3rd. ed. New York: Springer and Praxis Publishing, 2009.
- VERSTEEG, H. K.; MALASEKERA, W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics - The Finite Volume Method*. England: Pearson Education, 2007.